$156^{m^2},25$ segue-se que este numero representa tambem a superficie do primeiro terreno. O lado do segundo terreno será egual á raiz quadrada de 156,25 ou a $\sqrt{15625} = 12^m,5$. Correspondendo a largura do primeiro terreno a 25 metros, sua superficie será egual a $156,25 \div 25 = 60^m,25$.

342

Plantaram-se eucalyptus num campo cuja superficie era de $9^{Ha},12^a,4^{ca}$ com $3^m,02$ de intervallo.

Sendo o terreno um quadrado, deseja-se saber quantas arvores foram dispostas de cada lado do campo.

Solução raciocinada: 1 hectareo tem 100 areos; em 9^{Ha} ha $100^a \times 9 = 900^a$.

$900^a + 12^a = 912^a$ O areo está dividido em 100 centiareos; em 912 areos ha $912^a \times 100^{ca} = 91200^{ca}$. $91200^{ca} + 4^{ca} = 91204^{ca}$ ou 91204^{m^2} que representam a superficie do campo.

Tratando-se de um terreno quadrangular cuja superficie já determinamos, cada lado terá um numero de metros egual á raiz quadrada dessa superficie, ou $\sqrt{91204} = 302^m$.

Existindo entre os eucalyptus $3^m,02$ de intervallo, foram plantadas $302^m \div 3^m,02 = 100$ arvores.

343

Compraram-se dois prados, medindo um $250^m,40$ de largura e $3^{Hm},988$ de comprimento e outro com uma area de 484^{m^2}. Quanto custou cada terreno, sabendo-se que o hectometro quadrado do primeiro foi pago á razão de 450$000 e o decametro quadrado do segundo a 320$000?

Qual o perimetro desses terrenos sabendo-se que o segundo é um quadrado?

Solução raciocinada: Superficie do 1º prado:

$$250^m,40 \times 3^{hm},988 \text{ ou}$$

$$1^{m^2} \times 250,40 \times 398,8 = 99859^{m^2},520.$$

Superficie do 2º

$$484^{m^2}$$

Primeiro prado, perimetro:

$$(250^m,40 \times 2) + (398^m,8 \times 2) =$$
$$= 500^m,80 + 797^m,6 = 1298^m,40$$

Perimetro do 2º prado:

$$\sqrt{484} = 22^m \text{ metros}$$

que representam um lado do 2º prado.

$$22^m \times 4 = 88 \text{ metros,}$$

que representam o perimetro.

Valor do 1º prado:

$$99859^{m^2},520 = 99^{Hm^2},859520$$

$$450\$000 \times 99,859520 = 41:936\$784$$

Valor do 2º prado:

$$484^{m^2} = 4^{Dm^2},84$$
$$320\$000 \times 4,84 = 1:548\$800$$

344

Um negociante comprou certa quantidade de ladrilhos para ladrilhar um armazem cuja largura era os $\frac{4}{5}$ do comprimento e os pagou a 8$500 o metro quadrado.

Sabendo-se que o comprimento deste armazem era egual ao lado de um salão de 225^{m^2} de superficie, qual a sua area? Quanto gastou o negociante para ladrilhal-o?

Solução raciocinada: Superficie do salão:

$$225^{m^2}$$

Lado:

$$\sqrt{225} = 15^m$$

que representam o comprimento do armazem.

Correspondendo a largura aos $\frac{4}{5}$ desse comprimento, mede

$$15^m \times \frac{4}{5} = \frac{60}{5} = 12^m.$$

Superficie do armazem ;

$$1^{m^2} \times 15 \times 12 = 180^{m^2}$$

Preço do ladrilho necessario para esta superficie :

$$8\$500 \times 180 = 1{:}530\$000.$$

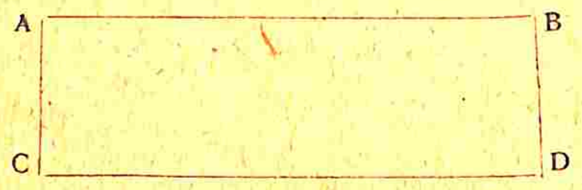
345

Um terreno é tres vezes mais comprido que largo e sua superficie é de $365^{m^2},50$

Quaes as suas dimensões ?

Solução raciocinada : Se o terreno tem maior comprimento que largura e comprehende duas dimensões, tem a forma rectangular:

Representando esse terreno pelo rectangulo



em que o lado A B ou C D tem uma extensão tres vezes maior do que o lado A C ou B D; fica o rectangulo A B C D dividido em tres partes eguaes, cada uma das quaes é um quadrado que tem para lado a largura do rectangulo e para superficie:

$$\frac{367^{m^2},50}{3} \text{ ou } 1225^{m^2}$$

A largura desse terreno é egual á raiz quadrada de 1225^{m^2} ou a

$$\sqrt{1225} = 35^m$$

O comprimento corresponde a

$$35^m \times 3 = 105^m$$

346

Um jardineiro plantou uns abieiros num quadrado perfeito. Se dispuzesse um certo numero sobre cada lado

do quadrado, restar-lhe-iam 31 abieiros. Entretanto faltam-lhe 54 para possuir um abieiro a maior. De quantas arvores dispõe o jardineiro ?

Solução raciocinada : A differença dos quadrados desses dois numeros consecutivos é $54 + 31 = 85$, a qual representa o dobro do menor mais um. Portanto o jardineiro plantou $84 \div 2 = 42$ arvores em cada lado do quadrado e dispõe de um numero egual a $(42)^2 + 31 = 1795$ arvores.

347

Um terreno tem de superficie 8100^{m^2} ; a largura equivale aos $\frac{4}{9}$ do comprimento. Quaes as dimensões desse terreno ?

Solução raciocinada : Equivalendo a largua aos $\frac{4}{9}$ do comprimento, segue-se que o comprimento ou

$$C = \frac{4C}{9} = \frac{4\ C\ 2}{9};\ \text{donde}$$

$$\frac{4\ C\ 2}{9} = 8100^{m^2} \text{ e}$$

$$C^2 = \frac{8100 \times 9}{4} = 18225;\ \text{portanto}$$

$$C = \sqrt{18225} = 135^m$$

$$L = \frac{135 \times 4}{9} = 60^m$$

Verificação : $1^{m^2} \times 135 \times 60 = 8100^{m^2}$.

Raiz cubica

348

Deseja-se construir uma cisterna com a capacidade de 1700 hectolitros de agua. A fórma dessa cisterna deve ser a de um parallelepipedo cujas dimensões guardem a mesma relação que os numeros 5, 7 e 9.

Quaes serão suas dimensões?

(F. F.)

Solução raciocinada: Equivalendo o metro cubico a 10 hectolitros a capacidade interior da cisterna será de 170^{m3} ou

$$1700^{Hl} \div 10^{Hl} = 170^{m3}$$

Volume do parallelepipedo:

$$5 \times 7 \times 9 = 315^{m3}.$$

Ora, como os volumes dos corpos semelhantes guardam a mesma relação que os cubos de suas dimensões, segue-se que, tendo a cisterna a fórma de um parallelepipedo cujo volume é de 315^{m3}; encontramos a primeira dimensão equivalente ao numero 5 armando a seguinte proporção: $315 : 170 :: 5^3 : x$, donde o valor de x será egual a

$$\frac{170 \times 5^3}{315} = 67{,}460317640,$$

donde x será egual á raiz cubica desse numero, ou

$$\sqrt[3]{67{,}460317640} = 4^m{,}0708.$$

A segunda dimensão será egual a $5^m{,}699$ ou

$$5 : 7 :: 4{,}0708 : x'$$

$$\text{donde } x' = \frac{7 \times 4{,}0708}{5} = 5^m{,}699.$$

A dimensão corresponderá a

$$5 : 9 :: 4{,}0708 : x'', \text{ donde}$$

$$x'' = \frac{9 \times 4{,}0708}{5} = 7^m{,}3274.$$

349

O volume de uma pilha de lenha da fórma de um parallelepipedo é de 72^{m3}. A largura equivale a $\frac{1}{4}$ do comprimento e a altura aos $\frac{2}{3}$ da largura.

Quaes as tres dimensões da pilha?

(*Leyssene*).

Solução raciocinada: A largura equivale a $\frac{C}{4}$ e a altura a $\frac{C}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{C}{6}$.

O volume da pilha é egual a

$$C \times \frac{C}{4} \times \frac{C}{6} = \frac{C^3}{24}; \text{ donde}$$

$$\frac{C^3}{24} = 72^{m3} \text{ ou}$$

$$C^3 = 72^{m3} \times 24 = 1728^{m3}$$

$$C = \sqrt[3]{1728} = 12^m$$

$$L = \frac{12^m}{4} = 3^m$$

$$A = 3^m \times \frac{2}{3} = 2^m.$$

Verificação:

$$1^{m3} \times 12 \times 3 \times 2 = 1^{m3} \times 72 = 72^{m3}.$$

350

Uma pilha de lenha de 24 stereos apresenta a fórma de um parallelepipedo rectangular e é tão alta quanto larga.

Quaes as suas dimensões se o comprimento contem oito vezes a altura?

(*L. Guyon*).

Solução raciocinada: Em 24 stereos ha 24^{m3}; se dividirmos o comprimento dessa pilha em 8 partes eguaes e se, pelos pontos de divisão traçassemos um plano perpendicular á base do parallelepipedo, ficariam determinados oito cubos eguaes, tendo para aresta a altura do parallelepipedo e para volume

$$24^{m3} \div 8 = 3^{m3}$$

Portanto a aresta de cada um desses 8 cubos seria egual á raiz cubica de

$$3^{m3} \text{ ou a } \sqrt[3]{3} = 1^m{,}442$$

Donde a altura e a largura da pilha seriam eguaes a $1^m{,}442$ e o comprimento a

$$1^m{,}442 \times 8 = 11^m{,}536$$

351

Nas conchas de uma balança acham-se collocados dois pótes de egual capacidade; um está totalmente cheio dagua e o outro contem apenas um cubo de metal cuja densidade é 9. Nestas condições o peso do 2º póte excede de 5kg779 ao do 1º. Assim, se se tomar o póte contendo o cubo, verifica-se que, para enchel-o é necessario despejar $4^l{,}869$ dagua, afim do cubo ficar completamente immerso.

Pergunta-se: 1º — qual o volume e o lado do cubo; 2º — qual a capacidade dos potes?

Solução raciocinada: Se o 1º póte contivesse sómente um volume dagua egual ao volume do cubo seu peso seria diminuido de peso de $4^l{,}869$ dagua, isto é, de 4kg.869.

Haveria então entre os 2 pótes uma differença de peso egual a

$$5kg,779 + 4kg,869 = 10kg,648$$

a favor do póte que contivesse o cubo.

Esta differença de peso, proviria da differença de densidade das substancias existentes nos dois pótes. Um decimetro cubico de metal pesa 9kg; 1kg equivale a 8kg a maior do que um decimetro cubico de agua. O volume do cubo de metal serio pois, de:

$$\frac{1^{dm3} \times 10,648}{8} = 1^{dm3},331$$

e o lado do cubo seria egual a :

$$\sqrt[3]{1,331} = 1^{dm},1$$

Ora, $1^{dm3},331$ equivale a $1^{l},331$; donde se deprehende que a capacidade de cada póte seria de.

$$1^{l},331 + 4^{l},869 = 6^{l},20.$$

Percentagem

352

Quatro irmãos dividiram entre si uma herança de 12:640$000. O 1º recebeu 6 % dessa quantia, o 2º, 4 %, o 3º 5 % e o 4º 854$000. O resto collocaram em um banco esperando obter um lucro de 29$670 em um anno. A que taxa empregaram o capital? Qual a parte da herança que tocou a cada um?

Solução raciocinada: 6% de 12:640$000 correspondem a :

$$\frac{12:640\$000 \times 6}{100} = 758\$400.$$

4% de 12:640$000 equivalem a :

$$\frac{12:640\$000 \times 4}{100} = 505\$600.$$

5% de 12:640$000 equivalem a :

$$\frac{12:640\$000 \times 5}{100} = 632\$000.$$

Para determinarmos a quantia que foi collocada a juros, basta reunir a parte de cada um, ou 758$400 + 505$600 + 632$000 + + 854$000 = 2:750$000 e subtrahir este total de 12:640$000 ou

$$12:640\$000 - 2:750\$000 = 9:890\$000.$$

Para que 9:890$000 dessem um lucro de 29$670 era necessario que tivessem sido collocados á taxa de

$$\frac{29670 \times 100}{989} = 3\% \text{ ou,}$$

deduzindo a regra:

$$i = \frac{j \times 100}{C}.$$

353

Qual a differença entre 1:800$000 menos 8 % e 2:420$000 menos 5 %?

Solução raciocinada: Se 100$000 rendem 8$000

$001 deve render $\frac{8}{100}$

e 1:800$000 $\frac{8000 \times 1800000}{100000} = 144\$000.$

Da mesma fórma, se

100$000 rendem 5$000

$001 deve render $\frac{5000}{100000}$

e

2:420$000 — $\frac{5000 \times 2420000}{100000} = 121\$000.$

De 1:800$000 tirando-se 144$000, ficam 1:656$000 e de 2:420$000 tirando-se 121$000, restam 2:299$000.

A differença entre 1:800$000 menos 8% e 2:420$000 menos 5% é egual a:

2:299$000 — 1:656$000 = 643$000.

354

Um terreno foi adquirido por 3:600$000. Quem o comprou pagou $\frac{3}{4}$ desta importancia e depois $\frac{2}{5}$ do resto. Quanto precisará ainda desembolsar, devendo pagar 3 % de juro sobre o valor total do terreno?

Solução raciocinada: $\frac{3}{4}$ de 3:600$000 equivalem a:

$$\frac{3600000 \times 3}{4} = 2:700\$000$$

O resto é egual a 3:600$000 — 2:700$000 = 900$000.

$\frac{2}{5}$ de 900$000 correspondem a:

$$\frac{900000 \times 2}{5} = 360\$000:$$

3% de 3:600$000 são:

$$\frac{3:600000 \times 3}{100} = 108\$000.$$

Pagando da 1ª vez 2:700$000 e da 2ª vez 360$000 deve ainda pagar:

3:600$000 — (2:700$000 + 360$000) = 3:600$000 — 3:060$000 = = 540$000, que reunidos a 108$000 de juros, prefazem um total de: 540$000 + 108$000 = 680$000, que é quanto o comprador deve ainda desembolsar.

355

Um agricultor deixou de vender 12^{Hl},4 de trigo por 68$000 o hectolitro. Tendo-o vendido dois mezes mais tarde, já havia perdido 120 litros do que possuia e teve de dispender com o transporte 10$640. Por quanto deveria ter vendido cada litro para ganhar 5 % sobre a quantia que deveria receber da primeira vez?

Solução raciocinada: O 1º preço da venda deve ser de

68$000 × 12,4 = 843$200

5% de 843$200 são $\frac{843\$200 \times 105}{100} = 885\$360.$

Portanto o preço da 2ª venda deve ser de:

885$360 + 10$640 = 896$000.

Tendo vendido 120 litros restam-lhe:

12^{Hl},4 ou 1240^{l} — 120^{l} = 1120^{l}.

Cada litro deve ser vendido por:

$$\frac{896000}{1120} = 800 \text{ réis}.$$

356

Um negociante comprou certa quantidade de oleo e vinagre. Vendeu primeiro 30 litros de oleo e 45 de vinagre por 132$000, com um lucro de 10 % sobre o preço da compra.

Uma segunda vez vendeu 48 litros de oleo e 60 de vinagre por 100$700, soffrendo um prejuizo de 5 % sobre o valor da compra.

Calcular o custo de 1 litro de oleo e de 1 de vinagre.

Solução raciocinada: Se o lucro é de 10 % sobre o valor da compra, o preço da venda corresponde aos $\frac{110}{100}$ do valor da compra. Importando a 1ª venda em 132$000, o preço da compra deve ter sido de:

$$132\$000 \div \frac{110}{100} = 120\$000$$

Havendo um prejuizo de 5 % na segunda venda, sobre o preço da compra, deduz-se que esse preço equivale aos $\frac{95}{100}$ do preço da compra ou a 100$000 — 5$000 = 95$000.

Tendo importado a 2ª venda em 100$700, o preço da compra é de:

$$100\$700 \div \frac{95}{100} = 106\$000$$

donde se conclue que 30 litros de oleo e 45 de vinagre custaram 120$000 e 48 litros de oleo e 50 de vinagre importaram em 106$000.

Se a 1ª compra fosse duas vezes mais consideravel e a segunda tres vezes maior, a 1ª acquisição seria de $30^l \times 4 = 120$ litros ou de $45^l \times 4 = 180$ litros valendo a 1ª 120$000 × 4 = 480$000.

A 2ª acquisição importaria em:

$48^l \times 3 = 144^l$ de oleo e

$60^l \times 3 = 180^l$ de vinagre

num valor total de

$$106\$000 \times 3 = 318\$000$$

A differença de preço de compra seria de:

480$000 — 318$000 = 162$000 que

correspondem á differença do numero de litros de vinagre.

Ora, se 180 litros de vinagre custuram 162$000, 1 só litro deveria ter custado:

162$000 ÷ 180 = 900 réis.

Se os 30 litros de oleo e os 45 litros de vinagre custaram 120$000, os 30^l de oleo importaram em:

120$000 — (900 × 45) =

= 120$000 — 40$500 = 79$500

Por conseguinte 1 litro de oleo importou em

79$500 ÷ 30 = 2$650

357

Comprei uma propriedade por 18:000$000; paguei 5 % pelo direito de transmissão e outros impostos. Para nivelal-o contractei 20 operarios durante 15 dias, pagando a cada um 2$500 diarios e 2$400 por metro cubico de terra que transportaram. Em seguida tomei dois empregados para plantal-o e paguei a cada um 5$000 por dia de trabalho, embolsando-os ainda por 2640 arbustos á razão de 16$000 o cento.

40$000 dispendi em sementes.

Pela construcção do muro que limitava este terreno, numa extensão de 255^m, paguei o metro a 2$000 e gastei mais 12$000 em pequenos reparos.

Quanto dispendi, se o numero de metros cubicos de terra adquiridos se elevou a 950 e os dois empregados trabalharam durante 25 dias?

Solução raciocinada: O preço da compra mais 5 % de impostos equivalem a 18:000$000 + $\left(\frac{5 \times 18}{100}\right)$ = 18:900$000.

Despesa com os operarios:

2$500 × 20 × 15 = 750$000.

Despesa com o transporte da terra :

$$2\$400 \times 950 = 2:28\ \$000.$$

Despesa com os 2 empregados, para plantal-o :

$$5000 \times 2 \times 25 = 250\$000$$

Despesa com a acquisição de arbustos e sementes :

$$\left(\frac{16\$000 \times 2640}{100}\right) + 40\$000 = 462\$400$$

Despesa com a reconstrucção do muro e diversos reparos :

$$2\$000 \times 255 = 510\$000 + 12\$000 = 52{:}\$000.$$

Importancia a que se elevou a propriedade :

$$18{:}900\$000 + 750\$000 + 2{:}280\$000 + 250\$000 + 462\$400 + $$
$$+ 522\$000 = 23{:}164\$400.$$

358

Duas caldeiras a vapor alimentam uma machina que consome diariamente 72000 kilogrammas de vapor, numa pressão de 5 atmospheras.

O calor total contido em 1 kilogramma deste vapor é de 6520 calorias ; mas as caldeiras só produzem 40 % desse numero. Qual então a quantidade de carvão necessaria para alimentar estas caldeiras ?

(Phelippe e Dauchy)

Solução raciocinada : Quantidade de calorias necessarias :

$$6520^c \times 72.000 = 469440000$$

Numero de calorias de que se utilizam em cada kilogramma de carvão :

$$\frac{6520 \times 40}{100} = 2608 \text{ colorias}$$

Quantidade de carvão necessaria :

$$1\text{kg} \times \frac{469440000}{2608} = 180.000 \text{ kg}.$$

359

Um negociante comprou cafe em grão a 36$000 os 100 kilogrammas e o vendeu depois de torrado á razão de 1$500 o sacco de 1000 grammas.

Sabendo-se que pela torrefacção o café perde $\frac{1}{5}$ de seu peso e que a despesa com esta operação é de 400 ré s por 5 kilogrammas, pergunta-se qual o lucro auferido por este negociante em cada sacco de café em grão, de 125 kilogrammas e bem assim qual a percentagem sobre o preço da venda.

(Royer)

Solução raciocinada : Se pela torrefacção o café perde $\frac{1}{5}$ de seu peso, 100 kilogrammas de café em grão ficam reduzidos a $\frac{100 \times 4}{5}$ ou 80 kilogrammas.

Se cada sacco de 1000 grammas ou 1 kilogramma custa 1$500, 5 kilogrammas custam 1$500 × 5 ou 7$500 e 80 kilogrammas são vendidos por 7$500 × 80 = 60$000. Se a despesa com 5 kilcgrammas de café para torrar, importa em 400 réis, em 80 kilogrammas a despesa é de $\frac{400 \times 80}{5} = 6\$400$.

Portanto o preço da venda dos 80 kilogrammas é de 36$000 + + 6$400 = 42$400 e o lucro sobre 100 kilogrammas de café em grão equivale a :

$$60\$000 - 42\$400 = 17\$600.$$

Sobre 125 kilogrammas é de

$$\frac{17\$600 \times 125}{100} = 22\$000.$$

A percentagem sobre o valor da venda é de :

$$\frac{17\$600 \times 100}{42\$400} = 41\$509.$$

360

Um negociante comprou diversas mercadorias.

Pagou pelo transporte uma quantia egual aos 15 % do valor da compra e de direitos alfandegarios 300$000. Vendendo-as com um prejuizo de 5 % sobre o valor da venda, pergunta-se qual foi então o preço da compra, sabendo-se que, se elle as tivesse vendido por mais 394$050 teria ganho 1 % desta importancia?

(Royer)

Solução raciocinada: A differença entre os dois preços da venda corresponde a $\frac{5}{100} + \frac{1}{100}$ ou a $\frac{6}{100}$ do preço da compra, que é igual a $\frac{394050 \times 100}{6}$ ou 6:567$500.

Subtrahindo desta importancia os direitos alfandegarios ou 300$000, restam 6:567$500 — 300$000 ou 6:267$500, que representam o preço da compra e o transporte. Equivalendo o transporte a 15% do valor da compra, deduz-se que as mercadorias importaram em

$$\frac{6:267\$500 \times 100}{115} \text{ ou } 5:450\$000.$$

Recapitulação

361

Uma senhora fez uma compra na importancia de 180$000; pagando-a com 2 % de desconto, quanto desembolsou?

Resposta: 176$400.

362

Um negociante comprou diversos generos: gastou em transporte 450$000. Tendo importado a compra em 5:200$000, pagando-a com um abatimento de 3 %, qual a despesa total?

Resposta: 5:494$000.

363

Um terreno foi vendido por 3:400$000.

A pessôa que o comprou aproveitou-o para uma plantação de milho que lhe deu no 1.º anno um lucro egual aos 30 % do valor do terreno e nos dois annos subsequentes duas vezes mais do que no 1.º anno.

Qual o lucro liquido no fim desse tempo?

Resposta: 1:700$000.

364

Qual o negocio mais vantajoso: alugar por 480$000 annuaes uma horta com contracto de dois annos e que rende annualmente 1:600$000 ou empregar esta importancia ao juro de 12 % ao anno?

Resposta: O mais vantajoso é alugar a horta, que dará um lucro de 2:240$000 no fim dos 2 annos.

Partes proporcionaes

365

Uma pessôa deixou uma fortuna de 360:000$000 para ser dividida entre tres herdeiros, de modo que as partes estivessem na proporção de 4, 6 e 8.

Quanto tocou a cada um?

Solução raciocinada: 4 + 6 + 8 = 18

360:000$000 ÷ 18 = 20:000$000.

O 1º herdeiro deveria receber

20:000$000 × 4 = 80:000$000

O 2º

20:000$000 × 6 = 120:000$000

E o 3º

20:000$000 × 8 = 160:000$000

Verificação:

80:000$000 + 120:000$000 + 160:000$000 = 360:000$000

366

Quatro individuos deviam repartir 693:000$000 em quatro partes taes, que estivessem na mesma proporção de $\frac{1}{2}$ para $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{5}$.

Qual deveria ser a parte de cada um?

Solução raciocinada : $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=$

$$=\frac{30}{60}+\frac{20}{60}+\frac{15}{60}+\frac{12}{60}$$

As 4 partes deveriam estar na proporção de

$$\frac{30}{60},\ \frac{20}{60},\ \frac{15}{60} \text{ e } \frac{12}{60} \text{ ou}$$

na proporção de

$$30,\ 20,\ 15 \text{ e } 12 \text{ ou}$$

ainda de

$$30+20+15+12=77$$

donde

$$\frac{693{:}000\$000}{77}=9{:}000\$000$$

As 4 partes deveriam ser

1ª — 9:000$000 × 30 = 270:000$000
2ª — 9:000$000 × 20 = 180:000$000
3ª — 9:000$000 × 15 = 135:000$000
4ª — 9:000$000 × 12 = 108:000$000

367

Um tio deixou a dois sobrinhos de 8 e 11 annos de idade 57:500$000. Estabeleceu que esta somma fosse repartida de fórma tal, que a parte de cada sobrinho, collocada a 5 %, attingisse a uma mesma somma, quando ambos chegassem á maioridade.

Quanto tocou a cada um ?

Solução raciocinada : Contando o mais moço 8 annos, a parte que lhe coubesse deveria ser empregada durante

$$21^a \text{ (maioridade)} - 8^a = 13^a;$$

a parte do mais velho deveria ser empregada durante :

$$21^a - 11^a = 10^a$$

Se a parte de cada um fosse representada por 100$000, esta

quantia durante 13 annos e 10 annos, produziria respectivamente, a uma mesma taxa de 5%, um juro egual a

$$\frac{100\times 5\times 13}{100} \text{ ou } 65\$000 \text{ para o mais moço e}$$

$$\frac{100\times 5\times 10}{100} \text{ ou } 50\$000 \text{ para o mais velho.}$$

Quantias eguaes, devem produzir capitaes proporcionaes a 65$000 e 50$000, ou a 65 e 50. Ora, para obter inversamente capitaes eguaes, é necessario empregar quantias inversamente proporcionaes a 65 e 50. As partes seriam então proporcionaes a

$$\frac{1}{65} \text{ e } \frac{1}{50} \text{ ou a 65 e 50 ou a } 65+50=115.$$

O mais velho receberia:

$$\frac{57{:}500\$000\times 65}{115} \text{ ou } 32{:}500\$000$$

e o mais moço

$$\frac{57{:}500\$000\times 50}{115}=25{:}00\$000.$$

368

Uma pessôa dispõe de 6 horas para fazer um passeio num rio. Desce $5^{km}\ \frac{1}{2}$ em uma hora e sobe nesse mesmo tempo $2,^{km}\ \frac{1}{2}$. Começando o passeio pela subida, a que horas começará de ascer ?

Solução raciocinada : O espaço a percorrer sendo o mesmo, os termos serão inversamente proporcionaes a 5kg,5 e 2^{km},5 ou a $\frac{1}{55}$ e $\frac{1}{25}$ ou a $\frac{1}{11}$ e $\frac{1}{5}$ ou a 11 e 5 ou ainda a $11+5=16$.

Assim pois, esta pessôa precisará de

$$\frac{6\times 11}{16}=4^h,7^m30^s \text{ para subir}$$

$$\text{e de } \frac{6\times 5}{16}=1^h52^m \text{ e } 30^s \text{ para descer}$$

369

Repartir uma gratificação de 136$800 entre tres empregados na razão directa de seus tempos de serviço e inversa de seus ordenados.

O 1.º tem 10 annos de serviços e 650$000 de ordenado; o 2.º tem 5 annos de serviços e 450$000 de ordenado; o 3.º finalmente, tem 6 annos de serviços e 156$000 de ordenado.

Solução raciocinada: As tres partes serão proporcionaes a

$$\frac{10}{650},\ \frac{5}{450}\ \text{e}\ \frac{6}{150}\ \text{ou a}\ \frac{1}{65},\ \frac{1}{90}\ \text{e}\ \frac{1}{26}\ \text{ou a}\ \frac{18}{1170},\ \frac{13}{1170}\ \text{e}$$

$\frac{45}{1170}$ ou a 18, 13 e 45 ou ainda a

$$18 + 13 + 45 = 76.$$

Parte do 1.º $\frac{136\$800 \times 18}{76} = 32\$000;$

» » 2.º $\frac{136\$800 \times 13}{76} = 23\$400;$

» » 3.º $\frac{136\$800 \times 45}{76} = 81\$000.$

370

O director de uma repartição gratifica a tres de seus melhores empregados com 2:052$000, repartindo esta importancia na razão directa de seus tempos de serviço e inversa de seus vencimentos. O 1.º contava 36 annos de casa e 4:000$000 de vencimentos annuaes; o 2.º 30 annos de serviços e 3:600$000 de vencimentos; o 3.º 24 annos de casa e 3:000$000 annuaes.

Solução raciocinada: Ora, as partes serão proporcionaes a

$$\frac{36}{4000},\ \frac{30}{3600},\ \frac{24}{3000}\ \text{ou a}\ \frac{9}{1000},\ \frac{1}{120}\ \text{e}\ \frac{1}{125}\ \text{ou a}$$

$$\frac{27}{3000},\ \frac{25}{3000},\ \frac{24}{3000}\ \text{ou a}$$

$$27 + 25 + 24 = 76.$$

Gratificação do 1.º — $\frac{2:052\$000 \times 27}{76} = 729\$000$

» » 2.º — $\frac{2:052\$000 \times 25}{76} = 675\$000$

» » 3.º — $\frac{2:052\$000 \times 24}{76} = 648\$000.$

371

Compraram-se duas peças de linho cujos comprimentos eram proporcionaes aos numeros 24 e 14, medindo a 1.ª mais 50 metros que a 2.ª. Qual o preço de cada peça se ambas custaram 590$000 e se a largura da maior é egual aos $\frac{2}{5}$ da largura da menor?

Qual o comprimento de cada peça?

Solução raciocinada: Sendo os comprimentos proporcionaes a 24 e 14, a de menor comprimento teria $\frac{14}{24}$ do comprimento do maior.

donde $\frac{24}{24} - \frac{14}{24} = \frac{10}{24}$ da de maior comprimento valem 50 metros.

Portanto a de maior comprimento mede

$$50^m \times \frac{24}{10}\ \text{ou}\ 120^m\ \text{e a}$$

menor tem

$$120^m - 50^m = 70^m.$$

Portanto, os 120 metros da 1.ª peça equivalem a

$$120 \times \frac{2}{5} = 48^m\ \text{da 2.ª}$$

Ora, $48^m + 70^m$ correspondem a 118^m da de menor extensão, correspondendo o preço de 1^m dessa peça a

$$590\$000 \div 118 = 5\$000.$$

O metro da peça mais extensa vale

$$5\$000 \times \frac{2}{5} = 2\$000 \text{ e a}$$

peça inteira

$$2\$000 \times 120 = 240\$000.$$

A menor extensão vale, pois:

$$5\$000 \times 70 = 350\$000.$$

Verificação:

$$240\$000 + 350\$000 = 590\$000.$$

372

Um terreno de 1850m2 foi levado a leilão e vendido em tres lotes. Estando as superficies desses lotes na razão inversa de 8, 10 e 12, calcular a superficie de cada um e o valor total do terreno, sabendo-se que os lotes são eguaes em valor e que o metro quadrado de um delles foi vendido a 5$000.

Solução raciocinada: Os lotes sendo proporcionaes a 8, 10 e 12 ou a $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{12}$ ou a $\frac{15}{120}$, $\frac{12}{120}$ e $\frac{10}{120}$ ou a $15 + 12 + 10$ ou ainda a 37, e se o terreno media 1850^{m^2} a relação entre elles era de

$$1850^{m^2} \div 37 = 50^{m^2}$$

O 1º terreno media $50^{m^2} \times 15 = 750^{m^2}$

» 2º » » $50^{m^2} \times 12 = 600^{m^2}$

» 3º » » $50^{m^2} \times 10 = 500^{m^2}$

Total : $750^{m^2} + 600^{m^2} + 500^{m^2} = 1850^{m^2}$.

Valor do 1º lote :

$$5\$000 \times 750 = 3:750\$000$$

Valor de todo o terreno:

$$3:750\$000 \times 3 = 11:250\$000.$$

373

Um negociante comprou duas peças de linho da

mesma qualidade estando o valor da 1ª para o da 2ª como 12 para 19.

A 1ª tem 15 metros menos que a 2ª representando a sua largura os $\frac{3}{4}$ da largura da outra.

Revendendo-as por 2:566$800 realizou um lucro de 20% sobre o preço da compra.

Qual o comprimento das duas peças e o valor de um metro de cada uma ?

(Royer)

Solução raciocinada: Correspondendo o lucro a 20 % do valor da compra, se representarmos este valor por 100$000 o preço da venda representa os $\frac{100 + 20}{100} = \frac{120}{100}$ ou $\frac{6}{5}$ do preço da compra ou ainda é egual a $\frac{2:566\$800 \times 5}{6}$ ou a 2:139$000 e o valor da 1ª peça é de $2:139\$000 \times \frac{12}{31}$ e o da 2ª de $2:139\$000 \times \frac{19}{31}$, ou a 1ª importou em 828$000 e a 2ª em 1:311$000, visto ser a relação entre os preços de uma e outra de 12 para 19; donde a relação entre as duas é de $\frac{1}{12} + \frac{1}{19} = \frac{19}{228} + \frac{12}{228}$ ou $\frac{31}{228}$.

Sendo a largura da 2ª peça egual ¾ da 1ª, o seu valor corresponde a $1:311\$000 \times \frac{3}{4}$ ou 983$250.

Assim pois, os 15 metros a maior que a 1ª possue ficam valendo 983$250 — 828$000 = 155$250; donde o valor de 1^m é de $\frac{155250}{15}$ ou 10$350 e 1^m da 2ª peça vale $10\$350 \times \frac{4}{3}$ ou 13$800.

Portanto o comprimento da 1ª peça é de $828\$000 \div 10\$350 = 80^m$ e da 2ª de $1:311\$000 \div 13\$800 = 95$ metros.

374

Um agricultor comprou dois terrenos. Sabe-se que a superficie do 1º está para a do 2º como 7 para 21; que 25^{m^2} do 1º valem tanto quanto um areo do 2º ; que os dois terrenos importaram em 15:125$600 e que a soma das superficie total é de $4^{Ha},3216$.

Qual o valor de 1 areo de cada terreno?

(*Royer*)

Solução raciocinada: Se a relação entre as superficies dos dois terrenos é de 7 para 21 ou de $\frac{7}{21}$ ou $\frac{1}{3}$, deduz-se que a superficie do 2º terreno representa o triplo da superficie do 1º; portanto a superficie total equivale ao quadruplo da superficie do 1º, que tem para area $432^a,16 \div 4 = 108^a,04$ e o 2º tem uma area egual a $108^a,04 \times 3 = 324^a,12$. Se 25^{m^2} do 1º valem tanto quanto 1 areo ou 100^{m^2} do 2º, 100^{m^2} do 2º custam tanto quanto 25^{m^2} do 1º assim, $324^a,12$ do 2º equivalem a $\frac{324,12}{4}$ ou $81^a,03$ do 1º e 15:125$600 representam o valor de $108^a,14 + 81^a,03$ ou de $189^a,07$ do 1º.

Portanto 1 areo do 1º vale $\frac{15:125600}{18907} = 80\$000$ e 1 areo do 2º vale $80\$000 \div 4 = 20\$000$.

375

Tres fazendeiros alugaram tres tropas, combinando pagar aos tropeiros uma indemnisação de 400$000. O 1º tomou para seu serviço, 10 homens e 5 cavallos, durante 20 dias; o 2º contractou 15 homens e 30 cavallos durante 15 dias e o 3º finalmente tomou 50 homens durante 6 dias.

