

Dr. J. TH. DE SOUZA LOBO
PROFESSOR

SEGUNDA
ARITHMETICA

VIGESIMA NONA EDIÇÃO



1931

EDIÇÃO DA LIVRARIA DO GLOBO
PORTO ALEGRE

100
96/10
2.2

Doação ao GHEMAT
Profa. Circe Dynnikov

GHEMAT
DIGITALIZADO

Doação ao GHEMAT
Pais. (Lise Dvorkin)

AMARCO
LITOGRAFIA

SEGUNDA ARITHMETICA

SEGUNDA ARITHMETICA

COMPILADA PELO PROFESSOR
J. TH. DE SOUZA LOBO

OBRA ADOPTADA NAS ESCOLAS PUBLICAS
DO RIO GRANDE DO SUL
E EM QUASI TODOS OS COLLEGIOS PARTICULARES
DO MESMO ESTADO

VIGESIMA-NONA EDIÇÃO



1931

EDITORES:
BARCELLOS, BERTASO & C. — LIVRARIA DO GLOBO
PORTO ALEGRE
Filiaes: SANTA MARIA e PELOTAS



Dr. José Theodoro de Souza Lobo

Nascido a 7 de Janeiro de 1846
Fallecido a 9 de Agosto de 1913

Cada exemplar desta *Segunda Arithmetica*
séra assignado pela filha do autor.

Nº 00102

Marietta Sobó

Pareceres

O Dr. Antonio Carlos Ennes Bandeira

1870

Pede-me V. S. para eu dar o meu parecer sobre a 2.^a edição de sua *Arithmetica*, destinada ao ensino primario. Li o seu compendio com o cuidado e interesse que me merecem os seus trabalhos pelo justo aprego e elevada consideração que tributo á sua esclarecida intelligencia.

Um compendio util é aquelle que, pela simplicidade do methodo, pela clareza da exposição e correcção do estylo, procura tornar accessiveis a qualquer intelligencia as sãs doutrinas que o constituem, despertando ao mesmo tempo no espirito da mocidade o gosto ao estudo. O amor ou aversão ao cultivo de uma sciencia não poucas vezes depende do attractivo ou da repulsão que produzem no animo juvenil do estudante as primeiras lições do professor. Quem escreve para creanças, necessita, pois, fazel-o de modo que, instruindo, tambem saiba agradar.

O livro que nos apresenta V. S., satisfaz de uma maneira completa a todas essas exigencias do ensino. Não conheço nenhum outro compendio elementar, destinado ao curso primario, que melhor preencha o fim que teve em vista V. S.

A ordem e naturalidade em que se acham expostas e explicadas as materias que compõem o seu compendio, a precisão, a escolha e a exactidão das definições e das regras, são de um incontestavel merecimento, e o tornam extremamente proficuo ao uso das nossas escolas primarias.

Em seu livro tudo é recommendavel: desde a lucidez da exposição até o rigor da dicção. Bem poucas obras didacticas satisfarão tão plenamente as necessidades do ensino.

Si alguma cousa contém a sua *Arithmetica*, que, a primeira vista, pareça superflua, como a theoria das equidifferenças, deve-se attender que a isso foi V. S. obrigado, por ter de cingir-se aos programmas e regulamentos geralmente seguidos pelos conselhos de instrucção.

Quanto a mim, fez V. S. bem conservando ainda em seu compendio a theoria dos numeros complexos, porque só poderá ella com razão, ser excluída dos tratados de Arithmetica depois da completa adopção e de vulgarizado por todo o paiz o uso do systema metrico decimal. Só assim comprehendendo a inutilidade dos complexos: supprimil-os antes de alcançada essa desejada conquista seria uma injustificavel precipitação.

Não posso fazer a apreciação merecida de todas as materias contidas em seu livro, porque isso me forçaria a exceder os limites de um simples parecer.

Ha, contudo, em seu trabalho algumas partes que não poderei deixar passar sem menção especial, já pela proficiencia com que foram tratadas, já mesmo pela novidade que as caracteriza e recommenda. Refiro-me ao methodo simples e facil que V. S. introduziu na resolução das regras denominadas de proporcionalidade. Com effeito, o methodo da *reducção á unidade* por V. S. empregado, mas infelizmente ainda tão pouco conhecido entre nós, é de uma extrema simplicidade e de rapida execução em todas as questões dependentes de regra de tres, por mais complicadas que sejam.

Traz elle comsigo a immensa vantagem de evitar o jogo geralmente enfadonho das proporções. Não comprehendendo a razão por que, em nossos collegios, se tem deixado de introduzir tão util melhoramento nessa importante parte da Arithmetica. Nos Lyceus e collegios de França quasi não se emprega outro processo para resolverem-se taes questões; em alguns estabelecimentos de ensino publico é elle até obrigatorio. Não é muito que *tambem nisto* procuremos imitar a esse intelligente povo, que tanto se distingue em todos os variados ramos da instrucção.

Os autores modernos não podem ainda entre nós eliminar de seus compendios o methodo geral das proporções, sem incorrer no desagrado dos rotineiros, desses amigos dedicados de tudo quanto é *fossil*, tanto em sciencias, como nas artes. Mas o professor intelligente, que toma por base do ensino a observação attenta e a experiencia, deve pôr de lado as considerações extravagantes da ignorancia e seguir desassombrado a marcha do progresso. Assim o praticou em parte V. S., e, a meu ver, obrou muito bem; porque tudo quanto concorre para facilitar a instrucção é um serviço prestado á causa da educação popular.

Talvez que alguém, alheio ás difficuldades das sciencias exactas, julgue o seu compendio muito extenso para *meninos de escola*; assim, porém, não pensarão aquelles que conhecem os graves inconvenientes desses obscuros resumos, que apenas servem para desafiar

aos professores ignorantes a fazerem decorar-os pelos seus alumnos, habituando-os por tal fórma, a confiar mais na memoria do que na razão. E' esse um pessimo systema de ensino, que convém abandonar. O professor deve trabalhar para fazer o estudante comprehendere a materia, mas nunca forçal-o a decorar o que não entende. Acostumar o discipulo ao raciocinio é um dever do mestre. O uso da memoria é util e mesmo necessario até certo ponto; querer exceder esse limite é um prejuizo.

Convem, portanto, acabar com esses pequenos folhetos, que, nada esclarecendo, tudo obscurecem. Em um livro elementar escripto para creanças, não basta que se diga a verdade; é necessario revesti-la de uma fórma que a torne clara e comprehensivel; e nisto consiste o principal merecimento do trabalho.

A excessiva concisão dos compendios de mathematicas é uma das poderosas causas da difficuldade da sciencia e de sua repulsiva aridez.

Um autor que deseja tornar-se claro e agradável na exposição das materias, não pôde, nem mesmo deve ser muito conciso. Um resumo de Arithmetica bem feito é, sem contestação alguma, um trabalho de bastante merecimento; mas só poderá ser conveniente e util, quando o professor tiver a capacidade precisa para amplial-o e desenvolvê-lo, de modo a tornal-o comprehensivel ás intelligencias pouco habituadas ao arido laconismo do calculo.

Entendo, pois, que V. S. estendendo além do ordinario os limites do seu compendio, prestou um grande serviço á mocidade estudiosa, que prefere antes comprehendere a decorar o que lê.

E' de esperar que o conselho director da instrucção publica da provincia do Rio Grande do Sul, para quem vai V. S. appellar, mande adoptar, para uso das escolas, o seu compendio, de preferencia a qualquer outro que por lá exista. Prestará com isso um valioso serviço á mocidade Rio-Grandense, auxiliando ao mesmo tempo a um moço intelligente, que procura no estudo e no trabalho os recursos da vida.

Digo isso, porque tenho perfeito conhecimento dos compendios até hoje em uso na provincia.

Não se persuada alguém que, dando eu este parecer, pretenda alcançar para o autor deste livro uma protecção indevida. Em materia de sciencia não tenho amigos, e nem costume fazer elogios immerecidos a quem quer que seja: fallo só em favor da verdade, da justiça e da instrucção.

De V. S. etc.

Antonio Carlos Ennes Bandeira

O Dr. Dom Jorge Eugenio de Lossio e Seibnitz

1870

Discipulo e amigo. — Li com cuidado o seu livro intitulado *Arithmetica para meninos.*

Supponho que preenche elle o fim que V. teve em vista, publicando-o; isto é, ser adoptado com vantagem no ensino primario.

Os processos das operações fundamentaes da Arithmetica e suas principaes applicações, as regras e definições são, em geral, expostas com clareza e precisão, e em linguagem adaptada á comprehensão dos meninos.

Prestou V. um importante serviço á sua provincia, destinando a seus patricios um trabalho que me parece incomparavelmente preferivel ao que actualmente é admittido nas aulas primarias com approvação do conselho director da instrucção.

De V. amigo

D. Jorge de Lossio.

O Barão de Tautphœus

1870

Li as Lições de Arithmetica para meninos, compiladas pelo Sr. José Theodoro de Souza Lobo, e acho que este compendio responde perfeitamente ao fim indicado no titulo que o autor lhe deu.

Entrando em theorias e demonstrações apenas até o ponto indispensavel para fundamentar as doutrinas de um modo satisfactorio e ao mesmo tempo accessivel ás intelligencias ainda em desenvolvimento, excluindo aquillo que pouca ou nenhuma utilidade pratica offerece, e insistindo largamente naquellas partes que são de continuo uso na vida de qualquer, como regra de tres, de juros e descontos, o autor tornou seu livro eminentemente proprio para as escolas de ensino primario; e a simplicidade e lucidez com que formula as definições e regras confirmam o valor da obra para este fim.

Barão de Tautphœus.

O Conselho Director da Instrucção Publica da Provincia

1871

Certifico

“Tendo sido por V. S. nomeados para que dessemos o nosso parecer acerca de qual Arithmetica devia ser approvada e adoptada para o ensino da instrucção publica da provincia, cumpre-nos declarar conscienciosamente que, a não ser a arithmetica elementar de Theodoro Lobo nenhuma ha que se preste, como obra didactica, para o caso em questão, como a que fica referida, não só porque declara em termos precisos e claros o objecto de cada operação, dispondo logo as analogias segundo os principios theoricos a que se refere, como pela sua clareza, exacção e facilidade de execução.”

Certifico ainda que á vista do parecer acima, foi a dita Arithmetica approvada pelo Conselho Director e mandada adoptar nas aulas publicas do 2.º gráo POR PORTARIA DA PRESIDENCIA DA PROVINCIA de dezeseis de Dezembro do anno passado. E para constar passou-se a presente certidão na secretaria da instrucção publica, aos oito dias do mez de Agosto de 1872. — E eu, Joaquim Mancel de Azevedo Junior, Secretario, a subscrevi.

O Dr. Manoel Pacheco Prates

1896

LIVROS ESCOLARES *)

“Emquanto ao ensino de Arithmetica penso que estamos muito bem servidos, pois não conheço no seu genero obras tão methodicamente combinadas, como as 1.ª e 2.ª arithmeticas de Souza Lobo, em boa hora adoptadas em nossas aulas primarias.”

*) (Do Relatorio apresentado ao Sr. Dr. João Abbott, Secretario de Estado dos Negocios do Interior e Exterior).

SEGUNDA ARITHMETICA

CAPITULO I

NUMEROS INTEIROS

§ I — Principios elementares

1. Grandeza é tudo o que é capaz de augmento ou diminuição; v. g. a *extensão*, o *peso*, o *tempo*, etc., etc.

2. Ha duas especies de grandeza: a grandeza *continua* e a grandeza *descontinua*.

3. Grandeza *continua* é aquella que pôde augmentar ou diminuir por graus tão pequenos quanto se queira; v. g. a *extensão*.

4. Grandeza *descontinua* ou *collectiva* é aquella que representa uma collecção de individuos ou objectos da mesma especie; v. g. *um grupo de homens*.

5. Para ter-se idéa exacta de uma grandeza, é preciso *medil-a*, si for *continua*; *contal-a*, si for *descontinua*.

6. *Unidade* é uma grandeza que serve para *medir* todas as outras da mesma especie, ou é uma das grandezas que *se contam*.

7. Nas *grandezas continuas*, a *unidade* é tomada, *as mais das vezes, arbitrariamente*; isto quer dizer que a unidade é de grandeza arbitraria, mas sempre da mesma especie da grandeza que se quer medir.

Tem-se, por exemplo, uma distancia que se quer avaliar.

A unidade para isso empregada é *arbitraria*: isto é, tanto pôde ser o *kilometro*, como o *metro*, o *decimetro*, etc.; mas qualquer destas unidades é *da mesma especie da grandeza*; qualquer dellas representa *comprimento*.

8. Nas *grandezas descontinuas*, a *unidade* é um *individuo* ou uma *collecção de individuos da mesma especie*; v. g. uma reunião de homens. Aqui a unidade é *homem*, ou uma *collecção de homens*, como *dezenas*, *centenas*, etc.

9. *Razão* ou *relação* é o resultado da comparação de uma grandeza com a sua unidade.

10. *Numero* é o valor de uma razão.

11. As razões podem ser apresentadas por tres especies de numeros: o *inteiro*, a *fracção* e o *numero mixto*.

12. *Numero inteiro* é o que se compõe unicamente de unidades; v. g. *trinta e cinco metros*, *quatorze litros*.

13. *Numero quebrado* ou *fracção* é o que consta de partes da unidade, sem formal-a; v. g. *meio kilogrammo*.

14. *Numero mixto* é o que é formado de unidades e partes da unidade; v. g. *dois e meio litros*.

§ II — Systema decimal de numeração

15. *Systema decimal de numeração* é o conjuncto de regras que nos ensinam a ler e a escrever os numeros, tendo por base o numero *dez*.

16. Comprehende duas partes: a *numeração falada* e a *escripta*.

17. *Numeração falada* ou *nomenclatura* é a arte de exprimir os numeros com um systema limitado de palavras convenientemente combinadas.

18. *Numeração escripta* é a arte de representar os numeros com um systema limitado de signaes que se chamam *algarismos*.

Numeração fallada

19. *Principio convencional*. — *Dez unidades de uma ordem formam uma unidade de ordem immediatamente superior*.

CLASSE DAS UNIDADES

20. *Das unidades simples*. — Para formarem-se os numeros, considera-se primeiramente a unidade, que recebeu o nome *um*. Ajuntando-se a unidade a si mesma, tem-se o numero *dois*; e continuando a juntar-se a unidade ao ultimo numero que se houver formado, ter-se-ão os numeros: *tres*, *quatro*, *cinco*, *seis*, *sete*, *oito*, *nove*.

Estes nove primeiros numeros são as *unidades simples* ou de *primeira ordem*.

21. *Das dezenas*. — Ao numero *nove* ajuntando-se uma unidade, tem-se o numero *dez*. Segundo o principio convencional, a *collecção* destas dez unidades simples fórma uma nova unidade de ordem immediatamente superior, a que se deu o nome de *dezena* ou *unidade de segunda ordem*.

Uma *dezena*, portanto, *vale dez unidades*.

Formam-se as dezenas como as unidades simples, isto é, accrescentando-se sempre uma dezena. Assim dizemos: uma dezena, duas dezenas, tres dezenas, quatro dezenas, cinco dezenas, seis dezenas, sete dezenas, oito dezenas, nove dezenas; e substituímos estas palavras pelas seguintes, que lhes correspondem em unidades simples: *dez*, *vinte*, *trinta*, *quarenta*, *cincoenta*, *sessenta*, *setenta*, *oitenta* e *noventa*.

22. *Das centenas*. — A *nove* dezenas ajuntando-se uma dezena, tem-se *uma collecção de dez dezenas*; e, segundo o principio convencional, esta *collecção* de dez dezenas fórma uma nova unidade de ordem immediatamente superior, a que se deu o nome de *centena* ou *unidade de terceira ordem*.

Uma *centena*, pois, *vale dez dezenas* ou *cem unidades*.

Formam-se as centenas como as unidades e dezenas. Assim dizemos: uma centena, duas centenas, tres centenas, quatro centenas, cinco centenas, seis centenas, sete centenas, oito centenas, nove centenas; e estes nomes substituem-se pelos seguintes, que lhes correspondem em unidades simples: *cem* ou *cento*, *duzentos*, *trezentos*, *quatrocentos*, *quinhentos*, *seiscentos*, *setecentos*, *oitocentos* e *novecentos*.

23. *Entre duas dezenas consecutivas*. — Para exprimirem-se os numeros comprehendidos *entre duas dezenas consecutivas*, juntam-se ás palavras *dez*, *vinte*, *trinta*, *quarenta*, *cincoenta*, *sessenta*, *setenta*, *oitenta* e *noventa* os

nomes dos primeiros *nove* numeros, exceptuando-se *dez e um*, *dez e dois*, *dez e tres*, *dez e quatro*, *dez e cinco*, que foram substituidos por *onze*, *doze*, *treze*, *quatorze* e *quinze*.

Eis os nomes dos numeros comprehendidos entre duas dezenas consecutivas

Onze, *doze*, *treze*, *quatorze*, *quinze*, *dezesseis*, *dezeseite*, *dezoito*, *dezenove*.

Vinte e um, *vinte e dois*, *vinte e tres*,... *vinte e nove*.

Trinta e um, *trinta e dois*, *trinta e tres*, *trinta e quatro*,... *trinta e nove*.

Quarenta e um, *quarenta e dois*,... *quarenta e nove*.

Cincoenta e um, *cincoenta e dois*, *cincoenta e tres*,... *cincoenta e nove*.

Sessenta e um, *sessenta e dois*, *sessenta e tres*, *sessenta e quatro*, *sessenta e cinco*,... *sessenta e nove*.

Setenta e um, *setenta e dois*, *setenta e tres*, *setenta e quatro*,... *setenta e nove*.

Oitenta e um, *oitenta e dois*, *oitenta e tres*,... *oitenta e nove*.

Noventa e um, *noventa e dois*, *noventa e tres*,... *noventa e nove*.

24. Entre duas centenas consecutivas. — Para exprimir-se os numeros comprehendidos *entre duas centenas consecutivas*, juntam-se ás palavras *cento*, *duzentos*, *trezentos*, *quatrocentos*, *quinhentos*, *seiscentos*, *setecentos*, *oitocentos* e *noventa e nove* primeiros numeros.

Eis como se obtêm os nomes dos numeros comprehendidos entre duas centenas consecutivas:

Cento e um, *cento e dois*, *cento e tres*,... *cento e vinte*...

cento e trinta,... *cento e quarenta*,... *cento e cincoenta*,...
cento e sessenta,... *cento e setenta*,... *cento e oitenta*,...
cento e noventa,... *cento e noventa e nove*.

Duzentos e um, *duzentos e dois*, *duzentos e tres*,... *duzentos e noventa e nove*.

Trezentos e um, *trezentos e dois*,... *trezentos e noventa e nove*.

Quatrocentos e um, *quatrocentos e dois*,... *quatrocentos e vinte*,... *quatrocentos e noventa e nove*.

Quinhentos e um, *quinhentos e dois*,... *quinhentos e quarenta e cinco*,... *quinhentos e noventa e dois*,... *quinhentos e noventa e nove*.

Seiscentos e um,... *seiscentos e noventa e nove*.

Setecentos e um,... *setecentos e noventa e nove*.

Oitocentos e um,... *oitocentos e noventa e nove*.

Novecentos e um,... *novecentos e noventa e nove*.

25. Ao conjuncto das tres primeiras ordens (*unidades simples*, *dezenas de unidades* e *centenas de unidades*) deu-se o nome de **classe das unidades ou primeira classe**.

CLASSE DOS MILHARES

26. Das unidades de milhar. — A nove centenas ajuntando-se uma centena tem-se *uma collecção de dez centenas*; e, segundo o principio convencional, esta collecção de dez centenas fórma uma nova unidade de ordem immediatamente superior, a que se deu o nome de **milhar** ou **unidade de quarta ordem**.

Um milhar, pois, *vale dez centenas, cem dezenas, mil unidades*.

Formam-se as unidades de milhar como as unidades simples, servindo-nos dos mesmos nomes: *um*, *dois*, *tres*, *quatro*, *cinco*, *seis*, *sete*, *oito*, *nove*, e accrescentando-lhes a expressão **mil**. Assim dizemos: *um mil*, *dois mil*, *tres mil*, *quatro mil*, *cinco mil*, *seis mil*, *sete mil*, *oito mil*, *nove mil*.

27. Das dezenas de milhar. — A nove unidades simples juntando-se uma, fórma-se uma dezena de unidades; assim tambem, juntando-se a nove unidades de milhar uma unidade de milhar, fórma-se uma **dezena de milhar** ou **unidade de quinta ordem**.

A **dezena de milhar** vale *dez milhares, cem centenas, mil dezenas e dez mil unidades*.

Formam-se as dezenas de milhar como as dezenas de unidades, servindo-nos das mesmas expressões com o accrescimento da palavra **milhar**.

Assim dizemos: *uma dezena de milhar*, *duas dezenas de milhar*, *tres dezenas de milhar*, *quatro dezenas de milhar*, *cinco dezenas de milhar*, *seis dezenas de milhar*, *sete dezenas*

de milhar, oito dezenas de milhar, nove dezenas de milhar; ou: dez milhares ou dez mil, vinte mil, trinta mil, quarenta mil, cinquenta mil, sessenta mil, setenta mil, oitenta mil, noventa mil.

