

Prova

$$1) \frac{20 \ 5}{63 \ 7} : \frac{20 \ 45}{63 \ 63} = \frac{20 \ 4}{45 \ 9}$$

$$2) \frac{20 \ 4}{63 \ 9} : \frac{20 \ 28}{63 \ 63} = \frac{20 \ 5}{28 \ 7}$$

288. Para tirar-se a prova da divisão, multiplica-se o divisor pelo quociente, e o producto deve ser igual ao dividendo.

Exemplo 1) $\frac{5}{6} : 7 = \frac{5}{6} : \frac{42}{42} = \frac{5}{42}$

Prova $\left\{ \begin{array}{l} 7 \times \frac{5}{42} = \frac{35}{42} \\ \frac{35}{42} = \frac{5}{6} \end{array} \right.$

Exemplo 2) $7 : \frac{2}{3} = \frac{21}{3} : \frac{2}{3} = \frac{21}{2} = 10 \frac{1}{2}$

Prova $\left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} \times 10 \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{21}{2} = \frac{42}{6} \\ \frac{42}{6} = 7 \end{array} \right.$

Exemplo 3) $\frac{5}{6} : \frac{4}{7} = \frac{35}{42} : \frac{24}{42} = \frac{35}{24} = 1 \frac{11}{24}$

Prova $\left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{7} \times 1 \frac{11}{24} = \frac{4}{7} \times \frac{35}{24} = \frac{140}{168} \\ \frac{140}{168} = \frac{5}{6} \end{array} \right.$

Exercícios sobre a addição, subtracção, multiplicação e divisão de fracções ordinarias

1. $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ R. $10 \frac{55}{112}$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$

2. $\left(5 - 1 \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + 1 \right) \times \frac{1}{5} - \left[2 + 2 \frac{1}{3} \div 7 \times \frac{2}{9} \div 3 - \left(2 + \frac{1}{9} \right) \right] \cdot R. \frac{7}{81}$

3. $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) \times \frac{1}{3} - \left[\left(5 + \frac{1}{8} - 3 \frac{7}{8} \right) \times \frac{2}{5} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) \div 1 \frac{1}{2} \right] \cdot R. 0.$

4. $\frac{3 \frac{1}{7}}{7} \times \frac{5 \frac{1}{7} - \frac{1}{4}}{7 \frac{3}{4}} \cdot R. \frac{176}{567}$

5. $\left(\frac{2 \frac{1}{4} - \frac{2}{3} \times 1 \frac{5}{6} - \frac{1}{6}}{\frac{1}{5} \times 3 \frac{1}{3} + \frac{13}{36} - \frac{1}{2}} \right) \times 10 \div \frac{1}{1 \frac{1}{2}} \cdot R. 9.$

6. $\left(\frac{1}{4} + \frac{5}{8} \right) \times \frac{4 \frac{2}{3}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{9}} \cdot R. \frac{2}{115}$

7. $\frac{1 \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} - 1 \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}} \div \frac{2}{17} \cdot R. 1.$

8. $\frac{5 - 2 \frac{4}{5} \times 1 \frac{2}{3} - \frac{1}{5}}{7 \frac{3}{9} \times 1 \frac{3}{5} - \frac{41}{45} - \frac{4}{5} + 1 \frac{2}{5}} \cdot R. 0.$

$$9. \quad \frac{\frac{2}{7} \times \frac{4}{5} - \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{2} \right) \div \frac{3}{7}}{\frac{4}{7} \div 3} \quad \text{R. 207.}$$

$$10. \quad \frac{\left(2 + \frac{5}{7} \right) \times \left(3 - \frac{4}{9} \right) \frac{23}{11}}{\left(10 - \frac{3}{4} \right) \times \left(7 + \frac{11}{12} \right) \frac{13}{33}} \div \frac{208}{11655} \quad \text{R.}$$

§ XII — Conversão das fracções decimaes em fracções ordinarias e vice-versa

289. Para passar-se uma fracção decimal para a fórma de fracção ordinaria, toma-se para numerador o decimal sem a virgula, e para denominador a unidade seguida de tantos zeros, quantas forem as casas de dizima. V. g.

$$0,52 = \frac{52}{100}; \quad 0,047 = \frac{47}{1000}; \quad 2,36 = \frac{236}{100}$$

290. Para converter-se uma fracção ordinaria em fracção decimal, ha dois processos:

O primeiro funda-se na regra n.º 269.

Quer-se, por exemplo, reduzir a fracção $\frac{3}{4}$ a centesimos. Tem-se que:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 100}{4 \times 100} = \frac{300}{400} = \frac{75}{100} = 0,75.$$

O segundo processo effectua-se pela seguinte REGRA. — Divide-se o numerador pelo denominador, e obtém-se assim a parte inteira do quociente, depois da qual escreve-se uma virgula. A' direita do resto escreve-se um zero; e, effectuando-se a divisão pelo mesmo divisor,

obtem-se no quociente os decimos. E assim continúa-se, ajuntando-se um zero a cada resto, até a divisão exgottar-se, ou até chegar-se á casa de dizima que se quizer.

Si o numero dado for fraccionario propriamente dito, escreve-se um zero com uma virgula no quociente. colloca-se um zero á direita do numerador, e procede-se depois como acima.

Exemplo 1) Converter $\frac{13}{4}$ em fracção decimal

$$13 : 4 = 3,25$$

$$\text{Assim, } \frac{13}{4} = 3,25.$$

Exemplo 2) Converter $\frac{3}{4}$ em fracção decimal

$$3 : 4 = 0,75$$

$$\text{Assim, } \frac{3}{4} = 0,75.$$

Exemplo 3) Converter $\frac{2}{3}$ em fracção decimal

$$2 : 3 = 0,666\dots$$

291. Pelos exemplos precedentes vê-se que na conversão das fracções ordinarias em fracções decimaes, a divisão umas vezes exgotta-se; outras, não. No primeiro caso, tem-se um numero decimal fraccionario exacto; no segundo, tem-se a *dizima* chamada *periodica*.

§ XIII — Fracções decimaes periodicas

292. Fracções decimaes periodicas são aquellas cujos algarismos de dizima se reproduzem indefinidamente e sempre na mesma ordem. V. g. 0,666 etc.; 0,45 45 45 etc.

293. O menor numero de algarismos de dizima, que se reproduzem indefinidamente e na mesma ordem, chama-se periodo.

294. A fracção decimal periodica ou é simples ou composta.

295. Quando o periodo começa logo depois da virgula, a fracção decimal chama-se periodica simples. V. g. 0,666 etc....; 0,45 45 45....

296. Quando depois da virgula não começa o periodo, a fracção decimal chama-se periodica composta ou mista. V. g. 1,16666 etc....

a) Conversão das fracções decimaes periodicas em fracções ordinarias

297. Para converter-se uma fracção decimal periodica simples ou composta, acompanhada ou não de inteiros, em fracção ordinaria, toma-se para numerador a parte não periodica seguida de um periodo, menos os algarismos não periodicos; e para denominador tantos 9, quantos são os algarismos de cada periodo, seguidos de tantos zeros, quantos forem os algarismos de dizima não periodicos. *)

*) Chama-se limite uma quantidade fixa ou constante, da qual se aproxima indefinidamente, sem contudo igualal-a, uma quantidade variavel. Quantidade variavel é aquella que pôde passar por diferentes estados de grandeza. A fracção ordinaria é, pois, o limite da fracção decimal periodica, e esta é a quantidade variavel. Assim, a fracção ordinaria $\frac{2}{3}$ sendo limite da fracção decimal periodica 0,666 etc., esta não poderá ser igual áquella, segundo a definição de limite.

Por isso, não é rigoroso dizer-se que a fracção decimal periodica é igual á fracção ordinaria que tem para numerador um dos periodos, e para denominador tantos 9, quantos são os algarismos de cada periodo.

$$\text{Exemplo 1) } 0,6\overline{66} \dots = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Exemplo 2) } 3,6\overline{66} \dots = \frac{36 - 3}{9} = \frac{33}{9} = \frac{11}{3}$$

$$\text{Exemplo 3) } 2,1\overline{366} \dots = \frac{2136 - 213}{900} = \frac{1923}{900} = \frac{641}{300}$$

b) Meios de se reconhecer si uma fracção ordinaria irreductivel, convertida em decimal, dá uma dizima do numero, limitado ou illimitado de algarismos

298. E' sempre possivel reconhecer-se antecipadamente, si uma fracção ordinaria dá lugar, na sua conversão para fracção decimal, a uma fracção decimal de numero limitado ou illimitado de algarismos.

Theoremas *)

1.º Toda fracção irreductivel, cujo denominador se compõe unicamente dos factores 2 ou 5, ou de ambos conjuntamente, na sua conversão para decimal, dá lugar a uma dizima, cujo numero de algarismos é limitado e igual ao maior dos expoentes dos factores que entrarem no denominador. V. g.

$$\frac{1}{2} = 0,5; \quad \frac{3}{4} = \frac{3}{2 \times 2} = 0,75.$$

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2 \times 2 \times 2 \times 5} = 0,075.$$

$$\frac{7}{50} = \frac{7}{2 \times 5 \times 5} = 0,14.$$

*) Theorema é uma verdade que se torna evidente por meio de demonstração.

2.º Toda fracção irreductivel, cujo denominador não contém nem o factor 2, nem o factor 5, em sua conversão para decimal, dá lugar a uma dizima periodica simples. V. g.

$$\frac{2}{3} = 0,666\dots;$$

$$\frac{7}{11} = 0,636363\dots$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5}{3 \times 2} = 0,555\dots$$

3.º Toda fracção irreductivel, cujo denominador encerra factores primos diferentes de 2 e 5, e juntamente um destes factores ou ambos, em sua conversão para fracção decimal, dá lugar a uma dizima periodica composta; e o numero dos algarismos de dizima não periodicos é igual ao maior dos expoentes dos factores 2 ou 5. V. g.

$$\frac{5}{6} = \frac{5}{2 \times 3} = 0,833\dots$$

$$\frac{2}{15} = \frac{2}{3 \times 5} = 0,13333\dots$$

$$\frac{11}{24} = \frac{11}{2 \times 2 \times 2 \times 3} = 0,458333\dots$$

Exercicios

Converter as seguintes fracções decimais em fracções ordinarias:

- 0,25 0,44 0,65 0,125 0,375 0,625 4,6 10,12.
- 0,444... 0,666... 0,6363... 0,7272... 0,135135...
- 0,814814... 1,22... 5,8181... 0,31818... 0,86464... 2,031818...
- 0,455... 0,2666... 0,31818... 0,86464... 2,031818...

Converter as seguintes fracções ordinarias em fracções decimales:

- $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{11}{25}$ $\frac{19}{125}$
- $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{11}{12}$ $\frac{17}{18}$ $\frac{7}{15}$ $\frac{19}{75}$

Exercicios sobre fracções ordinarias combinadas com fracções decimales

$$1. \left(0,7 + \frac{3}{5} - 0,333\dots \right) \times \frac{5}{8} : \frac{1}{6} = 3,625.$$

$$2. \left(\frac{0,12387387\dots}{0,1486486\dots} + \frac{11}{30} \right) : 4,166\dots = \frac{56}{125}$$

$$3. \frac{5}{8} : 0,75 + \frac{2}{3} - 0,5 + \frac{2}{5} \times 0,8333\dots = 1\frac{1}{3}$$

$$4. 0,777\dots : \frac{14}{27} + 0,625 - \frac{1}{4} \times 0,5 + 1\frac{2}{5} = 3,4.$$

$$5. 1\frac{1}{3} - 0,666\dots : \frac{5}{6} + 0,222\dots \times 17,6 = 4\frac{4}{9}$$

$$6. \left(0,75 + \frac{3}{2} - 0,5 \right) \div \frac{11}{60} - \left(0,5 + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} \right) \times 0,36 = 4,85.$$

$$7. \left(\frac{1}{2} + 0,75 \right) \times \frac{3}{5} + 0,875 : \frac{7}{9} \times 0,444\dots = 1,25.$$

$$8. \left(\frac{3}{4} + 0,5 \right) \times \left(0,75 - \frac{1}{2} \right) - \left(0,5625 - \frac{1}{4} \right) = 0.$$

$$9. \left(5 - 1,5 \times \frac{3}{2} + 1 \right) \times 0,2 - \left[3 + 2,333\dots : 7 \times \frac{2}{9} : 3 - \left(2 + \frac{1}{9} \right) \right] = \frac{7}{81}$$

$$10. \left(0,25 + \frac{1}{2} \right) \times \frac{1}{3} + \left(5 + 0,125 - \frac{3}{8} \right) \times 0,4 - \left(0,5 + \frac{1}{4} \right) : \frac{1}{2} = 0.$$

§ XIV — Vantagens das fracções decimaes sobre as fracções ordinarias

299. As fracções ordinarias são partes da unidade menores do que ella em uma razão qualquer, e as fracções decimaes são partes da unidade menores do que ella na razão décupla.

As fracções decimaes não são outra coisa mais do que fracções ordinarias, cujos denominadores são potencias de 10.

Ellas, porém, apesar de terem sua leitura como as fracções ordinarias, representam-se como numeros inteiros; nisto levam vantagem sobre as fracções ordinarias: 1.º porque a sua numeração obedece ás mesmas leis da numeração dos numeros inteiros; 2.º porque os processos de suas operações são os mesmos que os destes numeros

Destas vantagens não gozam as fracções ordinarias, cuja theoria e calculo são todos especiaes.

Além do que fica dito, pôde-se acrescentar que uma das mais importantes vantagens das fracções decimaes é serem ellas a base do *systema metrico francez de pesos e medidas*.

Problemas sobre as quatro operações de fracções ordinarias

1. Um trabalhador fez $\frac{5}{16}$ de uma tarefa; um outro $\frac{3}{8}$ da mesma e um terceiro $\frac{1}{4}$. Que porção da tarefa está feita? — R. $\frac{15}{16}$.

2. Os $\frac{4}{35}$ de um anno juntos aos $\frac{7}{15}$ e aos $\frac{3}{11}$ de um anno fardão um anno inteiro? — R. $\frac{986}{1155}$.

3. Dois trabalhadores trabalham em uma obra; o primeiro, trabalhando sózinho fa-la-ia em 8 dias, o segundo em 11. Que porção de obra fardão os dois em um dia, trabalhando juntos? — R. $\frac{19}{88}$.

4. Uma bomba pôde exgottar a agua de um poço em 15 dias; uma segunda exgotta-la-ia em 12. Que porção do poço esvasiardo as duas bombas juntas em um dia? — R. $\frac{3}{20}$.

5. Um operario poderia terminar um trabalho em 8 dias; um segundo, trabalhando só, fa-lo-ia em 9 dias e um terceiro, tambem sózinho, acaba-lo-ia em 10 dias. Que porção de obra ficará prompta em um dia, si os tres trabalhadores juntos? — R. $\frac{121}{360}$.

6. Uma fonte, correndo sózinha poderia encher um reservatorio em 7 horas; uma segunda enchel-o-ia em 9 horas, uma terceira em 11, uma quarta em 12 e uma quinta em 15. Que porção do reservatorio ficará cheia em uma hora, si as cinco fontes correrem simultaneamente? — R. $\frac{6859}{13860}$.

7. Um relógio adiantou-se 2 minutos e $\frac{5}{7}$ no primeiro dia, 2 minutos $\frac{8}{9}$ no segundo, 2 minutos $\frac{3}{11}$ no terceiro. Quanto adiantou-se elle nos tres dias? — R. 7 minutos $\frac{607}{693}$.

8. Duas fontes fornecem agua a uma bacia; a primeira dá 4 litros $\frac{1}{7}$ e a segunda $5\frac{1}{2}$ por minuto. Quantos litros daqua recebe por minuto esta bacia, correndo as duas fontes ao mesmo tempo? — R. 9 litros $\frac{10}{21}$.

9. De uma peça de seda venderam-se dois pedaços tendo um 18 mtr. $\frac{1}{3}$ e o outro 5 mtr. $\frac{1}{6}$ mais e ainda restam 37 mtr. $\frac{1}{2}$. Qual era o comprimento da peça? — R. 79 metros $\frac{1}{2}$.

10. Dois operarios fizeram: um os $\frac{5}{17}$ e o outro os $\frac{8}{17}$ de um mesmo trabalho. Que porção de obra o segundo fez mais do que o primeiro? — R. $\frac{3}{17}$.

11. Dividir $\frac{5}{6}$ em duas partes, uma das quaes é $\frac{3}{8}$. — R. $\frac{11}{24}$.

12. Qual é o numero que somado com $\frac{25}{96}$ dá $\frac{11}{12}$? — R. $\frac{21}{22}$.

13. Uma fonte pôde encher uma bacia em 14 horas. Correndo durante uma hora, que porção da bacia faltará para esta ficar cheia? — R. $\frac{13}{14}$.

14. Um obreiro só fez 7 horas $\frac{3}{4}$ de trabalho em vez das 11 horas $\frac{1}{2}$ que formam o seu dia habitual. Quantas horas perdeu? — R. 3 horas $\frac{3}{4}$.

15. Um correio que deve andar 47 kilom. $\frac{1}{4}$ andou já 28 kilometros $\frac{3}{5}$; quanto lhe resta ainda para andar? — R. 18 kilom. $\frac{13}{20}$.

16. De uma peça de panno que tinha 12 mtr. $\frac{2}{3}$ cortaram-se 5 mtr. $\frac{3}{4}$; quanto resta de panno? — R. 6 metros $\frac{11}{12}$.

17. Dois frascos contêm: um 3 litros e o outro 2 litros $\frac{2}{5}$. Qual é a differença de suas capacidades? — R. $\frac{3}{5}$ de litro.

18. Tendo-se comprado uma porção de panno para uma sobrecasaca, uma calça e um collete, e sendo necessarios os $\frac{2}{3}$ para a sobrecasaca e $\frac{1}{4}$ para a calça, pergunta-se: quanto resta para o collete? — R. $\frac{1}{12}$.

19. Uma pessoa fez $\frac{1}{11}$ de certa obra, depois $\frac{1}{6}$ e depois $\frac{1}{20}$; quanto ainda lhe falta para acabar a obra? — R. $\frac{457}{660}$.

20. Duas torneiras podem encher uma bacia: a primeira em 3 horas, a segunda em 4; uma terceira pôde esvasial-a em 12 horas. Qual será o nivel da bacia no fim de uma hora, si as tres torneiras correrem juntas? — R. $\frac{1}{2}$.

21. O resto de uma subtracção é $14\frac{2}{9}$. Juntaram-se $9\frac{2}{3}$ ao minuendo e $7\frac{1}{6}$ ao subtrahendo. Qual será o novo resto? — R. $16\frac{31}{48}$.

22. Um caixão cheio pesa 89 kilogr. $\frac{2}{15}$. Os objectos empacotados pesam 32 kilogr. $\frac{2}{3}$ e a palha para o empacotamento $\frac{4}{5}$ do kilogr. Quanto pesa o caixão vazio? — R. 5 kilogrammos $\frac{2}{3}$.
23. Dois amigos compraram bilhetes de loteria e convencionaram em que, si ambos ganhassem, o que ganhasse mais daria aos pobres o excedente do seu premio sobre o do outro. Ganharam: o primeiro os $\frac{2}{7}$ do premio, o segundo os $\frac{4}{17}$. Qual será a parte dos pobres, e qual será o resto do premio? — R. $\frac{6}{119}$; $\frac{57}{119}$.
24. Paulo tinha 17 francos $\frac{2}{5}$ mais do que Pedro. Deram 19 francos a Paulo e 24 $\frac{1}{4}$ a Pedro. Quanto o primeiro tem agora mais do que o segundo? — R. 12 fr. $\frac{3}{20}$.
25. Um relógio adianta-se $\frac{3}{4}$ de minuto por hora; quanto se adiantará elle em $\frac{3}{4}$ hora? — R. $\frac{9}{16}$.
26. Quanto valem $\frac{3}{5}$ do metro de panno a 6\$000 o metro? — R. 3\$600.
27. Qual é o comprimento de um pedaço de panno que é igual aos $\frac{3}{8}$ de uma peça de 60 metros? — R. 22^m,50.
28. Um operario terminou os $\frac{4}{11}$ de um trabalho; um segundo só fez os $\frac{3}{4}$ da tarefa do primeiro e um terceiro os $\frac{11}{12}$ da tarefa do segundo. Que porção de obra fez o ultimo? — R. $\frac{1}{4}$.
29. Compraram 75 metros $\frac{5}{7}$ de fazenda a 2\$570 o metro; qual é o preço total? — R. 194\$585.
30. Copiando-se $\frac{5}{6}$ de uma página de manuscripto em 1 hora, pergunta-se: em 8 horas e $\frac{3}{4}$ quantas paginas se copiarão? — R. 7 paginas $\frac{7}{24}$.
31. Qual era ha 18 annos $\frac{1}{2}$ a idade de uma pessoa que tem agora 37 annos mais do que seu filho, cuja idade é 46 annos $\frac{1}{2}$ — R. 65 annos.
32. Um negociante trocou lã por algodão á razão de 13 kilogr. de lã por 27 de algodão. Quantos kilogrammos de lã deve dar para ter 452 kilogr. de algodão? — R. 217 kilogrammos $\frac{17}{27}$.
33. Numa escola ha 68 crianças; os $\frac{13}{17}$ desta escola formam a classe inferior, e $\frac{1}{4}$ das crianças desta classe ainda não sabe ler. Quantas crianças ha que não sabem ler? — R. 13.
34. Quanto valem juntos os $\frac{2}{7}$ e os $\frac{3}{5}$ de um pedaço de veludo cujo preço é de 23\$000? — R. 24\$800.
35. Uma lampada queimou em uma noite $\frac{1}{7}$ de kilogrammo de azeite, na noite seguinte $\frac{1}{9}$ de kilogrammo. Quanto se gastou nas duas noites, sendo 840 réis o preço do azeite? — R. 218 réis.
36. Achar um numero tal que tirando-se-lhe $\frac{1}{3}$ e dividindo-se o resto por $\frac{2}{3}$, obtem-se 70 para quociente. — R. 47.
37. Dois objectos pesam: um 4 kilogr. $\frac{1}{5}$ e o outro os $\frac{7}{8}$ do peso do primeiro. Qual é o peso total destes dois objectos? — R. 7 hectogr. $\frac{7}{8}$.
38. Comprei 3 metr. $\frac{2}{5}$ de panno a 15 francos o metro; 6 metros de seda a 40 francos os 12 metros e 15 metros de forro a 1 fr. $\frac{2}{5}$ o metro. Quanto devo pagar? — R. 92 francos.
39. Um numero compõe-se de quatro partes: as tres primeiras são 2 $\frac{1}{5}$, 5 $\frac{1}{4}$ e 3 $\frac{3}{8}$; a quarta é igual aos $\frac{5}{8}$ da somma das outras tres. Quanto vale a quarta e qual é a somma de todas? — R. 6 $\frac{49}{64}$; 17 $\frac{189}{320}$.

