

LUCILIA BECHARA SANCHEZ
MANHÚCIA PERELBERG LIBERMAN

Curso Moderno de Matemática para a Escola Elementar

4.º Volume

GUIA DO MESTRE

372.7
B354gc
2. ed.
ex.1



GH00868

IONAL

- 6400868 -

DAS MESMAS AUTORAS:

Curso Moderno de Matemática
para a escola elementar, 1.^o volume
(em colaboração com a Prof.^a ANNA FRANCHI)

Curso Moderno de Matemática
para a escola elementar, 2.^o volume
(em colaboração com a Prof.^a ANNA FRANCHI)

Curso Moderno de Matemática
para a escola elementar, 3.^o volume
(em colaboração com a Prof.^a ANNA FRANCHI)

Curso Moderno de Matemática
para a escola elementar, 4.^o volume

segunda edição

GEMAT
DIGITALIZADO

Dirctos reservados à
COMPANHIA EDITORA NACIONAL
Rua dos Gusmões, 639
01212 SÃO PAULO, SP

1973

Impresso no Brasil

13

SUMÁRIO

1. Conjuntos.....	5
pertence e não pertence	
vazio e unitário	
subconjunto	
2. Representação DECIMAL dos <i>números naturais</i>	5
idéia de número	
agrupamentos	
números naturais maiores que 1.000	
sucessor e antecessor	
classes e ordens	
aplicações em problemas	
3. Adição e Subtração no conjunto dos <i>números naturais</i> . Propriedades. 10	
fechamento, comutativa, associativa, elemento neutro	
aplicações	
4. FRAÇÕES. Adição e Subtração de <i>números racionais</i>	15
equivalência e comparação	
representação gráfica de adições e subtrações	
problemas de aplicação	
representação na reta numerada	
forma mista	
5. Geometria.....	24
regiões e fronteiras	
ângulo, congruência de ângulos	
retas perpendiculares e ângulo reto	
classificação de quadriláteros	
classificação de triângulos	
6. Múltiplos e divisores.....	30
números primos	
fatores primos	
divisores comuns (intersecção)	
múltiplos comuns	
aplicações em frações	
7. Multiplicação e Divisão no conjunto dos <i>números naturais</i> . Propriedades 35	
fechamento, comutativa, associativa, elemento neutro	
distributiva da multiplicação em relação à adição	
aplicações	

8. FRAÇÕES. Multiplicação e Divisão no conjunto dos <i>números racionais</i>	37
representação gráfica	
técnica para multiplicação com frações	
aplicações em problemas	
divisão, representação gráfica	
9. Operações na representação DECIMAL de <i>números racionais</i>	48
adição, subtração, multiplicação	
10. Porcentagem.....	49
significado de porcentagem	
porcentagem e fração	
aplicações em problemas	
11. FRAÇÕES. Propriedades das operações com <i>números racionais</i>	58
comutativa, associativa, elemento neutro	
12. Operações, na representação DECIMAL, de <i>números racionais</i>	60
técnica para divisão	
estimativa	
13. Medida. Sistema legal de unidades de medida.....	68
capacidade	
comprimento	
medida de tempo	
área	
distância de um ponto a uma reta	
altura	
14. Figuras no espaço.....	80
prismas: paralelepípedos, cubos	
pirâmides	
cilindros, cones, esfera	
unidades de volume	

Páginas 1 a 9

NOÇÃO DE CONJUNTOS

Objetivos:

- 1) Sistematizar a idéia de conjunto e suas representações.
- 2) Introduzir a idéia de: pertinência (pertence ou não pertence), conjunto unitário ou vazio, conjunto finito ou infinito.
- 3) Introduzir a idéia de subconjunto (estar contido — contém).
- 4) Desenvolver o conceito de igualdade de conjuntos.
- 5) Introduzir os termos do vocabulário.

Vocabulário:

Conjunto, pertence, não pertence, conjunto vazio, conjunto unitário, conjunto finito (conjunto infinito), subconjunto (estar contido — contém).

Orientação:

Os objetivos acima descritos devem ser alcançados através de diálogos com os alunos.

Na medida em que um assunto for apresentado, dar-se-á aos alunos a página correspondente do livro para que ele, sozinho, resolva as situações propostas.

A correção deverá ser feita em classe e seguida da discussão dos erros que por acaso ocorram. (*)

Páginas 10 a 30

REPRESENTAÇÃO DECIMAL DOS NÚMEROS NATURAIS

Objetivos:

- 1) Rever o conceito de número.
- 2) Rever a representação do número e a idéia de agrupamento.

(*) O professor encontrará maiores subsídios no livro *Uma Iniciação à Matemática*, publicação do Grupo de Estudos do Ensino de Matemática "GEEM - São Paulo", das mesmas autoras.

- 3) Introduzir as idéias de milhão, bilhão.
- 4) Estudar o valor do algarismo de acordo com a sua posição no número.
- 5) Introduzir a idéia de ordem e classe.

Vocabulário:

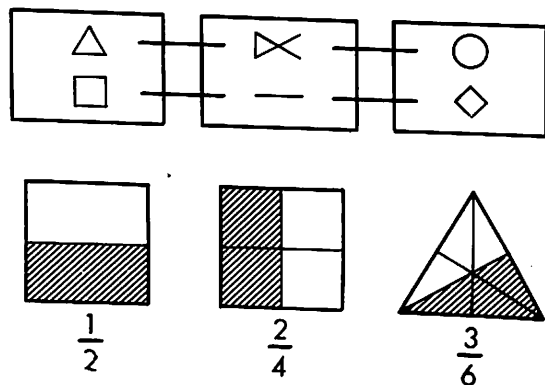
milhão, bilhão, trilhão, quatrilhão, quintilhão, classe, ordem, valor posicional.

Orientação:

Nos primeiros anos do Ensino de 1.º Grau desenvolvemos o conceito de número natural, estabelecendo a correspondência um a um entre conjuntos eqüipotentes.

Assim, o número 2 foi abstraído da eqüipotência de conjuntos.

O número racional $\frac{1}{2}$, por exemplo, será abstraído da equivalência de frações.



Página 10 — O aluno vai associar aos três primeiros conjuntos os números naturais 4, 5 e 6, respectivamente, e aos demais conjuntos uma fração, respectivamente:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{9}, \frac{4}{16}, \frac{3}{12}, \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}, \frac{8}{9}, \frac{2}{6}$$

relacionando o número de partes pintadas com o total de partes.

Página 11 — O aluno vai associar um número natural ao conjunto de crianças e outro ao conjunto de meninos; em seguida escreverá a fração que relaciona o número de meninos de cada classe ao total de alunos da classe.

Na ilustração inferior o aluno procurará relacionar os objetos associando números naturais ou frações às quantidades. Exemplo:

3 dos 7 vagões são de passageiros, isto é, $\frac{3}{7}$ dos vagões são de passageiros. Quantos não são de passageiros?

No pasto estão 4 animais, dos quais 3 são bois, ou seja, $\frac{3}{4}$ dos animais são bois. Etc.

A compreensão do nosso sistema de numeração, particularmente do valor posicional nas primeiras séries do Ensino de 1.º grau, é um dos mais importantes objetivos da matemática.

Sem essa compreensão não se poderá ensinar a técnica das operações.

Por isso, esses conceitos são desenvolvidos com muito cuidado desde o 1.º volume e também aqui começamos com agrupamentos a partir de grupos diferentes de 10.

Neste volume, esse conceito aparecerá inicialmente no estudo dos números naturais e, mais tarde, no dos números não naturais, quando estudaremos a representação decimal dos números racionais.

Página 12 — O quadro desta página leva o aluno a estabelecer a seguinte relação:

cada grupo de 6 corresponde a 1 caixa

6 grupos de 6 correspondem a 1 pacote

6 grupos de 6×6 correspondem a 1 caixote

Para completar o quadro, o professor formulará perguntas como:

— Com 5 caixas, quantos pacotes posso completar? Nenhum (coloca-se zero na coluna 6 grupos de 6).

— Quantos caixotes? Nenhum (coloca-se zero na coluna 6 grupos de 6×6 , e 5 na coluna de grupos de 6).

— Quantas unidades restam? Nenhuma (coloca-se zero na coluna das unidades).

ou

— E com 10 lápis, quantas caixas podemos completar? Uma (coloca-se 1 na coluna grupos de 6).

— Quantos restam? 4 lápis (coloca-se 4 na coluna das unidades). etc.

O quadro completo é o seguinte:

	caixote 6 grupos de 6 × 6	pacote 6 grupos de 6	caixa grupos de 6	unidades
5 caixas	0	0	5	0
3 pacotes e 5 lápis	0	3	0	5
2 caixotes e 3 caixas	2	0	3	0
10 lápis	0	0	1	4
20 caixas	0	3	2	0
7 pacotes e 5 lápis	1	1	0	5
1 caixote	1	0	0	0

Página 13 — Esta página apresenta situação análoga à anterior, agora com agrupamentos de 10 em 10.

O professor perguntará:

— Com 10 cubinhos forma-se o quê? Uma barra.

— Sobram cubinhos? Não.

— Uma barra é formada de quantos cubinhos? 10.

— E 3 barras? 30.

— O que posso fazer com 10 barras? Uma chapa.

O aluno poderá, então, completar a primeira parte da página.

Para completar o quadro procederá da mesma maneira que na página anterior.

	10 grupos de 10 × 10	10 grupos de 10	grupos de 10	Cubinhos
10 barras e 10 cubinhos	0	1	1	0
13 barras e 6 cubinhos	0	1	3	6
10 chapas e 10 barras	1	1	0	0
10 cubinhos	0	0	1	0
10 barras	0	1	0	0
10 chapas	1	0	0	0

Página 14 — O professor lembrará ao aluno que:

$$9 + 1 = 10 \text{ (dezena)}$$

$$99 + 1 = 100 \text{ (centena)}$$

$$999 + 1 = 1.000 \text{ (milhar)}$$

$$9.999 + 1 = 10.000 \text{ (dezena de milhar)}$$

$$99.999 + 1 = 100.000 \text{ (centena de milhar)}$$

e poderá dizer $999.999 + 1 = 1.000.000$ (milhão).

Em seguida:

Se \square corresponde a 100.000, então \square corresponde 2×100.000 ou 200.000, até o último, que corresponderá a 10 vezes 100.000 ou 1.000.000 (1 milhão).

A última parte da página será assim respondida:

$$10 \rightarrow 9 \rightarrow 8 \quad 100 \rightarrow 99 \rightarrow 98$$

$$1.000 \rightarrow 999 \rightarrow 998 \quad 10.000 \rightarrow 9.999 \rightarrow 9.998$$

$$100.000 \rightarrow 99.999 \rightarrow 99.998 \quad 1.000.000 \rightarrow 999.999 \rightarrow 999.998$$

Página 16 — Apresenta um conceito novo: o de *classes*. Aos alunos, pode o professor dizer:

— Para não ser preciso criar uma palavra nova para cada novo grupo de 10, pensou-se em realizar novos agrupamentos, chamados *classes*.

O professor não precisa enfatizar para os alunos esta nomenclatura.

Sugerimos que leve para a classe recortes de jornais ou revistas, onde estes números aparecem.

Página 17 — Antes da apresentação da página, o professor recordará o assunto, fazendo perguntas como:

- Quantas dezenas estão contidas em 123? Ora! 123 são 12 dezenas e 3 unidades.
- Quantos milhares estão contidos em 21.304? Ora! 21.304 são 21 milhares e 304 unidades.

Página 18 — Separe as classes e adicione 1 milhar:

3.541 — 4.541, 27.005 — 28.005, etc.

No último exercício, o valor posicional do 6:

em 6.825 é 6.000, porque 6 ocupa a posição do milhar
em 10.061 é 60, porque 6 ocupa a posição das dezenas
etc.

Páginas 19 a 24 — Propõem situações onde aparecem números da ordem de milhares e milhões, muito importantes para conhecer, por exemplo, a população do Brasil.

Páginas 25 a 30 — Propõem situações com números da ordem de milhares, milhões e bilhões. O objetivo é familiarizar os alunos com a leitura e o manuseio de números destas ordens.

Algumas destas páginas podem ser dispensadas, dependendo do adiantamento da classe.

Páginas 31 a 44

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Objetivos:

- 1) Rever as técnicas de adição e subtração com números da ordem de milhares, milhões, bilhões, etc.
- 2) Recordar as propriedades da adição.
- 3) Introduzir a nomenclatura das propriedades.

Vocabulário (optativo):

Fechamento, comutativa, associativa, elemento neutro.

Orientação:

No decorrer destas páginas recordam-se as técnicas de adição e subtração; sempre que possível, o professor deve associá-las a situações reais (ver página 34).

Páginas 31 e 32 — Propõem adições e subtrações com números até a ordem de milhões.

Página 33 — O professor mandará os alunos completarem as adições e subtrações propostas:

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} 120.784 + 13.721 \\ 120.784 + 13.521 \\ 120.784 + 13.921 \end{array} \right\} = 134.505 \\ \left. \begin{array}{l} 120.584 + 13.721 \\ 120.984 + 13.721 \end{array} \right\} = 134.305 \\ \left. \begin{array}{l} 120.784 + 13.521 \\ 120.584 + 13.721 \end{array} \right\} = 134.705 \\ \left. \begin{array}{l} 120.784 + 13.921 \\ 120.984 + 13.721 \end{array} \right\} = 134.705 \end{array}$$

Alguns alunos logo perceberão que é possível simplificar os cálculos, observando que:

- a) na 2.^a adição uma das parcelas diminui de 2 centenas em relação à 1.^a adição; então a soma diminui de 2 centenas;
- b) na 3.^a adição uma das parcelas aumenta de 4 centenas em relação à 2.^a adição; então a soma aumentará de 4 centenas;
- c) na 4.^a adição uma das parcelas diminui de 2 centenas em relação à 1.^a adição; então a soma diminui de 2 centenas.

Quando todos os alunos tiverem completado o exercício, o professor chamará a atenção para o fato de que:

Aumentando-se (ou diminuindo-se) uma das parcelas, a soma aumenta (ou diminui).

Não há necessidade de o professor insistir neste assunto.

Em seguida calcularão:

$$\begin{array}{l} 120.784 - 13.721 \left. \vphantom{120.784} \right\} = 107.063 \\ 120.784 - 13.521 \left. \vphantom{120.784} \right\} = \\ 120.784 - 13.921 \left. \vphantom{120.784} \right\} = \\ 120.584 - 13.721 = \\ 120.984 - 13.721 = \end{array}$$

Aqui também alguns alunos logo perceberão que não precisam calcular todos, observando que:

- na 2.^a subtração o 2.^o termo tem 2 centenas a menos que na 1.^a subtração; então o resto terá duas centenas a mais;
- na 3.^a subtração o 2.^o termo tem 4 centenas a mais que na 2.^a subtração; então o resto terá 4 centenas a menos;
- na 4.^a subtração o 1.^o termo tem 2 centenas a menos que na 1.^a subtração; então o resto terá 2 centenas a menos.

Aqui também, quando todos completarem o exercício, o professor chamará a atenção para o fato de que:

Se aumentarmos (ou diminuirmos) o 1.^o termo, o resto aumenta (ou diminui); se aumentarmos (ou diminuirmos) o 2.^o termo, o resto diminui (ou aumenta).

Provavelmente alguns continuarão sem perceber, mas o professor não se deterá.

As outras adições e subtrações serão completadas da mesma maneira.

O problema da página será resolvido aplicando estas propriedades dentro do possível.

Página 34 — O exercício: Coloque menor, maior ou igual, pode ser respondido através de cálculos, mas é conveniente lembrar aos alunos que se pode resolver aplicando as conclusões anteriores. Exemplos:

- $32.048 + 50.802 < 32.050 + 50.802$, porque a parcela 32.048 é menor que 32.050 e a outra é igual nas duas adições;
- $72.904 - 8.459 > 72.904 - 18.459$, porque o 2.^o termo da expressão da esquerda é menor que o 2.^o termo da expressão da direita.

Página 35 — Chama a atenção para o fato de que a soma de dois números naturais é sempre um número natural e a diferença de dois números naturais nem sempre o é.

Página 36 — Propõe uma generalização da propriedade comutativa e introduz o vocábulo *comutativa*.

As situações desta página devem ser muito trabalhadas para que o aluno compreenda a expressão: "qualquer que seja o número natural que se coloque no lugar do \square e Δ ". O professor dirá:

- Vocês vão escolher um número para colocar no lugar do \square e outro no lugar do Δ ; estes números serão os mesmos até o fim do exercício.

Em seguida, confrontará as respostas de 3 ou mais alunos e mostrara à classe que:

Não importa o número que eles tenham escolhido, pois a resposta para $\square + \Delta$ será sempre 7.329 e as demais serão sempre $7.329 + 8.127 = 15.456$.

O que permitirá concluir que:

Qualquer que seja o número natural que se coloque no lugar de \square e Δ , teremos sempre $\square + \Delta = \Delta + \square$, isto é, a adição é comutativa no conjunto dos números naturais.

Páginas 37 a 39 — Serão desenvolvidas da mesma maneira que a página 36, agora para concluir a associatividade e a existência de elemento neutro na adição.

Na página 38 os alunos deverão aplicar as propriedades comutativa e associativa.

Exercícios análogos aos do fim da página 44 vêm sendo apresentados desde o 1.^o ano.

A nomenclatura: comutativa, associativa, elemento neutro, é apresentada aos alunos, mas não precisa ser memorizada, nem mesmo usada; o que importa é que os alunos conheçam o mecanismo destas propriedades.

Páginas 40 e 41 — Chamamos a atenção para o fato de que quase sempre:

$$\Delta - \square \neq \square - \Delta \quad \text{e}$$

$$(\Delta - \square) - \circ \neq \Delta - (\square - \circ)$$

Dizemos *quase sempre* porque, por exemplo:

$$\begin{array}{ccc} (8-5) - 3 \neq 8 - (5-3) & \text{mas} & (9-3) - 0 = 9 - (3-0) \\ \begin{array}{c} \diagdown \quad \diagup \\ 3 - 3 \neq 8 - 2 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 0 \neq 6 \end{array} & & \begin{array}{c} \diagdown \quad \diagup \\ 6 - 0 = 9 - 3 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 6 = 6 \end{array} \end{array}$$

Este fato não precisa ser enfatizado, mas deverá ser apresentado em classe. Essas desigualdades deverão ser compreendidas por meio de um desenvolvimento semelhante ao das páginas anteriores.

