

IRENE DE ALBUQUERQUE
(Do Instituto de Educação do Distrito Federal)

METODOLOGIA DA MATEMÁTICA

(De acôrdo com o programa do curso
de formação do professor primário)

Orientação minuciosa e sugestões práticas
acêrca de todos os pontos do programa
do curso primário

Para uso de professôres primários, orien-
tadores de Ensino e alunos das
Escolas Normais.

3ª EDIÇÃO

Ilustrações de
COSETTE DE ALBUQUERQUE



GH00863

STA

372.7
A31m
3. ed.
ex.1

JOGOS E RECREAÇÕES MATEMATICAS

pela Professôra

Irene de Albuquerque

- Como ensinar Matemática?
- Como tornar clara e interessante essa ciência?
- Como facilitar a árdua tarefa do Professor?

Todos os delicados problemas que essas três perguntas envolvem são ampla e brilhantemente resolvidas neste magnífico volume.

O Professor que deseja exercer o magistério com sincero e real devotamento, e se dedica à Ciência dos Números, deve trabalhar inspirado por uma preocupação constante:

Tornar simples, atraente e vivo o ensino da Matemática.

A rotina encarquilhada ignora a utilidade do jôgo no ensino das várias disciplinas; o educador moderno, que o conhece, não o dispensa.

Nas substanciosas páginas dêste livro, os professôres encontrarão centenas de jogos de grupos, jogos de classes, jogos com competição, jogos sem competição, jogos orais, etc.

3ª edição, dois volumes.
Preço, br. Cr\$ 90,00

107.06

METODOLOGIA DA MATEMÁTICA

GHEVAT
DIGITALIZADO

OBRAS DE IRENE DE ALBUQUERQUE (*)

- Metodologia da Matemática.
- Jogos e Recreações Matemáticas.
- Tudo é Fácil (em colaboração).
- Diário de Lúcia (em colaboração).
- Educação Doméstica.
- Testes para o Curso Primário.
(Livro para o professor).
- Caderno de Testes, 1.^a série.
- Caderno de Testes, 2.^a série.
- Caderno de Testes, 3.^a série.
- Caderno de Testes, 4.^a s. rie.
- Caderno de Testes, 5.^a s. rie.
- Cálculos Graduados (Adição I, Adição II, Subtração I, Subtração II, Multiplicação I, Multiplicação II, Divisão I, Divisão II).
- Prática de Ensino Primário (em colaboração).
- A Prática de Ensino nos Institutos de Educação e Escolas Normais (monografia; publicação do INEP).

(*) Professor catedrático do Instituto de Educação do Distrito Federal.
Diplomado pelo Instituto de Educação, pela Faculdade Nacional de Filosofia e com cursos de aperfeiçoamento no George Peabody College for Teachers.
Professor de cursos de aperfeiçoamento do INEP.

IRENE DE ALBUQUERQUE

METODOLOGIA DA MATEMÁTICA

(De acôrdo com o programa do curso de formação do professor primário)

Orientação minuciosa e sugestões práticas acêrca de todos os pontos do programa do curso primário.

Para uso de professôres primários, orientadores do Ensino e alunos das Escolas Normais.

3.^a EDIÇÃO

Ilustrações de
COSETTE DE ALBUQUERQUE

CONQUISTA

Av. 28 de Setembro, 174 — Rio de Janeiro
BRASIL

1958

- 9400 863 -

Ao Prof. Haroldo Lisboa da Cunha

*que nos honrou com a distinção
de sua crítica esclarecedora*

Ao Prof. Ismael França Campos

*que nos ofereceu sugestões de
grande valia para a presente
edição*

Nosso reconhecimento.

CONQUISTA

"Ama-se mais o que se conquistou
com mais trabalho". *Aristóteles*

I N T R O D U Ç Ã O

Tôda criança de inteligência normal, sem ser brilhante, é capaz de aprender, com relativo êxito, as noções dos programas de Matemática da escola primária; pode, ainda, resolver com certa facilidade os problemas de Matemática que a vida lhe apresenta.

A Matemática não é difícil, mas ensinar Matemática é das tarefas que exigem maior dose de reflexão, de bom-senso e de cuidado.

Em geral, o professor erra algumas vezes, antes de encontrar o caminho certo para ministrar dada noção; e, enquanto o professor está errando, o aluno não está aprendendo.

Por ser uma ciência lógica, certas noções precisam ser dadas antes de outras, a fim de que os alunos possam jogar com elas. Há ainda a preocupação com a dosagem certa, com a graduação de dificuldades, com o desdobramento de casos que a nós parecem idênticos, mas são diferentes para a criança; há o apêlo constante ao seu interêsse, à sua experiência anterior; há, sobretudo, a necessidade de certo conhecimento de psicologia que nos leve a uma adaptação tão perfeita ao tipo de raciocínio da criança em cada idade, que seja êsse o raciocínio que empreguemos ao ministrar-lhe uma noção.

Proporcionar à criança o prazer da "redescoberta" em Matemática é um direito que lhe tem sido negado em detrimento do êxito do próprio ensino. Quando ela é capaz de descobrir uma regra e chegar a enunciá-la, essa regra está sabida para sempre, e o tempo gasto são apenas alguns minutos. Se, ao contrário, na ânsia de economizar tempo e esforço, damos a regra, o "saber pronto" para a criança usar, estamos oferecendo uma tarefa muito mais

difícil e desinteressante, e a sua aprendizagem vai tomar-nos vários dias; voltaremos a insistir no mesmo assunto daí a semanas, daí a meses, porque haverá sempre o "esquecimento"; o que nunca confessamos a nós mesmos é que a criança esquece justamente porque nunca chegou a aprender.

Nosso ensino apela muito para a memória; e como memória não significa inteligência, a criança de inteligência normal ou superior deixará de aprender coisas elementares, se não possui boa memória.

A Matemática que se exige na escola primária é viva e concreta, à nossa volta; quando essa mesma Matemática passa para o quadro-negro de uma sala de aula, o professor mata-a, tira-lhe a vida, torna-a abstrata; a criança, cujo raciocínio não pode ser ainda abstrato, é incapaz para essa "matemática do quadro-negro".

Nas universidades americanas, como em alguns outros países, estão se multiplicando clínicas pedagógicas, aonde vêm ter, espontaneamente ou enviados pelas suas escolas, estudantes, desde o curso primário até ao mais alto nível universitário, que não encontram o êxito devido nos seus estudos. O primeiro cuidado da clínica consiste em aplicar-lhes um teste de inteligência; se esta se prova normal ou superior, o estudante estagiará na clínica.

Em geral, falhas em leitura e em noções básicas de Matemática originam o insucesso do estudante. Tivemos ocasião de lidar com estudantes de 2.º ciclo secundário que, com uma revisão de aritmética elementar, em um a dois meses, passaram a alcançar boa colocação em suas turmas, em todas as matérias afins; eles tinham sido ensinados por métodos tão inadequados que, às vezes, apresentando cociente intelectual muito acima do normal, ótima saúde e reações psicológicas normais, vinham arrastando falhas que os prejudicavam por muitos anos.

Cada ano que passa, queremos ensinar a 40 crianças a pensar pelos métodos que nós, adultos, usamos em nosso raciocínio; é uma luta inglória; seria bem mais fácil que nós, professores, nos modificássemos, e ensinássemos a criança a resolver os seus problemas pelos métodos que a sua maturidade pode permitir.

As páginas que se seguem são o produto da experiência individual, fundamentada por leituras, cursos e observações; pensamos mesmo que os nossos melhores mestres foram os nossos alunos, e confessamos que a nossa aprendizagem se fez, em parte, à custa do sacrifício de algumas dezenas de crianças que não alcançaram sucesso pelos métodos que lhes quisemos impor. Não consideramos nem completo nem perfeito esse trabalho. E' apenas uma contribuição honesta aos alunos das escolas normais que se preparam para a missão de ensinar, aos autodidatas, ou aos que têm função de orientar professores com pouca experiência, ou, ainda, aos mestres sinceros que não se sentem plenamente satisfeitos com os resultados obtidos em seu ensino. Todas as sugestões que nos forem remetidas serão bem-aceitas e estudadas para edições posteriores.

Esse livro não apresentará novidades para muitos, nem pretende ser original. Para outros, talvez, cause choques com suas crenças mais arraigadas. Foi escrito para ser lido sem idéias preconcebidas; pretende ser útil, prático e desataviado; seu único mérito, talvez, é procurar colocar o professor de Matemática em tal identidade com a criança, seu modo de ver, de sentir, de agir, de pensar, que a Matemática se torne simples, fácil, agradável e viva.

Não há uma linha, uma palavra, que não represente a crença sincera do autor.

I. A.

CAPÍTULO I

PRINCÍPIOS GERAIS DA APRENDIZAGEM

A — Aprendizagem espontânea

Há uma porção de conhecimentos que a criança adquire espontaneamente, assistematicamente, fora da escola; o nome dos petizes das vizinhança, o caminho da casa da vovó, o lugar onde se guardam os brinquedos ou os doces, etc.

A própria observação da maneira pela qual ela aprende vai-nos ensinar a basear o nosso ensino em princípios condizentes com a sua psicologia. Como aprende ela tudo isso? Aprende pelo uso, porque ouviu os nomes várias vezes ou chamou várias vezes por eles, ou porque fez várias vezes o mesmo trajeto.

Esse uso prendeu-se a uma necessidade, ou a uma sensação de satisfação, a um *interêsse*, enfim. Ouvir ou chamar os nomes dos colegas, ir à casa da vovó foram fatos que ocorreram várias, *muitas vezes*, mas em dias diferentes, em *situações diferentes*; a criança nem notou que aquê elemento comum — nome dos colegas, caminho da casa da vovó — estava sendo repetido. Margarida, Luís Paulo, por exemplo, seriam nomes abstratos, se ditos isoladamente, mas a criança os aprendeu para designar os seus donos; ela tem um *conhecimento concreto* desses nomes: Margarida, Luís, Paulo. Se lhe ensinassem que Margarida, Luís e Paulo são nomes de pessoas e ela não conhecesse essas pessoas, êsse conhecimento não teria significação para ela — e ela seria incapaz de guardá-lo.

B — Aprendizagem dirigida

Essa criança, que aprende sòzinha tantas coisas, é a mesma que vai para a escola; e se esse ensino intencional, sistemático, que a escola se propõe, lhe oferecer os mesmos elementos que a vida de cada dia lhe proporciona, a aprendizagem não apresentará problemas.

E é fácil conseguir:

- 1 — Prover muitas e variadas experiências (Ex.: contar cadeiras, contar mesas, conchas, etc.); fazer a repetição pelo uso.
- 2 — Distribuir o treino de cada noção de maneira a ser mais intenso no início da aprendizagem, tornando-se mais raro, mas sem desaparecer, à proporção que a aprendizagem se firma.
- 3 — Dar um sentido, um interêsse a tóda aprendizagem. Essa tem como ponto de partida sempre uma situação problemática e serve a resolver novos problemas. “Vamos ver qual dos jardins está mais florido; o dos meninos ou o das meninas”. “Vamos calcular as despesas para a impressão do nosso jornal e dividi-las”. “Vamos fazer nosso horário para uma excursão a tal lugar, etc.”. E’ a tão debatida questão da motivação da aprendizagem.

Pode-se bem ver que, quanto mais a escola abandona os seus moldes tradicionais de meninos sentados nas carteiras estudando lições, e deixa que a vida lhe entre pela janela, mais motivos para a aprendizagem aparecem espontaneamente. De tódas as escolas que temos visitado no Brasil (conhecemos relativamente poucas, é verdade) as que mais apresentam essa identidade com a vida são as rurais de Butantã, em São Paulo, de Santíssimo e Governador no Distrito Federal. Isso porque, sendo a atividade rural o centro das atividades escolares, dá o motivo, cria

a necessidade ou desperta a curiosidade para as aprendizagens ditas “intelectuais”.

Nas escolas não rurais, (*) a aprendizagem se origina de problemas surgidos para atingir objetivos outros a que nos propomos: ornamentação da sala de aula, plantação de um jardim ou horta no terreno da escola, organização de um museu, de um laboratório de química, de um livro de histórias, de um sistema de correspondência escolar interestadual, etc. Nunca deparamos situação mais desagradável do que chegar a uma sala de aula e dizer: “vamos fazer umas contas”, ou “vamos aprender a somar frações”. Os motivos forçados, as histórias em que criança alguma acredita, jamais chegam também a motivar; são o ensino tradicional mascarado de moderno; são a forma sem a essência, e de nada valem, desde que não atinjam a sua única finalidade: dar um sentido, um interêsse intrínseco a tóda aprendizagem.

4 — Tornar todo conhecimento objetivo.

Ex.: Contar coisas, ao invés de enunciar números de 1 a 100; medir extensões com um metro ou uma fita métrica, ao invés de papaguear uma lista de múltiplos e submúltiplos, usados ou não.

A criança gosta de ver, pegar, sentir as coisas.

Quanto mais nós apelamos para os seus sentidos, melhor é a aprendizagem. Usar objetos do mundo real, desenhos, massa plástica, papel e tesoura, etc., ajudam muito mais do que longas explicações ou infindas decorações. Apelar mais para o raciocínio e a evidência do que para a memória, é o papel do professor. A *objetivação* da aprendizagem é de grande valor para o seu êxito.

(*) Últimamente, a Escola Guatemala, no Instituto Federal, tem vivido experiências muito ricas de significação para a criança.

- 5 — Oferecer situações para que a criança redescubra fórmulas, regras ou relações.

Aos invés de ensinarmos que $2 + 2$ são 4, proveremos oportunidade para que a criança junte dois grupos de dois objetos e “descubra” que o total é quatro.

Ao invés de ensinarmos a fórmula para achar a área do triângulo, permitiremos que ela, com papel e tesoura, veja que pode partir um paralelogramo em dois triângulos iguais e, daí, “redescobrirá” como achar a área do triângulo.

- 6 — Ensinar pouco de cada vez, graduando as dificuldades e atendendo ao interesse.

Esse é o ponto que faz o ensino intencional superior à aprendizagem espontânea. Assim como o meio oferece uma porção de oportunidades, que a criança vai selecionando de acôrdo com os seus interesses e possibilidades, assim a escola fará esse trabalho de seleção e dosagem, ensinando-lhe pouco de cada vez, primeiro o mais fácil, depois o mais difícil. E como é a Matemática uma ciência lógica, é preciso selecionar ainda as noções básicas para a aprendizagem de outras; a numeração ante da adição; as medidas de comprimento antes das de área, etc. Como não é preciso, por exemplo, conhecer todo o sistema de numeração para aprender as combinações fundamentais da adição, essas aprendizagens vão-se alternando, sempre obedecendo à ordem de dificuldade, e resolvendo situações de real interesse.

- 7 — Formar hábitos salutareos e conexões agradáveis em tôrno do ensino da Matemática; promover o êxito e evitar o fracasso.

CAPÍTULO II

A MATEMÁTICA E AS DEMAIS MATÉRIAS; PLANOS DE TRABALHO; PLANO DE AULA

1. Sendo a globalização do ensino de valor indiscutível na escola primária, a Matemática não pode manter-se isolada. A motivação torna-se muito mais fácil quando as necessidades ou as oportunidades para o uso da Matemática nascem naturalmente no desenrolar do dia escolar.

A Matemática, em inúmeras ocasiões, vale-se das ou auxilia as demais disciplinas; tem uma terminologia apropriada, que é linguagem; lida com desenhos e côres, divisões do tempo, etc. Quanto mais a Matemática se apresentar em conexão com as demais disciplinas, resolvendo os problemas numéricos que a vida apresenta, mais ela estará ligada à vida.

2. Nenhum ensino pode ser eficiente sem planejamento cuidadoso.

O plano é esboçado, primeiramente, em suas linhas gerais e, depois, nos seus pormenores. Há três tipos de planos:

- a) Plano para o ano letivo (programa escolar).
b) Plano para o período correspondente a uma unidade de trabalho (é chamado, geralmente, “plano de trabalho”).

- c) Plano de aula (diário) { para noção nova ou
fixação de aprendizagem.

3. Linhas gerais para o planejamento e realização de uma unidade de trabalho:

Unidade de trabalho

Série escolar

I — Planejamento

- a) Escolha de um assunto geral dentro do qual estejam relacionadas as matérias do currículo.
- b) Indicação das questões das diferentes matérias do currículo, a serem estudadas durante o desenvolvimento da unidade.
- c) Lançamento da unidade: condições possíveis para motivação.
- d) Métodos a empregar.
- e) Material.
- f) Atividades complementares necessárias.
- g) Hábitos e atitudes a desenvolver.
- h) Duração provável da unidade.

II — Execução

- a) Andamento da unidade (faz-se através dos planos de aula).
 - b) Avaliação periódica do andamento da unidade (em relação ao objetivo proposto e às noções assimiladas).
 - c) Matéria dominada (verificação por meio de uma prova).
 - d) Tempo gasto.
 - e) Observações sobre a execução.
- Naturalmente estes três últimos itens só podem ser registrados após o término da unidade.
- A Matemática deve sempre ser prevista na elaboração do plano para o desenvolvimento de uma unidade de trabalho, pois ela é importante para a resolução dos problemas numéricos.

Nota — O plano de aula deve ser registrado num caderno especial.

Ao iniciar a unidade de trabalho, o professor deve transcrever o plano desta no caderno de planos, de modo que não há necessidade de mencioná-la diariamente, nem tampouco fazer referência à série escolar.

Pela motivação prevista no plano, podemos examinar se a Matemática está sendo dada realmente em conexão com as outras matérias, em relação à unidade de trabalho, ou se o professor insiste em isolá-la.

Embora, à proporção que adquire prática, o professor possa ir resumindo o seu registro de planos, dêle devem constar sempre, por exemplo, os exercícios propostos para fixação, ou os jogos realizados e as questões por êle envolvidas, bem como os problemas resolvidos pela classe. Tôda essa parte deve ser planejada por escrito e colecionada no caderno de planos, para que o professor possa consultá-la ao elaborar outros exercícios.

Após cada noção nova de aritmética dada à classe, seguem-se sempre uma revisão, oral ou no quadro-negro, e um exercício escrito de fixação.

4. Linhas gerais do plano de aula:

- a) Série escolar — data
- b) Unidade de trabalho
- c) Matéria
- d) Objetivos:

1 — aquisição de conhecimentos (assunto; mencionar se se trata de noção nova, revisão da matéria, fixação ou verificação da aprendizagem; no caso de fixação, indicar se é por exercício ou jogo e explicar sumariamente o jogo).

2 — formação de hábitos e atitudes.

- e) Material a ser utilizado
- f) Motivação

g) Andamento provável (como a aula será encaminhada)

h) Exercícios (para aplicação, treino ou verificação; transcrever os exercícios, jogos ou problemas).

Naturalmente que, num dia escolar, serão dadas várias aulas, de várias matérias; a Matemática pode encontrar seu motivo na própria aula anterior, de outra matéria, ou, diretamente, na unidade de trabalho (veja exemplificação de plano de aula de Matemática).

5. A Matemática, como outras disciplinas, exige um treino especial, que precisa ser dado por exercícios sistematizados de treino ou por jogos. Esse treino tem uma finalidade em si mesma e, portanto, fixa as noções a cujo aparecimento a Unidade deu motivo, mas não envolve, necessariamente, problemas ou questões diretamente ligadas à unidade de trabalho. Fazer problemas somente sobre feira ou sobre meios de transporte, por exemplo, se tais fossem as unidades de trabalho da classe, seria completamente sem sentido e, ao invés de despertar o interesse da criança, causaria monotonia.

SUGESTÕES PRÁTICAS

A — Sugestões relativas às unidades de trabalho

A título de sugestão, tomamos alguns tópicos dos programas de 2.^a e 3.^a séries do Distrito Federal e colocamos ao lado o que eles nos lembram, em relação à Matemática. É preciso notar que não se trata de um artificialismo do ensino, mas que a Matemática, fornecendo os dados numéricos, completa as noções que os programas das outras matérias se propõem.

I — Sugestões para a 2.^a série:

a) Como unidades de trabalho, analisando os programas, são das mais interessantes as que se referem à vida da fazenda e à vida na cidade, por meio de livro de

histórias, fazenda em miniatura (construção) barra para sala de aula, "cinema", etc.

b) Tópicos e sua relação com a Matemática:

Canteiros — filas de plantação; contagem de 5 em 5, de 10 em 10, etc.

Animais — número; contagem; adição, subtração; criação de pintos; chocadeira — multiplicação, divisão, subtração, adição.

Vegetais — frutas das árvores, flores dos jardins — adição, multiplicação.

Animais e vegetais — preço de venda dos produtos da fazenda; listas de preços; moedas, notas.

Meios de transporte e comunicação — preços, moedas, notas.

Carros de bois — contagem de 2 em 2, de 4 em 4.

Ruas — pares e ímpares; numeração de 2 em 2, de 4 em 4.

Vida na fazenda e na cidade — horários das diferentes atividades; leitura de horas, cartas enigmáticas.

Valor do gelo para conservação dos alimentos — arumação de geladeiras: adição, subtração, dôbro.

II — Sugestões para a 3.^a série:

a) Unidade de trabalho: "Album Turístico do Rio"; "Aventuras de um turista no Rio" (livro, diário, cinema, etc.).

b) Tópicos e sua relação com a Matemática:

Pontos aprazíveis da cidade — transporte, tempo, preço, dinheiro; — curiosidades para comprar (postais, trabalhos de asa de borboletas, etc.) — dinheiro, problemas de compra.

Praças — tamanho, perímetro, forma, sistema métrico.

Fatos históricos, datas — subtração.

Correio — preços de cartas aéreas, preços de transportes de livros — massa (pêso) — registro, selos, encomendas aéreas; problemas sobre dinheiro e massa.

Telégrafo — tempo, horas, preços.

Estradas de ferro e de rodagem — extensão, quilômetros; transporte de malas e de volumes; acondicionamento; cubo, paralelepípedo, medidas de comprimento, pêso.

Agricultura, indústria e comércio — salário de empregados, trabalho feito, em unidade, horas de trabalho; pagamento quinzenal, pagamento mensal; lucros, abatimento; tamanho de fazendas, tamanho de canteiros, cercas para fazendas e canteiros, viveiros de aves, cercados para animais; cálculo da produção aproximada de um laranjal, cálculo do leite necessário para fazer certa quantidade de manteiga (capacidade e massa), cálculo da despesa com alimentos de animais; cálculo das compras semanais para o consumo de uma cozinha de fazenda (alimentação dos agricultores) ou de fábrica (alimentação de operários), retalhos vendidos em fábricas de tecidos (cálculo do comprimento, do preço, etc.).

B — Exemplo da posição da Matemática no planejamento de uma Unidade de Trabalho (*)

CASA DA BONECA (Período preparatório:

(1.º ano — primeiro mês de aula)

I — Distribuição da matéria:

1) — Noções de: grande, pequeno; alto, baixo; comprido, curto; largo, estreito; muito, pouco; maior, menor, igual; perto, longe; à frente, atrás; em cima, em baixo; primeiro, último; mais, menos; direita, esquerda.

2) — Contagem oral de 1 a 20.

3) — Conhecimento objetivo de coleções até 10. (Número formado por dois, três ou mais grupos).

4) — Leitura de números de 1 a 10; números vizinhos.

5) — Escrita de números de 1 até 10; significado de número como coleção (número natural) e como posição na série (número ordinal).

(*) Prof. Alcirema G. Braga Fontana.

6) — Dias da semana.

7) — Noção de cruzeiro. Problemas orais com resposta oral ou objetiva.

8) — Conhecimento da esfera.

II — Exemplos de motivos que a unidade pode oferecer para as aprendizagens citadas:

1) — O tamanho da casa da boneca (grande, pequena); a localização, etc.

2) — O número de personagens, os cômodos, etc.

3) — Os chapéus, os vestidos, etc.

4) — Os vizinhos, etc.

C — Exemplo de um plano de aula de Matemática

1.ª série — 31 de agosto de 1948.

Unidade de trabalho: Livro de Classe.

Cálculo.

Objetivos:

a) treino de problemas orais com cálculo e resultado escritos;

b) ordem e asseio nos trabalhos; operações armadas convenientemente, algarismos bem feitos; boa posição para a escrita; atenção à leitura do problema (pelo professor).

Material: Folhinha do livro de classe, distribuída entre os alunos (um exemplar está anexado ao plano).

Motivação: Continuação das aventuras de Felipe na fazenda.

Andamento provável:

a) Motivada a classe, distribuir o material, recomendando que escrevam apenas o nome e a data, na margem;

b) Recomendações sobre execução do trabalho, atitude, etc.;

c) Leitura do 1.º problema, execução pelas crianças, correção individual pelo próprio aluno, usando a professora o quadro-negro, e adotando a mesma disposição a

que as crianças devem obedecer; a professora imediatamente verificará se tôdas entenderam;

d) Leitura do 2.º problema, procedendo como anteriormente, e assim por diante.

Exercícios: (Tipo — Historieta em problemas):

a) Um empregado tirou 2 mangas para Filipe chupar, e outro tirou 1. Quantas mangas Filipe chupou?

b) Filipe começou a passear e chegou ao lugar dos coelhos. Numa casinha havia 8 coelhos, depois entraram 4. Quantos coelhos ficaram, afinal, na casa?

c) No chiqueiro havia uma dúzia de porquinhos. Filipe abriu a porta e fugiram 4. Quantos porquinhos ficaram?

d) No milharal, Filipe colheu 10 espigas, mas 3 estavam verdes. Quantas espigas maduras Filipe colheu?

Professoranda: Lucy Serrano Ribeiro

CAPÍTULO III

HÁBITOS, ATITUDES E IDEAIS A DESENVOLVER; SUA IMPORTANCIA

1. O professor costuma dar mais atenção ao ensino do que à formação de hábitos, sem se lembrar de que os hábitos concorrem para a melhor aprendizagem. Geralmente, a preocupação com os exames o absorve. Entretanto, se o aluno não "faz prova" de hábitos, a maneira por que se conduz numa prova é resultado da formação de hábitos.

E' preciso insistir com a criança, até que o hábito se forme, mas convém não esquecer que dar ao aluno o *porquê* de cada hábito ajuda-o a formá-lo, uma vez que a criança, conscientemente, trabalhará para a consecução do objetivo conhecido. E' sempre tempo para progredir na aprendizagem, mas um hábito indevidamente formado é um empecilho à formação de hábitos devidos. Portanto, quanto mais cedo nos preocuparmos com o assunto, melhor.

2. A *verificação dos cálculos realizados* é um dos hábitos de maior importância, e pode ser realizada de várias maneiras:

Números terminados em zeros, números decimais, oferecem fáceis oportunidades a resultados absurdos; no entanto, não é difícil formar o hábito de sempre rever essa parte, ao fim de cada operação; da mesma forma, evitar-se-á o esquecimento de sinais de cruzeiros, ou das denominações em medidas de comprimento, capacidade, etc.; mesmo nas últimas séries escolares, é freqüente encontrarmos áreas e volumes expressos em unidades lineares, por falta de verificação.

O ensino das provas das operações fundamentais permite dar ênfase ao valor da verificação. Mesmo quando o professor não pedir a prova real, por escrito (e a prova real, para algumas operações, deve ser evitada, uma vez que é mais difícil do que a própria operação) é importante que faça os alunos verificarem as operações. Indicamos, para isso, no estudo especial das operações fundamentais, as provas mais aconselháveis. Cada exercício deveria ser dado com a ordem completa: "Efetue e verifique as operações..."

A verificação é, também importante na resolução de problemas; considerar certo ou quase certo um problema que contém um pequeno "engano" de vírgula, transformando, por exemplo, cem cruzeiros em mil cruzeiros, é critério que não deve ser seguido, de maneira alguma; o aluno precisa compreender a significação e as consequências de tal "engano" na vida real. Antes que os alunos comecem a resolver qualquer problema, individualmente, o professor deverá chamar-lhes a atenção para todas as formas de verificação necessárias a um resultado satisfatório: conferir cada operação; conferir os dados usados no seu cálculo com os do enunciado do problema; estar certo de que não houve engano em vírgula, zero, denominação ou sinal de cruzeiro; ver se a resposta que pretende dar responde, realmente, ao problema (às vezes perguntamos o preço e o aluno responde em metros); ver se os resultados encontrados se aproximam da verdade, fazendo o cálculo mental em "números arredondados"; pelo menos, os erros mais grosseiros serão assim evitados.

3. *Clareza na escrita dos algarismos, boa disposição dos cálculos, facilitando a sua verificação ou correção,* devem ser estimulados.

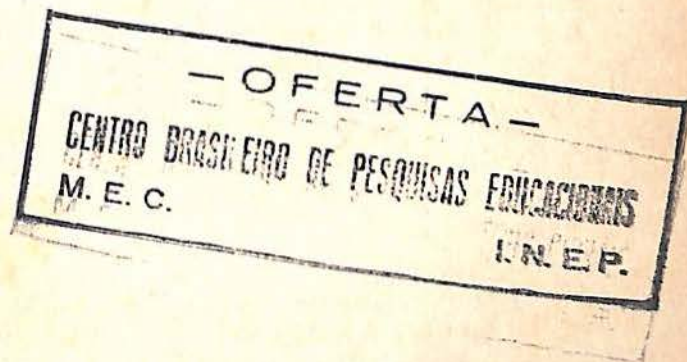
4. *Levar o trabalho sempre à sua conclusão, concentrando a atenção na tarefa até o término, só se contentando com a resposta certa, é um ideal que o professor habilitado, que planeja exercícios interessantes, consegue for-*

mar nos seus alunos, conseguindo, assim, que os trabalhos de Matemática sejam desejados pela classe.

5. *Presteza na execução de tarefas, exigindo, sempre, e cada vez mais, perfeição e rapidez, através de um estímulo crescente nesse sentido, é de grande valor, não só para economia de tempo, como, ainda, porque a morosidade, quando permitida, leva os alunos a desviarem a atenção das tarefas que executam, cometendo erros e, até, fazendo decrescer o interesse.*

6. *A correção do trabalho deve ser considerada importante por alunos e professor; isso é conseguido quando, pela nossa atitude, levamos os alunos a se sentirem felizes consigo mesmos pelo seu êxito; e, quando errarem, à compreensão de que o erro não é uma situação permanente, mas algo que pode ser afastado; humilhações nesse sentido levam a criança a desinteressar-se da correção, a pretender enganar o professor e a persistir no erro.*

7. *Em suma, o ideal do trabalho rápido, completo, certo, bem disposto, deve dominar na classe, e o espírito de precisão que a Matemática desenvolve só assim será conseguido.*



CAPÍTULO IV

TAREFAS DESNECESSÁRIAS EM MATEMÁTICA

1. Em Matemática, muito do tempo e da atenção que a criança deveria dedicar ao trabalho próprio de Matemática, é empregado em tarefas absolutamente desnecessárias para a aprendizagem.

Uma de tais tarefas é o *cabeçalho* que precede cada exercício feito em caderno. Tal tarefa vai-se tornando desnecessária, à proporção que a criança vai sabendo escrever, sem erros, o nome da escola, do professor e a data. É preferível que a criança tenha apenas um caderno para todas as matérias e faça cabeçalho uma vez por dia, ao início dos trabalhos escolares.

2. A *cópia do enunciado dos problemas* é outro trabalho que faz demorar e perder o interesse pela atividade. Às vezes, um problema, que é resolvido em 5 minutos, exige 15 para a cópia, na qual, não raro a criança comete erros de linguagem, justamente porque está desinteressada. Justifica-se num problema de tipo novo, que a professora queira deixar arquivado nos cadernos dos alunos; pelo menos 75% dos problemas feitos em classe, entretanto, poderiam poupar tal tarefa, calculando uma média de três problemas para o treino de cada tipo novo apresentado.

É preferível numerar os problemas que vão sendo dados em classe e escrever, apenas, por exemplo, "Problema n.º 20 — Solução". Muitos de tais problemas podem ser feitos em folhas de bloco de papel-lousa, economizando o caderno, tão dispendioso para muitas crianças das nossas escolas públicas.

3. *Armar cálculos que a criança possa e deva fazer mentalmente* é, ainda, exigência que demonstra falta de bom-senso.

4. *Cópia de cálculos a serem efetuados* é tarefa longa, fastidiosa, que traz erros e cansa a atenção em atividade sem valor, além de prejudicar o interesse. Infelizmente, ainda precisamos usar esse recurso, na falta de material impresso.

Nas escolas onde há mimeógrafo ou duplicador, é interessante fornecer cálculos impressos e fazer o aluno dobrar a folha de papel-lousa, efetuando nela os cálculos, logo abaixo de cada operação armada. Nos casos de estar a operação indicada, para colocar ao lado os resultados, em colunas, proceder-se-á da mesma forma. Assim, uma folha de cálculos poderá servir a todas as turmas da mesma série escolar durante um ano ou, até, anos subsequentes.

Os copiadores ou duplicadores manuais, à base de rolos de gelatina, são hoje de custo insignificante para uma escola ou um grupo de professores, prestando grande serviço na economia de tarefas de alunos e de professores. As matrizes são preparadas facilmente com papel-carbono ou lápis especial e transferidas para a superfície de gelatina pelo espaço máximo de um minuto. A operação de tirar as cópias pode ser confiada a qualquer criança de idade escolar e é rapidíssima.

Economizando, ainda, as cópias, não deixando que os alunos escrevam nelas, como aconselhamos acima, elas poderão ser usadas até que o papel ou a cartolina onde forem tiradas se gaste, pelo uso.

Se queremos que nossos alunos tenham uma atitude favorável à aprendizagem de Matemática, não associemos o seu estudo a tarefas áridas e sem proveito.

CAPÍTULO V

FIXAÇÃO DA APRENDIZAGEM: EXERCÍCIOS SISTEMATIZADOS E JOGOS DIDÁTICOS

1. Planejamento de exercícios sistematizados

Para se obter os melhores resultados é mister que os exercícios sejam previamente organizados ou planejados de acordo com o objetivo primordial — a fixação. Os exercícios dados sem essa preocupação de sistematização deixam-nos no escuro para agir. O professor que propõe exercícios ao sabor do acaso, muitas vezes perde tempo demasiado com treino de conhecimentos fáceis e deixa esquecidos outros que estão a exigir de sua parte a mais detida atenção.

Devem merecer a atenção da professora, não só os exercícios feitos em classe, como, também, a tarefa que os alunos levam para casa.

Para o *planejamento do exercício* podemos considerar os seguintes aspectos, tendo em conta que a realização do exercício, em classe, deve corresponder, tanto quanto possível, ao seu planejamento:

a) *Quanto ao objetivo* — Ao planejarmos os exercícios para os nossos alunos, devemos cogitar, antes de tudo, do conceito, noção ou habilidade que pretendemos fixar. Isso feito, teremos definido nosso objetivo precípua: manejo da vírgula decimal, cálculo de porcentagens, etc.

Esse objetivo deve ser bem delimitado, para que os exercícios alcancem o máximo de eficiência. A prática aconselha a reduzirmos cada noção a fixar a seus elementos mais simples, para que o aluno, com o pensamento

orientado no mesmo sentido, se entregue a uma aprendizagem mais rápida e segura, poupando tempo e energia.

b) *Quanto à dificuldade* — Nos exercícios propostos, a dificuldade deve ficar adstrita ao conceito ou noção que se deseja treinar. Assim, quando o nosso intuito é treinar raciocínio, cumpre-nos evitar que a parte puramente de cálculo absorva a atenção dos alunos.

c) *Quanto ao elemento básico* — Os exercícios serão formulados de tal sorte que, variando os elementos acidentais, se conserve o elemento básico, o que se pretende treinar:

Observemos as seguintes operações:

$$\begin{array}{r} 506 - 184 = \\ 308 - 59 = \\ 1\ 085 - 957 = \\ 4\ 032 - 875 = \end{array}$$

Nota-se no exemplo acima, que, nas operações propostas, varia o número de algarismos de cada termo, mas há uma "singularidade" que permanece: trata-se de uma subtração, com recurso, à ordem superior, aparecendo um zero no minuendo, entre dois algarismos significativos.