Sabendo-se que cada homem deveria receber tanto quanto dois cavallos, qual a contribuição de cada fazendeiro?

Solução raciocinada: O 1º fazendeiro deveria pagar uma importancia egual ao aluguel de 20 cavallos mais 5 cavallos isto é, de $20 + 5 = 25$ cavallos, durante 20 dias, ou uma quantia egual ao aluguel de 500 cavallos durante 1 dia ou de $20 \times 25 = 500$ cavallos.

O 2º fazendeiro deveria pagar uma indemnisação calculada sobre o aluguel de $30^c + 30^c$ ou de 60 cavallos durante 15 dias, ou ainda de 60×15 ou 900 cavallos durante 1 dia; a indemnisação

do 3º deveria ser calculada sobre o aluguel de 100 cavallos durante 6 dias ou de 600 cavallos em 1 só dia. Dahi se deduz que as contribuições de cada um dos 3 fazendeiros seriam proporcionaes a 500, 900 e 600 ou a 5, 9, e 6, donde a parte do 1º seria egual a

$$\frac{400000 \times 5}{5+9+6} \text{ ou } 100\$000;$$

$$\text{a do 2º de } \frac{400000 \times 9}{5+9+6} \text{ ou } 180\$000$$

$$\text{e a do 3º de } \frac{400000 \times 8}{5+9+6} \text{ ou } 160\$000.$$

376

Uma pessôa possue uma certa somma que reparte em partes deseguaes entre dois afilhados, tendo o mais velho 25 annos e o 2º 18 annos.

Os $\frac{3}{8}$ da parte do 1º e os $\frac{2}{5}$ da parte do 2º.

8 formam duas sommas que são inversamente proporcionaes ás suas edades. Sabendo-se que o 2º poderia comprar com os $\frac{3}{5}$ da sua parte um terreno rectangular de 120 areos de superficie, a 150$000 o areo, pergunta-se qual a parte de cada um e as dimensões do rectangulo cuja base e altura estão entre si como 12 para 4.

(*L. Guyon*)

Solução raciocinada: Valor do terreno: $150\$000 \times 120 = 18:000\$000$.

Os $\frac{3}{5}$ da parte do 2º correspondendo a 18:000$000, os $\frac{2}{5}$ correspondem a $\frac{18:000000 \times 2}{3}$ ou 12:000$000

$$\text{e os } \frac{5}{5} \text{ a } \frac{18:000000 \times 5}{3} = 30:000\$000.$$

Donde

$$\frac{3}{8} : 12:000\$000 :: \frac{1}{25} : \frac{1}{18}.$$

($\frac{1}{25}$ e $\frac{1}{18}$ representam 18 e 25 annos invertidos.)

Dahi vem que $\frac{3}{8} \times \frac{1}{18} = 12{:}000\$000 \times \frac{1}{25}$ ou 480$000, ou ainda $\frac{3}{8 \times 18} = \frac{1}{48}$ da parte do 1º ou a $\frac{12000000}{25} = 480\$000$.

A parte do 1º corresponde, pois, a 480$000 × 48 = 23:040$000, e a quantia repartida a 23:040$000 + 30:000$000 = 53:040$000.

Se a base do terreno rectangular, está para sua altura como 120 para 4, ou:

base : altura :: 120 : 4, segue-se que a base corresponde a $\frac{30}{1}$, isto é, a 30 vezes a altura, que é egual á $\sqrt{12000000}$ ou á $\sqrt{400}$ ou ainda á $\sqrt{4} \times \sqrt{100}$ que é egual a 2 × 10 = 20 metros.

A base é de $20^m \times 30 = 600^m$.

377

Um negociante de ferragens precisou trocar certa quantidade de folhas de zinco velho, por zinco laminado, novo, afim de completar o sortimento de sua loja. Para isso trocou o zinco velho que possuia, valendo 41$500 cada 100 kilogrammas, por zinco novo, do valor de 72$500 o mesmo peso. Sabendo-se que o peso total do zinco trocado, (velho e novo), foi de 424 kilogrammas, pede-se o preço de cada uma das duas partidas.

(Phelippe e Dauchy)

Solução raciocinada: O valor das duas quantidades de zinco sendo a mesma, seus pesos são inversamente proporcionaes aos preços de cada 100 kilogrammas, isto é, ás importancias de 41$500 e 72$500 e portanto directamente proporcionaes ás fracções $\frac{100}{41500}$ e $\frac{100}{72500}$ ou ás fracções $\frac{1}{830}$ e $\frac{1}{1450}$ ou ainda aos numeros 1450 e 830.

Peso de cada partida: $\frac{424 \times 1450}{2280} = 269kg,65$

$$\frac{424 \times 830}{2280} = 154kg,35$$

Preço de cada partida: $\frac{41500}{100} \times 269kg,65 = 121\$904$

e $\frac{72500}{100} \times 154kg,35 = 111\$903$.

378

Um mestre de obras adquiriu $40^{m^3},5$ de areia que espalhou em tres terrenos differentes em qualidade e extensão. A superficie do 1º era de 2220^{m^2} e a sua qualidade foi avaliada em 4; a superficie do 2º era de $2^{Ha},50$ e a sua qualidade foi avaliada em 6; finalmente a superficie do 3º era de 84^{Dm^2} e sua qualidade foi avaliada em 8. A areia foi distribuida proporcionalmente ás extensões de cada terreno, na razão inversa da qualidade de cada um.

Quantos metros cubicos de areia foram espalhados em cada terreno?

(Leyssene).

Solução raciocinada: Superficie dos terrenos:

1º — 2220^{m^2}
2º — 25000^{m^2}
3º — 8400^{m^2}

Qualidades — do primeiro: 4; do segundo: 6; do terceiro: 8.

Se a distribuição foi feita na razão directa dos numeros 2220, 25000 e 8400 e inversa de 4, 6 e 8 ou ainda na razão directa de $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{8}$, é evidente que foi distribuida proporcionalmete aos productos de $2220 \times \frac{1}{4}$, $25000 \times \frac{1}{6}$ e $8400 \times \frac{1}{8}$ ou ainda a

$\frac{2220}{4}$, $\frac{25000}{6}$, e $\frac{8400}{8}$ ou a

$\frac{13320}{24}$, $\frac{100000}{24}$ e $\frac{25200}{24}$, cuja somma é egual a $\frac{138520}{24}$.

Portanto a quantidade de areia espalhada em cade terreno é de:

1º terreno :

$$40^{m3},5 \times \frac{13320}{138520} = 3^{m3}589$$

2º terreno :

$$40^{m3},5 \times \frac{100000}{138520} = 29^{m3}237$$

3º terreno :

$$40^{m3},5 \times \frac{25200}{138520} = 7^{m3}367$$

379

Tres moldadores foram encarregados da execução de uma mesma peça, difficil de moldar ; o 1º quebrou 4 moldes, o segundo 5 e o terceiro 3.

O trabalho de todos tres tendo sahido a contento da pessôa que fez a encommenda, esta resolveu dividir uma gratificação de 70$500 em partes proporcionaes ao numero de peças que cada operario perdeu.

Qual a parte de cada um?

(Philippe e Dauchy)

Solução raciocinada : A partilha deve ser feita em partes directamente proporcionaes a $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{3}$, visto o primeiro ter perdido 4 moldes, o segundo 5 e o terceiro 3, ou ainda aos numeros, 15, 12 e 20, porque $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{15}{60} + \frac{12}{60} + \frac{20}{60}$. Sommando-se os numeradores, vem que : $15 + 12 + 20$ correspondem a 47.

Sendo a gratificação de 70$500, segue-se que o 1º recebeu.

$$\frac{70500 \times 15}{47} = 22\$500;$$

o 2º recebeu $\frac{70500 \times 12}{47} = 18\$000$

e o 3º recebeu $\frac{70500 \times 20}{47} = 30\$000$.

380

480^{l},60 de arroz devem ser divididos em tres porções taes que as duas primeiras correspondam respectivamente aos $\frac{6}{9}$ e aos $\frac{15}{25}$ da terceira. Calcular cada uma dessas partes em litros.

Solução raciocinada : As tres porções estarão uma para outra como $\frac{1}{1}$, $\frac{6}{9}$ e $\frac{15}{27}$ ou $\frac{27}{27}$, $\frac{8}{27}$ e $\frac{15}{27}$ ou ainda como : 27, 8 e 15. A 1ª parte corresponderá portanto a $\frac{48060 \times 27}{27 + 8 + 15}$ ou a 25952^{l},4.

A 2ª a 7689^{l},6 ou a $\frac{48060 \times 8}{27+8+15}$ e a 3ª a $\frac{48060 \times 15}{27+8+15}$ ou 1441^{l},8.

Recapitulação

381

Dois viajantes partem ao mesmo tempo de duas cidades distantes uma da outra 44 leguas, devendo encontrar-se em um ponto situado entre as duas cidades.

Um faz 6 leguas por dia e o outro 5. Quantas leguas deverá cada um percorrer antes do enconrro e após quantos dias este terá logar?

Resposta : Depois de 8 dias
1º —— 24 leguas
2º —— 20 leguas.

382

Tres trabalhadores recebem 270$000 que devem repartir de accordo ao salario diario de cada um.

Sabendo-se que o 1º ganha 7$000 por dia, o 2º 12$000 em dois dias e o 3º 15$000 em 3 dias, quanto receberá cada um?

Quantos dias trabalharam elles?

Resposta : 1º — 105$000; 2º — 90$000; 3º 75$000.
Trabalharam durante 15 dias.

383

Um pae deixou uma fortuna de 70:000$000 a repartir entre tres filhos, de modo que o 1º recebesse tantas vezes 500$000, quantas o 2º recebesse 300$000 e o 3. 200$000.

Qual a parte de cada herdeiro?

Resposta : 1º — 35:000$000; 2º — 21:000$000; 3º — 14:000$000

384

Devem ser repartidos entre 5 crianças, 7:000$000 proporcionalmente ás suas edades, que são respectivamente 5, 6, 7, 8 e 9 annos.

Qual a parte de cada uma?

Resposta : 1ª — 1:800$000; 2ª — 1:600$000; 3ª — 1:400$000; 4ª — 1:200$000; 5ª — 1:000$000.

385

Quatro carroceiros alugaram um capinzal por..... 325$000.

O 1º occupou-o com 6 animaes durante tres mezes; o 2º com 8 durante 5 mezes; o 3º com 10 durante 6 mezes e o 4º com 16, durante 2 mezes.

Quanto deverá cada um pagar de aluguel?

Resposta : 1º — 39$000; 2º — 87$000; 3º — 130$000; 4º — 69$000.

386

12 soldados de cavallaria, 25 de infantaria e 18 marinheiros, receberam 897$000.

Quanto recebeu cada um, sabendo-se que um soldado de cavallaria recebeu duas vezes mais que um de infantaria e que 5 marinheiros receberam tanto quanto 3 soldados de infantaria?

Resposta : Cavalleiros — 360$000; infantes — 375$000; marinheiros — 162$000.

Cada soldado de cavallaria — 30$000.
Cada soldado de infantaria — 15$000.
Cada marinheiro — 9$000.

387

Repartir 6:828$000 entre 3 pessoas, de modo que a 2ª receba 3 vezes mais que a 1ª e a 3ª a somma das duas primeiras.

Qual a parte de cada uma?

Resposta : 1ª — 569$000; 2ª — 1:707$000; 3ª — 4:552$000.

388

Duas pessoas obtiveram num negocio um lucro de 18:450$000. De que modo deverão repartir esse beneficio, se o 1º entrou com mais 5 % do que o outro?

Resposta : 1º — 9:450$000; 2º — 9:000$000.

389

Quatro socios devem repartir 4:500$000 de maneira que o 1º receba 3 vezes mais que o 2º o qual deve receber $\frac{1}{5}$ da parte do 4º. Devendo caber ao 2º o dobro da parte do 1º, e a esse tanto quanto ao 3º e ao 4º, qual a parte de cada um?

Resposta : 1º — 900$000; 2º — 1:800$000; 3º — 300$000
4º — 1:500$000.

390

Dois negociantes se associaram, entrando o 1º com 1:400$000 e o 2º com 1:000$000, combinando que o 2º poderia retirar 6 % sobre o lucro e o 1º, 4 %. Havendo um beneficio de 580$000, qual a parte de cada um?

Resposta : 1º — 280$000; 2º — 300$000.

391

Uma senhora adquiriu uma casa com os $\frac{3}{8}$ de sua fortuna e os $\frac{3}{5}$ do resto empregou em obras de caridade.

A parte restante dividiu em tres partes taes que estivessem entre si como 2 para 4 e para 6. A 1ª dessas importancias collocou a 2 %, a 2ª a 4 % e a 3ª a 6 %.

Obteve dessa maneira uma renda annual de... 8:400$000.

Qual a sua fortuna? Qual o valor da casa?

Resposta : 1ª —660:000$000.

Valor da casa — 247:500$000.

392

Um negociante comprou certa quantidade de madeira por 2:700$000. A quanto deverá revender o quintal metrico para auferir um lucro de 15 % sobre o preço da venda?

Sabe-se que as dimensões desta quantidade de madeira correspondem á relação existente entre as fracções $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$ e $\frac{18}{7}$ e que a somma dessas dimensões é de $25^{m},70$, pesando o decastereo 4238 kilogrammas.

Resposta : Preço do quintal metrico : 3$304.

Media arithmetica -- praso medio

393

Um individuo dispendeu em Outubro 220$000; em Novembro 150$000 e em Dezembro 230$000. Qual a despesa média por mez e por dia?

Solução raciocinada : Despesa durante os tres mezes :

220$000 + 150$000 + 230$000 = 600$000.

Despesa mensal : 600$000 ÷ 3 = 200$000.

Total dos dias comprehendidos nos 3 mezes :

$31^{d} + 30^{d} + 31^{d}$ = 92 dias.

Despesa média diaria : 200$000 ÷ 92 = 2$173.

394

Uma senhora contrahiu uma divida, compromettendo-se a pagai-a da seguinte fórma : 500$000 no fim de 2 mezes, 280$000 no praso de 4 mezes e 220$000 no fim de 6 mezes.

Resolvendo, porém, effectuar um unico pagamento, pergunta-se em que epocha ha compensação de juros.

Solução raciocinada : Se a senhora pagasse immediatamente o que devia, ou 500$000 + 280$000 + 220$000 = 1:000$000, teria o prejuizo do premio de 500$000 durante 2 mezes, 280$000 durante 4 mezes e 220$000 durante 6 mezes.

500$000 em 2 mezes produzem um juro egual a 500$000 × 2 = = 1:000$000 num mez; 280$000 em 4 mezes produzem os mesmos juros que 280$000 × 4 = 1:120$000 num mez e 220$000 em 6 mezes produzem juros eguaes aos que produzem 220$000 × 6 = 1:320$000 em um mez. Fazendo o pagamento immediato da divida perde os juros de 1:000$000 + 1:120$000 + 1:320$000 ou 3:440$000 em um mez. Ora, para não ter este prejuizo, deve ficar com 1:000$000 o tempo necessario para produzir os juros de 3:440$000 em um mez.

Se 3:440$000 em um mez produzem um juro determinado, 1:000$000 para produzir o mesmo juro precisa de um tempo egual a

$$\frac{3:440\$000 \times 1}{1:000\$000} = 3^{m},13^{d}$$

395

Um commerciante devia saldar uma conta de ...... 5:800$000 no praso de 8 mezes; vencidos, porém, 5 mezes pagou 2:400$000 e 2 mezes depois entrou com 1:400$000. Durante quanto tempo precisa ficar com o resto para que haja compensação sobre os adiantamentos feitos?

Solução raciocinada: Se o negociante pagou 2:400$000 tres mezes antes do prazo marcado para o pagamento da divida, perdeu os juros de 2:400$000 × 3 = 7:200$000 por mez; pagando 1:400$000 um mez antes do vencimento, perdeu os juros correspondentes a 1:400$000 × 1 = 1:400$000 num mez.

Para haver compensação deve ficar com o resto ou 5:800$000 — (2:400$000 + 1:400$000) = 5:800$000 — 3:800$000 = 2:000$000, um tempo preciso para que esta importancia produza os juros de 7:200$000 + 1:400$000 = 8:600$000 durante 1 mez. Ora, para que 2:000$000 produzissem o mesmo juro, levariam um tempo egual a

$$\frac{8:600\$000 \times 1}{2000000} = 4^{m},9^{d}$$

396

Foram despachados tres fardos de algodão, pesando o maior, 52kg,800; o menor, 36kg,30 e o outro a metade do peso desses dois primeiros juntos.

Qual o peso médio dos 3 fardos e quanto pagaram pelo frete á razão 150 réis o kilo?

Solução raciocinada: Peso do maior e do menor, juntos:

52kg,800 + 36kg,30 = 89kg, 100.

Peso do fardo médio:

89kg,100 ÷ 2 = 44kg,55.

Peso total dos 3 fardos:

52kg,800 + 44kg,55 + 36kg,30 = 133kg,650.

Despesa com o frete:

150 × 133,650 = 20$047.

Peso médio dos 3 fardos:

133,650 ÷ 3 = 44kg,55.

397

Uma pessoa contrahiu uma divida e ficou de pagal-a em quatro prestações, da seguinte fórma: no fim de 3 mezes entraria com 120$000; no fim de 5 mezes com 240$000; no fim de 8 mezes com 320$000 e no fim de 10 mezes com 450$000. Resolveu, porém, effectuar o pagamento integral da divida, de uma só vez.

Em que epocha deveria fazer o pagamento?

Solução raciocinada: Multiplicando cada debito pelo prazo estipulado para o pagamento e sommando depois os productos e as prestações a pagar, vem:

120$000 × 3 = 360$000
240$000 × 5 = 1:200$000
320$000 × 8 = 2:560$000
450$000 × 10 = 4:500$000

120$000 + 240$000 + 320$000 + 450$000 = 1:130$000.
360$000 + 1:200$000 + 2:560$000 + 4:500$000 = 8:620$000.

Dividindo-se a somma dos productos pela somma das prestações, encontramos o prazo médio ou a epocha em que deve fazer o pagamento da divida, ou:

$$\frac{8:620\$000}{1:130\$000} = 7 \text{ mezes e } 18 \text{ dias.}$$

398

Um negociante comprou 30:600$000 em mercadorias e combinou pagar a metade á vista, $\frac{1}{3}$ dois mezes depois e o resto ao praso de 5 mezes.

Qual o prazo médio para o pagamento total dessas mercadorias ?

Solução raciocinada : Pagamento á vista :

30:600$000 ÷ 2 = 15:300$000.

Pagamento a effectuar : 30:600$000 — 15:300$000 = = 15:300$000. $\frac{1}{3}$ de 15:300$000 equivalem a $\frac{15:300\$000 \times 1}{3}$ = = 5:100$000.

Somma dos debitos :

15:300$000 + 5:100$000 + 10:200$000 = 30:600$000.

5:100$000 em 2 mezes correspondem a

5:100$000 × 2 = 10:200$000.

10:200$000 em 5 mezes equivalem a

10:200$000 × 5 = 51:000$000.

Somma dos productos :

10:200$000 + 51:000$000 = 61:200$000.

Prazo medio :

$\frac{61:200\$000}{30:600\$000}$ = 2 mezes

399

Um banqueiro deve pagar 600:000$000 dentro de dez mezes e mais 400:000$000 5 mezes depois. Desejando fazer esses dois pagamentos ao mesmo tempo, em que época deverá saldal-os ? Verificar se houve compensação nessa transacção, suppondo estas duas sommas collocadas á taxa de 5 %.

Solução raciocinada :

600:000$000 × 10 = 6.000:000$000

400:000$000 × 5 = 2.000:000$000

Somma : 1.000:000$000 8.000:000$000

8.000:000$000 ÷ 1.000:000$000 = 8 mezes.

Os 600:000$000 são pois, pagos 2 mezes antes do dia marcado e os 400:000$000,3 mezes depois do prazo convencionado; portanto, ha compensação de parte a parte. Se suppuzessemos estas duas sommas empregadas á taxa de 5 % ao anno, verificariamos que se os 600:000$000 não fossem pagos 2 mezes antes do termo combinado, teriam produzido um lucro de 5 %; mas ao mesmo tempo os 400:000$000 restituido 3 mezes mais tarde, produziriam o mesmo lucro, isto é, 5 %; dahi a compensação.

Verificação :

12 mezes — 5 % — 2 mezes

12 ÷ 6 — 5/6 %

Prejuizo :

100 — 5/6 % — 600:000$000

500$000 (prejuizo)

Lucro :

12^{m} — 5 % — 3^{m}

11/4 %

100 — 11/4 % — 40

500$000 (lucro)

Recapitulação

400

Um particular deve pagar 700$000 no fim de 10 mezes e 900$000 em 16 mezes. Quando deve pagar as duas sommas juntas, sem prejuizo para nenhuma das partes?

Resposta : 13 mezes e $\frac{3}{8}$.

401

Uma pessoa deve pagar 300$000 em 5 mezes, 1:200$000 em 10 mezes, mais 600$000 depois de 9 mezes. Se pudesse pagar tudo de uma só vez, qual a epocha do pagamento?

Resposta : 9 mezes.

402

Um negociante deve pagar 750$000 ao prazo de um anno, por 300 meio kilogrammas de chá e 890$000 em 8 mezes por 600 meio-kilogrammas de assucar.

Deseja, porém, saldar os debitos de uma só vez; quando deverá pagal-os sem prejuizo para o credor?

Resposta : 9 mezes e $\frac{34}{41}$.

403

Uma senhora deve pagar a um credor 600$000 no fim de 6 mezes e 20 dias, 900$000 em 5 mezes e 5 dias, 1:400$000 em 4 mezes e 12 dias e 800$000 em 7 mezes e 5 dias.

Em que occasião deverá ser liquidada essa divida, sem que haja prejuizo para nenhuma das partes?

Resposta : 5^{m} — 19 dias.

404

Um negociante emprestou a outro 800$000 durante 3 mezes e $\frac{1}{4}$ e 600$000 durante 7 mezes e $\frac{1}{3}$; quanto o segundo negociante deve por sua vez emprestar ao primeiro durante 3 mezes e $\frac{1}{2}$ para que nenhum tenha prejuizo?

Resposta : 2:000$000.

405

Uma pessoa comprou uma casa, por 30:000$000, com a condição de pagar 8:000$000 no acto da compra, 14:000$000 decorridos 5 mezes e o resto 9 mezes mais tarde. Em que épocha deveria pagar todas essas quantias, sem prejuizo para ninguem?

Resposta : 4^{m}, 22^{d}.

406

Um senhor comprometteu-se a pagar $\frac{1}{4}$ de certa somma vencidos seis mezes; $\frac{4}{7}$ depois de nove mezes e o resto depois de dez mezes.

Realisando todos os pagamentos de uma só vez, quando deveria effectual-os?

Resposta : $8^{m}\ \frac{3}{7}$.

(*Royer*)

407

Um negociante devia pagar 4:000$000 ao prazo de 10 mezes; 5 mezes antes desse praso, entrou com 1:000$000 e 8 mezes depois pagou 2:500$000. Durante quanto tempo poderá demorar o pagamento do resto, sem que para isso haja prejuizo para o credor?

Resposta : 30 mezes.

408

Um individuo contrahiu uma divida de 9:000$000, á taxa de 5 %, para pagar no fim de 8 mezes uma outra divida de 6:000$000, que deveria ser paga ao prazo de 10 mezes, á taxa de 4 % ao anno. Em que épocha poderá saldar as duas dividas juntas?

Resposta : $8^{m}\frac{4}{5}$.

409

Um negociante combinou pagar depois de 6 mezes 9:000$000, com os juros correspondentes a esse tempo, á taxa de 5 % ao anno; oito mezes depois 7:000$000 á taxa de 6 % e quatro mezes mais tarde 12:000$000 á taxa de 4 1/2 %.

O pagamento dessa quantia, em conjuncto, quando deverá ser effectuado?

Resposta : $5^{m}\ \frac{3777}{5737}$.

410

Foram tomados emprestados: 600$000 á taxa de $5\ \frac{2}{3}$ %, ao anno, devendo o pagamento effectuar-se 4 mezes depois ; 800$000 ao prazo de 6 mezes, á taxa de 4 1/4%; 1:000$000 durante 8 mezes á taxa 6 1/2 % e finalmente 1:200$000 ao praso de 10 mezes, á taxa de 5 3/4 %.

Pagando-se tudo de uma só vez, em que épocha terá logar o pagamento ?

Resposta : No fim de 7 mezes.

Juros simples e compostos

411

Deseja-se empregar o capital de 16:200$000 á taxa de $2\frac{1}{2}$ % durante 4 annos.

Qual o lucro que se póde obter ?

Solução raciocinada : Se 100$000 em 1 anno rendem $2\frac{1}{2}$ % ou 2,5 , 16:200$000 em 4 annos devem render x ou

100$000	—	1ª	—	2,5
16:200$000	—	4ª	—	x

donde :

100	—	1ª	—	2,5
1	—	1ª	—	$\frac{2,5}{100}$
1	—	4ª	—	$\frac{2,5 \times 4}{100}$
16:200$000	—	4ª	—	$\frac{2,5 \times 4 \times 16200}{100}$ =

= 1:620$000.

412

Uma quantia que esteve empregada durante 8 annos, produziu 420$000 de juros á taxa de 5 %.

Qual o capital ?

Solução raciocinada: Se 5$000 representam o juro de 100$000 em um anno, o capital que dá um lucro de 420$000 no fim de 8 annos, deve ser maior que o capital 100$000; ou, se

5$000 em 1ª é o rendimento de 100$000

420$000 em 8ª é o rendimento de x,

ou

$$x = \frac{100 \times 420}{5 \times 8} \text{ ou } C = \frac{100 \times j}{it} \text{ ou}$$

ainda pela reducção á unidade:

5$000 —	1ª —	100$000
420$000 —	8ª —	x
5 —	1ª —	100
1 —	1ª —	$\frac{100}{5}$
420 —	1ª —	$\frac{100 \times 420}{5}$
420 —	8ª —	$\frac{100 \times 420}{5 \times 8} =$

= 10:500$000

413

Qual o juro de 24:640$000, durante 12 annos á taxa de 4 %?

Solução raciocinada: Se em 1 anno 100$000 rendem 4$000; em 12 annos 24:640$000 rendem x

ou

$$x = \frac{4 \times 24{:}640\$000 \times 12}{100} = 11{:}827\$200 \text{ ou}$$

$$j = \frac{cit}{100} \text{ ou ainda}$$

100 —	1ª —	4$000
24:640$000 —	12ª —	x

100 —	1ª —	4
1 —	1ª —	$\frac{4}{100}$
1 —	12ª —	$\frac{4 \times 12}{100}$
24:640$000 —	12ª —	$\frac{4 \times 12 \times 24{:}640\$000}{100} =$

= 11:827$200

414

Uma pessôa recebeu uma somma de 2:890$000.

Collocando 1:500$000 ao juro de 5 % esperava obter uma renda annual de 82$500. Pergunta-se se esse calculo foi feito com acerto.

Solução raciocinada: Se 5 % é o juro de 100$000 em 1 anno, o juro de 1:500$000 nesse mesmo tempo é de
(5$000 × 1:500$000) ÷ 100$000 = 75$000 ou ainda, se
100$000 em 1 anno rendem 75$000

$001 » » » rende $\frac{5\$000}{100\$000}$

1:500$000 » » » rendem $\frac{5\$000 \times 1{:}500\$00}{100\$000} = 75\$000$

Verificamos assim que o premio de 1:500$000 em um anno é de 75$000; portanto o calculo não foi feito com acerto; para que essa pessôa obtivesse o lucro desejado, seria preciso que, em vez de 1:500$000 houvesse collocado (a 5 %), 1:650$000, donde se conclue que, representando 5$000 o juro de 100$000 em 1 anno

$001 representaria o juro de $\frac{100\$000}{5\$000}$

e 82$500 representariam o juro de $\frac{100\$000 \times 82\$500}{5} = 1{:}650\$000$

Poderiamos ainda simplificar o nosso raciocinio, dizendo:

75$000 representam o juro de 1:500$000

$001 representa o juro de $\frac{1{:}500\$000}{75\$00}$

e 82$500 representam o juro de $\frac{1:500\$000 \times 82\$500}{75\$000}$, o que equivale a 1:650$000.

415

Um senhor dispende mensalmente com a educação dos filhos $\frac{1}{4}$ do seu ordenado; $\frac{2}{3}$ com a manutenção da casa e guarda 120$000.

Pergunta-se: 1º — quanto lhe renderá esta quantia no fim de 8 mezes á taxa de 4,5 %; 2º qual o seu ordenado?

Solução raciocinada: A sua despesa corresponde a $\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$ ou $\frac{11}{12}$ que representam uma parte do seu ordenado, que equivale a $\frac{12}{12}$; portanto $\frac{12}{12} - \frac{11}{12}$ ou $\frac{1}{12}$ equivale a... 120$000.

Se $\frac{1}{12}$ equivale a 120$000, $\frac{12}{12}$ equivalem a 120$000 × 12 = 1:440$000 que representam o ordenado mensal.

Depositando $\frac{1}{12}$ ou 120$000 á taxa de 4,5 %, no fim de 8 mezes o lucro é egual a

$$\frac{120 \times 4,5 \times 8}{1200} \text{ ou } j = \frac{Cti}{12 \times 100} \text{ ou}$$

se 100$000 rendem 4,5 % em um anno, 120$000 em 8 mezes devem render uma importancia maior; armando a regra:

$$\begin{array}{ccccc}
100 & — & 12 & — & 4,5 \\
120 & — & 8 & — & 4,5 \\
\hline
100 & — & 12 & — & 4,5 \\
1 & — & 12 & — & \frac{4,5}{100} \\
1 & — & 1 & — & \frac{4,5}{100 \times 12}
\end{array}$$

$$120 \quad — \quad 8 \quad — \quad \frac{4,5 \times 120}{100 \times 12}$$

$$120 \quad — \quad 8 \quad — \quad \frac{4,5 \times 120 \times 8}{100 \times 12} = 3\$600.$$

416

Uma pipa de vinho pesa quando vasia, 28kg,4 e quando cheia 271kg,440. O vinho nella contido foi vendido á razão de 250$000 o hectolitro. Qual o lucro do negociante tendo comprado este vinho por 2$000 o litro? A que taxa deveria collocar a importancia auferida nesse negocio, para retirar 19$840 no fim de 2 annos, como premio?

Sabe-se que 1 litro de vinho corresponde a 0kg,980.

Solução raciocinada: Peso da pipa cheia:

271kg,440

Peso da pipa vasia 28kg,4.

Peso do vinho: 271kg,440 — 28kg,4 = 243kg,040.

Numero de litros contidos em 243kg,040:

243kg,040 ÷ 0kg,980 = 248 litros.

Em um hectolitro ha 100 litros; se 100 litros custam 250$000, um litro deve custar 250000 ÷ 100 = 2$500.

Se o negociante paga o litro á razão de 2$000, ganha em litro

2$500 — 2$000 = 500 réis

Se a pipa contem 248 litros, por esse numero de litros o negociante paga

2$000 × 248 = 496$000.

Vendendo esse mesmo numero de litros a 2$500, ganha:

(2$500 × 248) — 496$000 =

= 620$000 — 496$000 =

= 124$000.

Para lucrar 19$840 no fim de 2 annos, deve collocar os 124$000 á taxa de:

$$\frac{19\$840 \times 100}{124\$000 \times 2} = 8\ \% \text{ ou } i = \frac{j \times 100}{ct}$$

417

Uma pessôa perdeu numa empreza $\frac{3}{4}$ de sua fortuna; mas numa outra empreza ganhou $\frac{1}{5}$ do que lhe restava depois da liquidação do 1º negocio. Obteve desse modo um lucro de 80:000$000.

Qual o capital primitivo?

Solução raciocinada: Perdendo no 1º negocio $\frac{3}{4}$, considerando a sua fortuna equivalente a

$$\frac{4}{4}, \text{ resta-lhe } \frac{1}{4}$$

No 2º ganhando $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{4}$ ganha portanto $\frac{1}{20}$ e restam-lhe

$\frac{1}{4} + \frac{1}{20} = \frac{6}{20}$ da fortuna, que equivalem a 80:000$000.

Portanto $\frac{20}{20}$ equivalem a

$$\frac{80{:}000\$000 \times 20}{6} = 266{:}666\$666,$$

que representam o capital primitivo.

418

Para que o capital 8:000$000 á taxa de 3 % renda 240$000, precisa ser empregado durante quanto tempo?

Solução raciocinada: Se o capital 100$000 rende 3$000 no fim de um anno, o capital 8:000$000, para render 2:400$000, precisa ser collocado durante maior tempo.

Ora, se

$$\begin{array}{l} 100\$000 \text{ rendem } 3\$000 - 1^{a} \\ 8{:}000\$000 \text{ rendem } 240\$000 - x \end{array}$$

$$x = \frac{1^{a} \times 100 \times 240\$000}{8{:}000\$000 \times 3} = 10 \text{ annos.}$$

ou se:

$$\begin{array}{llll} 100 & — 3 & — & 1^{a} \\ 1 & — 3 & — & 1 \times 100 \\ 8000 & — 3 & — & \frac{1 \times 100}{8000} \\ 8000 & — 1 & — & \frac{1 \times 100}{8000} \\ 8000 & — 240 & — & \frac{1 \times 100 \times 240}{8000 \times 3} = 10^{a}. \end{array}$$

419

Uma pessôa emprega a quinta parte de seus vencimentos mensaes no pagamento de dividas; retira $\frac{1}{10}$ do resto para passagens, $\frac{1}{2}$ do 2º resto para alimentar-se, $\frac{1}{6}$ do 3º resto para vestir-se e o 4º resto ou 50$000 deposita em um banco á taxa de 6 %. Qual a sua economia no fim de 8 annos? Quanto recebe annualmente de vencimentos?

Solução raciocinada: Se esta pessôa consome a quinta parte ou $\frac{1}{5}$ de seu vencimento mensal com o pagamento de dividas, conclue-se que esse vencimento corresponde a $\frac{5}{5}$, dos quaes, retirando-se $\frac{1}{5}$, ficam $\frac{4}{5}$ que representam o 1º resto.

Retirando $\frac{1}{10}$ desse resto ou $\frac{4}{50}$, porque $\left(\frac{4}{5} \times \frac{1}{10} = \frac{4}{50}\right)$ para passagens, fica com

$$\frac{4}{5} - \frac{4}{50} = \frac{36}{50} \text{ que representam o 2º resto.}$$

Ora, $\frac{1}{2}$ de $\frac{36}{50}$ equivalem a $\frac{18}{50}$, que dispende com a alimentação, restando-lhe $\frac{36}{50} - \frac{18}{50} = \frac{18}{50}$ que representam o 3º resto.

$\frac{1}{6}$ de $\frac{18}{50}$ equivale a $\frac{3}{50}$, que dispende em vestuario; dessa fórma restam-lhe

$$\frac{18}{50} - \frac{3}{50} = \frac{15}{50}$$ ou 150$000, que, collocados durante 8 annos á taxa de 6 %, rendem

$$\frac{6 \times 8 \times 150}{100} = 72\$000.$$

Portanto em 8 annos, a sua economia é de

$$(150\$000 \times 8) + 72\$000 = 1:272\$000.$$

Se $\frac{15}{50}$ correspondem a 150$000, $\frac{1}{50}$ deve corresponder a.....

$$\frac{150\$000}{15} = 10\$000$$

e $\frac{50}{50}$ a 10$000 $\times$ 50 = 500$000, que representam o seu vencimento annual.