40. Um menino gastou os $\frac{2}{7}$, depois os $\frac{2}{11}$ de suas economias Quanto lhe resta? — R. $\frac{34}{77}$.
41. Um homem viajou pela Europa por espaço de 11 annos e só na Italia passou os $\frac{2}{3}$ deste tempo. Que tempo gastou elle em percorrer outros paizes? — R. 3 annos $\frac{2}{3}$.
42. Qual é a fracção que, augmentada de $\frac{1}{25}$ dá os $\frac{9}{14}$ de $\frac{4}{15}$? — R. $\frac{1}{15}$.
43. Uma pessoa deixa a seus dois filhos uma propriedade contendo 57 aros, 25; o mais velho deve ter os $\frac{3}{5}$; quanto terá o segundo? — R. 22 aros, 90.
44. Um individuo devia fazer os $\frac{3}{4}$ de certa obra; mandou fazer os $\frac{4}{5}$ do seu trabalho por um camarada. Quanto ainda lhe resta por fazer? — R. $\frac{3}{20}$.
45. Um tonel continha 210 litros de vinho; venderam-se $\frac{17}{20}$ Quantos litros ainda ha no tonel? — R. 31 litros $\frac{1}{2}$.
46. Um operario sózinho pôde acabar uma obra em 7 horas; um segundo faz por hora menos do que o precedente os $\frac{2}{15}$ da obra. Quanto receberia este ultimo por uma hora de trabalho, si a obra inteira custa 8\$400? — R. 80 réis.
47. Dois amigos compram cada um uma propriedade á razão de 180\$000 o hectaro. A do primeiro tem 8 hectar. $\frac{1}{2}$ e a do segundo 4 hectar. $\frac{3}{5}$ de superficie. Qual é a differença dos valores das duas propriedades? — R. 702\$000.
48. Uma pessoa comprou 45 metros de fazenda; $\frac{1}{3}$ a 800 rs. o metro e o resto a 400 rs.; pagou á vista os $\frac{3}{8}$ do preço total. Quanto ficou devendo? — R. 15\$000.
49. Uma fonte fornece 147 litr. $\frac{3}{5}$ d'agua por hora; uma segunda dá 138 litr. $\frac{1}{3}$ e uma terceira 140 litr. $\frac{1}{2}$ no mesmo tempo. Si as tres fontes corresseem juntas para uma bacia de 45 000 litros já cheia até aos $\frac{3}{8}$, que quantidade d'agua ainda terão de fornecer, depois de haverem corrido uma hora? — R. 27 698 litros $\frac{17}{30}$.
50. Paulo tem 45 bolas. Carlos tem os $\frac{2}{3}$, mais os $\frac{4}{5}$ do quadruplo da parte de Paulo, menos 227. Quantas bolas tem Carlos? — R. 37.
51. Vendeu-se $\frac{1}{8}$ de uma peça de seda, depois $\frac{2}{5}$ do resto, depois $\frac{6}{7}$ do novo resto. Calcular o comprimento primitivo da peça, sabendo que o retalho restante tem 6 metros. — R. 84 metros
52. Comprei 43 metros de panno; a metade a 5\$600 e a outra metade a 6\$000 o metro; dei por conta os $\frac{4}{5}$ do preço total. Quanto estou ainda devendo? — R. 49\$880.
53. Uma pessoa me devia 2:304\$000; deu-me successivamente $\frac{5}{9}$ desta quantia e depois $\frac{3}{5}$ do resto. Quanto me está devendo ainda? — R. 409\$600.
54. Um trabalhador fez os $\frac{5}{7}$ de uma obra e recebeu 33\$500. Qual é o preço da obra inteira? — R. 46\$900.
55. Pedro tem 84\$000 e esta quantia representa os $\frac{3}{4}$ do que possui Paulo. Quante tem este? — R. 112\$000.
56. Um cabello foi enrolado 675 vezes em torno de um arame de cobre que cobriu-se do mesmo cabello em um comprimento de 17 linhas; qual é a grossura do cabello? — R. $\frac{17}{875}$.

57. Um homem morou na Italia por espaço de 7 annos $\frac{1}{3}$, e este tempo é os $\frac{2}{3}$ do tempo durante o qual elle esteve ausente da sua patria. Quanto tempo durou a sua ausencia? — R. 11 annos.
58. Um parafuso penetra $\frac{3}{5}$ de millimetro por cada volta. Quantas voltas deve dar para penetrar 3 millim. $\frac{1}{4}$? — R. 5 volt. $\frac{5}{12}$.
59. Em 5 horas e $\frac{3}{4}$ uma roda faz 11 500 voltas; quantas voltas fará essa roda em 1 hora? — R. 2 000 voltas.
60. Qual é o numero que sendo multiplicado por $2\frac{3}{5}$ dá 52 para resultado? — R. 20.
61. Uma sociedade de homens e mulheres gastou certa somma cujos $\frac{2}{3}$ foram pagos pelos homens que deram 16\$000; qual foi a despeza total? — R. 25\$200.
62. Duas fontes alimentam um tanque; uma pôde enche-lo em $5\frac{1}{2}$ horas, e a outra em $2\frac{1}{4}$ horas. Que tempo será necessário para que as duas fontes correndo juntamente encham o tanque? — R. 1 hora $\frac{37}{62}$.
63. Si aos $\frac{2}{3}$ de um numero juntarmos os $\frac{2}{15}$ deste numero, obteremos 40; qual é este numero? — R. 50.
64. Depois de uma batalha um regimento ficou reduzido a 220 homens. Os $\frac{2}{7}$ foram mortos; $\frac{1}{3}$ ficou prisioneiro e $\frac{1}{4}$ foi para o hospital. De quantos homens se compunha o regimento? — R. 1 680 homens.
65. Organizaram-se quatro companhias de operarios de modo que a primeira faria uma obra em 45 dias, a segunda em 9 dias, a terceira em 27 dias e a quarta em 36 dias. Para concluir esta obra empregam-se ao mesmo tempo os $\frac{2}{5}$ dos homens da primeira companhia, $\frac{3}{4}$ dos da segunda, $\frac{1}{2}$ dos da terceira e $\frac{1}{3}$ dos da quarta. Quantos dias levarão elles para fazer a obra? — R. $8\frac{1}{3}$ dias.
66. Uma pessoa comprou $\frac{5}{6}$ de metro de panno por 28\$800; cedeu $\frac{3}{4}$ da compra por 24\$000. A como lhe saiu o metro do que restou? — R. 23\$040.
67. Dos $\frac{17}{12}$ de um numero tirando-se $\frac{2}{3}$ deste numero, obtem-se $\frac{9}{16}$; qual é este numero? — R. $\frac{3}{4}$.
68. Pedro fez os $\frac{2}{7}$ de certa obra e Luiz os $\frac{4}{9}$. Este recebeu 48\$000 mais do que Pedro. Qual foi o preço da obra inteira? — R. 302\$400.
69. O producto de dois numeros é 49; tem-se os $\frac{3}{4}$ do primeiro quando se tomam os $\frac{6}{7}$ deste producto; quaes são esses numeros? — R. 56; $\frac{7}{8}$.
70. Depois de ter-se multiplicado um numero por 3, dividido o resultado por $\frac{9}{10}$, depois multiplicando por 6, tomando-se os $\frac{2}{5}$ do resultado, acha-se 64; qual é este numero? — R. 8.
71. Quando se peneira farinha, ella perde perto de $\frac{3}{25}$ de seu peso; que porgão de farinha se deve penetrar para obter-se 17 kilogr. de farinha peneirada? — R. $19\frac{7}{22}$ kilogrammos.
72. A somma de duas fracções é $2\frac{9}{35}$, e uma tem $\frac{1}{25}$ mais do que a outra. Quaes são estas duas fracções? — R. $\frac{3}{7}$ e $\frac{2}{5}$.
73. Augusto recebeu certa quantia; e Carlos, que recebeu $\frac{3}{11}$ da mesma quantia, julga possuir 12\$800 menos do que seu amigo. Quanto recebeu cada um? — R. Aug. 17\$600. Carl. 4\$800.

74. O producto de dois numeros é 312; obtem-se os $\frac{2}{3}$ do primeiro quando se tomam os $\frac{3}{4}$ deste producto: quaes são estes numeros? — R. 351 e $\frac{8}{9}$.
75. Uma pessoa gastou $\frac{1}{5}$ dos seus rendimentos na alimentação; $\frac{1}{4}$ do resto no aluguel da casa; $\frac{1}{8}$ do resto no vestuario e $\frac{1}{9}$ do terceiro resto em esmolas. No fim do anno restaram-lhe 1:400\$000; quaes foram os rendimentos? — R. 3:000\$000.
76. Uma pessoa que devia 2:928\$000 deu por conta $\frac{5}{8}$ desta quantia e quer saldala em cinco prestações iguaes. De quanto deve ser cada prestação? — R. 219\$600.
77. Dois operarios trabalharam numa obra semelhante. O primeiro acabou a sua, mas o segundo só fez $\frac{8}{9}$ da que lhe confiaram. Deram-lhe 40\$800 para repartirem entre si; quanto tocou a cada um? — R. 21\$600; 19\$200.
78. A somma de dois numeros é $9\frac{1}{3}$, e um delles é igual a $\frac{1}{3}$ do outro. Achar estes dois numeros? — R. 7; $2\frac{1}{3}$.
79. Uma pessoa gastou $\frac{5}{9}$ do seu dinheiro e ainda ficou com 360\$000. Quanto tinha esta pessoa? — R. 810\$000.
80. Deu-se $\frac{1}{4}$ de uma quantia a uma pessoa; $\frac{2}{5}$ a uma segunda pessoa e o resto a uma terceira pessoa que recebeu 33\$600. Dizer qual a quantia repartida e a parte de cada uma das primeiras pessoas. — R. 96\$000; 24\$000; 38\$400.
81. Duas fontes correm para um tanque: a primeira, correndo sózinha, o enche em 5 horas, a segunda em 4 horas e a agua do tanque corre por uma torneira que o esvasia em 2 horas. O tanque estando cheio e as tres torneiras correndo simultaneamente, em que tempo o tanque se esvasiará? — R. 20 horas.
82. Tres amigos repartiram entre si certa quantidade de cerejas: o primeiro tirou $\frac{2}{7}$, o segundo $\frac{3}{11}$ e o terceiro 34 cerejas que restaram. Dizer qual o numero de cerejas repartidas e a parte de cada um dos dois primeiros? — R. 77 cerejas; 22; 21.
83. De uma peça de panno que tinha 25 metr. $\frac{1}{2}$, um negociante vendeu: a primeira vez $1\frac{1}{2}$, a segunda vez $5\frac{3}{8}$ metr., a terceira vez $1\frac{4}{5}$ metr., a quarta vez 7 metros. Quantos metros restaram e por quanto o negociante vendeu o metro, sabendo-se que si elle vendesse o resto pelo mesmo preço, obteria 112\$400? — R. $9\frac{11}{30}$ metros; 12\$000.
84. Um barco de pesca ganhou 220\$000; desta quantia tiram-se: 4 partes e $\frac{1}{2}$ para o armador; para o patrão 1 parte e $\frac{1}{2}$; para cada um dos seis marinheiros 1 parte; para o novato $\frac{3}{4}$ de uma parte e para cada um dos dois grumetes $\frac{1}{2}$ parte. Quanto terá cada um? — Arm. 72\$000; patr. 24\$000; cada marinh. 16\$000; nov. 21\$000; cada grum. 8\$000.
85. Dividir 65 contos de réis entre duas pessoas, uma das quaes deve receber $\frac{5}{8}$ do que tocar á outra. — R. 40, 25 contos.
86. Pedro, Paulo e Sancho querem repartir entre si a quantia de 68\$400, attendendo á seguinte convenção: 3 vezes a parte de Pedro valem 4 vezes a de Paulo, e 5 vezes a de Paulo valem 6 vezes a de Sancho. Achar a parte de cada um. — R. 28\$800, 21\$600, 18\$000.

87. Um negociante comprou 70 metros de velludo a 8\$000 o metro; pagou os $\frac{4}{7}$ do preço com panno do valor de 40\$000 os 8 metros e o resto em dinheiro. *Quantos metros de panno deu e quanto em dinheiro?* — R. 64 metros; 210\$000.

88. Um negociante obrigou-se a fornecer a alguém e em dia determinado certa quantidade de mercadorias, pelas quaes receberia em pagamento $5\frac{1}{2}$ metr. de panno e 600\$000. Na época marcada só poude fornecer $\frac{7}{8}$ das mercadorias e recebeu em pagamento o panno e 520\$000. *Quanto valia o metro do panno?* — R. 7\$272.

89. Um negociante vendeu 3 peças de fazenda, tendo todas o mesmo comprimento. Ganhou $\frac{3}{10}$ de 1\$000 em cada metro da primeira, $\frac{8}{25}$ de 1\$000 em cada metro da segunda; perdeu, porém, $\frac{11}{25}$ de 1\$000 em cada metro da terceira, e ganhou assim 32\$400 no todo. *Calcular: 1) o lucro total na venda de um metro de cada peça; 2) o numero de metros vendidos; 3) o comprimento de cada peça.* — R. 180 réis; 180 metros; 60 metros.

90. João, Pedro e Henrique ganharam certo numero de premios, João recebeu $\frac{3}{8}$ deste numero; Pedro $\frac{8}{9}$ do que tocou a João, e a Henrique coube o resto, que era 21 premios. *Dizer o numero total dos premios que ganharam, quantos tocaram a João e a Pedro.* — R. 72; 27; 21.

91. Um homem, em seu testamento, deixou $\frac{1}{7}$ de sua fortuna ao filho mais velho, além da sua parte igual á de cada um dos seus tres irmãos; após sua morte, deu-se a do filho mais velho, que deixou dois filhos que o representam na successão; antes da partilha morreu outro filho deixando $\frac{2}{3}$ de sua parte ao filho mais velho do seu fallecido irmão, e $\frac{1}{3}$ a um parente; *calcular que parte da herança coube a cada um dos dois netos, a cada filho sobrevivente e ao parente legatario.* — R. Ao neto mais velho $\frac{9}{28}$, ao 2.º neto $\frac{5}{28}$, a cada um dos dois filhos sobreviventes $\frac{3}{16}$, ao parente $\frac{1}{14}$.

92. Uma senhora faz 5 pares de meias de lã por semana; a lã lhe custa 8f,50 o kilogr., e 3 pares de meias pesam 419g $\frac{1}{2}$; vende-as com um lucro de 1f,75 em cada par, mas dá $\frac{1}{20}$ da receita á pessoa que as leva ao negociante. *Quanto ganha ella por dia?* — R. 1f,33.

93. Comprou-se trigo a 21f,50 o quintal; no fim de 4 mezes este artigo perdeu 0,049 do seu peso. *Por quanto se deve vender o quintal para não se ter prejuizo?* — R. 22f,60.

94. Uma pessoa deixa a fortuna a tres herdeiros; ao primeiro coube $\frac{1}{3}$ da fortuna; ao segundo os $\frac{3}{4}$ do resto. O ultimo recebeu 8 400 francos. *A quanto monta a fortuna? Quaes são as tres partes?* — R. 50 400 fr.; 16 800; 25 200; 8 400 fr.

95. Deixando-se cair uma bola da altura de 1^m,05, saltou ella até aos $\frac{4}{5}$ desta altura; torna a cair e desta vez salta até aos $\frac{2}{3}$ da altura donde caiu. *A que altura elevou-se a segunda vez?* — R. 0^m,56.

96. A bala de uma espingarda pesa 25 grammos. *Quantas balas se fabricardo com 4 quintaes de chumbo, si a quebra na fabricação é de $\frac{1}{25}$ do peso total.* — R. 15 360 balas.

97. Uma propriedade com 2Ha,16 importou em 1:728\$000 rs. Vendendo os $\frac{2}{3}$ do terreno, o comprador recuperou o preço da compra. *A como vendeu o aro?* — R. 12\$000 rs.

98. Um negociante comprou vinho a 0f,60 o litro e vendeu a 0f,60 a garrafa. Cada garrafa sendo $\frac{3}{4}$ de litro, *quanto ganhou por hectolitro?* — R. 20 francos.

99. Um agricultor colheu 34 hectolitros de trigo, que perdeu na secca os $\frac{2}{17}$ do volume. *Qual é o valor do trigo, á razão de 2f fr. o quintal, pesando 78 kilogr. cada hectolitro?* — R. 531f,60.

100. O litro de azeite pesa 915 grammos. *Quantas moedas de 0f,50 são precisas para pesarem tanto como o azeite contido em uma garrafa de $\frac{2}{3}$ de litro?* — R. 211 moedas.

CAPITULO VII

METROLOGIA

§ I — Medidas lineares ou de comprimento

Itinerarias

Legua *) (unidade principal)	3 milhas
Milha **)	841 ^{br} ,75
Legua brasileira	50 quadras
Milha brasileira	1 000 braças

De comprimentos ordinarios

Quadra	60 braças
Braça	2 varas
Vara (unidade principal)	5 palmos
Palmo	8 pollegadas
Pollegada	12 linhas
Linha	12 pontos

Além destas medidas também se empregam as seguintes:

Yarda	4 palmos 1 pol. e $\frac{1}{4}$ de pollegada
Covado	3 palmos e $\frac{3}{4}$ de pollegada
Toesa	6 pés
Pé	12 pollegadas

*) $\frac{1}{20}$ de grau do Meridiano Terrestre.

**) A sexagesima parte do comprimento de um grau do Meridiano Terrestre.

Tabella das relações entre as medidas de comprimento do systema metrico francez e as nossas

1 vara	1 ^m ,1	
1 braça	2 ^m ,2	
1 palmo	0 ^m ,22	
1 pollegada	0 ^m ,0275	
1 linha	0 ^m ,00229	
1 covado	0 ^m ,68	
1 yarda	0 ^m ,914	
1 toesa	1 ^m ,98	
1 pé	0 ^m ,33	
1 legua marítima ou de 20 ao grau		5555 ^m ,55
1 milha (terça parte da legua marít.)		1851 ^m ,85
1 legua brasileira (ou de sesmaria)		6600 ^m
1 milha (terça parte da legua brasil.)		2200 ^m
1 quadra de sesmaria		132 ^m

Exercicios

1. Qual é o numero de metros correspondente a 12 varas? Pois que 1 vara = 1^m,1; é claro que 12 varas = $12 \times 1^m,1 = 12^m,2$.

2. Converter 7 varas 4 palmos e 6 pollegadas em metros.

1 vara = 1^m,1; 7 varas = $7 \times 1^m,1 = 7^m,7$.

1 palmo = 0^m,22; 4 palmos = $4 \times 0^m,22 = 0^m,88$.

1 pollegada = 0^m,0275; 6 pollegadas = $6 \times 0^m,0275 = 0^m,1650$.

Logo, 7 varas 4 palmos 6 pollegadas = 8^m,745.

3. A quantas varas correspondem 12^m,1?

1^m,1 = 1 vara; logo, 12^m,1 valerão tantas varas quantas as vezes

que 12^m,1 contiverem 1^m,1; isto é, $\frac{12,1}{1,1} = \frac{121}{11} = 11$ varas.

4. Converter 10^m,56 em numero complexo, cuja unidade principal seja a braça.

Pois que 2^m,2 = 1 braça, $10^m,56 = \frac{10,56}{2,2} = \frac{1056}{220} = 4$ braças e

$\frac{4}{5}$ da braça.

$\frac{4}{5}$ da braça = $\frac{2 \text{ varas} \times 4}{5} = \frac{8}{5}$ da vara = 1 vara $\frac{3}{5}$

$\frac{3}{5}$ da vara = $\frac{5 \text{ palmos} \times 3}{5} = \frac{15}{5}$ palmos = 3 palmos.

Logo, 10^m,56 = 4 braças 1 vara 3 palmos.

5. Converter $8^m,745$ em numero complexo, cuja unidade principal seja a vara.

$$1^m,1 = 1 \text{ vara}; \text{ logo, } 8^m,745 = \frac{8,745}{1,1} = \frac{87,45}{11} = 7 \text{ varas, } 95.$$

$$0,95 \text{ da vara} = 5 \text{ palmos} \times 0,95 = \frac{1}{4} \text{ palmos, } 75.$$

$$\text{Logo, } 8^m,745 = 7 \text{ varas } 4 \text{ palmos } 6 \text{ pollegadas.}$$

6. 6 varas quantos metros são? — R. $6^m,6$.

7. 33 metros quantas varas são? — R. 30 varas.

8. 9 pollegadas a quantos centimetros correspondem? — R. $24^m,75$.

9. Dizer o valor de 11 palmos em metros e em decimetros? — R. $2^m,42$ ou $24^m,2$.

10. 110 decimetros quantos palmos são? — R. 50 palmos.

11. Dizer o valor das seguintes fracções $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$ da vara em millimetros? — R. $0^m,550$; $0^m,336$; $0^m,825$.

12. Dizer o valor de 9 braças em metros. — R. $19^m,80$.

13. Dizer o valor de 5 meiros em braças. — R. $2^m,272$.

14. Um metro de certa fazenda custando $1\$500$ rs., qual será o preço de uma vara? — R. $1\$650$ rs.

15. Quantos metros tem uma peça de morim de 20 yardas? — R. $18^m,28$.

16. 15 covados quantos metros são? — R. $10^m,20$.

17. 8 metros de chita custando $6\$400$ rs., qual será o preço de um covado? — R. 544 rs.