28. Das centenas de milhar. — A nove dezenas de milhar ajuntando-se uma dezena de milhar, obtem-se dez dezenas de milhar, e esta collecção, segundo o principio da numeração falada, fórma uma centena de milhar ou unidade de sexta ordem.

A centena de milhar vale dez dezenas de milhar, cem milhares, mil centenas, dez mil dezenas e cem mil unidades.

Formam-se as centenas de milhar como as centenas de unidades, servindo-nos das mesmas expressões com o accrescimento da palavra **milhar**.

Assim, dizemos: uma centena de milhar, duas centenas de milhar, tres centenas de milhar, quatro centenas de milhar, cinco centenas de milhar, seis centenas de milhar, sete centenas de milhar, oito centenas de milhar, nove centenas de milhar; ou cem milhares ou cem mil, duzentos mil, trezentos mil, quatrocentos mil, quinhentos mil, seiscentos mil, setecentos mil, oitocentos mil, novecentos mil.

29. Entre duas unidades de milhar consecutivas. — Para exprimirem-se os numeros comprehendidos entre duas unidades de milhar consecutivas, juntam-se ás palavras: mil, dois mil, tres mil, quatro mil, cinco mil, seis mil, sete mil, oito mil, nove mil, os nomes dos *novecentos e noventa e nove* primeiros numeros.

Eis como se obtêm os nomes dos numeros comprehendidos entre duas unidades de milhar consecutivas:

Mil e *um*, mil e *dois*, mil e *tres*,... mil *novecentos e noventa e nove*.

Dois mil e *um*,... dois mil e *cem*, dois mil *cento e um*,... dois mil *novecentos e noventa e nove*.

Tres mil e *um*,... tres mil *novecentos e noventa e nove*.
Quatro mil e *um*,... quatro mil *novecentos e noventa e nove*.

Cinco mil e *um*,... cinco mil *novecentos e noventa e nove*.

Seis mil e *um*,... seis mil *novecentos e noventa e nove*.

Sete mil e *um*,... sete mil *novecentos e noventa e nove*.

Oito mil e *um*,... oito mil *novecentos e noventa e nove*.

Nove mil e *um*,... nove mil *novecentos e noventa e nove*.

30. Entre duas dezenas de milhar consecutivas. —

Para exprimirem-se os numeros comprehendidos entre duas dezenas de milhar consecutivas, juntam-se ás palavras: dez mil, vinte mil, trinta mil, quarenta mil, cinquenta mil, sessenta mil, setenta mil, oitenta mil, noventa mil, os nomes dos *nove mil novecentos e noventa e nove* primeiros numeros.

Eis como se obtêm os nomes dos numeros comprehendidos entre duas dezenas de milhar consecutivas:

Dez mil e *um*,... *dezenove mil novecentos e noventa e nove*.

Vinte mil e *um*,... *vinte e nove mil novecentos e noventa e nove*.

Trinta mil e *um*,... *trinta e nove mil novecentos e noventa e nove*.

Quarenta mil e *um*,... *quarenta e nove mil novecentos e noventa e nove*.

Cinquenta mil e *um*,... *cincoenta e nove mil novecentos e noventa e nove*.

Sessenta mil e *um*,... *sessenta e nove mil novecentos e noventa e nove*.

Setenta mil e *um*,... *setenta e nove mil novecentos e noventa e nove*.

Oitenta mil e *um*,... *oitenta e nove mil novecentos e noventa e nove*.

Noventa mil e *um*,... *noventa e nove mil novecentos e noventa e nove*.

31. Entre duas centenas de milhar consecutivas. —

Para exprimirem-se os numeros comprehendidos entre duas centenas de milhar consecutivas, juntam-se ás palavras: cem mil, duzentos mil, trezentos mil, quatrocentos mil, quinhentos mil, seiscentos mil, setecentos mil, oitocentos mil, novecentos mil, os nomes dos *noventa e nove mil novecentos e noventa e nove* primeiros numeros.

Eis como se obtêm os nomes dos numeros comprehendidos entre duas centenas de milhar consecutivas:

Cem mil e *um*,... *cento e noventa e nove mil novecentos e noventa e nove*.

Duzentos mil e um, ... duzentos e noventa e nove mil novecentos e noventa e nove.

Trezentos mil e um, ... trezentos e noventa e nove mil novecentos e noventa e nove.

Quatrocentos mil e um, ... quatrocentos e noventa e nove mil novecentos e noventa e nove.

Quinhentos mil e um, ... quinhentos e noventa e nove mil novecentos e noventa e nove.

Seiscentos mil e um, ... seiscentos e noventa e nove mil novecentos e noventa e nove.

Setecentos mil e um, ... setecentos e noventa e nove mil novecentos e noventa e nove.

Oitocentos mil e um, ... oitocentos e noventa e nove mil novecentos e noventa e nove.

Novecentos mil e um, ... novecentos e noventa e nove mil novecentos e noventa e nove.

CLASSE DOS MILHÕES

32. Das unidades de milhão. — A nove centenas de milhar juntando-se uma centena de milhar, obtém-se dez centenas de milhar; e esta collecção, segundo o principio convencional da numeração falada, fórma uma unidade de milhão (ou simplesmente *um milhão*) ou unidade de sétima ordem.

Formam-se as unidades de milhão como as unidades simples, servindo-nos dos mesmos nomes: um, dois, tres, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, e accrescentando-lhes a expressão *milhão*.

Assim dizemos: *um milhão, dois milhões, tres milhões, quatro milhões, cinco milhões, seis milhões, sete milhões, oito milhões, nove milhões.*

33. Das dezenas de milhão. — A nove milhões juntando-se um milhão fórma-se uma dezena de milhão ou unidade de oitava ordem.

Assim, dizemos: *uma dezena de milhão, duas dezenas de milhão, tres dezenas de milhão, quatro dezenas de milhão, cinco dezenas de milhão, seis dezenas de milhão, sete dezenas de milhão, oito dezenas de milhão, nove dezenas de milhão; ou dez milhões, vinte milhões, trinta milhões, quarenta milhões, cinquenta milhões, sessenta milhões, setenta milhões, oitenta milhões, noventa milhões.*

34. Das centenas de milhão. — A nove dezenas de milhão juntando-se uma dezena de milhão, tem-se uma collecção de dez dezenas de milhão; e esta collecção fórma uma unidade de ordem superior, chamada *centena de milhão* ou unidade de nona ordem.

Formam-se as centenas de milhão como as centenas de unidades, servindo-nos das mesmas expressões com o accrescimento da palavra *milhão*.

Assim, dizemos: *uma centena de milhão, duas centenas de milhão, tres centenas de milhão, quatro centenas de milhão, cinco centenas de milhão, seis centenas de milhão, sete centenas de milhão, oito centenas de milhão, nove centenas de milhão; ou: cem milhões, duzentos milhões, trezentos milhões, quatrocentos milhões, quinhentos milhões, seiscentos milhões, setecentos milhões, oitocentos milhões, novecentos milhões.*

35. Entre duas unidades de milhão consecutivas. — Para exprimirem-se os numeros comprehendidos *entre duas unidades de milhão consecutivas*, juntam-se ás palavras: *um milhão, dois milhões, tres milhões, quatro milhões, cinco milhões, seis milhões, sete milhões, oito milhões, nove milhões*, os nomes dos *novecentos e noventa e nove mil novecentos e noventa e nove* numeros já formados.

36. Entre duas dezenas de milhão consecutivas. — Para exprimirem-se os numeros comprehendidos *entre duas dezenas de milhão consecutivas*, juntam-se ás palavras: *dez milhões, vinte milhões, trinta milhões, quarenta milhões, cinquenta milhões, sessenta milhões, setenta milhões, oitenta milhões, noventa milhões*, os nomes dos *nove milhões novecentos e noventa e nove mil novecentos e noventa e nove* numeros já formados.

37. Entre duas centenas de milhão consecutivas. — Para exprimirem-se os numeros comprehendidos *entre duas centenas de milhão consecutivas*, juntam-se ás palavras: *cem milhões, duzentos milhões, trezentos milhões, quatrocentos milhões, quinhentos milhões, seiscentos milhões, setecentos milhões, oitocentos milhões, novecentos milhões*. os nomes dos *noventa e nove milhões novecentos e noventa e nove mil novecentos e noventa e nove* numeros já formados.

CLASSE DOS BILLIÕES

38. A nove centenas de milhão juntando-se uma centena de milhão, obtêm-se dez centenas de milhão; e esta collecção fórma uma unidade de billião (ou simplesmente um billião) ou unidade de decima ordem.

39. A classe dos billiões, como todas as outras, é formada de tres ordens: unidade, dezena e centena. Sómente para distingui-la de qualquer outra, precisamos dar-lhe o nome da unidade de classe, que é o billião.

Assim dizemos: unidade de billião, dezena de billião, centena de billião.

40. Contamos em cada uma das ordens desta classe, como já o fizemos nas identicas das classes precedentes. Assim:

Na ordem das unidades de billião dizemos: uma unidade de billião ou um billião, duas unidades de billião ou dois billiões, tres billiões, ... nove billiões.

Nas dezenas de billião dizemos: uma dezena de billião ou dez billiões, duas dezenas de billião ou vinte billiões, tres dezenas de billião ou trinta billiões, ... nove dezenas de billião ou noventa billiões.

Nas centenas de billião, dizemos: uma centena de billião ou cem billiões, duas centenas de billião ou duzentos billiões, tres centenas de billião ou trezentos billiões, ... nove centenas de billião ou novecentos billiões.

41. Para exprimirem-se os numeros comprehendidos entre duas unidades consecutivas de qualquer ordem desta classe, empregam-se os nomes dos numeros já conhecidos e que precedem á ordem de que se tratar.

Resumo

42. Em resumo, do que fica exposto conclue-se:

1.º Que os termos usados na nomenclatura classificam-se em duas categorias: a 1.ª comprehende as palavras um, dez, cem, mil, dez-mil, cem-mil, milhão, dez-milhões, cem-milhões, billião, etc., que exprimem as unidades de

differentes ordens; a 2.ª comprehende os nomes um, dois, tres, quatro, cinco, seis, sete, oito e nove, que indicam quantas unidades de cada ordem pôde conter um numero dado.

2.º Que as differentes ordens de unidades são:

Unidades simples ou unidades de.....	1.ª ordem
Dezenas ou unidades de.....	2.ª "
Centenas ou unidades de.....	3.ª "
Milhares ou unidades de.....	4.ª "
Dezenas de milhares ou unidades de.....	5.ª "
Centenas de milhares ou unidades de.....	6.ª "
Milhões ou unidades de.....	7.ª "
Dezenas de milhões ou unidades de.....	8.ª "
Centenas de milhões ou unidades de.....	9.ª "
Billiões ou unidades de.....	10.ª "

3.º Que as classes de unidades são: Classe das unidades simples, a de milhares, a de milhões, a de billiões, etc.

As tres primeiras ordens formam uma primeira classe:

1.ª ordem — unidades simples	} 1.ª classe ou classe das unidades
2.ª " — dezenas de unidades simples	
3.ª " — centenas de unidades simples	

As tres ordens seguintes formam uma segunda classe:

4.ª ordem — unidades	} de milhares — 2.ª classe ou classe dos milhares
5.ª " — dezenas	
6.ª " — centenas	

As tres ordens seguintes formam uma terceira classe:

7.ª ordem — unidades	} de milhões — 3.ª classe ou classe dos milhões
8.ª " — dezenas	
9.ª " — centenas	

E assim por diante.

4.º Que a serie dos numeros é infinita.

QUADRO DAS ORDENS E CLASSES

Classe dos bilhões			Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades		
12ª ordem	11ª ordem	10ª ordem	9ª ordem	8ª ordem	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
Centenas de bilhão	Dezenas de bilhão	Bilhão	Centenas de milhão	Dezenas de milhão	Milhão	Centenas de milhar	Dezenas de milhar	Milhar	Centenas de unidade	Dezenas de unidade	Unidades simples

Numeração escripta

Os dez algarismos

43. Para representarem-se todos os numeros, inventaram-se dez algarismos, cuja fórmula é a seguinte:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0

e cujos nomes são:

Um, dois, tres, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, zero.

44. Sabe-se pela nomenclatura, que qualquer ordem só pôde ter de *uma* até *nove* unidades. Vê-se, pois, que os primeiros nove algarismos prestam-se a representar unidades de todas as ordens. Por isso, para evitar confusão na escriptura numerica, estabeleceu-se o seguinte:

45. **Princípio convencional.** — *Todo algarismo escripto á esquerda de outro representa unidades dez vezes maiores do que as deste outro.*

46. Para applicar-se este principio a todos os casos houve necessidade de um decimo algarismo chamado *zero*, o qual, por si só não tendo valor algum, comtudo, collocado

á direita de qualquer um dos outros algarismos, preenche dois fins: 1.º assignala as ordens que faltam em um numero; 2.º determina a collocação dos algarismos que lhe ficam á esquerda, segundo as ordens de unidades que devem exprimir.

47. Qualquer um dos nove primeiros algarismos representa um valor, e por isso são elles chamados *algarismos significativos* e representam tambem as *unidades simples* ou os numeros *um, dois, tres, quatro, cinco, seis, sete, oito e nove.*

48. Para que possam esses mesmos algarismos representar as *dezenas*, é necessario que cada um delles fique, segundo o principio da numeração escripta, á esquerda de outro, que represente as unidades; *este outro é o zero.* Assim se representam as dezenas, de uma até nove, ou os numeros *dez, vinte, trinta, quarenta, cincoenta, sessenta, setenta, oitenta e noventa:*

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.

49. Para representarem-se os numeros comprehendidos entre duas dezenas consecutivas, substitue-se nos numeros acima o zero successivamente pelos algarismos 1, 2, 3, 4, ..., 9, e obtem-se:

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19
21, 22, 23, 24, 25, 29
31, 32, 33, 34, 39
41, 42, 43, 44, 49
51, 52, 53, 59
61, 62, 63, 69
71, 72, 79
81, 82, 89
91, 99

50. Quanto ás centenas, são ellas representadas pelos mesmos nove algarismos, comtando que, em virtude do principio convencional da numeração escripta, cada um delles fique á esquerda de outro que represente dezenas, e o que representa dezenas á esquerda de outro que occupe a ordem das unidades simples. Cada uma destas duas ultimas ordens deve, pois, ser representada por zero, occupando assim

cada algarismo significativo a terceira ordem. Deste modo se representam as centenas, de uma até nove, ou os números *cem, duzentos, trezentos, quatrocentos, quinhentos, seiscentos, setecentos, oitocentos, novecentos*:

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900.

51. Si nestes números acima escreverem-se os noventa e nove primeiros números nos lugares dos zeros representar-se-ão todos os números compreendidos *entre duas centenas consecutivas*. Assim obtem-se:

101, 102, 103, ...	110, 111, 112, ...	199
201, 202, 203, 204,		299
301, 302, 303, 304,		399
401, 402, 403,		499
501, 502, 503,		599
601, 602,		699
701, 702,		799
801, 802,		899
901,		999

52. Procedendo-se sempre, em todas as outras classes, como se fez na das unidades, representar-se-ão todos os números com o auxilio sómente dos dez algarismos.

Valor absoluto e valor relativo dos algarismos

53. Attendendo-se ao principio convencional da numeração escripta, vê-se que os algarismos têm dois valores: o *absoluto* e o *local*.

54. *Valor absoluto* de um algarismo é o dado pela forma desse algarismo; ou, por outra, é o valor que o algarismo tem como si estivesse só.

55. *Valor local* ou *relativo* é o dado pelo lugar que o algarismo occupa relativamente á casa das unidades. No numero 26, o valor absoluto do primeiro algarismo á direita é 6, porque essa é a forma do algarismo; do segundo, é 2. O valor local do primeiro é *seis unidades*; e do segundo, *duas dezenas* ou **20 unidades**,

Como se lê um numero de tres algarismos

56. Para lêr-se um numero de tres algarismos, nomêa-se successivamente cada um dos algarismos do numero, começando-se pela esquerda; pronuncia-se depois de cada um delles a palavra que corresponde á ordem indicada pelo lugar que o algarismo occupa.

Exemplo. — *Seja para lêr-se o seguinte numero: 729.*

Observando-se o disposto na regra acima, dizemos: *sete centenas, duas dezenas e nove unidades; ou setecentas e vinte e nove unidades.*

Como se lê um numero qualquer

57. Para lêr-se um numero qualquer, divide-se o numero em classes de tres algarismos da direita para a esquerda, exceptuando-se a ultima, que poderá constar de um, de dois, ou mesmo de tres. Lê-se o numero da esquerda para a direita, por classes, dando-se a cada uma a denominação competente.

Exemplo. — *Seja para lêr-se o seguinte numero:.....*
35 796 214.

Observando-se a regra acima, tem-se:

Milhões	Milhares	Unidades
35	796	214

e lê-se:

Trinta e cinco *milhões**), setecentas e noventa e seis mil, duzentas e quatorze *unidades*.

*) Quando o numero que se tem de lêr é expresso em réis, em lugar da palavra *milhão* usa-se da palavra *conto*.

Tambem quando um numero é expresso em réis, usa-se da seguinte figura \$, que se chama *cifrão*, e que se colloca *entre as centenas e os milhares*.

Como se escreve um numero de tres algarismos

58. Para escrever-se um numero de tres algarismos, escrevem-se successivamente os algarismos que exprimem quantas centenas, dezenas e unidades ha no numero dado, supprindo-se com zeros as ordens que faltarem.

Exemplo. — *Seja para escrever-se o seguinte numero: trezentos e quarenta e cinco.*

Neste numero ha 3 centenas, 4 dezenas e 5 unidades. Portanto, para que cada um dos algarismos represente a ordem respectiva, serão assim escriptos: 345.

Como se escreve um numero qualquer

59. Para escrever-se um numero qualquer, escreve-se primeiramente a classe mais elevada; á direita desta, a classe immediatamente inferior; e assim por diante até ás unidades simples, tendo-se o cuidado de preencher com zeros as classes e ordens que faltarem.

Exemplo. — *Seja para escrever-se o seguinte numero: trinta e cinco mil, quatrocentos e vinte e oito.*

Neste numero ha duas classes: a dos milhares e a das unidades. Já sabendo-se escrever numeros de tres algarismos, é facil escrever cada uma dessas classes, deste modo: 35 428.

Em conclusão:

60. Do que fica dito sobre a numeração se deprehende que, com os dez algarismos inventados, constituiu-se um systema de numeração, chamado decimal, por causa da convenção fundamental — que dez unidades de uma ordem formam uma unidade de ordem immediatamente superior.

61. Ha mais systemas de numeração; mas o que está universalmente adoptado é o decimal, e por isso só delle nos occupamos.

62. Chama-se base de um systema de numeração o numero de algarismos que entram nesse systema.

Deve-se ter em vista que um systema de numeração toma sempre o nome da base.

63. Os numeros que se escrevem com um só algarismo chamam-se *numeros simples*; taes são: 1, 4, 6, etc.; e *compostos*, os que se representam com mais de um: v. g. 21, 32, 456, etc.

64. *Arithmetica* é a sciencia que trata das propriedades mais elementares dos numeros e das operações que directamente sobre elles se podem effectuar.

Exercicios sobre a numeração dos inteiros

Escrever com algarismos os seguintes numeros:

1. Um, tres, quatro, seis, oito, nove, dois, cinco, sete.
2. Vinte e tres, trinta e dois, quarenta e sete, cincoenta e seis.
3. Sessenta e quatro, setenta e nove, oitenta e cinco, noventa.
4. Noventa e oito, cento e um, cento e oito, cento e doze.
5. Duzentos e cinco, trezentos e vinte e tres, quatrocentos e sete.
6. Quinhentos e vinte e tres, seiscentos e quinze, setecentos.
7. Setecentos e quarenta e nove, oitocentos e cincoenta e seis.
8. Novecentos e quarenta e sete, mil e quatro, mil e seis.
9. Dois mil e vinte e seis, tres mil e cem, tres mil cento e um.
10. Quatro mil duzentos e nove, quatro mil trezentos e cincoenta e dois, quatro mil e oito, cinco mil e vinte e sete.
11. Cinco mil seiscentos e treze, seis mil setecentos e oitenta e nove, sete mil trezentos e vinte e um.
12. Oito mil e um, nove mil e quatorze, onze mil e cinco.
13. Onze mil e trinta e quatro, doze mil trezentos e quarenta e cinco, quinze mil e oitenta e nove.
14. Duzentos mil e sete, trezentos mil e vinte e um, quatrocentos mil quinhentos e sessenta e sete, quatrocentos mil e nove.
15. Quinhentos e oito mil e sete, seiscentos mil e cincoenta e tres, setecentos e nove mil e oitenta e seis.
16. Setecentos e vinte e quatro mil e oito, oitocentos mil e dois.
17. Novecentos e oitenta e sete mil seiscentos e cincoenta e quatro.
18. Um milhão, dois milhões e quatro, tres milhões e quarenta e cinco, quatro milhões trezentos e vinte e um.
19. Cinco milhões cento e vinte e cinco mil, seis milhões quatro mil e dois, seis milhões cincoenta e quatro mil e trinta e dois.
20. Sete milhões quarenta e tres mil e trinta e seis.
21. Oito milhões cento e cincoenta e tres mil duzentos e dezeseis, nove milhões noventa mil e nove.