Dispende portanto com o pagamento de dividas

$$500\$000 \div 5 = 100\$000$$

Retirando-se de 500$000 estes 100$000, ficam 400$000 que representam o 1· resto ou $\frac{4}{5}$; retirando $\frac{1}{10}$ de $\frac{4}{5}$ ou $\frac{4}{50}$ de 400$000, retira 40$000 dessa quantia e $\frac{4}{50}$ de 400$000 correspondem egualmente a 40$000, que representam a importancia dispendida em passagens.

Por um raciocinio identico, chegamos á conclusão de que, equivalendo $\frac{1}{50}$ a 10$000, $\frac{18}{50}$ equivalem a 10$000 $\times$ 18 = 180$000 e $\frac{3}{50}$ equivalem a

$$10\$000 \times 3 = 30\$000.$$

Se o vencimento mensal é de 500$000, o annual é de

$$500\$000 \times 12 = 6:000\$000.$$

420

Uma pessôa deseja collocar 30:400$000 parte a 3 %. e parte a 4 %, de maneira que a renda annual da parte collocada a 4 %, seja os $\frac{4}{5}$ da renda da parte collocada a 3 %. Calcular as duas partes e a renda total.

(Royer)

Solução raciocinada: Se a renda fosse representada por...... 100$000, de um capital collocado a 3 %, 100 $\times$ $\frac{4}{5}$ ou 80$000 seria a renda produzida pelo capital collocado a 4 %; portanto os capitaes que produzissem essas rendas seriam respectivamente

100$000 $\times$ $\frac{100}{3}$ e 80$000 $\times$ $\frac{100}{4}$ e as duas partes collocadas a 3 e a 4 % seriam proporcionaes a

$$100\$000 \times \frac{100}{3} \text{ e } 80\$000 \times \frac{100}{3} \text{ ou a}$$

$\frac{100}{3}$ e $\frac{80}{4}$ ou a $\frac{400}{12}$ e $\frac{240}{12}$ ou a 5 e 3 ou ainda a 5 + 3 ou a 8.

E' preciso, pois, collocar 30:400$000 $\times$ $\frac{5}{8}$ ou 19:000$000 a 3 %. e 30:400$000 $\times$ $\frac{3}{8}$ ou 11:400$000 a 4 %, para se obter uma renda egual a

$$(190\$000 \times 3) + (114\$000 \times 4) = 570\$000 + 456\$000 = 1:026\$000.$$

421

Comprei um pomar e uma horta medindo juntos 280$^{m^2}$, tendo, porém, o pomar, mais 30$^{m^2}$ que a horta; se vendesse e collocasse o producto desse negocio ao juro de 5 % obteria uma renda de 200$000. Desejo, porém, vender o pomar para ganhar mais 8$000 em metro quadrado.

Desta fórma poderei guardar 2:400\$000 e comprar com o resto, um sitio, com o qual poderei retirar um lucro de 30\$400 se collocar o capital a 4 °/₀. Qual a minha renda annual ?

Solução raciocinada : Superficie do pomar :

$$\frac{280^{m^2} + 30^{m^2}}{2} = 155^{m^2}$$

Superficie da horta :

$$280^{m^2} - 155^{m^2} = 125^{m^2}$$

Se vendesse a horta ganharia :

$$\frac{100\$000 \times 200\$000}{5} = 4{:}000\$00.$$

Portanto cada metro quadrado da horta valeria :

$4{:}000\$000 \div 125 + 32\$000$; o metro quadrado do pomar valeria

$$32\$000 + 8\$000 = 40\$000$$

Valor do pomar : $40\$000 \times 155 = 6{:}200\$000$.

Guardando 2:400\$000, empregaria na compra do sitio

$$6{:}200\$000 - 2{:}400\$000 = 3{:}800\$000.$$

$\frac{4{:}000\$000 \times 3{:}800\$000}{30\$400} = 500\$000$. Renda annual: $200\$000 + 500\$000 =$
$= 700\$000$.

422

Um capitalista empregou os $\frac{5}{12}$ de seus bens na acquisição de uma casa ; os $\frac{2}{5}$ na compra de varios terrenos e o resto collocou num banco.

A casa lhe dá um lucro de 5 %, os terrenos de 3, 5 % e a importancia collocada no banco de 8 %. A renda annual eleva-se a 990\$000. Qual a sua fortuna ?

Determinar cada uma das tres partes empregadas.

Solução raciocinada : Empregando $\frac{5}{12}$ e $\frac{2}{5}$ é como se tivesse

empregado uma parte equivalente a um numero divisivel por 12 e 5 ; ora, o numero divisivel ao mesmo tempo por 12 e 5 é 60, portanto vamos considerar que 60 partes de sua fortuna ou 60:000\$000 correspondem ás fracções $\frac{5}{12}$ e $\frac{2}{5}$.

Ora, $\frac{5}{12}$ de 60:000\$000 equivalem a

$$\frac{60{:}000\$000 \times 5}{12} \text{ ou } 25{:}000\$000 \text{ e}$$

$$\frac{2}{5} \text{ de } 60{:}000\$000 \text{ equivalem a}$$

$$\frac{60{:}000\$000 \times 2}{5} \text{ ou } 24{:}000\$000.$$

25:000\$000 representam a parte empregada para a acquisição da casa e os 24:000\$000 a parte empregada na compra dos terrenos.

Ficam assim

$$60{:}000\$000 - (25{:}000\$000 + 24{:}000\$000) = 11{:}000\$000$$

que depositados no banco para dar 8 °/. de lucro, devem produzir um juro annual de $\frac{8 \times 11{:}000\$000}{100} = 88\$000$.

Se a casa lhe dá um lucro de 5 °/., e os terrenos de 3.5 °/., os rendimentos annuaes respectivos elevam-se a

$$\frac{5 \times 25{:}000\$000}{100} = 125\$000 \text{ e } \frac{3{,}5 \times 24{:}000\$000}{100} = 84\$000$$

portanto os rendimentos annuaes dessas tres importancias elevam-se a :

$$88\$000 + 125\$000 + 84\$000 = 297\$000$$

As rendas dessas differentes quantias collocadas proporcionalmente a essas mesmas sommas, representam uma renda total que é proporcional ao capital total, egual a

$$\frac{60{:}000\$000 \times 990\$000}{297\$000} = 200{:}000\$000.$$

1ª parte: $\frac{200{:}000\$000 \times 5}{12} = 83{:}333\$333$

2ª parte: $\frac{200{:}000\$000 \times 2}{5} = 80{:}000\$000$

3ª parte : 200:000$000 — (83:333$333 + 80:000$000) =
= 200:000$000 — 163:333$333 = 36:666$666.

423

O capital de uma companhia compõe-se de 72.000 acções de 500$000. A receita elevou-se em um anno a... 11.815:330$320 e a despesa a 6.426:826$500. No fim desse mesmo anno pagou-se por uma acção 40$000 de dividendo, mais o juro fixo de 5 %.

Qual a parte do lucro que poude ser guardada?

(F. G. M.)

Solução raciocinada : Elevando-se a receita a 11.815:330$320, a despesa a 6.426:826$500, segue-se que houve um lucro de..... 11.815:330$320 — 6.426:826$500 = 5.388:503$820.

Considerando 72.000 acções de 500$000 cada uma a quantia que representa o juro dessas acções a 5 % equivale a

$$\frac{72 \times 5 \times 500}{100} = 1.800{:}000\$000.$$

O dividendo dessas mesmas acções corresponde a

$$40\$000 \times 72000 = 2.880{:}000\$000.$$

Resta á companhia uma importancia egual a

$$5.388{:}503\$820 - (1.800{:}000\$000 + 2.880{:}010\$000) = 708{:}503\$820.$$

424

Uma senhora possuia uma certa quantia que assim distribuiu : $\frac{2}{8}$ com a acquisição de uma propriedade; $\frac{1}{12}$ que repartiu entre seus empregados ; o resto menos $\frac{4}{24}$ que dividiu entre seus dois filhos, tocando a cada um... 12:600$000.

Tendo collocado esses $\frac{4}{24}$ em um banco á taxa de 5 % obteve um lucro de 840$000.

Durante quanto tempo esteve empregado este capital? Quanto gastou na compra da casa? Qual a quantia que possuia primitivamente esta senhora? Qual a quantia distribuida entre os empregados?

Solução raciocinada : $\frac{2}{8} + \frac{1}{12} = \frac{8}{24}$ que representam a quantia dispendida com a compra da casa e a distribuição feita aos criados, ou ainda, $\frac{8}{24}$ representam uma parte de uma quantia equivalente a $\frac{24}{24}$.

Assim, pois, $\frac{24}{24}$ correspondem á importancia repartida. Se de $\frac{24}{24}$ tirarmos os $\frac{8}{24}$ dispendidos com a casa e empregados, fica um resto egual a $\frac{16}{24}$, que representam a parte destinada aos dois filhos ; se desses $\frac{16}{24}$ não fossem collocados em um banco $\frac{4}{24}$ á taxa de 5 % os filhos receberiam conjunctamente, $\frac{16}{24} - \frac{4}{24} = \frac{12}{24}$.

Se cada filho recebe 12:600$000 ou 25:200$000 em conjuncto e esses 25:200$000 equivalem á fracção $\frac{12}{24}$ isto é, ao resto menos $\frac{4}{24}$ a quantia que a senhora possuia, ou os $\frac{24}{24}$ correspondem a uma importancia vinte e quatro vezes maior que $\frac{1}{24}$, ou :

$$\frac{25{:}200\$600 \times 24}{12} = 50{:}400\$000.$$

Se desses 50:400$000 a senhora dispende $\frac{6}{24}$ com a casa e $\frac{2}{24}$ com os creados, deduzimos que o valor da casa é de :

$$\frac{50{:}400\$000 \times 6}{24} = 12{:}600\$000.$$

Os creados recebem :

$$\frac{50{:}400\$000 \times 2}{12} = 4{:}200\$000.$$

Se $\frac{24}{24}$ correspondem a 50:400\$000, $\frac{1}{24}$ corresponde a uma quantia 24 vezes menor ou a 50:400\$000 $\div$ 24 = 2:100\$000 e $\frac{4}{24}$ correspondem a uma quantia 4 vezes maior ou a 2:100\$000 $\times$ 4 = = 8:400\$000 que, collocados á taxa de 5 %. produzem um lucro de 840\$000.

Vejamos, pois, durante quanto tempo esteve empregado este capital para produzir tal juro.

Ora, para se calcular o tempo, multiplica-se o juro por 100 e divide-se o producto pelo capital multiplicado pela taxa, donde a formula:

$$t = \frac{100 \times j}{c \times i} \text{ ou}$$

$$\frac{100 \times 840}{8400 \times 5} = 2 \text{ annos.}$$

Portanto, o capital empregado foi de 8:400\$000, durante dois annos; a senhora dispendeu com a acquisição da casa ..... 12:600\$000, distribuiu pelos criados 4:200\$000 e os filhos receberam juntos 25:200\$000 ou 12:600\$000 cada um.

425

Um senhor legou $\frac{3}{8}$ de sua fortuna a seu sobrinho mais velho; $\frac{1}{4}$ ao do meio e $\frac{1}{5}$ ao mais moço. O resto deveria ser repartido em tres partes eguaes pelos tres herdeiros. Desta fórma o terceiro recebeu 21:700\$000. Reuniram-se os tres herdeiros e organisaram uma sociedade, obtendo no fim de 10 annos um lucro de 168:000\$000.

Qual a parte dos outros dois herdeiros e o lucro que que obteve cada um no negocio? A que taxa podiam elles ter collocado o capital reunido para conseguir as mesmas vantagens?

Solução raciocinada: Se o 1º recebe $\frac{3}{8}$, o 2º $\frac{1}{4}$ e o 3º $\frac{1}{6}$ os 3 reunidos recebem:

$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{15}{40}, \frac{10}{40}$ e $\frac{8}{40} = \frac{33}{40}$, donde o primeiro recebe $\frac{15}{40}$ o segundo $\frac{10}{40}$ e o terceiro $\frac{8}{40}$.

A herança deve, pois estar, representada pela fracção $\frac{40}{40}$, tendo sobrado uma parte egual a $\frac{7}{40}$, depois de retirada a parte dos tres herdeiros, ou $\frac{40}{40} - \frac{33}{40} = \frac{7}{40}$.

Dividindo-se este resto em 3 partes eguaes encontramos $\frac{7}{120}$ que vamos reunir á parte de cada herdeiro.

Assim o 1º deve ter recebido $\frac{15}{40} + \frac{7}{120}$ ou $\frac{52}{120}$; o 2º $\frac{10}{40} + \frac{7}{120}$ ou $\frac{37}{120}$; e o 3º $\frac{8}{40} \times \frac{7}{120}$ ou $\frac{31}{120}$, que equivalem a 21:700\$000.

Se $\frac{31}{120}$ ou a parte do 3º é equivalente a 21:700\$000, $\frac{1}{120}$ equivale a uma quantia trinta e uma vezes menor ou a

$$\frac{21:700\$000}{31} = 700\$000.$$

$\frac{52}{120}$ e $\frac{37}{120}$ representam respectivamente importancias 52 e 3 vezes maiores que $\frac{1}{120}$, quantias essas que devem tocar ao primeiro e ao segundo herdeiros. Assim:

$\frac{52}{120}$ equivalem a 700\$000 $\times$ 52 = 36:400\$000 que representam a parte do primeiro e $\frac{37}{120}$ equivalem a 700\$000 $\times$ 37 = 25:900\$000, que representam a parte do segundo.

Portanto a herança eleva-se a

21:700\$000 + 25:900\$000 + 36:400\$000 = 84:000\$060.

Se com esta quantia os tres herdeiros fundaram uma sociedade que em 10 annos deu de lucro 168:000\$000, segue-se que cada socio recebeu uma parte proporcional á sua entrada; donde o primeiro deveria ter recebido:

$$\frac{168{:}000\$010 \times 36400}{84} = 72{:}800\$000;$$

o segundo $\frac{168{:}000\$000 \times 25900}{84} = 51{:}800\$000$ e o

terceiro $\frac{168{:}000\$000 \times 2.700}{84} = 43{:}400.000.$

Para que 84:000$000 ou o capital que representa a herança produzisse 168:000$000 em 10 annos seria preciso que o empregassem á taxa de 20 % ao anno, porque se
84:000$000 em 10 annos rendem 168:000$000

$001 » 10 » rende menos, ou $\frac{168000}{84}$.

Se $001 fosse empregado durante um só anno produziria um rendimento ainda menor ou $\frac{168}{84 \times 10}$.

100$000 nesse mesmo tempo deve produzir um beneficio 100 vezes maior, ou de

$$\frac{168 \times 100}{84 \times 10} = 20\$000.$$

426

Os juros de um capital collocados a 4 % dão para a compra de um terreno que tem mais 12 metros de largura do que de comprimento e cujo perimetro mede 56 metros. O areo desse terreno, que tem a fórma rectangular, foi avaliado em 345$000.

Qual o capital?

Solução raciocinada: Sendo o perimetro do terreno de 56 metros, o semi-perimetro é de $56^m \div 2 = 28^m$.

Estes 28 metros correspondem, pois, á metade do rectangulo que representa o terreno, ou a dois lados desse terreno. Apresentando a largura mais 12 metros do que o comprimento, segue-se que os dois lados que representam o comprimento do terreno têm $28^m - 12^m = 16^m$, donde a extensão de um só lado, no sentido do comprimento é de $16^m \div 2 = 8^m$.

Como a largura mede mais 12 metros que o comprimento, a

extensão de um lado sobre a largura é de $8^m + 12^m$ ou 20^m e os dois lados sobre o largo medem $20^m \times 2 = 40$ metros.

Sendo a largura de 20 metros e o comprimento de 8 metros, a superficie do terreno é egual a $1^{m^2} \times 20 \times 8 = 160^{m^2} = 1^a,60$.

Valendo o areo 345$000 o valor de $1^a,60$ é de

$$345\$000 \times 1{,}60 = 552\$000.$$

Donde o capital a 4 % corresponde a $\frac{100 \times 552}{4} =$
$= 13{:}800\$000.$

427

Uma pessôa comprou um terreno de $2^{Ha},5$ por .... 4:470$000 Conservou-o 2 annos e durante esse tempo obteve um lucro de $3\frac{2}{3}$ %.

Entretanto, se tivesse collocado em um banco a importancia dispendida com essa acquisição, teria retirado um lucro de 5 %. Por que preço deveria revender o hectareo desse terreno para realizar um lucro de 7 %?

(F. G. M.)

Solução raciocinada: O terreno em 2 annos a $3\frac{2}{3}$ % daria um premio de $\frac{4{:}470\$000 \times 11 \times 2}{3 \times 100} = 327\$800.$

A 5 % esta importancia renderia $\frac{4{:}470\$000 \times 5 \times 2}{100} =$
$= 447\$000.$

Prejuizo $447\$000 - 327\$800 = 119\$200.$

Para obter um lucro real de 7 % ou de $\frac{447\$000 \times 7}{100}$ ou ainda de 312$900, deveria vender o terreno a

$$4{:}470\$000 + 119\$200 + 312\$900 = 4{:}902\$100.$$

Valor de um hectareo:

$$\frac{4{:}902\$100}{2{,}5} = 1{:}960\$840.$$

428

Um banco particular conta um numero de accionistas egual ao dobro da quantidade de litros que contem um vaso, cujo volume é de $0^{m3},2$. O valor de cada acção equivale a uma importancia cujos $\frac{2}{5}$ correspondem a 400$000. Em um anno este banco realizou um lucro de 84:000$000, sobre o qual se retiraram 2 % para o gerente e 6:300$000 para serem distribuidos como gratificação aos empregados, sendo o resto dividido entre os accionistas. A que taxa estes ultimos collocaram seus capitaes?

(F. F.)

Solução raciocinada: $0^{m3},2 = 200^{dm3} = 200^{l}$.

$200^{l} \times 2 = 400$ accionistas

Valor de uma acção $\frac{400 \times 5}{2} = 1{:}000\$000$.

Gratificação ao gerente: $\frac{84{:}000\$000 \times 2}{100} = 1{:}680\$000$.

Importancia a distribuir pelos accionistas:

$84{:}000\$000 - (1{:}680\$000 + 6{:}300\$000) = 76{:}020\$000$.

Cada accionista recebeu:

$76{:}020\$000 \div 400 = 190\$050$.

Taxa sob a qual foi collocado este capital:

$\frac{190\$050 \times 100}{1{:}000\$000} = 19\$050$.

429

Um terreno de fórma rectangular, de $4^{Dm},8$ de comprimento e $3^{Hm},58$ de largura, produziu 450 saccos de feijão de 60 kilogrammas cada uma. Este feijão foi vendido a 24$000 o hectolitro. Sabe-se que o terreno foi comprado á razão de 980$000 o hectareo; que as despesas

com a cultura importaram em 315$968 e que o seu valor actual é de 11:200$000. Pergunta-se qual o lucro do proprietario e nesses casos a renda liquida do valor desse terreno se a plantação tivesse sido feita por elle proprio

Solução raciocinada: Comprimento do terreno:

Largura — $3^{Hm},58$ ou 358^{m}

Superficie — $48^{m} \times 358^{m} = 1^{Ha},7184$.

Quantidade de feijão produzida: $\frac{450 \times 60}{100} = 270^{Hl}$ ou 2700^{Dl}.

Preço pelo qual foi vendido o feijão:

$24\$000 \times 270^{Hl} = 6{:}480\$000$.

Preço pelo qual foi comprado o terreno:

$980\$000 \times 1^{Ha},7184 = 1{:}684\$032$.

Importe das despesas:

$1{:}684\$032 = 315\$968 = 2{:}000\$000$.

Lucro do proprietario:

$6{:}480\$000 - 2{:}000\$000 = 4{:}480\$000$.

Lucro que teria obtido se o proprio dono fizesse a plantação:

$6{:}480\$000 - 315\$968 = 6{:}164\$032$

Renda liquida do valor desse terreno:

$(6{:}164\$\$032 \times 100) \div 11{:}200\$000 = 55\$036$.

430

Um industrial possuia uma machina a vapor da força de 120 cavallos, que lhe consumia em 48 horas 20860 kilogrammas de carvão de pedra do valor de 3$500 o quintal metrico. Substituindo-a por duas outras, tendo ambas a mesma força da 1ª, realizou uma economia de 20 % sobre o combustivel. Esta substituição, porém, exigiu uma despesa de 500$000. Sabendo-se que as duas ultimas machinas trabalham tanto quanto a primeira durante um anno, pergunta-se qual o rendimento desta quantia nesse mesmo espaço de tempo.

Solução raciocinada: A machina consome em 48 horas..... 208qt, 60, a 3$500 o quintal, de combustivel, ou

$$3\$500 \times 208^{qt},60 = 730\$100.$$

Em 1 anno ou 365 dias, ha $24^h \times 365 = 8760$ horas.

Se em 1 hora a despesa é de 37$100, em 8760 horas torna-se esse numero de vezes maior ou de $\frac{730100 \times 8760}{48} = 133{:}243\$250$.

Se a economia realizada sobre o valor do combustivel é de 20 %, dispendendo-se com a sua acquisição 133:243$250, com a substituição pelas duas machinas ha uma economia de

$$\frac{133{:}243\$250 \times 20}{100} = 26{:}648\$650 \text{ de combustivel.}$$

O juro em 1 anno, correspondente á despesa pela substituição é de

$$\frac{26{:}648\$650 \times 100}{500000} = 5{:}329\$720.$$

431

Uma pessôa dividiu em duas partes os seus bens. Com a 1ª comprou um terreno de 460 metros de perimetro á razão de 6:000$000 o hectareo. Se esse terreno fosse quatro vezes mais comprido e seis vezes mais largo, teria 1008 metros de perimetro. A outra parte que representa os $\frac{45}{4}$ da 1ª parte foi dividida em tres porções eguaes, sendo as duas primeiras collocadas em um banco á taxa de 5 % e a outra a 3 %. No fim de 4 annos esta pessôa retirou os capitaes empregados accrescidos dos juros, collocando tudo em outro banco a 4 %, verificando que, dessa fórma a sua renda annual seria mais vantajosa.

Pede-se o rendimento annual de cada capital, separadamente.

(Leyssene)

Solução raciocinada: O semi-perimetro ou ($460^m \div 2$ ou 230^m) corresponde ao comprimento mais a largura. Se o comprimento que representaremos por C, fosse 4 vezes maior e a largura ou L 6 vezes maior, as duas dimensões do terreno equivaleriam a:

$$C\,4 + L\,6 = \frac{1008}{2} = 544^m.$$

Multiplicando respectivamente o comprimento e a largura da primeira egualdade por 4, vem que:

4 C + 4 L equivalem ao primitivo perimetro ou 460 metros.

Subtrahindo 6 larguras da primeira egualdade e 4 L da segunda e respectivamente os numeros de metros que indicam o perimetro real do terreno, numero que corresponde ao comprimento e á largura do terreno 4 vezes mais comprido e 6 vezes mais largo, determinamos assim a largura do novo terreno considerado ou:

$$6\,L - 4\,L = 504^m - 460^m = 44^m$$

Se no terreno primitivo o comprimento e a largura equivalem a 230^m, para obtermos o comprimento do novo terreno basta subtrahir este numero do numero de metros da largura do segundo terreno ou $230^m - 44^m = 186^m$.

Se o comprimento é de 186^m e a largura de 44^m, a superficie do terreno é de

$$1^{m^2} \times 186 \times 44 = 8184^{m^2} \text{ ou } 81^a,84 \text{ ou ainda } 0^{Ha}\,8184.$$

Importando o hectareo em 6:000$000, $0^{Ha},8184$ devem ter custado

$$6{:}000\$000 \times 0{,}8184 = 4{:}910\$400.$$

Se a segunda parte da fortuna corresponde aos $\frac{45}{4}$ do primeiro ou a $\frac{45}{4}$ de 4:910$400, deduz-se que a segunda parte é equivalente a $4{:}910\$400 \times \frac{45}{4} = 55{:}242\$000$.

A terça parte de 55:242$000 é egual a 55:242$000 ÷ 3 = 18:414$000; que a 3 % durante 4 annos produzem

$$\frac{18{:}414\$000 \times 3 \times 4}{100} = 2{:}209\$680.$$

Duas partes eguaes a 18:414\$000 correspondem a

$$18{:}414\$000 \times 2 \text{ ou a } 36{:}828\$000.$$

36:828\$000 a 5 % durante 4 annos produzem de juros

$$\frac{36{:}828\$000 \times 5 \times 4}{100} = 7{:}365\$600$$

Estas duas quantias no fim de 4 annos dão um lucro de.....

$$2{:}209\$680 + 7{:}365\$600 = 9{:}575\$280.$$

Reunindo a este lucro os dois capitaes, ou

$$36{:}828\$000 + 18{:}414\$000 = 55{:}242\$000$$

vem que a nova quantia collocada a juros corresponde a ...... 55:242\$000 + 9:575\$280 = 64:817\$280, que, a 4 %, produzem um rendimento annual de

$$\frac{64{:}817\$280 \times 4}{100} = 2{:}592\$691.$$

Ora, se 18:414\$000 a 3 % em 4 annos, rendem 2:209\$680, em 1 anno devem render 4 vezes menos ou 2:209\$680 ÷ 4 = 552\$420 e se 36:828\$000 a 5 % em 4 annos rendem 7:365\$600, em 1 anno devem render 7:365\$600 ÷ 4 = 1:841\$400; donde o rendimento annual dessas duas quantias é de 552\$420 + 1:841\$400 = 2:393\$820 menor do que o rendimento annual a 4 %. da nova quantia posta a juros; havendo portanto uma differença de

$$2{:}592\$691 - 2{:}393\$820 = 198\$871.$$

432

Um negociante emprestou 3:000\$000 durante dois annos, á taxa de 4 % ao anno, com a condição de que lhe fossem pagos, vencido esse prazo, o capital e os juros compostos dessa quantia.

Quanto deveria receber?

Solução raciocinada: Capital fixo: 100

Capital e juros —— 100 + 4 % = 104.

Capital emprestado —— 3:000\$000.

Capital e juros depois de um anno:

$$\frac{104 \times 3.000\$000}{100} = 3{:}120\$000.$$

Capital e juros depois de 2 annos:

$$\frac{3{:}120\$000 \times 104}{100} = 3{:}244\$800.$$

433

Um hectolitro de maçãs pesa 80 kilogrammas, valendo o quintal 250\$000. Um agricultor pensa comprar 12 hectolitros de maçãs com a importancia depositada em uma caixa á taxa de 6 %, desejando empregar na compra das maçãs o capital e os juros reunidos.

Qual a importancia depositada na caixa?

Solução raciocinada: Pesando 1 hectolitro de maçãs 80 kilogrammas; 12^{Hl} pesam $80^{kg} \times 12 = 960^{kg}$. Em 960^{kg} ha 9,6 quintaes. Valendo um quintal 250\$000, 9,6 quintaes valem

$$250\$000 \times 9{,}6 = 2{:}400\$000.$$

Suppondo que a quantia collocada a juros fosse egual a 100\$000, reunindo-os aos 6\$000 que representam a taxa vem que 100\$000 + 6\$000 = 106\$000, representam os juros do capital... 100\$000; donde 2:400\$000 representam o premio de uma quantia ou de um capital egual a

$$\frac{2{:}400\$000 \times 100}{106} = 2{:}264\$150.$$

Recapitulação

434

Um rendeiro comprou terras no valor de 16740 francos, que lhe rendem annualmente 795,15 de aluguel.

Qual a taxa desse juro?

Resposta : 4 $\frac{3}{4}$ %.

435

Um negociante devia pagar 800$000 no fim de 3 mezes e 600$000 no praso de 5 mezes.

Pagando tardiamente estas duas quantias no fim de um anno e estando a ultima accrescida de 20 % durante o tempo em que ficou retardado o pagamento, pergunta-se quanto deveria o negociante desembolsar.

Resposta : 1:447$000.

436

Um individuo emprestou a outro 6:000$000 ao prazo de 2ª 9m á taxa de 5, 3/4 %, com a condição de que o credor restituisse a quantia emprestada em pequenas prestações, podendo tambem pagar a divida de uma só vez.

Se o credor pagasse no fim de 8 mezes 1:500$000, depois de 15 mezes 2:400$000, e o resto no prazo combinado, quanto deveria pagar de juro?

Resposta : 562$000 $\frac{1}{16}$.

437

Tres irmãos repartiram uma herança da qual o primeiro ficou com $\frac{5}{9}$, o segundo com $\frac{2}{7}$ e o resto foi repartido em tres partes eguaes. Depois da partilha formaram uma sociedade que em 4 annos produziu um lucro de 18:144$000.

Sabendo-se que o 2.º recebeu 19:200$000, qual a parte do 1.º e do 3.º? Qual a taxa sob a qual callocaram o capital reunido?

Resposta : 8 %.

438

Uma pessôa empregou $\frac{3}{5}$ de sua fortuna na compra de uma casa : $\frac{2}{9}$ em joias e o resto collocou a 4 %, obtendo um rendimento annual de 840$000.

Determinar o valor da casa, das joias e do capital.

Resposta : Valor da casa : 70:875$000; preço das joias :.... 26:250$000. Capital empregado : 21:000$000.

439

Uma pessôa collocou os $\frac{2}{5}$ de seu capital a 6 % e o resto a 4,5 %.

A primeira parte lhe rendeu annualmente 939$600.

Determinar : primeiro — a segunda parte : segundo — a renda total ; terceiro — a taxa a que é necessario collocar todo o capital para apurar o mesmo rendimento.

(Royer)

Resposta : Segunda parte : 23:490$000.
Capital total : 39:150$000.
Rendimento total : 1:996$650.
taxa : 5$100.

440

Uma pessôa possue certa importancia com a qual compra uma casa e um automovel, valendo o automovel os $\frac{3}{4}$ do preço da casa. Resta-lhe assim $\frac{1}{5}$ da somma primitiva, que é collocada, a metade a 5 % e o resto a 4,5 %, conseguindo uma renda annual de 1:487$500.

Qual o valor da casa, do automovel, a quantia collocada e a importancia de que dispunha primitivamente esta pessôa?

Resposta : 80:000$000 (casa).
60:000$000 (automovel).

Capital collocado :
35:000$000.

Capital primitivo :
175:000$000.

441

Um devedor deve pagar 1:000$000 no fim de 3 annos; não podendo satisfazer o debito senão depois de 7 annos, dá 10 % de juro composto pelo tempo que retardou o pagamento.

Quanto deverá pagar, vencidos os 3 annos?

Resposta : 1:464$100.

442

Uma pessôa deve pagar 1:000$000 no fim de um anno; mais 2:000$000 depois de 2 annos e ainda 1:500$000 no fim de 3 annos. Tendo combinado com os credores pagar tudo no fim de 3 annos accrescidos dos juros annuaes, correspondentes ao juro que essa quantia deveria render á taxa de 5 % ao anno, pergunta-se quanto deverá pagar?

Resposta : 4:702$000 $\frac{1}{2}$.

443

Um individuo deve a quatro credores 6:000$000, sendo: ao primeiro 2:000$000, ao segundo 1:250$000, ao terceiro 1:550$000 e ao quarto 1:200$000. Dispondo de 2:400$000, reparte-os entre os quatro credores proporcionalmente á parte que lhes deve.

Quanto deve receber cada credor e a que taxa devem ser pagos?

Resposta : 1º —— 800$000; 2º —— 500$380; 3º —— 620$500, 4º —— 480$000.

Taxa : 40 %.

444

Uma pessôa colloca um capital a uma certa taxa durante 15 mezes e recebe no fim desse tempo 11:238$750 (capital e juros reunidos). Resolve então collocar sob a mesma taxa um outro capital tres vezes maior que o 1º, durante 22 mezes e retirá no fim desse tempo 34:330$500.

(capital e juros). Achar os dois capitaes e as respectivas taxas.

(*L. Guyon*)

Resposta : 1º capital : 10:800$000.

taxa: 3$250.

2º capital: 32:400$000.

Desconto

445

Um negociante recebeu em pagamento de uma divida uma «nota promissoria» de 660$000 que deveria ser resgatada 4 mezes mais tarde. Não querendo esperar pelo dia do vencimento, descontou-a em um banco tendo soffrido um abatimento de 8 %.

Quanto recebeu?

Solução raciocinada: Ora, 8 % de 660$000 são:

$\frac{660\$000 \times 8}{100} = 52\$800$ que foi o prejuizo do negociante, tendo recebido pelo valor da letra 607$200.

446

Uma «nota promissoria» cujo valor nominal é de 1:480$000 deve ser paga com um desconto de 15 %.

Qual o valor actual desse titulo?

Solução raciocinada: 15 % de 1:480$000 são:

$\frac{1:480\$000 \times 15}{100} = 222\$000.$

Portanto o valor actual da «nota promissoria» é egual a 1:480$000 — 222$000 = 1:258$000.

447

Um alfaiate comprou 56 metros de casemira ingleza, devendo pagar, a prazo, 224$000.

Tendo, porém, effectuado o pagamento no acto da compra, pagou pela mercadoria 208$320. Quantos por cento lhe concederam de desconto?

Solução raciocinada: 224$000 — 208$320 = 15$680 (desconto que lhe fizeram na occasião da compra).

Se em 224$000 o desconto foi de 15$680 em $001 seria de

$$\frac{15\$680}{224\$000} \text{ e}$$

em 100$000 o desconto seria de $\dfrac{15\$680 \times 100}{224\$000} = 7\,\%$.

448

Duas letras são descontadas a 8 %. Uma deve vencer-se num praso de 4 mezes e outra 30 dias depois.

Qual o valor actual de cada letra, se a somma dos valores nominaes é egual a 6:000$000 e a somma dos descontos 120$000?

Solução raciocinada: Somma dos valores actuaes:

$$6:000\$000 - 120\$000 = 5:880\$000.$$

Em 4 mezes ha $30^d \times 4 = 120$ dias.

$120^d + 30^d = 150$ dias.

Valor actual da 1ª letra:

$$\frac{5:880\$000 \times 120}{150} = 4:704\$000.$$

Valor actual da 2ª:

$$\frac{5:880\$000 \times 30}{150} = 1:176\$000.$$

449

Uma professora cathedratica calculou que, se reduzisse de 20 % as suas despesas annuaes, economisaria uma quantia egual aos $\frac{4}{5}$ de seu vencimento mensal com o qual poderia obter 44$000 de renda se collocasse..... 100$000 á taxa de 10 %. Qual o seu ordenado e a quanto montavam as suas despesas?

Solução raciocinada: Para obter 44$000 de renda, collocando 100$000 á taxa de 10 %, seria necessario que o capital fosse egual a

$$\frac{100\$000 \times 44\$000}{10\$000} = 440\$000.$$

O seu ordenado é pois, de

$$440\$000 \times \frac{5}{4} = 550\$000.$$

440$000 representam os $\frac{20}{100}$ de suas despesas annuaes que importam em

$$44\$000 \times \frac{100}{20} = 2:200\$000$$

450

Duas letras, uma do valor de 480$000 e outra de 895$000 venciveis a 1ª em 75 dias e a 2ª no fim de 80 dias, foram substituidas por uma só letra, que se devia vencer no fim de 4 mezes, do valor de 1:349$940.

A que taxa deveria ser paga esta importancia?

(Royer).

Solução raciocinada: 480$000 ao praso de 75 dias equivalem a 480$000 × 75 ou 36:000$000 em um só dia.

Da mesma fórma 864$000 venciveis em 90 dias correspondem a 864$000 × 90 ou 77:760$000 em um dia, Ora, o desconto sobre as duas letras, deve corresponder ao juro de 113:760$000 em um só dia donde se deduz que o valor nominal da letra pela qual foram substituidas as duas primeiras, corresponde a

$$1:349\$940 - (480\$000 + 864\$000 = 5\$940.$$

Devendo o valor da nova letra ser egual á somma dos valores actuaes das duas primeiras, é necessario que o desconto sobre essa letra seja accrescido de 5$940 á somma dos descontos das duas primeiras.