18. 10 yardas de algodãozinho custam $6\$000$, quanto custará um metro? — R. 656 rs.

19. $\frac{3}{4}$ de covado a quantos centimetros correspondem? — R. $0^m,51$.

20. 25 metros a quantos covados correspondem? — R. $36^m,7$.

21. $11^m,45$ a quantas linhas correspondem? — R. 5 linhas.

22. Chama-se legua de 20 ao grau, a vigesima parte de um grau. Quantos kilometros tem a legua de 20 ao grau? — R. $5^m,55555$.

23. Dizer o valor de $16^m,66665$ em leguas maritimas. — R. 3 leguas.

24. Dizer o valor de $16^m,66665$ em milhas maritimas. — R. 9 milhas.

25. Reduzir $59\frac{1}{4}$ kilometros a leguas brasileiras. — R. 90 leguas.

26. Reduzir 45 leguas brasileiras a kilometros. — R. 297 kilometros.

27. Reduzir 80 milhas brasileiras a kilometros. — R. 176 kilometros.

28. A quantos metros correspondem 8 quadras de sesmaria? — R. 1056 metros.

29. Um viajante percorre 1 hectometro de caminho em um minuto; em quantas horas percorrerá $24^m + \frac{1}{4}^m + 8^m$? — R. 4 horas e 8 minutos.

30. O som percorre 337^m por segundo. A que distancia estará uma nuvem tempestuosa, tendo-se ouvido o trovão $18^s,25$ depois de se ter visto o relampago? — R. $6^m 150^m,25$.

§ II — Medidas de superficie

As medidas de superficie são quadrados que têm para lado qualquer das medidas lineares. As mais usadas são as seguintes:

Legua quadrada. — Braça quadrada. — Vara quadrada. — Palmo quadrado (unidade principal). — Pollegada quadrada.

Nas medidas agrarias, a unidade mais usada é a geira ou 400 braças quadradas, ou o quadrado construido sobre 20 braças.

Tabella das relações entre as medidas de superficie do systema metrico francez e as nossas

1 braça quadrada	$4^m,84 \text{ dm}^2$
1 vara quadrada	$1^m,21 \text{ dm}^2$
1 palmo quadrado	$0^m,0484 (484 \text{ cm}^2)$
1 pollegada quadrada	$0^m,000756 (756 \text{ mm}^2)$
1 geira tem 19 aros e 36 m^2 ou 1936 m^2 .	

Exercicios

1. 12 braças quadradas quantos metros quadrados são?
 1 braça quadrada = $4^m,84$; 12 braças quadradas = $12 \times 4^m,84 = 58^m,08$.

2. A quantos metros quadrados correspondem 11 varas quadradas?
 1 vara quadrada = $1^m,21$; logo, 11 varas quadradas = $11 \times 1^m,21 = 13^m,31$.

3. A quantas braças quadradas correspondem $58^m,08$?
 $4^m,84 = 1$ braça quadrada; logo, $58^m,08 = \frac{58,08}{4,84} = 12$ braças quadradas.

4. A quantas varas quadradas correspondem $13^m,31$?
 $1^m,21 = 1$ vara quadrada; logo, $13^m,31 = \frac{13,31}{1,21} = 11$ varas quadradas.

5. Converter $96^m2,90$ em braças quadradas.

$$4^m2,84 = 1 \text{ braça quadrada; logo, } 96^m2,80 = \frac{96,80}{4,84} = 20 \text{ braças quadradas.}$$

6. A quantos aros correspondem 30 braças quadradas?
1 braça quadrada = $4^m2,84$; logo, 30 br. quadradas = $30 \times 4^m2,84 = 145^m2,20$.

$$\text{Se } 100^m2 = 1 \text{ aro; } 145^m2,20 = \frac{145,20}{100} = 1^a,452.$$

§ III — Medidas de volume

As medidas de volume são cubos *) cujas faces são quadrados iguaes, e cujos lados ou arestas são a unidade linear.

As mais usadas são:

Palmo cubico (unidade principal). — Vara cubica.

Tabella das relações entre as unidades de volume do systema metrico francez e as nossas

1 braça cubica	$10^m3,648 \text{ dm}^3$
1 vara cubica	$1^m3,331 \text{ dm}^3$
1 pé cubico (inglez)	$0^m3,028094464 (28\ 094\ 464) \text{ mm}^3$
1 palmo cubico	$0^m3,010648 (10\ 648 \text{ cm}^3)$
1 pollegada cubica	$0^m3,000020797 (20\ 797 \text{ mm}^3)$

Exercícios

1. A quantos metros cubicos correspondem 16 varas cubicas?
1 vara cubica = $1^m3,331$; portanto, 16 varas cubicas = $16 \times 1^m3,331 = 21^m3,296$.

2. A quantos metros cubicos correspondem 1000 varas cubicas?
1 vara cubica = $1^m3,331$; por conseguinte, 1000 varas cubicas = $1000 \times 1^m3,331 = 1331 \text{ m}^3$.

*) Cubo é uma figura geometrica da forma de um dado de jogar.

3. A quantas varas cubicas correspondem 1331 metros cubicos?
 $1^m3,331 = 1 \text{ vara cubica; logo, } 1331^m3 = \frac{1331}{1,331} = 1000 \text{ varas cubicas.}$

4. A quantas varas cubicas correspondem $21^m3,296$?
 $1^m3,331 = 1 \text{ vara cubica; } 21^m3,296 = \frac{21,296}{1,331} = 16 \text{ varas cubicas.}$

§ IV — Medidas de capacidade

Para liquidos:

Tonel	2 pipas
Pipa	15 almudes
Almude	12 canadas
Canada (unidade principal)	4 quartilhos

Para seccos:

Moio	60 alqueires
Alqueire	4 quartas

Tabella das relações entre as unidades de capacidade do systema metrico francez e as nossas

Para liquidos	
1 tonel	960 litros ($958^l,32$)
1 pipa	480 litros ($479^l,16$)
1 almude	32 litros ($31^l,944$)
1 canada ou medida	21,66
1 quartilho ou garrafa	01,66

Para seccos	
1 moio	$2^k1,1762 (2^k1\ 176^l\ 0\ 2\ dl)$
1 alqueire	$36^l,27 (36 \text{ litros e } 27 \text{ cl})$
1 quarta	$9^l,07 (9 \text{ litros e } 7 \text{ cl})$

Exercicios

1. Converter 3 canadas (ou medidas) em litros.
1 canada = 21,66; logo, 3 canadas = $3 \times 21,66 = 71,98$.
2. Converter 2 almudes 3 canadas 1 quartilho em litros.
1 almude = 311,944; logo, 2 almudes = $2 \times 311,944 = 631,888$.
1 can. = 21,66; 3 can. = $3 \times 21,66 = 71,98$.
1 quartilho = 01,66.
Logo, 2 almudes 3 canadas 1 quartilho = $631,888 + 71,98 + 01,66 = 721,523$.
3. A quantas canadas correspondem 71,986?
 $21,66 = 1$ canada; logo, $71,98 = \frac{7,98}{2,66} = 3$ canadas.
4. Converter 721,5395 em numero complexo, cuja unidade principal seja o almude.
 $311,944 = 1$ almude; logo, $721,5395 = \frac{72,5395}{31,944} = 2$ almudes $\frac{86515}{319440}$.
 $\frac{86515}{319440}$ do almude = $\frac{12 \text{ canadas} \times 86515}{319440} = 3$ canadas $\frac{79860}{319440}$.
 $\frac{79860}{319440}$ da canada = $\frac{4 \text{ quartilhos} \times 79860}{319440} = \frac{319440}{319440} = 1$ quartilho.
Logo, 721,5395 = 2 almudes 3 canadas 1 quartilho.

§ V — Medidas de peso

Tonelada.....	13½ quintaes ou 54 arrobas.
Quintal	4 arrobas.
Arroba (unidade principal)	32 libras.
Libra	2 marcos.
Marcos (*).....	8 onças.
Onça.....	8 oitavas.
Oitava	72 grãos.

*) O marco é a unidade legal de peso.

Tabella das relações entre as medidas de peso do systema metrico francez e as nossas

1 tonelada	793Kg,238
1 quintal	58Kg,753g e 4 dg
1 arroba **)	15Kg (14Kg,689g e 6dg)
1 libra	459g,05 (459 g e 5 cg)
1 marco	229g,525mg
1 onça	28g,690mg e 6 decimos do milligrammo
1 oitava	3g,586mg e 3 decimos do milligrammo
1 grão	0g,049mg e 8 decimos do milligrammo

Exercicios

1. A quantos kilogrammos correspondem 7 arrobas?
1 arroba = 14Kg,6896; logo, 7 arrobas = $7 \times 14Kg,6896 = 102Kg,8272$.
2. A quantos grammos correspondem 16 libras?
1 libra = 459g,05; logo, 16 libras = $16 \times 459g,05 = 7344g,8$ ou 7Kg,3448.
3. Converter 3 libras 1 marco 6 onças em grammos.
1 libra = 459g,05; 3 libras $\times 459g,05 = 1377g,15$.
1 marco = 229g,525.
1 onça = 28g,690625; 6 onças = $6 \times 28g,690625 = 172g,14375$.
Logo, 3 libras 1 marco 6 onças = $1377g,15 + 229g,525 + 172g,14375 = 1778g,81875$.
4. A quantas arrobas correspondem 102Kg,8272?
 $14Kg,6896 = 1$ arroba; logo, $102Kg,8272 = \frac{102,8272}{14,6896} = 7$ arrobas.
5. A quantas libras correspondem 7Kg,3448?
 $459g,05 = 1$ libra; logo, $7Kg,3448 = \frac{7344g,8}{459g,05} = 16$ libras.

**) Arroba metrica, em uso actual no commercio, vale 15 kg.

6. Converter 17785,8175 em numero complexo, cuja unidade seja a libra.

$$4595,05 = 1 \text{ libra; logo, } 17785,81875 = \frac{1778,81875}{459,05} = 3 \text{ libras} \frac{40\ 166\ 875}{45\ 905\ 000}$$

$$\frac{40\ 166\ 875}{45\ 905\ 000} \text{ da libra} = \frac{2 \text{ marc.} \times 40\ 166\ 875}{45\ 905\ 000} = \frac{80\ 333\ 750}{45\ 905\ 000} = 1 \text{ marc.} \frac{34\ 428\ 750}{45\ 905\ 000}$$

$$\frac{34\ 428\ 750}{45\ 905\ 000} \text{ do marco} = \frac{8 \text{ onç.} \times 34\ 428\ 750}{45\ 905\ 000} = \frac{275\ 430\ 000}{45\ 905\ 000} = 6 \text{ onças.}$$

Logo, 17785,81875 = 3 libras 1 marco 6 onças.

7. Uma arroba de assucar custando 21\$000, qual será o preço de $\frac{1}{2}$ kilogrammo? — R. 700 rs

CAPITULO VIII

NUMEROS COMPLEXOS

§ I — Preliminares

300. Numeros complexos são numeros concretos que encerram diferentes especies de unidades, dependentes umas das outras segundo uma lei determinada. V. g. 1 seculo 45 annos 5 mezes.

301. Numero incompleto é o que contém uma só especie de unidade. V. g. 52 toezas.

302. Para reduzir-se um numero complexo a uma subdivisão qualquer da sua unidade, toma-se a primeira parte do numero complexo e multiplica-se pela relação que existe entre essa primeira parte e a segunda; ao producto ajunta-se a segunda parte. Este resultado multiplica-se pela relação que existe entre a segunda parte e a terceira, e assim se procede até chegar-se á ultima parte do numero complexo.

Exemplo. — 42 braças 6 palmos 7 pollegadas.

$$\begin{array}{r} 42 \text{ braças} \\ \times 10 \text{ (10 relação entre a braça e o palmo).} \\ \hline 420 \text{ palmos} \\ + 6 \text{ "} \\ \hline 426 \text{ "} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 426 \text{ "} \\ \times 8 \text{ (8 relação entre o palmo e a pollegada).} \\ \hline 3\ 408 \text{ pollegadas} \\ + 7 \text{ "} \\ \hline 3\ 415 \text{ "} \end{array}$$

Logo, 42 braças 6 palmos 7 polleg. = 3 415 pollegadas.

Exercícios

Reduzir á ultima subdivisão os seguintes numeros complexos:

1. 7 br. 9 palm. 4 pol. 6 linh.
2. 5 alm. 11 can. 3 quart.
3. 9 moios. 43 alqueir. 3 quart.
4. 7 ar. 16 lb. 8 onç. 4 oit.
5. 17 £ 10 s. 6 dinh.
6. 14 cruz. 15 vint. 17 rs.

Conversão dos numeros complexos em fracções ordinarias ou decimaes

303. Para converter-se um numero complexo em numero fraccionario, reduz-se o numero proposto á infima especie que nelle existe; reduz-se tambem a unidade principal á mesma unidade a que se reduziu o complexo; o primeiro resultado será o numerador e o segundo o denominador.

Exemplo. — 42 braças 6 palmos 7 pollegadas.

$$\begin{array}{r}
 42 \text{ braças} \\
 \times 10 \\
 \hline
 420 \text{ palmos} \\
 + 6 \text{ " } \\
 \hline
 426 \text{ " } \\
 \times 8 \\
 \hline
 3408 \text{ pollegadas} \\
 + 7 \text{ " } \\
 \hline
 3415
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \text{ braça} \\
 \times 10 \\
 \hline
 10 \text{ palmos} \\
 \times 8 \\
 \hline
 80 \text{ pollegadas}
 \end{array}$$

$$\text{Logo, } 42 \text{ braças } 6 \text{ palmos } 7 \text{ pollegadas} = \frac{3415}{80} =$$

$$= \frac{683}{16} \text{ da braça.}$$

304. Um numero complexo pôde converter-se em fracção decimal, reduzindo-o primeiramente á fracção ordinaria (n.º 303) e praticando-se a regra do n.º 269 ou 290.

Exemplo. — Reduzir 2 arrobas 7 libras e 1 m. á fracção decimal.

O numero complexo 2 arrobas 7 libras e 1 m., reduzido á fracção ordinaria, é igual a $\frac{143}{64}$ da arroba. Esta fracção pôde reduzir-se agora á fracção decimal.

Reduzamola, por exemplo, a millionesimos, conforme a regra do n.º 269.

$$\begin{aligned}
 \frac{143}{64} &= \frac{143 \times 1\,000\,000}{64 \times 1\,000\,000} = \frac{143\,000\,000}{64\,000\,000} = \frac{\frac{143\,000\,000}{64}}{\frac{64\,000\,000}{64}} = \\
 &= \frac{2\,234\,375}{1\,000\,000} = 2^{\text{ar}}, 234\,375
 \end{aligned}$$

Logo, 2 arrobas 7 libras e 1 m. = $2^{\text{ar}}, 234\,375$.

Exercícios

Converter os seguintes numeros complexos em numeros fraccionarios:

1. 7 ar. 12 lb. 8 onç. 5 oit.
2. 17 alm. 11 can. 3 quart.
3. 12 hor. 50 min. 42 seg.
4. 29° 25' 12"
5. 11 var. 4 palm. 7 pol.
6. 7 £ 19 s. 8 d.

Converter os seguintes numeros complexos em fracções decimaes:

7. 7 br. 9 palm. 4 pol.
8. 9 ar. 8 lb. 4 onç. 2 oit.
9. 2 cruz. 15 vint. 12 rs.
10. 5 quint. met. 90 Kg. 9 Hg.

Conversão das fracções ordinarias ou decimaes em numeros complexos

305. Para converter-se um numero mixto (debaixo da fórma fraccionaria) em numero complexo, divide-se o numerador pelo denominador; o quociente exprime as unidades principaes; o resto se converte em unidades da 1.ª subdivisão. Divide-se o producto pelo mesmo divisor, e o quociente mostra unidades da mesma 1.ª subdivisão. Havendo novo resto, reduz-se ainda á unidade da seguinte subdivisão, e continúa-se do mesmo modo até chegar-se á classe infima das unidades ou subdivisões.

SEGUNDA ARITHMETICA

683

Exemplo: $\frac{683}{16}$ da braça.

683 braças	16
Resto... 43	42 braças
× 10	16
Resto... 110 palmos	6 palmos
× 8	16
Resto... 14 "	7 pollegadas
× 8	16
Resto... 112 pollegadas	0
× 8	0

Logo, $\frac{683}{16}$ da braça = 42 braças 6 palmos 7 pollegadas.

306. Quando o numero dado é fraccionario propriamente dito, multiplica-se o numerador pela relação que existe entre a unidade da fracção e a que lhe é immediatamente inferior, e observa-se depois a regra do numero precedente.

Exemplo: $\frac{13}{16}$ do quintal.

13 quintaes	16
× 4	3 arrobas
Resto... 52 arrobas	16
× 32	16
Resto... 4 "	8 libras
× 8	0
Resto... 128 libras	0
× 8	0

Logo, $\frac{13}{16}$ do quintal = 3 arrobas e 8 libras.

307. Para reduzir-se uma fracção decimal a numero complexo, separa-se primeiramente a parte inteira, a qual indica as unidades principaes existentes na fracção decimal: a parte decimal multiplica-se pelo numero que exprime a relação entre a unidade da fracção e a unidade immediatamente inferior. Separa-se a parte inteira deste producto,

à qual indica unidades de uma ordem inferior á da fracção. E assim se procede até chegar-se ás unidades da infima especie do numero complexo.

Exemplo: — Reduzir $2^a, 234\ 375$ a numero complexo.

2 arrobas	2 ^a , 234375
	0,234375
	32
	468750
	703125
7 libras	7,500000
	0,5
	2
1 marco	1,0

Logo, $2^a, 234\ 375 = 2$ arrobas 7 libras 1 marco.

OBSERVAÇÕES

OBSERVAÇÃO PRIMEIRA. — Quando se tem de reduzir um numero incompleto a uma unidade superior, reduz-se apenas a unidade superior á unidade do numero incompleto. O incompleto dividido pela unidade superior reduzida á unidade do numero incompleto, dará o resultado pedido.

Exemplo. — Reduzir 3415 pollegadas a braças.

Como 80 pollegadas formam 1 braça, tem-se que 3415 pollegadas formam $\frac{3415}{80}$ braças = $42\frac{11}{16}$ braças.

OBSERVAÇÃO SEGUNDA. — Quando se tem de reduzir unidades de especie inferior a numero complexo, segue-se a regra precedente, attendendo depois ao disposto nos ns. 305 e 306.

Exemplo. — Reduzir 3415 pollegadas a um numero complexo (cuja unidade principal seja a braça).

Este numero incompleto 3415 pollegadas reduz-se á unidade superior "braça", pela regra precedente, e tem-se que 3415 pollegadas = 42 braças e $\frac{11}{16}$ da braça.

Esta fracção $\frac{11}{16}$ da braça, reduzida a numero complexo pelo n.º 306, dá: 6 palmos e 7 pollegadas.

Logo, 3415 pollegadas = 42 braças 6 palmos e 7 pollegadas.

Exercícios

Converter as seguintes fracções ordinarias em numeros complexos:

1. $\frac{473}{64}$ da ar.	3. $\frac{2569}{200}$ da hor.	5. $\frac{39}{40}$ da var.
2. $\frac{863}{48}$ do alm.	4. $\frac{21}{50}$ do grau	6. $\frac{59}{60}$ da £.

Converter as seguintes fracções decimaes em numeros complexos:

7. 7lb.,95	8. 9ar.,2578125	9. 2cruz.,78	10. 0qt. mtr.909.
------------	-----------------	--------------	-------------------

§ II — Adição de complexos

308. Regra. — Escrevem-se os numeros uns debaixo dos outros, de sorte que as unidades da mesma subdivisão se achem dispostas em columna vertical; traça-se uma linha horizontal por baixo de todos, e começa-se a sommar da direita para a esquerda.

Si a somma não chegar para formar uma unidade da classe immediatamente superior, escreve-se tal qual se achou; si, porém, contiver algumas, extraem-se; o que se consegue, dividindo-se essa somma pelo numero de unidades inferiores que são necessarias para formar uma unidade da classe immediatamente superior; o resto escreve-se embaixo da columna respectiva, e as unidades do quociente se levam a juntar á columna seguinte.

Assim continúa-se até ás unidades principaes cuja somma se escreve por extenso.

24 libras	1 marco	7 onças
12	0	4
28	1	2
4	1	5
<hr/>		
70 libras	1 marco	2 onças

Somma das onças $18 = 18 : 8 = 2^m + 2$ onças.
 Somma dos marcos $3 + 2$ (reserva) $= 5 : 2 = 2^lb. e 1^m.$

Exercícios sobre a adição dos numeros inteiros

1. 7 br. 9 palm. 4 pol. 6 linh.	4. 7 ar. 16 lb. 8 onç. 4 oit.
3 5 7 11	3 10 4 5
5 8 6 10	4 21 14 3
4 7 5 9	2 30 15 7
2. 5 alm. 11 can. 3 quart.	5. 17 £ 10 s. 6 dinh.
6 10 2	9 19 11
7 9 1	8 12 10
2 8 3	7 9 7
3. 9 moios 43 alqueir. 3 quart.	6. 14 cruz. 15 vint. 17 rs.
3 50 1	9 16 10
2 57 2	5 9 15
5 38 2	10 10 10

§ III — Subtracção de complexos

309. Regra. — Escreve-se o subtrahendo embaixo do minuendo, de modo que as unidades da mesma especie se achem em columnas verticaes; subtrae-se da direita para a esquerda cada classe do numero inferior de cada classe do numero superior.

Si a classe do numero inferior for maior que a superior correspondente, toma-se uma unidade da especie immediatamente superior, a qual se decompõe em unidades da classe de que se trata, juntam-se ás existentes nessa classe, e pratica-se a operação, considerando-se a classe superior da esquerda como diminuida de uma unidade. Quando a classe da esquerda for zero, recorre-se áquella que não o seja.

$\frac{18}{19}$ lb.	$\frac{2}{0}$ m.	$\frac{3}{4}$ onç.	$\frac{12}{5}$ oit.	$\frac{109}{37}$ gr.
4	1	3	6	49

14 lb. 1 m. 0 onç. 6 oit. 60 gr.