Eis o que constitui o nosso objetivo de treinamento ou fixação.

d) *Quanto à seriação* — Os exercícios devem ser dispostos em ordem crescente de dificuldade. Vencida uma pequena dificuldade, adquire o aluno certa experiência inicial que o ajudará a vencer a seguinte, e assim sucessivamente. Além disso, o primeiro êxito constituirá, desde logo, valioso estímulo para o prosseguimento do trabalho.

e) *Quanto à adequação* — Deve haver perfeita concordância entre o nível da turma e os exercícios propostos. Se êstes forem demasiado fáceis para os alunos, provocarão lamentável desinterêsse, do qual resultará perda de tempo e energia numa atividade inteiramente despicienda. Exercícios rebuscados e difíceis conduzem tácitamente ao erro, geram o desânimo e só podem trazer rendimento negativo. Só se deve propor um exercício quando

as noções que êle subentende foram bem explicadas e compreendidas.

f) *Quanto ao tempo* — Eis outro fator de importância primacial. Aconselha a prática a evitarmos os exercícios longos, que se tornam fastidiosos, e, também, os extremamente breves, que não sejam suficientes para fixar uma noção. Impõe-se-nos achar o equilíbrio entre os extremos condenáveis do exagêro. (10 a 20 minutos de resolução, em média).

g) *Quanto à variedade de técnica e de tipos* — Deve-se variar a técnica de trabalho, ou o tipo de exercícios; a variedade evita a monotonia, favorece a aprendizagem e torna-a mais atraente.

"A repetição de uma aprendizagem não a melhora, necessariamente.

De fato, se se desse justamente a mesma coisa de cada vez, o aluno não poderia melhorar".

São infinitos os modos de conseguirmos essa variação. Citaremos apenas alguns exemplos:

- Dar o trabalho no quadro negro.
- Dar o trabalho escrito no caderno.
- Fornecer o trabalho impresso para o aluno resolver.
- Fazer uns alunos proporem questões a outros.
- Usar o sistema de perguntas.
- Mandar completar lacunas.
- Mandar escolher a resposta certa dentre uma lista.

É fora de dúvida que haverá inúmeras modalidades, de acôrdo com o assunto e a série escolar, as quais o professor habilidoso vai, aos poucos, descobrindo e criando.

h) *Quanto à motivação* — Os exercícios constituem uma atividade da turma e, como tal, devem ser bem motivados, como ocorre, aliás, com todos os trabalhos escolares. Impor um exercício à classe não é o meio de conseguir os melhores resultados.

As vêzes, a motivação pode surgir pela simples habilidade do professor em fazer a turma sentir a necessidade de fixar certos conhecimentos. Os exercícios podem-se seguir a uma noção nova, que, quando bem ministrada,

lhes dará motivo; poderão, também, partir da unidade de trabalho, onde o professor encontrará inúmeras fontes de motivação.

2. Direção dos exercícios

Proposto o exercício à turma, é necessário explicá-lo antes do início do trabalho e conseguir a atenção de todas as crianças. Se assim não se der, elas, muitas vezes, não entenderão a tarefa proposta e perderão tempo improficientemente, resolvendo-a de forma incorreta. Além disto, essa falta de direção inicial vai aumentar o número de estudantes que precisarão de explicações do professor. Não poucas vezes terá êle de esclarecer dúvidas idênticas formuladas por alunos diferentes. Não devemos esquecer que o exercício deve evitar o êrro, para fixar o certo.

3. Correção de exercícios

A correção pode ser feita pelo professor ou pelos próprios alunos, usando o quadro-negro, se necessário. Esta prática é a preferida para os exercícios sistematizados e pode obedecer a qualquer das formas abaixo:

- I) A professora chamará cada aluno para resolver uma questão.
- II) A professora, para economizar tempo, ou para assegurar maior clareza, resolverá as questões no quadro-negro, enquanto cada criança corrige o seu próprio exercício.

Toda correção, entretanto, seja de que maneira fôr, precisa ser bem comentada e com a participação geral da turma, para que todos se mantenham interessados e a correção auxilie, realmente, a aprendizagem.

É necessário chamar a atenção para a forma correta e não mostrar a forma errada, evitando, assim, que o êrro se fixe.

Quando a verificação é feita no quadro-negro, o professor precisa ver, pelo menos de vez em quando, os trabalhos dos alunos. Não com a preocupação de emendar erros, que isso nada adiantaria; o trabalho mais lucrativo de correção é o que é feito à vista do aluno. Apresenta êste método, de revisão dos cadernos, dentre outras, as seguintes vantagens:

O aluno tem prazer em que o seu caderno seja visto pela professora.

O professor avaliará melhor os progressos que o aluno vem fazendo, em caligrafia, ordem, asseio e aprendizagem.

A correção posterior do trabalho pelo professor justifica-se na 1.^a série ou quando se trata de uma pequena prova, isto é, um trabalho de verificação.

Não é preciso lembrar que, durante a "direção dos exercícios", o professor procura corrigir individualmente, e no momento de ocorrência, as falhas apresentadas pelos alunos.

4. Planejamento dos jogos didáticos

a) Objetivos:

O jogo didático serve para fixação ou treino da aprendizagem. É uma variedade de exercício, que apresenta motivação em si mesma, pelo seu *objetivo lúdico*.

É êste objetivo, consciente da parte da criança, que o torna tão valioso na fixação da aprendizagem. Do ponto de vista do professor, entretanto, o *objetivo* da atividade não é apenas o alvo a que o jogo se propõe, isto é, ver o cavalo que chega primeiro ao fim de corrida, ou formar um desenho, ou armar um dominó, ou conquistar a bandeira da vitória, etc. Do ponto de vista do professor, a criança deve ter treinado alguma noção, ao fim do jogo, tendo melhorado a sua aprendizagem.

Torna-se, pois, necessário planejar o jogo didático de forma a que ambos os objetivos sejam atingidos: é preciso que êle não redunde em tarefa para a criança; não será, também, apenas uma brincadeira; se êle, embora

exigindo esforço mental, não tiver concorrido para a aprendizagem, também não terá sido útil.

Sendo um jogo didático, o acaso, a sorte não devem decidir a vitória; esta deve ser conquistada pelo saber. (*)

O objetivo didático deve ser bastante definido, treinando apenas uma noção; por exemplo: adições sem reversão de frações ordinárias, etc. Justamente a vantagem do jogo é permitir que, sem cansar, muitas questões sobre o mesmo assunto sejam treinadas. Excepcionalmente, o jogo pode ser dado com objetivo de revisão da matéria, abrangendo várias noções.

É, ainda, de primacial importância o papel do jogo bem dirigido na formação educativa do aluno; através do jogo, ele deve treinar honestidade, companheirismo, atitude de simpatia ao vencedor ou ao vencido, respeito às regras estabelecidas, disciplina consciente, acato às decisões do juiz. O juiz, por sua vez, far-se-á impor pelas decisões justas e sensatas.

b) Duração:

O jogo deve ser econômico em tempo (duração máxima de 20 a 30 minutos), do contrário os próprios jogadores sentir-se-ão enfadados, esperando que chegue a sua vez de jogar ou aguardando que o jogo termine. Sempre que mais de um jogador estiver participando ao mesmo tempo, melhor. Ainda, do ponto de vista da aprendizagem, é preferível que as questões propostas a um jogador aproveitem aos demais. O uso do quadro-negro, com 5 ou 6 jogadores simultaneamente fazendo as suas operações para dar a sua contribuição ao jogo, é o melhor. Toda a turma aproveita e em 5 ou 6 etapas o jogo está concluído. Todos os alunos devem jogar, mesmo numa turma de 40 ou mais.

(*) Há recreações matemáticas nas quais os conhecimentos empregados são muito singelos mas cujo valor consiste em aumentar o gosto e o interesse dos alunos pelos números.

c) Tipos:

O jogo *individual* é aquele em que a criança joga consigo mesma; desse tipo são os jogos de armar figuras, por exemplo. Quando cada uma das crianças de uma classe recebe uma figura para armar, o jogo é *individual, em situação coletiva*.

O jogo *coletivo* é aquele de que todos os jogadores participam para atingir ao mesmo objetivo lúdico. Ex.: armar um dominó, recebendo cada criança uma pedrinha. Neste exemplo dado, o jogo é *sem competição*. No *jogo de competição de partidos* as crianças estão distribuídas em grupos, disputando uma vitória para o seu partido. Ex.: uma corrida de cavalos, com obstáculo; cada partido corre com um cavalo; cada jogador vence um dos obstáculos, que é a operação. Pode haver *competição individual*, quando é um aluno o vencedor; são os concursos e campeonatos. Os jogos coletivos, ao invés de ocupar *toda uma classe*, exigem, às vezes, apenas um *pequeno grupo*.

Podem-se fazer jogos com *material especial*, alguns mais fáceis outros mais requintados. Entretanto, mesmo os jogos sem material especial, como os *jogos de quadro-negro*, ou os *jogos ao ar livre*, usando bolas, bandeirinhas, etc., são de grande utilidade. Material comum aos jogos de azar deve ser evitado: dados, cartas, etc..

d) Direção:

A explicação da "técnica do jogo" — isto é, da maneira de jogar, suas regras e penalidades, — deve ser feita claramente ao início, para evitar confusões no seu decorrer devidas à falta de compreensão. Às vezes, pode-se jogar um pouco a título de exemplificação, para evitar dúvidas. Dentre as penalidades, as referentes à disciplina devem ser logo combinadas; uma vez estabelecidas, devem ser respeitadas, ou o juiz perderá a autoridade.

5 — TRABALHO SUPLETIVO

Da realização de um jogo, muitas vezes, decorre a necessidade de um trabalho supletivo, em casa ou na es-

cola; trabalho igual para toda a classe ou variável de acôrdo com as diferenças individuais. De outras atividades de classe podem derivar-se, ainda, trabalhos supletivos.

Nas *tarefas para casa* precisamos atender, porém, a várias condições:

a) O trabalho deve ter continuidade com o trabalho escolar e não ser uma tarefa completamente desligada da unidade de trabalho que se está desenvolvendo.

b) Deve ter todas as condições requeridas para os trabalhos de classe.

c) Deve-se levar em conta o tempo de que os alunos dispõem para realizar os exercícios e o tempo que o professor empregará para corrigi-los. É preciso evitar as tarefas demasiadas. Lembremo-nos de que muitas crianças trabalham em casa e não nos esqueçamos, também, de que elas precisam ter tempo para brincar.

d) Os trabalhos de casa devem sofrer correção, comentada, como qualquer outro trabalho.

Para o trabalho supletivo em classe, atendendo às necessidades individuais, aconselha-se a seguinte prática:

Dividir a classe em três ou quatro grupos, de 10 a 12 alunos, de acôrdo com seu adiantamento (sem que os alunos o saibam), para obter grupos mais ou menos homogêneos. Dois ou três grupos podem estar ocupados em tarefas adequadas aos seus níveis e nas quais possam trabalhar sôzinhos, enquanto outro grupo, disposto junto à mesa do professor, recebe explicações suplementares sobre dificuldades que apresentam, e treino especial sôbre os seus pontos fracos.

Os trabalhos destinados aos outros grupos sofrem, em seguida, correção, usando o quadro-negro, ou por meio de discussão oral.

Variando os grupos que trabalham diretamente com o professor, todos recebem igual atenção individual, uma vez que num grupo de 10 a 12 há oportunidade para todos, o que não acontece em turmas de 30 e 40 alunos ou mais.

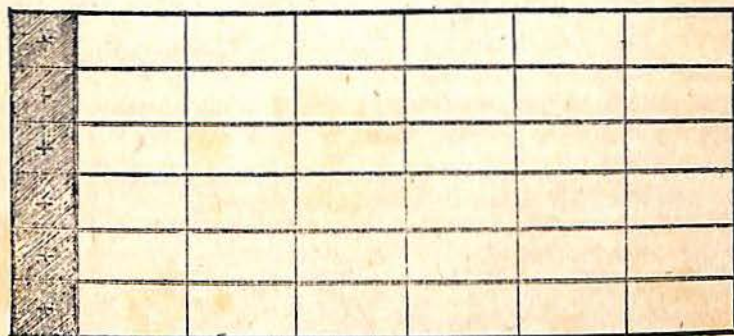
Usando o tipo de material que propusemos no capítulo III, mesmo os grupos que estão trabalhando sôzi-

nhos podem receber tarefas adequadas aos seus níveis de adiantamento, uma vez que não é necessário determinar exercícios iguais para todos. O uso de tal material ainda poupa ao professor o trabalho de transcrever exercícios no quadro-negro, uma vez que bastará distribuir às crianças os cartões impressos, para trabalharem de acôrdo com êles.

SUGESTÕES PRÁTICAS

Daremos aqui alguns exemplos de jogos que não demandam material de difícil confecção e que podem ser usados para treinos diversos:

1. *Corrida de automóveis* — Cada partido disputa a corrida com um automóvel (adquirido em casas de brinquedos; cavalinhos de corrida também servem). Numa folha de cartolina ou papelão do tamanho da mesa da professora, traça-se uma pista, circular ou retangular, dividida em setores ou quadras. O exemplo abaixo dá para 36 jogadores; se fôr maior o número de alunos, aumentam-se os partidos ou as quadriculas.



(*) Vide "Jogos e Recreações Matemáticas", Editora Conquista.

Cada automóvel ocupa, antes do jogo, uma das quadras escuras e deve correr na sua faixa. Ganha a corrida o partido que chegar ao final. Se o professor quiser, poderá fazer uma faixa de cada côr.

Cada partido recebe cartões numerados de 1 a 6 ou mais, conforme fôr o número de quadrículas de cada faixa. Cada cartão traz uma operação, de acôrdo com o objetivo do jogo. As operações são tôdas diferentes, mas equivalentes em dificuldades. O aluno não escreverá no cartão, mas sim no bloco de rascunho.

Distribuídos os cartões por todos, ao mesmo tempo, todos farão as suas operações na carteira. Então, o professor chamará: n.º 1. Todos os alunos que têm cartão n.º 1 virão ao quadro ao mesmo tempo, e farão a sua operação novamente à vista da classe. Aquêles que acertarem, farão seus carros entrar na 1.ª quadrícula. Se algum errar deverá repetir a operação, com auxílio do professor, mas não fará o carro andar. Proceder-se da mesma maneira com o n.º 2, n.º até o fim.

Observações: Note-se nesse jogo que:

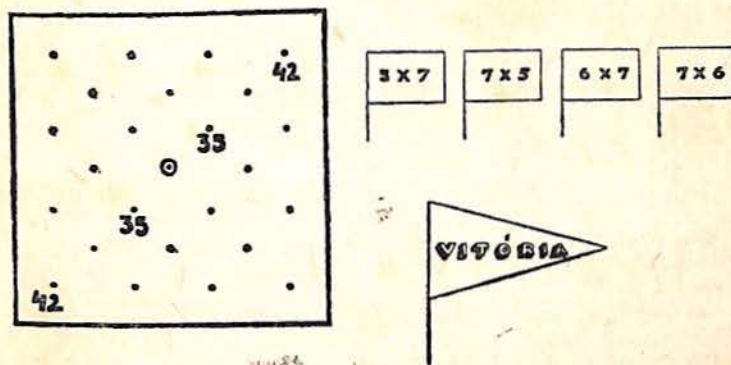
- O treino aproveita a todos, porque todos vêem as operações serem feitas no quadro-negro, em situação interessada.
- Cada criança treina a mesma operação duas vezes: uma no papel e outra no quadro-negro.
- O jogo desenvolve-se com grande economia de tempo, pois que:
 - Em 6 etapas, uma turma de 30 a 42 alunos pode concluí-lo, desde que o quadro-negro comporte 5, 6 ou 7 alunos de já a resolverem no papel, tôdas simultaneamente.
 - As crianças não demoram muito a fazer a operação, pois já a resolveram no papel, tôdas simultaneamente.
 - Alguma ajuda que um jogador tenha dado a outro, nas carteiras, não é prejudicial, mas, ao contrário, concorre para a aprendizagem, pois a criança deve resolver a operação, sôzinha, no quadro-negro. Note-se que o jogo não é atividade de verificação, mas, sim de fixação da aprendizagem.
 - O mesmo jogo pode ser jogado várias vezes com o mesmo material, variando-se os partidos; cada criança receberá, assim, uma operação diferente.
 - Fazendo novos cartões (o que não demanda maior tempo do que um exercício comum) o professor poderá, com o mesmo material, treinar praticamente qualquer noção de matemática, e, até, fazer exercício intensivo de resolução de problemas.

f) As questões usadas no jogo podem ser aproveitadas para exercícios sistematizados de treino, dos quais tôda a turma participe ao mesmo tempo.

2. *Conquista da vitória* — Num tabuleiro de papelão, de 40cm \times 40cm aproximadamente, fazem-se pequenos furos, onde se possam adaptar palitos. Ao lado de cada furo, há um número, correspondente aos resultados das combinações fundamentais de uma das operações. Bandeirinhas de 2 côres (para 2 partidos), feitas com um retângulo lustroso, tendo como mastro um palito, apresentam as combinações correspondentes aos resultados do tabuleiro.

De acôrdo com os atuais programas do D. F., com 55 bandeiras treinam-se tôdas as combinações exigidas para a 2.ª série (produtos de 1 até 30). Para a 3.ª série, usam-se 100.

Duas bandeiras maiores, cada uma da côr de um partido, trazem escrita a palavra *Vitória*.



As crianças podem ficar nas suas carteiras e receber as bandeirinhas. Chamadas pelos seus próprios nomes, cada uma deve ler a combinação que lhe coube e dizer o seu resultado ou escrevê-lo no quadro-negro, colocando a bandeirinha no tabuleiro, no lugar respectivo.

O partido que colocar tôdas ou o maior número de bandeirinhas terá o direito de fincar a bandeira da Vitó-

ria. Se houver empate, as duas bandeiras serão "desfraldadas". As bandeiras onde houve erros são separadas para treino posterior da classe.

Observação:

a) As bandeirinhas são distribuídas previamente às crianças, para evitar a ansiedade provocada pelo desconhecimento da bandeira que lhe vai caber, ansiedade que, não raro, provoca nervosismo e erros. Assim, há tempo para pensar, há calma e, além disso, o jogo desenvolve-se mais depressa; as respostas são rápidas e não há tempo perdido em escolher bandeirinhas. Se algum colega ensinar ao outro, por exemplo, que 6×5 são 30, não houve prejuízo algum, pois justamente o objetivo do jogo é a aprendizagem, em situação interessada. A criança fixará melhor essa combinação 6×5 por essa forma do que por qualquer outra que se possa imaginar.

b) A confecção do material é surpreendentemente fácil, uma vez que só o tabuleiro é feito exclusivamente pelo professor. As bandeirinhas podem ser cortadas e coladas por qualquer aluno desde o 1.º ano, em aula de Trabalhos Manuais.

c) Variando as bandeirinhas, quaisquer questões, cujos resultados correspondem ao do tabuleiro, podem ser utilizadas para treino.

d) As questões de um partido devem ser diferentes, mas ter dificuldade equivalente à do outro.

e) O jogo pode ser jogado muitas vezes, usando o mesmo material, sempre com interesse e aprendizagem, pois dificilmente as crianças receberiam as mesmas bandeiras.

3. *Dominó: (em grupos)*

Objetivo: *Fixação de equivalência de frações.*



As pedras são distribuídas às crianças, um dominó para cada grupo. Podem-se atribuir pontos ao grupo que primeiro completar o seu dominó. A criança deve ler, em voz alta, para os companheiros de grupo, a fração que completa o dominó, bem como a seguinte. Pode-se combinar ler a fração de cada quadrado que está em branco:

$$\frac{2}{10}, \frac{2}{4}, \frac{1}{2}, \frac{4}{6}, \text{ etc.}$$

4. *Chamada da roda (ao ar livre)*

Crianças formando roda com cartões numerados, pregados na blusa, por "clips".

Uma, destacada para iniciar o jogo, vai para o centro e grita, por exemplo: $42 \div 7$ (se foi combinado treinar divisão), correndo, em seguida. Todas as crianças que têm o n.º 6 devem persegui-la. A que a alcançar virá para o centro e citará uma operação que dê outro resultado.



5. *Colhêr mangas* — Duas mangueiras esquematizadas em cartolina, com as mangas recortadas, sôltas, apenas afixadas à mangueira, enfiando o "cabinho" da manga num talho da cartolina. Atrás de cada manga está indicada

uma redução de sistema métrico. Cada mangueira cabe a um partido. A criança "colhe" a manga, lendo a redução indicada atrás e resolvendo-a, por escrito, no quadro-negro, ou oralmente. Se errar, deve repor a manga. Jogam duas crianças ao mesmo tempo, uma de cada partido. Ganha aquêle que tiver colhido mais mangas. Em lugar de reduções do sistema métrico, pode ser usada qualquer outra noção para treino.

CAPÍTULO VI

O TREINO DO RACIOCÍNIO E OS PROBLEMAS DE MATEMÁTICA

1. O treino do raciocínio não se faz apenas através dos problemas de Matemática; pelo contrário, qualquer ensino, de qualquer matéria, deve levar sempre a criança a pensar, a refletir. Já vimos que, ao dar uma noção nova de cálculo, devemos levar a criança a "redescobri-la"; essa redescoberta faz-se à custa de raciocínio.

O problema de matemática exige um raciocínio envolvendo dados numéricos ou relações matemáticas; forma, ainda, métodos de raciocínio que podem ser úteis em situações fora da Matemática.

É preciso, entretanto, que, resolvendo um problema de Matemática, esteja a criança realmente raciocinando; isso depende muito do professor; ensinar a raciocinar exige grande cuidado, para não mecanizar formas de resolução de problemas-tipo, as quais nem desenvolvem os métodos de pensamento, em geral, nem habilitam a criança a resolver outros problemas de Matemática.

2. Planejamento do problema

O primeiro cuidado do professor consiste no *planejamento do problema*, isto é, na sua escolha e organização. O melhor problema, sem dúvida, é aquêle que resolve uma situação ocorrida na classe, em relação à unidade de trabalho ou projeto, ou em relação a qualquer outra atividade, como, por exemplo, compra de material, despesa de uma excursão, etc. A professora desperta a atenção das crianças para o problema presente e leva-as a redigi-lo em cola-

boração, no quadro-negro, para, então, resolvê-lo. Mesmo esse problema, assim tão real, pode e deve ser previsto pelo professor, ao pensar a sua aula, para aquele dia.

Os livros de exercícios podem apresentar-nos sugestões para problemas, e devem ser, para isso, consultados. Entretanto, ao escolhê-lo ou ao organizá-lo, é preciso pensar:

a) Esse problema *interessará* aos meus alunos? Tem relação com a sua vida infantil? É relativo à vida adulta mas tem, realmente, probabilidade de ocorrer? (*) É, em suma, um problema de *vida real*? Constituirá uma atividade interessante para os meus alunos?

b) É adequado à minha classe e corresponde às necessidades dos meus alunos:

- quanto às noções de Matemática cujo treino envolve?
- quanto à dificuldade de raciocínio?
- quanto à dificuldade dos cálculos?
- quanto ao número de cálculos?

Convém, aqui, acentuar que não é o problema longo nem complicado o que mais satisfaz. É preciso que ele jogue com as noções de Matemática que vão sendo ensinadas, não só para fixá-las, como também porque uma noção de Matemática só tem valor para a aprendizagem se ajuda a resolver problemas que a vida oferece; é necessário que essa mesma noção se apresente em diferentes situações; assim, por exemplo, problemas sobre subtração devem ser planejados de maneira a apresentar não só a situação de resto, como também a de excesso e a de diferença.

O problema serve, ainda, ao treino de raciocínio e não do cálculo, logo os cálculos longos devem ser abandonados, pois desviarão a atenção da criança do raciocínio para o cálculo; além de tudo, logo de início o interesse de uma criança pela resolução de um problema recrudescerá

(*) Pesquisas revelaram que a criança resolve melhor problemas que está vivendo ou que outra enfrentou do que problemas de vida adulta. Encontram, ainda, mais facilidade em problemas concretos do que semi-concretos (com desenhos), sendo estes mais fáceis, por sua vez, do que os abstratos.

quando ela percebe que, para vencê-lo, tem que fazer cálculos como, por ex.: $4,3502 \times 0,9857$. A fadiga na resolução de longas ou muitas operações envolvidas num problema é, muitas vezes, a responsável pelo insucesso de crianças no ataque de um problema.

c) A linguagem em que está redigido o problema é clara, correta, adequada, simples?

d) Em relação aos problemas anteriores dados em classe, há uma variedade de tipos?

3. Tipos de problemas

Em verdade, o raciocínio deve ser treinado, em situações diferentes, e o próprio tipo do problema oferece uma forma dessa variedade; além disso, cada tipo satisfaz melhor a certos objetivos do que outros (*): Naturalmente que um problema, às vezes, apresenta características de mais de um tipo, ao mesmo tempo. Vejamos alguns tipos, embora cada professor possa sempre imaginar outros tipos novos.

I — *Problema comum da vida real* — É o tipo mais simples de problema, e o mais comumente usado na escola; é de fácil redação.

II — *Problema-historieta* — Interessa muito à criança, mas não devemos usá-lo demais, pois apresenta dois inconvenientes: o primeiro é tornar-se, muitas vezes, demasiado longo; o segundo é levar a criança a uma leitura pouco meditada, como é a leitura empregada em historietas; assim, lidó o problema uma vez, ela não é capaz de resolvê-lo, geralmente, sem uma outra leitura, dessa vez meditada.

III — *Problema sem números* — É de grande utilidade, pois não envolve cálculo; deve ser dado oralmente e sua resolução será, também, oral, podendo ser permitida resposta por escrito, se assim convier. Há economia de tempo, proporcionando grande treino de raciocínio, através

(*) Vide exemplificação de cada tipo na parte de Sugestões Práticas.

de muitos problemas, sem cansaço; agrada muito às crianças; pode ser usado desde o primeiro ano.

IV — *Problema incompleto* (quanto aos dados ou quanto à pergunta) — São tais problemas de grande utilidade, pois é preciso que a criança entenda, realmente, as relações entre os dados do problema, para que descubra o que falta. Além disso, essa situação de “adivinhar” dá ao problema uma motivação intrínseca.

V — *Problemas em série* — Diz-se dos problemas que formam um conjunto, sendo necessário resolver os primeiros ou valer-se dos dados destes para solucionar os últimos. Muitas vezes, reproduzem uma historieta.

VI — *Problema sugerido por gravura* — É formulado, a princípio, sob a orientação do professor, que procura apontar os dados numéricos que aparecem numa gravura qualquer, às vezes a mesma que serviu de motivo para a redação; praticamente, qualquer gravura serve de motivo a um problema; até uma paisagem de praia, por exemplo, pode dar motivo a questões sobre extensão da praia, sobre natação, etc. A criança gosta imensamente de inventar problemas tendo gravuras por motivo; e, naturalmente, se ela sabe arranjar os dados de maneira a criar uma situação problemática, evidentemente está raciocinando; formulado o problema, sua resolução será fácil, pelo menos para aqueles que o inventaram. Mesmo na 1.^a série, a criança já é capaz de inventar problemas dessa natureza.

VII — *Problema para vestir* — É o nome comum dado a problemas a serem inventados pela criança, tendo como ponto de partida os cálculos a fazer, e que são apresentados pela professora; da 2.^a série em diante são muito úteis, desenvolvem o raciocínio; à vista de um cálculo como, por exemplo, $2 + 3 = 5$, a criança imagina um problema que possa ser resolvido por esta operação. Pode-se, também, mandar inventar um problema entrando: crianças, fazenda, ovos, por exemplo.

VIII — *Problema para encontrar o dado desnecessário* — Não deve ser dado de permeio com outros, indiferentemente, mas sempre com o objetivo, conhecido pela criança, de encontrar o dado desnecessário; é, realmente, um treino ótimo de raciocínio e, desde que a criança re-

conhece que não necessita de determinado dado para resolver um problema é porque sabe jogar com os demais para solucionar a questão. Ademais, nos problemas que surgem na vida, os dados necessários e os desnecessários aparecem em conjunto, e é preciso separar os que realmente interessam para formular o nosso problema.

IX — *Problemas orais* (com cálculo escrito, com a resposta escrita ou com cálculo e resposta orais).

Tais problemas são muito usados para cálculo mental, em qualquer série; é fora de dúvida que muitos dos tipos de problemas apresentados anteriormente podem e, até devem, ser dados oralmente.

Não só há economia de esforço como, também, a maioria dos problemas que enfrentamos na vida temos de resolvê-los sem lápis e sem papel. Em tais problemas deve-se pedir, muitas vezes, o resultado aproximado. São considerados, atualmente, os problemas mais indicados para desenvolvimento do raciocínio.

Na 1.^a série, os problemas orais fazem-se necessários, uma vez que a criança ainda não pode lê-los; ao fim do ano, podem ser substituídos por problemas escritos. Tais problemas devem envolver apenas uma operação, sua linguagem é muito simples: Usando a própria linguagem da criança, naturalmente que corretamente, o professor formulará oralmente o problema surgido na classe, e sua resolução será feita tanto objetivamente (usando material de objetivação ou desenhos), como por cálculo no quadro-negro ou cálculo individual no caderno. O problema só terá o enunciado escrito quando, ao fim do ano, a criança já estiver lendo. Deve lidar com elementos tirados do próprio meio escolar ou familiar (cadernos, cadeiras, alunos, notas, viagens para a escola, pessoas da família, brinquedos, etc.).

4. Apresentação do problema

Se êle surge em classe, de uma situação real, do próprio andamento da unidade de trabalho, muitas vezes, já estará motivado; do contrário, é preciso pensar que motivo, que razão lhe dar, de maneira a que as crianças o dese-

jem; em certas ocasiões, um problema anterior, realizado com prazer, correspondendo a uma necessidade imediata, será o motivo para o treino de outros, desde que o professor, habilmente, leve a classe a isso. É necessário desenvolver grande treino, e não vamos, por isso, deixar que a única motivação em nossa classe seja a condicionada pelo aparecimento de situações ocasionais.

Muitos dos problemas serão enunciados apenas oralmente, outros tantos pedirão um enunciado escrito o qual, quando previamente sentido o problema, será feito em colaboração com as crianças. Constitui ótimo exercício de redação e ajuda a criança a compreender a linguagem do autor ao encontrar, em livros, problemas já formulados.

Entretanto, é necessário que, muitas vezes, o enunciado seja apresentado por escrito, para levar o aluno a lê-lo e compreendê-lo.

A cópia do problema deve ser intensivamente evitada, porque constitui grande perda de tempo e desnecessário fator de fadiga.

5. Leitura do problema

Ensinar o tipo de leitura usada no problema é tarefa do professor. A leitura silenciosa necessária ao problema é completamente diferente da leitura empregada para histórias ou para, até, assuntos de estudo em ciências físicas ou sociais. Difere ainda grandemente da leitura oral.

Não vamos ensinar a ler histórias como se fôssem problemas, da mesma maneira que não podemos permitir que leiam problemas como se fôssem histórias.

A leitura do problema é meditada, vagarosa, com uma fixação de olhos aproximadamente para cada palavra, pois tôdas são importantes; há ainda a leitura dos números, que constituem um bloco com muitas fixações. O movimento dos olhos, entretanto, deve ser feito sempre da esquerda para a direita, sem voltar atrás; apenas nos números permitem-se regressões. Geralmente, é aconselhável fazer uma primeira leitura para apreender o sentido, sem grande preocupação com os números; numa

segunda leitura, dar-se-á atenção aos números. Na leitura silenciosa dos problemas há certo grau de vocalização.

O professor deve dar o exemplo da leitura aconselhável, fazendo-a oral e pausadamente, para que o aluno compreenda o mecanismo a usar na sua leitura silenciosa. A leitura oral por um aluno, depois do professor, é sempre valiosa. Ao proceder à leitura silenciosa, o professor deve recomendar sempre de que maneira fazê-la. É fora de dúvida que a leitura silenciosa faz-se antes da leitura oral, pois, uma vez feita esta, a primeira não mais terá razão de ser. Muitas vezes, no entanto, até que seja adquirido o treino da leitura silenciosa aconselhável, pode-se levar a criança a uma nova leitura silenciosa, a fim de que ela mesma perceba que pode obter, dessa nova leitura, todo o significado que o problema apresenta.

Todos os professores conhecem casos de alunos que raciocinam bem, que são ótimos leitores de textos recreativos, mas incapazes de resolver um problema que não lhes seja apresentado oralmente. Trata-se simplesmente de falha no mecanismo de leitura especial para problemas.

6. Análise oral do problema

Qualquer que seja o problema, quaisquer as noções com que lide ou as situações que apresente, a única maneira de resolvê-lo é estabelecendo um método que habilite, realmente, a pensar e a atacar qualquer problema novo.

A nossa escola tem enchido as cabeças das nossas crianças com problemas-tipos, isto é, problemas que apresentam certas situações estandardizadas; para treino, aproveita-se o mesmo enunciado, a mesma redação, mudam-se os dados, até a criança aprender, isto é, mecanizar a solução. Como a própria definição de problema é a de situação nova, não há problemas-tipos em número suficiente para apresentar tôdas as situações da vida, e as crianças ensinadas por tal processo falham fora da escola e, inúmeras vezes dentro da própria escola, desde que os problemas apresentados numa prova fujam aos "tipos" solucionados em classe.

A não ser quando se tratar de verificação, o problema apresentado em aula deve ser antes oralmente analisado com a colaboração de alunos e professor, para, então, ser resolvido por escrito. A análise escrita importa em perda de tempo.

Através dessa *análise oral*, sempre orientada pelo professor, para que o aluno forme o seu método de ataque a qualquer problema, é que a criança aprende, realmente, a solucioná-lo. A ordem que se segue nessa análise não é diferente, como não é, tampouco, a ordem que será seguida na sua resolução escrita.

a) Que pede o problema? Há alguma coisa que queremos encontrar e, portanto, precisamos saber que coisa é esta, antes de nos entregarmos à tarefa de procurá-la. Geralmente, é a pergunta quem nos diz isso, por tanto devemos começar por compreendê-la.

b) Que precisaríamos saber, para resolver tal problema?

c) Que nos diz êle? Que dados nos dá para ajudar a procurar o que êle pede?

d) Que relação há entre êsses dados, para nos ajudar a encontrar o que procuramos?
Há algumas questões que ainda precisam ser resolvidas antes de chegarmos à fase final? Quais são? E que ordem podem ser resolvidas?

e) Como podemos, então, organizar a nossa marcha para resolução?

f) Que resposta daremos ao problema? (É preciso ler novamente a pergunta, para responder correta e adequadamente).

Exemplo:

Em nosso "Livro de Viagens", gastamos 25 folhas de papel a Cr\$ 1,60 e a encadernação custará Cr\$ 40,00. A professora pagará $\frac{1}{4}$ da despesa total. Com quanto deve concorrer cada uma das 40 crianças da classe?

a) O problema quer saber com que quantia cada criança concorrerá para a confecção do livro de classe.
b) Precisamos saber em quanto importa a despesa e quantas crianças concorrerão para pagá-la.

c) O problema diz:

- o preço de cada folha de papel e o número de folhas;
- o preço da encadernação;
- que a professora concorrerá com $\frac{1}{4}$ das despesas;
- que o restante será distribuído entre as crianças;
- o número de crianças.

d) A despesa com o papel corresponderá ao preço de cada folha multiplicado pelo número de folhas;

- a despesa total será a despesa com o papel, acrescida da despesa com a encadernação;
- a professora pagará a quarta parte do total;
- os alunos pagarão o restante, isto é, a despesa total, menos a parte da professora;
- a parte restante será distribuída igualmente entre os 40 alunos para encontrar a parte de cada um.

e) Calcular a despesa com o papel;

- calcular a despesa total;
- calcular a parte da professora;
- calcular parte dos alunos;
- calcular a parte de cada aluno.

f) Com quanto deve concorrer cada uma das 40 crianças das classes? (ler novamente a pergunta):

Cada uma das 40 crianças de classe deve concorrer com ou: Cada criança deve concorrer com ou: A parte de cada criança serão cruzeiros.

Êste é o chamado *método de análise formal*.

Muitos autores preferem substituir êsse método por uma orientação menos rígida e mais sumária, como a seguinte:

Em primeiro lugar, fazer a criança contar a história do problema, usando expressões como as que se seguem ou semelhantes: "Diga o que foi que aconteceu" ou "Conte a história dêste problema". Em seguida, perguntar, por exemplo: "Que faria você para encontrar o resultado" ou "que é preciso fazer para completar a história" etc..

Finalmente, "o resultado que você achou completa a história convenientemente?" ou "está de acôrdo com a história?"

A crítica de tais autores ao método de análise formal é, principalmente, quanto à linguagem usada, que deve ser flexível e focalizar predominantemente que o problema conta uma história ou um episódio, ou um fato sucedido ou capaz de suceder.