Página 42 — Dentro do possível, os alunos devem responder sem calcular, aplicando as propriedades.

Página 43 — Apresenta uma curiosidade, cujo objetivo é a observação de certas propriedades. Exemplos:

1) Os alunos completarão o quadro: no Distrito Federal

1965	1966	Variação
1.000	1.000	0
2.000	2.000	0
69.000	77.000	8.000
<u>72.000</u>	<u>80.000</u>	<u>8.000</u>

e o professor fará os alunos observarem que o aumento do total corresponde à soma dos aumentos das parcelas.

2) Na Paraíba

1965	1966	Variação
257.000	180.000	77.000
301.000	253.000	48.000
1.796.000	1.549.000	247.000
<u>2.354.000</u>	<u>1.982.000</u>	<u>372.000</u>

e o professor fará os alunos observarem que a diminuição do total corresponde à soma das diminuições das parcelas.

3) Na Guanabara

1965	1966	Variação
5.000	4.000	1.000 (para menos)
1.000	1.000	0
1.404.000	1.476.000	72.000 (para mais)
<u>1.410.000</u>	<u>1.481.000</u>	<u>71.000</u>

Se os alunos não perceberem as variações do total em relação às parcelas, o professor fará observar que, se uma das parcelas diminui de 1.000 e a outra aumenta de 72.000, o aumento de resultado é de 71.000.

A página 44 também propõe situações que permitem observar a relação entre a variação do total e a variação das parcelas.

Nos exercícios do rodapé, se a classe oferecer condições, o professor pedirá que respondam sem calcular, aplicando as propriedades. Exemplos:

$$1) (358 + 825) - 432 \quad \text{e} \quad 358 + (825 - 432)$$

são iguais porque, no primeiro caso, subtraímos 432 do total e, no segundo caso, subtraímos 432 de uma das parcelas (conclusões já vistas em volumes anteriores).

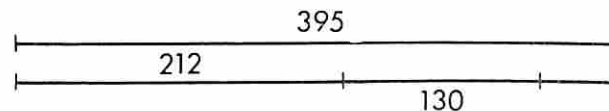
$$2) 812 - (415 - 311) \quad \text{e} \quad (812 - 415) - 311$$

Os alunos poderão concluir imediatamente que são diferentes por causa da não associatividade da subtração.

$$3) (395 - 212) - 130 \quad \text{e} \quad 395 - (212 + 130)$$

Os alunos poderão concluir que são iguais porque, subtrair 212 e depois 130 é o mesmo que subtrair $212 + 130$.

Esta igualdade foi estudada no 3.º volume (pág. 24 e seguintes). Se o professor achar interessante, convém propor situações concretas que permitam visualizá-la. Exemplo:



Devo percorrer 395 km, percorri 212 km na 1.ª etapa e 130 km na 2.ª etapa; para saber quanto falta, posso subtrair 212 de 395 e 130 do resto:

$$(395 - 212) - 130$$

ou subtrair de 395 o total de quilômetros percorridos ($212 + 130$):

$$395 - (212 + 130)$$

Páginas 45 a 74

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NO CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Objetivos:

- 1) Rever as noções de frações equivalentes e comparação de frações.
- 2) Compreender a adição e subtração de números racionais na forma de fração.

- 3) Compreender o número racional como um conjunto de frações equivalentes.
- 4) Representar números naturais na forma de fração.
- 5) Rever a representação na forma mista.
- 6) Aplicar o conceito de fração como relação parte-todo em situações práticas.
- 7) Localizar números racionais e frações na reta numerada.

Vocabulário:

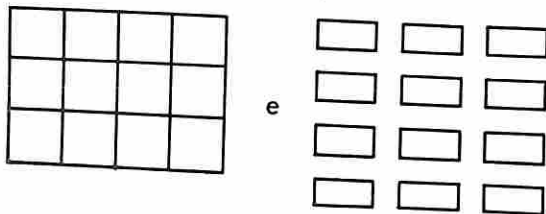
Número racional.

Orientação:

Página 45 — O aluno recorda congruência de figuras e suas partes, que irá utilizar na representação gráfica de frações.

Página 46 — A ordem “Pinte duas terças partes ou três quartas partes” permite ao aluno optar, escolhendo entre uma e outra, conforme a figura estiver dividida.

Só em duas figuras:



o aluno poderá pintar tanto $\frac{2}{3}$ como $\frac{3}{4}$ partes, porque estão divididas num número de partes múltiplo de 3 e 4.

Depois de pintar, o aluno observará que:

$\frac{2}{3}$ é o mesmo que $\frac{6}{9}$, $\frac{1}{4}$ é o mesmo que $\frac{2}{8}$, etc.

Página 47 — O aluno deve relacionar cada figura a uma das frações: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ ou $\frac{2}{4}$.

Aqui também o conceito de equivalência está presente.

No rodapé desta página, o aluno deve perceber que $\Delta + \square = 1$, por exemplo: $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1$.

Página 48 — Os alunos devem relacionar, através de uma fração, quantidades descritas. Exemplo:

Uma rua tem 3 km. Andei 2 km. Que parte da rua andei? $\frac{2}{3}$

No problema da parte inferior, o aluno deve:

- 1) escrever nas placas as distâncias de cada cidade em relação ao Rio, para poder calcular as distâncias entre elas;
- 2) escrever entre parênteses a fração que representa a distância do trecho pedido em relação à distância total Rio-São Paulo.

Exemplo: São Paulo a Jacaré $\left(\frac{80}{400}\right)$

Páginas 49 e 50 — Após pintar o quadro de acordo com a indicação, o aluno, pela observação dos quadros A, B, C, D, E, F, poderá completar com os sinais convenientes:

$$\frac{1}{2} < \frac{3}{4}; \quad \frac{3}{4} > \frac{1}{8}; \quad \text{etc.}$$

Na página 50 é também observando os quadros que o aluno vai encontrar outras frações equivalentes a $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{7}$.

Página 51 — O aluno vai preencher os vazios à vontade, tentando obter sentenças verdadeiras.

Sugerimos que seja resolvida oralmente, isto é, na lousa, para que a correção não se torne trabalhosa, e proporcionando a todos os alunos oportunidade de participar.

Assim, na 1.^a faixa: Como preencheria a 1.^a sentença? $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

E você? $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ etc.

Na 2.^a faixa: Como preencheria a 1.^a sentença? $\frac{3}{5} < \frac{4}{5}$

E você? $\frac{3}{6} < \frac{5}{5}$ etc.

Observe que $\frac{5}{5}$ é igual a 1 e 1 é maior que $\frac{3}{6}$

Esta página pode ser dispensada, se a classe não corresponder.

Página 53 — Recorda exercícios análogos aos apresentados no 4.^o volume, págs. 154 a 165.

O exercício do rodapé da página 54 propõe o desdobramento da unidade de diferentes maneiras, porém relacionadas entre si. Olhando a representação gráfica. Assim:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 1$$

As páginas 55 e 56 temos também exercícios para escrever determinadas frações de diferentes maneiras, observando a representação gráfica. Assim:

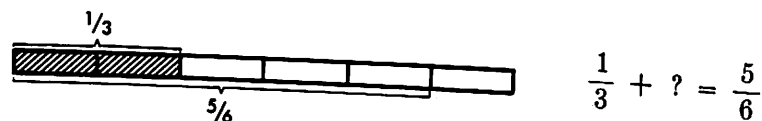
$$\frac{1}{4} + \boxed{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \boxed{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$$

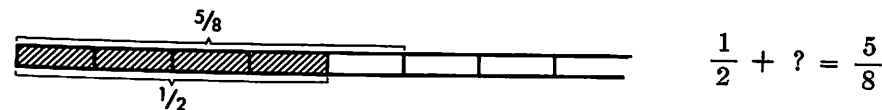
$$\frac{1}{2} + \boxed{0} = \frac{1}{2}$$

Com estes exercícios o aluno perceberá a possibilidade de adicionar números racionais representados por frações com denominadores diferentes.

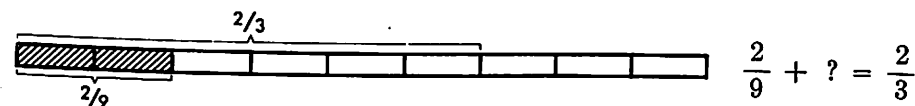
Página 57 — O professor deverá sugerir que os alunos apresentem os resultados graficamente. Exemplo:



$\frac{1}{3}$ está hachurado e faltam $\frac{3}{6}$ para completar $\frac{5}{6}$ então $\frac{1}{3} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$



$\frac{1}{2}$ está hachurado e falta $\frac{1}{8}$ para completar $\frac{5}{8}$, então $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$



$\frac{2}{9}$ está hachurado e faltam $\frac{4}{9}$ para completar $\frac{2}{3}$, então $\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{2}{3}$

Para os exercícios da 2.ª parte da página os alunos deverão encontrar sozinhos a maneira de representar as frações graficamente.

Se os alunos não perceberem que há sempre uma relação entre os denominadores (um é sempre múltiplo do outro), nas frações dadas, o professor deve explicitá-lo.

Página 58 — Agora os alunos não se apóiam nos gráficos para a redução ao mesmo denominador, mas trabalham com as classes de equivalência.

Páginas 59 a 61 — No estudo da subtração como inverso da adição (pág. 59), seguimos o mesmo esquema que na adição: propondo primeiramente soluções gráficas (pág. 60) e depois redução ao mesmo denominador pelas classes de equivalência (pág. 61).

Página 62 — Os problemas envolvem adições ou subtrações com frações. Sugerimos que o aluno, depois de ler cada um, faça um gráfico a fim de compreender a solução e não queira adivinhar a operação a ser realizada. Assim, para o primeiro problema:

$\frac{1}{4}$ depois do almoço



$\frac{5}{8}$ antes do almoço

Resta ainda $\frac{1}{8}$

Se o aluno tiver condições, o professor estimulará a construção das sentenças matemáticas:

$$\frac{5}{8} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{8}{8} - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$$

e

Caso contrário, o que será mais comum, basta a solução gráfica.

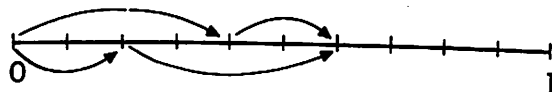
Página 63 — Visa a um treinamento da adição e subtração.

Os quadrados mágicos devem ser explicados com frações.

A soma, em qualquer direção, é $\frac{15}{9}$ no primeiro e $\frac{15}{17}$ no segundo.

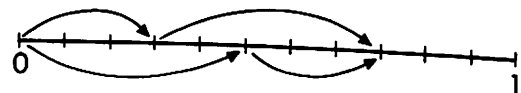
(vide Guia, 4.º volume).

Página 64 — Propõe adições com números racionais entre 0 e 1 e as correspondentes representações na reta numerada:



$$\frac{2}{10} + \frac{4}{10} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{4}{10} + \frac{2}{10} = \frac{6}{10}$$



$$\frac{3}{11} + \frac{5}{11} = \frac{8}{11}$$

$$\frac{5}{11} + \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$$

Estes exercícios chamam a atenção para o fato de que, também com frações, a ordem das parcelas não altera a soma.

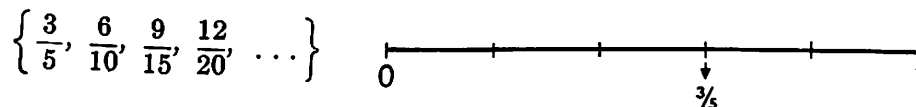
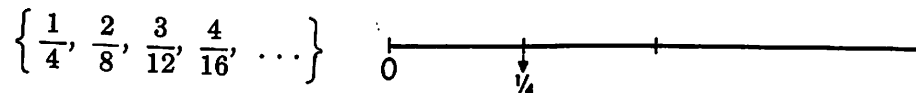
Os exercícios do rodapé devem ser resolvidos, aplicando essa propriedade (comutativa).

Assim:

$$\frac{5}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \quad \frac{7}{8} + \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{7}{8} \quad \frac{2}{3} + \frac{4}{7} = \frac{4}{7} + \frac{2}{3} \text{ etc.}$$

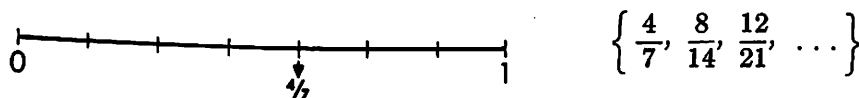
Página 65 — É uma aplicação do conceito de fração às medidas de comprimento.

Página 66 — Introduce o termo número racional e propõe exercícios para a compreensão do conceito. Assim:



etc.

O número racional representado é:



etc.

Páginas 67 a 71 — Propõem situações que visam levar o aluno a compreender o número natural na forma de fração e a familiarizá-lo com os números racionais maiores que 1 e a sua forma mista.

Página 72 — São possíveis as respostas:

a) $\frac{8}{24}$ ou $\frac{4}{12}$ ou $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$

b) $\frac{9}{12}$ ou $\frac{3}{4}$ ou $\frac{6}{8}$

c) $\frac{32}{128}$ ou $\frac{16}{64}$ ou $\frac{4}{16}$ ou $\frac{1}{4}$

$$d) \frac{250}{1.000} \text{ ou } \frac{25}{100} \text{ ou } \frac{5}{20} \text{ ou } \frac{1}{4}$$

$$e) \frac{15}{20} \text{ ou } \frac{3}{4} \text{ ou } \frac{30}{40}$$

$$f) \frac{48}{144} \text{ ou } \frac{4}{12} \text{ ou } \frac{1}{3}$$

Páginas 73 e 74 — Os problemas destas páginas devem ser lidos, analisados, interpretados e esquematizados antes de serem resolvidos.

Aliás, todo problema requer estes passos para serem resolvidos com compreensão e não adivinhação ou memorização.

Assim, por exemplo, o professor mandará o aluno ler em voz baixa quantas vezes forem necessárias para compreender o primeiro problema da pág. 73; em seguida fará uma análise através de perguntas como:

Você sabe quantos possuem 20 ou mais de 20 anos?

E quantos têm mais de 11 ou menos de 11 anos?

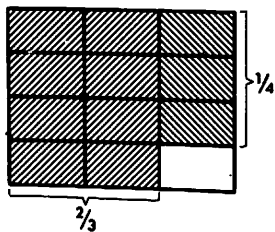
E quantos têm mais de 11 e menos de 20 anos?

Que fração da população tem 20 ou mais de 20 anos?

Que fração da população tem 11 ou menos de 11 anos?

Que fração da população tem mais de 11 e menos de 20 anos?

À medida que os alunos respondem, o professor pedirá que façam um esquema ou, se a classe tiver dificuldades, ele mesmo o fará na lousa:



$$\frac{2}{3} \rightarrow ? \text{ (20 anos ou mais)}$$

$$\frac{1}{4} \rightarrow 960 \text{ (11 anos ou menos)}$$

(Observar que $\frac{1}{4}$ é o mesmo que $\frac{3}{12}$)

$$? \rightarrow \text{(mais de 11 e menos de 20 anos)}$$

$$\text{Se } \frac{1}{4} \rightarrow 960 \text{ então } \frac{4}{4} \rightarrow 960 \times 4 = 3.840 \text{ (total)}$$

$$\text{E } \frac{2}{3} \rightarrow ?$$

$$\text{Se } \frac{3}{3} \rightarrow 3.840 \text{ então } \frac{1}{3} \rightarrow 3.840 \div 3 = 1.280$$

$$\text{e } \frac{2}{3} \rightarrow 1.280 \times 2 = 2.560 \text{ (20 ou mais)}$$

E entre 11 e 20 anos?

$$3.840 - (960 + 2.560) = 320$$

$$\text{ou } \frac{1}{12} \rightarrow 3.840 \div 12 = 320$$

Esta é apenas uma sugestão. O professor deve considerar os caminhos encontrados pelos alunos, desde que estejam corretos, sem o que estes nunca aprenderão a pensar.

Para o 2.º problema, o professor desenvolverá com a classe o seguinte raciocínio, conforme o esquema:

Ao todo 96

$$A \rightarrow \frac{1}{2} \text{ ou } 96 \div 2 = 48$$

$$B \rightarrow \frac{1}{4} \text{ ou } 96 \div 4 = 24$$

$$C \rightarrow \frac{1}{8} \text{ ou } 96 \div 8 = 12$$

$$D \rightarrow \frac{1}{16} \text{ ou } 96 \div 16 = 6$$

$$E \rightarrow \frac{1}{16} \text{ ou } 96 \div 16 = 6$$

Em seguida, pedirá aos alunos que inventem histórias.

Ainda com o mesmo gráfico, terá a situação da direita:

Se $E \rightarrow 5$, então $E \rightarrow \frac{1}{16}$, logo a figura toda valerá $5 \times 16 = 80$, e voltamos à situação do problema da esquerda.

$$A \rightarrow \frac{1}{2} \text{ ou } 80 \div 2 = 40$$

etc.

No 3.º problema, a partir da medida de \overline{AD} (30 km), os alunos deverão colocar os outros pontos. (Este problema pode ser dispensado em classes mais fracas.)

Os problemas da página 74 também são dispensáveis, conforme a classe.

No 1.º problema, o único bloco que serve para Artur é o de 90 cm, porque os demais são menores que $\frac{3}{4}$ m (75 cm). Ele poderá escolher a caixa que tem $\frac{1}{3}$ dos parafusos médios (12) e $\frac{1}{6}$ dos parafusos pequenos (6), porque cada caixa tem 36 parafusos ou $\frac{1}{3}$ dos médios (12) e $\frac{1}{3}$ dos pequenos (12).

Neste 2.º caso sobrarão parafusos pequenos.

No 2.º problema, $\frac{4}{4}$ corresponde ao número de postes colocados, portanto o número de postes deve ser múltiplo de 4.

Sendo assim, o maior número de postes é 88 e o menor 4.

A rua não pode ter 30 postes, porque 30 não é múltiplo de 4, mas pode ter 40, porque 40 é múltiplo de 4.