Exercícios sobre a subtracção dos numeros complexos

1. 9 toes. 5 pés 10 pol. 11 linh.	4. 7 ar. 0 lb. 0 onç. 4 oit.
6 5 11 8	3 16 8 6
2. 8 toes. 8 palm. 0 pol. 9 linh.	5. 29° 25' 17"
5 8 7 6	12 52 45
3. 7 an. 10 mez.*) 0 ds. 17 hor.	6. 17 hor. 50 min. 49 seg.
2 11 20 19	13 50 59

*) 1 mez commercial tem 30 dias.

§ IV — Multiplicação de complexos

310. Ha tres casos na multiplicação dos numeros complexos:

1.º o da multiplicação de um numero complexo por um incompleto;

2.º o da multiplicação de um numero incompleto por outro complexo;

3.º o da multiplicação de dois numeros complexos entre si.

311. PRIMEIRO CASO. — Multiplicação de um numero complexo por um incompleto.

Exemplo. — Quanto custarão 7 toesas de obra á razão de 4 £ *) 5 soldos e 8 dinheiros a toesa?

Regra. — Esereve-se o multiplicando e por baixo d'elle o multiplicador. Começa-se a multiplicar pelas unidades da infima especie, e sempre que cada producto contiver unidades da especie immediata superior, extraem-se, levando-as a juntar-se ao producto seguinte. Assim se procede até chegar-se as unidades principaes, cujo producto se escreverá por extenso. **)

$$\begin{array}{r} 4 \text{ £} \quad 5 \text{ s.} \quad 8 \text{ d.} \\ \hline \phantom{4 \text{ £}} \phantom{5 \text{ s.}} \quad 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29 \text{ £} \quad 19 \text{ s.} \quad 8 \text{ d.} \\ \hline \phantom{29 \text{ £}} \phantom{19 \text{ s.}} \quad \phantom{8 \text{ d.}} \end{array}$$

Producto dos dinheiros $56 = 56 : 12 = 4\text{s.} + 8\text{d.}$

Producto dos soldos $35 + 4 \text{ (reserva)} = 39 : 20 = 1 \text{ £} + 19\text{s.}$

As 7 toesas custam, portanto, 29 libras 19 soldos e 8 dinheiros.

312. SEGUNDO CASO. — Multiplicação de um numero incompleto por um complexo.

Exemplo. — Uma toesa de obra custa 456 £; quanto custarão 258 toesas 4 pés 9 pollegadas e 11 linhas?

*) A libra esterlina tem 20 soldos e o soldo 12 dinheiros.

**) O producto deve ser da especie do multiplicando; por isso, é preciso distinguil-o do multiplicador, o que se conhecerá pela exposição do problema.

A este 2.º caso é applicavel a regra do caso precedente.

$$\begin{array}{r} 456 \text{ £} \\ 258 \text{ t.} \text{ — } 4 \text{ p.} \text{ — } 9 \text{ pol.} \text{ — } 11 \text{ l.}^{\text{as}} \\ \hline \end{array}$$

A regra manda reduzir o multiplicando e o multiplicador a numeros fraccionarios, para depois effectuar-se a multiplicação.

Como no exemplo proposto o multiplicando é incompleto, deixa-se ficar tal qual, e reduz-se sómente o multiplicador 258 toesas 4 pés 9 pollegadas e 11 linhas a numero fraccionario; o que sendo effectuado, tem-se: $\frac{223607 \text{ t}}{864}$

$$\begin{array}{r} \text{Effectuando-se a multiplicação, vem:} \\ 223607 \quad 101964792 \text{ £} \\ 456 \text{ £} \times \frac{}{864} = \frac{}{864} \end{array}$$

Este producto, sendo reduzido a numero complexo, dá: 118014 £ 16 s. 1 d. e 1/3 do dinheiro.

Type do calculo

$$456 \text{ £} \times 258 \text{ t. } 4 \text{ p. } 9 \text{ pol. } 11 \text{ l.} = 456 \text{ £} \times \frac{223607 \text{ t.}}{864} = \frac{101964792 \text{ £}}{864} =$$

$$\begin{array}{r} 101964792 \text{ £} \\ 1556 \\ 6924 \\ 1279 \\ 4152 \\ 696 \\ \times 20 \\ \hline 13920 \text{ soldos} \\ 5280 \\ 96 \\ \times 12 \\ \hline 192 \\ 96 \\ \hline 1152 \text{ dinheiros} \\ 288 \text{ "} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 864 \\ \hline 118014 \text{ £} \\ \hline 864 \\ \hline 16 \text{ soldos} \\ \hline 864 \\ \hline 1 \text{ dinh.} \quad 288 \\ \phantom{1 \text{ dinh.}} \quad 864 \text{ ou } 1 \text{ dinh.} \\ \hline 3 \end{array}$$

Logo, 258 toesas 4 pés 9 pollegadas e 11 linhas custam 118014 £ 16 s. 1 d. e 1/3 do dinheiro.

313. TERCEIRO CASO. — *Multiplicação de dois numeros complexos entre si.*

Exemplo. — *Uma vara de certa barra de ferro pesa 23 libras 13 onças e 5 oitavas; pergunta-se quanto pesarão 17 varas 4 palmos e 6 pollegadas de uma barra semelhante.*

Regra. — *Reduzem-se o multiplicando e o multiplicador a numeros fraccionarios; faz-se a multiplicação destes, e reduz-se o producto achado a numero complexo.*

23 libras 13 onças 5 oitavas
17 varas 4 palmos 6 pollegadas

O multiplicando 23 libr. 13 onç. 5 oit. reduzido á fracção ordinaria (segundo a regra do n.º 303) é igual a $\frac{3053}{128}$ da libra; o multiplicador 17 vs. 4 palmos 6 pol., tambem reduzido á fracção ordinaria, conforme a mesma regra, é igual a $\frac{718}{40}$ da vara. Effectuando-se a multiplicação destes dois numeros fraccionarios, tem-se o producto $\frac{2192054}{5120}$ da libra, que, reduzido a numero complexo (segundo a regra do n.º 395), equivale a 428 lib. 2 onç. 1 oit. e $\frac{7}{20}$ da oitava.

Typo do calculo

$$23 \text{ lib. } 13 \text{ onç. } 5 \text{ oit.} \times 17 \text{ vs. } 4 \text{ p. } 6 \text{ pol.} = \frac{3053 \text{ lib.}}{128} \times \frac{718}{40} = \frac{2192054 \text{ lib.}}{5120}$$

<p>2192054 libras 14405 41654 Resto.... 694 libras × 16 4164 694 Resto.... 11104 onças 864 " × 8 6912 oitavas Resto.... 1792 "</p>	<p>5120 428 libras 5120 2 onças 5120 1792 7 1 oit. — ou — da oitava. 5120 20</p>
--	--

17 varas 4 palmos 6 pollegadas pesam, portanto, 428 lib. 2 onç. 1 oit. e $\frac{7}{20}$ da oitava.

Exercicios sobre a multiplicação de numeros complexos

- | | |
|--------------------------------------|---|
| 1. 14 £ 17 ^s 11 d.
7 | 4. 63 ar.
17 alm. 11 can. 3 quart. |
| 2. 24 ar. 17 lb. 12 onç. 7 oit.
8 | 5. 9 var. 4 palm. 7 pol.
18 lb. 12 onç. 5 oit. |
| 3. 7 toes.
12 £ 15 s. 9 d. | 6. 7 £ 19 s. 11 d.
3 ar. 25 lb. 8 onç. |

§ V — Divisão de complexos

314. Ha tres casos na divisão dos numeros complexos:
1.º o dividendo é numero complexo e o divisor incompleto;
2.º o dividendo e o divisor são numeros complexos de especie diversa;
3.º o dividendo e o divisor são numeros complexos da mesma especie.

315. PRIMEIRO CASO. — *O dividendo é numero complexo e o divisor incompleto.*

Exemplo. — *Si 14 almudes pesam 25 libras 1 marco e 7 onças, 1 almude quanto pesará?*

Regra — *Considere-se o divisor como numero abstracto e divide-se por elle o dividendo (conforme o n.º 305) exprimindo-se o quociente em unidades e subdivisões da mesma especie das do dividendo*

<p>Resto.... 11 × 2 22 marcos + 1 23 Resto.... 9 × 8 72 onças + 7 " Resto.... 79 " 9 "</p>	<p>25 lb. 1 m. 7 onç. 14 1 lb. 1 m. 5 onç. $\frac{9}{14}$ da onça</p>
--	--

Assim, 1 almude pesa 1 lb. 1 m. 5 onç. e $\frac{9}{14}$ da onça.

316. SEGUNDO CASO. — O dividendo e o divisor são numeros complexos de especie diversa.

Exemplo. — 14 almudes 8 canadas e 3 quartilhos pesando 995 libras 3 onças e 2 oitavas, 1 almude quanto pesará?

Regra — Converte-se o divisor em numero fraccionario, e multiplica-se o dividendo pelo denominador, considerando-se o numerador como divisor incomplexo, pelo qual o producto achado será dividido segundo a regra precedente.

995lb. 3onç. 2oit. : 14alm. 8can. 3quart.

O divisor 14 alm. 8 can. 3 quart. reduzido a numero fraccionario, é igual a $\frac{707}{48}$ do almude. Effectuando-se depois a multiplicação do dividendo pelo denominador 48, tem-se 47 769lb. 12onç.

Este producto dividido pelo numerador 707, dá para quociente: 67lb. 9onç. e $\frac{49}{707}$ ou $\frac{7}{101}$ da onça.

Typo do calculo

$$995\text{lb. } 3\text{onç. } 2\text{oit.} : 14\text{alm. } 8\text{can. } 3\text{quart.} = 995\text{lb. } 3\text{onç. } 2\text{oit.} : \frac{707\text{alm.}}{48} =$$

$$= \frac{995\text{lb. } 3\text{onç. } 2\text{oit.} \times 48}{707} = \frac{47\ 769\text{lb. } 12\text{onç.}}{707} =$$

<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: right;">47 769lb. 12onç.</td><td style="width: 20px;"></td><td style="text-align: left;">707</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">5 349</td><td></td><td style="border-top: 1px solid black;">67 libras</td></tr> <tr><td>Resto.... 400</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">× 16</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">2 400</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">4 00</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">6 400 onças</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">+ 12 "</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">6 412 "</td><td></td><td style="border-top: 1px solid black;">707</td></tr> <tr><td>Resto.... 49 "</td><td></td><td></td></tr> </table>	47 769lb. 12onç.		707	5 349		67 libras	Resto.... 400			× 16			2 400			4 00			6 400 onças			+ 12 "			6 412 "		707	Resto.... 49 "			<p style="text-align: center;">707</p> <hr style="border: 0.5px solid black;"/> <p style="text-align: center;">707</p> <hr style="border: 0.5px solid black;"/> <p style="text-align: center;">9 onças e $\frac{49}{707}$ ou $\frac{7}{101}$ da onça.</p>
47 769lb. 12onç.		707																													
5 349		67 libras																													
Resto.... 400																															
× 16																															
2 400																															
4 00																															
6 400 onças																															
+ 12 "																															
6 412 "		707																													
Resto.... 49 "																															

Logo, 1 almude pesa 67lb. 9onç. e $\frac{7}{101}$ da onça.

317. TERCEIRO CASO. — O dividendo e o divisor são numeros complexos da mesma especie.

Exemplo. — Uma vara de certa fazenda custando 1 cruzado 2 tostões 3 vintens e 15 réis, quantas varas da mesma fazenda se poderão comprar com 7 cruzados 1 tostão 3 vintens e 10 réis?

Regra. — Reduzem-se o dividendo e o divisor á menor subdivisão existente num delles, e pratica-se a divisão sobre os dois numeros resultantes, resolvendo-se a divisão successivamente em subdivisões da especie de unidade que o quociente deve exprimir, o que se conhece pelos dados do problema.

7 cr. 1 ts. 3 vint. 10 rs. : 1 cr. 2 ts. 3 vint. 15 rs.

O dividendo 7 cr. 1 tost. 3 vint. 10 rs., reduzido a réis (segundo a regra do n.º 302) é igual a 2 970 rs.; o divisor 1 cr. 2 ts. 3 vint. 15 rs., tambem reduzido a réis, é igual a 675 rs. Praticando-se depois o que manda a regra, tem-se no quociente: 4 varas e 2 palmos.

Typo do calculo

$$7\text{ cr. } 1\text{ ts. } 3\text{ vint. } 10\text{ rs.} : 1\text{ cr. } 2\text{ ts. } 3\text{ vint. } 15\text{ rs.} = 2\ 970\text{rs.} : 675\text{rs.} =$$

2 970	675
270	
× 5	
1 350 palmos	4 varas 2 palmos
0	

Logo, com 7 cruzados 1 tostão 3 vintens e 10 réis podem comprar-se 4 varas e 2 palmos da fazenda.

Exercícios sobre a divisão dos numeros complexos

1. 29 £ 19s. 8d. : 7
2. 198° 47' 10" : 7
3. 428lb. 2onç. 2oit. $\frac{7}{20}$: 17var. 4pal. 6pol.
4. 24hs. 43min. : 13° 34'
5. 428lb. 2onç. 1oit. $\frac{7}{20}$: 23lb. 13onç. 5oit. (*)
6. 150quint. 3ar. 27lb. : 20quint. 3ar. 18lb. (**)

(*) Exprima-se o quociente em varas, palmos e pollegadas.
 (**) Exprima-se o quociente em met. cub., decim. cub. e cent. cub.

§ VI — Provas das operações sobre numeros complexos

318. Para tirarem-se as provas das quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) sobre os numeros complexos, seguem-se os mesmos processos das operações sobre numeros inteiros (96 e 97, 126 e 127).

OBSERVAÇÃO. — A 1.^a regra do n.º 96 soffre uma pequena modificação, quando ella é empregada na addição dos complexos. Em vez de: "escreve-se o resto, e colloca-se á sua direita o algarismo seguinte da somma total" deve ser: "escreve-se o resto, o qual se converte em unidades da unidade immediata inferior, ajuntando-se o resultado ao numero respectivo da somma total."

Problemas sobre numeros complexos *)

1. Um negociante deve resgatar quatro letras: uma de 2464 £. 15 s. 6 d.; outra de 346 £. 10 s.; a 3.^a de 350 £. 0 s. 3 d.; e a 4.^a de 1090 £. 13 s. 8 d.; elle tem em cofre 200 luizes (moeda de ouro de 24 £.). Feito o pagamento com quanto ficará elle? — R. 548 £. 0 s. 7 d.
2. Comprou-se uma peça de tafetá, pesando 14 libras, por 17 £. 15 s. a libra. A como sae a vara do tafetá, sabendo-se que a peça tem 52 $\frac{1}{2}$ varas? — R. 4 £. 14 s. 8 d.
3. Sessenta obreiros fizeram, em 18 dias, 354 toesas de obra; cada um ganhava por dia 3 £. 18 s. 8 d. Qual é o preço de cada toesa? — R. 12 £.
4. A circumferencia da roda grande de um carro tem 15 pés 2 pollegadas; quando caminha o carro, a roda pequena dá 7 voltas; e a grande, apenas 2. Qual é a circumferencia da roda pequena? — R. 4 pés 4 pollegadas.
5. Empregaram-se, para fazer 354 toesas de obra, 60 obreiros que a concluíram em 18 dias; cada toesa custou 12 £. Quanto ganhou por dia cada obreiro? — R. 3 £. 18 s. 8 d.
6. Um navio tem 80 625 libras de biscoutos para 430 homens da equipagem, durante 5 mezes de 30 dias. Quantas onças tem cada ração? — R. 20 onças.

7. Um particular empregou certo numero de trabalhadores em uma obra que lhe custou 1 125 £.; cada trabalhador fez 25 pés de obra e recebeu 12 £. 10 s. Quantos eram os trabalhadores e quantas toesas de obra fizeram? — R. 90 trabalhadores; 375 toesas.

8. Receberam 100 £. 16 s. 8 d. pelo capital e juros de uma quantia emprestada; nesta estavam comprehendidos os juros pela setima parte do capital. Qual era a quantia emprestada? — R. 88 £. 4 s. 7 d.

9. Uma pessoa encontrou um amigo seu com um retalho de panno debaixo do braço e perguntou-lhe quantas varas tinha e a como pagára a vara. O amigo respondeu-lhe: Tenho tantas meias-varas quantos eram os luizes que eu possuia; de cada luiz que empreguei deram-me 24 soldos de troco; depois gastei 2 £. 8 s. e possuo ainda 12 £. Quer-se saber o preço da vara de panno e quantas tem o seu dono. — R. 45 £. 12 s.; 6 varas.

10. Uma columna de 18 000 homens, a 4 de fundo, deve desfilar diante de um general, no passo ordinario de 2 pés, que se dão em um segundo. Que tempo gastará ella em desfilar, sabendo-se que as filas estão a 3 pés de distancia umas das outras, nesta distancia comprehendendo-se os homens? — R. 1 hora 52 m. 30 s.

11. A circumferencia da Terra é representada por meio de um grande circulo dividido em 360 partes iguaes chamadas graus; cada um destes tem 25 leguas, cada legua 2280 toesas e cada toesa 6 pés. Quantos annos gastaria para fazer a volia da Terra um homem que caminhasse 6 horas por dia e desse em cada minuto 114 passos de 2 pés cada um? — R. 4 annos e 40 dias.

12. Quando João nasceu, Pedro tinha 18 annos 6 mezes e 15 dias; qual será a idade de João quando Pedro tiver 41 annos 6 mezes 10 dias; e que idade terá Pedro quando João tiver 70 annos 2 mezes 3 dias? — R. 22 annos 11 m. 25 dias (idade de João); 88 an. 8 m. 18 d. (idade de Pedro).

13. Perguntando-se a uma senhora qual era a sua idade, não quiz a principio responder; afinal para ver-se livre do importuno que a perseguia com pergunta tão indiscreta, disse-lhe: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{6}$ da minha idade mais 4 annos e 1 dia, fazem justamente a idade que devo ter de hoje a 1 anno 11 mezes 15 dias. — R. 24 annos 6 m. 12 d. 32327

14. Suppondo-se que 543 £. 13 s. 9 d. produziram 46 £. 6 s. 4 d., quanto devem produzir 2875 £. 10 s. 6 d.? — R. 241 £. 19 s. 3 d. 43495

*) Gremilliet, Recueil de problèmes.

CAPITULO IX

RAZÕES E PROPORÇÕES

319. Razão de duas grandezas da mesma especie é o resultado da divisão de uma pela outra.

320. A razão se exprime collocando-se dois pontos entre os dois numeros, ou o traço de fracção.

A razão entre 12 e 4 é 3, e se escreve:

$$12 : 4 \text{ ou } \frac{12}{4}; \text{ e se lê:}$$

12 está para 4, ou 12 dividido por 4, ou 12 sobre 4.

321. Proporção é a igualdade de duas razões.

322. Os numeros que formam a proporção chamam-se em geral, termos. O primeiro e o terceiro termos são os antecedentes; o segundo e o quarto, os consequentes. O primeiro e o quarto chamam-se extremos, o segundo e o terceiro, meios.

323. Ella se indica, separando-se as duas razões por quatro pontos, ou pelo signal de igualdade.

Querendo indicar-se, por exemplo, que os numeros 12, 4, 6 e 2 formam uma proporção, escreve-se.

$$12 : 4 :: 6 : 2; \text{ e se lê:}$$

12 está para 4, assim como 6 está para 2.

Esta mesma proporção também indica-se dest'outro modo:

$$\frac{12}{4} = \frac{6}{2}; \text{ e se lê:}$$

12 dividido por 4 é igual a 6 dividido por 2; ou 12 sobre 4 é igual a 6 sobre 2.

324. Propriedade fundamental. — Em toda proporção, o producto dos extremos é sempre igual ao producto dos meios; v. g.

$$\left. \begin{array}{l} 12 : 4 :: 6 : 2 \\ \text{ou } \frac{12}{4} = \frac{6}{2} \end{array} \right\} 12 \times 2 = 4 \times 6 = 24$$

325. Dados tres termos de uma proporção facilmente se achará o que falta:

Si o termo pedido for um extremo, divide-se o producto dos meios pelo extremo conhecido;

Si for um meio, divide-se o producto dos extremos pelo meio conhecido; v. g.

$$12 : 4 :: 6 : x; \text{ ou } \frac{12}{4} = \frac{6}{x}$$

$$12 \times x = 4 \times 6,$$

$$x = \frac{4 \times 6}{12} = 2$$

$$12 : x :: 6 : 2; \text{ ou } \frac{12}{x} = \frac{6}{2}$$

$$12 \times 2 = 6 \times x,$$

$$x = \frac{12 \times 2}{6} = 4$$

Determinar o valor de x nas seguintes proporções:

- | | | | | | |
|----|----------------|--------|----|-------------------|--------|
| 1. | 3 : 4 :: 6 : x | x = 8 | 2. | 14 : x :: 28 : 16 | x = 8 |
| | 5 : 3 :: x : 6 | x = 10 | | 13 : 26 :: x : 12 | x = 6 |
| | 9 : x :: 3 : 2 | x = 6 | | 22 : 26 :: 11 : x | x = 13 |
| | x : 8 :: 9 : 4 | x = 18 | | 33 : 21 :: x : 7 | x = 11 |

$$3. \quad 0,45 : 0,9 :: 0,3 : x \quad x = 0,6$$

$$1,2 : 3,6 :: x : 3,9 \quad x = 1,3$$

$$\frac{1}{8} : x :: \frac{9}{16} : \frac{3}{4} \quad x = \frac{1}{6}$$

$$x : 1\frac{1}{2} :: 2\frac{3}{4} : 1\frac{3}{8} \quad x = 3$$

$$4. \quad 2,5 : x :: 2\frac{1}{2} : 3,25 \quad x = 3,25$$

$$\frac{3}{5} : 2\frac{1}{2} :: x : 2,5 \quad x = 3\frac{3}{5}$$

$$2,1 : 4\frac{1}{5} :: 0,6 : x \quad x = 1,2$$

$$4 : 5,5 :: x : 1\frac{3}{8} \quad x = 1$$

OBSERVAÇÃO. — Duas quantidades iguaes estando reunidas pelo signal = constituem uma *igualdade*. Estas duas quantidades chamam-se *membros da igualdade*. Uma igualdade, portanto, consta de dois membros; a quantidade escripta á esquerda do signal = é o 1.^o membro, e a que está collocada á direita é o 2.^o membro.