Ler e escrever com todas as letras os seguintes numeros:

22. 2, 5, 7, 9, 6, 8, 3, 10, 12, 17, 19, 20, 29, 30, 35, 40.
 23. 43, 47, 40, 58, 60, 62, 70, 74, 76, 80, 89, 90.
 24. 100, 204, 205, 425, 538, 647, 739, 892, 900, 916, 951, 963.
 25. 1009, 2007, 3015, 4927, 5143, 6483, 7201, 8036, 9001.
 26. 10002, 23005, 34027, 45036, 59321, 99009, 99099, 99999.
 27. 100001, 200034, 300567, 401890, 595151, 627012.
 28. 4000256, 5008007, 6007025, 7021032, 8542109.
 29. 59876543, 98765432, 83214003, 70067054, 10000003.
 30. 207006005, 403005014, 706005418, 806097214.
 31. 908432015, 999099009, 999009099, 999999999.
 32. 1002003004, 2034567089, 3574068025, 1234567890.

§ III — Numeração romana

65. Os numeros romanos representam-se por meio das seguintes sete letras maiusculas do alphabeto, cujos valores convencionados vêm indicados:

I, V, X, L, C, D, M.
um, cinco, dez, cincoenta, cem, quinhentos, mil.

Destes sete caracteres, quatro podem ser repetidos em um mesmo numero; são elles:

I, X, C, M.

Os outros tres, V, L, D, nunca se repetem no mesmo numero.

66. Para escreverem-se os numeros em caracteres romanos, adoptaram-se as seguintes convenções:

1.^a Quando uma letra representa um valor igual ou inferior ao de outra e se acha á direita desta outra, somam-se os valores de ambas.

II (*dois*); XX (*vinte*); CC (*duzentos*);
 VI (*seis*); XV (*quinze*); LX (*sessenta*).

2.^a Quando uma letra representa um valor menor do que o de outra e se acha á esquerda desta outra, subtrahese o valor da menor do da maior.

IV (*quatro*); IX (*nove*); XL (*quarenta*).

3.^a Quando uma letra de valor menor do que os de duas outras se acha entre ellas, subtrahese o seu valor do

da que lhe fica á direita, e junta-se o resto ao valor da letra da esquerda.

XIV (*quatorze*); CXL (*cento e quarenta*);
 CXC (*cento e noventa*).

Exercicios

Escrever em algarismos romanos os seguintes numeros:

1500 — 1630 — 1789 — 1822 — 1846 — 1889
 1531 — 1645 — 1792 — 1831 — 1858 — 1892
 1567 — 1654 — 1799 — 1835 — 1884 — 1900

Ler os seguintes numeros romanos:

V — L — D — M — MDCCCXLVI
 X — C — CC — CM — MDCCCLVIII
 IV — LV — CCC — MC — MDCCCLXXXIV
 VI — XL — CCCC — MCC — MDCCCLXXXVII
 IX — LX — DC — MCCC — MDCCCLXXXIX
 XI — XC — DCC — MCM — MCMXXIX
 XV — CX — DCCC — MD — MM

§ IV — Adição dos numeros inteiros

67. Operações são as diferentes maneiras por que se compõem e se decompõem os numeros.

68. As operações fundamentaes são quatro: *adição, subtracção, multiplicação e divisão.*

69. As operações de *composição* são: *adição e multiplicação*; as de *decomposição* são: *subtracção e divisão.*

70. Estas quatro operações são chamadas *fundamentaes**, porque todas as outras operações sobre os numeros se baseiam em alguma destas.

*) As operações propriamente *fundamentaes* são as duas: *adição e subtracção*; porque estas, sem se basearem em alguma outra, são fundamentos de muitas. A *multiplicação e divisão* já são operações *derivadas*, pois que não são mais do que *adições e subtracções abreviadas*. Comtudo, a *multiplicação e a divisão* se denominam tambem *fundamentaes*, porque, embora *derivadas*, ellas são elementos da formação de muitas outras operações.

71. **Adição** é a operação que tem por fim reunir em um só numero todas as unidades de muitos numeros dados da mesma especie.

72. **Nomes dos termos.** — Os numeros que se hão de sommar chamam-se *partes* ou *parcelas*, e o resultado da operação chama-se *todo* ou *somma*.

73. **Signal.** — Na adição emprega-se o seguinte signal $+$, que se lê: mais, e que se colloca entre as parcelas. Assim, $5 + 3$ se lê: 5 mais 3.

74. **Casos.** — Ha tres casos de adição:

- 1.º o da adição de dois numeros simples;
- 2.º o da adição de um numero composto e um simples;
- 3.º o da adição de dois ou mais numeros compostos.

PRIMEIRO CASO. — *Adição de dois numeros simples.*

75. Para sommar dois numeros simples, junta-se successivamente a um delles cada uma das unidades que compõem o outro.

Assim, querendo-se sommar 4 e 3, ajunta-se ao numero 4 successivamente cada uma das unidades que compõem o numero 3, dizendo-se: 4 mais 1, 5; mais 1, 6; mais 1, 7. A *somma* de 4 e 3 é 7.

Sendo 7 e 5 os dois numeros a sommar, junta-se a 7 successivamente cada uma das unidades que compõem o numero 5, e diz-se: 7 mais 1, 8; mais 1, 9; mais 1, 10; mais 1, 11; mais 1, 12. A *somma* de 7 e 5 é 12.

A' força de habito e com o auxilio da memoria, acaba-se por aprender a dizer immediatamente:

4 e 3, 7
7 e 5, 12

Para aprender-se de cór a *somma* de dois numeros simples quaesquer, organisou-se a seguinte:

Taboada de adição

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Explicação da tabella. — Os algarismos de 1 a 9 escriptos na primeira columna vertical á esquerda indicam o numero de unidades que se ajuntam aos numeros simples que se acham na primeira linha horizontal.

Assim, tomando-se o algarismo 1, diz-se 1 e 1, 2; 2 e 1, 3; 3 e 1, 4; 4 e 1, 5;... 9 e 1, 10.

Na linha que começa pelo 2 acham-se as *sommas* dos numeros simples augmentados de 2.

Assim, diz-se: 1 e 2, 3; 2 e 2, 4; 3 e 2, 5; 4 e 2, 6;... 9 e 2, 11.

Na linha que começa pelo 3 acham-se as *sommas* dos numeros simples augmentados de 3.

Assim, diz-se: 1 e 3, 4; 2 e 3, 5; 3 e 3, 6; 4 e 3, 7;... 9 e 3, 12.

E de um modo analogo se procede em todas as outras linhas horizontaes.

Uso da tabella. — Querendo saber-se qual é a *somma* de 6 e 5, procura-se o numero 6 na primeira linha horizontal e o 5 na primeira columna vertical; no cruzamento das duas linhas acha-se o numero 11, que é a *somma* procurada.

SEGUNDO CASO. — *Adição de um numero composto e um simples.*

Exemplo 1) $35 + 4;$

Exemplo 2) $349 + 7.$

76. Para sommar um numero composto com um simples, decompõe-se o maior em dezenas e unidades: junta-se o numero simples ás unidades do maior, e á esquerda do resultado escrevem-se as dezenas. (Exemplo 1).

Si juntando-se o numero simples ás unidades do composto a somma der dezena e unidades, escrevem-se as unidades debaixo das unidades, e, á sua esquerda, as dezenas do numero composto augmentadas de uma. (Exemplo 2).

$$\begin{array}{r} \text{Exemplo 1) } 35 \\ \quad \quad 4 \\ \hline 39 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Exemplo 2) } 349 \\ \quad \quad \quad 7 \\ \hline 356 \end{array}$$

Das reservas

77. As unidades superiores que provém da somma das unidades inferiores, quando levadas a juntar ás de sua especie, chamam-se reservas.

TERCEIRO CASO. — Adição dos numeros compostos.

$$\text{Exemplo. } 794\ 213 + 345\ 674 + 654\ 325 + 205\ 786 + 432\ 564.$$

78. Para sommar numeros compostos, escrevem-se as parcellas umas debaixo das outras, de modo que unidades fiquem debaixo de unidades, dezenas debaixo de dezenas, etc.; traça-se por baixo de todas uma risca, para separal-as da somma.

Começa-se a sommar pela ultima linha da direita. Si a somma não exceder a 9, escreve-se tal qual se achou; si, porém, exceder a 9, escrevem-se apenas as unidades de baixo da columna respectiva, e levam-se as dezenas para a columna das dezenas. Assim se procede até chegar-se á ultima columna, debaixo da qual se escreve o resultado tal qual se achou.

$$\begin{array}{r} \text{Parcellas } \left\{ \begin{array}{r} 7\ 9\ 4\ 2\ 1\ 3 \\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 4 \\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 5 \\ 2\ 0\ 5\ 7\ 8\ 6 \\ 4\ 3\ 2\ 5\ 6\ 4 \end{array} \right. \\ \hline \text{Somma } 2\ 4\ 3\ 2\ 5\ 6\ 2 \end{array}$$

Principaes usos da adição

(Tarnier)

Sob o ponto de vista pratico, os principaes usos da adição se resumem nos seguintes enunciados geraes:

- 1.º Uma pessoa pagou diversas compras: Quanto gastou ao todo? — A mesma pessoa fez diversas cobranças: Qual foi o total de seus recebimentos?
- 2.º Sabe-se a data do nascimento de uma pessoa: Em que anno terá ella uma idade determinada? Uma pessoa morreu com tal idade; sabe-se a data em que nasceu: Em que anno morreu?
- 3.º Por que preço deve-se vender uma mercadoria para realisar-se um certo lucro sobre o preço da compra?
- 4.º Qual é a população de um imperio, conhecendo-se a de cada uma de suas provincias?

Problemas sobre a adição

1. Em que anno uma pessoa nascida em 1920 terá 15 annos? — R. 1935.
2. Um pae tem 23 annos mais do que seu filho que tem 28 annos. Qual a idade do pai? — R. 51.
3. Uma pessoa nasceu em 1876; em que anno terá ella 54 annos? — R. 1930.
4. Voltaire nasceu em 1684 e morreu com 84 annos; em que anno morreu? — R. 1768.
5. Uma criança comeu 25 cerejas ao almoço, 56 ao jantar e 64 á ceia; quantas cerejas comeu? — R. 145 cerejas.
6. Uma escola está dividida em tres classes: a pequena tem 39 alumnos; a média 53; e a grande 45. Quantos alumnos tem esta escola? — R. 137 alumnos.
7. Uma pessoa tem na adéga tres barris de vinho: um contém 225 litros; outro 250 e o terceiro 285; quantos litros de vinho esta pessoa tem na adéga? — R. 760 litros.
8. Qual será a extensão de seis ruas: a primeira tem 475^m; a segunda 308^m; a terceira 403^m; a quarta 637^m; a quinta 735^m; a sexta 809^m? — R. 3367 metros.
9. Uma mercadoria custou 246\$000 réis; quer-se ter um lucro de 80\$000 réis: por que preço deve ser vendida? — R. 326\$000 réis.
10. Por quanto deve ser vendida uma casa que custou 18:900\$000 réis, para ter-se um lucro de 1:595\$000 réis? — R. 20:495\$000 réis.
11. Uma pessoa recebeu de uma outra 246\$000 réis; de outra 621\$000 réis e de outra 829\$000 réis; quanto recebeu ao todo? — R. 1:696\$000 réis.
12. Uma pessoa pagou 22\$000 réis por um vestido; 10\$500 réis por um chale; por uma capa 45\$000 réis; 2\$500 réis por um par de luvas; quanto gastou? — R. 80\$000 réis.

13. Um negociante perdeu 305\$600, vendendo certa mercadoria por 2:259\$200. *Quanto lhe custou ella?* — R. 2:564\$800 réis.

14. Um negociante vendeu 3 metros de fazenda por 30\$000; depois vendeu mais 9 metros por 64\$300 e 8 metros por 67\$200. *Quantos metros vendeu elle e que quantia recebeu?* — R. 20 metros; 162\$000 réis.

15. Janeiro tem 31 dias, fevereiro 28 ou 29, março 31, abril 30, maio 31, junho 30, julho 31, agosto 31, setembro 30, outubro 31, novembro 30 e dezembro 31. *Quantos dias tem o anno?* — R. 365 ou 366 dias.

16. A superficie do globo terrestre é dividida em cinco partes, que são: Europa, Asia, Africa, America, Oceania. Avalia-se a população da Europa em 370 milhões de habitantes; a da Asia em 320 milhões; a da Africa em 150 milhões; a da America em 135 milhões e a da Oceania em 45 milhões. *Qual é a população do globo terrestre?* — R. 1 billião e 520 milhões de habitantes.

17. Os departamentos mais populosos da França são os cinco seguintes: o do Sena, que tem 2 150 916 habitantes; o do Norte, que tem 1 392 768 habitantes; o do Rhódano, que tem 678 648; o do Baixo-Sena, que tem 792 041 habitantes; o do Baixo-Reno, que tem 588 970 habitantes. *Qual é a população dos cinco departamentos?* — R. 5 603 343 habitantes.

18. Uma pessoa contractou com um pedreiro para lhe fazer um poço, devendo pagar-lhe 2\$000 pelo primeiro metro de profundidade, 3\$200 pelo segundo, 4\$400 pelo terceiro; assim por diante, augmentando 1\$200 em cada metro. *Quanto receberá o pedreiro, si o poço tiver 10 metros de profundidade?* — R. 74\$000 réis.

19. Um operario fez a seguinte despeza em 1 anno: 120\$000, aluguel de casa; 300\$000, comida; 36\$000, lavagem de roupa; 24\$000, miudezas; 90\$000, vestuario. *Sobraram-lhe 30\$000. Quanto ganhou nesse anno?* — R. 600\$000.

20. Uma pessoa collocou na Caixa Economica: primeiro 80\$000; depois 136\$000; doutra vez, 166\$000; e finalmente, 218\$000. *Quanto possui ella?* — R. 600\$000.

§ V — Subtracção dos numeros inteiros

79. Subtracção é a operação que tem por fim, dada a somma de duas parcellas e uma dellas, achar a outra.

80. Nomes dos termos. — Os dois numeros dados chamam-se *termos* da subtracção; a somma chama-se *minuendo*; a parcella dada, *subtrahendo*; e a parcella que se procura, *resto*, *excesso* ou *differença*.

81. Da definição dada conclue-se que o *minuendo* e o *subtrahendo* devem ser da mesma especie, e da mesma é o *resto*.

82. A subtracção tem uma outra definição: É a operação que tem por fim tirar de um numero dado tantas unidades quantas ha em outro numero tambem dado.

Observação. — Pelas duas definições de subtracção vê-se que esta operação pôde-se fazer ou por *adição* ou por *diminuição*.

83. Signal. — Na subtracção emprega-se o seguinte signal (—), que se lê: *menos* e que se colloca entre o minuendo e o subtrahendo. Assim, 8—4, se lê: 8 menos 4.

84. Casos. — Ha tres casos de subtracção:

1.º o da subtracção de um numero simples de outro simples ou subtracção de um numero simples de um *composto tal que dê um resto simples*;

2.º o da subtracção de um numero simples de um *composto*;

3.º o da subtracção de um numero composto de outro *composto*.

Subtracção por addição

PRIMEIRO CASO. — *Subtracção de um numero simples de outro simples, ou subtracção de um numero simples de um composto tal que dê um resto simples.*

Sabe-se que o resto é simples, quando juntando-se 10 ao subtrahendo, o resultado é maior do que o minuendo.

Exemplo 1) 9 — 5;

Exemplo 2) 14 — 8.

85. Para resolver-se este primeiro caso, basta saber-se a taboada da addição.

Com effeito, sendo 9 uma somma de duas parcellas, quanto se deve ajuntar á parcella dada 5, para obter-se 9? Deve-se ajuntar 4. 4 é a *parcella procurada*.

Sendo 14 uma somma de duas parcellas e 8 uma dellas, qual será a outra? isto é, quanto deve-se juntar a 8, para obter-se 14? Deve-se juntar 6. 6 é a *parcella procurada*.

SEGUNDO CASO. — *Subtracção de um numero simples de um composto.*

Exemplo 1) 278 — 3;

Exemplo 2) 278 — 9.

86. Para subtrair um numero simples de um *composto*, decompõe-se este em dezenas e unidades: procura-se

quantas se devem ajuntar ao numero simples para obter-se as unidades do composto: o resultado escreve-se debaixo das unidades e á sua esquerda escrevem-se as dezenas no numero composto (Exemplo 1).

Si, decomposto o numero maior em dezenas e unidades o numero simples for superior ás unidades do composto, juntam-se ao simples as unidades precisas para igualar ás do composto augmentadas de 10; as unidades que se juntarem escrevem-se debaixo das unidades, e á dezena da somma juntam-se tantas quantas sejam necessarias para obterem-se as do numero composto. (Exemplo 2).

Exemplo 1)

27.8

3

275

Exemplo 2)

27.8

9

269

TERCEIRO CASO. — Subtração de um numero composto de outro composto.

Exemplo 1)

56387 — 21264

Exemplo 2)

56387 — 32568

87. Para subtrair um numero composto de outro composto, começa-se a operação pelas unidades simples, juntando ás do subtrahendo tantas quantas precisas forem para igualarem ás do minuendo; o numero que se juntar, escreve-se debaixo das unidades. E de modo identico se procederá em todas as outras ordens. (Exemplo 1).

Si, porém, o numero de unidades do subtrahendo for maior do que o das do minuendo, juntam-se ás do subtrahendo tantas unidades quantas forem precisas para igualarem ás do minuendo augmentadas de 10; as unidades que se juntarem escrevem-se debaixo das unidades e augmentam-se de 1 dezena as dezenas do subtrahendo. (Exemplo 2). O mesmo se fará em qualquer outra ordem em que se der o mesmo caso.

Exemplo 1)

5 6 3 8 7

2 1 2 6 4

3 5 1 2 3

Exemplo 2)

5 6 3 8 7

3 2 5 6 8

2 3 8 1 9

Subtração por diminuição

88. Neste methodo de subtração ha os mesmos tres casos que no de subtração por addição.

PRIMEIRO CASO. — Subtração de um numero simples de outro simples ou de um composto tal que dê um resto simples.

Exemplo 1) 8 — 5;

Exemplo 2) 15 — 9.

89. Para subtrair um numero simples de outro simples, tira-se successivamente do maior numero dado cada uma das unidades que compõem o menor.

Seja para subtrair 5 de 8.

Do numero 8 tira-se successivamente cada uma das unidades que compõem o numero 5, dizendo-se: 8 menos 1, 7; menos 1, 6; menos 1, 5; menos 1, 4; menos 1, 3. Assim, 8 menos 5, 3.

Do mesmo modo se procede quando, o numero menor sendo simples, o maior é menor do que o numero simples, augmentado de 10.

Seja para subtrair 9 de 15.

Dizemos: 15 menos 1, 14; menos 1, 13; menos 1, 12; menos 1, 11; menos 1, 10; menos 1, 9; menos 1, 8; menos 1, 7; menos 1, 6. Assim, 15 menos 9, 6.

SEGUNDO CASO. — Subtração de um numero simples de um composto.

Exemplo 1) 278 — 3;

Exemplo 2) 278 — 9.

90. Seja para subtrair um numero simples de um numero composto, tira-se o numero simples das unidades do composto; escreve-se o resto debaixo das unidades e á sua esquerda as dezenas do composto. (Exemplo 1).

Si o numero simples for maior do que as unidades do composto, juntam-se a estas 10, faz-se a subtração; escreve-se o resto debaixo das unidades e á sua esquerda as dezenas do composto diminuidas de uma. (Exemplo 2).

Exemplo 1) 27.8

3

275

Exemplo 2) 27.8

9

269

TERCEIRO CASO. — *Subtracção de um numero composto de outro composto.*

Exemplos: $\left\{ \begin{array}{l} 1) 78952765 - 54720634 \\ 2) 34521637 - 23612745 \\ 3) 53000768 - 43516827 \end{array} \right.$

91. Para subtrair um numero composto de outro composto, escreve-se o numero menor por baixo do maior de sorte que as unidades de uma mesma ordem se correspondam em columna vertical. Traça-se por baixo uma riscinha, e começa-se a tirar da direita para a esquerda as unidades de cada ordem do subtrahendo das respectivas do minuendo.

Si todas as unidades do subtrahendo forem menores do que as do minuendo, o resultado se obterá, observando-se o disposto no n.º 89. (Exemplo 1).

Si, porém, as do subtrahendo forem maiores do que suas respectivas do minuendo, toma-se uma unidade ao algarismo immediato á esquerda; decompõe-se essa unidade em unidades da ordem que se trata; juntam-se ás existentes nessa ordem e pratica-se a subtracção, considerando-se o algarismo da esquerda como diminuido de uma unidade. (Exemplo 2).

Si o algarismo ou os algarismos da esquerda forem zeros, consideram-se como outros tantos noves e despreza-se uma unidade no primeiro algarismo significativo á esquerda. (Exemplo 3).