Páginas 75 a 108

GEOMETRIA

Objetivos:

- 1) Rever os conceitos de curvas abertas e fechadas, simples e não simples, região interior e exterior, segmento, reta e semi-reta.
- 2) Introduzir o conceito de ângulo e sua notação.
- 3) Introduzir o conceito de retas perpendiculares e ângulos retos.
- 4) Classificar os paralelogramos e triângulos.

Vocabulário:

Ângulo, retas perpendiculares, ângulo reto, retângulo, quadrado.

OBSERVAÇÃO: É conveniente que o professor faça com que os alunos trabalhem com esquadros para o traçado de retas perpendiculares, paralelas, quadriláteros e triângulos.

Orientação:

Para melhor orientação, convém consultar os Guias do 3.º e do 4.º volumes.

Páginas 75 a 79 — Servem para recordação e devem ser precedidas de atividades relacionadas com o mundo físico e de exercícios análogos aos apresentados.

Como curiosidade, apresentamos no rodapé da pág. 76 um exercício que relaciona o número de nós (pontos por onde a curva passa mais de uma vez) e o número de regiões determinadas pelas curvas.

Figura	Número de nós	Número de regiões
A	1	3
B	2	4
C	4	6
D	4	6
E	6	8
F	6	8
G	11	13

Preenchendo o quadro, o aluno deverá observar que o número de regiões é igual ao número de nós mais 2.

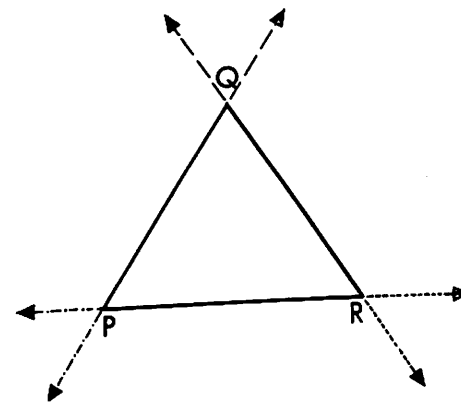
Páginas 80 a 82 — Antes de realizá-las, o professor apresentará na lousa situações semelhantes, e as respostas serão dadas com a participação de todos. As situações do livro serão utilizadas para fixação e avaliação.

Página 83 — Recorda conceitos já apresentados no 4.º volume.

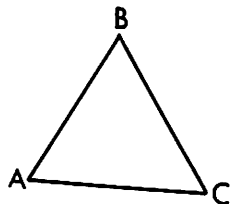
Página 84 — Explora a idéia de ângulos de um triângulo e de um quadrilátero; vale aqui a observação de que a reunião de 2 segmentos de mesma origem não é um ângulo, mas determina um ângulo; por isto, dizemos ângulos de um triângulo e não simplesmente ângulos.

Nesta página, dados os pontos P, Q, R, a criança desenhará:

- — — — azul
- · - · - · verde
- - - - - vermelho



e o triângulo PQR em preto.



No 2.º exercício, desenhando-se o triângulo ABC , os nomes dos ângulos desse triângulo serão $\triangle ABC$, $\triangle BCA$ e $\triangle CAB$.

Páginas 85 a 87 — Preparam para a apresentação do conceito de congruência de ângulos estudado na página 88 e seguintes.

Páginas 88 a 92 — A congruência de ângulos, como a de figuras, deve ser neste nível verificada através da superposição de figuras. Exemplo:

O aluno poderá verificar quais as figuras congruentes, copiando-as em papel de seda e verificando quais as que coincidem por superposição.

Antes da realização destas páginas, o professor proporá exercícios semelhantes na lousa, que serão resolvidos com a classe.

Para a página 92, o professor fará com que cada aluno tome uma folha de papel e dobre-a uma vez:

em seguida dobre novamente, de modo que as bordas da primeira dobra coincidam, assim:

abrindo a folha, cada aluno deverá, com auxílio de uma régua, traçar retas seguindo a marca das dobras, e obterá a seguinte figura:

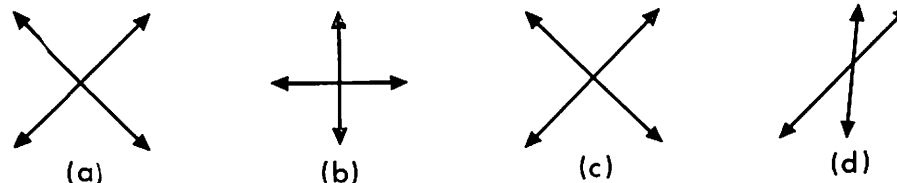
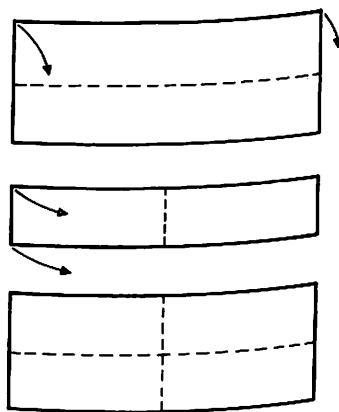
O professor mostrará então que os quatro ângulos obtidos são congruentes e que as retas são chamadas perpendiculares.

As páginas do livro serão utilizadas para fixação e avaliação da aprendizagem.

Página 93 — Por ser quase toda de informação, o professor mandará que cada aluno a leia, fazendo em seguida perguntas sobre o texto. À medida que forem respondendo, o professor deverá esclarecer as dúvidas; assim, é importante que os alunos entendam a expressão:

“quando os quatro ângulos determinados por duas retas são congruentes”

Isto significa que: dadas duas retas concorrentes (que têm um ponto em comum), elas determinam quatro ângulos:



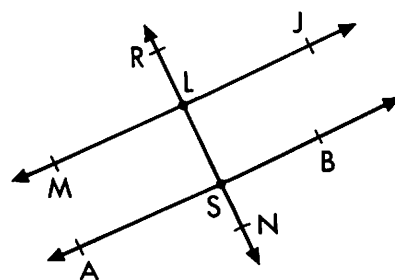
porém somente nas figuras (a), (b) e (c) os quatro ângulos são congruentes. (a), (b) e (c) são retas perpendiculares.

Páginas 94 a 96 — Aplicam as noções adquiridas de perpendicularismo e ângulos retos.

Na página 96 a figura solução é:

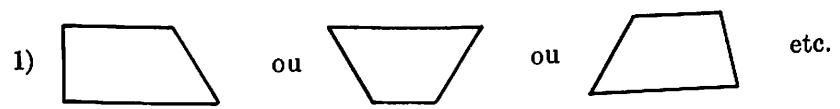
Para nomear os ângulos, o aluno deverá nomear outros pontos nas retas, por exemplo, os pontos M e N ; neste caso, os ângulos serão:

- $M\hat{L}R$, $R\hat{L}J$, $M\hat{L}S$, $S\hat{L}J$
- $L\hat{S}A$, $L\hat{S}B$, $A\hat{S}N$, $B\hat{S}N$

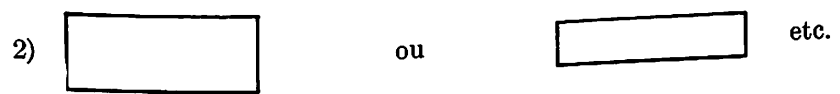


Páginas 97 a 103 — Recordam a classificação dos quadriláteros em paralelogramos e trapézios e, em seguida, dos paralelogramos em retângulos losangos e quadrados.

Página 104 — Soluções:

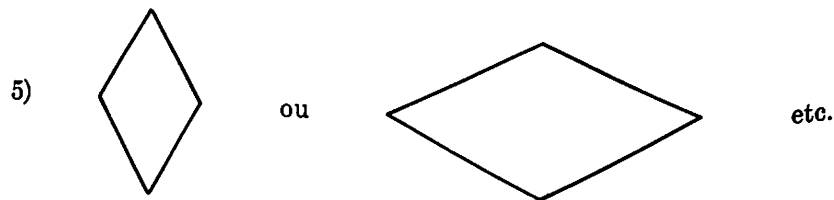


(por definição, trapézio não é paralelogramo)

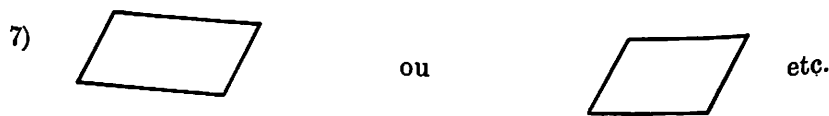


3) Não é possível (todo retângulo é paralelogramo — retângulo é o paralelogramo de ângulos congruentes)

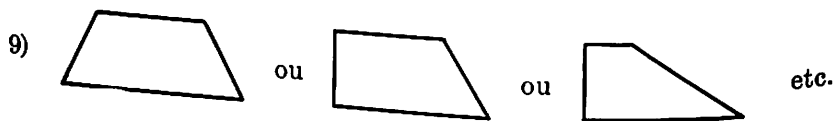
4) Não é possível (todo losango é paralelogramo)



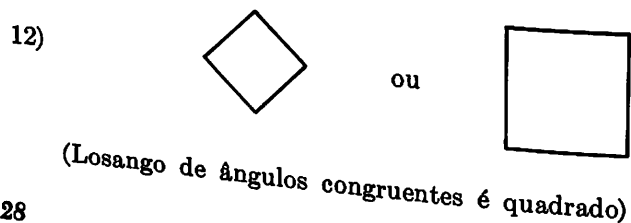
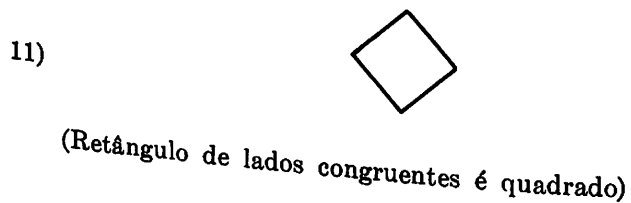
6) Não é possível (o quadrado é um paralelogramo de ângulos congruentes, logo é um retângulo)



8) Não é possível (o quadrado é um paralelogramo de lados congruentes)



10) Não é possível (trapézio é um polígono de 4 lados, logo é quadrilátero)



Página 105 — Apresenta a classificação dos triângulos quanto à congruência dos lados. Aqui também o professor fará os alunos lerem o texto, interpretando-o com eles.

Página 106 — Dá condições aos alunos de perceber intuitivamente que:

- a) todo triângulo com 2 lados congruentes tem 2 ângulos congruentes e reciprocamente. (I - isósceles)
- b) todo triângulo equilátero (3 lados congruentes) tem os 3 ângulos congruentes e reciprocamente. (E - equilátero)

Página 107 — Apresenta a noção de triângulo retângulo.

Página 108 — (análoga à pág. 104) — Os alunos devem compreender que: todo triângulo equilátero é um triângulo isósceles, mas nem todo triângulo isósceles é equilátero (se o triângulo tem 3 lados congruentes, então tem 2 ângulos congruentes).

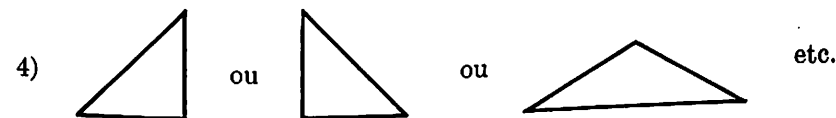
Assim, teremos as seguintes soluções:



2) Não é possível (todo triângulo equilátero é isósceles)

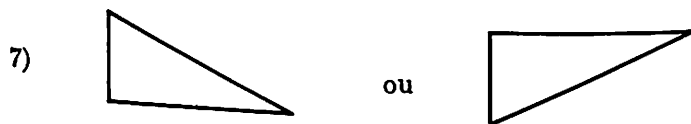


(São triângulos equiláteros — como não é fácil para as crianças desenhar estes triângulos, o professor deve aceitar qualquer aproximação)

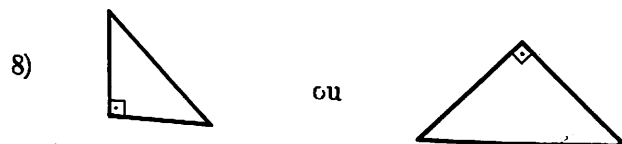




6) O aluno deverá verificar intuitivamente através de tentativas que não é possível obter um triângulo com 2 ângulos retos.



(Triângulos retângulos que não tenham lados congruentes)



(Triângulos retângulos cujos lados de ângulos retos são congruentes)

9) Também por tentativa o aluno deverá perceber que não é possível desenhar um triângulo retângulo equilátero.

O segredo do rodapé:

1.ª faixa — cada polígono tem sempre um lado a mais que o anterior.

2.ª faixa — são polígonos que têm um lado a mais de dois em dois.

3.ª faixa — são polígonos quaisquer que têm sempre um ângulo reto.

Páginas 109 a 119

MÚLTIPLOS E DIVISORES

Objetivos:

- 1) Revisão dos conceitos de múltiplos e divisores.
- 2) Representação de um número como produto de fatores primos.

- 3) Apresentação dos conceitos de números primos e números primos entre si.
- 4) Reconhecimento de números primos e de números primos entre si.
- 5) Apresentação dos conceitos de máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum através da intersecção de conjuntos.

Vocabulário:

Número primo, fator primo, maior divisor comum, menor múltiplo comum.

Orientação:

Os conceitos de múltiplos e divisores foram apresentados e desenvolvidos no 4.º volume, páginas 121 e seguintes. Se o professor achar necessário, poderá recordar algumas dessas páginas com os alunos.

Página 109 — Visa a recordar o conceito de fator, o uso de flechas para representar relações e o conceito de pertinência.

Página 110 — Define *número primo*. Chama-se a atenção para o fato de que "1" não é número primo, pois número primo é aquele que possui 2 e somente 2 fatores.

Se a classe corresponder, o professor fará construir o Crivo de Eratóstenes para os números primos menores que 100.

Para verificar se um número é primo, pode-se também usar o conhecido processo: dividir o número pela sucessão dos números primos até encontrar um quociente exato, ou até que o quociente encontrado seja menor que o divisor.

Página 111 — Antes de mandar fazê-la, o professor deverá propor aos alunos exercícios como:

- a) Escreva o número 36 como um produto de dois fatores, excluindo o 1.

O aluno pode apresentar uma das seguintes soluções:
 $36 = 6 \times 6$ $36 = 4 \times 9$ $36 = 12 \times 3$ $36 = 2 \times 18$

- b) Escreva agora o número 36 como um produto de três fatores, excluindo o 1.

Possíveis respostas:

$$36 = 4 \times 3 \times 3 \quad 36 = 2 \times 6 \times 3 \quad 36 = 2 \times 2 \times 9 \quad 36 = 3 \times 2 \times 6$$

etc.

c) Escreva agora o número 36 como um produto de quatro fatores, excluindo o 1.

Possíveis respostas:

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \quad 36 = 3 \times 3 \times 2 \times 2 \quad \text{etc.}$$

d) Escreva o número 36 como um produto de cinco fatores, excluindo o 1.

Os alunos tentarão e chegarão à conclusão de que é impossível.

Depois de vários exercícios análogos, o professor proporá aos alunos o seguinte:

— Vamos escrever 48 com o maior número de fatores possíveis, excluindo o 1.

O professor poderá apresentar os seguintes esquemas para facilitar o trabalho:

$$\begin{array}{l} 48 = 2 \times 24 \\ \quad \swarrow \searrow \\ 48 = 2 \times 2 \times 12 \\ \quad \quad \swarrow \searrow \\ 48 = 2 \times 2 \times 2 \times 6 \\ \quad \quad \quad \swarrow \searrow \\ 48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \end{array}$$

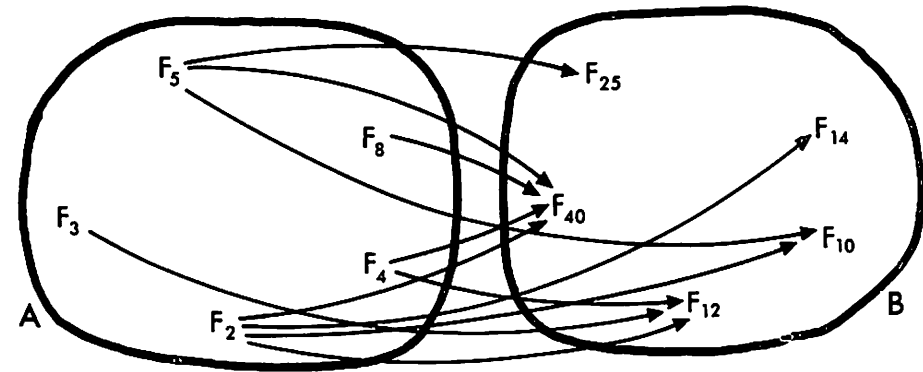
$$\begin{array}{l} 48 = 6 \times 8 \\ \quad \swarrow \searrow \quad \swarrow \searrow \\ 48 = 2 \times 3 \times 4 \times 2 \\ \quad \quad \quad \swarrow \searrow \\ 48 = 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \end{array}$$

Entre outros exercícios, poderá também propor que se escreva o número 7 com o maior número de fatores possíveis, excluindo o 1.

Os alunos descobrirão que só existe um fator, 7, pois 1 não é primo. Assim, é importante assinalar que são números primos os fatores que aparecem numa decomposição, por isso chamada *decomposição em fatores primos*.

É importante também mostrar que esta decomposição é única: basta observar que, qualquer que seja o ponto de partida, chega-se sempre aos mesmos fatores (ver exemplo acima).

Nesta página, o rodapé será assim completado:



Inicialmente, os alunos precisam determinar cada conjunto, para depois desenhar as flechas. Assim:

$$\begin{array}{ll} F_5 = \{1, 5\} & F_3 = \{1, 3\} \\ F_{40} = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\} & \text{etc.} \end{array}$$

Depois de desenhar algumas flechas, o professor pode levar os alunos a perceber que, se 8 é fator de 40, então o conjunto dos fatores de 8 está contido no conjunto dos fatores de 40. Não se espera que esta conclusão seja percebida por todas as classes, nem mesmo por todos os alunos de uma classe. O professor ressaltará este fato, se a classe oferecer condições para isso.

