2º) Periódicas simples

Regra: Para se determinar a geratriz de uma decimal periódica simples, escreve-se como numerador o período e como denominador tantos nove quantos forem os algarismos do período.

571428 5

$0,363636\ldots = \frac{36 : 3}{99 : 3} = \frac{12}{33} = \frac{4}{11}$

$0,126126126\ldots = \frac{126 : 3}{999 : 3} = \frac{42}{333} = \frac{14}{111}$

$0,545454\ldots = \frac{54 : 3}{99 : 3} = \frac{18}{33} = \frac{6}{11}$

0
80
320

Regra para as decimais finitas:

Para se determinar a geratriz de uma decimal finita, escreve-se como numerador a parte decimal e como denominador a unidade seguida de tantos zeros quantos forem os algarismos da parte decimal.

Periódicas compostas.

Regra: Para se determinar a geratriz de uma decimal periódica composta, escreve-se como numerador a parte não periódica e como denominador tantos nove quantos forem os algarismos do período seguido de tantos zeros quanto forem os algarismos da parte não periódica.

Decimais

Adição de decimais

4,785 + 2,28 + 5,473856 + 0,3857

$$\begin{array}{r} 4,785000 \\ 2,280000 \\ 5,473856 \\ 0,385700 \\ \hline 12,924556 \end{array}$$

Subtração de decimais

4,53825 − 2,7854

$$\begin{array}{r} 4,53825 \\ \underline{2,78540} \\ 1,75285 \end{array}$$

Multiplicação de decimais

A multiplicação de decimais geralmente apresenta 3 casos, porém resumimos a 2:

1º) Em que há um fator decimal

$42,587 \times 38$

$$\begin{array}{r} 42,587 \\ \underline{38} \\ 340696 \\ \underline{127761} \\ 1618,306 \end{array}$$

2º) Quando ambos os fatores são decimais

$3,748 \times 0,432$

$$\begin{array}{r} 3,748 \\ \underline{0,432} \\ 7496 \\ 11244 \\ \underline{14992} \\ 1,619136 \end{array}$$

Divisão de decimal

A divisão apresenta 3 casos:

1º) Divisão de inteiro por decimal
2º) " de decimal por inteiro
" " decimal por decimal

1º) Divisão de inteiro por decimal

475 : 1,25 = 380

```
47500 |1,25
 1000   380
 0000
```

2º) Divisão de decimal por inteiro

0,47375 : 125 = 0,00379

```
0,47375 |125
  -987   0,00379
  1125
   000
```

Outro exemplo:

4,7638 : 72 = 0,0661

```
4,7638 |72
  443   0,0661
   118
    46
```

3º) Divisão de decimal por decimal

38,74375 : 1,25 = 30995

```
38,74375 |1,25
 1243     30,995
  1187
   0625
    000
```

Outro exemplo:

547,47 : 2,5425 = 215

```
547,4700 |2,5425
 38970    215
 135450
   8325
```

Raiz quadrada.

Raiz quadrada...

```
√76.34.82  |873
 64        |123 : 16 = 7
 123.4     |167 X 7 = 1169
 1169      |658 : 174 = 3
   6582    |1743 X 3 = 5229
   5229
   1353
```

Raiz quadrada com aproximação decimal.

Extrair a raiz quadrada de 5 com aproximação de 0,01

$\sqrt{5}$

$\sqrt{5.00.00}$	2,23
4	42 x 2 = 84
10.0	443 x 3 = 1329
84	
1600	
1329	
271	

Extrair a raiz quadrada de 32 com aproximação de 0,001.

$\sqrt{32.00.00.00}$	5,656
25	106 x 6 = 636
70.0	1125 x 5 = 5625
636	11306 x 6 = 67836
6400	
5625	
77500	
67836	
9664	

Raiz quadrada de decimal

$\sqrt{7,53.63.40}$	2,745
4	$47 \times 7 = 329$
35.3	$544 \times 4 = 2176$
329	$5485 \times 5 = 27425$
-2463	
2176	
-28740	
27425	
1315	

Outro exemplo:

$\sqrt{0,74.35.86}$	0,862
64	$166 \times 6 = 996$
103.5	$1722 \times 2 = 3444$
996	
3986	
3444	
542	

Potenciação

Potenciação

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

a^m

Na potenciação distinguem-se a base e o expoente.