1:349$940 em 4 mezes ou 120 dias, representam tanto quanto 1:349$940 × 120 ou 161:992$800 em um só dia. Por isso o juro de 161:992$800 — 113:760$000 ou de 48:232$800 em um só dia é de 5$940 e a taxa desse desconto é de

$$\frac{5\$940 \times 100 \times 360}{48:232\$800} = 4\$430.$$

451

Uma pessôa adquiriu um terreno rectangular de perimetro egual a 240 metros e cujo comprimento representava os $\frac{2}{3}$ da largura. Pagou o areo á razão de 30$700 e serviu-se para effectuar essa compra da importancia recebida pelo desconto effectuado em duas letras, que deveriam ser pagas, a 1ª ao prazo de 16 mezes e a 2ª ao praso de 18 mezes. Sabendo-se que a 2ª letra valia os $\frac{4}{7}$ da 1ª e que o desconto era de 5 %, pergunta-se qual o valor nominal das duas letras.

Solução raciocinada: Comprimento: $\frac{2}{3}$ da largura.

$\frac{3}{3} + \frac{2}{3}$ ou $\frac{5}{3}$ da largura correspondem a $240^m \div 2 = 120$ metros, que representam o semi-perimetro.

Portanto a largura equivale a $120^m \times \frac{3}{5}$ ou a 72 metros e o comprimento a $120^m - 72 = 48^m$ e a superficie do terreno a

$$1^{m2} \times 72 \times 48 = 3456^{m2} = 34^a,56.$$

$30^a700 \times 34^a56 = 1:060\$992$ que representam a importancia das duas letras.

$$\frac{5000 \times 16}{12 \times 100} = \frac{8}{120} = \frac{4}{60} = \frac{2}{30}$$

do seu valor nominal.

Desconto da 2ª letra:

$$\frac{5000 \times 18}{12 \times 100} = \frac{9}{120} = \frac{3}{40}$$

de seu valor ou ainda aos

$$\frac{4}{7} \times \frac{3}{40} = \frac{12}{280} = \frac{3}{70}$$

do valor nominal da 1ª.

Portanto a somma dos valores actuaes das duas letras, ou 1:060$992 representam os

$$\frac{7}{7} + \frac{4}{7} = \text{ou } \frac{11}{7} \text{do}$$

valor nominal da 1ª menos

$$\frac{2}{30} \times \frac{3}{70} \text{ ou } \frac{23}{210}$$

desse valor nominal, ou ainda

$$\frac{11}{7} - \frac{23}{210} = \frac{230}{210} - \frac{23}{210} = \frac{307}{210}$$

desse valor nominal.

Valor nominal da 1ª letra:

$$1:060\$992 \times \frac{210}{307} = 725\$760.$$

Valor da 2ª: $725\$760 \times \frac{4}{7} = 414\$720.$

452

Um proprietario comprou um terreno de fórma rectangular, a 2:800$000 o hectareo; qual o seu valor, se a somma de suas dimensões é egual a 380 metros e a differença é de 160 metros?

O comprador deu por conta 4:676$000 e para pagamento do resto assignou duas letras do mesmo valor nominal, pagaveis uma em 20 mezes e a outra em 18 mezes.

Qual o valor nominal de cada uma se o vendedor deseja auferir um lucro de 3 %?

Solução raciocinada: Se a somma das duas dimensões do terreno é de 180 metros e a differença de 160, deduz-se que o comprimento é egual a

$$\frac{380^{m} \times 160^{m}}{2} = 270^{m}$$

e a largura a: $380^{m} - 270^{m} = 110^{m}$.

Superficie do terreno:

$1^{m^2} \times 270 \times 110 = 29700^{m^2} = 297^{Dm^2} = 297^{a} = 2^{Ha},97$.

Valor do terreno:

$2:800\$000 \times 2^{Ha},97 = 8:316\$000$.

A somma dos valores actuaes das duas letras deve ser de

8:316$000 — 4:676$000 = 3:640$000.

Sobre 1$000 do valor nominal para cada letra, a 1ª valeria

$$100\$000 - \left(3 \times \frac{32}{12}\right) = 100\$000 - 8\$000 = 92\$000$$ do valor actual e a 2ª,

$$100\$000 - 3 \times \frac{40}{12} = 100\$000 - 10\$000 = 90\$000$$ do valor actual, num total de 92$000 + 90$000 = 182$000.

Valor de cada letra:

$$\frac{3:640\$000 \times 100}{182} = 2:000\$000.$$

453

Um negociante encommendou 20 pipas de vinho de 270 litros cada uma, a 60$000 o hectolitro, devendo pagal-as no fim de 90 dias e receber nessa mesma occasião uma outra encommenda no valor de 2:000$000.

Fizeram-lhe uma primeira remessa de 5 %, que deveria ser paga com um desconto proporcional ao tempo durante o qual precedesse o prazo estipulado para o referido pagamento.

Havendo o negociante entrado com metade á vista

e pagando o resto no fim de 30 dias, tendo o vinho soffrido uma differença de 5 %, a como deve o negociante revender cada litro para ganhar 10 % sobre o preço da compra?

Solução raciocinada: Preço da compra:

60$000 × 2,70 × 20 = 162$000 × 20 = 3:240$000.

Accrescimo da encommenda paga:

3:240$000 + 2:000$000 = 5:240$000.

Pagando á vista a metade de 5:240$000 ou 2:620$000, deu por conta esta quantia menos os 0,05 dessa importancia, ou

2:620$000 — (2:620$000 × 0,05) = 2:489$000.

Valor da outra metade:

$$30 \times \frac{60000}{90} = 2\ \%.$$

Portanto o negociante pagou

3:240$000 — (3:240$000 × 0,02) = 3:240$000 — 64$800 = 1:175$200.

Valor total do vinho comprado:

2:489$000 + 1:175$200 = 3:664$200.

Para ganhar 10 % o negociante deve vender o vinho por

$$3:664\$200 \times \frac{110}{100} = 3:030\$620.$$

Ora, ha para revender

$$270^{l} \times 20 \times \frac{50}{100}$$ ou 2700^{l} ou 27 hectolitros de vinho.

Retirando-se do preço da venda de um hectolitro de vinho ou de 110$000, o valor da compra de 1 hectolitro, encontramos

110$000 — 60$000 = 50$000.

Preço de um litro de vinho:

4:030$620 ÷ 2700 = 1$492.

454

Os valores nominaes de duas letras são taes, que os $\frac{2}{5}$ da 1ª equivalem aos $\frac{17}{18}$ da 2ª e que os $\frac{9}{10}$ da 2ª valem mais 111$500 que $\frac{1}{4}$ da 1ª. A 1ª dessas letras foi paga no fim de 80 dias e a 2ª em 72 dias. Achar o desconto commercial da 1ª e o desconto racional da 2ª á taxa de 6%.

(Guyon).

Solução raciocinada: Ora, os $\frac{2}{5}$ do valor nominal da 1ª equivalem aos $\frac{17}{18}$ da 2ª letra; $\frac{1}{5}$ do valor nominal da 1ª equivale a... $\frac{17}{18 \times 2}$ da 2ª e os $\frac{5}{5}$ a $\frac{85}{36}$ da 2ª ou a $\frac{17 \times 5}{18 \times 2}$; portanto $\frac{1}{4}$ do valor nominal da 1ª equivale a $\frac{85}{144}$ da 2ª ou a $\frac{85}{36 \times 4}$; se ha entre os $\frac{85}{144}$ e os $\frac{9}{10}$ da 2ª uma differença de 111$500, deduzimos que $\frac{9}{10} - \frac{85}{144}$ ou $\frac{223}{720}$ do valor nominal da 2ª, correspondem a 111$500.

Assim, $\frac{1}{720}$ do seu valor nominal vale $\frac{111\$500}{223}$ ou 500 réis e $\frac{720}{720}$ valem $500 \times 720 = 360\$000$.

O valor nominal da 1ª sendo de $\frac{85}{36}$ da 2ª, vale $360\$000 \times \frac{85}{36}$ ou 850$000; e o desconto commercial sobre este valor, effectuando-se o pagamento no fim de 80 dias, á taxa de 6 % é de

$$\frac{850\$000 \times 6 \times 80}{100 \times 360} = 11\$333.$$

Ora, se a 2ª letra deve soffrer um desconto recional á taxa de 6 % e não sabemos ainda qual o valor dessa letra; vamos calcular como se o seu valor fosse representado por 100$000.

Nesses casos, 100$000 em 72 dias, á taxa de 6 %, produziriam um juro egual a $\frac{6000 \times 72}{360} = 1\$200$; portanto o valor nominal da letra seria de $100\$000 + 1\$200 = 101\$200$, que correspondem a um valor actual de 100$000; assim, um valor nominal de 360$000 deve corresponder a um valor actual de

$$\frac{100\$000 \times 360}{101\$200} = 355\$731.$$

Desconto racional:

$$360\$000 - 355\$731 = 4\$269.$$

455

Um negociante assignou tres promissorias: a 1ª de 6:000$000 ao prazo de 30 dias; a 2ª de 9:000$000 ao prazo de 60 dias e a 3ª de 8:040$000 cujo prazo não estava determinado.

Resolvendo substituil-as por uma só letra vencivel em 60 dias, pergunta-se o valor dessa letra, sabendo-se que a taxa do desconto era de 6% para as duas primeiras letras, com um abatimento de 150$000 sobre o valor da 3ª.

(C. Bourlet).

Solução raciocinada: Desconto da 1ª promissoria:

$$\frac{6:000\$000 \times 6 \times 30}{100 \times 360} = 30\$000$$

Desconto da 2ª:

$$\frac{9:000\$000 \times 6 \times 60}{100 \times 360} = 90\$000.$$

Desconto da 3ª:

$$8:040\$000 - 150\$000 = 7:890\$000.$$

Valores actuaes das tres promissorias:

1ª 6:000$000 — 30$000 = 5:970$000.

2ª 9:000$000 — 90$000 = 8:910$000.

3ª 8:040$000 — 150$000 = 7:890$000.

Total:

5:970$000 + 8:910$000 + 7:890$000 = 22:770$000.

Resta unicamente procurar o valor nominal da nova letra assignada, a vencer-se no fim de 60 dias, cujo valor actual é de... 22:770$000, á taxa de 6 °/₀.

Ora, á taxa de 6 °/₀, 100$000 soffre um desconto de 1$000 em 60 dias; portanto o valor nominal de uma letra de 100$000, vencivel nesse prazo e cujo valor actual é de 100$000 — 1$000 ou de 99$000, é pois, de 100$000; da mesma fórma o valor nominal de uma letra cujo valor actual é de 22:770$000 é de

$$22:770\$000 \times \frac{100}{99} = 23:000\$000.$$

456

Um atacadista vendeu a um varegista, generos na importancia de 18:000$000, dos quaes 6:000$000 foram pagos á vista, ficando combinado que $\frac{1}{3}$ do resto deveria ser pago 2 mezes mais tarde e o 2º resto ainda 2 mezes depois de effectuado esse ultimo pagamento. O comprador, porém, propoz ao vendedor, vencidos tres mezes, fazer o pagamento da divida com um desconto de 8 % com que o atacadista concordou.

Qual a importancia a pagar?

(Phelippe e Dauchy)

Solução raciocinada: Importe dos generos:

18:000$000.

Pagamento effectuado á vista:

6:000$000.

1º resto — 18:000$000 — 6:000$000 = 12:000$000.

$\frac{1}{3}$ de 12:000$000 = 4:000$000.

2º resto — 12:000$000 — 4:000$000 8:000$000.

Desconto de 4:000$000 por 3 mezes, á taxa de 8 °/₀:

100 — 12ᵐ — 8

4:000$000 — 3ᵐ — x

$$x = \frac{8 \times 4:000\$000 \times 3}{100 \times 12} = 80\$000.$$

Desconto de 8:000$000 por 3ᵐ + 2ᵐ ou 5 mezes a 8 °/₀:

100 — 12ᵐ — 8

8:000$000 — 5ᵐ — x

$$x = \frac{8 \times 8:000\$000 \times 5}{100 \times 12} = 266\$666.$$

Somma dos descontos:

80$000 + 266$666 = 346$666.

Se, descontando o pagamento effectuado á vista, faltavam pagar 12:000$000, fazendo-se o desconto de 266$666, acha-se a importancia que o varejista deveria pagar, ou

12:000$000 — 266$666 = 11:333$334.

Recapitulação

457

Um negociante possuia uma letra de 1:000$000 contra certo banqueiro. Não tendo recebido os juros dessa quantia durante 4 annos e meio, cobrou nessa épocha os juros compostos correspondentes ao tempo em que o pagamento esteve retardado, á taxa de 5 % ao anno.

Qual o valor actual dessa letra?

Resposta: 822$700.

458

Um negociante deve pagar depois de 20 mezes, 6:000$000 por 200 kilogrammas de chá; 18 mezes depois 5:000$000 por 8.000 kilogrammas de café e 16 mezes mais tarde 4:000$000 por 390 kilogrammas de cravo da India. Pagando annualmente a importancia total dessas mercadorias, será descontado em 5 1/2 %. Quanto deverá então pagar e a como lhe sairá o kilo de chá?

Resposta: Deverá pagar 13:844$200.
Preço de 1 kilo de chá: 27$480.

459

Um negociante deve pagar 1:800$000 da seguinte maneira: 500$000 por trimestres e os 300$000 restantes em um anno.

Se os pagasse ao mesmo tempo teria um abatimento de 20 °/₀ ao anno; quanto deveria então pagar?

Resposta: 1:749$000.

460

Uma pessôa devia pagar 2:000$000 em 6 annos: 5:000$000 em 3 annos e 3:000$000 em 4 annos.

Pagou a primeira importancia depois de 4 annos e meio; a segunda depois de 15 mezes e a ultima depois de 2 annos e $\frac{3}{4}$, descontando em cada mez 8 °/₀ ao anno.

Quanto deveria ter pago por toda a divida?

Resposta: 8:898$000.

461

Um negociante tomou emprestados 2:000$000, para pagar depois de 16 mezes. Calcular o desconto sobre esta importancia á taxa de 8 °/₀, se o pagamento tivesse sido immediato.

Resposta: 80$000.

Cambio

462

Uma conta paga na Inglaterra importou em 454 £. 12 sh. e 4d; qual o seu valor em moeda brasileira ao cambio de 8 3/4?

Solução raciocinada: 454 £, 12 sh. e 4 d., correspondem a 109108 dinheiros.
Estando o cambio a 8 3/4, 1$000 valem 8 3/4 dinheiros; portanto 109108 dinheiros valem $\frac{109108 \times 1\$000}{8\ 3/4} = \frac{109108 \times 1000 \times 4}{35} =$ $= 12{:}469\$486.$

463

Ao cambio de 3$800 a quanto correspondem em moeda norte-americana 7:600$000?

Solução raciocinada: Se o cambio é de 3$800 quer dizer que 1 dollar vale esta importancia; 1 real vale $\frac{1}{3.800}$ e 7:600$000 valem $\frac{7{:}600\$000}{3.800} = 2.000$ dollars.

464

Quantos francos valem 2:960$000 ao cambio de 740 réis?

Solução raciocinada: Valendo o franco 740 réis, 2:960$000 valem

2:960$000 ÷ 740 = 4000 francos.

465

Qual o valor de uma divida de 12400 francos que deve ser paga em Paris, estando o cambio a 800 réis?

Solução raciocinada: Se para pagar um franco se devem dar 800 réis, para pagar 12400 francos são precisos

$$800 \times 12400 = 9{:}920\$000.$$

466

Uma pessôa deseja saldar uma divida de 2500 francos em Paris. Entre a França e o Brasil, passando por Londres, qual o valor de 1 franco, sabendo-se, que 1$000 valem 10 dinheiros?

Qual o meio mais vantajoso para o pagamento da divida, se entre Paris e o Brasil directamente, o valor de um franco é de 953 réis?

Quanto deverá desembolsar esta pessôa?

Solução raciocinada: Se 10 dinheiros valem 1$000, 1 vale menos ou $\frac{1}{10}$. Uma libra tem 240 dinheiros; se 1 dinheiro vale $\frac{1}{10}$, os 240 dinheiros valem $\frac{1 \times 240}{10}$.

Uma libra corresponde a 25f,25: portanto 1 franco corresponde a $\frac{1 \times 240}{10 \times 25{,}25}$ ou a 950 réis.

Valendo 1 franco 950 réis o valor de 2500 francos é de

$$950 \times 2500 = 2{:}375\$000.$$

Sobre Paris directamente, esta pessôa vae pagar por 1 franco 953 réis e por 2500 francos, 953 × 2500 = 2:382$500. E' mais vantajoso fazer o pagamento sem passar pela praça de Londres.

467

Pergunta-se qual o capital que no fim de 2 annos e 6 mezes, empregado a 5 % ao anno, produziu o juro de

200$000, e, qual o valor desse capital em moeda franceza ao cambio de 800 réis?

Solução raciocinada: 2 annos e 6 mezes, correspondem a 30 mezes. O capital que em 30 mezes, a 5 % ao anno, produz 200$000 de juros é egual a:

$$\frac{200000 \times 100 \times 12}{5 \times 30} = 1{:}600\$000.$$

1:600$000, ao cambio de 800 réis correspondem, em moeda franceza, a 1:600$000 ÷ 800 = 2000 francos.

468

Qual o capital que no fim de 5 annos e 6 mezes, á taxa de $8\frac{3}{4}$ %, produziu o juro de 5:775$000?

Qual o valor desse capital em moeda ingleza ao cambio de $15\frac{1}{4}$?

Solução raciocinada: Considerando $\frac{4}{4}$ equivalendo a 1$000, $\frac{1}{4}$ equivale a $\frac{1000}{4}$ e $\frac{3}{4}$ a $\frac{1000 \times 3}{4}$ ou a 750 réis.

$8\frac{3}{4}$ equivalem a 8$000 + 750 = 8$750.

Se 8$750 representam o rendimento de 100$000 em 12 mezes, representam o rendimento de uma 5:775$000 em 5ª,6ᵐ ou 66 mezes, importancia egual a

$$\frac{100000 \times 5775000 \times 12}{8750 \times 66} = 120{:}600\$000.$$

Se 1$000 correspondem a $15\frac{1}{4}$ ou a $\frac{61}{4}$, 120:000$000 valem, em moeda ingleza:

$$\frac{120000000 \times 61}{100 \times 4}\ 1830000^{d} = 7625 \text{ libras}.$$

469

O capital 3:240$000 produziu em 3 annos e 9 mezes 1:063$125 de juros. Qual a taxa?

A que quantia corresponde essa taxa em dinheiro francez, ao cambio de 350 réis?

Solução raciocinada: Em 3 annos e 9 mezes ha 45 mezes.

O capital 3:240$000, para produzir em 3 annos e 9 mezes ou 45 mezes um juro de 1:063$125 deve ter sido collocado sob uma taxa egual a

$$\frac{1063125 \times 100 \times 12}{3240000 \times 45} = 8\$750.$$

Estando o cambio a 350 réis esta taxa corresponde em dinheiro francez a:

$$8\$750 \div 350 = 25 \text{ francos.}$$

Acções e obrigações

470

Uma companhia de seguros dispõe de um capital de 5.000:000$000 divididos em acções de 500$000.

O dividendo desta companhia elevou-se a......... 400:000$000.

Quanto deve receber um accionista possuidor de 50 acções?

Solução raciocinada: Se o capital é de 5.000:000$000 e o valor de cada acção é de 500$000, ha um numero de acções egual a.. .. 5.000:000$000 ÷ 500$000 = 10.000 acções.

Elevando-se o dividendo a 400:000$000 deve tocar a cada acção uma quantia correspondente a 400:000$000 ÷ 10.000 = 40$000.

Possuindo o accionista 50 acções, deve receber

$$40\$000 \times 50 = 2:000\$000.$$

471

Comprando-se obrigações de 200$000 (6 %) de uma associação, do curso de 120$000, qual a taxa a que se colloca o dinheiro?

Solução raciocinada: Sendo os juros de 6 % calculados sobre o valor nominal, a renda annual de uma obrigação é de

$$\frac{200\$000 \times 6\$000}{100.000} = 12\$000.$$

Ora, os juros de 100$000, quando 120$000 produzem 12$000, correspondem a

$$\frac{12.000 \times 100.000}{120.000} = 10\$000 \text{ ou } 10\ \%.$$

472

Qual a importancia precisa para se comprar ao curso de 600$000, 150$000 de renda em obrigações de 400$000 de uma companhia, produzindo 10$000 de juros com um dividendo provavel de 20$000?

Solução raciocinada: Renda produzida por uma acção:

$$10\$000 + 20\$000 = 30\$000$$

Para se comprar 30$000 de renda, são precisos 600$000; portanto para se comprar 1$000 são precisos $\frac{600}{30}$ e para se comprar 150$000, são precisos $\frac{600 \times 150}{30} = 3:000\$000$.

Regra de companhia

473

Quatro pessôas se associaram; a 1ª entrou com.... 2:400$000; a 2ª com $\frac{1}{3}$ da parte da 1ª, a 3ª com $\frac{2}{4}$ da parte da 2ª e a 4ª com $\frac{2}{6}$ da parte da ultima.

Tiveram um lucro de 3:000$000; quanto tocou a cada uma?

Solução raciocinada:

Entrada da 1ª — 2:400$000

» » 2ª — $\frac{1}{3}$ de 2:400$000 = 800$000

» » 3ª — $\frac{2}{4}$ de 800$000 = 400$000

» » 4ª — $\frac{2}{5}$ de 400$000 = 160$000

A somma das entradas dos quatro associados eleva-se a 2:400$000 + 800$000 + 400$000 + 160$000 = 3:760$000.

Sendo o lucro a repartir de 3:000$000,

O 1º socio deveria receber:

$$\frac{3:000\$000 \times 2:400\$000}{3760000} = 1:914\$893$$

» 2º » » »

$$\frac{3:000\$000 \times 800\$000}{3:760\$000} = 638\$297$$

O 3º socio deveria receber:

$$\frac{3:000\$000 \times 490\$000}{3:760\$000} = 319\$148$$

» 4º » » »

$$\frac{3:000\$000 \times 160\$000}{3:760\$000} = 127\$659$$

474

Dois negociantes estabeleceram uma sociedade em que o 1º entrou com 55:000$000; e o 2º com 36:000$000.

Houve um prejuizo de 25:400$000; quanto perdeu cada socio?

Solução raciocinada: A somma das entradas eleva-se a:
55:000$000 + 36:000$000 = 91:000$000

O prejuizo do 1º socio corresponde a:

$$\frac{25:400\$000 \times 55:000\$000}{91:000\$000} = 15:351\$648$$

e o prejuizo do 2º

$$\frac{25:400\$000 \times 36:000\$000}{91:000\$000} = 10:048\$351$$

475

Duas pessôas fundaram um negocio que deu de lucro 30:000$000. A 1ª esteve na sociedade durante 6 annos e meio; a 2ª durante 8 annos e 4 mezes.

Qual o lucro de cada uma, sabendo-se que as entradas foram eguaes?

Solução raciocinada: Em 6 annos e meio ha 78 mezes e em 8ª e 4m ha 100 mezes.

78 + 100 ou 178 mezes representam a somma dos mezes que ambos estiveram no negocio.

Se o lucro foi de 30:000$000, a 1ª pessoa recebeu uma parte egual a

$$\frac{30:000\$000 \times 78}{178} = 13:146\$067$$

e á 2ª pessoa tocaram

$$\frac{30:000\$000 \times 100}{178} = 16:853\$932.$$

476

Um individuo estabeleceu-se com um capital de....
12:000$000; 6 mezes mais tarde admittiu um socio com o
capital de 6:000$000 e ainda dois mezes depois da entrada
deste entrou para a socidade um terceiro com o capital
de 8:000$000. No fim de um anno tiveram de lucro.......
16:960$000; quanto deveria receber cada um?

Solução raciocinada: Se o 1º socio empregou 12:000$000 du-
rante 12 mezes em um mez deveria ter um lucro correspondente a
este capital multiplicado por 12 ou a 12:000$000 × 12 = 144:000$000.

Da mesma fórma, se o 2º socio empregou 6:000$000 durante
6 mezes, em um mez deveria ter um lucro egual ao que obteria se
empregasse 6:000$000, seis vezes ou 6:000$000 × 6 = 36:000$000.

O 3º associado tendo entrado com 8:000$000 durante os 4
mezes que esteve no negocio deveria lucrar tanto quanto lucraria se
empregasse durante um só mez 8:000$000 × 4 = 32:000$000. ......

Assim, resta-nos unicamente dividir o lucro obtido ou
16:960$000 proporcionalmente a estes productos encontrados ou

144:000$000 + 36:000$000 + 32:000$000 = 212:000$000

16:960$000 ÷ 212 = 80$000

Ao 1º tocaram: $\frac{16:960\$000 \times 144000000}{212000000} = 11:520\$000$

Ao 2º: $\frac{16:960\$000 \times 36000000}{212000000} = 2:880\$000$

Ao 3º: $\frac{16:960\$000 \times 32000000}{212000000} = 2:560\$000$;

ou ainda

1º: 80$000 × 144:000$000 = 11:520$000
2º: 80$000 × 26:000$000 = 2:880$000
3º: 80$000 × 32:000$000 = 2:560$000

16:960$000

477

Duas pessôas se associaram com um capital de..... 40:800$000 e obtiveram um lucro egual á oitava parte das entradas. Sabendo-se que a entrada da 2ª excedia á da 1ª de 10:400$000, quanto deveria receber cada uma?

Solução raciocinada: Se as entradas ou o capital era de...... 40:800$000, $\frac{1}{8}$ desta quantia equivale a

40:800$000 ÷ 8 = 5:100$000, que representam o lucro obtido.

Se a entrada da 2ª excedia á da 1ª em 10:400$000 e as duas entradas representavam um capital de 40:800$000 deduz-se que a 1ª entrou com (40:800$000 — 10:400$000) ÷ 2 = 15:200$000.

Se a entrada da 1ª era de 15:200$000, e as entradas das duas socias ou 40:800$000 deram um lucro de 5:100$000, portanto a 1ª deveria receber

$$\frac{5{:}100\$000 \times 15{:}200\$000}{40{:}800\$000} = 1{:}900\$000$$

e a 2ª

$$\frac{5{:}100\$000 \times 25{:}600\$000}{40{:}800\$000} = 3{:}200\$000$$

Verificação: 1:900$000 + 3:200$000 = 5:100$000.

25:600$000 + 15:200$000 = 40:800$000

478

Dois negociantes fundaram uma sociedade; o 1º entrou com um 1:200$000 e o 2º com 1:600$000.

Conseguiram um lucro de 763$000.

Quanto tocou a cada um?

Solução raciocinada: A somma das entradas é de

1:200$000 + 1:600$000 = 2:800$000

(Lucro do 1º socio).

Se 2:800$000 dão de lucro 763$000, o lucro de 1:200$000 corresponde a x.

Donde x = 327$000 que representam o lucro do 1º socio.

Lucro do 2º socio:

Se 2:800$000 produzem 763$000 de lucro 1:600$000 produzem x;

ou x = 436$000

Verificação:

327$000 + 436$000 = 763$000.

479

Uma pessôa empregou um certo capital numa mesma empresa. No primeiro anno perdeu 15 % do seu capital e no 2º 5 % do capital restante. No terceiro anno a quantia restante lhe deu um lucro de 8 %, faltando-lhe assim 5:116$000 para reconstituir o capital primitivo.

Qual a importancia do capital empregado e o lucro realizado no terceiro anno?

(Royer)

Solução raciocinada: Se no 1º anno perdeu 15 % de seu capital que representaremos por 100, restavam do capital primitivo ou $\frac{100}{100} - \frac{15}{100} = \frac{85}{100}$ e no 2º anno restaram do valor precedente $\frac{100}{100} - 5\,\% = \frac{100}{100} - \frac{5}{100} = \frac{95}{100}$. Portanto no fim do 3º anno esta pessoa ganhou 8 % ou $\frac{8}{100}$ do capital primitivo ou de $\frac{100}{100}$; quer dizer que no fim desse 3º anno esta pessôa possuia

$$\frac{100}{100} + \frac{8}{100} = \frac{108}{100}$$

do capital restante e no fim do 2º anno

$$\frac{85}{100} \times \frac{95}{100} \times \frac{108}{100}$$

que equivalem a $\frac{8721}{10.000}$.

O prejuizo elevou-se a $\frac{10.000 - 8721}{10000} = \frac{1279}{10000}$ e o capital empregado foi de $\frac{5:116\$000 \times 10.000}{1279} = 40:000\$000$.

No fim do 3º anno esta pessôa deveria ter $40:000\$000 - 5:116\$000 = 34:844\$000$.

No fim do 2º anno deveria possuir os $\frac{100}{108}$ desta importancia correspondendo assim o lucro aos $\frac{8}{100}$ desta quantia ou a:

$$\frac{34:884\$000 \times 8}{108} = 2:584\$000.$$

480

Um industrial dispõe de um capital de 75:000$000 emprega em differentes empresas, retirando 6, 10 e 15 % ao anno. Verificando, porém, que não mais poderá auferir as mesmas garantias, resolve dividir esse capital em tres partes taes, que as tres porções augmentadas dos juros correspondentes durante um anno, produzam quantias eguaes.

Quaes são os capitaes empregados em cada uma das tres empresas?

(Royer)

Solução raciocinada: Capitaes eguaes a 100, dariam respectivamente no fim de um anno, 106, 110 e 115 de lucro; donde os $\frac{106}{100}$ da primeira parte corresponderiam aos $\frac{110}{100}$ e esses $\frac{110}{100}$ da segunda aos $\frac{115}{100}$ da terceira parte.

São, portanto, as tres partes inversamente proporcionaes a 106, 110 e 115 ou a $\frac{1}{106}$, $\frac{1}{110}$, $\frac{1}{115}$ ou ainda a (110×115), (106×115) e (106×110) ou egualmente a 12650, 12190, 11660 ou

a 1265, 1219 e 1166 que correspondem a $1265 + 1219 + 1166 = 3650$.

Deduz-se que o primeiro capital é egual a

$$\frac{75000000 \times 1265}{3650} = 25:993\$150;$$

o segundo a:

$$\frac{75000000 \times 1219}{3650} = 25:047\$940.$$

e o terceiro a:

$$\frac{75000000 \times 1166}{3650} = 23:958\$900.$$

Recapitulação

481

Tres negociantes fundaram um negocio. A entrada do 1º foi de 5:000$000; a do 2º de 3:000$000; a do 3º de 4:000$000.

Ganharam 9:600$000.

Qual o lucro de cada um, retirando as respectivas entradas?

Resposta: 1º: 400$000: 2º: 2:400$000; 3º 3:200$000.

482

Quatro industriaes se associaram para uma empreza; o 1º entrou com um capital; o 2º com uma quantia duas vezes maior; o 3º com uma parte egual á entrada dos dois primeiros e o 4º com uma importancia quatro vezes maior do que a do 1º

Havendo um lucro de 35:000$000, quanto deveria receber cada um?

Resposfa: 1º 3:500$000; 2º 7:000$000; 3º 10:500$000; 4º.... 14:000$000.

483

Tres individuos se associaram e ganharam 7:200$000, Estando as entradas umas para as outras assim como 3 para 4, quanto deverá tocar a cada um?

Resposta: 1º: 3:200$000; 2º: 2:400$000 e 3º: 1:600$000.

484

Quatro socios abriram um negocio com um capital de 80:000$000, obtendo um lucro de 240:000$000.

Como deverá ser repartido esse beneficio se o 1º lucrou, além da entrada, 10:000$000 em fazendas, o 2º 5000 kilogrammas de chá no valor de 18:000$000 o 3º, ... 20:000$000 e o 4º o resto?

Resposta: 1º 30:000$000; 2º 54:000$000; 3º 60:000$000; 4º 96:000$000.

485

Tres negociantes carregaram um navio de mercadorias: o 1º concorreu com fazendas na importancia de 12:000$000; o 2º de 6:000$000 e o 3º de 9:000$000.

Em alto mar foram obrigados a lançar á agua parte da carga no valor de 3:500$000.

Qual a contribuição de cada um nesse prejuizo?

Resposta: 1º 2:000$000; 2º 1:000$000; 3º 1:500$000.

Mistura e liga

486

Um negociante misturou 20 kilogrammas de fumo de 4$000 o kilo, com 30 kilogrammas de outra qualidade, valendo 6$000 o kilo,

A como deve vender o kilo da mistura?

Solução raciocinada: Preço de 20 kgs.:

4$000 × 20 = 80$000

Preço dos 30 kgs.:

6$000 × 30 = 180$000

Valor da mistura:

80$000 + 180$000 = 260$000

Quantidade de fumo misturado:

20kg + 30kg = 50kg

Valor de um kilogramma dessa mistura:

260$000 : 50 = 5$200

487

Um ourives fundiu 30 grammas de ouro de 18 quilates com 45 grammas de 20 quilates; qual o titulo da liga?

Solução raciocinada: Reunindo-se 30g + 45g = 75 grammas, obtem-se a quantidade ouro contida na mistura, havendo do ouro de 18 quilates

18q × 30 = 540 quilates

e do ouro de 20 quilates

$$20^q \times 45 = 900 \text{ quilates.}$$

$540^q + 900^q = 1440^q$, donde o titulo da liga corresponde a

$$1440^q \div 75 = 1^q \frac{1}{5} \text{ quilates.}$$

488

Uma pessôa possue duas barras de prata; uma ao titulo de 0,950 e outra ao titulo de 0,800. Uma contem 120 g., de ouro e 80 de cobre. Em que proporção é preciso misturar as duas barras para obter uma liga ao titulo de 0,900?

(*Lemoine*)

Solução raciocinada: Uma gramma ao titulo de 0,950 contem de prata pura

$$0^g,950 - 0^g,900 = 0^g,050.$$

Ao titulo de 0,800 contem $0^g,900 - 0^g,800 = 0^g,100$.

Para que haja compensação em 1 gramma de 0,950 é necessario juntar o peso de uma liga ao titulo de 0,800, egual a

$$\frac{1^h \times 0,050}{0,100} = 0^g,5.$$

Portanto a liga deve ser feita na seguinte proporção:

Titulo 0,950 — 1 gramma.
„ 0,800 — 0^g,5 ou
ao titulo de 0,950 — 100 grammas
e ao titulo de 0,800 — 50 grammas.

489

Que quantidade de agua será preciso addicionar a 3^{Hl},40 de alcool, que custa 1\$000 o litro, para se obter uma qualidade de alcool valendo 800 réis o litro?

Solução raciocinada: 3^{Hl},40 ou 340^l valem

1\$000 × 340 = 340\$000.

Quantidade do liquido misturado:

$$\frac{1^l \times 340.000}{800} = 425 \text{ litros.}$$

Quantidade de agua a addicionar:

$$425^l - 340^l = 85^l \text{ de agua.}$$

490

Em que proporção devem ser misturadas seis barras de prata de titulos eguaes a 0,820—0,850—0,860—0,740—0,800 e 0,880 para se obter uma liga ao toque de 0,840 pesando1380 grammas?

Solução raciocinada: As barras de toque inferior ao toque
médio têm por titulos: 0,740, 0,800 e 0,820 e as de toque superior
têm pór titulos: 0,850, 0,860 e 0,880. Fazendo a disposição do cal-
culo e estabelecendo a relação entre o toque de cada barra e o to-
que da barra que se deseja obter vem que:

toque da barra		Total
0,740	100	160
0,800	40	
0,820	20	
0,840		
0,850	10	70
0,860	20	
0,880	40	

Devendo ser os pesos a tomar de cada liga inversamente pro-
porcionaes ás differenças existentes entre o toque médio e o toque
das barras, segue-se que se devem tomar 70 grammas de cada barra
de titulo inferior ao titulo médio e 160 de cada barra de
toque superior. O prejuizo que se tem em metal precioso, toman-
do-se 70 grammas de cada barra de titulo inferior corresponde a

$$\frac{100 \times 70}{1000} + \frac{40 \times 70}{1000} + \frac{20 \times 70}{1000} = \frac{70}{1000}(100 + 40 \times 20)$$

Tomando-se 160 grammas de cada barra de toque superior, obtem-se um peso egual a

$$\frac{10 \times 160}{1000} + \frac{20 \times 160}{1000} + \frac{40 \times 160}{1000} = \frac{160}{1000} (10 + 20 + 40)$$

o que demonstra que em ambos os casos ha compensação.