Há bastante ênfase na verificação dos resultados.

11. Resolução do problema, em colaboração, no quadro-negro.

Para turmas mais atrasadas ou com maior dificuldade em solução de problemas, aconselha-se a usar com maior intensidade o quadro-negro para solução de problemas.

Aqui, é preciso formar os seguintes hábitos:

- a) Dividir o quadro-negro, parte para a solução explicada e parte para os cálculos:

Solução		Cálculos
---------	--	----------

Resposta:

- b) Redigir primeiramente cada fase da solução e indicar o cálculo respectivo, para então, efetuá-lo na parte destinada a isso; em seguida, escrever o resultado ao lado da operação indicada.
- c) Conferir, mentalmente, cada cálculo efetuado, antes de dá-lo por terminado;
- d) Disponer bem os cálculos, escrever os algarismos legivelmente;
- e) Ler as perguntas, antes de escrever a resposta, e fazer corretamente a redação desta. (*)

(*) A resposta aos problemas apresenta-se, muitas vezes, inteiramente disparatada, em relação à pergunta (O problema pede o lucro e a criança responde em termos de preço, quantidade, etc.).

Tais hábitos são necessários para evitar erros devidos à má disposição, ilegibilidade, falta de ordem nas operações; além disso, primeira se pensa o que se vai encontrar, para, então, efetuar a operação; é preciso colocar o resultado imediatamente, a fim de evitar confusões, escrevendo resultados de umas operações em outras ou explicando uma solução e indicando cálculo que pertence a outra fase do problema. (Ex.: Sob a frase "Despesa total" indicar o cálculo referente à parte que cabe a cada criança). Além disso, os cálculos apresentam, muitas vezes, certos absurdos que seriam evitados por uma verificação rápida: às vezes, bastaria ver, rapidamente, se o resultado da operação seria possível ou não. (Ex.: Cr\$ 40,00 ÷ 40 = Cr\$ 150,00).

Tais hábitos devem ser, realmente, formados, para que se obtenha êxito, e a criança deve conhecer a razão de se lhe pedir a obediência a tais normas de ação, pois a compreensão do *porquê* de um hábito ajuda a formá-lo.

7. Resolução individual do problema

Feita a leitura e a análise oral, a professora pode levar os alunos a resolvê-lo individualmente, ao invés de fazê-lo em colaboração, recomendando tudo o que se leva em conta no problema resolvido em colaboração:

- Boa disposição da solução e dos cálculos;
- Legibilidade de palavras e números;
- Boa redação da solução;
- Conveniente indicação dos cálculos;
- Resolução e verificação dos cálculos que não puderam ser feitos mentalmente;
- Redação da resposta, em frase completa, após reler a pergunta.

8. Correção do problema

Se o trabalho é individual, há necessidade de correção. Esta será feita no quadro-negro, pela professora ou

um aluno, comentando cada parte e procurando elucidar as dúvidas apresentadas; cada criança corrige o próprio trabalho.

Entretanto, a *atitude do professor*, durante a resolução, deve ser a de atender aos alunos, individualmente, solvendo as suas dificuldades, a fim de afastá-las no momento em que surgem. Durante a correção coletiva, que se segue, deve procurar a participação dos alunos, principalmente dos mais tímidos ou atrasados.

Progressivamente, os alunos devem ser levados a dispensar a leitura oral do problema e a restringir a sua análise oral, habilitando-se a resolvê-los com independências. Forçar o desenvolvimento das crianças até essa fase, antes de estarem preparadas para isso, seria trabalho inútil. Enquanto tal não for possível, mesmo os problemas para resolver em casa devem ser previamente analisados em classe. (*)

VOCABULÁRIO USADO NOS PROBLEMAS

Há um pequeno vocabulário que diz respeito a noções de aritmética ou problemas dessa matéria, e cujo desconhecimento ou conhecimento imperfeito é responsável por muitas falhas verificadas na solução de problemas. O significado de tais expressões precisa ser fixado, podendo mesmo ser objeto de exercício dos tipos usados nas aulas de linguagem. Abandonando as unidades do sistema métrico, cuja nomenclatura precisa ser conhecida, damos aqui uma lista de vocábulos ou expressões muito comuns. Naturalmente o professor poderá aumentá-la conforme julgar conveniente, para sua classe:

(*) O exemplo que apresentamos é de um problema em quatro etapas (há 4 coisas a calcular para se obter a resposta), pois problemas de tal natureza ainda são comuns em nossas escolas. Os autores modernos tendem a restringir os problemas de curso primário a problemas de uma e duas etapas.

a (20 cruzeiros)
 a pagar
 a prazo, a prestações
 a dinheiro, à vista
 a varejo, no varejo, varejista
 abatimento
 adicionar, adição
 algarismo
 altura
 anual, anualmente, por ano
 área
 atacado, atacadista, por atacado
 caber a
 cada
 capital
 centésima parte, décima parte, etc.
 cociente
 coluna
 comissão
 compra, comprador
 comprimento
 conter, conteúdo
 de fundo, de profundidade, de lado
 de entrada
 despesa
 diária, diária, diariamente, por dia
 diferença
 dimensões, distância
 dôbro, triplo, etc.
 em prestações mensais, etc.
 emprestar, tomar emprestado, empréstimo
 encomenda, encomendar, encomenda postal
 espaço
 espessura
 excesso, de quanto excede
 fileira
 fração
 freguês
 ganhar
 hipoteca, hipotecar
 inverter
 juntar
 juros
 largura

liquidação
 lucro, lucrar, de lucro
 medir, medida
 média, em média
 mensal, mensalmente, por mês
 negociante, negócio
 nota (de preços, papel-moeda)
 número, número de vezes
 ordenado, salário, vencimentos
 perda, perder
 pêso, pesar
 percentagem, porcentagem, por cento
 por (20 cruzeiros)
 porte (aéreo, aéreo registrado, etc.)
 preço, lista de preços, tabelas de preços
 preço de custo, preço de compra, preço de venda
 prejuízo
 produto
 profundidade
 proporção, em proporção, proporcionalmente
 quantas vezes maior? quantas vezes menor?
 quantia
 quantidade
 quinzena, por quinzena, quinzenalmente
 quanto?
 quanto — é maior do que?
 quanto — é menor do que?
 razão
 recipiente
 redução, remarcação
 reservatório
 resto, restante, restar
 saldo
 semanalmente, por semana
 soma, somar
 subtrair, subtração, subtraindo
 tamanho
 taxa, taxa de percentagem, taxa de juros
 total
 troca, trôco
 valor

velocidade, velocidade média,	— vezes mais do que, —
velocidade uniforme	vezes menos do que
venda, vendedor	— vezes maior do que, —
vencimento	vezes menor do que
	— volume.

ERROS EM SOLUÇÃO DE PROBLEMAS, COMETIDOS PELAS CRIANÇAS DO DISTRITO FEDERAL NAS PROVAS FINAIS (SEGUNDO ESTUDOS DE D. ISA GOULART BUENO)

Na 2.^a série:

- Incompreensão do enunciado.
- Decoração de soluções de “problemas-tipo” e sua aplicação em problemas completamente diferentes.
- Explicação do resultado usando vocábulos inadequados. Ex.: “O lucro do lápis foi Cr\$ 1,50 (tratava-se de achar o preço).
- Noções confusas de: quantia, quantidade, preço, lucro, trôco, prejuízo.

Na 3.^a série:

- Incompreensão do que seja igualdade e desconhecimento de expressões que facilitam a representação de solução dos problemas:

Ex. $2 \times 4 = 8 + 7 = 15$, ao invés de:

$$\begin{array}{l} 2 \times 4 = 8 \\ 8 + 7 = 15 \end{array}$$

ou

$$2 \times 4 + 7 = 15$$

- Desconhecimento das operações fundamentais.
- Deficiência de expressões para esclarecer o raciocínio.
- Desconhecimento das relações existentes entre os dados do problema.

Na 4.^a série:

- Repete-se, em âmbito maior, o quadro esboçado na 2.^a série e na 3.^a. Ausência de solução raciocinada, ou

uso de expressões como “quantia de quilômetros”; “quantia de dias”, etc.

b) Erros em:

- operações fundamentais;
- reduções dentro do sistema métrico;
- emprêgo da vírgula decimal;
- frações ordinárias;
- divisão de quantia (expressa em cruzeiros) por outra quantia ou número inteiro).

Na 5.^a série:

- Erros dos tipos já apontados.
- Confusões de quantidade e quantia, taxa e juros, percentagem e juros, abatimento e lucro.
- Cancelamento dos zeros da parte decimal dos cruzeiros por 100 do denominador, nos cálculos referentes a porcentagem e juros.

Todos êsses erros, como vemos, são conseqüentes de mal-orientado ensino, e as sugestões apresentadas anteriormente, se cuidadosamente seguidas, são capazes de evitá-los. Apenas os erros referentes a cálculos são anulados com o treino específico a respeito. Mesmo alguns dêles, entretanto, supondo que os problemas estejam bem formulados e adequados à classe, serão evitados formando o hábito de verificar as operações e de dispô-las convenientemente.

Conhecimento do vocabulário adequado, uso do tipo de leitura necessária ao problema, normas convenientes de raciocínio para atacar qualquer problema novo, sem decorar “soluções-tipo”, correta redação de soluções e indicação de cálculos, leitura da pergunta antes de dar a resposta, corrigem todos os erros apresentados e já foram anteriormente considerados, nesse capítulo.

MEDIDA DO RACIOCÍNIO EM ARITMÉTICA

A medida da habilidade das crianças para resolver problemas numéricos também pode ser feita objetivamente.

Bonser e Stone foram os pioneiros dos testes de raciocínio, e hoje existem inúmeros testes desse gênero devidos a Wilson, Woody, Mc Call, etc.

Para organizar provas dessa natureza, precisamos:

1. Evitar que os problemas apresentados tenham cálculos difíceis ou demasiado longos, pois é o raciocínio que queremos medir.

2. Selecionar as noções de Matemática com que desejamos que os alunos joguem, na resolução dos problemas.

3. Evitar problemas em cadeia.

4. Redigir problemas curtos, em linguagem simples e clara.

5. Organizar problemas de cinco graus de dificuldade, havendo em cada grau de dificuldade o mesmo número de problemas.

6. Graduar os problemas em ordem crescente de dificuldade, a fim de que os alunos se sintam encorajados para prosseguir.

7. Não exigir "solução raciocinada" nos problemas da prova.

8. Atribuir a cada problema o mesmo valor.

Parece-nos, ainda, uma boa forma de medida de raciocínio, selecionar problemas que envolvam apenas uma operação e mandar que a criança indique, dentro dos parênteses, apenas com um sinal, a operação que resolve cada problema. Naturalmente, é preciso organizar uma prova que apresente várias operações. Provas de tal natureza permitem, até (usando grande número de problemas e fazendo a aplicação em várias turmas de várias séries escolares) estabelecer escalas de raciocínio para cada série escolar.

(*) Vide o capítulo seguinte: "Verificações da aprendizagem".

SUGESTÕES PRÁTICAS

I — Exemplos de tipos de problemas:

1) *Problema comum da vida real*: Hoje, o movimento de compra de material na cooperativa da escola, foi o seguinte: Cr\$ 12,50 na 1.^a série, o dôbro dessa quantia na 2.^a série, Cr\$ 23,00 na 3.^a e Cr\$ 45,00 na 4.^a série. Qual o total da venda de hoje?

2) *Problema-historieta* — Mário e Jorge estão planejando um passeio de bicicleta na ilha do Governador, e contam também com a companhia de seus primos José e Leticia. Os quatro têm treinado muito, pois pretendem apostar uma corrida. Leticia está treinando duas horas por dia, depois da escola, há duas semanas, e três horas aos domingos (já treinou 2 domingos). Mário e Jorge, há 3 semanas fazem exercícios diários de hora e meia; quanto a José, faz 5 semanas que anda de bicicleta uma hora por dia. Escreva, em ordem decrescente os nomes das crianças que apresentam maior número de horas de treino.

3) *Problemas sem números*:

a) Comprei tantos livros a tanto e paguei com uma nota de tanto. Quanto recebi de trôco?

Resposta — A quantia que deu, menos a despesa feita com os livros.

b) De um ninho com tantos passarinhos voaram tantos. Quantos ficaram?

Resposta — O número de pássaros que havia menos o número de pássaros que voaram.

4) *Problemas incompletos quanto aos dados*: (Pedir à criança que descubra o dado que falta e complete o problema, resolvendo-o):

a) Lia ganhou de seu padrinho Cr\$ 50,00 para comprar uma boneca; foi à loja com mamãe e comprou-a. Que quantia sobrou do dinheiro que o padrinho lhe deu?

b) Um terreno retangular mede 15cm de frente e Qual a sua área?

5) *Problema incompleto quanto à pergunta* (a criança deve dizer qual a pergunta que se faria no problema).
 Mariazinha ganhou um lindo livro de histórias; ela está encantada porque é um livro grande, com 327 páginas, e ela já leu 289.

6) *Problemas em série:*

a) Lúcia faz anos hoje e, por isso, está muito contente; Levantou-se agora, às 7 horas da manhã, para esperar a vovó, que vem almoçar ao meio-dia. Quantas horas faltam para vovó chegar?

b) Lúcia faz 8 anos. Qual a data do seu nascimento?

c) Toda a família de Lúcia estará presente ao aniversário: a mamãe, o papai, 4 tios e tias, 5 primas e 4 avós. Quantos parentes tem Lúcia?

d) Cada parente de Lúcia deu-lhe 2 presentes. Quantos presentes Lúcia ganhou da família?

e) Lúcia convidou 15 colegas e vizinhos, com suas mães. Quantas pessoas amigas Lúcia convidou?

f) A mamãe de Lúcia fez um enfeite pequeno de mesa para dar a cada pessoa que estiver na festa. Quantos enfeites mamãe fez?

g) Mamãe quer preparar 2 copos de laranjada, 1 taça de sorvete, 6 doces e 6 salgadinhos para cada pessoa. Naturalmente as pessoas escolherão o que lhes apetecer, mas Mamãe não quer que falte. Calcule quantos copos de laranjada, quantos sorvetes, quantos doces e quantos salgadinhos Mamãe terá que fazer?

7) *Problema para vestir:* Imaginar um problema que seja resolvido com as seguintes operações:

$$3 \times 4 = 12 \text{ m}$$

$$\text{Cr\$ } 15,00 \times 12 = \dots\dots\dots$$

(Qualquer problema que satisfaça às condições e que seja real será aceito).

8) *Problema para achar o dado desnecessário:* De meia dúzia de pacotes com uma centena de cadernos cada um, já foi vendida a terça parte. Quantos pacotes restam?

II — Alguns problemas para medida do raciocínio em aritmética:

O aluno indicará apenas, dentro dos parênteses, adiante de cada problema, a operação necessária para resolvê-lo.

a) Maria comprou 9 pêras a Cr\$ 2,00 cada uma. Quanto gastou?

b) Luís e Antônio pescaram 10 peixes. José pescou 2 e Paulo nenhum. Quantos peixes os quatro meninos pescaram?

c) Pedro caminhou 83 metros. Ainda faltam 47 metros para chegar à escola. Qual a distância que êle tem que percorrer para ir à escola?

d) De uma peça com 38 metros de cretone, Dona Sofia quer fazer lençóis de 2,5m de comprimento. Para quantos lençóis dará a peça?

e) Minha avó tem 58 anos e meu avô 65. Quantos anos um é mais velho do que o outro?.....

CAPÍTULO VII

VERIFICAÇÃO DA APRENDIZAGEM E DO PROGRESSO DO ALUNO

1. A *verificação traz vantagens para o professor*, porque lhe indica os pontos fracos da turma, em geral, e de cada aluno em particular e, portanto, dá-lhe rotas seguras para o ensino.

2. A *verificação é útil para o aluno*, porque lhe traz um conhecimento da sua própria situação, e do tipo de tarefa que lhe deve merecer maior atenção.

3. Há, ainda, em certos casos, a possibilidade de *formar grupos ou classes mais ou menos homogêneos*.

4. Na verificação, podemos incluir os *exercícios de verificação e as provas*.

Os primeiros são muito comuns em classe, e cobrem pequena extensão da matéria; geralmente, na 1.^a série, sua extensão não vai além de 10 minutos. A correção, entretanto, será feita pelo professor, para que ele tenha um conhecimento exato da situação de cada aluno.

As *provas* cobrem a matéria dada num determinado período ou medem velocidade, ou medem habilidade em determinado assunto.

5. As *provas para medir aproveitamento num determinado período* incluem questões sobre a matéria abordada, questões essas de complexidade variável, e de tipos variados, em ordem crescente de dificuldade.

As *provas de velocidade* têm um objetivo definido (medir, por exemplo, a velocidade para a resolução de adições de duas parcelas, sem reservas): Dão-se grande

número de questões, abrangendo tôdas as situações possíveis, graduadas, pelo menos aproximadamente, em ordem de dificuldade, e marca-se um limite de tempo. Pode-se, assim, calcular, contando as questões certas, a velocidade do aluno por minuto.

As *provas de habilidade ou capacidade* apresentam questões graduadas, em tôdas as situações possíveis, dentro do que se deseja medir; todos os casos da divisão, por exemplo. A criança faz tôdas as que é capaz de resolver.

6. Tôdas essas provas devem ser objetivas. O professor pode construir uma prova objetiva, desde que atenda aos seguintes aspectos: (*)

- a) Fazer uma lista dos objetivos que tem em vista.
- b) Fazer uma tábua de especificações (deriva-se dos objetivos).
- c) Redigir as questões.
- d) Arrumar as questões por tipo, em ordem crescente de dificuldade (deve haver cinco graus de dificuldade e o mesmo número de questões para cada grau).
- e) Preparar as direções a serem dadas aos alunos.
- f) Preparar as chaves e recomendações ao examinador.

A tôdas as questões será atribuído o mesmo valor. Questões com 100% ou 0% de acertos devem ser eliminadas pois não têm valor discriminativo.

7. As *provas padronizadas* são provas objetivas que apresentam *normas* que permitem comparar os alunos de uma classe com os do sistema escolar da cidade, do estado ou do país.

Não temos, no Brasil, provas padronizadas de matemática elementar.

Dentre os bons testes padronizados americanos figuram os Metropolitan Achievement Tests, dos quais analisaremos rapidamente uma amostra, apenas para dar ênfase ao fato de que demandam pouco tempo para resolução,

(*) Vide no nosso trabalho "Testes para o Curso Primário", 2.^a edição, o capítulo... de autoria da prof. Riva Bauzer.

mas apresentam grande número de questões, em várias áreas do conhecimento.

1.^a série: NÚMEROS:

Forma, tamanho, distância, etc.	7 questões
Escrita de números, quantias	18 "
Contagem	1 questão
Reconhecimento de metade (inteiro, coleção)	2 questões
Reconhecimento de algarismos	3 "
Problemas orais com respostas em desenhos ou algarismos	3 "
Significado de números (incluindo leitura de horas)	7 "
Numeração (vizinhos, etc.)	4 "
Fatos fundamentais (adição até total 10) ..	15 "
Fatos fundamentais (minuendo até 9)	5 "
Total	70 questões

Tempo de execução: 45 minutos.

Em qualquer situação, a prova não será apresentada ao aluno como um instrumento de "fiscalização" do professor, sob pena de perder parte do seu valor. As provas de habilidade ou de velocidade são ótimas para que o aluno tenha um "objetivo" a atingir e saiba em que deve trabalhar para atingir tal meta. As repreensões, as humilhações a que se sujeitam os alunos de menor aproveitamento não têm valor educativo nem concorrem para o progresso.

8. O *gráfico individual*, feito sôbre notas obtidas em provas sucessivas, estimula o progresso do aluno, porque lhe dá a consciência da aprendizagem, estabelece uma comparação do aluno consigo mesmo. É preciso, porém, que essas provas sejam de igual complexidade. O gráfico de classe, em que cada criança ocupa uma coluna, não oferece as mesmas vantagens, uma vez que força a comparação entre cada aluno e seus colegas. Sentimentos de inferioridade ou de superioridade são estimulados por tais gráficos. Da mesma forma, estabelecer comparação sôbre

as médias obtidas numa prova por turmas da mesma série escolar já previamente classificadas por adiantamento, é absurdo e causa descontentamento, uma vez que as turmas mais fracas jamais poderão obter os primeiros lugares.

CAPÍTULO I

NOÇÕES DE GEOMETRIA

1. As noções de Geometria são dadas em tôdas as séries, desde a primeira, e de acôrdo com as oportunidades surgidas.

2. O Geometria existe à volta de nós, nos vidros de uma janela, na disposição de um jardim, na forma curiosa de certas flores e frutos, nos ninhos de abelhas e até na simetria do corpo humano.

O primeiro princípio importante para o ensino da Geometria é, pois, a *observação*.

O *desenho e os trabalhos manuais* são outros poderosos meios auxiliares de ensino e de fixação da Geometria, justamente porque fortalecem a observação, uma vez que só podemos representar bem aquilo que vemos bem.

3. Outro ponto importante em Geometria é que a *forma geométrica* tem que ser *exata e não aproximada*: um quadrado só é quadrado quando é uma superfície plana, com os quatro lados iguais e os quatro ângulos retos; uma esfera só é esfera quando é um corpo sólido, gerado pela revolução completa de um semicírculo em tórno do seu diâmetro; da mesma maneira, duas linhas só são paralelas quando guardam entre si sempre exatamente a mesma distância, etc.

Isso não quer dizer que abandonemos a forma aproximada; basta que a identifiquemos com a criança; por exemplo: corpos que têm a forma de uma esfera: uma bola de gude, uma bola de futebol, etc.; corpos que têm a forma parecida com a da esfera: laranja, uva, etc.

4. O *sólido-tipo*, seja comprado pronto ou construído pelo professor, bem como a representação de figuras em papel colorido colado sobre cartolina, auxiliam à fixação.

5. A representação gráfica dos sólidos e figuras deve ser feita de modo a *evitar confusões*. Assim, por exemplo, o desenho da esfera deve ser sempre sombreado, para evitar confusões com o círculo. O professor de primeira série usa muito as bolas desenhadas como círculo ou recortadas em papel de côr. para objetivação de aulas de contagem ou de leitura. É preferível não usar essa forma de objetivação, que tem conseqüências sérias para o resto do curso. É freqüente, também, que o quadrado seja representado sempre nesta posição \square ; quando se inverte a posição, \diamond os alunos o confundem com o losango.

6. O uso correto da *linguagem geométrica* também deve ser preocupação do professor; expressões como "caixa quadrada" serão evitadas, fazendo ver que as faces da caixa é que são quadradas.

SUGESTÕES PRÁTICAS

(Para atividades relacionadas com a aprendizagem da Geometria)

- 1) Coleccionar objetos parecidos com a esfera ou com o cubo, ou com o cilindro, etc.; estabelecer semelhanças e diferenças.
- 2) Fazer, em massa plástica: bolas, frutinhas, bonecos formados por esferas, halteres com duas esferas e um palito.
- 3) Cortar um quadrado de papel e, com êle, fazer um copo.
- 4) Cortar um retângulo de papel e, com êle, fazer um barco, um chapéu.

5) Pintar ou colocar decalcomania em ladrilhos quadrados, fazendo quadrinhos para a sala de aula, descansos para pratos, bandejas para copos, etc.

6) Cortar, em sabão, cubos, prismas, pirâmides.

7) Preparar guardanapos de papel quadrado.

8) Preparar uma colcha de retalhos, usando retalhos da forma geométrica desejada.

9) Fazer um boneco com pequeninas ripas articuladas, para observar os ângulos formados pelas diferentes posições dos braços, pernas, pés, dedos, etc.

10) Preparar barras decorativas para folhas de album, marcadores de livros, etc., compondo, em barra, desenhos inscritos em quadrados, triângulos retângulos, triângulos equiláteros ou outra figura que se deseje fixar.

11) Preparar painéis decorativos para tampas de caixa, capas de livro, etc., usando os motivos apontados para a barra.

12) Preparar um mostrador de relógio, observando os ângulos formados pelos ponteiros.

13) Mandar fazer (em casa ou na escola) papagaios de papel, observando a forma geométrica, os ângulos, etc.

14) Fazer chapéu de fada de forma cônica; caixas de balas de forma cúbica ou prismática, pela planificação e recomposição dos sólidos (uma das bases será prêsas apenas por uma das arestas e um cordão atado em laço a fechará); pode-se usar fita Durex para recompor os sólidos ou deixar-se-á uma vira de cartolina para colar as arestas necessárias.

15) Confeccionar jogos de paciência, para recompor figuras. Exemplos:

a) Colam-se várias figuras em folhas de cartolina. Cada figura é recortada em pedaços obedecendo a uma determinada forma geométrica; o jogador deverá recompor as figuras, juntando pedaços que tenham a mesma forma.

b) Arranjam-se seis gravuras retangulares do mesmo tamanho; divide-se cada figura em 12 quadrados iguais. Planificam-se 12 cubos iguais; em cada face pre-

ga-se um quadrado de uma figura diferente, recompõem-se os cubos.

16) Confeccionar jogos de dominó (relacionados a qualquer matéria do programa) com pequeninos prismas de madeira aproveitada de caixas de charuto ou de doces.

17) Confeccionar casas de boneca, carrinhos de mão, bicicletas, etc., observando as formas geométricas usadas; caixinhas de fósforos, carretéis, etc., podem ser empregados como material.

CAPÍTULO II

NOÇÃO DE NÚMERO — CONTAGEM — NUMERAÇÃO

1. Funções da Aritmética (*)

“São três as funções da aritmética: computadora, informativa e social. Quando fazemos uma conta ou resolvemos um problema, exercemos a função computadora. Quando, porém, dizemos o número de habitantes de uma casa ou uma cidade, o número de uma ficha, de uma página de livro, estamos informando. Num catálogo de telefones, os números são todos informativos, do mesmo modo que o são os que representam datas num compêndio de História. Consideremos estas perguntas: Quantos dias tem a semana? Quantos decímetros há num metro? Quantos quilogramas tem a tonelada? As respostas são números informativos. Números informativos são também os que exprimem uma medida. Exemplos: o médico mede a pressão arterial e obtém informação; uma senhora, interessada em alugar uma casa, mede o comprimento e a largura das salas e dos quartos, e obtém informação. Quanto à função social, é certo que a aritmética, como toda a matemática, representa, em si mesma, uma realização social da raça humana. O desenvolvimento de pesos e medidas, e o de mecanismos para indicar o tempo, representa, só isso, uma contribuição inestimável de vários povos, em várias épocas. Podemos usar o metro sem conhecer-lhe a origem. Entretanto, o estabelecimento de qualquer unidade de medida é uma história de significação social que me-

(*) Prof. França Campos — “Súmulas de aulas no Instituto de Educação”.

rece ser contada. A aritmética dos problemas de produção, distribuição, consumo, estatística, laboratório, finanças e governo, é, essencialmente uma aritmética em função social".

2. Sentidos do número

O número tem vários sentidos; vejamos:

- de grupo ou coleção (5 bolas, 5 carteiras, etc.);
- de posição numa série (o número 5 fica entre o 4 e o 6; ocupa uma posição definida); ordinal;
- de razão ou medida (resultante da comparação com a unidade (8 metros, 8 litros);
- resultante da combinação de outros números (5 é o resultante de $3 + 2$, $8 - 3$, etc.).

Todo o programa de Matemática do curso primário apresenta o número nos seus vários sentidos. A aprendizagem, entretanto, é feita pouco a pouco, em experiências sucessivas.

A precisão da noção de número é relativa às possibilidades das crianças de cada idade: Uma criança pode não ter noção de quanto sejam 500 brinquedos, mas saberá que são "muitos"; saberá que são mais do que 5 ou do que 100. Só mais tarde poderá compreender que 500 são 5 centenas, sendo uma centena 100 unidades ou 10 dezenas.

3. Objetivação

E' da máxima importância para formar a noção de número. "Objetivar é relacionar o número com a realidade, que lhe dá significação".

Para a objetivação, utilizamos:

- a) Material encontrado no ambiente escolar: carteiras, mesas, salas, cadeiras, pessoas, etc.
- b) Material encontrado na comunidade e trazido para a escola: conchas, palitos, caroços de frutas, etc. E' preciso cuidado, aqui, em evitar o material que a criança possa introduzir no ouvido ou nariz.

c) Material especialmente preparado para a contagem: contador mecânico ou "ábaco", ou blocos e tornos especiais; com êsse blocos e tornos, bem como com o material apontado na letra b, podemos construir, com as crianças, as "caixas de cálculo", individuais ou para uso da classe.

d) Desenhos no quadro-negro ou nos exercícios apresentados à classe são, ainda, muito úteis para objetivação.

O material de contagem de maior utilidade é o individual, que a criança possa manusear e com o qual possa fazer, ela mesma a sua objetivação (palitos de fósforos usados, coloridos em anilina pelas próprias crianças e colocados em caixinhas de fósforos forradas de papel).

4. Contagem dentro da dezena

A contagem será feita, primeiro de 1 até 10, e objetivamente, apontando ou segurando os objetos. Mesmo quando a criança vem para a escola enunciando os números até 5 ou até 10, em ordem, isso não significa que tenha a noção de número, desde que não saiba conhecer quando um grupo tem determinado número de coisas. A contagem com objetivação mostra a correspondência entre o número, o símbolo oral (um, dois, três, dez, etc.) enunciado pela criança, e os algarismos que o representam.

5. Unidades didáticas para o ensino de cada número

Mesmo quando a criança já saiba contar oralmente ou até escrever alguns números, o ensino de cada número formará uma unidade independente, na qual o aluno verá o número representado por coisas e por desenho, enunciado oralmente, ou escrito em algarismos que a criança reconhecerá, passando a copiá-lo e, depois, a fazê-lo de cor.

Haverá, assim:

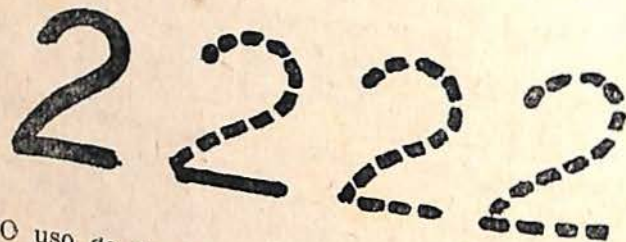
- correspondência entre o número objetivamente representado e o símbolo oral;

- correspondência entre o número objetivamente representado e o símbolo escrito;
- leitura e escrita do número em algarismos; (*)
- leitura e escrita do número em palavras (facultativa).

Conforme as possibilidades da turma, pode-se dar mais de um número no mesmo dia, não sendo, entretanto, aconselhável, no início da aprendizagem, apresentar mais de três.

Em geral, a criança de 6 e meio a sete anos de idade apresenta ligeira imaturidade visual, o que a leva a inverter os algarismos. Para prevenir tal falha, é aconselhável seguir, para a escrita dos algarismos, as mesmas diretrizes aconselhadas para os exercícios de caligrafia. Depois de reconhecido o algarismo, quando escrito, o aluno fará, com a professora, os movimentos no ar, depois com giz no quadro-negro e, finalmente, com lápis no papel, para a escrita de cada algarismo aprendido.

Dar algarismos para cobrir, marcando com uma cruz o ponto de onde começar, é prática altamente recomendável.



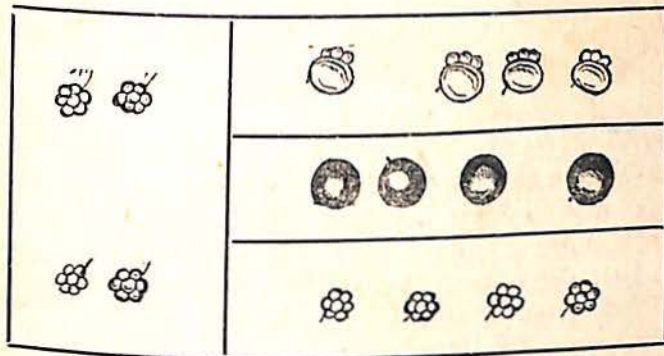
O uso do quadro-negro pelas crianças é muito útil para evitar movimentos errados e, às vezes, invertidos.

(*) Nesta fase da aprendizagem, toda palavra, para a criança, é um desenho, que ela grava mais ou menos bem, de acordo com o significado de que se reveste. Assim são também as palavras ou os algarismos que representam os números: desenhos ricos de significado, fáceis de reconhecer e de reproduzir, se bem orientado o seu ensino, bem enriquecido de experiências.

6. A contagem como preparo para adição e subtração

O número 2 será dado objetivamente como *duas coisas* ou “uma coisa mais uma coisa” (um carro pequeno e um carro grande são dois carros; uma laranja verde e uma laranja madura são duas laranjas, etc.). O mesmo com o número 3 (dois e um, um e dois); o número 4 (dois e dois, três e um, um e três), o número 5 (quatro e um, um e quatro, três e dois, dois e três), etc.

Ex.:



Várias formas de apresentar o número 4.

7. Noção de dezena

Ao chegar a 10, a criança aprenderá a ler e escrever o número 10, sem ter ainda aprendido o zero isoladamente. Nesse ponto, será dada a noção de dezena como *grupo de dez* (pessoas, objetos, frutas, etc.). A objetivação especial da dezena é importante. Nas caixas de cálculo podem ser organizados grupos com uma dezena (dez palitos amarrados, ou 10 conchas numa caixinha menor, etc).

8. Dezenas e unidades; composição e decomposição de números

A noção de *unidade* é dada de preferência depois que a de dezenas estiver compreendida, como “uma quantidade

(*) Vide pág. 91, item 6.

de que não chega a formar um dezena". Aprendida a noção de dezena e de unidades, as crianças poderão fazer oralmente, composição e decomposição de números, servindo-se, de início, da objetivação. O trabalho escrito não é aconselhável. O vocabulário *composição e decomposição* virá mais tarde.

9. Noção de zero

Será dada em aula especial, e quando surgir a oportunidade (zero erros num trabalho; zero pontos num jogo; zero balas numa caixa, etc.), isto é, representando ausência.

10. Contagem acima de 10

Sempre através da objetivação, levamos a criança à compreensão de que:

11 = dez e um

12 = dez e dois, etc. até 20 ou duas dezenas.

Dada a noção de *duas dezenas*, passamos à formação de números entre 20 e 30.

Dáí, torna-se fácil ler e escrever qualquer número, bastando aprender 40, 50, 60, 70, 80, 90.

As caixas de cálculo organizadas pela criança facilitam a aprendizagem. Cada nova dezena aprendida deve ser objetivada como a primeira.

10 dezenas formarão *uma centena*, que tem 100 unidades. Este é, em geral, o limite de aprendizagem na 1.^a série. Na caixa de cálculo, podemos colocar 10 dezenas dentro de uma caixa e escrever, por fora: 1 centena.

11. Aprendizagem ligada à contagem na 1.^a série; suas dificuldades para a criança.

a) Pares e ímpares:

A noção de número par vem do conhecimento do que é um par e da objetivação de coisas usadas aos pares, levando ao conhecimento de:

um par	=	2
dois pares	=	4
três pares	=	6
quatro pares	=	8
cinco pares	=	10

e de que números como 1, 3, 5, 7, 9 são ímpares, porque não formam pares exatamente. Mais tarde, pela objetivação, apresentado números e pedindo que as crianças, em suas carteiras, separem os tentos dois a dois, a fim de ver se o número é par ou ímpar — levar à "redescoberta" de como se reconhecem quaisquer números pares e ímpares.

b) *Contagem de 2 em 2, de 5 em 5, de 10 em 10; dezenas e meias dezenas.* A contagem de 2 em 2 corresponde à ordem dos números pares; a de 10 em 10, à sucessão das dezenas e a de 5 em 5 auxiliará o reconhecimento de meia dezena, duas dezenas e meia, etc., que será dado mais tarde. Tabelas como as seguintes auxiliam tais tipos de contagem e dão oportunidade a numerosos exercícios.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

As contagens de 3 em 3, de 4 em 4, etc., devem ser dadas acima da 1.^a série escolar.

c) *Dúzia, meia dúzia.* A noção será dada objetivamente e usada com coisas que realmente se contem em dúzias; evitar confusão com dezenas.

d) *Ordem crescente e decrescente.* Fixar bem a ordem crescente, antes de passar à seguinte, que é muito mais difícil; treinar primeiro com números até 9, para depois ir progredindo.

e) *Números vizinhos; completamento de seqüências.* Convém, nos primeiros exercícios de treino, escrever a série completa no quadro-negro, deixando a criança consultá-la ou para exercício de completamento de seqüências ou de números vizinhos. Exercitar primeiro com os números menores, para, depois, passar aos maiores.