Potência de 10, 100, 1000

$10^5 = 100000$

$100^4 = 100000000$

$1000^3 = 1000000000$

$2500^3 = 15625000000$

$$\begin{array}{r} 25\times \\ 25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline 625 \\ 25 \\ \hline 3125 \\ 1250 \\ \hline 15625 \end{array}$$

Potência de uma fração ordinária

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{32}{243}$$

$1^5 = 1$

$2^5 = 32$

$\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$ → menor que a base

$\sqrt{1} = 1$

$\sqrt{4} = 2$

$\sqrt{0,25} = 0,5 \rightarrow$ maior que o radicando

Potenciação de frações compostas

$$\left(\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}}\right)^3 = \left(\frac{8}{9}\right)^3 = \frac{8 \times 8 \times 8}{9 \times 9 \times 9} = \frac{512}{729}.$$

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$$

Potência de uma fração decimal

$0,05^4 = 0,00000625$

$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$

$0,12^3 = 0,001728 \quad 12 \times 12 \times 12 = 1728$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 12 \\ \hline 288 \\ 144 \\ \hline 1728 \end{array}$$

Produto de potência da mesma base

$2^4 \times 2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^9$

$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$2^4 \times 2^5 = 2^{4+5} = 2^9$

Cociente de potência da mesma base.

$2^7 : 2^4 = 2^3$

Outro exemplo: $7^{12} : 7^9 = 7^3$

Produto de potências semelhantes

Potências semelhantes são aquelas que têm os mesmos expoentes

Ex.: $2^4 \times 3^4 \times 5^4 = (2 \times 3 \times 5)^4 = 30^4$

$3^4 \times 4^4 \times 5^4 = (3 \times 4 \times 5)^4 = 60^4$

Cociente de potências semelhantes

$20^3 : 5^3 = (20 : 5)^3 = 4^3$

Quadrado da soma de dois números

$(8+5)^2 = 13^2 = 169$

Radiciação

Simplificação de radicais

$$\sqrt{360} = \sqrt{2^2 \times 2 \times 3^2 \times 5} =$$

$$= 2 \times 3 \sqrt{2 \times 5} = 6\sqrt{10}$$

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Outro exemplo:

$$\sqrt[3]{1728} = \sqrt[3]{2^6 \times 3^3} = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\begin{array}{r|l} 1728 & 2 \\ 864 & 2 \\ 432 & 2 \\ 216 & 2 \\ 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Outro exemplo:

$$\sqrt{2160} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 3 \times 5} =$$

$$= 2^2 \times 3 \sqrt{3 \times 5} = 12\sqrt{15}$$

$$\begin{array}{r|l} 2160 & 2 \\ 1080 & 2 \\ 540 & 2 \\ 270 & 2 \\ 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Reduçaõ de radicais ao mesmo índice

$$\sqrt{3}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[6]{17}$$

$$\begin{array}{c|l} 2, 3, 6 & 2 \\ 1, 3, 3 & 3 \\ 1, 1, 1 & \end{array}$$

$$\sqrt[6]{3^3}, \sqrt[6]{5^2}, \sqrt[6]{17}$$

$$\sqrt[6]{27}, \sqrt[6]{25}, \sqrt[6]{17}$$

Outro exemplo:

$\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$ $\sqrt[4]{5}$

2, 3, 4	2
1, 3, 2	2
1, 3, 1	3
1, 1, 1	

$\sqrt[12]{2^6}$, $\sqrt[12]{4^4}$, $\sqrt[12]{5^3}$

$\sqrt[12]{64}$, $\sqrt[12]{256}$ $\sqrt[12]{125}$

Comparação de radicais

$\sqrt{25}$, $\sqrt[3]{27}$. Raiz quadrada de 25 >
raiz cúbica de 27.

