

Cadernos MEC

Matemática



ARITMÉTICA

GEMAT
DIGITALIZADO

Aritmética

2.ª edição

MANOEL
JAIRO
BEZERRA

Aluno.....

Colégio.....

Série..... Turma.....

FENAM E — Fundação Nacional de Material Escolar
MINISTÉRIO DE EDUCAÇÃO E CULTURA

Esta edição de Cadernos MEC Matemática-Aritmética foi publicada pela **FENAME** — Fundação Nacional de Material Escolar (Ex-Campanha Nacional de Material de Ensino), sendo Presidente da República o Excelentíssimo Senhor **Marechal Arthur da Costa e Silva** e Ministro de Estado da Educação e Cultura o **Deputado Tarso Dutra**.

Neste Caderno MEC-Aritmética, o Professor Manoel Jairo Bezerra pôs em prática, com clareza e simplicidade, princípios da moderna pedagogia das matemáticas, para ensinar os aspectos mais elementares das quatro operações fundamentais, ajudando também a compreender melhor as outras operações elementares, como a potenciação, a radiciação e a logaritmação, que se integram num todo lógico sistemático.

Leva o aluno, através de exercícios variados e numerosos, do concreto para o abstrato, pois só o caso concreto lhe ministra os elementos básicos para posteriormente fundamentar as suas abstrações. Assim, a Aritmética é ensinada experimentalmente, porque ela é, em certa medida, ciência experimental.

Para tornar êsse estudo mais atrativo e despertar vocações matemáticas, o autor do presente Caderno teve a feliz idéia de, em função dos mencionados exercícios, oferecer notas biográficas de grandes matemáticos, como Leibniz, Gauss, Newton, Galois e o nosso **Sousinho**, Joaquim Gomes de Souza, um dos maiores matemáticos brasileiros, sobre o qual escreveu Euclides da Cunha: "Um gigante intelectual, a mais completa cerebração do século."

Tudo isso justifica a boa aceitação que o estudante brasileiro dispensou ao Caderno MEC-Aritmética do Professor Jairo Bezerra. A Fundação Nacional de Material Escolar está certa de que esta 2.^a edição do referido Caderno alcançará idêntico sucesso.

Rio de Janeiro, junho de 1968.

Humberto Grande

Diretor Executivo
da Fundação Nacional de Material Escolar

A evolução dos símbolos para representar os números

Egípcios											∩
Babilônios	∩	∩∩	∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩
Antigos Romanos	I	II	III	IIII	V	VI	VII	VIII	IX	X	
Chineses	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	
Hindus	१	२	३	४	५	६	७	८	९	०	
Maias	•	••	•••	••••	—	—•	—••	—•••	—••••	—•••••	
Modernos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Meu caro aluno:

Este caderno foi feito especialmente para você, com o objetivo de ajudá-lo a compreender melhor a Aritmética. Através de exercícios variados e numerosos, espero que você veja como a Matemática é importante para a vida e como é interessante e curiosa.

Não pense, contudo, que este caderno poderá substituir o seu professor ou o seu livro didático. Pelo contrário, ele não os dispensa, exigindo uma colaboração constante de ambos para esclarecê-lo e orientá-lo na solução das perguntas e problemas que aqui são apresentados.

Faça de seu "Caderno de Aritmética" um amigo; é o que lhe deseja o professor

Jairo Bezerra

Hindu, ano 800	१	२	३	४	५	६	७	८	९	०
Árabe, ano 900	1	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Espanhol, ano 1.000	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Italiano, ano 1.400	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Numeração

Exercício 1

Observe as gravuras anteriores, leia as seguintes perguntas, pense e responda a seguir.

1

Os algarismos que usamos atualmente eram os mesmos usados antigamente?

2

Notou que os antigos romanos sabiam escrever os números de 1 a 10, mas não conheciam o zero?

3

Percebeu que os algarismos que usamos hoje, e que são chamados de **arábicos**, já eram conhecidos dos hindus?

6

4

Sabia que os algarismos arábicos são assim chamados porque, apesar de terem sido introduzidos pelos hindus, foram divulgados na Europa pelos árabes?

5

Muitos matemáticos e professores chamam os algarismos **arábicos de indo-arábicos**. Você acha mais justo e mais lógico?

6

Observou alguma modificação nos algarismos indo-arábicos usados hoje, em relação aos usados pelos italianos em 1400?

7

Algum dos algarismos usados pelos hindus, no ano de 800 d.C., ainda é empregado em nossos dias?

Exercício 2

Você sabia que...

...1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 não é a sucessão dos números naturais e sim dos algarismos arábicos significativos?

...a sucessão dos números naturais 1, 2, 3, ... 9, 10, 11, 12 ... é ilimitada?

...a sucessão dos números inteiros é constituída do zero e dos números naturais?

...a palavra **algarismos** é originada de Al-Karismi, cognome do ilustre matemático árabe Abuchafar Mohamed Aben Musam, que viveu em Bagdá, na primeira metade do século IX?

...número e algarismo não são a mesma coisa?

...zero é número?

...zero é par?

...os números consecutivos diferem de uma unidade?

...os números pares consecutivos, e também os ímpares consecutivos, diferem de duas unidades?

...os algarismos romanos são I, V, X, L, C, D e M?

Exercício 3

Coloque à direita de cada sentença, no espaço indicado, um **V** ou **F** conforme a proposição seja verdadeira ou falsa.

1

Zero é o único número inteiro que não é natural.

2

Nossos antepassados conheceram o zero antes dos números naturais.

3

Número cardinal é o número que traz quantos elementos tem um conjunto.

8

4

Quando um número é utilizado para indicar a posição de certo elemento de uma coleção, chama-se ordinal.

5

Se n representar um elemento qualquer do conjunto dos números naturais, seu consecutivo superior será representado por $n + 1$

6

Dois números pares consecutivos podem ser representados por x e $x + 2$.

7

Se x representar um elemento qualquer do conjunto dos números ímpares, seu consecutivo superior será $x + 3$.

8

Não existem sistemas de numeração além do sistema de numeração decimal.

9

São dez os algarismos romanos.

10

São dez os algarismos arábicos.

11

É possível determinar o maior número inteiro.

12

No nosso sistema de numeração, dez unidades de uma ordem formam uma unidade de ordem imediatamente superior.

13

Dez é a **base** de nosso sistema de numeração atual.

14

O valor absoluto de um algarismo de um número pode ser igual ao seu valor relativo.

15

A soma dos valores relativos dos algarismos de um número é igual ao próprio número.

16

A soma dos valores absolutos dos algarismos de um número (maior do que 9) pode ser igual à soma dos seus valores relativos.

17

Um algarismo escrito imediatamente à esquerda de outro representa unidades de ordem imediatamente superior à desse outro.

18

O sistema de base 2 é empregado nos cérebros eletrônicos.

19

No sistema de base 2, só são empregados os algarismos 1 e 0.

20

No sistema de base 12, só empregamos dez algarismos.

Exercício 4

1	2	3	4
2			
3			
4			

Leia as perguntas abaixo e coloque as respostas no quadrado ao lado.

1 Qual o menor número natural que possui quatro algarismos iguais?

2 Como se escreve MDLXV em algarismos arábicos?

3 Quantas dezenas há no número ... 16.405?

4 Quantos algarismos são necessários para escrever os 536 primeiros números naturais?

Você acabou de completar o quadro?

Observe que as respostas podem ser lidas na horizontal ou na vertical.

Note que as respostas dos itens 2, 3 e 4 são, respectivamente, as datas da fundação da cidade de São Sebastião do Rio de Janeiro, da posse do Marquês de Montalvão como primeiro Vice-Rei do Brasil e do descobrimento do Brasil.

Exercício 5

No sistema de base 12 (duodecimal), doze unidades de uma ordem formam uma unidade de ordem imediatamente superior.

Uma dúzia, nesse sistema, é uma unidade de 2.^ª ordem, e escreve-se $10_{(12)}$. Uma grossa (12 dúzias) é uma unidade de 3.^ª ordem e escreve-se $100_{(12)}$.

$30 = 26_{(12)} = 2$ dúzias e 6 unidades ou 2 dúzias e meia.

No sistema de base 5, $15 = 30_{(5)}$.

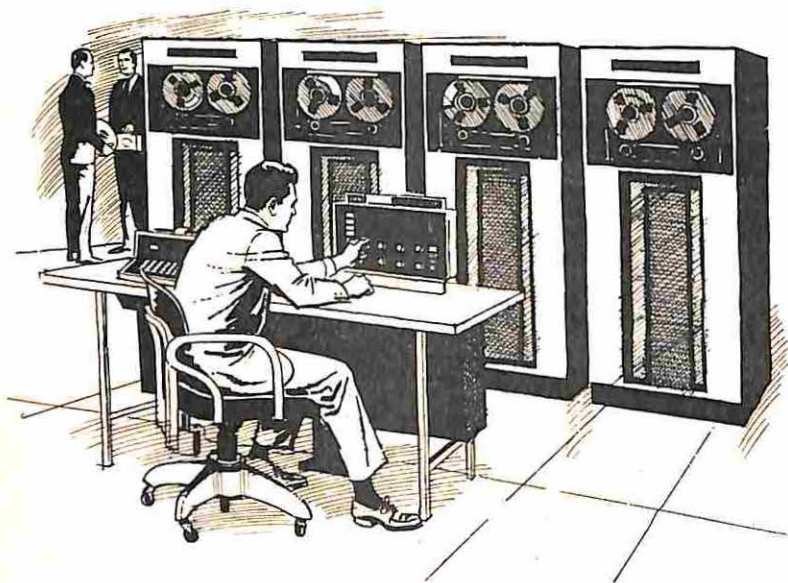
No sistema de base 2, $9 = 1.001_{(2)}$, pois tem uma unidade simples e 1 unidade de 4.^ª ordem $= 2^3 = 8$. Então,

$$1.001_{(2)} = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 = 9.$$

Veja também o exemplo da primeira gravura do Exercício 6.

Observando o que acabamos de mostrar, você é capaz de completar o quadro abaixo?

base 10	10	11	6	18	1	3			15
base 12	a	b	6	16	1			20	
base 5	20	21	11		1	3			31
base 2	1.010	1.011	110		1		1.100		



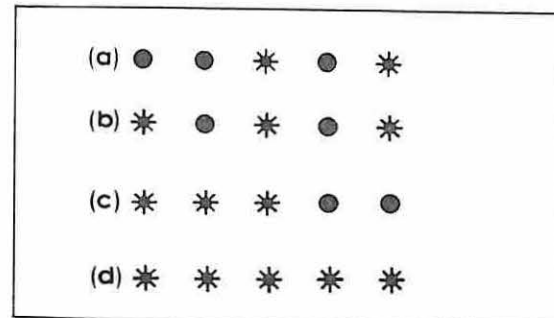
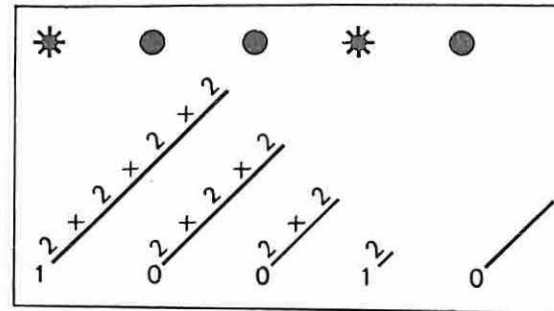
Esta máquina é um cérebro eletrônico capaz de realizar, em segundos, cálculos complicadíssimos.

O sistema de numeração nela empregado é o de base 2. Esse sistema foi escolhido por só empregar dois algarismos, 0 e 1, o que permite, num duplo circuito simples, representar facilmente esses dois algarismos por uma luz acesa (1) ou apagada (0).

Assim, no exercício 6, vemos um exemplo da leitura dos números (na base 2) indicada pelas lâmpadas e quatro exercícios para serem feitos.

Exercício 6

Coloque, à direita dos itens a, b, c e d da gravura abaixo, o número correspondente aos esquemas das lâmpadas de um cérebro eletrônico, na base 2.



1	2	3	4
2			
3			
4			

Exercício 7

Números cruzados

Horizontais

- 1
Ano do nascimento de Leibniz.
- 2
Menor número ímpar de 4 algarismos.
- 3
MDCCCXXII, em arábicos (ano da Independência do Brasil).
- 4
Ano da morte de Leibniz.

Verticais

- 1
15 no sistema de base 2.
- 2
Número de algarismos necessários para escrever de 3 a 1.799.
- 3
511 no sistema de base 5.
- 4
Número de centenas de 612.645.



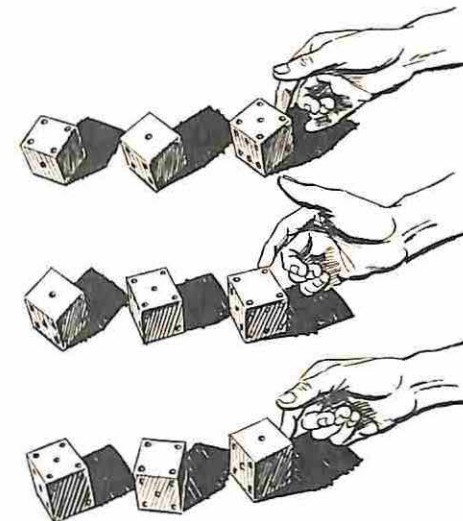
O retrato acima é de Gottfried Wilhelm **Leibniz**, matemático alemão que, no século XVII, introduziu a numeração binária (base 2) e mostrou a possibilidade de infinitos sistemas de numeração.

Escreva ao lado do retrato, no lugar indicado, as datas do nascimento e da morte desse matemático, datas essas que você, certamente, descobriu no Exercício 7.

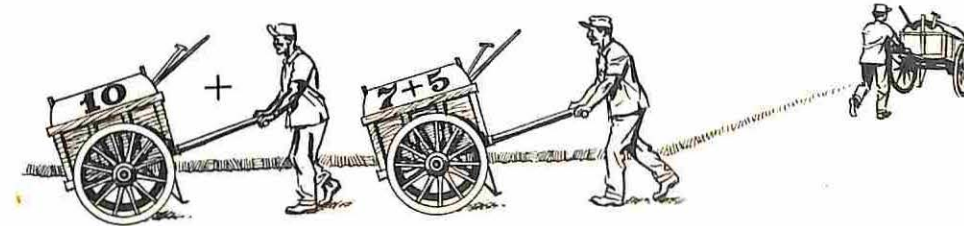
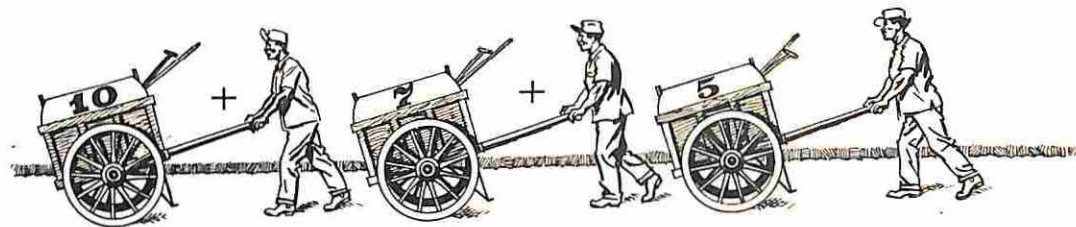
Operações Fundamentais

Exercício 8

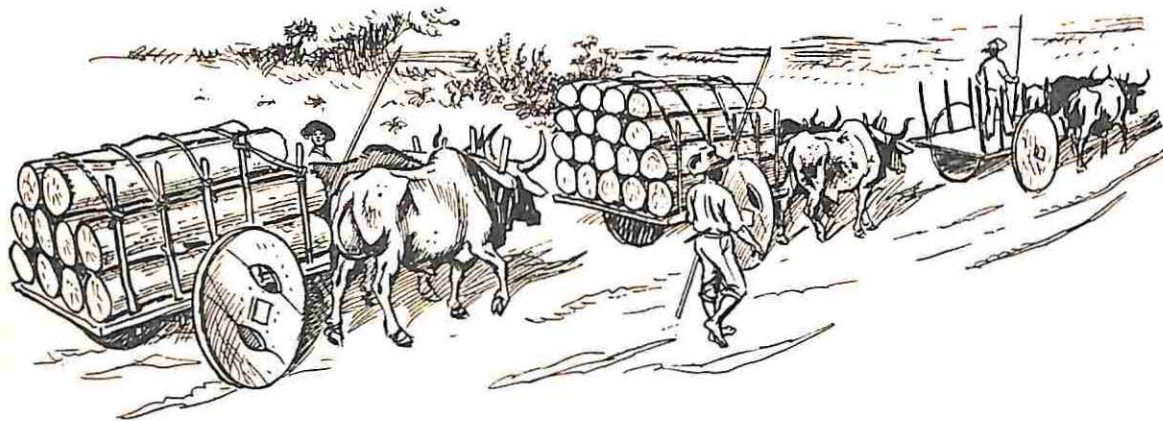
As três gravuras seguintes concretizam as propriedades da adição. Escreva embaixo de cada uma delas, no lugar indicado, o nome da propriedade correspondente. Procure, também, compreender o significado de cada uma delas.



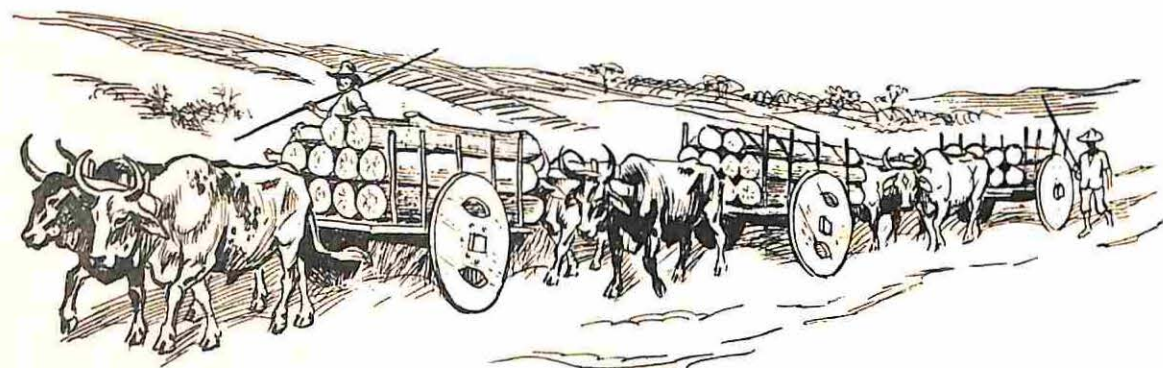
Propriedade _____ da adição.



Propriedade _____ da adição.



[10+18]



[10+10+8]

Propriedade _____ da adição.

Exercício 9

1	2	3
2		
3		

Números cruzados

Horizontais

- 1
Minuendo de uma subtração, na qual os três números figurantes somam 588.
- 2
Menor de dois números dos quais o maior é 900 e a diferença é 147.
- 3
Maior dos dois números cuja soma é 740 e dos quais o menor é 122.

Verticais

- 1
De quanto aumenta a diferença entre as quantias de duas pessoas, quando uma dá à outra NCr\$ 138,00.

2

De quanto aumenta a diferença de dois números quando se soma 634 ao minuendo e se subtrai 317 ao subtraendo.

3

O complemento aritmético de 562.

Observações

1

Você poderá conferir os problemas das horizontais, fazendo também os das verticais.

2

Quando completar o exercício, terá o que se chama um **quadrado mágico**.

3

Observe que os algarismos dos vértices são os pares significativos e os outros os ímpares.

4

Note também que, somando os algarismos de uma mesma linha (horizontal), ou coluna (vertical), ou de uma mesma diagonal (inclinado), obterá sempre o resultado 15.

5

Peça ao seu amigo, para formar, como adivinhação, um quadrado desse tipo.

Exercício 10

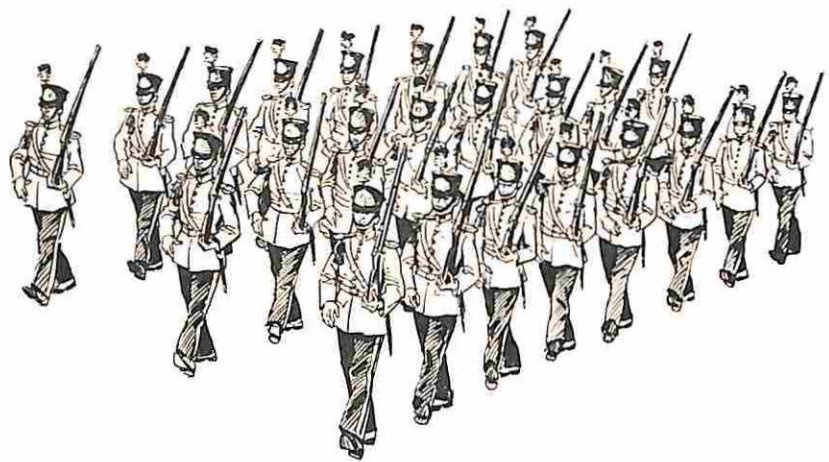
As três gravuras seguintes concretizam propriedades da multiplicação. Escreva embaixo de cada coluna, no lugar indicado, o nome da propriedade correspondente. Procure, também, compreender o significado de cada uma delas.