Dividindo-se o peso total da barra que se deseja obter ou 1.380g por 70 + 70 + 70 + 160 + 160 + 160 ou por 690, em partes proporcionaes, chega-se á conclusão que devem ser tomadas de

cada barra de titulo inferior, $\frac{70 \times 1380}{690} = 140^g$ e devem ser tomadas de cada barra de titulo superior, $\frac{160 \times 1380}{690} = 320$ grammas.

491

Uma senhora mandou derreter quatro colheres de prata, pesando a primeira 25g.4, a segunda 30g.5, a terceira 40g.2 e a quarta, do toque de 0,740, pesava 20g.5.

O titulo da primeira era de 0,800 ; da segunda de 0,900 e da terceira de 0,920. Qual o toque da liga obtida?

Solução raciocinada : 25g.4 de prata do titulo de 0,800 contem de prata pura, 25g. 4 × 0,800 = 20.g 32. Da mesma fórma 30g.5 do toque de 0,900, 40g.2 do toque de 0,920 e 20g.5 do toque de 0,740 encerram de metal puro uma quantidade equivalente a 30g.5 × 0,900 = 27g.45 ; 40g.2 × 0,920 = 36g.984 e 20g.5 × 0,740 = 15g.17.

Portanto 25g.4 + 30g.5 + 40g.2 + 20g.5 ou 116g.6 da liga final contem 99g.924 de prata pura ; donde o titulo da liga total corresponde a 99g.924 ÷ 116g.6 = 0,856.

492

Um ourives recebeu duas barras de ouro para fundir. Desejando obter uma liga do titulo de 0,920 sendo

uma barra do toque de 0,880 e outra do toque de 0,950, em que proporção deverá misturaI-as?

Solução raciocinada : Sendo a liga que se deseja obter do titulo de 0,920 os pesos a tomar de cada liga devem estar na razão inversa das differenças existentes entre o toque das duas barras e o toque médio considerado.

Sobre 1000 grammas a primeira barra encerra menos 20 grammas de metal puro e a segunda mais 30 grammas desse mesmo metal do que a liga média.

Fazendo a disposição do calculo, vem que;

0,880 —— 20
0,920
0,950 —— 30

Se tomarmos 30 grammas da primeira barra perde-se uma quantidade de ouro egual a $\frac{20 \times 30}{1000} = 0g.6$ e se tomarmos 20 grammas da segunda obtem-se uma quantidade de ouro egual a...

$$\frac{30 \times 20}{1000} = 0g.6.$$

Ha portanto compensação do prejuizo que se tem, donde se conclue que as 30 grammas da primeira e as 20 grammas da segunda mostram a proporção que se deve obter da mistura.

493

Um negociante possue 50 garrafas de vinho valendo 3$000 a garrafa ; que quantidade de agua deve juntar a esse vinho para obter uma outra qualidade do valor de 2$000 a garrafa?

Solução raciocinada : Valendo o vinho 3$000 a garrafa, 50 garrafas valem 3000 × 50 = 150$000. Ha portanto tantas garrafas do valor de 2$000 quantas forem as vezes que 150$000 contiver 2$000 donde 150.000 ÷ 2.000 = 75 garrafas. Para se obter essas 75 garrafas de vinho misturado é necessario juntar 25 garrafas de agua ou 75 — 50 = 25 garrafas.

494

Um negociante adquiriu 20 garrafas de vinho por 4$000 a garrafa; quantas garrafas de outro vinho do valor de 8$000 cada garrafa deve elle misturar para obter um vinho que possa ser vendido á razão de 7$000 a garrafa?

Solução raciocinada: 20 garrafas a 4$000 importaram em 80$000. Sendo o preço de uma garrafa de vinho de qualidade inferior de 4$000 e o preço da mistura de 7$000, vemos que o preço do vinho de qualidade inferior e o preço do vinho de qualidade superior ou de 8$000, guardam a relação de 1 para 3 em comparação com o preço do vinho misturado. Devendo ser o numero de garrafas a tomar de cada qualidade inversamente proporcionaes ás differenças existentes entre o preço do vinho obtido e as duas qualidades consideradas, deduz-se que devem ser misturadas 60 garrafas do valor de 8$000 e 20 do valor de 4$000. O valor total das 60 garrafas de vinho a 8$000 cada uma é egual a 8$000 × 60 = 480$000 e o numero de garrafas de vinho misturado eleva-se a 20 + 60 = 80.

Esse vinho assim misturado vale 480$000 + 80$000 = 560$000 e uma garrafa custa 560$000 ÷ 80 = 7$000.

495

Misturaram-se duas qualidades de azeites, valendo o de 1ª qualidade 7$000 o litro e o de 2ª 5$000. Vendeu-se essa mistura ao preço de 6$000 o litro, obtendo-se assim um lucro de 1:000$000. Tomaram-se 200 litros do azeite de 1ª e 400 litros do azeite de 2ª para a fabricação dessa mistura, tendo-se perdido durante a manipulação 20 litros.

Quantos litros de azeite de cada qualidade havia primitivamente?

Solução raciocinada: 200 litros de azeite de 7$000 o litro valem

$$7\$000 \times 200 = 1:400\$000.$$

400ˡ de 5$000 o litro, importam em 5$000 × 400 = 2:000$000.

A mistura contem 400ˡ + 200ˡ = 600ˡ que, vendidos a 6$000

o litro importam em 6$000 × 600 = 3:600$000; havendo assim um lucro egual a (3:600$000 — 1:400$000) — 2:000$000 = 200$000.

Se não se tivessem perdido os 20 litros, o lucro seria de 6$000 × 20 = 120$000 e, em vez de ser de 1:000$000 o lucro seria de 1:000$000 + 120$000 = 1:120$000; donde se deduz que na mistura havia do azeite de 1ª qualidade um numero de litros egual a

$$\frac{1:120\$000 \times 200}{200000} = 1120 \text{ litros}$$

e de 2ª qualidade $\frac{1:120\$000 \times 400}{200000} = 2240$ litros.

496

Misturaram-se 120 litros de vinho de 3$000 o litro, com 250 litros de uma outra qualidade, vendendo-se a mistura a 525$000 o hectolitro. Em quanto importou o litro do vinho de outra qualidade?

Solução raciocinada: Vinho misturado: 120ˡ + 250ˡ = 370ˡ. Importancia total da mistura: 525$000 × 3,70 = 1:942$500. 120 litros de vinho a 3$000 valem 3$000 × 120 = 360$000.

O vinho de outra qualidade vale 1:942$500 — 360$000 = 1:582$500 e cada litro sae a 1:582$500 ÷ 250 = 6$330.

497

Para se obter uma liga de ouro e cobre do mesmo titulo das moedas é preciso reunir um peso de ouro puro egual aos $\frac{5}{7}$ da parte já contida nas mesmas.

Na liga primitiva o peso do ouro puro excede o peso do cobre de 637g,5.

Qual o peso total? Quantas peças de 10 francos podem ser fabricadas com a liga primitiva?

(*L. Guyon*)

Solução raciocinada: Tomando-se da liga primitiva uma quantidade contendo 7 grammas de ouro puro e juntando-se-lhe mais 5 grammas, obtem-se uma liga contendo 12 grammas de ouro puro e tendo por titulo 0,9, pesando $\frac{12^{g} \times 10}{9} = \frac{120}{9} = \frac{40}{3}$ da gramma.

Portanto 7 grammas de ouro puro pesam $\frac{40}{3}$ de grammas menos 5 grammas, ou

$$\frac{40}{3} - 5^{g} = \frac{40}{3} - \frac{15}{3} = \frac{25}{3} \text{ de gramma.}$$

Titulo da liga primitiva:

$$7 \div \frac{25}{3} = \frac{7 \times 3}{25} = \frac{21}{25} = 0{,}840.$$

Em 1000 grammas desta liga ha 840 grammas de ouro puro e 160 de cobre e o peso do ouro excede ao do cobre de

$$840^{g} - 160^{g} = 680.$$

Quando o peso do ouro excede o peso do cobre de 1 gramma, o peso da liga é de $\frac{1000}{680}$ e quando exceder de $637^{g},5$, a liga pesa

$$\frac{1000 \times 637^{g},5}{680} = 937^{g},5$$

Assim a quantidade de cobre contido na liga primitiva é de

$$937^{g},5 \times 0{,}160 = 150 \text{ grammas.}$$

Se $\frac{1}{10}$ do peso da liga definitiva corresponde a 150 grammas, o peso definitivo dessa liga é de

$$150^{g} \times 10 = 1500 \text{ grammas.}$$

Peso de uma moeda de 10 francos:

$1^{g} \times \frac{10}{3{,}1} = \frac{100}{31}$ da gramma; por conseguinte o numero de moedas de 10 francos que se pódem fabricar é de

$$1 \text{ moeda} \times \left(1500 \div \frac{100}{31}\right) = 1 \times 15 \times 31 = 465 \text{ moedas.}$$

498

Quanto custará a guarnição em metal de uma machi-

na a vapor sabendo-se que tem um peso de 12 kg,6 e que se compõe de 5 % de cobre, 8 % de estanho e 12 % de antimonio — que o cobre custa 2$500 o kilogramma, o estanho 4$000 e o antimonio 1$000?

A fabricação importou em $\frac{8}{100}$ do preço total das materias empregadas e o prejuizo produzido pela oxydação durante a fusão foi de 1,8 %.

(Phelippe e Dauchy)

Solução raciocinada: Preço do cobre:

$$(2\$500 \times 12{,}6 \times 5) \div 100 = 1\$575$$

Preço do antimonio:

$$(1\$000 \times 12{,}6 \times 12) \div 100 = 1\$512$$

Preço do estanho:

$$(4\$000 \times 12{,}6 \times 8) \div 100 = 4\$032.$$

Valor total:

$$1\$575 + 4\$032 + 1\$512 = 7\$119.$$

Se durante a fusão houve um prejuizo egual a 1,8 %, segue-se que a despesa tornou-se egual a

$$\frac{7\$119 \times 100}{100 - 1{,}8} = 7\$239.$$

Donde o valor da guarnição foi de

$$(7\$239 \times 108) \div 100 = 7\$181.$$

499

Uma mistura na qual entram 2 metros cubicos de areia para 3 metros cubicos de saibro, custa 8$000 o metro cubico, e o volume da mistura excede de $\frac{1}{4}$ do volume do saibro.

Uma outra mistura na qual entra 1 metro cubico de areia para 4 metros cubicos de saibro, sae á razão de 5$000 o metro cubico, e o volume da mistura é egual ao volume do saibro.

Qual o preço de cada uma dessas duas materias?

F. F.

Solução raciocinada: Se a primeira mistura produz 3^{m^3} de saibro mais $\frac{3}{4}$ tendo o metro cubico 1000^{dm^3}, $\frac{3}{4}$ de 100^{dm^3}, ou de 1^{m^3}, equivalem a 750^{dm^3}, donde $3^{m^3}\frac{3}{4}$ correspondem a $3^{m^3},750$.

Preço dessa mistura:

$$8\$000 \times 3^{m^3},750 = 30\$000.$$

Se na 2ª mistura ha 1^{m^3} de areia para 4 de saibro, o seu valor corresponde a

$$1^{m^3} \times 4 = 4^{m^3}$$

$$5\$000 \times 4 = 20\$000;$$

donde 2^{m^3} de areia $+\ 3^{m^3}$ de saibro valem $30\$000$

1^{m^3} » » $+\ 4^{m^3}$ » » » $20\$000$

Multiplicando por 2 a segunda quantidade, para egualar a uma das partes do 1ª, vem que

2^{m^3} de areia $+\ 8^{m^3}$ de saibro valem $40\$000$.

Subtrahindo-se a 1ª quantidade desta ultima, restam 5^{m^3} de saibro que custam

$$40\$000 - 30\$000 \text{ ou } 10\$000.$$

Portanto o preço de 1^{m^3} de saibro é de

$$10\$000 \div 5 = 2\$000$$

e o preço de 1^{m^3} de areia é de

$$20\$000 - (4\$000 \times 2\$000) = 20\$000 - 8\$000 = 12\$000.$$

500

Um campo semeado de trigo produziu 30 quintaes de trigo e 50 quintaes de palha.

O grão de trigo continha 2,2 % de seu peso de azoto.

Quanto a colheita absorveu de azoto do ar atmospherico?

Desejando-se restituir integralmente ao ar o azoto absorvido pela colheita, espalhou-s sobre a mesma uma mistura de nitrato de sóda contendo 15 % de azoto, e de sulfato de amoneo a 20 % na proporção de duas partes da 1ª para tres partes da 2ª.

Que quantidade da mistura é preciso empregar?

(Royer)

Solução rciocinada: O grão contem de azoto

$$30^{qt} \times 2,2 = 66 \text{ kg}.$$

A palha contem:

$$50^{qt} \times 0,40 = 20 \text{ kg}.$$

Portanto a colheita absorveu do azoto do ar uma quantidade egual a

$$66 \text{ kg} + 20 \text{ kg} = 86 \text{ kg}$$

e o peso da mistura conteria portanto

$$\frac{15 \times 2 + 20 \times 3}{5} = 18\,\% \text{ de azoto.}$$

Seria necessario empregar dessa mistura,

$$86 \text{ kg} \times \frac{100}{18} = 477 \text{ kg},77.$$

501

Mergulhou-se um pedaço de cobre de fórma cylindrica de 0,01 de raio, numa mistura de agua e alcool pesando 840 grammas por litro. O liquido que escapou pesava 26g,88 e representava os $\frac{4}{17}$ do peso total da mistura.

Pergunta-se: 1º a capacidade do vaso; 2º a altura do cylindro de cobre; 3º as quantidades de agua e de alcool que entraram na composição da mistura, sabendo-se que o litro de alcool pesa 780 grammas.

(Royer)

Solução raciocinada: Peso da mistura:

$$\frac{26^{g},88 \times 17}{4} = 114\text{ g}, 24.$$

Capacidade da mistura:

$$114\text{ g},24 \div 840 = 0^{l},136.$$

Quantidade do liquido que transbordou:

$26\text{ g},88 \div 840 = 0^{l},032$ que representam egualmente a capacidade do cylindro cuja base é egual a 3,1416 centimetros cubicos e cuja altura é equivalente a

$$\frac{32}{3,1416} = 10^{cm},80.$$

Se o liquido contido no vaso fosse agua pura, seu peso seria de 136 grammas; a substituição do alcool pela agua diminuiu o peso de 136 g — 114 g,24 ou de 21 g,76. Substituindo-se 1 litro de alcool diminu-se o peso de 220 grammas ou $1000^{g} - 780^{g} = 220^{g}$.

A quantidade de alcool que entrou na mistura corresponde a $\frac{21,76}{220}$ ou a $0^{l},0986$ e a quantidade de agua a

$$0^{l},136 - 0^{l},0989 = 0^{l},0371.$$

502

Cincoenta pipas de vinho de 270 litros cada uma, contêm 90 % de alcool puro. Que quantidade será necessario juntar de alcool de 90° para se obter vinho a 15° ?

O vinho valendo 340$000 o hectolitro e o alcool empregado 1$200 o litro, calcular o valor de um hectolitro da mistura.

Solução raciocinada: Em 50 pipas de 270 kilos ha $270 \times 50 = 13500^{l}$, que contêm, de alcool puro, $\frac{13500 \times 9}{100} = 1215$ litros.

Para que esse vinho tivesse 15° seria preciso que contivesse $\frac{13500 \times 15}{100}$ ou 2025 litros de alcool puro.

Faltariam assim $2025^{l} - 1215^{l} = 810^{l}$.

Sabe-se, porém, que o alcool empregado continha 90 % de

alcool puro, portanto 75 % de alcool a maior do que a quantidade necessaria.

Ora, addicionando-se 1 litro de alcool, o valor da mistura ficaria augmentado de $0^{l},75$ e, sendo necessario que essa contivesse 810 litros, conclue-se que seriam precisos reunir $810^{l} \div 0^{l},75 = 10800$ litros de alcool de 90°, donde o preço do hectolitro da mistura seria egual a

$$\frac{13500 \times 3400 + 10800 \times 1\$200 \times 100}{135 \times 10800} = 550\$800$$

503

Um negociante adquiriu 3 barris de alcool de 280 litros cada um. Addicionou-lhe certa quantidade dagua que lhe permittiu transformar 4 litros em 6. Qual o volume do deposito onde foi guardado este alcool misturado sendo a sua densidade 0,334 ? Qual o seu peso?

Solução raciocinada: Em 3 barris de 280^{l}, ha 840^{l}. Se de 4 litros o negociante obteve 6, conclue-se que

$$4^{l} = 6^{l};\ 1^{l} = \frac{6}{4};\ 840^{l} = \frac{6 \times 840}{4} = 1260^{l}$$ da mistura que correspondem a $1^{m3},260$, que representam o volume do deposito.

Se a densidade desse alcool assim misturado é de 0,334 deve pesar $0,334 \times 1,260$ ou 420 kg,840.

504

Tres barras de prata têm por titulos 0,95, 0,800 e 0,530. O peso da 1ª e 2ª são proporcionaes a 4 e a 5; o peso da 3ª é o triplo do peso da 2ª e o peso total das tres barras é egual a 2880 grammas.

Pergunta-se: 1º o peso do cobre ou da prata que é necessario juntar para fabricar moedas de 1$000 com a liga obtida; 2º o numero de moedas cunhadas.

(Royer)

Solução raciocinada: O peso das tres partes é proporcional a 4, 5 e 15 ou a

$$4 + 5 + 15 = 24$$

Peso da 1ª barra:

$$\frac{2880 \times 4}{24} = 480 \text{ grammas.}$$

Peso da 2ª barra:

$$\frac{2880 \times 5}{24} = 600 \text{ grammas.}$$

Peso da 3ª barra:

$$2880^g - (480 + 600) \text{ ou } 2880^g - 1080^g = 1800 \text{ grammas.}$$

A 1ª barra contem:

$$480^g \times 0{,}95 = 456 \text{ grammas de prata pura;}$$

a 2ª contem:

$$600^g \times 0{,}8 = 480 \text{ grammas}$$

e a 3ª: $1800^g \times 0{,}53 = 954$ grammas.

As tres barras contêm:

$$456^g + 480^g + 954^g = 1890 \text{ grammas de prata pura.}$$

Sendo a liga de 0,835 cada peça deve conter $2880^g - 1890^g = 990$ grammas que representam os 0,165 do peso total da nova liga, que deve pesar $990^g \div 0{,}165 = 6000$ g.

Devem-se reunir ás tres barras $6000^g - 188^g = 3^{kg},120$ de prata pura, podendo-se cunhar um numero de moedas de 1$000 egual a

$$6000^g \div 5^g = 1200 \text{ moedas.}$$

505

Qual o peso da prata pura que é preciso reunir a 200 grammas de uma liga de cobre ao titulo de 0,800 para se obter um liga ao titulo de 0,835?

(*Lemoine*)

Solução raciocinada: 200 grammas de uma liga ao titulo de 0,800, contêm um peso de cobre de

$$(1 \text{ g} - 0^g{,}800) \times 200 \text{ ou}$$

$0^g{,}200 \times 200 = 40$ g. de cobre, numa liga ao titulo de 0,835 correspondem a um peso de

$$\frac{1^g, \times 40}{(1 - 0{,}835)} = \frac{1^g, \times 40}{165} = 242^g{,}424$$

O peso da prata pura a reunir é de

$$242^g{,}424 - 200^g = 42^g{,}424 \text{ ou}$$

800 ⟍ ⟋ 165
835
1000 ⟋ ⟍ 35

506

75kg,480 de uma substancia que sob um mesmo volume pesa os $\frac{15}{16}$ do peso da agua, quando combinada com uma outra substancia que pesa $\frac{1}{3}$ do volume da 1ª, reduz o seu volume de $\frac{1}{7}$.

Qual o volume da mistura final e qual o volume de um kilogramma?

Solução raciocinada: Peso de 1 litro da 1ª substancia:

$$1000 \times \frac{15}{16} = 937^g{,}5.$$

1 litro da 2ª substancia pesa os $\frac{2}{3}$ do peso de 1l da 1ª, ou

$$937^g{,}5 \times \frac{2}{3} = 625^g.$$

Volume da 1ª substancia:

$$1^l \times \frac{75{,}480}{937{,}5} = 80^l 512$$

Volume total das duas substancias:

$$80^l,512 + 29^l,07 = 109^l,582$$

Se pela combinação o volume fica reduzido a $\frac{1}{7}$ portanto esse volume ficou reduzido de seus $\frac{6}{7}$ tornando-se egual a

$$109^l,582 \times \frac{6}{7} = 93^l,927 \text{ ou } 93^{dm^3},927.$$

Peso da mistura;

$75^{kg},480 + (0^{kg},625 \times 29,07) = 93^{kg},54875.$

Volume de 1^{kg} da mistura:

$93,927 \div 93,64875 = 1^l,003 = 1^{dm^3},003.$

507

Em uma somma de 9700 francos ha moedas de 10 francos em ouro e moedas de 5 francos em prata. Sabe-se que as moedas contêm 3,1 partes de seu peso em cobre, e que o numero de moedas de 10 francos está para o de moedas de 5 francos assim como 27 para 43.

Fundindo-se todas estas moedas obtem-se uma liga á qual se juntam 271g,63 de cobre. Em 1kg. dessa liga, quantas grammas ha de cada um desses metaes?

(*Guyon*).

Solução raciocinada: 27 moedas de 10 francos e 43 de 5 francos representam:

$(10^f \times 27) + (5^f \times 43) = 270^f + 215^f = 485$ francos.

Em 9700 francos ha

$(9700 \times 270) \div 485 = 5400$ francos em ouro e

$(9700 \times 215) \div 485 = 4300$ francos em prata.

Peso das moedas de ouro:

$1\,g \times \frac{5400}{3,1} = \frac{5400}{3,1}$ e contêm em ouro puro $\frac{5400}{3,1} \times \frac{9}{10} =$

$= 1567^g,741$ e $\frac{5400}{3,1} \times \frac{1}{10} = 174^g,161$ em cobre.

4300 francos de prata pesam $(5\,g \times 4300) = 21500$ e contêm

$21500 \times \frac{9}{10} = 19350$ grammas de prata pura e $21500 \times \frac{1}{10} = 2150$ grammas de cobre.

Juntando-se as $271^g,63$ de cobre puro, observa-se que a liga obtida contém $174^g,161 + 2150^g + 271^g,63 = 2595^g,823$ de cobre, apresentando um peso egual a $1567^g,741 + 174^g,161 + 19350^g + + 21500 + 271^g,63 = 42863^g,564$.

Portanto, em um kilogramma ou mil grammas dessa liga ha

$$\frac{1567^g,741 \times 1000}{42863,564} = 36^g,755 \text{ de ouro;}$$

$$\frac{19^g,350 \times 1000}{42863,564} = 451^g,432 \text{ de prata e}$$

$$\frac{2595,823 \times 1000}{42863,864} = 60^g,560 \text{ de cobre.}$$

508

Um negociante comprou duas qualidades de assucar pagando mais 150 réis pelo kilo do assucar de 1ª qualidade.

Misturando uma parte da 1ª qualidade e duas da 2ª vendeu a mistura pelo preço que lhe custou o assucar de 1ª qualidade e ganhou assim 20 % do valor pelo qual lhe ficou a mistura.

Qual o preço do assucar de 1ª?

Solução raciocinada: Em 3 kg. da mistura, ha 1 kg. de assucar de 1ª qualidade e 2 kg. de 2ª.

O negociante ganhou:

$150 \times 2 = 300$ réis em kilo;

vendendo o kilo da mistura pelo valor de 1 kg. de 1ª qualidade, o preço pelo qual lhe sahiu o kilo da mistura foi de

$$\left(300 \times \frac{100}{20}\right) + 300 = 1\$500 + 300 = 1\$800.$$

Donde se conclue que 1 kg. de assucar de 1ª lhe custou

$$1\$800 \div 3 = 600 \text{ réis}.$$

509

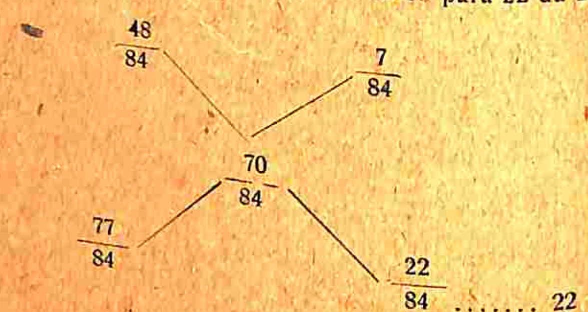
A densidade de duas substancias é de $\frac{4}{7}$ e $\frac{11}{12}$.

Quantos kilogrammas será necessario tomar de cada uma, para se obter 116kg. de uma mistura, cuja densidade seja representada por $\frac{5}{6}$?

Que volume desta mistura apresentará o mesmo peso de uma somma de 2.400 francos, formada de $\frac{1}{3}$ de moedas de ouro e $\frac{2}{3}$ de moedas de prata?

(Royer)

Solução raciocinada: As fracções $\frac{4}{7}$, $\frac{11}{12}$ e $\frac{5}{6}$ são eguaes a $\frac{48}{84}$, $\frac{77}{84}$ e $\frac{70}{84}$. São precisos tomar 7 volumes da 1ª para 22 da 2ª, ou



7 volumes, vezes $\frac{4}{7}$ correspondem a 4 partes da 1ª para $22 \times \frac{121}{6}$ da 2ª, ou 24 da 1ª para 121 da 2ª.

$24 + 125 = 149$; é necessário tomar $116^{kg} \times \frac{24}{15}$ ou $19^{kg},2$ da 1ª para $96^{kg},8$ da 2ª, ou

$$116^{kg} \times \frac{121}{145} = 96^{kg},8.$$

Os valores das moedas de ouro e prata são proporcionaes a $\frac{15,5}{3}$ e $\frac{2}{3}$ ou a (15,5 e 2 ou 31 4.)

Ha portanto 3720 francos em ouro, pesando

$$\frac{4200 \times 31}{35} = 3720 \div 3,1 = 1200 \text{ grammas}.$$

Em moedas de prata ha, pesando 2400 grammas,

$$\frac{4200 \times 4}{35} = 480 \text{ francos}.$$

O volume da mistura pesa:

$2400^g + 1200^g = 3600^g$; portanto esse volume é de

$$3600 \div \frac{5}{6} = 4320^{cm^3} = 4^{dm^3},320 = 4^{kg},320.$$

Recapitulação

510

Um negociante retirou, por tres vezes, 25 litros de uma pipa que continha 100 litros de vinho e os substituiu de cada vez que os retirou, por uma quantidade egual de agua. Qual o preço do vinho depois de cada mistura, valendo o hectolitro 400$000 ?

Resposta : Depois da 1.ª vez a mistura vale 3$000 o litro ; depois da 2.ª vez 2$250 e depois da 3.ª vez, 1$680.

511

Um agricultor comprometteu-se a remeter a um atacadista, a 35$000 o hectolitro de trigo. Tendo colhido sómente 40 hectolitros desse cereal, do valor de 25$000 cada um, quantos hectolitros de 40$000 deve comprar e reunir ao que possue, para obter uma qualidade que possa vender a 35$000 ?

Resposta : 80 hectolitros.

512

Qual o titulo da liga obtida fundindo-se juntas 24 peças de prata de 5 francos e 40 peças de 2 francos?

(Guyon)

Resposta : O titulo de liga é de 0,874.

513

Retiraram-se da circulação 4000 peças de 5 francos em prata, que haviam perdido, pelo uso, $\frac{1}{100}$ de seu peso. Calcular: 1.º o peso do cobre que é necessario juntar a estas peças para as transformar em uma liga ao titulo de 0,835; 2.º o peso da liga monetaria assim obtida; 3.º o valor dessa liga.

Resposta:
Peso da liga — 106706g,5.
» do cobre — 7706g,5.
Valor da liga — 21341 francos.
Resta 1g,5 inutilisada.

514

Tres ligas de prata pesam respectivamente 2, 3 e 4 kilogrammas. Fundindo-se juntas a 1.ª e a 2.ª, obtem-se uma liga de titulo de 0,8. Fundindo-se a 2.ª e a 3.ª obtem-se uma liga ao titulo de 0,85. Fundindo-se a 1.ª com a 3.ª obtem-se uma liga ao titulo de 0,9.
Calcular o titulo das tres ligas.

(Guyon).

Resposta:
1.ª 0,8625.
2.ª 0,758 $\frac{1}{3}$.
3.ª 0,91875.

515

Um negociante encheu uma pipa de 228 litros com 3 especies de aguardente que lhe custaram respectivamente 500 réis, 650 réis e 800 réis o litro. Misturando cinco vezes mais aguardente do valor de 800 réis e seis vezes

mais aguardente de 660 réis que da aguardente de 500 réis, pergunta-se:
1.º quantos litros de cada especie entraram na composição da mistura obtida; 2.º a que preço o negociante deve vender o litro dessa mistura para lucrar 20 %.

(Guyon)

Resposta:
19 litros do preço de 500 réis
65 » » » » 800 réis
114 » » » » 650 réis
Um litro da mistura deve ser vendido por 840 réis.

516

Dois liquidos A e B têm por densidades, o 1.º 0,192; o 2.º 0,91. São misturados na proporção de uma parte de A para 4 de B. Achar o peso do hectolitro do liquido obtido, sabendo-se que, em virtude da mistura o volume diminue de $\frac{1}{250}$.

Resposta: Peso do hectolitro da mistura: $\frac{338^{kg},2}{4,98} = 76^{kg},94$

517

Deseja-se converter em peças de 0f,50, 501 peças de 5 francos em prata. Estas peças perderam pelo uso $\frac{1}{120}$ de seu peso. Pergunta-se: 1.º o peso do cobre que é preciso reunir; 2.º o valor total das peças assim fabricadas.

Resposta: Peso do cobre: 966g,8.
Valor das peças: 2677 francos.

518

Um negociante de vinhos vendeu 60 hectolitros de vinho por 300$000 o hectolitro. Vendendo 20 hectolitros por 90$000, 10 por 120$000, e outros 10 por 240$000, qual o preço do resto?

Resposta: 630$000.

519

Um fabricante de licores faz 75 litros de certo licor que lhe sae a 1f,20 cada litro.

Que quantidade de agua deve misturar para vender o litro da mistura por um franco?

Resposta: 15 litros de agua.

520

Um negociante tirou tres vezes 25 litros de uma pipa que continha 100 litros de vinho, enchendo-a de agua todas as vezes que retirava o vinho.

Qual o preço desse vinho misturado, sabendo-se que os 100 litros deveriam custar 400$000?

Resposta: 1ª vez, valor da mistura: 3$000 o litro.
2ª » » » » : 2$250 » »
3ª » » » » : 1$680 » »

521

Com tres ligas do titulo de 0,7, 0,8 e 0,9, deseja-se fundir uma barra pesando 1kg,5 ao titulo de 0,82.

Que peso é preciso addicionar ás duas primeiras ligas, tomando-se 600 g. de uma terceira?

Resposta: E' necessario tomar 600 grammas da 2ª liga ao titulo de 0,8 e 300 da primeira.

522

Um fabricante de cerveja deve remetter 20 kilogrammas de cerveja por 40$000 o hectolitro, recebendo

30$000 por 8 hectolitros e 50$000 por 7. Qual o preço do resto se não os quer mandar pelos 40$000?

Resposta: 42$000.

523

Um fabricante tem em deposito 300 hilogrammas de tabaco de 2$000 o kilo, 100 de 3$000, 400 de 2$500 e 200 de 2$800. Qual o preço de um kilo de toda essa mistura?

Resposta: 2$280.

524

Um negociante misturou 16 hectolitros de trigo de 24$000 o hectolitro, com 20 hectolitros de outra qualidade de 18$000 o hectolitro e reuniu ainda mais 4 litros do valor de 25$000. Qual o preço do hectolitro da mistura?

Resposta: 21$100.

525

Fez-se uma mistura composta de $\frac{3}{7}$ de vinho, valendo 0f,40 o litro e de $\frac{4}{7}$ de outra qualidade do valor de 0f,25 cada litro. Vendeu-se a mistura a 0f,35 o litro, tendo-se perdido 10 litros no fabrico do mesmo. Ainda assim houve um lucro de 9 francos.

Quantos litros havia de cada especie?

(Royer)

Resposta: 150 litros de vinho de 0f40 e 200l de vinho de 0f,25.

Progressões

526

Um senhor caridoso distribuiu com os pobres, no dia de Anno-Bom, a quantia de 5$000.

Quanto deverá dar nos outros dias successivos, sabendo-se que no ultimo dia do anno dá 60$000 e qual a importancia total distribuida?

Solução raciocinada: A importancia distribuida entre os pobres equivalerá á somma dos termos de uma progressão por differença, cujos extremos serão 5$000 e 60$000 e o numero de termos será egual a 365 (dias do anno); donde

5$000 + 60$000 ou 65$000 ÷ 2 = 32$500.

A quantia total distribuida será egual a

32$500 × 365 = 11:862$500.

527

Tres solantes combinaram que todas as vezes que um delles perdesse uma partida, deveria repôr a entrada dos outros.

Depois de tres partidas successivamente perdidas pelos tres jogadores, cada um sahiu com 24$000:

Qual a enrrada de cada solante?

Solução raciocinada: Se o 3º solante perdeu a 3ª partida e dobrou o dinheiro dos outros dois, deduz-se que antes dessa ultima partida os dois outros tinham respectivamente 12$000 e elle possuia a maior 24$000, que lhes deu: de modo que, depois da segunda partida perdida pelo 2º jogador, os tres solantes possuiam:

1º 12$000.
2º 12$000.
3º 24$000.

Se o 2º solante repoz uma vez as entradas do 1º e 3º as duas entradas estavam portanto accrescidas; e se por sua vez, o 3º repoz a entrada do 1º e 2º tambem uma vez, conclue-se que antes dessa partida elles deveriam ter:

o 1º 6$000
o 3º 24$000

e o 2º deveria ter a maior os 30$000 com que foi obrigado a repôr as entradas do 1º e 3º. Depois da primeira partida. os tres possuiam

1º 6$000
2º 42$000
3º 24$000

Se considerarmos que antes desta 1ª partida o 2º e o 3º só possuiam a metade do que contavam depois della, emquanto que o 1º possuia mais 33$000 que repartiu entre os dois outros (2º e 3º)

verificamos que

o 1º entrou com 39$000
o 2º » » 21$000
o 3º » » 12$000

ou com um total de

39$000 + 21$000 + 12$000 = 72$000.

Se os 3 sahiram com 24$000, segue-se que o 1º perdeu

39$000 — 24$000 = 15$000

o segundo ganhou

24$000 — 21$000 = 3$000

e finalmente o 3º ganhou

24$000 — 12$000 = 12$000

Verificação: 24$000 × 3 = 72$000.

528

Uma escada tem 15 degraus, tendo o 1º 0m,24 de altura e os outros 0m,25.

Qual a altura total da escada?

Solução raciocinada: A altura total da escada corresponderá á do decimo quinto degráo, que é o termo de uma progressão por differença, cujo primeiro termo é 0m,24 e a razão 0m,25.

A altura dessa escada será egual a

0m,24 + (0m,25 × 15) = 3m,99,

tendo os 14 ultimos degráos uma altura total de

0m,25 × (15—1) ou de 3m,50.