Página 112 — É introduzido o termo *intersecção*. Convém lembrar a noção de “ser divisor de”, que é a mesma que “ser fator de” (ver 4.º volume).

O último exercício da página deve ser proposto aos alunos assim:

- Escrevam o conjunto dos divisores de 20: $\{1, 2, 4, 5, 10, 20\} = D_{20}$
- Escrevam o conjunto dos divisores de 35: $\{1, 5, 7, 35\} = D_{35}$
- Escrevam o conjunto dos divisores comuns a 20 e 35: $\{1, 5\}$

Página 113 — Apresenta um novo conceito: o de *números primos entre si*.

Página 114 — Propomos ao professor que complete o exercício na lousa com a classe, depois que cada aluno fez o seu. Perguntará:

— A flecha preta, saindo de 5, chega a: 5? 25? 30? 15? Sim. Chega a 6? Não. Por quê? Porque 6 não é divisor de 5, etc.

Fará o mesmo com as outras flechas.

Se a classe apresentar dificuldades, o professor procurará situações semelhantes à do 4.º volume (página 124 e seguintes).

Páginas 117 a 119 — Apresentam aplicações de múltiplos e divisores no estudo das frações.

A página 117 pretende levar o aluno a:

- a) observar que, para escrever o conjunto das frações equivalentes a $\frac{3}{4}$, por exemplo, ele deve conhecer a sucessão dos múltiplos de 3 e a sucessão dos múltiplos de 4, assim:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \dots = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} = \dots$$

$$M_3 = \{3, 6, 9, \dots, 15, 18, \dots\} \quad M_4 = \{4, 8, 12, \dots, 20, 24, \dots\}$$

- b) concluir que, multiplicando os dois termos de uma fração pelo mesmo número natural, diferente de zero, obtemos frações equivalentes.

À página 118, o aluno escreverá:

- a) frações equivalentes às propostas:

$$\boxed{\frac{12}{20}} = \boxed{\frac{6}{10}} = \boxed{\frac{3}{5}} \quad \boxed{\frac{70}{84}} = \boxed{\frac{35}{42}} = \boxed{\frac{5}{6}}$$

- b) conjunto dos divisores do numerador e denominador das frações propostas:

$$D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$D_{20} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$$

$$D_{70} = \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70\}$$

$$D_{84} = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84\}$$

Assinalará em cada grupo de conjuntos de divisores o maior divisor comum e verificará, comparando com a coluna das frações, que:

Dividindo o numerador e o denominador pelo maior divisor comum dos termos de fração, obtêm-se dois números primos entre si; a fração escrita desta maneira chama-se *fração irredutível*.

Assim:

$$\begin{array}{c} \div 4 \\ \hline \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \\ \hline \div 4 \end{array}$$

o maior divisor comum de 12 e 20 é 4

Páginas 121 a 133

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE NÚMEROS NATURAIS

Objetivos:

- 1) Rever as técnicas da multiplicação e divisão com números naturais.
- 2) Recordar as propriedades da multiplicação.
- 3) Introduzir a nomenclatura das propriedades.

Vocabulário (optativo):

Fechado, comutativa, associativa, elemento neutro, distributiva.

Orientação:

Páginas 121 a 124 — Sugerimos a leitura de orientação das págs. 53 e seguintes, que analisam as propriedades comutativa, associativa e existência de elemento neutro na adição e subtração.

Convém observar que o rodapé de algumas páginas sugere problemas práticos de aplicação da propriedade explorada na respectiva página.

Páginas 125 e 126 — Recordam a propriedade distributiva e introduzem o termo: distributiva.

Páginas 127 a 130 — Mesma orientação sugerida para as págs. 121 a 124.

Página 131 — O aluno relacionará cada problema com uma das sentenças matemáticas do quadro.

Resposta do Problema	Sentença correspondente
1) João ficou com: 23,45 + 12,48	$A + B$
2) O ovo da galinha leva para chocar: (12 × 5) - 39	$(A \times B) - C$
3) A companhia recebe: (84 × 84) × 5	$A \times B \times C$
4) A prestação é de: (230 - 52) : 6	$(A - B) : C$
5) Receberei de troco: 2,00 - (1,80 - 0,60)	$A - (B - C)$
6) Cada revelação custou: 12,80 : (20 - 4)	$A : (B - C)$

Depois de completar estas páginas, o professor deve pedir aos alunos que inventem outras histórias que correspondam às sentenças apresentadas.

Página 132 — Para completar o quadro, o professor pedirá aos alunos que substituam cada letra na sentença pelo valor correspondente do quadro:

a	b	c	$a \times b$	$(a \times b) + c$	$a + b + c$	$(a \times b) \times c$
234	42	8	9.828	9.836	284	74.624
3	134	68	302	370	205	20.536
614	45	108	27.630	27.738	767	2.981.040

Em seguida, o aluno procurará a sentença adequada ao problema e o resultado correspondente:

Sentença	Resposta
1) $a + b + c$	284 m
2) $(a \times b) + c$	Cr\$ 9.836
3) $(a \times b) \times c$	20.536 lâmpadas
4) $(a \times b) + c$	277,38 g
5) $(a \times b) + c$	Cr\$ 370,00
6) este problema não tem sentença correspondente no quadro porque a ordem dos números está trocada: $(4,5 \times 108) + 61,4$	547,4 latas

Página 133 — Para recomeçar o estudo de frações, apresentamos inicialmente um problema cuja solução é a seguinte:

- O elefante pesa (50×80) kg ou 4 t
O elefantinho pesa $\frac{1}{50}$ do peso do elefante
- O anão pesa $\frac{1}{3}$ do peso do palhaço
- O macaco pesa $(\frac{1}{5}$ de 80) kg
O leão pesa (2×16) kg
- O peso do leão é $\frac{1}{4}$ do peso do urso
O peso do urso é (4×32) kg ou 0,128 t

Páginas 134 a 147

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE NÚMEROS RACIONAIS

Objetivos:

- Compreender a multiplicação de números racionais na forma de fração.
- Compreender algumas situações particulares de divisão.

Orientação:

Página 134 — O aluno responderá:

1.º Se em um bolo a doceira gastou $\frac{1}{4}$ kg, em 6 bolos gastará $\frac{6}{4}$ kg

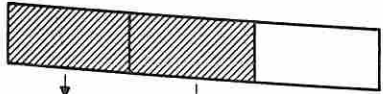
ou $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{6}{4}$

ou $6 \times \frac{1}{4} = \frac{6}{4}$

2.º Em um pão gastou-se $\frac{1}{3}$ kg, em cinco pães serão gastos $\frac{5}{3}$ kg

3.º $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$

ou 2 queijos e $\frac{1}{4}$



Páginas 135 a 137 — Para o 1.º problema da página 135, a interpretação gráfica pode ser:

Sentença matemática

$$2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Os demais exercícios desta página e da seguinte permitem ao aluno concluir o produto de um número natural por um número racional representado na forma de fração.

A regra não deve ser enunciada pelo professor nem decorada pelos alunos, mas descoberta por eles.

Os exercícios da página 137 visam a fixar a conclusão da página 136. Os do rodapé podem ser assim resolvidos:

a) $2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$

b) $4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

Nas questões:

$6 \times \dots = 3$ e $8 \times \dots = 4$

somente os alunos mais fortes percebem que a resposta será $\frac{1}{2}$ (para ambos os casos), mas o professor poderá auxiliar, apresentando situações práticas, como por exemplo:

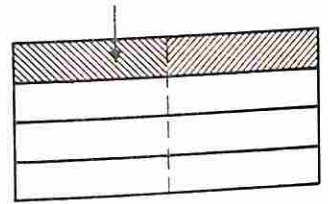
— Preciso fazer 6 cartazes, mas só tenho 3 folhas de cartolina. Que parte de uma folha poderei usar para cada cartaz?

— Preciso fazer um muro de 4 m em 8 dias. Quantos metros farei por dia?

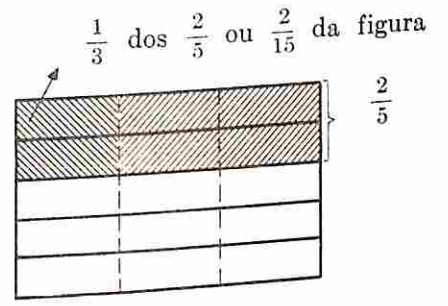
Página 138 — Será executada pelo aluno assim:

$\frac{1}{2}$ da parte hachurada
ou $\frac{1}{8}$ da figura

- 1) Pinte de verde $\frac{1}{2}$ da parte hachurada
A parte pintada é $\frac{1}{8}$ da figura



- 2) Pinte de azul $\frac{1}{3}$ dos $\frac{2}{5}$
A parte pintada é $\frac{2}{15}$ da figura



etc.

O exercício do rodapé deve ser proposto para a classe como curiosidade.

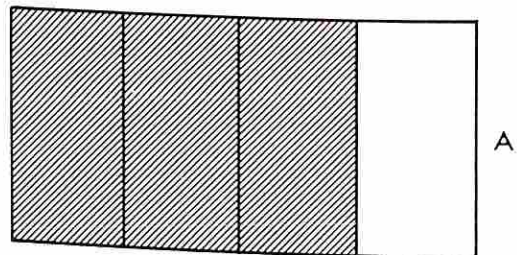
Quem sou eu? Claro que $\frac{1}{2}$, pois

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

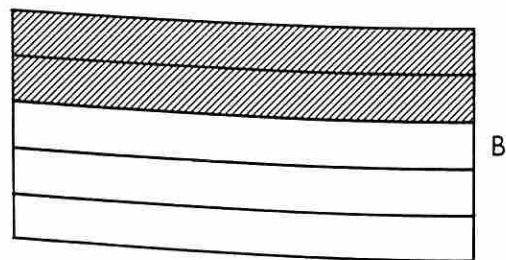
OBSERVAÇÃO: Os exercícios desta página falam em fração de fração ($\frac{1}{3}$ dos $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3}$ etc.), mas ainda não relacionam este fato com a multiplicação.

Para reforçar a idéia de fração de fração, sugerimos a seguinte atividade:

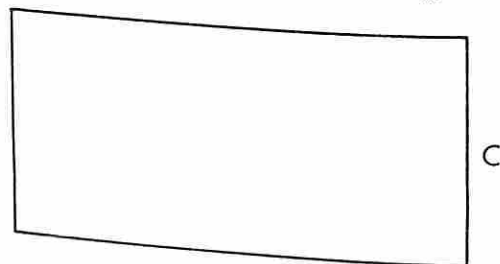
Uma folha de cartolina com a representação de, por exemplo, $\frac{3}{4}$ num retângulo A, dividido verticalmente:



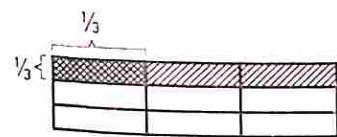
Em seguida, uma folha de papel transparente com a representação de, por exemplo, $\frac{2}{5}$, num retângulo B, congruente ao A, porém dividido horizontalmente.



O professor sobreporá a folha transparente sobre a cartolina e mostrará então aos alunos que vai obter os $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{4}$ na intersecção das partes pintadas na cartolina e na transparente, isto é, $\frac{6}{20}$.

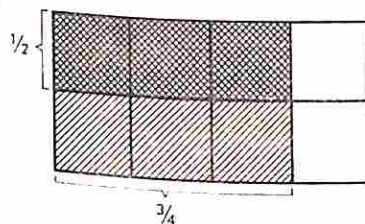


Página 139 — Relaciona a idéia de fração de fração com a multiplicação. Assim:



$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{3}$ corresponde a $\frac{1}{9}$
Em matemática: $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{9}$ da figura



$\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ corresponde a $\frac{3}{8}$
Em matemática: $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$
etc.

$\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ ou $\frac{3}{8}$ da figura

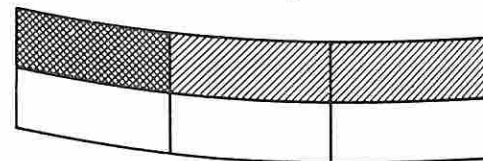
O aluno deverá interpretar as expressões:

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \text{ como } \frac{1}{3} \text{ de } \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \text{ como } \frac{1}{4} \text{ de } \frac{2}{3} \text{ etc.}$$

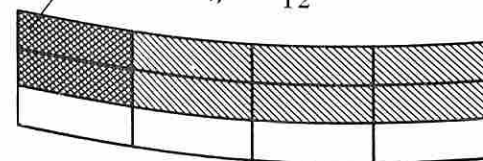
e, então, para completar as sentenças fará o gráfico:

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$



$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{6}$ da figura

$$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{12}$$



$\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3}$ ou $\frac{2}{12}$ da figura

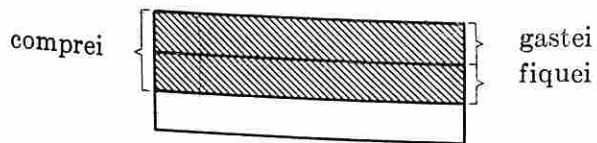
Páginas 140 e 141 — O aluno dispensará a representação gráfica somente quando os alunos tiverem concluído a regra da multiplicação: $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$, através de exercícios semelhantes aos destas páginas.

Esta regra também não deve ser enunciada pelo professor, mas descoberta pelos alunos.

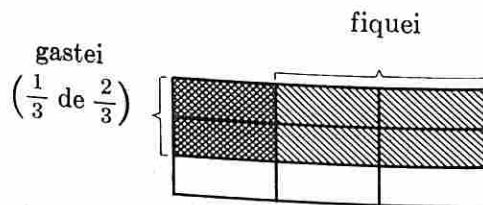
Página 142 — Apresenta problemas para serem resolvidos graficamente pelos alunos mais fortes. Esta página é dispensável.

1) Comprei $\frac{2}{3}$ da peça

a) Gastei $\frac{1}{3}$ da peça. Fiquei com $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

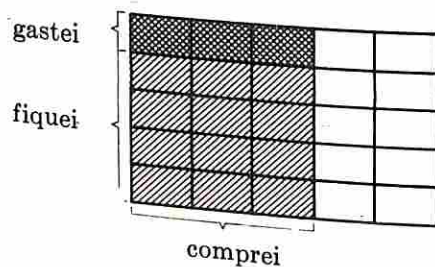


b) Gastei $\frac{1}{3}$ do que comprei. Fiquei com $\frac{4}{9}$



2) Comprei $\frac{3}{5}$ kg de manteiga

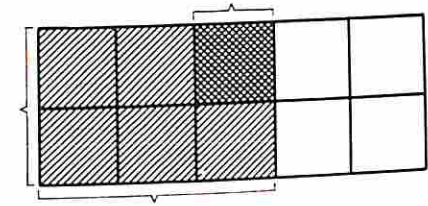
a) Gastei $\frac{1}{5}$ do que comprei. Fiquei com $\frac{12}{25}$



b) Gastei $\frac{1}{2}$ kg. Fiquei com $\frac{1}{10}$ kg

fiquei $(\frac{1}{10})$

gastei $(\frac{1}{2} \text{ ou } \frac{5}{10})$



comprei $(\frac{3}{5})$

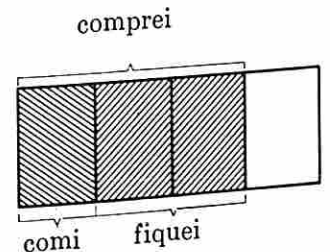
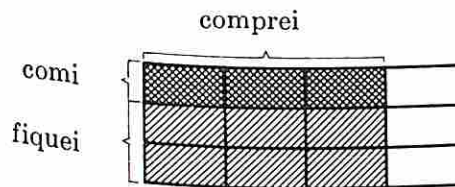
3) Comprei $\frac{3}{4}$ de uma pizza

a) Comi $\frac{1}{3}$ do que comprei

Fiquei com $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$

b) Comi $\frac{1}{4}$ da pizza

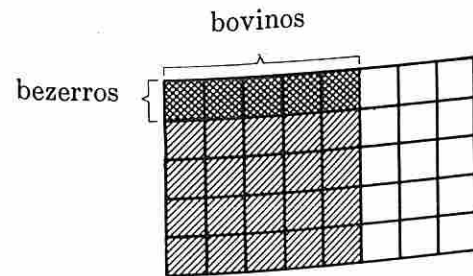
Fiquei com $\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$ da pizza



4) Em uma fazenda $\frac{5}{8}$ dos animais são bovinos

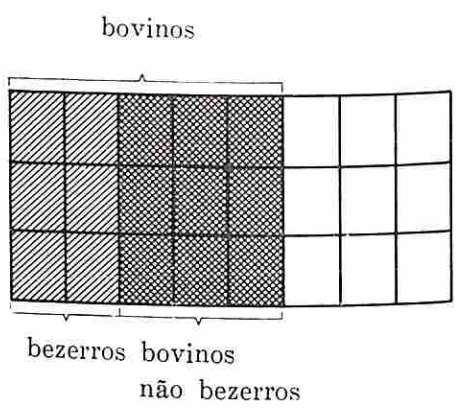
a) $\frac{1}{5}$ dos bovinos são bezerros

$\frac{35}{40}$ ou $\frac{7}{8}$ dos animais não são bezerros

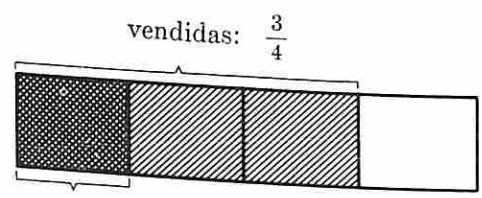


b) $\frac{1}{4}$ dos animais são bezerros

$\frac{3}{8}$ dos bovinos não são bezerros

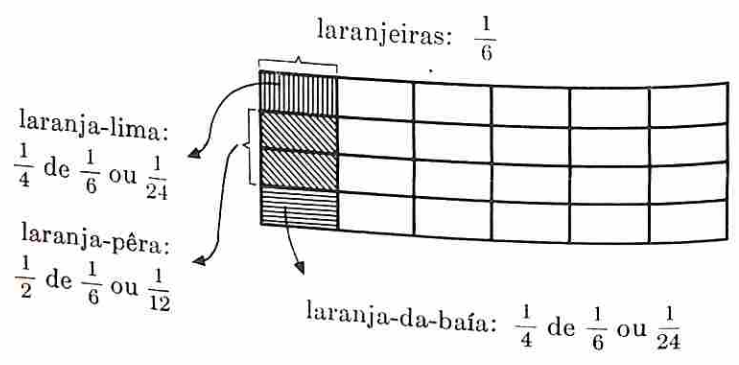


Página 143 — 1.º problema:

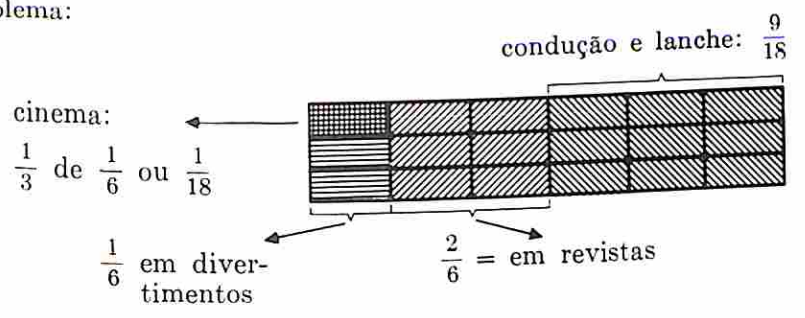


vendas para menores ($\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$) ou $\frac{1}{4}$ das entradas

2.º problema:



3.º problema:



Solução:

A mesada de Luís é de Cr\$ 180,00

- $\frac{1}{6} \rightarrow$ divertimentos Cr\$ 30,00
- $\frac{2}{6} \rightarrow$ revistas Cr\$ 60,00
- $\frac{3}{6}$ ou $\frac{1}{2} \rightarrow$ condução e lanche (restante) Cr\$ 90,00
- $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{6} \rightarrow$ cinema Cr\$ 10,00
- $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2} \rightarrow$ refrigerantes Cr\$ 22,50

Páginas 144 a 147 — Estudam alguns casos particulares de divisão com números racionais na forma de fração.