Exemplo 1) $78952765 - 54720634$

Minuendo	7 8 9 5 2 7 6 5
Subtrahendo	5 4 7 2 0 6 3 4
Resto	2 4 2 3 2 1 3 1

Exemplo 2) $34521637 - 23612745$

³ 3	¹⁵ 4	¹ 5	¹⁰ 2	¹⁵ 1	¹³ 6	3	7
2	3	6	1	2	7	4	5
1 0 9 0 8 8 9 2							

Exemplo 3) $53000768 - 43516827$

⁴ 5	¹² 3	⁹ 0	⁹ 0	⁹ 0	¹⁷ 7	6	8
4	3	5	1	6	8	2	7
9 4 8 3 9 4 1							

Subtracção por complemento

92. Chama-se **complemento** de um numero a diferença entre dez unidades da ordem mais elevada desse numero e o proprio numero; ou, por outra: **complemento de um numero** é o que falta ao numero para completar dez unidades da sua ordem mais elevada.

Seja 468 o numero *cujo complemento se procura.*

Como as unidades de ordem mais elevada do numero 468 são *centenas*, toma-se a diferença entre dez centenas ou 1000 e 468, e ter-se-á:

⁹ 1	⁹ 0	¹⁰ 0
4	6	8
5 3 2		

Com effeito, o complemento de 468 é 532, porque 532 é o que falta a 468 para completar 10 centenas.

Para achar-se o complemento do numero 6350, toma-se a diferença entre 10 milhares e 6350, e ter-se-á:

⁹ 1	⁹ 0	¹⁰ 0	0	0
6	3	5	0	0
3 6 5 0				

Assim, 3650 é o complemento de 6350, porque 3650 é o que falta a 6350 para completar 10 milhares.

93. Pelas subtracções acima effectuadas vê-se que **Para obter-se o complemento de um numero**, subtraem-se de 9 todos os algarismos do numero, com excepção do ultimo algarismo *significativo* da direita, o qual se subtrahede de 10.

94. Para fazer-se uma subtracção por complemento, junta-se ao numero maior o complemento do menor, e da somma subtraem-se 10 unidades da ordem mais elevada do numero menor.

Exemplo 1). — Achar a diferença entre 56743 e 4287.

2. Uma pessoa foi ao mercado, levando consigo 10\$000. Comprou 2\$000 de carne; gastou 1\$800 em fructas e 960 réis em legumes. Quanto lhe resta? — R. 5\$240 réis.

3. Um tio deixou 9:600\$000 para serem repartidos entre duas sobrinhas e um sobrinho, e determinou que cada sobrinha recebesse 3:400\$000. Quanto cada sobrinha teve de mais do que o sobrinho? — R. 600\$000.

4. Tres irmãos herdaram 18:000\$000. Ao mais velho tocou 4:992\$000 e ao segundo 6:344\$000. Quanto o mais moço recebeu a mais do que o mais velho? — R. 1:672\$000 réis.

5. Uma pessoa deve 590\$000. Si ella tivesse 340\$000 mais do que tem, pagaria a sua dívida e ainda ficaria com 64\$000. Quanto tem essa pessoa? — R. 314\$000 réis.

6. Comprou-se um terreno, dividido em 3 lotes; custando o primeiro 2:580\$000; o segundo 1:920\$000 e o terceiro 1:460\$000. Vendeu-se o mesmo terreno em dois lotes, sendo o primeiro por 3:920\$000 e o segundo por 4:020\$000. Qual foi o lucro? —

7. Uma pessoa comprou uma casa por 6:500\$000; gastou em reparos 1:825\$240 e vendeu-a por 10:000\$000. Qual foi o lucro? — R. 1:674\$760 réis.

8. Um estudante para pagar 80\$000 que devia, pediu a um dos seus collegas 35\$000 emprestados. Feito o pagamento ainda ficou com 6\$500. Quanto tinha antes de receber o dinheiro emprestado? — R. 51\$500 réis.

9. Um negociante comprou uma peça de panno com 115 metros. Vendeu primeiramente 23 metros e depois 19 metros. Quantos metros ainda lhe restam? — R. 73 metros.

10. Um caixeiro deve 50\$000 ao alfaiate, a quem paga por prestações: na primeira entrega 10\$000; na segunda 15\$000; na terceira dá uma cedula de 100\$000. De quanto foi a terceira prestação, e quanto recebeu de troco? — R. A ultima prestação foi de 25\$000 e recebeu 75\$000 de troco.

§ VII — Multiplicação dos numeros inteiros

99. Multiplicação*) é a operação que tem por fim, dados dois numeros, formar com um delles um terceiro, do mesmo modo que o outro é formado com a unidade.

100. Nomes empregados. — O resultado da operação chama-se *producto*; os dois numeros dados chamam-se *factores*; o factor que é o elemento de formação do producto

*) A multiplicação tambem se define: A operação que tem por fim repetir um numero tantas vezes quantas são as unidades de outro.

Só se pôde applicar esta definição, quando o multiplicador for um numero inteiro.

chama-se *multiplicando*; o factor que mostra como o producto se fórma com o multiplicando, chama-se *multiplicador*.

101. **Signal** — Na multiplicação emprega-se o seguinte signal (\times), que se lê: **multiplicado por**, e que se colloca entre os factores. Tambem servimo-nos de um ponto (.) que se lê da mesma maneira. Assim 8×4 ou 8.4 , se lê **8 multiplicado por 4**.

102. **Casos.** — Ha tres casos de multiplicação:

- 1.º o da multiplicação de dois numeros simples,
- 2.º o da multiplicação de um numero composto por um simples;
- 3.º o da multiplicação de dois numeros compostos entre si.

PRIMEIRO CASO. — *Multiplicação de dois numeros simples.*

103. Os productos de dois numeros simples devem ser aprendidos de cór na tabella Pythagoras.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Explicação da tabella. — Cada linha horizontal contém os productos dos numeros simples pelo numero que está no principio de cada linha. Assim:

A primeira linha horizontal contém os productos dos numeros simples, por 1;

A segunda linha horizontal contém os productos dos numeros simples por 2; e dizemos: 2 vezes 1...2; 2 vezes 2...4; 2 vezes 3...6; ... 2 vezes 9...18.

A terceira linha horizontal contém os productos dos numeros simples por 3; e dizemos: 3 vezes 1...3; 3 vezes 2...6; 3 vezes 9...27.

E de um modo analogo se procede em todas as outras linhas horizontaes.

Uso da tabella. — Querendo saber-se qual o producto de 5 vezes 7, procura-se o 5 na primeira columna vertical e o 7 na primeira linha horizontal: no cruzamento das duas linhas acha-se o numero 35, que é o producto procurado.

SEGUNDO CASO. — Multiplicação de um numero composto por um simples.

Exemplo: 3587×8 .

104. Para multiplicar um numero composto por um simples escreve-se o multiplicando e por baixo delle o multiplicador; traça-se uma linha horizontal para separar os factores do producto, e começa-se a multiplicar da direita para a esquerda cada ordem de unidades do multiplicando pelo multiplicador, levando-se as reservas de cada producto a juntar ao producto seguinte.

$$\begin{array}{r} 3587 \text{ Multiplicando} \\ \underline{8 \text{ Multiplicador}} \\ 28696 \text{ Producto.} \end{array}$$

O multiplicador é 10, 100, 1000...

105. Para multiplicar-se um numero por 10, por 100, por 1000, etc., basta escrever-se á direita desse numero um, dois, tres, etc., zeros. — Em geral, para multiplicar-se um numero pela unidade seguida de zeros, basta escrever-se á direita do numero tantos zeros, quantos ha á direita da unidade.

$$\begin{array}{r} 25 \times 10 \\ 25 \times 100 \\ 25 \times 1000 \\ 25 \times 10000 \end{array} \begin{array}{l} \text{U} \\ \text{UU} \\ \text{UUU} \\ \text{UUUU} \end{array} \begin{array}{r} 250 \\ 2500 \\ 25000 \\ 250000 \end{array}$$

O multiplicador tem um algarismo significativo seguido de zero ou zeros

106. Para multiplicar-se um numero por um outro formado de algarismo significativo acompanhado de zeros, multiplica-se esse numero pelo algarismo significativo, e acrescentam-se á direita do producto tantos zeros, quantos ha á direita do algarismo significativo.

Querendo multiplicar-se 129 por 700 multiplica-se 129 por 7; e, á direita do producto 903 acrescentando-se dois zeros, obtem-se o producto procurado 90300.

TERCEIRO CASO. — Multiplicação de dois numeros compostos entre si.

Exemplo 2587×349 .

107. Para multiplicar-se um numero composto por outro composto, escreve-se o multiplicando e por baixo delle o multiplicador; traça-se uma linha para separar-se os factores do producto. Multiplica-se da direita para a esquerda todo o multiplicando successivamente por cada algarismo do multiplicador, tendo-se o cuidado de escrever o primeiro algarismo de cada producto embaixo do algarismo respectivo do multiplicador; sommam-se os productos parciaes*) e tem-se o producto total.

$$\begin{array}{r} 2587 \\ \underline{349} \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{Factores}$$

$$\begin{array}{r} 23283 \\ 10348 \\ 7761 \\ \hline 902863 \end{array} \begin{array}{l} 1.^\circ \text{ producto parcial} \\ 2.^\circ \text{ " "} \\ 3.^\circ \text{ " "} \\ \text{Producto total} \end{array}$$

108. Os dois factores terminam em zeros. — Quando o multiplicando ou o multiplicador, ou ambos conjunctamente terminarem em zeros, pratica-se a multiplicação sem attender-se aos zeros; e depois collocam-se á direita do producto total tantos zeros, quantos forem os de ambos os factores.

*) Productos parciaes são os productos obtidos pelos algarismos significativos do multiplicador.

Para multiplicar 43 200 por 23, effectua-se a multiplicação de 432 por 23, e á direita do producto 9 936 acrescentando-se dois zeros, será 993 600 o producto pedido.

Querendo multiplicar 3 267 por 48 000, effectua-se a multiplicação de 3 267 por 48, e á direita do producto 156 816 acrescentando-se tres zeros, será 156 816 000 o producto pedido.

O producto de 230 por 6 700 se obtém, multiplicando-se 23 por 67, e acrescentando-se tres zeros á direita do producto 1541. Assim, 1 541 000 será o producto pedido.

109. O multiplicador contém zeros intercalados. —

Quando entre os algarismos significativos do multiplicador ha zeros, não se escrevem os productos, porque são zeros. Neste caso pratica-se a multiplicação pelo algarismo significativo seguinte, escrevendo-se o primeiro algarismo deste producto embaixo do algarismo que serviu de multiplicador.

$$\begin{array}{r} \text{Ex.:} \quad 4 \ 3 \ 6 \ 0 \ 2 \\ \quad \quad 2 \ 0 \ 0 \ 9 \\ \hline \quad \quad 3 \ 9 \ 2 \ 4 \ 1 \ 8 \\ 8 \ 7 \ 2 \ 0 \ 4 \\ \hline 8 \ 7 \ 5 \ 9 \ 6 \ 4 \ 1 \ 8 \end{array}$$

OBSERVAÇÕES

OBSERVAÇÃO PRIMEIRA. — O producto de dois factores não muda, quando se inverte a ordem dos factores.

$$5 \times 7 = 7 \times 5$$

OBSERVAÇÃO SEGUNDA. — Para multiplicar-se um todo composto de partes por um numero, basta multiplicar-se cada parte do todo por este numero e ajuntar os productos parciaes.

$$(3 + 4 + 5) \times 6 = (3 \times 6) + (4 \times 6) + (5 \times 6) = 18 + 24 + 30 = 72.$$

OBSERVAÇÃO TERCEIRA. — Para multiplicar-se um numero por um todo composto de partes, basta multiplicar-se esse numero por cada parte do todo e ajuntar os productos parciaes.

$$5 \times (7 + 8 + 9) = (5 \times 7) + (5 \times 8) + (5 \times 9) = 35 + 40 + 45 = 120.$$

OBSERVAÇÃO QUARTA. — Quando se torna o multiplicando ou o multiplicador certo numero de vezes maior ou menor, o producto torna-se esse mesmo numero de vezes maior ou menor.

OBSERVAÇÃO QUINTA. — Quando se tornam simultaneamente multiplicando e multiplicador o mesmo ou diferente numero de vezes maiores ou menores, o producto torna-se tantas vezes maior ou menor, quantas são as unidades do producto dos factores introduzidos ou supprimidos.

Potencias

110. Chama-se potencia de um numero o producto de dois ou mais factores iguaes a esse numero. O factor que se repete denomina-se raiz ou base.

O numero de factores iguaes mostra o grau ou o indice da potencia.

Assim, $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ é a quarta potencia de 2 ou uma potencia do 4.º grau; $243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ é a quinta potencia de 3 ou uma potencia do 5.º grau; $9 = 3 \times 3$ é a segunda potencia de 3; $125 = 5 \times 5 \times 5$ é a terceira potencia de 5.

111. Indica-se abreviadamente uma potencia, escrevendo-se á direita do numero e um pouco acima um pequeno algarismo, chamado expoente.

Assim, a quarta potencia de 2 se escreve: 2^4 ; a quinta potencia de 7 se escreve 7^5 .

OBSERVAÇÕES. — A primeira potencia de um numero qualquer é o proprio numero que se considera como affecto do expoente 1. Assim, $3 = 3^1$; $5 = 5^1$; etc.

A segunda potencia recebeu a denominação de quadrado; e a terceira, a de cubo.

§ VIII — Operações sobre as potencias

112. Para multiplicar-se potencias da mesma base sommam-se os expoentes.

$$3^1 \times 3^2 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

113. Para dividir-se duas potencias da mesma base subtraem-se os expoentes.

$$\frac{7^3}{7^5} = \frac{7^5 \times 7^2}{7^5} = 7^2.$$

114. O producto de potencias do mesmo grau é igual á mesma potencia do producto dos factores, e vice-versa.

$$2^4 \times 3^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = (2 \times 3)^4.$$

115. O quociente de potencias do mesmo grau é igual á mesma potencia do quociente dos factores, e vice-versa.

$$\frac{8^5}{2^5} = \frac{8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \left(\frac{8}{2} \right)^5 = 4^5$$

116. Para elevar-se uma potencia á outra, multipliquem-se os expoentes.

$$(4^2)^3 = 4^2 \times 4^2 \times 4^2 = 4^6$$

117. Para extrair-se uma raiz de uma potencia, divide-se o expoente pelo indice.

$$\sqrt[5]{6^{10}} = 6^2, \text{ pois } 6^2 \text{ elevada á } 5.^{\text{a}} \text{ potencia, reproduz } 6^{10}.$$

Exercicios sobre as operações de potencias

- | | | |
|----------------------|-------------------|------------------------|
| 1.) $2^3 \times 2^5$ | 2.) $10^9 : 10^6$ | 3.) $3^3 \times 5^3$ |
| 8×8^4 | $4^8 : 4^4$ | $6^8 \times 7^8$ |
| $6^{10} \times 6^2$ | $6^5 : 6$ | $9^{12} \times 3^{12}$ |
| $5^6 \times 5^4$ | $9^8 : 9^2$ | $4^7 \times 8^7$ |
| $14^7 \times 14^2$ | $15^9 : 15^7$ | $18^6 \times 12^6$ |
| 4.) $6^4 : 2^4$ | 5.) $(5^7)^2$ | 6.) $\sqrt[4]{3^{16}}$ |
| $18^3 : 6^3$ | $(3^5)^4$ | $\sqrt[7]{10^{49}}$ |
| $24^6 : 3^6$ | $(8^2)^6$ | $\sqrt[3]{4^9}$ |
| $54^5 : 9^5$ | $(7^4)^3$ | $\sqrt[8]{2^{16}}$ |
| $36^{10} : 12^{10}$ | $(12^3)^5$ | $\sqrt[6]{8^{12}}$ |

Principaes usos da multiplicação

(Tarnier)

Sob o ponto de vista pratico, os principaes usos da multiplicação se resumem nos seguintes enunciados geraes:

- 1.º Qual é o valor de muitos objectos, quando se conhece o valor de um delles?
- 2.º Sabendo-se quantos objectos se podem comprar por um mil réis ou por um franco, achar quantos desses objectos se poderiam comprar com certa quantia de mil réis ou de francos.
- 3.º Quantos minutos tem um dia? Quantos segundos no mesmo tempo?
- 4.º Qual é a superficie de uma sala rectangular, conhecendo-se a largura e o comprimento? Qual é o volume de uma sala, conhecendo-se o comprimento, a largura e a altura.
- 5.º Quanto ganha por anno um operario, sabendo-se quanto elle ganha por dia? Qual será sua economia no fim de um anno, sabendo-se quanto economisa por dia?

Problemas sobre a multiplicação

1. Um typographo compoz num mez 54 paginas, ganhando por cada uma 1\$800 rs. Quanto recebeu? — R. 97\$200 réis.
2. Um metro de morim custa 1\$500 rs. Quanto custará uma peça de 18 metros? — R. 27\$000 réis.
3. Uma aula tem 17 bancos, em cada um dos quaes accommodam-se 12 alumnos. Quantos alumnos tem a aula? — R. 204 alumnos.
4. Uma casa tem 45 janellas; cada uma dellas tem 6 vidros. Quantos vidros têm as janellas? — R. 270 vidros.
5. Um hortelão, para contar com mais facilidade as arvores da sua horta, plantou-as em fileiras de 320 arvores; a horta tem 79 fileiras. Quantas arvores tem ella? — R. 25 280 arvores.
6. Uma resma de papel contém 20 mãos, e cada mão 25 folhas. Quantas folhas tem a resma? — R. 500 folhas.
7. O cerco de uma cidade durou 21 dias; durante este tempo os sitiados atiraram 545 bombas por dia. Qual é o numero de bombas atiradas durante o cerco? — R. 11 445 bombas.
8. Um vapor faz 5 viagens por dia, e transporta em cada uma dellas 243 pessoas. Qual é o numero de pessoas transportadas? — R. 1 215 pessoas.
9. O Sol é 1405000 vezes maior do que a Terra, a qual é 49 vezes maior do que a Lua. Quantas vezes o Sol é maior do que a Lua? — R. 68 845 000 vezes.
10. Adicionar 458 numeros iguaes ao numero 3 769. — R. 1 726 202.
11. Quantas horas tem um mez de 31 dias? — R. 744 horas.
12. Quantas pessoas vão em 32 wagons, si cada um delles leva 41 pessoas? — R. 1312 pessoas.
13. Um caderno de escripta tem 32 paginas e cada pagina 18 linhas. Quantas linhas tem este caderno? — R. 576 linhas.

14. Uma hora tendo 60 minutos, quantos minutos ha em 35 horas? — R. 2100 minutos.
15. Quantos mezes ha em 46 annos? — R. 552 mezes.
16. Quantos metros de panno ha em 20 peças, tendo cada uma 18 metros? — R. 360 metros.
17. Custando um metro de panno 6\$800, em quanto importarão 36 metros? — R. 244\$800 réis.
18. Em uma officina trabalham 45 operarios que ganham 4\$500 por dia cada um. Qual é a despeza diaria em pagamento? — R. 202\$500 réis.
19. Uma pessoa economisa 5\$400 por semana. Quanto economizará em 54 semanas? — R. 291\$600 réis.
20. Vendendo-se o cento de laranjas a 1\$500 rs., quanto custarão 300 laranjas? — R. 4\$500 réis.

Exercicios sobre a addição, subtração e multiplicação de inteiros

1. $3 \times 4 + 5 \times 6 - 2 \times 9 + 7 \times 6 - 8 \times 3 + 4$. — R. 46.
2. $5 \times 7 - 4 \times 8 + 2 \times 9 \times 6 - 3 \times 5 \times 6 + 4 \times 9$. — R. 57.
3. $6(4+3) + 7 \times 5 - 3(9-6) + 2 \times 3 \times 4$. — R. 92.
4. $10(5-2+4) - 9 \times 5 + 4 \times 3 \times 5 - 2(9+6-7)$. — R. 69.
5. $9(3+5-2) - 4 \times 8 - 3 \times 7 + 2(4+3-3 \times 2)$. — R. 3.
6. $4(7+3 \times 5 + 1) + 2 \times 7 \times 8 - 5(6-3+4 \times 9)$. — R. 9.
7. $12 + 7(5-2+3+8) - (9 \times 4 - 3 \times 6 + 1)$. — R. 91.
8. $3(5+6 \times 4 + 7) + 8 \times 9 \times 11 - (7 \times 3 \times 4 + 8)$. — R. 808.
9. $7[3+4 \times 5 - (6 \times 7 - 8 \times 4)] - 5 \times 3 \times 6$. — R. 1.
10. $5(2+3)(4+2) + (9-5)(8-6)$. — R. 158.

Problemas sobre as tres primeiras operações

1. Um commerciante tinha uma sacca de café com 37 kilogrammos. Vendeu 14 kilogrammos e depois 17. Quanto valem os kilogrammos restantes á razão de 2\$400 o kilo? — R. 14\$400.
2. Um taverneiro comprou 328 feixes de lenha por 9\$840. Vendeu 250 a 80 rs. e o resto a 60 réis. Quanto ganhou? — R. 14\$840 réis.
3. Um negociante vendeu a uma pessoa 6 cadeiras a 3\$500 cada uma, 2 ditas de braços a 8\$000 cada uma; e um banco de piano por 12\$000. O comprador deu uma nota de 100\$000; quanto se lhe deve dar de troco? — R. 51\$000 réis.
4. Um mestre de obras contractou 16 operarios a quem paga assim: 6 a 5\$000 cada um por dia, 3 a 4\$500 e os outros a 3\$500. Em quanto importa o pagamento de 6 dias de trabalho? — R. 408\$000 réis.
5. Paulo deve a Pedro 1:000\$000, que lhe paga em 4 prestações. Na primeira leva 27 notas de 5\$000; na segunda, 15 de 10\$000; na terceira, 16 de 20\$000. De quanto será a ultima prestação? — R. 395\$000 réis.
6. Entregaram-se as seguintes quantias: 15\$600 a uma pessoa; a uma segunda o dobro do que recebeu a primeira, menos 5\$200; a uma terceira o triplo do que recebeu a segunda, menos 14\$400;

e a uma quarta o dobro do que receberam a 2.ª e a 3.ª, mais 3\$200. Que quantia foi entregue ás 4 pessoas? — R. 287\$600 réis.