529

Uma pessôa devia certa quantia e para pagal-a dividiu-a em diversas prestações, sendo a primeira de 30$000 e a ultima de 50$000, augmentando cada pagamento de 10$000.

Quantas foram as prestações?

Solução raciocinada: O numero de prestações corresponderá ao numero de termos de uma progressão por differença, cujo primeiro termo é 30$000 e o ultimo 50$000, sendo a razão representada por 10$000.

Ora, o producto da razão pelo numero de termos menos um, equivalerá a

50$000 — 30$000 ou a 20$000

e o numero de termos menos um equivalerá a

20$000 ÷ 10$000 = 2,

donde se conclue que foram 2 + 1 ou 3 prestações.

530

Plantaram-se 20 arbustos em linha recta, distanciados uns dos outros 4 metros. A pessôa que os trata tem de transportar agua para regal-os, de um tanque que fica distante do primeiro arbusto, 40 metros.

Qual a distancia que terá percorrido esta pessôa, depois de ter attingido o ultimo arbusto, tendo de voltar ao deposito de agua todas as vezes que rega um novo arbusto ?

(F. G. M.)

Solução raciocinada : Pará regar os arbustos a pessôa terá de percorrer duas vezes a distancia do tanque a cada arbusto, portanto duas vezes 40 metros mais 4 metros ou duas vezes 44 metros, e assim successivamente.

Portanto o numero de metros percorridos, será egual ao dobro da somma dos termos de uma progressão cujo primeiro termo será egual a 40 metros, a razão a 4 metros e o numero de termos 20.

S ou a somma desse numero de termos, será egual (chamando *a* o 1º termo, *r* a razão, *n* o numero de termos e *l* o ultimo termo)

$$a: S = \frac{a+1}{2} \times n = [2a + (n - 1r)] \frac{u}{2}$$

donde

$$S = [2 \times 40 + (20 - 1) 4] \frac{20}{2}.$$

$$S = 1560 \text{ metros.}$$

$$2S = 1560 \times 2 = 3120 \text{ metros.}$$

531

Dispuzeram 100 maçãs numa mesma linha recta, distanciadas umas das outras, um metro. Qual a distancia a percorrer por quem quizesse apanhál-as umas após outras e collocal-as num cesto que se achasse junto á primeira maçã ?

(Lucas)

Solução raciocinada : Para ir e vir, o numero de metros a percorrer seria egual ao dobro dos 100 primeiros numerós mais um, ou a :

$$2(100 + 1) = 10.100^{m} \text{ ou } 10^{km},100.$$

Geometria pratica

532

Um quadro tem a fórma triangular; qual a sua area, se a altura é de $0^{m},35$ e a base de $0^{m},45$?

Solução raciocinada : A area de um triangulo é egual ao semi-producto da base pela altura ; se a base do quadro é de $0^{m},45$ e a altura de $0^{m},35$, a area é de

$$1^{m^2}, \times 0,45 \times 0,35 = 0^{m_2},1575.$$

$$0^{m^2},1575 = 0^{m^2}07875.$$

533

A altura de um triangulo é o triplo da base que mede $1^{m},60$.

Qual a sua superficie expressa em areos ?

Solução raciocinada :

Base — $1^{m},60$

Altura — $1^{m},60 \times 3 = 4^{m},80$

Superficie — $(1^{m^2}, \times 1,60 \times 4,80) \div 2 = 3^{m^2},84 = 0^{Dm^2},0384 = 0^{a},0384.$

534

Um terreno de fórma triangular de $3^{Dm},5$ de base e de $48^{m},4$ de altura, foi vendido á razão de 8$000 o metro quadrado. A pessôa que o comprou, gastou em nivelal-o $56^{m^3},8$ de terra, que custou 4$000 o metro.

Quanto dispendeu?

Solução raciocinada: Base:

$$3^{Dm},5 = 35^{m}$$

Altura: $48^{m},4$
Superficie:

$$(1^{m^2} \times 35 \times 48,4) \div 2 = 847^{m^2}$$

Valor do terreno:

$$8\$000 \times 847 = 6:776\$000.$$

Despesa feita com a compra da terra para o nivelamento do erreno:

$$4\$000 \times 56,8 = 227\$200.$$

Despesa total:

$$6:776\$000 + 227\$200 = 7:003\$200.$$

535

Um terreno triangular cuja base estava para a altura como 9 para 17, foi semeado de trigo e produziu 2540 feixes de palha, pesando 22 kilogrammas cada um.

Quaes as dimensões do terreno, sabendo-se que cada hectareo produz 18540 kilogrammas de palha?

Solução raciocinada: Ora, 2540 feixel de palha, pesam

$$22^{kg}. \times 2540 = 55.880 \text{ kg}.$$

A superficie do terreno é de

$$1^{Ha}\ \frac{55880}{18540} = 30140^{ca},23.$$

Superficie do triangulo:

$$\frac{B \times A}{2};$$

portanto o producto da base do triangulo considerado pela sua altura é egual a

$$30140^{ca},23 \times 2 = 60280^{ca},46$$

Chamando B a base do triangulo e A a altura, temos que

$$B : A :: 9 : 17, \text{ donde}$$

$$B \times A = 60280^{ca},46 \text{ e}$$

$$B \times 17 = 9 \times A \text{; portanto}$$

$$B = \frac{9A}{17} \text{ e } \frac{9A}{17} \times A = 60280^{ca},46$$

$$\text{ou } \frac{9A^2}{17} = 60280^{ca},46$$

$9A^2 = 60280,40 \times 17$ e a altura do quadrado corresponde a $(60280^{ca},40 \times 17) \div 9$, donde deduzimos que a altura é egual á raiz quadrada de

$$(60280,40 \times 17) \div 9 \text{ ou}$$

$$\sqrt{\frac{60280,40 \times 17}{9}} = 337^{m},43.$$ A base mede $\frac{9A}{17}$ ou

$$\frac{337,43 \times 9}{17} = 178^{m},63$$

536

Uma pessôa pretendia vender um terreno de sua propriedade, de fórma triangular, de 80 metros de comprimento e $50^{m},40$ de altura. Apresentaram-se dois compradores: o 1º propoz-se a pagar o areo á razão de..... 480\$000 e o 2º offereceu mais 5% sobre esse preço.

Pergunta-se qual a offerta mais vantajosa.

Solução raciocinada: Apresentando o terreno a fórma de um triangulo, sua superficie é de um $1^{m^2} \times \frac{80 \times 50,40}{2} = 20^{a},16$, que, vendidos a 480\$000 o areo, rendem

$$480\$000 \times 20,16 = 9:676\$800.$$

5 % de 9:676\$800. correspondem a

$$\frac{9:676\$800 \times 5}{100} = 483\$840.$$

Reunindo-se estes 483\$840 a 9:676\$800 temos a offerta do 2º comprador ou $9:676\$800 + 483\$840 = 10:160\$640$.

537

Um canteiro tem a fórma triangular; calcular a altura que corresponde aos $\frac{2}{3}$ da base, que é egual a $2^m,40$.

Dizer qual o volume da terra empregada para fazel-o, sabendo que a despesa orçou em 21$000 e que o metro de terra custou 3$500.

Qual a area desse canteiro?

Solução raciocinada: $21\$000 \div 3\$500 = 6^{m3}$.

Sendo a base egual a $2^m,40$ e a altura representada pelos $\frac{2}{3}$ da base, corresponde a $\frac{2^m,40 \times 2}{3} = 1^m,6$

Ora, a area de um triangulo é egual á metade do producto da base pela altura; portanto a area desse canteiro é de

$$\frac{2^m,40, \times 1,6}{2} = 1^{m^2},92.$$

538

Qual o base e a altura de uma caixinha triangular, sabendo-se que a base é egual aos $\frac{2}{4}$ da altura e que a area desta caixinha é de $0^{m^2},1225$.

Solução raciocinada: $0^{m^2},1225$ representam a area ou a metade do producto da base pela altura. Sendo a base os $\frac{2}{4}$ da altura, segue se que $\frac{4}{4}$ correspondem á altura da caixinha e $\frac{1}{4}$ á $\frac{\text{Altura}}{4}$ ....

donde $\text{Alt}^2 = 0^{m^2},1225 \times 4 = 0^{m^2},4900$

$\text{Alt.} = \sqrt{0,4900} = 0^m,7.$

A base c correspondendo aos $\frac{2}{4}$ de $0^m,7$, é egual a

$$\frac{0^m,7 \times 2}{4} = 0^m,35.$$

Verificação: $\frac{B \times \text{Alt}}{2}$ ou $\frac{0^m,35 \times 0,7}{2} = 0^{m^2},1225.$

539

Um pateo tem de lado $16^m,50$ e é quadrado.

Avaliar a sua extensão em areos.

Solução raciocinada: Se o pateo é quadrado, tem os quatro lados eguaes; para avaliar-lhe a area basta elevar um dos lados ao quadrado.

O quadrado de $16^m,50$ é

$$(16^m,50)^2 = 272^{m^2},25.$$

O metro quadrado corresponde ao centiareo; portanto em $272^{m^2},25$ ha $272^{ca},25$.

Correspondendo o decametro quadrado ao areo, em $272^{m^2},25$ havendo $2^{Dm^2},7225$, ha tambem $2^a,7225$.

540

Bordando-se sobre cada lado de um panno de mesa de fórma quadrada, um desenho de $0^m,30$ de largura, a superficie do panno fic: reduzida aos $\frac{4}{9}$ da sua superficie primitiva.

Calcular o lado do panno.

(Leyssene).

Solução raciocinada: A superficie dos dois quadrados estão entre si como os quadrados de seus lados; portanto os lados dos dois quadrados estão entre si como as raizes quadradas de suas superficies.

Ora, $\frac{4}{9}$ é o qadrado de $\frac{2}{3}$ e se a superficie do 2º quadrado é os $\frac{4}{9}$ da superficie do 1º o lado do 2º quadrado é egual aos $\frac{2}{3}$ do lado do 1º.

Assim, subtrahindo-se duas vezes $0^m,30$ do lado do 1º quadrado, retira-se $\frac{1}{3}$ de seu comprimento que é egual a

$$0^m,30 \times 3 = 0^m,90.$$

Verificação: $(0^m,90)^2 = 0^{m^2},81$

e

$$0^m,30 + 0^m,30 = 0^m,60$$

$$1^{m^2} \times 0,60 \times 0,60 = 0^{m^2},36$$

$$0^{m^2},36 \div 0^{m^2},81 = \frac{4}{9}.$$

541

Qual o perimetro de um terreno que tem de lado $26^m, \frac{2}{5}$? Representar a superficie desse terreno em hectareos.

Solução raciocinada: $26^m \frac{2}{5}$ ou $\frac{132}{5}$ representam o lado do terreno. Portanto trata-se de um quadrado, figura que tem os quatro lados eguaes; o perimetro desse terreno é egual á somma de todos os lados ou ao producto de um dos lados por 4.

Assim o perimetro é de

$$\frac{132}{5} \times 4 = \frac{528}{5} = 105^m,6.$$

Obtem-se a superficie de um quadrado elevando-se o lado ao quadrado:

$$L = \left(26^m \frac{2}{5}\right)^2 = \frac{132}{5} \times \frac{132}{5} = \frac{17424}{25} = 696^{m^2},96.$$

Superficie do terreno: $696^{m^2},96 = 696^{ca},96 = 0^{Ha},069696.$

542

Foi comprado um terreno que tem de lado $148^m,32$. Dizei qual a sua superficie e dae a resposta em hectareos.

Solução raciocinada: O terreno é um quadrado, portanto sua superficie é egual ao quadrado de um de seus lados.

Lado $= (148^m,32)$

Superficie:

$$1^{m^2} \times 148,32 \times 148,32 = 21998^{m^2},8224 = 219^{Dm^2},988224 =$$

$$= 219^a,988224 = 2^{Ha},19988224.$$

543

Uma casa tem um pomar de $104^m,12$ de comprimento por $86^m,8$ de largura. Qual a sua fórma?

Determinar a sua superficie em areos.

Solução raciocinada: Se são conhecidos dois lados, comprimento ou base e largura ou altura, conclue-se que o pomar tem a fórma rectangular, em que a area é egual ao producto da base pela altura. A superficie deste pomar é de:

$$S = 1^{m^2} \times 104,12 \times 86,8 = 9037^{m^2},616 = 90^a,37616.$$

544

Comprou-se um panno quadrado para cobrir uma mesa redonda. Verificou-se que cada ponta do panno excedia $0^m,48$ da mesa, que tem um metro de diametro.

Qual o valor desse panno a 12$000 o metro quadrado?

(Leyssene)

Solução raciocinada: Para que cada ponta excedesse de $0^m,48$ era necessario que a diagonal do panno tivesse um comprimento egual ao diametro da mesa mais duas vezes $0^m,48$ ou seja, egual a

$$1^m + (0,48 \times 2) = 1^m,96.$$

Num quadrado, o quadrado da diagonal é egual ao dobro do quadrado do lado, portanto a superficie do panno deveria corresponder á metade do quadrado de $1^m,96$ ou a

$$(1^m,96)^2 \div 2 = 3^{m^2},8416 \div 2 = 1^{m^2},9208.$$

O panno deveria valer:

$$12\$000 \times 1{,}9208 = 23\$049.$$

545

Tres alumnas da classe média bordaram uma barra para ser collocada ao redor de uma toalha de mesa.

Uma fez $\frac{2}{3}$ do trabalho; outra $\frac{1}{5}$ e a ultima o resto. A toalha tinha $6^m,10$ de comprido por $1^m,70$ de largo.

Quantos metros fez cada menina e qual o perimetro da toalha?

Solução raciocinada: $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$ foi a parte da barra bordada pelas duas primeiras.

Se $\frac{13}{15}$ representavam uma parte, o trabalho todo seria representado pela fracção $\frac{15}{15}$; o resto ou a parte bordada pela 3ª alumna, seria egual á differença entre as fracções $\frac{15}{15}$ e $\frac{13}{15}$ ou

$$\frac{15}{15} - \frac{13}{15} = \frac{2}{15}$$

Portanto a 1ª fez $\frac{10}{15}$, a 2ª $\frac{3}{15}$ e a 3ª $\frac{2}{15}$.

Tendo a toalha para comprimento $6^m,10$ e para largura $1^m,80$ apresentava a fórma rectangular, equivalendo o perimetro á somma dos dois comprimentos e das duas larguras, porque, como sabemos, o rectangulo tem os lados eguaes dois a dois.

Ora, se o comprimento de um lado era de $6^m,10$ e a largura de $1^m,70$ o comprimento e a largura dos lados eguaes corresponderia a

$$6^m,10 + 6^m,10 = 12^m,20$$
$$1^m,10 + 1^m,70 = 3^m,40$$

e o perimetro seria de $12^m,20 + 3^m,40 = 15^m,60$.

Se $\frac{15}{15}$ representavam a barra bordada e o perimetro da toalha era de $15^m,60$, se a 1ª alumna fez $\frac{10}{15}$, a 2ª $\frac{3}{15}$ e a 3ª $\frac{2}{15}$ desse numero, segue-se que a 1ª fez:

$$\frac{15^m,60 \times 10}{15}\ 10^m,4;$$

a 2ª: $$\frac{15^m,60 \times 3}{15} = 3^m,12$$

e a 3ª: $$\frac{15^m,60 \times 2}{15} = 2^m,08.$$

Verificação:

$$10^m,4 + 3^m,12 + 2^m,08 = 15^m,60.$$

546

Pretendem calçar a parallelepidos um pateo rectangular de 150 metros de perimetro e cujo comprimento é egual aos $\frac{2}{5}$ desta dimensão. Medindo cada parallelepipedo $0^m,80$ de perimetro e $0^m,15$ de largura, qual o seu comprimento e quantos serão necessarios? Qual a largura do terreno?

Solução raciocinada: Perimetro: 150 metros.

Comprimento: $\frac{2}{5}$ de $150^m = 60^m$

Como o pateo é rectangular, tem 2 comprimentos e 2 larguras: portanto

$60^m, \times 2 = 120^m$ que representam os dois comprimentos.

As larguras correspondem a

$$150^m - 120^m = 30^m \text{ (2 lados)};$$

um só lado sobre o largo tem $30^m \div 2 = 15^m$.

Superficie do pateo:

$$1^{m^2} \times 15 \times 60 = 900^{m^2}$$

Cada parallelepipedo tem dois lados que representam a largura; medindo cada lado $0^m,15$, as duas larguras medem

$$0^m,15 \times 2 = 0^m,30.$$

O comprimento de cada parallelepipedo é de

$$0^m,80 - 0^m,30 = 0^m,50$$

portanto um só lado mede

$$0^m,50 \div 2 = 0^m 25.$$

Area de cada parallelepipedo:

$$1^{m^2} \times 0,30 \times 0,25 = 0^{m^2},0750.$$

Numero de parallelepipedos:

$$900^{m^2} \div 0^{m^2},0750 = 12.000$$

547

Mandei passar uma cerca de arame para separar o terreno de minha casa de outro visinho. O lado que mandei cercar é justamente um dos maiores, pois que, dois outros menores têm respectivamente 26 metros cada um e o quarto lado é egual ao primeiro. O perimetro do meu terreno é de 136 metros. Qual a sua fórma? qual a extensão que mandei cercar? Quanto gastei, tendo pago o metro de arame a 3$000?

Solução raciocinada: Se dois lados medem 26 metros cada um, os outros dois medem duas vezes mais, ou

$$26^m \times 2 = 52^m$$

Se o perimetro do terreno é de 136^m e dois de seus lados medem juntos 52^m, os outros dois medem

$$136^m - 53^m = 84^m \text{ ou } 84^m \div 2 = 42 \text{ metros}$$

cada um. Se foi uma extensão ou um dos lados maiores, isto é, de 42^m, que mandei cercar, pagando o arame á razão de 3$000 o metro, gastei

$$3\$000 \times 42 = 126\$000.$$

Pelo exposto, deduz-se que o terreno tem a fórma de um rectangulo.

Mandei cercar uma extensão de 42 metros.

548

Um campo rectangular tem $135^m,5$ de largura e $72^m,45$ de comprimento.

Qual o seu valor, custando o metro 150$000?

Solução raciocinada: Superficie do campo:

$$135^m,5 \times 72^m,45 = 9816^{m^2},975 = 98^{Dm^2},16975 =$$
$$= 98^a,16975 = 0^{Ha},9816975.$$

Valor do terreno:

$$150\$000 \; 0^{Ha},9816975 = 147\$254.$$

549

Um reservatorio de fórma rectangular contendo certa quantidade de alcool tem $2^m,50$ de comprimento, 1^m 80 de largura e $1^m,15$ de altura e está revestido de uma folha de zinco de $0^m,002$ de espessura. Sendo a densidade do alcool puro de $0^m,795$ qual o seu peso, e qual o volume do zinco que o reveste?

Solução raciocinada: Sendo a caixa rectangular, tem 4 lados eguaes dois a dois ou 2 comprimentos e 2 larguras.

Se o comprimento deste reservatorio é de $2^m,50$ e a largura de $1^m,80$ a superficie do fundo é de

$$1^{m^2} \times 2,50 \times 1,80 = 4^{m^2},50.$$

Ora, se a altura do reservatorio é de $1^m,15$ e a largura $1^m,80$ a superficie das duas faces menores é de

$$1^{m^2} (1,80 \times 1,15)\, 2 = 4^{m^2},14.$$

Assim tambem tendo a caixa $2^m,50$ de comprimento e $1^m,15$ de altura a superficie das duas faces maiores é de

$$1^{m^2} (2,50 \times 1.15)\, 2 = 5^{m^2},75.$$

A superficie total do reservatorio é de

$$4^{m^2},50 + 4^{m^2},14 + 5^{m^2},75 = 14^{m^2},39.$$

Se a folha de zinco que o reveste tem $0^m,002$ de espessura o seu volume é de $14^m,39 \times 0^m,002 = 0^{m^3},02878$ e o volume do reservatorio é de $4^{m^2},50 \times 1^m,15 = 5^{m^3},1750$.

Ora, se o volume do deposito é de $5^{m3},1750$, sendo a densidade do liquido nelle guardado de 1,795, pesa este alcool

$$5^{m3},1750 \times 0,795 = 4114^{kg},1250.$$

550

Plantaram-se larangeiras em volta de um terreno de $220^m,4$ de comprimento e cuja largura era representada por $\frac{3}{4}$ desse numero. Tendo importado em 154$280 a despesa com a plantação, pergunta-se quantos arbustos foram precisos e qual o perimetro do terreno.

Solução raciocinada: Equivalendo $\frac{4}{4}$ a $220^m,4$, $\frac{1}{4}$ equivale a $220^m,4 \div 4$ ou $55^m,1$ e $\frac{3}{4}$ a $55^m,1 \times 3 = 165^m,3$.

Se temos a largura e o comprimento do terreno e desejamos avaliar-lhe o perimetro, deduzimos que a fórma deste terreno é a de um rectangulo, portanto os lados são eguaes, dois a dois, isto é' ha a considerar duas larguras e dois comprimentos:

Se o comprimento é de $220^m,4$ e a largura de $165^m,3$ o perimetro do terreno é de

$$(220^m,4 \times 2) + (165^m,3 \times 2) = 440^m,8 + 330^m,6 = 771^m,4.$$

Importando a despesa com a plantação em 154$280, segue se que foram precisos

$$154\$280 \div 771,4 = 200 \text{ arbustos.}$$

551

Um jardim rectangular tem 12 metros de comprimento e $8^m,30$ de largo. Representae em centiareos a terça parte de sua superficie e dizei qual a quinta parte de seu perimetro.

Solução raciocinada: Superficie do jardim:

$$1^{m2} \times 12 \times 8,30 = 99^{m2},60$$

Perimetro:

$$(12^m \times 2) + (8^m,30 \times 2) = 24^m + 16^m,60 = 40^m,60$$

Terça parte ou $\frac{1}{3}$ de sua superficie:

$$99^m,60 \div 3 = 33^{m2},20 = 33^{ca},20.$$

Quinta parte ou $\frac{1}{5}$ do perimetro:

$$40^m,60 \div 5 = 8^m,12.$$

552

Um campo mede 840^m de perimetro.

Dizei qual a sua largura, medindo o comprimento 160 metros. Avaliae a superficie desse campo em hectareos.

Solução raciocinada: Medindo o perimetro 840^m e o comprimento 160^m, os dois lados eguaes sobre o comprimento medem $160^m \times 2 = 320^m$ e os dois lados sobre a largura $840^m - 320 = 520^m$; portanto a largura é de $520^m \div 2 = 260^m$ donde a superficie do campo mede $1^{m2} \times 160 \times 260 = 41600^{m2}$ ou $4^{Ha},16$.

553

Uma sala tem $11^m,04$ de comprimento e $8^m,60$ de largura. Quantas vigas ha no tecto desta sala, no sentido da largura sabendo-se que cada viga tem $0^m,12$ de espessura e que a distancia que as separa é de $0^m,24$, ficando a 1ª e a ultima vigas egualmente distantes das extremidades da sala esse mesmo numero de centimetros?

Pergunta-se qual o volume de todas as vigas, representado em stereos, suppondo-se que a sua altura corresponda ao dobro da espessura e que em cada extremidade $0^m,12$ das vigas repousem sobre as paredes que limitam a sala.

(Leyssene).

Solução raciocinada: Se $0^m,12$ das vigas repousam sobre as paredes que limitam a sala, é porque, sendo o intervallo entre ellas existente de $0^m,24$, os $0^m,12$ representam a metade de um intervallo e $0^m,24$ um intervallo inteiro; portanto, em todo o comprimento da sala ou $11^m,04$ diminuidos de $0^m,24$, ha um mesmo numero de vigas e de intervallos ou

$$11^m,04 - 0^m,24 = 10^m,80.$$

Dividindo-se este numero pelo numero que representa a espessura da viga e um intervallo, deduz-se que o numero de vigas é egual a

$$10^m,80 \div (0^m,12 + 0^m,24) = 30 \text{ vigas.}$$

Se estas vigas estão dispostas no sentido da largura, têm para comprimento $8^m,60$ mais duas vezes $0^m,12$, ou

$$8^m,60 + 0^m,24 \text{ (isto é, } 0^m,12 \times 2\text{)} = 8^m,84.$$

Se a espessura é de $0^m,12$ e a altura de $0^m,12 \times 2$ ou $0^m,24$ as 30 vigas têm de volume:

$$(8^m,84 \times 0^m,12 \times 0^m,24) \times 30 = 7^{m3},637760 = 7^{st},637760.$$

554

Um jardim publico tem 1752 metros de comprimento e 1300 metros de largura. E' atravessado por dois caminhos parallelos aos lados, que o cruzam em angulo recto no meio do jardim tendo ambos 8 metros de largura.

Qual a superficie ajardinada e a superficie total do jardim?

Solução raciocinada: A area ajardinada comprehende quatro rectangulos eguaes, cujas dimensões são:

$$\text{Comprimento: } \frac{1752^m - 8^m}{2} = 872^m.$$

$$\text{Largura: } \frac{1300^m - 8^m}{2} = 642^m$$

Superficie dos quatro rectangulos ou supergcie ajardinada:

$$1^{m^2} (872 \times 642) \times 4 = 2\ 39296^{m^2}$$

Superficie total do jardim:

$$1^{m^2} \times 1752 \times 1300 = 2277600^{m^2} \times 2277600^{ca} = 22776 \text{ areos.}$$

555

No interior de um jardim rectangular, seguindo o mesmo contorno, fizeram-se gramados de 5 metros de largura. Sabe-se que o comprimento deste campo é de 80 metros e a largura de $30^m,40$. Pede-se calcular o espaço livre do jardim e bem assim o volume da areia ahi espalhada, sabendo-se que a espessura da camada de areia attingiu a $0^m,03$.

Qual a despesa, pagando-se o gramado á razão de 200 réis o metro quadrado e a areia a 4$000 o metro cubico?

Solução raciocinada: Ha a considerar quatro ruas, porque o rectangulo tem quatro lados, eguaes dois a dois, ou dois comprimentos e duas larguras. Avaliando-se a area dos dois primeiros gramados, no sentido do comprimento, vem que, sendo de 80 metros o comprimento do jardim e de 5 metros a largura do gramado havendo dois gramados no sentido do comprimento, a area desses gramados é de

$$1^{m^2} \times (80 \times 5)\, 2 = 800^{m^2}$$

Pelo mesmo raciocinio chegamos á conclusão de que sendo dois os gramados no sentido da largura, a area occupada pelos dois é de

$$[(30^m,40 - 5^m \times 2) + 5^m] \times 2 - [(30^m,40 - 10) \times 5] \times 2 =$$

$$= [20^m,40 \times 5] \times 2 = 102^{m^2} \times 2 = 204^{m^2}.$$

Superficie dos quatro gramados:

$$800^{m^2} + 204^{m^2} = 1004^{m^2}.$$

Superficie total do jardim:

$$1^{m^2} \times 80 \times 30,40 = 2432^{m^2}$$

Superficie livre do jardim:

$$2432^{m^2} - 1004^{m^2} = 1428^{m^2}$$

Preço do gramado:

$$200 \times 1004 = 200\$800.$$

Volume da areia espalhada na superficie livre do jardim:

$$1^{m^3} \times 1428 \times 0{,}03 = 42^{m^3}{,}84.$$

Preço desta areia:

$$4\$000 \times 42{,}84 = 171\$360.$$

Despesa total:

$$200\$800 + 171\$360 = 372\$160.$$

556

Um campo rectangular foi adquirido por 1:440$000, á razão de 25$000 o areo. Rodearam-no de uma fileira de arvores afastadas umas das outras 4 metros e 2 metros distantes dos bordos exteriores do terreno. O comprimento do campo equivale aos $\frac{8}{5}$ da sua largura. Qual o numero de arvores? Qual a superficie comprehendida entre a fila de arvores e os bordos exteriores?

(Leyssene).

Solução raciocinada: Superficie do campo:

$$1{:}440\$000 \div 25\$000 = 57^a{,}60 = 5760^{m^2}$$

Comprimento:

$\frac{8}{5}$ da largura.

$$5760^{m^2} = \frac{8l}{5} \times l = \frac{8l^2}{5}$$

Donde

$$l = \sqrt{\frac{5760 \times 5}{8}} = \sqrt{3600} = 60^m.$$

Comprimento:

$$\frac{60^m \times 8}{5} = 96 \text{ metros.}$$

Linha das arvores no sentido do comprimento:

$$96^m - (2^m + 2^m) = 96^m - 4^m = 92\ m;$$

no sentido da largura:

$$60^m - 4^m = 56^m$$

Extensão da fileira de arvores:

$$(92^m + 56^m)\ 2 = 296^m$$

Numero de arvores precisas:

$$\frac{296}{4} = 74 \text{ arvores.}$$

Superficie do terreno (interior da plantação).

$$1^{m^2} \times 92 \times 56 = 5152^{m^2}$$

Superficie comprehendida entre a fila de arvores e os bordos exteriores do terreno:

$$5760^{m^2} - 5152^{m^2} = 608^{m^2}.$$

557

Um jardim publico tem a fórma rectangular, apresentando 8160 metros de perimetro e cujo comprimento apresenta mais 480 metros do que o dobro da largura.

Qual o comprimento de uma diagonal desse rectangulo e a superficie total do jardim, em hectareos?

Solução raciocinada: O comprimento e a largura do rectangulo, equivalem juntos á metade do perimetro, ou

$$8160^m \div 2 = 4080^m$$

que representam tres vezes a largura mais 480 metros.

A largura é então egual a

$$(4080^m - 480^m) \div 3 = 1200^m;$$

o comprimento mede

$$4080^m - 1200^m = 2880^m.$$

Ora, num rectangulo, a diagonal confunde-se com a hypothenusa de um triangulo rectangulo, cujos lados são representados pelo comprimento e pela largura do rectangulo ; por conseguinte o quadrado da diagonal é egual a

$$(2880^{m})^2 + (1200^{m})^2 = 8294400^{m^2} + 1440000^{m^2} = 9734400^{m^2}.$$

Extrahindo-se a raiz quadrada desse numero achamos o comprimento da diagonal, ou

$$\sqrt{9734400} = 3120^{m}.$$

A superficie deste jardim é de

$$1^{m^2} \times 2880 \times 1200 = 3456000^{m^2} = 345^{Ha},60$$

558

Rodearam um terreno de $52^{m},50$ de comprimento sobre $37^{m},50$ de largura, de uma grade de arame de $1^{m},20$ de altura, valendo 3$000 o metro quadrado. Nos quatro angulos e guardando distancias de $7^{m},50$, fincaram supportes de ferro, pesando $2^{kg},\frac{1}{2}$ e custando 120$000 a tonelada.

A mão de obra foi paga á razão de 200 réis o metro linear.

Em quanto importou a despeza ?

(Leyssene)

Solução raciocinada : Comprimento do perimetro do terreno

$$(52^{m},50 + 37^{m},50) \times 2 = 180^{m}$$

Quantidade de arame necessaria :

$$180^{m} \times 1^{m},20 = 216^{m^2}$$

Valor desse arame :

$$3\$000 \times 216 = 648\$000$$

Sendo o comprimento de $52^{m},50$ e a distancia entre os supportes de ferro de $7^{m},50$, o comprimento contem sete vezes esta distancia, da mesma fórma que a largura $37^{m},50$, contem cinco vezes esta mesma distancia.

Havendo nos quatro angulos supportes eguaes, deduz-se que, sobre cada comprimento devem ter sido collocados 6 supportes intermediarios e sobre cada largura, 4 supportes, num total de 20 supportes, ou

$$(6 + 4) \times 2 = 20 \text{ (isto porque são dois comprimentos e duas larguras).}$$

Incluindo os 4 supportes encravados nos 4 cantos, ao todo são 24 supportes, que deveriam ter importado em

$$\frac{120000 \times 2,5 \times 24}{1000} = 7\$200.$$

Se o comprimento do perimetro do terreno era de 180 metros e a mão de obra sahiu a 200 réis cada metro linear, a despesa feita foi de

$$200 \times 180 = 36\$000$$

Portanto a despesa total importou em

$$648\$000 + 36\$000 + 7\$200 = 691\$200.$$

559

Sobre os dois lados maiores de um rectangulo descreveram-se duas semi-circumferencias, tendo para diametro esses mesmos lados. A figura assim obtida apresentava uma superficie total de $249^{cm^2},7326$ e excedia de.... $132^{m^2},7326$ a superficie do rectangulo.

Calcular as dimensões desse rectangulo.

(Leyssene)

Solução raciocinada : Limitando as duas semi-circumferencias dois semi-circulos eguaes, segue-se que a superficie total desses semi-circulos corresponde á superficie de um circulo de $132^{m^2},7326$, tendo para raio uma dimensão egual á raiz quadrada de $132^{m^2},7326$ dividida por 3,1416 ou

$$\sqrt{\frac{132,7326}{3,1416}} = \sqrt{42,25} = 6^{cm},5.$$

O diametro confundir-se-ia com o comprimento do rectangulo, equivalendo pois, a

$$6^m,5 \times 2 \text{ ou a } 13 \text{ centimetros}$$

e a superficie seria representada por

$$249^{cm^2},7326 - 132^{cm^2},7326 = 117^{cm^2};$$

donde a sua largura seria egual a:

$$117^{cm^2} \div 13^{cm} = 9^{cm}.$$

560

Um terreno rectangular tem $37^m,20$ de comprimento e $28^m,80$ de largura. Levantaram um muro limitando-o interiormente. Este muro, de $0^m,40$ de espessura, está revestido de lages de pedra tendo umas $0^m,80$ de comprimento e outras $0^m,60$. Pede-se calcular: a parte do terreno limitada pelo muro em areos e centiareos; o numero de lages de cada especie empregadas para revestir esse muro sabendo-se que foram necessarias 182 lages.

(Guyon).

Solução raciocinada: Tendo o terreno a fórma rectangular, temos a considerar 4 lados, isto é, duas larguras e dois comprimentos; portanto o muro que o rodear deve ser representado por um solido tendo por base um rectangulo de $0^m,40$ de largura e de $130^m,4$ de comprimento, ou de comprimento egual a

$$(37^m,20 + 28^m,80) \times 2 = 130^m,4.$$

Superficie deste rectangulo:

$$1^{m^2} \times 130,4 \times 0,4 = 52^{m^2},16$$

Superficie do rectangulo exterior:

$$1^{m^2} \times 37,20 \times 28,80 = 1071^{m^2},36.$$

Superficie do terreno limitado pelo muro:

$$1071^{m^2},36 - 52^{m^2},16 = 1019^{m^2},20 \text{ ou } 10^a,192.$$

182 lages de $0^m,80$ dão para fazer um muro de $0^m,80 \times 182 =$

$= 145^m,6$ de comprimento; portanto um muro assim feito deve ter a menos do que o muro considerado

$$145^m,60 - 130^m,40 = 15^m,20$$

Se se trocar uma lage de $0^m,80$ por outra de $0^m,60$ ha uma differença de $0^m,20$; para que a differença de $15^m,20$ desappareça, são necessarias tantas lages quantas vezes $15^m,20$ possa conter $0^m,20$ ou $15^m,20 \div 0^m,20 = 76$ lages. Ha necessidade de um numero de lages de $0^m,80$ egual a $182 - 76 = 106$ lages.

561

Uma senhora possuia um tapete rectangular cujo comprimento era os $\frac{6}{5}$ da largura.

Cortando-o no sentido parallelo á largura obteria um outro tapete cuja superficie seria $\frac{1}{3}$ da superficie do 1º e cortando a parte restante perpendicularmente ao primeiro pedaço retirado, obteria dois outros tapetes, dos quaes um teria o dobro do outro.