$\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{9}$, $\sqrt[6]{98}$

$\sqrt[6]{5^3}$, $\sqrt[6]{9^2}$, $\sqrt[6]{98}$

$\sqrt[6]{125}$ $\sqrt[6]{81}$ $\sqrt[6]{98}$

$\sqrt[3]{9} < \sqrt[6]{98} < \sqrt{5}$ órdem crescente

$\sqrt{5} > \sqrt[6]{98} > \sqrt[3]{9}$ órdem decrescente

Adição de radicais

Só podemos somar radicais semelhantes, ou seja de índices e radicandos iguais.
Regra: Somam-se os coeficientes e conserva-se o radical comum.

$$5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$$

$$\sqrt[3]{5} + 2\sqrt[3]{5} + 9\sqrt[3]{5} = 12\sqrt[3]{5}$$

$$\sqrt{6250} + \sqrt{2650} + \sqrt{810}$$

810	2
405	3
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

6250	2
3125	5
625	5
125	5
25	5
5	5
1	

$$\sqrt{6250} = \sqrt{2\times5^4\times5} = 5^2\sqrt{2\times5}$$
$$25\sqrt{10}$$

$$\sqrt{2650} = \sqrt{2^8\times2\times5} = 2^4\sqrt{2\times5}$$
$$16\sqrt{10}.$$

2560	2
1280	2
640	2
320	2
160	2
80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$$\sqrt{810} = \sqrt{2\times3^4\times5} = 3^2\sqrt{2\times5}$$
$$9\sqrt{10}$$

Subtração de radicais

$5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$9\sqrt{5} - \sqrt{5} = 8\sqrt{5}$

$6\sqrt{7} - 6\sqrt{7} = 0$

$6\sqrt{7} - 5\sqrt{7} = \sqrt{7}$

$\sqrt{1350} - \sqrt{864} =$

$\sqrt{1350} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 3 \times 5^2} =$

$= 3 \times 5\sqrt{2 \times 3} = 15\sqrt{6}$

1350	2
675	3
225	3
75	3
25	5
5	5
1	

$\sqrt{864} = \sqrt{2^4 \times 2 \times 3^2 \times 3} =$

$= 2^2 \times 3\sqrt{2 \times 3} = 12\sqrt{6}$

864	2
432	2
216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$15\sqrt{6} - 12\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$

Adição e subtração de radicais

$$\sqrt{3750} - \sqrt{1536} + \sqrt{864} - \sqrt{726}$$

$$\sqrt{3750} = \sqrt{2 \times 3 \times 5^4} = 5^2\sqrt{2 \times 3} = 25\sqrt{6}$$

$$\sqrt{1536} = \sqrt{2^8 \times 2 \times 3} = 2^4\sqrt{2 \times 3} = 16\sqrt{6}$$

$$\sqrt{864} = \sqrt{2^4 \times 2 \times 3^2 \times 3} = 2^2 \times 3\sqrt{2 \times 3} = 12\sqrt{6}$$

$$\sqrt{726} = \sqrt{2 \times 3 \times 11^2} = 11\sqrt{2 \times 3} = 11\sqrt{6}$$

$$25\sqrt{6} - 16\sqrt{6} + 12\sqrt{6} - 11\sqrt{6} =$$

$$37\sqrt{6} - 27\sqrt{6} = 10\sqrt{6}$$

3750	2
1875	3
625	5
125	5
25	5
5	5
1	

1536	2
768	2
384	2
192	2
96	2
48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

864	2
432	2
216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

726	2
363	3
121	11
11	11
1	

Multiplicação de radicais

Multiplicação de radicais do mesmo índice.