Visamos apenas fazer o aluno:

- a) pensar quantas vezes uma fração é menor que outra (os quocientes são sempre números naturais);
- b) relacionar este fato com uma divisão.

As situações propostas são sempre ligadas a fatos concretos ou gráficos. Assim, por exemplo, na página 144:

- 1) Se usamos $\frac{1}{4}$ da peça para 1 corte, então temos 4 cortes para uma peça.
Se usamos $\frac{1}{8}$ da peça para 1 corte, então temos 8 cortes para uma peça, etc.

2) Se com $\frac{1}{2}$ da peça faço um laço, com 1 peça faço 2 laços, e com 2 peças faço 4 laços.

3) Se gasto $\frac{1}{8}$ kg em 1 bolo, gasto 1 kg em 8 bolos e 4 kg em 32 bolos (4×8).

À página 145 são apresentados problemas análogos relacionados com uma divisão.

Assim: Quantos $\frac{1}{4}$ em 2?

Sabemos que há quatro $\frac{1}{4}$ em 1, logo haverá oito $\frac{1}{4}$ em 2.

Em matemática: $2 \div \frac{1}{4} = 8$ etc.

ou

Quantos $\frac{1}{10}$ em 5?

10 em 1

20 em 2

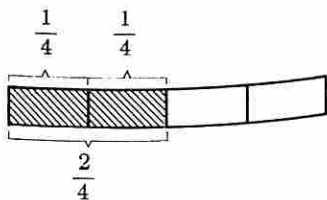
50 em 5

Em matemática:

$$5 \div \frac{1}{10} = 50$$

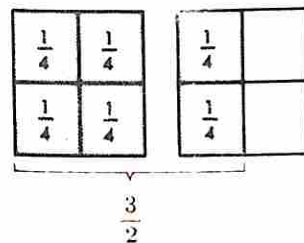
Página 146 — Quando o professor julgar conveniente, apresentará divisão de números racionais não naturais, escritos na forma de fração, e cujo resultado pode ser encontrado graficamente.

Assim: Quantos $\frac{1}{4}$ em $\frac{2}{4}$?



Em matemática expressamos este fato assim: $\frac{2}{4} \div \frac{1}{4} = 2$
 $1 \frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ é o mesmo que: quantos $\frac{1}{4}$ em $1 \frac{1}{2}$?

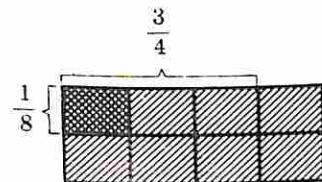
Graficamente:



Em matemática:

$$\frac{3}{2} \div \frac{1}{4} = 6$$

Quantos $\frac{1}{8}$ em $\frac{3}{4}$?



$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} = 6$$

Na página 147 continuamos propondo divisão através de construções gráficas; assim temos:

Solução:

1.^a figura (c) $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = 3$

4.^a figura (g) $\frac{4}{3} \div \frac{1}{6} = 8$

2.^a figura (d) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} = 6$

5.^a figura (f) $\frac{2}{3} \div \frac{2}{9} = 3$

3.^a figura (a) $\frac{1}{3} \div \frac{1}{9} = 3$

ou (b) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{3} = 2$

6.^a figura (e) $\frac{4}{7} \div \frac{2}{7} = 2$

Observe-se que todos os exercícios de divisão apresentados são tais, que as frações têm sempre o mesmo denominador ou o denominador de uma delas é múltiplo de outro denominador, para facilitar a representação gráfica. Isso porque neste ano, não se pretende que o aluno descubra a regra de divisão de números racionais, mas apenas trabalhe com uma interpretação da divisão de números racionais na forma de fração.

Páginas 148 a 160

OPERAÇÕES NA REPRESENTAÇÃO DECIMAL DE NÚMEROS RACIONAIS

Objetivos:

- 1) Rever a representação decimal dos números racionais.
- 2) Rever a adição e subtração de números racionais na forma decimal.
- 3) Introduzir a multiplicação de números racionais na forma decimal.

Orientação:

Páginas 148 a 153 — A representação de um número racional na forma decimal, isto é, no sistema de numeração na base 10, já foi abordado no 4.º volume (págs. 174 e seguintes), de modo que estas primeiras páginas não apresentam nenhum conteúdo novo.

Página 154 — Formaliza-se o estudo do *cruzeiro*, moeda nacional. O aluno entenderá agora que o cruzeiro tem o submúltiplo *centavo*, correspondente à centésima parte da unidade; portanto, pode-se adicionar e subtrair quantidades expressas em cruzeiro estabelecendo uma relação entre o valor cruzeiro e a sua representação no sistema de numeração decimal.

Assim, para a resolução do seguinte problema:

Comprei um livro de Cr\$ 7,20 e um caderno por Cr\$ 1,30. Quanto gastei ao todo?

O aluno somará os números 7,2 e 1,3 e obterá para resultado 8,5, que corresponderá à resposta Cr\$ 8,50. (O zero acrescentado faz parte da notação cruzeiro).

O aluno deverá somar 7,20 e 1,30, mas poderá escrever 8 e 5, para determinar a resposta do gasto total de duas compras de Cr\$ 8,00 e Cr\$ 5,00.

NOTA: Chamamos a atenção do professor para o fato de que não adicionamos cruzeiros, mas sim os números racionais correspondentes, na forma decimal.

Páginas 155 a 160 — Nestas páginas vamos estudar a multiplicação de números racionais na forma decimal, estabelecendo uma relação entre a representação do número racional na sua forma de fração com a representação na forma decimal.

Através desta correspondência, o aluno concluirá uma regra que permite determinar o produto de dois números racionais na forma decimal.

Antes da apresentação de cada página, o professor fará exercícios análogos.

Na página 157 o professor, antes do exercício do rodapé, perguntará aos alunos se alguém descobriu uma regra que facilite a colocação da vírgula.

Caso nenhum aluno tenha descoberto, o professor chamará a atenção para os exercícios anteriores e mostrará que:

$$\begin{array}{ccc} \frac{5}{100} & \times & \frac{3}{10} = \frac{15}{1.000} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{duas casas} & & \text{uma} \\ \text{decimais} & & \text{casa} \\ & & \text{decimal} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{(no resultado apareceram 3 zeros no} \\ \text{denominador: } 100 \times 10 = 1.000) \\ \\ \text{---} \rightarrow (2 + 1 = \text{três casas decimais}) \\ \\ \downarrow \\ 0,05 \times 0,3 = 0,015 \quad \text{(no resultado apareceram 3 casas de-} \\ \text{cimais)} \end{array}$$

e então a regra usada para multiplicar números racionais sob forma de fração será facilmente concluída.

As páginas 158 e 160 são páginas de aplicação, sendo que à página 160 são apresentadas situações de preenchimento de cheques, para interessar mais o aluno na resolução dos problemas.

Páginas 161 a 176

PORCENTAGEM

Objetivos:

- 1) Levar à compreensão de porcentagem como uma relação parte-todo, onde o todo é 100.
- 2) Relacionar porcentagem com frações e vice-versa.
- 3) Oferecer condições para o uso prático de porcentagem.

Vocabulário:

Por cento, porcentagem.

Orientação:

Página 161 — O aluno volta aqui a representar a relação parte-todo por meio de uma fração, porém as frações terão agora denominador cem. Assim, inicialmente dirá:

Você pintou $\frac{2}{16}$ do quadro (dois em 16 partes do quadro)

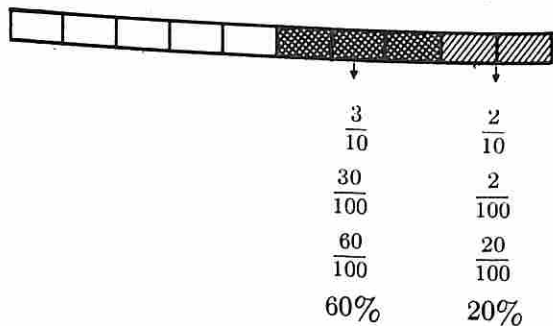
Você pintou $\frac{5}{25}$ do quadro (5 em 25 partes do quadro)

Você pintou $\frac{60}{100}$ do quadro (60 em 100 partes do quadro, ou 60 por cento do quadro).

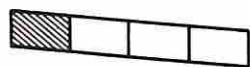
Os demais exercícios têm a ordem inversa ainda para usar a mesma relação parte-todo.

Página 162 — Chama-se a atenção para as diferentes maneiras de representar um número racional e introduz-se a notação de porcentagem (%), que deverá sempre estar relacionada à fração de denominador 100.

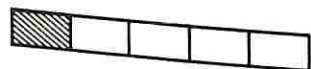
Assim, teremos para o 2.º quadro do 1.º exercício:



No 2.º exercício:



$\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ ou 25%



$\frac{1}{5} = \frac{10}{50} = \frac{20}{100}$ ou 20%



$\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$ ou 75%

Página 163 — Para resolver os exercícios desta página, o aluno primeiramente relacionará:

25% com $\frac{25}{100}$, em seguida com $\frac{1}{4}$, para depois pintar a figura

50% com $\frac{50}{100}$, em seguida com $\frac{1}{2}$

75% com $\frac{75}{100}$, em seguida com $\frac{3}{4}$

É conveniente memorizar a relação de 25% com $\frac{1}{4}$ e 75% com $\frac{3}{4}$ juntamente com a relação 250g e $\frac{1}{4}$ de kg, 750g e $\frac{3}{4}$ de kg.

Página 164 — Insistimos no estudo de 25% e 75%, relacionados também com $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$.

Se o professor julgar conveniente, dará os problemas do rodapé para recordar problemas análogos com frações (págs. 78 e outras). Assim,

$\frac{4}{4} \rightarrow 100$

$\frac{1}{4} \rightarrow 25$

(como as classes têm 100 alunos, é fácil perceber que a "nossa classe" tem 25% dos alunos)

Para o 2.º problema temos:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{100}{100} \text{ ou } \frac{4}{4} \rightarrow 24 \text{ (a classe toda)} \\ \frac{75}{100} \text{ ou } \frac{3}{4} \rightarrow ? \text{ (os meninos)} \end{array} \right\}$$

Para descobrir este valor, primeiro determinamos $\frac{1}{4} \rightarrow 6$ e então $\frac{3}{4} \rightarrow 18$ alunos.

Página 165

O 2.º quadro sugere $\frac{4}{100}$ ou $\frac{4}{10}$ ou $\frac{2}{5}$ ou 40%

O 3.º quadro sugere $\frac{80}{100}$ ou $\frac{8}{10}$ ou $\frac{4}{5}$ ou 80%

O 4.º quadro sugere $\frac{60}{100}$ ou $\frac{6}{10}$ ou $\frac{3}{5}$ ou 60%

Para resolver os exercícios do rodapé, os alunos transformam cada fração em porcentagem.

$$20\% < \frac{40}{100} \text{ porque } \frac{20}{100} < \frac{40}{100} \text{ ou } 20\% < 40\%$$

$$\frac{60}{100} < 75\% \text{ porque } \frac{60}{100} < \frac{75}{100} \text{ ou } 60\% < 75\%$$

$$25\% > \frac{1}{5} \text{ porque } \frac{1}{4} > \frac{1}{5} \text{ ou } 25\% > 20\%$$

$$\frac{3}{4} > 60\% \text{ porque } 75\% > 60\%$$

$$\frac{4}{10} < 50\% \text{ porque } 40\% < 50\% \text{ ou } \frac{4}{10} < \frac{5}{10}$$

$$\frac{2}{5} > 25\% \text{ porque } \frac{2}{5} > \frac{1}{4} \text{ ou } 40\% > 25\%$$

Páginas 166 e 167 — Novamente os exercícios apresentados insistem na idéia de que porcentagem é uma relação parte-todo e que, portanto, no 1.º exercício temos 20% ou $\frac{20}{100}$ ou $\frac{1}{5}$, o que permite pintar a figura.

Nestas páginas, as porcentagens estão relacionadas com quintos. Assim:

$$20\% \text{ ou } \frac{1}{5} \qquad 60\% \text{ ou } \frac{3}{5}$$

$$40\% \text{ ou } \frac{2}{5} \qquad 80\% \text{ ou } \frac{4}{5}$$

No rodapé da página 167 os problemas devem ser resolvidos como os da página 164, chamando-se a atenção para o 1.º, onde é fácil perceber que, se 20% (20 de 100) carteiras são azuis, isto significa que 20 carteiras são azuis.

O 2.º problema será resolvido se o aluno lembrar que 60% é o mesmo que $\frac{3}{5}$; então, teremos:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{5}{5} \quad 25 \\ \frac{3}{5} \quad ? \end{array} \right\} \text{ como } \frac{1}{5} \rightarrow 5, \text{ então } \frac{3}{5} \rightarrow 15 \text{ são livros de histórias}$$

Página 168 — Apresenta exercícios que relacionam porcentagem com fração e representação decimal.

Assim, por exemplo, $\frac{4}{5}$ é o mesmo que $\frac{8}{10}$ ou 0,8 ou 0,80 ou 80%.

Página 169 — Os problemas também relacionam porcentagem com fração. Devem ser resolvidos na lousa pelo professor e alunos. Caso o professor julgue conveniente, poderá dispensar esta página, sem prejudicar em nada os objetivos.

Assim, teremos:

1) 3 das 15 lâmpadas não acenderam, isto é: $\frac{3}{15}$ das lâmpadas não acenderam; mas $\frac{3}{15}$ é o mesmo que $\frac{1}{5}$ ou $\frac{2}{10}$ ou $\frac{20}{100}$ ou 20%.

2) O clube A ganhou 5 dos 20 jogos, isto é: o clube A ganhou $\frac{5}{20}$ dos jogos, mas $\frac{5}{20}$ é o mesmo que $\frac{25}{100}$ ou 25% ou $\frac{1}{4}$.

3) $\frac{20}{100}$ ou $\frac{1}{5}$ dos 40 alunos usam óculos.

Devemos calcular $\frac{1}{5}$ de 40.

$\frac{5}{5}$ correspondem a 40.

$\frac{1}{5}$ corresponde a 8.

8 alunos usam óculos.

4) Se 100% foram ao piquenique, então 35 alunos foram ao piquenique.

5) O tempo de escola de Paulo é de 5 horas ou (10 meias horas); se meia hora é dedicada à merenda, então Paulo gasta $\frac{1}{10}$ do tempo na merenda e temos:

$$\frac{1}{10} \text{ é o mesmo que } \frac{10}{100} \text{ ou } 10\%.$$

6) Se o desconto da loja foi de 10%, isto significa que: se a compra fosse de Cr\$ 100,00, o desconto seria de Cr\$ 10,00. Como foi de Cr\$ 80,00, o desconto será de 8. Portanto, paguei Cr\$ 72,00, isto é: $80 - 8 = 72$.

Os problemas de porcentagem devem ser resolvidos sempre como se fossem problemas de "frações".

Página 170 — Sugerimos o seguinte esquema:

$\frac{20}{100}$ de 80 \rightarrow 16 porque $\frac{1}{5}$ de 80 é a quinta parte de 80, isto é, 16.

$\frac{30}{100}$ ou $\frac{3}{10}$ de 50 \rightarrow 15 porque $\frac{10}{10} \rightarrow 50$

$\frac{1}{10} \rightarrow 5$

$\frac{3}{10} \rightarrow 15$

25% de 100 \rightarrow 25 (o aluno deve perceber imediatamente)

40% de 30 \rightarrow 12 porque 10% ou $\frac{1}{10} \rightarrow 10$

40% ou $4 \times \frac{1}{10} \rightarrow 12$

OBSERVAÇÃO: Escrever a porcentagem na forma de fração irredutível, facilita o cálculo em muitos casos:

10% de 80 \rightarrow 8 ou $\frac{1}{10}$ de 80 \rightarrow 8

Os exercícios seguintes só serão feitos em classes fortes, ou pelos alunos mais interessados e após o estudo da divisão de números racionais na forma decimal (págs. 185 a 197), porque aqui aparecem operações com decimais.

Qual a porcentagem?

- Se 5 em 25, então
10 em 50 e
20 em 100 (20%)
- Se 18 em 20, quantos em 100?
18 em 20
36 em 40
72 em 80
90 em 100 (90%)
- Se 15 em 20, então
30 em 40
60 em 80
75 em 100 (75%)

Página 171 — O aluno deverá relacionar a figura com uma fração e, em seguida, determinar a porcentagem. Caso o professor julgue conveniente, poderá dispensar esta página.