Quanto precisaria dispender com uma franja para a ornamentação desses tres tapetes, sabendo-se que seria aproveitada a franja do tapete primitivo, cujo valor era **de 3$960?**

(L. Guyon)

Solução raciocinada: Perimetro do tapete:

$$\left(\frac{6}{5} \text{ da largura} + \frac{5}{5} \text{ da largura}\right) \times 2 = \frac{22}{5} \text{ da largura.}$$

O 1º tapete cortado, terá para dimensões a largura do tapete primitivo e $\frac{1}{3}$ do comprimento ou

$$\frac{1}{3} \times \frac{6}{5} \text{ da largura do tapete primitivo ou } \frac{6}{15} \text{ ou } \frac{2}{5} \text{ dessa largura.}$$

Portanto terá para perimetro $\frac{5}{5}$ da largura do tapete primitivo mais $\frac{2}{5}$ dessa largura vezes dois, ou

$$\left(\frac{5}{5}+\frac{2}{5}\right)\times 2=\frac{14}{5}.$$

Os dois outros tapetes terão: a metade da largura do tapete primitivo e os $\frac{2}{3}$ do seu comprimento, ou $\frac{2}{3}\times\frac{6}{5}$ da largura do tapete primitivo ou ainda:

$$\frac{2}{3}\times\frac{6}{5}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}.$$

Esses dois tapetes terão em conjuncto um perimetro de:

$\frac{14}{5}+\frac{26}{5}-\frac{40}{5}$ da largura do tapete primitivo, ou

$\left(\frac{1}{2}\text{ da largura mais }\frac{4}{5}\right)\times 2\times 2=\frac{26}{5}.$

Ora, assim considerando, nota-se que a franja que falta para a sua confecção representa os $\frac{18}{5}$ da largura do tapete primitivo, ou

$$\frac{40}{5}-\frac{22}{5}=\frac{18}{5}.$$

Se o preço da franja é de 3$960, para ornamentar os $\frac{22}{5}$ da largura do tapete primitivo, para ornamentar $\frac{1}{5}$ dessa mesma largura a despesa é de 3$960 ÷ 22 e para a ornamentação dos $\frac{18}{5}$ a despesa elevar-se-á a

$$(3960\times 18)\div 22=3\$240.$$

562

Um monte de areia apresenta a fórma de um rectangulo, cuja base inferior mede 3 metros de comprimento

sobre $2^m,10$ de largura e a base superior 2 metros de comprimento sobre $1^m,38$ de largura. A perpendicular baixada de uma base á outra mede $1^m,50$.

Qual o volume desse monte de areia?

(Leyssene).

Solução raciocinada: Chamemos A e B os dois lados da base inferior e a e b os dois lados da base superior.

O volume deste monte de areia é egual a:

$$\frac{\text{Balt}}{6}(2A+a)+\frac{\text{balt}}{6}(2a-A)$$

Substituindo-se esses valores pelos respectivos valores numericos vem:

$A=3$ metros

$B=2^m,10$

$a=2^m$

$b=1^m,38$

Altura $=1^m,50$.

Donde:

$$1^{m3}\times\frac{2,10+1,50}{6}\times(6+2)+$$

$$+1^{m3}\times\frac{1,38\times 1,50}{6}\times(4+3)=$$

$$=1^{m3}\times\frac{2,10\times 1,50}{6}\times 8+1^{m3}\times\frac{1,38+1,50}{6}\times 7=$$

$$=1^{m3}\times 0,525\times 8+1^{m3}\times 0;345\times 7=$$

$$=4^{m3},200+2^{m3},415=6^{m3},615.$$

563

Um panno tem a fórma de um losango, cujas diagonaes medem respectivamente $2^m,20$ e $1^m,40$.

Exteriormente elle é rodeado de uma guarnição de flores, cujo desenho prolonga as diagonaes de $0^m,20$ em cada extremidade.

Qual a superficie occupada por essa guarnição e o seu comprimento?

(Leyssene).

Solução raciocinada: O panno ficou dividido em dois losangos: um maior que é o que abrange o prolongamento das diagonaes, representado pelo espaço occupado pela guarnição, e outro que comprehende as diagonaes de $2^m,20$ e $1^m,40$ e é o losango menor.

Portanto as diagonaes do losango maior medem $2^m,20$ mais duas vezes $0^m,20$ e $1^m,40$ mais duas vezes $0^m,20$ e a superficie occupada pela guarnição é egual á differença entre a superficie dos dois losangos, ou

$$1^{m^2} \times \frac{(2,20) + (0,20 \times 2) \times 1,40 + (0,20 \times 2)}{2} =$$

$$= 1^{m^2} \times \frac{2,60 \times 1,80}{2} - 1^{m^2} \times \frac{2,20 \times 1,40}{2} =$$

$$4^{m^2},68 - 3^{m^2},08 = 1^{m^2},60.$$

O comprimento da guarnição é egual ao quadruplo do comprimento de um lado do losango maior; e, como esse lado se confunde com a hypotenusa de um triangulo rectangulo, tendo para lados as semi-diagonaes do losango maior, segue-se que as semi-diagonaes são:

$$2^m,60 \div 2 = 1^m,30$$

e

$$1^m,80 \div 2 = 0^m,90$$

O comprimento do lado do losango maior é egual a:

$$\sqrt{(1^m,30)^2 + (0^m,90)^2} = \sqrt{1,69 + 0,81} = \sqrt{2,50} = 1^m,5$$

Comprimento da guarnição:

$$1^m,5 \times 4 = 6 \text{ metros.}$$

564

Um terreno tem a superficie de $986^{m^2},70$ e a fórma de um losango, medindo uma das diagonaes 69 metros.

Qual a despesa para rodear este terreno de um gradil de ferro valendo o metro 1$750?

(Leyssene).

Solução raciocinada: A superficie do losango é egual ao semi-producto das duas diagonaes; medindo uma das diagonaes 69 metros e a superficie do terreno sendo egual a $986^{m^2},70$ a outra diagonal é egual a

$$\frac{986^{m^2},70 \times 2}{69} = 28^m,60$$

As diagonaes de um losango dividem-n'o em quatro triangulos rectangulos eguaes, sendo os angulos rectos formados pelas metades das duas diagonaes e a hypothenusa desses triangulos representada pelo proprio lado do losango; portanto, o comprimento do lado do losango considerado é egual a

$$\sqrt{\left(\frac{69}{2}\right)^2 + \left(\frac{28,60}{2}\right)^2} = \sqrt{(34,5)^2 + (14,3)^2} =$$

$$= \sqrt{1190,25 + 204,49} = \sqrt{1394,75} = 37^m,35.$$

O comprimento do gradil será de

$$37^m,35 \times 4 = 149^m,40$$

e a despesa importará em

$$1\$750 \times 149^m,40 = 261\$450.$$

565

Dois trapezios têm para lados parallelos respectivamente, $12^m,5$ e $10^m,40$ e uma altura de 7 metros; dois triangulos da mesma altura, têm $5^m,20$ de base.

Qual a superficie em conjuncto?

Solução raciocinada: Area de um trapezio:

$$12^m,50 + 10^m,40 = 22^m,90$$

$$22^m,90 \div 2 = 11^m,45$$

$$11^m,45 \times 7^m = 80^{m^2},15$$

Area dos dois trapezios:

$$80^{m^2},15 \times 2 = 160^{m^2},30.$$

Area de um triangulo:

$$5^m,20 \times 7^m = 36^{m^2},40$$
$$36^{m^2},40 \div 2 = 18^{m^2},20$$

Area dos dois triangulos:

$$18^{m^2},20 \times 2 = 36^{m^2},40.$$

Superficie em conjuncto:

$$160^{m^2},30 + 36^{m^2},40 = 196^{m^2},70.$$

566

Qual a altura de um trapezio cujas bases têm $38,^m8$ e $04^m,2$ e a area é de $323^{m^2},9$?

Solução raciocinada: : Somma das bases:

$$38^m,8 + 40^{m^2}, = 79^m.$$

Semi-somma das bases:

$$79^m \div 2 = 39^m,5$$

Altura do trapezio:

$$323^{m^2},9 \div 39^m,5 = 8^m,20.$$

567

Um campo tem a fórma de um trapezio e uma superficie egual a 75 metros quadrados. Calcular as bases desse trapezio, sabendo-se que a base maior tem mais 6 metros que a menor e a altura é de 5 metros.

Solução raciocinada: Superficie do trapezio: 75^{m^2}.

Altura: 5 metros.

Dividindo-se a superficie pela altura encontramos a semi-somma das bases, ou $75^{m^2} \div 5 = 15^m$; se a semi-somma das bases é de 15 metros a somma vale duas vezes mais, ou $15 \times 2 = 30$ metros.

Tendo uma base mais 6 metros do que a outra, e sendo a somma das bases de 30 metros, segue-se que a base menor tem $(30^m - 6^m) \div 2 = 12^m$; donde a base maior mede: $12^m + 6^m = 18^m$.

Verificação:

$$S = \frac{B+b}{2} \times A \text{ ou}$$

$$S = \frac{18^m + 12^m}{2} \times 5^m = 15^m \times 5^m = 75^{m^2}.$$

568

Um campo da fórma de um trapezio foi comprado por 1:954$800 á razão de 36$000 o metro quadrado. Sabendo-se que a altura deste trapezio é de 80 metros e que as duas bases estão uma para a outra como 4 para 6, pede-se determinal-as.

(Royer)

Solução raciocinada:

$$1:954\$800 \div 36\$000 = 543^{m^2}$$

Altura do trapezio: 80 metros.

Metade da altura: $80^m \div 2 = 40^m$.

Somma das bases: $543^{m^2} \div 40^m = 13^m,575$.

Sendo as bases proporcionaes a 4 e 6, serão respectivamente

$$\text{eguaes a } \frac{13,575 \times 4}{4+6} = 5^m,43.$$

$$5,43 \times 4 = 21^m,72$$
$$21^m,72 \times 6 = 130^m,32$$

569

Um terreno tem a fórma de um trapezio, cuja base menor mede $82^m,4$, a maior $91^m,6$ sendo a distancia entre ellas de $30^m,15$; qual a area deste terreno?

Solução raciocinada: A area de um trapezio é egual ao producto da semi-somma das bases pela altura; tendo as bases respectivamente $91^m,6$ e $82^m,4$ e a altura que é a distancia entre as duas bases, $30^m,15$, conclue-se que a area do terreno é de

$$(91^m,6 + 82^m,4) \div 2 = 87^m$$

$$87^m \times 30,^m15 = 2623^{m^2},05 = 26^{Dm^2},2305.$$

570

Um campo da forma de um trapezio de altura egual a 480 metros, e cuja somma das duas bases é de 600 metros, fornece annualmente 80640 kilogrammas de herva. Pergunta-se qual a quantidade de herva colhida em um areo desse campo e a quanto deve ser vendido o hectareo desse mesmo campo, para se poder com o valor total da venda effectuada, adquirir um outro terreno de fórma triangular, tendo 1420 metros de base e 60 metros de alturar sabendo-se que o custo do areo augmentado do seu valo, é egual a 90$000.

Solução raciocinada: Superficie do 1º campo:

$$1^{m^2}(600 \div 2) \times 480 = 144000^{m^2} = 14^{Ha},40$$

Quantidade de herva colhida num areo desse campo:

$$80640^{kg} \div 1440 = 56 \text{ kilogrammas}.$$

Superficie do 2º campo:

$$1^{m^2}(1420 \times 60) \div 2 = 42600^{m^2} = 426 \text{ areos}.$$

Ora, 90$000 representam uma vez e meia ou os $\frac{3}{2}$ do valor de um areo; portanto o areo vale

$$90\$000 \div \frac{3}{2} = 60\$000$$

e o valor do campo é de

$$60\$000 \times 426 = 25:560\$000$$

Por conseguinte o hectareo do 1º campo deve ser vendido por

$$25:560\$000 \div 14,40 = 1:775\$000$$

571

Um terreno da fórma de um trapezio foi vendido á razão de 20$000 o areo. O comprador pagou 2:160$000 de impostos.

Sabendo-se que esses impostos correspondem aos $\frac{12}{100}$ do valor da compra, que a base maior do terreno é o triplo da menor e que a altura é egual á média arithmetica das duas bases, quaes as dimensões do terreno?

Solução raciocinada: Valor da compra:

$$2:160\$000 \div \frac{12}{100} = 18:000\$000$$

Superficie do terreno: $18:000\$000 \div 20\$000 = 900^{m^2}$.

Se a base maior do trapezio é o triplo da menor, a somma das duas bases está representada por $4b$ e a base média assim como a altura, estão representadas por

$$4b \div 2$$

Os 900^{m^2} correspondem a

$$(4b \div 2) \times (4b \div 2) = \frac{16b^2}{4}$$; donde a base menor é egual á raiz quadrada de 900 vezes 4 divididos por 16 ou a

$$\sqrt{\frac{900 \times 4}{16}} \sqrt{\frac{2}{4}} = 30 \times 1\frac{1}{2} = 1 \times 15 = 15 \text{ metros}.$$

A base maior tem $15^m \times 3 = 45^m$ e altura é de

$$\frac{45^m + 15^m}{2} = 30 \text{ metros}.$$

572

Qual a superficie total de 6 terrenos que foram levados á leilão, tendo o 1º o formato de um trapezio medindo as bases respectivamente $42^m,60$ e $30^m,40$ e a distancia entre ellas $20^m,10$; o 2º, 18 metros de lado; o 3º da fórma de um losango, medindo a diagonal maior $34^m,20$ e a menor $16^m,40$; o 4º egual a um parallelogrammo de $14^m,30$ de largura, $25^m,12$ de comprimento; o 5º de $20^m,6$ de comprimento por $6^m,40$ de largura, e o ultimo valendo os $\frac{2}{8}$ da superficie dos outros cinco? Dae a resposta em areos.

Solução raciocinada: Tendo o 1º terreno a fórma de um trapezio, a sua superficie é egual á semi-somma das duas bases multiplicada pela altura; se as bases medem $42^m,60$ e $30^m,40$ e a distancia entre ellas, (que corresponde á ultima) $20^m,10$, a area deste terreno é egual a

$$1^{m^2} \times \frac{42,60 \times 30,40}{2} \times 20,10 = 1^{m^2} \times 647,52 \times 20,10 =$$
$$= 13015^{m^2},1520.$$

Se o 2º terreno tem 18 metros de lado, conclue-se que elle apresenta a fórma de um quadrado que é o quadrilatero que tem todos os lados perfeitamente eguaes; portanto a area deste terreno é egual ao quadrado de um dos lados ou a 18 metros elevados ao quadrado, isto é, multiplicado por si mesmo.

A superficie é de

$$1^{m^2} \times 18 \times 18 = 324^{m^2}$$

Se o 3º terreno tem o formato de um losango, que é tambem um quadrilatero em que as diagonaes se cortam ao meio formando dois triangulos eguaes, representando uma dellas a base e a outra o dobro da altura de cada triangulo, sendo a area de um triangulo a metade do producto da base pela altura, chegamos á conclusão de que a area do losango corresponde á metade do producto de suas diagonaes.

Assim, pois, a superficie deste terreno é egual a

$$\frac{D \times d}{2} \text{ ou a}$$

$$1^{m^2} \times \frac{34,20 \times 16,40}{2} = 280^{m^2},44.$$

Calculemos agora a superficie do 4º terreno que é egual a um parallelogrammo, cuja area se obtem multiplicando a base pela altura ou largura; isto porque o parallelogrammo é equivalente a um rectangulo da mesma base e da mesma altura.

Se a base deste terreno ou o comprimento tem $25^m,12$ e a largura $14^m,3$ a superficie é de $1^{m^2} \times 25,12 \times 14,30 = 359^{m^2},216$.

Se o 5º terreno tem de comprimento $20^m,60$ e de largura $6^m,40$ apresenta a fórma de um rectangulo que tem de area $1^{m^2} \times 20^m,6 \times 6,40$ ou $131^{m^2},840$, isto porque a area de um rectangulo é egual ao producto do comprimento ou base pela altura ou largura.

Portanto a superficie total destes cinco terrenos é de

$$13015^{m^2},1520 + 324^{m^2} + 280^{m^2},44 + 359^{m^2},216 + 131^{m^2},840 =$$
$$= 14010^{m^2},6480.$$

Valendo o 6º terreno $\frac{2}{8}$ desta superficie, considerando $14010^{m^2},6480$ egual a $\frac{8}{8}$, $\frac{1}{8}$ corresponde a 8 vezes menos e $\frac{5}{8}$ a cinco vezes mais, ou a

$$\frac{14010^{m^2},6480 \times 5}{8} = 8756^{m^2},655 = 87^{Dm^2},56655 = 87^a,56655$$

573

Um cultivador adquiriu um terreno da fórma de um polygono e o dividiu em dois triangulos, tendo um $12^m,50$ de base e $14^m,5$ de altura e o outro da mesma altura, porém, de base egual a $18^m,4$.

Deseja-se saber a area desse terreno.

Solução raciocinada: **Area do 1º triangulo**:

$$1^{m^2} \times 12,50 \times 14,50 \div 2 = 90^{m^2},625,$$

porque a area de um triangulo é egual ao semi-producto da base pela altura, ou

$$\frac{B \times A}{2}.$$

Area do 2º triangulo:

$$1^{m^2} \times 14,\ 5 \times 18,\ 4 \div 2 = 133^{m^2},4.$$

Superficie do terreno:

$$90^{m^2},625 + 133^{m^2},4 = 224^{m^2},025.$$

574

Determinar em areos a superficie de um terreno de fórma polygonal, egual a tres trapezios e a quatro triangulos, sabendo-se que os trapezios medem respectivamente $8^{m},3$ e $9^{m},5$ de bases, tendo uma altura egual a 12 metros, e os triangulos têm uma base egual a $20^{m},40$ e para altura, o 1º: $5^{m},60$; o 2º: $12^{m},80$; o 3º: $4^{m},10$ e o 4º: $7^{m},4$.

Solução raciocinada: Superficie do 1º trapezio:

$$(8^{m},3 + 9^{m},5 \div 2) \times 12^{m} = 106^{m^2},8.$$

Superficie do 2º e 3º: $106^{m^2},8 \times 2 = 213^{m^2},6.$

Superficie total dos 3 trapezios:

$106^{m^2},8 \times 3$ ou $320^{m^2},4 + 320^{m^2},4 + 213^{m^2},6 = 534^{m^2}.$

Area do 1º triangulo:

$$1^{m^2} \times (5,\ 60 \times 20,\ 40) \div 2 = 114^{m^2},24.$$

Area do 2º triangulo:

$$1^{m^2} \times (12,\ 80 \times 20,\ 40) \div 2 = 261^{m^2},12.$$

Area do 3º triangulo:

$$1^{m^2} \times 4,\ 10 \times 20,\ 40 \div 2 = 83^{m^2},64.$$

Area do 4º triangulo:

$$1^{m^2} \times 7,\ 4 \times 20,\ 40 \div 2 = 150^{m^2},960.$$

Area total:

$$114^{m^2},24 + 261^{m^2},12 + 83^{m^2},64 + 150^{m^2},960 = 609^{m^2},960.$$

Total:

$$609^{m^2},960 + 543^{m^2} = 1152^{m^2},960.$$

575

Um aviario está ladrilhado com ladrilhos octogonaes de lado egual a $0^{m},10$, em numero de 45, medindo o apothema $0^{m},145$.

Determinar o lado deste aviario.

Solução raciocinada: Sendo os ladrilhos octogonaes têm 8 lados eguaes e portanto um perimetro egual a $0^{m},10 \times 8 = 0^{m},80$. A area de um polygono regular é representada pelo producto do semi-perimetro pelo apothema. Sendo o perimetro dos ladrilhos de $0^{m},80$ o semi-perimetro é de $0^{m},80 \div 2 = 0^{m},40$, e a area de cada ladrilho equivale a $1^{m^2} \times 0,40 \times 0,45 = 0^{m^2},058$. Havendo 45 ladrilhos, a superficie por elles occupada é de $0^{m^2},058 \times 45 = 2^{m^2},600$.

Lado do aviario:

$$\sqrt{2,610} = 1^{m},6.$$

576

Um senhor mandou ladrilhar um pateo rectangular, com ladrilhos hexagonaes, regulares. O pateo apresentava uma superficie de $34^{m^2},1751312$ e os ladrilhos tinham $0^{m},9$ de lado. Havendo adquirido o milheiro á razão de 80$000, qual a despesa e quantos ladrilhos foram necessarios?

Solução raciocinada: A superficie de um polygono regular é egual ao producto do perimetro pela metade do apothema.

Não conhecemos o valor do apothema mas sabemos que, num polygono regular, o apothema corresponde ao raio e que o apothema e a metade do raio do hexagono, formam dois lados de um angulo recto, em que o raio é a hypothenusa.

Dahi deduz-se que o comprimento do apothema è egual á raiz quadrada de $(0^{m},9)^2$ menos $(0^{m},9 \div 2)^2$ ou $(4,5)^2$ ou ainda o comprimento è egual á

$$\sqrt{(9)^2 - (4,5)^2} = \sqrt{81 - 20,25} = \sqrt{60,75} = \sqrt{7^{om},794}.$$

A superficie de um ladrilho corresponde a

$$1^{cm^2} \times \frac{9 \times 6 \times 7,794}{2} = 210^{cm^2},438$$

São precisos para cobrir uma superficie de $34^{m^2},1751312$ tantos ladrilhos quantas forem as vezes que $210^{cm},438$ se contiver em $341751^{cm^2},312$ ou

$$\frac{341751^{cm^2},312}{210,438} = 1624 \text{ ladrilhos.}$$

O preço desses 1624 ladrilhos é egual a

$$\frac{80\$000 \times 1624}{1000} = 129\$920.$$

577

Qual a area occupada por uma barraca cujo diametro é de $2^m,50$?

Dar a resposta em centiareos.

Solução raciocinada: A area de um circulo é egual á relação existente entre a circumferencia e o raio, multiplicada pelo quadrado do raio.

Sendo essa relação de 3,1416 e correspondendo o raio á metade do diametro, tendo o diametro $2^m,50$ a metade é egual a $2^m,50 \div 2 = 1^m,25$, cujo quadrado é:

$$(1^m,25)^2 = 1^{m^2},5625$$

A area occupada pela barraca é de

$$3,1416 \times 1^{m^2},5625 = 49^{m^2},0875 = 49^{ca},0875.$$

578

Uma pessoa comprou um pedaço de terra de fórma circular, de raio egual a $4^m,50$. Empregou para calçal-o um certo numero de parallelepipedos, tendo cada um $0^m,68$ de perimetro e $0^m,12$ de largura. Pagou-os á razão de 42\$000 o milheiro.

Qual a area do terreno e de cada parallelepipedo?

Quanto dispendeu esta pessôa, pagando a mão de obra á razão de 7\$200 o metro quadrado?

Solução raciocinada: Area do terreno:

$$1^{m^2} \times 4,50 \times 4,50 \times 3,1416 = 63^{m^2},6174$$

isto porque a area de um circulo é egual ao quadrado do raio multiplicado por π (pi) cujo valor é 3,1416, donde a formula:

$$\text{Area do circulo} = \pi R^2$$

O perimetro de cada parallelepipedo sendo de $0^m,68$ e a largura de um lado de $0^m,12$, a largura de dois lados è egual a $0^m,12 \times 2 = 0^m,24$ e o comprimento de dois lados eguaes è de $0^m,68 - 0^m,24 = 0^m,44$, donde se conclue que o comprimento de um só lado é de $0^m,44 \div 2 = 0^m,22$ e a superficie de cada parallelepipedo é de

$$1^{m^2} \times 0,12 \times 0,22 = 0^{m^2},264.$$

São necessarios:

$$63^{m^2},6174 \div 0,0264 = 2409 \text{ parallelepipedos.}$$

Despesa feita com o calçamento:

Se 1.000 parallelepipedos custam 42\$000

1 deve custar 42\$000 ÷ 1000 = 42 reis

2409 devem custar 42 reis × 2409 = 101\$178.

Importando a mão de obra em 7\$200 o metro quadrado a despesa feita elevou-se a

$$(7\$200 \times 63,6174) + 101\$178 = 458\$045 + 101\$128 = 559\$223.$$

579

Um emprezario theatral arrendou um pedaço de terreno cujo raio media $7^m,80$, por 4:500\$000 annuaes.

Gastou para cobril-o, uma camada de areia de $0^m,08$ de altura. Pagando o metro cubico de areia a 8\$000, qual a despesa?

Solução raciocnaida: Area do terreno

$$1^{m^2}, \times 7,80 \times 7,80 \times 3,1416 = 191^{m^2},134944.$$

Volume da areia necessaria para cobrir esta superficie :

$$191^{m^2},134944 \times 0,08 = 15^{m^3},29079552.$$

Despesa feita pelo emprezario, incluindo o arrendamento do terreno :

$$8\$000 \times 15,2907952 = 122\$326$$

$$4:500\$000 + 122\$326 = 4:622\$326.$$

580

Um grad l de ferro tem $40^m,9$ de comprimento e é formado de peças metallicas apresentando o formato de circumferencias, separadas por peças rectangulares de $0^m,10$ de largura. Sabendo-se que a ornamentaçãc principia e termina por um rectangulo, pergunta-se quantas peças metallicas circumferenciaes existem, se o diametro de cada uma é de $0^m,70$.

Solução raciocinada : Se a ornamentação começa e termina por uma peça rectangular, é porque ha, a maior, uma peça rectangular.

Se o comprimento da grade é de $20^m,5$ e a largura de cada peça rectangular é de $0^m,10$.

$$40^m,9 - 0^m,10 \text{ ou } 40^m,80$$

representam um comprimento formado por um numero egual de peças occupando uma extensão de

$$0^m,70 + 0^m,10 = 0^m,80$$

no sentido do comprimento

Da forma de circumferencia, ha

$$40^m,80 \div 0,80 = 51 \text{ peças circulares e ha}$$

$$51 + 1 = 52 \text{ peças rectangulares}$$

581

Num terreno rectangular de 3600^{m^2} de superficie fizeram um massiço circular de verdura de 12 metros de diametro. Rodearam-n'o de uma vereda tendo 2 metros

de largura, cobrindo-o de uma camada de areia de $0^m,5$ de espessura.

Qual a quantidade de areia empregada ?

Qual a superficie cultivada do terreno, sabendo-se que, entre o massiço e a vereda ha uma aléa de 18^{m^2} de superficie ?

Solução raciocinada : Se o diametro do massiço é de 12 metros, o raio é egual a 6 metros e esse massiço occupa uma area egual a

$$1^{m^2} \times 3,1416 \times 6 \times 6 = 113^{m^2},0976.$$

Se rodeando o massiço ha uma vereda de 2^m de largura, deduz-se que esta vereda nada mais é que uma corôa limitada por dois circulos de 6 e de 7 metros de raio, e de superficie egual a

$$1^{m^2}, \times 3,1416 \times (7^2 - 6^2) = 1^{m^2} \times 3,1418 \times (49 - 36) =$$

$$= 1^{m^2} \times 3,1416 \times 13 = 40^{m^2},8408.$$

(levando em consideração que, sendo o raio do massiço egual a 6^m, mais 1^m da largura da vereda, fica com um raio egual a $6^m + 1^m = 7^m$).

A camada de areia espalhada sobre esta superficie tem de volume :

$$40^{m^2},8408 \times 0,05 = 2^{m^3},042040.$$

A parte do terreno não cultivada é de

$$113^{m^2},0976 + 40^{m^2},8408 = 153^{m^2},9384 + 18^{m^2} = 171^{m^2},9384.$$

A superficie cultivada é de :

$$3600^{m^2} - 171^{m^2},9384 = 3429^{m^2},9384.$$

582

Qual a superficie externa de um prisma, cuja altura é o triplo do comprimento e este o dobro da largura, que mede $0^m,06$.

Qual o seu volume representado em decimetros cubicos ?

Solução raciocinada: Contendo o comprimento duas vezes a largura que tem $0^{m},06$, o comprimento, mede $0^{m},06 \times 2 = 0^{m},12$.

A altura do prisma é de $0^{m},12 \times 3 = 0^{m},36$ (isto é, triplo do comprimento).

O volume é de

$$1^{m^3} \times 0,6 \times 0,12 \times 0,36 = 0^{m^3},02592 = 25^{dm^3},92.$$

Para avaliar a superficie externa deste prisma, temos primeiro de avaliar a superficie de cada uma de suas faces e da base.

Sendo a largura de $0^{m},6$ e o comprimento de $0^{m},12$, a superficie das duas bases é de

$$(1^{m^2} \times 0,6 \times 0,12) \times 2 = 0^{m^2},072 \times 2 = 0^{m^2},144.$$

As superficies lateraes medem

$$(1^{m^2} \times 0,6 \times 0,36) \times 2 = 0^{m^2},216 \times 2 = 0^{m^2},432$$

e as superficies frontaes medem:

$$(1^{m^2}, \times 0,12 \times 0,36) \times 2 = 0^{m^2},0432 \times 2 = 0^{m^2},0864.$$

A superficie total é de

$$0^{m^2},144 + 0^{m^2},432 + 0^{m^2},0864 = 0^{m^2},6624.$$

583

Uma caixa tem $0^{m},80$ de comprimento, $0^{m},35$ de largura e $0^{m},25$ de altura.

Externamente, qual a sua superficie expressa em centimetros quadrados?

Qual a sua fórma?

Solução raciocinada: Sendo o comprimento da caixa de $0^{m},80$ a largura de $0^{m},35$ a superficie das duas bases é de

$$1^{m^2} (0,80 \times 0,35) \times 2 = 0^{m^2},5600.$$

Se a largura é de $0^{m},35$ e a altura de $0^{m},25$, a superficie das faces lateraes é de

$$1^{m^2} (0,35 \times 0,25) \times 2 = 0^{m^2},1750.$$

Sendo o comprimento de $0^{m},80$ e a altura de $0^{m},25$, a superficie das duas partes frontaes é de

$$1^{m^2} (0,80 \times 0,25) \times 2 = 0^{m^2},4000$$

A superficie externa da caixa é de

$$0^{m^2},56 + 0^{m^2},1750 + 0^{m^2},40 = 1^{m^2},1350 = 113^{dm^2},50 = 11350^{cm^2}.$$

A caixa tem pois, a forma de um prisma.

584

Um reservatorio fechado, cheio de agua do mar, tem $2^{m},50$ de comprimento, $1^{m},40$ de largura e $0^{m},80$ de altura.

Qual a sua superficie interna? Qual o peso da agua ahi contida se a densidade é de 1,026?

Solução raciocinada: Base:

$$1^{m^2} + 2,50 \times 1,40 = 3^{m^2},50.$$

Como o reservatorio é fechado, tem duas bases eguaes, cuja superficie é de

$$3^{m^2},50 \times 2 = 7^{m^2}.$$

Superficie das duas faces lateraes:

$$1^{m^2} (1,40 \times 0,80 \times) 2 = 1^{m^2},12 \times 2^{m^2},24.$$

Superficie das duas faces frontaes:

$$1^{m^2}, (2,50 \times 0,80) \times 2 = 2^{m^2} \times 2 = 4^{m^2}.$$

Superficie interna do reservatorio:

$$7^{m^2} + 2^{m^2},24 + 4^{m^2} = 13^{m^2},24.$$

Volume do reservatorio:

$$1^{m^3} \times 2,50 \times 1,40 \times 0,80 = 0^{m^3},280.$$

Peso da agua ahi contida:

$$0^{m^3},280 \times 1,026 = 0^{m^3},287280 = 287^{dm^3},280 = 287^{kg},280.$$

585

Um tijolo tem $0^{m},25$ de comprimento, $0^{m},15$ de largura e $0^{m},12$ de altura e a fórma de um parallelepido rectangulo.

Qual o seu volume?

Solução raciocinada: O producto das tres dimensões representa o volume que é de

$$1^{m3} \times 0{,}25 \times 0{,}15 \times 0{,}012 = 0^{m3}{,}0004500.$$

586

Um reservatorio da fórma de um parallelepipedo continha $42^{kg}{,}8$ de mercurio, pesando cada litro de mercurio $13^{kg}{,}6$.

Sendo a base do reservatorio de $50^{m^2}{,}2$ qual a sua profundidade?

Solução raciocinada: Se $13^{kg}{,}6$ de mercurio correspondem a 1 litro, 1 kilogramma deve corresponder a um numero menor de litros e $42^{kg}{,}8$ a

$$1 \times 42{,}8 \div 13{,}6 = 3^{l}{,}147 \text{ ou } 3^{dm3}{,}147.$$

Se o volume do mercurio é de $3^{dm3}{,}147$ e a base do reservatorio de $50^{m^2}{,}2$, a profundidade do reservalorio é de

$$3^{dm3}{,}147 \div 50^{m^2}{,}2 = 0^{m}{,}062.$$

587

Despejaram em um deposito da fórma de um parallelepipedo, o conteúdo de 3 barris de aguardente. Tendo o deposito $1^{m}{,}96$ de comprimento e $1^{m}{,}25$ de largura, a que altura ficará o liquido nelle transvasado se a capacidade de cada barril é de 170 litros?

Solução raciocinada: Superficie do deposito:

$$1^{m^2} \times 1{,}92 \times 1{,}25 = 2^{m^2}{,}40,$$

Capacidade dos tres barris:

$$170^{l} \times 3 = 510^{l} = 510^{dm3} = 0^{m3}{,}510.$$

Altura do liquido contido no reservatorio:

$$0^{m3}{,}510 \div 2{,}40 = 0^{m}{,}2125.$$

588

Um lenhador vendeu uma pilha de lenha da fórma de um parallelepipedo rectangulo por 2:311\$680. A pessôa que a comprou deseja vendel-a para obter um lucro de 1:651\$200. Sendo a altura da pilha de $6^{m}{,}40$, o comprimento de $8^{m}{,}60$ e a largura os $\frac{2}{5}$ dessas duas dimensões, a quanto deve vender o stereo?

Solução raciocinada: Sendo a altura da pilha de $6^{m}{,}40$ e o comprimento de $8^{m}{,}60$, estas duas dimensões medem:

$$6^{m}{,}40 + 8^{m}{,}60 = 15^{m}.$$

Correspondendo a largura aos $\frac{2}{5}$ destas duas dimensões ou a $\frac{2}{5}$ de 15 metros, mede $15^{m} \times \frac{2}{5} = 6$ metros.

O volume da pilha é de:

$$1^{m3} \times 8{,}60 \times 6{,}40 \times 6 = 330^{m3}{,}24 = 330^{st}{,}24.$$

Para lucrar 1:651\$200, havendo comprado por 2:311\$680, deve vender o stereo por

$$(2{:}311\$680 + 1{:}651\$200) \div 330{,}24 = 12\$000.$$

Verificação:

$$12\$000 \times 330{,}24 = 3{:}962\$880.$$
$$3{:}962\$880 - 2{:}311\$680 = 1{:}651\$200.$$

589

Calcular a superficie lateral e a superficie total de uma pyramide quadrangular, que tem para base um losango de $4^{m}{,}50$ de lado. A altura da pyramide mede 15 metros e a pequena diagonal do losango $3^{m}{,}60$.

(Leyssene).