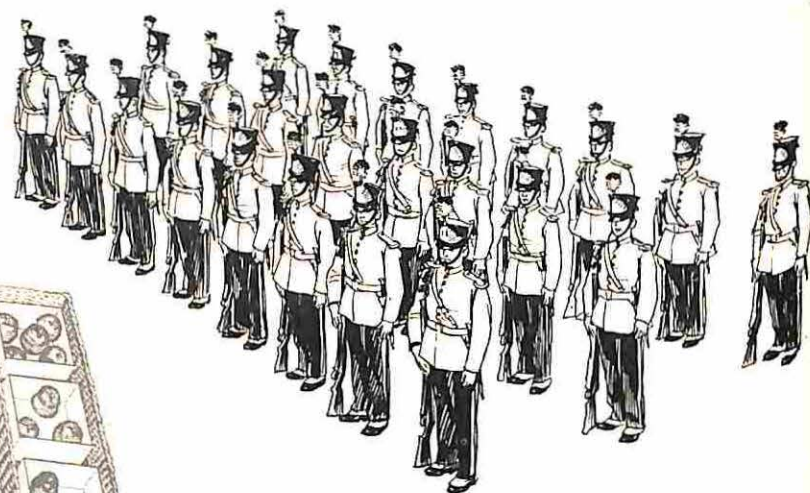
$$4 \times 3 \times 100 = 12 \times 100$$



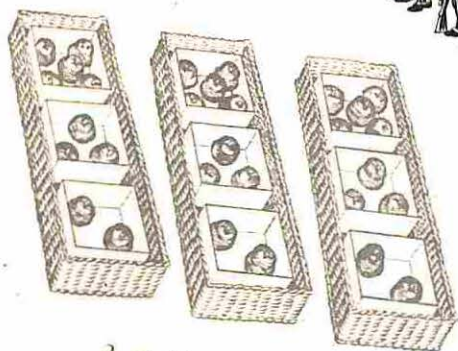
Propriedade _____ da multiplicação.



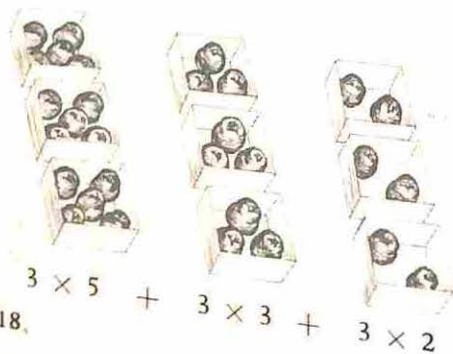
$$8 \times 3$$



$$3 \times 8$$



$$3 \times (5 + 3 + 2)$$



$$3 \times 5 + 3 \times 3 + 3 \times 2$$

Propriedade _____ da multiplicação.

Propriedade _____ da multiplicação.

Exercício 11

Números cruzados

Horizontais

1

Múltiplo de 3.

2

Número que multiplicado por meia dezena aumenta de 2.568 unidades.

3

Número de páginas de um livro em cuja paginação foram utilizados 1.413 algarismos.

Verticais

1

Número que, multiplicado por 7, termina à direita por 155.

2

Múltiplo comum dos 8 menores números naturais.

3

De quanto aumenta o produto 59.265×109 quando se somam 3 unidades ao maior fator.

Observações

1

Se você tiver feito certo, obterá um quadrado mágico, em cujos vértices estão os quatro menores números ímpares; os outros são os cinco menores números pares.

2

Observe que somando os algarismos de uma mesma linha em diagonal obtém-se sempre uma dúzia.

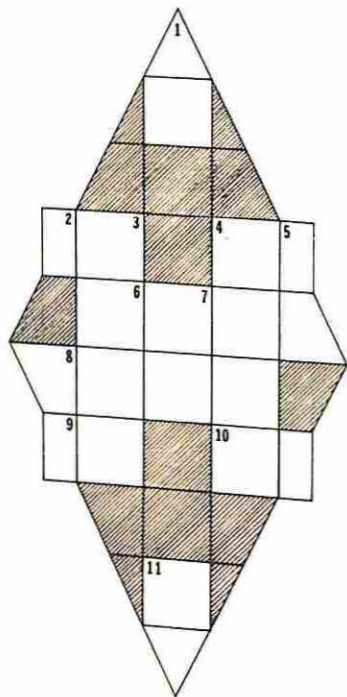
3

Apresente aos seus colegas, como quebra-cabeça, a formação de um quadrado desse tipo.

1	2	3
2		
3		

Exercício 12

Números cruzados - Losango



Horizontais

2
Menor valor do dividendo de uma divisão cujo quociente e resto são iguais a 7.

4
Dividendo de uma divisão em que o divisor é 12, o quociente é 5 e o resto é o maior possível.

6
Ano em que Leonardo de Pisa apresentou os métodos atuais para efetuar a divisão, cuja origem é devida aos hindus e cuja divulgação, na Europa, foi feita pelos árabes.

8
Ano em que William **Oughtred** propôs o sinal de : para indicar a divisão.

9

Maior número que podemos somar ao dividendo de uma divisão na qual o divisor é 115 e o resto 42, sem que o quociente se altere.

10

Menor número que dividido por 39 dá quociente igual ao resto.

Verticais

1

Menor dos dois números cuja diferença é 64 e cujo quociente é exato e igual a 5 (século do nascimento de Oughtred).

3

Quociente da divisão de $31 \times 6 \times 141 \times 17$ por 141.

4

Produto de dois números cuja soma é 185; a divisão do maior pelo menor dá quociente 2 e resto 23.

5

Maior resto de uma divisão cujo divisor é 13.

7

Menor dos dois números cuja soma é 120; o quociente exato da divisão do maior pelo menor é 4.

8

Século em que viveu Blaise **Pascal**, o genial matemático francês que propôs as regras para a divisibilidade por qualquer número.

11

Menor dos dois números cuja soma é 51; a divisão do maior pelo menor dá quociente e resto iguais a 3 (século do nascimento de Leonardo de Pisa).

4

A segunda potência de um número é o **quadrado** desse número?

5

Como se chama a terceira potência de um número?

6

Convenciona-se considerar as potências de expoente 1 iguais à base?

7

Toda potência de 1 é igual a 1?

8

Toda potência de zero, de expoente diferente de zero, é igual a zero?

9

As potências de 10 são as unidades das diversas ordens do nosso sistema de numeração?

Exercício 13

Responda às seguintes perguntas (algumas se pode responder com auxílio das gravuras):

1

Você sabia que os primeiros que aplicaram a elevação a uma potência foram sacerdotes mesopotâmicos?

2

Em 2^8 , 2 é a base da potência e 8 é o seu expoente?

3

Se o expoente é diferente de zero e de um, a potência de um número é um produto de fatores iguais a esse número?

10

As potências de 10 são obtidas escrevendo à direita da unidade tantos zeros quantas são as unidades do expoente?

11

O orçamento do Brasil, em 1963, foi pela primeira vez maior do que um trilhão de cruzeiros. Escreva um trilhão usando apenas quatro algarismos.

12

Cada centímetro cúbico de ar que respiramos contém cerca de 27.000.000.000.000.000 (27 quintilhões) de moléculas. Você pode escrever esse número gigante sob a forma 27×10^{18} ?

13

Uma gota de sangue contém cerca de 5 milhões de glóbulos vermelhos. Como você escreverá esse número de modo análogo ao do exercício anterior?

14

A área da superfície terrestre, isto é, de todos os continentes e ilhas, é de 135.000.000.000 de metros quadrados, aproximadamente. Como se escreve esse número de modo mais sintético?

22

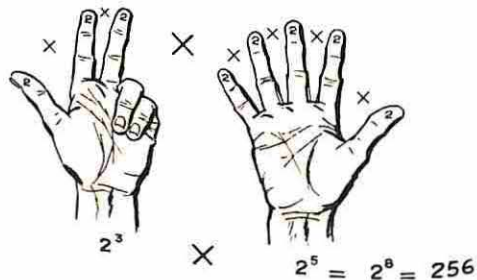
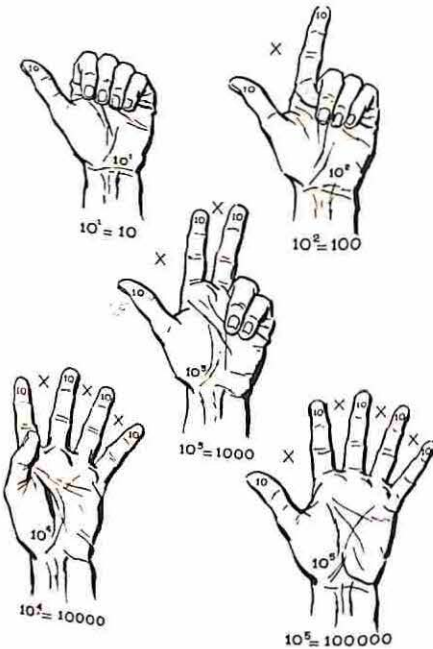
15

Quais os resultados dos seguintes exercícios?

$$2^3 \times 2^2 = \quad 2^{10} \times 2^{15} = \quad 3 \times 3^4 =$$

$$10^3 \times 10^4 = \quad 2^5 : 2^3 = \quad 3^4 : 3 =$$

$$5^3 : 5^2 =$$



Exercício 14

Números cruzados

1				2	3
	4	5	6	7	
	8				
9					10
11				12	

Horizontais

1

Menor de dois números inteiros e consecutivos cuja soma é 31 (dia do mês de fevereiro em que nasceu o grande matemático brasileiro Joaquim Gomes de Sousa — o Sousinha).

2

Menor de dois números pares consecutivos cuja soma é 26.

4

Ano do nascimento do matemático maranhense Sousinha.

8

Ano em que Joaquim Gomes de Sousa faleceu, em Londres.

11

Número formado de dois algarismos, cuja soma é 6 e cujo algarismo das dezenas excede de 2 o das unidades.

12

Divisor de uma divisão em que o quociente é 4, o resto 41 e a soma do dividendo com o divisor é 301.

Verticais

1

Menor de dois números cuja soma é 72; o quociente exato da divisão do maior pelo menor é 3 (idade com que Sousinha requereu exame de uma só vez, de tôdas as matérias do Curso de Engenharia, conseguindo aprovação brilhante).

3

Número divisível por 6.

4

Menor número primo de dois algarismos.

5

Menor de dois números cuja diferença é 88 e o maior é o dôbro do menor.

6

Número de notas de NCr\$ 5,00 que possui uma pessoa que tem NCr\$ 138,00 em 34 notas de NCr\$ 5,00 e de NCr\$ 1,00 (idade com que Sousinha apresentou no Instituto de França uma série de memórias).

7

Maior de dois números cuja soma é 123 e a divisão do maior pelo menor dá quociente e resto iguais a 3.

9

Menor número que dividido por 33 dá quociente igual ao resto (número de anos com que morreu Sousinha).

10

Total de anos que esperará uma pessoa que tem hoje 27 anos, para ter o triplo da idade de seu filho, que possui atualmente um ano apenas.

23



O Sousinha

O retrato acima é do maior matemático brasileiro, Joaquim Gomes de Sousa, conhecido como **Sousinha**.

Se você tiver feito o exercício 14, poderá completar o resumo biográfico que apresentaremos a seguir.

Joaquim Gomes de Sousa "representa, nos anais da inteligência brasileira, o caso mais típico, mais pitoresco, mais interessante, de precocidade, na raça". Nasceu em uma propriedade de seu pai, à margem do Itapicuru, no Maranhão, no dia de de

Assentou praça na Escola Militar, com catorze anos. Matriculou-se na Faculdade de Medicina com quinze.

Requeru exame para tôdas as matérias do curso de engenharia com anos, recebendo, a 10 de junho de 1848, o grau de bacharel em ciências matemáticas e físicas. Três meses depois, obteve o título de doutor de borla e capelo, com a defesa de tese.

Aos 19 anos inscreveu-se no concurso para catedrático da Academia Militar, hoje Escola Nacional de Engenharia, vencendo fortes concorrentes encanecidos no estudo da disciplina.

Apresentou aos anos de idade, no Instituto de França, uma série de trabalhos, entre os quais uma "Dissertação sobre o modo de indagar novos astros sem

auxílio das observações diretas" e "Métodos gerais da integração da equação diferencial do problema do som".

Na mesma época, apareceu na Academia Real das Ciências de Londres, onde revolucionou os meios científicos com as suas memórias sobre a propagação dos movimentos nos meios elásticos, sobre a fisiologia geral das ciências matemáticas e uniformização dos métodos analíticos, além de outras, abrangendo Astronomia, Botânica, História e Filosofia.

Em 1855, apresentou aos editôres, em Leipzig, uma obra imprevista, uma Antologia Universal, em francês, na qual figuravam nos próprios idiomas catorze literaturas.

Faleceu na cidade de, no dia 1.º de junho de, com anos de idade.

Em 1882, foi editado em Leipzig um livro com o título **Mélanges de Calcul Intégré**, onde estavam reunidos alguns dos trabalhos desse homem formidável, que foi matemático, médico, astrônomo, geólogo, financista, engenheiro, historiador, deputado, jurista, crítico literário, em suma, um completo erudito.

Dêle disse Euclides da Cunha: "Um gigante intelectual, a mais completa cerebração do século".

Curiosidades

1

O primeiro que utilizou o sinal de = (que se lê: igual a) foi o matemático inglês Robert Record, em sua obra **The Ground of Arts**, publicada em Londres, em 1542.

2

Os sinais > (maior do que) e < (menor do que) foram estabelecidos no século XVII pelo inglês Harriot e pelo francês Bouguer.

3

O sinal mais antigo para indicar o resultado da subtração encontra-se no famoso Papiro Rhind, tal como o escreviam os egípcios.

4

Os sinais de + (mais) e de - (menos) são devidos aos mercadores antigos que faziam marcas nas suas mercadorias. Foram impressos pela primeira vez em 1489 por Johann Widman, em sua Aritmética Comercial.

5

O sinal de multiplicar x é atribuído a W. Oughtred, que já o fazia em 1647.

6

O sinal : para indicar a divisão foi proposto por Oughtred, em 1647.

7

O sinal de fração (traço horizontal) para indicar a divisão foi introduzido no século XIII por Leonardo de Pisa (Fibonacci), que o aprendeu com os árabes.

8

Foi o genial matemático francês Blaise Pascal quem propôs, no século XVII, as regras para determinar a divisibilidade por qualquer número.

9

O sinal ÷, que apareceu no século XVII, é atribuído ao suíço John Rahn.

10

O sinal de parênteses data do século XVI, quando apareceu numa das obras do matemático italiano Nicolo Tartaglia.

Problemas clássicos

Problema 1

Problemas das idades

"Um pai tem 30 anos mais do que seu filho. Se este tivesse nascido 2 anos mais tarde, sua idade seria, atualmente, a terça parte da idade do pai. A idade atual do filho é anos". (Concurso de Admissão ao Curso Ginásial do Instituto de Educação do Rio de Janeiro).

Antes de procurar resolver este problema, que parece difícil, responda às perguntas e aos problemas formulados a seguir, na ordem em que estão apresentados.

1

Se hoje você tem 2 anos mais do que Joãozinho, daqui a 2 anos quantos anos você terá mais do que êle?

2

Quando um filho envelhece 10 anos, o pai também envelhece 10 anos?

3

Há 5 anos eu tinha 5 anos menos? E o meu filho?

4

Quando nasce uma pessoa, a diferença entre sua idade e a de seu pai é a própria idade do pai?

5

Se hoje a diferença entre as idades de duas pessoas é de 5 anos, essa diferença permanece sempre a mesma?

6

Quando meu filho nasceu eu tinha 25 anos de idade. Hoje meu filho tem 17 anos. Quantos anos eu tenho mais do que ele?

7

Um pai tem 30 anos mais do que seu filho. Se o filho tivesse nascido dois anos antes, nessa ocasião o pai teria 28 anos?

E se o filho tivesse nascido dois anos mais tarde, qual seria a idade do pai na ocasião do nascimento?

8

Um pai tem 30 anos mais do que seu filho. Se o filho tivesse nascido 2 anos antes, qual seria a diferença de suas idades?

E se tivesse nascido dois anos mais tarde?

9

Eu tenho o dobro de sua idade. A diferença de nossas idades é igual à sua?

10

João tem o triplo da idade de José. A diferença de suas idades é o dobro da de José?

11

Se um número é o quádruplo do outro, a diferença entre eles é o triplo do menor?

12

Se um número é a metade do outro, este é o dobro do primeiro?

13

Se a idade de um filho é a terça parte da idade de seu pai, a idade do pai é o triplo da idade do filho?

14

Se a idade de um pai, que tem 32 anos mais do que o filho, é o triplo da idade de seu filho, o dobro da idade do filho corresponde a 32 anos?

15

Um pai tem 30 anos e seu filho 6. Quando o pai tiver o dobro da idade do filho, o filho terá 24 anos?

Daqui a quantos anos o pai terá o dobro da idade do filho?

16

Um pai tem 37 anos e seu filho 7. Daqui a quantos anos a idade do pai será o triplo da do filho?

Diferença das idades:
A diferença das idades corresponde ao da idade do filho.

A idade do filho será então anos.
Isto acontecerá daqui a anos.

17.

Resolva, de modo análogo ao anterior, o seguinte problema:

Eu tenho 37 anos e minha melhor aluna, 15 anos. Há quantos anos eu tive o triplo de sua idade?

18

Resolva agora o problema proposto inicialmente.

Resposta: 18 anos.

19

Faça também este problema, análogo ao anterior: "Tenho 25 anos mais do que o meu filho Roberto. Se ele tivesse nascido 4 anos antes, sua idade seria atualmente a metade da minha. Qual a idade atual do meu filho?"

Resposta: 17 anos.

20

Um pai tem 50 anos e seus três filhos 5, 7 e 10 anos, respectivamente. Daqui a quantos anos a soma das idades dos filhos será igual à do pai?

Resposta: Daqui a 14 anos.

Sugestão: Procure compreender de início que, a cada ano que passa, os três filhos juntos fazem diminuir de 2 anos a diferença entre a idade do pai e a soma de suas idades.

Problema 2

Problema das galinhas e carneiros, das moedas, do atirador etc.

Responda às perguntas e resolva os problemas apresentados a seguir, rigorosamente na ordem em que se encontram:

1

Quantos pés têm, juntos, 20 animais de 2 pés?

2

A quantos animais de 2 pés correspondem 48 pés?

3

Qual a diferença que existe entre o número de pés de um carneiro e de uma galinha?

4

Se você imaginar que num quintal, onde existem 20 animais, só existem galinhas, o total dos pés dos animais é 40?

5

Se num quintal estão 20 animais, entre galinhas e coelhos, você pode garantir que há mais de 40 pés?

6

O número de pés que houver além de 40, corresponde a tantas vezes 2 pés, quantos coelhos existirem?

7

Num quintal há galinhas e coelhos, num total de 8 cabeças e 22 pés. Quantos animais há de cada espécie?

Resposta: Há 3 coelhos e 5 galinhas.

Sugestão: Imagine, inicialmente que todos os animais são galinhas; veja a diferença de pés que existe nesse caso, e como essa diferença é proveniente do fato de também existirem coelhos, calcule o total de coelhos.

8

Tenho galinhas e carneiros num total de 12 cabeças e 34 pés. Quantos carneiros possuo?

Resposta: Possuo 5 carneiros.

9

Num depósito há 85 viaturas, sendo umas de 8 rodas e outras de 3. Pergunta-se quantos veículos existem de cada espécie, sabendo-se que o total de rodas é de 320. (Colégio Militar do Rio de Janeiro, 3-2-1949).

Resposta: Existem 13 veículos de 8 rodas e 72 de 3 rodas.

Sugestão: Raciocine de modo análogo ao do problema anterior, imaginando que todas as viaturas sejam de 3 rodas.

10

O Ademar fez o seguinte trato com seu pai: ganharia NCr\$ 0,20 por item que acertasse numa prova e pagaria ao pai NCr\$ 0,10 por item que fizesse errado. Se a prova tivesse 13 itens, quantos destes Ademar precisaria acertar para ganhar NCr\$ 1,10?

Resposta: Precisaria acertar 8 itens.

Sugestão: Imagine que Ademar acertasse todos, e preste atenção para o fato de que, em cada problema que ele errasse, perderia NCr\$ 0,30.

Problema 3

Problema dos correios

Resolva os seguintes problemas, exatamente na ordem em que se encontram.

1

Quem anda 20km em 4 horas, quantos quilômetros anda em cada hora?

Qual a sua velocidade?

2

Um carro, com a velocidade de ... 50km/h, gastou 3 horas para percorrer certa distância. Qual é essa distância?

3

Quantas horas gasta um trem para percorrer 90km, com a velocidade de ... 30 km/h?

4

Um trem está 60 km atrás de outro. Em cada hora ele diminui essa diferença de 20 km. Em quantas horas alcançará o outro?