7. Em uma familia o chefe ganha 8\$320 por dia; sua mulher, 5\$000, e 2 filhos, 4\$600 cada um. Pergunta-se: 1.º) quanto ganha esta familia por semana de 6 dias de trabalho? 2.º) quanto póde economisar por semana, sendo a despeza diaria de 12\$000? — R. 1.º) 135\$120; 2.º) 51\$120 réis.

8. Um negociante de aves comprou 32 gallinhas a 1\$800 rs. cada uma, 48 frangos a 1\$100 rs., 16 patos a 2\$200 e 9 perús a 6\$500. Na venda ganhou 700 rs. por gallinha, 400 rs. por frango, 500 rs. por pato e 1\$500 rs. por perú. Pergunta-se: 1.º) quanto empregou na compra? 2.º) de quanto foi o lucro? 3.º) quanto arrecadou na venda? — R. 1.º) 204\$100 réis; 2.º) 63\$100 réis; 3.º) 267\$200 réis.

9. Uma pessoa vendeu 26 hectolitros de trigo a 10\$800 o hectolitro, e 18 hectolitros de vinho a 13\$500 o hectolitro. A importancia da venda deu para comprar um cavallo e mais 26 metros de panno a 2\$300 o metro. Quanto custou o cavallo? — R. 464\$000 réis.

10. Um negociante comprou 68 metros de panno a 6\$800 o metro, 47 metros de seda a 6\$000 o metro e 84 metros de velludo a 14\$400 o metro. Deu em pagamento 16 notas de 20\$000, 9 de 50\$000, 7 de 100\$000 e 1 de 500\$000. O comprador ainda ficou devendo alguma quantia? ou tem de receber troco? — R. 16\$000 réis.

§ IX — Divisão dos numeros inteiros

118. Divisão*) é a operação que tem por fim, dados o producto de dois factores e um delles, achar o outro.

119. Nomes dos termos. — O producto dado chama-se *dividendo*; o factor conhecido, *divisor*; e o factor que se procura, *quociente*.

O dividendo e o divisor chamam-se *termos* da divisão.

120. Signal. — Na divisão usa-se do seguinte signal (:) que se colloca entre os dois numeros que têm de dividir-se.

Tambem se usa de um traço (—), em cima do qual se escreve o dividendo, e embaixo o divisor.

Estes signaes se lêem: *dividido por*. Assim, 7:3 ou $\frac{7}{3}$, se lê: 7 dividido por 3.

*) Esta definição é a geral. Tambem ha duas outras definições: 1) Divisão é a operação que tem por fim repartir um numero dado em tantas partes iguaes, quantas são as unidades de outro tambem dado. 2) Divisão é a operação que tem por fim procurar quantas vezes um numero dado contém outro tambem dado.

121. Casos. — Ha quatro casos de divisão:

- 1.º divisor simples, devendo ser simples o quociente;
- 2.º divisor simples, devendo ser composto o quociente;
- 3.º divisor composto, devendo ser simples o quociente;
- 4.º divisor composto, devendo o quociente ser composto.

122. PRIMEIRO CASO. — *Divisor simples e quociente simples.*

Sabe-se que o quociente é simples, quando o producto do divisor por 10, é maior do que o dividendo.

Exemplo. — Seja para dividir 48 por 6

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Conhecendo-se a tabella da multiplicação, é facil achar se o quociente. Para isso, procurando-se 48 na columna vertical que começa por 6, vemos o numero 8 no principio da linha em que está o numero 48. Assim, 8 é o quociente de 48 por 6.

Si tivermos de dividir 58 por 7, procuraremos o numero 58 na columna vertical que começa por 7, e não o encontrando, vemos que está elle comprehendido entre 56 (producto de 7 por 8) e 63 (producto de 7 por 9). Assim, o numero proposto 58 contém o numero 7, 8 vezes, deixando um resto.*)

*) Quando o dividendo não é um producto exacto do divisor pelo quociente, diz-se que a divisão tem por fim procurar o maior numero de vezes que o dividendo contém o divisor.

SEGUNDO CASO. — *Divisor simples e quociente composto.*

Sabe-se que o quociente é composto, quando o producto do divisor por 10, é menor do que o dividendo.

Exemplo. — 7432 : 6.

123. Para dividir um numero composto por um simples, escreve-se o divisor á direita do dividendo, separando este daquelle por meio de uma risca vertical, e o divisor do quociente por meio de uma risca horizontal.

Procura-se quantas vezes o divisor cabe no primeiro algarismo da esquerda do dividendo, ou nos dois primeiros, quando o primeiro for menor do que o divisor; o numero de vezes se escreve no quociente, e por elle se multiplica o divisor, escrevendo-se o producto debaixo do dividendo parcial, que é o primeiro ou os dois primeiros algarismos da esquerda do dividendo. Subtrae-se esse producto do dividendo parcial, e á direita do resto se escreve o algarismo seguinte do dividendo principal, formando-se deste modo um segundo dividendo parcial. Assim se procede por diante.

Quando, porém, o resto com o algarismo seguinte do dividendo não contiver o divisor, escreve-se um zero no quociente; e, abaixando-se o algarismo seguinte do dividendo, continua-se a operação.

Dividendo.....	7 4 3 2		6.....	Divisor
	6		1 2 3 8	Quociente
2.º dividendo parcial	1 4		1 2	
3.º " "	2 3		1 8	
4.º " "	5 2		4 8	
			4....	Resto

OBSERVAÇÃO.— Para abreviar-se a divisão, quando se multiplica o quociente pelo divisor, não se escreve o producto do dividendo parcial: faz-se logo mentalmente a subtracção, como se vê no seguinte exemplo:

$$\begin{array}{r|l} 5276 & 8 \\ 47 & 659 \\ 76 & \\ 4 & \end{array}$$

TERCEIRO CASO. — Divisão de um numero composto por outro composto, devendo o quociente ser simples.

Sabe-se, como no primeiro caso, que o quociente é simples, quando o producto do divisor por 10 é maior do que o dividendo.

Exemplos. 1) $5368 : 3789$;
2) $8368 : 975$.

124. Para dividir-se um numero composto por outro composto, devendo o quociente ser simples, escreve-se o divisor á direita do dividendo, separando-se este daquelle por uma riscã vertical, e o divisor do quociente por uma riscã horizontal.

Si o dividendo tiver tantos algarismos quantos o divisor (1.º Ex.), divide-se o primeiro algarismo da esquerda do dividendo pelo primeiro á esquerda do divisor. O quociente se multiplicará por todo o divisor, e o producto se subtrairá do dividendo.

Si o dividendo tiver mais um algarismo que o divisor (2.º Ex.), divide-se o numero formado pelos dois primeiros algarismos á esquerda do dividendo pelo primeiro á esquerda do divisor, e procede-se depois como acima ficou dito.

Póde acontecer que, determinado o quociente, seja este excessivo (2.º Ex.). Isto se reconhecerá quando, multiplicando-se esse quociente pelo divisor, não se puder effectuar a subtracção, por ser o producto maior do que o dividendo. Neste caso diminue-se o quociente de uma unidade e pratica-se depois o que manda a regra.

Exemplo 1)

$$\begin{array}{r|l} 5368 & 3789 \\ 1579 & 1 \end{array}$$

Exemplo 2)

$$\begin{array}{r|l} 8368 & 975 \\ 568 & \end{array}$$

QUARTO CASO. — Divisão de um numero composto por outro composto, devendo o quociente ser composto.

Sabe-se que o quociente é composto, como no segundo caso, quando o producto do divisor por 10 é menor do que o dividendo.

Exemplos. 1) $456792 : 426$;
2) $35742 : 98$.

125. Para dividir um numero composto por outro composto, devendo o quociente ser composto, escreve-se o divisor á direita do dividendo, separando-se este daquelle por uma riscã vertical, e o divisor do quociente por uma riscã horizontal.

A' esquerda do dividendo separam-se tantos algarismos quantos forem precisos para conter o divisor, e busca-se quantas vezes o primeiro algarismo da esquerda do divisor se contém no primeiro, ou nos dois primeiros da esquerda do dividendo (conforme este dividendo parcial constar de tantos algarismos, ou de mais um dos que tiver o divisor). O quociente que se achar se escreverá no seu lugar competente; fórma-se o seu producto por todo o divisor, e subtrae-se esse producto dos algarismos separados á esquerda do dividendo. A' direita do resto se escreve o algarismo seguinte do dividendo, e continua-se do mesmo modo a divisão, até se acabarem os algarismos do dividendo.

Si acontecer que, escrevendo-se á direita do resto o algarismo do dividendo, o numero assim formado seja menor do que o divisor, escreve-se um zero no quociente, e á direita do dividendo parcial escrevendo-se o algarismo seguinte do dividendo, continua-se a operação.

Exemplo 1.º

$$\begin{array}{r|l} 456792 & 426 \\ 3079 & 1072 \\ 972 & \\ 120 & \end{array}$$

Exemplo 2.º

$$\begin{array}{r|l} 35742 & 98 \\ 634 & 364 \\ 462 & \\ 70 & \end{array}$$

OBSERVAÇÕES

OBSERVAÇÃO PRIMEIRA. — Quando se torna o dividendo certo numero de vezes maior ou menor, o quociente torna-se o mesmo numero de vezes maior ou menor.

OBSERVAÇÃO SEGUNDA. — Quando o divisor se torna

certo numero de vezes maior ou menor, o quociente torna-se o mesmo numero de vezes menor ou maior.

OBSERVAÇÃO TERCEIRA.—Quando tornando-se o dividendo certo numero de vezes maior ou menor, torna-se tambem o divisor esse mesmo numero de vezes maior ou menor, o quociente não muda. Si, porém, houver resto na divisão, elle se achará esse mesmo numero de vezes maior ou menor.

OBSERVAÇÃO QUARTA.—Quando o dividendo e o divisor acabam em zeros, supprimem-se em ambos igual numero de zeros; o quociente não muda: mas o resto deve-se multiplicar pela unidade seguida de tantos zeros, quantos foram supprimidos.

$$\begin{array}{r|l} 3641(000 & 56(000 \\ \cdot 281 & 65 \\ \cdot \cdot 1000 & \end{array}$$

OBSERVAÇÃO QUINTA.—Para dividir-se um numero pela unidade seguida de zeros, separam-se, com uma virgula, tantos algarismos á direita do dividendo, quantos são os zeros á direita da unidade. O numero á esquerda da virgula representa a parte inteira do quociente; e o da direita, o resto. Assim,

$$\frac{357}{106} = 3,57;$$

$$\frac{47389}{1000} = 47,389.$$

OBSERVAÇÃO SEXTA.—Para dividir-se um numero por um producto de muitos factores, basta dividil-o pelo primeiro factor do producto; o quociente obtido, pelo segundo factor, e assim por diante, até que se tenha dividido pelo ultimo factor. V. g.: Querendo dividir-se o numero 462 por um producto 42 (cujos factores são: 2, 3 e 7), basta dividi-lo pelo factor 2; o quociente 231, pelo segundo factor 3; o quociente 77, pelo factor 7, e ter-se-á o quociente 11 procurado.

$$\text{Com effeito, } \frac{462}{42} = 11.$$

OBSERVAÇÃO SETIMA.—Para dividir-se um producto por um de seus factores, basta supprimir esse factor no producto. V. g.

$$\frac{2 \times 3 \times 7}{7} = 2 \times 3 \times \frac{7}{7} = 2 \times 3 \times 1 = 6.$$

OBSERVAÇÃO OITAVA.—Quando um producto encerra todos os factores de outro producto, o quociente da divisão do primeiro pelo segundo se obtem, supprimindo-se no primeiro producto todos os factores do segundo.

$$\frac{3 \times 5 \times 7}{5 \times 7} = 3.$$

§ X — Prova real da multiplicação e da divisão

126. Para tirar-se a prova da multiplicação, divide-se o producto pelo multiplicador, e deve apparecer no quociente o multiplicando; ou divide-se o producto pelo multiplicando, e deve apparecer no quociente o multiplicador.

$$\begin{array}{r} \text{Exemplo.} \quad 4732 \\ \quad \quad \quad \quad 8 \\ \hline 37856 \end{array}$$

1.º Dividir o producto pelo multiplicador:

$$\begin{array}{r|l} 37856 & 8 \\ \cdot 58 & 4732 \\ \cdot 25 & \\ \cdot 16 & \\ \cdot 0 & \end{array}$$

2.º Dividir o producto pelo multiplicando:

$$\begin{array}{r|l} 37856 & 4732 \\ \cdot \cdot \cdot 0 & 8 \end{array}$$

127. Para tirar-se a prova real da divisão, multiplica-se o quociente pelo divisor, e junta-se o resto da divisão (si o houver). O numero que resultar deve ser igual ao dividendo.

Exemplo.	4 6' 8 9		5	
	. 1 8		9 3 7	9 3 7
	. 3 9			× 5
	. 4			4 6 8 5
				+ 4
				4 6 8 9

Principaes usos da divisão

(Tarnier)

Sob o ponto de vista pratico, os principaes usos da divisão se resumem nos seguintes enunciados geraes:

- 1.º Repartir igualmente certa quantidade de dinheiro ou de objectos quaesquer entre muitas pessoas.
- 2.º Qual é o preço de um objecto, conhecendo-se o preço de muitos desses objectos?
- 3.º Quantos objectos se podem obter com uma somma, conhecendo-se o preço de um objecto?
- 4.º Conhecendo-se a renda annual de uma pessoa, quanto pôde ella gastar por mez, por dia?

Problemas sobre a divisão

1. Uma roda em 24 horas faz 14 400 voltas. Quantas voltas faz a roda por hora? — R. 600 voltas.
2. A revolução franceza deu-se em 1879; em que seculo? — R. 18.º seculo.
3. Uma pessoa deixou a quantia de 500:000\$000 réis para ser dividida entre 25 pessoas. Quanto tocará a cada uma? — R. 20:000\$000 réis.
4. Dezoito metros de chita custam 23\$400. Quanto custará 1 metro? — R. 1\$300 réis.
5. Uma pessoa levou 120 dias para ir de Porto Alegre a China. Quantos mezes gastou na viagem? — R. 4 mezes.
6. Um metro de merino custa 7\$500 rs. Quantos metros se podem comprar por 45\$000 réis? — R. 6 metros.
7. Por uma maçã pagou-se 800 réis. Quantas maçãs se podem comprar por 9\$600 réis? — R. 12 maçãs.
8. Uma pessoa tem de renda annual 1:500\$000. Quanto pôde ella gastar por mez? — R. 125\$000 réis.
9. Uma pessoa ganha por mez 600\$000. Quanto ganha ella por dia? — R. 20\$000 réis.
10. O numero 72 841 é o producto de dois factores, dos quaes um é 23; qual é o outro? — R. 3 167.

11. Qual é o numero que, multiplicado por 307, dá o numero 75 215? — R. 245.

12. Exportaram-se da China 157 500 000 kilogrammos de chá em 7 annos. Quantos kilogrammos por anno? — R. 22 500 000 kilogrammos.

13. Uma locomotiva que faz 19 kilometros por hora deve percorrer 247 kilometros. Quantas horas levará ella na viagem? — R. 13 horas.

14. Um homem fez 162 metros de um trabalho em 9 dias. Quantos metros fez por dia? — R. 18 metros.

15. Pede-se um numero 17 vezes menor do que 731. — R. 43.

16. Qual é o numero que, sendo multiplicado por 5, acha-se augmentado de 1000 unidades? — R. 250.

17. Um empregado ganha 1:000\$000 por anno; quanto ganha por mez? — R. 83\$333 réis.

18. Quanto é preciso pagar por mez para em 7 mezes satisfazer uma divida de 354\$620? — R. 50\$660 réis.

19. Si uma porção de panno custou 57\$600, a como saiu um metro, sabendo-se que o panno comprado tinha 12 metros? — R. 48\$00 réis.

20. Gastaram-se 308\$000 com uma companhia de operarios, cada um dos quaes ganhava 1\$100. Qual era o numero de operarios? — R. 280 operarios.

Exercicios sobre a addição, subtracção, multiplicação e divisão dos inteiros

1. $6 \times 2 + 14 : 7 + 3 - 5 \times 8 : 4 + 27 : 9 \times 6$. — R. 25.
2. $18 : 3 + 5 \times 7 + 2 \times 12 : 4 - 6(9 + 7 - 11)$. — R. 17.
3. $5 \times 9 + 6 + 24 : 8 + 15 : 5 \times 4 + 7 - 3 \times 12 : 9$. — R. 69.
4. $2(3 \times 4 + 10 : 5) + 3(14 : 2 - 5 + 7) + 105 : 3 : 7$. — R. 60.
5. $(15 + 7 \times 6 : 3 - 4 \times 2) + 11 + 23 - 39 : 13 + 8$. — R. 60.
6. $8(4 + 9 \times 3 : 15 : 5 - 7) + 5005 : 13 : 11 - 9 \times 8 \times 7$. — R. 155.
7. $593 - (7 + 12 \times 48)$ R. 10.

$$\begin{array}{r} 848 - 728 \\ \hline - 4 \end{array}$$

8. $[210 : (2 \times 7) + (6 - 2)(9 - 4)] \times (3 + 5 \times 4)(2 \times 6)$. — R. 9660.
9. $100 : 2 : 5 + (7 \times 3 + 9)(6 \times 3 - 8)(15 : 3 + 7)$. — R. 3610.
10. $5[(3 + 4 \times 5) - (6 \times 9 - 3 \times 17)] + 5 - (8 - 3 + 40 : 10)$. — R. 96.

Problemas sobre as quatro operações de inteiros

1. Uma senhora comprou 4 kilogrammos de lã a 2\$800 cada kilo; para fiar pagou 300 rs. por kilo. Gastou 40 dias para fazer meias, que ella vendeu por 1\$500 o par. Com 1 kilogrammo de lã ella fez 8 pares; quanto ganhou por dia? — R. \$90 réis.
2. Com 2:904\$000 um negociante comprou 15 pegas de panno. 4 das quaes valem 168\$000 cada uma; e 6, 192\$000 cada uma. Quanto vale cada uma das outras? — R. 216\$000 réis.
3. Um negociante comprou 245 kilos de assucar a 900 rs. o kilo; 70 ditos de sabão a \$00 rs. cada um, e 25 de banha a 1\$300 rs.

o kilo. Saldou o debito pagando á vista 247\$200. Quanto lhe abateram na importancia da compra, e esse abatimento a quantos por cento corresponde? — R. 61\$800; 20 por cento.

4. Perguntando-se a um jogador quanto ganhára em 4 partidas que jogára, respondeu: na segunda partida o meu ganho foi o triplo do que havia alcançado na primeira, menos 1\$200; na terceira ganhei tanto como nas duas primeiras, mais 600 rs.; na quarta ganhei duas vezes mais do que na segunda, com tres vezes mais do que na terceira, menos 12\$600. O ganho total tendo sido de 12\$600, quanto ganhou em cada partida? — R. 1.^a 1\$200 réis; 2.^a 2\$400 réis; 3.^a 4\$200 réis; 4.^a 4\$800 réis.

5. Dois correios dirigem-se um para o outro; a distancia que os separa é de 500 kilometros. Um que faz 16 kilometros por hora, parte ao meio dia; e o outro, que faz 12 kilometros no mesmo tempo, parte 5 horas depois do primeiro. A que horas se encontrarão, e a que distancia dos respectivos pontos de partida estará cada um? — R. A's 8 horas da manhã; 1.^o 320 kilometros; 2.^o 180 kilometros.

6. Dois correios seguem o mesmo caminho, levando um sobre o outro 100 kilometros de avango. O primeiro que faz 10 kilometros por hora, parte ás 8 horas da manhã; e o segundo que faz 15 kilometros por hora, parte no mesmo dia ao meio dia. A que horas se encontrarão, e a que distancia dos respectivos pontos de partida estará cada um? — R. A's 4 horas da tarde do dia seguinte; 1.^o 320 kilometros; 2.^o 420 kilometros.

7. Um especieiro comprou por 75\$200 uma sacca de café com minue $\frac{1}{5}$ no peso. A torração deste café custa 80 rs. por kilo e tirado para ganhar 20 por cento? — R. 2\$000.

8. Um mascate comprou 12 duzias de lenços a 6\$000 a duzia; perdeu 5 lenços. A como deve vender cada um dos outros para ter um lucro de 25\$300? — R. 700 réis.

9. Uma pessoa, que ganha annualmente 1:200\$000 gasta 1\$600 por dia e economisa 300\$000. Quantos litros de vinho de 800 rs. o litro poderá comprar com o resto do seu ordenado? — R. 375 litros.

