Multiplos

Denominações	Abreviaturas	Valores
Myriametro quadrado	*Mmq* ou Mm^2	100 000 000 m^2
Kilometro quadrado	*Kmq* ou Km^2	1 000 000 m^2
Hectometro quadrado	*Hmq* ou Hm^2	10 000 m^2
Decametro quadrado	*Dmq* ou Dm^2	100 m^2

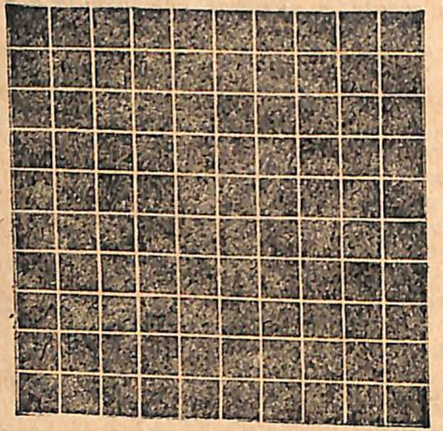


Fig. 5 — Subdivisão do metro quadrado

Submutiplos

decimetro quadrado	*dmq* ou dm^2	$0^{m},{}^{2}01$
centimetro quadrado	*cmq* ou cm^2	$0^{m},{}^{2}0001$
millimetro quadrado	*mmq* ou mm^2	$0^{m},{}^{2}000001$

OBSERVAÇÃO

O metro quadrado	é um	quadrado	que	tem	1^m	de	lado
O decametro quadrado...	» »	»	»	»	10^m	»	»
O hectometro quadrado...	» »	»	»	»	100^m	»	»
O kilometro quadrado....	» »	»	»	»	$1\,000^m$	»	»
O myriametro quadrado..	» »	»	»	»	$10\,000^m$	»	»
O decimetro quadrado....	» »	»	»	»	$0^m,1$	»	»
O centimetro quadrado...	» »	»	»	»	$0^m,01$	»	»
O millimetro quadrado...	» »	»	»	»	$0^m,001$	»	»

Valores relativos dos multiplos e submultiplos do metro quadrado

174. Para determinar-se a relação de grandeza que guardam entre si as medidas de superficie, nota-se que o myriametro quadrado é um quadrado que tem um myriametro de lado. Ora, um myriametro tendo 10 kilometros, o myriametro quadrado é um quadrado que tem 10 kilometros de lado ou 100 kilometros quadrados de superficie. Assim:

1 myriametro quadrado	=	100	kilometros quadrados
1 kilometro quadrado	=	100	hectometros quadrados
1 hectometro quadrado	=	100	decametros quadrados
1 decametro quadrado	=	100	metros quadrados
1 metro quadrado	=	100	decimetros quadrados
1 decimetro quadrado	=	100	centimetros quadrados
1 centimetro quadrado	=	100	millimetros quadrados

Por conseguinte:

O millimetro quadrado	é o	centesimo	do centimetro quadrado
O centimetro quadrado	» »	»	» decimetro quadrado
O decimetro quadrado	» »	»	» metro quadrado
O metro quadrado	» »	»	» decametro quadrado
O decametro quadrado	» »	»	» hectometro quadrado
O hectometro quadrado	» »	»	» kilometro quadrado
O kilometro quadrado	» »	»	» myriametro quadrado

Numeração centesimal das superficies

175. Attendendo-se á relação de grandeza que guardam entre si as medidas de superficie do systema metrico francez, vê-se que essa relação é expressa pelo numero **100**, isto é, que, partindo-se das unidades menores para as maiores, uma unidade qualquer de superficie é *100* vezes *maior* do que a precedente e *100* vezes *menor* do que a seguinte.

Donde se conclue que cada um dos multiplos e submultiplos deve ser representado por *dois algarismos*.

Como se lê um numero exprimindo superficie

Seja o numero *2543617$^{m^2}$,9153.*

Pelo que fica exposto vê-se que, sendo precisas *100* unidades de superficie para formar uma unidade de especie immediatamente superior, em um numero dado de **metros quadrados** os dois algarismos á esquerda da virgula exprimem *metros quadrados;* os dois outros, *decametros quadrados;* os dois seguintes, *hectometros quadrados,* etc. Da mesma maneira, os dois algarismos á direita da virgula exprimem *decimetros quadrados;* os dois seguintes, *centimetros quadrados,* etc.

Assim o numero proposto lê-se:

2 kilometros quadrados 54 hectometros quadrados 36 decametros quadrados 17 metros quadrados 91 decimetros quadrados e 53 centimetros quadrados.

176. Para lêr-se um numero exprimindo superficie, divide-se a parte inteira em classes de dois algarismos a contar da esquerda da virgula, dando-se á 1.ª classe o nome de metros quadrados, á 2.ª o de decametros quadrados, etc. A parte decimal tambem se dividirá em classes de dois algarismos a contar da direita da virgula, dando-se á 1.ª classe o nome de decimetros quadrados, á 2.ª o de centimetros quadrados, e á 3.ª o de millimetros quadrados.

No caso que a ultima classe decimal tenha um só algarismo, accrescenta-se um zero.

Feito isto, lê-se o numero da esquerda para a direita, dando-se a cada uma das classes a denominação competente.

E' preferivel, porém, ler-se a parte inteira, referindo-a á unidade principal, e depois a parte decimal, referindo-a á unidade do ultimo algarismo á direita.

Assim, o numero acima ler-se-á: 2 *milhões* 543 *mil* 617 **metros quadrados, 9** *mil* **153 centimetros quadrados.**

OBSERVAÇÃO

O mesmo numero tambem se poderia ler (conforme o disposto na Observação II do n.º 156): 25 *billiões* 636 *milhões* 179 *mil* 153 **centimetros quadrados.**

Como se escreve um numero exprimindo superficie

Seja para escrever em algarismos o seguinte numero: *4 kilometros quadrados 5 decametros quadrados 27 metros quadrados 8 decimetros quadrados e 90 centimetros quadrados.*

177. Para escrever-se um numero exprimindo superficie, escreve-se o multiplo mais elevado que existir em o numero dado; á sua direita, o que lhe for immediatamente inferior, e assim por diante até chegar-se á unidade principal, onde se escreverá a virgula. A' direita desta, virão os submultiplos, começando-se pelo mais elevado, tendo-se sempre o cuidado de preencher com zeros os lugares dos multiplos e submultiplos que faltarem, não esquecendo que são precisos dois algarismos para cada ordem de unidade.

O numero proposto se escreverá, pois:

4 00 05 27$^{m^2}$,08 90.

OBSERVAÇÃO

Si o numero dado for expresso *unicamente em uma unidade do systema metrico francez,* para escrevel-o observa-se a regra para escreverem-se as fracções decimaes, attendendo-se que *100* unidades de uma especie formam uma unidade da especie immediata superior.

Escreve-se o numero *"quatro mil seiscentos e trinta e quatro"* **decimetros quadrados** deste modo: **46$^{m^2}$,34.**

Conversão das unidades de superficie

1) Seja *4 35 67 12$^{m^2}$,1384* o numero que queremos referir a uma nova unidade, o **hectometro quadrado.**

A nova unidade sendo *10 000* vezes *maior* do que a antiga, o numero proposto conterá *10 000* vezes *menos* da nova unidade; e isto se consegue, mudando-se a virgula quatro casas para a esquerda. Donde resulta: **Hm^{2}435,67 121 384.**

2) Si a nova unidade fosse o **decimetro quadrado,** o numero *4 356 712$^{m^2}$,1 384* se tornaria: **435671213$^{dm^2}$,84;** por isto, que o decimetro quadrado sendo 100 vezes *menor* do que o metro quadrado, o numero conterá 100 vezes *mais* daquella unidade.

178. Para mudar-se a unidade de um numero, procura-se quantas vezes a nova unidade é maior ou menor do que a antiga. *Si for 100, 10 000, 1 000 000 etc., de vezes maior,* muda-se a virgula duas, quatro, seis, etc. casas para a esquerda; *si for 100, 10 000, 1 000 000 etc., de vezes menor,* muda-se a virgula duas, quatro, seis, etc. casas para a direita.

Usos dos multiplos e submultiplos do metro quadrado

179. As medidas de superficie dividem-se em duas especies: *as medidas de superficie propriamente ditas* e *as medidas topographicas e geographicas.*

Nas medidas de superficie propriamente ditas empregam-se como unidades: *o metro quadrado, o decimetro quadrado, o centimetro quadrado* e o *millimetro quadrado.*

Do metro superficial

180. Nas construcções, os pedreiros, os marceneiros, os pintores, dão ao metro quadrado, que exprime uma *superficie,* a denominação de **metro superficial,** para differençal-o do *metro corrente* ou *linear,* no qual só se considera o *comprimento.*

181. Nas medidas topographicas e geographicas empregam-se como unidades: *o myriametro quadrado, o kilometro quadrado* e *o hectometro quadrado.*

Do kilometro quadrado

182. Para medir as superficies de paizes, provincias, Estados, etc., o **kilometro quadrado** serve de unidade de preferencia ás outras. O myriametro é cada vez menos empregado.

Quadro das medidas de calculo

	Medidas de calculo	Medidas reaes
Medidas de grandes superficies	Myriametro quadrado Kilometro quadrado Hectometro quadrado	Não ha medidas reaes para as superficies: estas se avaliam pelos processos ensinados na Geometria.
Med. de superficie propriamente ditas	metro quadrado decimetro quadrado centimetro quadrado millimetro quadrado	

Exercicios sobre as medidas de superficie

1. *Um myriametro quadrado* vale quantos decimetros quadrados? — decametros quadrados? — millimetros quadrados? — hectometros quadrados? — centimetros quadrados? — kilometros quadrados? — metros quadrados?
2. *Um kilometro quadrado* vale quantos decametros quadrados? — decimetros quadrados? — hectometros quadrados? — centimetros quadrados? — metros quadrados?
3. *Um hectometro quadrado* vale quantos decimetros quadrados? — millimetros quadrados? — decametros quadrados? — centimetros quadrados? — metros quadrados?
4. *Um decametro quadrado* vale quantos decimetros quadrados? — millimetros quadrados? — centimetros quadrados? — metros quadrados?
5. *Um metro quadrado* vale quantos millimetros quadrados? — centimetros quadrados? — decimetros quadrados?
6. *Um decimetro quadrado* vale quantos millimetros quadrados? — centimetros quadrados?
7. O *kilometro quadrado* que fracção é do myriametro quadrado?
8. O *hectometro quadrado* que fracção é do myriametro quadrado? — do kilometro quadrado?
9. O *decametro quadrado* que fracção é do hectometro quadrado? — do myriametro quadrado? — do kilometro quadrado?
10. O *metro quadrado* que fracção é do decametro quadrado? — do kilometro quadrado? — do hectometro quadrado? — do myriametro quadrado?
11. O *decimetro quadrado* que fracção é do metro quadrado? — do decametro quadrado? — do hectometro quadrado?
12. O *centimetro quadrado* que fracção é do metro quadrado? — do decametro quadrado? — do hectometro quadrado?

13. *O millimetro quadrado* que fracção é do metro quadrado? — do centimetro quadrado? — do decimetro quadrado?

14. Que differença ha: 1.°) entre um *decimetro quadrado* e um *decimo do metro quadrado?*
2.°) entre um *centimetro quadrado* e um *centesimo do metro quadrado?*
3.°) entre um *millimetro quadrado* e um *millesimo do metro quadrado?*

Ler os numeros seguintes:

1. $3^{m2},24$
2. $17^{m2},09$
3. $0^{m2},5$
4. $7^{m2},456$
5. $9^{m2},0345$
6. $21^{Dm2},34$
7. $35^{Dm2}.067$
8. $7^{Dm2},698$
9. $24^{Dm2}.7$
10. $9^{Dm2},054006$
11. $8^{Hm2},35$
12. $9^{Hm2}.876$
13. $21^{Hm2},0345$
14. $17^{Hm2},65403$
15. $7^{Hm2},08091$
16. $18^{Km2},9735$
17. $35^{Km2},057$
18. $13^{Km2},07543$
19. $0^{Km2},090806$
20. $2^{Km2},34005$

Escrever com algarismos os seguintes numeros:

1. 7 metros quadrados 25 decimetros quadrados 19 centimetros quadrados.
2. 8 metros quadrados 5 decimetros quadrados 25 centimetros quadrados.
3. 9 metros quadrados 15 decimetros quadrados 7 centimetros quadrados.
4. 6 metros quadrados 2 decimetros quadrados 7 centimetros quadrados.
5. 24 metros quadrados 36 centimetros quadrados.
6. 27 metros quadrados 3 decimetros quadrados 458 millimetros quadrados.
7. 9 decametros quadrados 7 metros quadrados 3 decimetros quadrados.
8. 12 decametros quadrados 357 millimetros quadrados.
9. 27 hectometros quadrados 158 metros quadrados.
10. 35 kilometros quadrados 2547 metros quadrados.
11. 5 decametros quadrados 2475 centimetros quadrados.
12. 4 hectometros quadrados 347 metros quadrados.
13. 2 kilometros quadrados 6 decametros quadrados 357 centimetros quadrados.
14. 3 decimetros quadrados 5 centimetros quadrados 7 millimetros quadrados.
15. 9 decimetros quadrados 11 millimetros quadrados.
16. 2 metros quadrados 5 centimetros quadrados.

Reduzir os numeros seguintes á unidade indicada:

1. Ao metro quadrado: $5^{Dm2},0937$; — $7^{dm2},28$; — $9^{Hm2},000523$; $31^{cm2},45$; — $0^{Km2},000567$.
2. Ao decametro quadrado: $431^{m2},62$; — $5^{Hm2},6742$; — $0^{Km2},000546$; — 12345^{dm2}; — 6012345^{cm2}.

3. Ao hectometro quadrado: $58147^{m2},25$; — $260^{Dm2},1548$ — 97531246^{cm2}; — $71^{Km2},2435$; — 8246791^{dm2}.
4. Ao kilometro quadrado: $98634^{Dm2},13$; — $538^{Hm2},2004$, — $567489^{m2},25$, — $89^{Dm2},0025$; — $99^{Km2},0102$.

Fazer as seguintes subtracções, reduzindo-se o numero menor á unidade do maior:

1. $40^{Hm2} - 3748^{m2}$
2. $3^{Dm2} - 27^{m2},18$
3. $15^{m2} - 453^{dm2}$
4. $356^{m3} - 2^{Dm2},47$
5. $0^{Dm2},15 - 9^{m2},56$
6. $25^{Hm2} - 43^{Dm2},9$

Effectuar as seguintes multiplicações, depois de haver reduzido os dois factores á mesma unidade:

1. $3^{Km} \times 8^{Hm},5$
2. $8^{Hm} \times 42^{m}$
3. $33^{Dm} \times 17^{m}$
4. $3^{m},25 \times 6^{Hm}$
5. $25^{Dm},18 \times 5^{m},68$
6. $33^{Km},10 \times 5^{Dm},4$

MEDIDAS AGRARIAS

183. As unidades de superficie applicadas á medição dos campos chamam-se *medidas agrarias.*
A principal das *medidas agrarias* é o **aro.**

184. **Aro** é um decametro quadrado; isto é, um quadrado que tem 10 metros de lado ou 100 metros quadrados de superficie.

Multiplos

Denominações	Abreviaturas	Valores
Myriaro	*Ma*	10 000 aros ou 1 000 000 m²
Kilaro	*Ka*	1 000 » » 100 000 m²
Hectaro	*Ha*	100 » » 10 000 m²
Decaro	*Da*	10 » » 1 000 m²
Aro	*a*	*(Unidade principal).*

Submultiplos

deciaro	*da*	0,1 do aro ou 10 m²
centiaro	*ca*	0,01 » » » 1 m²
milliaro	*ma*	0,001 » » » 0,1 m²

Valores relativos dos multiplos e submultiplos do aro

185. Si procuramos a relação de grandeza que guardam entre si as medidas agrarias, vemos que

1 myriaro	—	10 kilaros
1 kilaro	=	10 hectaros
1 hectaro	=	10 decaros
1 decaro	=	10 aros
1 aro	=	10 deciaros
1 deciaro	=	10 centiaros
1 centiaro	=	10 milliaros

Inversamente:

O milliaro	é o	*decimo*	do centiaro
O centiaro	" "	"	" deciaro
O deciaro	" "	"	" aro
O aro	" "	"	" decaro
O decaro	" "	"	" hectaro
O hectaro	" "	"	" kilaro
O kilaro	" "	"	" myriaro

Numeração das medidas agrarias

186 A relação de grandeza que guardam entre si duas medidas agrarias quaesquer *consecutivas* é expressa pelo numero **10**; isto é, das unidades inferiores para as superiores, qualquer uma destas medidas é *10* vezes *maior* do que a que lhe precede, e *10* vezes *menor* do que a que lhe segue.

Conclue-se, pois, que nas *medidas agrarias* os numeros **lêm-se e escrevem-se,** observando-se as mesmas regras dadas para resolverem-se taes questões nas *medidas de comprimento* (ns. 155 e 156).

Conversão das medidas agrarias

187. Para mudar de unidade em um numero exprimindo *medidas agrarias,* observa-se a mesma regra dada **para resolver** questão **identica** nas *medidas de comprimento* (n.° 157).

188. Para passar-se do metro quadrado, seus multiplos ou submultiplos para o aro, seus multiplos ou submultiplos, *e reciprocamente,* deve-se referir o numero dado á unidade metro quadrado, depois do que substitue-se essa unidade pelo **centiaro,** que lhe corresponde e procede-se como nas medidas agrarias. *Si o numero for expresso em* **aros** ou em qualquer multiplo ou submultiplo refere-se o numero dado á unidade **centiaro,** substitue-se depois essa unidade pelo **metro quadrado** e procede-se como nas medidas de superficie.

1) Seja o numero *$4356712,^{mq}13$* cuja unidade queremos passar para hectaro.

Primeiramente substituimos o *metro quadrado* pelo *centiaro* e resulta $4\,356\,712^{ca},13$.

Sendo o *hectaro* 10 000 vezes maior do que o centiaro, muda-se a virgula quatro casas para a esquerda, e obtem-se $435^{Ha},671213$.

2) Seja o numero *$36^{a},125$* cuja unidade queremos passar para metro quadrado.

Passando *aro* para *centiaro,* resulta: $3612^{ca},5$; substituindo o *centiaro* pelo **metro quadrado,** obtem-se $3612^{mq},50$.

MEDIDAS AGRARIAS USADAS

O *Hectaro* = 100 aros.... equivale ao *Hectometro quadrado*
O *aro* = 100 mq..... equivale ao *Decametro quadrado*
O *centiaro* = centesimo do aro.... equivale ao *metro quadrado*

Exercicios

1. *Um hectaro* vale quantos aros?
   — hectometros quadrados?
   — decaros?
   — deciaros?
   — decametros quadrados
2. *Um aro* vale quantos metros quadrados?
   — deciaros
   — decimetros quadrados?
   — decametros quadrados?
   — centiaros?
3. *Um centiaro* vale quantos metros quadrados?
   — milliaros?
   — decimetros quadrados?
   — centimetros quadrados?
   — millimetros quadrados?

S. A.

Ler os numeros seguintes:

1. $27^{a},16$	5. $342^{Ha},9785$	9. $7^{Ha},35$	13. $56^{a},38$
2. $9^{a},43$	6. $12^{Ha},0135$	10. $36^{a},04$	14. $0^{Ha},567$
3. $68^{a},3$	7. $29^{Ha},534$	11. $11^{a},78$	15. $0^{a},27$
4. $0^{a},05$	8. $8^{Ha},2824$	12. $3^{Ha},0075$	16. $5^{Ha},0009$

Escrever com algarismos os seguintes numeros:

1. 20 aros e 5 centiaros
2. 46 hectaros 68 aros
3. 12 hectaros 79 centiaros
4. 216 centiaros
5. 4008 centiaros
6. 9 hectaros 9 centiaros
7. 5 hectaros 37 aros 19 centiaros
8. 9 hectaros 5 aros 7 centiaros
9. 1234 centiaros
10. 7 centiaros
11. 27 hectaros 5432 centiaros
12. 21 aros 3 centiaros

Reduzir os numeros seguintes á unidade indicada:

1. Ao hectaro: 1234^{a}; — $567^{a},85$; — $46^{a},19$; — $7^{a},25$; — $0^{a},17$.
2. Ao aro: 24^{Ha}; — $7^{Ha},8912$; — $0^{Ha},0567$; — $9^{Ha},7755$; — $0^{Ha},0024$.
3. Ao centiaro: 12^{a}; — $0^{Ha},3456$; — $35^{a},29$; — $8^{Ha},36$; — $0^{Ha},05$.
4. Ao metro quadrado: $3^{Ha},2789$;— 8^{a};— $46^{a},35$;— $0^{a},77$;— $0^{Ha},0005$.
5. Ao decametro quadrado: 7^{Ha}; — $5^{Ha},27$; — $4^{a},56$; — $0^{Ha},0507$.
6. Ao hectometro quadrado: $4^{Ha},57$; — 3527^{a}; — $8914^{a},21$; — $0^{a},19$; — $5^{Ha},0577$; — $0^{a},48$.
7. Ao aro: $0^{Hm^2},2785$; — $9^{Dm^2},87$; — 125^{m^2}; — $3^{Hm^2},45$; — 75^{m^2}.
8. Ao hectaro: 53^{Dm^2}; — 2785^{m^2}; — $3^{Hm^2},59$; — 287^{Dm^2}; — 356787^{m^2}.