12. Estudo da numeração, acima da centena

a) *Contagem de centenas sucessivas até 900 (objetivação).* — Dificuldade: escrita entre duas centenas sucessivas, principalmente no caso do zero intercalado: 203, 304. Armar a adição leva à redescoberta de como se escrevem os números.

$$\begin{array}{r} 200 \\ + 3 \\ \hline 203 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ + 10 \\ \hline 210 \end{array}$$

É fora de dúvida que, assim sendo, a criança só deve ser levada a escrever números acima da centena depois que tenha aprendido a efetuar adição com número de igual de algarismos nas parcelas. Esta última, aliás, é aprendizagem feita na 1.^a série.

b) *Leitura e escrita de números acima de milhares.* A mesma dificuldade, o mesmo processo.

c) *Noção de número e de algarismo.* Mostrar o mesmo número escrito com algarismos grandes e algarismos pequenos; algarismos vermelhos e algarismos azuis, etc.

d) *Noção de classe e de ordem.* A representação simbólica das casas ajuda à fixação (vide sugestões práticas).

e) *Composição e decomposição.* Com objetivação, como dentro da centena, será feita primeiro oralmente e depois por escrito.

É importante desenvolver o significado dos números, o que se vai tornando mais difícil à proporção que os números crescem. A geografia, dando-nos aspectos quantitativos de população e produção, oferece-nos inúmeras oportunidades para uso de números maiores; da mesma maneira, a leitura de anúncios de locação e venda de imóveis é ótimo exercício de leitura e compreensão do valor de milhares a milhões de cruzeiros.

13. Arredondar números

É aconselhável que os alunos das últimas séries aprendam a arredondar números com os quais trabalham para facilitar o raciocínio, fazer estimativas de respostas e verificar se os resultados encontrados são possíveis ou absurdos.

A criança aprenderá a pensar num objeto de Cr\$ 9,50 como custando 10 cruzeiros, ao passo que um salário de 5200 cruzeiros será aproximadamente de 5000; em suma, aprenderá a decidir quando é aconselhável aproximar para dezenas, centenas, milhares etc. Ainda aqui os anúncios de jornais oferecem ensejo a escolher números para arredondar e resolver, com êles, problemas orais.

14. Numeração romana.

Cada vez mais diminuem as razões para o ensino da numeração romana nas primeiras séries escolares, desde que raros relógios ainda apresentam mostradores em romanos e só da 3.^a série em diante é que as crianças começam a lidar com livros distribuídos em capítulos ou partes numeradas em romanos. Entretanto, os programas escolares continuam a insistir no assunto.

A aprendizagem até XII não apresenta dificuldade às crianças de 1.^a série e, em geral, é feita com agrado. Não se deve ter grande preocupação de estabelecer regras, mas a criança aos poucos as descobrirá, auxiliada pelo professor.

A aprendizagem daí por diante faz-se facilmente, uma vez que se trata de fortalecer princípios anteriormente estabelecidos e prosseguir acrescentando alguns símbolos.

O número maior que se pode escrever em algarismos romanos é o do ano em que estamos, e o programa que pede mais do que isso incide em grave erro didático. Nunca se levará uma criança a efetuar uma operação em algarismos romanos.

SUGESTÕES PRÁTICAS

A — Gerais:

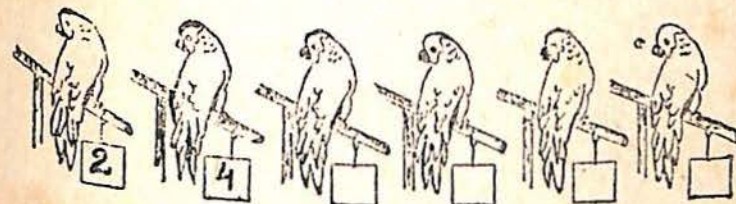
- Organização de calendário.
- Organização de cartazes com desenhos que sugiram a forma dos algarismos.
- Organização de um quadro como o do parágrafo 10 (fixação de ordem numérica, números vizinhos, seqüências de 2 em 2, de 5 em 5, de 10 em 10; consulta para organização de ordem decrescente).
- Organização de ordem decrescente).
- Organização de cartões numerados para jogos de sala e de campo.
- Desenhos curiosos, mostrando o uso das expressões *número* e *algarismo*. (*)
- Exercícios de complementamento de seqüências procurando os números "fujões" (números que faltam na seqüência).
- Organização de folhas de exercícios de contagem impressas, variando a disposição dos objetos, para servir de preparo à adição e subtração.
- Organização de problemas ilustrados para contagem.
- Numeração de animais, numeração de casas de vilas (série natural dos números inteiros).
- Numeração de casas de uma rua (lado ímpar, lado par).
- Numeração de casas de vila (em algarismos romanos); numeração de volumes de livros de uma coleção (em algarismos romanos).

(*) Vide "Tudo é Fácil" — Mello e Souza e I. Albuquerque.

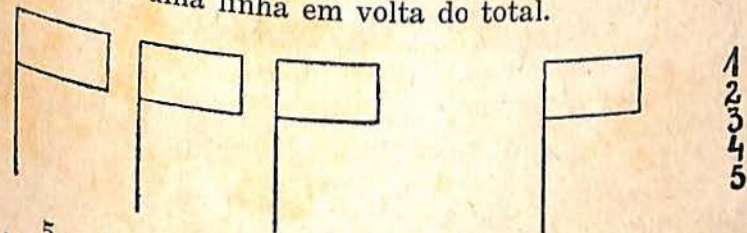
- Organização de mostradores de relógios para a sala de aula (em arábicos e em romanos), marcando a hora da entrada, a da saída, a do recreio, etc.
- Confecção de casas récortadas em cartolina e grupadas de 3 em 3 com os números e os nomes das diferentes classes e ordens.
- Evitar: mandar escrever séries infindas de números.

B — Exemplificação de exercícios:

1. Numerar, em ordem, os cartões que cada animal traz (de 1 em 1, de 2 em 2, etc., em ordem crescente ou decrescente).

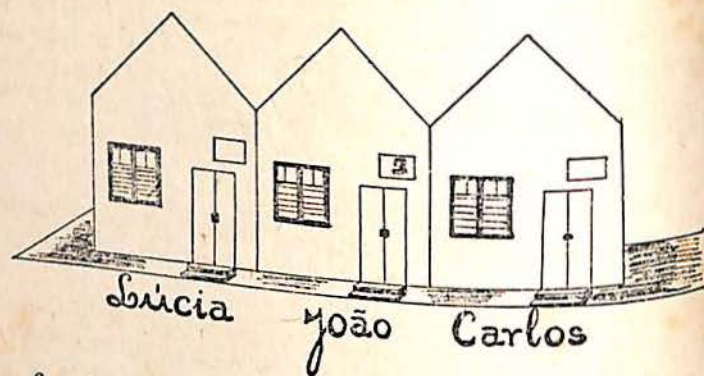


2. Pegar os números "fujões"
1 2 — 4 5 — — 8 — 10
3. Joãozinho foi contar os vidros de remédio da farmácia da escola. Contou-os de 3 em 3:
3, 6, —, —, 15, —, 21, —, 27, —
4. Colorir 3 bandeirinhas de amarelo e 1 de azul.
Passar uma linha em volta do total.

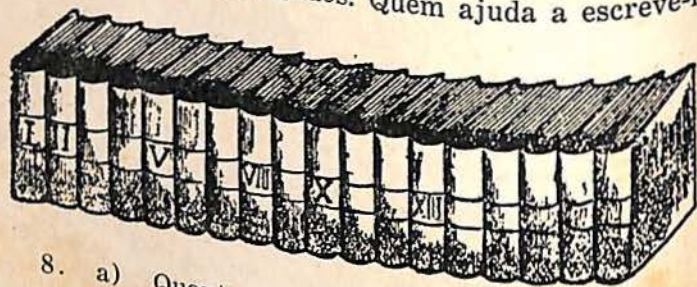


5. Joãozinho mora numa vila. As casas são de um só lado e têm os números: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

Lúcia e Carlos são vizinhos de Joãozinho. Escreva os números das casas de Lúcia e Carlos.



6. Nossa escola comprou 1 centena de livros. A loja que os vendeu ofereceu-nos 5 livros de presente. Calcule o número de livros novos que a biblioteca recebeu.
7. Decomponha esse número em suas diferentes ordens. Os números de alguns dos volumes do Tesouro da Juventude estão apagados. Quem ajuda a escrevê-los?



8. a) Quantos algarismos tem o número 528?
 b) Quantos algarismos diferentes você usa para escrever o número 5253?
 c) Escreva o número 3022 com algarismos azuis e o número 4 com algarismo verde.
 d) De quantos algarismos diferentes você precisa para escrever qualquer número dado?

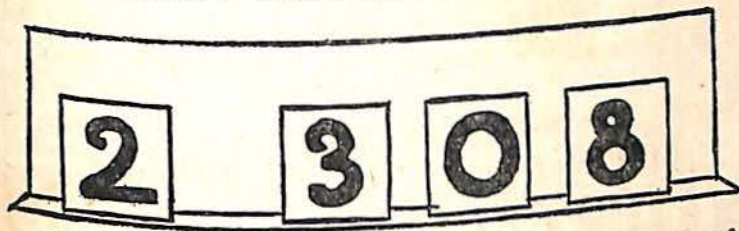
C — Jogos:

1. *Meus bons vizinhos* — Cada criança recebe um cartão grande com um número. O 28, por exemplo, levanta-se, mostra o cartão, e diz, de frente para a classe: "Estou procurando os meus bons vizinhos". O 27 e o 29 devem levantar-se e ficar ao seu lado, mostrando os cartões, que devem ficar na ordem 27, 28, 29. (O 27 e o 29 devem levantar bem os cartões, de maneira a destacar os vizinhos do 28).

2. *Algarismos perdidos* — Cada criança recebe um cartão grande, com um algarismo de 0 a 9.

A professora diz, por exemplo:

"O 2308 perdeu seus algarismos. Quem ajuda a procurá-los?" Os possuidores dos algarismos devem formá-los na barra do quadro-negro e indicar, oralmente, a ordem que ocupam (unidade, dezena, centena, milhar). Se o professor julgar conveniente, pode ter 4 conjuntos de cartões, cada um de cor diferente, assim, o número será formado simultaneamente 4 vezes e haverá maior treino.



Os cartões numerados são material fácil de confeccionar, e de muita utilidade. Os próprios alunos podem recortar os cartões e recortar ou colar algarismos retirados de folhinhas usadas. Com um pincel molhado em nanquim também se confecciona esse material.

3. *Acertar no alvo* (ao ar livre) — O alvo pode ser traçado no chão e atirar-se um saquinho de feijão sobre ele, ou pode ser o alvo comum. A contagem dos pontos certos faz-se de 2 e 2, de 5 em 5, etc., conforme se combinar.

4. *Lenço atrás* — Crianças com cartões numerados presos com "clips" sôbre os bolsos das blusas. Formam uma roda. Uma criança coloca um lenço atrás de uma qualquer e grita um número, que pode ser de outra criança qualquer. A que tem o número deve apanhar o lenço e correr para pegá-la. Se alguma errar, vai para o centro da roda.

CAPÍTULO III

APRENDIZAGEM DOS FATOS (*) FUNDAMENTAIS DAS 4 OPERAÇÕES DE INTEIROS — A TABUADA

1. A aprendizagem das adições e subtrações fundamentais, ou fatos, assim como das multiplicações e divisões, é a mais importante etapa da Aritmética, na escola primária. Um dos erros mais comuns de Aritmética verificados nas séries adiantadas é a falta de segurança nas combinações dos números dígitos. O professor precisa levar os alunos a formar firmes conexões, de maneira a dar respostas imediatas e corretas, automáticas, às situações que envolvem tais combinações. Nunca aceitar resposta "quase certa"; considerá-la tão errada quanto outra qualquer.

2. As adições, as subtrações e as multiplicações fundamentais são 100. As divisões são apenas 90, porque o zero não existe como divisor. Daremos, como exemplo, os fatos fundamentais da adição. Será fácil a qualquer pessoa agir de modo idêntico em relação às demais operações:

81 adições fundamentais sem zeros:

1+1	2+1	3+1	4+1	5+1	6+1	7+1	8+1	9+1
+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2
+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3
+4	+4	+4	+4	+4	+4	+4	+4	+4
+5	+5	+5	+5	+5	+5	+5	+5	+5
+6	+6	+6	+6	+6	+6	+6	+6	+6
+7	+7	+7	+7	+7	+7	+7	+7	+7
+8	+8	+8	+8	+8	+8	+8	+8	+8
+9	+9	+9	+9	+9	+9	+9	+9	+9

(*) Usaremos, por sugestão do prof. França Campos, a expressão adições fundamentais, por indicar os fatos ou combinações que constituem a tabuada. O mesmo em relação à subtração, multiplicação ou divisão.

Exemplo 1:



$$\begin{array}{r} 7 \\ + 2 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ + 7 \\ \hline 9 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{l} 7 + 2 = 9 \\ 2 + 7 = 9 \end{array}$$

Exemplo 2:

$$\begin{array}{l} 2 \times 3 = 6 \\ 3 \times 2 = 6 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{🐱} \text{🐱} \\ \text{🐱} \text{🐱} \\ \text{🐱} \text{🐱} \end{array}$$

ou

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 2 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \times 3 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{🐱} \text{🐱} \\ \text{🐱} \text{🐱} \\ \text{🐱} \text{🐱} \end{array}$$

Depois que a criança aprende a adição e a sua razão de ser e conhece, também, alguns fatos fundamentais, ela estará apta a aprender a subtração. A princípio, não sabe que conta está fazendo, mas vive a situação e resolve-a. No exemplo 1, que aparece acima, a mesma objetivação usada para a adição serviria para a subtração. Mostrar-se-ia que, do conjunto 9 coisas, tirando 2 coisas ficariam 7; da mesma forma, dêsse mesmo conjunto 9 coisas, tirando 7 coisas ficariam 2:

$$\begin{array}{l} 9 - 2 = 7 \\ 9 - 7 = 2 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 9 \\ - 2 \\ \hline 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ - 7 \\ \hline 2 \end{array}$$

O mesmo acontece em relação à multiplicação e à divisão.

A objetivação usada no exemplo 2 serviria, também, a mostrar que, dividindo 6 coisas por 2 pessoas, caberiam 3 a cada pessoa; da mesma forma, dividindo 6 coisas por 3 pessoas, caberiam 2 a cada pessoa:

$$\begin{array}{r} 6 \mid 2 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \mid 3 \\ 2 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{l} 6 \div 2 = 3 \\ 6 \div 3 = 2 \end{array}$$

O papel da memorização dos 390 fatos fundamentais da adição, subtração, multiplicação e divisão, isoladamente, reduz-se, pois, aproximadamente, à quarta parte, uma vez que cada quatro fatos constituem, em geral, um conjunto que exige apenas um esforço de memória, desde que a compreensão, através da objetivação, se tenha fixado.

O ensino dos fatos fundamentais da adição e da subtração deve ser concomitante, o mesmo acontecendo com o ensino dos fatos fundamentais da multiplicação e da divisão.

Assim, cada 4 fatos (2 da adição e 2 da subtração ou 2 da multiplicação e 2 da divisão) formam um conjunto para o ensino; chamaremos a êsse conjunto uma unidade didática para o ensino dos fatos fundamentais.

Exemplos:

00 0			
2 + 1		3 - 1	
1 + 2		3 - 2	

(*) Note-se que só nos referimos a fatos fundamentais que não incluem zeros; para os fatos com zeros, consulte-se o item 15.

00 000			
2 + 3		5 - 2	
3 + 2		5 - 3	

0 0 0 0			
0 0 0 0			
2 × 4		8 ÷ 2	
4 × 2		8 ÷ 4	

No início da aprendizagem, é aconselhável que sejam dados, principalmente, apenas as adições, até que a compreensão do processo e a significação da operação estejam perfeitamente aprendidas: depois, então, iniciam-se a subtração, usando fatos que correspondam aos já conhecidos da adição. O mesmo sucede em relação à multiplicação e divisão. Não há um ponto exato para iniciar a subtração ou a divisão. Só a reação da classe o dirá. Dois números iguais, combinados, só apresentam um fato da adição e um da subtração ou um fato da multiplicação e um da divisão.

Exemplos:

$3 + 3 = 6$
$6 - 3 = 3$

$2 \times 2 = 4$
$4 \div 2 = 2$

5. Fatos fundamentais com zero.

De tais fatos, só os da soma com parcela zero existem isoladamente. Vejamos:

- soma de escores obtidos num jôgo
- total de pontos obtidos numa prova de várias questões
- número de faltas de um aluno em sucessivas semanas.

Nesses fatos, a criança verá imediatamente que não precisa levar em conta a parcela zero, pois o total não se altera; ela não dirá, por exemplo, "3 e 0, 3, com 2, 5" ao ver a soma $3 + 0 + 5$; deverá pensar, imediatamente: 3 e 2, 5. A criança aprenderá, ainda, que a parcela zero só precisa ser escrita quando quisermos demonstrar que não houve omissão de parcela, por esquecimento.

Não existem isoladamente nem o subtraendo zero, nem o fator zero, nem o dividendo zero; minuendo e divisor zero jamais ocorrem.

Os fatos de adição com parcela zero podem, pois, ser dados para resolver situações presentes, sendo, a seguir, transferidos para adições mais longas ($40 + 36$ etc). Os demais fatos com zero, ao contrário, só devem ser dados para resolver operações mais longas ($46 - 20$; 30×2 ; $60 \div 2$).

O aluno concluirá que um número não se altera quando se lhe soma ou subtrai zero, qualquer que seja esse número. Quando encontrar uma operação como $45 + 20$ ou $28 - 10$, não precisará pensar em $5 + 0$ ou em $8 - 0$; escreverá imediatamente 5 ou 8, uma vez que não encontra coisa alguma que modifique o valor do 5 e do 8.

Da mesma forma, em relação à multiplicação e à divisão, chegará à redescoberta de que zero multiplicado ou dividido por qualquer número permanecerá sempre zero.

6. Iniciação da criança no cálculo.

O início da aprendizagem do cálculo para a criança está intimamente ligado ao da numeração. A própria formação objetiva dos números até 10, com sua variedade de composição de grupos leva a criança a somar e subtrair oralmente com coisas ou desenhos, resolvendo situações presentes, sem saber que está calculando.

do. Obedece-se, aqui, mais ou menos, à ordem de formação dos números: o 2, o 3, o 4 etc.

Com histórias, dramatizações, brinquedos de "loja", recorte, material escolar, enfim, tudo o que o ambiente e as atividades da classe possam oferecer, ela aprende a somar e a subtrair oralmente dentro da dezena, com uma facilidade que nos assombra.

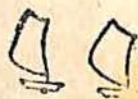
Tal período antes do ensino formal do cálculo não deve ser omitido, sob pena de retardar e dificultar a aprendizagem. Deve durar pelo menos um mês e meio a dois meses. Antes disso, a criança não estará madura suficientemente para compreender a leitura da matemática através de seus símbolos como $+ 6 =$ etc. A leitura e escrita de números pequenos em algarismos pode ser introduzida nesse período a que podemos chamar de *período preparatório*. Entretanto, é interessante que, ainda nessa época, a criança também veja os números escritos em palavras, aparecendo em frases ou versinhos, com o fito de não isolar a matemática como alguma coisa que só aparece com simbolismo especial.

Só depois inicia-se a sistematização. De preferência, aparecerão desenhos relativos a frases, que serão lidas em côro pela classe, mas ainda não há sinais de operação.

Exemplos:



3 mais 2 são
3 para 5 faltam
De 5 tirando 3 ficam



A seguir, seriam as frases transformadas em expressões aritméticas ainda associadas a cálculos com coisas ou desenhos.

$$5 - 2 = \quad 3 + 2 = \quad 2 + 3 =$$

Só em meio ao ano letivo passaria a criança à pura abstração, sendo levada ao domínio das adições e subtra-

ções fundamentais ou fatos, que devem ser focalizados dentro de uma distribuição sistemática, como passaremos a analisar, a seguir. Paralelamente a essa fase sistemática, de treino intensivo, serão introduzidas as adições e subtrações em números formados por dezenas e unidades.

7. A escola antiga apresentava os fatos fundamentais em série, obedecendo a uma ordem lógica, constituindo a tabuada. Acontece que pesquisas levadas a efeito demonstraram que os fatos mais fáceis para a criança, raramente correspondem à ordem em que eles se apresentam na tabuada.

Além disso, a prática de fazer as crianças decorarem a tabuada, assim apresentada nessa série de fatos logicamente ordenados, diminui a velocidade na resposta às situações que se apresentam na vida. Todos nós já encontramos alunos que, para resolver a situação 7×9 que se deparava numa operação, teriam que relembrar toda a tabuada de 7 ($7 \times 1, 7 \times 2, 7 \times 3$, etc., até 7×9).

Estudando a *ordem de dificuldades* dos fatos da adição e da subtração, segundo as pesquisas de Clapp, nos Estados Unidos, e de Alfredina de Paiva e Sousa, no Brasil, podemos formular as seguintes conclusões:

Em relação à adição:

- As combinações mais fáceis da adição apresentam total não superior a 10; as mais difíceis apresentam totais altos (17, 16, 15, 14, 13).
- Figuram entre as mais fáceis, as combinações de adição com o número 1 ($3 + 1, 1 + 3$, etc.), e as combinações com números iguais ($3 + 3, 5 + 5$, etc.).
- As combinações com zero são, em geral, de dificuldade média ($3 + 0, 0 + 3$, etc.).

Em relação à subtração:

- As combinações mais fáceis apresentam minuendo não superior a 9; as mais difíceis têm minuendos altos (17, 16, 15, 14, 13).
- Figuram, entre as mais fáceis, as combinações com subtraendo 1 ($7 - 1$), com resto 1 ($4 - 3$), bem

como as de número subtraído de si mesmo ($3 - 3$) e de número menos zero ($3 - 0$).

Analisando as pesquisas de Clapp em relação às dificuldades dos fatos fundamentais da multiplicação e divisão chegamos às seguintes conclusões:

Quanto à multiplicação:

- Os fatos com zeros são dos mais difíceis.
- Os fatos com 1 estão, em geral, entre os mais fáceis.
- Os fatos onde figuram os números 6, 7, 8, 9 combinados entre si são dos mais difíceis.

Quanto à divisão:

- Os fatos com dividendo zero são de dificuldade média.
- Os fatos com dividendo igual ao divisor figuram entre os mais difíceis.
- Figuram entre os mais difíceis os fatos cujo quociente e divisor são 6, 7, 8, 9, correspondendo, assim, aos mais difíceis da multiplicação.

8. Distribuição dos fatos fundamentais da adição e da subtração em grupos de unidades didáticas, atendendo à ordem de dificuldades.

Atendendo aos princípios didáticos expostos, e tendo em vista as conclusões a que pesquisas feitas nos fazem chegar, podemos distribuir os fatos fundamentais em grupos de unidades didáticas que nos dêem, aproximadamente, a ordem em que eles deverão ser apresentados aos alunos. Não há rigidez nessa ordem, mas ela poderá sofrer ligeiras modificações dentro de cada grupo, de acordo com as oportunidades surgidas.

Em cada grupo, aparecem fatos fundamentais de aproximado grau de dificuldade.

Em relação à adição e subtração, obedecemos, também, ao processo de formação dos números, usado na contagem.

Convém, ainda, lembrar o que já foi dito anteriormente:

No início da aprendizagem, daremos apenas os fatos da adição, até que esta operação esteja bem compreendida; atingido êsse objetivo, passaremos à subtração, usando justamente os fatos correspondentes àqueles da adição já aprendidos; daí por diante, ensinaremos sempre por unidades didáticas completas, incluindo adição e subtração.

Em relação à multiplicação e divisão, procederemos de maneira idêntica.

1.º grupo (6 unidades didáticas): 10 adições fundamentais mais fáceis com a parcela 1 ou com números iguais; total até 10. Subtrações fundamentais correspondentes.

2+2	1+1	2+1	3+1	4+1	2+3
4-2	2-1	1+2	1+3	1+4	3+2
	3-1	4-1		5-1	5-2
	3-2	4-3		5-4	5-3

2.º grupo (8 unidades didáticas): 13 adições fundamentais fáceis com a parcela 1 ou com parcelas iguais; total até 10; subtrações correspondentes.

5+1	3+3	6+1	7+1	4+4	1+8	9+1	5+5
1+5	6-3	1+6	1+7	8-4	8+1	1+9	10-5
6-1		7-1	8-1		9-1	10-1	
6-5		7-6	8-7		9-8	10-9	

3.º grupo (uma unidade didática): Subtração de números iguais (resto zero).

1-1	2-2	3-3	4-4	5-5	6-6	7-7	8-8	9-9
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Até aqui teriam sido dados 55 fatos fundamentais fáceis.

4.º grupo (11 unidades didáticas): 18 adições de complexidade média; total até 10; subtrações fundamentais correspondentes.

4+2	5+2	3+4	6+2	5+3	7+7	8+2	4+5	6+3	7+3	6+4
2+4	2+5	4+3	2+6	3+5	2+7	2+8	5+4	3+6	3+7	4+6
6-2	7-2	7-3	8-2	8-3	9-2	10-2	9-4	9-3	10-3	10-4
6-4	7-5	7-4	8-6	8-5	9-7	10-8	9-5	9-6	10-7	10-6

5.º grupo (uma unidade didática); Adição com zero como parcela:

1+0	2+0	3+0	4+0	5+0	6+0	7+0	8+0	9+0	0+0
0+1	0+2	0+3	0+4	0+5	0+6	0+7	0+8	0+9	

6.º grupo (uma unidade didática): Subtração com subtraendo zero.

1-0	2-0	3-0	4-0	5-0	6-0	7-0	8-0	9-0	0-0
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Os casos com zeros devem ser dados, como já focalizamos, com oportunidade. É aqui o momento em que a criança deve ter encontrado operações como $50 + 17$ ou $36 - 10$.

8.º grupo (8 unidades didáticas): 15 adições fundamentais de complexidade média e alta, com total até 12; subtrações correspondentes. (Aqui terminam as combinações fundamentais do programa do 1.º ano do Distrito Federal).

6+6	9+2	5+6	8+3	9+3	8+4	5+7	7+4
12-6	2+9	6+5	3+8	3+9	4+8	7+5	4+7
	11-2	11-6	11-3	12-3	12-4	12-5	11-4
	11-9	11-5	11-8	12-9	12-8	12-7	11-7

9.º grupo (10 unidades didáticas): 19 adições fundamentais difíceis, com total até 18; subtrações correspon-

9+9	6+7	9+4	8+5	8+6	9+5	7+8	9+6	7+9	8+9
18-9	7+6	4+9	5+8	6+8	5+9	8+7	6+9	9+7	9+8
	13-6	13-9	13-5	14-6	14-9	15-7	15-9	16-9	17-9
	13-7	13-4	13-8	14-8	14-5	15-8	15-6	16-7	17-8

9. Distribuição dos fatos fundamentais da multiplicação e da divisão em grupos de unidades didáticas, atendendo à ordem de dificuldades.

Adotamos aqui a classificação de Morton, que, atendendo às condições anteriormente expostas, ordenou as 45 unidades didáticas sem zeros para o ensino dos fatos fundamentais da multiplicação e da divisão em 5 grupos, de 9 unidades didáticas cada um. Fazemos apenas uma restrição quanto ao 3.º grupo, como veremos adiante.

Naturalmente, cada unidade didática compreende os fatos fundamentais da multiplicação e da divisão, que a integram:

1.º grupo

2×2	5×2	8×2	4×2	6×2	3×2	7×2	9×2	3×3
4÷2	2×5	2×8	2×4	2×6	2×3	2×7	2×9	9÷3
	10÷2	16÷2	8÷2	12÷2	6÷2	14÷2	18÷2	
	10÷5	16÷8	8÷4	12÷6	6÷3	14÷7	18÷9	

2.º grupo

4×4	5×5	4×3	5×4	6×3	6×5	5×3	5×7	4×9
16÷4	25÷5	3×4	4×5	3×6	5×6	3×5	7×5	9×4
		12÷3	20÷4	18÷3	30÷5	15÷3	35÷5	36÷4
		12÷4	20÷5	18÷6	30÷6	15÷5	35÷7	36÷9

3.º grupo

5×1	2×1	4×1	7×1	3×1	8×1	6×1	9×1	1×1
1×5	1×2	1×4	1×7	1×3	1×8	1×6	1×9	1÷1
5÷1	2÷1	4÷1	7÷1	3÷1	8÷1	6÷1	9÷1	
5÷5	2÷2	4÷4	7÷7	3÷3	8÷8	6÷6	9÷9	

Preferimos distribuir êsse grupo em 3 unidades didáticas apenas, levando as crianças a formular os seguintes princípios:

— Qualquer número multiplicado ou dividido por 1 não se altera.

— Qualquer número dividido por si mesmo dá, para quociente, 1.

4.º grupo

8×5	7×3	8×4	6×4	7×6	8×3	9×5	9×3	7×4
5×8	3×7	4×8	4×6	6×7	3×8	5×9	3×9	4×7
40÷5	21÷3	32÷4	24÷4	42÷6	24÷3	45÷5	27÷3	28÷4
40÷8	21÷7	32÷8	24÷6	42÷7	24÷8	45÷9	27÷9	28÷7

5.º grupo

9×6	7×7	8×6	9×7	8×7	9×8	6×6	8×8	9×9
6×9	49÷7	6×8	7×9	7×8	8×9	36÷6	64÷8	81÷9
54÷6		48÷6	63÷7	56÷7	72÷8			
54÷9		48÷8	63÷9	56÷8	72÷9			

10. Fixação da aprendizagem.

Certa quantidade de prática ou exercício é necessária para a *fixação das noções*; o professor precisa encontrar o "ponto áureo" entre o "de mais" que fatiga e aborrece, e o "de menos" que é insuficiente. É importante a aplicação, não só em exercícios sistematizados e jogos, como em problemas. O interesse é, aqui, um fator importante.

Exercícios sistematizados, uso em problemas e jogos levam à fixação. É preciso exercitar pouco de cada vez e levar à fixação, pela compreensão e pelo uso, com interesse.

Nos primeiros exercícios, os resultados dos fatos ou combinações estarão ao alcance do aluno, para que êle os consulte quando precisar. Aprende-se tabuada de cor, como se decora uma música de piano ou uma receita de crochê: pelo uso.

A primeira fase do ensino da adição, subtração, multiplicação ou divisão é feita por contagem, usando objetos ou desenhos, para a sua perfeita compreensão; depois, abandona-se essa fase, que só será usada em caso de dúvida, ou para verificação; e quando a criança, por comodidade, mantém-se nessa fase além do período necessário, é preciso levá-la a compreender o valor da memorização, vendo a diferença de tempo gasto para uma resposta imediata ou para a resposta por contagem.

Em caso algum, entretanto, será a criança levada a cometer erros porque lhe foi prematuramente vedada a consulta à tábua de combinações ou o uso da caixa de cálculo para resolver os casos de dúvidas. Devemos lembrar-nos de que o papel do exercício é "evitar o erro" e que, cada vez que a criança comete um erro, tem uma oportunidade para fixar a forma errada, em vez de fixar a certa.

É boa prática fazer uma revisão oral das combinações a serem usadas a seguir, num exercício ou num jogo, a fim de que a criança recorde os resultados certos e os aplique corretamente, fazendo, assim, uma verdadeira fixação da aprendizagem.

A crença de que o aluno "pode" ou "deve" estudar a tábua das operações fundamentais é um erro em que gerações e gerações de professores têm teimado em laborar, apesar do pouco resultado que tem dado, da reação negativa das crianças, do esforço despendido pelo professor para "obrigar" o aluno ao estudo, dos castigos e ameaças a que é compelido a recorrer.

Seria muito mais eficiente se, ao invés de mandar estudar a tabuada, o professor facilitasse a necessária repetição das combinações em classe, por meio de jogos e concursos tão fáceis de realizar e tão capazes até de motivar certos alunos ao estudo em casa, em situação interessante e, portanto, com proveito.

Alguns jogos que daremos nas sugestões práticas podem ser confeccionados pelas próprias crianças ou não exigem qualquer material. Outras sugestões podem ser encontradas no nosso livro "Jogos e recreações matemáticas".

Convém, ainda, atentar nas combinações que aparecem nos exercícios, jogos e problemas.

Os fatos fundamentais mais difíceis exigem maior treino do que os mais fáceis. Portanto, ao planejar um jogo, um problema ou um exercício, é preciso pensar nos fatos a fixar, e registrar tais exercícios nos cadernos de planos, a fim de que seja fácil consultá-los toda vez que se tiver de planejar novo exercício.

Os exercícios já passados no copiador ou mimiógrafo e entregues aos alunos, para colocar apenas os resultados, economizam o tempo e o trabalho gasto com cópia, perpasso de 5 minutos, auxiliam à organização de exercícios seriados por complexidade (que podem ser usados todos os anos, desde que os alunos não escrevam no material que lhes foi fornecido), trazem grande interesse ao aluno e tornam-no consciente do seu progresso e das suas falhas.

SUGESTÕES PRÁTICAS

A — Exercícios que servem à aprendizagem e à fixação dos fatos fundamentais e da significação das operações:

1 — Fazer, com desenhos, pauzinhos ou conchas, etc., o número 10, por exemplo, formado por dois grupos, de tôdas as maneiras que souber; indicar as adições correspondentes:

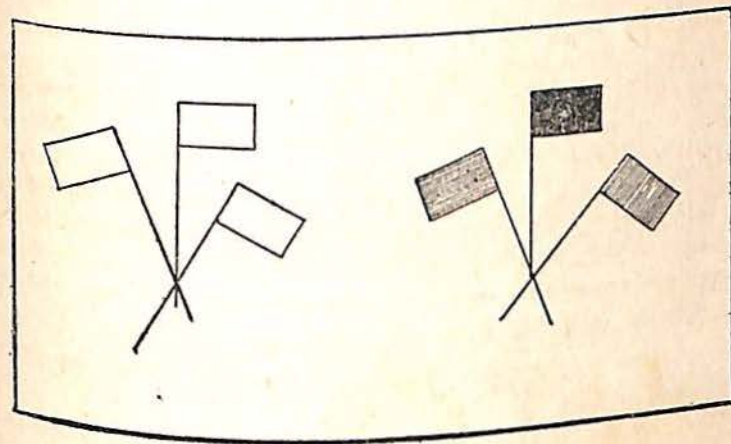
0	00000000	0	$9 + 1 = 10$
00	00000000	0	$1 + 9 = 10$
	00000000	00	$2 + 8 = 10$
	00000000	00	$8 + 2 = 10$
000	00000000	000	$7 + 3 = 10$
0000	00000000	000	$3 + 7 = 10$
	00000000	0000	$4 + 6 = 10$
	00000000	0000	$6 + 4 = 10$
00000	00000000	0000	$5 + 5 = 10$

(Quando os dois grupos ficam iguais, tôdas as combinações já foram feitas).

2 — Agir como anteriormente, indicando a operação de subtração envolvida (ou colorindo um grupo de cada côr, ou riscando um dos grupos, para significar subtração):

$$000000000 \ominus 10 - 1 = 9$$

3 — Inventar um problema de adição (subtração, multiplicação ou divisão) com um desenho dado, e resolvê-lo.



4 — Idem, com uma operação dada: $3 + 3$, ou $6 - 3$ ou $6 \div 3$ ou 3×2 .

B — Exercícios preparatórios para a multiplicação:

São a contagem rítmica (2, 4, 6, 8, 10, etc.) e a adição de parcelas iguais ($2 + 2 + 2$, etc.), levando o aluno à compreensão de que a multiplicação é uma adição abreviada, na qual um número é repetido certo número de vezes. O professor deverá perguntar "quanto são três oitos" ou "quanto são três vezes oito" ou "quanto são oito três vezes" e levar o aluno à compreensão do sentido da pergunta.

C — Organização do caderno do professor, para anotação da frequência com que foram exercitados os vários fatos fundamentais: (*)

Cada página será dividida ao meio, para adição e subtração; o professor irá anotando os fatos fundamentais à proporção que vão sendo ensinados, o que corresponderá também aproximadamente, à ordem de dificuldades. Os fatos correspondentes da subtração serão logo relacionados ao mesmo que sua aprendizagem não se tenha iniciado. Cada vez que o fato entra em exercício ou jôgo, coloca um risco adiante; o quinto risco é feito cortando os 4 anteriores, para facilitar a contagem.