5

Dois trens partem, no mesmo instante e no mesmo sentido, de duas cidades distantes 60 km uma da outra. O que está atrás tem a velocidade de 50 km/h, e o outro 30 km/h. Quanto tempo levará um trem para alcançar o outro?
Resposta: Levará 3 horas.

6

Duas pessoas marcham uma ao encontro da outra. Cada uma com a velocidade de 5 km/h. Em duas horas, qual o total de quilômetros percorridos pelas duas?

7

A distância entre dois locais A e B é de 30 km. Duas pessoas partem no mesmo instante de A para B e de B para A, com velocidade respectivamente iguais a 6 km/h e 24 km/h. Quanto tempo levarão para se encontrarem e a que distância de A se acharão?
Resposta: Levarão 3 horas e se acharão a 18 km de A.

Problema 4

Problema das caixas

Em três caixas há, ao todo, 190 botões. Se passarmos 20 botões da primeira caixa para a segunda, esta ficará com 60 botões mais que a primeira. Mas, se passarmos 5 botões da segunda para a terceira, esta ficará com 40 botões mais que a segunda. Quantos botões há em cada caixa?

Antes de resolver este problema, relativamente difícil, responda às questões propostas a seguir, rigorosamente na ordem em que se encontram.

1

João e Pedro têm 10 balas cada um. Se João der 3 a Pedro, quantas Pedro terá mais do que João?

2

Quando eu dou uma quantia a você, a diferença entre as nossas quantias aumenta ou diminui do dobro dessa quantia?

3

Tenho NCr\$ 1,00 mais do que você. Se eu lhe der NCr\$ 0,20, com quanto ficarei mais do que você?

4

João tem NCr\$ 10,00 mais do que Pedro. Se Pedro der NCr\$ 2,00 a João, este ficará com NCr\$ 14,00 mais do que Pedro?

5

Tenho duas cestas com laranjas. Passei 3 laranjas da primeira para a segunda cesta e esta ficou com 16 laranjas mais do que a primeira. Na segunda cesta já existiam 10 laranjas mais do que na primeira?

6

O triplo de um número, mais 10, é 100. Esse número é 30?

7

O triplo de um número, menos 5, é 25. Esse número é 10?

8

João tem um pacote de dinheiro e mais NCr\$ 20,00. Pedro tem o mesmo de João mais NCr\$ 10,00. Quanto tem Pedro? E os dois juntos?

9

João, Pedro e José, cada um comprou um livro do mesmo preço. João ficou ainda com NCr\$ 2,00, Pedro com NCr\$ 3,00 e José com NCr\$ 5,00. Antes de comprar os três juntos possuíam NCr\$ 16,00. Qual o preço de cada livro?

10

Reparta NCr\$ 200,00 entre três pessoas de modo que a segunda receba NCr\$ 10,00 mais do que a primeira, e a terceira NCr\$ 40,00 mais do que a primeira.

Resposta: As três pessoas receberão respectivamente 50, 60 e 90 cruzeiros novos.

11

Em três caixas há, ao todo, 310 botões. Na segunda caixa há 10 botões mais do que na primeira, e na terceira há 20 botões mais do que na segunda. Quantos botões há em cada caixa?

Resposta: Há 90, 100 e 120 botões.

12

Resolva agora, o problema proposto inicialmente, observando bem os problemas 5 e 11, já resolvidos.

Resposta: Há respectivamente 40, 60 e 90 botões em cada caixa.

Regras práticas para o cálculo mental ou abreviado

Multiplicação por 11

1

Número de dois algarismos cuja soma é menor do que dez.

Basta colocar entre os dois algarismos do número dado, a sua soma.

Exemplos:

$$35 \times 11 = 385 \text{ e } 27 \times 11 = 297.$$

Veja se você compreendeu a explicação, efetuando, mentalmente, as seguintes multiplicações:

$$43 \times 11 =$$

$$54 \times 11 =$$

$$62 \times 11 =$$

$$42 \times 11 =$$

2

Número de dois algarismos cuja soma é maior do que nove.

Procede-se como no exemplo a seguir:
 $84 \times 11 = 924$

1) escreve-se 4;

2) $4 + 8 = 12$; escreve-se o 2 à esquerda do 4 (vai 1);

3) $8 + 1 = 9$; escreve-se o 9 à esquerda do número já formado.

Procure efetuar as seguintes multiplicações, abreviadamente, como foi feito no

32

exemplo dado, sem precisar escrever o modo como se obtêm os algarismos do produto:

$$38 \times 11 =$$

$$79 \times 11 =$$

$$64 \times 11 =$$

$$48 \times 11 =$$

3

Número de mais de dois algarismos, cuja soma de dois algarismos consecutivos é menor do que 10.

Procede-se como no exemplo a seguir:
 $2.715 \times 11 = 29.865$

1) escreve-se o 5;

2) $5 + 1 = 6$; escreve-se o 6 à esquerda do 5;

3) $1 + 7 = 8$; escreve-se o 8 à esquerda do número já formado;

4) $7 + 2 = 9$; escreve-se o 9 à esquerda do número já formado;

5) escreve-se finalmente, o 2 de 2.715 à esquerda do número já formado.

Se você leu com atenção a explicação dada, poderá efetuar abreviadamente as seguintes multiplicações:

$$4.326 \times 11 =$$

$$327 \times 11 =$$

$$12.345 \times 11 =$$

$$627.181 \times 11 =$$

4

Número de mais de dois algarismos, em que, pelo menos, dois algarismos consecutivos têm sua soma maior do que nove.

Procede-se como no exemplo a seguir:

$$2.943 \times 11 = 32.373$$

1) escreve-se o número 3;

2) $3 + 4 = 7$; escreve-se o 7 à esquerda do 3;

3) $4 + 9 = 13$; escreve-se o 3 à esquerda do número formado (vai 1);

4) $(9 + 1) + 2 = 12$; escreve-se o 2 à esquerda do número já formado (vai 1);

5) $2 + 1 = 3$; escreve-se finalmente o 3 à esquerda do número já formado.

Procure fazer as seguintes multiplicações usando a regra de cálculo abreviado ensinada:

$$356 \times 11 =$$

$$2.349 \times 11 =$$

$$99.234 \times 11 =$$

$$123.582 \times 11 =$$

Multiplicação por 12

Esta multiplicação, muito útil na vida prática, pode ser calculada mentalmente ou abreviadamente, acrescentando um zero à direita do número que se multiplica por 12 e em seguida somando ao resultado o dobro desse número.

Exemplo: Para multiplicar 12 por 25 você pode, mentalmente, acrescentar um zero à direita de 25 (250), e a seguir somar ao resultado (250) o dobro de 25 (50); obterá $(250 + 50) 300$.

Você entendeu essa regra de cálculo mental abreviado?

Será capaz de calcular, mentalmente, o preço de uma dúzia de blusas a NCr\$ 15,00 cada uma?

Veja se efetua, mentalmente ou abreviadamente, as seguintes multiplicações:

$$22 \times 12 =$$

$$245 \times 12 =$$

$$35 \times 12 =$$

$$75 \times 12 =$$

Você poderá justificar essa regra?

Veja anteriormente as propriedades distributivas da multiplicação, considere 12 como $10 + 2$ e escreva essa justificativa.

Descubra uma regra análoga para multiplicar um número por 13 e escreva, a seguir, o enunciado dessa regra:

Para multiplicar um número por 99, basta acrescentar dois zeros à direita desse número e depois subtrair do número formado o número considerado inicialmente? Por quê?

Como multiplicar um número por 98, por meio de regra análoga à que foi dada para 99?

Multiplicação por 15

1

Número par

Basta somar ao número a sua metade e acrescentar um zero à direita do resultado.

$$18 \times 15 = 270$$

$$18 + 9 = 27$$

Acrescentando um zero à direita, obtemos 270.

Calcule dessa forma os produtos de:

$$22 \times 15 =$$

$$44 \times 15 =$$

$$162 \times 15 =$$

$$98 \times 15 =$$

2

Número ímpar

Basta acrescentar um zero à direita do número considerado e somar ao novo número obtido sua metade.

Exemplo:

$$13 \times 15 = 195 \text{ porque: } 130 + 65 = 195$$

Calcule os produtos das seguintes multiplicações, empregando a regra que acabamos de ensinar:

$$21 \times 15 =$$

$$121 \times 15 =$$

$$45 \times 15 =$$

$$425 \times 15 =$$

Multiplicação de dois números de dois algarismos.

Veja a gravura que mostra como se calcula abreviadamente o produto de dois números de dois algarismos, complete as duas multiplicações indicadas, e, para adquirir prática, faça as seguintes multiplicações:

41	34	54	58
21	23	26	47
—	—	—	—

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \\ \uparrow \quad \downarrow \\ 2 \quad + \quad 1 \\ \hline 6 \quad 7 \quad 2 \end{array}$$

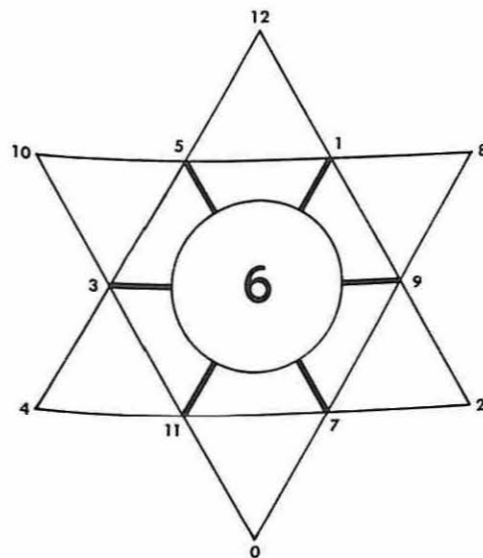
$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \\ \uparrow \quad \downarrow \\ 3 \quad + \quad 2 \\ \hline 7 \quad 3 \quad 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 5 \\ \uparrow \quad \downarrow \\ 3 \quad + \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 8 \\ \uparrow \quad \downarrow \\ 4 \quad + \quad 6 \\ \hline \end{array}$$

Estrêlas mágicas

Eis aqui uma estrêla mágica, por nós imaginada, com um 6 no centro e com os treze primeiros números inteiros. Os números dessa estrêla possibilitam curiosas combinações.



$$12 + 4 + 2$$

$$8 + 0 + 10$$

$$5 + 6 + 7$$

$$3 + 6 + 9$$

$$11 + 6 + 1$$

$$12 + 5 + 1$$

$$5 + 10 + 3$$

$$3 + 4 + 11$$

$$11 + 0 + 7$$

$$7 + 2 + 9$$

$$9 + 8 + 1$$

— são tôdas iguais a 18, que é o triplo do número central 6.

3

As somas de quatro parcelas —

$$12 + 5 + 3 + 4$$

$$4 + 11 + 7 + 2$$

$$2 + 9 + 1 + 12$$

$$10 + 5 + 1 + 8$$

$$8 + 9 + 7 + 0$$

$$0 + 11 + 3 + 10$$

— são tôdas iguais a 24, que é o quádruplo do número central 6.

1

As somas de duas parcelas —

$$12 + 0$$

$$10 + 2$$

$$8 + 4$$

$$5 + 7$$

$$3 + 9$$

$$1 + 11$$

— são tôdas iguais a 12, que é o dôbro do número central 6.

4

As somas de cinco parcelas —

$$3 + 6 + 9 + 0 + 12$$

$$11 + 6 + 1 + 10 + 2$$

$$7 + 6 + 5 + 8 + 4$$

$$11 + 6 + 1 + 5 + 7$$

$$7 + 6 + 5 + 9 + 3$$

$$9 + 6 + 3 + 1 + 11$$

— são tôdas iguais a 30, que é o quádruplo do número central 6.

5

As somas de seis parcelas —

$$12 + 10 + 4 + 0 + 2 + 8$$

$$5 + 3 + 11 + 7 + 9 + 1$$

2

As somas de três parcelas —

$$12 + 6 + 0$$

$$10 + 6 + 2$$

$$4 + 6 + 8$$

$$12 + 5 + 1 + 11 + 0 + 7$$

$$3 + 4 + 11 + 1 + 8 + 9$$

$$10 + 3 + 5 + 9 + 7 + 2$$

— são tôdas iguais a 36, que é o sêxtuplo do número central 6.

6

As somas de sete parcelas —

$$10 + 5 + 3 + 6 + 9 + 7 + 2$$

$$3 + 4 + 11 + 6 + 1 + 8 + 9$$

$$11 + 0 + 7 + 6 + 1 + 12 + 5$$

— são tôdas iguais a 42, que é o sétuplo do número central 6.

7

As somas de oito parcelas —

$$12 + 5 + 3 + 11 + 0 + 7 + 9 + 1$$

$$8 + 9 + 7 + 11 + 4 + 3 + 5 + 1$$

$$2 + 7 + 11 + 3 + 10 + 5 + 1 + 9$$

— são tôdas iguais a 48, que é o óctuplo do número central 6.

8

As somas de nove parcelas —

$$12 + 5 + 3 + 4 + 11 + 7 + 2 + 9 + 1$$

$$10 + 3 + 11 + 0 + 7 + 9 + 8 + 1 + 5$$

$$1 + 8 + 9 + 7 + 0 + 11 + 3 + 10 + 5$$

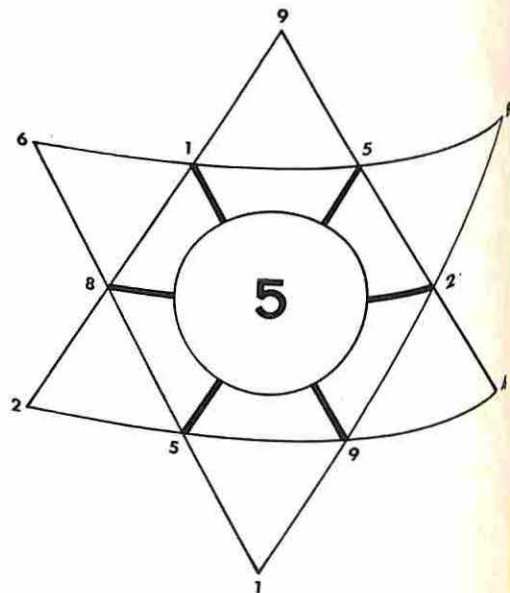
$$9 + 2 + 7 + 11 + 4 + 3 + 5 + 12 + 1$$

— são tôdas iguais a 54, que é o nônuplo do número central 6.

Na estrêla mágica cujo número central é 5, procure somar mentalmente os números, dois a dois, três a três..., nove a nove, conforme fizemos na estrêla mágica de número central 6.

Você obterá, respectivamente, 2, 3, ..., 9 vezes o número 5 que se encontra no centro.

36



Múltiplos e divisores

Exercício 15

Estudo dirigido

Responda às seguintes perguntas, consultando, se necessário, o seu livro didático:

1

Qual o quociente da divisão de 40 por 5?

2

A divisão é exata?

3

Por quê?

4

Se a divisão é exata, podemos dizer que 40 é **divisível** por 5?

5

Podemos dizer também que 40 é **múltiplo** de 5?

6

Quando um número inteiro é divisível por outro, êle é **múltiplo** dêsse outro?

7

Você sabia que o produto de 5 por um número inteiro qualquer é um múltiplo de 5?

8

Como zero é um número inteiro, o produto de um número inteiro por zero é um múltiplo dêsse número?

9

Você sabia que zero é divisível por qualquer número diferente de zero?

10

Zero é múltiplo de qualquer número natural?

11

Todo número inteiro é múltiplo de outro número igual a si mesmo?

12

Os três menores múltiplos de 5 são 0, 5 e 10?

13

40 é múltiplo de 4, 5 e 8?

14

40 é múltiplo comum de 4, 5 e 8?

15

80 também é múltiplo comum de 4, 5 e 8?

16

Qual é o menor múltiplo comum, diferente de zero, de 4, 5 e 8?

17

Você sabia que o **menor múltiplo comum** de dois ou mais números, diferente de zero, é representado abreviadamente por m.m.c.?

18

Qual o m.m.c. dos números 5 e 15?

19

Você pode calcular o m.m.c. de vários números determinando os múltiplos de cada número, e, em seguida, procurando entre os múltiplos comuns qual o menor?

20

Há processos especiais para calcular de forma mais rápida o m.m.c.?

Exercício 16

Estudo dirigido

Responda às seguintes perguntas, consultando, se necessário, o seu livro didático:

1

Qual o quociente de 33 por 3?

2

Essa divisão é exata?

3

Por quê?

4

Qual o divisor dessa divisão?

5

33 é divisível por 3?

6

33 é múltiplo de 3?

7

3 é divisor de 33?

8

Você sabia que também se diz que 3 é **fator** de 33, ou **submúltiplo** de 33, ou ainda que 3 divide 33?

9

Se um número é divisível por outro, esse outro **divide** o primeiro?

10

Se um número é **múltiplo** de outro, esse outro é divisor do primeiro?

11

A unidade é divisor de qualquer número?

12

Todo número natural é divisor de outro número igual?

13

Um número pode ter zero como divisor?

14

Qual o menor divisor de um número?

15

Qual o maior divisor de um número?

16

3 é divisor de 33 e de 21?

17

3 é divisor comum de 33 e 21?

18

33 e 21 também têm outro divisor comum?

19

3 é divisor comum de 33 e 66?

20

11 também é divisor comum de 33 e 66?

21

Qual é o maior divisor comum de 33 e 66?

22

Você sabia que o **maior divisor comum** é representado, abreviadamente, por m.d.c.?

23

Qual o m.d.c. de 3 e 33?

24

Você pode calcular o m.d.c. de vários números determinando os divisores de cada um desses números, e, a seguir, verificando qual o maior dos divisores comuns?

25

Há processos especiais para calcular, de forma mais rápida, o m.d.c.?

26

Você conhece o processo das **divisões sucessivas**, também chamado de **algoritmo de Euclides**?

Exercício 17

Estudo dirigido

Responda às seguintes perguntas, consultando, se necessário, o seu livro didático:

1

O número **um** só tem um divisor?

2

Todo número maior do que **um** tem, pelo menos, dois divisores?

3

Há números que só têm dois divisores: ele mesmo e a unidade?

40

4

Todo número que possui apenas dois divisores é denominado **número primo**?

5

Você sabia que o número **um** não é primo?

6

O menor número primo é 2?

7

Dois é o único número primo que é par?

8

25 é divisível por 1 e por 25. 25 é primo?

9

Um número que é divisível por outro igual e pela unidade é um número primo?

10

5, que é múltiplo de 5, é número primo?

11

Um número que é múltiplo de outro pode ser primo?

12

Um número, diferente de **um**, que não é primo, chama-se **número composto**?

13

Fatorar um número composto é transformá-lo num produto de fatores primos?

14

A decomposição de um número em fatores primos é única?

15

Já verificou que se 1 fôsse primo, o número 6, fatorado, poderia ser $1 \times 2 \times 3$ ou $1^2 \times 2 \times 3$ ou $1^3 \times 2 \times 3$?

16

Você conhece o chamado **crivo de Eratóstenes** para determinar os números primos?

17

Você conhece outro processo para saber se um número é primo?

18

Você sabe como verificar que 887 é primo?

19

Todo número composto admite pelo menos um divisor primo?

20

Qual o resultado da decomposição de 120 em fatores primos?

21

Quais os divisores de 40?

22

O número de divisores de um número pode ser obtido determinando os seus divisores e realizando depois a contagem desses divisores?

23

Pode ser obtido, também, decompondo o número em fatores primos e calculando o produto dos expoentes de seus fatores primos, aumentados de uma unidade?

24

Quantos divisores tem o número $80 = 2^4 \times 5$?

25

Os números 16 e 25 têm algum divisor comum, diferente da unidade?

26

Você sabia que 16 e 25 são chamados **primos entre si**?

41

Adivinhação

Peça ao seu amigo para escrever um número de três algarismos, no qual o algarismo das centenas seja maior do que o das unidades.

Mande-o subtrair desse primeiro número um outro número escrito com os mesmos algarismos, mas em ordem inversa. Peça-lhe para dizer apenas o algarismo das unidades da diferença encontrada. Você, então, poderá dizer qual foi esta diferença.

A chave da adivinhação é simples. Basta você saber que essa diferença é sempre divisível por 9 e por 11, para poder concluir que o algarismo das dezenas tem de ser 9, e, conhecido o algarismo das unidades que seu amigo lhe dirá, calcular o algarismo das centenas.

Faça antes alguns exemplos para se certificar de que entendeu bem nossa explicação.

Exercício 18

Na coluna da esquerda do quadro a seguir estão os números que queremos verificar se são divisíveis pelos que estão nas outras colunas, na primeira linha. Coloque um X na linha de cada número da primeira coluna, sob os números pelos quais êle é divisível. Tome como exemplo o que fizemos para o número 63.225 da primeira linha.

NÚMEROS	1	2	3	4	5	6	8	10	11	25
63225	x		x		x					
78375					x					
142857										x
495048										
594000										

Exercício 19

Escreva no quadro abaixo, nas linhas correspondentes aos números da primeira coluna da esquerda, os restos da divisão desses números pelos da primeira linha. Tome como exemplo o que foi feito para o número 25.124.