Regra: Multiplicam-se os radicandos e conserva-se o índice comum.

$$\sqrt{6} \times \sqrt{8} \times \sqrt{12} = \sqrt{6 \times 8 \times 12} =$$

$$\sqrt{576} = \sqrt{2^6 \times 3^2} = 2^3 \times 3 = 24$$

$$\begin{array}{r|l} 576 & 2 \\ 288 & 2 \\ 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Multiplicação de radicais de índices diferentes

$$\sqrt{8} \times \sqrt[3]{6} \times \sqrt[6]{36} =$$

$$= \sqrt[6]{8^3}\ \sqrt[6]{6^2}\ \sqrt[6]{36} =$$

$$= \sqrt[6]{512}\ \sqrt[6]{36}\ \sqrt[6]{36} =$$

$$= \sqrt[6]{512 \times 36 \times 36} =$$

$$= \sqrt[6]{663552} =$$

$$= \sqrt[6]{2^{12} \times 2 \times 3^4} = 2^2 \sqrt[6]{2 \times 3^4} =$$

$$= 4 \sqrt[6]{162}$$

$$\begin{array}{r} 512 \\ \times 36 \\ \hline 3072 \\ 1536 \\ \hline 18432 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 18432 \\ \times 36 \\ \hline 110592 \\ 55296 \\ \hline 663552 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 663552 & 2 \\ 331776 & 2 \\ 165888 & 2 \\ 82944 & 2 \\ 41472 & 2 \\ 20736 & 2 \\ 10368 & 2 \\ 5184 & 2 \\ 2592 & 2 \\ 1296 & 2 \\ 648 & 2 \\ 324 & 2 \\ 162 & 2 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \end{array}$$

29

Outro exemplo:

$$\sqrt{6}\times\sqrt[3]{9}\times\sqrt[6]{48} =$$

$$= \sqrt[6]{6^3}\times\sqrt[6]{9^2}\times\sqrt[6]{48} =$$

$$= \sqrt[6]{216}\times\sqrt[6]{81}\times\sqrt[6]{48}$$

$$= \sqrt[6]{216\times 81\times 48} = \sqrt[6]{839808} =$$

$$= \sqrt[6]{2^6\times 2\times 3^6\times 3^2} =$$

$$= 2\times 3\sqrt[6]{2\times 3^2} = 6\sqrt[6]{18}$$

839808	2
419904	2
209952	2
104976	2
52488	2
26244	2
13122	2
6561	3
2187	3
729	3
243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$$\begin{array}{r} 216 \\ \times\ 81 \\ \hline 216 \\ 1728\ \ \\ \hline 17496 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 17496 \\ \times\ 48 \\ \hline 139968 \\ 69984\ \ \\ \hline 839808 \end{array}$$

Divisão de radicais

$\sqrt{288} \div \sqrt{12} = \sqrt{288 \div 12} = \sqrt{24} = \sqrt{2^2 \times 2 \times 3}$

$= 2\sqrt{2 \times 3} = 2\sqrt{6}$

288	12	24	2
48	24	12	2
0		6	2
		3	3
		1	

Radicais de índice diferentes

$\sqrt{72} : \sqrt[3]{12} = \sqrt[6]{72^3} : \sqrt[6]{12^2} = \sqrt[6]{373248} :$

$: \sqrt[6]{144} = \sqrt[6]{373248 : 144} = \sqrt[6]{2592} =$

$= \sqrt{\quad}$

errado

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times\ 72 \\ \hline 144 \\ 504 \\ \hline 5184 \\ \times\ 72 \\ \hline 10368 \\ 36288 \\ \hline 373248 \end{array}$$

2592	2
1296	2
648	2
324	2
162	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

Exercício

$$\sqrt{324} : \sqrt[3]{18} = \sqrt[6]{324^3} : \sqrt[6]{18^2} = \sqrt[6]{34012224} :$$

$$: \sqrt[6]{324} = \sqrt[6]{34012224 : 324} = \sqrt[6]{104976} =$$

$$= \sqrt[6]{2^4 \times 3^6 \times 3^2} = 3\sqrt[6]{2^4 \times 3^2} = 3\sqrt[6]{144}$$

104976	2
52442	2
26244	2
13122	2
6561	3
2187	3
729	3
243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

Potenciação de radicais

$$(\sqrt{5})^7 = \sqrt{5^7} = \sqrt{5^6 \times 5} = 5^3\sqrt{5} = 125\sqrt{5}$$

$$(\sqrt[3]{2})^8 = \sqrt[3]{2^8} = \sqrt[3]{2^6 \times 2^2} = 2^2\sqrt[3]{2^2} = 4\sqrt[3]{4}$$