Tendo o caderno sempre em classe, o professor pode fazer a anotação com rapidez, enquanto as crianças realizam o exercício ou o jôgo. É aconselhável reservar as últimas fôlhas do caderno de planos para tais anotações. Uma vez que cada operação tem 100 fatos, é fácil calcular quantas páginas reservar.

ADIÇÃO		SUBTRAÇÃO	
1+1		2-1	
2+1		3-1	
1+2		3-2	
3+1		4-1	
1+3		4-3	

(*) Ao elaborar nossa coleção de "Cálculos Graduados" (Editora Conquista) tivemos a preocupação de tabular e graduar o aparecimento e a frequência dos fatos treinados nos exercícios, de acordo com os princípios aqui propostos.

Pode-se proceder de maneira idêntica em relação à multiplicação e à divisão, sem esquecer, em qualquer caso, que os fatos mais difíceis devem exigir mais prática.

ADIÇÃO										SUBTRAÇÃO									
	M	A	M	J	J	A	S	O	N		M	A	M	J	J	A	S	O	N
1+1										2-1									
2+1										3-1									
1+2										3-2									

Como é preciso distribuir a prática de maneira que cada fato, uma vez aprendido, não fique demasiado tempo sem ser exercitado, o professor pode organizar ainda melhor o seu caderno, dividindo-o, em colunas verticais, correspondentes aos meses letivos representados pelas respectivas iniciais.

D — Jogos:

1) *Ao ar livre*: Divide-se a turma em 4 partidos: o partido 13, o partido 14, o partido 15, o partido 16. As crianças de cada partido levam o número préso por um clipe, na blusa. As crianças dispõem-se em roda, alterando os partidos. Fica uma bola ao centro. A professora joga a bola longe e diz, por exemplo: $6 + 8$; tôdas as crianças 14 darão um passo à frente. Contam-se os pontos perdidos: se duas crianças 14, por exemplo, deixarem de dar um passo à frente, o partido 14 perderá 2 pontos. Da

mesma maneira, se uma criança 13 der um passo à frente, o partido 13 perde um ponto. Verificada a contagem, a professora dará um sinal para os alunos 14 que acertarem para pegar a bola. O que a conseguir, deve trazê-la de volta, colocá-la ao centro da roda, e arremessá-la longe quando a professora disser, por exemplo, $7 + 8$. Esse jogo deve desenvolver-se havendo um quadro-negro para marcar os pontos perdidos e, também, anotar os partidos que foram chamados, para não haver dúvidas.

Exemplos:

Pontos perdidos

/
//
/

Partido 13
Partido 14
Partido 15
Partido 16

Chamados

//
///
/
//

Naturalmente que esse jogo pode servir a qualquer operação.

2) Na sala de aula:

Procede-se de maneira semelhante à anterior, mas não há bola. O professor diz, por exemplo: $7 + 8$ e todas as crianças do partido 15 devem levantar-se, mostrando o cartão. Uma delas será escolhida (de preferência a que primeiro se levantar) para escrever no quadro-negro a operação, com a resposta, no lugar destinado ao seu partido. Mesmo que a operação seja repetida, repete-se no

$\frac{13}{9 + 4}$	$\frac{14}{7 + 7}$	$\frac{15}{6 + 9}$	$\frac{16}{9 + 7}$
$\frac{9 + 4}{9 + 4}$		$\frac{7 + 8}{7 + 8}$	

A professora soma os pontos perdidos, no quadro-negro (o critério é o mesmo do jogo anterior).

13 — /
14 — /
15 — /
16 — //

Esse jogo, como o anterior, servirá a qualquer operação.

3) Os jogos 1, 2, 4 e 5 apresentados no capítulo VI da I parte servem bem aqui.

4) A *pescaria* é, também, muito usada. Escrevem-se as combinações nos peixes (3×2 , 4×8 , etc.) e arrumam-se os peixes numa caixa imitando aquário. Faz-se uma argola de linha em cada peixe. A criança, com anzol, pesca o peixe e diz o resultado; se estiver certo sai o peixe; se estiver errado, o peixe volta para o aquário. Pode-se dividir a turma em partidos e contar pontos; havendo mais de um anzol, o jogo é mais rápido. Pode-se mandar cada criança escrever no quadro-negro a operação com o resultado, para que o jogo sirva a toda a classe. Caixas de *sortes* ou de *segredos* são, também, usadas com êxito.

5) O *jardim*: Recortam-se flores em cartolina colorida, deixando um pèzinho e escreve-se, atrás de cada flor, um fato fundamental ($48 \div 8$, por exemplo); numa folha de cartolina grande, afixada à parede desenha-se o jardim, faltando as flores. No lugar das flores, há o resultado das combinações (6, por exemplo) e um corte para enfiar o pé da flor. Cada criança deve ler a sua "continha", enunciar o resultado (ou escrever no quadro negro a operação com o resultado) e colocar a flor no lugar conveniente. Pode-se fazer o jogo em partidos, usando flores de cores diferentes para cada partido. Faz-se a contagem dos pontos contando as flores de cada côr, que estão no jardim.

6) Distribuem-se cartões com os fatos fundamentais que se deseja fixar. Uma criança, chamada, levanta-se, mostra o cartão à professora e diz o resultado em voz alta (56, por exemplo); a criança ou as crianças que têm cartões que dão o mesmo resultado devem levantar-se imediatamente. A professora mandará que cada um leia o seu cartão e, sendo considerado certo, irão todas (inclu-

sive a primeira) ao quadro-negro, escrever as operações com os resultados. As combinações onde houve êrro serão escritas pela professôra, ao alto do quadro-negro. Se o professor quiser, pode dividir a turma em partidos, fazendo cada criança escrever no quadro-negro, no lugar destinado ao seu partido.

Depois do jôgo, pode-se fazer um exercício de fixação empregando os fatos fundamentais que ocasionaram erros.

CAPÍTULO IV

APRENDIZAGEM DAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS COM INTEIROS

A — RECOMENDAÇÕES GERAIS

1. Significado das operações.

No ensino das operações, há dois aspectos a considerar: o significado e a exatidão.

Sôbre o significado já tivemos ocasião de insistir várias vezes no decorrer dêsse volume, mas não é demais lembrar aqui que, se a exatidão é importante, para levar o aluno ao resultado certo, o significado da operação não é menos, para permitir ao aluno a escôlha da operação que resolve tal situação. O significado desenvolve-se através do uso objetivo e da resolução de problemas.

A adição tem apenas um significado, que é o de juntar; mesmo assim, é preciso variar as situações; quando, por exemplo, se junta o que se *gastou* com o que *sobrou*, para saber quanto se *tinha*, as palavras *gastar* e *sobrar* trazem ao espírito da criança a idéia de subtração, e ela se confunde.

A subtração resolve situações de resto, excesso e diferença, por sua vez apresentadas em linguagem e aspectos variados: quanto falta, de quanto excede, quanto um tem mais do que o outro, etc.

A multiplicação, ao passo que é uma soma abreviada, serve a encontrar um número tantas vezes maior do que outro dado. Para a criança, são significados diferentes;

para ela, número três vezes maior do que outro dado contém o número dado, acrescido de três vezes êle mesmo.

A divisão serve para ver quantas vezes um número contém outro; a palavra vezes sugere sempre multiplicação, no espírito infantil.

Quando dividimos uma quantidade em dado número de partes, o cociente é da mesma espécie do dividendo; achamos o tamanho de cada parte; é, realmente, o sentido de *repartir* da divisão. Quando dividimos uma quantidade em pequenas porções, achamos quantas porções foram formadas. O cociente não é da mesma espécie do dividendo. É o sentido da divisão como *medida*. (Ex.: Quantos selos de 50 centavos posso comprar com 2 cruzeiros?).

Tornar um número tantas vezes menor deixa dúvidas à criança se deve usar multiplicação, divisão ou subtração. O cálculo e o significado de média é outro aspecto importante no ensino da divisão.

Por tudo isso, o significado das operações deve ser desenvolvido cuidadosamente, fazendo surgir, pouco a pouco, as situações que as operações resolvem.

2. Gradação de dificuldades.

A *gradação das dificuldades* de cada operação é essencial para que a aprendizagem se realize com êxito. Cada operação, considerada do ponto de vista das dificuldades que apresenta à criança, não pode ser estudada apenas em um, dois ou três casos, conforme pareceria, à primeira vista. Essa gradação está minuciosamente explicada nas páginas a seguir, e o professor não encontrará grande trabalho em guiar-se por ela, o que assegurará o progresso do aluno e lhe evitará estar sempre voltando atrás para novas explicações.

Visto que cada caso só deva ser apresentado quando o anterior estiver sabido, o professor deve *planejar as operações* a propor à turma, a fim de que sejam treinados, realmente, os casos visados. Esse trabalho de planejamento será fartamente recompensado pelo êxito obtido.

A *escólia dos algarismos* que formam os números a ser usados nos primeiros exemplos é, também, de ca-

pital importância. É preciso afastar toda dificuldade que provenha das combinações fundamentais, até que o aluno tenha dominado o caso da operação que desejamos ensinar. Se assim não fizermos, sua atenção ficará voltada para a dificuldade da combinação necessária, e não oferecerá a concentração necessária à aprendizagem que desejamos estabelecer.

Assim, por exemplo, a operação 987×8 não será própria para iniciar a multiplicação.

Aconselhamos a usar, a princípio, números formados por algarismos até 5, combinados entre si, para adição e multiplicação; na subtração, procuraremos combinar algarismos até 5 no subtraendo e no resto a obter; na divisão, algarismos até 5 no divisor e no quociente a obter.

O uso fortalece a fixação, e a criança aprenderá melhor as próprias combinações fundamentais, usando-as em *exercícios, jogos e problemas* variados, não apenas combinando números dígitos, como também usando números maiores.

Paralelamente ao ensino da numeração e das combinações dos números dígitos, vai-se introduzindo a aprendizagem dos vários casos da adição e da subtração, em ordem crescente de dificuldade. Não é necessário terminar a aprendizagem de uma operação para iniciar os casos mais simples da operação seguinte. Apenas por uma necessidade de organização fomos levados a encarar nesse capítulo, na maioria das vezes, cada operação isoladamente.

3. Verificação.

Um hábito importante a formar é o de verificar qualquer operação logo após a sua conclusão. É preciso, pois, ensinar e *exigir* que a criança o faça, assim que aprenda o caso mais simples de cada operação. A *verificação das operações* far-se-á usando um método ao mesmo tempo fácil, rápido e seguro.

a) *Para a adição*: Ensina-se a somar de cima para baixo; completada a operação, soma-se mentalmente, de

baixo para cima, verificando se há coincidência de resultados;

b) *Para a subtração*: Calculado o resto, soma-se mentalmente o subtraendo com o resto, a partir das unidades, confrontando com os algarismos do minuendo, para ver se coincidem;

c) *Para a multiplicação*: Refazer mentalmente a operação após cada produto parcial, verificar a colocação dos produtos parciais, o número de produtos parciais, a adição dos produtos parciais e os zeros finais. De preferência, multiplica-se em sentido inverso, isto é, por exemplo: $382 \times 8 =$ Da 1.^a vez, dizemos: 8×2 ; 8×8 ; 8×3 ; da 2.^a vez, dizemos: 2×8 ; 8×8 ; 3×8 .

Para a verificação da adição dos produtos parciais, usa-se o método a.

d) *Para a divisão*: Verificar imediatamente se cada resto obtido é, realmente, menor que o divisor. Refazer as multiplicações e subtrações, mentalmente. Verificar os zeros finais.

Ainda uma forma de verificação, a "grosso modo", mas que desenvolve o espírito de julgamento, é verificar rapidamente se o resultado é *aproximado* do real ou se é absurdo. É muito comum para zeros esquecidos e outras distrações; sabemos, muitas vezes, de subtrações que apresentam resultado maior do que o minuendo, multiplicações de inteiros com produto menor que um dos fatores, etc.

Prova real — A prova real da subtração deve ser logo ensinada, pois é a que usamos para a verificação de todo dia, apenas evitando escrevê-la, porque importaria em um trabalho quase equivalente ao da operação em si.

A *prova real da adição* deve ser dada mas não exige o cálculo diário, pois envolveria uma operação, para a prova, mais difícil do que a operação real; daí, muitas vezes, ser comum a criança acertar na adição e errar na prova. Sua exigência continua leva a criança a burlar a fiscalização do professor, "copiando a prova" dos termos da própria adição. O caso se complica na adição de mais de

duas parcelas, envolvendo a prova duas operações, o que, como prova, é absurdo.

No mesmo caso está a *prova real da multiplicação*.

A *prova real da divisão* deve ser dada e pode, até, ser usada com freqüência, no caso de divisor simples. O divisor composto já levaria a uma operação longa e também difícil e, o que é pior, não localizaria o erro, sendo preciso efetuar a divisão novamente. Isso seria um trabalho longo e árduo.

Regra dos nove — A regra dos nove, também conhecida por prova dos nove, não é uma prova, uma vez que não merece confiança.

Sabemos todos que a prova dos nove pode dar certa e a operação estar errada.

A regra dos nove é uma aplicação da divisibilidade por 9, e só deve ser dada em relação ao estudo da divisibilidade. É uma curiosidade, mas não é uma prova.

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 4 \\ \hline 152 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \mid 8 \\ 4 \mid 8 \end{array}$$

Quando dizemos: 3 e 8, 11, nove fora 2, estamos verificando que o número 38 não é divisível por 9 e deixa resto 2; da mesma maneira, o número 4 deixaria resto 4.

O produto desses 2 restos é 8. Tirando os 9 do produto (152, no caso), encontramos 8. A prova está certa. A operação, entretanto, estará certa ou não. Milhares de resultados absurdos dariam, também, 8, ao tirar os 9:

Assim, se o aluno tivesse encontrado no produto, por exemplo: 8, 620, 413, 218, 4.202, etc.... a prova daria certa...

4. Terminologia das operações.

Aos poucos, deve ir sendo introduzida a terminologia que diz respeito às operações, mesmo porque nós precisamos

mos dêsse vocabulário para nos fazer entender pelos alunos.

B — CASOS SIMPLES DA ADIÇÃO E DA SUBTRAÇÃO

Adições sem reservas:

Subtração sem recurso à ordem superior:

1.º caso

$$\begin{array}{r} 42 \\ + 13 \\ \hline \end{array}$$

(o mesmo número de algarismos nas parcelas)

2.º caso

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

(número desigual de algarismos nas parcelas)

3.º caso

$$\begin{array}{r} 4 & 3 \\ 2 & 2 \\ + 3 & + 5 \\ \hline \end{array}$$

(adição de colunas)

4.º caso

$$\begin{array}{r} 25 \\ 32 \\ + 11 \\ \hline 68 \end{array}$$

(adição com 3 ou mais parcelas)

NOTA — Para os exercícios de adição de colunas, deve-se evitar, a princípio, que as crianças tenham que lidar com fatos que ultrapassam os das combinações fundamentais de números dígitos.

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 5 \\ 4 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 9 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ - 11 \\ \hline \end{array}$$

(o mesmo número de algarismos no minuendo e subtraendo)

$$\begin{array}{r} 18 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

(minuendo com mais algarismos que o subtraendo)

$$\begin{array}{r} 38 \\ - 35 \\ \hline 3 \end{array}$$

(resto representado por um número com zero à esquerda)

No primeiro exemplo, a criança pensará: $5 + 4$ são 9; $9 + 9$ são 18; $5 + 4$ e $9 + 9$ são fatos fundamentais da adição.

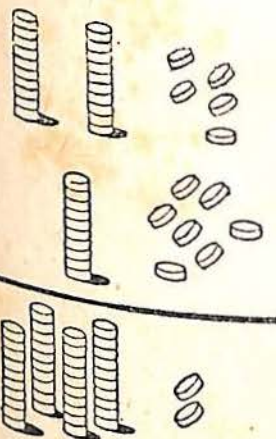
No segundo exemplo, será preciso pensar: $5 + 9$ são 14; $14 + 7$ são 21; $5 + 9$ é um fato fundamental; entretanto $14 + 7$ ultrapassa a tabuada, e a criança pode conhecê-la inteiramente, e sentir-se incapaz de vencer essa dificuldade. Tal situação só deve ser apresentada quando o objetivo for, realmente, o treino do cálculo mental acima da tabuada, necessário para vencer adições longas usadas freqüentemente na vida do adulto.

Para variar os exercícios, consultar as tabelas I e II, apresentadas em "sugestões práticas".

C — ADIÇÃO COM RESERVAS

1. Trabalho preparatório para a adição com reservas.

a) Perfeito conhecimento da composição e decomposição dos números; compreensão prática de que dez unidades de uma ordem formam uma unidade de ordem superior.



b) Objetivação da adição com reserva, usando pilhas de 10 moedinhas ou fichas para representar a dezena: (*)

$$\begin{array}{r} 25 \\ + 17 \\ \hline 42 \end{array}$$

O resultado é: 4 dezenas e 2 unidades, ou 42.

(*) Vide: Melo e Sousa e I. Albuquerque, "Tudo é Fácil" (Matemática, 3.º ano primário).

5 unidades + 7 unidades = 12 unidades ou: 1 dezena e 2 unidades;

1 dezena + 2 dezenas + 1 dezena = 4 dezenas.

2. Erros mais comuns nas adições com reservas.

Havendo, no ensino, a precaução de evitar o erro, é necessário, também, saber diagnosticá-lo, quando aparece, a fim de corrigi-lo. A criança pode cometer apenas um tipo de erro, ou mais de um, combinados; conhecendo os tipos de erros mais comuns, será fácil ao professor diagnosticá-los vendo o trabalho escrito do aluno, ou chamando-o ao quadro-negro, em caso de dúvida.

Erros mais comuns:

a) o aluno escreve o total de cada coluna.

$$\begin{array}{r} \text{Ex.:} \\ 28 \\ + 37 \\ \hline 515 \end{array}$$

b) o aluno escreve o algarismo das unidades, em cada coluna, mas não leva a reserva.

$$\begin{array}{r} \text{Ex.:} \\ 28 \\ + 37 \\ \hline 55 \end{array}$$

c) o aluno escreve o algarismo das dezenas e leva o das unidades.

$$\begin{array}{r} \text{Ex.:} \\ 28 \\ + 37 \\ \hline 101 \end{array}$$

d) o aluno acrescenta uma reserva que não há.

$$\begin{array}{r} \text{Ex.:} \\ 3427 \\ + 2379 \\ \hline 6806 \end{array}$$

3. Graduação das dificuldades da adição com reservas.

E' feita tendo em vista vários aspectos:

- número de parcelas;
- número desigual de algarismos nas parcelas;
- reservas em todos os casos ou não.

1.º caso	$\begin{array}{r} 28 \\ + 34 \\ \hline 62 \end{array}$	(Duas parcelas, o mesmo número de algarismos em cada parcela, não na reserva na última coluna a esquerda).
2.º caso	$\begin{array}{r} 98 \\ + 12 \\ \hline 110 \end{array}$	(O total da última coluna à esquerda é maior que 9, acrescentando uma dificuldade nova à escrita).
3.º caso	$\begin{array}{r} 425 \\ + 718 \\ \hline 1143 \end{array}$	(As colunas com reservas apresentam-se de permeio às colunas sem reservas).
4.º caso	$\begin{array}{r} 385 \\ + 15 \\ \hline 400 \end{array}$	(Número desigual de algarismos nas parcelas).

Os exemplos apresentados utilizam, apenas, duas parcelas; é evidente que, aumentando o número de parcelas, crescem as dificuldades, dentro de cada caso. Para somas com muitas parcelas é permitido escrever ao alto, em cada coluna, as reservas respectivas, para evitar esquecimento.

O número de algarismos das parcelas e o número de reservas também aumentam a dificuldade da operação.

D — SUBTRAÇÃO COM RECURSO A ORDEM SUPERIOR

1. Processos para ensinar a subtração com recurso à ordem superior.

O professor deve escolher cuidadosamente o processo; há três processos:

a) *De decomposição ou por empréstimos*: é o mais comum mas o mais sujeito a erros, principalmente nas subtrações longas; não se presta sempre a ser usado na divisão; permite fácil objetivação e prova real.

Ex.:

$$\begin{array}{r} 485 \\ - 98 \\ \hline 387 \end{array}$$

15 — 8, 7
o 8 fica valendo de 7;
7 — 9, não pode; pede
uma dezena emprestada;
17 — 9, 8;
o 4 fica valendo de 3;
3 — 0, 3.

b) *Austríaco* (pela adição): é baseado no complemento de igualdades para a adição; é econômico em tempo, pouco sujeito a erros; a tabuada é mais fácil; pode ser sempre empregado na divisão.

Ex.:

$$\begin{array}{r} 485 \\ - 98 \\ \hline 387 \end{array}$$

8 e 7, 15
vai 1
e 9, 10; e 8, 18
vai 1
1 e zero, 1; e 3, 4.

c) *Eclético* (ou das adições iguais): pouco sujeito a erros, econômico em tempo; é o mais comumente usado na divisão; permite fácil prova real.

Ex.:

$$\begin{array}{r} 485 \\ - 98 \\ \hline 387 \end{array}$$

8 para 15, 7
vai 1
e 9, 10; para 18, 8
vai 1
e zero, 1, para 3, 4.

Os dois últimos processos são os melhores para começar o ensino; (*) entretanto, para crianças já iniciadas pelo método de decomposição, é preferível não alterar o processo, eliminando as falhas, pelo meio corretivo aconselhável:

a) mostrar como o número é decomposto: (vide parágrafo seguinte, letra d);
b) levando em conta que a atenção da criança não dura além de dois ou três empréstimos sucessivos, permitir recursos auxiliares, que se justificam em subtrações mais longas:

$$\begin{array}{r} 23162 \\ 745 \\ \hline 2417 \end{array}$$

A experiência e a pesquisa demonstram maior rapidez e perfeição alcançadas com êsse uso.

2. Trabalho preparatório para a subtração com recurso à ordem superior.

a) conhecimento perfeito da composição e decomposição de números em dezenas e unidades;
b) (para o processo de decomposição): objetivar com pilhas de 10 moedinhas ou de fichas para as dezenas; moedinhas ou fichas soltas para as unidades.

(*) Vide J. T. Johnson, "The Relative Merits of Three Methods of Subtraction", Teachers College Contributions to Education, n.º 738.

$$\begin{array}{r} 32 \\ - 15 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 2d + 12u \\ - 1d + 5u \\ \hline 1d + 7u = 17 \end{array}$$

c) (para o processo austríaco) — treino e compreensão de completamente de igualdades com as combinações fundamentais da adição: $7 + \dots = 12$; treino de subtrações fáceis usando esse processo:

$$\begin{array}{r} 23 \\ - 13 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \text{ e } 2, 5 \\ 1 \text{ e } 1, 2 \end{array}$$

d) (para o processo eclético): compreensão da subtração como uma operação que serve, também, para ver quanto falta para completar uma quantidade (por meio de problemas orais e por aplicação a casos simples de subtração):

Ex.: Jorge quer comprar um brinquedo que custa 9 cruzeiros e já tem 7 cruzeiros. Quanto falta?

R. 7 cruzeiros para 9 cruzeiros, faltam 2 cruzeiros.

Mamãe apanhou no galinheiro 7 ovos. Quantos faltam para uma dúzia?

R. 7 para 12 faltam 5.

No caso do recurso à ordem superior, a compreensão dos fundamentos do processo paira além das possibilidades da criança. Entretanto, é possível, por meio de exemplos bem escolhidos e treino objetivo, apresentar a noção dentro das suas possibilidades de raciocínio. Foi o que fizemos no nosso Vol. II de "Cálculos Graduados" (Editôra Conquista). Nos primeiros exemplos, o minuendo tem zero na ordem das unidades e o subtraendo é constituído por unidades simples (Ex. $20 - 8$). A seguir, o subtraendo passa a ter duas ordens ($30 - 11$, $40 - 28$, etc.) e, finalmente, o minuendo terá algarismos significativos na ordem das unidades ($32 - 18$; $45 - 27$, etc.). Os cálculos servem a resolver problemas de dinheiro e a objetivação é feita com pilhas de moedinhas. Em classe, os alunos podem dramatizar as historietas-problemas.

Daí por diante, o processo estará incorporado.

3. Graduação de dificuldades para a subtração com recurso à ordem superior.

Essa graduação é de grande importância quando se usa o processo de decomposição (*); subtrações longas, com sucessivos empréstimos, levam a erros; além disso, os zeros no minuendo, principalmente quando intercalados com 1, constituem grande dificuldade. Para os outros dois processos, é lógico que as subtrações pequenas são mais

(*) Os autores americanos que prescrevem o uso do método de decomposição mandam iniciar o ensino da subtração com empréstimo no 3.º ano primário e prolongá-lo até o 7.º ano escolar, sendo as subtrações com termos de 4 algarismos introduzidas no 6.º ano e as de 5 algarismos no 7.º ano.

fáceis do que as longas, mas os casos com zeros se identificam com os demais. Aqui vão alguns exemplos, classificados em ordem crescente de dificuldade. Mesmo ao professor acostumado ao processo de decomposição, pedimos que experimente efetuar as operações pelos três processos; terá aí, constatada a grande desvantagem dos empréstimos.

$$\begin{array}{r} 35 \\ - 18 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 225 \\ - 38 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 204 \\ - 37 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 1002 \\ - 635 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 20101 \\ - 9875 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 301001 \\ - 71273 \\ \hline \end{array}$$

E — MULTIPLICAÇÃO

1. Multiplicação com multiplicador simples, sem reservas.

a) *Conhecimento anterior*: Os fatos fundamentais da multiplicação que serão usados; noção de decomposição de números; adição; compreensão de que a multiplicação é uma soma abreviada de parcelas iguais e que o multiplicador indica quantas parcelas há nessa soma.

b) *Processo*: Levar a criança a redescobrir que se multiplicam as unidades e, depois, as dezenas, e assim sucessivamente, para obter o resultado da multiplicação.

Ex.: Uma dúzia de ovos são 12 ovos. Quantos ovos há em duas dúzias?

A criança, geralmente, já sabe de cor a resposta: 24. Como indicaremos a operação feita?

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 12 \\ \hline 24 \end{array} \quad \text{ou} \quad 12 + 12 = 24 \quad \text{ou} \quad 12 \times 2 = 24 \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \times 2 \\ \hline 24 \end{array}$$

ou $2 \times 12 = 24$

Para o curso primário, a *indicação de multiplicação* que didaticamente convém é aquela em que o multiplicador antecede ao multiplicando porque é a que se lê como se pensa. Assim:

$$2 \times 12 \text{ ovos} = 24 \text{ ovos}$$

seria a solução do problema dos ovos, acima apresentado, no qual se pensaria: uma dúzia tem 12 ovos; duas vezes 12 ovos são 24 ovos.

Reparemos que é essa a forma de pensar e de dizer.

Ao ler: 12×2 , nós dizemos “doze vezes dois” e não “doze multiplicado por dois” (que também não teria sentido para a criança, nem “doze duas vezes”). E se escrevermos e lermos 12×2 quando queremos encontrar 2×12 , isso será uma grande confusão no espírito infantil.

De longa data, não se encontra em qualquer livro primário americano outra indicação de multiplicação que não seja a do multiplicador antecedendo ao multiplicando. Temos tolerado as duas formas, porque acreditamos que, em educação, deve haver evolução e não revolução. Aconselhamos a consultar, a respeito, nossos cadernos “Cálculos Graduados, Multiplicação I e Multiplicação II”, Editora Conquista.

É de boa prática indicar no produto a sua espécie, naturalmente de acordo com o multiplicando. Isso se torna sumamente importante principalmente quando a criança, ao efetuar a multiplicação, não sente qual o número que se repete.

Por exemplo: Calcular o preço de 3 m de fita a 5 cruzeiros; é comum que a criança escreva *metros* no produto.

Ao fazer a operação, deve pensar no que vai achar (e isso desenvolve o significado da operação). O professor raciocinará com ela: Um metro custa 5 cruzeiros; 3 metros custam 3 vezes 5 cruzeiros que são...

$$3 \times 5 \text{ cruzeiros} = 15 \text{ cruzeiros.}$$

Embora, enquanto se opera, qualquer operação seja feita sempre com números abstratos, é de bom alvitre que, na indicação, apareça a espécie do multiplicando e é essencial que seja evidenciada a espécie do produto.

REPRODUÇÃO DE PARTE DE UMA PÁGINA DE CÁLCULOS GRADUADOS, MULTIPLICAÇÃO I (ilustrações de Alvaro Zózimo)



GILDA TEM:



5 barquinhos



JUCA TEM O TRIPLO.

$5 + 5 + 5 = 15$ barquinhos
 ou 5 barquinhos $\times 3 = 15$ barquinhos
 ou 3×5 barquinhos = 15 barquinhos



Note-se que estão apresentadas as duas formas de indicação da multiplicação, mas com a espécie do multiplicando clara, para prevenir confusões. A espécie do produto também está clara. É evidente que a segunda forma de indicação é a melhor.

JUCA, JOCA E GILDA VÃO AO TEATRO COM PAPAI E MAMÃE



3 poltronas
 custam:
 $\begin{array}{r} 23 \\ \times 3 \\ \hline 69 \end{array}$
 69 cruzeiros

4 poltronas
 custam:
 $\begin{array}{r} 23 \\ \times 4 \\ \hline 92 \end{array}$
 92 cruzeiros

5 poltronas custam:
 $\begin{array}{r} 23 \\ \times 5 \\ \hline 115 \end{array}$
 115 cruzeiros

5×3 , 15. vai 1.
 5×2 , 10;
 10 e 1. 11.

Note-se que, mesmo armando o cálculo, está determinada a espécie do produto.

Se não soubéssemos o resultado da multiplicação, poderíamos achá-lo sem passar pela soma. "Redescobrir" o que aconteceu, depois de apresentar outros exemplos com resultados conhecidos:

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 2 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 3 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 3 \\ \hline 30 \end{array}$$

Aplicar a regra a multiplicações cujos resultados são desconhecidos:

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 203 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1243 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 132 \\ \times 6 \\ \hline 792 \end{array} \quad \begin{array}{r} 408 \\ \times 7 \\ \hline 2856 \end{array} \quad \begin{array}{r} 985 \\ \times 8 \\ \hline 7880 \end{array} \quad \begin{array}{r} 970 \\ \times 9 \\ \hline 8730 \end{array}$$

d) *Exercícios complementares de cálculo mental de adição* são necessários para que a criança tenha êxito em tais produtos, uma vez que lidará com adições que ultrapassam os seus conhecimentos.

No terceiro exemplo do item c, terá que somar: $64 + 4$ e $72 + 6$.

Aconselhamos, assim aos professores, que escolham os seus exercícios de multiplicação obedecendo às seguintes etapas e com os seguintes treinos complementares de adição: (*)

I — Multiplicando e multiplicador com algarismos até 5; somar 1 e 2 aos possíveis resultados da multiplicação de cada algarismo.

II — Multiplicando e multiplicador com algarismos até 6; somar 1, 2, 3 aos possíveis resultados da multiplicação de cada algarismo.

III — Multiplicando e multiplicador com algarismos até 7; somar 1, 2, 3, 4 e 5 aos possíveis resultados da multiplicação de cada algarismo.

IV — Multiplicando e multiplicador com algarismos até 8; somar 1, 2, 3, 4, 5 e 6 aos possíveis resultados da multiplicação de cada algarismo.

V — Multiplicando e multiplicador com algarismos até 9; somar 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 aos possíveis produtos.

3. Multiplicação de um número por potências de 10.

Processos de ensino:

a) Efetuando multiplicações e aplicando o princípio, já praticamente conhecido (embora não enunciado), dos fatores não altera o produto:

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 5 \\ \hline 50 \end{array} \quad 10 \times 5 = 50 \quad \text{ou} \quad 5 \times 10 = 50$$

(*) Vide "Cálculos Gradados", multiplicação, I.

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 3 \\ \hline 30 \end{array}$$

$10 \times 3 = 30 \quad \text{ou} \quad 3 \times 10 = 30$

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times 2 \\ \hline 200 \end{array}$$

$100 \times 2 = 200 \quad \text{ou} \quad 2 \times 100 = 200$

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times 4 \\ \hline 400 \end{array}$$

$100 \times 4 = 400 \quad \text{ou} \quad 4 \times 100 = 400$

Apagando o quadro e deixando apenas a última coluna, levaremos as crianças a analisarem os dois primeiros casos e a concluir a regra de multiplicação por 10, aplicando-a a números diferentes, quaisquer; faremos o mesmo em relação à multiplicação por 100 e, depois, procederemos da mesma forma em relação à multiplicação por 1000.

b) Podemos, também, concluir a regra redescobrimdo o resultado pela adição, fazendo adições de 10 parcelas com números iguais e, depois indicando a multiplicação:

Assim:

$$\begin{array}{r} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ + 5 \\ \hline 50 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \\ + 12 \\ \hline 120 \end{array} \quad \begin{array}{r} 115 \\ 115 \\ 115 \\ 115 \\ 115 \\ 115 \\ 115 \\ 115 \\ 115 \\ 115 \\ + 115 \\ \hline 1150 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \times 5 = 50 \\ 10 \times 12 = 120 \\ 10 \times 115 = 1150 \\ 5 \times 10 = 50 \\ 12 \times 10 = 120 \\ 115 \times 10 = 1150 \end{array}$$

As multiplicações por 100 e por 1000 são deduzidas da multiplicação por 10.

4. Multiplicação por número simples seguido de zeros.

Processos de ensino:

a) redescoberta pela adição de 20 parcelas (muito moroso);

b) fazendo exercício para que a criança compreenda que:

$$\begin{aligned} 20 &= 2 \times 10 \\ 50 &= 5 \times 10 \\ 500 &= 5 \times 100, \text{ etc.} \end{aligned}$$

e que, para multiplicar um número

por 20, basta multiplicá-lo por 2 e, depois, por 10
 " 30, " " " 3 " " " 10
 " 50, " " " 5 " " " 10
 " 500, " " " 5 " " " 100, etc.

Dai:

$$\begin{array}{r} 57 \\ \times 20 \\ \hline 1140 \end{array} \quad \begin{array}{r} 323 \\ \times 50 \\ \hline 16150 \end{array} \quad \begin{array}{r} 832 \\ \times 40 \\ \hline 33280 \end{array} \quad \begin{array}{r} 323 \\ \times 200 \\ \hline 64600 \end{array} \quad \begin{array}{r} 250 \\ \times 200 \\ \hline 150000 \end{array}$$

Note-se a disposição da operação. Os zeros devem ser acrescentados ao fim, porque essa prática será de grande utilidade mais tarde, na multiplicação com multiplicador composto.

c) A multiplicação por número simples seguido de zeros pode ser dada, se o professor quiser, depois da multiplicação por multiplicador composto de algarismos significativos. Aqui, a redescoberta será feita pela própria multiplicação, evitando um produto parcial composto de zeros.

Exemplos:

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 50 \\ \hline 00 \\ 225 \\ \hline 2250 \end{array} \quad \begin{array}{r} 38 \\ \times 20 \\ \hline 000 \\ 76 \\ \hline 760 \end{array} \quad \begin{array}{r} 19 \\ \times 40 \\ \hline 00 \\ 76 \\ \hline 760 \end{array}$$

A criança verá que é mais lógico e mais fácil multiplicar pelos algarismos significativos e acrescentar os zeros necessários

5. Multiplicação por multiplicador composto.

1.º caso — Multiplicador composto de algarismos significativos.

Processo de ensino: Levar a criança a compreender que é difícil multiplicar um número de uma só vez por um multiplicador acima de 9. Por isso, multiplicam-se primeiro as unidades, depois as dezenas, achando-se, respectivamente, unidades e dezenas; as dezenas devem ser, pois colocadas debaixo das dezenas.

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times 42 \\ \hline 246 \\ 492 \\ \hline 5166 \end{array}$$

Feito isso, pode-se somar:

6 unidades

$$\begin{aligned} 4 + 2 &= 6 \text{ dezenas} \\ 2 + 9 &= 11 \text{ centenas, vai 1} \\ 1 \text{ e } 4 &= 5 \text{ milhares.} \end{aligned}$$

Produto: 5166 ou 5 milhares, 1 centena, 6 dezenas e 6 unidades.