NÚMEROS	2	3	4	5	9	10	11
25124	0	2	0	4	5	4	0
49643							
123840							
142351							
304125							

Curiosidade

Conhecemos quatro números escritos com todos os algarismos arábicos, sem repeti-los, e que são divisíveis pelos números inteiros de 1 a 18.

São estes os números:

2.438.195.760 — 3.785.942.160 —
4.753.869.120 — 4.876.391.520

Você conhece outros?

veis conhecimentos científicos e literários, que o distinguiram entre os maiores sábios de seu tempo, Eratóstenes era astrônomo, poeta, orador, filósofo e atleta completo. Possuía mesmo o título de **pentatlos**, conferido naquele tempo aos vencedores das cinco provas dos jogos olímpicos.

6

Eratóstenes deu ao rei Ptolomeu III, do Egito, uma prancha metálica com vários números naturais, escritos em ordem crescente e com os números **compostos** marcados por um pequeno furo. Deu-se por isso o nome de **crivo de Eratóstenes** ao processo utilizado pelo matemático grego para formar sua tábua dos números primos.

7

Os hindus chegaram a conhecer a divisibilidade por 3, 7 e 9. Os gregos e egípcios estabeleceram a classificação dos números em pares e ímpares. Entretanto, as regras de divisibilidade para qualquer número foram propostas pelo matemático francês Blaise Pascal (1623-1662).

8

Euclides demonstrou, no ano de 300 a.C., no seu livro **Elementos**, os teoremas básicos da divisibilidade dos números inteiros, que permitiram ao matemático alemão Gauss deduzir importantes teoremas da Aritmética.

9

Mais ou menos em 1857, o matemático alemão Julius Wilhelm Richard **Dedekind** (1831-1916) conseguiu a generalização dos caracteres de divisibilidade.

10

Com os trabalhos dos matemáticos **Fermat** (século XVII), **Euler** (século XVIII) e **Gauss** (século XIX), sobre a teoria dos números, estabeleceram-se as bases da Aritmética moderna ou superior. Em 1850, Tchebycheff alcançou um notável progresso sobre os números primos, e, em 1932, o matemático Landau completou esse trabalho.

Notas históricas sobre a divisibilidade e os números primos

1

Desde o século III a.C., os gregos alcançaram um elevado grau de abstração nas ciências matemáticas.

2

A palavra **Aritmética** é de origem grega.

3

Para os gregos a Aritmética era uma rigorosa teoria dos números.

4

As investigações dos gregos os levaram ao conceito de **número primo**, de onde partiu Eratóstenes para descobrir o seu curioso processo de determinação dos números primos.

5

Eratóstenes, nascido no ano 280 a.C. aproximadamente, foi um matemático oriundo da Cirenaica. Educou-se em Alexandria e em Atenas. Foi escolhido para dirigir a grande biblioteca de Alexandria, cargo que exerceu até vir a falecer, cego, no ano de 192 a.C. Além de possuir notá-

Expressões com números inteiros

Observações

1

Consideram-se a multiplicação e a divisão como operações de primeira espécie, e a adição e subtração como operações de segunda espécie.

2

Quando as operações são de espécies diferentes, efetuam-se inicialmente as de primeira espécie. Se são da mesma espécie, efetuam-se as operações na ordem em que se encontram.

3

Quando há sinais de reunião (parênteses, colchêtes, chaves), efetuam-se primeiro as operações contidas nesses sinais de reunião.

Exercício 20

Os resultados das seguintes expressões estão certos. Indique na linha em branco como você efetuará cada uma delas e confira o resultado que encontrar com o que foi apresentado.

$$8 + 5 - 2 + 3 - 4 = \quad \text{Resposta: } 10$$

$$3 \times 2 \times 5 \times 4 = \quad \text{Resposta: } 120$$

$$8 : 4 : 2 = \quad \text{Resposta: } 1$$

$$8 + 2 \times 3 = \quad \text{Resposta: } 14$$

$$15 - 5 \times 3 = \quad \text{Resposta: } 0$$

$$12 + 6 : 3 = \quad \text{Resposta: } 14$$

$$20 - 6 : 2 = \quad \text{Resposta: } 17$$

$$20 : 5 + 3 \times 2 = \quad \text{Resposta: } 10$$

$$8 : 4 \times 2 = \quad \text{Resposta: } 4$$

$$8 \times 6 : 2 = \quad \text{Resposta: } 24$$

$$(6 + 3) \times (8 - 5) = \quad \text{Resposta: } 27$$

$$20 \times (3 + 2) = \quad \text{Resposta: } 100$$

$$(8 + 12) : 2 = \quad \text{Resposta: } 10$$

$$3 \times 2 \times (5 + 3) = \quad \text{Resposta: } 48$$

$$121 - 2 \times [10 \times (5 + 1)] = \quad \text{Resposta: } 1$$

Curiosidade

Substitua na expressão abaixo a letra **i** por sua idade, e, a seguir, verifique que o resultado dessa expressão é 9.

$$(i \times 2 + 18) : 2 - i =$$

Cole aqui o desenho colorido n.º 1

Frações

Exercício 21

Responda às seguintes perguntas, consultando, se necessário, o seu livro didático:

1

Se você divide um objeto em partes iguais, uma ou mais de uma dessas partes iguais é uma fração desse objeto?

2

Quando uma unidade é dividida em partes iguais, uma dessas partes ou a reunião de várias formam uma fração do todo?

3

Na figura anterior estão representadas a unidade e algumas frações da unidade?

4

Como você representaria, sob a forma de número fracionário, uma das partes de um objeto que foi dividido em três partes iguais?

5

E como seria a representação de duas dessas três partes?

6

A fração $\frac{2}{5}$ de um objeto representa duas das cinco partes iguais em que foi dividido esse objeto?

7

O dois é o numerador?

8

E o cinco, como se chama?

9

O denominador indica em quantas partes iguais foi dividida a unidade?

10

Você notou que o denominador dá o nome a cada parte?

11

O numerador indica o número de partes que foram tomadas ou reunidas?

12

Qual o numerador das frações que aparecem na última gravura?

13

Como se lê cada uma das frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{8}$ que aparecem nessa última gravura?

14

O numerador e o denominador chamam-se termos da fração?

15

Pode o denominador de uma fração ser igual a zero?

16

Quando o denominador de uma fração é 10, 100, 1.000 ..., a fração chama-se decimal?

17

E se o denominador não é potência de 10, a fração diz-se ordinária?

18

Uma fração de numerador menor do que o denominador é uma fração própria?

19

Uma fração própria é menor do que um?

20

Uma fração de numerador maior ou igual ao denominador é uma fração imprópria?

21

Algumas frações impróprias podem ser equivalentes a números inteiros?

22

Quando a fração imprópria tem o numerador igual ao denominador, ela é equivalente à unidade?

23

Pode-se considerar a fração como o quociente de uma divisão?

24

A fração $\frac{2}{4}$ é equivalente a $\frac{1}{2}$?

25

Quando se dividem ambos os termos de uma fração por um mesmo número natural, o valor da fração se altera?

26

E se multiplicamos ambos os termos da fração por um mesmo número natural, que acontece?

27

A caixa com blocos da última gravura é chamada de **blocofrações**. Você notou que o bloco maior representa a unidade e cabe exatamente em cada uma das duas divisões menores e iguais da caixa?

28

Você notou que dois dos paralelepípedos maiores, ou oito dos pequenos cubos, ou quatro dos paralelepípedos menores são iguais aos cubos maiores?

29

Diga se o que acabamos de dizer no item 28 pode ser representado assim:

$$\frac{8}{8} = \frac{4}{4} = \frac{2}{2} = 1$$

30

Essas igualdades do item 29 confirmam a propriedade de que uma fração não se altera quando se multiplicam ou se dividem seus termos por um mesmo número, diferente de zero?

31

Simplificar uma fração é obter uma fração igual à primeira e de termos menores?

32

Quando se dividem ambos os termos de uma fração por um mesmo número, simplifica-se a fração?

33

Só é possível a simplificação de uma fração quando seus termos admitem um divisor comum?

34

Quando os termos de uma fração são primos entre si, a fração chama-se irredutível?

35

Tornar uma fração irredutível é o mesmo que reduzir a fração à expressão mais simples?

Coloque aqui o desenho colorido n.º 2

Exercício 22

Examine a gravura, e, baseado no que ela sugere, responda às seguintes perguntas:

1

Quando várias frações têm o mesmo denominador, a maior é a que tem o maior numerador?

2

Quando várias frações têm o mesmo numerador, qual é a maior?

3

Qual a maior, $\frac{3}{8}$ ou $\frac{1}{8}$?

4

$\frac{1}{2}$ é maior do que $\frac{1}{4}$?

5

Qual a menor, $\frac{2}{3}$ ou $\frac{2}{5}$?

6

Você sabe que $\frac{1}{2}$ é igual a $\frac{4}{8}$?

7

Qual é maior, $\frac{1}{2}$ ou $\frac{5}{8}$?

8

Se você deseja colocar em ordem crescente várias frações de denominadores diferentes, é melhor reduzir essas frações ao mesmo denominador?

9

Você pode reduzir frações ao mesmo denominador sem calcular o m.m.c. de seus denominadores?

10

Você sabe que para comparar duas frações de numeradores e denominadores diferentes basta multiplicar o denominador de cada uma pelo numerador da outra?

Cole aqui o desenho colorido n.º 3

Exercício 23

Responda às seguintes perguntas:

1

Dois litros de leite, mais meio litro, são dois litros e meio de leite?

Observação:

Veja como se procede para realizar o que dissemos no item 10.

Exemplo: $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{9}$

Procede-se assim:

$\frac{3}{5}$ $\frac{4}{9}$

Como 27 é maior do que 20, $\frac{3}{5}$ é maior do que $\frac{4}{9}$.

Procure compreender o que dissemos, fazendo outros exemplos e procurando descobrir o porquê dessa regra prática.

2

Duas unidades somadas à fração um meio têm por resultado o número misto dois inteiros e um meio?

3

$2 + \frac{1}{2}$ é igual a $2 \frac{1}{2}$?

4

A soma de um número natural com uma fração própria é um número misto?

5

Você entendeu o exercício apresentado na última gravura?

6

Quais os resultados das seguintes somas?

$3 + \frac{5}{8}$, $2 + \frac{3}{4}$ e $12 + \frac{4}{15}$?

7

Você pode somar um número inteiro com um número misto, somando primeiro os inteiros e juntando depois a fração?

8

$8 + 3 \frac{1}{4}$ é igual a $11 \frac{1}{4}$?

9

Quais os resultados das seguintes somas?

$2 + 3 \frac{1}{2}$

$5 + 2 \frac{3}{4}$

$15 + 6 \frac{3}{8}$

10

Você já percebeu que é melhor somar um número inteiro com uma fração imprópria transformando primeiro a fração em número misto, como nos exemplos seguintes?

$3 + \frac{5}{3} = 3 + 1 \frac{2}{3} = 4 \frac{2}{3}$

$5 + \frac{4}{2} = 5 + 2 = 7$

11

Quais os resultados dos seguintes exercícios?

$2 + \frac{3}{2}$, $5 + \frac{9}{4}$, $4 + \frac{6}{3}$

12

A soma de frações de mesmo denominador se obtém somando os numeradores das frações e conservando o denominador comum?

13

$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{2}{8}$ é igual a $\frac{5}{8}$?

14

Quais os resultados das seguintes somas?

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{12} + \frac{5}{12} + \frac{7}{12}$$

15

Você sabe que podemos somar números mistos, somando os inteiros e as frações separadamente?

16

$$2\frac{1}{4} + 3\frac{2}{4} \text{ é igual a } 5 + \frac{3}{4}?$$

17

Quais os resultados dos seguintes exercícios?

$$3\frac{1}{5} + 2\frac{3}{5}$$

$$4\frac{1}{3} + 5\frac{2}{3}$$

$$3\frac{1}{8} + 2\frac{1}{8} + 4\frac{3}{8}$$

18

Você pode somar um número misto com uma fração, somando primeiro as frações?

19

$$2\frac{3}{8} + \frac{5}{8} \text{ é igual a } 2 + \frac{8}{8}?$$

20

Quais os resultados dos seguintes exercícios?

$$3\frac{1}{4} + 24$$

$$5\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$4\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$$

21

Para somar frações de denominadores diferentes, devemos primeiro reduzir as frações ao mesmo denominador?

22

Pode-se reduzir as frações ao mesmo denominador sem calcular o m.m.c. dos denominadores?

23

Você sabe que o denominador comum das frações de denominadores diferentes pode ser obtido procurando, entre os múltiplos do maior dos denominadores, um que seja comum a todos os denominadores?

24

Você sabe que para reduzir frações ao mesmo denominador pode-se procurar um múltiplo comum dos denominadores, como sugerimos no item 23, e depois multiplicar ambos os termos de cada fração pelos números que tornem os denominadores dessas frações iguais àquele múltiplo comum?

25

Dê os resultados dos seguintes exercícios, usando a sugestão do item anterior.

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{5}{6} + \frac{4}{9}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{3} + \frac{5}{8}$$

Exercício 24

Cole aqui o desenho colorido n.º 4

Veja o exercício da gravura, examine como efetuamos os exercícios de a até j e procure resolver os que são apresentados a seguir, de modo análogo ao que empregamos, e, se possível, mentalmente:

$$a) \quad 3 - \frac{1}{4} = 2 + \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = 2 + \frac{3}{4} = 2\frac{3}{4}$$

ou, mentalmente:

$$3 - 1 = 2; \quad \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4};$$

$$\text{logo: } 2\frac{3}{4}$$

b)

$$4 - 2\frac{1}{3} = 4 - 2 - \frac{1}{3} = 2 - \frac{1}{3} = \\ = 1 + \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$$

ou, mentalmente:

$$4 - 2 - 1 = 1; \quad \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3};$$

$$\text{logo: } 1\frac{2}{3}$$

c)

$$5 - \frac{3}{2} = 5 - 1\frac{1}{2} =$$

$$5 - 1 - 1 + \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$$

ou, mentalmente,

$$5 - 1 - 1 = 3; \quad \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2};$$

$$\text{logo: } 3\frac{1}{2}$$

d)

$$2\frac{3}{8} - \frac{2}{8} = 2\frac{1}{8}$$

Basta subtrair a fração da parte fracionária do número misto.

e)

$$3\frac{2}{5} - \frac{4}{5} = 2 + \frac{7}{5} - \frac{4}{5} = 2\frac{3}{5}$$

f)

$$4\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4} = 2 + \frac{2}{4} = 2\frac{1}{2}$$

Basta subtrair, separadamente, os inteiros e as frações, e somar depois os resultados.

g)

$$5\frac{1}{6} - 2\frac{5}{6} = 4 + \frac{7}{6} - 2\frac{5}{6} = \\ = 2\frac{2}{6} = 2\frac{1}{3}$$

h)

$$6\frac{3}{4} - 2\frac{1}{8} = 4 + \frac{6}{8} - \frac{1}{8} = 4\frac{5}{8}$$

i)

$$2\frac{3}{5} - 2 = 2 - 2 + \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$$

j)

$$\frac{9}{2} - 1\frac{1}{4} = 4\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} = \\ = 4\frac{2}{4} - 1\frac{1}{4} = 3\frac{1}{4}$$

1)

$$2 - \frac{1}{2} =$$

2)

$$4 - \frac{3}{4} =$$

3)

$$3 - 1\frac{1}{3} =$$

4)

$$5 - 2\frac{3}{8} =$$

5)

$$3 - \frac{3}{2} =$$

6)

$$4 - \frac{5}{4} =$$

7)

$$3\frac{2}{4} - \frac{1}{4} =$$

8)

$$4\frac{3}{8} - \frac{1}{8} =$$

9)

$$3\frac{1}{5} - \frac{2}{5} =$$

10)

$$2\frac{1}{6} - \frac{5}{6} =$$

11)

$$3\frac{2}{4} - 2\frac{1}{4} =$$

12)

$$5\frac{4}{5} - 2\frac{3}{5} =$$

13)

$$5\frac{1}{6} - 3\frac{5}{6} =$$

14)

$$4\frac{1}{4} - 3\frac{3}{4} =$$

15)

$$6\frac{3}{4} - 3\frac{5}{8} =$$

16)

$$4\frac{1}{3} - 2\frac{2}{9} =$$

17)

$$\frac{23}{5} - 3 =$$

18)

$$\frac{9}{4} - 2 =$$

19)

$$\frac{9}{2} - 2\frac{1}{4} =$$

20)

$$\frac{13}{4} - 2\frac{5}{8} =$$

Cole aqui o desenho colorido n.º 5

Exercício 25

Observe o exemplo da gravura, veja como fazemos cada exercício de número ímpar, e faça de modo análogo o de número par que apresentamos a seguir:

1)

$$\frac{1}{5} \times 2 = \frac{2}{5}$$

2)

$$\frac{2}{5} \times 2 =$$

3)

$$\frac{3}{4} \times 2 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$$

4)

$$\frac{3}{8} \times 4 =$$

Note que, às vezes, o número inteiro pode ser simplificado inicialmente com o denominador da fração.

5)

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$$

6)

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{5} =$$

7)

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

8)

$$\frac{3}{4} \times \frac{8}{9} =$$

Veja que, quando isso for possível, simplificando os numeradores com os denominadores, torna-se mais fácil a execução dos exercícios.

9)

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

10)

$$\frac{4}{5} \text{ de } \frac{1}{9} =$$

11)

$$4 \frac{2}{5} \times 2 = 8 + \frac{4}{5} = 8 \frac{4}{5}$$

12)

$$3 \frac{1}{8} \times 5 =$$

13)

$$2 \frac{2}{3} \times 2 = 4 + \frac{4}{3} = 4 + 1 \frac{1}{3} = 5 \frac{1}{3}$$

14)

$$3 \frac{3}{5} \times 3 =$$

15)

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{8}{135}$$

16)

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{8} =$$

17)

$$\frac{2}{3} \times \frac{6}{8} \times \frac{2}{12} = \frac{1}{12}$$

Quando possível, é melhor simplificar inicialmente as frações.

18)

$$\frac{9}{25} \times \frac{5}{6} \times \frac{10}{18} =$$

Cole aqui o desenho colorido n.º 6

Exercício 26

Procure fazer cada exercício de número par, de modo análogo ao do número ímpar anterior:

1)

$$\frac{2}{8} : 2 = \frac{1}{8}$$

2)

$$\frac{3}{5} : 3 =$$

3)

$$\frac{4}{8} : 2 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

4)

$$\frac{6}{9} : 2 =$$

5)

$$\frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{10}$$

6)

$$\frac{3}{5} : 4 =$$

7)

$$4\frac{2}{8} : 2 = 2\frac{1}{8}$$

8)

$$10\frac{5}{8} : 5 =$$

9)

$$3\frac{1}{2} : 3 = 1\frac{1}{6}$$

10)

$$6\frac{2}{5} : 3 =$$

11)

$$4 : \frac{1}{3} = 12$$

12)

$$2 : \frac{1}{2} =$$

13)

$$5 : \frac{2}{3} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$$

14)

$$3 : \frac{4}{5} =$$

15)

$$4 : \frac{2}{3} = 4 \times \frac{3}{2} = 6$$

16)

$$6 : \frac{2}{5} =$$

17)

$$\frac{9}{10} : \frac{1}{5} = \frac{9}{10} \times 5 = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$$

18)

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} =$$

19)

$$\frac{8}{9} : \frac{4}{3} = \frac{8}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{2}{3}$$

20)

$$\frac{9}{10} : \frac{3}{5} =$$

21)

$$4\frac{1}{4} : \frac{1}{2} = \frac{17}{4} \div 2 = \frac{17}{2} = 8\frac{1}{2}$$

22)

$$3\frac{5}{6} : \frac{1}{3} =$$

23)

$$\frac{2}{3} : 1\frac{1}{6} = \frac{2}{3} \div \frac{7}{6} = \frac{4}{7}$$

24)

$$\frac{3}{4} : 2\frac{5}{8} =$$

25)

$$3\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2} = \frac{7}{2} : \frac{3}{2} = \frac{7}{2} \div \frac{2}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

26)

$$5\frac{3}{4} : 2\frac{1}{2} =$$

Exercício 27

Leia com atenção cada pergunta, reflita, experimente e responda a seguir:

- 1 A soma de uma fração própria com um número natural é sempre um número misto?

- 2 A soma de um número natural com uma fração imprópria é sempre um número misto?

- 3 A soma de um número natural com um número misto é um número misto?

- 4 A soma de uma fração própria com uma imprópria pode ser um número inteiro?

- 5 A soma de um número misto com uma fração, própria ou imprópria, é sempre um número misto?

- 6 A soma de dois números mistos pode ser um número inteiro?

- 7 A diferença entre um número natural e uma fração própria é sempre um número misto?

- 8 A diferença entre um número inteiro e uma fração imprópria pode ser um número inteiro?

- 9 A diferença entre um número inteiro e um número misto é sempre um número misto?