Radiciação de radicais

$$\sqrt{\sqrt[3]{512}} = \sqrt[6]{512} =$$

$$= \sqrt[6]{2^6 \times 2^3} = 2\sqrt[6]{8}$$

512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt[3]{8192}}} = \sqrt[12]{8192} =$$

$$= \sqrt[12]{2^{12} \times 2} = 2\sqrt[12]{2}$$

8192	2
4096	2
2048	2
1024	2
512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

Razão

Razão é

A razão pode ser aritmética e geométricas.

A razão aritmética pode ser representada de 2 modos.

8 . 2 ou 8 – 2 6 (razão)

Somando-se ao antecedente um nº qualquer a razão cresce. Tomemos o exemplo:

8 . 2 6 (razão)
13 . 2 11 "

Somando-se ao consequente um número qualquer a razão fica diminuída.

8 . 2 6 (razão)
8 . 5 3 "

A razão geométrica também é denominada de cociente. Como a aritmética pode ser representada de dois modos:

12 : 3 $\frac{12}{3}$ 4 (razão)

Multiplicando-se ao antecedente um número qualquer a razão aumenta.

Ex.:

12 : 3 4 (razão)
60 : 3 20 "

Multiplicando-se ao consequente um (mesmo) número qualquer a razão fica diminuida.

12 : 3 4 (razão)
12 : 6 2 "

Uma razão geométrica não se altera, quando se multiplica ou divide ambos os termos por um mesmo número. Ex.:

12 : 3 4 (razão)
(x 6) 72 : 18 4 "

Exercício

Determinar a razão entre

8 ms 20 ds
1ª 2 ms 10 ds

$8 \times 30 + 20 = 260^{ds}$
$1 \times 12 + 2 = 14^{ms.}$
$14 \times 30 + 10 = 430.$

$\frac{26\cancel{0}}{43\cancel{0}}$ $\frac{26}{43}$

Determinar a razão entre
20^{ds} 10^{hs}
1^{m} 20^{ds}

$$20 \times 24 + 10 = 490^{hs}$$
$$1 \times 30 + 20 = 50^{ds}$$
$$50 \times 24 = 1200^{hs}$$

$$\frac{49\cancel{0}}{120\cancel{0}} \quad \frac{49}{120}$$

Proporção

Proporção é a igualdade entre duas razões.
Proporção aritmética, também denominada equidiferença e proporção geométrica, equicociente.

As proporções podem ser representadas de 2 modos:

$a : b :: c : d$ ou $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

inversão · troca dos extremos · troca dos meios

$$\frac{8}{4} = \frac{6}{3} \qquad \frac{4}{8} = \frac{3}{6} \qquad \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \qquad \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

Propriedade fundamental:

Em tôda proporção o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Seja $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, multiplicando-se as duas razões da proporção pelo produto bd resulta $\frac{ad}{bd} = \frac{bc}{bd}$ $\frac{ad}{bd} \times bd = \frac{bc}{bd} \times bd = ad = bc$.

Resolver a proporção $\frac{5}{20} = \frac{8}{x}$

$5x = 20 \times 8$

$x = \frac{\cancel{20}^{4} \times 8}{\cancel{5}_{1}} = 32$

Quarta proporcional

Chama-se quarta proporcional a um número que forma uma proporção com 3 números dados.

4, 6 e 8

$\frac{4}{6} = \frac{8}{x} \quad x = \frac{6 \times \cancel{8}^{2}}{\cancel{4}_{1}} = 12$

Determinar a 4ª proporcional aos números $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{9}$

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{4}{9}}{x} \quad x = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{4}{9}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{12}{36}}{\frac{2}{3}} = \frac{12}{36} \times \frac{3}{2} =$$

$$\frac{\cancel{36}^{1}}{\cancel{72}_{2}} = \frac{1}{2}$$

Média proporcional

Chama-se média proporcional a um termo que se repete nos meios ou nos extremos de uma proporção.