Quando em um membro de uma igualdade se acha uma incognita multiplicada por uma ou mais quantidades conhecidas, obtem-se o valor da incognita *dividindo-se o membro em que se acham as quantidades conhecidas pela quantidade ou quantidades que multiplicam a incognita*.

CAPITULO X

APPLICAÇÕES

§ I — Regra de tres

326. Regra de tres é a questão, na qual se procura uma quantidade desconhecida por meio de outras conhecidas, com as quaes entretem relações de proporção.

327. Ha duas especies de regras de tres: a simples e a composta.

Regra de tres simples

328. Regra de tres simples é aquella que consta de quatro termos, sendo um desconhecido.

329. Em uma regra de tres, chamam-se *termos principaes* os dois termos dados da mesma especie; e *termos relativos*, os dois termos da mesma especie, um dos quaes é desconhecido.

330. A regra de tres simples é *directa* ou *inversa*.
É *directa*, quando, *crescendo* os termos principaes, seus relativos tambem *crescem*; ou quando, *diminuindo* os termos principaes, os seus relativos tambem *diminuem*.
É *inversa*, quando, *crescendo* os termos principaes, os seus relativos *diminuem*; ou quando, *diminuindo* os termos principaes, os seus relativos *crescem*.

331. A regra para armar-se a proporção é a seguinte:
O principal maior está para o principal menor, assim como o relativo maior está para o relativo menor; ou
O principal menor está para o principal maior, assim como o relativo menor está para o relativo maior.

1) Numeros inteiros

Ex. 1) (Razão directa). — Um obreiro fez 210 metros de obra em 9 dias; pergunta-se quanto tempo gastará para fazer 630 metros da mesma obra?

Disposição dos dados do problema

210 metros são feitos em 9 dias
 630 " " " " " "

Raciocínio. — Si o obreiro para fazer 210 metros de obra gastou 9 dias, para fazer 630 metros gastará mais de 9 dias.

E' uma regra de tres directa; porque, crescendo o termo principal metros, o seu relativo dias tambem cresce.

A incognita x dias representa, pois, um numero maior do que 9 dias.

Methodo das proporções

$$210 : 630 :: 9 : x = \frac{630 \times 9^d}{210} = 27 \text{ dias.}$$

OBSERVAÇÃO. — Os problemas da regra de tres resolvem-se facilmente, sem armar-se proporção, pelo methodo que Reynaud chamou *methodo de redução á unidade*. Seja o mesmo exemplo acima.

Methodo de redução á unidade

Si 210 metros de obra são feitos em 9 dias, 1 metro será feito em 210 vezes menos dias, isto é, em $\frac{9}{210}$ do dia. Ora, si 1 metro é feito em $\frac{9}{210}$ do dia, 630 metros serão feitos em

$$630 \text{ vezes mais dias, isto é, em } \frac{630 \times 9^d}{210} = 27 \text{ dias.}$$

Typo do calculo*)

Si 210 metros são feitos em..... 9 dias
 630 " " " " " "
 210 metros são feitos em..... 9 dias
 1 metro será feito em 210 vezes 9 d.
 menos dias ou em..... $\frac{210}{630 \times 9}$
 630 metros serão feitos em 630 vezes $\frac{630 \times 9}{210} = 27$ dias.
 mais dias, ou em.....

Ex. 2) (Razão inversa). — Certa obra foi feita por 10 trabalhadores em 15 dias. Quer-se saber em quantos dias 30 trabalhadores farão a mesma obra.

Disposição dos dados do problema

10 trabalhadores gastaram 15 dias
 30 " " " " " "

Raciocínio. — Si os 10 trabalhadores gastaram 15 dias para fazer a obra, os 30 trabalhadores gastarão menos de 15 dias.

E' uma regra de tres inversa, porque, crescendo o termo principal trabalhadores, o seu relativo dias diminue.

A incognita x dias é, portanto, menor do que 15 dias.

Methodo das proporções

$$30 : 10 :: 15 : x = \frac{10 \times 15^d}{30} = 5 \text{ dias.}$$

Methodo de redução á unidade

10 trabalhadores gastaram 15 dias
 30 " " " " " "

10 trabalhadores gastaram 15 dias
 1 trabalhador gastará 10 vezes 10×15^d
 30 mais dias ou 10×15^d
 trabalhadores gastarão 30 vezes $10 \times 15^d = 5$ dias.
 menos dias ou

*) Chama-se calculo a reunião de todas as operações que se podem effectuar sobre os numeros.

2) Frações decimaes

PRIMEIRO EXEMPLO. — Qual é a altura de um monumento que dá 87^m,50 de sombra, sabendo-se que um álamo de 15 metros de altura dá 37^m,50 de sombra no mesmo momento?

Disposição dos dados

37 ^m ,50 (sombra).....	15 m. (altura)
87 ^m ,50 " "	x " "

OBSERVAÇÃO. — Quando as frações decimaes são referidas á mesma unidade fraccionaria, abstrae-se da virgula e procede-se depois como nos numeros inteiros.

Assim teremos:

3750 cm. (sombra).....	15 m. (altura)
8750 " "	x " "

Raciocinio. — A' sombra de 3750 cm. correspondendo a altura de 15 m., a uma sombra maior corresponderá maior altura. E' uma regra de tres directa.

Methodo das proporções

$$3750 : 8750 :: 15 : x = \frac{8750 \times 15}{3750} = 35 \text{ metros.}$$

Methodo de redução á unidade

3750 cm. (sombra).....	15 m. (altura)
8750 " "	x " "

3570 cm. (sombra)	15 m.
1 " "	15 m.
	<hr/>
	3750

8750 cm. (sombra)	$\frac{8750 \times 15}{3750}$	= 35 metros.
	3750	

SEGUNDO EXEMPLO. — Um especieiro ganha 500 rs. sobre 5 kilogrammos 45 decagrammos de mercadoria. Quanto ganhará sobre 295 hectogrammos?

Disposição dos dados

5 Kg. 45 Dg.	500 rs.
295 Hg.	x "

OBSERVAÇÃO. — Quando os termos de uma razão não são da mesma especie, reduzem-se ambos a uma mesma unidade, e opera-se como nos numeros inteiros.

Assim, no exemplo dado, o peso não estando referido a uma mesma unidade, reduzamos a grammos, e teremos:

5 450 g.	500 rs.
29 500 "	x "

Raciocinio. — A maior peso corresponde maior preço. E' uma regra de tres directa.

Methodo das proporções

$$5450 : 29500 :: 500 : x = \frac{29500 \times 500}{5450} = 2\$706.$$

Methodo de redução á unidade

5 450 g.	500 rs.
29 500 "	x "

5 450 g.	500 rs.
1 "	500 rs.
	<hr/>
	5450

29 500 "	$\frac{29500 \times 500}{5450}$	= 2\\$706.
	5450	

3) Fracções ordinarias

PRIMEIRO EXEMPLO. — Um tecelão fez com certa quantidade de fio 26^m,50 de panno, tendo $\frac{3}{4}$ de metro de largura. Quantos metros teria elle feito com a mesma quantidade de fio, si o panno tivesse $\frac{1}{2}$ metro de largura?

Disposição dos dados

$\frac{3}{4}$ m. (largura)	26 ^m ,50
$\frac{1}{2}$ " "	x

OBSERVAÇÃO. — Quando os termos de uma razão são fracções ordinarias que não têm o mesmo denominador, reduzem-se ao mesmo denominador; expelle-se o denominador commum, e opera-se sobre os numeradores, como no caso dos inteiros.

Assim, no exemplo proposto, reduzindo-se as fracções $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{2}$ ao mesmo denominador, teremos $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{4}$; expellindo o denominador commum 4, resulta:

3 m. (largura)	26 ^m ,50
2 " "	x

Raciocínio. — Com a mesma porção de fio, dando-se menor largura ao panno, maior será o comprimento deste. E' uma regra de tres inversa.

Methodo das proporções

$$2 : 3 :: 26,50 : x = \frac{3 \times 26^m,50}{2} = 39^m,75.$$

Methodo de redução á unidade

3 m. (largura)	26 ^m ,50
2 " "	x
3 m. (largura)	26 ^m ,50
1 " "	$3 \times 26^m,50$
2 " "	$3 \times 26^m,50$
	<hr/>
	2
	= 39 ^m ,75.

SEGUNDO EXEMPLO. — Em 5 h. $\frac{3}{4}$ um tecelão fez 3 m. $\frac{2}{3}$ de panno; quantos metros fará em 9 h. $\frac{2}{5}$ de trabalho?

Disposição dos dados

5 h. $\frac{3}{4}$	3 m. $\frac{2}{3}$
9 " $\frac{2}{5}$	x

OBSERVAÇÃO. — Quando os termos de uma razão são numeros mixtos, isto é, inteiros acompanhados de fracção, reduzem-se a uma só expressão fraccionaria, e procede-se depois sobre estas, como sobre as fracções ordinarias.

Assim, no exemplo dado, os numeros mixtos $5\frac{3}{4}$, $9\frac{2}{5}$ e $3\frac{2}{3}$, reduzidos a uma só expressão fraccionaria dão $\frac{23}{4}$, $\frac{47}{5}$ e $\frac{11}{3}$, e os dados tornam-se:

$\frac{23}{4}$ h.	$\frac{11}{3}$ m.
$\frac{47}{5}$ "	x

Reduzindo ao mesmo denominador as fracções $\frac{23}{4}$ e $\frac{47}{5}$, que exprimem o tempo, obtem-se:

$\frac{115}{20}$ h.	$\frac{11}{3}$ m.
$\frac{188}{20}$ "	x

Expellimos o denominador commum 20, teremos:

115 h.	$\frac{11}{3}$ m.
188 "	x

Raciocínio. — Em mais horas fazem-se mais metros da mesma obra. E' uma regra de tres directa.

Methodo das proporções

$$115 : 188 :: \frac{11}{3} \cdot x = \frac{188 \times 11^m}{115 \times 3} = 5^m \frac{348}{345}$$

Methodo de redução á unidade

$$\begin{array}{l} 115 \text{ h.} \dots\dots\dots 11\frac{1}{3} \text{ m.} \\ 188 \text{ " } \dots\dots\dots x \end{array}$$

$$115 \text{ h.} \dots\dots\dots 11\frac{1}{3} \text{ m.}$$

$$\begin{array}{r} 1 \text{ " } \dots\dots\dots \\ \hline 115 \times 3 \end{array}$$

$$188 \text{ " } \dots\dots\dots \frac{188 \times 11\frac{1}{3}}{115 \times 3} = 5\text{m } \frac{343}{345}$$

Problemas sobre regra de tres simples

1. Si 6 pedreiros, trabalhando 10 horas por dia, fazem um muro em 18 dias, em que tempo o fariam, si o trabalho diario fosse de 12 horas? — R. 15 dias.
2. Uma fonte dá 27 litros d'agua em 3 minutos; quantos litros dará ella em 1 hora? — R. 540 litros.
3. O ar sendo um corpo muito elastico, toma um volume tanto maior quanto menor é a pressão. Sendo assim, quer-se saber em quanto se tornará o volume de 1 litro de ar na pressão 76, passando esta para 50? — R. 1,52.
4. Uma pessoa queria dar uma esmola a 12 pobres, de modo que a cada um tocasse 200 rs.; appareceram, porém mais 3 pobres; quanto deve então tocar a cada um, não se tendo augmentado a quantia destinada para essa caridosa acção? — R. 160 rs.
5. Quatro obreiros fizeram 168 metros de obra em um tempo determinado; quantos metros da mesma obra farão 36 obreiros no mesmo tempo? — R. 1512 metros.
6. 29 obreiros acabaram uma obra em 18 dias; em quantos dias 87 obreiros da mesma força acabarão essa obra? — R. 6 dias.
7. Si 40 operarios fizeram certa obra em 15 dias, quantos operarios serão precisos para fazer a mesma obra em 25 dias? — R. 24 operarios.
8. Um homem ganha 25\$500 rs. em 15 dias de trabalho; quanto ganhará em 37 dias? — R. 62\$900.
9. 38 obreiros fazem 266 metros de obra em 1 dia; quantos metros farão 57 obreiros no mesmo tempo. — R. 399 metros.
10. Para fazer-se uma obra empregaram-se 49 trabalhadores durante 72 dias; si para fazer-se a mesma obra só se empregassem 36 trabalhadores, quantos dias gastariam elles? — R. 98 dias.
11. Um operario fez 432 metros de obra em 48 dias; quantos metros fará em 19 dias? — R. 171 metros.
12. Tendo a tripulação dum navio mantimento para 15 dias, e faltando ainda 20 dias para concluir a viagem, a quanto devem ser reduzidas as rações? — R. $\frac{3}{4}$.

13. Para certa obra gastaram-se 24 metros de panno com 0^m,85 de largura; quantos metros seriam precisos si o panno tivesse mais 0^m,15 de largura? — R. 20^m,40.
14. Qual é a altura de um coqueiro que projecta uma sombra de 3^m,8 ao mesmo tempo que uma bengala de 1^m,05 projecta uma sombra de 0^m,2? — R. 19^m,95.
15. São precisos 12 rólos de tapeçaria de 0^m,40 de largura para forrar as paredes de uma sala. Querendo empregar tapeçaria de 0^m,48 de largura, quantos rólos do mesmo comprimento são precisos? — R. 10 rólos.
16. Para telhar um edificio são precisas 2136 telhas, cobrindo uma superficie de 0^m2,03 cada uma. Quantas telhas serão precisas, si cada uma cobrir só uma superficie de 0^m,0090? — R. 7120 telhas.
17. Ao longo duma estrada estão plantadas 2945 arvores distintas umas das outras 4^m,50. Quantas arvores haveria, si a distancia entre ellas fosse de 3^m,10? — R. 4275 arvores.
18. Seis hectolitros custaram 25\$500 réis; quanto custarão 10 litros? — R. 425 réis.
19. Uma sala cobre-se com 6^m,54 de tapete de $\frac{3}{4}$ de metro de largura; quantos metros de tapete de $\frac{2}{3}$ de metro de largura são necessarios para cobrir o soalho da mesma sala? — R. 7^m,3575.
20. Duas duzias de camisas custam (feito) 18\$000 rs.; quanto se deve pagar por 5 $\frac{1}{2}$ duzias? — R. 49\$500.
21. Quantos metros se precisam de um estofa que tem $\frac{5}{8}$ de largura, para forrar um outro estofa de 8^m,50 de comprimento e $\frac{3}{4}$ de largura? — R. 10^m,20.
22. Um candieiro estando acceso 4 h. 20 min. por dia gasta 1 kilogrammo de azeite em 3 $\frac{1}{2}$ dias; para quantos dias daria esta provisão si o candieiro estivesse acceso sómente 3 $\frac{1}{4}$ horas por dia? — R. 4 $\frac{2}{3}$ dias.
23. Um navio com uma tripulação de 30 homens recebe naufragos e reduz a ração de biscoitos de 96 decagr. para 576 grammos. Quantos são os naufragos? — R. 20 naufragos.
24. Um regimento, que tinha de andar 308 kilometros, já fez em 6 dias 132 kilom. Em quantos dias percorrerá elle o resto do caminho? — R. 8 dias.
25. Com 18 duplos decalitos de trigo podem se fazer 96 pães de 3 kilos cada um. Quantos pães, do mesmo peso, se poderão fazer com 24 hectolitros de trigo? — R. 640 pães.

REGRA DE TRES COMPOSTA

332. Regra de tres composta é aquella que consta de mais de quatro termos.
333. Ella póde ser inteiramente directa, inteiramente inversa, e parte directa e parte inversa. Estas considerações, porém, tornam-se desnecessarias no processo que vamos seguir para os problemas desta regra, o

qual consiste em reduzir a regra de tres composta a uma regra de tres simples, resolvendo-se esta por uma unica proporção.

PRIMEIRO EXEMPLO. — Si 30 pedreiros fazem 528 metros de parede em 40 dias; pergunta-se: 50 pedreiros quantos metros farão em 45 dias?

Disposição dos dados do problema

30 pedreiros em 40 dias fazem 528 metros
50 " " 45 " " x "

Methodo das proporções

Raciocínio. — 30 pedreiros em 40 dias é o mesmo que 40×30 ou 1200 pedreiros em 1 dia.
50 pedreiros em 45 dias é o mesmo que 45×50 ou 2250 pedreiros em 1 dia.

O problema fica, portanto, reduzido ao seguinte:

Si 1200 pedreiros fazem 528 metros, 2250 pedreiros quantos metros farão?

$$1200 : 2250 :: 528 : x = \frac{2250 \times 528^m}{1200} = 990 \text{ metros.}$$

Methodo de redução á unidade *)

	30 pedreiros em 40 dias fazem 528 metros
	50 " " 45 " " x "
30 pedreiros em 40 dias fazem.	528 metros
1 pedreiro " 40 " fará...	<u>528^m</u>
	30 "
1 " " 1 dia " ...	<u>528^m</u>
	40 × 30 "
50 pedreiros " 1 " farão..	<u>50 × 528^m</u>
	40 × 30 "
50 " " 45 " " ..	<u>45 × 50 × 528^m</u>
	40 × 30 = 990 metros

*) Convém declarar que este processo não é propriamente o das proporções; elle é apenas uma combinação deste com o methodo de redução á unidade. Por abreviação, é que lhe havemos dado aqui essa denominação.

SEGUNDO EXEMPLO. — Si 12 pedreiros fizeram certa obra em 26 dias, trabalhando 12 horas por dia, quer-se saber em quantos dias 8 pedreiros farão a mesma obra, trabalhando 13 horas por dia.

Disposição dos dados do problema

12 pedreiros a 12 horas gastam 26 dias
8 " " 13 " " x

Methodo das proporções

Raciocínio. — 12 pedreiros trabalhando 12 horas por dia é o mesmo que 12×12 ou 144 pedreiros trabalhando 1 hora por dia.
8 pedreiros trabalhando 13 horas por dia é o mesmo que 13×8 ou 104 pedreiros trabalhando 1 hora por dia.

O problema proposto se reduz ao seguinte:

Si 144 pedreiros gastam 26 dias para fazer certa obra, 104 pedreiros quantos dias gastarão para fazer a mesma obra?

$$104 : 144 :: 26 : x = \frac{144 \times 26^d}{104} = 36 \text{ dias.}$$

Methodo de redução á unidade

	12 pedreiros a 12 horas gastam 26 dias
	8 " " 13 " " x
12 pedreiros a 12 horas gastam	26 dias
1 pedreiro " 12 " gastará	<u>12 × 26^d</u>
" " 1 hora " "	12 × 12 × 26 ^d
8 pedreiros " 1 " gastarão	<u>12 × 12 × 26^d</u>
	8
8 " " 13 horas " "	<u>12 × 12 × 26^d</u>
	13 × 8 = 36 dias.

TERCEIRO EXEMPLO. — Uma barra de ferro de 1^m,20 de comprimento, 0^m,45 de largura e 0^m,025 d'espessura pesa 100 kilogrammos; quanto pesará uma barra do mesmo metal de 1^m,70 de comprimento, 0^m,75 de largura e 0^m,018 d'espessura?

Disposição dos dados do problema

$1^m,20$ (compr.) $0^m,45$ (larg.) $0^m,025$ (espes.) pesa 100 Kg.
 $1^m,70$ " " $0^m,75$ " $0^m,018$ " " " " "

Fazendo-se desaparecer as unidades fraccionarias (vide exemplo 1.º fracc. decim., pag. 218), resulta:

120 cm. (compr.) 45 cm. (larg.) 25 mm. (espes.) 100 Kg.
 170 " " " 75 " " 18 " " " "

Methodo das proporções

Raciocinio. — 120 cm. de comprimento, 45 cm. de largura e 25 mm. d'espessura é o mesmo que $25 \times 45 \times 120$ cm. ou $135\,000$ cm. de comprimento, 1 cm. de largura e 1 mm. d'espessura.

Da mesma fórmula 170 cm. de comprimento, 75 cm. de largura e 18 mm. d'espessura é o mesmo que $18 \times 75 \times 170$ cm. ou $229\,500$ cm. de comprimento, 1 cm. de largura e 1 mm. d'espessura.

O problema proposto fica, portanto, reduzido ao seguinte:
 Si uma barra de ferro de $135\,000$ cm. de comprimento pesa 100 kilogrammos, quanto pesaria si tivesse o comprimento de $229\,500$ centimetros?

Dispondo-se os dados, teremos:

$135\,000$ cm. pesam 100 Kg.
 $229\,500$ " " " " "

E' uma regra de tres simples directa; x é maior do que 100 , por ser $229\,500$ maior do que $135\,000$.

$$135\,000 : 229\,500 :: 100 : x = \frac{229\,500 \times 100 \text{ Kg.}}{135\,000} = 170 \text{ Kg.}$$

Methodo de redução á unidade

120 cm. (compr.) 45 cm. (larg.) 25 mm. (espes.) 100 Kg.
 170 " " " 75 " " 18 " " " "

120 compr.	45 larg.	25 espes.	100 Kg.
170 " "	75 " "	18 " "	x " "
<hr/>			
120 compr.	45 larg.	25 espes.	100 Kg.
1 " "	45 " "	25 " "	100 Kg.
<hr/>			120
<hr/>			100 Kg.
1 " "	1 " "	25 " "	45×120
<hr/>			100 Kg.
1 " "	1 " "	1 " "	$25 \times 45 \times 120$
<hr/>			170×100 Kg.
170 " "	1 " "	1 " "	$25 \times 45 \times 120$
<hr/>			$75 \times 170 \times 100$ Kg.
170 " "	75 " "	1 " "	$25 \times 45 \times 120$
<hr/>			$18 \times 75 \times 170 \times 100$ Kg.
<hr/>			$= 170$ Kg.
170 " "	75 " "	18 " "	$25 \times 45 \times 120$

QUARTO EXEMPLO. — Uma barra de ferro de $1^m, \frac{1}{5}$ de comprimento, $\frac{9}{20}^m$ de largura e $\frac{1}{40}^m$ d'espessura, pesa 100 kilogrammos; quanto pesará outra barra do mesmo metal tendo $1^m, \frac{7}{10}$ de comprimento, $\frac{3}{4}^m$ de largura e $\frac{9}{500}^m$ de espessura?