10. Um negociante comprou 208 kilogrammos de mercadoria por 260\$000; vendeu a oitava parte por 38\$350, e o resto á razão de 1\$600 cada kilo. Qual foi o lucro? — R. 69\$550 réis.

Problemas de recapitulação das quatro operações sobre inteiros

1. Uma pessoa deu por conta de uma divida sua, a quantia de 225\$000 réis e ficou devendo ainda 339\$000 réis. Quanto devia ella? — R. 564\$000 réis.

2. Uma pessoa nasceu em 1809 e morreu com a idade de 34 annos. Em que anno morreu? — R. 1843.

3. Compraram-se 10 metros de chita por 12\$000; 8 metros de morim por 11\$200 réis, 4 metros de fita por 3\$200 réis. Qual o gasto feito? — R. 26\$400.

4. A invenção da imprensa data de 1445 e a da polvora de 1474. Quanto tempo decorreu entre estas duas épocas? — R. 29 annos.

5. Um vapor caminhou 35 dias; para fazer a viagem elle gasta 52 dias. Quantos dias lhe faltam? — R. 17 dias.

6. Um barril cheio de azeite pesa 137 kilogrammos; vasio, o mesmo barril pesa 19 kilogrammos. Qual é o peso do azeite? — R. 118 kilogrammos.

7. Carlos Magno nasceu em 742 e morreu com 72 annos, depois de ter reinado 46 annos. Em que anno foi elle elevado ao throno e em que anno morreu? — R. 768; 814.

8. Uma escola estava dividida em tres classes, tendo: a pequena, 69 alumnos; a média, 48; a grande, 53. Sairam 12 da pequena, 8 da média e entraram 7 para a grande. Quantos alumnos ha na escola e em cada classe? — R. 157. 57 (cl. peq.); 40 (cl. méd.); 60 (cl. gr.).

9. Repartiram-se 144\$000 entre tres pessoas, de modo que á primeira tocou 52\$000, á segunda 8\$000 menos que a primeira. Qual a parte que tocou á terceira? — R. 48\$000 réis.

10. A luz percorre 310 000 kilometros por segundo. Quantos kilometros percorre por dia? — R. 23.784.000.000 kilometros.

11. Uma pessoa nasceu em 1898; em que anno terá ella 32 annos — R. 1930.

12. Francisco I, rei da França, nasceu em 1494 e morreu em 1549. Quanto tempo viveu? — R. 55 annos.

13. Um alumno fazendo uma addição achou para somma 34 597. O mestre, depois de ter examinado a operação, lhe disse: Vmcê. enganou-se. Na primeira columna á direita contou 1 de mais; na segunda columna, esqueceu-se de levar 2 de reserva; na terceira, contou 2 de menos e na quarta, contou 3 de mais. Qual devia ser o resultado e qual é a differença entre o resultado achado pelo alumno e o verdadeiro resultado? — R. 31816; 2781.

14. Suppondo-se que um livro de 450 paginas tem 36 linhas por pagina e 24 letras por linha; pergunta-se quantas letras tem o livro? — R. 388 800 letras.

15. Multiplicando-se dois numeros inteiros, dos quaes 63 era o multiplicando, obteve-se o producto 3 339; mas tomou-se um 5 por um 3 no algarismo das unidades do multiplicador. Qual deve ser o verdadeiro producto? — R. 3465.

16. Um operario trabalhou 17 dias, á razão de 540 réis por dia, em casa de um homem a quem elle devia 16\$000. Quanto deve elle ainda? — R. 6\$820 réis.

17. Um pai repartiu os seus bens entre os seus quatro filhos; deu ao mais velho 5:500\$000 réis; ao segundo, 3:000\$000 réis; ao terceiro, 2:800\$000 réis, e ao quarto 1:800\$000 réis. Em quanto importavam os bens do pai? — R. 13:100\$000 réis.

18. Um pai tem 45 annos e o seu filho 18; quando o pai tiver 60 annos, qual será a idade do filho? — R. 33 annos.

19. Uma herança foi assim dividida: o primeiro herdeiro recebeu 5:600\$000; o segundo, 320\$000 menos; o terceiro, 200\$000 menos do que o segundo; além disso, 1:440\$000 foram legados aos hospitaes e 480\$000 distribuidos aos pobres. Qual é a importancia desta herança? — R. 17:880\$000 réis.

20. Uma obra foi feita em 64 dias por 6 operarios, que trabalharam 11 horas por dia. *Quantas horas trabalharia um operario só, para fazer a mesma obra?* — R. 4224 horas.

21. Tres pessoas repartiram entre si uma herança. A primeira teve o dobro do que tocou á segunda; a segunda, o triplo do que tocou á terceira que recebeu 300\$000. — *De quanto era a herança?* — R. 3:600\$000 réis.

22. Um livreiro comprou 12 volumes a 1\$400 cada um e recebeu um 13.º de graça. *Que lucro teve elle, vendendo cada volume a 1\$700?* — R. 5\$800 réis.

23. Uma pessoa deve a quantia de 734\$000. Dá em pagamento 74 metros de linho a 1\$500 o metro, 42 metros de panno a 6\$000 o metro, e 27 metros de panno a 900 réis o metro: *quanto ainda está devendo?* — R. 346\$700 réis.

24. *Qual é o numero que, multiplicado por 307, dá o numero 75 215?* — R. 245.

25. Quatro metros de panno tendo custado 14\$880 réis, *a como saiu o meio-metro?* — R. 1\$860 réis.

26. O menor de dous numeros excede sua differença de 17, e a sua somma é 112. *Quaes são estes numeros?* — R. 69; 43.

27. Comprei uma casa por 21:396\$000; gastei para reparar-la 5:907\$200, e desejo vendê-la lucrando 2:400\$000. *Por que preço devo vendê-la?* — R. 29:703\$200 réis.

28. Uma pessoa que casou-se tendo 25 annos, morreu em 1842, 30 annos depois de casada. *Em que anno nasceu ella?* — R. 1787.

29. O raio do equador terrestre é de perto de 6 377 kilometros; a distancia da Terra ao Sol vale 24 068 vezes este raio. *Quantos kilometros ha da Terra ao Sol?* — R. 153481636 kilometros.

30. Uma tia deixa a metade de sua fortuna a 5 sobrinhos e a outra metade a 3 sobrinhas. *Que parte deve tocar a cada um dos herdeiros, sendo de 6:336\$000 a fortuna da tia?* — R. 633\$600 réis (sobr.).

31. *Qual é o numero que, sendo dividido por 8, acha-se diminuido de 861 unidades?* — R. 981.

32. Um pai deixa a fortuna de 14:600\$000 para ser dividida entre seus tres filhos. O primeiro recebeu 4:980\$000; o segundo 140\$000 menos do que o primeiro. *Qual a parte do terceiro?* — R. 4:780\$000 réis.

33. Para pagar os salarios de um criado durante um anno deu-se-lhe: 3 moedas de 20 francos, 16 de 5 e 5 de 2 francos. *Quanto ganha por anno este criado?* — R. 150 francos.

34. Ajustaram-se 7 operarios á razão de 3\$500 réis por dia cada um; trabalharam 95 dias e cada operario fez por dia 3 metros. Tendo-se vendido a 2\$000 o metro, *qual o lucro ou prejuizo?* — R. 1:662\$500 réis.

35. Dois trens partem ao mesmo tempo, um de Paris e outro de Strasbourg; o primeiro faz 43 kilometros por hora; o segundo, 57. Sendo de 500 kilometros a distancia das duas cidades (pela estrada de ferro), *depois de quantas horas se encontrarão os trens?* — R. 5 horas.

36. Si eu tivesse o dobro do que tenho e mais 15\$200, poderia comprar um movel pelo qual me pedem 170\$400. *Quanto tenho?* — R. 77\$600 réis.

37. Um moleiro deve moer 70 saccos de trigo de 75 kilogrammos cada um, em 25 dias. *Quantos kilogrammos de trigo deve moer por dia?* — R. 210 kilogrammos.

38. Tres operarios, que trabalharam juntos, ganharam: o primeiro 160\$000; o segundo, tanto como o primeiro e mais 60\$000; e o terceiro tanto como os outros dois juntos. *Quanto recebeu cada um e qual foi o total da receita?* — R. 220\$000 réis (2.º); 380\$000 réis (3.º); 760\$000 réis (receita).

39. Uma pessoa possuia a quantia de 4:800\$000 réis; pagou uma divida de 3:400\$000. *Com quanto ficou?* — R. 1:400\$000 réis.

40. Repartir 3:600\$000 entre duas pessoas de modo que a primeira tenha o mesmo numero de notas de 10\$000 que a segunda de 5\$000. *Quanto receberá cada uma?* — 2:400\$000 (1.º); 1:200\$000 (2.º).

41. Com 216\$000 mais do que tenho, poderia pagar uma divida de 720\$000 e ainda ficaria 11\$200. *Quanto possuo?* — R. 515\$200 réis.

42. Um negociante comprou 463 barricas de sebo por 10:741\$600. Tendo-as vendido com o lucro de 926\$000, *quanto ganhou em cada barrica e por que preço vendeu cada uma?* — R. 2\$600 (lucro em cada barrica); 25\$200 (preço de venda de cada uma).

43. Quinze duzias de lenços custaram 126\$000, e foram vendidas por 135\$000. *Quanto se ganhou em cada duzia?* — R. 600 réis.

44. Uma sala tem 72 decimetros de comprimento e 57 de largura. Querendo-se assoalhal-a com taboas de 18 decimetros de comprimento e 2 decimetros de largo, *quantas taboas se deverão empregar?* — R. 114 taboas.

45. Luiz XIV nasceu em 1638 e morreu em 1715. *Com que idade?* — R. 77 annos.

46. A distancia da Terra ao Sol é, mais ou menos, de 153.624,000 kilometros; a luz deste astro gasta 8 minutos para chegar até nós. *Quantos kilometros percorre ella por minuto?* — R. 19.203,000 kilometros.

47. *Pede-se um numero 19 vezes menor do que 817.* — R. 43.

48. Para comprar uma mesa de 5\$000, uma cadeira de 2\$500 e um lampeão de 3\$000, pedi emprestados 2\$500 que com o meu dinheiro deram para a compra, restando-me ainda 800 rs. *Que quantia tinha eu?* — R. 8\$800 réis.

49. Suppondo-se que uma pessoa deu 7140 passos numa hora, *quantos passos deu por minuto?* — R. 119 passos.

50. Um negociante comprou uma peça de fazenda com 74 metros, a 5\$200 o metro; fez vendas na importancia de 2548800 réis. *Quantos metros ainda lhe restam e quantos vendeu?* — R. 25 metros (rest.); 49 metros (vend.).

51. *Qual é o numero que sendo reunido á nona parte de 2457, dá para a somma 2731?* — R. 2458.

52. Si a quantia que possuo fosse multiplicada por 8 e o producto dividido por 7, eu teria 24\$000. *Quanto tenho?* — R. 21\$000.

53. *Qual é o numero que, sendo multiplicado por 12, dá o mesmo producto que 456 multiplicado por 15?* — R. 570.

54. Duas turmas de operarios receberam, uma 800\$000 e a outra 560\$000, ganhando cada um o mesmo salario. Dizei o numero de operarios que ha em cada turma e quanto ganha cada um d'elles, sabendo-se que o pessoal das turmas é de 136 operarios. — R. 80 (1.^a turma); 56 (2.^a); 10\$000 (salario).

55. Duas turmas de operarios receberam, uma 800\$000 e a outra 560\$000; cada operario ganha o mesmo salario. Pergunta-se: quantos operarios tem cada turma e quanto ganha cada um, sabendo-se que a primeira turma tem 30 operarios mais do que a segunda? R. 100 (1.^a turma); 70 (2.^a turma); 8\$000 (salario).

56. Achar um numero tal que delle tirando-se 56 e dividindo-se o resto por 55, acha-se 285 $\frac{1}{4}$ para quociente e zero para resto. — R. 157026.

57. Um negociante comprou 78 kilogrammos de mercadoria á razão de 2\$800 o kilogrammo, 87 kilogrammos a 2\$400, 69 kilos a 3\$600 o kilo; torna a vender tudo a 3\$200 o kilo; qual é o lucro? — R. 73\$200 réis.

58. O menor de dois numeros excede sua differença de 7, e a sua somma é 41. Quaes são esses numeros? — R. 25; 16.

59. Tres pessoas dividiram entre si a quantia de 446\$400. A primeira tomou a terça parte, a segunda a quarta parte da mesma quantia e a terceira o resto. Quanto tocou a cada uma? — R. 148\$800 (1.^a); 111\$600 (2.^a); 186\$000 (3.^a).

60. Dividir 4:800\$000 por duas pessoas, de modo que a primeira tenha 1:200\$000 mais do que a segunda. — R. 3:600\$000 (1.^a); 1:800\$000 (2.^a).

61. Dividir 21\$600 entre quatro pessoas, de modo que a segunda tenha o dobro da primeira, a terceira tenha o triplo da segunda, e a quarta tenha tanto como as outras tres. — R. 1\$200 (1.^a); 2\$400 (2.^a); 7\$200 (3.^a); 10\$800 (4.^a).

62. Repartir 18:000\$000 entre 9 herdeiros. Os quatro primeiros devem receber cada um 2:960\$000 e os outros o resto dividido em partes iguaes. Quanto tocará a cada um destes? — R. 1:232\$000 réis.

63. O producto de dois numeros é 144, e o sexto deste producto é igual a tres vezes o menor. Quaes são estes dois numeros? — R. 8; 18.

64. Um dos dois factores duma multiplicação é 37; e 5 vezes o producto dos dois é 10 730. Qual é o outro factor? — R. 53.

65. Um operario ganhou 411\$000 em um anno. Quantos dias trabalhou elle, ganhando 1\$500 por dia? — R. 274 dias.

66. Uma pessoa ganha 1\$400 por dia; em quantos mezes ganhará 252\$000? — R. 6 mezes.

67. Foram pagos 15 obreiros a 3\$500 e 128 a 2\$800 por dia; durante 100 dias que trabalharam fizeram 7 950 metros, que foram vendidos a 10\$000 o metro; qual foi o lucro? — R. 33:410\$000 réis.

68. Dividir 356\$000 entre 3 pessoas, de modo que a primeira tenha 72\$000 mais do que a segunda, e a segunda 46\$000 mais do que a terceira. — R. 64\$000 (3.^a); 110\$000 (2.^a); 182\$000 (1.^a).

69. Uma guarnição de 5 115 homens tem viveres para 20 dias. Quantos dias durarão os viveres si chegar um reforço de 3 410 homens? — R. 12 dias.

70. O todo de tres numeros é de 131; o terceiro é 89, e o segundo é o quintuplo do primeiro. Quaes são estes numeros? — R. 7; 35; 89.

71. Uma pessoa comprou 200 metros de fazenda por 120\$000. Tendo vendido 75 metros a 1\$200 o metro, a como deve vender cada um dos metros restantes, querendo ganhar 90\$000 em todo o negocio? — R. 960 réis.

72. Um negociante comprou 384 litros de vinho por 600\$000. Vendeu: 96 litros a 1\$000 o litro; 76 a 1\$500; e 64 a 2\$000 o litro. O resto foi vendido a 2\$500 o litro. Quantas peças de chita poderá comprar com o lucro, á razão de 12\$000 cada peça? — R. 9 peças.

73. Dividir 3:840\$000 entre quatro pessoas, de modo que a primeira tenha 120\$000 mais do que a segunda, a segunda 100\$000 mais do que a terceira e a terceira 80\$000 mais do que a quarta. — R. 820\$000 (4.^a); 900\$000 (3.^a); 1:000\$000 (2.^a); 1:120\$000 (1.^a).

74. Uma pessoa comprou 350 metros de fazenda de duas qualidades, tantos de uma como de outra. A segunda qualidade custou 12\$000 o metro, e 5 metros da primeira custam tanto como 7 da segunda. Quanto pagou? — R. 5:040\$000.

75. Uma guarnição de uma praça, composta de 1 800 homens, só tinha viveres para 14 dias, quando fez uma sortida em que perdeu 400 homens. Suppondo que não torna a ter mais perda alguma de gente, quantos dias poderá ainda sustentar-se com viveres? — R. 18 dias.

76. Um trabalhador encarregou-se de apromptar uma obra em 11 dias por 71\$000. Nos tres primeiros dias foi auxiliado por seu filho mais velho, que ganhava 1\$200 por dia; depois, eram tres a trabalhar, porque veiu um segundo filho, cujo jornal era de 900 réis. Quanto ganhou por dia o trabalhador? — R. 4\$600.

77. Tres objectos foram comprados por 4\$380. Dois d'elles custaram, um 1\$100 e o outro 2\$120. Qual é o valor do terceiro objecto? — R. 1\$160.

78. Uma pessoa fez uma viagem de 240 kilometros em 5 dias. No primeiro dia caminhou 8 horas, fazendo 150 metros por minuto; no segundo, caminhou 7 horas, fazendo 100 metros por minuto. Quantos kilometros fez por hora nos outros dias, caminhando 7 horas em cada dia? — R. 6 kilometros.

79. Alguem comprou duas peças de fazenda de qualidade diversa por 206\$000. A de melhor qualidade tinha 37 metros e cada um foi comprado por 1\$250 mais do que o metro da outra peça, que tinha 34 metros. Qual o preço do metro de cada peça? — R. 2\$250 réis; 3\$500 réis.

80. Alguem comprou 136 metros de fazenda á razão de 7^m,20 por 9\$000. Vendeu a metade a 14\$400 os 9^m,60 e a outra metade a 14\$700 os 8^m,40. Qual foi o lucro? — R. 51\$000.

81. Um operario recebe 5\$000 diários na construcção de uma obra, que deve ser feita em 10 dias, sendo obrigado a pagar 600 réis de multa por cada dia que exceder do prazo. Concluída a obra, o operario recebeu 46\$400. Em quantos dias foi feita a obra? — R. 16 dias.

82. Uma quitandeira comprou 144 ovos a 400 réis a dúzia. No transporte quebrou a sexta parte e trocou a metade do resto por tres gallinhas que vendeu a 800 réis cada uma, e a outra metade vendeu a 480 a dúzia. *Lucrou ou perdeu?* —

83. Dividir 98 em quatro partes, cada uma das quaes exceda á precedente em 5 unidades. — R. 17; 22; 27; 32.

84. Uma pessoa quer mandar encadernar 1 200 volumes. Um operario póde encaderna-los em 20 dias; outro em 24, e um terceiro em 30. *Quantos dias levarão os tres operarios para encadernar os 1 200 volumes, trabalhando juntos; e quantos volumes encadernará cada operario?* — R. 8 dias; 480 vol. (1.º); 400 vol. (2.º); 320 vol. (3.º).

85. Duas fontes correndo juntas encheram em 14 horas uma bacia de 11 900 litros de capacidade. Uma dellas tendo fornecido 2 380 litros mais do que a outra, quer-se saber *quantos litros deu cada uma em uma hora?* — R. 340 litros; 510 litros.

86. Tres gavetas de um movel contêm dinheiro. Nas duas primeiras encontram-se 8 023 francos; na primeira e terceira 9 134; na segunda e terceira 10 245. *Quantos francos ha em cada gaveta separadamente?* — R. 5678 francos (3.º); 4567 (2.º); 3456 (1.º).

87. Repartir 14:400\$000 entre dez pessoas, de modo que cada uma das duas primeiras receba cinco vezes o que recebe cada uma das outras oito. — R. 800\$000 (cada uma das oito); 4:000\$000 (cada uma das duas primeiras).

88. Tres obreiros trabalharam juntos; o primeiro fez 24 metros de obra e recebeu 14\$400; o segundo fez 5 metros menos e recebeu 3\$000 menos; o terceiro fez 21 metros menos que os dois outros juntos e recebeu 1\$800 mais do que o segundo. *De quanto se precisa para o pagamento dos operarios e quantos metros fizeram?* — R. 39\$000; 65 metros.

89. Tres associados repartindo entre si o lucro de uma empreza, receberam: o primeiro 3 745 francos; o segundo 908 francos menos; o terceiro 2 850 menos que os dois outros juntos. *Dizer o lucro de cada um e o lucro total.* — R. 3745 (1.º); 2837 (2.º); 3732 (3.º); 10314 (lucro total).

90. Tres associados repartiram entre si um lucro de 7 200 francos. O segundo recebeu 500 francos mais do que o primeiro, e o terceiro 200 francos mais do que o segundo. *Achar a parte de cada um.* — R. 2000 francos; 2500; 2700.

91. Dois correios partem ao mesmo tempo para ir ao encontro um do outro; a distancia que os separa é de 480 kilometros; um faz 12 kilometros por hora e o outro faz 8. *Depois de quantas horas se encontrarão, e a que distancia dos respectivos pontos de partida?* — R. 24 horas; 288 kilometros; 192 kilometros.

92. Dois correios seguem o mesmo caminho, levando um sobre o outro 180 kilometros de avanço. O que está mais adiantado faz 8 kilometros por hora e o outro faz 20. *Depois de quantas horas e a que distancia dos respectivos pontos de partida se dará o encontro?* — R. 15 horas; 120 kilometros; 390 kilometros.

93. Um gavião voando com a velocidade de 995 metros por minuto, persegue um pombo que tem sobre elle 245 metros de avanço e que percorre 960 metros por minuto. *No fim de 6 minutos, um caçador matou o gavião. A que distancia estava (este) do pombo,*

o quantos minutos lhe faltavam para alcançal-o? — R. 35 metros; 1 minuto.