Determinar a média proporcional de 5 e 125.

$$\frac{5}{x} = \frac{x}{125} \qquad x^2 = 5 \times 125$$

$$x = \sqrt{5 \times 125} = \sqrt{625} = 25$$

$\sqrt{6.25}$ | 25
4 | $45 \times 5 =$
225 | $= 225$
225
0

Determinar a média proporcional de 18 e 72.

$$\frac{18}{x} = \frac{x}{72}$$

$$x = \sqrt{18 \times 72} = \sqrt{1.296} = 36$$

$\sqrt{12.96}$ | 36
9 | $66 \times 6 =$
396 | $= 396$
396
0

3ª proporcional

Chama-se 3ª proporcional a um número que forma uma proporção com 2 números dados na qual a proporção é um dos números dados que se repete.

Determinar a 3ª proporcional aos números 18 e 36

$$\frac{18}{36} = \frac{36}{x} \qquad x = \frac{36 \times \cancel{36}^{\,2}}{\cancel{18}_{\,1}} = 72$$

Determinar a 3ª proporcional aos números: $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{3}{4}}{x} \quad x = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} \therefore \frac{\frac{9}{16}}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{16} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{32}$$

1ª Propriedade das proporções:

Em tôda proporção a soma dos dois primeiros termos está para o primeiro ou para o segundo assim como a soma dos dois últimos está para o terceiro ou para o quarto.

Tomemos a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, adicionando-se a unidade a ambos os membros dessa igualdade temos: $\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1 \therefore$

$$\therefore \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}.$$

Invertendo-se as duas razões temos

$\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$, adicionando-se a unidade a ambos os membros dessa igualdade temos $\frac{b}{a} + 1 = \frac{d}{c} + 1 \therefore \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$

Determinar dois números na razão $\frac{4}{5}$ cuja soma é 108.

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{5} \quad \frac{x+y}{x} = \frac{4+5}{4} \quad \frac{108}{x} = \frac{9}{4}$$

$$x = \frac{108 \times 4}{9} = \frac{432}{9} = 48$$

$$y = 108 - 48 = 60$$

Dividir 132,00 por 2 pessoas na razão $\frac{5}{6}$.

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{6} \quad \frac{x+y}{x} = \frac{5+6}{5} \therefore \frac{132{,}00}{x} = \frac{11}{5}$$

$$x = \frac{132{,}00 \times 5}{11} = 60{,}00$$

$$y = 132{,}00 - 60{,}00 = 72{,}00$$

2ª Propriedade das proporções:

Em tôda proporção a diferença entre os dois primeiros têrmos está para o 1º ou para o 2º assim como a diferença entre os dois últimos está para o 3º ou para o 4º.

Tomemos a proporção $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ subtraindo-se a unidade a ambos os membros dessa igualdade resulta:

$$\frac{a}{b}-1=\frac{c}{d}-1 \therefore \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$$

$$\frac{a}{b}-1=\frac{a}{b}-\frac{b}{1}=\frac{a}{b}-\frac{b}{b}$$

$$\frac{c}{d}-1=\frac{c}{d}-\frac{1}{1}=\frac{c}{d}-\frac{d}{d}$$

Invertendo-se as duas razões temos $\left(\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\right)$ $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$, subtraindo-se da unidade ambos os membros da igualdade temos: $1-\frac{b}{a}=1-\frac{d}{c} \therefore \frac{a-b}{a}=\frac{c-d}{c}$.

Determinar 2 números na razão $\frac{9}{4}$ cuja diferença é 45.

$\frac{x}{y} = \frac{9}{4}$ $\quad \frac{x-y}{x} = \frac{9-4}{9}$ $\quad \frac{45}{x} = \frac{5}{9}$

$x = \frac{45 \times 9}{5} = 81 \quad y = 81 - 45 = 36$

3°) Propriedade das proporções prolongadas.

Proporções prolongadas são aquelas que têm mais de 2 razões.

Ex: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$

Em tôda proporção a soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes assim como qualquer antecedente está para o seu consequente.

$\frac{a}{b} = q \quad \therefore \quad a = bq$