Quadro de todas as medidas de superficie, segundo a sua grandeza e correspondencia

Valor em termos quadrados	*Superficies topographicas e geographicas*	*Superficies propriamente ditas*	*Superficies agrarias*
100 000 000	Myriametro quadrado	....	....
1 000 000	Kilometro quadrado	....	Myriaro *)
10 000	Hectometro quadrado	....	Hectaro
100	....	Decametro quadrado	*aro*
1	....	*metro quadrado*	centiaro
0,01	....	decimetro quadrado	
0,00 01	....	centimetro quadrado	*) Pouco usado; só é empregado nas grandes extensões de mattos.
0,00 00 01	....	millimetro quadrado	

Fazer as seguintes subtracções, reduzindo-se o numero menor á unidade do maior:

1. $7^{Ha},54$ — $35^{a},21$
2. 12^{a} — $9^{a},57$
3. 18^{a} — 745^{m^2}
4. 5^{Ha} — 42^{Dm^2}
5. 27^{a} — $13^{a},78$
6. 36^{Hm^2} — 2438^{a}
7. 9^{Ha} — $276^{a},49$
8. 6^{Dm^2} — $4^{a},25$
9. $52^{Ha},13$ — 4753^{m^2}
10. 8^{Dm^2} — $0^{Ha},0546$

§ IV — Medidas de volume

(Terceira classe)

189. As medidas de volume são cubos construidos sobre qualquer das medidas lineares.

A unidade principal de volume é o **metro cubico.**

Multiplos

Denominações	Abreviaturas	Valores
Myriametro cubico	*Mmc* ou *Mm*³	1 000 000 000 000 m³
Kilometro cubico	*Kmc* " *Km*³	1 000 000 000 m³
Hectometro cubico	*Hmc* " *Hm*³	1 000 000 m³
Decametro cubico	*Dmc* " *Dm*³	1 000 m³
metro cubico	*mc* " *m*³	*Unidade principal.*

Submultiplos

decimetro cubico	*dmc* ou *dm*³	$0^{m3},001$
centimetro cubico	*cmc* " *cm*³	$0^{m3},000\ 001$
millimetro cubico	*mmc* " *mm*³	$0^{m3},000\ 000\ 001$

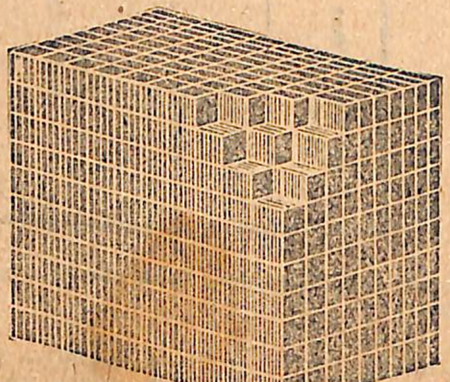


Fig. 6 — Subdivisão do metro cubico

OBSERVAÇÃO. — *Metro cubico* é um cubo, cujas faces são metros quadrados, ou um cubo que tem um metro de *lado* ou *aresta.*

Decimetro cubico é um cubo, cujas faces são decimetros quadrados, ou um cubo que tem um decimetro de *lado.*

Centimetro cubico é um cubo, cujas faces são centimetros quadrados, ou um cubo que tem um centimetro de *lado.*

Millimetro cubico é um cubo, cujas faces são millimetros quadrados, ou um cubo que tem um millimetro de *lado.*

Valores relativos dos multiplos e submultiplos do metro cubico

190. Para determinar-se a relação de grandeza que guardam entre si as medidas de volume propriamente ditas, nota-se que o myriametro cubico é um cubo que tem um myriametro de lado. Ora, um myriametro tendo 10 kilometros, podemos dizer que um myriametro cubico é um cubo que tem 10 kilometros de lado. Um cubo que tem 10 kilometros de lado tem o seu volume igual a 10×10×10 ou 1000 kilometros cubicos. Logo:

1 myriametro cubico	=	1000	kilometros cubicos
1 kilometro cubico	=	1000	hectometros cubicos
1 hectometro cubico	=	1000	decametros cubicos
1 decametro cubico	=	1000	metros cubicos
1 metro cubico	=	1000	decimetros cubicos
1 decimetro cubico	=	1000	centimetros cubicos
1 centimetro cubico	=	1000	millimetros cubicos

Por conseguinte:

O millimetro cubico	é o	*millesimo*	do centimetro cubico
O centimetro cubico	" "	"	" decimetro cubico
O decimetro cubico	" "	"	" metro cubico
O metro cubico	" "	"	" decametro cubico
O decametro cubico	" "	"	" hectometro cubico
O hectometro cubico	" "	"	" kilometro cubico
O kilometro cubico	" "	"	" myriametro cubico.

Numeração millesimal dos volumes

191. Attendendo-se á relação de grandeza que guardam entre si as medidas de volume do systema metrico francez, vê-se que essa relação é expressa pelo numero **1000**; isto é, que, partindo-se das unidades menores para as maiores, uma unidade qualquer de volume é *1000* vezes maior do que a precedente e *1000* vezes menor do que a seguinte.

Donde se conclue que cada um dos multiplos e submultiplos deve ser representado por *tres algarismos.*

Como se lê um numero exprimindo volumes

Seja o numero *5 678 901 342^{m3},195 342.*

Sabendo-se, pelo que fica dito, que são precisas *1000* unidades inferiores para formar uma unidade immediatamente superior, facilmente se conclue que em um numero dado de **metros cubicos** os tres algarismos á esquerda da virgula exprimem *metros cubicos;* os tres seguintes, *decametros cubicos*, e assim por diante.

Pela mesma razão, os tres algarismos á direita da virgula exprimem *decimetros cubicos;* os tres seguintes *centimetros cubicos*, etc.

Assim, o numero proposto lê-se:

5 *kilometros cubicos* 678 *hectometros cubicos* 901 *decametros cubicos* 342 *metros cubicos;* 195 *decimetros cubicos* e 342 *centimetros cubicos.*

192. Para ler-se um numero qualquer de metros cubicos, divide-se a parte inteira (si houver) em classes de tres algarismos a contar da esquerda da virgula, dando-se á 1.ª classe o nome de metros cubicos, á 2.ª o de decametros cubicos, etc. A parte decimal do mesmo modo se dividirá em classes de tres algarismos a contar da direita da virgula, dando-se á 1.ª classe o nome de decimetros cubicos, á 2.ª o de centimetros cubicos e á 3.ª o de millimetros cubicos.

No caso que a ultima classe decimal não tenha os tres algarismos, serão preenchidos por zeros os que faltarem.

Lê-se o numero da esquerda para a direita, por classes, dando-se a cada uma a denominação que lhe compete.

E', comtudo, preferivel ler-se primeiramente a parte inteira, referindo-a á unidade da ultima classe á direita; e depois a parte decimal, como si fosse inteiro, dando-se a denominação da ultima classe á direita.

Assim, o numero precedente se lerá:

5 *billiões* 678 *milhões* 901 *mil* 342 **metros cubicos; 195** *mil* 342 **centimetros cubicos.**

OBSERVAÇÃO. — Tambem se poderia ler todo o numero como si fosse inteiro, dando-se no fim a denominação da ultima classe á direita.

Como se escreve um numero exprimindo volumes

Seja para escrever em algarismos o seguinte numero: 2 *kilometros cubicos*, 134 *decametros cubicos*, 56 *metros cubicos;* 789 *decimetros cubicos*, 123 *millimetros cubicos.*

Nas medidas de volume são precisas 1000 unidades de uma especie para formar uma unidade da especie immediatamente superior. Donde se conclue que de tres em tres algarismos apparecerá uma nova unidade. Além disso conhecendo-se a ordem da successão dos multiplos e submultiplos, facilmente se deduzirá o seguinte:

193. Para escrever, referindo-se á unidade principal, um numero expresso pelos multiplos e submultiplos decimaes daquella unidade, começa-se a escrever o numero pelo multiplo mais elevado que nelle existir; á direita deste, o que lhe for immediatamente inferior, e assim por diante, até á unidade principal, onde se collocará a virgula. A' direita desta, escrevem-se os submultiplos, começando-se pelo mais elevado, attendendo-se sempre que cada especie de unidade é expressa por meio de tres algarismos, exceptuando-se a unidade mais elevada do numero, a qual póde constar de um ou de dois algarismos.

Si faltar algum multiplo ou submultiplo, ou si algum delles tiver menos de tres algarismos, suppre-se essa falta com zeros.

O numero proposto se escreverá:

2 000 134 056^{m3},789 000 123.

OBSERVAÇÃO. — A regra para escreverem-se as fracções decimaes serve para escrever-se *um numero qualquer, expresso em uma só especie de unidade de volume do systema metrico francez.* Basta attender-se que nestas medidas cada ordem de unidades consta de tres algarismos.

Assim, o numero *"cinco mil e sete"* **decimetros cubicos** se escreve: **5^{m^3},007.**

Conversão das unidades de volume

1) Seja o numero *4 325 617$^{m^3}$,295 430* o qual queremos referir á unidade **hectometro cubico.**

A nova unidade sendo *1 000 000* de vezes *maior* do que a antiga, o numero proposto conterá *1 000 000* de vezes *menos* da nova unidade, e por isto muda-se a virgula seis casas para a esquerda deste modo:

4^{Hm^3},325 617 295 430.

2) *Si a nova unidade fosse* **kilometro cubico,** que é *1 000 000 000* de vezes *maior* do que a antiga, o numero *4 325 617$^{m^3}$,295 430* se tornaria **0^{Km^3},004 325 617 295 430.**

3) *Si a nova unidade fosse* **decimetro cubico,** que é *1000* vezes *menor,* o numero *4 325 617^{mc},295 430* conteria *1000* vezes *mais* da nova unidade, e se escreveria deste modo: **4 325 617 295^{dmc},430.**

194. Para mudar-se a unidade de um numero, procura-se quantas vezes a nova unidade é maior ou menor do que a antiga. *Si for 1 000, 1 000 000, 1 000 000 000, etc. de vezes maior,* muda-se a virgula 3, 6, 9, etc. casas para a esquerda; *si for 1000, 1 000 000, 1 000 000 000 etc. de vezes menor,* muda-se a virgula 3, 6, 9, etc. casas para a direita.

Unidades usadas

195. A unidade principal de volume é, como já sabemos, o **metro cubico.**

Para exprimir os multiplos do metro cubico, servimo-

nos dos numeros ordinarios *dez, cem, mil.* Assim, dizemos que uma bacia contém *dez* metros cubicos, *cem* metros cubicos dagua.

Os submultiplos empregados são o *decimetro cubico* e o *centimetro cubico.*

	Medidas de calculo	Medidas reaes
Medidas de grandes volumes	metro cubico (com o nome de tonelada metrica)	Nestas duas especies de medidas não ha effectivas ou reaes; os volumes avaliam-se pelos processos ensinados na Geometria.
Medidas de volume propriamente ditas	metro cubico decimetro cubico centimetro cubico	

Exercicios sobre as medidas de volume

1. *Um metro cubico* quantos decimetros cubicos vale?
   " millimetros cubicos vale?
   " centimetros cubicos vale?
2. *Um decimetro cubico* quantos millimetros cubicos vale?
   " centimetros cubicos vale?
3. Que differença ha: 1.º) entre um *decimetro cubico* e um *decimo do metro cubico?*
   2.º) entre um *centimetro cubico* e um *centesimo do metro cubico?*
   3.º) entre um *millimetro cubico* e um *millesimo do metro cubico?*
4. Quanto vale o dm³ em relação ao *metro cubico?*
   " " " cm³ " " " *decimetro cubico?*
   " " " mm³ " " " *centimetro cubico?*
   " " " cm³ " " " *metro cubico?*
   " " " mm³ " " " *decimetro cubico?*

Ler os numeros seguintes:

1. 1^{m^3},234	6. 5^{m^3},004003	11. 25^{m^3},09	16. 3^{m^3},578796
2. 7^{m^3},38	7. 12^{m^3},35791	12. 27^{m^3},6	17. 0^{m^3},9876543
3. 0^{m^3},005	8. 0^{m^3}56	13. 9^{m^3},87654	18. 4^{m^3},000775089
4. 473^{m^3},3	9. 14^{m^3},024	14. 35^{m^3},6789	19. 0^{m^3},047000005
5. 48^{m^3},2347	10. 16^{m^3},5	15. 8^{m^3},19283	20. 0,$^{m^3}$000000358

Escrever com algarismos os numeros seguintes:

1. 7 metros cubicos 25 decimetros cubicos 18 centimetros cubicos.
2. 9 metros cubicos 8 decimetros cubicos 24 centimetros cubicos.
3. 8 metros cubicos 17 decimetros cubicos 5 centimetros cubicos.
4. 6 metros cubicos 7 decimetros cubicos 8 centimetros cubicos.
5. 15 decimetros cubicos 24 millimetros cubicos.
6. 26 centimetros cubicos 7 millimetros cubicos.
7. 17 metros cubicos 32 millimetros cubicos.
8. 236 decimetros cubicos 45 centimetros cubicos.
9. 567 centimetros cubicos 9 millimetros cubicos.
10. 1365 centimetros cubicos 97 millimetros cubicos.
11. 24 metros cubicos 36 centimetros cubicos.
12. 27 metros cubicos 3 decimetros cubicos 458 millimetros cubicos.

Fazer as seguintes subtracções

1. $7^{m^3}32^{dm^3} - 976^{dm^3}458^{cm^3}$
2. $564^{dm^3} - 785^{cm^3}$
3. $342^{cm^3} - 854^{mm^3}$
4. $8^{m^3},467 - 89^{dm^3}$
5. $0^{m^3},567 - 98^{cm^3},217$
6. $8^{m^3},754 - 5^{m^3}7^{cm^3}$
7. $32^{cm^3} - 476^{mm^3}$
8. $9^{m^3},27 - 5483^{dm^3}$

Effectuar as seguintes multiplicações:

1. $3^{m},26 \times 2^{m},75 \times 13^{m}$
2. $0^{m},12 \times 0^{m},07 \times 0^{m},5$
3. $4^{m},567 \times 0^{m},25 \times 0^{m},767$
4. $0^{m},78 \times 0^{m},349 \times 0^{m},653$
5. $6^{m},478 \times 0,26$
6. $0^{m^3}7932 \times 16$
7. $8^{m^3}.000745 \times 0.79$
8. $0^{m^3},00068 \times 0,098$

MEDIDAS ESPECIAES PARA LENHA

196. A principal das medidas especiaes para lenha e madeira de construcção é o stereo.

197. Stereo é um cubo que tem um metro nas tres dimensões *(comprimento, largura e altura)*; ou, por outra: stereo *é um metro cubico.*

Multiplos

Denominações	Abreviaturas	Valores	
Myriastereo	*Ms*	10 000 stereos ou	10 000 m³
Kilostereo	*Ks*	1 000 " "	1 000 m³
Hectostereo	*Hs*	100 " "	100 m³
Decastereo	*Ds*	10 " "	10 m³
stereo	*s*	*Unidade principal*	

Submultiplos

decistereo	*ds*	0,1 do stereo ou	0,1 do m³
centistereo	*cs*	0,01 " " "	0,01 " m³
millistereo	*ms*	0,001 " " "	0,001 " m³

Valores relativos dos multiplos e submultiplos do stereo

198. Procurando-se a relação de grandeza que guardam entre si as medidas acima, vê-se que:

1 myriastereo	=	*10*	kilostereos
1 kilostereo	=	*10*	hectostereos
1 hectostereo	=	*10*	decastereos
1 decastereo	=	*10*	stereos
1 stereo	=	*10*	decistereos
1 decistereo	=	*10*	centistereos
1 centistereo	=	*10*	millistereos

Inversamente:

O millistereo	é	o	*decimo*	do centistereo
O centistereo	"	"	"	" decistereo
O decistereo	"	"	"	" stereo
O stereo	"	"	"	" decastereo
O decastereo	"	"	"	" hectostereo
O hectostereo	"	"	"	" kilostereo
O kilostereo	"	"	"	" myriastereo

Assim, das unidades inferiores para as superiores, vê-se que são precisas 10 unidades de uma especie para formar uma da especie immediatamente superior.

Como se lêm, se escrevem e se convertem numeros expressos em stereos, seus multiplos e submultiplos

199. Quando o numero é expresso em stereos, tanto para *ler-se* esse numero como para *escrevel-o* e *mudar sua unidade* (para outra maior ou menor do que ella, porém da mesma terminação), observam-se as mesmas regras dadas para se resolverem taes questões sobre as medidas lineares.

OBSERVAÇÕES

OBSERVAÇÃO PRIMEIRA. — **Para passar-se de metros cubicos a stereos** e reciprocamente basta mudar-se o nome: porque o *stereo é o mesmo metro cubico.*

$$47^{s},3 = 47^{m3},300$$
$$123^{s},48 = 123^{m3},480$$
$$48^{m3},320 = 48^{s},32$$
$$234^{m3},900 = 234^{s},9.$$

OBSERVAÇÃO SEGUNDA. — Sabendo-se que o stereo *é um metro cubico,* é facil fazerem-se as seguintes conversões:

Converter $3^{m3},195$ *em* stereos $= 3^{s},195$
" $2^{Ds}3\,541$ *em* metros cubicos $= 23^{m3},541$
" $23^{m3},541$ *em* decastereos $= 2^{Ds}3\,541$
" $3^{s},195$ *em* metros cubicos $= 3^{m3},195.$

Unidades usadas

200. O stereo só tem um multiplo decimal usado, o *decastereo* e um submultiplo, o *decistereo.* Tanto um como outro são pouco empregados.

Medidas effectivas

201. As medidas effectivas são: o *meio-decastereo* (5 stereos), o *duplo-stereo* (2 stereos), e o *stereo.*

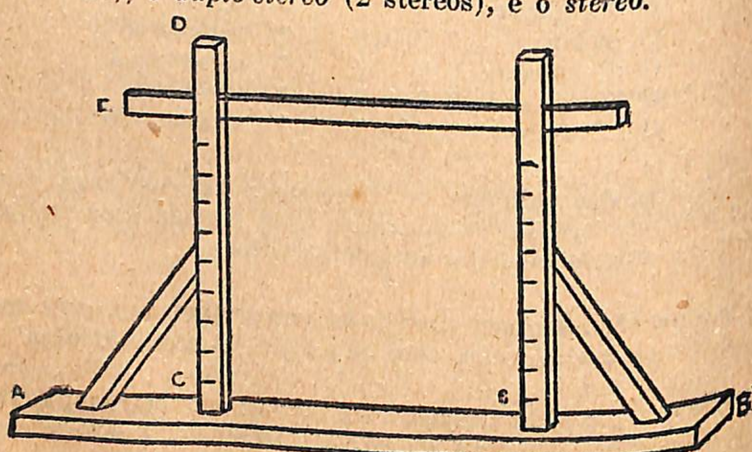


Fig. 7 — Apparelho para medir lenha

Quadro do valor relativo das medidas de volume

Valor em metros cubicos	*Medidas de volume propriamente ditas*	*Medidas para lenha*
1 000 000 000 000	Myriametro cubico (*)	....
1 000 000 000	Kilometro cubico	....
1 000 000	Hectometro cubico	....
1 000	Decametro cubico	....
	....	Decastereo
	metro cubico	stereo
	....	decistereo
0,000 000 001	decimetro cubico	....
0,000 001	centimetro cubico	....
0,001	millimetro cubico	....

§ V — Medidas de capacidade

(Quarta classe)

202. Para os seccos e liquidos a unidade principal é o litro.

203. O litro *é um decimetro cubico;* corresponde á millesima parte do metro cubico.

Multiplos

Denominações	Abreviaturas	Valores
Myrialitro	*Ml*	10 000 litros
Kilolitro	*Kl*	1 000 " ou 1 m³
Hectolitro	*Hl*	100 "
Decalitro	*Dl*	10 "
litro	*l*	*Unidade principal.*

Submultiplos

decilitro	*dl*	0,1 de litro
centilitro	*cl*	0,01 " "
millilitro	*ml*	0,001 " "

Os *multiplos usados são* o decalitro e o hectolitro. O kilolitro é unicamente usado nas avaliações de grandes capacidades, e tambem é chamado tonelada.

Dos *submultiplos os unicos usados são:* o decilitro e o centilitro.

*) Os multiplos do metro cubico são mui pouco usados; só serviriam como unidades para volumes muito consideraveis.

Numeração das unidades de capacidade

204. Si procurarmos a relação de grandeza que guardam entre si as medidas de capacidade, veremos que do mesmo modo que nas medidas lineares, cada medida de capacidade é *10* vezes maior do que a precedente e *10* vezes menor do que a seguinte.

Donde se conclue que *para ler-se e escrever-se* um numero expresso em *litros*, seus multiplos ou submultiplos, bem como *para mudar-se de unidade*, observam-se as mesmas regras dadas para resolverem-se taes questões sobre as medidas lineares.

Conversão das unidades de capacidade em unidades de volume

205. Para passar-se das unidades de capacidade para as de volume, substitue-se a unidade **litro** pela unidade **decimetro cubico,** e depois procede-se como ficou dito para referir medidas de volume a qualquer unidade desta especie.