Insistir que essa colocação dos produtos parciais é importante para o êxito. (*)

2.º caso — Multiplicação por multiplicador composto seguido de zeros. E' apenas uma combinação com a etapa n. 4 (multiplicação por número simples seguido de zeros).

Levar a criança a verificar, não só a operação como os zeros. Exemplo: $435 \times 120 =$

3.º caso — Multiplicando e multiplicador terminados em zeros. Habituar a colocar os zeros apenas no produto final, e a verificá-los, também:

$$\begin{array}{r} 130 \\ \times 2500 \\ \hline 65 \\ 26 \\ \hline 325000 \end{array}$$

4.º caso — Multiplicador com zeros intercalados. Pela redescoberta, efetuando a multiplicação por zero, levar a criança a preferir um meio mais econômico.

(*) Vide "Cálculos Graduados", Multiplicação II, pág. 9.

Relembrar dois casos conhecidos anteriormente:

$$\begin{array}{r} 1123 \\ \times 302 \\ \hline 2246 \\ 000 \\ 3369 \\ \hline 339146 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1123 \\ \times 302 \\ \hline 2246 \\ 3369. \\ \hline 339146 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 132 \\ 2002 \\ \hline 264 \\ 264.. \\ \hline 264264 \end{array}$$

Conclusão: Manter os produtos parciais começando nas colunas respectivas; como meio para facilitar a verificação, pode-se *permitir* a colocação de um ponto no lugar correspondente a uma ordem representada por zero no multiplicador.

F — DIVISÃO COM DIVISOR SIMPLES

1.º caso — Calcular quocientes e restos simples, armando e indicando a operação:

$$\begin{array}{l} 6 \div 2 = \dots \text{resto } \dots \\ 18 \div 3 = \dots \text{resto } \dots \\ 19 \div 3 = \dots \text{resto } \dots \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \mid 2 \\ 0 \quad 3 \\ \hline 18 \mid 3 \\ 0 \quad 6 \\ \hline 19 \mid 3 \\ 1 \quad 6 \end{array}$$

- manter os produtos parciais das unidades na coluna destinada às unidades; das dezenas na coluna destinada às dezenas, etc.
- qualquer número multiplicado por zero dá zero, daí um produto parcial representado por zeros, o que devemos evitar.

Essa noção deve ser previamente objetivada e deve levar a criança a usar mentalmente a tábua de multiplicar para encontrar o quociente.

Para o cálculo do resto, tanto nêsse caso como em todos os que se seguirem, a criança deve ser levada a usar, na divisão, o mesmo processo que usa para os demais cálculos de subtração:

Assim, dirá: $19 - 18, 1$ (se usa o processo de decomposição).

ou 18 e $1, 19$ (se usa o processo austríaco).

ou 18 , para $19, 1$ (se usa o processo eclético).

2.º caso — Levar a criança a “redescobrir”, usando operações, cujos resultados ela conheça mentalmente, que a divisão, para números maiores, é feita por etapas:

$$24 \div 2 = 12$$

$$36 \div 3 = 12$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 2 \overline{) 24} \\ \underline{04} \quad 12 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 3 \overline{) 36} \\ \underline{06} \quad 12 \\ 0 \end{array}$$

Insistir para que a criança marque o algarismo “abaixado” de cada vez, no dividendo, para evitar confusões.

Apresentar exemplos mais longos e com resto:

$$\begin{array}{r} 3'8' \\ 08 \\ 2 \end{array} \mid \begin{array}{r} 3 \\ 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3'6'5' \\ 06 \\ 05 \\ 2 \end{array} \mid \begin{array}{r} 3 \\ 121 \end{array}$$

3.º caso — Um dos dividendos parciais é um número formado pelo resto seguido do próximo algarismo abaixado no dividendo.

$$\begin{array}{r} 9'8'3' \\ 08 \\ 23 \\ 2 \end{array} \mid \begin{array}{r} 3 \\ 327 \end{array}$$

4.º caso — E' preciso começar abaixando dois algarismos no dividendo.

$$\begin{array}{r} 12'5 \quad | \quad 3 \\ 05 \quad 41 \\ \underline{\quad} \quad 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 13'5 \quad | \quad 3 \\ 15 \quad 45 \\ \underline{\quad} \quad 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 13'7 \quad | \quad 3 \\ 17 \quad 45 \\ \underline{\quad} \quad 2 \end{array}$$

5.º caso — Algarismo zero no quociente.

$$\begin{array}{r} 24'2 \quad | \quad 3 \\ 02 \quad 80 \\ \underline{\quad} \quad \quad \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24'0 \quad | \quad 3 \\ 00 \quad 80 \\ \underline{\quad} \quad \quad \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5'0'0 \quad | \quad 5 \\ 000 \quad 100 \\ \underline{\quad} \quad \quad \end{array}$$

6.º caso — A operação continua depois do zero no quociente:

$$\begin{array}{r} 24'0'8' \quad | \quad 3 \\ 008 \quad 802 \\ \underline{\quad} \quad 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24'2'8' \quad | \quad 3 \\ 028 \quad 809 \\ \underline{\quad} \quad 1 \end{array}$$

7.º caso — Mais de um zero no quociente, antes de prosseguir a divisão:

$$\begin{array}{r} 24'0'1'8' \quad | \quad 3 \\ 0018 \quad 8006 \\ \underline{\quad} \quad 2 \end{array}$$

Em todos os casos apresentados acima, as subtrações exigidas são de dificuldade mínima e os divisores são baixos; entretanto, a dificuldade da subtração envolvida concorre para aumentar a dificuldade da operação.

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 44'4'5' \quad | \quad 9 \\ 84 \quad 493 \\ \underline{\quad} \quad 35 \\ \quad \quad 8 \end{array}$$

Essas dificuldades são tanto maiores quanto mais altos são os divisores.

Para a resolução de tais casos, o professor pode adotar um dos seguintes critérios:

a) Treinar os alunos, paralelamente, no cálculo de subtração acima da tabuada, (subtrações complementares) necessário para resolver a divisão. Ex.: 44 — 36; 35 — 27, etc., pode-se dizer, conforme o processo adotado 44 menos 36 ou 36 para 44, ou 36 e... (44). Para tal, deve o professor organizar uma tabela para cálculo de todos os restos possíveis entre dois quocientes consecutivos:

Exemplo:

Para a divisão por 7

quociente 2	quociente 3	quociente 4
15 (22 (29 (
16 (23 (30 (
17 (— 14	24 (— 21	31 (— 28
18 (25 (32 (
19 (26 (33 (
20 (27 (34 (

quociente 5	quociente 6	quociente 7, etc.
36 (43 (50 (
37 (44 (51 (
38 (— 35	45 (— 42	52 (— 49
39 (46 (53 (
40 (47 (54 (
41 (48 (55 (

E' fora de dúvida que o professor levará a criança a redescobrir, e esta fixará, ao fim de pouco tempo, que quando o algarismo das dezenas é o mesmo no minuendo e subtraendo, basta efetuar a subtração das unidades.

Ex.: 16 — 14; 38 — 35; 45 — 42, etc.

Concluída essa regra, o treino intenso se verificará para os casos de dezenas diferentes.

São as seguintes as 175 subtrações complementares necessárias à divisão:

Subtraendos	Minucendos	
	Na mesma dezena	Na dezena superior
10		—
12	11 a 14	—
14	13 a 17	—
15	15 a 19	20
16	16 a 19	—
18	17 a 19	20 a 23
20	19	20 a 26
21	21 a 24	—
24	22 a 27	—
25	25 a 29	30 e 31
27	26 a 29	30 a 35
28	28 a 29	30 a 34
30	29	30 a 34
32	31 a 35	—
35	33 a 39	—
36	36 a 39	40 e 41
40	37 a 39	—
42	41 a 47	—
45	43 a 48	—
48	46 a 49	50 a 53
49	49	50 a 55
54	—	50 a 55
56	55 a 59	60 a 62
63	57 a 59	60 a 63
64	64 a 69	70 e 71
72	65 a 69	70 e 71
81	73 a 79	80
82	82 a 89	—
TOTAL	115 subtrações	60 subtrações

(Os subtraendos são os possíveis produtos do algarismo do cociente pelo divisor.)

b) Se o professor assim julgar conveniente, principalmente quando tiver a seu cargo crianças com difícil nível de aprendizagem, pode ensinar a divisão pelo pro-

cesso longo, evitando, assim, o treino das subtrações acima enumeradas:

$$\begin{array}{r} 41'3'2' \quad | \quad 6 \\ 36 \quad \quad \quad | \quad 688 \\ \hline .53 \\ 48 \\ \hline .52 \\ 48 \\ \hline .4 \end{array}$$

Cada resultado da multiplicação do algarismo do quociente pelo divisor é escrito abaixo do dividendo considerado, para, então, efetuar a subtração:

$$41 \div 6 = 6 \text{ (escreve o 6 no quociente)}$$

$$6 \times 6 = 36 \text{ (escreve o 36 abaixo do 41)}$$

e subtrai, achando 5 e continuando a divisão.

E' êste, aliás, o processo mais aconselhável para tais casos, devendo ser abandonado logo que o aluno sinta segurança no processo abreviado.

G — DIVISÃO COM DIVISOR COMPOSTO

1. E' necessário que a criança tenha vencido *tôdas* as etapas da divisão com divisor simples, apresentando firmeza na subtração, na multiplicação, no cálculo do algarismo do quociente.

2. *Processos de ensino:*

a) *Processo abreviado:* Por estudos objetivos feitos nos Estados Unidos, ficou comprovado que se trata de um processo cuja aprendizagem está adequada à idade mental da criança média do 6.º ano escolar. No Brasil os professores, em geral, insistem sôbre êsse processo, daí se verificarem erros graves nas divisões até a 5.ª série escolar (última do nosso curso primário).

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 135'2' \quad | \quad 32 \\ .72 \quad \quad | \quad 42 \\ 8 \quad \quad \quad | \end{array}$$

A criança deve proceder da seguinte maneira (sem contar com a dificuldade de calcular o algarismo do cociente):
 $4 \times 2 = 8$ (que ela não vê)

para subtrair de 15 (que ela também não vê) dá resto 7; escreve o 7; vai 1 (que ela também não vê, mas que deve guardar); $4 \times 3 = 12$ (que ela não vê), mais 1 (da reserva que guardou) dá 13 (que ela não vê) para subtrair de 13, zero. E assim por diante.

Todo esse processo mental foi necessário para calcular um algarismo do quociente de uma divisão por 32, uma operação das mais fáceis da divisão como divisor composto.

b) *Processo longo*: É o único que torna a divisão acessível a crianças de idade escolar e mental mais baixa, eliminando muitos dos erros que seriam produzidos pelo outro processo e levando a menor fadiga, mais confiança e, até, grande velocidade.

Não há mal em conservá-lo como método único, embora se deva, chegada a idade mental devida, apresentar o processo abreviado, aconselhando-o aos que puderem segui-lo com êxito.

Note-se que o processo longo dá muito melhor compreensão da operação e não prejudica, de maneira alguma, a aprendizagem posterior do processo abreviado; pelo contrário, facilita-a, porque aumenta o treino em todos os setores necessários ao processo abreviado, deixando apenas, para este, a dificuldade de fazer simultaneamente a multiplicação e a subtração.

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 135'2' \quad | \quad 32 \\ 128 \quad \quad | \quad 42 \\ \hline \dots 72 \\ \quad 64 \\ \hline \dots 8 \end{array}$$

a) Multiplica-se o quociente pelo divisor, colocando o produto abaixo do dividendo considerado:

$$4 \times 2 = 8 \text{ (escreve)}$$

$$4 \times 3 = 12 \text{ (escreve)}$$

b) Efetua-se a subtração, encontrando o resto desse dividendo considerado.

E assim por diante.

Note-se que, ainda, nesse processo, torna-se mais fácil que o aluno faça subtração pelo método a que se acostumou. A verificação da operação pode ser feita imediatamente após cada etapa.

Alguns autores aconselham que se ensine divisão à criança como a forma abreviada de resolver subtrações sucessivas: dividir 100 por 25 seria o mesmo que tirar 25 de 100 quatro vezes.

3. *A graduação das dificuldades*, apresentando cada etapa ao aluno, com seu ensino especial, e depois que a anterior tenha sido perfeitamente dominada, é essencial à aprendizagem.

São de quatro ordens as dificuldades na operação em questão:

- Em relação ao cálculo do algarismo do quociente;
- Em relação às subtrações envolvidas;
- Em relação às multiplicações a efetuar;
- Em relação aos zeros.

O método longo diminui a influência da dificuldade b, que só será muito séria se há deficiências anteriores. Ainda convém estabelecer que só depois que a criança tenha completado todos os casos de divisão com divisor composto de dois algarismos é que se passa ao divisor com três algarismos, que, então, lhe será fácil. Mais do que três algarismos não deve ser prática geral, usando-se apenas para demonstrar que o processo é o mesmo.

1.º caso — Acha-se o algarismo do quociente experimentando o primeiro algarismo do divisor. Subtrações sem recurso à ordem superior. Multiplicações sem reservas.

$$86 \quad | \quad 42$$

$$139 \quad | \quad 32$$

$$1375 \quad | \quad 21$$

NOTA — Reparar que o algarismo baixo nas unidades do divisor facilita o cálculo do algarismo do cociente.

2.º caso — Algarismo do cociente fácil de calcular; subtração com recurso à ordem superior; multiplicações sem reservas a princípio e, depois, com reservas:

$$\begin{array}{r|l} 135'2' & 32 \\ 128 & 42 \\ \hline .72 & \\ 64 & \\ \hline .8 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 623'1' & 85 \\ 595 & 73 \\ \hline .281 & \\ 255 & \\ \hline .26 & \end{array}$$

3.º caso — Situações em que aparecem zeros no dividendo, quociente ou divisor. Naturalmente que, quanto ao cálculo do algarismo do cociente e às subtrações envolvidas, subsistem os casos anteriormente aprendidos.

Os zeros apresentam situações variadas, fáceis de deduzir pelos exemplos abaixo apresentados, os quais, todos êles, devem ser objeto de ensino e fixação por parte do professor:

a) $37658 \overline{) 70}$

b) $376'3'8' \overline{) 75}$

$$\begin{array}{r|l} 375 & 501 \\ \hline 138 & \\ 75 & \\ \hline 63 & \end{array}$$

$376'0'8' \overline{) 75}$

$$\begin{array}{r|l} 375 & 501 \\ \hline 108 & \\ 75 & \\ \hline 33 & \end{array}$$

$376'0'0' \overline{) 75}$

$$\begin{array}{r|l} 375 & 501 \\ \hline 100 & \\ 75 & \\ \hline 25 & \end{array}$$

c) $375'0'7' \overline{) 75}$

$$\begin{array}{r|l} 375 & 500 \\ \hline 007 & \end{array}$$

$375'0'0' \overline{) 75}$

$$\begin{array}{r|l} 375 & 500 \\ \hline 000 & \end{array}$$

d) $37600 \overline{) 750}$

$37600 \overline{) 7500}$

$3760 \overline{) 700}$

4.º caso — Não se acha o algarismo do cociente experimentando o primeiro algarismo do divisor; progressivamente, vão-se combinando tôdas as dificuldades anteriormente vencidas com essa última, completando, assim, a aprendizagem da divisão:

Exemplo:

$$\begin{array}{r|l} 452'1' & 78 \\ 390 & 57 \\ \hline 621 & \\ 546 & \\ \hline 75 & \end{array}$$

Quando a divisor terminar em 9, 8, 7, 6, em geral acha-se mais depressa o cociente "arredondando" para mais o algarismo das dezenas. Ex.: divisores como 79, 78, 77, 76, em geral devem ser "arredondados" para 80, divisores como 71, 72, 73, 74, em geral dão boa estimativa do cociente quando "arredondados" para 70.

4. Cálculo mental abreviado.

O aluno deve ser estimulado no sentido de fazer, mentalmente, os cálculos que possa resolver com êxito sem escrever.

Algum treino de cálculo mental pode ser dado sistematicamente como, por exemplo:

1. Aprender, mentalmente, o total de duas quantidades iguais (pelo uso: $20 + 20$; $50 + 50$; $12 + 12$, etc.
2. Fazer adições somando as dezenas e acrescentando as unidades em casos como, por exemplo, $40 + 18$.
3. Somar primeiro as dezenas, depois as unidades em adições sem reservas, como: $53 + 21$.
4. Subtrair a partir das dezenas para as unidades em casos como: $53 - 21$.
5. Multiplicar por 4 achando o dôbro do número e depois o do resultado: $32 \times 4 = 64 + 64 = 128$.
6. Multiplicar por 5 acrescentando um zero e dividindo mentalmente por 2: $24 \times 5 = 120 \div 2$.
7. Multiplicar números de duas ordens por 11 (quando o total do valor absoluto dos algarismos for abaixo de 10: $25 \times 11 = 275$ (o algarismo das unidades mantém-se o mesmo; o das dezenas é a soma dos dois algarismos

do multiplicando; o das centenas é o outro algarismo do multiplicando.

Outros casos são, em geral, mais avançados para a escola primária. Exemplos:

— Multiplicar qualquer número por 11:

$$\begin{array}{r} 528 \times 11 = 5200 \\ + 528 \\ \hline \end{array}$$

— Dividir por 5 um múltiplo de 5:

$$135 \div 5 = 135 \times 2 \div 10$$

— Multiplicar por 25:

$$38 \times 25 = 3800 \div 4$$

— Dividir por 25:

$$250 \div 25 = 350 \times 4 \div 100$$

SUGESTÕES PRÁTICAS

1) Obtendo totais não excedentes de 10, podem-se dar 120 diferentes somas de colunas usando 3 números dígitos, com as combinações da Tabela I, variando a posição das parcelas, dentro de cada adição:

Exemplo:

TABELA I

1+1+2	1+2+1	2+1+1	2+3+1	3+1+2	2+1+3
1+2+3	1+3+2	3+2+1	3+1+1	3+2+2	3+1+3
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	2	3	4	5	6
—	—	—	—	—	—
1	1	1	1	1	1
2	2	3	3	3	3
6	7	3	4	5	6
—	—	—	—	—	—
2	2	2	2	2	2
2	3	3	3	3	3
6	3	4	5	4	4

2) Agindo de modo idêntico para colunas com totais de 11 a 18, obtemos 204 adições, usando as combinações da Tabela II, variando a ordem das parcelas:

TABELA II

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	2	3	3	3	4	4	4	4	5	5
9	8	9	7	8	9	6	7	8	9	5	6
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	5	5	6	6	6	6	7	7	7	8	8
7	8	9	6	7	8	9	7	8	9	8	9
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	4
7	8	9	6	7	8	9	5	6	7	8	9
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5	5	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7
5	6	7	8	9	6	7	8	9	7	8	9
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4
3	6	7	8	9	4	5	6	7	8	9	5
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4
3	7	8	9	6	5	6	7	8	9	4	5
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
8	9	5	6	7	8	9	4	5	6	7	8

CAPÍTULO V

SISTEMA MONETARIO BRASILEIRO

1 — Os problemas com dinheiro são dos mais comuns no uso cotidiano e, portanto, nêles deve ser a criança treinada, exercitando a leitura, a escrita, os cálculos de quantias.

Os pontos principais nesse assunto são:

a) O valor do dinheiro: o que se compra com 10 centavos, 20 centavos, um cruzeiro, etc.; quanto se precisa para ir de casa até tal lugar de trem, bonde, etc., conforme a condução;

b) o uso correto das palavras *centavo* e *cruzeiro*;

c) o reconhecimento das moedas e cédulas, mesmo quando há moedas e cédulas de tipos diferentes representando o mesmo valor (é o caso dos níqueis e cédulas antigas, ainda em circulação). Esse reconhecimento será dado objetivamente, com material real.

A princípio, as palavras *cruzeiros* e *centavos* aparecerão por extenso nos problemas com enunciado escrito, para facilitar o cálculo.

Ex.: “Maria ganhou 12 cruzeiros da titia e 5 cruzeiros do padrinho. Quanto ganhou ao todo?”

Solução:

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 5 \\ \hline 17 \text{ cruzeiros} \end{array}$$

Resp.: Maria ganhou 17 cruzeiros.

Também nenhuma referência se fará a número decimal, nem à relação decimal do nosso sistema monetário,

até que a criança tenha a noção de números decimais. Isso não impede que se vá, progressivamente, ensinando a escrita de quantias e, mesmo, a adição e a subtração, uma vez que a disposição do cálculo não apresentará dificuldades para a criança.

2 — Podemos estabelecer várias etapas para a aprendizagem inicial de leitura, escrita e cálculo de quantias:

a) leitura e escrita de quantias incluindo apenas cruzeiros, até nove cruzeiros;

b) leitura e escrita de quantias incluindo apenas centavos, até noventa centavos;

c) leitura e escrita das quantias: dez, vinte, trinta, quarenta, cinquenta, sessenta, setenta, oitenta, noventa e cem cruzeiros;

d) leitura e escrita de quaisquer quantias entre um e cem cruzeiros, incluindo apenas cruzeiros;

e) adição e subtração de quantias já conhecidas e que se escrevam com o mesmo número de algarismos: (*)

Cr\$ 0,60 + 0,20 <hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	Cr\$ 20,00 + 35,00 <hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	Cr\$ 20,00 18,00 + 11,00 <hr style="width: 50%; margin: 0;"/>
Cr\$ 0,80	Cr\$ 55,00	Cr\$ 49,00
Cr\$ 1,00 + 0,50 <hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	Cr\$ 0,60 — 0,20 <hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	Cr\$ 35,00 — 20,00 <hr style="width: 50%; margin: 0;"/>
Cr\$ 1,50	Cr\$ 0,40	Cr\$ 15,00

(*) O sinal Cr\$ colocado à esquerda da 1.^a parcela ou do minuendo serve para lembrar a natureza do resultado.

f) derivando da soma, a leitura, escrita de quantias, incluindo cruzeiros e centavos: (*)

$$\begin{array}{r} \text{Cr\$ } 1,00 \\ + 0,10 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Cr\$ } 1,10$$

Cr\$ 1,00 — Cr\$ 1,10 — Cr\$ 1,20 — ... Cr\$ 2,00

g) adição e subtração de quantias já conhecidas, número desigual de algarismos nos termos (sem e com reservas):

$$\begin{array}{r} \text{Cr\$ } 10,00 \\ + 9,00 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Cr\$ } 19,00$$

$$\begin{array}{r} \text{Cr\$ } 20,00 \\ + 0,80 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Cr\$ } 20,80$$

$$\begin{array}{r} \text{Cr\$ } 18,00 \\ + 1,80 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Cr\$ } 19,80$$

$$\begin{array}{r} \text{Cr\$ } 25,00 \\ + 1,20 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Cr\$ } 27,20$$

$$\begin{array}{r} \text{Cr\$ } 18,00 \\ - 2,00 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Cr\$ } 16,00$$

h) leitura e escrita de quantias incluindo cruzeiros e centavos, com zeros intercalados, ou quaisquer outras, até 100 cruzeiros. Aprendizagem feita pela adição:

$$\begin{array}{r} \text{Cr\$ } 10,00 \\ + 0,10 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Cr\$ } 10,10$$

Cr\$ 10,00 — Cr\$ 10,10 — Cr\$ 10,20 — Cr\$ 10,30 — Cr\$ 20,00
Cr\$ 29,00 — Cr\$ 29,10 — Cr\$ 29,20 — — Cr\$ 30,00

i) os mesmos métodos serão adotados para a leitura e escrita de quantias acima de cem cruzeiros;

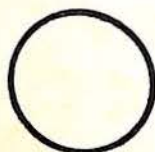
j) a multiplicação e a divisão com o uso de quantias serão aprendidas à proporção que tal aprendizagem se fizer em relação a números decimais.

IRENE DE ALBUQUERQUE

SUGESTÕES PRÁTICAS

(Exercícios)

1 — Escrever o nome das moedas que faltam para trocar uma moeda de 50 centavos.



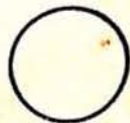
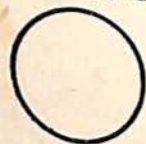
2 — Completar as moedas:



Dei **2** para pagar



e recebi de trôco:



3 — Escrever os valores das notas

Troquei Cr\$ 20,00 em duas notas iguais:

4 — Dei Cr\$ 0,50 para pagar um selo de 40 centavos.

Recebi de trôco

CAPÍTULO VI

FRAÇÕES: CONHECIMENTO OBJETIVO E CÁLCULOS COM FRAÇÕES ORDINÁRIAS

1 — Em investigações (*) levadas a efeito sobre o emprêgo de frações ordinárias, foi verificado que as frações $1/2$, $1/3$, $1/4$, $2/3$ e $3/4$ constituem 90% de tôdas as frações usadas na vida, sendo que a fração $1/2$ contribui com 60%; são ainda usadas as frações $1/5$, $1/8$, e, com menor freqüência ainda, $4/5$, $3/8$, $5/8$ e $7/8$.

O uso dos cálculos com frações ordinárias é reduzidíssimo na vida do brasileiro, uma vez que nossas unidades de medida obedecem, quase tôdas, ao sistema decimal.

Além disso, muitos desses estudos estão acima do nível mental das crianças de nossas escolas primárias, o qual, logicamente, deve ir até aos 12 anos de idade mental.

Nossos programas de curso primário deveriam limitar-se à adição e subtração de frações quando o denominador da fração resultante não fôsse superior a 12. Nas subtrações com números mistos, tanto a parte inteira quanto a parte fracionária do minuendo seriam respectivamente superiores à parte inteira e à parte fracionária do subtraendo.

(*) Vide G. M. Wilson, "What Research Reveals on Proper Drill content of Elementary Arithmetic" — Mathematic Teacher, 28:477/481, 1935.

Só haveria multiplicação ou divisão de fração por número inteiro.

Os denominadores 7 e 11 não entrariam em cálculos. Todas as transformações de frações seriam feitas à base do conhecimento objetivo da equivalência.

Entretanto, mesmo nós, que fomos chamados a colaborar nos programas do Distrito Federal, tivemos que sugerir um estudo exaustivo de frações, uma vez que os exames de admissão ao curso secundário assim o exigem, embora os alunos tenham que estudar as mesmas coisas, novamente, nos primeiros anos do ginásio...

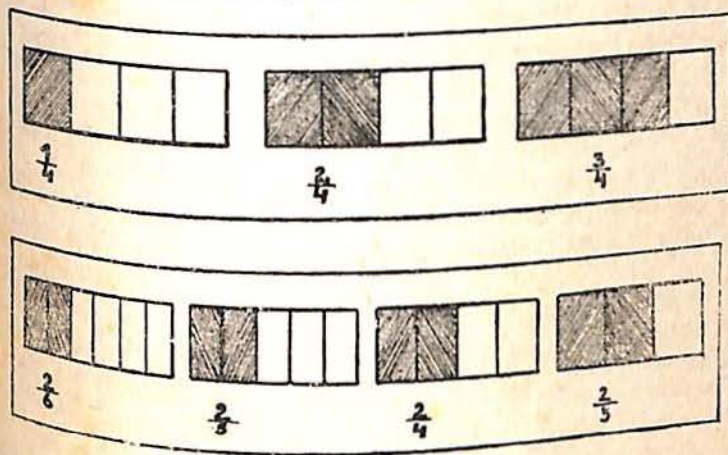
2 — A primeira *noção de fração* que é compreensível à criança é a de fração como parte ou partes iguais de uma unidade ($2/3$ são duas partes iguais de uma unidade dividida em três partes). Paralelamente ao estudo da divisão, amplia-se a noção para a de fração como parte de um conjunto de unidades (calcular $1/2$, $1/3$, $1/4$, etc. de números dados) e, mais tarde, a de fração como quociente: $2/3$ são o quociente de duas unidades divididas por 3 pessoas.

Frações de uma coisa são facilmente compreendidas desde a 1.^a série; (de maçã, de folha de papel, etc.). Segue-se a *noção da metade* (objetivamente) de números até uma dúzia.

Prosseguindo na *noção de fração* a partir da 2.^a série é a criança levada a achar outras frações de unidade, concretamente, com frutas, folhas de papel, cartolina, etc., ou por meio de desenhos coloridos. A fração é chamada *ordinária* quando seu denominador não é potência de 10.

3 — A *comparação de frações* será feita também objetivamente, de modo que o aluno chegue à noção perfeita de que $1/2$ é maior que $1/3$ e $1/4$, e de que $2/3$ são maiores que $1/3$, e $3/4$ são maiores que $2/4$ e $1/4$, etc., usando as frações de uso comum na vida. Quadros para comparação de frações devem ser feitos para que o aluno "redescubra" que:

"De frações com o mesmo denominador, é maior a que tem maior numerador, das frações com o mesmo numerador, a maior é a que tem menor denominador".



A não ser em turmas com elevado nível mental, é preferível apresentar e fixar bem a primeira situação para, então, em dia posterior, levar à redescoberta do outro aspecto da comparação de frações. O quadro de objetivação (de preferência feito em cartolina e papel colorido) deve ficar à vista da turma algum tempo, até que haja uma fixação perfeita, pois decorar a regra não habitará a resolver as situações práticas. O aluno deverá *pensar na fração* como uma parte da unidade, e não como em número com traço de fração, numerador e denominador.

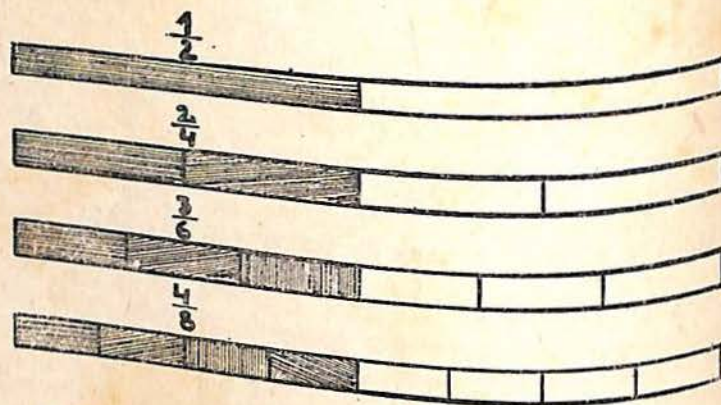
Se a turma fôr, realmente, muito fraca, é aconselhável usar mais de um quadro de objetivação, para a redescoberta de cada regra. Inclusive, desenhos no quadro negro podem completar o material confeccionado em cartolina. Empregando giz ou papel colorido, deve o professor usar sempre a mesma cor em cada grupo de exemplos, para evitar que a criança faça a fixação apenas pela cor. Para a *comparação de frações heterogêneas*, que será dada mais tarde, o aluno será levado à compreensão de que precisa torná-las homogêneas, para compará-las. A

forma mais comum de tornar homogêneas as frações é representá-las com o mesmo denominador.

A noção de *equivalência de frações* é, também, uma aprendizagem básica, indispensável para a própria compreensão das frações e dos estudos posteriores de comparação de frações heterogêneas e de adição e subtração de frações heterogêneas. Esta precisa ficar firme e, para isso, ser dada de maneira prática, com objetivação e exercícios adequados.

A criança deve saber objetivamente e de cor quantos quartos há num meio, quantos oitavos há num quarto, etc. (Veja "Sugestões práticas").

Devem ser feitos e afixados na sala de aula, para consulta, quadros de equivalência das frações mais usuais, do tipo do que se segue:



Frações equivalentes à unidade devem ser motivo de objetivação, para levar à redescoberta de que a unidade expressa sob a forma de fração tem numerador e denominador iguais. A fração equivalente à unidade é imprópria chamada fração; é uma fração imprópria. 4 — Simplificar uma fração não é mais do que encontrar a fração equivalente a uma outra dada, expressa nos seus termos mais simples. A consulta ao quadro de equivalência pode levar a criança a compreender isso e a re-

descobrir que se simplifica uma fração dividindo ambos os termos pelo mesmo número, isto é, por um divisor comum.

Muitas vezes, esse cálculo é feito mentalmente, e a criança logo descobre que a forma mais simples, por

exemplo, de $\frac{15}{20}$ é $\frac{3}{4}$; outras tantas, isso é feito por etapas:

$$\frac{40}{60} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Não há necessidade alguma, e importa, não raro, em perda de tempo, levar a criança a fazer a simplificação acima indicada por um dos seguintes processos:

$$\frac{40}{60} = \frac{20}{30} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

ou

$$\frac{40 \div 20}{60 \div 20} = \frac{2}{3}$$

	1	2
60	40	20
20	0	

$$\text{m.d.c.} = 20, \text{ ou}$$

40	2	60	2
20	2	30	2
10	2	15	3
5	5	5	5
1		1	

$$10 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$\text{m.d.c.} = 2 \times 2 \times 5 = 4 \times 5 = 20$$

$$\frac{40 \div 20}{60 \div 20} = \frac{2}{3}$$

Calcular o m.d.c. é uma tarefa muito longa e sem valor para a simplificação de frações. Não tem qualquer

utilidade na vida comum. Tal aprendizagem não tem aplicação alguma ao curso primário e só por arcaísmo se conserva nos nossos programas, acrescentando dificuldades desnecessárias à aprendizagem da matemática. A melhor forma de simplificar frações (quando, pelo próprio quadro de equivalência, não se pode fazê-lo imediatamente) é dividir ambos os termos por um divisor comum qualquer (o maior que pudermos mentalmente estabelecer), e, se virmos que a fração ainda comporta nova simplificação, realizá-la.

5 — *Extractar inteiros* é outra aprendizagem na qual a criança pode, aos poucos, ser treinada; desde que esteja bem firme na representação da unidade sob forma de fração, compreenderá imediatamente:

- o que é *fração imprópria*, isto é, igual ou superior à unidade;
- como reconhecer frações impróprias correspondentes a duas, três unidades;
- como ir retirando de uma fração imprópria os inteiros que ela contém:

$$\frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5} \text{ por que contém } \frac{5}{5}, \text{ que é um inteiro, e ainda sobra } \frac{1}{5}.$$

Mais tarde, aprenderá a outra forma de extrair inteiros:

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 5} \\ 1 \quad 1 \\ \hline \end{array} = 1 \frac{1}{5}$$

6 — *Hábitos a formar em relação às operações:*

- Dar sempre o resultado de um cálculo em fração irredutível e, quando se tratar de fração imprópria,

extrair os inteiros. Começa-se a iniciar a turma nessa aprendizagem e a formar tal hábito logo que os casos mais simples de adição e subtração de frações homogêneas estejam sabidos.

- Encarar a fração mais pelo que significa do que pelos seus termos isoladamente:

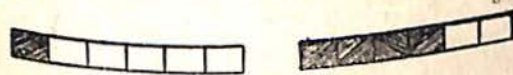
Exemplo: "Quantos sextos há em $1/3$ " leva a melhorar compreensão do que: "dê à fração $1/3$ o denominador 6".

7 — *Adição e subtração de frações homogêneas.*

Motivada a aprendizagem, leva-se a turma, pela observação, à redescoberta de que "para somar ou subtrair frações ordinárias com o mesmo denominador, somam-se ou subtraem-se os numeradores, dando ao resultado o denominador comum.



$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$



$$\frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{5}{6}$$

Mostra-se cada situação objetivamente, e enuncia-se o cálculo oralmente (um quarto mais dois quartos igual a três quartos) antes de escrevê-lo. Depois que souberem trabalhar sem hesitação, mentalmente, os alunos são levados a examinar os numeradores e os denominadores nos vários exemplos e a concluir a regra. Daí, aplica-se a noção em exercícios e em outros problemas de vida real.

Procede-se da mesma maneira em relação à subtração.

8 — Nosso sistema decimal de pesos e medidas não admite possibilidades de vida prática para *adição e subtração de frações heterogêneas*. Quando muito, podemos efetuar cálculos em que o denominador de uma fração seja múltiplo do da outra. (Ex.: Comprei 1/2 litro de leite e gastei 1/4 de litro para fazer um bôlo; quanto sobrou?)

Aprendizagem de situação como:

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{8} + \frac{3}{7}$$

constitui um erro palmar na elaboração de programas do curso primário, dada a sua inteira inaplicabilidade na vida real. Mesmo supondo que o aluno vá dedicar-se a trabalhos como, por exemplo, carpintaria, onde as medidas em pé e polegadas são tão usadas, ainda assim, teria que fazer cálculos apenas com metades, quartos e oitavos de pés ou polegadas, isto é, frações nas quais um dos denominadores é múltiplo dos demais.