94. Havendo 650 metros de distancia entre duas pessoas, que em linha recta se dirigem uma para outra, *qual será a distancia que entre ellas haverá quando uma tiver feito 187 metros e a outra 215?* — R. 248 metros.

95. Duas pessoas dirigem-se em linha recta uma para a outra. A distancia que as separa é de 1 645 metros; uma tendo feito 256 metros, enquanto a outra fez 308, ambas pararam-se. *Que distancia haverá entre estas duas pessoas, quando a primeira tiver percorrido mais 280 metros e a segunda 324?* — R. 477 metros.

96. Duas pessoas partem de um mesmo ponto, com a differença de uma hora de distancia, e seguem o mesmo caminho. A primeira faz 4 kilometros por hora e a segunda 5. *Ao cabo de quanto tempo a segunda alcançará a primeira e a que distancia do ponto de partida?* — R. 4 horas; 20 kilometros.

97. Uma pessoa parte com 80 metros de velocidade por minuto ao encalço de outra que tem 200 metros de avanço sobre ella e que faz 70 metros por minuto. *Pergunta-se: 1) quantos metros mais do que a segunda faz a primeira em um minuto; 2) que tempo gastará para vencer os 200 metros de atrazo?* — R. 10 metros; 20 minutos.

98. Um regimento partiu ás 5 horas da manhã e faz 4 kilometros por hora. *A que horas será alcançado por um outro que só poudo sair ás 8 horas da manhã e que faz 6 kilometros por hora?* — R. 2 horas da tarde.

99. Uma guarnição compõe-se de 1 200 homens, infantes e cavalleiros. O soldo de um mez para toda a guarnição importa em 15:600\$000, recebendo cada soldado de infantaria 12\$000 por mez e cada soldado de cavallaria 15\$000. *Quantos infantes e quantos cavalleiros ha nessa guarnição?* — R. 800 ini.; 400 caval.

100. Em uma grande fabrica estão empregados homens e mulheres; aquelles a 16\$500 por semana e estas a 10\$500. Com o pagamento de 24 dias de trabalho gastou-se a quantia de 23:940\$000, sendo 18:480\$000 com os homens. *Qual é o salario de cada homem por dia e de cada mulher; quantos homens e quantas mulheres trabalham na fabrica?* — R. 2\$750 (hom.); 1\$750 (mulh.); 280 hom.; 180 mulh.

CAPITULO II

FRACÇÕES DECIMAES

§ I — Numeração das fracções decimaes

128. Fracções decimaes são partes da unidade menores do que ella na razão décupla, isto é, na razão de 10.

129. Para fazer-se idéa das fracções decimaes, considera-se a unidade dividida em 10 partes iguaes. Cada uma dessas partes sendo um decimo, uma unidade valerá 10 decimos.

Divide-se cada decimo em 10 partes iguaes; e deste modo a unidade fica dividida em cem partes iguaes, ou centesimos. Um decimo, portanto, vale 10 centesimos.

Dividindo-se cada centesimo em 10 partes iguaes, uma unidade ficará dividida em mil partes iguaes, ou millesimos. Logo, um centesimo vale 10 millesimos.

Procedendo-se sempre do mesmo modo, tem-se que:

Um millesimo vale 10 decimos-millesimos;

Um decimo-millesimo vale 10 centesimos-millesimos;

Um centesimo-millesimo vale 10 millionesimos, e assim por diante.

130. Do que acabamos de dizer se conclue que as ordens decimaes fraccionarias são:

Decimos	1. ^a ordem
Centesimos	2. ^a "
Millesimos	3. ^a "
Decimos-millesimos	4. ^a "
Centesimos-millesimos	5. ^a "
Millionesimos	6. ^a "
Decimos-millionesimos	7. ^a "
Centesimos-millionesimos	8. ^a "
Billionesimos	9. ^a "

E assim por diante.

Conclue-se mais que nas fracções decimaes, como nos numeros inteiros, 10 unidades de uma ordem formam uma unidade de ordem immediatamente superior.

Por conseguinte, o principio convencional da numerção escripta tem toda a applicação afim de se poder representar um numero decimal fraccionario. Torna-se, porém, necessario um signal que distinga a parte inteira da parte fraccionaria. Este signal é uma virgula, chamada *virgula decimal*, ficando á sua esquerda a parte inteira, e á direita a fracção decimal propriamente dita ou *dizima*.

Como se lê uma fracção decimal

131. Para lerem-se as fracções decimaes, lê-se o numero como se fosse inteiro, dando-se no fim da leitura ao ultimo algarismo a denominação que lhe compete.

Assim, a seguinte fracção decimal 43,6747 lê-se: 43 mil 747 decimos-millesimos.

Como se escreve uma fracção decimal

132. Para escreverem-se as fracções decimaes, escreve-se o numero como si fosse inteiro; dá-se ao ultimo algarismo a denominação que se pronunciou, e vai-se successivamente crescendo de ordem até chegar-se ás unidades, onde se põe a virgula.

Si os algarismos do numero forem para isso insufficientes, acrescentar-se-ão zeros até chegar-se á posição das unidades.

"Quatrocentos e oitenta mil quatrocentos e cincoenta e quatro" decimos-millesimos se escrevem: 48,0454.

Consequencias do principio da numerção escripta

133. 1.^a Si á direita de uma fracção decimal se acrescentar qualquer numero de zeros, a fracção decimal não se altera; vice-versa: quando uma fracção decimal for terminada por zeros, supprimindo-se qualquer numero delles, ou todos, a fracção decimal tambem não se altera.

$$46,372 = 46,37200$$

$$5,01400 = 5,014$$

134. 2.^a Multiplica-se uma fracção decimal por 10, por 100, por 1000, etc., mudando-se a virgula uma, duas, tres, etc., casas para a direita. Em geral:

Multiplica-se uma fracção decimal pela unidade seguida de zeros, mudando-se a virgula tantas casas para a direita quantos forem os zeros á direita da unidade.

$$\begin{aligned} 74,7283 \times 10 &= 747,283 \\ 74,7283 \times 100 &= 7472,83 \\ 74,7283 \times 10\,000 &= 747\,283 \end{aligned}$$

135. 3.^a Divide-se uma fracção decimal por 10, por 100, por 1000, etc., mudando-se a virgula uma, duas, tres, etc., casas para a esquerda. Em geral:

Divide-se uma fracção decimal pela unidade seguida de zeros, mudando-se a virgula tantas casas para a esquerda, quantos forem os zeros á direita da unidade.

$$\begin{aligned} 74,7283 : 10 &= 7,47283 \\ 74,7283 : 100 &= 0,747283 \\ 74,7283 : 10\,000 &= 0,00747283 \end{aligned}$$

Exercícios sobre a numeração das fracções decimaes

Escrever com algarismos as seguintes fracções decimaes

1. Um decimo, uma unidade e um decimo, onze decimos, dois decimos, tres unidades e dois decimos, trinta e dois decimos.
2. Um centesimo, vinte e um centesimos, uma unidade e um centesimo, tres unidades e vinte e um centesimos, cento e um centesimos, trezentos e vinte e um centesimos.
3. Um millesimo, vinte e um millesimos, trezentos e vinte e um millesimos, uma unidade e um millesimo, duas unidades e vinte e um millesimos, tres unidades e trezentos e vinte um millesimos, mil e um millesimos, dois mil e vinte e um millesimos, tres mil trezentos e vinte e um millesimos.
4. Tres unidades e cinco decimos, quarenta e seis centesimos, setenta e oito decimos, trezentos e vinte e nove centesimos, cinco millesimos, treze centesimos, duas unidades e trinta e quatro millesimos, tres mil e cincoenta e seis millesimos, sete decimos, setenta e cinco centesimos, quatro unidades, cinco centesimos, trezentos e sete centesimos, vinte e nove decimos, trinta e oito millesimos, cinco unidades e seis decimos, tres centesimos, quatrocentos e cincoenta e seis millesimos.

5. Um decimo-millesimo, vinte e um decimos-millesimos, trezentos e vinte e um decimos-millesimos, quatro mil trezentos e vinte e um decimos-millesimos, dez mil e um decimos-millesimos, vinte mil e vinte e um decimos-millesimos, quarenta e cinco mil trezentos e vinte e um decimos-millesimos.

6. Cinco unidades e quarenta e seis decimos-millesimos, seis unidades e trinta e dois decimos-millesimos, sete unidades e quatrocentos e trinta e dois decimos-millesimos, oito unidades e cinco mil quatrocentos e trinta e dois decimos-millesimos.

7. Um centesimo-millesimo, oitenta e nove centesimos-millesimos, setecentos e oitenta e nove centesimos-millesimos, seis mil setecentos e oitenta e nove centesimos-millesimos, cincoenta e seis mil setecentos e oitenta e nove centesimos-millesimos, cento e cincoenta e seis mil setecentos e oitenta e nove centesimos-millesimos, duzentos e nove mil oitocentos e setenta e seis centesimos-millesimos, sete milhões cento e vinte e tres mil quatrocentos e cincoenta e seis centesimos-millesimos.

8. Um millionesimo, oitocentos e noventa e sete millionesimos, noventa e oito millionesimos, sete mil novecentos e oitenta e seis millionesimos, nove millionesimos, novecentos e cincoenta e seis mil setecentos e oitenta e nove millionesimos.

9. Um decimo-millionesimo, vinte e quatro decimos-millionesimos, oito mil seiscentos e quarenta e dois decimos-millionesimos, doze mil quatrocentos e sessenta e oito decimos-millionesimos, quatrocentos e sessenta e dois decimos-millionesimos.

10. Um centesimo-millionesimo, quatrocentos e cinco mil e sete centesimos-millionesimos, sessenta mil cento e oito centesimos-millionesimos, um milhão vinte mil trezentos e quatro centesimos-millionesimos, trinta e cinco decimos, quatrocentos e trinta e dois centesimos, dois centesimos, tres millionesimos, trezentos e cincoenta e sete millesimos, mil duzentos e trinta e quatro millesimos.

Ler e escrever com todas as letras as seguintes fracções decimaes:

11. 0,5; 0,04; 0,005; 0,23; 0,045; 0,654; 2,7; 3,09; 2,004; 4,059.
12. 0,0008; 0,00009; 0,0086; 0,09865; 1,3456; 2,04689; 3,7008.
13. 0,0234; 0,013507; 0,2486; 0,19283; 5,70901; 6,78901; 7,23456
14. 0,897654; 0,204061; 0,010305; 0,004003; 9,468028; 10,579246.
15. 0,3278815; 0,0040302; 0,0500109; 0,0001032; 8,4321987.
16. 0,4; 0,35; 0,09; 0,047; 0,009; 0,0004; 0,0324; 0,0053; 0,0678.
17. 0,0102; 0,3045; 0,0206; 0,00512; 0,00048; 5,98765; 3,14702.
18. 0,000001; 0,000012; 0,000213; 0,004312; 0,052413; 0,635124.
19. 0,010203; 0,0000001; 0,0000042; 0,0400305; 0,9008007.

§ II — Adição das fracções decimaes

136. Para sommar fracções decimaes, escrevem-se as fracções umas debaixo das outras, de modo que fiquem decimos debaixo de decimos, centesimos debaixo de centesimos, etc., para o que basta que as virgulas se correspondam em uma só columna vertical. Faz-se, depois, a operação como nos numeros inteiros, collocando-se a virgula na somma, de modo a corresponder com a virgula das parcelas.

Exemplo. $4,36 + 15,4 + 36,564 + 8,47 + 3,1$

$$\begin{array}{r} 4,36 \\ 15,4 \\ 36,564 \\ 8,47 \\ 3,1 \\ \hline 67,894 \end{array}$$

Exercicios sobre a adição das fracções decimaes

1. $37,045 + 9,08 + 58,34782 + 65,0093 + 627,8$
2. $400,000637 + 20,0014 + 9,5 + 34,682 + 860,05372$
3. $54,0036 + 0,08 + 7,000623 + 0,092 + 743,00529$
4. $0,00485 + 0,000533 + 0,66 + 0,0376 + 0,009$
5. $0,734 + 2,72 + 13,2 + 3,431 + 15,729$
6. $737,307 + 3,5 + 0,739 + 23,9 + 1,24$
7. $47,0381 + 3276,048 + 0,01709 + 14,00187 + 23,75$
8. $19,24 + 0,48 + 1,976 + 17,6 + 7,0024 + 296,00046$
9. $813,703 + 4106,07084 + 0,030018$
10. $4173,0017 + 0,00513 + 8,053 + 0,000017$
11. $3,25 + 42,348 + 748,4 + 29,52 + 0,567$
12. $1,346 + 13,25 + 0,342 + 0,003 + 1,007 + 3,008$

§ III — Subtracção das fracções decimaes

137. Para subtrair uma fracção decimal de outra, igualam-se as casas de dizima*) em ambas as fracções: escreve-se a menor por baixo da maior, de modo que se correspondam as virgulas e pratica-se depois a subtracção como nos numeros inteiros, collocando-se a virgula no resto de modo a corresponder com a virgula dos dois termos.

*) Chama-se dizima as casas decimaes fraccionarias.

Exemplo. $46,732 - 25,47321$

$$\begin{array}{r} 46,73200 \\ 25,47321 \\ \hline 21,25879 \end{array}$$

Exercicios sobre a subtracção das fracções decimaes

- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| 1. $34,295437 - 18,575628$ | 7. $219,423 - 0,008179$ |
| 2. $9,3256987 - 8,4257989$ | 8. $0,924567 - 0,8324896$ |
| 3. $73,1203579 - 19,0345298$ | 9. $3004 - 1900,001858$ |
| 4. $5192,00019 - 276,043$ | 10. $870,1468 - 53,41975$ |
| 5. $10 - 0,05234789$ | 11. $0,157924 - 0,000193754$ |
| 6. $5176 - 4276,04357$ | 12. $74,897654 - 0,475312689$ |

Exercicios sobre a adição e subtracção das fracções decimaes

1. $(24,7 + 15,8) - (24,3 + 12,9)$. — R. 3,3.
2. $(53,46 + 17,82) - (32,35 + 27,18)$. — R. 11,75.
3. $(7,986 + 6,543) - (2,345 + 3,678)$. — R. 8,506.
4. $(5,31 + 6,42 + 7,58) - (2,45 + 3,67 + 4,89)$. — R. 8,3.
5. $(14,38 + 5,6 + 7) - (4 + 8,35 + 1,58)$. — R. 13,05.
6. $(85,3 - 56,7) + (32,6 - 17,65) + (3 - 1,47)$. — R. 45,08.
7. $(4,67 - 2,85) + (3,45 - 1,793) + 9,53 - 2$. — R. 11,007.
8. $(45 - 29,3) + (32,7 - 25) - (19,7 - 4,935)$. — R. 8,635.
9. $(38,976 - 25,38) - (3,45 + 9,8) + (5 - 0,748)$. — R. 4,593.
10. $(567 + 3,49 - 15,678) - (317 - 58,7 + 0,43)$. — R. 296,092.

§ IV — Multiplicação das fracções decimaes

138. Ha tres casos na multiplicação das fracções decimaes:

- 1.º o da multiplicação de uma fracção decimal por um numero inteiro;
- 2.º o da multiplicação de um inteiro por uma fracção decimal;
- 3.º o da multiplicação de uma fracção decimal por outra.

139. Estes tres casos se resolvem pela seguinte Regra: Multiplicam-se os dois numeros como si fossem inteiros, sem attender-se á virgula; e no producto separam-se da direita para a esquerda, com uma virgula, tantas casas para a dizima, quantas houver em ambos os factores.

Si, formado o producto, elle tiver menos algarismos que as casas de dizima que deve ter, se preencherão com zeros á sua esquerda as casas que faltarem.

Exemplo do 1.º caso:

$$45,326 \times 4 \left\{ \begin{array}{r} 45,326 \\ 4 \\ \hline 181,304 \end{array} \right.$$

Exemplo do 3.º caso:

$$25,41 \times 2,3 \left\{ \begin{array}{r} 25,41 \\ 2,3 \\ \hline 76,23 \\ 508,2 \\ \hline 58,443 \end{array} \right.$$

Exemplo do 2.º caso:

$$17 \times 0,25 \left\{ \begin{array}{r} 17 \\ 0,25 \\ \hline 85 \\ 34 \\ \hline 4,25 \end{array} \right.$$

Exemplo 4)

$$0,074 \times 0,7 \left\{ \begin{array}{r} 0,074 \\ 0,7 \\ \hline 0,0518 \end{array} \right.$$

Exercícios sobre a multiplicação das fracções decimaes

- | | | |
|--------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| 1. $0,435 \times 17.$ | 7. $58 \times 0,00009.$ | 13. $0,57938 \times 23.$ |
| 2. $23 \times 0,047.$ | 8. $0,009 \times 0,03.$ | 14. $39 \times 0,3195.$ |
| 3. $4,25 \times 3,7.$ | 9. $2,1345 \times 67.$ | 15. $0,4636 \times 0,7961.$ |
| 4. $0,504 \times 0,023.$ | 10. $0,0403 \times 0,052.$ | 16. $0,9076 \times 9.$ |
| 5. $19 \times 0,78.$ | 11. $37 \times 1,007.$ | 17. $2474 \times 0,006.$ |
| 6. $0,0029 \times 3.$ | 12. $9,003 \times 4.$ | 18. $0,0045 \times 0,0009.$ |

Exercícios sobre a addição, subtracção e multiplicação das fracções decimaes

- $(25,7 + 3,49) \times (13,5 - 9).$ — R. 153,855.
- $(46 + 24,6 - 3,072) \times (2 + 0,135).$ — R. 144,17 228.
- $(36,75 \times 2,9) + (5 - 3,468).$ — R. 108,107.
- $(12 - 4,58 + 2,345) \times (9,8 + 0,012).$ — R. 95,81 418.
- $(6,7 - 3,4567) \times (4 + 5,98 - 3,5976).$ — R. 20,70 003 792.
- $(53,24 \times 0,19) - (5,9 + 3,6543).$ — R. 0,5 613.
- $(6,45 - 0,123 + 2,7) - 3,576 \times 0,49$ — R. 7,27 476.
- $(7,32 \times 6) + (2,5 \times 3,98) - 12,5 \times 0,017.$ — R. 53,6 575.
- $(8,67 - 4,589) \times 7 + 3,75 \times 0,943.$ — R. 32,10 825.
- $(9,2 + 3,67) \times 4 - (5,4 - 1,658) \times 5.$ — R. 32,745.

§ V — Divisão das fracções decimaes

140. Ha tres casos na divisão das fracções decimaes:

1.º o da divisão de uma fracção decimal por um numero inteiro;

2.º o da divisão de um numero inteiro por uma fracção decimal;

3.º o da divisão de uma fracção decimal por outra.

141. PRIMEIRO CASO. — Divisão de uma fracção decimal por um numero inteiro.

Exemplo 1) $0,384 : 4$

Exemplo 2) $0,003 : 4$

Para dividir uma fracção decimal por um numero inteiro, faz-se abstracção da virgula na fracção; e depois effectua-se a divisão como nos numeros inteiros, separando-se á direita do quociente tantos algarismos para dizima, quantos são os algarismos de dizima da fracção dada (Ex. 1).

Si acontecer que, fazendo-se abstracção da virgula na fracção, o numero resultante seja menor do que o divisor, escrever-se-á no quociente um zero e virgula, e depois della tantos zeros, quantas forem as casas de dizima da fracção proposta. Acrescentando-se, depois, zeros á direita do dividendo, faz-se a divisão até que esta se exgotte, ou até obter-se a casa de dizima que se quizer ou que for pedida (Ex. 2).

Exemplo 1)

$$0,384 : 4 = 0,096$$

Exemplo 2)

$$0,003 : 4 = 0,00075$$

142. SEGUNDO CASO. — Divisão de um inteiro por uma fracção decimal.

Exemplo 1) $9 : 0,07$

Exemplo 2) $5 : 0,4$

Para dividir um inteiro por uma fracção decimal, faz-se abstracção da virgula na fracção decimal; e, á direita do inteiro, acrescentando-se tantos zeros quantos forem as casas de dizima da fracção, faz-se a divisão, como nos numeros inteiros. Havendo resto, escreve-se uma virgula depois das unidades do quociente, e á direita do resto se acrescentarão tantos zeros, quantos forem as casas de dizima que se quiserem no quociente.*) (Ex. 1).

Si, depois de acrescentar-se á direita do inteiro tantos zeros quantos forem as casas de dizima da fracção, o dividendo seja menor do que o divisor, escrever-se-á um zero e virgula no quociente; e acrescentando-se á direita do dividendo um zero, effectua-se a divisão e obtem-se o algarismo dos decimos do quociente; e continua-se assim, acrescentando-se zero á direita de cada resto até que a divisão se exgote, ou até obter-se no quociente a casa de dizima que se quiser ou que for pedida (Ex. 2).