1) Seja o numero *$375^{Hl},17$* cuja unidade queremos passar para **metro cubico.**

Primeiramente, passemos do *hectolitro* para o *litro,* para o que basta mudar a virgula duas casas para a direita, e teremos: *37 517 litros.* Substituindo-se depois o *litro* pelo *decimetro cubico,* o que é o mesmo, resulta *37 517 decimetros cubicos.* Querendo-se referir este numero de *decimetros cubicos* a **metros cubicos,** muda-se a virgula tres casas para a esquerda e obtem-se **$37^{m3},517$.**

2) Seja o numero *$274^{Dl},195$* cuja unidade queremos passar para **metro cubico.**

Em primeiro lugar, passemos do *decalitro* para o *litro,* para o que basta mudar a virgula uma casa para a direita, e obteremos: *$2\,741^{l},95$.* E como o *litro* corresponde a um *decimetro cubico,* o numero $2741^{l},95$ corresponde a *$2741^{dm3},950$.* Mudando-se, depois, a virgula tres casas para a esquerda, obtem-se o numero **$2^{m3},741\,950$,** equivalente ao numero proposto.

Conversão das medidas de volume em medidas de capacidade

206. Para passar-se das medidas de volume ás de capacidade, reduz-se a unidade de volume a *decimetros cubicos,* substitue-se esta unidade pelo *litro,* e procede-se depois como quando se referem medidas de capacidade a qualquer outra unidade desta especie.

1) Seja *$34^{m3},941$* o numero, cuja unidade se quer passar para **hectolitro.**

Em primeiro lugar, passemos da unidade *metro cubico* para o *decimetro cubico,* para o que basta mudar-se a virgula tres casas para a direita, e resulta: *34941 decimetros cubicos.* Este numero é o mesmo que *34 941 litros.* Querendo-se referir o numero á unidade **hectolitro,** muda-se a virgulá duas casas para a esquerda e obtem-se **$349^{Hl},41$.**

2) Seja o numero *$215^{m3},170$* cuja unidade queremos passar para **decalitro.**

Mudemos, primeiramente, a unidade *metro cubico,* para o que basta deslocar-se a virgula tres casas para a direita, resultando dahi o numero *215 170 decimetros cubicos* ou *215 170 litros.* Para obter-se o **decalitro,** mudaremos a virgula uma casa para a esquerda, e obteremos *21 517 decalitros.*

Quadro das relações entre medidas de capacidade e de volume

CAPACIDADE	VOLUMES	
	propriamente ditos	*Lenha*
Myrialitro	....	Decastereo
Kilolitro	*metro cubico*	*stereo*
Hectolitro	....	decistereo
Decalitro	....	....
litro	decimetro cubico	....
decilitro	....	....
centilitro	....	....
millilitro	centimetro cubico	....

Medidas reaes de capacidade

207. As medidas reaes de capacidade têm a fórma cylindrica com a mesma capacidade, porém, dos cubos correspondentes. São formados do dobro e da metade de cada uma.

Conforme se destinam para medir seccos ou liquidos são de madeira ou de metal.

Para seccos ha 11 medidas reaes. São cylindros cuja altura e diametro no interior são iguaes.

Eis os seus nomes:

Hectolitro (100 litros)
Meio-hectolitro (50 litros)

—

Duplo-decalitro (20 litros)
Decalitro (10 litros)
Meio-decalitro (5 litros)

Duplo-litro (2 litros)
Litro (1 litro)
Meio-litro (5 decilitros)

—

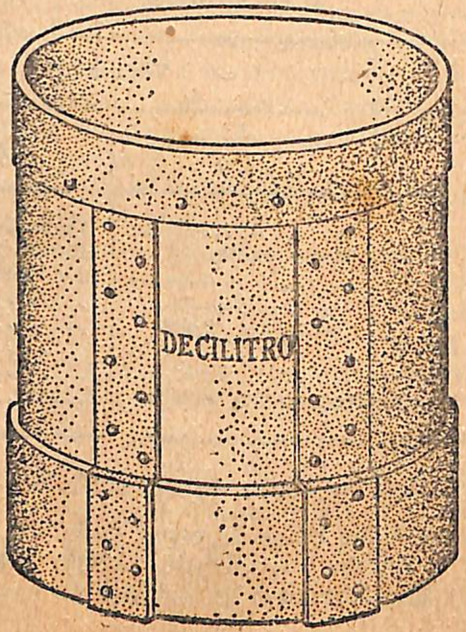
Duplo-decilitro (2 decilitros)
Decilitro (1 decilitro)
Meio-decilitro (5 centilitros)

As medidas para liquidos dividem-se em duas classes: as grandes medidas e as pequenas medidas.

As 5 grandes medidas são cylindros que têm, interiormente, altura e diametro iguaes. Os seus nomes são:

Hectolitro
Meio-hectolitro

Duplo-decalitro
Decalitro
Meio-decalitro.



As 8 pequenas medidas têm a altura interior igual ao dobro do diametro: são de estanho e servem para todos os liquidos, á excepção dos oleos e leite. Os seus nomes são:

Duplo-litro
Litro
Meio-litro
Duplo-decilitro

decilitro
Meio-decilitro
Duplo-centilitro (2 centilitros)
centilitro (1 centilitro)

Estas mesmas 8 medidas, quando destinadas para *azeite* e *leite*, são cylindros de folha de Flandres, cuja altura e diametro, no interior, são iguaes.

As medidas destinadas para azeite têm uma aza; as que servem para leite têm um gancho.

Para medir leite usam-se as 6 primeiras (do duplo-litro ao meio decilitro).

Decilitro para liquidos

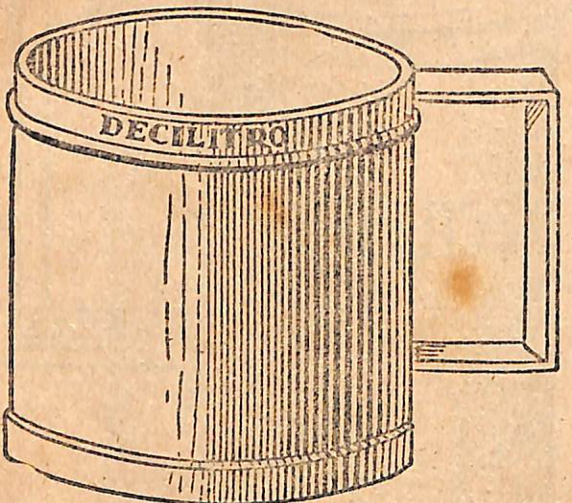
Exercicios sobre as medidas de capacidade

1. Um *hectolitro* quantos decalitros vale?
   " decilitros?
   " centilitros?
   " metros cubicos?
   " centimetros cubicos?

2. Um *decalitro* quantos decilitros vale?
   " metros cubicos?
   " centilitros?
   " decimetros cubicos?

3. Quanto vale o *litro* em centimetros cubicos?
   " " " *decalitro* " metros cubicos?
   " " " *decilitro* " centimetros cubicos?
   " " " *millilitro* " millimetros cubicos?

4. Que é o *centimetro cubico* em relação ao litro?
   " " " *millimetro cubico* " " decilitro?
   " " " *decimetro cubico* " " meio decilitro?
   " " " *metro cubico* " " duplo-decalitro?



Ler os seguintes numeros:

1. $5^{l},2$	6. $7^{Dl},809$	11. $18^{Hl},345$	16. $11^{l},75$
2. $4^{l},25$	7. $42^{Hl},28$	12. $9^{l},340$	17. $29^{dl},92$
3. $9^{Dl},3$	8. $0^{l},325$	13. $11^{Dl},234$	18. $33^{Hl},6$
4. $17^{Hl},4$	9. $7^{Dl},64$	14. $0^{Hl},07$	19. $0^{l},05$
5. $0^{l},025$	10. $38^{dl},9$	15. $0^{l},652$	20. $0^{Dl},789$

Escrever em algarismos os seguintes numeros:

1. 3 litros 5 decilitros
2. 5 litros 65 centilitros
3. 7 decilitros
4. 15 centilitros
5. 24 decalitros 7 litros
6. 15 decalitros 29 decilitros
7. 14 hectolitros 8 litros
8. 29 litros 7 centilitros
9. 6 hectolitros 5 decilitros
10. 8 decalitros 4 centilitros
11. 3 hectolitros 56 centilitros
12. 9 litros 7 centilitros
13. 11 decalitros 321 centilitros
14. 5 hectolitros 456 decilitros.

Reduzir os numeros seguintes á unidade indicada:

1. Ao hectolitro: $5^{Dl},432$; — 789^{l}; — 67^{l}; — $15^{Dl},046$; — 3277^{dl}.
2. Ao decalitro: 6^{Hl}; — 32^{l}; — 1245^{dl}; — $0^{Hl},75$; — 2753^{cl}.
3. Ao litro: $2^{Hl},47$; — $6^{Dl},977$; — 3745^{cl}; — $0^{Dl},012$; — $2^{Hl},0050$.
4. Ao metro cubico: 4596^{l}; — 5694^{Dl}; — 187^{Hl}; — 57321^{dl}; —5978^{l}.
5. Ao decimetro cubico: $3^{Hl},62$; — $7^{Dl},59$; — $0^{l},216$; — $0^{Dl},3567$; — $0^{Hl},05009$.
6. Ao hectolitro: 25^{m3}; — $0^{m3},27$; — $3^{m3},98$; — $0^{m3},045$; — $2^{m3},195$.
7. Ao litro: $0^{m3},005$; — $0^{m3},000567$; — $4^{m3},69$; — $5^{m3},312$; — 27^{m3}.

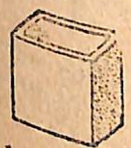
Fazer as seguintes subtracções, reduzindo-se o numero menor á unidade do maior:

1. $3^{Hl},45$ — 216^{l}
2. $23^{Dl},7$ — 187^{dl}
3. $5^{l}l$ — $2^{l}8^{cl}$
4. $0^{Hl},34$ — $24^{l}5^{dl}$
5. $34^{Dl},7$ — $17^{l},4^{cl}$
6. $2^{Hl},05$ — $16^{Dl},7^{dl}$
7. $24^{Hl},35$ — $2148^{l}35^{cl}$
8. $324^{l},07$ — $2^{Hl}35^{l}9^{dl}$

§ VI — Medidas de peso

(Quinta classe)

208. Grammo é o peso *(no vacuo)* de um centimetro cubico dagua distillada na sua maior densidade *(4 graus centigrados acima de zero)*.


1 centimetro cubico (Tamanho natural)

209. O grammo é representado por um pequeno peso de cobre, de fórma cylindrica, ligado pela parte superior a um pequeno botão.


1 grammo (Tamanho natural)

Multiplos

Denominações	Abreviaturas	Valores
Myriagrammo	*Mg*	10 000 grammos
Kilogrammo *)	*Kg*	1 000 "
Hectogrammo	*Hg*	100 "
Decagrammo	*Dg*	10 "
grammo	*g*	*Unidade principal.*
Submultiplos		
decigrammo	*dg*	0,1 do grammo
centigrammo	*cg*	0,01 " "
milligrammo	*mg*	0,001 " "

OBSERVAÇÃO. — São tomados tambem como multiplos: O **quintal metrico** que vale *100 kilogrammos*. O **milheiro metrico** ou **tonelada metrica** que vale *1000 kilogrammos*.

Além disso, empregam-se o *duplo* e a *metade* de cada um dos multiplos e submultiplos decimaes.

Numeração das unidades de peso

210. Os numeros que representam os multiplos e submultiplos da unidade principal, lêm-se e escrevem-se e as suas unidades transformam-se umas em outras, exactamente como taes questões foram resolvidas sobre as medidas de comprimento; porque a relação que guardam entre si as medidas de peso é a mesma que a das medidas lineares, isto é, cada medida de peso é *10* vezes maior do que a precedente e *10* vezes menor do que a seguinte.

Emprego das unidades

211. A tonelada metrica emprega-se quando se trata de pesos consideraveis, como o *peso de uma locomotiva*, a *carga de um navio*.

O quintal metrico é usado tratando-se de pesos menos consideraveis, como *uma massa de ferro*, a *quantidade de trigo carregada em um navio*.

*) 1 kilogrammo dagua distillada corresponde ao decimetro cubico ou ao litro.

1000 kilogrammos, portanto, correspondem ao kilolitro.

O kilogrammo emprega-se no commercio e nos usos ordinarios da vida, para exprimir o *peso do assucar, do café*, etc.

O centigrammo é muitas vezes empregado como unidade na *pesagem das pedras preciosas*.

O myriagrammo é pouco usado; e quando se emprega, exprime-se o peso em kilogrammos.

O hectogrammo e o **decagrammo** são antes empregados como subdivisões do kilogrammo do que como unidades. Para mais simplicidade costuma-se muitas vezes na pratica reduzil-os a grammos.

O **decigrammo** e o **milligrammo** são pouco usados.

Medidas reaes do peso

212. Ha tres especies de pesos; os **grandes pesos**, os **pesos médios** e os **pequenos pesos**.

Os *grandes pesos* excedem ao kilogrammo, e são 5.

Os *pesos médios* vão do kilogrammo ao grammo, e são 10.

Os *pequenos pesos* vão do grammo ao milligrammo, e são 9.

Grandes pesos

1) 50 *kilogrammos* = meio-quintal
2) 20 *kilogrammos* = duplo-myriagrammo
3) *10 *kilogrammos* = 1 myriagrammo
4) 5 *kilogrammos* = meio-myriagrammo
5) *2 *kilogrammos* = duplo-kilogrammo

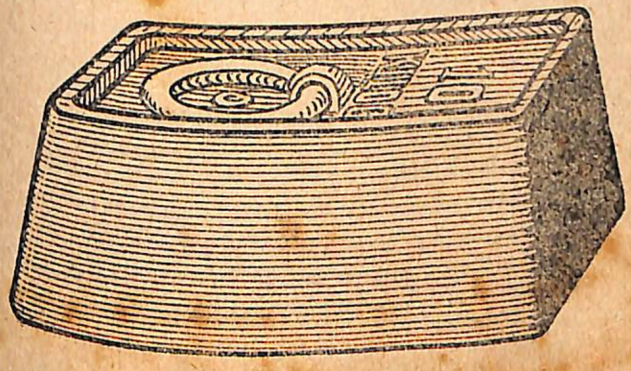


Fig. 1

Os pesos de *50* kilogrammos e *20* kilogrammos têm a fórma duma pyramide truncada, arredondada nos angulos e de base rectangular *(Fig. 1)*. Esta mesma fórma *podem ter* os pesos de *10* kilogrammos e *5* kilogrammos.

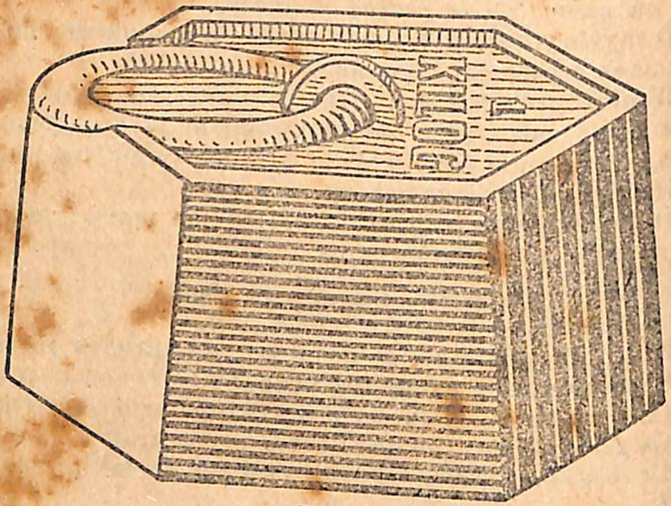


Fig. 2

Os *pesos de ferro* de 10 kilogrammos a 5 decagrammos (inclusivamente) têm a fórma duma pyramide truncada, tendo por base um hexagono regular *(Fig. 2)*.

Pesos médios

1) *Kilogrammo* = 10 hectogrammos
2) *Meio-kilogrammo* = 5 hectogrammos
3) *Duplo-hectogrammo* = 2 hectogrammos
4) **Hectogrammo* = 10 decagrammos
5) *Meio-hectogrammo* = 5 decagrammos
6) *Duplo-decagrammo* = 2 decagrammos
7) **Decagrammo* = 10 grammos
8) *Meio-decagrammo* = 5 grammos
9) **Duplo-grammo* = 2 grammos
10) *Grammo* = 10 decigrammos.

(Tamanho natural)

Pequenos pesos

1) *Meio-grammo* = 5 decigrammos
2) *Duplo-decigrammo* = 2 decigrammos
3) **Decigrammo* = 10 centigrammos
4) *Meio-decigrammo* = 5 centigrammos
5) *Duplo-centigrammo* = 2 centigrammos
6) **Centigrammo* = 10 milligrammos
7) *Meio-centigrammo* = 5 milligrammos
8) **Duplo-milligrammo* = 2 milligrammos
9) *Milligrammo.*

Os *pequenos pesos* têm a fórma de *placas finas* de 4 ou 8 lados e que podem ser de latão, prata ou aluminium.

OBSERVAÇÃO. — Na serie de pesos ha sempre **dois** pesos de 10 *kilogrammos*, de 1 *duplo-kilogrammo*, de 1 *hectogrammo*, de 1 *decagrammo*, de 1 *duplo-grammo*, de 1 *decigrammo*, de 1 *centigrammo*, de 1 *duplo-milligrammo*. (Estes pesos estão marcados na lista com um asterisco).

E' necessario haver duplicata de cada um desses pesos, para poderem-se fazer *directamente* as pesadas de 4 e de 9 unidades.

Para 4 unidades, tomam-se *dois-duplos*, ou o *duplo* e *duas unidades*. Para 9 unidades, tomam-se o *quintuplo*, e *dois duplos*; ou o *quintuplo*, o *duplo* e *duas unidades*.

Quadro das relações entre pesos, capacidades e volumes

Pesos	Capacidades	Volumes
Tonelada metrica	Kilolitro	*metro cubico*
Quintal metrico	Hectolitro	....
Myriagrammo	Decalitro	....
Kilogrammo	*litro*	decimetro cubico
Hectogrammo	delicitro	....
Decagrammo	centilitro	....
grammo	millimetro	centimetro cubico
decigrammo	....	....
centigrammo	....	....
milligrammo	....	millimetro cubico

Exercicios

1. Um *kilogrammo* quantos decagrammos vale?
" grammos "
" hectogrammos "
" decigrammos "
" milligrammos "
" centigrammos "

2. Um *grammo* quantos milligrammos vale?
" decigrammos "
" centigrammos "

3. Quantos *centigrammos* formam um grammo?
" " decagrammo?
" " kilogrammo?
" " decigrammo?

4. Quantos *milligrammos* formam um centigrammo?
" " decigrammo?
" " grammo?

5. 1.°) Quanto pesa um litro dagua tomada nas condições do grammo? — 2.°) um decalitro dagua? — 3.°) um hectolitro? — 4.°) um kilolitro? — 5.°) um decilitro?

Ler os seguintes numeros:

1. $437^{g},5$
2. $3485^{Dg},7$
3. $9^{Hg},2$
4. $8^{Kg},4$
5. $0^{g},25$
6. $178^{Dg},74$
7. $6^{Kg},37$
8. $5^{g},728$
9. $0^{Hg},09$
10. $9^{Dg},721$
11. $53^{Hg},417$
12. $0^{Kg},32$
13. $0^{Dg},03$
14. $7^{g},354$
15. $0^{Hg},05$
16. $4^{Kg},789$
17. $8^{Dg}.77$
18. $11^{g}.258$
19. $14^{Hg}.069$
20. $0^{Kg},0057$

Escrever com algarismos os seguintes numeros:

1. 34 grammos 3 decigrammos
2. 15 hectog. 2 grammos
3. 7 decagrammos 13 decigr.
4. 58 kilogr. 63 grammos
5. 12 centigrammos 7 milligr.
6. 7 decigrammos
7. 8 grammos 7 milligrammos
8. 17 decagrammos 8 decigr.
9. 17 decigrammos 9 milligr.
10. 4 hectogrammos 5 centigr.
11. 5 centigrammos 1 milligr.
12. 17 kilogrammos 3 decagr.
13. 19 grammos 13 centigr.
14. 12 decagrammos 14 milligr.

Converter em grammos os hectogrammos e decagrammos dos numeros seguintes:

1. 4 kilogrammos 3 hectos.
2. 8 " 5 decas.
3. 12 " 7 hectos. 2 decas.
4. 21 " 9 hectos. 4 gr.
5. 24 " 16 decagrammos
6. 3 kilogrammos 6 decagr.
7. 6 " 7 hectogrammos
8. 9 " 12 decas. 8 gr.
9. 27 " 5 hectos. 3 decas.
10. 29 " 4 hectos. 1 deca. 5 gr.

Dizer o peso dos volumes dagua (nas condições do grammo) *expressos pelos seguintes numeros:*

1. $0^{l},2$
2. $4^{Dl},5$
3. $0^{Hl},7$
4. $0^{m3},6$
5. $16^{Dl},35$
6. $3^{l},36$
7. $0^{H},05$
8. $0^{m3},25$
9. $16^{Hl},59$
10. $23^{Dl},098$
11. $5^{l},791$
12. $0^{m3},005$
13. 9^{m3}
14. $4^{m3},3$
15. $7^{m3},45$
16. $0^{m3},0005$

Que pesos devem-se collocar no prato duma balança para fazer as seguintes pesadas:

1. 4 grammos
2. 5 "
3. 7 "
4. 9 "
5. 24 "
6. 45 "
7. 79 grammos
8. 94 "
9. 249 "
10. 394 "
11. 444 "
12. 9999 "
13. $4^{Dg},5$
14. $9^{Hg},54$
15. $2^{Hg},356$
16. $5^{Kg},347$
17. $9^{Dg},48$
18. $3^{Kg},064$
19. $4^{Kg},9$
20. $0^{Hg},27$
21. $7^{Kg},349$
22. $5^{Dg},9$
23. $7^{Dg},97$
24. $4^{Hg},59$

Densidades, pesos especificos

213. Densidade de um corpo é a relação entre a quantidade de materia deste corpo e a de um outro servindo de termo de comparação, *tomados ambos sob o mesmo volume.*

A agua distillada, a 4 graus, acima de zero, é a unidade para os *solidos* e os *liquidos;* para os *gazes,* a unidade é o ar.