- 10 A diferença entre duas frações pode ser um número inteiro?

- 11 A diferença entre um número misto e uma fração pode ser um número inteiro?

- 12 Quando multiplicamos apenas o numerador de uma fração por um número natural, a fração fica multiplicada por esse número?

- 13 O valor de uma fração se torna duas vezes maior se o seu denominador é dividido por 2?

- 14 O produto de um número natural por uma fração própria é menor do que esse número natural?

- 15 O produto de um número natural por uma fração imprópria pode ser igual a esse número natural?

- 16 O produto de um número natural por uma fração imprópria maior do que a unidade é sempre maior do que esse número natural?

- 17 Quando se divide o numerador de uma fração por um número natural, a fração fica dividida por esse número?

- 18 Quando se multiplica o denominador de uma fração por 3, o valor da fração fica três vezes menor?

- 19 Multiplicando o numerador de uma fração por um número ou dividindo o denominador dessa fração por esse número, a fração fica multiplicada pelo número?

- 20 Dividindo o numerador de uma fração ou multiplicando o denominador dessa fração por um número, essa fração fica dividida por esse número?

Problemas envolvendo frações

Resolva os seguintes problemas:

- 1 Um saco de açúcar pesa 60kg. Qual o peso de $\frac{2}{3}$ desse saco?
 $\frac{1}{3}$ corresponde a _____
 $\frac{2}{3}$ corresponderá a _____
Resposta: 40kg.
- 2 Um aluno do Curso Ginásial não pode faltar a mais de $\frac{1}{4}$ das aulas dadas. Se, durante o ano, a turma dêle teve 720 aulas, qual o máximo de faltas que êle pode ter?
Resposta: 180.

3

Uma aula do Curso Ginásial tem geralmente a duração de $\frac{5}{6}$ da hora. Quantos minutos de duração tem cada aula?

Resposta: 50.

4

Dei $\frac{2}{5}$ de NCr\$ 60,00 ao meu filho. Quanto dei ao meu filho?

Resposta: NCr\$ 24,00.

7



(As notas são antigas, portanto, 200 cruzeiros antigos valem NCr\$ 0,20)

Quanto eu tinha?

Resposta: NCr\$ 0,50

8

Gastei $\frac{2}{5}$ de meu dinheiro comprando uma roupa de NCr\$ 30,00. Quanto possuía?

Resposta: NCr\$ 75,00.

5

Dei NCr\$ 2,75 a um amigo que vendeu minha geladeira. O que dei foi uma comissão de $\frac{1}{12}$ do preço pelo qual êle vendera a geladeira. Por quanto êle vendeu a geladeira?

Resposta: NCr\$ 33,00.

6

Comprei um vigésimo de um bilhete de loteria por NCr\$ 1,50. Qual o preço do bilhete inteiro?

Resposta: NCr\$ 30,00.

9

Depositei $\frac{2}{9}$ de meus vencimentos na Caixa Econômica e fiquei ainda com ... NCr\$ 140,00. Quais são os meus vencimentos?

Resposta: NCr\$ 180,00.

10

Em uma casa comercial, metade dos empregados são homens, um terço são mulheres e os seis restantes são meninos. Quantos empregados há na casa?

Resposta: 36.

11

Paguei NCr\$ 100,00 a 3 operários, João, Pedro e José, que fizeram obras em minha casa. Dei a Pedro a metade do que dei a João, pois êste trabalhou o dôbro do que trabalhou Pedro. Dei a José a terça parte do que dei a Pedro, pois êle trabalhou três vêzes menos do que Pedro. Quantos cruzeiros dei a cada um?

Resposta: NCr\$ 60,00, NCr\$ 30,00 e NCr\$ 10,00.

12

Gastei $\frac{3}{5}$ do meu dinheiro e dei $\frac{3}{4}$ do restante a minha espôsa. Fiquei ainda com NCr\$ 5,00. Qual era o meu dinheiro?

Resposta: NCr\$ 50,00.



Gauss, o Príncipe da Matemática

O retrato ao lado é do grande matemático alemão **Gauss**.

Se você tiver feito o exercício 28, pode completar o resumo biográfico que apresentamos a seguir.

"Arquimedes, Newton e **Gauss** são três homens que constituem uma classe especial entre os grandes matemáticos e não corresponde aos mortais comuns colocá-los em ordem, de acôrdo com os seus méritos".

Gauss, cujo nome todo é é considerado o Príncipe da Matemática. Sua origem não é, na verdade, real. Nasceu numa miserável casa da cidade de no dia de de

Em tôda a história da Matemática não há ninguém que se aproxime sequer da precocidade revelada por **Gauss**.

Começou a dar provas de seu gênio quando, com menos de três anos de idade, verificou mentalmente que uma conta que seu pai fazia para pagar uns operários estava errada e deu o resultado certo.

Gauss se divertia, já adulto, ao declarar que aprendera a contar antes de saber falar.

Vejamos um outro fato que mostra sua precocidade assombrosa. Aconteceu quando, com 10 anos, efetuou uma soma de muitas parcelas, quase que mentalmente. A explicação de como tinha feito o exercício impressionou tão profundamente seu professor Büttner, que êste declarou ao diretor da escola: "É muito superior a mim... nada posso ensinar-lhe".

A Aritmética, campo de seus primeiros triunfos, foi o seu estudo preferido e dentro dela realizou suas principais obras.

Aos 12 anos já fazia restrições à Geometria Euclidiana e aos 16 anos teve pela primeira vez a intuição de uma Geometria diferente da de Euclides.

Gauss, que adotou para seus trabalhos o nome de Friederich Carl **Gauss**, e que se considerava **todo matemático**, faleceu no dia de de com anos de idade.

1				2	3
	4	5	6	7	
	8				
9					10
11				12	

Exercício 28

Números cruzados

Horizontais

- 1 M.m.c. de 2, 3 e 5 (dia do mês de abril em que nasceu o grande matemático alemão Gauss).
- 2 Menor número primo de dois algarismos consecutivos (dia do mês de fevereiro em que morreu Gauss).
- 4 Ano do nascimento de Johann Friedrich Carl Gauss, na cidade de Brunswick.
- 8 Ano da morte do Príncipe da Matemática.

11

Número de divisores de 360.

12

Quociente da divisão de 39 por $\frac{1}{2}$ (número de anos que viveu Gauss).

Verticais

- 1 Múltiplo comum dos denominadores das frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{6}$.
- 3 M.d.c. dos números 96 e 64.
- 4 Número primo.
- 5 Número de anos que viveu Gauss.
- 6 Numerador de fração decimal que é equivalente a $\frac{3}{4}$.
- 7 Denominador da fração irredutível igual à soma das frações $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{10}$ e $\frac{2}{25}$.
- 9 Produto do número 40 pela diferença entre $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{5}$.
- 10 Século do nascimento de Gauss.

Números decimais

Exercício 29

Responda às seguintes perguntas:

- 1 Fração decimal é a que tem para denominador uma potência de 10?
- 2 Quais dentre as frações $\frac{3}{10}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{100}$ e $\frac{1}{500}$ são decimais?
- 3 Você sabia que toda fração decimal é representada, de modo análogo ao nosso sistema de numeração, pelo que chamamos de número decimal?
- 4 0,12 — 3,25 — 4,200 — 352,123 são números decimais?
- 5 Como se chama a parte do número decimal que fica à esquerda da vírgula?
- 6 E a que está à direita da vírgula?
- 7 O primeiro algarismo depois da vírgula representa os décimos?

8

E o segundo algarismo depois da vírgula, que representa?

9

Para ler um número decimal basta ler o número como se fosse inteiro e dar a denominação correspondente ao seu último algarismo decimal?

10

Como se lê 0,123?

11

Pode-se ler 12,34 como 1.234 centésimos ou como 12 inteiros e 34 centésimos?

12

O valor de um número decimal se altera quando acrescentamos ou suprimimos zeros à sua direita?

13

Qual o maior: 0,5 — 0,50 ou 0,500?

14

Qual o maior: 0,34 — 0,300.4 ou 0,093.4?

15

Qual o número decimal correspondente à fração $\frac{45}{100}$?

16

Qual a fração decimal correspondente a 3,51?

17

As frações $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ e $\frac{7}{33}$ correspondem a números decimais chamados dízimas periódicas?

18

Existem frações decimais correspondentes aos números decimais chamados dízimas periódicas?

19

0,454.5...; 2,33...; 3,426.6... e 0,(35) são dízimas periódicas?

20

A toda fração irredutível cujo denominador, decomposto em fatores primos, só contém os fatores 2 e 5, ou apenas 2 ou apenas 5, corresponde um número decimal exato?

21

Uma fração cujo denominador, decomposto em fatores primos, contém fatores diferentes de 2 e 5, gera uma dízima periódica?

22

Você sabia que a toda fração decimal corresponde um número decimal mas que a um número decimal, pode corresponder uma fração que não seja decimal?

23

Você já sabia ou percebeu agora que frações decimais e números decimais não são a mesma coisa?

Exercício 30

Coloque à esquerda dos resultados da coluna da direita as letras correspondentes às operações indicadas na coluna da esquerda.

- | | |
|----------------------------|------------|
| a) $3,5 + 0,5 =$ | 0 |
| b) $2,1 + 1,9 + 0,2 =$ | 0,1 |
| c) $3,5 - 2,4 =$ | 0,885 |
| d) $5,6 - 1,9 =$ | 1,1 |
| e) $11 - 1,1 =$ | 3,7 |
| f) $43 + 5,7 =$ | 4 |
| g) $2,2 + 0,03 - 1,345 =$ | 4,2 |
| h) $0,2 + 0,200 - 0,300 =$ | 9,9 |
| | 10 |
| | 48,7 |
| | 100 |
| | impossível |

Exercício 31

Escreva os resultados das seguintes multiplicações:

- 1 $2 \times 3,5 =$
- 2 $3 \times 1,5 =$
- 3 $12,50 \times 10 =$
- 4 $8,50 \times 100 =$
- 5 $0,234 \times 1.000 =$
- 6 $34,52 \times 1.000 =$
- 7 $0,2 \times 0,3 =$
- 8 $4,2 \times 0,002 =$
- 9 $1.000 \times 0,1 =$
- 10 $354,32 \times 0,01 =$

7

$12,4 : 10$ é 1,24?

8

$454 : 100$ é 4,54?

9

$3.452,45 : 1.000$ é 3,452.45?

10

$0,45 : 10$ é 0,045?

11

Para se dividir um número decimal por 10, 100 ou 1.000, basta deslocar a vírgula para a esquerda de um, dois ou três algarismos, respectivamente?

12

Por que 8 dividido por 4 é igual a dois?

13

Por que 0,4 dividido por 2 é igual a 0,2?

14

No produto de dois números decimais ou de um número decimal por um inteiro, há tantos algarismos decimais quantos são os algarismos dos fatores?

Exercício 32

Responda às seguintes perguntas:

1

36 laranjas : 3 é igual a 12 laranjas?

2

36 centésimos : 3 é igual a 12 centésimos?

3

$0,36 : 3$ é igual a 0,12?

4

Posso dividir um número decimal por um inteiro, como se o dividendo fosse inteiro, e colocar **depois** a vírgula no quociente, de modo que este tenha o mesmo número de decimais do dividendo?

5

Quando se divide um número por 10, 100 ou 1.000, esse número fica respectivamente 10, 100 ou 1.000 vezes menor?

6

Um décimo dividido por 10 é um centésimo?

15

Numa divisão decimal, há tantos algarismos decimais no produto do quociente pelo divisor quantos há no dividendo?

16

No quociente da divisão de dois números decimais, ou de um decimal por um inteiro, há tantos algarismos decimais quanto fôr a diferença entre o número de algarismos decimais do dividendo e do divisor?

17

Em qualquer caso de divisão, se se deseja calcular o quociente com um **certo número** de algarismos decimais, deve-se ter o dividendo com esse **certo número** de algarismos decimais a mais que o divisor?

18

Se se deseja calcular o quociente de uma divisão com aproximação de décimos, deve-se ter o dividendo com 1 algarismo a mais que o divisor?

19

Se o quociente deve ser calculado com 2 algarismos decimais, quantos algarismos decimais deve ter o dividendo a mais que o divisor?

20

Quando a divisão é inexata, o resto tem o mesmo número de algarismos decimais do dividendo?

Exercício 33

Coloque a vírgula, quando necessário, nos resultados das seguintes divisões:

- 1 $24,2 : 2 = 121$
- 2 $35,25 : 25 = 141$
- 3 $34,5 : 10 = 345$
- 4 $434,25 : 100 = 43.425$
- 5 $0,5 : 0,01 = 50$
- 6 $42,4 : 1,06 = 40$
- 7 $31,4 : 0,1 = 314$
- 8 $42,345 : 0,01 = 42.345$
- 9 $31 : 25 = 124$
- 10 $52 : 1,7 = 3.058$
- 11 $42,612 : 2,12 = 201$
- 12 $8,4 : 0,23 = 3.652$

Sistema legal de unidades de medida

Resumo histórico da origem do sistema métrico decimal e do SI

Desde a mais remota antigüidade, os povos foram obrigados a estabelecer padrões para as medidas de comprimento, superfície, volume e massa, e a criar um instrumento de troca — a moeda, a fim de atender às suas necessidades.

Os primeiros padrões de medidas foram baseados em partes do corpo humano. O **cúbito**, a mais antiga medida de comprimento, foi usado pelos egípcios e babilônios, alguns séculos antes de Cristo; era o comprimento do antebraço, desde o cotovelo até à extremidade do dedo médio.

Outras partes do corpo humano também foram usadas: o dígito, o palmo, o pé, a braça e a polegada.

Ainda são adotados hoje, na Inglaterra e nos Estados Unidos, o pé e a polegada.

O pé de Carlos Magno já serviu de unidade de comprimento. O pé, também, já foi a terça parte da distância entre o nariz e a extremidade do dedo polegar de Henrique I, da Inglaterra.

É fácil imaginar os embaraços criados por essa variedade de padrões de medida, diferentes não só na designação como no valor, até numa mesma nação. Essas confusões dificultavam enormemente o comércio e as relações entre os povos.

Os primeiros passos para encontrar a solução do problema foram dados pela França.

O estabelecimento do sistema métrico decimal iniciou-se com os trabalhos de Le-

gendre, Monge, Borda, Coulomb, Lagrange, Condorcet e outros.

Em 1792 foi convenionado adotar-se como base no novo sistema a décima milésima parte do quadrante do meridiano terrestre, que recebeu o nome de **metro**, palavra de origem grega que significa medida.

Em 1799 foram depositados no Observatório de Paris os protótipos do metro e do quilograma.

O Brasil adotou o sistema métrico decimal pela Lei n.º 1.157, de 26-7-1862, e o tornou obrigatório a partir de 11-12-1872.

Pela Portaria n.º 26, de 29-8-1962, do Diretor Geral do Instituto Nacional de Pesos e Medidas, o sistema adotado como legal, no Brasil, é o **Sistema Internacional de Unidades** (SI).

Aliás, o Decreto n.º 52.423 de 30-8-1963 estabelece, também, que as unidades legais, no Brasil, são as unidades fundamentais e derivadas do **Sistema Internacional de Unidades**.

O Sistema Internacional de Unidades, ratificado pela 11.ª Conferência Geral de Pesos e Medidas (1960), em Paris, é baseado em seis unidades fundamentais e é representado, abreviadamente, por "SI".

Assim fica bem entendido que o sistema legal de unidades de medida, do Brasil, não é mais o Sistema Métrico Decimal, e sim o SI.

A escrita dos números

(de acordo com a Portaria de 6-8-1965 é obrigatória desde 1-1-1967).

1 A parte inteira dos números deve ser separada em classes de três algarismos, da direita para a esquerda.

Exemplo: 1.002.340

2 Na parte de cima essa separação se fará da esquerda para a direita.

Exemplo: 0,000.02

3 Em um e outro caso, a separação deve ser feita com o uso de um ponto que não deixe intervalo no qual possa ser intercalado um algarismo.

4 Para separar a parte inteira da decimal deve ser usada, exclusivamente, a vírgula.

5 Constituem exceção às regras dos quatro itens precedentes:

- os números indicativos de anos, cuja escrita será sem intervalo;
- os números de telefone, para os quais deve ser mantida a tradição brasileira;
- os números de placas de veículos, que costumam ser separados em classes de dois algarismos;
- os números quando reunidos a letras para identificação de séries de fabricação, códigos etc.;
- os números quando escritos em algarismos romanos;
- certos títulos ou bilhetes de crédito onde, tradicionalmente, não se separam os algarismos;
- os números reunidos em quadros ou tabelas;
- outros números, devidamente justificados e a critério do I.N.P.M.

As seis unidades fundamentais do SI

De comprimento	metro (m)
De massa	quilograma (kg)
De tempo	segundo (s)
De intensidade de corrente elétrica	ampère (A)
De temperatura termodinâmica	grau Kelvin (°K)
De intensidade luminosa	candela (cd)

Prefixos usados no SI

Prefixos	Símbolos	Fator pelo qual a unidade é multiplicada
tera	T	$1.000.000.000.000 = 10^{12}$
giga	G	$1.000.000.000 = 10^9$
mega	M	$1.000.000 = 10^6$
quilo	k	$1.000 = 10^3$
hecto	h	$100 = 10^2$
deca	da	$10 = 10^1$
deci	d	$0,1 = 10^{-1}$
centi	c	$0,01 = 10^{-2}$
mili	m	$0,001 = 10^{-3}$
micro	μ	$0,000.001 = 10^{-6}$
nano	n	$0,000.000.001 = 10^{-9}$
pico	p	$0,000.000.000.001 = 10^{-12}$

Você sabia que:

1 O sistema legal de unidades de medida do Brasil não é mais o "Sistema Métrico Decimal"?

2 De acordo com a Portaria n.º 26 de 29-8-1962, do Instituto Nacional de Pesos e Medidas e com o Decreto n.º 52.423 de 30-8-1963, as Unidades legais, no Brasil, são as unidades fundamentais e derivadas do Sistema Internacional de Unidades?

3 O Sistema Internacional de Unidades, ratificado pela 11.ª Conferência Geral de Pesos e Medidas, em outubro de 1960, em Paris, é designado, abreviadamente, por SI?

4 O SI é baseado em seis unidades fundamentais?

5 De acordo com o Decreto n.º 60.190, de 8.2.1967, e da Resolução n.º 47 do Banco Central da República do Brasil, que regulamentam o Decreto-Lei n.º 1, de 13.11.65, ficou estabelecido que o "cruzeiro novo" equivalente a 1.000 cruzeiros antigos e cujo símbolo é NCr\$, circulará concomitantemente com o cruzeiro antigo. Caberá ao Conselho Monetário estabelecer a data em que o "cruzeiro novo" será designado simplesmente por "cruzeiro".

6 O símbolo de qualquer unidade de medida deve vir desacompanhado de ponto ou da letra s?

7 Deve ser empregada exclusivamente a vírgula para separar a parte inteira da parte decimal?

8 Excetuados os símbolos das unidades de temperatura, tempo e sexagesimais de ângulo, todos os outros não devem ser escritos como expoentes, e, sim, na mesma linha horizontal em que o número está escrito?

9 Quando o valor numérico de uma grandeza apresentar parte fracionária, o símbolo da unidade respectiva não deve ser intercalado entre a parte inteira e a fracionária do número?

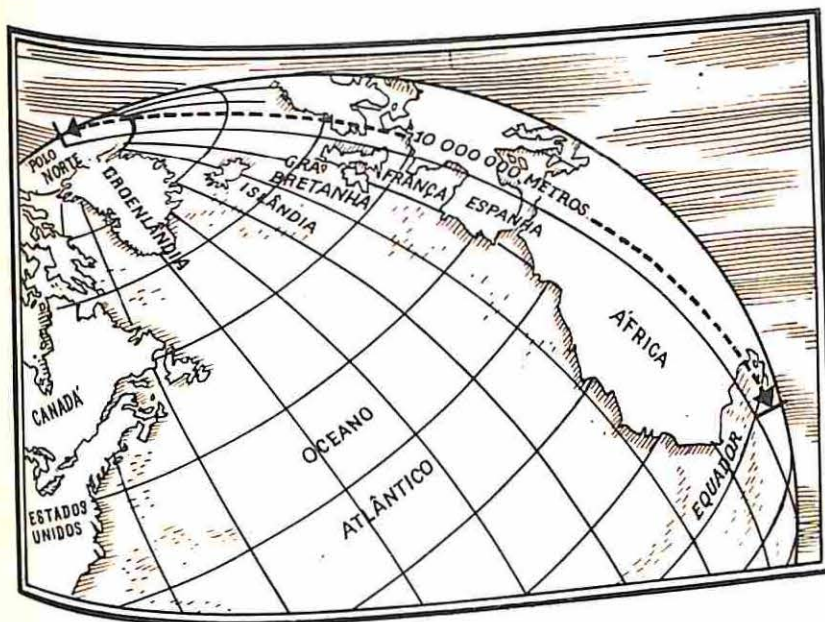
10 No caso anterior, o certo é colocar o símbolo representativo da unidade imediatamente à direita da parte fracionária?