Teremos:

arroz \rightarrow $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$ da figura, isto é, 25%

milho \rightarrow $\frac{1}{8}$ ou 12,5% (porque $\frac{1}{8}$ é metade de $\frac{1}{4}$)

cereais \rightarrow $\frac{3}{8}$ ou 37,5% (porque $3 \times 12,5 = 37,5$)

legumes \rightarrow $\frac{2}{8}$ ou 25%

frutas \rightarrow $\frac{3}{8}$ ou 37,5%

Total \rightarrow $\frac{8}{8}$ ou 100%

$(\frac{2}{8} + \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{8}{8}$ ou $25 + 12,5 + 25 + 37,5 = 100\%$)

Exercícios do rodapé. Determinando as porcentagens, teremos:

$\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\%$ $\frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 40\%$ $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$

$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$ $\frac{30}{100} = 30\%$ $\frac{93}{100} = 93\%$

Antes de resolver o problema da pág. 172, o professor fará exercícios para a determinação de 20% de determinadas quantias. Assim, por exemplo:

20% de Cr\$ 50,00 20% de Cr\$ 80,00
ou $\frac{1}{5}$ de Cr\$ 50,00 ou $\frac{1}{5}$ de Cr\$ 80,00
 $\frac{5}{5} \rightarrow 50$ $\frac{1}{5} \rightarrow 10$ $\frac{5}{5} \rightarrow 80$ $\frac{1}{5} \rightarrow 16$

Observe-se que, escolhendo quantias cujos valores sejam múltiplos de 5, evita-se o problema de aproximação; caso contrário, ocorrem situações como:

20% de 12 ou $\frac{1}{5}$ de 12 $\frac{5}{5} \rightarrow 12$ $\frac{1}{5} \rightarrow 2,4$ $\frac{2}{5} \rightarrow 4,8$
Só depois o professor dará a página como aplicação e verificação.

Página 173 — Os exercícios desta página só devem ser dados se o professor julgar conveniente. Calculando o total de veículos motorizados, teremos: 81.704; portanto, a porcentagem dos automóveis em relação ao total será de, aproximadamente: 43.000 em 81.000, ou seja, 42 em 81, ou quase 50%.

Dos caminhões, em relação ao total, será aproximadamente 7.000 em 75.000, ou seja, 7 em 70 (1 em 10) ou quase 10% dos utilitários; a porcentagem em relação ao total será de, aproximadamente: 5.000 em 75.000 ou 5 em 75 ou 1 em 15 ou 7 em 105 ou, aproximadamente, 7 em 100 (7%).

No 2.º problema, calculando o total de pneus fabricados, teremos 2.011.344; a porcentagem dos pneus de aviões em relação ao total é: 2.608 em 2.011.344 ou, aproximadamente, 2 em 2.000 ou 1.000 ou 0,1 em 100, portanto 0,1%.

Dos carros de passeio em relação ao total, teremos 1.229.869 em 2.011.344, ou seja, quase 1 em 2 ou 50%.

Das máquinas em relação ao total, teremos 1.327 em 2.011.344 ou, aproximadamente, 1 em 2.000 ou 0,5 em 1.000 ou 0,05 em 100, ou seja, 0,05%.

Página 174 — Os exercícios são mais fáceis, podendo, a critério do professor, ser dados em qualquer classe. Os alunos devem relacionar a figura com a porcentagem, assim:

- Soja → 10% porque corresponde a $\frac{1}{10}$ da figura
- Milho → 10% idem
- Girassol → 10% idem
- Gergelim → 10%
- Caroço de algodão → 20%
- Amendoim → $[100 - (20 + 20 + 20)]$ ou 40%

O outro problema será assim resolvido:

200 árvores frutíferas

25% ou $\frac{1}{4}$ ou 50 laranjeiras

$$\frac{1}{4} \text{ de } 200 \rightarrow 50$$

$$\frac{4}{4} \rightarrow 200, \frac{1}{4} \rightarrow 50$$

50% são mangueiras ou 100 mangueiras

10% são ameixeiras ou 20 ameixeiras

$$100 \rightarrow 200$$

$$10 \rightarrow 20$$

Para determinar a porcentagem dos pessegueiros, devemos antes conhecer a porcentagem de jabuticabeiras:

5% são jabuticabeiras ou 10 jabuticabeiras

$$\div 20 \left\{ \begin{array}{l} 100 \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} 200 \\ 10 \end{array} \right\} \div 20$$

(ou, lembrando que 20 ameixeiras são 10%, 10 jabuticabeiras devem ser 5%) e teremos:

$$25 + 50 + 10 + 5 = 90$$

logo, o restante corresponde aos pessegueiros:

$$100 - 90 = 10 \quad (10\%)$$

Então:

$$50 + 100 + 20 + 10 = 180$$

$$200 - 180 = 20 \quad 20 \text{ pessegueiros}$$

Página 175 — Como a pág. 173, só será dada em classes fortes, se o professor julgar conveniente:

Da superfície da Europa para a da África: $\frac{1}{3}$, aproximadamente 30%.

Da população da Europa para a da África: $\frac{4}{3}$, aproximadamente mais que 100%.

Da superfície da Ásia para a da América: $\frac{42}{42}$, aproximadamente 100%.

Da população da Ásia para a da América: $\frac{2.000}{500}$ ou $\frac{400}{100}$, aproximadamente 400%.

Da superfície da Europa para a da Ásia: $\frac{10}{42}$ ou $\frac{1}{4}$, aproximadamente 25%.

Da população da Europa para a da Ásia: $\frac{400}{2.000}$ ou $\frac{100}{500}$, aproximadamente 20%.

Página 176 — É mais fácil e leva a uma pesquisa. Caso os alunos não consigam as informações pedidas, o professor dará a fração e pedirá a porcentagem ou o contrário.

PROPRIEDADES DAS OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS

Objetivos:

- 1) Observar a validade das propriedades da multiplicação e divisão com números racionais na forma de fração.
- 2) Treinar a técnica das operações com números racionais na forma de fração.

Vocabulário:

Comutativa, associativa, elemento neutro, inverso multiplicativo.

Orientação:

Assim como tratamos das propriedades da adição e da multiplicação no conjunto dos números naturais, faremos o mesmo para o conjunto dos números racionais, mas apenas como informação, sem insistir na memorização dos nomes das propriedades.

Página 177 — A primeira parte será feita pelo aluno, sem o auxílio do professor, se possível.

Na correção, o professor enfatizará o fato de que a ordem das parcelas não altera a soma.

Nos exercícios do rodapé, se alguns alunos quiserem efetuar as adições, o professor mostrará que é desnecessário: basta observar que a) a ordem das parcelas não altera a soma e b) pelo menos uma das parcelas é igual nas duas adições, e as diferentes determinarão a relação maior do que ou menor do que.

Exemplo:

$$\frac{3}{7} + \frac{5}{12} > \frac{4}{12} + \frac{3}{7}$$

maior
igual

$$\frac{8}{15} + \frac{6}{17} < \frac{7}{17} + \frac{8}{15}$$

maior
igual

$$\frac{5}{18} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{5}{18}$$

igual

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{6} < \frac{1}{5} + \frac{3}{5}$$

maior
igual

etc.

Página 178 — A primeira parte poderá ser feita pelo aluno, sem auxílio do professor, apenas observando o exemplo:

Na correção desta parte, o professor enfatizará o fato de que na adição podemos trocar a posição dos parênteses, sem que o resultado se altere.

Baseados nesta conclusão, os alunos completarão a segunda parte da página.

Página 179 — Estuda as diferentes maneiras de escrever o zero na forma de fração e depois o zero como elemento neutro da adição.

Esta página pode ser feita pelo aluno, sem auxílio do professor, que enfatizará a conclusão na correção.

Páginas 180 a 182 — Apresentam as propriedades associativa, comutativa e existência de elemento neutro para a multiplicação de números racionais, podendo ser desenvolvidas da mesma maneira que as páginas anteriores.

Páginas 183 e 184 — Focalizam a idéia de inverso multiplicativo, primeiramente como relações inversas. Assim:

Se ∇ é $\frac{1}{3}$ de \triangledown

então \triangledown é 3 vezes ∇

Se \square é $\frac{2}{3}$ de $\square\square$

então $\square\square$ é $\frac{3}{2}$ de \square

Em seguida, alguns exemplos mostram a propriedade fundamental do inverso multiplicativo.

O produto de um número pelo seu inverso multiplicativo dá o elemento neutro da multiplicação.

Páginas 185 a 197

OPERAÇÕES, NA REPRESENTAÇÃO DECIMAL, DE NÚMEROS RACIONAIS

Objetivos:

- 1) Compreender a divisão como inversa da multiplicação.
- 2) Compreender as transformações em unidades menores, assim como das unidades em décimos, dos décimos em centésimos, etc.
- 3) Compreender o significado de quociente aproximado.
- 4) Compreender o significado de resto, de acordo com a aproximação.
- 5) Conhecer a técnica da divisão de números racionais na forma decimal.

Vocabulário:

Quociente aproximado.

Orientação:

Páginas 185 e 186 — Ensinam o aluno a colocar a vírgula no quociente de uma divisão, através da multiplicação correspondente. O professor fará em classe exercícios análogos antes da realização destas páginas, que servirão para fixação.

Partindo da divisão como inversa da multiplicação, os alunos completarão sentenças, por exemplo:

Se $0,8 \times 1,2 = 0,96$ então $0,96 \div 0,8 = 1,2$
e $0,96 \div 1,2 = 0,8$

Em seguida, o professor proporá divisões onde os algarismos do quociente são conhecidos e o aluno deverá colocar a vírgula. Assim:

$0,36 \div 0,3 \rightarrow 12$

Colocando a vírgula, teremos: $0,36 \div 0,3 = 1,2$.

No rodapé, o aluno deve colocar a vírgula no quociente, assim:

$0,24 \div 0,6 = 0,4$ porque $0,4 \times 0,6 = 0,24$

$0,81 \div 0,09 = 9$ porque $0,09 \times 9 = 0,81$

etc. $0,408 \div 1,2 = 0,34$ porque $0,34 \times 1,2 = 0,408$

Página 186 — Sabendo que $32 \div 8 = 4$, para conhecer os resultados da direita é preciso apenas descobrir a posição das vírgulas. Assim:

$0,32 \div 0,8 = 0,4$ porque $0,4 \times 0,8 = 0,32$
(1 decimal) (1 decimal) (2 decimais)

$0,032 \div 0,8 = 0,04$
(3 decimais) (1 decimal) (2 decimais)

$0,32 \div 8 = 0,04$
(2 decimais) (nenhum decimal) (2 decimais)

Se os alunos conhecerem bem a multiplicação, não terão dificuldade em resolver estes exercícios, apelando para a multiplicação.

O último exercício ainda insiste na colocação da vírgula no quociente. Aqui, porém, o aluno deve calcular primeiramente o quociente dos números naturais correspondentes.

A partir do resultado, só terão o trabalho de colocar a vírgula nos quocientes da direita. Exemplo:

$1,84 \div 0,8 = 2,3$ ($184 \div 8 = 23$)
(2 decimais) (1 decimal) (1 decimal)

Depois de resolver estes exercícios, o professor perguntará aos alunos se são capazes de enunciar uma regra prática para dividir números racionais na forma decimal. Os alunos darão as regras, cada um à sua maneira.

Partindo do que os alunos concluírem, o professor mostrará que, depois de dividir dois números racionais na forma decimal como se fossem naturais, para colocar a vírgula no quociente é preciso lembrar que: o número de casas decimais (depois da vírgula) se obtém subtraindo o número de casas decimais do dividendo e do divisor. Assim:

$0,32 \div 0,8 = 0,4$
(2 decimais) (1 decimal) (1 decimal) ($2 - 1 = 1$)

$0,032 \div 0,8 = 0,04$
(3 decimais) (1 decimal) (2 decimais) ($3 - 1 = 2$)

Esta regra não deve ser enunciada pelo professor, nem decorada pelos alunos, mas descoberta por eles. De agora em diante, o aluno poderá usá-la para facilitar as divisões e, sempre que possível, o professor recordará o *porquê* da regra.

Página 187 — Para achar o número de pacotes para cada lote, não nos interessa o número de parafusos, mas sim de pacotes (14).

$$\begin{array}{r|l} 14 & 4 \\ \hline 12 & 3 \\ \hline 2 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 14 \text{ pacotes divididos por } 4 \text{ lotes} \\ \text{dão } 3 \text{ pacotes (300 parafusos) e} \\ \text{restam } 2 \text{ pacotes} \end{array}$$

Não podemos dividir 2 pacotes por 4 lotes, mas podemos desdobrá-los em 20 caixas e, com as 3 caixas, teremos 23 caixas.

$$\begin{array}{r|l} 23 & 4 \\ \hline 20 & 5 \\ \hline 3 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 23 \text{ caixas divididas por } 4 \text{ lotes} \\ \text{dão } 5 \text{ caixas (50 parafusos) e} \\ \text{restam } 3 \text{ caixas} \end{array}$$

Não podemos dividir as 3 caixas por 4 lotes, mas podemos desdobrá-las em 30 parafusos e, com os 7 parafusos, teremos 37 parafusos.

$$\begin{array}{r|l} 37 & 4 \\ \hline 36 & 9 \\ \hline 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 37 \text{ parafusos divididos por } 4 \text{ lotes} \\ \text{dão } 9 \text{ parafusos e resta } 1 \text{ parafuso} \end{array}$$

E então não é possível continuar a divisão.

O professor chamará a atenção dos alunos para o seguinte: quando da distribuição em pacotes sobraram pacotes, estes puderam ser decompostos em caixas; quando sobraram as caixas, estas puderam ser decompostas em parafusos; mas, quando se chegou aos parafusos, estes não mais puderam ser decompostos.

Página 188 — O 1.º exercício propõe divisões com aproximações em centenas, dezenas, unidades.

O professor tentará mostrar que 1.484, por exemplo, dividido por 3 dará:

4 centenas (400) se quisermos aproximação em centenas;

49 dezenas (490) se quisermos aproximação em dezenas;

494 unidades se quisermos aproximação em unidades.

Voltaremos para esta idéia de aproximação à página 190.

O 3.º exercício pode ser dispensado, se o professor julgar conveniente. O objetivo deste exercício é recordar adição e subtração com decimais e a propriedade distributiva. Assim,

o preço de 5 volumes é:

$$\begin{array}{r} 42,40 - 15,90 \\ (8) - (3) \end{array}$$

e de 11 é:

$$\begin{array}{r} 42,40 + 15,90 \\ (8) + (3) \end{array}$$

e de 16 é:

$$\begin{array}{r} 42,40 + 42,40 \\ (8) + (8) \quad \text{etc.} \end{array}$$

Página 189 — Recorda equivalência de frações e relaciona frações com a representação decimal.

Página 190 — O exercício é semelhante ao da página 187: lá resta 1 parafuso, que não pode ser dividido, enquanto aqui restam duas barras, que podem ser separadas em pedaços (décimos). (As 2 barras restantes correspondem a 20 décimos, que, divididos entre 5 classes, dão 4 décimos para cada classe).

Página 191 — Para os alunos compreenderem o mecanismo e significado da aproximação, o professor fará algumas divisões na lousa, imaginando divisões de barras de chocolate por classes. Assim,

137 barras de chocolate para 8 classes:

$$\begin{array}{r|l} 137 & 8 \\ \hline 80 & 10 \\ \hline 57 & 7 \\ \hline 56 & 17 \\ \hline 1 & \end{array}$$

17 barras para cada classe e
resta 1 barra ou 10 décimos
de barra

10 décimos de barra para 8 classes:

$$\begin{array}{r|l} 10 & 8 \\ \hline 8 & 1 \\ \hline 2 & \end{array}$$

1 décimo para cada classe e
restam 2 décimos ou 20 cen-
tésimos

20 centésimos para 8 classes:

$$\begin{array}{r} 20 \quad | \quad 8 \\ \underline{16} \quad | \quad 2 \\ 4 \end{array}$$

2 centésimos para cada classe e

restam 4 centésimos

Então, para cada classe temos:

17 barras

1 décimo ou 17,12 barras

2 centésimos

Convém observar que, no livro, temos:

$$137,0 \quad | \quad 8 \\ \underline{17,1}$$

$$137,00 \quad | \quad 8 \\ \underline{17,12}$$

Deve-se levar o aluno a concluir que, na aproximação em décimos, colocamos 1 zero no dividendo e, na aproximação em centésimos, colocamos 2 zeros no dividendo.

OBSERVAÇÃO: Nos primeiros exercícios de divisões, é interessante que o professor diga sempre qual a aproximação desejada (décimo, centésimo, milésimo, etc.), para que o aluno possa colocar imediatamente no dividendo os zeros necessários para a aproximação pedida.

Assim, se quisermos dividir 137 por 8 com aproximação:

de décimos, escreveremos $137,0 \quad \underline{8}$

de centésimos, escreveremos $137,00 \quad \underline{8}$

de milésimos, escreveremos $137,000 \quad \underline{8}$

Dividiremos, então, como se fossem números naturais e, em seguida, colocaremos a vírgula de acordo com a regra já conhecida (pág. 186).

Para responder os exercícios do rodapé desta página, podemos lembrar exercícios análogos com números naturais:

— Quantas unidades há em 245? (245)

— Quantas dezenas há em 245? (24)

— Quantas unidades há em 25 dezenas? (250)

— Quantos décimos há em 23,5? (235)

— Quantos centésimos há em 19? (1.900)

Página 192 — Soluções:

a) com aproximação em unidades:

$$169 \div 52 = 3$$

$$1.690 \div 52 = 32$$

$$16.900 \div 52 = 325$$

b) com aproximação em décimos:

$$169,0 \div 52 = 3,2$$

$$1.690,0 \div 52 = 32,5$$

c) com aproximação em centésimos:

$$169,00 \div 52 = 3,25$$

Essas situações visam dar ao aluno mais uma oportunidade de perceber a idéia de aproximação, observando o papel do zero nas aproximações, o que é enfatizado nos exercícios do quadro da pág. 192, onde as divisões têm divisores que são sempre números naturais.