Assim, quando se diz que a densidade do mercurio é 13, por exemplo, significa isto que, tomando-se volume igual de mercurio e de agua, o mercurio contém 13 vezes mais materia do que a agua.

214. Peso especifico de um corpo é a relação entre o seu peso relativo *), sob certo volume, a *zero,* e o peso de um igual volume dagua distillada, *a 4 graus acima de zero.*

Quando se diz que o peso especifico do mercurio é 13, quer isto dizer que *em volume igual* o mercurio *a zero* pesa 13 vezes mais do que a agua distillada, *a 4 graus.*

O peso dos corpos, em volume igual, sendo proporcional á sua massa, um corpo que contém duas, tres vezes mais massa do que a agua, deve pesar duas, tres vezes mais: por conseguinte, *a relação entre os pesos* ou o peso especifico, é a mesma que *a relação entre as massas* ou a densidade relativa. Por isso, as expressões *densidades* e *pesos especificos* se tomam muitas vezes como equivalentes.

E' de summa importancia notar que o systema metrico francez presta-se a fazer que a definição de densidade tome uma outra fórma.

Com effeito, neste systema, a *unidade de peso* é sempre o *peso da unidade de volume dagua.* O numero que exprime *o peso* duma massa dagua exprime tambem *o seu volume.* Por exemplo: a unidade de peso *kilogrammo* é o peso dagua da unidade de volume *decimetro cubico* ou *litro.*

*) *Peso relativo* é o que se determina por meio da balança

Supponhamos que uma certa porção de mercurio pesa 65 kilogr. e que o mesmo volume dagua pesa 5 kilogrammos; a densidade do mercurio será

$$\frac{65 \text{ Kg.}}{5 \text{ Kg.}} = 13, \text{ pela definição dada.}$$

Neste exemplo, o peso dagua considerada sendo de 5 *kilogrammos,* seu volume é de 5 *decimetros cubicos* ou de 5 *litros.* Póde-se, pois, dizer que dividindo-se 65 por 5, dividiu-se o peso do mercurio por seu volume, que é o mesmo que o da agua. Dahi a seguinte definição:

Densidade, ou peso especifico de um corpo, *é o quociente do peso deste corpo dividido por seu volume.*

Chamando-se **D** a *densidade* de um corpo, **P** o *peso* deste corpo e **V** o *seu volume,* teremos: $D = \frac{P}{V}$

Desta formula, deduz-se esta outra $P = V \times D$ que se traduz:

O peso de um corpo é o producto do seu volume pela sua densidade.

Da formula $P = V \times D$, se tira esta outra $V = \frac{P}{D}$, que se traduz:

O volume de um corpo é o quociente da divisão do seu peso por sua densidade.

A' vista da correspondencia que ha entre as unidades de peso e as unidades de volume do systema metrico, póde-se facilmente passar *do peso* de um corpo *para seu volume* e reciprocamente, por meio de tabellas das densidades.

Tabella das densidades de alguns dos principaes corpos

SOLIDOS E LIQUIDOS EM RELAÇÃO A AGUA				GAZES E VAPORES EM RELAÇÃO AO AR	
Agua distillada	1,	Agua distillada	1	Ar 0,001293	1
Cal viva	0,480	Agua do mar	1,026	Acido carbonico	1,529
Carvão vegetal	0,250	Aguardente 18°	0,947	Azote	0,971
Carvão de pedra	1,329	Aguardente 22°	0,923	Ammoniaco	0,596
Chumbo	11,352	Aguardente 36°	0,848	Chloro	2,47
Cobre fundido	8,788	Alcool absoluto	0,815	Hydrogeneo	0,069
Coke	0,340	Espirito de vinho 33°	0,863	Hydrogeneo bicarbonado	0,978
Estanho	7,392	Azeite de oliveira	0,915	Hydrogeneo protocarbonado	0,555
Ferro fundido	7,207	Espirito de vinho 36°	0,848	Oxygeneo	1,105
Ferro forjado	7,788	Ether sulfurico	0,736	Vapor dagua	0,614
Ouro puro	19,258	Leite de vacca	1,032		
Platina batida	23,000	Mercurio	13,596		
Platina laminada	21,450	Vinagre	1,019		
Vidro de garrafa	2,527	Vinho Bordeaux	0,994		
Vidro de vidraça	2,732	Vinho de Malaga	1,030		
Zinco	7,100	Vinho do Porto	0,997		

Applicação da tabella. — 1) *Uma barra de ferro forjado tem $3^m,50$ de comprimento, 35 millimetros de espessura e 4 centimetros de largura. Qual é o peso?*

O volume em centimetros cubicos, é $350 \times 4 \times 3,5$ ou 4900^{cm^3}. A densidade do ferro forjado sendo 7,788, o peso pedido será:

$$4900 \times 7,788 = 38\,162\,g = 38^{Kg},162.$$

2) *Uma bala de chumbo pesa 150 grammos. Qual é o seu volume?*

A densidade do chumbo sendo 11,352, o volume pedido será: $150 : 11,352 = 13^{cm^3},213$.

§ VII — Medidas monetarias

(Sexta classe)

215. O systema metrico francez tambem é chamado **systema metrico decimal**, porque todas as suas medidas têm multiplos e submultiplos formados segundo a lei decimal. Como este systema é o unico admittido por lei, é chamado **systema legal de pesos e medidas.**


216. O franco é a unidade monetaria. *E' uma peça de prata, que pesa 5 grammos, sendo $4^g,5$ de prata e $0^g,5$ de cobre.*

Os seus multiplos e submultiplos não seguem a mesma formação que as outras unidades deste systema.

217. Para exprimir os multiplos empregam-se os numeros ordinarios. Assim diz-se: *dez, cem, mil, etc., francos*, e não *decafranco, hectofranco, kilofranco*, etc.

Os submultipols do franco são:

Decimo (pouco empregado), que equivale ao decimo do franco (moeda de *10 centimos*).

Centimo, que equivale ao centesimo do franco.

§ VIII — Medidas de tempo

218. Comquanto fossem apresentadas novas medidas de tempo, de accordo com o systema decimal, prevaleceram as antigas que abaixo vão numeradas:

Seculo . . . . 100 annos
Decennio . . . . 10 »
Lustro . . . . 5 »

Anno { 12 mezes trigesimaes e 5 dias
12 mezes do calendario
52 semanas e 1 dia
365 dias.

O anno *bissexto* tem *366* dias.

Semestre . . . . 6 mezes
Trimestre . . . . 3 »
Bimestre . . . . 2 »

Mez . ... 30 ou 31 dias, sendo o commercial de 30
Semana . ... 7 dias
Dia *(unidade principal)*.. 24 horas
Hora . ... 60 minutos
Minuto . ... 60 segundos

Janeiro
Fevereiro
Março — Agosto
Abril — Setembro
Maio — Outubro
Junho — Novembro
Julho — Dezembro

Um meio de facilmente conhecer-se quaes os mezes de 31 dias ou de 30, é fechar-se a mão esquerda e começar a contar sobre as saliencias das articulações e sobre os intervallos; os que cairem nas saliencias têm 31 dias, e os que cairem nos intervallos têm 30, como se vê na figura do texto.

§ XI — Medidas angulares

219. A circumferencia divide-se, no systema metrico decimal, em *4 quadrantes;* cada quadrante em *100* partes chamadas *grados;* cada grado em *100* partes chamadas *minutos centesimaes;* cada minuto centesimal em *100* partes chamadas *segundos centesimaes.*

Na divisão antiga da circumferencia, chamada divisão *sexagesimal,* e adoptada de preferencia á centesimal, a circumferencia divide-se em 4 partes iguaes ou *4 quadrantes:* cada quadrante em *90 graus* (90°); cada grau em *60 minutos* (60'); cada minuto em *60 segundos* (60").

TABELLA DO SYSTEMA METRICO FRANCEZ

MEDIDAS	Unidades	NUMERO DE UNIDADES CORRESPONDENTES A CADA MULTIPLO E SUBMULTIPLO						
	1	10	100	1 000	10 000	0,1	0,01	0,001
Lineares	Metro	Deca-metro	Hecto-metro	Kilo-metro	Myriametro	Deci-metro	Centi-metro	Milli-metro
Itinerarias	....	....	....	Kilo-metro	Myriametro	....	....	....
Agrarias	Aro	....	Hectaro	....	....	....	Centiaro	....
De capacidade para seccos e liquidos	Litro	Decalitro	Hecto-litro	Kilolitro	Myrialitro	Decilitro	Centi-litro	Millilitro
De peso	Grammo	Deca-grammo	Hecto-grammo	Kilo-grammo	Myria-grammo	Deci-grammo	Centi-grammo	Milli-grammo
Para lenha e madeira	Stereo	Deca-stereo	....	....	....	Deci-stereo	....	....
De superficie	Metro²	100	10 000	1 000 000	100 000 000	0,01	0,00 01	0,00 00 01
		Deca-metro²	Hecto-metro²	Kilo-metro²	Myriametro²	Deci-metro²	Centi-metro²	Milli-metro²
De volume	Metro³	10³	100³	1 000³	10 000³	(0,1)³	(0,01)³	(0,001)³
		Deca-metro³	Hecto-metro³	Kilo-metro³	Myriametro³	Deci-metro³	Centi-metro³	Milli-metro³

§ X — Vantagens do systema metrico francez

220. Para que um systema metrico qualquer seja bem organizado, é preciso que satisfaça ás seguintes condições:

1.ª Todas as medidas principaes do systema devem derivar-se de uma maneira simples da medida fundamental.

2.ª A medida fundamental deve ser tomada de tal modo, que possa ser de novo determinada, quando for preciso.

3.ª As relações de cada medida principal com os seus multiplos e submultiplos devem ser uniformes e faceis.

4.ª A nomenclatura deve conter o menor numero possivel de nomes distinctos e arbitrarios.

221. Vejamos si o systema metrico francez satisfaz a estas condições principaes.

Quanto á primeira

As diversas medidas principaes do systema metrico francez derivam-se de uma maneira simples da unidade fundamental — **metro** —. Com effeito: o **aro** se deriva do *metro*, porque é um quadrado que tem 10 metros de lado; o **stereo** se deriva do *metro*, porque é um metro cubico; o **litro** se deriva do metro, porque é um cubo construido sobre o decimo do metro; o **grammo** se deriva do *metro*, porque é o peso dagua distillada que enche o cubo construido sobre o centesimo do metro: o **franco**, finalmente, se deriva indirectamente do *metro*, porque pesa 5 grammos, e o grammo se deriva do metro.

Quanto á segunda

A unidade fundamental do systema metrico francez foi tomada no globo; de sorte que, si porventura vier a perder o seu padrão, póde-se de novo determinal-a.

Quanto á terceira

No systema metrico francez as unidades de cada classe têm com a sua unidade principal relações uniformes e simples. Com effeito, com quatro pequenas palavras *(deca, hecto, kilo, myria)* formam-se todos os multiplos da unidade principal; assim como com tres outras *(deci, centi, milli)* formam-se os submultiplos. Da etymologia dessas palavras conclue-se a regularidade da formação dos multiplos e submultiplos.

Quanto á quarta

Na nomenclatura do systema metrico francez consideram-se apenas seis medidas de nomes distinctos; a saber: o **metro**, o **aro**, o **stereo**, o **litro**, o **grammo** e o **franco**. A propria nomenclatura é tão systematica que, *enunciada a medida*, sabe-se logo a *classe a que pertence*, e a *relação que tem com a unidade principal da sua classe.*

Accresce ainda, que a *reducção de uma medida metrica qualquer para uma outra unidade* se effectua por uma simples mudança da virgula.

O nosso systema **monetario** é, porém, preferivel ao francez. A unidade principal real, comquanto seja imaginaria, tem, comtudo, seus multiplos expressos *em numeros inteiros*, o que é uma grande commodidade para os calculos. Por isso, a lei n.º 1157, de 26 de Junho de 1862, que mandou substituir o antigo systema de pesos e medidas pelo systema metrico francez, determinou a substituição *sómente na parte concernente ás medidas lineares, de superficie, volume, capacidade e peso.*

Problemas sobre fracções decimaes e sobre systema metrico

1. Um negociante vendeu num dia 4 peças de morim, uma das quaes tinha $51^{m},75$; a segunda $49^{m},30$; a terceira 63^{m} e a quarta $38^{m},46$. *Quantos metros vendeu ao todo?* — R. $202^{m},51$.

2. Vendendo-se uma mercadoria por $454^{f},80$ teve-se um prejuizo de $45^{f},20$. *Quanto custou ella?* — R. 500 francos.

3. Um viajante partiu de Paris para Strasbourg passando por Nancy; sabe-se que a distancia de Paris a Nancy é de $378^{Km},7$ e que a distancia desta ultima cidade á de Strasbourg é de 155^{Km}. *Quantos kilometros andou o viajante?* — R. $533^{Km},7$.

4. Collocou-se um objecto no prato de uma balança e para que esta ficasse em equilibrio foi necessario collocarem-se no outro prato 5 Hg, 2Hg, 5 Dg, 1 g e 5 dg. *Qual será o peso deste objecto?* — R. 751^{g},5.

5. Uma carroça leva 4 pacotes, um dos quaes pesa 86Kg 7Dg; o segundo 12Kg 162g; o terceiro 151Kg; e o quarto 135 Kg 8 Dg. *Que peso leva a carroça?* — R. 384^{Kg},312.

6. Um viajante fez no primeiro dia 18 Km de caminho, no dia seguinte 13 Km 7 Hm, e no terceiro dia tanto quanto nos dois dias precedentes. *Que distancia percorreu elle no fim de tres dias?* — R. 63^{Km},4.

7. O sino de uma igreja está a 28^{m},54 acima do nivel do mar; o de uma outra a 29^{m},67 do mesmo nivel. *Qual é a differença destas alturas?* — R. 1^{m},13.

8. Um negociante vendeu por 132^{f},40 uma mercadoria que lhe custou 109^{f},60; *que lucro teve?* — R. 22^{f},80.

9. Uma pessoa ganha 126^{f},66 por mez, e gasta 123^{f}49; *quanto lhe resta?* — R. 3^{f},17.

10. Deu-se a uma modista 7^{m},56 de certa fazenda; ella tirou para um vestido 5^{m},87. *Quantos metros restaram?* — R. 1^{m},69.

11. Um vaso que continha 3^{l},5 ficou exposto ao sol durante uma hora; depois disto encontraram-se só 2^{l},97. *Que quantidade d'agua evaporou-se?* — R. 0^{l},53.

12. Si uma pessoa possuisse 24^{f},50 mais, teria 1000 francos. *Quanto tem ella?* — R. 975^{f},50.

13. Uma pessoa foi contractada para calçar uma rua de 6000 metros quadrados. *Quantos metros lhe faltam para concluir o trabalho*, sabendo-se que ella tem feito 2476m^{2} 7dm^{2} 84cm^{2}? — ...... R. 3523$^{m^2}$,9216.

14. Um pedaço de terra contém 170 aros. Empregaram-se 5 aros para construir-se uma casa, e 11 para um jardim. *Quantos aros restaram?* — R. 154 aros.

15. Um negociante devia certa quantia; deu por conta: 246^{f}20; 340^{f}; 150^{f},50; 1372^{f},25. *Quer se conhecer esta quantia*, sabendo-se que na ultima prestação o negociante deu uma cedula de 1000 francos e recebeu de troco 357^{f}.49. — R. 2751^{f},46.

16. Um fabricante mandou fazer 1364m,69 de certa mercadoria por 649^{f},78; depois, 2865m,87, por 1287^{f},83; vendeu-o todo a 1 f. o metro; *qual foi o seu lucro ou o seu prejuizo?* — R. 2292^{f},95.

17. Um commerciante contraiu dois emprestimos, um de 9789^{f},75 e outro de 6749^{f},35, por conta dos quaes já pagou 1852^{f},42. Duas pessoas lhe devem, uma 3520^{f},15 e a outra 11508^{f},13; elle tem em caixa 9763^{f},90. *Quanto possuirá quando tiver pago sua divida e tiver recebido o que lhe devem?* — R. 10105^{f},50.

18. Um kilogrammo dagua do mar contém 0^{Kg},025 de sal; *que porção de sal se encontrará em 32^{Kg},8 da mesma agua?* — R. 0^{Kg},82.

19. *Quanto se deve pagar por 35^{Kg},7 de certa mercadoria*, sabendo-se que o kilogrammo custa 2^{f},45. — R. 87^{f},46.

20. Um metro de fazenda custa 16 francos. *Quanto se deve pagar por 0^{m},25?* — R. 4 francos.

21. Um pedreiro construiu um muro de 56^{m},34 de comprimento, 1^{m},85 de altura e 0^{m},50 de largura, recebendo 5^{f},20 por metro cubico. *Quanto ganhou elle?* — R. 271 francos (por excesso).

22. *Qual é o peso de ar contido numa sala* que tem 5^{m},4 de comprimento sobre 4^{m},6 de largura e 4^{m}.75 de altura, sabendo-se que um metro cubico de ar pesa 1^{Kg},293? — R. 152^{Kg},561.

23. *Quantos stereos de lenha* podem-se accommodar em um quarto que tem 8^{m},4 de comprimento, 4^{m},85 de largura e 3^{m},6 de altura? — R. 146^{s},66.

24. *Quantos centimetros cubicos dagua serão precisos* para encher um vasd que tem a capacidade de 12^{l},7? — R. 12700 centimetros cubicos.

25. Um muro tem 105^{m},8 de comprimento sobre 64^{m},15 de altura. *Determinar a sua superficie em hectaros e em aros.* — R. 0^{Ha}.6 787 070; 67^{a},87 070.

26. *Qual será a superficie total de 1¼ pedaços de terra*, sabendo-se que cada um tem 5Ha 6a 42ca? — R. 7089^{a},88.

27. Uma pessoa distribue dinheiro aos pobres; entre elles ha 7 homens, 4 mulheres e 15 creanças. Dá a cada homem 0^{f},25; a cada mulher 0^{f},15, e a cada creança 0^{f},10. *Quanto gastou?* — R. 3^{f},85.

28. Em uma familia, o pae ganha 0^{f},65 por hora, a mãe 0^{f}35 e o filho 0^{f},40. *Quanto ganham juntamente em um dia em que o pae trabalha 11 horas, a mãe 6 e o filho 8?* — R. 12^{f},45.

29. Um negociante vende com um lucro de 47^{f},55 um retalho de panno de 8^{m},7 que lhe custou 9^{f},25 o metro. *Que quantia arrecadará desta venda?* — R. 128 francos.

30. Dois vasos cheios dagua pura pesam 2^{Kg},288. Um contém 14 centil. mais do que o outro. *Qual é a capacidade de cada um*, sabendo-se que os dois vasos vasios pesam 12 hectogr.? — R. 34^{cl},4; 48^{cl},4.

31. *Qual é a capacidade de um vaso* que pesa, vasio, 1 hectogrammo e cheio dagua pura 270 grammos? — R. 0^{l},17.

32. Um tonel vasio pesa 53^{Kg},5; cheio dagua, 268^{Kg},75. *Qual é a sua capacidade?* — R. 215^{l},25.

33. Si eu tivesse mais 500 francos, poderia pagar 28^{a},60 de terra a 47^{f},50 o aro, e me restariam 140 francos. *Quanto possuo?* — R. 998^{f},50.

34. *Que lucro ou prejuizo póde ter* uma pessoa que paga a 7 operarios á razão de 3^{f},59 por dia, tendo elles trabalhado 95 dias e tendo feito cada um por dia 2^{m},59 que se vendem a 1^{f},78 o metro? — R. 678^{f}.43.

35. Um negociante tem 132^{Hl},14 de vinho; com elles encheu 3 toneis cada um dos quaes leva 12^{Hl},32. *Quantos hectolitros de vinho lhe restam?* — R. 95^{Hl} 18.

36. Um negociante comprou $563^m,25$ de panno a $12^f,30$ o metro; vendeu-os a 15 francos o metro. *Qual foi o seu lucro?* — R. $1520^f,77$.

37. Uma pessoa occupou por 42 dias a $1^f,75$ por dia a um operario que lhe devia 50 francos. *Quanto deve receber o operario*, descontando-se da importancia do seu trabalho a quantia que elle devia? — R. $23^f,50$.

38. Uma pessoa tinha o mesmo numero de moedas de 5^f, 2^f e 1^f, cujo peso era $75^{Kg},44$. Comprou uma casa por 12500^f; *quanto ainda tem?* — R. 2588^f.

39. Um negociante deve $1835^f,25$. Dá em pagamento $73^m,25$ de linho a $3^f,75$ o metro, $41^m,60$ de panno a 15 francos o metro, e $16^m,56$ de algodão a $2^f,10$. *Quanto ainda deve?* — R. $901^f,79$.

40. Uma caseira vendeu 200 ovos a $9^f,50$ o cento, e 17 kilogr. de manteiga a $2^f,30$ o kilogr. Com o producto desta venda pagou $9^m,60$ de estofo a $1^f,25$ o metro. *Com quanto ficou?* — R. $46^f,10$.

41. Foram pagos 15 operarios á razão de $3^f,57$ e 128 á razão de $2^f,09$ por dia; trabalharam 100 dias durante os quaes fizeram $7\,949^m,05$ que foram vendidos a 10 francos o metro. *Qual foi o lucro?* — R. $37\,149^f,50$.