11 A recomendação anterior não se aplica ao cruzeiro, cujo símbolo NCr\$ deve preceder o número indicativo da importância?

12 A Portaria de 6-8-1965, do Instituto Nacional de Pesos e Medidas, publicada no D.O. de 27-9-1965, que apresenta inovações quanto à separação dos algarismos da parte inteira e decimal dos números, é obrigatória desde 1-1-1967?

13 Há países que consideram um bilhão como sendo 1.000.000.000 e há outros onde o bilhão é 1.000.000.000.000?

14 No anexo à Portaria de 6-8-1965, citada no item 13, **aconselha-se** que se use o bilhão como um milhão de milhões, ou seja, 1.000.000.000.000, conforme o valor adotado pela 11.ª Conferência Geral de Pesos e Medidas?



Até muito recentemente, a definição de metro existente nos manuais e exigida por alguns professores era: "Metro é a distância, à temperatura de 0°C, dos eixos dos dois traços gravados sobre a barra de platina iridiada depositada na Repartição Internacional de Pesos e Medidas e considerada como protótipo do metro pela 1.ª Conferência Geral de Pesos e Medidas, estando submetida à pressão atmosférica normal e suportada por dois rolos com um diâmetro de 1 centímetro, situados simetricamente num mesmo plano horizontal e à distância de 571 milímetros um do outro".

Além de longa e imprecisa, de nada adiantaria decorar esta definição sem entendê-la.

A moderna definição de metro, aprovada em 1961, pela Comissão Internacional de Pesos e Medidas, na França, é: "uma extensão igual a 1.650.763,73 vezes o comprimento de onda, no vácuo, da linha espectral vermelho-laranja, de luz emitida pelo átomo de criptônio 86".

Esta definição, certamente mais precisa, é difícil de ser compreendida.

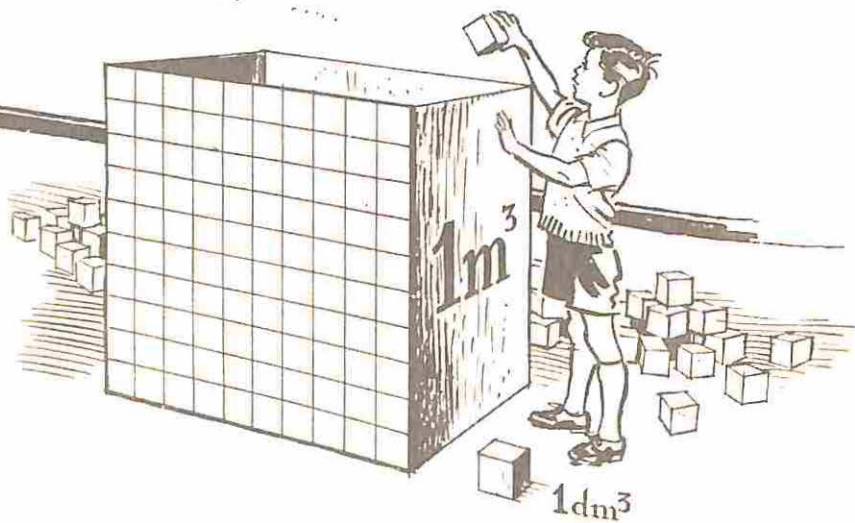
É melhor, a nosso ver, considerar o metro como um padrão de medida convencional, correspondente a uma determinada distância.

Definições da unidade legal de comprimento

Como já vimos, a primeira definição do metro foi: "a décima milionésima parte da quarta parte do meridiano terrestre".

Após os cálculos de revisão realizados por Biot e Arago, verificou-se um erro de 0,000.228 m.

Passou-se então a dizer que o "metro era aproximadamente a décima milionésima parte da quarta parte do meridiano terrestre".



Na figura aparece uma caixa de 1 m^3 de volume. Muitas pessoas não têm idéia do seu verdadeiro valor e do seu grande tamanho.

Numa caixa de 1 m^3 você poderia guardar um milhão de cubos de 1 cm de aresta. Um reservatório de água de 1 m^3 contém 1.000 litros de água. Um recipiente de vidro de 1 m^3 de volume, cheio de água, pesa mais de uma tonelada.

Agora que você já sabe o que representa um metro cúbico, não cometerá o erro de pensar que é fácil carregar uma caixa de 1 m^3 de volume.

Exercício 34

Coloque nos espaços pontilhados o símbolo, o número, a palavra ou as palavras mais adequadas, a fim de completar o sentido das seguintes proposições:

- 1
A unidade legal de comprimento é o
- 2
A milésima parte do metro é o
- 3
O submúltiplo do metro, que é a sua milionésima parte, chama-se
- 4
O símbolo do decâmetro é

- 5
Um quilômetro é igual a metros.
- 6
A milha marítima internacional é equivalente a metros.
- 7
O símbolo da unidade legal de área é o
- 8
Um metro quadrado é igual a dm^2 .
- 9
 $1 \text{ km}^2 = \dots\dots\dots \text{m}^2$
- 10
 $2,45 \text{ m}^2$ lê-se assim: dois metros quadrados e quarenta e cinco quadrados.
- 11
O are, unidade agrária, que é um múltiplo do m^2 de denominação especial, tem para símbolo e é igual a m^2 .
- 12
Um hectare (ha) é igual a m^2 .
- 13
A unidade de volume do SI tem para símbolo
- 14
O litro, que é, também, unidade legal de volume, tem para símbolo
- 15
Para fins práticos e legais $1 \text{ l} = \dots\dots\dots \text{dm}^3$.

16

3,045 m³ lê-se: três metros cúbicos e quarenta e cinco cúbicos.

17

A unidade legal de massa é o

18

1 g = kg.

19

O símbolo da tonelada é e vale

20

A massa aproximada de um litro de água é kg.

21

Uma massa de 3.045,245.6 kg é igual a

22

Um recipiente de 1 dm³ de volume tem uma capacidade de l e cheio d'água tem uma massa de

23

Uma caixa d'água que tem a forma de um paralelepípedo de dimensões 4 m x 3 m x 2 m pode conter, aproximadamente litros d'água.

24

Um terreno de forma quadrada, de 48 m de perímetro, tem m² de área.

25

Um terreno retangular de 20 m de comprimento e 8 m de largura tem m de perímetro e m² de área.

76

Responda às seguintes questões sobre o sistema métrico:

1

Sabendo que o mapa do Brasil da figura está reduzido um quatrilhão de vezes, calcule, aproximadamente, a área do Brasil.

.....
.....
.....

2

Quantos metros de fio de arame são necessários para cercar, com duas voltas, um terreno retangular que tem 500 m de frente por 2 km de fundos?

.....
.....
.....

3

O Parque do atêrro Glória-Flamengo, no Estado da Guanabara, foi conquistado ao mar. Qual é a área desse atêrro se ela excede de 11 ha a de um retângulo cujo comprimento é o canal do Mangue (2.720m), e cuja largura é a altura do Pão de Açúcar (400 m)?

.....
.....
.....

4

Se a planta de um edifício foi feita na escala de 1/100, quer dizer que 1 cm nessa planta representa 100 cm no terreno. Quais as reais dimensões de uma sala, se na planta está representada por 4 cm x 6 cm?

.....
.....
.....

5

Qual a distância de Goiás a Anápolis, se numa carta do Estado de Goiás, cuja escala é 1/10.000.000, essa distância é 1,5 cm?

.....
.....
.....

6

Qual a distância, em km, da Terra à Lua, se equivale, aproximadamente, a 60 raios terrestres?

O raio terrestre é igual a 6.370.000 m.

.....
.....
.....

7

Uma vasilha cheia de água pesa 1.750 g e cheia de óleo pesa 1.600 g. A vasilha vazia pesa 250 g. Quanto pesa o litro deste óleo? (Instituto de Educação da Guanabara).

.....
.....
.....

8

Uma gota de sangue de 1 mm³ tem cerca de 5 milhões de glóbulos vermelhos. Sabendo que o número de litros de sangue de uma pessoa é a quarta parte de sua massa (pêso), diga quantos trilhões de glóbulos vermelhos tem uma pessoa de 70 kg.

.....
.....
.....

9

Calcule, em hl, a capacidade de um reservatório, com a forma de um paralelepípedo retângulo cujo comprimento é o triplo da largura, e esta o dôbro da altura, sendo que a soma das três dimensões é igual a 18 m. (IE-1966).

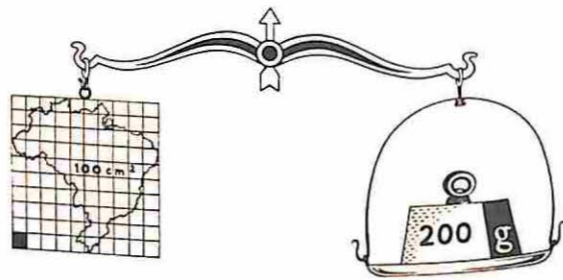
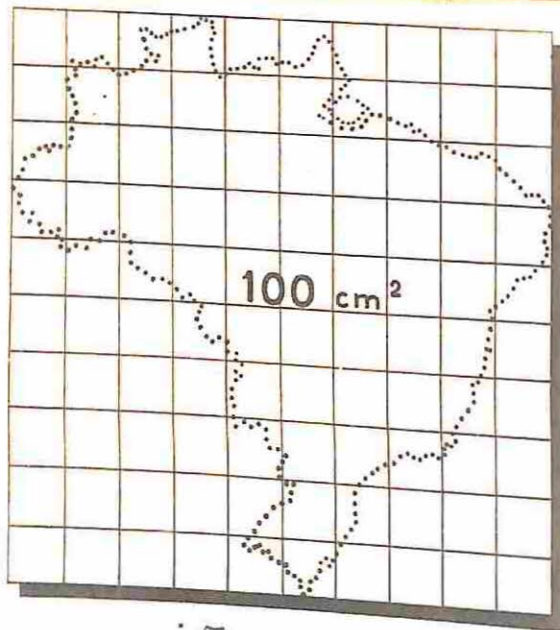
.....
.....
.....

10

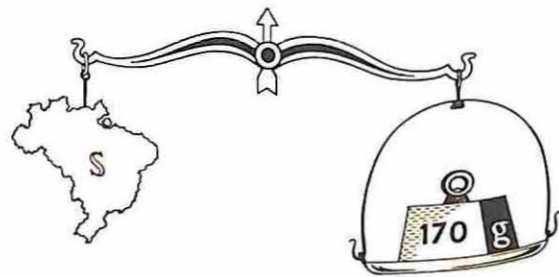
A adutora do Guandu deu ao Rio de Janeiro um refôrço de 800 milhões de litros de água. Para comportar essa água poder-se-ia fazer um tanque (forma de um paralelepípedo), na Praia Vermelha, com o comprimento de 50 m, a largura de 40 m e a altura do Pão de Açúcar (400 m). Verifique se isso é verdade.

.....
.....
.....

77

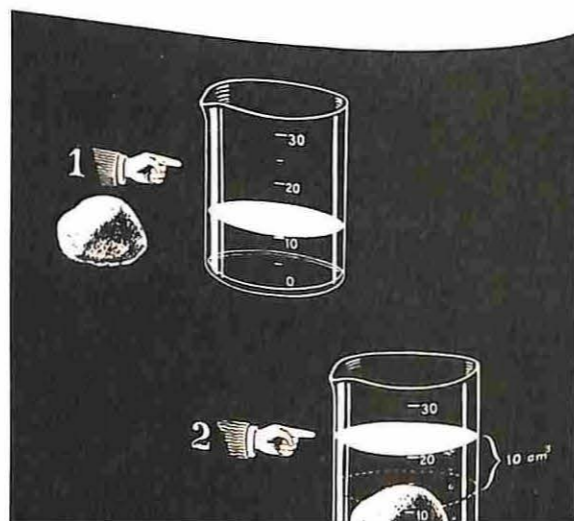


Tem uma massa (pesa)
200 g: 100 = 2 g



A área S é, em cm², igual
a 170:2 = 85

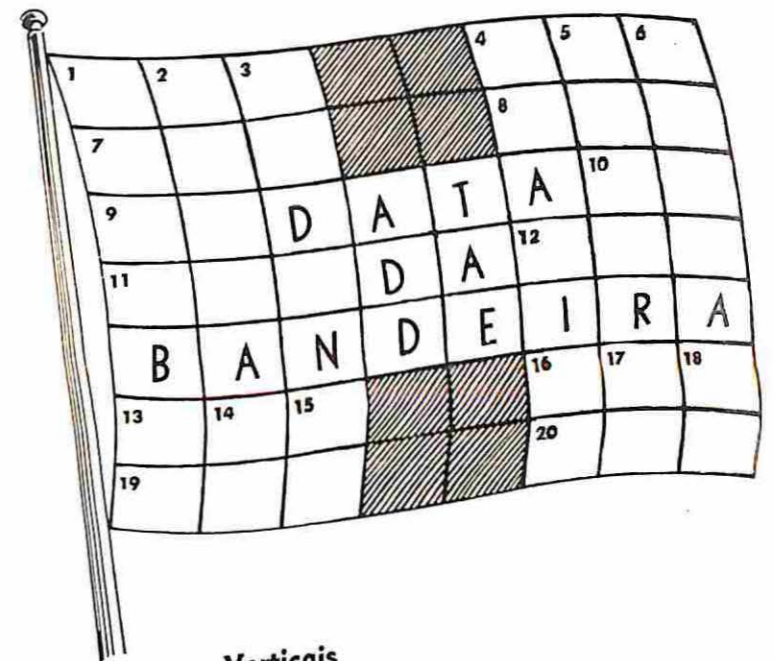
Qual a área da superfície S?



Aproximadamente, 1 dl de água ocupa um volume de 100 cm³ e pesa 100 g. A pedra pesa g.

Exercício 35

Números cruzados



Horizontais

- 1 Menor número ímpar de 3 algarismos iguais.
- 4 Maior dos números cuja soma é 200 e cuja diferença é 22.
- 7 M.d.c. de 185 e 555.
- 8 M.m.c. de 490 e 980.
- 9 Menor dos números cuja soma é 112 e o quociente é 3.
- 10 Quadrado que termina em 1 (um).
- 11 Número de dezenas de 2.950.
- 12 $\frac{1}{2}$ da terça parte de 1.770.
- 13 Menor dos números cuja diferença é 767 e o quociente é 2.
- 16 Múltiplo de 3 e 5 ao mesmo tempo.
- 19 Número de centímetros de 3,42 m.
- 20 Número de decímetros quadrados de 2,43 metros quadrados.

Verticais

- 1 Múltiplo de 6.
- 2 Ano da Proclamação da República.
- 3 Dia da Proclamação da República.
- 4 Dia da Bandeira.
- 5 Ano da criação da Bandeira Nacional.
- 6 Múltiplo de 5.
- 13 Número primo.
- 14 Número que diminuído de sua quarta parte é igual a 48.
- 15 Múltiplo de 8 e 9 ao mesmo tempo.
- 16 Número de algarismos iguais.
- 17 Minuendo de uma subtração na qual a soma dos três termos é 168.
- 18 Resultado de $48 + 10 : 2$.

Observação

Este exercício foi organizado em colaboração com o professor Castro Filho e aplicado a 150 alunos do Curso de Admissão, em novembro de 1961.

Cole aqui o desenho colorido n.º 7.

1 ano
Tempo gasto em uma volta da Terra em torno do Sol.

1 mês
Tempo gasto em uma volta da Lua em torno da Terra.

1 dia
Tempo gasto na rotação completa da Terra em torno de seu eixo.



Antigamente, a jarda era a distância entre o nariz e a extremidade do polegar do rei Henrique I, da Inglaterra.

Números complexos

Exercício 36

Você sabia que...

...um sistema de medidas é chamado **decimal** quando existe entre a unidade fundamental e as unidades secundárias uma relação decimal?

...um sistema de medir que não é decimal é chamado **complexo**?

...o sistema SI é decimal?

...3 anos, 5 meses e 10 dias; 9h30min; 15° 10'20" são números **complexos**?

...o número complexo 9h30min é igual aos números incomplexos 9,50h ou 570min.?

10^{min}20" não é o mesmo que 10'20"?

... 9,30h não são nove horas e trinta minutos e sim 9 horas e 18 minutos?

...9 horas e meia pode ser escrito 9h30min ou 9^h30^{min} ou 9 ½ h ou... 9,5h ou 9,50h, mas geralmente é melhor escrever 9h30min?

...o ano, o mês e o dia, que estão definidos na gravura anterior, são também unidades de tempo?

...o grau é uma das unidades legais de ângulo e é um ângulo equivalente a 1/90 do ângulo reto?

...a libra esterlina, que se representa por £, é a unidade principal do sistema monetário inglês?

...uma jarda é uma unidade usual inglesa de comprimento que vale 0,914 m?

...o galão é uma unidade inglesa de capacidade que vale 0,454 l?

...uma libra, unidade inglesa de massa, vale aproximadamente 0,464 kg?

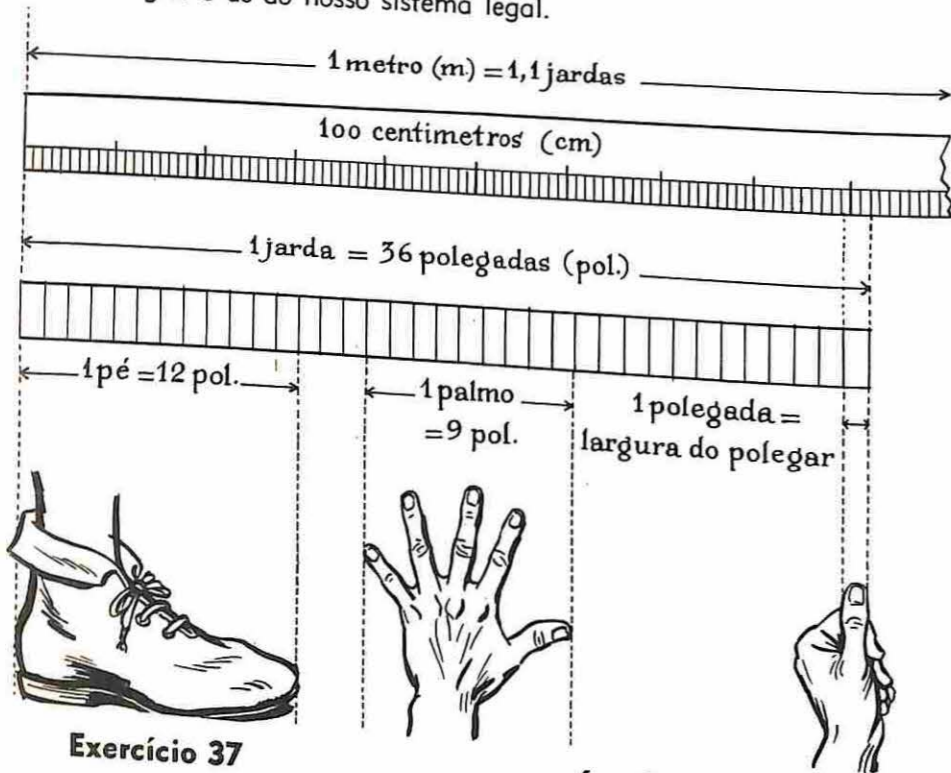
...um acre, unidade usual inglesa de área, vale cerca de 0,405 ha?

...uma libra esterlina vale 20 **shillings** e um **shilling** é igual a 12 **pence** ou dinheiros?

...no sistema de unidades inglês de comprimento, uma jarda vale 3 pés e um pé 12 polegadas?

...a milha marítima internacional (1.852m) é maior do que a milha inglesa (1.760 jardas)?

Observe na gravura seguinte as relações entre as unidades de comprimento do sistema inglês e as do nosso sistema legal.



Exercício 37

Complete:

- Uma libra vale aproximadamente três dólares; se o dólar vale NCr\$ 2,73, a libra vale NCr\$
- Uma corrida de 110 jardas corresponde a uma corrida de metros.
- 1 galão de gasolina corresponde a ... litros.
- Um lutador de 180 libras pesa ... kg.
- A área do Brasil é de cerca de dois bilhões e cem milhões de acres ou km².
- Se uma libra esterlina valesse NCr\$ 7,20, um penny (ou dinheiro) valeria NCr\$
- Um livro que custa £, 2, 3 e 4 custará cruzeiros novos.
- Um canhão de 16 polegadas de calibre (diâmetro da parte interna do cano) de um grande couraçado, é um canhão de aproximadamente milímetros de calibre.
- O grande matemático inglês Newton foi o primeiro homem a calcular a massa do Sol: 22×10^{27} libras ou $\times 10^{21}$ toneladas.
- Um atleta saltou, em extensão, 8 jardas, 2 pés e 10 polegadas e se aproximou do recorde mundial. Transformando esse número complexo em incomplexo, sabendo do valor de uma polegada, você poderá dizer que ele saltou metros e centímetros.