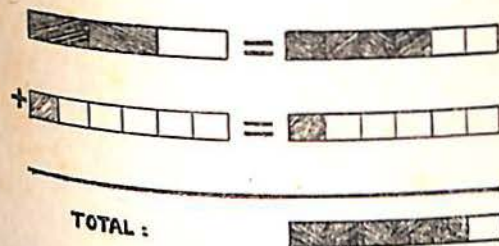
A *adição e a subtração de frações heterogêneas* baseiam-se na equivalência de frações. Admitindo-se o princípio já assentado de que só se darão frações de uso comum, os alunos terão facilidade em encontrar as frações equivalentes que lhes permitam efetuar a adição ou a subtração; poderão, quando necessário, consultar os quadros de equivalência.

Aqui, ainda é importante, como já foi dito anteriormente, levar a criança a encarar a fração mais pelo que significa, do que pelos seus termos, isoladamente: "Para somar 1/3 com 1/6, preciso reduzir os *terços a sextos*" é melhor forma de pensamento do que "preciso dar a ambas as frações o denominador 6".

A objetivação ajuda à compreensão:

Leva-se o aluno primeiro a trabalhar com desenhos e depois com números:

Ex. 1:



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Total: } \frac{5}{6}$$

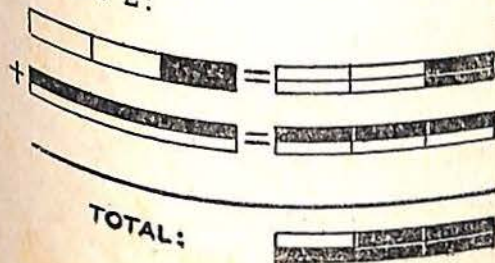
a) Reduzir tôdas as frações ao maior denominador quando este é um múltiplo comum das demais:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} \text{ (ex. 1).}$$

b) Multiplicar os denominadores, quando estes são primos entre si: $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ (ex. 2); $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$

(ex. 3) ou em qualquer outra situação, desde que se apresentem os resultados das operações em frações irredutíveis.

Ex.: 2:

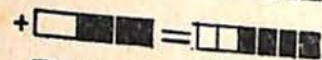
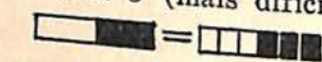


$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

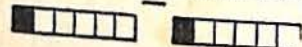
$$+ \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

$$\text{Total: } \frac{5}{6}$$

Ex. 3 (mais difícil):



TOTAL:



$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

$$+ \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{7}{6} = 1 \frac{1}{6}$$

$$\text{Total: } \frac{7}{6} = 1 \frac{1}{6}$$

c) Calcular mentalmente um denominador que seja o menor múltiplo comum dos denominadores dados, multiplicando sucessivamente o maior denominador por 2, 3, 4, etc., até encontrar um número que seja múltiplo dos outros denominadores dados.

Ex. 4:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10}$$

Cálculo oral do denominador comum:

$10 \times 2 = 20$; 20 é divisível por 4 e por 5; logo, é o menor denominador comum.

$$\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$$

$$\frac{3}{10} = \frac{6}{20}$$

$$+ \frac{10}{20} = \frac{19}{20}$$

Note-se que adotamos a forma de resolver as operações mais aceita pelos autores modernos, uma vez que mostra melhor à criança a equivalência das frações. A forma mais comum no Brasil é a seguinte:

Exemplo:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6} = 1 \frac{1}{6}$$

Para reduzir frações ao mesmo denominador, progressivamente, os alunos serão treinados nas seguintes situações:

Ex. 5:

$$\frac{1}{3} = \frac{8}{24}$$

$$\frac{2}{8} = \frac{6}{24}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$$

$$+ \frac{5}{6} = \frac{20}{24}$$

$$\frac{34}{24} = 1 \frac{10}{24} = 1 \frac{5}{12}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{8} + \frac{5}{6}$$

Cálculo oral do denominador comum:

$8 \times 2 = 16$ (não é divisível por 6 nem por 3).

$8 \times 3 = 24$ (divisível por 6 e por 3).

Note-se que o cálculo do mínimo múltiplo comum pelos processos aconselhados nos livros é perfeitamente dispensável.

O que foi feito para a adição, servirá à subtração. 9 — Subtrair de um número inteiro uma fração é situação real e será ensinado objetivamente, sem processos artificiais de cálculo:

Ex.: "Mamãe fez dois pudins. Nós comemos meio pudim no jantar: quanto ainda resta?"
É evidente que, a única maneira certa de proceder é partir só o inteiro do qual se vai tirar a fração. Logo, a operação será:

$$2 = 1 \frac{2}{2}$$

$$- \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$1 \frac{1}{2}$$

10 — O cálculo envolvendo *adição* ou *subtração com número misto e fração* é, também, usado. Ex.: "Havia um litro e um quarto de leite e comprou-se mais um quarto de litro. Quanto ficou?"

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \frac{1}{4} \\ + \frac{1}{4} \\ \hline 2 \frac{1}{4} = 1 \frac{1}{2} \end{array}$$

Outros exemplos:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \frac{1}{4} = 1 \frac{1}{4} \\ + \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \\ \hline \text{Total: } 1 \frac{3}{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 3 \frac{1}{4} = 3 \frac{2}{8} \\ + \frac{7}{8} = \frac{7}{8} \\ \hline \text{Total: } 3 \frac{9}{8} = 4 \frac{1}{8} \end{array}$$

Ex. para subtração:

$$\begin{array}{r} 3 \\ 6 \frac{3}{4} = 6 \frac{6}{8} = 5 \frac{14}{8} \\ - 4 \frac{7}{8} = 4 \frac{7}{8} = 4 \frac{7}{8} \\ \hline \text{Resto: } 1 \frac{7}{8} \end{array}$$

Para a subtração envolvendo números mistos, subtraem-se primeiro as frações e depois os inteiros.

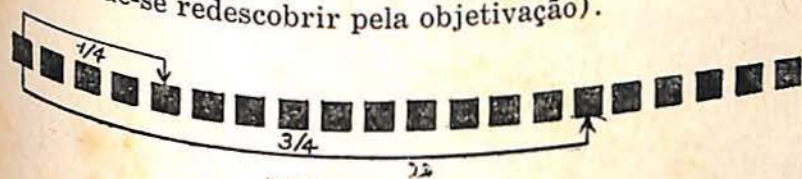
11 — A *multiplicação de fração por número inteiro* tem aplicação prática; por exemplo, dobrar a receita de um doce; onde se lê:

$$\begin{array}{l} \frac{1}{4} \text{ de xícara será } \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1 \times 2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} \text{ de xícara serão } \frac{2}{3} \times 8 = \frac{2 \times 2}{3} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} \text{ de xícara será } \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1 \times 2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{array}$$

(Pode-se redescobrir pela soma).

Usa-se ainda a multiplicação de fração por inteiro nas seguintes situações:

a) Achar parte de um todo: $\frac{3}{4}$ de 20 livros:
(Pode-se redescobrir pela objetivação).



$$\text{ou } \frac{3}{4} \text{ de } 20 = \frac{3 \times 20}{4} = \frac{80}{4} = 15$$

$$\frac{3}{4} \times 20 = \frac{80}{4} = 15$$

b) Fazer, abreviadamente, uma adição de frações iguais:

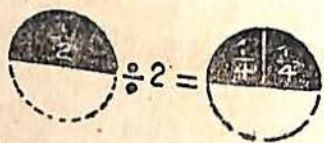
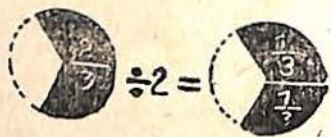
$$\frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}$$

(Pode-se redescobrir pela soma).

12 — A *divisão de fração por um número inteiro* também aparece na vida: E' o caso em que, por exemplo, uma receita de bôlo vai ser feita apenas pela metade. E' preciso, pois, dividi-la ao meio, isto é, dividi-la por 2. Podemos agir de 2 maneiras; a primeira é a mais simples, mas nem sempre pode ser usada.

Objetivando com desenhos, o aluno redescobre a regra para ambas as situações, e compreende a divisão, de maneira a não confundir com outras operações. Só depois de trabalhar bem com desenhos, pode êle passar a trabalhar exclusivamente com números.

$$a) \frac{2}{3} \div 2 = \frac{2 \div 2}{3} = \frac{1}{3}$$



$$b) \frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

Usa-se a 2.^a forma quando a primeira não permite uma divisão exata.

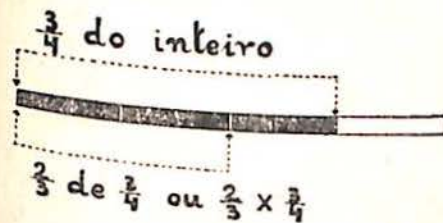
13 — A *multiplicação de fração por fração* tem também pouquíssimo uso para nós. Ocorre para achar parte de uma fração.

Ex.: 2/3 de uma garrafa com 3/4 de litro de leite.

E' pouquíssimo comum nos países que adotam o sistema métrico decimal. Não deveria estar no programa do curso primário.

O importante, aqui, é mostrar à criança que, quando se multiplica uma fração própria por outra, o *produto é menor do que os fatores*; e isso, porque, em verdade, estamos achando *uma parte de uma fração*.

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

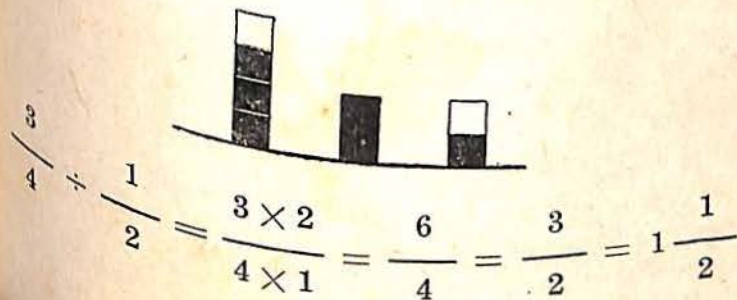


14 — A *divisão de fração por fração* também não é comum entre nós, dado o nosso sistema de pesos e medidas.

Ex.: "Colocar 3/4 de litro de leite em garrafas com capacidade para meio litro e verificar quantas garrafas enchemos". Constitui também aprendizagem fora das necessidades da escola primária.

Ao contrário da multiplicação, quando dividimos uma fração por outra, o resultado é maior que qualquer das frações dadas.

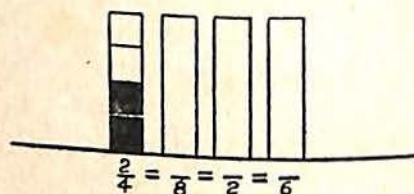
No problema proposto, distribuindo 3/4 de litro por garrafas com capacidade para 1/2 litro, enchemos garrafa e meia, como vemos no desenho:



SUGESTÕES PRÁTICAS

Alguns modelos de questões sobre equivalência de frações, em ordem decrescente de valor didático e crescente de dificuldade.

1 — Complete:



2 — Quantos quartos há em meio bôlo?

Quantos quartos de litro há em meio litro de leite?
De quantos oitavos preciso para obter $1/2$ melancia?
Com $1/5$ de um queijo, quantos décimos posso obter?

3 — Pense em $2/3$ sob a forma de sextos e de nonos.

Pense em $5/10$ sob a forma de meios e de quintos.

Pense em $3/4$ com denominador 8 e com denominador 2.

Represente a fração $4/9$, respectivamente, com o denominador 4 e o denominador 2.

4 — Reduza a sextos a fração $2/3$.

5 — Ache as frações equivalentes à primeira, em cada linha, com os denominadores indicados.

$$\frac{1}{2} = \frac{\quad}{4}, \frac{\quad}{10}, \frac{\quad}{6}, \frac{\quad}{8}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{\quad}{6}, \frac{\quad}{9}, \frac{\quad}{12}$$

6 — Escreva frações equivalentes à unidade, respectivamente com os denominadores 10, 5, 8, 2, 6.

7 — Reduza ao mesmo denominador as frações que estão em cada linha e represente-as gráficamente:

$$\frac{1}{2} \quad \text{e} \quad \frac{3}{10}$$

$$\frac{5}{6} \quad \text{e} \quad \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{4}{10} \quad \text{e} \quad \frac{4}{5}$$

8 — Apresente a forma mais simples de cada uma das frações abaixo indicadas:

$$\frac{4}{6}, \quad \frac{50}{100} \quad \text{e} \quad \frac{20}{50}$$

CAPÍTULO VII

FRAÇÕES: FRAÇÕES DECIMAIS E NÚMEROS DECIMAIS. CÁLCULOS

1 — São chamadas *frações decimais* as frações que têm os denominadores 10, 100, 1000, etc. (potências de 10 não inferiores a 10). Conhecidas as frações ordinárias, os alunos aprenderão facilmente a denominação dada especialmente a tais frações, sejam elas próprias ou impróprias:

Exemplo:

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{8}{100}, \frac{4}{1000}, \text{ etc.}$$

$$\frac{41}{10}, \frac{52}{10}, \frac{418}{100}, \text{ etc., dos quais podemos extrair os}$$

inteiros, obtendo, respectivamente:

$$4\frac{1}{10}, 5\frac{2}{10}, 4\frac{18}{100}, \text{ etc.}$$

2 — Para dar a *noção de número decimal*, é necessário:

a) Recapitular o nosso sistema decimal de numeração, no qual cada ordem vale um décimo da ordem à es-

querda (a ordem das unidades corresponde a um décimo da ordem das dezenas, etc.).

Firmar bem a noção, com números inteiros.

b) Mostrar que a fração decimal pode ser escrita sob a forma de *número decimal*, que é muito mais simples.

Exemplo:

$$\frac{42}{10} = 4 \frac{2}{10} = 4,2$$

4,2 é um *número decimal*, que pode ser lido como 4 unidades e 2 décimos ou 42 décimos, sendo a primeira forma a mais usada. 4,2 é um *número decimal* equivalente

à fração decimal $\frac{42}{10}$ ou $4 \frac{2}{10}$.

O número decimal ou dízima tem uma *parte inteira* e uma *parte decimal*, separadas pela *vírgula decimal*. A parte inteira, que pode ser zero, fica à esquerda da vírgula; a parte decimal fica à direita.

c) Levar a criança, por meio de objetivação, (*) à escrita e, depois, sem objetivação, à leitura e escrita de números decimais, como:

2,3	4,8	17,9	19,83
4,18	3,43	19,10	2,100
8,175	29,217	3,921	

Note-se que, nos exemplos dados, a parte inteira está sempre presente. Usar as várias formas de leitura aconselháveis.

d) Fazer a criança redescobrir que, para a escrita de números decimais sem parte inteira, esta deve ser representada por um zero.

(*) O estudo do metro oferece ótima oportunidade. Ver Capítulo VIII, itens 6, 7, 8.

cinco décimos	= 0,5
oitenta e dois centésimos	= 0,82
três centésimos	= 0,03, etc.

e) Treinar os vários casos de leitura e escrita de números decimais com zeros intercalados:

2,08	— dois inteiros, zero décimos e oito centésimos;
2,05	— dois inteiros e cinco centésimos;
3,002	— três inteiros, zero décimos, zero centésimos e dois milésimos;
3,007	— três inteiros e sete milésimos.

Incidentalmente, já podem ter aparecido casos de zeros finais. Convém, entretanto, que o professor insista sobre eles, fazendo ver que tais zeros não constituem erro, mas sim aproximação.

Quando digo que um aluno obteve média 9,00, quero significar que obteve nove pontos, e zero centésimos; não posso garantir se obteve algum milésimo.

f) Conhecidos os fundamentos da numeração decimal, podemos, imediatamente, levar à compreensão do nosso sistema monetário, justificando, pois, a notação usada.

3. Conversão de frações ordinárias em números decimais. Dízimas periódicas.

Dividindo-se o numerador de uma fração ordinária pelo seu denominador, obtém-se um número decimal ou dízima.

$$\frac{3}{8} = 0,375$$

No exemplo citado, a divisão dá resto zero, e diz-se que o número decimal (ou dízima) é exato. Quando a divisão não deixa resto zero, acontece que uma parte da dízima se repete indefinidamente.

$$\text{Ex.: } \frac{3}{11} = 0,2727\dots$$

A parte que se repete indefinidamente é o período e o número decimal ou dízima é inexato ou periódico.

A dízima periódica é simples quando o período começa logo depois da vírgula, como no exemplo anterior. E' composta quando antes do período há uma parte não periódica.

$$\text{Ex.: } \frac{7}{44} = 0,159090\dots$$

A fração ordinária que dá origem a um número decimal chama-se fração geratriz. Para a escola elementar, só se aplica o cálculo da geratriz da dízima exata. Entretanto, exemplificaremos também os demais casos:

a) número decimal exato:

$$1,25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$$

b) dízima periódica simples:

$$0,324324\dots = \frac{324}{999} = \frac{36}{37}$$

c) dízima periódica composta:

$$0,53636\dots = \frac{536 - 5}{990} = \frac{531}{990} = \frac{59}{110}$$

NOTA — Se o número decimal tiver parte inteira, esta será considerada como num número misto.

4. Adição de números decimais.

Para o ensino da *adição* de números decimais, devemos chamar a atenção das crianças para que:

a) coloquem as parcelas convenientemente, atendendo à correspondência das diferentes ordens; a vírgula nos auxilia nessa colocação;

b) procurem colocar ao alto os números com mais casas decimais (embora se treine também a adição sem esta preocupação);

c) façam os algarismos bem legíveis e disponham as operações com clareza (essas são as causas de grande parte dos erros verificados em tal operação);

d) efetuem a operação como qualquer outra adição, sem esquecer a vírgula.

E' preciso, ainda, graduar as dificuldades e apresentar as várias situações que podem ocorrer na adição:

$3,45 + 2,37$ — parcelas com igual número de casas decimais;

$2,45 + 2,3$ — parcelas com número desigual de casas decimais;

$3,27 + 2$ — algumas parcelas só com inteiros e outras com parte inteira e parte decimal;

$3 + 0,27$ — usar parcelas só com números inteiros e outras só com parte decimal (parte inteira representada por zero).

5. Subtração de números decimais.

Para o ensino da *subtração*, além das recomendações de ordem geral feitas para a adição e que aqui se aplicam, é preciso apresentar os vários casos em relação ao minuendo e ao subtraendo, a exemplo do que foi feito na adição.

Exemplos:

$$\begin{array}{r} 3,45 - 2,37 = \\ 3,45 - 2,3 = \\ 3,4 - 2,37 = \\ 3,27 - 2 = \\ 3 - 0,27 = \end{array}$$

Para facilitar o cálculo, é aconselhável preencher com zeros as casas decimais do minuendo que não apresentam correspondência com as do subtraendo ou vice-versa.

(Mostrar que o número não se altera).

Quanto ao cálculo em si, não oferece dificuldade alguma, uma vez que efetuamos a subtração de decimais de maneira idêntica à de inteiros, sem esquecer a vírgula.

6. Multiplicação de números decimais.

As três situações que aparecem podem ser reduzidas a um só caso:

- multiplicação de inteiro por decimal, de decimal por inteiro e de decimal por decimal.

A única dificuldade consiste em fomentar o hábito de contar as casas decimais do produto, somando as encontradas no multiplicando e no multiplicador.

Também é interessante formar o hábito de cancelar os zeros finais da parte decimal do produto, embora não seja errado conservá-los.

É necessário resolver problemas que levem o aluno a compreender que o produto é menor do que o multiplicando quando o multiplicador é inferior à unidade.

7. Multiplicação abreviada por potências de 10.

Deve ser ensinada depois que o aluno sabe multiplicar o número decimal por qualquer número inteiro.

Apresentando vários exemplos de multiplicação por 10 e analisando cada algarismo, para ver que passou a uma ordem acima e que o número, assim, tornou-se 10 vezes maior, levar a concluir a regra para multiplicação abreviada. Notar o deslocamento da vírgula uma casa para a direita.

$$\begin{array}{l} 5,85 \times 10 = 58,50 \\ 3,9 \times 10 = 39,0 \\ 0,5 \times 10 = 05,0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{-----} \\ \text{-----} \\ \text{-----} \end{array} \quad \begin{array}{l} 5,85 \times 10 = 58,5 \\ 3,9 \times 10 = 39 \\ 0,5 \times 10 = 5 \end{array}$$

De maneira idêntica, levar a enunciar a regra, para qualquer potência de 10.

8. Divisão de número decimal por inteiro.

Levar a descobrir que basta dividir como se fôsse um número inteiro e contar no quociente o mesmo número de casas decimais encontradas no dividendo.

E' fácil compreender que, se eu tenho três décimos de algumas coisa para distribuir por três pessoas, caberá um décimo a cada pessoa:

$$\begin{array}{r} 0,3 \overline{) 3} \\ \underline{0,1} \\ 0,1 \\ \underline{0} \\ 0 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5,25 \overline{) 3} \\ \underline{22} \\ 15 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,394 \overline{) 2} \\ \underline{19} \\ 14 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

Vários exemplos fortalecerão a regra.

9. Divisão de número decimal por potências de 10.

Será dada bem mais tarde do que a multiplicação, para evitar interferência.

Apresentar exemplos com números terminados em zero, para concluir a regra.

Efetuar cada cálculo armando as operações (tratando o 10 como qualquer número inteiro) e, em seguida, indicando-as:

$$\begin{array}{l} 13,420 \div 10 = 1,342 \\ 2,50 \div 10 = 0,25 \\ 0,280 \div 10 = 0,028 \end{array}$$

Daí passar a números não terminados em zero:

$$38,5 \div 10 = 3,85 \quad 0,28 \div 10 = 0,028$$

10. Divisão de número decimal por decimal.

I — Hábitos a formar:

- Dispor bem a divisão, deixando lugar para acrescentar zero, no dividendo, se fôr preciso.

- Evitar o preconceito de que toda divisão é exata ou deve continuar até dar zero. Em geral, o que nos interessa é obter certa aproximação: até décimos ou centésimos, etc.
- Verificar as operações, inclusive a colocação da vírgula.
- Compreender que, quando o divisor é menor do que a unidade, o cociente é maior do que o dividendo. Ex.: Dividir 3,5 m de fita em pedaços de 0,25 m.

II — *Alguns exercícios que dão ênfase à colocação correta da vírgula:*

- Calcule o número de casas decimais que haverá nas seguintes divisões:
- Faça as seguintes divisões, aproximando até milésimos: etc.

III — *Método a seguir:*

O velho método de "igualar casas decimais" e contar as vírgulas é muito simplista, para o professor, mas complica muitas vezes as operações dos alunos. Numa operação, por exemplo, como $0,0075 \div 0,5$, a criança seria levada a acrescentar três casas decimais no divisor, dependendo com uma divisão por 5000 quando deveria fazê-lo por 5 apenas. Além disso, o resto aparece alterado, muitas vezes.

O único método aconselhável para a divisão do decimal por decimal consiste em:

Dividir como se fossem inteiros e subtrair do número de casas decimais do dividendo o número de casas decimais do divisor, para encontrar as casas decimais do cociente.

$$\begin{array}{r} \text{Ex. 1:} \quad 8,532 \quad | \quad 0,5 \\ \quad \quad 35 \quad \quad \quad 17,06 \\ \quad \quad 032 \\ \quad \quad \quad 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Casas decimais:} \\ 3 - 1 = 2 \end{array}$$

De antemão, pode-se saber que o quociente irá até centésimos. Se nos interessar aproximação até milésimos, antes de iniciar a operação acrescentamos um zero ao dividendo. A operação ficará:

$$8,5320 \quad | \quad 0,5$$

e o cômputo das casas decimais dará: $4 - 1 = 3$.

$$\text{Ex. 2:} \quad 185,2 \quad | \quad 3,5$$

Casas decimais:

$$1 - 1 = 0$$

Se quisermos alguma aproximação, faremos como nos casos acima.

$$\text{Ex. 3:} \quad 18,4 \quad | \quad 0,025$$

A subtração das casas decimais torna-se impossível aqui; é, entretanto fácil de resolver: Basta acrescentar zeros no dividendo, tal como fizemos anteriormente, para a aproximação. Acrescentamos 2, 3, 4, 5 zeros, sem número limitado, conforme a aproximação que desejamos. Vejamos:

a) resultado em número inteiro:

$$18,400 \quad | \quad 0,025$$

Casas decimais:

$$3 - 3 = 0$$

b) resultado com aproximação até centésimos (ou 2 casas decimais):

$$18,40000 \quad | \quad 0,025$$

Casas decimais:

$$5 - 3 = 2$$

9 — *Divisão de inteiro por decimal* — Resume-se ao caso do exemplo 3, já estudado. Coloca-se uma vírgula, para separar a parte inteira da decimal, e acrescentam-se

tantos zeros quantos se deseja, para a aproximação que se tem em vista.

Ex.: $427 \overline{) 2,8}$

Se quero o resultado até centésimos, o dividendo terá três zeros:

$$427,000 \overline{) 2,8}$$

Se quero o resultado em inteiros, o dividendo será:

$$427,0 \overline{) 2,8}$$

10 — Em resumo, todos os casos de divisão de decimais, seja de decimal por decimal, de inteiro por decimal ou de decimal por inteiro, obedecem a uma só forma de resolução: Dividir como se fossem inteiros e dar ao quociente tantas casas decimais quantas são as do dividendo diminuídas das do divisor. (*) Quando necessário, acrescentar zeros ao dividendo em número ilimitado.

Vejamos mais alguns exemplos, para fortalecer esta asserção:

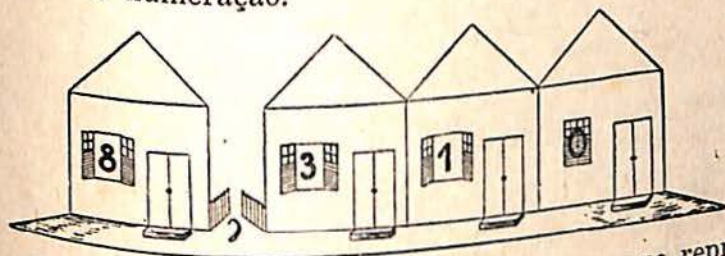
$3,425 \div 8$					$3-0=3$
$3,425 \div 0,8$					$3-1=2$
$3,425 \div 0,008$					$3-3=0$
$34,25 \div 0,0008 =$					
$= 34,2500 \div 0,0008 =$					$4-4=0$
$= 34,25000 \div 0,0008 =$					$5-4=1$
etc.					
$3425 \div 0,8 =$					
$= 3425,0 \div 0,8 =$					$1-1=0$
$= 3425,000 \div 0,8$					$3-1=2$
etc.					

(*) Se partirmos o ensino da divisão de decimais da prova real de multiplicações de decimais, os alunos concluirão a regra por si mesmos, uma vez que a divisão é uma operação inversa da multiplicação.

Note-se que os restos permanecem inalterados, uma vez que não se cortam vírgulas. A operação também não se complica, pois que o divisor nunca é acrescido de zeros.

SUGESTÕES PRATICAS

1 — Dada a noção do número decimal, é interessante fazer em cartolina e colocar na sala de aula, para estar à vista dos alunos durante o período de fixação, um material semelhante ao que exemplificamos para os estudos iniciais de numeração.



Fechando as janelas, aparecem os zeros, que representam as "casas vazias".

2 — Exercícios aconselhados:

- Transformação de frações decimais em números decimais e vice-versa;
- Exercícios de completamento ou escrita de números decimais em ordem crescente, tal como foi sugerido para a aprendizagem dos números inteiros.

Exemplo:

0,1	—	0,2	—	0,3	1,0
0,10	—	0,20	—	0,30	1,00
0,10	—	0,11	—	0,12	0,20
0,01	—	0,02	—	0,03	0,10

c) Leitura de números decimais: Ex.: 3,523:

— três unidades e quinhentos e vinte e três milésimos;

- três, vírgula, quinhentos e vinte e três;
- três, vírgula, quinhentos e vinte e três milésimos;
- três inteiros, cinco décimos, dois centésimos e três milésimos;
- três mil quinhentos e vinte e três milésimos (a mais difícil e a menos comum).

d) Ditado de números decimais, usando qualquer das formas apontadas acima, excetuando a segunda e a terceira que, sendo embora muito comuns, não teriam valor prático para o exercício em questão.

3 — Devemos evitar situações como:

a) Mandar escrever um número decimal por extenso (em palavras), a não ser para treino de ortografia. Consegue-se o mesmo resultado fazendo lê-lo oralmente, e o exercício é menos fastidioso.

b) Apresentar um número decimal em palavras, a fim de que o aluno o represente em algarismos. O professor gasta menos energia ditando o número para que o aluno o escreva. (Justifica-se num trabalho já impresso).

CAPÍTULO IX

FRAÇÕES: RAZÕES E PROPORÇÕES. PORCENTAGEM.

1. A noção de proporcionalidade, que as crianças já possuem, intuitivamente, será sistematizada, fazendo exercícios de completamento de frases em que vejamos grandezas dependentes e diretamente proporcionais (sem usar tais expressões para a criança).

Exemplo:

“Quanto **MAIOR** o comprimento de um pedaço de fazenda, maior o seu *custo*”.

E outros mais, usando:

Quantidade de trabalho e tempo gasto; tempo de trabalho e salário, etc.

Chamar a atenção para que, quando uma grandeza aumenta, a outra aumenta; quando uma diminui, a outra diminui.

2. Mais ainda, mostraremos que, quando uma grandeza é multiplicada ou dividida por um número, a outra aparece multiplicada ou dividida pelo mesmo número.

“Para fazer 20 metros de uma obra gastam-se 10 dias; para fazer 4 metros da mesma obra gastam-se 2 dias”.

A primeira grandeza: 4 metros foi dividida pelo número 5; a segunda grandeza: 10 dias apareceu também dividida pelo número 5. Esse número 5 é a *razão*.

Para achar a razão procedemos assim:

$$1.^{\text{a}} \text{ grandeza: } 20 \div 4 = 5 \quad 2.^{\text{a}} \text{ grandeza: } 10 \div 2 = 5$$

$$\text{ou} \\ \frac{20}{4} = 5$$

$$\text{ou} \\ \frac{10}{2} = 5$$

Lembraremos, então, às crianças, que essas duas frações, $\frac{20}{4}$ e $\frac{10}{2}$, são, como vemos, equivalentes, podendo ser ligadas pelo sinal = :

$$\frac{20}{4} = \frac{10}{2}$$

3. Temos, assim, uma proporção, que será lida: 20 está para 4, assim como 10 está para 2.

E' preciso fazer muitos exercícios para a compreensão das proporções, ora apresentando as situações para os alunos traduzirem em proporções, ora apresentando as proporções para que eles encontrem situações que possam ser traduzidas pelas proporções; o cálculo das razões também é aconselhável, mostrando que a razão nem sempre é um número inteiro.

4. Bem conhecidas as proporções, dar-se-á a nomenclatura necessária: 1.º termo, 2.º termo, meios, extremos, levando, pela apresentação de exemplos, à redescoberta de que:

— o produto dos meios é igual ao produto dos extremos;

- para se achar um meio desconhecido, multiplicam-se os extremos e divide-se pelo meio conhecido;
- para se achar um extremo desconhecido, multiplicam-se os meios e divide-se pelo extremo conhecido.

Podem-se, assim, resolver problemas de grandezas proporcionais, onde são dados três elementos e o quarto é desconhecido. São problemas de *regra de três simples, direta*.

5. Os problemas de regra de três simples direta, pelo método da redução à unidade, empregam o mesmo raciocínio a que a criança já está acostumada, desde séries anteriores, apenas o que é diferente é a forma de indicar.

Por exemplo, no problema:

"Comprei três metros de renda por Cr\$ 15,00; vou precisar de mais dois metros; quanto pagarei por esse segundo pedaço?"

Qualquer criança que saiba cálculo com dinheiro fará:

$$\begin{array}{l} \text{preço de 1 metro:} \quad \text{Cr\$ } 15,00 \div 3 = \text{Cr\$ } 5,00 \\ \text{preço de 2 metros:} \quad \text{Cr\$ } 5,00 \times 2 = \text{Cr\$ } 10,00 \end{array}$$

Será fácil aprender a armar:

$$\begin{array}{r} 3 \text{ m} \dots \text{Cr\$ } 15,00 \\ 2 \quad \dots \quad x \\ 3 \quad \dots \quad 15,00 \\ 1 \quad \dots \quad 15,00 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$2 \quad \dots \quad \frac{15,00 \times 2}{3} = \text{Cr\$ } 10,00$$

A simplificação dos cálculos da expressão final não é obrigatória, só devendo mesmo ser feita quando não houver perigo de dúvidas. Muitas vezes, a criança é leva-

da a simplificar, cortando, os zeros finais da parte decimal dos cruzeiros e os zeros finais de um número inteiro.

A nosso ver, a resolução de um problema de regra de três pela redução à unidade é mais simples em raciocínio do que a noção de proporção, de razão, e a resolução da regra de três pelo processo das proporções.

Temos sempre preferido ensiná-lo à criança antes de sistematizar a noção de proporcionalidade, que elas já possuem, intuitivamente, desde alguns anos atrás.

6. Problemas com *grandezas inversamente proporcionais*, não são aconselháveis no curso primário e só serão dadas depois de bem fixadas os de grandezas diretamente proporcionais. Serão resolvidos, a princípio, pela redução à unidade e, depois, pelos proporções, compreendendo de antemão que se trata de grandezas inversamente proporcionais, isto é, quando uma aumenta, a outra diminui, embora mantendo sempre a mesma razão.

Exemplo: "8 operários levam 10 dias para fazer uma obra; quanto tempo levarão 4 operários?"

Evidentemente, menos operários gastarão mais tempo; no caso, o dobro, ou sejam 20 dias.

Como são inversas, a proporção será armada inversamente:

$$\frac{8}{4} = \frac{20}{10}$$

Produto dos meios: 80
Produto dos extremos: 80
Razão: 2

É bom ensinar o aluno, dando um problema de regra de três, a determinar imediatamente se é direta ou inversa, colocando setas e armando a proporção seguindo a direção das setas:

Exemplo 1:

Direta:

3 operários ganham Cr\$ 180,00; quanto ganharão 5 operários?

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ 3 \text{ operários} - \text{Cr\$ } 180,00 \\ \downarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ 5 \\ \downarrow \end{array} \quad \frac{5}{3} = \frac{x}{180,00}$$

Exemplo 2:

Inversa:

3 pessoas levam 15 dias para completar uma tarefa; quanto tempo levarão 8 pessoas?

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ 3 \text{ pessoas} - 15 \text{ dias} \\ \downarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} \uparrow \\ 8 \text{ pessoas} - x \\ \uparrow \end{array} \quad \frac{3}{8} = \frac{x}{15}$$

7. Estudando a variação de duas grandezas proporcionais, supõe-se constantes todas as outras. Assim, quando se estuda o salário de um operário em relação à quantidade de trabalho que produz, supõe-se que o trabalho seja sempre da mesma espécie e apresentando a mesma qualidade. Há, ainda, certos limites para a proporcionalidade: Por exemplo, a venda em grosso não é impraticável aumentar o número de operários de tal forma que uma obra de 15 dias passe a ser feita em 5 minutos, etc. São exemplos de grandezas diretamente proporcionais:

- distância percorrida (em movimento uniforme) e tempo gasto;
- pêso de uma substância (homogênea) e volume;
- quantidade de trabalho produzido e tempo gasto;
- preço de um artigo e quantidade adquirida (do mesmo artigo);
- salário de um operário e quantidade de trabalho;
- salário de um operário e tempo de trabalho;
- quantidade de combustível gasto por um veículo e distância percorrida (em marcha uniforme).

Grandezas inversamente proporcionais, são, por exemplo:

- velocidade e tempo gasto em percurso;
- velocidade e percurso feito num tempo dado;
- tempo gasto numa obra e número de pessoas que trabalham;

d) peso transportado por cada caminhão e número de caminhões necessários.

8. Porcentagem. O estudo da porcentagem é um aspecto do estudo de frações.

Pode-se dar a noção de porcentagem, objetivando em papel quadriculado no qual se limita o espaço correspondente a 100 quadrículas.

Daí, podemos pedir às crianças que pintem de verde, por exemplo, 30 quadrículas. São 30 quadrículas em 100 ou um cento; podemos dizer que pintamos 30 por cento, que também se escreve 30%. Como cada quadrícula é um centésimo do total, podemos, também, escrever 0,30 (trinta centésimos).

$$\text{Logo: } 30\% = 0,30$$

Ainda com o papel quadriculado, levaremos a compreender o significado de expressão *por cento* e do sinal %, através de exemplo como 5%, 40%, 20%, 10%, etc., estabelecendo a relação com os números decimais equivalentes.