42. Um negociante de estofos o qual devia 1 500 francos, deu em pagamento $69^m,40$ de linho a $1^f,45$ o metro, mais $34^m,80$ de panno a $15^f,60$ o metro. *Quanto ainda deve?* — R. $856^f,49$.

43. Uma pessoa comprou 6 myriagr. de certa mercadoria, depois 745 decagr.; depois 186 hectogr., á razão de 125 francos o quintal metrico. Tendo dado 200 francos em pagamento, *quanto se lhe deve restituir?* — R. $92^f,44$.

44. *Por que numero deve-se multiplicar* 12 668 569 para obter-se o producto 506 742 760? — R. 4.

45. Feita a divisão de um numero por 25, ficou um resto 12. *Qual é a parte decimal relativa a este resto?* — 0,48.

46. *Qual é o numero que multiplicado* por 0,55 é igual a 156,97? — 285,40.

47. Um homem poz de parte $237^f,25$ para comprar uma quantidade de vinho que durasse um anno, bebendo elle por dia uma garrafa. *Quanto deve elle pagar por cada garrafa* para que o preço não exceda á quantia reservada? — R. $0^f,65$.

48. *Qual será o peso de uma barrica de assucar*, sabendo-se que 7 barricas, da mesma capacidade, reunidas, pesam $736^{Kg},24$? — R. $105^{Kg},177$.

49. Mediram-se as dimensões de um tanque e achou-se que elle podia conter $5^{m3},454$ dagua. *Quantos litros poderá elle conter?* — R. 5 454 litros.

50. Uma garrafa tem uma capacidade de $1^l,35$. *Quantas vezes a agua contida nesta garrafa encherá um copo que tem uma capacidade de $0^{m3},000045$?* — R. 30.

51. Um ferreiro comprou 645 kilos de ferro por $448^f,25$; *por quanto deve elle vender cada kilo, querendo ganhar 100 francos no todo?* — R. $0^f,85$.

52. Uma sociedade composta de tantos homens quantas mulheres gastou $250^f,25$ á razão de $1^f,75$ por homem e $1^f,50$ por mulher. *Quantos eram os homens e quantas as mulheres?* — R. 77.

53. *Achar um numero tal* que delle subtraindo-se 28, o resto multiplicado por 7 dá para producto 105. — R. 43.

54. O kilogrammo de assucar vale $1^f,30$ e o kilogrammo de café $4^f,10$; um especieiro quer empregar 350 francos na compra de uma igual quantidade de assucar e de café. *Quantos kilos de uma e outra mercadoria deverá comprar?* — R. $64^{Kg},81$.

55. Apresentaram-me seda que vale 87 francos os 12 metros e outra que vale $59^f,50$ os 7 metros. *Tomando 1 metro de cada qualidade, quanto devo pagar?* — $15^f,75$.

56. Tres saccos de centeio, um com $48^{Kg},9$, outro com $51^{Kg},6$ e o terceiro com 56 kilogr., valem juntos $28^f,17$. *Qual é o preço do kilogrammo?* — R. $0^f,18$.

57. Duas peças de fazenda da mesma qualidade custaram: uma $465^f,75$; a outra, $686^f,25$. A primeira tem $24^m,50$ menos do que a segunda; *qual é o comprimento de cada uma?* — R. 1.ª, $51^m,75$; 2.ª, $76^m,25$.

58. Dois amigos compraram $32^m,65$ de fazenda por $163^f,25$; depois de dividida a fazenda, um teve de pagar $45^f,75$ mais do que o outro. *Quantos metros tocaram a cada um?* — R. $11^m,75$; $20^m,90$.

59. Um vaso cheio dagua pesa $3^{Kg},7$; o peso do vaso vasio é de 5 hectogrammos. *Qual é a capacidade do vaso?* — R. $3^l,2$.

60. Um vaso cheio dagua do mar pesa $45^{Kg},25$; vasio, $7^{Kg},15$. *Quantos litros contém elle?* — R. $38^l,10$.

61. Vendendo-se 17 objectos a $2^f,80$ cada um, obteve-se um lucro de $11^f,05$. *Quanto custou cada um?* — $2^f,15$.

62. Um negociante vendeu-me $39^m,50$ de linho. Devolvi-lhe 14 metros com a respectiva importancia e fiquei com o resto por $33^f,15$. *Quanto custou o metro deste linho?* — R. $1^f,30$.

63. Um commerciante trocou com outro 250 metros de panno e recebeu 200 metros de outro panno de qualidade differente e que valia $31^f,25$ o metro. *Qual era o preço de um metro de panno que elle trocou?* — R. 25 francos.

64. Um homem vendeu 95 laranjas por $14^f,25$. *Por quanto vendeu elle a duzia?* — $1^f,80$.

65. $72^m,50$ importaram em $5\,241^f,75$. *Quanto se deve pagar por $77^m,20$?* — R. $5\,581^f,56$.

66. Distribuiu-se uma ração de vinho a todos os homens que tinham trabalhado numa grande manobra. O litro era dividido em 3 rações; cada tonel contendo 270 litros custou 121^f50; pagou-se pelo total da despeza 2 700 francos. 1) *Quantos homens entraram nesta manobra; 2) quanto se pagou por cada ração?* — R. 18 000 homens; $0^f,15$.

67. Um terreno de $578^m,84$, vendeu-se por $26\,047^f,80$. *Quanto deve custar um hectaro?* — R. 450 000 francos.

68. Um monte de madeira de $8^s,4$ tem para base um quadrado de $1^m,8$ de lado. *Qual é a sua altura?* — R. $2^m,592$.

69. Um reservatorio tem uma capacidade de $436^{m3},050$; seu comprimento é de $12^m,5$ e a sua largura de $10^m,8$. *Qual é a sua profundidade?* — R. $3^m,23$.

70. *Qual será o preço de 38 duplos-decalitros, á razão de 18 francos o hectolitro?* — R. 136^f,80.

71. *Quantos pães de 12 meios-kilos se comprarão com 226^f,80,* custando o meio-kilo 0^f,225? — R. 84.

72. Custando o meio-kilo de pão 0^f,21, *quantos pães de 3 kilos se comprarão com 64,26?* — R. 51 pães.

73. *Quantos kilos de pão de 0^f,42 se podem comprar com o preço de 12 kilos de carne de 1^f,26?* — R. 36 kilos.

74. Comprei 27 hectolitros de maçãs á razão de 2^f,10 o meio-hectolitro. *Quanto devo pagar?* — R. 113^f,40.

75. Um criado ganha 273^f,75 por anno; depois de certo tempo foi despedido, recebendo 93^f,75, correspondentes aos dias que elle trabalhou. *Quantos dias trabalhou elle?* — R. 125 dias.

76. Um empreiteiro combinou com um pedreiro em pagar-lhe 25^f,80 por 6 metros de um trabalho. Depois de 15 dias o pedreiro recebeu 122^f,55 pelo trabalho. *Quantos metros fez o pedreiro e quanto ganhou por dia?* — R. 28^m,50; 8^f,17.

77. Um operario contraiu um debito de 345^f,85. Pagou primeiramente 45^f,35; depois 29^f,70; depois 56^f,80 e propoz saldar o resto em 4 prestações iguaes. *De quanto será cada uma?* — R. 53^f,50.

78. Um negociante de estofos comprou 4 peças de panno, á razão de 17^f,20 o metro, por 1 866^f,20. A primeira peça tem 25^m,40; a segunda 23^m,80; a terceira 31^m,50. *Quantos metros tom a quarta?* — 27^m,80.

79. Uma pessoa comprou vinho na importancia de 285^f,25 a 3^f,50 o decalitro. Entregaram-lhe primeiro 2^{Hl},35; depois 437 litros. *Quantos decalitros recebeu na 3.ª entrega?* — R. 14^{Dl},3.

80. Um vinhateiro deve 560 francos. Pagou primeiro 45 francos, depois 27^f,50; depois 24^f,25; propoz-se a saldar o resto, dando vinho ao preço de 42^f,50 o hectolitro. *Quantos decalitros de vinho deve elle dar para saldar o seu debito?* — R. 109 Dl.

81. Uma senhora deixa a seu sobrinho uma fortuna de 64 440 francos, encarregando-o de dar ao creado que a servia a 18.ª parte de sua successão, e á sua enfermeira a 25.ª parte do resto. *Qual é a parte de um e de outro, e quantos aros de terra, á razão de 5 800 francos o hectaro, poderia comprar o sobrinho com a parte que lhe coube?* — R. 3 580 fr.; 2 434^f,40; 1 007^a,33.

82. Um negociante comprou trigo em casa de 3 rendeiros, na importancia de 2 062^f,50, á razão de 37^f,50 o quintal metrico; o primeiro rendeiro entregou 17 quintaes e o segundo 230 myriagrammos. *Quantos kilogrammos entregou o terceiro?* — R. 1 500 kilogrammos.

83. 117 lenços custaram 409^f,50. *Por que preço se deve vender a duzia para ganhar-se 111^f,15 sobre os 117 lenços* — R. 53^f,40.

84. 75 camisas custam 421^{f}875. *Por quanto se deve vender a duzia para ganhar-se 1^f,975 em cada camisa?* — R. 91^f,20.

85. Dividir 8 624 francos entre tres pessoas, de modo que a terceira pessoa por si só tenha tanto quanto as outras duas que devem receber uma parte igual. — R. As duas primeiras 2 156 francos; a 3.ª, 4 312.

86. A tripulação de um barco de pesca, composta de patrão e 18 marinheiros, ganhou 6 500 francos. Devem-se reservar 6 partes

para o barco; o resto se dividirá pela tripulação de modo que ao patrão toquem duas partes e a cada marinheiro uma parte. *Dizer quanto tocou ao barco, ao patrão e a cada marinheiro.* — R. Barco, 1 500 fr.; patrão, 500; cada marinheiro, 250.

87. Um vaso que vasio pesa 475 grammos contém 2^l,54 de um liquido. Suppondo-se que 1 decimetro cubico deste liquido pesa 0^{Kg},974, *a quanto montaria uma somma de dinheiro que pesasse tanto quanto o vaso e o liquido nelle contido?* — R. 589^f,79.

88. 25 obreiros fizeram um fosso de 1 327^m,45 em 9 semanas; pagou-se-lhes cada metro a 9^f,60. *Quanto ganhou por semana cada um desses obreiros,* sabendo-se que 6 dentre elles devem ter, cada um, um terço mais do que um dos outros? — R. 52^f,44; 69^f,92.

89. Duas peças de fazenda da mesma qualidade têm: uma 76^m,25; outra 51^m,75. A primeira custa 220^f,50 mais do que a segunda; *qual é o preço de cada uma?* — R. 1.ª, 686^f,25; 2.ª, 465^f,75.

90. Em uma grande fabrica estão empregados homens, mulheres e creanças. Os homens recebem 16^f,50 por semana, as mulheres 10^f,50 e as creanças 4^f,50. A despeza de um mez, durante o qual cada obreiro trabalhou 24 dias é de 25 470 francos. Os homens tiveram 18 480 francos e as creanças 1 530 francos; *quantos homens, quantas mulheres e quantas creanças ha na fabrica, e qual o salario que cada um tem por dia?* — R. 280 homens; 2^f,75 por dia. 130 mulheres: 1^{f}75. 85 creanças: 0^f,75.

91. Uma pessoa tem duas fazendas a escolher para mandar fazer um vestido: a primeira tem 0^m,78 de largura e custa 2^f,45 o metro; a segunda tem 1^m,12 de largura e custa 3^f,25 o metro. São precisos 12^m,54 da primeira para um vestido; *quantos metros da segunda serão precisos e qual a differença de preço dos dois vestidos?* — R. 8^m,73; 2^{f}35.

92. Uma sociedade de beneficencia reparte uma somma de 460 francos entre 15 familias necessitadas; as 8 primeiras recebem cada uma 17^{f}30. *Quanto tocará a cada uma das outras?* — R. 45^f,94.

93. Um negociante comprou 84^m,60 de panno de duas qualidades; recebeu tanto de uma qualidade como doutra e pagou 1 281^f,60; a primeira qualidade vale 16^f,50 o metro. *A quanto sae o metro da segunda?* — R. 13^f,79.

94. Um operario ganha 4^f,50 por dia e descança aos domingos. *Quanto póde gastar por dia, querendo economisar a quarta parte do seu salario?* — R. 2^f,89.

95. Um especieiro comprou 156 litros de azeite a 98 francos o hectolitro; 123 kilos de assucar a 160 francos os 100 kilos e 12 kilos de pimenta a 3^f,25 o kilo. Vendeu o azeite a 1^f,10 o litro; o assucar a 0^f,90 o meio-kilo; e a pimenta a 0^f,40 o hectogrammo. *Qual será o seu lucro?* — R. 52^f,32.

96. 42 obreiros fizeram juntos 1 806^m,50 de obra á razão de 1^f,52 o metro. Forneceram-lhes em abatimento no preço de seu trabalho 225^{Kg},09 de pão á razão de 0,35 o kilo; 15^l,60 de liquido a 11^f,50 o litro. *Quanto recebeu cada obreiro?* — R. 59^f,23.

97. Um negociante vendeu por partes 650 metros de fazenda a saber: 150 metros por 740 francos e o resto a 5^f,50 o metro; ganhou 2^f,50 em cada metro. *Por quanto comprou elle cada metro desta fazenda?* — R. 2^f,86.

98. Dois irmãos devem repartir igualmente entre si um terreno com $13^{Ha},36$; um delles dá ao outro 1 257 francos, com a condição de que ficará a sua parte com $1^{Ha},42$ mais do que a outra. *Calcular a parte de cada um e o valor do terreno?* — R. $5^{Ha},97$; $7^{Ha},39$; $23\,647^{f},20$.

99. Uma pessoa tem um rendimento annual de 7 044 francos: tira desta somma: 530 fr. para aluguel de casa, 325 para vestuario, 280 para um criado, 1 520 fr. para seu sustento e 420 para seus divertimentos e para augmento de seus moveis; além disto, economisa os $0^{f},75$ do que lhe resta depois destas despezas. *Quanto póde gastar por dia?* — R. $2^{f},71$.

100. Um especieiro recebeu 56 pães de assucar, pesando cada um $8^{Kg}50$; pagou-os a $11^{f},20$ o myriagrammo. Vendeu 0,25 pelo preço do custo, depois 12 pães a $1^{f},25$ o kilogrammo, e finalmente o resto por $330^{f},74$. *Qual é o lucro deste especieiro?* — R. $58^{f},40$.

CAPITULO IV

NOÇÕES SOBRE OS RESTOS E SOBRE A DIVISIBILIDADE DOS NUMEROS

222. *Um numero inteiro se diz* **divisivel** *por outro, quando a divisão do primeiro pelo segundo dá um resto nullo.* V. g.: 16 é *divisivel* por 2; 14 é *divisivel* por 7; etc.

223. *Chama-se* **multiplo** *de um numero inteiro aquelle numero que contém exactamente o outro.* V. g.: 12 é um *multiplo* de 4; 18 é um *multiplo* de 9; etc.

224. *Um numero inteiro que está contido exactamente em outro chama-se* **submultiplo, parte aliquota, factor** ou **divisor** *desse outro.* V. g.: 8 é um *submultiplo* de 24; 9 é *submultiplo, parte aliquota, factor* ou *divisor* de 36; etc.

Divisor 10 ou uma potencia de 10

225. *O resto da divisão de um numero inteiro por uma potencia de* **10** *é o numero formado de tantos algarismos á direita do numero proposto, quantas são as unidades do grau da potencia.*

Assim, *o resto da divisão do numero 3725 por* **100** (ou segunda potencia de 10) é **25**; *o resto da divisão do numero 7316 por* **1 000** (ou terceira potencia de 10) é **316**.

Consequencia. — Para que um numero inteiro seja divisivel por uma potencia de 10 *é preciso que esse numero termine, pelo menos, em tantos zeros, quantas são as unidades do grau da potencia.*

OBSERVAÇÃO. — *Qualquer potencia de* **10** *é igual á unidade seguida de tantos zeros, quantas são as unidades do grau da potencia.* Assim, a segunda potencia de 10 ou 10^2 é 100 (10×10); a terceira potencia de 10 ou 10^3 é 1 000 ($10 \times 10 \times 10$).

Divisores 2 e 5

226. *O resto da divisão de um numero inteiro qualquer por* 2 ou 5 é igual ao resto da divisão do numero representado pelo seu primeiro algarismo á direita por 2 ou por 5.

Assim, *o resto da divisão de 327 por* 2 *é* 1; *o resto da divisão desse mesmo numero por* 5 *é* 2.

Consequencia. — **Para que um numero inteiro seja divisivel por 2 ou por 5** *é preciso e basta que seu ultimo algarismo á direita represente um numero divisivel por 2 ou por 5.*

Os numeros divisiveis por 2 terminam em 0, 2, 4, 6, 8.

Os numeros divisiveis por 2 chamam-se **numeros pares**; aquelles que o não são chamam-se **impares**.

Para que um numero inteiro seja divisivel por 5, *é necessario e basta que seu ultimo algarismo á direita seja* 0 *ou* 5.

Divisores 4 e 25; 8 e 125; em geral, uma potencia qualquer de 2 ou de 5

227. *O resto da divisão de um numero inteiro por uma potencia de 2 ou de 5* é igual ao resto da divisão, por essa potencia, do numero formado por tantos algarismos á direita do numero proposto, quantas são as unidades do grau da potencia.

Assim, *o resto da divisão de 8247 por* 4 (que é o mesmo que 2^2), *é igual ao resto da divisão de 47 por* 4. *O resto da divisão desse mesmo numero por* 25 (5^2) *é igual ao resto da divisão de 47 por* 25.

1.ª Consequencia. — **Para que um numero inteiro seja divisivel por 4 ou por 25,** *é necessario e basta que os seus dois ultimos algarismos á direita formem um numero divisivel por* 4 *ou por* 25.

O resto da divisão de 3748 por 8 *ou por* 125 *é igual ao resto da divisão de 748 por* 8 *ou por* 125.

2.ª Consequencia. — **Para que um numero inteiro seja divisivel por 8 ou por 125,** *é necessario e sufficiente que os tres ultimos algarismos á sua direita formem um numero divisivel por* 8 *ou por* 125.

3.ª Consequencia. — **Para que um numero inteiro seja divisivel por uma potencia qualquer de 2 ou de 5,** *é necessario e basta que, tomando-se á direita do numero proposto tantos algarismos quantas são as unidades do grau da potencia, esses algarismos formem um numero divisivel* **por essa potencia.**

Divisores 9 e 3

228. *O resto da divisão de um numero inteiro por* 9 *ou por* 3 é igual ao resto da divisão por 9 ou por 3 da somma dos valores absolutos dos seus algarismos.

Assim, *o resto da divisão de 2384 por* 9, *é igual ao resto da divisão de* $2 + 3 + 8 + 4$ *ou de 17 por* 9; *esse resto é* 8.

1.ª Consequencia. — **Para que um numero inteiro seja divisivel por 9,** *é necessario e basta que a somma dos valores absolutos dos seus algarismos seja nove ou um multiplo de* 9.

O resto da divisão de 6743 por 3, é igual ao resto da divisão de $6 + 7 + 4 + 3$ *ou de 20 por* 3; *este resto é* 2.

2.ª Consequencia. — **Um numero inteiro será divisivel por 3,** *quando a somma dos valores absolutos dos seus algarismos for* 3 *ou um multiplo de* 3. — *(201, 261).*

Divisor 11

229. *O resto da divisão de um numero inteiro por* 11 é igual ao resto da divisão por 11 da differença entre a somma dos algarismos de ordem impar e a dos algarismos de ordem par.

O resto da divisão de 4958 por 11, *é o mesmo que o resto da divisão de* $(8+9) - (5+4)$, *por* 11; isto é, *de 17 menos 9 por* 11. *Esta differença é* 8; e sendo 8 menor do que 11, 8 *é o resto da divisão do numero dado por* 11.

OBSERVAÇÃO. — Si acontecer que *a somma dos algarismos de ordem impar seja menor que a dos algarismos de ordem par,* ajunta-se á primeira um multiplo de 11, *sufficiente para que ella exceda á segunda.*

Si procurarmos o resto da divisão de 9381 por 11, vemos que a somma $1+3$ ou 4, dos algarismos de ordem impar, é menor que a somma $8 + 9$ ou 17, dos algarismos de ordem par.

Devemos, pois, ajuntar á primeira somma um multiplo de 11 *sufficiente para que elle exceda á segunda;* ajuntando-se 11 a 4, a somma 15 ainda é menor do que 17; assim, devemos ajuntar 22 a 4, e sua somma 26 excede a 17, em 9: 9 sendo menor do que 11, *9 é o resto da divisão do numero proposto por 11.*

Consequencia. — **Um numero inteiro qualquer será divisivel por 11,** *quando a differença entre a somma dos algarismos de ordem impar e a dos de ordem par, for zero, 11 ou um multiplo de 11. — (6479, 5918, 70928).*

Prova dos nove das quatro operações fundamentaes

230. Prova da addição. — Tiram-se os 9 ás parcellas e depois á somma; si os resultados forem iguaes, suppõe-se estar certa a conta.

231. Prova da subtracção. — Tiram-se os 9 ao subtrahendo e juntamente ao resto; si, tirando-se os 9 ao minuendo, os resultados forem iguaes, é de suppor que esteja certa a conta.

232. Prova da multiplicação. — Tiram-se os 9 ao multiplicando e depois ao multiplicador; multiplicando-se entre si os resultados e a esse producto tirando-se os 9, o resultado deve ser igual ao producto total, depois de extrahidos os 9.