Disposição dos dados

$(1^m, \frac{1}{5})$ ou $\frac{6}{5}^m$ (compr.) $\frac{9}{20}^m$ (larg.) $\frac{1}{40}^m$ (espes.) 100 Kg.
 $(1^m, \frac{7}{10})$ " " $\frac{3}{4}^m$ " " $\frac{9}{500}^m$ " " " " "

Reduzindo-se ao mesmo denominador as fracções de cada uma das razões de que depende a incognita, expellindo os denominadores communs, vem (vid. exemplos 1.º e 2.º, pags. 220 e 221):

12 compr. 9 larg. 25 espes. 100 Kg.
 17 " " 15 " " 18 " " " "

Methodo das proporções

Raciocinio. — 12 comprimento, 9 largura, 25 espessura é equivalente a $25 \times 9 \times 12$ comprimento ou 2700 comprimento, 1 de largura e 1 de espessura.

17 comprimento, 15 largura, 18 espessura é o mesmo que $18 \times 15 \times 17$ comprimento ou 4590 comprimento, 1 de largura e 1 de espessura.

O problema proposto ficará, pois, substituído pelo seguinte: Si uma barra de ferro cujo comprimento é representado pelo numero 2700 pesa 100 kilogrammos, quanto pesaria si o comprimento fosse representado por 4590?

Dispondo-se os dados, teremos:

$$\begin{matrix} 2700 & \text{comprimento} & \text{pesa} & 100 & \text{Kg.} \\ 4590 & \text{"} & \text{"} & \text{"} & \text{"} \end{matrix}$$

E' uma regra de tres directa, porque a maior comprimento corresponde maior peso.

$$2700 : 4590 :: 100 : x = \frac{4590 \times 100 \text{ Kg.}}{2700} = 170 \text{ Kg.}$$

Methodo de redução á unidade

12 compr.	9 larg.	25 espes.	100 Kg.
17 "	15 "	18 "	x "
12 compr.	9 larg.	25 espes.	100 Kg.
1 "	9 "	25 "	100 Kg.
1 "	1 "	25 "	100 Kg.
1 "	1 "	1 "	100 Kg.
17 "	1 "	1 "	$\frac{25 \times 9 \times 12}{17 \times 100 \text{ Kg.}}$
17 "	15 "	1 "	$\frac{25 \times 9 \times 12}{15 \times 17 \times 100 \text{ Kg.}}$
17 "	15 "	18 "	$\frac{25 \times 9 \times 12}{18 \times 15 \times 17 \times 100 \text{ Kg.}}$
			$25 \times 9 \times 12$

Problemas sobre regra de tres composta

1. Vinte operarios, trabalhando 15 dias a 8 horas por dia, fizeram certa obra; quantos operarios seriam precisos para fazer a mesma obra, trabalhando 30 dias a 10 horas por dia? — R. 8 operarios.
2. Em 15 dias 20 operarios, trabalhando 8 horas por dia fizeram certa obra; em quantos dias farão obra igual 8 operarios da mesma força dos primeiros e que trabalham 10 horas por dia? — R. 30 dias.
3. Foi preciso que 20 operarios trabalhassem 15 dias a 8 horas por dia para concluir-se certa obra; para concluir obra igual em 30 dias quantas horas por dia devem trabalhar 8 operarios? — R. 10 horas.
4. Tres obreiros, trabalhando 2 dias a 7 horas por dia, fizeram 126 metros de obra; quantos metros da mesma obra farão 2 obreiros trabalhando 5 dias a 3 horas por dia? — R. 90 metros.
5. Quantos obreiros farão 126 metros de certa obra em 2 dias com o trabalho diario de 7 horas, si 2 obreiros da mesma força fizeram 90 metros de obra igual em 5 dias, trabalhando 3 horas por dia? — R. 3 obreiros.
6. Em quantos dias 2 obreiros trabalhando 3 horas por dia farão 90 metros de certa obra, si 3 obreiros da mesma força trabalhando diariamente 7 horas, gastaram 2 dias para fazer 126 metros de obra igual? — R. 5 dias.
7. Para fazer 360 metros de obra, 45 operarios gastaram 15 dias, trabalhando 8 horas por dia; em quantos dias 30 operarios fariam 120 metros da mesma obra, trabalhando 10 horas por dia? — R. 6 dias.
8. Em 24 dias, 18 obreiros, trabalhando 8 horas por dia, cavaram uma valla de 480 metros de comprimento. Em quantos dias 15 obreiros da mesma força que os primeiros, trabalhando 7 horas por dia, farão 1050 metros da mesma obra? — R. 72 dias.
9. Uma companhia de 20 obreiros cavaram em 8 dias um fosso de 160 metros de comprimento, 2 metros de largura e 1^m,20 de profundidade. Em quantos dias uma segunda companhia de 24 obreiros cavarão um fosso de 90 metros de comprimento, 1^m,60 de largura e 1^m,6 de profundidade. — R. 4 dias.
10. Trabalhando 12 horas por dia, 40 operarios ganharam 640\$000 em 10 dias; quantas horas por dia deviam trabalhar 25 obreiros para ganhar 220\$000 em 6 dias? — R. 11 horas.
11. Com 34 kilogrammos de lã fizeram-se 25 metros de um tecido que tem 0^m,60 de largura; quantos metros se poderiam fazer com 102 kilogrammos da mesma lã, sendo de 0^m,50 a largura do tecido? — R. 90 metros.
12. Com 312kg,5 de fio fez-se uma tela de 1200 metros de comprimento e 3^m,75 de largura; qual será o comprimento duma tela de 2^m,1 de largura, fabricada com 182 kilogrammos de fio? — R. 1248.
13. São precisos 120 kilogrammos de feno para sustentar 12 cavallos durante 15 dias; quantos quintaes metricos serão precisos para sustentar 35 parellas durante 90 dias? — R. 42^m.

14. Numa pensão gastou-se 750\$000 para o sustento de 60 pessoas, durante 10 dias. Quanto se teria gasto com o sustento de 90 pessoas, em 15 dias? — R. 1:697\$500.

15. Um livreiro fez a edição duma obra de 75 volumes em 8.º. Cada volume tem 30 folhas de impressão (16 paginas cada uma), e em cada pagina ha 40 linhas de 50 letras cada uma. Quer fazer uma segunda edição em 12.º devendo cada volume ter 25 folhas de impressão (24 paginas cada folha), tendo cada pagina 30 linhas de 40 letras cada uma. Deseja saber de quantos volumes será a edição? — R. 100 volumes.

16. Vinte e cinco operarios, trabalhando 8 horas por dia, abriram em 15 dias um fosso de 340 metros de comprimento e 4 de largura; qual será o comprimento dum fosso da mesma largura, aberto por 60 operarios, cuja actividade é $\frac{3}{4}$ da dos primeiros, em 1 mez, a 10 horas por dia, em terreno 3 vezes mais difficil de trabalhar? — R. 510 metros.

17. Em 30 dias, 26 operarios, trabalhando $8\frac{1}{4}$ horas por dia, fizeram 628^m,65 de certa obra, cuja difficuldade é representada pela fracção $\frac{2}{3}$. Quantos obreiros seriam necessarios, trabalhando 6 horas por dia, para fazerem, em 45 dias, 457^m,20 de uma obra, cuja difficuldade fosse representada por 1, sabendo-se que a razão da actividade das duas companhias é $\frac{15}{26}$? — R. 15 obreiros.

18. Vinte e cinco obreiros, trabalhando 11 horas por dia, durante 15 dias, levantaram uma muralha, cujas dimensões são: altura 4 metros, comprimento 750 metros, espessura 1^m,75. Quantos dias seriam precisos a 33 obreiros, trabalhando 10 horas por dia, para levantarem outra muralha com as seguintes dimensões: altura 3 metros, comprimento 840 metros, espessura 1^m,50? — R. 9 dias.

19. Em 25 dias, 36 obreiros trabalhando 10 horas por dia, cavaram um buraco com 60 metros de comprimento, 2^m,5 de largura e 4 de profundidade. Quantos obreiros serão precisos, trabalhando 12 horas por dia, para cavarem em 18 dias um buraco com 75 metros de comprimento, 3 metros de largo e 3^m,2 de fundo. Suppõe-se que a difficuldade do primeiro trabalho está para a do segundo, como 5 está para 6, e a força de um obreiro da primeira companhia está para a de um obreiro da segunda, como 5 está para 4? — R. 75 obreiros.

20. Um pedaço de madeira de pinho esquadriado tem 3^m,20 de comprimento, 0^m,24 de largura e 0^m,12 d'espessura; seu peso é de 42^{kg},24. Qual será o comprimento de um pedaço de madeira de pinho cuja largura fosse de 0^m,16, a espessura 0^m,18 e o peso 68^{kg},64? — R. 5^m,20.

21. Um livreiro mandou imprimir duas obras; uma de 25 volumes em 12.º, tendo cada um 14 folhas de impressão a 33 linhas de 48 letras por pagina, foi composta por 5 compositores em 18 dias trabalhando 11 horas por dia; a outra em 8.º, tendo cada volume 18 folhas de impressão a 42 linhas de 50 letras por pagina, foi composta por 9 compositores em 15 dias, trabalhando 13 horas por dia. Pergunta-se qual é o numero de volumes da 2.ª obra? — R. 29 volumes.

22. Em uma bibliotheca empregam-se em copiar manuscritos duas secções de escreventes; uns, já idosos, só trabalham de dia e escrevem bastardo, os outros trabalham de noite e escrevem cursivo. Os primeiros, em numero de 24, transcreveram, trabalhando 90 dias a 8 horas por dia, 8 exemplares de uma obra contendo 6 volumes de 480 paginas cada um, tendo cada pagina 64 linhas e cada linha 56 letras. Em quantas noites a segunda secção composta de 30 copistas, que trabalham 6 horas por noite, transcreverá 9 exemplares duma obra em 4 volumes de 800 paginas cada um, tendo cada pagina 84 linhas e cada linha 80 letras suppondo-se que a velocidade dos primeiros está para a dos segundos, como 4 está para 5; que a difficuldade de trabalhar de dia está para a de trabalhar de noite, como 5 está para 6; que a de fazer o bastardo está para a de fazer o cursivo, como 6 está para 5; finalmente, que a de ler a primeira obra está para a de ler a segunda, como 8 está para 7. — R. 157 $\frac{1}{2}$ noites.

§ II — Regra de juros

334. Regra de juros é a questão que tem por fim determinar o lucro que produz uma quantia em um certo tempo, a uma taxa convencionada.

335. Chama-se juro de uma quantia o lucro por ella produzido em certo tempo.

Capital ou principal é a quantia emprestada.

Taxa é o juro de uma quantia fixa em um tempo tam- bem fixo. *)

A quantia fixa ordinariamente é 100, e o tempo 1 anno ou 1 mez.

Assim, 6 por cento ao anno quer dizer que 100 rendem 6 em 1 anno, e designa-se abreviadamente do seguinte modo: 6 % ao anno; 1 $\frac{1}{2}$ por cento ao mez quer dizer que 100 rendem 1 $\frac{1}{2}$ em 1 mez, e designa-se abreviadamente do seguinte modo: 1 $\frac{1}{2}$ % ao mez.

336. O juro de um capital depende: 1.º do capital; 2.º do tempo por que é emprestado o capital; 3.º da taxa.

*) A taxa é de pura convenção; ha, contudo, um limite além do qual se chama usura.

337. As questões de juros dividem-se em duas especies: regra de juros simples e regra de juros de juros ou de juros compostos. *)

338. A regra de juros simples não é mais do que um caso particular da regra de tres composta.

DETERMINAÇÃO DO JURO

339. O juro depende do capital e do tempo, e varia na razão directa dessas quantidades.

Primeiro exemplo. — *Pede-se o juro de 350\$000 em 2 annos a 9 % ao anno.*

Disposição dos dados

100 em 1 anno rendem 9
350\$000 " 2 " " "

Methodo das proporções

Raciocinio.—350\$000 em 2 annos rendem o mesmo que $2 \times 350$000$ ou 700\$000 em 1 anno, a taxa sendo a mesma. Deste modo, o problema se reduz ao seguinte:

Si 100 em 1 anno rendem 9, o capital 700\$000 quanto renderá no mesmo tempo?

$$100 : 700\ 000 :: 9 : x = \frac{9 \times 700\ 000}{100} = 63\$000.$$

Methodo de redução á unidade

100 em 1 anno rendem 9
350\$000 " 2 " " "

100 em 1 anno rendem 9

1 " 1 " " "

100

$350\ 000 \times 9$

100

$2 \times 350\ 000 \times 9$

100

= 63\$000.

*) Regra de juros de juros ou de juros compostos é aquella em que os juros vencidos são accumulados ao capital primitivo, formando deste modo um novo capital, que continúa a vencer o juro respectivo.

Para resolverem-se com simplicidade os problemas desta regra, exigem-se os logarithmos. Vê-se, pois, que não é ella ensinada nas aulas primarias.

Segundo exemplo. — *Pede-se o juro de 350\$000 em 2 annos e 9 mezes a 9 % ao anno.*

Disposição dos dados

100 em 1 anno rendem 9
350\$000 " 2 annos 9 mezes " "

Observação. — O tempo não estando referido a uma mesma unidade, é preciso fazel-o, ou em referencia á unidade *mez*, ou á unidade *anno*.

1) Referindo o tempo á unidade *mez*, como um anno tem 12 mezes e 2 annos 9 mezes têm 33 mezes, os dados do problema são:

100 em 12 mezes rendem 9
350\$000 " 33 " " "

2) Referindo o tempo á unidade *anno*, como 2 annos 9 mezes equivalem a $\frac{33}{12}$ do anno *), os dados do problema são:

100 em 1 anno rendem 9
350\$000 " $\frac{33}{12}$ " " "

Reduzindo-se 1 anno á forma fraccionaria, tem-se $\frac{12}{12}$ do anno; e como $\frac{1}{12}$ do anno corresponde a 1 *mez*, os $\frac{33}{12}$ correspondem a 12 mezes e os $\frac{33}{12}$ correspondem a 33 mezes. Expellindo-se, pois, o denominador commum 12, resultam os mesmos dados já indicados acima.

Facil é a resolução por qualquer um dos methodos. O resultado é 86\$625.

Tercero exemplo. — *Pede-se o juro de 350\$000 a 9 % ao anno em 2 annos 9 mezes e 10 dias.*

Disposição dos dados

100 em 1 anno rendem 9
350\$000 " 2 annos 9 mezes 10 dias " "

Observação. — Neste problema, o tempo não estando referido a uma mesma unidade, façamol-o ou em relação á unidade *dia*, ou em relação á unidade *anno*.

*) Para reduzir-se qualquer numero de mezes á fracção do anno, divide-se o numero de mezes por 12. Assim, 2 annos, 9 mezes, reduzidos á fracção do anno, dão $\frac{33}{12}$ do anno. Primeiramente reduzem-se os 2 annos a mezes, multiplicando-se por 12; ao producto 24 juntando-se 9, obtem-se 33 mezes. Dividindo-se 33 por 12, apparece a fracção $\frac{33}{12}$ do anno.

1) Referindo o tempo á unidade *dia*, como um anno commercial tem 360 dias, e 2 annos 9 mezes 10 dias têm 1 000 dias, os dados do problema são:

100 em 360 dias rendem 9
350\$000 " 1000 " " x

2) Referindo o tempo á unidade *anno*, como 2 annos 9 mezes 10 dias equivalem $\frac{1000}{360}$ do anno*), os dados do problema são:

100 em 1 anno rendem 9
350\$000 " $\frac{1000}{360}$ " " x

Reduzindo-se 1 anno á fórma fraccionaria, tem-se $\frac{360}{360}$ do anno; e como $\frac{1}{360}$ do anno corresponde a 1 dia, os $\frac{360}{360}$ correspondem a 360 dias, e os $\frac{1000}{360}$ correspondem a 1 000 dias. Expellindo-se, pois, o denominador com 360, resultam os mesmos dados já indicados.

Resolvido o problema por qualquer um dos methodos, obtem-se 87\$500.

Quarto exemplo. — *Pede-se o juro de 350\$000 emprestados a 17 de Janeiro e pagos a 9 de Maio do mesmo anno, sendo a taxa 9% ao anno.*

OBSERVAÇÃO. — Quando se tem de attender ao numero de dias comprehendidos entre duas datas, considere-se o anno com 360 dias e o mez com o numero de dias que realmente tem, não se despresando o vigesimo nono de Fevereiro, si o anno fór bissexto.

Assim, no exemplo dado, diremos:

De 17 Janeiro a 31.....	14 dias
Fevereiro	28 "
Março	31 "
Abril	30 "
Maio	9 "

*) Para reduzir-se qualquer numero de dias á fracção do anno, divide-se o numero de dias por 360. Assim, 2 annos 9 mezes 10 dias, reduzidos á fracção do anno, dão $\frac{1000}{360}$ do anno. Primeiramente reduzem-se os 2 annos a mezes, multiplicando-se por 12; ao producto 24 juntando 9 mezes, obtem-se 33 mezes; multiplicando-se 33 por 30, obtem-se 990 dias, que somados com os 10, faem 1 000 dias. Dividindo-se 1 000 por 360, apparece a fracção $\frac{1000}{360}$ do anno.

112 dias

Portanto, o problema reduz-se ao seguinte:
Qual é o juro de 350\$000 em 112 dias, a 9% ao anno?

100 em 360 dias rendem 9
350\$000 " 112 " " x

Resolve-se este problema como o precedente e obtem-se 9\$800.

DETERMINAÇÃO DA TAXA

340. A taxa depende do capital e do tempo e varia na razão directa destas duas quantidades.

Primeiro exemplo. — *Sabendo-se que o capital 350\$000 no fim de 2 annos produzem de juro 63\$000, quer-se saber a taxa de juro.*

Disposição dos dados

350\$000 em 2 annos rendem 63\$000
100 " 1 " " x

Methodo das proporções

Raciocinio. — 350\$000 em 2 annos rendem o mesmo que...
 $2 \times 350\$000$ ou 700\$000 em 1 anno. Assim, o problema reduz-se ao seguinte:

Si 700\$000 produzem 63\$000 de juro em um anno, 100, no mesmo tempo, quanto renderão?

$$700\ 000 : 100 :: 63\ 000 : x = \frac{100 \times 63\ 000}{700\ 000} = 9.$$

Methodo de redução á unidade

350\$000 em 2 annos rendem 63\$000
100 " 1 " " x

350\$000 em 2 annos rendem 63\$000
1 " 2 " " 350\$000
63\$000

1 " 1 " " $2 \times 350\ 000$
63\$000
100 " 1 " " $100 \times 63\$000$
 $2 \times 350\ 000$

$$= 9.$$

Segundo exemplo. — Sabendo que o capital 350\$000 no fim de 2 annos 9 mezes produziu 86\$625 de juro, quer-se saber a taxa por que esteve empregado.

Disposição dos dados

350\$000 em 2 annos 9 mezes rendem 86\$625
100 " 1 anno " "

Observação. — Sempre se deve calcular a taxa de anno, a não ser que outra seja expressamente pedida. Sendo assim, para a resolução do presente problema, veja-se o que ficou dito no 2.º ex. obs. 2, pag. 233. A taxa é 9.

Terceiro exemplo. — Sabendo-se que o capital 350\$000 no fim de 2 annos 9 mezes 10 dias produziu 87\$500 de juro, por que taxa esteve empregado?

Disposição dos dados

350\$000 em 2 annos 9 mezes 10 dias rendem 87\$500
100 " 1 anno " "

Attendendo-se ao que ficou dito na Observação precedente, veja-se o que ficou exposto no 3.º ex., pag. 227, obs. 2, pag. 228. A taxa é 9.

DETERMINAÇÃO DO CAPITAL

334. O capital depende do juro e do tempo; varia na razão directa do juro e na razão inversa do tempo.

Primeiro exemplo. — Qual será o capital que no fim de 2 annos, a 9 % ao anno, produzirá 63\$000 de juro?

Disposição dos dados

Para render 9 em 1 anno precisa-se de 100
" " 63\$000 " 2 " " " "

Methodo das proporções

Raciocínio. — 63\$000 em 2 annos é o mesmo que $\frac{63\$000}{2}$ ou 31\$500 em 1 anno. O problema proposto fica, pois, reduzido ao seguinte: Para render 9 precisa-se de 100 em 1 anno; de quanto se precisará para, no mesmo tempo, render 31\$500.

$$9 : 31\ 500 :: 100 : x = \frac{100 \times 31\ 500}{9} = 350\$000.$$

Methodo de redução á unidade

Para render 9 em 1 anno precisa-se de 100
" " 63\$000 " 2 " " " "
Para render 9 em 1 anno precisa-se de 100
" " 1 " 1 " " " "
" " " " " " " "
" " 63\$000 " 1 " " " "
" " 63\$000 " 2 annos " " " "
" " " " " " " "

Segundo exemplo. — Qual será o capital que no fim de 2 annos 9 mezes a 9 % ao anno, produzirá 86\$625 de juro?

Disposição dos dados

Para render 9 em 1 anno precisa-se de 100
" " 86\$625 " 2 annos 9 mezes " " "

Referindo-se o tempo a uma mesma unidade mez ou anno (pag. 233, 2.º ex.; obs. 1 e 2), resolve-se o problema como o precedente. O resultado é 350\$000.

Terceiro exemplo. — Qual será o capital que no fim de 2 annos 9 mezes 10 dias a 9 % ao anno, produzirá 87\$500 de juro?

Disposição dos dados

Para render 9 em 1 anno precisa-se de 100
" " 87\$500 " 2 an. 9 m. 10 d. " " "

Referindo-se o tempo a uma mesma unidade, dia ou anno (pags. 233 e 234, ex. 3.º, obs. 1 e 2), resolve-se o problema como o 1.º. O resultado é 350\$000.