Página 193 — O primeiro quadro desta página propõe divisões com números naturais, com aproximação em unidades.

O segundo quadro propõe divisões com os mesmos números, agora com aproximação em décimos, centésimos ou milésimos. Observe que o dividendo já está preparado para a aproximação pedida.

Página 194 — O professor fará na lousa com a classe algumas divisões sugeridas na página e vai mostrando o significado do resto:

$$\begin{array}{r} 5,38 \quad | \quad 0,8 \\ 48 \quad | \quad 6 \\ \hline 5 \end{array}$$

(6 vezes 8 décimos,
48 décimos)

quociente: 6
resto: 5 décimos ou 0,5

$$\begin{array}{r} 5,38 \quad | \quad 0,8 \\ 48 \quad | \quad 6,7 \\ \hline 58 \\ \hline 56 \\ \hline 2 \end{array}$$

quociente: 6,7
resto: 2 centésimos ou 0,02

O professor mandará resolver os exercícios restantes quando julgar a classe apta para fazê-lo.

Para completar o quadro, o professor deverá fazer os alunos observarem que o dividendo já está preparado para a aproximação desejada. Assim:

$$28,7 \div 0,8 \text{ quociente dado em unidades: } 35 \\ \text{resto: } 0,7 \text{ (7 décimos)}$$

$$28,70 \div 0,8 \text{ quociente dado em décimos: } 35,8 \\ \text{resto: } 0,06 \text{ (6 centésimos) etc.}$$

No rodapé, o aluno deve responder que:

0,3 é o mesmo que 0,30 ou 0,300 ou 0,3000, etc.

Página 195 — Os exercícios têm por objetivo focalizar situações em que o dividendo é menor que o divisor e, portanto, o quociente é um número menor que a unidade.

O professor fará o problema da página na lousa com a classe, explicando passo por passo o significado do quociente e do resto. Depois, os alunos completarão o quadro, olhando para os resultados das divisões feitas. Assim:

Dividendo	Divisor	Quociente	Resto
3	4	0	3
3	4	0,7	0,2
3	4	0,75	0
7	8	0	7
7	8	0,8	0,6
7	8	0,875	0

Páginas 196 e 197 — Propõem exercícios de divisão de números racionais na forma decimal.

Antes de completar o quadro da página 196, a classe deverá observar as divisões feitas e para isto o professor proporá perguntas, como:

— Qual o quociente da divisão de 897 por 26? e o resto?

— Qual o quociente da divisão de 897 por 2,6? e o resto?

Neste segundo caso, o professor chamará a atenção para o zero que deverá ser acrescentado ao dividendo (897,0), para facilitar a colocação da vírgula no quociente, de acordo com a regra da página 186.

$$897,0 \div 2,6 = 345$$

(1 decimal - 1 decimal: nenhum decimal)

$$(1 - 1 = 0)$$

O número de casas decimais depois da vírgula no dividendo deve ser igual ou maior que o número de casas decimais depois da vírgula no divisor, para que se possa aplicar a conclusão da página 186.

Assim, se tivermos $136 \div 3,2$ (vide exemplo na pág. 196) e não dissermos qual a aproximação, o aluno deverá colocar pelo menos um zero ($136,0 \div 3,2$) para que o número de casas decimais depois da vírgula fique igual no dividendo e no divisor (a aproximação do quociente será em unidades).

Se o professor disser qual a aproximação:

a) décimos, por exemplo, o aluno colocará dois zeros:

$$136,00 \div 3,2 \quad (2 - 1 = 1) \\ \downarrow \quad \searrow \\ \text{centésimos} \quad \text{décimos}$$

b) centésimos, por exemplo, o aluno colocará três zeros:

$$136,000 \div 3,2 \quad (3 - 1 = 2) \\ \downarrow \quad \searrow \\ \text{milésimos} \quad \text{décimos}$$

etc.

Em seguida, para fixar estas conclusões, o professor analisará com a classe as outras divisões da pág. 196, fazendo perguntas como:

— Qual o quociente da 1.ª divisão? e o resto?

— Por que colocamos um zero depois da vírgula na 2.ª divisão? (Porque o divisor é dado em décimos.)

— O que acontecerá se colocarmos dois zeros? (Obteremos o quociente em décimos.) E três zeros? (Obteremos o quociente em centésimos.)

— Quantos zeros foram colocados na 3.ª divisão? (3)

— São necessários os dois zeros? (Não.) Quantos zeros seriam necessários? (Somente um, porque obteríamos centésimos.)

— O que acontecerá se colocarmos 4 zeros nesta 3.ª divisão? (O resultado será em centésimos.)

etc.

Após estas perguntas, os alunos estarão preparados para completar os quadros das páginas 196 e 197.

a) $897 \div 0,26$ (Devem ser colocados pelo menos dois zeros no dividendo).
Quociente: 3.450 (aproximado em unidades)
e o resto é zero.
Se quiser aproximação em décimos, fará $897,00 \div 0,26$.

b) $59,7 \div 0,26$ (Deve ser colocado pelo menos um zero no dividendo).
Quociente: 229 (aproximado em unidades)
e o resto é 0,16 (16 centenas).
Se quiser aproximação em décimos, fará $59,700 \div 0,26$.

Páginas 198 a 245

MEDIDA — SISTEMA LEGAL DE UNIDADES DE MEDIDA

Objetivos:

- 1) Fazer corresponder:
 - a) a conjuntos de elementos enumeráveis (isto é, que podem ser contados) um número natural, que responde à pergunta: quantos? quantos livros? quantas pessoas? etc.
 - b) a conjuntos não enumeráveis ou grandezas contínuas um número real, que responde à pergunta: quanto? quanto mede? quanto pesa? quanto custa? quanto tempo? etc.
- 2) Estabelecer uma maneira intuitiva de comparar grandezas contínuas antes que um procedimento formal de medir seja introduzido (assim, por exemplo, fazer sobreposições para comparar comprimentos ou áreas).
- 3) Levar à compreensão de que para a escolha de uma unidade de medir é necessário selecionar uma unidade da mesma natureza do que se pretende medir (exemplo, segmento como unidade de comprimento, uma região limitada como unidade de superfície, um intervalo de tempo como unidade de tempo, etc.).
- 4) Criar uma escala conveniente (múltiplos e submúltiplos) de unidades.

- 5) Selecionar uma unidade-padrão que satisfaça às necessidades da sociedade.
- 6) Levar à compreensão de que para certas figuras geométricas existem processos especiais para determinar áreas.
- 7) Desenvolver o conceito intuitivo de altura e defini-la para figuras geométricas.

Vocabulário:

Área, metro quadrado, altura.

Orientação:

Páginas 198 a 201 — Antes da apresentação destas páginas, o professor recordará os conceitos nelas implicados, já vistos em volumes anteriores.

Páginas 203 a 207 — O conceito de medida de tempo, assim como as unidades de tempo, foram estudados nas páginas 231 e seguintes do 4.º volume.

O professor efetuará com a classe no cartaz de pregas algumas adições e subtrações, mostrando que, assim como cada 10 unidades formam 1 dezena, cada 10 dezenas formam 1 centena, etc., da mesma maneira que cada 60 segundos formam 1 minuto e cada 60 minutos formam 1 hora.

Páginas 208 a 210 — Depois de recordar os conceitos de curva, focalizando as curvas fechadas simples e as regiões por elas limitadas, a noção de área é introduzida, ligada à idéia de congruência de figuras, assim: as figuras congruentes determinam regiões que têm a mesma área. A noção de área é ampliada à página 210.

Páginas 211 e 212 — O professor apresentará inicialmente regiões cujas áreas deverão ser comparadas pela observação para desenvolver o conceito de área. Por exemplo:

— Observem e digam qual a maior área: $\left\{ \begin{array}{l} \text{A da sala de aula ou a do pátio?} \\ \text{A da porta ou a da janela?} \\ \text{A do campo de futebol ou a do campo de basquete?} \end{array} \right.$

Em seguida, o professor apresentará regiões que exigem subdivisões para serem comparadas.

Estas atividades devem preceder as situações da página 209.

Depois de saber responder à pergunta: qual a maior região? ou qual a menor região?, é o momento de responder às perguntas: quantas vezes maior? ou quantas vezes menor?, e a resposta será a medida numa dada unidade.

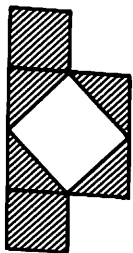
Para compreender as noções de unidade e medida de regiões planas, utilizamos inicialmente unidades não padronizadas para medir (triângulos, quadrados ou círculos, etc.).

Página 213 — As crianças usarão para unidade o triângulo \triangle .

Assim sendo, a área da primeira figura será $16 \triangle$ (porque cobre 8 quadrados e cada quadrado corresponde a $2 \triangle$).

Página 214 — As crianças usarão para unidade o quadrado \square e deverão perceber que, por exemplo, a primeira figura tem $4 \square$ porque cada dois triângulos correspondem a um quadrado.

Assim sendo,



tem a mesma área que



Através de relacionamentos análogos, os alunos determinarão as áreas das outras figuras.

Página 215 — Propomos uma situação de medir.

Inicialmente, o professor deixará que cada aluno descubra uma maneira de resolver este problema. Para aqueles que não tomarem iniciativa alguma, proporá uma das soluções que seguem:

- Recortar em papel-cartão ou cartolina um triângulo congruente ao que está sendo considerado como unidade e verificar quantas vezes "cabe" em cada figura dada;
- recortar vários triângulos congruentes à unidade e colocar um a um sobre a figura, sem deixar espaços livres;

- fazer uma rede de triângulos congruentes em papel de seda (como o desenho do modelo) e sobrepor esta rede a cada figura, para determinar a área pela contagem do número de triângulos unidades.

Em qualquer das situações desta página o aluno não obterá uma medida exata, e o professor chamará a atenção para a aproximação para mais ou para menos (como foi feito para segmentos). Por outro lado, após a resolução da página, o professor observará que a unidade menos conveniente é o círculo, pois deixa mais espaços sem medir.

Páginas 216 a 218 — A rede de unidades A , B , C ou D , para medir as regiões destas páginas, está pronta no papel de seda azul que acompanha cada livro.

A superposição da rede sobre a figura permitirá contar as unidades e, conseqüentemente, determinar a área aproximada de cada região.

Assim, por exemplo, o quadrado da página 216 mede aproximadamente $16A$, $28B$ e $8C$.

Foram apresentadas três formas diferentes, para que o professor faça a classe observar que a unidade mais conveniente é o quadrado, porque:

- não deixa na rede áreas sem medir;
- podemos contar o número de linhas e colunas para saber o número deles.

Posteriormente, o professor fará observar que o quadrado A , por ser menor que o quadrado D , permite em alguns casos melhor aproximação (novamente a mesma idéia utilizada para medida de segmento, quando os alunos são levados a perceber que, quanto menor a unidade, mais exata é a medida).

Na página 217 começamos a fazer perceber que, para contar o número total de quadrados (ou retângulos), basta contar o número de quadrados em cada linha e em cada coluna e, em seguida, multiplicá-los. Esta atividade prepara também para compreensão das fórmulas de área de figuras planas.

Páginas 218 a 220 — Preparam para o relacionamento de diferentes unidades.

Na página 218: D é o dobro de C . C é o dobro de A .
 M é o triplo de N . N é o triplo de F .

Na página 219, o preenchimento do quadro ajuda a fixar estas relações:

	Medida da Área		
	Em unidades L	Em unidades R	Em unidades S
Figura (1)	96	24	6
Figura (2)	48	12	3
Figura (3)	64	16	4
Figura (6)	176	44	11
Figura (7)	112	28	7
Figura (8)	80	20	5

Porque 1 unidade S corresponde a 4 unidades R e a 16 unidades L .

Página 221 — Nesta página pretendemos fazer o aluno distinguir perímetro de área e perceber a necessidade de escolher uma unidade da mesma natureza do que se pretende medir.

Assim, para determinar o comprimento de \overline{AB} e o perímetro do retângulo $ABCD$ usará o segmento $|—|$ e para medir a área da região interna usará a área da região limitada pelo quadrado \square .

No rodapé repete-se o problema da escolha da unidade adequada.

	Área	Perímetro
B	10 (u por u)	14 u
C	18 (u por u)	22 u
D	6 (u por u)	12 u
E	16 (u por u)	22 u

O importante é fazer perceber que os quatro lados do quadrado têm a mesma medida e, no retângulo, as medidas são iguais duas a duas.

Uma resposta pode ser:

Figura	Unidade u		Unidade u por u
	Comprimento dos lados	Perímetro	Área
Retângulo	(4, 2, 2, 4)	12	8
Retângulo	(5, 3, 3, 5)	16	15
Retângulo	(7, 10, 10, 7)	34	70
Quadrado	(4, 4, 4, 4)	16	16
Quadrado	(8, 8, 8, 8)	32	64

Páginas 223 e 224 — Da mesma maneira que se introduziu o metro, partindo da necessidade de uma unidade-padrão, o metro quadrado será introduzido na página 223. Assim como o professor chamou a atenção para o fato de que em determinados comprimentos era conveniente o uso de cm , para medir determinadas regiões usará o cm^2 .

Aqui é importante que o professor chame a atenção para:

Se o lado do quadrado é 1 cm , então sua área é 1 cm^2 ; porém, se o lado do quadrado é 3 cm , então sua área é 9 cm^2 (pois este quadrado corresponde a 9 quadrados de 1 cm de lado), etc.

A compreensão desta relação será importante no estudo das relações entre os múltiplos e submúltiplos do m^2 .

Mais tarde, o aluno poderá, com este encaminhamento, compreender porque a transformação de unidades de medida de área se faz multiplicando ou dividindo por uma potência de 100 (isto é, de duas em duas casas decimais).

Páginas 225 a 228 — A página 225 só deverá ser estudada quando o professor julgar que as idéias das páginas 223 e 224 estão dominadas, porém julgamos desnecessário insistir demais com as chamadas reduções de unidades, nas primeiras séries do ensino de 1.º grau.

Na página 225 propomos situações que permitem estimativa de unidade e, na página 226, estimativa de medida.

Antes da realização das páginas que seguem, convém que o professor recorde as noções de escala (4.º volume, págs. 246 a 257).

Chamamos a atenção para o último exercício proposto no quadro da página 228, porque as medidas da dimensão do retângulo são dadas em unidades diferentes (dm e cm).

Neste caso, para determinar o perímetro, devemos reduzir *ambos* à mesma unidade.

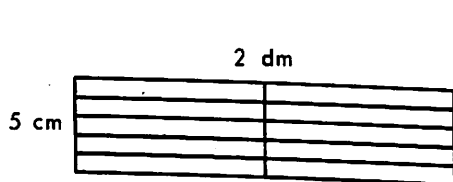
Reduzindo a cm, teremos:

$$5 + 5 + 20 + 20 = 50 \text{ (50 cm de perímetro)}$$

Reduzindo a dm, teremos:

$$0,5 + 0,5 + 2 + 2 = 5 \text{ (5 dm de perímetro)}$$

e, no caso da área, pode acontecer que o aluno raciocine assim:



A área será 10 (cm por dm), isto é, a área corresponde a 10 retângulos de 1 cm por 1 dm de lados.

A maioria, porém, transformará a medida 2 dm em 20 cm e terá 100 cm² de área, isto é, 100 quadradinhos de 1 cm de lado.

Página 229 — Para determinar os comprimentos de \overline{AB} e \overline{AD} , usaremos o processo já conhecido:

$$\overline{AB} \rightarrow 4 \text{ u}$$

$$\overline{AD} \rightarrow 5 \text{ u}$$

$$\text{área } ABCD \rightarrow 20 \text{ u por u}$$

O professor deve propor cada problema e esperar que a classe o resolva; só depois, intervirá para esclarecer e ensinar os que tiveram dificuldades.

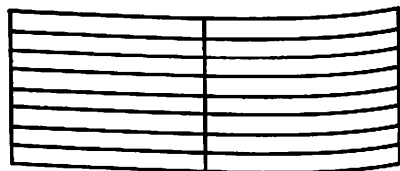
Um retângulo que tem 2 dm e 8 cm de lado será, em escala:

A sua área corresponde à de 16 retângulos de 1 dm por 1 cm, em escala:

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$$

isto é, corresponderá a 10 retângulos de 1 cm por 1 cm.

Assim sendo, a área do retângulo é $10 \times 16 = 160 \text{ cm}^2$ (cm por cm).



Depois que o aluno tiver compreendido esta explicação, o professor poderá mostrar que o trabalho fica simplificado se considerarmos inicialmente as duas dimensões (comprimento e largura) na unidade cm.

Esta última observação fica valendo para resolver os exercícios do quadro:

Figura	Comprimento dos lados	Perímetro	Área
Retângulo	4 dm, 9 cm ou 40 cm, 9 cm	$40 + 9 + 9 + 40 = 98 \text{ cm}$	$40 \times 9 = 360 \text{ cm}^2$
Retângulo	3 m, 8 dm ou 300 cm, 80 cm	$300 + 80 + 80 + 300 = 760 \text{ cm}$	$300 \times 80 = 24.000 \text{ cm}^2$
Quadrado	4 dm ou 40 cm	$4 + 4 + 4 + 4 = 16 \text{ dm}$ ou $40 + 40 + 40 + 40 = 160 \text{ cm}$	$4 \times 4 = 16 \text{ dm}^2$ $40 \times 40 = 1.600 \text{ cm}^2$
Retângulo	5 m, 21 cm ou 500 cm, 21 cm	$500 + 500 + 21 + 21 = 1.042 \text{ cm}$	$500 \times 21 = 10.500 \text{ cm}^2$

Analisemos os problemas do rodapé:

A avenida pode ser considerada como um retângulo de 2.000 m (2 km) de comprimento por 30 m de largura, ou seja, 60.000 m² de área.

Para responder à 2.ª pergunta, o professor lembrará que de uma árvore não se tiram tábuas de mesma largura, mas, para efeito de assoalhar, elas são aparelhadas de maneira a se obter retângulos congruentes e, portanto, a área de todas as tábuas será a mesma; assim sendo, a área que se poderá assoalhar será:

$$(300 \times 25) \times 5 \text{ ou } 37.500 \text{ cm}^2$$

Páginas 231 e 232 — Introduzem os conceitos de distância e altura. Estas páginas estão aqui porque o conceito de altura será utilizado no cálculo de áreas de paralelogramos, retângulos, quadrados e triângulos.