233. Prova da divisão. — Extraem-se os 9 ao divisor e depois ao quociente; multiplicando-se entre si os resultados, tiram-se os 9, e junta-se o resto da divisão (si o houver); extraindo-se os 9 dessa somma, si isso for possivel. Si o numero resultante for igual ao que der o dividendo depois de extraídos os 9, é de presumir-se que esteja certa a conta.

OBSERVAÇÃO

A prova dos 9 é a mais commummente empregada. Entretanto, póde-se tambem tirar a prova dos 2, dos 3, dos 4, etc.; para isto basta conhecer-se o resto da divisão dos numeros dados por esses divisores, seguindo-se o processo da prova dos 9.

Prova dos 9 e dos 2 da addição

Prova dos 9

```
 275........5⎫
 386........8⎬ 4
 657........0⎭
 ----
1318..........4
```

Prova dos 2

```
 275........1⎫
 386........0⎬ 0
 657........1⎭
 ----
1318..........0
```

Prova dos 3 e dos 4 da subtracção:

Prova dos 3

```
7854..........0
2863........1⎫
----         ⎬ 0
4991........2⎭
```

Prova dos 4

```
7854..........2
2863........3⎫
----         ⎬ 2
4991........3⎭
```

Prova dos 5 e dos 8 da multiplicação:

Prova dos 5

```
  476........1⎫
   23........3⎭ 3
-----
 1428
 952
-----
10948..........3
```

Prova dos 8

```
  476........4⎫ 4
   23........7⎭
-----
 1428
 952
-----
10948..........4
```

Prova dos 10 e dos 11 da divisão:

Prova dos 10

```
8...3 6 8 | 1 6...6⎫
      4 8 |________⎬ 8
        0   2 3...3⎭
```

Prova dos 11

```
5...3 6 8 | 1 6...5⎫
      4 8 |________⎬ 5
        0   2 3...1⎭
```

CAPITULO V

NUMEROS PRIMOS

234. Numeros primos absolutos ou, simplesmente, **numeros primos** *são os numeros inteiros que sómente são divisiveis por si e pela unidade.* Taes são os numeros 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, etc.

235. Numeros primos entre si *são dois ou mais numeros inteiros que só têm a unidade por divisor commum.* Taes são os numeros 2 e 5; 4 e 9; 3, 5 e 7; 8, 9 e 25.

236. Numeros primos entre si dois a dois são tres ou mais numeros inteiros taes *que qualquer delles é primo com cada um dos outros.* — Os numeros 4, 9, 25 são *primos entre si dois a dois,* porque entre 4 e 9, 4 e 25, 9 e 25, só ha o divisor commum 1. Do mesmo modo 8, 9, 25, 49 são *primos entre si dois a dois.*

Os numeros *primos entre si dois a dois* são tambem *primos entre si.* — Os numeros *primos entre si* podem deixar de ser *primos entre si dois a dois.*

Os numeros 4, 9, 15, 49 são *primos entre si,* porque só têm por divisor commum a unidade; não são, porém, *primos entre si dois a dois,* porque 9 e 15 têm o divisor commum 3.

237. Todo numero inteiro que não for primo decompõe-se em factores primos.

a) Decomposição de um numero em seus factores primos

238. Para decompor-se um numero inteiro em seus factores primos divide-se o numero dado por 2 (si isto fôr possivel), o quociente achado divide-se ainda por 2 (si

estiver no caso) e continua-se do mesmo modo, até que a divisão por 2 não seja mais possivel. Faz-se igual tentativa com os numeros primos 3, 5, 7, etc., até que appareça um quociente que seja numero primo. Este ultimo quociente e todos os divisores precedentes são os factores primos do numero dado.

Seja 420 o numero inteiro cujos factores primos se procuram.

Este numero é divisivel por 2; effectuando-se a divisão, tem-se

$$420 = 2 \times 210$$

O numéro 210 ainda é divisivel por 2; praticando-se a divisão, tem-se

$$210 = 2 \times 105$$

O numero 105 é divisivel por 3; effectuando-se a divisão, tem-se

$$105 = 3 \times 35$$

O numero 35 é divisivel por 5; effectuando-se a divisão, tem-se

$$35 = 5 \times 7$$

O numero 7 sendo primo, termina-se a operação. Portanto este ultimo quociente 7, seguido de todos os divisores precedentes, 2, 2, 3 e 5, são os factores primos do numero dado.

Para mais simplicidade, faz-se a seguinte disposição:

	Factores
420	2
210	2
105	3
35	5
7	7

tem-se pois: $420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7.$

Exercicios

Decompor em seus factores primos os seguintes numeros:

1. 72 108 180 300 360 480 560.
2. 1470 1640 1764 2260 2310 3552 6900.
3. 7200 8820 9504 10625 46305 65856 537824.

Quadro dos numeros primos entre 1 e 1000

1	41	101	167	239	313	397	467	569	643	733	823	911
2	43	103	173	241	317	401	479	571	647	739	827	919
3	47	107	179	251	331	409	487	577	653	743	829	929
5	53	109	181	257	337	419	491	587	659	751	839	937
7	59	113	191	263	347	421	499	593	661	757	853	941
11	61	127	193	269	349	431	503	599	673	761	857	947
13	67	131	197	271	353	433	509	601	677	769	859	953
17	71	137	199	277	359	439	521	607	683	773	863	967
19	73	139	211	281	367	443	523	613	691	787	877	971
23	79	149	223	283	373	449	541	617	701	797	881	977
29	83	151	227	293	379	457	547	619	709	809	883	983
31	89	157	229	307	383	461	557	631	719	811	887	991
37	97	163	233	311	389	463	563	641	727	821	907	997

b) Maximo commum divisor

239. Chama-se **maximo commum divisor** de muitos numeros inteiros *o maior dos numeros inteiros que dividem ao mesmo tempo a esses numeros.*

240. *Todo numero inteiro que divide ao mesmo tempo a muitos outros, deve ter os factores primos da composição desses outros.* Assim, os factores primos da composição de um divisor commum devem ser *communs* aos differentes numeros, aos quaes elle divide.

Sejam 108, 84 *e* 36 *os numeros, cujo maximo commum divisor se procura.*

Decompondo-se estes numeros em seus factores primos, tem-se:

$$108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3$$
$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$$
$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$$

O numero que dividir ao mesmo tempo a 108, 84 e 36 deve formar-se dos *factores primos communs a esses numeros*; e constará, *pelo menos*, de dois factores 2 e um factor 3. [illegible] esses factores, que são os estrictamente precisos, obtem-se o maximo commum divisor dos numeros propostos.

Assim, teremos: $2^2 \times 3 = 12$.

241. O maximo commum divisor de muitos numeros inteiros é o producto de todos os factores primos *communs a estes numeros,* **affectando-se cada um desses factores do seu menor expoente.**

242. Póde-se tambem achar o maximo divisor commum de dois numeros inteiros pela seguinte

REGRA.—Divide-se o maior numero pelo menor; si não houver resto, o menor dos dois numeros será o maior divisor commum. *Si houver resto,* divide-se por elle o menor dos numeros; si esta segunda divisão não deixar resto, o primeiro resto será o maior commum divisor; si, porém, deixar resto, divide-se o primeiro resto pelo segundo, e assim se continúa até chegar-se *a um resto nullo. O divisor que corrrer para essa divisão, será o maximo commum divisor procurado.* V. g.:

Determinar o maximo commum divisor dos numeros **540 e 396.**

	1	2	1	3	*Linha dos quocientes*
5 4 0	3 9 6	1 4 4	1 0 8	3 6	*„ „ divisores*
1 4 4	1 0 8	3 6	0		*„ „ restos*

Vê-se que o divisor 36 é o maximo commum divisor dos numeros 540 e 396.

OBSERVAÇÃO. — Por esta mesma regra póde-se determinar o maximo commum divisor de muitos numeros.

Procura-se o maximo commum divisor de dois dos numeros dados; depois, o maximo commum divisor entre o maximo commum divisor achado e um outro dos numeros dados, e assim se procede até chegar-se ao ultimo dos numeros propostos: **O ultimo maximo commum divisor obtido é o dos numeros propostos.**

Exemplo. — *Procurar o maximo divisor commum aos numeros* **1 350, 900, 540, 240 e 585.**

Determina-se o maximo divisor commum aos numeros 1 350 e 900; acha-se 450. Procura-se depois o maximo divisor commum entre 450 e 540, obtem-se 90; procura-se o maior divisor commum entre 90 e 240, apparece 30; e achado o **maior divisor commum aos numeros 30 e 585, será 15** (o ultimo maximo divisor commum a dois numeros) *o maximo divisor commum a todos os numeros dados.*

Todas estas operações se resumem no seguinte quadro:

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{1350, \quad 900}_{450}, \quad 540}_{90}, \quad 240}_{30}, \quad 585}_{15 \; M.\,C.\,D.}$$

Exercicios

Procurar o maximo commum divisor dos numeros:

1.	60 e 108	248 e 964	220, 300 e 630.
2.	240 e 735	324 e 360	270, 300, 360 e 840.
3.	90 e 140	396 e 1024	1260, 3780, 7056 e 10584.

c) Menor multiplo commum

243. Chama-se **menor multiplo commum** a dois ou mais numeros inteiros, *o menor dos numeros divisiveis por cada um delles.*

244. *Todo numero inteiro que é divisivel ao mesmo tempo por muitos outros,* **deve encerrar os factores primos de cada um delles.**

Proponhamo-nos a achar o menor multiplo commum aos numeros 18, 27, 40 e 135.

Teremos que

$$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$$
$$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$$
$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^3 \times 5$$
$$135 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 3^3 \times 5$$

O numero que for divisivel ao mesmo tempo por 18, 27, 40 e 135 deve encerrar, *pelo menos,* tres factores 2, tres factores 3 e um factor 5. Tomando-se esses factores, que são os restrictamente precisos, obtem-se o menor multiplo commum aos numeros propostos.

Assim, teremos: $2^3 \times 3^3 \times 5 = 1080.$

245. Podemos, pois, dizer que o **menor multiplo commum a muitos numeros inteiros,** é o producto *de todos os factores primos, que entram nestes differentes numeros,* affectando-se cada um desses factores do seu **maior expoente.**

246. Quando os numeros dados são *todos primos absolutos* o menor multiplo é o producto destes mesmos numeros, visto elles não terem factor commum.

Assim, o menor multiplo commum aos numéros 7, 11 e 17 é: $7 \times 11 \times 17 = 1\,309.$

O mesmo se dá com *os numeros primos entre si* dois a dois. O menor multiplo de 8, 9 e 35, é: $8 \times 9 \times 35 = 2\,520.$

247. *Para achar-se directamente o menor multiplo commum de dois ou mais numeros* ha a seguinte regra:

Escrevem-se todos os numeros em linha horizontal, separados por virgulas; traça-se á direita uma linha vertical para a collocação dos divisores. Dividem-se os numeros dados por 2 (si isto for possivel); os quocientes achados e os numeros que não forem exactamente divisiveis escrevem-se debaixo, formando uma segunda linha horizontal, e assim se continúa até que a divisão por 2 não seja mais possivel. Faz-se igual tentativa com os numeros primos 3, 5, 7, etc. até que só appareça nos quocientes o algarismo **1.**

O producto de todos os divisores será o menor multiplo commum procurado. V. g.: Sejam 18, 27, 40 e 135 os numeros, cujo menor multiplo commum se procura.

18,	27,	40,	135	2
9,	27,	20,	135	2
9,	27,	10,	135	2
9,	27,	5,	135	3
3,	9,	5,	45	3
1,	3,	5,	15	3
1,	1,	5,	5	5
1,	1,	1,	1	

Assim, $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^3 \times 5 = 1080$ M. M. C.

Exercicios

Procurar o menor multiplo commum aos numeros:

1. 60 e 126 156 e 192 120 e 378 210 e 384.
2. 29 e 37 47 e 61 101 e 209 203 e 297.
3. 30, 42 e 66 210, 300 e 126 450, 612 e 720 484, 598 e 600.
4. 864, 936 e 1 024 693, 1 400 e 2 100 3, 7 e 13 2, 5, 7 e 17.
5. 4, 7 e 9 2, 9 e 25 2, 9, 25 e 49 9, 14, 25 e 77.
6. 120, 126, 186 e 360 1 260, 1 764, 2 940 e 3 780.

CAPITULO VI

FRACÇÕES ORDINARIAS

§ I — Preliminares

248. **Fracções** *são numeros que constam de partes da unidade, sem formal-a.*

249 **Fracções ordinarias** *são partes da unidade, menores do que ella em uma razão qualquer.*

250. As fracções ordinarias representam-se com dois numeros: um delles se escreve por cima de um risco e o outro por baixo. *O numero que se escreve em baixo do risco chama-se* **denominador,** e mostra em quantas partes iguaes a unidade está dividida; *o que se escreve em cima chama-se* **numerador,** e mostra quantas dessas partes se tomam para representar-se a fracção.

O numerador e o denominador conjunctamente chamam-se **termos da fracção.**

251. **As fracções se lêm exprimindo-se primeiramente** o numerador, e depois o denominador, ajuntando-se a este a terminação **avos,** si for maior do que **10;** porque sendo menor, toma as seguintes denominações: **meios, terços, quartos, quintos, sextos, setimos, oitavos, nonos;** e, sendo a unidade seguida de zero ou zeros, toma as denominações: **decimos, centesimos, millesimos,** etc. Assim, leremos as seguintes fracções: $\frac{4}{13}$ quatro **treze avos;** $\frac{5}{27}$ cinco **vinte sete avos;** $\frac{1}{2}$ um **meio;** $\frac{3}{5}$ tres **quintos;** $\frac{1}{10}$ um **decimo;** $\frac{3}{100}$ tres **centesimos.**

Tambem se podem ler os dois termos sem accrescentar terminação, collocando entre elles a palavra **sobre.**

Assim, $\frac{4}{9}$ se lê: 4 sobre 9, isto é, 4 partes tomadas **sobre as 9 em que a unidade está dividida.**

252. As fracções ordinarias são *proprias* ou *improprias.*

253. *Fracção propria* é aquella que tem o numerador menor do que o denominador. V. g.: $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$.

254. *Fracção impropria,* é aquella cujo numerador é maior do que o denominador. V g.: $\frac{7}{4}$, $\frac{3}{2}$.

OBSERVAÇÃO.—Segundo esta definição nestas fracções ha inteiros debaixo da fórma fraccionaria, os quaes, muitas vezes, para simplicidade dos calculos, convém que sejam separados da parte fraccionaria, como se verá mais adiante, n.° 271.

Exercicios

Ler as seguintes fracções e dizer si são proprias ou improprias:

1. $\frac{3}{4} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{9}{7} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{11}{3} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{19}{9}$

2. $\frac{9}{4} \quad \frac{5}{2} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{7}{9} \quad \frac{12}{17} \quad \frac{15}{11} \quad \frac{21}{29} \quad \frac{17}{31}$

3. $\frac{7}{10} \quad \frac{9}{100} \quad \frac{13}{10} \quad \frac{121}{100} \quad \frac{47}{1\,000} \quad \frac{3\,254}{10\,000} \quad \frac{2\,143}{1\,000} \quad \frac{41\,153}{10\,000}$

§ II — Propriedades das fracções ordinarias

255. 1.ª Uma fracção ordinaria torna-se 2, 3, 4, etc., vezes maior, *multiplicando-se o seu numerador, ou dividindo-se o seu denominador*, por 2, 3, 4, etc. V. g.: Multiplicando-se o numerador da fracção $\frac{3}{8}$ por 7, o resultado $\frac{21}{8}$ é 7 vezes maior do que $\frac{3}{8}$.

Dividindo-se o denominador da fracção $\frac{5}{6}$ por 3, o resultado $\frac{5}{2}$ é 3 vezes maior *do que* $\frac{5}{6}$.

256. 2.ª Uma fracção ordinaria torna-se 2, 3, 4, 5, etc. vezes menor, *ou multiplicando-se o seu denominador, ou dividindo-se o seu numerador*, por 2, 3, 4, 5, etc. V. g.: Multiplicando-se o denominador da fracção $\frac{2}{3}$ por 9, o resultado $\frac{2}{27}$ é 9 vezes menor do que $\frac{2}{3}$.

Dividindo-se o numerador da fracção $\frac{4}{5}$ por 2, o resultado $\frac{2}{5}$ é 2 vezes menor do que $\frac{4}{5}$.

257. 3.ª Uma fracção ordinaria não muda de valor, *quando se multiplicam ou se dividem ambos os seus termos por um mesmo numero.* V. g.: Multiplicando-se ambos os termos da fracção $\frac{5}{6}$ por 3, o resultado $\frac{15}{18}$ tem o mesmo valor que a fracção $\frac{5}{6}$.

Dividindo-se ambos os termos da fracção $\frac{6}{12}$ por 6 o resultado $\frac{1}{2}$ tem o mesmo valor que $\frac{6}{12}$.

OBSERVAÇÕES

OBSERVAÇÃO PRIMEIRA. — Esta 3.ª propriedade encerra duas partes. A primeira, *uma fracção ordinaria não muda de valor, quando se multiplicam ambos os seus termos por um mesmo numero*, serve de base á reducção das fracções ao **mesmo denominador.** A segunda parte, *uma fracção ordinaria não muda de valor, quando se dividem ambos os seus termos por um mesmo numero*, serve de base **á simplificação das fracções.**

OBSERVAÇÃO SEGUNDA.—Para indicar-se que uma quantidade é maior ou menor do que outra, empregam-se os dois seguintes signaes:

$>$ maior.
$<$ menor.

Assim $8>4$ se lê: 8 *maior do que* 4; $4<8$ se lê: 4 *menor do que* 8.

A abertura do signal volta-se sempre para o lado da quantidade maior.

OBSERVAÇÃO TERCEIRA. — Ajuntando-se uma mesma quantidade aos dois termos de uma fracção, ella *augmenta* quando é *propria e diminue* quando é *impropria.* Tem-se, pois:

$$\frac{3}{7} < \frac{3+5}{7+5} \text{ ou } \frac{3}{7} < \frac{8}{12}$$

$$\frac{9}{4} > \frac{9+8}{4+8} \text{ ou } \frac{9}{4} > \frac{17}{12}$$

Si, porém tirar-se uma mesma quantidade de ambos os termos de uma fracção, *ella diminue* quando é *propria* e *augmenta* quando é *impropria*. Tem-se, pois:

$$\frac{5}{6} > \frac{5-3}{6-3} \text{ ou } \frac{5}{6} > \frac{2}{3}$$

$$\frac{8}{7} < \frac{8-5}{7-5} \text{ ou } \frac{8}{7} < \frac{3}{2}$$

OBSERVAÇÃO QUARTA. — *Quando muitas fracções são iguaes entre si*, a somma dos seus numeradores dividida pela somma dos seus denominadores é uma fracção igual a cada uma das fracções dadas

Sejam as fracções:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \frac{16}{24} \text{ etc.}$$

A fracção $\frac{2+4+8+16}{3+6+12+24}$ ou $\frac{30}{45} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \frac{16}{24}$

Exercicios

1. *Tornar 2, 3, 4, 5, 6 vezes maiores as seguintes fracções:* 1.º) sem mudar o denominador; 2.º) sem mudar o numerador, quando for possivel.

$$\frac{3}{4} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{7}{9} \quad \frac{8}{15} \quad \frac{12}{24} \quad \frac{15}{16} \quad \frac{9}{18} \quad \frac{6}{25}$$

$$\frac{4}{12} \quad \frac{10}{24} \quad \frac{18}{72} \quad \frac{5}{20} \quad \frac{12}{40} \quad \frac{18}{80} \quad \frac{25}{100} \quad \frac{50}{100}$$

2. *Tornar 2, 3, 4, 5, 6 vezes menores as fracções acima:* 1.º) sem mudar o numerador; 2.º) sem mudar o denominador, quando for possivel.

§ III — Simplificação das fracções ordinarias

258. **Simplificar** uma fracção *é mudal-a em outra que tenha o mesmo valor mas cujos termos sejam menores.*

259. Quanto menores forem os termos de uma fracção mais facil se torna apreciar a grandeza que ella representa, e mais commodos se tornam os calculos. Por isto, uma fracção se deve reduzir á expressão mais simples, sempre que se possa simplifical-a.

260. **Para operar-se a simplificação das fracções ordinarias** empregam-se tres processos:

1.º Dividem-se successivamente os dois termos pelos numeros cuja divisibilidade é conhecida (n.º 225 a 229 inclusive). V. g.:

$$\frac{240}{360} = \frac{24}{36} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

2.º) Decompõem-se os dois termos em seus factores primos, e desprezam-se aquelles que são communs ao numerador e ao denominador.

V. g.: $\frac{240}{360}$

$$\begin{array}{r|l} 240 & 2 \\ 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \end{array}$$

$$\text{Logo, } \frac{240}{360} = \frac{2\times2\times2\times2\times3\times5}{2\times2\times2\times3\times3\times5} = \frac{2}{3}$$

3.º) Dividem-se os dois termos da fracção pelo seu maior divisor commum. V. g.: $\frac{240}{360}$

	1	2
3 6 0	2 4 0	1 2 0
1 2 0	0	

$$\frac{240}{360} = \frac{240 : 120}{360 : 120} = \frac{2}{3}$$

Por estes processos, ficamos sabendo que a fracção $\frac{240}{360}$, cujo valor não se podia bem apreciar, é igual á fracção $\frac{2}{3}$ de termos menores.