DETERMINAÇÃO DO TEMPO

342. O tempo depende do capital e do juro e varia na razão inversa do capital e na razão directa do juro.

Primeiro exemplo. — Em que tempo o capital 350\$000, a 9 % ao anno produzirá 63\$000 de juro?

Disposição dos dados

100 rendem 9 em 1 anno
350\$000 " 63\$000 " x

Methodo das proporções

Raciocínio. — 100 rendendo 9 em 1 anno, é o mesmo que $\frac{100}{9}$ rendendo 1 no mesmo tempo. 350\$000 rendendo 63\$000 em x annos, é o mesmo que $\frac{350\ 000}{63\ 000}$ ou $\frac{350}{63}$ rendendo 1 no mesmo tempo x.

O problema fica, portanto, reduzido ao seguinte:
Si $\frac{100}{9}$ em 1 anno rendem 1, em que tempo $\frac{350}{63}$ renderão o mesmo?

Reduzindo ao mesmo denominador as duas fracções, e expellindo o denominador commum (veja-se o exemplo 1.º, pag. 220), resulta:

$$350 : 700 :: 1 : x = \frac{700}{350} = 2 \text{ annos.}$$

Methodo de redução á unidade

100	rendem	9	em 1 anno	
350\$000	"	63\$000	" x	
1	rendem	9	em...	1 anno
1	"	9	"	100 annos
1	"	1	"	100 do anno
350\$000	"	1	"	9 do anno
350\$000	"	63\$000	"	$\frac{350\ 000 \times 9}{63\ 000 \times 100} = 2 \text{ annos.}$

Segundo exemplo. — Em que tempo o capital 350\$000, a 9 % ao anno, produzirá 86\$625 de juro?

Disposição dos dados

100 rendem 9 em 1 anno
350\$000 " 86\$625 " x

Observação. — Pelo enunciado deste problema vê-se que é identico ao precedente e como este se resolve. (O resultado é 2 annos 9 mezes). Sómente deve-se notar que o calculo dá primeiro annos; si não houver annos, ou si depois de terem-se obtido annos no quociente, apparecer resto, multiplica-se este por 12, divide-se o producto pelo mesmo divisor e obtêm-se mezes no quociente. Si depois de haverem-se obtido mezes no quociente, apparecer resto, multiplica-se este por 30, e effectuando-se a divisão obtêm-se dias no quociente.

Terceiro exemplo. — Em que tempo o capital 350\$000, a 9 % ao anno, produzirá 87\$500 de juro?

Disposição dos dados

100 rendem 9 em 1 anno
350\$000 " 87\$500 " x

Este problema resolve-se como os dois precedentes attendendo-se ao que ficou dito na ultima observação. O resultado é 2 annos 9 mezes 10 dias.

FORMULAS

343. Chama-se formula a expressão geral das operações que se têm de effectuar sobre numeros dados, para obter-se o valor de uma quantidade pedida.

344. Os problemas da regra de juros resolvem-se facilmente por um methodo pratico, deduzido de formulas simples e geraes. As questões de juros, comprehendendo sempre juro, capital, taxa e tempo, reduzem-se a determinar uma destas quantidades por meio das tres outras.

Para generalisar, representemos por letras essas partes, e estabeleçamos o seguinte problema:

Qual será o juro do capital e a i % ao anno em t annos?

Disposição dos dados

100 em 1 anno rendem i
 o " t " " "

Si 100 em 1 anno rendem	i
1 " 1 " "	i
1 " t " "	$\frac{100}{i \times t}$
o " t " "	$\frac{100}{c \times i \times t}$

Logo o juro $a = \frac{c \times i \times t}{100} = \frac{cit}{100}$ ou designando-se

por j — o juro, teremos: $j = \frac{cit}{100}$ (A).

Para ter-se pois, o juro, multiplica-se o capital pela taxa e pelo tempo, e divide-se o resultado por 100.

345. Da formula $j = \frac{cit}{100}$ podemos deduzir outras que

servam para determinar o capital, a taxa e o tempo. Para isto, devemos primeiramente modificar a formula acima.

Uma igualdade não se altera, quando se multiplicam ambos os seus membros por um mesmo numero.

Podemos, portanto, multiplicar por 100 ambos os membros da igualdade $j = \frac{cit}{100}$, e ella se transforma na seguinte:

$$100 j = cit.$$

Attendendo-se ao que ficou exposto na observação do n.º 325, pag. 214, podemos determinar o valor de c , i e t . Considerando-se i — como incognita, teremos:

$$i = \frac{100 j}{ct} \quad (B)$$

Assim, pois, querendo-se conhecer a taxa, multiplica-se o juro por 100, e divide-se o producto pelo capital multiplicado pelo tempo.

Si considerarmos c — como incognita, teremos:

$$c = \frac{100 j}{it} \quad (C)$$

Assim, para ter-se o capital, multiplica-se o juro por 100, e divide-se o producto pela taxa multiplicada pelo tempo. Finalmente, si t — figurar como incognita, teremos:

$$t = \frac{100 j}{ci} \quad (D).$$

Querendo-se conhecer o tempo, multiplica-se o juro por 100, e divide-se o producto pelo capital multiplicado pela taxa.

OBSERVAÇÕES

OBSERVAÇÃO PRIMEIRA. — Note-se que nas tres ultimas formulas (B, C, D) o numerador é sempre constante (100 j), sendo o denominador composto das duas quantidades que restam supprimindo-se na formula $100 j = cit$, a letra que representa a quantidade que se procura.

OBSERVAÇÃO SEGUNDA. — Na applicação destas formulas attenda-se ao seguinte:

A taxa sendo de anno, o tempo si não fôr dado em anno, deve-se reduzir á fracção do anno.

A taxa sendo de mez, o tempo si não fôr dado em mezes, deve-se reduzir a mezes.

Applicação das formulas

Juro. — 1) *Pede-se o juro de 350\$000 em 2 annos a 9 % ao anno.*

$$j = \frac{cit}{100} = \frac{350\,000 \times 9 \times 2}{100} = 63\$000.$$

2) *Pede-se o juro de 350\$000 em 2 an. 9 m. a 9% ao anno.*

$$j = \frac{cit}{100} = \frac{350\ 000 \times 9 \times \frac{33}{12}}{100} = \frac{350\ 000 \times 9 \times 33}{100 \times 12} = 86\$625.$$

3) *Pede-se o juro de 350\$000 em 2 an. 9 m. 10 d. a 9% ao anno.*

$$j = \frac{cit}{100} = \frac{350\ 000 \times 9 \times \frac{1000}{360}}{100} = \frac{350\ 000 \times 9 \times 1000}{100 \times 360} = 87\$500.$$

Taxa. — 1) *Sabendo-se que o capital 350\$000 no fim de 2 annos produziu 63\$000 de juro, quer-se saber a que taxa esteve empregado?*

$$i = \frac{100 j}{ct} = \frac{100 \times 63\ 000}{350\ 000 \times 2} = 9.$$

2) *Sabendo-se que o capital 350\$000 no fim de 2 an. 9 m. produziu 86\$625 de juro, quer-se saber a que taxa esteve empregado?*

$$i = \frac{100}{ct} = \frac{100 \times 86\ 625}{350\ 000 \times \frac{33}{12}} = \frac{100 \times 86\ 625 \times 12}{350\ 000 \times 33} = 9.$$

3) *Sabendo-se que o capital 350\$000 em 2 an. 9 m. 10 d. produziu 87\$500 de juro, a que taxa esteve empregado?*

$$i = \frac{100 j}{ct} = \frac{100 \times 87\ 500}{350\ 000 \times \frac{1000}{360}} = \frac{100 \times 87\ 500 \times 360}{350\ 000 \times 1000} = 9.$$

Capital. — 1) *Qual será o capital que no fim de 2 annos, a 9% ao anno, produzirá 63\$000 de juro?*

$$c = \frac{100 j}{it} = \frac{100 \times 63\ 000}{9 \times 2} = 350\$000.$$

2) *Qual será o capital que no fim de 2 an. 9. m., a 9% ao anno, produzirá 86\$625 de juro?*

$$c = \frac{100 j}{it} = \frac{100 \times 86\ 625}{9 \times \frac{33}{12}} = \frac{100 \times 86\ 625 \times 12}{9 \times 33} = 350\$000.$$

3) *Qual será o capital que no fim de 2 an. 9 m. 10 d., a 9% ao anno, produzirá 87\$500 de juro?*

$$c = \frac{100 j}{it} = \frac{100 \times 87\ 500}{9 \times \frac{1000}{360}} = \frac{100 \times 87\ 500 \times 360}{9 \times 1000} = 350\$000.$$

Tempo. — 1) *Em que tempo o capital 350\$000, a 9% ao anno, produzirá 63\$000 de juro?*

$$t = \frac{100 j}{ci} = \frac{100 \times 63\ 000}{350\ 000 \times 9} = 2 \text{ annos.}$$

2) *Em que tempo o capital 350\$000, a 9% ao anno, produzirá 87\$625 de juro?*

$$t = \frac{100 j}{ci} = \frac{100 \times 86\ 625}{350\ 000 \times 9} = 2 \text{ an. 9 m.}$$

3) *Em que tempo o capital 350\$000, a 9% ao anno, produzirá 87\$500 de juro?*

$$t = \frac{100 j}{ci} = \frac{100 \times 87\ 500}{350\ 000 \times 9} = 2 \text{ an. 9 m. 10 d.}$$

QUESTÕES ESPECIAES

Primeiro exemplo. — *Sendo 520\$000 a somma de um capital com o seu juro correspondente a 8 mezes, a 6% ao anno, qual é o capital? qual é o juro?*

Raciocinio. — Não se podendo comparar senão quantidades que estejam entre si nas mesmas condições, o capital augmentado de seu juro em 8 mezes deve-se comparar com 100 augmentados do juro para o mesmo tempo. Assim, si 100 em 12 mezes rendem 6, em 8 mezes rendem 4. Portanto, 100 valem 104 no fim de 8 mezes; e deste modo teremos:

$$\begin{array}{l} \text{Si em } 104 \text{ o capital é } 100 \\ \text{ " } 520\$000 \text{ " " " } x \end{array}$$

Resolvido este simples problema, obtem-se 500\$000 para capital.

Subtraindo-se 500\$000 de 520\$000, o resto 20\$000 representa o juro.

OBSERVAÇÃO. — Tambem pôde-se calcular directamente o juro, dispondo-se os dados do problema da seguinte fórma:

$$\begin{array}{l} \text{Em } 104 \text{ o juro é } 4 \\ \text{ " } 520\$000 \text{ " " " } x \end{array}$$

Resolvido o problema, obtem-se 20\$000 de juro, que subtraindo-se de 520\$000 nos faz apparecer o capital 500\$000.

Segundo exemplo. — Um capital com o juro correspondente a 4 mezes, eleva-se a 620\$000; o mesmo capital com o juro correspondente a 9 mezes eleva-se a 645\$000. Qual é o capital e qual a taxa?

Raciocinio. — O capital sendo o mesmo, a differença 645\$000 — 620\$000 ou 25\$000 representa o accrescimento do juro correspondente ao accrescimento do tempo de 4 para 9 mezes; isto é, 25\$000 representa o juro do capital em 5 mezes. Sendo assim, diremos:

Si em 5 mezes o juro	é	25\$000	
" 1 mez " "	será	25\$000	
		5	
" 4 mezes " "	" "	4 × 25\$000	
		5	= 20\$000.

Ora, em 620\$00 ha um capital augmentado do juro correspondente a 4 mezes, e como este juro é 20\$000, o capital será 600\$000 — 20\$000 ou 600\$000.

Sabendo-se que o capital é 600\$000 e 20\$000 o juro correspondente a 4 mezes é facil determinar-se a taxa por meio da formula

$$i = \frac{100j}{ct} = \frac{100 \times 20\,000}{600\,000 \times \frac{4}{12}} = \frac{100 \times 20\,000 \times 12}{600\,000 \times 4} = 10.$$

Terceiro exemplo. — Uma pessoa pediu emprestado 1:200\$000 a 11 % ao anno, por 8 mezes. No fim de 5 mezes deu por conta 800\$000. Quanto deve dar para saldar o debito, quando se vencerem os 8 mezes?

Raciocinio. — Quando a pessoa deu por conta 800\$000, devia o juro de 1:200\$000 em 5 mezes ou

$$\frac{1:200\$000 \times 11 \times 5}{100 \times 12} = 55\$000.$$

Com a prestação de 800\$000, o seu debito ficou sendo:

$$1:200\$000 - 800\$000 = 400\$000.$$

Estes 400\$000 a juro de 11 % em 3 mezes que faltavam, dão

$$\frac{400\$000 \times 11 \times 3}{100 \times 12} = 11\$000.$$

O pagamento por saldo é 55\$000 + 400\$000 + 11\$000 = 466\$000.

Problemas sobre juros

1. Calcular o juro de 570\$000 rs. em 3 annos a 9 % ao anno. — R. 153\$900 rs.
2. Empregado a 10% ao anno o capital 1:200\$000 rs., que juro produzirá em 3 annos e 4 mezes? — R. 400\$000 rs.
3. Em 2 annos 4 mezes e 15 dias quanto produzirá de juro o capital 560\$000 rs. a 9,75% ao anno? — R. 129\$675 rs.
4. Qual será o juro de 800\$000 rs. em 2½ annos a ¾ % ao mez? — R. 180\$000 rs.
5. A quantos por cento se deve empregar o capital 570\$000 rs. para produzir 153\$900 rs. de juro em 3 annos? — R. 9% ao anno.
6. Qual a taxa por que esteve empregado o capital 800\$000 rs. que rendeu 180\$000 rs. de juro em 2½ annos? — R. ¾ % ao mez.
7. A que taxa deve empregar-se o capital 2:500\$000 rs. para render 400\$000 rs. de juro em 2 annos e 8 mezes? — R. 6 % ao anno.
8. O capital 560\$000 rs. em 2 annos 4 mezes e 15 dias rendeu 129\$675 de juro. A quantos por cento esteve empregado? — R. 9,75% ao anno.
9. Que capital renderá 153\$900 rs. de juro em 3 annos a 9% ao anno? — R. 570\$000 rs.
10. Qual será o capital que empregado a ¾ % ao mez produziu 180\$000 rs. de juro em 2½ annos? — R. 800\$000 rs.
11. Achar o capital que em 3 annos e 9 mezes rendeu 270\$000 de juro, a 8 % ao anno. — R. 900\$000 rs.
12. Em que tempo o capital 560\$000 rs., empregado a 7 % ao anno, renderá 156\$800 de juro? — R. 4 annos.
13. Por quanto tempo deve estar empregado o capital 800\$000 rs. para render 180\$000 rs. de juro a ¾ % ao mez? — R. 2½ annos.
14. Que tempo será preciso para o capital 1:200\$000 rs. a 10 % ao anno, render 400\$000 rs. de juro? — R. 3 annos e 4 mezes.
15. O capital 720\$000 rs. a 8 % ao anno rendeu 68\$800 de juro. Por quanto tempo esteve empregado? — R. 1 anno 2 mezes 10 dias.
16. Alguem empregou o capital 2:400\$000 do seguinte modo: 1/3 a 6 % ao anno; 1/4 a 7 % e o resto a 9 % ao anno. Quanto receberam de juros no fim de 3 annos e 4 mezes? — R. 600\$000.
17. Que tempo será preciso para que 600\$000 rs., a juro de 6 % ao anno, fique em 682\$000 rs. (capital e juros)? — R. 2 annos 3 mezes 10 dias.
18. Qual será o capital preciso para que, a juro de 9 % ao anno, o capital e juros reunidos no fim de 3 annos sejam 635\$000 rs.? — R. 500\$000 rs.
19. O capital 360\$000 rs., augmentado com os respectivos juros durante 2 annos e 4 mezes, chegou a 452\$400 rs. Qual era a taxa? — R. 11 %.
20. Sendo 1:365\$000 a somma do capital e juro correspondente a 1 anno 4 mezes 15 dias, a 10 % ao anno, calcular o juro. —..... R. 165\$000 rs.

§ III — Regra de desconto

346. Regra de desconto é toda questão que tem por fim determinar o abatimento que deve soffrer uma letra pagavel em certo prazo, mas cuja importancia se deseja receber antes do seu vencimento.

347. Desconto é o abatimento que se deve fazer na importancia de uma letra apresentada para ser paga antes de se vencer.

348. Uma letra tem dois valores: **nominal e real.**
Valor nominal de uma letra é a quantia inscripta na letra.

Valor actual ou real de uma letra é a quantia que por ella se dá no dia em que é apresentada a desconto.

349. Ha duas especies de desconto: **desconto por fóra e desconto por dentro.**

Desconto por fóra é o juro do valor nominal da letra durante o tempo que tem de correr a dita letra.

Desconto por dentro é o juro do valor actual da letra.

OBSERVAÇÃO. — O desconto por fóra, a taxa sendo a mesma, é maior do que o desconto por dentro, que deveria ser o unico admissivel.

O desconto por fóra é chamado *desconto commercial*, e o desconto por dentro chama-se tambem *desconto racional*.

Na regra de desconto, do mesmo modo que nas questões de juro, podem-se ter quatro quantidades a considerar: —

1.º) o desconto; 2.º) a taxa de desconto; 3.º) o valor da letra; 4.º) o tempo que falta até o dia do vencimento. Estas quatro quantidades correspondem ao juro, á taxa, ao capital e ao tempo.

A) DESCONTO POR FÓRA

OBSERVAÇÃO. — No desconto por fóra — 100 — representa um valor nominal.

Determinação do desconto

350. O desconto depende do valor nominal e do tempo, e varia na razão directa dessas quantidades.

Exemplo. — Uma pessoa possuindo uma letra de...
1:200\$000, a vencer dahi a 9 mezes, quer descontal-a já. Qual será o desconto que soffre a letra, sendo a taxa 11% ao anno?

Disposição dos dados

Em 100 a vencer-se em 12 mezes descontam-se 11
" 1:200\$000 " " " 9 " " "

Methodo das proporções

Raciocínio. — 100 em 12 mezes é o mesmo que 12×100 ou 1200 em 1 mez. Do mesmo modo 1:200\$000 em 9 mezes é o mesmo que 9×1:200\$000 ou 10:800\$000 em 1 mez. Assim o problema reduz-se ao seguinte:

Si 1200 soffrem 11 de desconto 10:800\$000 que desconto terá?

$$1200 : 10\ 800\ 000 :: 11 : x = \frac{11 \times 10\ 800\ 000}{1200} = 99\$000.$$

Methodo de redução á unidade

Em	100	a vencer-se em 12 mezes	descontam-se 11
"	1:200\$000	" " " 9 " "	" "
Em	100	a vencer-se em 12 mezes	descontam-se 11
"	1	" " " 12 " "	11
"	1	" " " 1 " "	11
"	1:200\$000	" " " 1 " "	11
"	1:200\$000	" " " 9 " "	11
			<hr/>
			12 × 100
			1 200 000 × 11
			<hr/>
			12 × 100
			9 × 11 × 1 200 000
			<hr/>
			12 × 100
			= 99\$000.

Determinação da taxa

351. A taxa depende do valor nominal e do tempo, e varia na razão directa dessas quantidades.

Exemplo 1). — Uma letra de 1:200\$000 rs. foi descontada por fóra, faltando 9 mezes para seu vencimento e soffreu o desconto de 99\$000 rs. Qual foi a taxa do desconto?

Disposição dos dados

1:200\$000 9 mezes 99\$000
 100 12 " x

Methodo das proporções

Raciocínio. — 1:200\$000 em 9 mezes é o mesmo que 10:800\$000 em 1 mez; 100 em 12 mezes é o mesmo que 1200 em 1 mez. Substitue-se o problema proposto por este outro que lhe é equivalente: Si para 10:800\$000 o desconto é 99\$000, qual será o desconto para 1200 no mesmo tempo, que é 1 mez?

$$10\ 800\ 000 : 1\ 200 :: 99\ 000 : x = \frac{1\ 200 \times 99\ \$000}{10\ 800\ 000} = 11\ %$$

Methodo de redução á unidade

1:200\$000 9 mezes 99\$000
 100 12 " x

1:200\$000	9 mezes.....		99\$000	
1	9 "		99\$000	
			1 200 000	
1	1 mez		99\$000	
			$9 \times 1\ 200\ 000$	
100	1 "		$100 \times 99\ \$000$	
			$9 \times 1\ 200\ 000$	
100	12 mezes.....		$12 \times 100 \times 99\ \000	
			$9 \times 1\ 200\ 000$	= 11 %

Exemplo 2). — Uma letra de 1:200\$000 rs. foi descontada por fóra, faltando 9 mezes para o seu vencimento, e o possuidor recebeu 1:101\$000 rs. Qual será a taxa do desconto?

A questão tem a mesma solução que a precedente, attendendo-se a que equivale ser dado o desconto 1:200\$000 — 1:101\$000 = 99\$000 rs.

Determinação do valor actual da letra

Exemplo. — Qual é o valor actual de uma letra de 1:200\$000 a que faltam ainda 9 mezes para o vencimento, sendo 11 % ao anno a taxa do desconto?

Raciocínio. — Conhecendo-se o desconto que deve soffrer uma letra, para ter-se o valor actual da mesma, basta subtrair-se este desconto do valor nominal.

Calculando-se o desconto que soffre 1:200\$000 em 9 mezes a 11 % ao anno, sabe-se que esse desconto é de 99\$000. Subtraindo-se esta quantia de 1:200\$000 (valor nominal), o resto 1:101\$000 exprime o valor actual ou real. Este processo é o geralmente seguido.

No entretanto, pôde-se calcular directamente o valor actual; para isso raciocina-se do modo seguinte:

Procurando-se o valor actual, é preciso fazer apparecer no problema um valor actual que sirva de termo para estabelecer-se a relação.

A taxa sendo 11 % ao anno, calcula-se o juro de 100 durante 9 mezes. Este juro, que é $\frac{11 \times 9}{12}$ ou $33/4$, subtraia-se de 100, e obter-se-á o valor actual de 100. Este valor é $\frac{400 - 33}{4} = 367/4$.

Feito isto, o problema reauz-se aos seguinte:
 De 100 (valor nominal para 9 mezes) o valor actual sendo $367/4$ de 1:200\$000 qual será?