Exercício 38

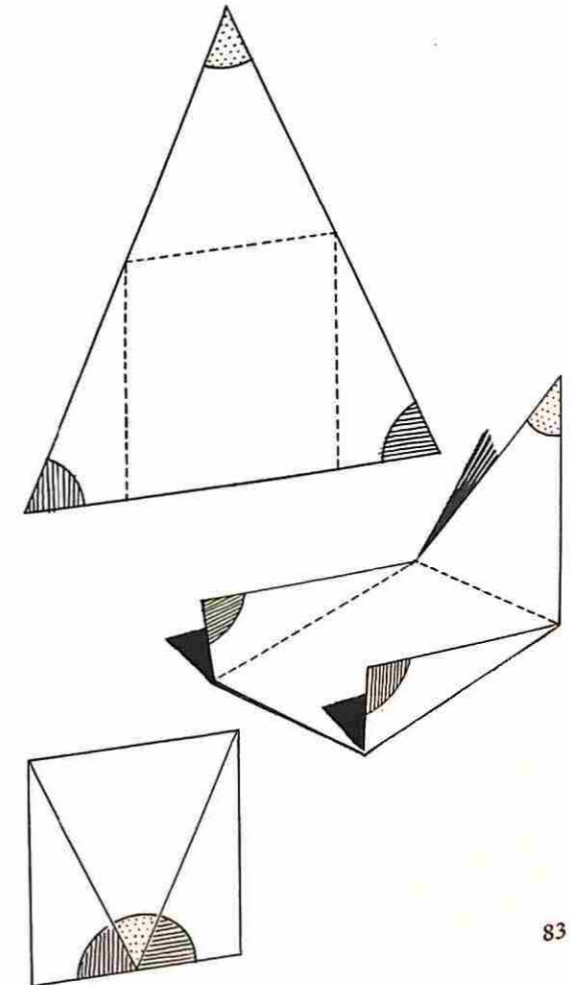
Observando as três fases apresentadas na gravura, você poderá concluir, intuitivamente, que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180 graus.

Baseado nessa conclusão, resolva os seguintes problemas:

- Num triângulo, dois ângulos medem $30^\circ 20' 48''$ e $60^\circ 45' 22''$ respectivamente. Quanto mede o terceiro ângulo?

- Num triângulo, o menor ângulo mede $10^\circ 20' 12''$ e o maior é nove vezes o menor. Quanto mede o outro ângulo?

- Num triângulo que tem dois ângulos iguais, um ângulo mede $105^\circ 25' 20''$. Quais as medidas dos outros dois ângulos?



	1	2		3	
4				5	
6	7				
			8		9
10					
	11				

Exercício 39

Números cruzados

Horizontais

1
Total de segundos de 2h 18min 21s.

5
Número de polegadas em 6 pés.

6
Total de polegadas de 5yd 2ft 1lin.

8
Valor em **shilling** de $8 \frac{13}{20}$ da libra.

10
Quantos **pence** têm dois **shillings**.

11
Total de minutos de $33^{\circ} 25'$.

Verticais

2
Número de dias do ano civil.

3
Diferença entre o número de jardas de uma milha e 33 (ano da morte do grande matemático Newton).

4
Número de polegadas de um pé.

7
Resultado da transformação de £ 6 —
— 16 — 10 em incomplexo (ano do nascimento do grande matemático Newton).

8
Número de graus de $\frac{10}{9}$ de um ângulo reto.

9
Valor aproximado de um pé, em centímetros.



Sir Isaac Newton

A gravura acima é o retrato do grande matemático inglês **Newton**. Coloque nos pontilhados abaixo do retrato o ano do seu nascimento e o da sua morte.

Newton é um exemplo de matemático com grande sentido prático.

Aos 22 anos estabeleceu a sua lei de gravitação universal. Aos 25 anos construiu, com suas próprias mãos, um telescópio de reflexão para observar os satélites de Júpiter.

Econômico, apesar de generoso para seus amigos e particularmente para os jovens, chegou a enriquecer.

Aos 54 anos foi nomeado administrador da Casa da Moeda da Inglaterra e três anos depois obteve o cargo de diretor.

Em toda a história da Matemática, **Newton** não teve quem o superasse na capacidade de concentrar todas as forças da inteligência na solução de um problema difícil.

Proporções-médias e números proporcionais

Observações para o aluno:

Quando você acabar de realizar este exercício de números cruzados, procure observar o seguinte:

1 O número mágico 142.857, da segunda linha, multiplicado por 2, 3, 4, 5 e 6 dá, como resultados, números escritos com os mesmos algarismos de 142.857. Se dividido por 2, também. Se multiplicado por 7, o resultado tem todos os algarismos iguais.

2 O número 37, do 11 horizontal, multiplicado pelo número 12, do 13 horizontal, é igual ao número do 17 horizontal; e multiplicado por 18, do 4 vertical, é igual ao número do 15 horizontal.

Veja que a soma dos algarismos do produto é igual a um dos fatores, e que isso se verifica sempre que se multiplica 37 pelos múltiplos de 3, de 3 a 27.

3 Se do número 1 horizontal você subtrair o do 4 horizontal, e somar ao resultado um número escrito com os mesmos algarismos em ordem inversa, obterá para resultado o número 1.089, que aparece na terceira linha.

Veja que sempre ao subtrair de um número de 3 algarismos (como 421), um número escrito com os mesmos algarismos em ordem inversa (como 124), você obtém um número que é múltiplo de 9, cujo algarismo das dezenas é 9. Se você somar a essa diferença um número escrito com os mesmos algarismos em ordem inversa, obterá sempre 1.089.

Observações para o professor:

1 O exercício seguinte foi por nós aplicado no Colégio Pedro II, S. Norte — Rio, para 80 alunos de 3.ª série ginásial.

2 Por ser mais longo, é melhor ser executado como tarefa para casa.

3 Deve ser dado como um tipo de trabalho dirigido, fornecendo o professor orientação sobre as fontes de consulta e sobre a maneira de realizá-lo.

4 A correção feita em aula, para toda a turma, deve ser de preferência realizada com um tipo de quadro mural onde o professor possa colocar os números. Deve ser aproveitada para apresentar as **recreações matemáticas** que ficam formadas ao se completar o quadro dos números cruzados.

1	2	3	4	5	6
7			8		
9				10	
11	12			13	14
15		16		17	
18			19		

Exercício 40

Números cruzados

Horizontais

1 Média aritmética entre 344; 423 e 496.

4 Múltiplo de 4.

7 Menor dos 3 números proporcionais a 2, 3 e 5, cuja soma é 710.

8 Valor de x na proporção

$$\frac{2,3}{x} = \frac{4,6}{1.714}$$

9 Média proporcional entre 4 e 25.

10 Média ponderada entre 140, 60 e 5, cujos pesos são respectivamente 5, 3 e 2.

11 Número primo.

13 Média geométrica entre 4, 16 e 27.

15 Múltiplo de 9 de algarismos iguais.

17 Menor múltiplo de 4 algarismos iguais.

18 Valor de x no sistema

$$\begin{cases} \frac{x}{50} = \frac{y}{4} = \frac{z}{15} \\ 2x + 5y - 6z = 570. \end{cases}$$

19 Número de algarismos iguais.

Verticais

1 Menor dos números da divisão de 1.644 em partes proporcionais a 3, 4 e 5.

2 Menor dos números da divisão de 1.232 em partes diretamente proporcionais a $\frac{3}{8}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$.

3 Média harmônica entre 8 e 24.

4 Século do nascimento do grande matemático francês Lagrange.

5 Maior dos números da divisão de 473 em partes inversamente proporcionais a $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$.

6 Valor de x na proporção

$$\frac{x - 79}{8} = \frac{x + 21}{10}$$

11 Menor dos números da divisão de 779 em partes inversamente proporcionais a 2 e 9/5.

12 Múltiplo de 5 e 9 ao mesmo tempo.

13 Valor de x no sistema

$$\begin{cases} \frac{x}{11} = \frac{y}{2} \\ xy = 3.718 \end{cases}$$

14 Valor de x no sistema

$$\begin{cases} \frac{x}{9} = \frac{y}{4} \\ 2x - 3y = 162 \end{cases}$$

16 Terceira proporcional entre 15 e 30.

17 Número que diminuído de 9 é igual a outro número que tem os mesmos algarismos.

Porcentagem

Exercício 41

Responda às seguintes perguntas:

1

A razão entre dois valores de uma grandeza pode ser estabelecida com diferentes conseqüentes ou denominadores?

2

Numa turma de 21 rapazes e 9 mãças, a razão entre o número de alunas e o total é $\frac{9}{30}$?

3

Essa razão pode ser também $\frac{3}{10}$ ou $\frac{30}{100}$?

4

Você sabia que a porcentagem é muito empregada, especialmente no comércio?

88

5

A razão $\frac{30}{100}$ pode ser escrita 30 %?

6

Uma comissão de venda de NCr\$ 3,00 em cada NCr\$ 25,00, a quantos % corresponde?

7

Um aluno não pode faltar a mais de $\frac{1}{4}$ das aulas dadas durante o ano. Isto é o mesmo que dizer que não pode faltar a mais de 25 % das aulas dadas?

8

10 % de uma quantia é o mesmo que $\frac{10}{100}$ ou $\frac{1}{10}$ dessa quantia?

9

Se você tem um desconto de 3 % ao pagar à vista uma conta de NCr\$ 12.000,00, quantos cruzeiros você teve de abatimento?

10

Você sabia que para calcular $i\%$ de uma quantia basta multiplicar por i essa quantia e dividir por 100 o resultado?

11

Quando um livreiro lhe faz um abatimento de 20 % sobre NCr\$ 35,00, ele calcula o que você tem de pagar multiplicando 35 por 0,80. Você sabe por quê?

12

As editôras dão 30 % de comissão aos vendedores e 7 % aos autores, sobre o preço de venda. Quanto recebem respectivamente o vendedor e o autor por um livro que é vendido por NCr\$ 2,00?

13

Um aluno, comprando um livro, conseguiu um abatimento de 5 % sobre o preço marcado e assim obteve um desconto de NCr\$ 0,21. Qual o preço marcado?

14

Uma pessoa compra um terreno por NCr\$ 2.000,00 e vende-o com lucro de NCr\$ 4.000,00. Qual a porcentagem de lucro?

15

Uma pessoa revende um automóvel por NCr\$ 1.500,00, lucrando 25 %. Por quanto havia comprado o automóvel?

16

Uma pessoa compra uma propriedade por 11 mil cruzeiros novos. Paga de taxas, comissões e escritura NCr\$ 1.200,00. Por quanto deve revendê-la para lucrar 20 %?

17

Uma pessoa compra uma geladeira e a revende por NCr\$ 126,00, com um prejuízo de 28 %. Por quanto tinha comprado a geladeira?

18

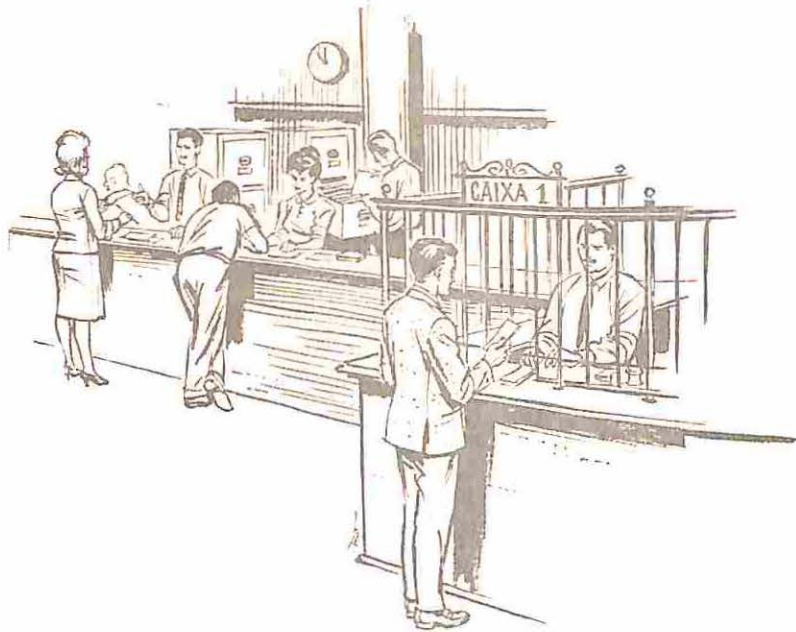
Em 1959, a produção brasileira de "schelita", minério de tungstênio, foi de 1.740.000 toneladas, e a produção do Rio Grande do Norte foi de 1.730.000 toneladas. Quantos por cento da produção do Brasil foi a produção do Rio Grande do Norte?

89

Juros simples

Exercício 42

Você sabia que...



...quando se deposita uma quantia num banco, recebe-se pela aplicação dessa quantia uma remuneração ou um prêmio denominado juro?

...quando um banco estabelece uma taxa de 6% anuais, significa que cada 100 cruzeiros novos que você deposita renderão 6 cruzeiros novos em um ano?

...6% ao ano é o mesmo que 0,5% ao mês?

...pode-se colocar um dinheiro num banco por um prazo qualquer?

...quando os juros não são, periodicamente, somados ao capital chamam-se juros simples?

...quando no fim de cada prazo os juros são reunidos ao capital, denominam-se juros compostos?

...quando se diz que os juros são capitalizados semestralmente, significa que os juros são acrescidos ao capital de 6 em 6 meses?

...os juros que você recebe nos bancos são juros compostos?

...a aplicação dos juros simples, atualmente, resume-se ao cálculo de juros para prazos inferiores a seis meses?

...existem fórmulas especiais para o cálculo dos juros compostos, mas, com mais trabalho, você pode calcular os juros compostos empregando sucessivamente as fórmulas de juros simples?

Exercício 43

1

Quais os juros produzidos por um capital de NCr\$ 50,00, durante 4 meses, à taxa de 6% ao ano?

2

Quais os juros produzidos por um capital de NCr\$ 720,00, durante 3 meses e 20 dias, à taxa de 5% ao ano?

3

Vendi a você 200 livros meus, de NCr\$ 2,00 cada um, com o desconto de 30% que se costuma dar ao revendedor. Você me pagou com o **cheque nominal** abaixo, que terá de preencher. Depositarei êsse cheque em minha conta, em outro banco, a 6% a/a, **endossando** êsse cheque atrás, isto é, colocando minha assinatura no verso. Daqui a 5 meses, quanto terá rendido de juros o dinheiro que me pagou?

BANCO DO BRASIL S.A.
AGÊNCIA CENTRO DO RIO DE JANEIRO

SÉRIE PP-2 Nº 052230

NCr\$ _____

PAGUE POR
ESTE CHEQUE A _____
OU À SUA ORDEM
A QUANTIA DE _____

DE 19 _____
DE _____

PP-10 28.923.205
DEPTO. NAC. EDUC. CAMPANHA NAC.
DE MATERIAL DE ENSINO M.E.C.

4

Você pediu emprestado NCr\$ 1.000,00 ao banco X S.A., para pagar dentro de um ano, assinando para isso uma **promissória** e pagando inicialmente os juros de 1 % ao mês e a comissão de 1 % ao mês.

Preencha a **nota promissória** abaixo e diga quanto pagou ao banco inicialmente.

NOTA PROMISSÓRIA

N. _____

Vencimento em _____ de _____ de 19____

NCr\$ _____

No dia _____ de _____ de 19____ pagar _____ por esta
única via de nota promissória ao Sr. _____

ou à sua ordem _____
a quantia de _____

em moeda corrente.

_____ de _____ de 19____

Selado com NCr\$ _____

5

Qual o prazo de aplicação de um capital de NCr\$ 144,00 que produziu NCr\$ 1,80 de juros, à taxa de 10 %?

6

Um amigo seu empregou um capital a 12 % ao ano durante 5 meses e recebeu de juros NCr\$ 100,00. Você é capaz de descobrir qual o capital empregado por seu amigo?

7

A que taxa esteve empregado o meu capital de NCr\$ 600,00 num banco que, após 5 meses, me pagou NCr\$ 15,00 de juros?

8

Qual o capital que, empregado a 8 % a.a., atinge o montante de NCr\$ 240,00 em três meses?

Exercício 44

Números cruzados

Horizontais

- 1 10% de 1.200.
- 2 Quadrado do número de anos que viveu o grande matemático Galois.
- 5 Número de dias em que um capital de NCr\$ 60,00 colocado a 6% a.a., produz NCr\$ 1,50 de juros.
- 7 Quantos por cento 146 é de 200.
- 8 A quantos por cento ao ano corresponde a taxa de 1% ao mês.
- 9 Taxa de porcentagem correspondente à fração 3/25.
- 10 Número que aumentado de seus 4% é igual a 26 (dia do mês de outubro em que nasceu Galois).
- 11 5% de 620 (dia do mês de maio em que morreu Galois).

CURIOSIDADE

O número 15.873, que aparece formado na terceira linha dos números cruzados do exercício 44, é um número curioso.

Multiplicado por 7, 14, 21, 28, 35, 42 e 49, dá como resultados números constituídos de algarismos iguais.

Verifique essa curiosidade matemática.

1				2		3
			4			
5	6				7	
8					9	
	10			11		

Verticais

- 1 Ano do século XIX em que nasceu Galois.
- 3 Ano da morte de Galois.
- 4 Número que diminuído de seus 20% é igual a 144.
- 6 Múltiplo de 18.
- 7 $2\frac{1}{2}$ % de 28.440.

15.873	×	7
	×	14
	×	21
	×	28
	×	35
	×	42
	×	49



Evariste Galois

O retrato acima é do matemático francês **Galois**. Se você tiver feito o exercício 44, poderá completar o resumo biográfico que se segue.

Nasceu Evariste **Galois** nas cercanias de Paris, no dia de de

Foi, talvez, dos grandes matemáticos, o que viveu menos.

Morreu com anos de idade incompletos, no dia de, num duelo de pistola do qual êle sabia que não escaparia.

Na noite que precedeu o duelo, redigiu em cêrca de 60 páginas tôdas as suas descobertas matemáticas, escrevendo sempre na margem do papel: "não tenho tempo... não tenho tempo".

Mesmo assim, o que escreveu êsse gênio da Matemática, em suas últimas e desesperadas horas, tem mantido atarefadas, durante séculos, várias gerações de matemáticos.

Matemática Moderna

Preliminares

Quando acabamos de escrever a primeira edição dêste "Caderno de Aritmética", em 31 de julho de 1963, a Matemática Moderna estava engatinhando na nossa Escola de Grau Médio e ainda não havia livros didáticos, iniciando essa renovação da Matemática. Não julgamos então aconselhável apresentar um trabalho auxiliar do livro texto, para alunos e mestres, introduzindo o que os livros de classe ainda não haviam introduzido.

Prestamos essa satisfação aos mestres que, ao verem surgir por motivos independentes da nossa vontade, em 1965, o nosso Caderno de Aritmética escrito em 1963, estranharam que não tivéssemos, ao menos, feito uma referência à revolução que se processava no ensino da Matemática.

Agora, entretanto, após três anos de experiências (em escolas de alguns Estados), apesar de sabermos que muitos professôres ainda não se animaram ou não se dispuseram a introduzir o ensino da Matemática Moderna, estamos certos, também, de que muitas são as escolas onde os professôres já tornaram êsse ensino uma realidade, o que nos faz crer que se torna necessário apresentarmos exercícios, visando a êsse ensino, mesmo que seja como um adendo, anexo ou complemento.

E é como um complemento que propomos os exercícios que se seguem, que poderão ser feitos por aqueles que já tiveram a oportunidade de travar conhecimento com essa forma moderna de apresentar a Matemática.

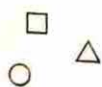
Exercício 1

Você sabia que...

1 ...admite-se a noção de conjunto como um conceito primitivo e que toda coleção de objetos constitui um **conjunto**?

2 ...quando se tem um conjunto de objetos, qualquer dos objetos chama-se um **elemento** do conjunto?

3 ...se um objeto, um número ou uma letra é elemento de um conjunto, dizemos que esse objeto, número ou letra **pertence** a esse conjunto?



4 ...é a representação gráfica de um conjunto cujos três elementos são:

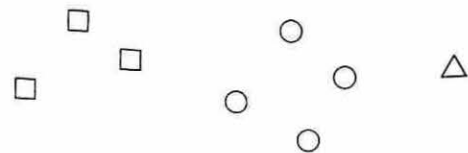


5 ...o conjunto do exercício anterior também pode ser representado por



6 ...o diagrama usado para a representação gráfica de um conjunto é chamado de **diagrama de Venn**?

7 ...se você passar um risco em volta dos quadrados, dos círculos e do triângulo, que se encontram a seguir, você terá traçado o que chamamos de diagramas de Venn?

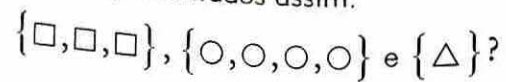


8 ...no exercício anterior, os conjuntos de quadrados, círculos e triângulo têm, respectivamente, três elementos, quatro elementos e um elemento?

9 ...um conjunto pode ter um número finito ou infinito de elementos?

10 ...no exercício 8 os três conjuntos têm número finito de elementos?