Exemplo 1)

$$\begin{array}{r} 900 : 7 = 128,571 \\ 20 \\ 60 \\ 40 \\ 50 \\ 10 \\ 3 \end{array}$$

Exemplo 2)

$$\begin{array}{r} 50 : 64 = 0,78125 \\ 500 \\ 520 \\ 80 \\ 160 \\ 320 \\ 0 \end{array}$$

143. TERCEIRO CASO. — Divisão de uma fracção decimal por outra.

Exemplos:

1) $0,54 : 0,321$

3) $0,345 : 0,5$

2) $0,02 : 0,6432$

4) $0,015 : 3,15$

Para dividir uma fracção decimal por outra, igualam-se as casas de dizima em ambos os termos; depois, abstrae-se da virgula e faz-se a divisão.

*) Os zeros que se acrescentam ao resto da divisão podem juntar-se todos d'uma só vez, ou, um por um a cada resto successivo.

Havendo resto, escreve-se uma virgula depois das unidades do quociente, e ao resto se acrescentarão tantos zeros, quantos forem as casas de dizima que se quiserem no quociente, continuando-se depois a divisão (1.º exemplo).

Si depois de igualadas as casas de dizima, fazendo-se abstracção da virgula, o dividendo assim constituido seja menor do que o divisor, então escrever-se-á um zero com a virgula no quociente; acrescentando-se um zero á direita do dividendo e effectuando-se a divisão, obtem-se o algarismo dos decimos do quociente; á direita do resto escreve-se outro zero, e praticando-se a divisão, obtem-se o algarismo dos centesimos, e assim se procede até exgottar-se a divisão, ou até apparecer no quociente a casa decimal que se quiser (2.º exemplo).

Quando a fracção decimal divisor tem menos casas de dizima do que a fracção dividendo, faz-se abstracção da virgula na fracção divisor, e na fracção dividendo muda-se a virgula tantas casas para a direita, quantas são as casas de dizima da fracção divisor. Procede-se depois como no caso da divisão de uma fracção decimal por um inteiro. (3.º e 4.º exemplos).

1.º exemplo
 $0,540 : 0,321 = 1,68$
 $\begin{array}{r} 2190 \\ 2640 \\ \dots 72 \end{array}$

2.º exemplo
 $0,0200 : 0,6432 = 0,031$
 $\begin{array}{r} 2000 \\ 20000 \\ \dots 7040 \\ \dots 608 \end{array}$

3.º exemplo
 $3,45 : 5 = 0,69$
 $\begin{array}{r} 45 \\ 0 \end{array}$

4.º exemplo
 $1,5 : 315 = 0,004$
 $\begin{array}{r} 150 \\ 1500 \\ 240 \end{array}$

Exercícios sobre a divisão das fracções decimaes

1. 4,35 : 3.	7. 0,193 : 0,05.	13. 0,4395 : 3.
2. 21 : 0,3	8. 0,936 : 6.	14. 317 : 0,5625.
3. 3,45 : 0,7.	9. 3 : 4,57.	15. 0,7568 : 0,4756.
4. 0,75 : 0,125.	10. 2,93 : 1,542	16. 0,004 : 0,064.
5. 0,07 : 8.	11. 0,909 : 11.	17. 0,15 : 0,425.
6. 9 : 0,13.	12. 2 : 3,1.	18. 4,5 : 5,128.

**Exercícios sobre a adição, subtração, multiplicação
divisão das fracções decimaes**

$$1. \frac{13,824 \div (9,0842 + 7,54 - 67,90125 \div 6,25)}{48 \div (15,625 \times 6,4)} \quad \text{R. 5.}$$

$$2. \frac{(9,03 + 81,87) \times 0,15 \div 135}{(8,47 + 0,53) \div 0,009} \quad \text{R. 101.}$$

$$\frac{(0,168 + 0,224 + 0,392) \times 0,032}{0,014 \times 0,014 \times 100} \quad \text{R. 1,28.}$$

$$4. \frac{\frac{29,37}{0,979} - \left[0,8 \times (45,07 - 8,9) \right]}{\frac{2,618}{3,74} + \frac{10,6652}{29,3}} \quad \text{R. 1.}$$

$$\frac{1,41}{0,6} + 12,37$$

$$5. \frac{18,005 - (35,25 \times 0,42)}{0,6} \quad \text{R. 4,6.}$$

$$6. 6 \times \left[\frac{(0,39 + 6,61) \div 0,04}{0,009} \right] - \frac{8,47 + 0,98}{0,009} \quad \text{R. 0.}$$

$$7. \frac{3,05 \div 0,5 + 0,001 \times (18,06 \div 0,006) + 0,01}{(3,3 \div 0,2) - 13,46} \quad \text{R. 3.}$$

$$\frac{0,652 - \frac{24 - 8,9856 \times 2,5}{30 - 168 \div 6,4}}{0,606 \times 1,2} + 0,58176$$

$$8. \frac{0,606 \times 1,2}{1,5 \div 1,2} + 0,58176 \quad \text{R. 0,3.}$$

$$0,9225 - \left(\frac{2}{0,625} + \frac{2}{0,256} \right) \times 0,072$$

$$9. \frac{\left(\frac{0,65536}{0,64} + \frac{0,27648}{0,48} \right) \times 0,375}{0,64} \quad \text{R. 0,216.}$$

$$10. \left[\left(\frac{0,016 \div 0,0005}{38,9 - 38,74} + \frac{0,48 \div 0,075}{0,002 \div 0,25} \right) \times 1,5 \right] - 1500. \quad \text{R. "}$$

CAPITULO III

SYSTEMA METRICO FRANCEZ

§ I — Preliminares

144. Systema metrico francez é a reunião dos pesos e medidas que, obedecendo sempre á lei decimal, tem por base o metro.

Das unidades principaes

145. As principaes unidades deste systema são:
Metro (para as medidas lineares ou de comprimento);
Metro quadrado e aro (para as de superficie);
Metro cubico e stereo (para as de volume);
Litro (para as de capacidade, tanto de liquidos, como de seccos);
Grammo (para as de peso);
Franco (para as monetarias).

Dos multiplos e submultiplos

146. Estas unidades por si só não sendo sufficientes para os usos ordinarios da vida, admittiram-se multiplos e submultiplos decimaes de cada uma dellas.

147. Chamam-se multiplos metricos ou decimaes as unidades que são dez, cem, mil, dez mil vezes maiores do que a unidade principal.

148. Os multiplos metricos ou decimaes formam-se antepondo-se a cada uma das unidades principaes (exceptuando-se o franco) as seguintes palavras, tiradas do grego:

Deca	que quer dizer	dez	10
Hecto	"	"	cem
Kilo	"	"	mil
Myria	"	"	dez mil
			10000

149. Chamam-se **submúltiplos metricos ou decimaes** as unidades que são *dez, cem, mil, dez mil* vezes menores do que a unidade principal.

150. Os **submúltiplos metricos ou decimaes** formam-se antependo-se as seguintes palavras, tiradas do latim:

deci	que quer dizer	<i>decimo</i>	0,1	da unidade
centi	" "	" <i>centesimo</i>	0,01	" "
milli	" "	" <i>millesimo</i>	0,001	" "

151. Cada unidade principal com seus múltiplos e submúltiplos constitue uma *classe de medidas*.

§ II — Medidas de comprimento

(Primeira classe)

152. A principal das medidas *lineares* ou de comprimento, e a base de todo o systema, é o metro.

153. O metro é a decima-millionesima parte da distancia do pólo terrestre ao equador, ou a decima-millionesima parte do quarto do meridiano terrestre.*



Fig. 1—O quarto do meridiano

Múltiplos

Denominações	Abreviaturas	Valores
Myriametro	<i>Mm</i>	10 000 metros
Kilometro	<i>Km</i>	1 000 "
Hectometro	<i>Hm</i>	100 "
Decametro	<i>Dm</i>	10 "
metro	<i>m</i>	

(Unidade principal)

* Para calcular-se a distancia do pólo ao equador, empregou-se a toeza; acharam-se 5130740 toezas, cuja decima millionesima parte é 443 1", 295 936, ou 3 pés, 11 1", 296; considerando-se 936 millionesimos como quasi um millesimo, o qual, juntando-se a 295, fazem 296.

Submúltiplos

Denominações	Abreviaturas	Valores
decimetro	<i>dm</i>	0,1 do metro
centimetro	<i>cm</i>	0,01 " "
millimetro	<i>mm</i>	0,001 " "

Valores relativos dos múltiplos e submúltiplos do metro

154. Procurando-se a relação de grandeza que guardam entre si as medidas de comprimento, vê-se que:

1 myriametro	= 10 kilometros
1 kilometro	= 10 hectometros
1 hectometro	= 10 decametros
1 decametro	= 10 metros
1 metro	= 10 decimetros
1 decimetro	= 10 centimetros
1 centimetro	= 10 millimetros.

Por conseguinte:

0 millimetro	é o <i>decimo</i>	do centimetro
0 centimetro	" "	" decimetro
0 decimetro	" "	" metro
0 metro	" "	" decametro
0 decametro	" "	" hectometro
0 hectometro	" "	" kilometro
0 kilometro	" "	" myriametro.

Numeração das unidades de comprimento

155. Attendendo-se á relação de grandeza que guardam entre si as medidas de comprimento do systema metrico francez, vê-se que essa relação é expressa pelo numero 10, isto é, que, a contar das medidas inferiores para as superiores, uma unidade qualquer de comprimento é 10 vezes maior do que a precedente e 10 vezes menor do que a seguinte.

Daqui podemos concluir que a numerção das medidas de comprimento do novo systema obedece aos mesmos principios da numerção decimal.

Como a nova unidade é 10 vezes maior do que a antiga, o numero proposto conterà 10 vezes menos da nova unidade; e isto se consegue mudando-se a virgula uma casa para a esquerda. Assim, $473^{\text{Dm}},5192$.

2) Supponha-se o mesmo numero $4735^{\text{m}},192$. Si a unidade for o kilometro, quantos kilometros terá elle?

Sendo a nova unidade kilometro 1000 vezes maior que a antiga, o numero conterà 1000 vezes menos da nova unidade, o que se obtem, recuando a virgula, tres casas para a esquerda, deste modo: $4^{\text{Km}},735192$.

158. Logo, dado o numero, cuja unidade é determinada, para exprimi-lo, referindo-o á outra unidade que seja multiplo ou submultiplo da primeira, procura-se quantas vezes a nova unidade é maior ou menor do que a antiga. Si for 10, 100, 1000, etc. vezes maior, muda-se a virgula 1, 2, 3, etc. casas para a esquerda; si for 10, 100, 1000, etc. vezes menor, muda-se a virgula 1, 2, 3, etc. casas para a direita.

Usos dos multiplos e submultiplos do metro

159. As medidas de comprimento dividem-se em duas espécies: as medidas de comprimento propriamente ditas e as medidas itinerarias.

160. Nas medidas de comprimento propriamente ditas empregam-se como unidades: o metro, o centimetro e o millimetro.

Nunca se exprimem os comprimentos em decimetros, usa-se sempre do centimetro. Assim, em vez de 4 decimetros diz-se 40 centimetros.

0 metro, unidade principal

161. Usa-se do metro para medir o comprimento de uma peça de fazenda, de um muro, de um pedaço de madeira, etc.

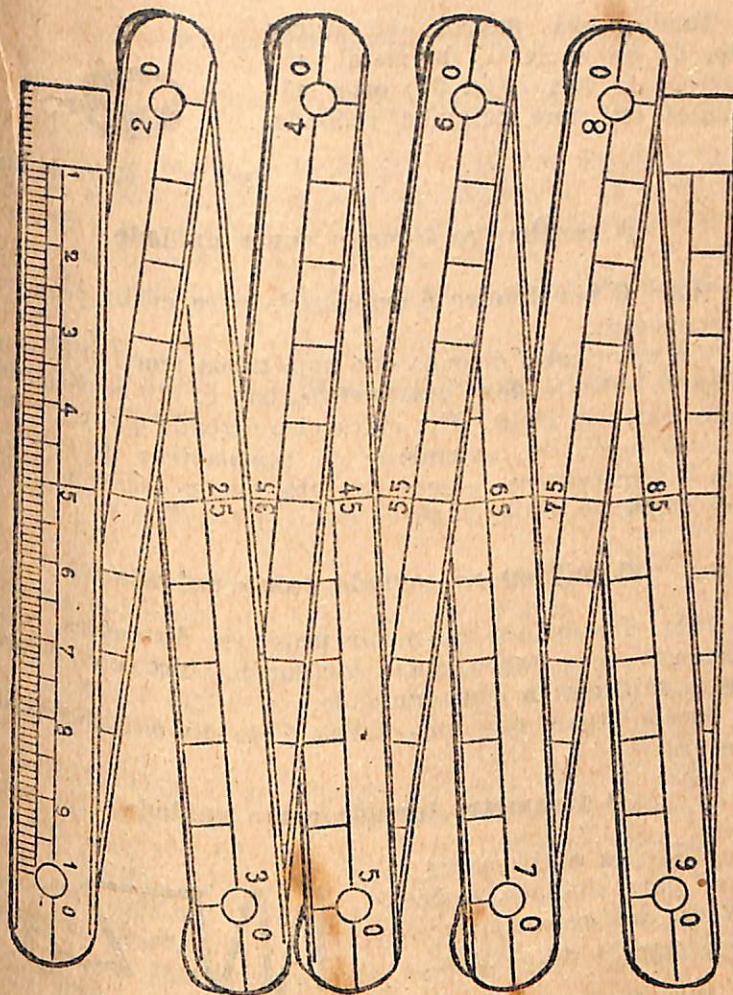


Fig. 2 — Metro dobradiço (tamanho natural)

Assim se diz: 1000 metros de chita, e não 1 kilometro de chita; 500 metros de morim, e não 5 hectometros de morim.

162. O metro tem geralmente a fôrma de uma regua, na qual estão marcadas as divisões em decimetros, centimetros e millimetros.

Tambem ha metros dobradiços (Fig. 2) de madeira, de metal, etc. e metros de fita (Fig. 3); estes são fechados em uma caixinha redonda.



Fig. 3 — Metro de fita

O centimetro tomado como unidade

163. O centimetro é empregado para medir pequenos comprimentos.

Um marceneiro dizendo que uma taboa tem 140 de comprimento, subentende-se *centimetros*, isto é, 140 centimetros, que se escrevem $1^m,40$. Um vidraceiro dizendo que um vidro mede 45 sobre 56, entende-se 45 *centimetros* de largura sobre 56 *centimetros* de comprimento, que se escrevem $0^m,45$ sobre $0^m,56$.

O millimetro tomado como unidade

164. Tratando-se de medir pequenas dimensões, como a grossura duma taboa, duma lamina de vidro, etc., emprega-se o *millimetro* como unidade.

Assim, diz-se que uma taboa é de 15 *millimetros* de grossura.

O decametro tomado como unidade

165. Na agrimensura toma-se para unidade o *decametro*; mas os comprimentos são expressos em metros.

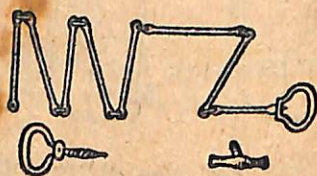


Fig. 4 — Cadêa metrica

166. Para medirem-se distancias usa-se da *cadêa* de agrimensor (Fig. 4). Assim

se chama uma *cadêa* de ferro que tem 10 ou 20 metros de comprimento.

167. Nas medidas *itinerarias*, que servem para avaliar grandes comprimentos, como estradas, canaes, caminhos de ferro, etc., empregam-se o *myriametro*, o *kilometro* e o *hectometro*.

O kilometro tomado como unidade

168. A unidade principal das medidas *itinerarias* é o *kilometro*.

Depois da inauguração dos caminhos de ferro, o *kilometro* substituiu, como unidade *itineraria*, ao *myriametro* que só é considerado como multiplo do *kilometro* e tambem como *unidade* nos *calculos geographicos*.

O *hectometro* só é considerado como submultiplo do *kilometro*.

OBSERVAÇÃO.—Para avaliar as distancias *itinerarias* emprega-se tambem a *legua metrica* que vale 4 *kilometros* ou 4000 *metros*.

A milha maritima tomada como unidade

169. No mar medem-se as distancias por meio da *milha maritima* que equivale a $1852^m,125$.

170. Para indicar a velocidade dum navio, emprega-se o *nó*, que é 120 vezes menor do que a *milha maritima* e vale $15^m,43$.

171. Quando se diz que um navio *deita* 12 *nós*, significa isto que percorre elle 12 vezes $15^m,43$ em *meio-minuto*. A hora tem 60 minutos ou 120 *meios-minutos*; a *milha maritima* tem 120 *nós*. Por conseguinte, o navio que percorre 12 *nós* em *meio-minuto*, percorre 1440 *nós* ou 12 *milhas* por hora.

Assim, quantos *nós* em *meio-minuto*, tantas *milhas* por hora.

Mede-se a velocidade de um navio por meio de um *apparelho* chamado *barquinha*.

Quadro das medidas reaes e de calculo

172. *Medidas reaes* ou *effectivas* são as que existem como instrumentos ou objectos autorisados por lei. — *Medidas de calculo* são as que não existem sob a fôrma de instrumentos e apenas são empregadas nos calculos.

	Medidas de calculo	Medidas reais
Medidas itinerarias	Myriametro Kilometro Hectometro	
Medida empregada na agrimensura	Decametro	O decametro*); o duplo-decametro (20 m);
Medidas de comprimento propriamente ditas	metro	metro; duplo-metro**); o meio-metro;
	decimetro	decimetro; o duplo-decimetro.
	centimetro millimetro	

Exercícios sobre as medidas de comprimento

1. Um myriametro... vale quantos decametros? — centímetros? — hectometros? — decímetros? — kilometros? — millímetros? — metros?
2. Um kilometro..... vale quantos decametros? — decímetros? — hectometros? — millímetros? — myriametros? — centímetros? — metros?
3. Um hectometro.... vale quantos centímetros? — myriametros? — millímetros? — kilometros? — decímetros? — decametros? — metros?
4. Um decametro..... vale quantos centímetros — myriametros? — decímetros? — hectometros? — millímetros? — kilometros? — metros?
5. Um metro..... vale quantos millímetros? — decametros? — kilometros? — centímetros? — myriametros? — hectometros? — decímetros? — metros?
6. Um decimetro vale quantos millímetros? — decametros? — hectometros? — myriametros? — centímetros? — kilometros? — metros?
7. Um centimetro vale quantos decametros? — myriametros? — decímetros? — hectometros? — millímetros? — kilometros? — metros?

*) Os decametros empregados para medir comprimentos chamam-se *cadeas metricas* ou *cadeas de agrimensur*.
 **) O duplo-metro, o metro, o meio-metro, o duplo-decimetro e o decimetro são de metal ou de madeira.
 Ha metros e meios-metros dobradiços, cujo numero de partes deve ser 2, 5 ou 10.

8. Um millimetro vale quantos decametros? — centímetros? — hectometros? — myriametros? — decímetros? — kilometros? — metros?

Ler os numeros seguintes:

1. 3 ^m ,5	6. 6H ^m ,3265	11. 5D ^m ,36	16. 4K ^m ,92
2. 5D ^m ,75	7. 18K ^m ,437	12. 49 ^m ,79	17. 16H ^m ,78
3. 9K ^m ,234	8. 9D ^m ,85	13. 7H ^m ,34	18. 25 ^m ,5
4. 6D ^m ,87	9. 24H ^m ,6199	14. 38K ^m ,765	19. 7D ^m ,469
5. 8K ^m ,347	10. 6K ^m ,752	15. 9 ^m ,123	20. 5K ^m ,555

Escrever os seguintes numeros, referindo-se á unidade metros:

1. 6 metros 5 decímetros	14. 6 metros 25 millímetros
2. 9 metros 25 centímetros	15. 2 hectometros 3 decametros 4 metros
3. 8 metros 175 millímetros	16. 5 decametros 125 centímetros
4. 7 decímetros	17. 8 kilometros 78 decametros 9 metros
5. 45 centímetros	18. 5 kilometros 54 decametros 15 decímetros
6. 504 millímetros	19. 12 decametros 25 centímetros
7. 9 centímetros	20. 25 hectometros 35 centímetros
8. 15 millímetros	
9. 23 decímetros	
10. 13 metros 6 millímetros	
11. 375 decímetros	
12. 5 metros 37 centímetros	
13. 9 decametros 5 decímetros	

Reduzir os numeros seguintes á unidade indicada:

1. Ao metro: 5H^m,43; — 9D^m,71; — 29K^m,1234; — 74D^m,27; — 9H^m,7.
2. Ao decametro: 8^m,75; — 0^m,25; — 6H^m,57; — 3mK,975; — 6K^m,5.
3. Ao hectometro: 12^m,25; — 27D^m,9; — 4K^m,367; — 0^m,58; — 8D^m,5.
4. Ao kilometro: 345^m,94; — 18D^m,5; — 68^m; — 9H^m,346; — 7D^m,8.

Fazer as seguintes subtrações, reduzindo-se o numero menor á unidade do maior:

1. 6K ^m ,37 — 4H ^m ,52	5. 27D ^m — 48cm
2. 32H ^m ,145 — 17D ^m ,428mm	6. 5K ^m — 19m
3. 8D ^m ,264 — 12m75mm	7. 54D ^m — 3H ^m 5m
4. 4M ^m 5cm — 2K ^m 6D ^m ,345cm	8. 8m — 569cm

§ III — Medidas de superficie

(Segunda classe)

173. As medidas de superficie são quadrados, que têm para lado qualquer das medidas lineares. A unidade principal de superficie é o metro quadrado.