Disposição dos dados

De 100 (val. nom.) o val. act. é $367/4$
 " 1:200\$000 " " " " " "

Methodo das proporções

$$100 : 1\ 200\ 000 :: \frac{367}{4} : x = \frac{367 \times 1\ 200\ 000}{4 \times 100} = 1:101\$000$$

Methodo de redução á unidade

De 100 (val. nom.) o val. act. é $367/4$
 " 1:200\$000 " " " " " "

De	100	o valor actual é	$\frac{367}{4}$	
"	1	" " " "	$\frac{367}{100 \times 4}$	
"	1:200\$000	" " " "	$\frac{1\ 200\ 000 \times 367}{100 \times 4}$	= 1:101\$000.

Determinação do valor nominal da letra

352. O valor nominal depende do desconto e do tempo: varia na razão directa do desconto e na razão inversa do tempo.

Exemplo. — Qual é o valor nominal duma letra que, sendo descontada por fóra a 11% ao anno, e faltando 9 mezes para o seu vencimento, soffreu o desconto de 99\$000?

Disposição dos dados

O desc.	11	para 12 m.	corresponde ao val. nom.	100
" "	99\$000	" 9 "	" " " "	x

Methodo das proporções

Raciocinio. — O desconto 11 para 12 mezes é o mesmo que $\frac{11}{12}$ para 1 mez. Do mesmo modo, 99\$000 para 9 mezes é o mesmo que $\frac{99000}{9}$ ou 11\$000 para 1 mez. Assim, o problema reduz-se ao seguinte:

Si o desconto $\frac{11}{12}$ corresponde ao valor nominal 100, a que valor corresponderá o desconto 11\$000? Dispostos os dados, temos:

$\frac{11}{12}$	100
11\$000	x

Reduzindo-se 11 000 a 12 avos, temos: $\frac{132000}{12}$; e expellindo o denominador commum 12, resulta:

11	100
132 000	x

$$11 : 132\ 000 :: 100 : x = \frac{100 \times 132\ 000}{11} = 1:200\$000.$$

Methodo de redução á unidade

O desc. 11 para 12 m. corresponde ao val. nom. 100
 " " 99\$000 " 9 " " " " " x

O desc.	11	para 12 m.	corresponde	100
" "	1	" 12 "	" "	100
" "	1	" 1 "	" "	$\frac{11}{12 \times 100}$
" "	99\$000	" 1 "	" "	$\frac{11}{99\ 000 \times 12 \times 100}$
" "	99\$000	" 9 "	" "	$\frac{9 \times 11}{1} = 1:200\000

OBSERVAÇÃO. — O mesmo problema pôde ser modificado, dando-se o valor actual da letra em vez do desconto. O enunciado será:

Qual é o valor nominal de uma letra, sabendo-se que, descontada por fóra a 11% ao anno, e faltando 9 mezes para o seu vencimento, o seu possuidor recebeu 1:101\$000.

Raciocinio. — Como no problema tem-se o valor actual 1:101\$000, é preciso determinar-se um outro que lhe corresponda.

A taxa sendo 11% ao anno, calcula-se o juro de 100 em 9 mezes; e sendo $\frac{33}{4}$ este juro, o valor actual de 100 será $100 - \frac{33}{4} = \frac{400}{4} - \frac{33}{4} = \frac{367}{4}$.

Assim, o problema reduz-se ao seguinte:
 Si $\frac{367}{4}$ é o valor actual correspondente ao valor nominal 100, qual será o valor nominal correspondente ao valor actual 1:101\$000?

Disposição dos dados

$\frac{367}{4}$	val. actual	100 val. nom.
1:101\$000	" "	x " "

Reduzindo-se o inteiro 1:101\$000 á fôrma fraccionaria $\frac{4404000}{4}$; e expellindo-se o denominador commum 4, resulta:

367	val. act.	100 val. nom.
4:404\$000	" "	x " "

Methodo das proporções

$$367 : 4404\ 000 :: 100 : x = \frac{4\ 404\ 000 \times 100}{367} = 1:200\$000.$$

Methodo de redução á unidade

Para	367	(val. act.) o val. nom. é	100
"	1	" " " " " "	100
			367
r	4:404\$000	" " " " " "	$\frac{4\ 404\ 000 \times 100}{367}$
			= 1:200\$000.

Determinação do tempo

353. O tempo depende do valor nominal e do desconto; varia na razão inversa do valor nominal e na razão directa do desconto.

Exemplo. — Uma letra de 1:200\$000 rs. foi descontada por fóra a 11 % ao anno, e soffreu o desconto de 99\$000 rs. Quanto tempo faltava para o seu vencimento?

Disposição dos dados

Si	100	11	12 mezes
	1:200\$000	99\$000	x "

Methodo das proporções

Raciocinio. — 100 com 11 de desconto para 1 anno ou 12 mezes é o mesmo que $\frac{100}{11}$ com o desconto 1 para o mesmo tempo. Do mesmo modo 1:200\$000 com o desconto 99\$000 para x mezes é o mesmo que $\frac{1\ 200\ 000}{99\ 000}$ com 1 de desconto para x mezes. Assim o problema reduzse ao seguinte:

Si $\frac{100}{11}$ soffre 1 de desconto para 12 mezes, em que tempo $\frac{1\ 200\ 000}{99\ 000}$ soffrerá o mesmo desconto?

Disposição dos dados

$\frac{100}{11}$	12 mezes
1 200 000	x "
99 000		

Reduzindo-se as duas fracções ao mesmo denominador, e expellindo-se o denominador commum, resulta:

900\$000	12 mezes
1:200\$000	x "

$$1\ 200\ 000 : 900\ 000 :: 12 : x = \frac{900\ 000 \times 12}{1\ 200\ 000} = 9\ \text{mezes.}$$

Methodo de redução á unidade

Si	100	11	12 mezes
	1:200\$000	99\$000	x "
	100	11.....	12	mezes	
	1	11.....	100×12	mezes	
			100×12	mezes	
	1	1.....	11		
			100×12		"

$$1:200\$000 \quad 1 \dots \frac{1\ 200\ 000 \times 11}{99\ 000 \times 100 \times 12} = 9\ \text{mezes.}$$

$$1:200\$000 \quad 99\$000 \dots \frac{1\ 200\ 000 \times 11}{99\ 000 \times 100 \times 12}$$

OBSERVAÇÃO. — Si, em vez do desconto, for dado o valor actual, o mesmo problema se enunciará assim:

Uma letra de 1:200\$000 rs. foi descontada por fóra a 11 % ao anno, e o possuidor recebeu 1:101\$000 rs. Quanto tempo faltava para o seu vencimento?

Esta questão é a mesma que a antecedente, desde que tiremos 1:101\$000 de 1:200\$000, para obtermos o desconto 99\$000.

B) DESCONTO POR DENTRO

Tomemos os mesmos problemas já expostos e resolvamos-os agora para o desconto por dentro.

OBSERVAÇÃO. — No desconto por dentro — 100 — representa um valor actual.

Determinação do desconto

Exemplo. — Que desconto (por dentro) deve soffrer uma letra de 1:200\$000 a vencer-se a 9 mezes, sendo a taxa 11% ao anno?

Raciocinio. — Para resolvermos o presente problema, devemos primeiramente formar com 100 um valor nominal que corresponda ao valor nominal 1:200\$000. Para isto, calcula-se o juro de 100 em 9 mezes a 11% ao anno; e obtido esse juro, que é $\frac{33}{4}$, junta-se a 100, e teremos que $100 + \frac{33}{4}$ ou $\frac{433}{4}$ representa um valor nominal para o mesmo tempo (9 mezes).

Deste modo, reduziremos o problema proposto ao seguinte:

Si em $100 + \frac{33}{4}$ (valor nominal para 9 mezes) o desconto por dentro é $\frac{33}{4}$ em 1:200\$000 rs. (valor nominal para os mesmos 9 mezes) qual será o desconto por dentro?

Disposição dos dados

Si em $\frac{433}{4}$ o desconto por dentro é $\frac{33}{4}$
 " 1:200\$000 " " " " "

Reduzindo 1:200\$000 á expressão fraccionaria quartos, e expellindo o denominador commum, resulta:

Em $\frac{433}{4}$ o desconto por dentro é $\frac{33}{4}$
 " 4:800\$000 " " " " "

Methodo das proporções

$$433 : 4\ 800\ 000 :: \frac{33}{4} : x = \frac{4\ 800\ 000 \times 33}{433 \times 4} = 91\$455.$$

Methodo de redução á unidade

Em	433	o desc. por dentro é	$\frac{33}{4}$
"	1	" " " " "	$\frac{33}{4}$
"	4:800\$00	" " " " "	$\frac{433 \times 4}{4\ 800\ 000 \times 33} = 91\$455.$

Determinação da taxa

Exemplo. — Uma letra de 1:200\$000 rs. foi descontada por dentro, faltando 9 mezes para o seu vencimento e soffreu o desconto de 91\$455 rs. Qual foi a taxa do desconto?

Raciocinio. — Sabemos que dá-se o nome de taxa ao juro de 100 em 1 anno ou em 1 mez. E sendo 100 um valor actual no desconto por dentro, precisamos ter uma quantidade homogenea no problema proposto, a qual facilmente se obtem, subtraindo-se 91\$455 rs. do valor nominal 1:200\$000 rs., isto é, 1:108\$545 rs. Assim, teremos o problema proposto convertido no seguinte que lhe é equivalente:

Si 1:108\$545 rs. tem de juro 91\$455 rs. em 9 mezes, qual será o juro de 100 em 12 mezes?

Disposição dos dados

Si 1:108\$545 em 9 mezes tem de desconto 91\$455
 100 " 12 " " " " "

Methodo das proporções

Raciocinio. — 1:108\$545 rs. em 9 mezes é o mesmo que....
 $9 \times 1:108\$545$ ou $9:976\$905$ em 1 mez. Do mesmo modo, 100 em 12 mezes é o mesmo que 12×100 ou 1200 em 1 mez. Resulta, pois, o seguinte enunciado:
 Si 9:976\$905 tem de desconto 91\$455, 1200 que desconto soffrerá?

Disposição dos dados

Si 9:976\$905 tem de desconto 91\$455
 1200 " " " "

$$9\ 976\ 905 : 1\ 200 :: 91\$455 : x = \frac{1200 \times 91\$455}{9\ 976\ 905} = 11\%$$

Methodo de redução á unidade

Si 1:108\$545 em 9 mezes tem de desconto 91\$455
 100 " 12 " " " " " " "

1:108\$545.....	9 mezes.....	91\$455	
1 9 "	91\$455
			<hr/>
			1 108 545
1 1 mez	91\$455
			<hr/>
			9 × 1 108 545
100 1 "	100 × 91\$455
			<hr/>
			9 × 1 108 545
100 12 mezes.....		$\frac{12 \times 100 \times 91\$455}{9 \times 1\ 108\ 545} = 11\%$

OBSERVAÇÃO. — O enunciado do problema tambem poderia ser assim:

Uma letra de 1:200\$000 rs. foi descontada por dentro faltando 9 mezes para o seu vencimento, e o possuidor recebeu 1:108\$545 rs. Qual foi a taxa?

Este problema differe do precedente apenas por ter sido dado o valor actual em vez do desconto. Mas subtraindo-se 1:108\$545 de 1:200\$000, obtem-se o desconto 91\$455, e o problema fica reduzido ao proposto, já resolvido.

Determinação do valor actual da letra

Exemplo. — Qual é o valor actual de uma letra de..... 1:200\$000 a vencer-se a 9 mezes, sendo a taxa 11% ao anno?

Raciocínio. — Subtraindo do valor nominal 1:200\$000 o desconto por dentro que esta quantia soffre em 9 mezes a 11% ao anno, isto é, 91\$455 (vide exemplo da pag. 254, determinação do desconto), obtem-se 1:108\$545 para valor actual.

OBSERVAÇÃO. — O valor actual tambem pôde ser directamente determinado. Para isso, façamos o seguinte:

Raciocínio. — Havendo um valor nominal (1:200\$000) no problema, é necessario fazer apparecer outro que lhe sirva de termo para a relação. Para isso, procura-se o juro de 100 em 9 mezes a 11% ao anno; junta-se a 100 esse juro, que é $33\frac{3}{4}$, e forma-se assim o valor nominal $100 + 33\frac{3}{4}$, ou $133\frac{3}{4}$. O problema reduz-se ao seguinte:

Si em $100 + 33\frac{3}{4}$ ou $133\frac{3}{4}$, o valor actual é 100, em 1:200\$000 qual será o valor actual?

Disposição dos dados

Si em $133\frac{3}{4}$ o valor actual é 100
 " 1:800\$000 " " " " "

Reduzindo-se o inteiro 1:200\$000 á expressão fraccionaria quartos, e expellindo o denominador commum, resulta:

Em 433 o valor actual é 100
 " 4:800\$000 " " " " "

Methodo das proporções

$$433 : 4\ 800\ 000 :: 100 : x = \frac{4\ 800\ 000 \times 100}{433} = 1:108\$545.$$

Methodo de redução á unidade

Em 433 o valor actual é 100
 " 4:800\$000 " " " " "

Em	433	o val. act. é	100
			<hr/>
"	1	" " " "	433
			<hr/>
"	4:800\$000	" " " "	$\frac{4\ 800\ 000 \times 100}{433} = 1:108\$545.$

Determinação nominal da letra

Exemplo. — Uma letra para cujo vencimento faltavam 9 mezes, foi descontada, por dentro, a 11% ao anno, e soffreu o abatimento de 91\$455. Qual era o seu valor nominal?

Raciocinio. — Primeiramente é preciso calcular um valor nominal que corresponda ao procurado. Para isso, procura-se o juro de 100 em 9 mezes a 11% ao anno; obtido esse juro, que é $\frac{33}{4}$, junta-se a 100, e obtem-se o valor nominal $100 + \frac{33}{4}$ ou $\frac{433}{4}$. O problema reduz-se ao seguinte:

Si o valor nominal $\frac{433}{4}$, para 9 mezes, tem o desconto $\frac{33}{4}$, qual será o valor nominal de outra letra para o mesmo tempo, soffrendo esta o abatimento de 91\$455?

Disposição dos dados

Si $\frac{33}{4}$ é o desconto do valor nominal $\frac{433}{4}$
 91\$455 " " " " " " " "

Reduzindo-se 91\$455 a quartos, e expellindo o denominador commum, tem-se:

Si 33 é o desconto do valor nominal $\frac{433}{4}$
 365\$820 " " " " " " " "

Methodo das proporções

$$33 : 365\ 820 :: \frac{433}{4} : x = \frac{365\ 820 \times 433}{33 \times 4} = 1:200\$000.$$

Methodo de redução á unidade

Si 33 é o desconto do valor nominal $\frac{433}{4}$
 365\$820 " " " " " " " "

Si	33	é o desc. do val. nom.	$\frac{433}{4}$
	1	" " " " " "	433
			$\frac{33 \times 4}{365\ 820 \times 433}$
	365\$820	" " " " " "	$\frac{365\ 820 \times 433}{33 \times 4} = 1:200\$000.$

OBSERVAÇÃO. — Si em vez do desconto, for dado o valor actual, formularemos o enunciado do problema assim:

Qual será o valor nominal duma letra que, sendo descontada por dentro a 11% ao anno e faltando 9 mezes para o seu vencimento, o seu possuidor recebeu 1:108\$545?

Raciocinio. — Como no problema precedente, calcula-se o valor nominal de 100 para 9 mezes a 11% ao anno, e obtem-se $\frac{433}{4}$. Depois, resulta o seguinte problema, equivalente ao proposto:
 Si $\frac{433}{4}$ representa o valor nominal (para 9 mezes) de uma letra cujo valor actual é 100, qual será o valor nominal de outra letra cujo valor actual é 1:108\$545?

Disposição dos dados

Si ao val. act. 100 corresponde o val. nom. $\frac{433}{4}$
 " " " 1:108\$545 " " " " "

Methodo das proporções

$$100 : 1\ 108\ 545 :: \frac{433}{4} : x = \frac{1\ 108\ 545 \times 433}{100 \times 4} = 1:200\$000.$$

Methodo de redução á unidade

Si ao val. act. 100 corresp. o val. nom. $\frac{433}{4}$
 " " " 1:108\$545 " " " " "

Si ao val. act.	100	corresp. o val. nom.	$\frac{433}{4}$
" " "	1	" " " "	433
" " "	1:108\$545	" " " "	$\frac{100 \times 4}{1\ 108\ 545 \times 433}$
" " "	1:108\$545	" " " "	$\frac{100 \times 4}{1\ 108\ 545 \times 433} = 1:200\000

Determinação do tempo

Exemplo. — Uma letra de 1:200\$000 foi descontada por dentro a 11% ao anno e soffreu o desconto de 91\$455. Quanto tempo faltava para o seu vencimento?

Raciocinio. — Conhecendo que 100 para render 11 precisam de 1 anno ou 12 mezes, e que 100 representa um valor actual, é necessario que conheçamos tambem o valor actual da letra de 1:200\$000 rs.; o que facilmente se obtem, subtraindo-se de 1:200\$000 rs.; (valor nominal) o desconto 91\$455 rs.; obtem-se 1:108\$545 rs.

Feito isto, diremos:
 Si o valor actual 100 para render 11 precisa de 12 mezes, o valor actual 1:108\$545 rs. para render 91\$455 rs. de que tempo precisará?

Disposição dos dados

Si 100 para render 11 precisam de 12 mezes
 1:108\$545 " " 91\$455 " " x "

Methodo das proporções

Raciocinio. — 100 rendendo 11 em 12 mezes é o mesmo que
 $\frac{100}{11}$ rendendo 1 no mesmo tempo. 1:108\$545 rendendo 91\$455

em x mezes é o mesmo que $\frac{1\ 108\ 545}{91\ 455}$ rendendo 1 nos mesmos x
 mezes. Dahi, o seguinte problema:

Si $\frac{100}{11}$ para render 1 precisa de 12 mezes, de que tempo pre-
 cisará $\frac{1\ 108\ 545}{91\ 455}$ para render o mesmo?

Disposição dos dados

$\frac{100}{11}$ precisa de 12 mezes
 $\frac{1\ 108\ 545}{91\ 455}$ " " x "

Reduzindo-se ao mesmo denominador as duas fracções
 e expellindo o denominador commum, resulta:

9:145\$500..... 12 mezes
 12:193\$995..... x "

$$12\ 193\ 995 : 9\ 145\ 500 :: 12 : x = \frac{9\ 145\ 500 \times 12}{12\ 193\ 995} = 9\ \text{mezes.}$$

Methodo de redução á unidade

Si 100 para render 11 precisam de 12 mezes
 1:108\$545 " " 91\$455 " " x "

100	11	12	mezes
1	11	$\frac{100 \times 12}{100 \times 12}$	"
1	1	$\frac{100 \times 12}{100 \times 12}$	mezes
			11	
1:108\$545	1	$\frac{100 \times 12}{100 \times 12}$	mezes

$$1:108\$545 \quad 91\$455 \dots\dots \frac{1\ 108\ 545 \times 11}{91\ 455 \times 100 \times 12} = 9\ \text{mezes.}$$

$$1\ 108\ 545 \times 11$$

OBSERVAÇÃO. — Si, em vez do desconto, for dado
 o valor actual, o enunciado será:

Uma letra de 1:200\$00 foi descontada por dentro a 11 %
 ao anno, e o seu possuidor recebeu 1:108\$545. Quanto tempo
 faltava para o seu vencimento?

Raciocinio. — Para que este problema se torne o mesmo pre-
 cedente, basta fazer apparecer o desconto que soffre a letra.....
 1:200\$000, o que é facil, subtraindo-se 1:108\$545 de 1:200\$000.
 Obtido esse desconto, que é 91\$455, temos o mesmo problema já
 resolvido.

Problemas sobre desconto

1. Calcular o desconto por fóra duma letra de 400\$000 rs. pagavel em 50 dias, sendo 6% ao anno a taxa do desconto. — R. 3\$333 rs.
2. Calcular o desconto por dentro duma letra de 400\$000 rs. pagavel em 50 dias, sendo 6% ao anno a taxa de desconto. — R. 3\$306 rs.
3. Qual é o valor real duma letra de 920\$000 rs. a que ainda faltam $2^m\frac{1}{2}$ para o vencimento, suppondo a taxa de desconto (por fóra) de 4% ao semestre? — R. 904\$667 rs.
4. Qual era o valor nominal duma letra que sendo descontada por fóra a 6% ao anno, e faltando 50 dias para o seu vencimento, soffreu o desconto de 3\$333 rs.? — R. 400\$000 rs. (approximadamente).
5. Qual é o valor nominal duma letra, sabendo-se que sendo descontada por fóra a 6% ao anno, e faltando 50 dias para o seu vencimento, o seu possuidor recebeu 396\$667 rs.? — R. 400\$000 rs. (approximadamente)
6. Uma letra para cujo vencimento faltavam 25 dias foi descontada por dentro a 4% e soffreu o abatimento de 16\$340 rs. Qual era o seu valor nominal? — R. 5:900\$000 rs. (approximadamente).
7. Qual seria o valor nominal duma letra que sendo descontada por dentro a 4% para 25 dias, recebeu o possuidor 5:833\$660 rs.? — R. 5:900\$000 rs.
8. Uma letra de 5:900\$000 rs. foi descontada por fóra para 25 dias, e soffreu o desconto de 16\$390 rs. Qual foi a taxa? — R. 4%.
9. Uma letra de 5:900\$000 rs. foi descontada por fóra para 25 dias, e o possuidor recebeu 5:833\$610 rs. Qual foi a taxa? — R. 4%.
10. Uma letra de 5:900\$000 rs. foi descontada por dentro para 25 dias, e soffreu o desconto de 16\$340 rs. Qual a taxa? — R. 4%.
11. Uma letra de 5:900\$000 rs. foi descontada por dentro para 25 dias, e o possuidor recebeu 5:833\$660 rs. Qual foi a taxa? — R. 4%.
12. Uma letra de 5:900\$000 rs. foi descontada por fóra a 4% e soffreu o desconto de 16\$390 rs. Quanto tempo faltava para o vencimento? — R. 25 dias.