Como os dois termos desta fracção são primos entre si, elles não admittem divisor commum. Portanto, podemos concluir que a fracção $\frac{240}{360}$ não póde ser representada por outra fracção mais simples do que $\frac{2}{3}$.

261. ***Toda fracção cujos termos são numeros primos entre si, é irreductivel.***

Exercicios

Reduzir á mais simples expressão as seguintes fracções:

1. $\frac{1512}{2268}$. R. $\frac{2}{3}$.
2. $\frac{5292}{7056}$. R. $\frac{3}{4}$.
3. $\frac{2940}{3675}$. R. $\frac{4}{5}$.
4. $\frac{2376}{2772}$. R. $\frac{6}{7}$.
5. $\frac{6825}{8190}$. R. $\frac{5}{6}$.
6. $\frac{3564}{11880}$. R. $\frac{3}{10}$.
7. $\frac{1280}{6400}$. R. $\frac{1}{5}$.
8. $\frac{3000}{5250}$. R. $\frac{4}{7}$.
9. $\frac{6561}{7290}$. R. $\frac{9}{10}$.
10. $\frac{3760}{9024}$. R. $\frac{5}{12}$.
11. $\frac{11550}{18480}$. R. $\frac{5}{8}$.
12. $\frac{17388}{22356}$. R. $\frac{7}{9}$.
13. $\frac{42196}{105490}$. R. $\frac{2}{5}$.
14. $\frac{20196}{22032}$. R. $\frac{11}{12}$.
15. $\frac{30030}{42042}$. R. $\frac{5}{7}$.
16. $\frac{35112}{40128}$. R. $\frac{7}{8}$.
17. $\frac{18000}{32400}$. R. $\frac{5}{9}$.
18. $\frac{30240}{34020}$. R. $\frac{8}{9}$.

Simplificar e calcular depois as seguintes expressões:

1. $\frac{528 \times 50 \times 45}{30 \times 40}$
2. $\frac{26 \times 12 \times 13}{8 \times 13}$
3. $\frac{9 \times 72 \times 40}{8 \times 5}$
4. $\frac{40 \times 24 \times 120}{8 \times 9 \times 20}$
5. $\frac{9 \times 72 \times 60}{8 \times 12 \times 15}$
6. $\frac{36 \times 45 \times 50}{9 \times 20 \times 15}$
7. $\frac{18 \times 36 \times 7 \times 6}{42 \times 12 \times 9}$
8. $\frac{63 \times 36 \times 120 \times 15}{25 \times 42 \times 9}$
9. $\frac{560 \times 45 \times 27 \times 8}{36 \times 7 \times 12}$
10. $\frac{240 \times 24 \times 3 \times 6}{32 \times 15 \times 8 \times 9}$
11. $\frac{80 \times 36 \times 14 \times 121}{352 \times 7 \times 6 \times 5}$
12. $\frac{473 \times 21 \times 26 \times 160}{56 \times 220 \times 33 \times 43}$

§ IV — Reducção das fracções ao mesmo denominador

262. **Para reduzir duas ou mais fracções ao mesmo denominador,** procura-se o menor multiplo commum aos denominadores das fracções dadas: divide-se este menor multiplo pelos denominadores, e os quocientes se multiplicam por ambos os termos de cada fracção.

1.º Exemplo. $\frac{3}{5}$ e $\frac{2}{7}$.

Fracções propostas	*Quocientes do menor multiplo pelos differentes denominadores*	*Fracções reduzidas*	
$\frac{3}{5}$	7	$\frac{21}{35}$	*Menor multiplo commum* $5 \times 7 = 35$
$\frac{2}{7}$	5	$\frac{10}{35}$	

2.° Exemplo. $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{5}$.

Fracções propostas	*Quocientes do menor multiplo pelos differentes denominadores*	*Fracções reduzidas*
$\frac{2}{3}$	20	$\frac{40}{60}$
$\frac{3}{4}$	15	$\frac{45}{60}$
$\frac{4}{5}$	12	$\frac{48}{60}$

Menor multiplo commum
$3 \times 4 \times 5 = 60$

3.° Exemplo. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ e $\frac{7}{24}$.

Fracções propostas	*Quocientes do menor multiplo pelos differentes denominadores*	*Fracções reduzidas*
$\frac{1}{2}$	12	$\frac{12}{24}$
$\frac{3}{4}$	6	$\frac{18}{24}$
$\frac{5}{6}$	4	$\frac{20}{24}$
$\frac{7}{24}$	1	$\frac{7}{24}$

Menor multiplo commum
$2^3 \times 3 = 24$

4.° Exemplo. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{6}$.

Fracções propostas	*Quocientes do menor multiplo pelos differentes denominadores*	*Fracções reduzidas*
$\frac{1}{2}$	6	$\frac{6}{12}$
$\frac{2}{3}$	4	$\frac{8}{12}$
$\frac{3}{4}$	3	$\frac{9}{12}$
$\frac{1}{6}$	2	$\frac{2}{12}$

Menor multiplo commum
$2^2 \times 3 = 12$

OBSERVAÇÃO. — **Tambem se reduzem fracções ao mesmo denominador,** multiplicando-se ambos os termos de cada uma pelo producto dos denominadores das outras.

Sendo duas fracções, multiplicam-se ambos os termos da 1.ª pelo denominador da 2.ª, ambos os termos da 2.ª pelo denominador da 1.ª.

Exercicios

Reduzir ao mesmo denominador as seguintes fracções:

1. $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{6}$. R. $\frac{7}{12}$, $\frac{10}{12}$.
2. $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$. R. $\frac{10}{12}$, $\frac{9}{12}$.
3. $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{9}$. R. $\frac{54}{63}$, $\frac{49}{63}$.
4. $\frac{5}{7}$, $\frac{10}{21}$, $\frac{2}{3}$. R. $\frac{15}{21}$, $\frac{10}{21}$, $\frac{14}{21}$.
5. $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{6}$. R. $\frac{21}{24}$, $\frac{10}{24}$, $\frac{4}{24}$.
6. $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{11}{13}$. R. $\frac{572}{1287}$, $\frac{585}{1287}$, $\frac{1089}{1287}$.
7. $\frac{11}{12}$, $\frac{17}{19}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{3}{5}$. R. $\frac{11495}{12540}$, $\frac{11220}{12540}$, $\frac{7980}{12540}$, $\frac{7524}{12540}$.
8. $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{10}{11}$. R. $\frac{6160}{9240}$, $\frac{6600}{9240}$, $\frac{7392}{9240}$, $\frac{8085}{9240}$, $\frac{8400}{9240}$.

$$9.\ \frac{17}{48},\ \frac{3}{4},\ \frac{7}{8},\ \frac{5}{6}. \qquad R.\ \frac{17}{48},\ \frac{36}{48},\ \frac{42}{48},\ \frac{40}{48}.$$

$$10.\ \frac{21}{32},\ \frac{5}{8},\ \frac{11}{16},\ \frac{5}{6},\ \frac{3}{4}. \qquad R.\ \frac{63}{96},\ \frac{60}{96},\ \frac{66}{96},\ \frac{80}{96},\ \frac{72}{96}.$$

$$11.\ \frac{1}{2},\ \frac{5}{6},\ \frac{7}{8},\ \frac{11}{12},\ \frac{13}{16}. \qquad R.\ \frac{24}{48},\ \frac{40}{48},\ \frac{42}{48},\ \frac{44}{48},\ \frac{39}{48}.$$

$$12.\ \frac{1}{2},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{4},\ \frac{5}{6},\ \frac{7}{12}. \qquad R.\ \frac{6}{12},\ \frac{8}{12},\ \frac{9}{12},\ \frac{10}{12},\ \frac{7}{12}.$$

§ V — Comparação das fracções ordinarias entre si

263. Quando as fracções têm o *mesmo denominador*, é *maior* aquella que tem *maior numerador*. V. g.:

Das fracções $\frac{4}{7}$ e $\frac{5}{7}$, a segunda é a maior.

264. Quando as fracções têm o *mesmo numerador*, é *maior* aquella que tem *menor denominador*. V. g.:

Das fracções $\frac{5}{7}$ e $\frac{5}{9}$, a primeira é a maior.

265. Quando as fracções têm *termos differentes*, é preciso reduzil-as ao mesmo denominador, ou ao mesmo numerador, para fazer-se depois a comparação.

E' preciso notar-se que a reducção ao mesmo denominador é mais vantajosa, por indicar-nos de quanto uma fracção excede á outra, o que não acontece na reducção ao mesmo numerador.

Exercicios

Dizer em cada exercicio qual das fracções é a maior:

$$1.\ \frac{5}{8} \text{ ou } \frac{3}{8}? \qquad \frac{4}{5} \text{ ou } \frac{2}{5}? \qquad \frac{7}{9},\ \frac{8}{9} \text{ ou } \frac{4}{9}?$$

$$2.\ \frac{5}{8} \text{ ou } \frac{5}{6}? \qquad \frac{6}{7} \text{ ou } \frac{6}{11}? \qquad \frac{7}{8},\ \frac{7}{9} \text{ ou } \frac{7}{10}?$$

$$3.\ \frac{3}{4} \text{ ou } \frac{2}{3}? \qquad \frac{5}{8} \text{ ou } \frac{4}{9}? \qquad \frac{5}{7},\ \frac{3}{8} \text{ ou } \frac{11}{14}?$$

§ VI — Conversão de um inteiro em fracção, de uma fracção em outra — Extracção dos inteiros contidos em uma expressão fraccionaria

266. Todo numero inteiro se póde apresentar em fórma de fracção, dando-se-lhe a unidade por denominador; v. g.: 6 em fórma de fracção se escreve $\frac{6}{1}$. e se lê: 6 sobre 1 ou 6 unidades.

267. Reduz-se um inteiro á denominação de fracção, multiplicando-se o inteiro pela denominação que lhe queremos dar, e dando-se ao producto essa denominação por denominador. V. g.: *Querendo reduzir-se o inteiro* 4 *á denominação* 15 avos tem-se:

$$4 = \frac{4 \times 15}{15} = \frac{60}{15}.$$

268. Para reduzir-se um numero mixto á fórma fraccionaria, multiplica-se o inteiro pelo denominador da fracção, junta-se ao producto o numerador, e dá-se por denominador ao resultado o denominador da fracção. V. g.:

$$4 + \frac{3}{7} \text{ ou } 4\frac{3}{7} = \frac{(4 \times 7) + 3}{7} = \frac{31}{7}.$$

269. Para passar-se de uma fracção para outra de um denominador dado, multiplicam-se ambos os termos da fracção por este denominador; dahi resulta uma nova fracção, cujos termos se dividem pelo denominador da fracção primitiva. — V. g.:

Reduzir $\frac{3}{5}$ a 15 avos.

$$\frac{3 \times 15}{5 \times 15} = \frac{45}{75} = \frac{\frac{45}{5}}{\frac{75}{5}} = \frac{9}{15}$$

$$\text{Donde, } \frac{3}{5} = \frac{9}{15}.$$

Reduzir $\frac{7}{8}$ a 24 avos.

$$\frac{7 \times 24}{8 \times 24} = \frac{168}{192} = \frac{\frac{168}{8}}{\frac{192}{8}} = \frac{21}{24}$$

$$\text{Donde, } \frac{7}{8} = \frac{21}{24}.$$

Observação. — Esta reducção só é possivel, *quando o denominador dado é multiplo do da fracção dada,* a qual se suppõe irreductivel.

270. Uma fracção irreductivel póde ser transformada em outra, *cujo denominador seja dado,* embora *este* não seja multiplo do da fracção dada; isto é, *uma fracção irreductivel* póde ser avaliada com uma *approximação dada.*

1) **Avaliar a fracção irreductivel** $\frac{145}{268}$ *com a approximação* $\frac{1}{15}$.

Applicando a regra precedente, temos:

$$\frac{145}{268} = \frac{145 \times 15}{268 \times 15} = \frac{2175}{4020} = \frac{\frac{2175}{268}}{\frac{4020}{268}} = \frac{\frac{2175}{268}}{15} = \frac{8 + \frac{31}{268}}{15}$$

Esta fracção resultante *(que é igual á fracção dada)* tem para numerador uma somma de duas parcellas (8 e $\frac{31}{268}$), a qual deve ser dividida por 15; e para dividir uma somma por uma quantidade, divide-se cada uma das parcellas por essa quantidade, e sommam-se os quocientes.

$$\text{Assim, pois, } \frac{8 + \frac{31}{268}}{15} = \frac{8}{15} + \frac{\frac{31}{268}}{15}.$$

Desprezando-se a parcella $\frac{\frac{31}{268}}{15}$, fica a outra parcella $\frac{8}{15}$ representando a fracção dada $\frac{145}{268}$ por *falta.* Esta *falta,* sendo de $\frac{\frac{31}{268}}{15}$, é menor do que $\frac{1}{15}$ *(approximação dada).* — Com effeito, entre fracções que têm o mesmo denominador é menor a que tem menor numerador; assim, entre as fracções $\frac{\frac{31}{268}}{15}$ e $\frac{1}{15}$, a primeira *(que indica a falta)* é *menor* do que a segunda *(que indica a approximação)*; porque, tendo ambas o mesmo denominador *(15)*, a primeira tem o numerador ($\frac{31}{268}$) menor do que o numerador (1) da segunda.

Avaliar a mesma fracção irreductivel $\frac{145}{268}$ (por *excesso) com a approximação* $\frac{1}{15}$.

$$\text{Seguindo a regra, temos: } \frac{145}{268} = \frac{145 \times 15}{268 \times 15} = \frac{2175}{4020} =$$

$$\frac{\frac{2175}{268}}{\frac{4020}{268}} = \frac{\frac{2175}{268}}{15} = \frac{8 + \frac{31}{268}}{15} = \frac{8}{15} + \frac{\frac{31}{268}}{15}.$$

Nesta somma de duas parcellas, *em vez de desprezar-se a parcella* $\frac{\frac{31}{268}}{15}$, como fizemos precedentemente, consideremos o seu numerador $\frac{31}{268}$ como se 1 *unidade fosse; para o que* seria preciso ser elle augmentado de $\frac{237}{268}$.

Sendo assim, teremos:

$$\frac{8}{15} + \frac{\frac{31}{268} + \frac{237}{268}}{15} = \frac{8}{15} + \frac{\frac{268}{268}}{15} = \frac{8}{15} + \frac{1}{15} = \frac{9}{15}$$

(valor approximado da fracção dada $\frac{145}{268}$, por *excesso).*

Este excesso de $\frac{\frac{237}{268}}{15}$ é menor do que $\frac{1}{15}$ *(approximação dada).*

Assim, $\frac{8}{15}$ é *uma approximação* da fracção $\frac{145}{268}$, por *falta* e esta *menor* do que $\frac{1}{15}$.

$\frac{9}{15}$ é uma *approximação* por *excesso* e este *menor* do que $\frac{1}{15}$.

Qual será a maior approximação? *a por falta ou o por excesso?* Comparemos os erros commettidos: *por falta*, $\frac{\frac{31}{268}}{15}$; *por excesso*, $\frac{\frac{237}{268}}{15}$. Erra-se *menos* por *falta* do que por *excesso*: o erro *por falta* nos mostra, pois, que a fracção $\frac{8}{15}$ é *mais approximada* da fracção dada, do que a fracção $\frac{9}{15}$.

Praticamente se reconhece que approximação se deve tomar. No exemplo dado, a fracção é $\frac{145}{268}$, a qual applicando-se a regra, tem-se:

$$\frac{145}{268}=\frac{145\times15}{268\times15}=\frac{2175}{4020}=\frac{\frac{2175}{268}}{\frac{4020}{268}}=\frac{\frac{2175}{268}}{15}=\frac{8+\frac{31}{268}}{15}=\frac{8}{15}=\frac{\frac{31}{268}}{15}$$

Quando o *numerador da fracção da segunda parcella é menor* do que a *metade do denominador*, a approximação deve ser por *falta*. Ora, o numerador 31 da fracção $\frac{31}{268}$ *é menor* do que 134 *(metade do denominador 268)*; a approximação deve ser, pois, por *falta*.

2) **Avaliar a fracção irreductivel** $\frac{145}{204}$ *com a approximação* $\frac{1}{15}$. Seguindo a marcha sabida, temos:

$$\frac{145}{204}=\frac{145\times15}{204\times15}=\frac{2175}{3060}=\frac{\frac{2175}{204}}{\frac{3060}{204}}=\frac{\frac{2175}{204}}{15}=\frac{10+\frac{135}{204}}{15}$$

Esta fracção resultante *(que é igual á fracção dada)* tem para numerador uma somma de duas parcellas (10 e $\frac{135}{204}$), a qual deve ser dividida por *15;* o que sendo indicado, tem-se: $\frac{10+\frac{135}{204}}{15}=\frac{10}{15}+\frac{\frac{135}{204}}{15}$.

Desprezando-se a parcella $\frac{\frac{135}{204}}{15}$ a outra parcella $\frac{10}{15}$ representa a fracção dada $\frac{145}{204}$ por *falta.* — Esta *falta*, sendo de $\frac{\frac{135}{204}}{15}$ *é menor* do que $\frac{1}{15}$ *(approximação dada)*. Com effeito, ambas as fracções tendo o mesmo denominador (15), a primeira ($\frac{\frac{135}{204}}{15}$) que indica a *falta* é menor do que a segunda ($\frac{1}{15}$)que indica a *approximação.*

Avaliar a mesma fracção irreductivel $\frac{145}{204}$ (por *excesso)* com a approximação $\frac{1}{15}$.

Seguindo a regra, teremos:

$$\frac{145}{204}=\frac{145\times15}{204\times15}=\frac{2175}{3060}=\frac{\frac{2175}{204}}{\frac{3060}{204}}=\frac{\frac{2175}{204}}{15}=\frac{10+\frac{135}{204}}{15}$$

Esta fracção resultante *(que é igual á fracção dada)* tem para numerador uma somma de duas parcellas (10 e $\frac{135}{204}$), a qual deve ser dividida por *15;* o que sendo indicado, tem-se: $\frac{10+\frac{135}{204}}{15}=\frac{10}{15}+\frac{\frac{135}{204}}{15}$.

Nesta somma de duas parcellas, em vez de desprezar-se a parcella $\frac{\frac{135}{204}}{15}$ como fizemos no caso precedente, consideremos o numerador $\frac{135}{204}$ como se fosse *1* (unidade), para o que seria necessario accrescentar-lhe $\frac{69}{204}$; e sendo assim, teremos:

$$\frac{10}{15}+\frac{\frac{135}{204}+\frac{69}{204}}{15}=\frac{10}{15}+\frac{\frac{204}{204}}{15}=\frac{10}{15}+\frac{1}{15}=\frac{11}{15}$$

para valor approximado da fracção $\frac{145}{204}$ por *excesso.*

Este *excesso* de $\frac{\frac{69}{204}}{15}$ é *menor* do que $\frac{1}{15}$ *(approximação dada)*.

$\frac{10}{15}$ é uma approximação da fracção $\frac{145}{204}$ por *falta* e esta menor do que $\frac{1}{15}$.

$\frac{11}{15}$ é uma approximação da fracção $\frac{145}{204}$ por excesso e este *menor* do que $\frac{1}{15}$.

Qual será a menor approximação? a por *falta* ou a por *excesso?* Comparemos os erros commettidos: por *falta* $\frac{\frac{135}{204}}{15}$; por *excesso* $\frac{\frac{69}{204}}{15}$. O erro por *excesso é menor* do que o por *falta;* o erro por *excesso* nos mostra, pois, que a fracção $\frac{11}{15}$ é *mais approximada* da fracção dada, do que a fracção $\frac{10}{15}$.

Praticamente se reconhece que a approximação deve ser por *excesso*, quando o *numerador da fracção da segunda parcella* é *maior* do que a *metade do denominador*.

Ora, o numerador 135 da fracção $\frac{135}{204}$ é menor do que 102 (*metade do denominador 204)*; a approximação deve ser, pois, por *excesso*.

271. Para passar-se da fórma fraccionaria a numero inteiro ou mixto, divide-se o numerador pelo denominador; não havendo resto, o quociente mostra o numero de unidades contidas na fórma fraccionaria. **V. g.:** $\frac{9}{3} = 3$.

Si houver resto, junta-se ás unidades do quociente uma fracção que tem este resto para numerador, e o divisor para denominador.

$$\text{V. g.: } \frac{15}{7} = 15:7 = 2 + \frac{1}{7} \text{ ou } 2\frac{1}{7}.$$

Exercicios

Converter em fracções os seguintes numeros:

1. 5, 6, 7 em *quartos*
2. 8, 3, 9 " *sextos*
3. 2, 4, 6 " *nonos*
4. 12, 16, 11 " *setimos*
5. 21, 25, 30 " *quintos*
6. 34, 39, 41 em *oitavos*
7. 43, 47, 49 " *meios*
8. 54, 58, 64 " *terços*
9. 19, 25, 32 " *onze avos*
10. 43, 51, 62 " *vinte avos*.