Página 233 — Propomos situações concretas para relacionar o conceito intuitivo de altura com o conceito de altura apresentado na página 232, utilizando, nestes exercícios, escala.

Assim, para a altura da árvore, a resposta será aproximadamente 3 m; a altura do menino será aproximadamente 1 m.

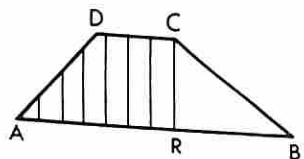
O professor poderá usar às situações desta página para ressaltar a importância do uso de escala.

Assim, a árvore e o menino parecem ser quase do mesmo tamanho para quem não compreendeu o conceito de escala.

Páginas 234 e 235 — Nestas páginas insistimos no conceito de altura em polígonos.

Julgamos importante que o professor insista e o aluno perceba que, quando na linguagem comum usamos *altura*, estamos pensando no segmento de uma perpendicular do ponto "mais alto" ao "chão" e, quando falamos em altura nos polígonos, teremos que dizer em relação à qual base; mas, como qualquer lado pode ser uma base, um polígono tem tantas alturas quantos forem os seus lados.

Altura de um polígono é o segmento de maior comprimento perpendicular à base considerada. Assim, seja o quadrilátero $ABCD$:



Tomando por base \overline{AB} , podemos traçar vários segmentos perpendiculares a \overline{AB} : o de maior comprimento é \overline{CR} .

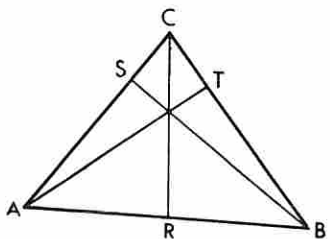
\overline{CR} é a altura do quadrilátero em relação a \overline{AB} .

Seja o quadrilátero $ABCD$, da figura ao lado. Tomando para base \overline{CB} , podemos traçar vários segmentos perpendiculares a \overline{CB} : o de maior comprimento é \overline{AS} .

\overline{AS} é a altura do quadrilátero em relação a \overline{CB} .

Um triângulo tem 3 lados que podem ser considerados bases. Assim sendo, o triângulo possui três alturas. Exemplo:

Seja o triângulo ABC :



A altura em relação à base \overline{AB} é \overline{CR} .

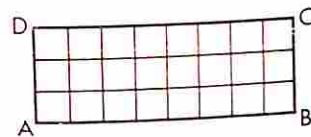
A altura em relação à base \overline{BC} é \overline{AT} .

A altura em relação à base \overline{AC} é \overline{BS} .

É interessante observar que nos retângulos as alturas coincidem com os lados.

Assim, no retângulo $ABCD$, a altura em relação à base \overline{AB} pode ser \overline{BC} ou \overline{AD} .

A altura em relação à base \overline{AD} pode ser \overline{AB} ou \overline{DC} , etc. Assim,



OBSERVAÇÃO: Neste caso temos vários segmentos de mesmo comprimento perpendiculares à mesma base. Assim, qualquer deles pode ser a altura.

Páginas 236 a 239 — Na página 236, os exercícios devem ser resolvidos em faixas horizontais, porque os retângulos da primeira faixa possuem a mesma altura e bases diferentes.

Os retângulos da segunda faixa possuem a mesma base e as alturas diferentes.

Para determinar estas áreas, alguns alunos necessitarão ainda de quadricular as figuras.

OBSERVAÇÃO: Como o texto pede a medida em centímetros e não apresenta a unidade correspondente a 1cm, como em outras páginas, os alunos deverão usar a régua para determinar as medidas.

Depois que os alunos calcularem as áreas, o professor lhes mostrará que, ao calculá-las, efetuam multiplicações, onde, na 1.ª faixa, um dos fatores (o da altura) permanece constante; na 2.ª faixa, um dos fatores (o da base) permanece constante e, na 3.ª faixa, ambos os fatores se modificam; portanto, para achar a área do retângulo, multiplica-se a medida da base pela medida da altura.

Para preencher o quadro da página 237, o aluno deverá calcular a área de cada paralelogramo e retângulo correspondente (isto é, o retângulo de mesma base e altura que o paralelogramo), depois que houver medido a base e a altura.

Assim, por exemplo:

	Base	Altura	Área
$\square ABCD$	$\overline{AB} - 4 \text{ cm}$	2 cm	8 cm ²
$\square ABPQ$	$\overline{AB} - 4 \text{ cm}$	2 cm	8 cm ²

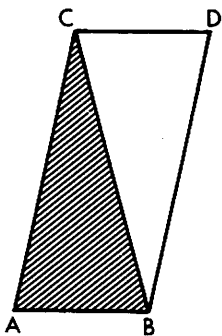
OBSERVAÇÃO: Na página do livro, os quadradinhos não correspondem a 1cm², mas o professor dirá à classe que cada quadradinho corresponde (em escala) a 1cm². Depois de completo o quadro, o professor chamará a atenção para o fato de que $ABCD$ e $ABPQ$ possuem mesma base, altura e área, embora não sejam congruentes (um é retângulo e o outro é paralelogramo).

O mesmo ocorre com: $EFGH$ e $EFRS$ ou $IJLM$ e $IJMN$, etc.

Estes fatos devem ser ressaltados para que os alunos compreendam a seguinte conclusão, que deve ser explicitada:

A área de um paralelogramo é igual à de um retângulo que possui a mesma base e a mesma altura do paralelogramo dado.

Páginas 240 e 241 — Estas páginas propõem situações que levam à compreensão da fórmula usada para determinar a área de um triângulo segundo abordagem análoga à que foi feita para o paralelogramo e retângulo.



Na página 240, os alunos deverão calcular a área de cada triângulo e, logo em seguida, do paralelogramo correspondente, isto é, o que possui a mesma base e mesma altura do triângulo dado.

$ABCD$ é um paralelogramo correspondente ao triângulo ABC .

Os paralelogramos correspondentes aos triângulos da página estão desenhados, exceto os três últimos; para estes, o aluno poderá ou não desenhar o paralelogramo correspondente.

Depois de completo o quadro, o professor chamará a atenção em cada linha para os seguintes fatos:

- a) a base e a altura do triângulo e paralelogramo são as mesmas;
- b) a área do triângulo é metade da área do paralelogramo correspondente.

Os alunos calcularão as áreas para as outras faixas e observarão os resultados acima enunciados.

O objetivo da página é chamar a atenção para o fato de que a área depende da base e da altura e o perímetro depende da medida dos lados.

Página 242 — É importante que, antes da realização da página, o aluno decalque o $\triangle ABC$ em papel de seda, nomeie os vértices A , B , C , e depois tente sobrepô-lo aos triângulos ABC da página, até coincidir. Esta atividade tem por objetivo fazer o aluno sentir que os três desenhos são representações em posições diferentes do mesmo $\triangle ABC$, apoiado cada vez sobre uma base.

Determinará então a base e a altura em cada posição e, em seguida, a área.

O professor chamará a atenção para o fato de que: qualquer que seja a base e a altura considerada, a área do triângulo ABC é 9 cm^2 .

Para o triângulo DEF fará o mesmo. (Neste caso, a base considerada não está sempre em posição horizontal.)

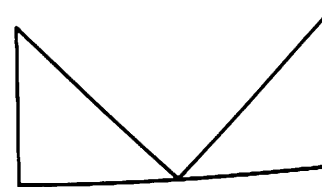
Depois de completar o quadro, os alunos deverão ler e interpretar o texto.

Páginas 243 e 244 — Estas páginas propõem situações que visam levar o aluno ao processo usual de determinação da área de uma figura qualquer, que consiste em decompor a figura em triângulos, retângulos ou losangos.

A página 243 será apresentada aos alunos para ser resolvida sem orientação do professor, que pedirá depois a explicação de como o fizeram.

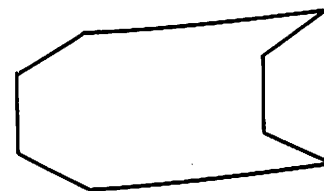
Exemplos de soluções:

A figura abaixo corresponde a dois triângulos congruentes de duas unidades de base por 4 de altura ou a 1 retângulo de 2 unidades por 4 unidades.



OBSERVAÇÃO — A unidade proposta corresponde a 4 quadradinhos da rede, isto é, a um quadrado de 2 unidades por 2 unidades.

A figura abaixo corresponde a 3 retângulos de 4 unidades por 1 unidade.

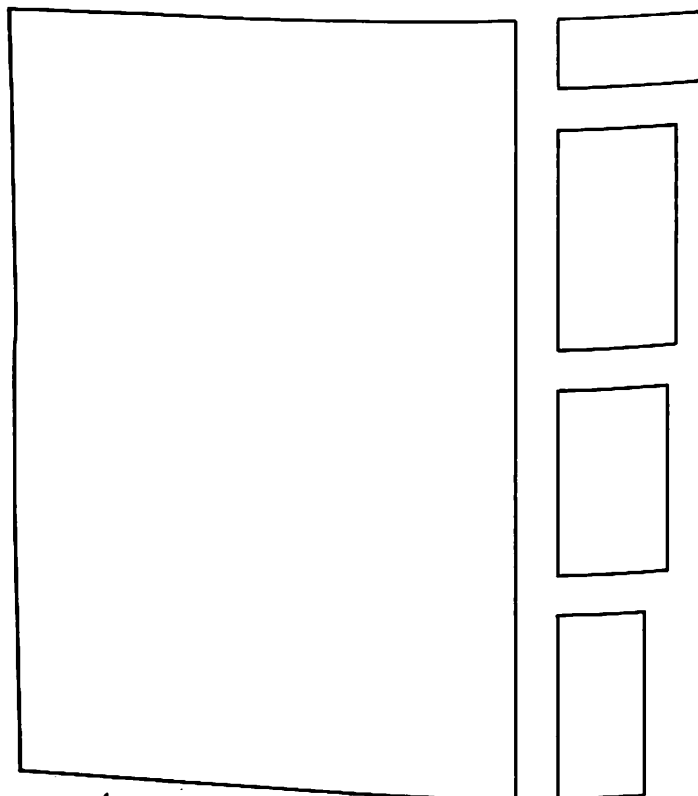


Página 245 — O problema proposto será apresentado se o professor julgar conveniente.

O professor poderá sugerir aos alunos o uso de medidas aproximadas (por exemplo: $9,14 \cong 9$) e de papel quadriculado, para facilitar o emprego da escala; em seguida, recortarão as figuras e verificarão qual o encaixe que dá a menor área.

Sugestão:

1)



a área necessária é 100×87 m

- 2) No 2.º problema, a área mínima do terreno corresponde ao campo de futebol, porque este é o que necessita de maior área.

Páginas 246 a 263

FIGURAS NO ESPAÇO. UNIDADES DE VOLUME

Objetivos:

- 1) Conhecer alguns sólidos geométricos.
- 2) Conhecer a nomenclatura relacionada com sólidos geométricos.
- 3) Introduzir m^3 , dm^3 e cm^3 como unidades de volume.
- 4) Relacionar o dm^3 com o litro.

Vocabulário:

Prisma, bases, faces laterais, arestas, vértices, paralelepípedos, cubos, pirâmides, cilindros, cones.

Orientação:

Os alunos já têm conhecimento intuitivo dos sólidos geométricos: cubos, cilindros, cones, etc.

Estas páginas visam a um estudo mais analítico desses sólidos, através da sua construção, para levar ao conhecimento da forma de suas faces, do número de vértices e arestas, de como estão dispostos, etc.

Página 249 — O quadro será assim completado:

	F	A	V	F+V	A
Triângulo	5	9	6	11	9
Quadrilátero	6	12	8	14	12
Pentágono	7	15	10	17	15
Hexágono	8	18	12	20	18
8 lados	10	24	16	26	24
10 lados	12	30	20	32	30

Alguns alunos poderão concluir que:

$$F + V = A + 2$$

OBSERVAÇÃO: Esta é a expressão de um teorema importante em matemática, chamado Teorema de Euler.

Página 254 — Apresenta algumas curiosidades sobre a Grande Pirâmide do Egito, de modo que os alunos possam estabelecer comparações de grandezas de superfícies (é apresentado aqui mais como um problema de estimativas do que de cálculo de áreas).

Páginas 258 a 263 — Estas páginas visam à compreensão do conceito de volume, medida e unidade de volume.

Inicialmente, o professor utilizará a construção de sólidos geométricos para o estudo de equivalências de volumes:

- a) Os alunos devem construir três pirâmides com a mesma base e altura e um prisma de base e altura congruentes às das pirâmides construídas.

Em seguida, os alunos enchem o prisma de areia e verificam que são necessárias três pirâmides para esgotar essa areia; isto significa que o volume do prisma é equivalente ao de três pirâmides de mesma base e altura.

- b) Os alunos constroem três cones com a mesma base e altura e um cilindro de base e altura congruentes às do cone construído.

Em seguida, os alunos enchem o cilindro de areia e verificam que são necessários três cones de areia para esgotar essa areia; isto significa que o volume do cilindro é equivalente ao de três cones de mesma base e altura.

- c) Os alunos constroem prismas de mesma altura e bases diferentes, porém equivalentes na área, e verificam que a quantidade de areia necessária para encher qualquer um dos prismas é a mesma. Isto significa que os prismas são equivalentes (isto é, têm o mesmo volume).

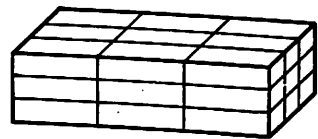
Estas construções e outras, assim como as sugeridas na página 258, encaminham o aluno à compreensão do conceito de volume.

As páginas 259 a 261 visam introduzir os conceitos de medida e unidade de volume.

O professor trabalhará inicialmente com unidades não padronizadas, fazendo as crianças compreenderem que, para medir volume, precisam de outro volume.

Antes da realização da página 259, o professor deve pedir aos alunos que meçam o volume de caixas (como as de papelão utilizadas no comércio) ou dos sólidos construídos, utilizando caixas de fósforos.

O volume de uma caixa de fósforos será a unidade. Assim, o professor perguntará por exemplo:



— A quantas caixas de fósforos corresponde a caixa A?

Os alunos dirão 18 — isto significa que o volume da caixa A é 18 unidades F (caixa de fósforos).

A página 260 deve ser lida e interpretada pelas crianças, que devem construir cubos de 1 dm de aresta e tentar construir outros de 1 cm de aresta, para sentir bem o significado das unidades 1 cm^3 e 1 dm^3 .

O professor utilizará esses cubinhos feitos em classe para que os alunos verifiquem experimentalmente que um cubo de 1 dm de aresta corresponde a muitos cubinhos de 1 cm de aresta e, por meio de desenho,

que um cubo de 1 dm de aresta corresponde a 1.000 cubos de 1 cm de aresta.

Os exercícios da página 261 devem, dentro do possível, ser concretizados, para o aluno perceber claramente que, para determinar o volume, devemos multiplicar os números correspondentes ao comprimento, largura e altura.

Na página 262 o professor deve lembrar que os desenhos estão em escala, isto é, cada cubo representa um cubo de 1 dm de lado (1 dm^3) e, portanto, que a unidade é 1 dm^3 .

O objetivo do rodapé é sugerir a possibilidade de relacionar unidades de capacidade com unidades de volume, para que na página 263 os alunos possam relacionar 1 dm^3 com 1 litro.

Para os alunos sentirem esta relação, o professor utilizará os cubos de 1 dm^3 construídos e fará os alunos verificarem que a quantidade de areia que enche o cubo de 1 dm de aresta é a mesma que enche um litro.

A mesma relação estabelecida entre o cm^3 e o dm^3 deverá, agora, ser feita entre o dm^3 e o m^3 . É óbvio que esta relação não poderá ser determinada experimentalmente, mas todo o encaminhamento que se deu ao estudo de áreas e a abordagem da multiplicação (linha por coluna) levará o aluno facilmente a estas conclusões.

BIBLIOGRAFIA

- ADLER, Irving, *Matemática moderna*, Lisboa, Publicações Europa-América.
- BRUMFIELD e outros, *Geometry*, Addison-Wesley Publishing Co. Inc.
- BRUMFIELD e outros, *Introduction to Mathematics*, Addison-Wesley Publishing Co. Inc.
- CASTRUCCI, Benedito, *Elementos da teoria dos conjuntos*, São Paulo, GEEM.
- CASTRUCCI, Benedito, *Matemática moderna*, vol. I, São Paulo, F.T.D.
- DIENES, Z. P., *Os primeiros passos em Matemática — conjuntos, números e potências*, São Paulo, Herder.
- DIENES, Z. P., *Exploração do espaço e prática da medida*, São Paulo, Herder.
- DOWNS, Moise, *Geometry*.
- DUMONT, M., *Étude intuitive des ensembles*, Paris, Dunod.
- EICHOLZ, MARTIN, BRUMFIELD, SHANKS, *Elementary School Mathematics Series*, Addison-Wesley Publishing Co. Inc.
- FRÉDÉRIQUE e PAPY, *L'enfant et les graphes*, Bruxelas, Didier.
- Matemática moderna para o ensino secundário*, São Paulo, GEEM.
- Measure and Find out — A Quantitative Approach to Science*, Scott, Foresman & Co.
- PAPY, *Mathématique moderne*, Bruxelas, Didier.
- SANCHEZ, Lucilia Bechara, e Manhúcia P. LIBERMAN, *Uma iniciação à Matemática*, São Paulo, GEEM.
- SCHOOL MATHEMATICS STUDY GROUP (SMSG), *Mathematics for Elementary School*, Yale University Press.
- Seeing through Mathematics*, Scott, Foresman & Co.
- The Arithmetic Teachers Review*, Washington, The National Council of Teachers of Mathematics.
- The Foundations Booklet — Background for Students*, Scott, Foresman & Co.



*Este livro foi composto e impresso
nas oficinas da*

SÃO PAULO EDITORA S. A.
03010 — Rua Barão de Ladário, 226
01000 — SÃO PAULO, SP — BRASIL