11 ...os três conjuntos do exercício 8 podem ser representados assim:



12 ...um conjunto de um só elemento é chamado de conjunto unitário?

13 ...o conjunto dos números inteiros $\{0, 1, 2, \dots, 9, 10, 11, \dots\}$ tem infinitos elementos?

14 ...o conjunto dos dias da semana que começam por j não possui elementos?

15 ...um conjunto que não possui elementos é chamado **conjunto vazio**?

16 ...que um conjunto vazio é representado por \emptyset ou por $\{\}$?

17 ...existe uma **correspondência biunívoca** entre os elementos de dois conjuntos quando a cada elemento de um conjunto corresponde um elemento do outro, e vice-versa?

18 ...para concluir se dois ou mais conjuntos têm o mesmo número de elementos, basta verificar se entre seus elementos há uma correspondência biunívoca?

19 ...se dois conjuntos têm o mesmo número de elementos dizem-se **equivalentes**?

20 ...o número é uma idéia?

21 ...o número inteiro é uma idéia que associamos a certos conjuntos que são equivalentes?

22 ...para exprimir um número, e, portanto, a idéia que ele representa, usamos uma palavra (como um, dois, três etc.) ou um outro símbolo (como 5 ou V ou $2 + 3$ etc.)?

23 ...alguns chamam essa palavra que exprime o número, de **nome do número**, e uma representação matemática qualquer que indique esse número, de **numeral** do número?

24 ... $2 + 1, 3, 1 + 1 + 1, 4 - 1$ ou 3×1 são numerais do número três?

25 ...a expressão matemática "se A então B", denomina-se uma implicação?

26 ...o símbolo da implicação é \implies ?

27 ...a expressão matemática "Se A então B, e B então A", denomina-se uma equivalência?

28 ...o símbolo da equivalência é \iff ?

29 ...o símbolo \in lê-se "pertence"?

30 ...o símbolo \notin lê-se "não pertence"?

31 ...para indicar que um conjunto **contém** outro ou está **contido** em outro, usa-se, respectivamente, \supset ou \subset ?

32 ...para indicar a união ou interseção de dois conjuntos usam-se os símbolos \cup ou \cap , respectivamente?

- 4 Um conjunto vazio:

- 5 12 pertence ao conjunto dos números inteiros:

- 6 Zero não pertence ao conjunto **N** dos números naturais:

- 7 O conjunto dos divisores de 6 está contido no conjunto dos divisores de 18:

- 8 O conjunto dos divisores de 8 contém o conjunto dos divisores de 4:

- 9 A união do conjunto dos números naturais **N** com o zero é o conjunto **I** dos números inteiros:

Exercício II

Represente, por meio dos símbolos que aprendeu:

- 1 O conjunto **N** dos números naturais:

- 2 O conjunto **I** dos números inteiros:

- 3 O conjunto unitário, constituído pelo único número inteiro que não é número natural:

- 10 A interseção do conjunto dos divisores de 6 com o conjunto dos divisores de 8 é o conjunto dos dois menores números naturais:

- 11 Se um número **a** é igual a um número **b** implica dizer que o número **b** é igual ao número **a**:

- 12 Dizer que o valor de **x** é tal que $x + a = b$ é equivalente a dizer que o valor de **x** é tal que $x = b - a$:

Exercício III

Coloque um **V** ou um **F**, à direita de cada uma das seguintes sentenças algébricas, conforme ela seja, respectivamente, verdadeira ou falsa:

- 1 $10 \in \{1, 2, 3, \dots\}$
- 2 $0 \in \{1, 2, 3, \dots\}$
- 3 $\{1, 2, 3, 6\} \supset \{1, 2, 3\}$
- 4 $\{2, 4\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- 5 Sendo **A** e **B** dois conjuntos, se $A \subset B$ e $B \subset A \implies A = B$
- 6 $a > b \implies b < a$
- 7 $8 : 4 = 2 \iff 4 \times 2 = 8$
- 8 $4 < x \iff x < 4$
- 9 $\{0, 1, 2, 3\} \cup \{0, 2, 4, 6\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 6\}$
- 10 $\{1, 2, 4, 8\} \cap \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{1, 2, 4\}$
- 11 $\{1, 3, 5, 7, 9\} \cap \{2, 4, 6, 8\} = \{ \}$
- 12 Se **A** é o conjunto dos números ímpares e **B** o conjunto dos números pares então $A \cap B = \emptyset$

Exercício IV

Escreva os subconjuntos, do conjunto **I** dos números inteiros que representam o conjunto verdade (conjunto dos valores que tornam verdadeira uma sentença) de cada uma das seguintes sentenças:

- 1 $x = 2$ V =
- 2 $x + 3 = 5$ V =
- 3 $x - 2 = 3$ V =
- 4 $2x = 6$ V =
- 5 $\frac{x}{2} = 4$ V =
- 6 $2x = 3$ V =
- 7 $x > 0$ V =
- 8 $x < 10$ V =
- 9 $x \geq 1$ V =
- 10 $x \leq 9$ V =
- 11 $3 < x < 6$ V =
- 12 $2 < x < 3$ V =
- 13 $5 < x \leq 9$ V =
- 14 $2 \leq x < 6$ V =
- 15 $3 \leq x \leq 9$ V =

Exercício V

Responda às seguintes perguntas:

1 A adição e a multiplicação de números inteiros gozam da propriedade de **fechamento**?

2 A subtração e a divisão gozam da propriedade de **clausura** ou **fechamento**?

3 Qual o conjunto constituído pelos números primos que são pares?

4 Você sabia que se **A** é o conjunto dos números primos, então $1 \in A$?

5 **Numeral** e **algarismo** são a mesma coisa?

6 **Número** e **numeral** têm significado diferente?

7 Um número só possui um numeral?

8 Você conhece algum conjunto que possua infinitos elementos?

9 O conjunto dos números naturais só tem nove elementos?

10 $x > 5 \implies 5 < x$?

11 $a = b$ e $b = c \implies a = c$?

12 Sendo **N** o conjunto dos números naturais e **I** o dos números inteiros, $I \supset N$?

13 Se **P** é o conjunto dos números primos, $P \subset I$?

14 Os divisores comuns de 8 e 12 são representados por $\{1, 2, 4, 8\} \cap \{1, 2, 4, 6, 12\}$?

15 Os números naturais múltiplos comuns de 8 a 12 são representados por $\{8, 16, 24, 32, 40, \dots\} \cap \{12, 24, 36, 48, \dots\}$?

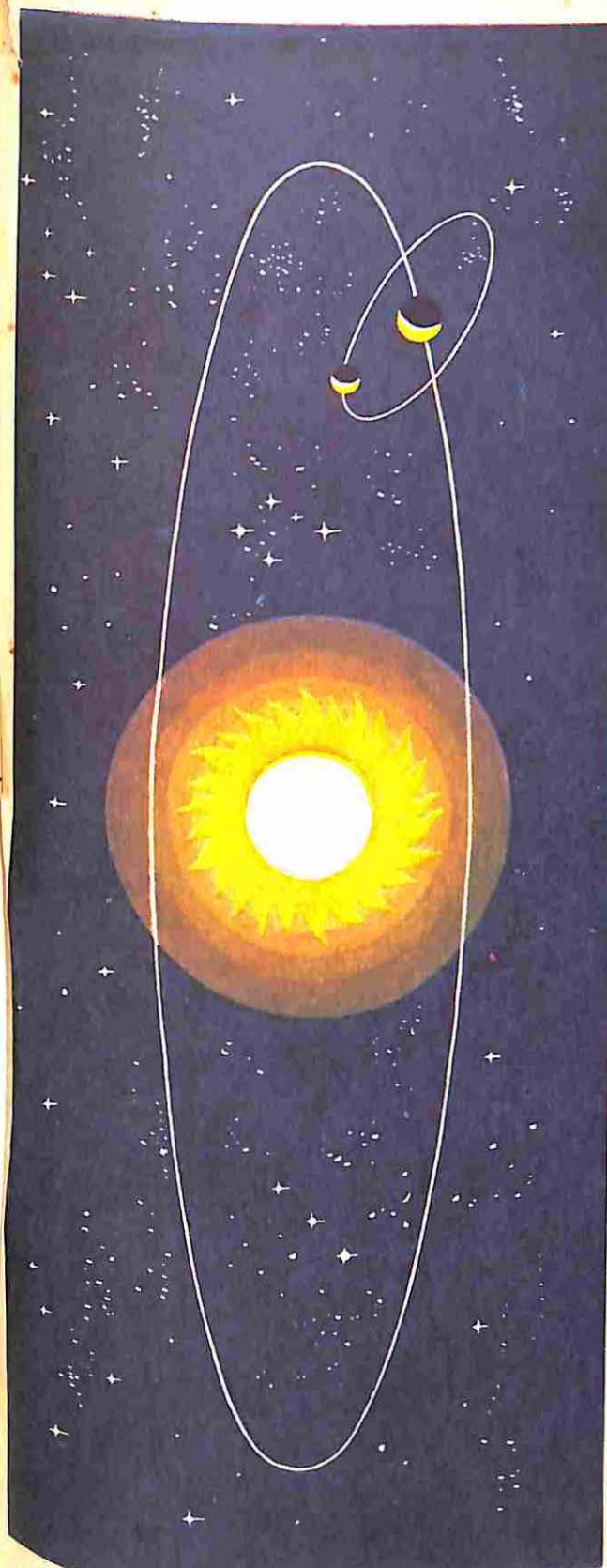
16 **Zero** é elemento neutro da adição?

17 **Um** é elemento neutro da multiplicação?

18 A união do conjunto **I** dos números inteiros com o conjunto **F** dos números fracionários é o conjunto **Q** dos números racionais?

19 Se **A** é o conjunto dos números decimais, $A \subset Q$?

20 $I \cup F = Q$?



$3 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$2 = \frac{1}{4} \div \frac{1}{8}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

$2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

$$3 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

4

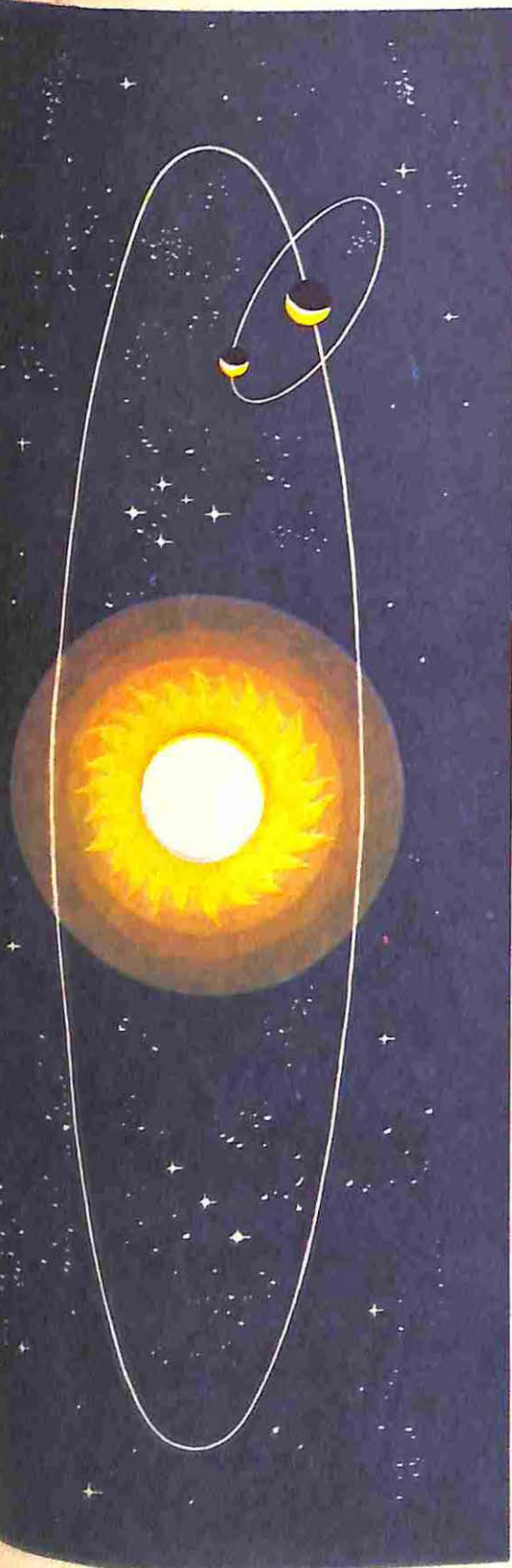
$$2 - \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4} + 2$$

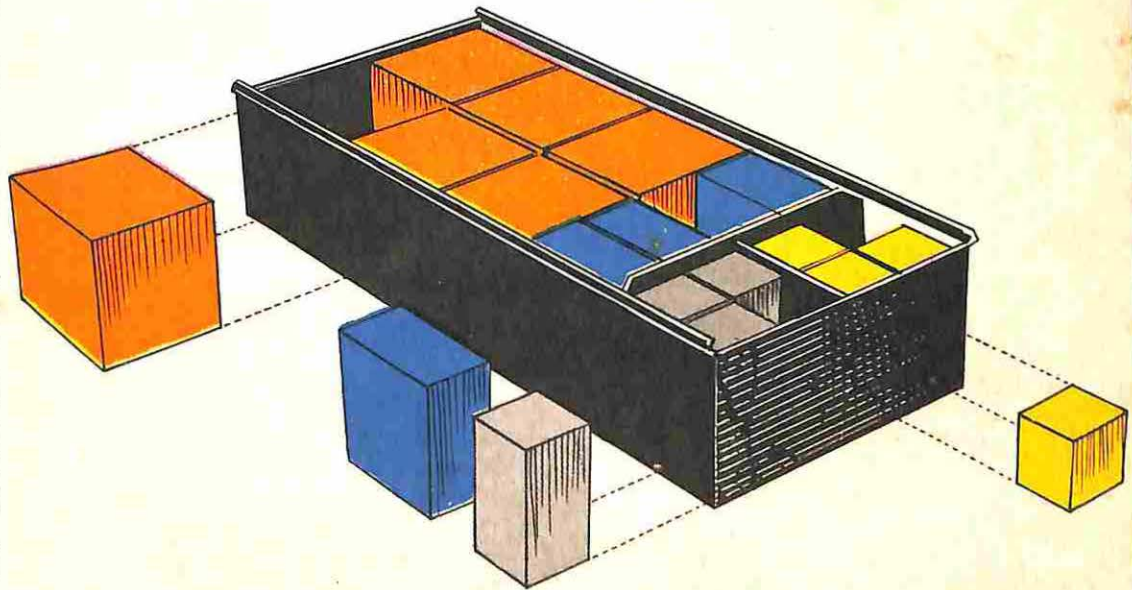
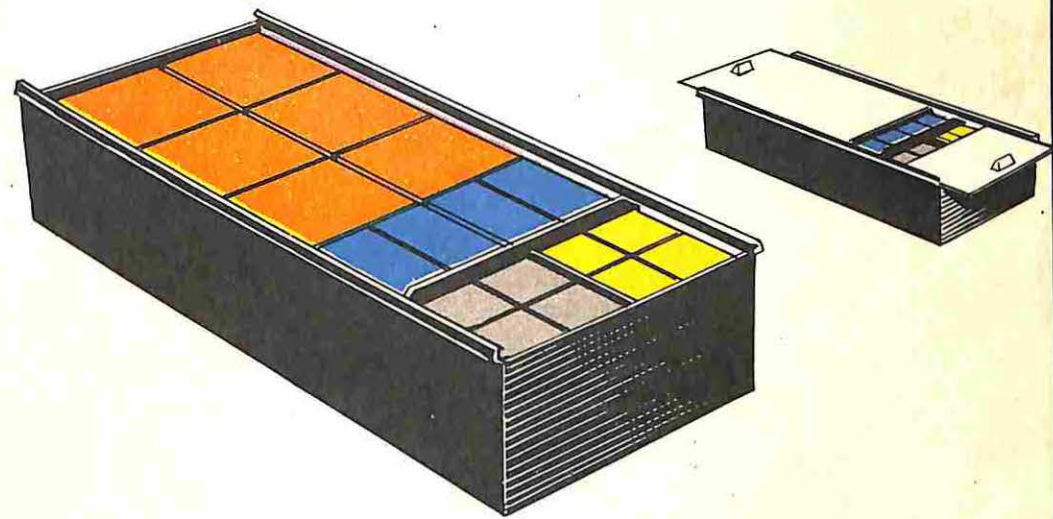
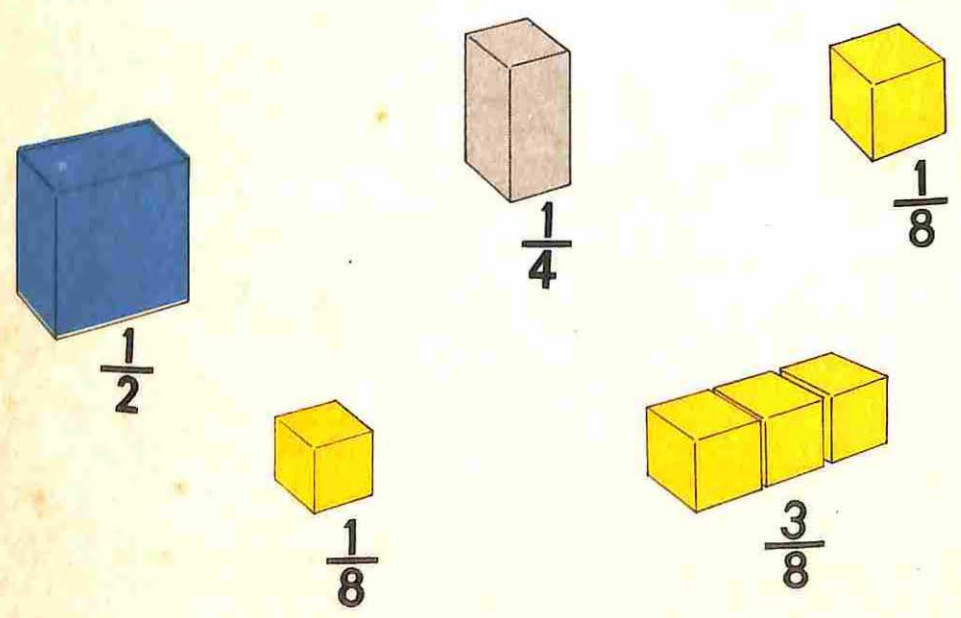
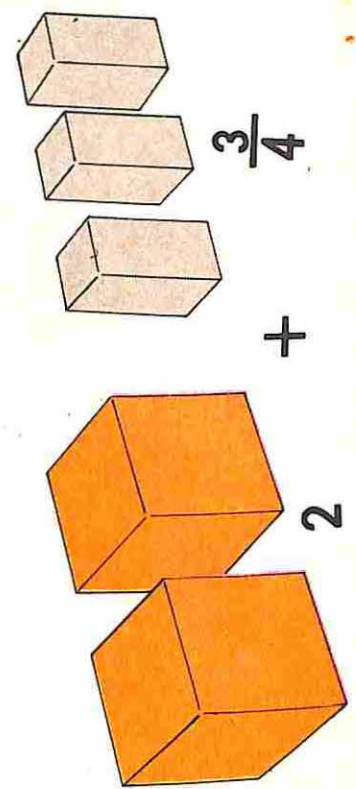
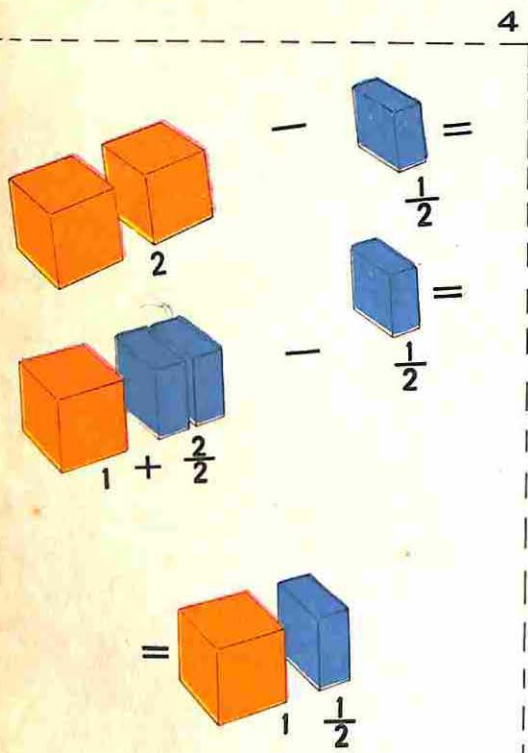
5

$$2 \times \frac{1}{2} = 4 \times \frac{1}{4} = 2 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{4} = 2 \times \frac{1}{4}$$

3

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = 2 \times \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$


CORTE NAS LINHAS PONTILHADAS



Esta obra foi executada por
Impres, Companhia Brasileira de Impressão e Propaganda, para
Fundação Nacional de Material Escolar,
em 1968

paginação
Eloy Machado Alonso
ilustrações
Ivan Wash Rodrigues
capa
Plínio Lopes Cypriano

fundação nacional de material escolar

Preço em todo o Brasil NCr\$ 0,70