Compreendido o significado, poderemos achar uma porcentagem de qualquer número dado, pois achar 30% de 500 laranjas, por exemplo, é o mesmo que achar 0,30 de 500; a criança, nessa época, já saberá bem que basta, para isso, efetuar uma multiplicação. A indicação do cálculo será:

$$30\% \text{ de } 500 \text{ laranjas: } 500 \times 0,30 = 150 \text{ laranjas.}$$

Usando o papel quadriculado, e também, os conhecimentos que as crianças já têm sobre equivalência entre certos números decimais e frações ordinárias, leva-se a resolver problemas de porcentagem abreviadamente e, até, mentalmente (*):

$$50\% = \frac{1}{2} \text{ (basta dividir por 2)}$$

(*) Vide "Diário de Lúcia", Melo e Sousa, I. Albuquerque.

$$25\% = \frac{1}{4} \text{ (basta dividir por 4)}$$

$$20\% = \frac{1}{5} \text{ (basta dividir por 5)}$$

$$10\% = \frac{1}{10} \text{ (basta dividir por 10)}$$

$$1\% = \frac{1}{100} \text{ (basta dividir por 100)}$$

9. Juros: valor educativo de seu estudo.

Na época de *crédito e crediários* em que vivemos, é importante que o indivíduo de nível educacional primário esteja apto a resolver os problemas de juros.

Dado que a aprendizagem é possível na idade escolar e que o ambiente social quase que impõe à criança a curiosidade sobre o conhecimento, o assunto torna-se imperioso, principalmente pelo seu valor educativo: a grande média da população faz empréstimos ou compras a prestação, sabendo apenas a cota mensal de pagamento, sem meios de aquilatar se o dispêndio, em juros, é ou não justificável em relação ao capital levantado.

Os juros devem ser compreendidos como uma vantagem que o capital recebe. Por exemplo, quando uma pessoa empresta dinheiro a outra, recebe uma vantagem, que são os juros. Nas compras a prestações, pagam-se juros (o preço inicial é acrescido de uma certa quantia). Quando nós depositamos dinheiro na Caixa Econômica ou num Banco, nós recebemos juros, porque é como se o nosso dinheiro estivesse emprestado ao Banco ou Caixa Econômica. Se, ao contrário, o Banco nos financiar a construção de uma casa, por exemplo, nós é que pagamos juros ao Banco, pelo dinheiro emprestado.

O estudo dos juros deve dar ênfase à compreensão da economia.

Mostrar que o depósito feito em Caixas Econômicas e Bancos, além de representar um capital de que podemos lançar mão a qualquer momento, é um capital que rende juros.

Evitar as compras a prestações, a não ser quando de absoluta necessidade. Exemplo: uma máquina de costura, mesmo pagando-se juros por ela, é uma compra compensadora, porque representa uma economia; da mesma forma, um terreno, uma casa, etc.

Em qualquer compra a prestação, procurar saber o preço a vista, para ver de quanto aumenta; indivíduos inescrupulosos aproveitam a ignorância alheia para cobrar juros proibidos por lei sobre mercadorias ou empréstimos.

10. Cálculo de juros.

Compreendida a noção, podemos ensinar que:

- a quantia que é emprestada chama-se *capital*;
- o dinheiro que se paga a mais pelo empréstimo são os *juros*;
- os juros são sempre determinados em “tantos por cento” sobre o capital; êsses “tantos por cento” (2%, 6%, 8%) são a *taxa de juros*.
- quanto maior o prazo (ou tempo) para saldar o empréstimo, maiores os juros; os juros são cobrados a tantos por cento ao mês ou ao ano; chama-se ao prazo *tempo*.
- o juro máximo permitido em lei é 1% ao mês.

Os problemas de juros podem ser resolvidos como quaisquer outros problemas.

Exemplo:

Quanto se pagará de juros pela compra de uma máquina de costura no valor de 8.000 cruzeiros, num prazo de 12 meses, a 1% ao mês.

O aluno já sabe que 1% é o mesmo que 0,01; logo, a solução será apenas uma multiplicação com três fatores: capital, taxa e tempo:

$$\text{Cr\$ } 8.000,00 \times 0,01 \times 12 = \text{Cr\$ } 960,00$$

ou:

$$\text{Juros em um mês: Cr\$ } 8.000,00 \times 0,01 = \text{Cr\$ } 80,00$$

$$\text{Juros em 12 meses: Cr\$ } 80,00 \times 12 = \text{Cr\$ } 960,00.$$

O uso da fórmula é menos aconselhável na escola primária e leva a erros na simplificação de operações; deve ser evitado.

É possível, ainda, calcular juros com taxas como 4,5%, 6,5%, etc., (*) que são muito comuns nas Caixas Econômicas e Bancos. É importante insistir que o tempo seja usado sempre na mesma unidade; se a taxa é ao mês, por exemplo, mesmo que o tempo seja dado em dias ou em anos, é preciso reduzi-lo a meses. Para tais cálculos, considera-se o ano com 360 dias; o mês com 30 dias.

Para que os problemas dados sejam reais, é preciso apresentar apenas problemas de juros a *prazo curto*, porque são os que comportam juros simples. Os prazos longos demandam juros compostos, calculados por tabelas especiais.

SUGESTÕES PRÁTICAS

a) Para o cálculo de porcentagem, fazer problemas sobre:

- abatimentos;
- comissões;
- lucros;
- parte aproveitável de matéria-prima;
- impostos;
- prêmios de seguros;
- dados comparativos para estudos estatísticos.

b) Organizar problemas sobre juros que estimulem a economia e formem o hábito de evitar os empréstimos.

(*) Mais difíceis no curso primário.

c) Organizar problemas sôbre financiamentos e empréstimos com uso da Tabela Price, levando o aluno a consultá-la e a conferir os juros que pagará pela mesma quantia conforme o prazo ou a taxa.

CAPÍTULO VIII

SISTEMA LEGAL DE UNIDADES DE MEDIR

1. O Brasil adotou, com outras nações, o sistema métrico decimal, que surgiu por iniciativa da França, com o fim de universalizar as medidas, acabando com a confusão então reinante.

Depois de muitos anos de estudos, uma comissão de sábios, escolhidos pela Academia de Ciências de Paris, criou o sistema métrico. Nesse novo sistema, tôdas as unidades seriam derivadas da unidade de comprimento — o metro — que seria, portanto, a base do sistema.

Foi decidido que o metro corresponderia à décima milionésima parte do quadrante terrestre.

Foram construídos, pelo Bureau Internacional de Pesos e Medidas, criado em 1871 e instalado no Pavilhão de Breteuil, em França, dois padrões — o metro-padrão e o quilograma-padrão — dos quais foram tiradas cópias para sortear entre os países que adotaram o sistema métrico. Uma das cópias do metro-padrão coube ao Brasil.

O sistema legal de unidades de medida foi regulamentado, no Brasil, pelo Decreto-lei 4.257, de 16 de junho de 1939.

As duas primeiras unidades fundamentais — o metro e o quilograma — são definidas e fixadas por meio dos padrões internacionais que se acham no Pavilhão Breteuil.

2. O estudo do nosso sistema de pesos e medidas deve ser iniciado levando a criança a compreender a relação e a significação de termos a que seu ouvido já está acostumado, pela vida prática;

metro, litro, quilo, meio metro, meio litro, meio quilo, $1/4$ de litro, 250 grs., 20 centímetros, 30 centímetros, etc.

Não será dada, a princípio, qualquer noção de múltiplos ou submúltiplos; é necessário, porém, praticar muito nessas medidas, pelo uso. Os problemas e a prática em situação viva são mais importantes do que os exercícios escritos, desligados da vida, embora o conhecimento do vocabulário adequado seja também importante. Muitas crianças sabem papaguear tôdas as relações do sistema métrico, mas se satisfazem com resultados absurdos em problemas, porque sua aprendizagem foi feita por mero verbalismo. Fazer adivinhar medidas, aproximadamente, é uma forma de tornar útil e prática a aprendizagem do sistema métrico. (Quanto pesa um embrulho de feijão, quanto há num jarro com água, quanto mede a sala de aula, ou um pedaço de fita, etc.).

3. O ensino do *quilo* exige o uso de uma *balança* e de coisas que se vendam a quilos, ou cujo transporte é pago por peso, para que as crianças pesem.

Há dinamômetros domésticos fáceis de ser levados à escola, no caso desta não a possuir. As balanças estão desaparecendo, sendo encontradas com facilidade apenas nas feiras. Quer o dinamômetro, quer a balança é, entretanto, um material importante, não só para o estudo da aritmética como das ciências físicas. Os alunos serão conduzidos a ver que é preciso ter quatro pacotes de manteiga de 250 g para pesar um quilo, ou dois pacotes de talharim de meio quilo para formar um quilo, etc. Dêsse conhecimento prático se derivarão problemas; pão, biscoito, etc., podem ser pesados. (*)

4. O *litro*, meio litro e $1/4$ de litro empregados para medir leite devem ser trazidos para classe, para ensinar litro. Usando água, as crianças compreenderão as rela-

(*) O quilo é a unidade legal de massa. No mesmo ponto da Terra, massa e peso se confundem, daí empregar-se o vocábulo *peso* indicando *massa*. A tonelada vale mil quilos.

ções entre as várias medidas, aliás bastante fácil, dado que já têm o conhecimento de metade e quarta parte. Podem compreender, aproximadamente, quanto do litro um copo de leite representa, e quantos copos de leite uma criança deve tomar por dia. Incentiva-se a prática das mensurações em casa: Quantos litros de água cabem no tanque, no balde, na panela maior, na panela menor, que porção d'água cabe no jarro ou garrafa em que é servida a água à mesa. Lembraremos coisas que se compram em litros, como vinagre, álcool, azeite, gasolina, grandes vasilhames para transporte do leite; como são medidos os litros de gasolina colocados num carro. O *litro* é a segunda unidade legal de volume (A primeira é o metro cúbico).

5. Para ensinar o *metro*, é preciso que o professor disponha de um metro de carpinteiro (articulado em *decímetros*) ou um metro rígido, usado em lojas, ou fita métrica de 1 m. Quanto mais variado o material de exemplificação, melhor será. Quanto às crianças, uma régua graduada (de preferência, duplo-decímetero) com auxílio da qual elas construirão o seu próprio metro. Para isso, cada criança receberá uma tira de papel, que cortará na medida do metro conferindo no metro da professora. O metro, dobrado ao meio, dará o meio metro. Os primeiros exercícios constarão de mensurações aproximadas com essas medidas. Com o auxílio da régua, dividirão o metro em decímetros ou grupos de 10 centímetros. Será, mesmo, interessante que escrevam na fita métrica assim construída:

0				30
	10	20		
um decímetro	dois decímetros	três decímetros		

Usarão a régua para medidas pequenas e a fita métrica para medidas para as quais a régua seja demasiado pequena. Verificarão as relações entre o metro e seus submúltiplos, sem empregar esse termo:

1 metro tem	}	10 decímetros	1 decímetro =	$\frac{1}{10}$	} do metro
		ou			
		100 centímetros	1 centímetro =	$\frac{1}{100}$	
		ou			
		1000 milímetros	1 milímetro =	$\frac{1}{1000}$	

Não será usada, a princípio, nessas abreviaturas, a vírgula decimal, preferindo-se a escrita de números sem parte decimal:

20 centímetros
50 centímetros
2 metros e meio

Mais tarde, poderão ser usadas as formas:

2 m — 50 cm — 3 mm

6. Depois que o professor introduzir objetivamente a noção de décimos e centésimos de uma unidade e a escrita de números decimais, será o momento de explicar às crianças a forma de escrever metros e fração de metro como número decimal, fazendo-as compreender melhor que existe entre o metro, o decímetro e o centímetro uma relação decimal.

Só então será adotada a notação decimal: 0,35 m ou 4,5 cm, etc. E' preciso treinar na leitura e escrita dessas medidas, lembrando que, embora escrevendo a denominação ao fim, ela diz respeito à parte inteira. Assim, o primeiro exemplo dado seria lido: zero metro e 35 centímetros ou, apenas, 35 centímetros; o segundo exemplo seria: 4 centímetros e meio, ou 4 centímetros e 5 milímetros ou 45 milímetros (essa forma é a mais difícil e a menos usual).

7. Depois de conhecidas as unidades menores do que o metro, as quais estudamos acima, podemos passar ao *quilômetro*, usado para medidas maiores, como as de estradas, por exemplo. Lembraremos que o quilômetro tem mil metros e faremos as conversões de quilômetros a metros e vice-versa, usando o mesmo raciocínio já adotado em problemas de numeração para calcular "quantas dúzias há em 36 bananas" ou "quantos milheiros são 5.000 pêras" ou "quantas laranjas há em 3 centos". Sabidas a divisão e multiplicação de decimais, podem ser elas aplicadas a tais problemas.

Aprendidas, assim, tôdas as *unidades usuais* de comprimento, o professor pode ensinar que o *metro* é a *unidade principal* de comprimento, e fazer, com as crianças, um quadro dos seus submúltiplos e múltiplos usuais.

Metro (m) (unidade principal)

múltiplos	{	quilômetro	(km) —	1000	metros
		hectômetro	(hm) —	100	metros
		decâmetro	(dam) —	10	metros
submúltiplos	{	decímetro	(dm) —	1/10	do metro
		centímetro	(cm) —	1/100	do metro
		milímetro	(mm) —	1/1000	do metro

O *hectômetro* e o *decâmetro*, não são usados, não devendo ser objeto de problemas, nem de exercícios, entretanto, podem ser dados completando o quadro.

A milha marítima internacional tem 1.852 m.

8. Se a aprendizagem das medidas de comprimento fôr feita vagarosa e cautelosamente, as crianças não terão dificuldade alguma em *conversões* ou *movimento de vírgula*, (vide sugestões práticas e mesmo, em leitura e escrita de medidas de comprimento).

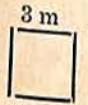
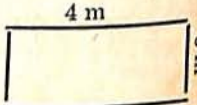
A sistematização feita para o metro facilitará a aprendizagem relativa às *medidas da massa* (ou *pêso*) e de *capacidade*, tendo-se a preocupação de insistir sobre o que é usual.

9. Noção de perímetro. (*)

A noção de *perímetro* será dada em relação ao estudo do metro, e depois do conhecimento prático do quadrado e do retângulo. Perímetro é a soma dos lados de uma figura; nenhuma fórmula será usada. A adição é a melhor operação. No quadrado, podem ser usadas a adição e a multiplicação:

Quadrado: $3' \times 4 = 12\text{ m}$ ou $\begin{matrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{matrix}$

Retângulo: $\begin{matrix} 3 & 3 \\ 3 & 4 \\ 4 & 3 \\ 4 & 4 \end{matrix}$ ou $\begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}$

Como vemos, não é preciso esperar que a criança saiba escrever números decimais para se lhe dar a noção de perímetros, desde que usemos, de início, apenas números inteiros.

Dada a noção de perímetro por essa forma, a criança estará apta a calcular o perímetro de qualquer figura dada e a descobrir as "fórmulas" a empregar; mesmo para o perímetro do retângulo, poderá chegar à fórmula mais comum: $(c + l) 2$.

10. Noção de área.

A noção de área será dada mostrando a necessidade de medir superfícies; pode-se criar uma situação-problema, apresentando duas figuras diferentes, com áreas aproximadas, para que os alunos descubram qual a maior. Para isso, podem ser usados pedaços de cartolina.

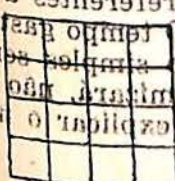
Dados os conhecimentos anteriores do sistema métrico, os alunos serão levados à conclusão de que:

- a) É preciso *medir* as superfícies;
- b) Para medir uma superfície, é preciso estabelecer uma *unidade*;

(*) Vide "Diário de Lúcia", Melo e Sousa, I. Albuquerque.

Essa unidade será, também, uma superfície. O professor pode ter quadriculado e verso dos pedaços de cartolina que representam a superfície; a medida estabelecida como unidade de uma quadricula; a medida da quadricula será 2,8 figura tem 15 quadriculas.

É hora de introduzir o termo área. Muitas vezes chamamos área a superfície que se mede. Muitas vezes chamamos área a superfície que se mede. Muitas vezes chamamos área a superfície que se mede.



Achada a área em quadriculas, levaremos à noção de que há unidades legais de área, como há de capacidade, de comprimento, etc. No Brasil, e em muitos outros países, as unidades legais da área são:

Unidade principal: um quadrado
 Grandeza: um metro de lado
 Nome: metro quadrado

Cada unidade de comprimento dá origem a uma unidade legal de área:

	dm	dá	dm ²	(decímetro quadrado)
	cm	dá	cm ²	(centímetro quadrado)
Unidades mais usadas	mm	dá	mm ²	(milímetro quadrado)
	km	dá	km ²	(quilômetro quadrado)

O professor deve mostrar quadros de cartolina representando, respectivamente, 1 m², 1 dm², 1 cm², 1 mm², lembrando que seria impossível trazer para a sala de aula o km².

11. Cálculo da área. Para levar à redescoberta do cálculo da área, é indispensável que seja fornecido a cada criança um pedaço

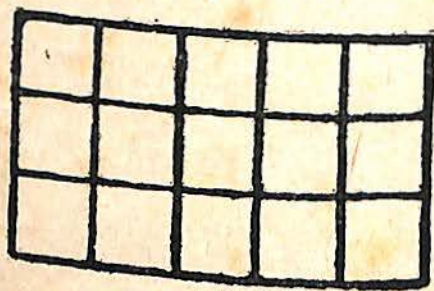
de papel centimetrado, isto é, dividido em quadrículas de 1 cm de lado. Esse papel já se encontra à venda nas papeterias e, quando não houver, é preferível fazê-lo, tirando várias cópias em papel-carbono, copiador ou mimiógrafo.

Insistimos sobre esse ponto, porque a maneira pela qual a noção fôr dada concorrerá para a sua compreensão, aprendizagem e fixação. Muitas das dificuldades e "esquecimentos" dos alunos em questões referentes a áreas provêm da má apresentação da noção. O tempo gasto pelo professor na confecção de material tão simples será supercompensação pelo esforço que economizará, não tendo que voltar atrás constantemente, para explicar o mesmo assunto.

Fazer traçar, no papel quadriculado, por exemplo:

- um retângulo com 15 cm^2 ;
- um quadrado com 9 cm^2 ;
- outro retângulo, diferente, com a mesma medida do anterior, etc., etc.

O professor traçará, no quadro-negro, um retângulo igual a um que tôdas as crianças tenham feito (ampliará o desenho, para que todos vejam bem). Suponhamos que seja igual ao da figura:



Levará as crianças a contarem, nos seus próprios papéis, os centímetros quadrados, um a um, da mesma forma que ela fará no quadro-negro: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15.

Pedirá, em seguida, outra forma de contar:

3 fileiras de 5 centímetros quadrados ou

$$(3 \times 5) \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2$$

$$\text{ou } (5 \times 3) \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2$$

Procederá da mesma forma em outros retângulos, levando sempre à conclusão de que, multiplicando o número de fileiras ou colunas pelo número de quadrados em cada fileira ou coluna, acha-se a área: em centímetros quadrados, se cada quadrado medir um centímetro quadrado; em dm^2 , se cada quadrado medir 1 dm^2 , etc.

Em seguida, proporá o problema: Sem quadrículas, quem achará a área de um retângulo, sabendo a medida dos lados? Desenhará um retângulo no quadro-negro, dando as suas medidas.

Os alunos, com facilidade, redescobrirão que o número de centímetros ou decímetros de um dos lados dará o número de fileiras de quadradinhos, enquanto o outro lado fornecerá o número de quadrados em cada fileira. Está calculada a área. Vários exemplos no quadro-negro fortalecerão a noção, sendo os alunos levados a enunciar a regra.

Convém, apenas, insistir na forma certa de indicar o cálculo da área.

Exemplos:

$$(3 \times 5) \text{ m}^2 = 15 \text{ m}^2$$

$$(4 \times 8) \text{ cm}^2 = 32 \text{ cm}^2$$

$$(5 \times 7) \text{ km}^2 = 35 \text{ km}^2$$

A indicação: $3 \text{ m} \times 5 \text{ m} = 35 \text{ m}^2$ não é correta, e levaria a criança à convicção errônea de que o produto pode ser de espécie diferente do multiplicando. Em verdade, não se multiplica a medida do comprimento pela medida da largura, mas o número de quadrados que há numa fileira pelo número de fileiras.

Finalmente, as crianças compreenderão que não seria prático usar medidas efetivas de área para as mensura-

ções; colocar um metro quadrado sobre o chão de uma sala de aula é muito menos prático do que tomar o seu comprimento e a sua largura e, sobre esses dados, fazer o cálculo; em medidas maiores, o caso tornar-se-ia, ainda, mais complicado.

Compreendida a área do retângulo, a do quadrado torna-se apenas um caso especial, em que o comprimento é igual à largura; logo, conhecido o lado, é bastante multiplicá-lo por si mesmo:

$$(9 \times 9) \text{ m}^2 = 81 \text{ m}^2$$

Áreas de outras figuras não fazem parte dos programas do curso primário. Entretanto, com o uso de papel e tesoura, podemos mostrar, por exemplo, as relações do triângulo com o retângulo, isto é, que sua área é igual à metade da de um retângulo da mesma base e da mesma altura. Assim também os polígonos regulares poderão ser decompostos em triângulos iguais, dos quais será calculada a área.

12. Relações entre múltiplos e submúltiplos do m^2 , conversões.

Podemos adotar as seguintes diretrizes:

- Redescobrir quantos dm^2 há num m^2 (dividir em dm^2 o m^2 anteriormente mostrado à classe);
 - Redescobrir quantos cm^2 há num dm^2 ; (uso de desenho do dm^2 dividido em quadriculas de 1 cm^2); pode-se aproveitar o papel centimetrado fornecido anteriormente);
 - Redescobrir quantos mm^2 há num cm^2 (uso de papel milimetrado);
 - Redescobrir quantos cm^2 há em um metro quadrado (pelo cálculo):
- $$100 \times 100 = 10000$$
- Redescobrir quantos mm^2 há em 1 m^2 :

$$100 \times 100 \times 100 = 1000000$$

f) Reduzir m^2 a dm^2 , cm^2 , mm^2 e vice-versa.

Mostrar que precisamos de duas casas decimais, por que podemos ter até 99 unidades de uma ordem antes de formar uma unidade de ordem imediatamente superior, fazer leitura e escrita de certas áreas:

$$3,45 \text{ m}^2 = 345 \text{ dm}^2 = 34500 \text{ cm}^2 = 3450000 \text{ mm}^2$$

g) Dizer quantos metros quadrados há num quilômetro quadrado, para dar a idéia de sua extensão; aliás, as crianças podem facilmente calcular, multiplicando:

$$(1000 \times 1000) \text{ m}^2 = 1000000 \text{ m}^2$$

h) Fixada bem essa noção, em todos os seus aspectos, e aprendido o manejo da vírgula para as outras medidas do sistema métrico, não haverá dificuldades para conversões de medidas de área.

13. Noção de volume

A noção de volume só será dada bem depois que a da área esteja aprendida e fixada, nos seus vários aspectos, do contrário causaria interferência de aprendizagem. Não apresentará, assim, dificuldade à criança. Para ensinar a calcular o volume, é necessário:

- Dar a noção de volume como lugar que o corpo ocupa no espaço;
- Mostrar, usando cubos do mesmo tamanho, que as coisas podem ter formas diferentes e o mesmo volume (com o mesmo número de cubos iguais, armar de maneiras diferentes);
- Lembrar a necessidade de uma unidade de volume, para obter uma medida; essa unidade seria um cubo.

Daí, será fácil, dados os conhecimentos anteriores da criança, levá-la a concluir qual a unidade principal de volume e quais as outras unidades legais usadas para medida de pequenos volumes e de grandes volumes.

Unidade principal de volume:

forma: cubo
 grandeza: 1 metro de lado
 nome: metro cúbico: m^3

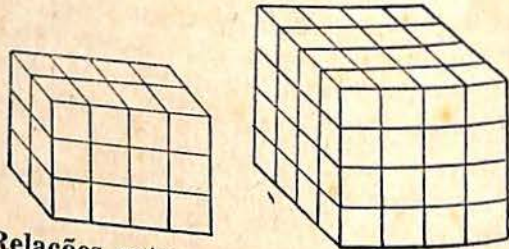
Outras unidades legais usadas:

dm^3 , cm^3 , mm^3 , km^3 .

- d) Com alguns decímetros cúbicos, construir cubos ou paralelepípedos. Calcular o volume dos sólidos assim formados, contando os decímetros cúbicos usados;
- e) Com os mesmos cubos, redescobrir as fórmulas para achar o volume do cubo e do paralelepípedo.

$$(4 \times 4 \times 4) \text{ dm}^3 = 64 \text{ dm}^3$$

$$(4 \times 3 \times 2) \text{ dm}^3 = 24 \text{ dm}^3$$



14. Relações entre as unidades de volume.

Para estabelecer as relações entre as várias unidades de volume, a objetivação é necessária. Quando não se tiver material melhor, o desenho bem feito já satisfaz. Entretanto, 109 cubinhos de 1 cm de lado e um de 1 dm ajudariam muito; este último será, de preferência, construído em fôlha de Flandres ou zinco, com uma das faces

aberta para servir também à outra aprendizagem que se segue (item 11); não sendo possível, papelão, cartolina, celofane ou madeira servem. (*) Os cubinhos pequenos serão construídos na aula de Trabalhos Manuais, pelas crianças, usando chumbo derretido sobre fôrmas, ou toros de madeira ou, em último caso, sabão; embora menos trabalhosos, os cubos de sabão dificilmente podem ser guardados de ano para ano, enquanto os outros poderão durar sempre.

Formando a base do decímetro cúbico com 10 fileiras de 10 cubinhos, as crianças compreenderão que cada camada terá 100 cm^3 ; empilhando os outros 9 cubinhos sobre um dos cantos da camada feita, as crianças verão que são necessários, ao todo, 10 camadas de 100 cm^3 ou sejam 1000 cm^3 para encher 1 dm^3 . Logo:

$$1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

Por extensão, deduzirão que:

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \times 1000 = 1000000 \text{ cm}^3$$

Compreenderão ainda que cada unidade de volume ocupa três ordens de algarismos, uma vez que podemos ter até 999 dm^3 antes de formar 1 m^3 , e assim por diante. O movimento da vírgula para conversões basear-se-á, também, nesse princípio.

O volume dos líquidos deverá, também, ser considerado; sabendo-se que o líquido toma a forma do recipiente que o contém, seu volume é calculado pelo volume deste recipiente, considerado, naturalmente, até a altura que ocupa. O cm^3 é muito usado para a medida de líquidos em poções, injeções, etc.

Usando o dm^3 já aconselhado, uma garrafa de litro com água destilada e uma balança, pode-se objetivar a correspondência entre decímetro cúbico, litro e quilo.

(*) Em Sergipe, é usado no comércio o dm^3 de madeira para medida de cereais; é o litro do madeira, revisado pelo Departamento de Aferições.

Tanto o perímetro como a área ou o volume, todos os exemplos serão inicialmente resolvidos apenas com números inteiros. Só usaremos números decimais quando as dimensões já forem capazes de determinar as áreas e volumes, compreendendo a quanto corresponde a parte decimal dada, respectivamente em metro linear, m² e m³.

SUGESTÕES PRÁTICAS

- Formando a base do decímetro com fitas de 10 centímetros, as crianças compreenderão que cada uma delas terá 100 cm² e empilhando as cortinas sobre as outras, elas poderão calcular o preço de uma barra de 1 metro de comprimento e 1 dm de largura.
- Calcular a quantidade de papel necessária para colocar uma barra à volta da sala; calcular o preço do papel.
 - Calcular o preço de renda para colocar à volta de bordados feitos nas aulas de trabalhos de agulhas.
 - Calcular a área da sala de aula, do quadro negro, das cortinas.
 - Calcular o número de ladrilhos necessários e o preço do material e da mão-de-obra para tapilhar cozinhas, banheiros, piscina, etc.
 - Calcular a área de um apartamento; calcular a área das diferentes peças.
 - Calcular a área de alguns Estados brasileiros e calcular as áreas das regiões habitadas nos Estados que a compõem.
 - Calcular o número médio de metros quadrados por pessoa na sala de aula.
 - Calcular o número de habitantes do Brasil por km² (usando dados do último recenseamento); idem em relação a certas regiões, Estados ou cidades do Brasil (usando os mesmos dados).
 - Calcular os preços de pavimentação de estradas de rodagem, pistas de esqui, etc.
 - Calcular os volumes de água em açudes, piscinas. Conversão em litros.
 - Calcular em litros volumes de caixas d'água, tanques, reservatórios.

- Calcular de quanto se deve aumentar a altura de um reservatório da forma de um paralelepípedo, para que sua capacidade aumente de dado número de litros.
- Mandar traçar um quadrado, com medida dada. Calcular o perímetro. Verificar com a fita métrica se acertou.
- Dar o preço de um metro de fita. Pedir o preço de dois metros e meio. Levar à solução, por uma adição só.

B) — Material:

Sistematizado o ensino dos múltiplos e sub-múltiplos do metro, pode-se fazer um cartaz semelhante ao aconselhado para a numeração decimal, mas com a vírgula móvel.

C — Jogos:

Distribuir, pelos alunos, cartões grandes com os algarismos, a vírgula e as várias unidades de comprimento, massa ou capacidade. Ditar um número, deixar as crianças o formarem com os cartões, em frente aos demais colegas que, por sua vez, o copiam.

É preferível armar os cartões na barra do quadro negro ou adaptá-los a uma tira de cartolina, de modo que as crianças possam colocá-los e voltar aos lugares, para copiar o número. (Pode-se, também, dividir a turma em partidos e contar pontos).

Variando o jogo, pode-se propor uma conversão após ser cada número copiado; dos que a fizerem corretamente no papel, escolhe-se um para vir fazer a conversão com os cartões.

INDICE

208

INDICE

Capítulo IV — Aprendizagem das operações fundamentais com inteiros 107

A — Recomendações gerais 107

B — Casos simples da adição e da subtração 112

C — Adição com reservas 112

D — Subtração com reservas 116

E — Multiplicação com recurso à ordem superior 120

F — Divisão com divisor simples 130

G — Divisão com divisor composto 132

Sugestões práticas 140

Capítulo V — Sistema monetário 142

Introdução 142

PRIMEIRA PARTE

Capítulo I — Princípios gerais da aprendizagem: com ênfase no conhecimento objetivo e cálculo 148

A — Aprendizagem espontânea 151

B — Aprendizagem dirigida 151

Capítulo II — A Matemática e as demais matérias: planos de trabalho; plano de aula 156

Sugestões práticas: 177

A — Sugestões relativas às unidades de trabalho 185

B — Exemplo da posição da Matemática no planejamento de uma unidade de trabalho 187

C — Exemplo de um plano de aula de Matemática 200

Capítulo III — Hábitos, atitudes e ideais a desenvolver: sua importância 202

Capítulo IV — Tarefas desnecessárias em Matemática 27

Capítulo V — Fixação da aprendizagem: exercícios sistematizados e jogos didáticos 29

Sugestões práticas 37

Capítulo VI — O treino do raciocínio e os problemas de Matemática 43

Sugestões práticas 59

Capítulo VII — Verificação da aprendizagem e do progresso do aluno 63

SEGUNDA PARTE

Capítulo I — Noções de Geometria 67

Sugestões práticas 68

Capítulo II — Noção de número. Contagem. Numeração 71

Sugestões práticas 80

Capítulo III — Aprendizagem dos fatos fundamentais das quatro operações de inteiros — A tabuada 85

Sugestões práticas 100

Capítulo IV — Aprendizagem das operações fundamentais com inteiros	107
A — Recomendações gerais	107
B — Casos simples da adição e da subtração	112
C — Adição com reservas	113
D — Subtração com recurso à ordem superior	116
E — Multiplicação	120
F — Divisão com divisor simples	130
G — Divisão com divisor composto	135
Sugestões práticas	140
Capítulo V — Sistema monetário brasileiro	143
Sugestões práticas	145
Capítulo VI — Frações: conhecimento objetivo e cálculos com frações ordinárias	147
Sugestões práticas	162
Capítulo VII — Frações: frações decimais e números decimais. Cálculos	165
Sugestões práticas	175
Capítulo IX — Frações: razões e proporções. Porcentagem	177
Sugestões práticas	185
Capítulo VIII — Sistema legal de unidades de medir	187
Sugestões práticas	200
A — Exercícios	200
B — Material	201
C — Jogos	201

NOÇÕES DE EDUCAÇÃO DOMÉSTICA

pela Professôra
Irene de Albuquerque

Aborda os seguintes assuntos:

Alimentação: Valor dos alimentos; A Água; Açúcares e Farináceos; Gorduras; Proteínas (carnes, etc.); Vitaminas; Sais minerais; O Alcool; Rações Alimentares; Alimentação dos Recém-nascidos; Cardápios; Doenças e males de origem alimentar; Cuidados dispensados aos alimentos; Arte Culinária; A Mesa.

Habitação: Função da habitação; Ventilação; A Cozinha; Jardim e Quintal; Higiene da Habitação; Resíduos Domésticos; Arranjos no Lar; Habitações Coletivas, apartamentos.

Vestuário: Clima e vestuário; Peças do Vestuário; Cuidados dispensados ao Vestuário; Corte, Costura e Bordados; Roupas de criança.

Erfermagem e Puericultura: Socorros de Urgência; Algumas Doenças; Puericultura.

As Despesas Domésticas: Pagamento aos Empregados; Os fornecedores; Compras a Prestação; Pequenas Economias; Equilíbrio Orçamentário, Pecúlio e Previdência.

Hábitos de vida: Trabalho e Co-
operação; Horas de Lazer; Os Exercícios físicos; Vida ao Ar Livre —
Praia.

No Lar e na Sociedade: Educação da criança; Civismo.

De interêsse permanente para a
mulher brasileira.

Preço Cr\$50,00

LIVROS PARA O CURSO NORMAL

PRÁTICA DO ENSINO PRIMÁRIO, por diversos professores do Instituto de Educação do Distrito Federal. — Diário de atividades da professoranda. Orientação. Questionário. Sugestões. Fichas de julgamento. Recomendações. Esquemas. Planos de aula. Livro único, no gênero, no Brasil. Já adotado nos principais cursos normais do país. — 6ª edição Cr\$ 60,00

METODOLOGIA DA GEOGRAFIA E DA HISTÓRIA, pela Profª Dinara Leite, do Instituto de Educação do Distrito Federal e dos Cursos de Aperfeiçoamento do INEP. — De acôrdo com o programa do curso de formação de professor primário. Contém parte especial sôbre jogos, exercícios e cartografia. Testes e provas. Vários tipos de jogos simples e divertidos que poderão ser executados em qualquer classe. Fartamente ilustrado e já adotado em muitas Escolas Normais do país, 4ª edição Cr\$ 40,00

METODOLOGIA DA MATEMÁTICA, pela profª Irene de Albuquerque, do Instituto de Educação do Distrito Federal e dos Cursos de Aperfeiçoamento do INEP. — Obra original, de acôrdo com o programa do curso de formação de professor primário. Orientação detalhada e sugestões práticas acêrca de todos os pontos do programa do curso primário. Para uso de professores primários, orientadores de ensino e alunos das Escolas Normais. Jogos e exercícios. Muitas ilustrações, 3ª edição Cr\$ 70,00

METODOLOGIA DAS CIÊNCIAS NATURAIS, pelo Prof. Geraldo Sampaio de Souza, catedrático do Instituto de Educação do Distrito Federal. — Para uso de professores primários, orientadores de ensino e alunos do curso de formação de professores primários. Contém parte especial sôbre jogos individuais e coletivos, exercícios, testes, recreações, experiências e uma relação do material indispensável à realização dos programas das várias séries do curso primário, 3ª edição Cr\$ 40,00

METODOLOGIA DA LINGUAGEM, pelas Professôras Juraci Silveira e Josefina de Castro e Silva Gandenzi.

Nas principais livrarias ou pelo Reembólso Postal

CONQUISTA

Avenida 28 de Setembro, 174 — Rio de Janeiro

Preço dêste volume: Cr\$ 70,00