Converter os seguintes numeros mixtos em fracções improprias:

11. $2\frac{3}{4}$ $3\frac{3}{4}$ $5\frac{5}{6}$ $6\frac{6}{7}$ $7\frac{7}{8}$ $8\frac{8}{9}$ $9\frac{3}{5}$ $11\frac{2}{7}$

12. $12\frac{1}{3}$ $9\frac{11}{12}$ $13\frac{7}{9}$ $5\frac{6}{11}$ $24\frac{2}{9}$ $17\frac{5}{8}$ $14\frac{2}{3}$ $9\frac{16}{17}$

Extrair os inteiros contidos nas seguintes fracções improprias:

13. $\frac{7}{3}$ $\frac{9}{2}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{11}{4}$ $\frac{13}{7}$ $\frac{21}{8}$ $\frac{19}{9}$ $\frac{17}{6}$

14. $\frac{40}{13}$ $\frac{75}{17}$ $\frac{19}{11}$ $\frac{56}{37}$ $\frac{124}{21}$ $\frac{345}{37}$ $\frac{851}{45}$ $\frac{987}{39}$

15. $\frac{549}{7}$ $\frac{324}{5}$ $\frac{1740}{11}$ $\frac{4682}{29}$ $\frac{5631}{324}$ $\frac{6798}{524}$ $\frac{9867}{991}$ $\frac{8746}{3761}$

§ VII — Addição das fracções ordinarias

272. Para sommar fracções *que têm o mesmo denominador*, **sommam-se os numeradores, e dá-se a esta somma o denominador commum.**

Exemplo: $\frac{4}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5}$.

Disposição da operação

Numeradores

$\frac{4}{5}$ 4

$\frac{2}{5}$ .... 2 *Denominador commum* 5

$\frac{3}{5}$ 3

Somma $1\frac{4}{5}$ .... $\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$

273. Quando as fracções *têm differentes denominadores* deve-se primeiramente reduzil-as ao mesmo denominador, e applica-se depois a regra.

Exemplo: $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4}$.

Disposição da operação

Numeradores

$\frac{1}{2}$ 6

$\frac{2}{3}$ .... 8 *Menor multiplo commum* $2^2 \times 3 = 12$

$\frac{3}{4}$ 9

Somma $1\frac{11}{12}$ .... $\frac{23}{12} = 1\frac{11}{12}$

274. Para sommar fracções acompanhadas de inteiros, sommam-se primeiramente as fracções e extraem-se os inteiros desta somma, si ella for uma fracção impropria; depois juntam-se estes inteiros á somma dos inteiros.

Exemplo: $2\frac{4}{5} + 3\frac{1}{2} + 7\frac{2}{3}$.

Disposição da operação

Numeradores

$2\frac{4}{5}$ 24

$3\frac{1}{2}$ 15

$7\frac{2}{3}$ 20

Menor multiplo commum

$5 \times 2 \times 3 = 30$

Somma $13\frac{29}{30}$ .... $\frac{59}{30} = 1\frac{29}{30}$

Exercicios sobre a addição das fracções ordinarias

1. $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{6}{7} + \frac{5}{7} + \frac{4}{7} + \frac{1}{7}$. **R. 3.**

2. $\frac{7}{11} + \frac{3}{11} + \frac{5}{11} + \frac{9}{11} + \frac{4}{11} + \frac{6}{11}$. **R.** $3\,{}^{1}/_{11}$.

3. $\frac{5}{23} + \frac{11}{23} + \frac{9}{23} + \frac{20}{23} + \frac{3}{23} + \frac{7}{23}$. **R.** $2\,{}^{9}/_{23}$.

4. $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{12} + \frac{11}{24} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$. **R.** $3\,{}^{19}/_{24}$.

5. $\frac{2}{3} + \frac{7}{8} + \frac{13}{24} + \frac{21}{48} + \frac{11}{12} + \frac{5}{6}$. **R.** $4\,{}^{13}/_{48}$.

6. $\frac{5}{8} + \frac{11}{12} + \frac{17}{72} + \frac{4}{9} + \frac{1}{4} + \frac{7}{18}$. **R.** $2\,{}^{31}/_{36}$.

7. $\frac{5}{6} + \frac{7}{12} + \frac{7}{8} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$. **R.** $4\,{}^{5}/_{24}$.

8. $\frac{9}{16} + \frac{11}{15} + \frac{4}{5} + \frac{7}{8} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$. **R.** $4\,{}^{53}/_{240}$.

9. $\frac{1}{3} + \frac{5}{9} + \frac{7}{12} + \frac{11}{24} + \frac{7}{8} + \frac{1}{6}$. **R.** $2\,{}^{35}/_{36}$.

10. $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} + \frac{7}{8} + \frac{4}{9} + \frac{11}{15} + \frac{2}{3}$. **R.** $3\,{}^{59}/_{72}$.

11. $\frac{4}{9} + \frac{5}{12} + \frac{3}{7} + \frac{7}{8} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3}$. **R.** $3\,{}^{293}/_{504}$.

12. $\frac{11}{15} + \frac{9}{10} + \frac{4}{9} + \frac{5}{8} + \frac{2}{3} + \frac{4}{5}$. **R.** $4\,{}^{61}/_{360}$.

13. $5\frac{3}{8} + 11\frac{4}{9} + 9\frac{13}{72} + 7\frac{11}{18} + 3\frac{7}{12}$. **R.** $37\,{}^{7}/_{36}$.

14. $3\frac{5}{6} + 9\frac{11}{18} + 10\frac{3}{4} + 5\frac{7}{9} + 7\frac{2}{3}$. **R.** $37\,{}^{23}/_{36}$.

15. $7\frac{4}{5} + 10\frac{1}{2} + 4\frac{5}{8} + 1\frac{4}{7} + 3\frac{11}{14}$. **R.** $28\,{}^{79}/_{280}$.

§ VIII — Subtracção das fracções ordinarias

275. Para subtrair-se uma fracção de outra, *quando ambas têm o mesmo denominador*, toma-se a differença entre os numeradores e dá-se-lhe o denominador commum.

Exemplo: $\frac{4}{5} - \frac{2}{5}$.

Disposição da operação

Numeradores

$\frac{4}{5}$ 4

$\frac{2}{5}$ 2

Denominador commum

5

Resultado $\frac{2}{5}$ 2

276. Quando as fracções têm *differentes denominadores*, é preciso primeiramente reduzil-as ao mesmo denominador, e pratica-se depois a regra.

Exemplo: $\frac{5}{6} - \frac{7}{9}$.

Disposição da operação

	Numeradores	
$\frac{5}{6}$	15	*Menor multiplo commum*
$\frac{7}{9}$	14	$2 \times 3^2 = 18$
Resultado $\frac{1}{18}$	1	

277. Para subtrair-se de um inteiro uma fracção, toma-se ao inteiro uma unidade, a qual se reduz á denominação da fracção, e pratica-se depois a regra.

Exemplo: $2 - \frac{5}{7}$.

Disposição da operação

	Numeradores	
$2 = 1\frac{7}{7}$	7	*Denominador commum*
$\frac{5}{7} = \frac{5}{7}$	5	7
Resultado $1\frac{2}{7}$	2	

278. Para subtrairem-se fracções acompanhadas de inteiros, faz-se separadamente a subtracção das fracções e a dos inteiros, começando-se pela das fracções.

Si acontecer que a fracção do minuendo seja menor do que a do subtrahendo, reduzidas ao mesmo denominador, junta-se o denominador commum ao menor numerador; faz-se a subtracção e diminue-se de uma unidade o inteiro maior.

Exemplo 1) $3\frac{3}{4} - 2\frac{2}{5}$.

Disposição da operação

	Numeradores	
$3\frac{3}{4}$	15	*Menor multiplo commum*
$2\frac{2}{5}$	8	$4 \times 5 = 20$
Resultado $1\frac{7}{20}$	7	

Exemplo 2) $4\frac{2}{5} - 2\frac{3}{4}$

Disposição da operação

	Numeradores	
$4\frac{2}{5}$	$8 + 20 = 28$	*Menor multiplo commum*
$2\frac{3}{4}$	15	$4 \times 5 = 20$
Resultado $1\frac{13}{20}$	13	

Exercicios sobre a subtracção das fracções ordinarias

1. $\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$. R. $\frac{1}{4}$.
2. $\frac{8}{9} - \frac{5}{9}$. R. $\frac{1}{3}$.
3. $\frac{11}{12} - \frac{7}{12}$. R. $\frac{1}{3}$.
4. $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$. R. $\frac{1}{8}$.

5. $\frac{23}{24} - \frac{5}{6}$. R. $\frac{1}{8}$.

6. $\frac{7}{12} - \frac{7}{24}$. R. $\frac{7}{24}$.

7. $\frac{11}{12} - \frac{21}{32}$. R. $\frac{25}{96}$.

8. $\frac{11}{16} - \frac{15}{24}$. R. $\frac{1}{16}$.

9. $\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$. R. $\frac{11}{24}$.

10. $5 - \frac{3}{7}$. R. $4\frac{4}{7}$.

11. $9 - \frac{13}{15}$. R. $8\frac{2}{15}$.

12. $3 - \frac{9}{11}$. R. $2\frac{2}{11}$.

13. $7\frac{9}{11} - 3\frac{7}{12}$. R. $4\frac{31}{132}$.

14. $9\frac{11}{16} - 5\frac{3}{8}$. R. $4\frac{5}{16}$.

15. $8\frac{5}{6} - 2\frac{3}{4}$. R. $6\frac{1}{12}$.

16. $5\frac{5}{7} - 3\frac{9}{11}$. R. $1\frac{69}{77}$.

17. $11\frac{17}{72} - 7\frac{7}{9}$. R. $3\frac{11}{24}$.

18. $6\frac{13}{25} - 4\frac{11}{15}$. R. $1\frac{59}{75}$.

Exercicios sobre a addição e subtracção de fracções ordinarias

1. $\frac{3}{5} + \frac{7}{9} + \frac{11}{15} - \frac{17}{45}$ R. $1\frac{11}{15}$.

2. $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} + \frac{7}{8} - \frac{7}{12}$ R. $\frac{3}{8}$.

3. $\frac{3}{5} + \frac{7}{8} - \left(\frac{5}{6} + \frac{7}{12}\right)$. R. $\frac{7}{120}$.

4. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \left(\frac{7}{9} + \frac{3}{8} + \frac{1}{3}\right)$. R. $\frac{1}{72}$.

5. $2 + \frac{3}{4} + \frac{1}{6} + 2 - \frac{5}{9} + \frac{7}{12}$. R. $4\frac{17}{18}$.

6. $4 - 3\frac{4}{9} + 2 - \frac{11}{12} + \frac{7}{12} - 1\frac{5}{8}$. R. $\frac{43}{72}$.

7. $4 - 3\frac{4}{9} + 2 - \left(\frac{11}{12} - \frac{7}{12} + 1\frac{5}{8}\right)$. R. $\frac{43}{72}$.

8. $1\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + 5 - \left(1 - \frac{7}{9} + 2\frac{1}{6}\right)$. R. $4\frac{1}{36}$.

9. $3\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4} - 1\frac{2}{3} - \left(\frac{5}{6} + 1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{12}\right)$. R. 0.

10. $13\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2} - 2\frac{5}{6} - \left(3\frac{7}{8} + 4\frac{5}{9} + \frac{41}{72}\right)$. R. 0

§ IX — Multiplicação das fracções ordinarias

279. Ha tres casos na multiplicação das fracções:

1.º *o da multiplicação de uma fracção por um numero inteiro;*

2.º *o da multiplicação de um inteiro por uma fracção;*

3.º *o da multiplicação de uma fracção por outra.*

280. O 1.º caso e o 2.º se resolvem por meio de uma só regra.

Multiplicação de uma fracção por um inteiro ou de um inteiro por uma fracção

Exemplo 1) $\frac{4}{5} \times 3$. Exemplo 2) $5 \times \frac{3}{8}$

REGRA. — Multiplica-se o inteiro pelo numerador da fracção e dá-se ao producto o denominador della.

Exemplo do 1.º caso

$$\frac{4}{5} \times 3 = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

Exemplo do 2.º caso

$$5 \times \frac{3}{8} = \frac{5\times 3}{8} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}.$$

OBSERVAÇÃO. — *Quando o denominador da fracção for divisivel pelo inteiro,* é preferivel effectuar-se a divisão, conservando, comtudo, o mesmo numerador. V. g.

$$\frac{3}{8} \times 4 = \frac{3}{8:4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

281. Terceiro caso. — **Multiplicação de uma fracção por outra.**

Exemplo: $\frac{5}{7} \times \frac{4}{5}$.

REGRA. — Multiplicam-se os numeradores entre si, e da mesma sorte os denominadores.

$$\frac{5}{7} \times \frac{4}{5} = \frac{5\times 4}{7\times 5} = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}.$$

282. Em qualquer destes tres casos, todas as vezes que apparecer numero mixto, deve-se primeiramente reduzil-o á fórma fraccionaria, para depois applicar-se a regra.

Exemplo 1)

$$2\frac{3}{7}\times 5 = \frac{17}{7}\times 5 = \frac{17\times 5}{7} = \frac{85}{7} = 12\frac{1}{7}.$$

Exemplo 2)

$$6\times 3\frac{2}{5} = 6\times\frac{17}{5} = \frac{6\times 17}{5} = \frac{102}{5} = 20\frac{2}{5}.$$

Exemplo 3)

$$4\frac{3}{7}\times 5\frac{2}{3} = \frac{31}{7}\times\frac{17}{3} = \frac{31\times 17}{7\times 3} = \frac{527}{21} = 25\frac{2}{21}.$$

Exercicios sobre a multiplicação de fracções ordinarias

1. $\frac{5}{7} \times 4$. R. $2\frac{6}{7}$.
2. $\frac{5}{9} \times 3$. R. $1\frac{2}{3}$.
3. $\frac{11}{13} \times 7$. R. $5\frac{12}{13}$.
4. $\frac{9}{16} \times 8$. R. $4\frac{1}{2}$.
5. $7 \times \frac{4}{9}$. R. $3\frac{1}{9}$.
6. $4 \times \frac{5}{8}$. R. $2\frac{1}{2}$.
7. $9 \times \frac{13}{17}$. R. $6\frac{15}{17}$.
8. $12 \times \frac{17}{36}$. R. $5\frac{2}{3}$.
9. $\frac{6}{11} \times \frac{11}{12}$. R. $\frac{1}{2}$.
10. $\frac{5}{13} \times \frac{11}{15}$. R. $\frac{11}{39}$.
11. $\frac{15}{23} \times \frac{4}{7}$. R. $\frac{60}{161}$.
12. $\frac{21}{25} \times \frac{5}{7}$. R. $\frac{3}{5}$.
13. $7\frac{4}{9} \times 3\frac{2}{5}$. R. $25\frac{14}{45}$.
14. $4\frac{3}{8} \times 11$. R. $48\frac{1}{8}$.
15. $17 \times 9\frac{6}{7}$. R. $167\frac{4}{7}$.
16. $\frac{15}{17} \times 3\frac{5}{9}$. R. $3\frac{7}{51}$.
17. $15\frac{11}{12} \times 10$. R. $159\frac{1}{6}$.
18. $\frac{17}{19} \times 5\frac{23}{25}$. R. $5\frac{141}{475}$.

Exercicios sobre a addição, subtracção e multiplicação de fracções ordinarias

1. $\left(\frac{5}{6}+\frac{3}{8}+\frac{8}{9}\right)\times 36$. R. $75\frac{1}{2}$.
2. $\left(\frac{4}{7}+\frac{2}{5}\right)\times\left(\frac{1}{9}+\frac{2}{3}\right)+\frac{11}{15}$. R. $1\frac{22}{45}$.
3. $\left(2\frac{1}{3}+3+\frac{5}{12}\right)\times\frac{12}{23}+\frac{5}{7}\times 14$. R. 13.
4. $4\frac{1}{3}\times 2\frac{3}{4}+\left(4\frac{3}{4}+3\frac{1}{3}\right)$ R. 20.
5. $\left(\frac{5}{6}-\frac{11}{18}\right)\times\left(4-\frac{5}{7}\right)-\frac{5}{9}$. R. $\frac{11}{63}$.
6. $\left(\frac{2}{3}\times 6-\frac{7}{10}-1\frac{2}{5}\right)$ R. $1\frac{9}{10}$.
7. $\left(\frac{9}{11}+\frac{5}{8}\right)\times\left(\frac{13}{18}-\frac{17}{24}\right)\times 88$. R. $1\frac{55}{72}$.
8. $2\frac{2}{5}\times\frac{10}{13}-\left(\frac{4}{5}+\frac{7}{10}\right)+\frac{6}{7}-\frac{1}{2}$. R. $\frac{64}{91}$.
9. $\left(\frac{7}{12}+\frac{7}{8}+\frac{7}{9}\right)\times 72-\left(5-\frac{13}{17}\right)\times\frac{17}{72}$. R. 160.
10. $\left[\left(\frac{5}{6}-\frac{3}{8}+\frac{11}{12}\right)\times 24-\left(30\frac{1}{7}+\frac{1}{7}\right)\right]\times 3\frac{1}{3}$. R. $9\frac{1}{21}$.

§ X — Divisão das fracções ordinarias

283. Ha tres casos na divisão das fracções:

1.º o da divisão de uma fracção por um numero inteiro;

2.º o da divisão de um inteiro por uma fracção;

3.º o da divisão de uma fracção por outra.

284. O 1.º caso e o 2.º se resolvem por meio de uma só regra.

Divisão de uma fracção por um inteiro, ou de um inteiro por uma fracção

Exemplo 1) $\frac{3}{7}:2$. Exemplo 2) $2:\frac{4}{7}$

REGRA. — Reduz-se o inteiro á denominação da fracção; expelle-se depois o denominador commum e toma-se o dividendo para numerador do quociente e o divisor para denominador.

Exemplo do 1.º caso *)

$$\frac{3}{7}:2=\frac{3}{7}:\frac{14}{7}=\frac{3}{14}.$$

Exemplo do 2.º caso **)

$$2:\frac{4}{7}=\frac{14}{7}:\frac{4}{7}=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}.$$

---

*) Para dividir-se uma fracção por um inteiro, tambem se diz: multiplica-se o denominador da fracção pelo inteiro, e conserva-se o mesmo numerador.

$$\frac{3}{7}:2=\frac{3}{7\times 2}=\frac{3}{14}.$$

OBSERVAÇÃO. — *Quando o numerador da fracção dividendo for divisivel pelo inteiro*, é preferivel effectuar-se a divisão, dando-se por denominador ao quociente o denominador da fracção.

$$\frac{4}{7}:2=\frac{4:2}{7}=\frac{2}{7}.$$

**) Tambem se póde dizer que para dividir-se um inteiro por uma fracção, multiplica-se o inteiro pela fracção divisor invertida. Assim:

$$2:\frac{4}{7}=2\times\frac{7}{4}=\frac{2\times 7}{4}=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}.$$

Inverter uma fracção é passar o denominador para numerador e o numerador para denominador.

285. Terceiro caso. — **Divisão de uma fracção por outra.**

Exemplo: $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$

REGRA. — Reduzem-se as duas fracções ao mesmo denominador; expelle-se depois o denominador commum, e toma-se o dividendo para numerador do quociente e o divisor para denominador. ***)

$$\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{3}{6} : \frac{4}{6} = \frac{3}{4}.$$

286. Nestes tres casos podem apparecer numeros mixtos. Quando isto acontecer, devem ser primeiramente reduzidos á fórma fraccionaria, para depois applicar-se a regra que convier.

Exemplo 1) $4\frac{2}{5} : 3 = \frac{22}{5} : 3 = \frac{22}{5} : \frac{15}{5} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}.$

Exemplo 2) $6 : 8\frac{3}{4} = 6 : \frac{35}{4} = \frac{24}{4} : \frac{35}{4} = \frac{24}{35}.$

Exemplo 3) $4\frac{3}{7} : 2\frac{4}{5} = \frac{31}{7} : \frac{14}{5} = \frac{155}{35} : \frac{98}{35} = \frac{155}{98} = 1\frac{57}{98}.$

***) Para dividir-se uma fracção por outra, tambem se diz: multiplica-se a fracção dividendo pela fracção divisor invertida. Assim:

$$\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 2} = \frac{3}{4}.$$

Exercicios sobre a divisão de fracções ordinarias

1. $\frac{9}{11} : 4.$ R. $\frac{9}{44}.$
2. $\frac{8}{9} : 2.$ R. $\frac{4}{9}.$
3. $\frac{13}{17} : 5.$ R. $\frac{13}{85}.$
4. $\frac{14}{23} : 7.$ R. $\frac{2}{23}.$
5. $10 : \frac{3}{5}.$ R. $16\frac{2}{3}.$
6. $6 : \frac{6}{7}.$ R. $7.$
7. $8 : \frac{32}{63}.$ R. $15\frac{3}{4}.$
8. $21 : \frac{5}{8}.$ R. $33\frac{3}{5}.$
9. $\frac{3}{5} : \frac{6}{7}.$ R. $\frac{7}{10}.$
10. $\frac{4}{9} : \frac{8}{11}.$ R. $\frac{11}{18}.$
11. $\frac{21}{23} : \frac{7}{17}.$ R. $2\frac{5}{23}.$
12. $\frac{10}{13} : \frac{20}{31}.$ R. $1\frac{5}{26}.$
13. $4\frac{3}{4} : 5.$ R. $\frac{19}{20}.$
14. $11 : 2\frac{7}{8}.$ R. $3\frac{19}{23}.$
15. $2\frac{4}{5} : 1\frac{5}{6}.$ R. $1\frac{29}{55}.$
16. $9\frac{11}{13} : 12.$ R. $\frac{32}{39}.$
17. $21 : 5\frac{2}{3}.$ R. $3\frac{12}{17}.$
18. $6\frac{4}{7} : 2\frac{1}{2}.$ R. $2\frac{22}{35}.$

§ XI — Provas da multiplicação e divisão das fracções ordinarias

287. Para tirar-se a prova da multiplicação, divide se o producto pelo multiplicando, e no quociente deve apparecer o multiplicador: ou dividindo-se o producto pelo multiplicador, no quociente deve apparecer o multiplicando. V. g.

$$\frac{5}{7} \times \frac{4}{9} = \frac{20}{63}.$$