Solução raciocinada: A superficie da base do losango tem para medida a metade do producto dos comprimentos de suas diagonaes ; o quadrado da metade da diagonal maior é egual a o quadrado do lado do losango menos o quadrado da metade da diagonal menor ou é egnal a

$$(4^{m^2},50)^2 - (1^m,80)^2 = 20^{m^2},25 - 3^{m^2},24 = 17^{m^2},01.$$

A metade desta diagonal maior é egual á raiz quadrada de $17^{m^2},01$ ou a :

$$\sqrt{17,01} = 4^m,125.$$

Portanto a superficie da base da pyramide é egual a

$$1^{m^2} \times 4,125 \times 3,60 = 14^{m^2},85,$$

Sendo a superficie lateral da pyramide a somma de suas quatro faces, que são representadas por triangulos scalenos eguaes, corresponde pois, a quatro vezes a superficie de uma dessas faces ; e, como qualquer dessas mesmas faces mede o metade do producto da base, que tem o lado do losango para altura, considerando que essa altura é a hypothenusa de um triangulo rectangulo, cujos lados do angulo recto são respectivamente á altura da pyramide e á semi-altura do losango, quando se toma para base o seu lado, sabendo-se que essa distancia é egual á metade do quociente da superficie do losango pelo comprimento de seu lado, ou a

$$\frac{1}{2} \times \frac{14,85}{4,50} = 1^m,65,$$

chega-se á conclusão de que o quadrado da altura da face da pyramide é egual a

$$(15^m)^2 + (1^m,65)^2 = 227^{m^2},7225$$

e a altura corresponde a

$$\sqrt{227,7225} = 15^m,09 ;$$

donde a superficie da face da pyramide mede

$$1^{m^2} \times \frac{1}{2} \times 4^m,50 \times 15^m,09 = 33^{m^2},95.$$

A superficie lateral procurada é quatro vezes maior, egual portanto a

$$33^{m^2},95 \times 4 = 135^{m^2},80$$

e a superficie total da pyramide é egual a

$$14^{m^2},85 + 135^{m^2},80 = 150^{m^2},65.$$

590

Um vaso de fórma cylindrica tem de altura $0^m,50$ e a base tem $0^m,12$ de raio. Pergunta-se qual é o volume do vaso e qual o seu peso se a densidade da madeira de que é constituido é de 0,792.

Solução raciocinada: Sendo o volume do cylindro egual ao producto de 3,1416 pelo quadrado do raio e pela altura, ou ainda egual ao producto da superficie da base pela altura, temos que a area da base desse vaso, é de

$$3,1416 \times (0^m,12)^2 = 3,1416 \times 0^m,12 \times 0^m,12 = 0^{m_2},04523904,$$

e o volume é de

$$0^{m2},04523904 \times 0^m,50 = 0^{m3},02261952 = 22^{dm3},61952.$$

Se a densidade da madeira que o compõe é de 0,792, o peso do vaso é de

$$22^{dm3},61952 \times 0,792 = 17^{dm3},9145984 = 17^{kg},91495984.$$

591

Determinar em kilogrammas, approximadamente, o peso de uma columna cylindrica tendo a base $0^m,35$ de raio, medindo de altura $5^m,60$, sabendo-se que a densidade da materia é de 2,7. *(L. Guyon)*

Solução raciocinada : Volume da columna :

$$1^{m3} \times (0,35)^2 \times 3,1416 \times 5,60 = 2^{m3},155137 = 2155^{dm3},136.$$

Peso de um decimetro cubico da materia que a constitue :

$$1^{kg} \times 2,07 = 2^{kg},7.$$

Peso da columna :

$$2155^{m3},137 \times 2,7 = 5818^{kg},8699.$$

592

Um tubo cylindrico de bronze tem 2 metros de comprimento: o diametro interior é de $0^{m},72$ e a espessura de $0^{m},16$. O diametro cubico de bronze pesando $8^{kg},46$, pede-se o peso deste tubo cheio de agua a 4° e o seu peso quando vasio.

Solução raciocinada: Raio interior do tubo:

$$0^{m},72 \div 2 = 0^{m},36.$$

Raio exterior:

$$0^{m},36 + 0^{m},16 = 0^{m},52.$$

Superficie da corôa da base, expressa em metros quadrados:

$$3,1416 \times (0^{m},52)^{2} - (0^{m},36)^{2} = 0^{m2},44233728.$$

Volume em decimetros cubicos:

$$1^{m3} \times 0^{m},44233728 = 0^{m2},44233728 = 442^{dm3},33728.$$

Peso do tubo vasio:

$$8^{kg},46 \times 442^{dm3},33728 = 3742^{kg},1733888.$$

Capacidade em metros cubicos:

$$1^{m3} \times 3,1416 \times (0,36)2 = 0^{m3},40715136 = 407^{dm3},15136.$$

Peso da agua: $407^{kg},15136$

Peso do tubo cheio:

$$3742^{kg},1733888 + 407^{kg},15136 = 4149^{kg},3247488.$$

593

Um deposito cylindrico de $0^{m},75$ de altura interior contem uma certa quantidade de agua.

Retirando-se $\frac{3}{5}$ desta agua, a altura do liquido attingirá aos $\frac{4}{15}$ da altura do vaso; mas se addicionarmos

$15^{l},70$ de agua o seu nivel elevar-se-á aos $\frac{5}{6}$ da altura do deposito.

Achar o diametro desse vaso e a quantidade de agua nelle contida primitivamente.

(Royer).

Solução raciocinada: Ora, retirando-se $\frac{3}{5}$ da agua contida no vaso restariam os $\frac{2}{5}$ que equivaleriam aos $\frac{4}{15}$ do volume interior do vaso; portanto a agua occuparia os $\frac{2}{3}$ da capacidade do vaso ou

$$\frac{4 \times 5}{4 \times 1} = \frac{2}{3}$$

Juntando-se $15^{l},70$, a parte occupada pela agua augmentaria de $\frac{5}{6} - \frac{4}{6} = \frac{1}{6}$ e a capacidade do vaso seria de

$$15^{l},70 \times 6 = 94^{l},20.$$

Sendo a altura do vaso de $0^{m},75$ ou $7^{dm},5$ a superficie do circulo da base corresponderia a $\frac{15,70 \times 6}{7,5}$ que corresponde a πR^2 isto é, á area do circulo: portanto R seria o raio da base e o quadrado do raio ou R^2 seria egual a

$$\frac{15,7 \times 6}{7,5 \times 5}$$

substituindo-se π pelo seu valor 3,1416, deduz-se que sendo $R^2 = 4^{dm}$; R seria egual a 2^{dm}.

O vaso conteria pois, $94^{l},2 \times \frac{2}{3} = 62^{l},80$.

594

Uma pessôa possue um tonel apresentando a fórma de um tronco de cone, com as seguintes dimensões: altura $1^{m},40$; diametro dos fundos $1^{m},50$; diametro do bojo $1^{m},20$.

Qual a capacidade do tonel ?

(Leyssene).

Solução raciocinada : Raio da base inferior :

$$\frac{1^{m},50}{2} = 0^{m}75.$$

Raio da base superior :

$$\frac{1^{m},20}{2} = 0^{m},60.$$

Applicando a formula para se achar o volume do cone truncado, vem :

$$V = \left(\frac{\pi A \times R^2 + r^2 + Rr}{3} \right)$$

Ora, sendo $R = 0^{m},75.$

$\pi = 0^{m},60.$

$A = 1^{m},44.$

vem que o volume é egual a

$$3,146 \times 0^{m},48 \times (0^{m^2},5625 + 0^{m^2},36 + 0^{m^2},45) =$$

$= 1,507968 \times 1^{m^3},3725 = 2^{m^3},06968608 = 2\ 69^{l},68608$ que representam a capacidade do tonel.

Recapitulação

595

Um campo de forma triangular tem uma superficie egual a um hectareo e a altura corresponde aos $\frac{4}{5}$ da base ; qual a dimensão da base ?

Resposta : $158^{m},11$.

596

Um pantano está limitado por um triangulo cujos lados medem respectivamente $39^{m},2$, $42,8^{m}$ e $17^{m},8$. Qual a superficie desse triangulo e a superficie occupada pelo pantano, sabendo-se que corresponde aos $\frac{4}{5}$ da superficie total ?

Resposta : $348^{m^2},84$, $279^{m^2},07$.

597

A superficie de um quadrado é $456^{m^2},6242$.

Qual o comprimento de sua diagonal ? Qual o comprimento da perpendicular baixada de um dos angulos sobre a diagonal ?

Qual o perimetro de cada triangulo formado por esta perpendicular ?

Resposta : $30^{m},22$, $15^{m},11$ e $51^{m},59$.

598

Deseja-se ladrilhar um pateo de $486^{m^2},1440$ com ladrilhos de 144^{cm^2} de superficie.

Quantos ladrilhos são precisos?

Qual o lado de cada quadrado?

Qual o comprimento da diagonal do pateo, sendo a largura de $14^m,40$?

Resposta: 33760 quadrados; lado do quadrado: $0^m,12$; comprimento da diagonal: $36^m,70$.

599

Um areo de terra produz 25 litros de trigo; a despesa com a cultura é de 80$000 por hectareo. Sabendo-se que o trigo é vendido a 23$000 o hectolitro, qual a renda liquida de um campo rectangular de 172^m de comprimento, sendo a largura egual a $\frac{3}{4}$ desse comprimento?

Resposta: 1:098$306.

600

Um terreno de fórma rectangular tem $2^m,46$ de perimetro e $9^{Dm},6$ de comprimento; um dos lados menores que dá para a rúa é cercado por uma grade de 450 réis o metro.

Quanto custou a cerca ao proprietario?

Resposta: 12$150.

601

Um terreno de fórma rectangular tem de largura 46 metros e 320 metros de perimetro. Vae ser todo calçado a tijolos, cujo perimetro é de $0^m,74$ e cuja largura é egual

a $0^m,12$. Sabendo-se que o milheiro de tijolos custa... 400$000, determinar a despesa.

Resposta: 69:920$000.

602

Um losango traçado num quadro mede $0^m,19$ de lado; a perpendicular baixada do ponto de encontro das duas diagonaes sobre este lado mede $0^m,09$ de comprimento.

Qual a superficie do losango?

Resposta: $3^{dm^2},42$.

603

Um campo produz annualmente 79448 kilogrammas de milho e apresenta a fórma de um trapezio, cuja altura mede 480 metros, equivalendo a somma das duas bases a 600 metros. Qual a quantidade de milho colhida em um decametro quadradado desse campo? A quanto se deve vender o hectareo desse terreno para, com o lucro total da venda, pagar um terreno triangular de 1260 metros de base e 70 de altura, valendo o areo desse segundo terreno uma quantia que, augmentada de sua metade equivale a 69$000?

Resposta: $55^{kg},2$, 1:408$750.

604

Um terreno da fórma de um trapezio foi comprado á razão de 12$000 o areo. O comprador pagou 783$000 de impostos que equivaliam os $\frac{16}{100}$ do preço da compra.

A base maior deste trapezio sendo o quadruplo da menor, correspondendo a altura á média arithmetica das duas bases, quaes as dimensões desse terreno?

Resposta : base maior : 120^m
» menor : 30^m
altura : 75^m

605

Para ladrilhar uma varanda rectangular compraram-se ladrilhos da fórma de hexagonos regulares.

Sendo a superficie da varanda de $20^{m^2},1875$, e o lado dos ladrilhos de $0^m,09$, quantos foram precisos e qual a importancia a pagar, custando o milheiro 50$000?

Resposta : 960 ladrilhos ; 48$000.

606

Um pateo circular vae ser calçado com tijolos de $0^m,25$ de comprimento e $0^m,08$ de largura.

Determinar o numero de tijolos necessarios, sabendo-se que o pateo tem $0^{Dm},38$ de raio.

Resposta : 2268 tijolos.

607

As vidraças de uma egreja são formadas de vitraes circulares. Qual o numero de vitraes de uma vidraça de $2^m,10$ de largura sobre $3^m,01$ de altura?

Resposta : 1290.

608

Um tronco de pyramide regular tem por bases hexagonos regulares e mede $0^m,35$ de altura.

O lado da base inferior é de $1^m,70$ e o de base superior de $0^m,50$; o comprimento dos apothemas sendo de $0^m,606$ e $0^m,433$, qual o volume desse tronco de pyramide?

Resposta . $1^{m^3},274040$.

609

Uma pedra da fórma de um parallelepipedo rectangulo tem de volume $0^{m^3},36$; $0^m,80$ de comprimento e $0^m,30$ de largura.

Qual a espessura da pedra?

Resposta : $0^{m^3},15$.

610

Uma caixa apresenta a fórma de um parallelepipedo rectangulo e pode conter 10 hectolitros de trigo.

Despejaram nesta caixa camadas de trigo de 2 metros de comprimento e $1^m,25$ de largura.

Qual a altura interior da caixa?

Resposta : $0^m,40$.

611

Uma cisterna apresenta a fórma de um prisma recto cuja base é um hexagono regular que mede interiormente 1 metro de lado. Sendo a profundidade desta cisterna de 4 metros, que quantidade de agua póde conter?

Resposta : 10.392 litros.

612

Um tonel tem a fórma de um cylindro. Sua capacidade é de 703l,153 e o comprimento de $1^m,55$.

Qual o diametro interior desse tonel?

Resposta : $0^m,76$.

613

Um banhista construiu uma barraca de 4 metros de diametro e 3 metros de altura.

Quantos metros de lona de $0^m,80$ de largura deveria ter comprado, se a lona diminuia de $\frac{2}{19}$ na armação da barraca.

Resposta: $31^{m2},60$.

614

Determinar a superficie da base, a superficie lateral, a superficie total e o volume de um cone de $3^m,50$ de lado tendo o diametro da base $2^m,10$.

Resposta: $3^{m2},4636$; $11^{m2},5454$; $15^{m2},0090$ e $3^{3m},856$.

Soluções algebricas

615

Sobre uma mesa estão 3 cestas: a 1ª contem 12 laranjas, a 2ª 30 e a 3ª 45; Quantas laranjas ha ao todo?

Solução raciocinada: Representemos por x a especie (laranjas): ha ao todo $12x + 30x + 45x = 87x$.

616

Uma menina tem 20 lapis; perde 8 em caminho da escola; quantos lapis lhe restam?

Solução raciocinada: Representemos a especie (lapis) por x; se a menina possuia $20x$ e perdeu $8x$, ficou com $20x - 8x = 12x$.

617

Um negociante possue 3 pipas de alcool de 270 litros cada uma. Quantos litros de alcool possue ao todo?

Solução raciocinada: Representemos litros por x.
Ora, $270x \times 3 = 810x$, numero de litros de alcool que o negociante possue.

618

Num pateo ha 840 tijolos, dispostos em filas superpostas, em numero de 8. Quantos tijolos ha em cada fileira?

Solução raciocinada: x é o numero de tijolos de cada fila; se ha um total de 840 tijolos em 8 filas, cada fila contem:

$$840\ x \div 8 = 105\ x.$$

619

Um individuo possue 20 gravatas; compra mais 2, dá 4, recebe 6 e queima 8 por imprestaveis.

Quantas gravatas possue?

Solução raciocinada: Chamemos x as gravatas:

Portanto se tem 20, compra 2, dá 4 recebe 6 e queima 8, restam-lhe:

$$20\ x + 2\ x - 4\ x + 6\ x - 8\ x = 28\ x - 12\ x = 16\ x$$

620

Uma alumna de classe elementar obteve 40 pontos na 1ª semana; na 2ª semana obteve 55, na 3ª 60 e na 4ª 75. Quantos pontos contava no fim do mez?

Solução raciocinada: Seja x o numero de pontos. Nas 4 semanas ou em um mez, ha um total de

$$40\ x + 55\ x + 60\ x + 75\ x = 230\ x;$$

ou, se a menina obteve na 1ª semana 40 x, e nas outras successivamente 55 x, 60 x e 75 x, segue-se um total de x pontos egual a

$$40\ x + (55\ x + 60\ x + 75\ x).$$

Portanto

$$40\ x + (55\ x + 60\ x + 75\ x) = 40\ x + 55\ x + 60\ x + 75\ x.$$

Por qualquer dos dois processos chega-se ao mesmo resultado.

621

Uma senhora possuia 8 pedras preciosas. Recebendo

de presente mais 4, levou-as a um joalheiro para trocal-as por uma joia.

O ourives verificou que tres das pedras eram falsas e regeitou-as. Qual o numero de pedras verdadeiras?

Solução raciocinada: x são as pedras preciosas. Se possuia 8 x, recebeu 4 x e retirou 3 x, qne foram regeitadas, segue-se que o ourives acceitou um numero de pedras egual a

$$8\ x + 4\ x - 3\ x = 9\ x \text{ ou}$$

$$8\ x + (4\ x - 3\ x) = 9\ x,$$

donde

$$8\ x + (4\ x - 3\ x) = 8\ x + 4\ x - 3\ x = 9\ x$$

ou 9 pedras eram verdadeiras.

622

Uma pessoa recebeu de festas 200$000; com esta quantia pagou duas contas; uma no valor de 50$000, outra de 25$000. Quanto lhe restou?

Solução raciocinada: Recebendo 200$000 e pagando 50$000 + 25$000 = 75$000 ficou com 125$000; ou, recebendo 200 x pagou $50\ x + 25\ x + 15\ x$, ficou com $200\ x - (50\ x + 25\ x) = 200\ x - 75\ x = 125\ x$; donde $200\ x - 75\ x = 125\ x$; ou, ainda $200\ x - 50\ x - 25\ x$.

$$200\ x - (50\ x + 25\ x) = 200\ x - 50\ x - 25\ x.$$

623

Uma pessoa entrou numa loja onde fez varias compras. Possuindo duas notas de 100$000 deu uma dellas em pagamento recebendo de troco uma cedula de 20$000.

Com quanto ficou esta pessoa?

Solução raciocinada: Substituindo por x o valor monetario, vem que: $200\ x - (100\ x - 20\ x) = 200\ x - 80\ x = 120\ x$ ou ainda

$$200\ x - 100\ x + 20\ x \text{ ou } 220\ x - 100\ x = 120\ x$$

donde

$$(200\,x - 100\,x - 20\,x) = 200\,x - 100\,x + 20\,x$$

624

Uma modista comprou por 2:400$000 2 peças de seda, 4 de cassa e 5 de renda. Uma peça de seda custa mais 200$000 que uma peça de cassa e 10 peças de renda custam tanto quanto 3 peças de cassa. Qual o preço de uma peça de cada qualidade?

Solução raciocinada; Seja x o preço de uma peça de renda. O preço de uma peça de cassa é egual a $\frac{10\,x}{3}$ e o preço de uma peça de seda é de $\frac{10\,x}{3}$ + 200$000; donde a equação:

$$\left(\frac{10\,x}{3} + 200\$000\right) 2 + \frac{10\,x}{3} \times 4 + 5\,x = 2{:}400\$000.$$

$$\frac{20\,x}{3} + 400\$000 + \frac{40\,x}{3} + 5\,x = 2{:}400\$000$$

$$20\,x + 40\,x + 15\,x = 7{:}200\$000 - 1{:}200\$000$$

ou $75\,x = 6{:}000\$000$;

donde $x = \frac{6{:}000\$000}{75} = 80\$000$ que é o preço de uma peça de renda.

Preço de uma peça de cassa:

$$\frac{80\$000 \times 10}{3}\ 266\$666.$$

Preço de uma peça de seda:

$$266\$666 + 200\$000 = 466\$666.$$

625

A infancia de uma pessôa representava a sexta parte de sua vida e a adolescencia a decima segunda. Casando-se no fim de um tempo egual á setima parte da edade

com que morreu mais cinco annos, houve um filho ao qual ainda sobreviveu quatro annos e que só attingiu á metade da edade do pae.

Com que edade morreu esta pessôa?

(Bourlet).

Solução raciocinada: Chamemos x a edade procurada.

Portanto a infancia desta pessoa deve ser representada por $\frac{x}{6}$ de annos, a adolescencia por $\frac{x}{12}$; e $\frac{x}{7} + 5$ annos devem representar a phase de sua vida de casal, que precedeu o nascimento do filho; entre o nascimento e a morte do filho houve pois, um espaço representado por $\frac{x}{2}$ annos.

Se esta pessoa sobreviveu ao filho 4 annos, a sua edade deve ser representada por

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \left(\frac{x}{7} + 5\right) + \frac{x}{2} + 4$$

donde a equação:

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x.$$

Possuindo os dois membros da equação numeradores eguaes, obtêm-se resultados eguaes multiplicando-se os denominadores, ou

$$6 \times 12 \times 7 \times 2 = 1008$$

donde

$$168\,x + 84\,x + 144\,x + 5040 + 504 + 4032 = 1008\,x \text{ ou}$$

$$900\,x + 9072 = 1908\,x.$$

Retirando-se 900 x de 900 x + 9072 e de 1008 x, os restos são eguaes; donde

$$9072 = 108\,x.$$

Dividindo-se por 108, 9072 e 108 x, encontramos a edade procurada ou

$$x = \frac{9072}{108} = 84 \text{ annos.}$$

Solução arithmetica: Entre o nascimento desta pessôa e o de seu filho, ha um espaço egual a $\frac{1}{4}+\frac{1}{7}+\frac{5}{4}$ de annos de sua existencia, ou ainda ha $\frac{7}{28}+\frac{4}{28}+5$ ou ainda $\frac{11}{28}$ de sua vida mais 5 annos. Do nascimento á morte do filho, esta pessôa passou a metade de sua vida ou $\frac{14}{28}$; portanto na occasião em que se verificou a morte do filho havia passado 5 annos mais $\frac{11}{28}$ mais $\frac{14}{28}$ ou os $\frac{25}{28}$ de sua vida, mais 5 annos, mais 4 annos ou $\frac{25}{28}$ mais 9 annos. Ora, 9 annos correspondem aos $\frac{3}{28}$ de sua vida; $\frac{1}{28}$ a 3 annos, donde se conclue que a sua existencia attiugiu a $3 \times 28 = 84$ annos.

Portanto, as differentes phases de sua vida, foram: $\frac{84}{6}$ ou 14 annos; $\frac{84}{12}$ ou 7 annos: $\frac{84}{7}+5$ ou 17 annos e $\frac{84}{2}$ ou a 42 annos $+$ 4 annos, ou ainda $14+7+17+42+4=84$.

626

Um jogador perdeu os $\frac{2}{5}$ do que possuia mais $\frac{2}{3}$ de sua entrada, mais 20$000.

Quanto possuia antes de jogar?

Solução raciocinada: Depois de ter perdido $\frac{2}{5}$ dos seus haveres, deveriam restar os $\frac{3}{5}$ desses haveres.

Chamemos x os seus haveres; portanto

$$\frac{3}{5}x = \frac{2}{3} + x + 20\$000.$$

Donde

$$\frac{3x}{5} = \frac{x}{3} + 20\$000.$$

Reduzindo as fracções ao mesmo denominador, resulta:

$$\frac{9x}{15} = \frac{10x}{15} + 20\$000.$$

Multiplicando ambos os termos de cada membro da equação pelo denominador 15, temos:

$$9x = 10x + 20 \times 15,$$

donde

$$9x - 10x = 20 \times 15$$

ou

$$x = \frac{20 \times 15}{4} = 75\$000.$$

627

Um negociante comprou uma peça de casemira á razão de 20$000 o metro; vendeu a metade a 24$000 o metro, $\frac{1}{6}$ a 20$000, $\frac{1}{12}$ a 30$000 e o resto a 27$000.

Obteve assim um lucro de 220$000.

Qual o comprimento da peça?

Solução raciocinada: Seja x o numero de metros procurado; o preço da compra, ée pois, d 20 x e o preço da venda é de

$$24 \times \frac{x}{2} + 20\frac{x}{6} + 30 \times \frac{x}{12} + \left(x - \frac{x}{2} - \frac{x}{6} - \frac{x}{12}\right) \times 27.$$

Ora, se o lucro foi de 220$000, a equação é egual a

$$20x + 220 = 24\frac{x}{2} + 20\frac{x}{6} + 30\frac{x}{12} + \left(x - \frac{x}{2} - \frac{x}{6} - \frac{x}{12}\right) \times 27.$$

Multiplicando por 12 os dois membros da equação, (12 é o m. c. aos denominadores) vem que

$$24x + 2640 = 144x + 40x + 30x + (12x - 6x - 2x - x) \times 27,$$

$$\text{ou } 240x + 2640 = 144x + 30x + 8x + x.$$

Transpondo 240 x para o 2º termo da equação, vem que

$$2640 = 144x + 40x + 30x + 81x - 240x = 55x.$$

Donde x é egual: $x = \frac{2640}{55} = 48$ metros, que representam o comprimento da peça.

628

Um carro tem 4 rodas; as duas da frente medem $2^m,80$ e as duas trazeiras $3^m,60$ de circumferencia. Para percorrer certa extensão as duas primeiras deram mais 1000 voltas que as segundas.

Qual a extensão percorrida?

(Bourlet).

Solução raciocinada: Seja x a extensão procurada; portanto as duas rodas para percorrer esta extensão fazem respectivamente $\frac{x}{28}$ e $\frac{x}{36}$ voltas, donde a aquação:

$$\frac{x}{28} - \frac{x}{36} = 1000.$$

Multiplicando-se os denominadores por 1000, vem:

$$28 \times 36 = 1008 \times 1000 = 1008000 \text{ ou}$$

$$36\,x - 28\,x = 1008000 \text{ ou}$$

$$8\,x = 1008000.$$

Dividindo-se ambos os membros por 8 vem:

$$x = \frac{1008000}{8} = 126000^{dm} \text{ ou } 12^{km},600$$

que representam a extensão percorrida.

629

Uma vendedora de flores transporta numa cestinha certo numero de ramos de violetas. Vendeu a uma senhora os $\frac{3}{9}$ dos raminhos e a um senhor $\frac{3}{6}$ dos que lhe restavam. O resto vendeu por 18\$000, á razão de 2\$000 cada grupo de 3 ramos.

Quantos raminhos havia na cesta, e quantos foram vendidos de cada vez?

Solução raciocinada: Seja x o numero total de raminhos.

Vendendo os $\frac{3}{9}$ dos raminhos que levava, restaram-lhe $\frac{9}{9} - \frac{3}{9} = \frac{6}{9}$. Vendendo da 2ª vez os $\frac{3}{6}$ do resto ou de $\frac{6}{9}$ vendeu os $\frac{3}{6}$ de $\frac{6}{9}$ ou os $\frac{18}{54}$ ou ainda os $\frac{3}{9}$ dos ramos.

Assim pois, vendeu por duas vezes os $\frac{3}{9}$ dos ramos que levava, ou ainda os $2 \times \frac{3}{9} = \frac{6}{9}$ dos ramos. Dessa fórma restaram-lhe os $\frac{9}{9} - \frac{6}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ dos raminhos; donde a equação:

$$\frac{x}{3} \times \frac{2000}{3} = 18000\text{; ou } 2000\,x = 162000.$$

$$x = \frac{162000}{2000} = 81 \text{ ramos.}$$

Equivalendo $\frac{9}{9}$ a 81 ramos, $\frac{1}{9}$ equivale a $\frac{81}{9} = 9$ ramos e $\frac{3}{9}$ a $9 \times 3 =$ a 27 ramos, que foram vendidos da 1ª vez; houve um resto egual a $81 - 27 = 54$ ramos, dos quaes foram vendidos pela 2ª vez os $\frac{3}{6}$ ou $54 \times \frac{3}{6} = \frac{162}{6} = 27$ ramos.

Foram assim vendidos $27 + 27 = 54$ ramos, ficando um numero de ramos egual a $81 - 54 = 27$ ramos, que foram vendidos da 3ª vez.

630

Tres torneiras alimentam um tanque. A 1ª e a 2ª enchem-n'o em 12 horas; a 2ª e a 3ª em 30 horas e a 1ª e 3ª em 15 horas. Quantas horas serão precisas para que as tres torneiras correndo juntas, encham o tanque? Em quanto tempo cada torneira poderá enchel-o, correndo sósinha?

(Leyssene).

Solução raciocinada: Em 1 hora, a 1ª e a 2ª correndo juntas enchem $\frac{1}{12}$ e em x horas uma fracção egual a $\frac{x}{12}$.

A 2ª e 3ª enchem nesse mesmo tempo $\frac{x}{20}$ e a 1ª 3ª, uma fracção egual a $\frac{x}{15}$. Correndo juntas duas a duas, cada torneira corre duas vezes e enche duas vezes o tanque; donde a equação:

$$\frac{x}{12}+\frac{x}{20}+\frac{x}{15}=2\text{; ou}$$

$$5x+3x+4x=120\text{; donde}$$

$$x=\frac{120}{12}=10\text{ horas.}$$

Ora, as 3 torneiraa enchem por hora $\frac{1}{10}$ do tanque, a 1ª e a 2ª enchem $\frac{1}{12}$; a terceira enche portanto $\frac{1}{10}-\frac{1}{12}=\frac{1}{60}$ do tanque, por hora, e precisa de 60 horas para enchel-o. A 1ª e a 3ª enchem $\frac{1}{15}$ do tanque; a 2ª $\frac{1}{10}-\frac{1}{15}=\frac{1}{30}$ do tanque e precisa para enchel-o, sósinha, de 30 horas. A 2ª e a 3ª enchem $\frac{1}{20}$ do tanque; a 1ª portanto fornece $\frac{1}{10}-\frac{1}{20}$ ou $\frac{1}{20}$ do tanque por hora e precisa de 20 horas para enchel-o.

631

Ha dois caminhos para ir de A a B; um tem 14 le-

guas a mais que o outro; existem egualmente duas estradas para ir de B a C, tendo uma mais 8 leguas do que a outra.

A relação que existe entre os percursos mais curtos de A a B e de B a C é de $\frac{1}{2}$ e a relação dos mais extensos, de $\frac{2}{3}$. Qual a extensão das distancias menores?

Solução raciocinada: Seja x o caminho mais curto de A a B; portanto 2 x é o caminho mais curto de B a C.

Ora, x + 14 e 2 x + 8, são pois, os caminhos mais extensos, donde a proporção:

$$\frac{x+14}{2x+8}=\frac{2}{3}\text{ ou }\frac{2x+8}{3}=\frac{x+14}{2}.$$

A differença entre estes numeradores e seus denominadores, é de $\frac{x-6}{2}=\frac{x+14}{2}$.

Tirando o valor de x:

x = 26 leguas, que representam o caminho mais curto de A a B; logo, de B a C, a distancia é de

$$26 \times 2 = 52\text{ leguas.}$$

632

Um senhor faz o percurso de sua casa á cidade em um bond que percorre 15 kilometros por hora.

Demora-se na cidade 4h,30m e regressa em um automovel que vence 40 kilometros por hora. Tendo consumido entre a viagem de ida e volta 6h,30m, qual a distancia de sua casa á cidade?

Solução raciocinada: Seja x a distancia entre a casa e a cidade. Para 1 kilometro o bonde precisa de $\frac{1^h}{15}$ ou $\frac{60^m}{15}$ ou $\frac{12}{3}$ do minuto e para vencer x kilometros precisa de $\frac{12\,x}{3}$.

Para percorrer um kilometro, o automovel precisa de $\frac{1^h}{40}$ ou $\frac{60^m}{40}$ ou $\frac{6}{4}$ ou $\frac{3}{2}$ do minuto e para fazer x kilometros precisa de $\frac{3\,x}{2}$. Demorando-se na cidade $4^h,30^m$ ou $4^h,5$, consumindo na viagem de ida e volta $6^h,30^m$ ou $6^h,5$, segue-se que dispende um tempo egual a $4^h,5 = 6^h,5 = 11$ horas; donde a equação

$$\frac{12x}{3} + \frac{3\,x}{2} = 11 \text{ horas; ou}$$

$$24\,x + 9\,x = 66 \text{ horas, ou}$$

$$33\,x = 66 \text{ horas; donde}$$

$$x = \frac{66}{33} = 2 \text{ kilometros.}$$

633

40 kilogrammas de amendoas em casca pesam tanto quanto 20 kilogrammas de amendoas descascadas e piladas e produzem os $\frac{4}{20}$ de seu peso em oleo. Pesando 1 litro desse oleo 528 grammas, pergunta-se quantos kilos de amendoas são necessarios para a producção de oleo durante um anno, gastando-se 1 litro do mesmo de 20 em 20 dias?

Solução raciocinada: Seja x o peso procurado. Se 40 kilogrammas de amendoas em casca dão 20 kilogrammas de amendoas descascadas e piladas, 1 kilogramma de amendoas deve dar $\frac{20^{kg}}{40}$ e x kilogrammas $\frac{20\,x}{40}$.

Se as amendoas descascadas e piladas fornecem os $\frac{4}{20}$ de seu peso em oleo, o peso do oleo fornecido por este numero de amendoas é egual a $\frac{20\,x}{40} \times \frac{4}{20}$; pesando este oleo 528 grammas ou $0^{kg},528$ por litro, o seu volume é de

$$\frac{20\,x \times 4}{40 \times 20 \times 0{,}528}$$

Sendo o consumo do oleo durante um anno de $1^l \times (365 \div 20)$ ou de $18^l,25$ vem a seguinte equação:

$$\frac{20\,x \times 4}{40 \times 20 \times 0{,}528} = 18{,}25\text{; donde}$$

$$x = \frac{18{,}25 \times \cdot 0 \times 0{,}528}{4} = 96^{kg},35.$$

634

Um negociante de vinhos enche uma pipa de 480 litros com agua e vinho. Dessa fórma 8 litros desse vinho inferior lhe ficam por 6\$400.

Para obter esse vinho, o negociante empregou 220 litros de vinho do valor de 120\$000 o hectolitro, com vinho de 2\$000 o litro. Quantos litros ha na pipa, do vinho de 2\$000?

Solução raciocinada: Chamando x o volume do vinho de 3\$000 o litro, vem a seguinte equação:

$$\frac{120000 \times 220}{100} \times \frac{200000}{100} = \frac{6400 \times 480}{8}$$

$$\text{ou } 244000 + 2000\,x = 384.000$$

$$\text{ou } 2000\,x = 384000 - 244000 = 140.000;$$

donde

$$x = \frac{140.000}{2000} = 70 \text{ litros.}$$

635

Para cobrir uma mesa rectangular comprou-se um panno por 8$000 o metro quadrado. Para guarnecel-o adquiriu-se uma fazenda de $1^{m},50$ de largura á razão de 10$000 o metro. A despesa total elevou-se a 88$000; sendo o comprimento da mesa de 3 metros, qual a sua largura?

Solução raciocinada: Chamemos x a largura da mesa.

O preço do panno é de $8\$000 \times 3\,x$; o comprimento da fazenda para guaruecel-o é egual a $\frac{3\,x}{1,50}$ e seu preço é de

$$10.000 \times \frac{3\,x}{1,50}$$

Dahi a equação:

$$8000 \times 3\,x + 10000 \times \frac{3\,x}{1,50} = 88.000;$$

ou $24.000 + 20.000 = 88.000$;

ou $44.000\,x = 88.000$; donde

$$x = \frac{88.000}{44.000} = 2 \text{ metros}.$$

636

Um agricultor comprou trigo á razão de 15$000 e 20$000 o quintal. Com este trigo semeou um terreno, elevando-se a sua despesa a 60$000.

Para um espaço de 5 areos o agricultor empregou $1^{kg},5$ de grãos, plantando os $\frac{2}{3}$ do terreno com trigo do valor de 20$000 e o resto com o trigo do preço de 15$000. Qual a extensão do terreno cultivado?

Solução raciocinada: Seja x a superficie em areos do terreno

Plantando os $\frac{2}{3}$ com trigo do valor de 20$000 e utilisando-se de $5^{kg},5$ para 5 areos de terra, segue-se que a despesa elevou-se a

$$\frac{20\,x}{3} \times \frac{1,5}{5} \times \frac{20000}{100};$$

se se servisse do trigo de 15$000 o quintal, a despesa seria de

$$\frac{1\,x}{3} \times \frac{1,5}{5} \times \frac{15000}{100},$$

donde a equação:

$$2\,x \times \frac{1,5}{5} + \frac{20000}{100} + \frac{1\,x}{3} \times 5 \times \frac{15000}{100} = 60.000$$

$$\text{ou } 3\,x \times 20000 + 1,5\,x \times 15000 = 60000 \times 1500;$$

$$\text{ou } 60000 + 22500\,x = 95000000;$$

$$\text{ou } 82500\,x = 95000000;$$

donde

$$x = \frac{95000000}{82500} = 115^{a},15 = 1^{Ha},1515.$$

637

Dois barris da mesma capacidade pesam juntos.... 24800 grammas; o peso do 1.º equivale aos $\frac{6}{4}$ do peso do 2.º.

Quando o 2.º está cheio de azeite e o 1.º da alcool, o 1.º pesa 580 grammas mais do que o 2.º. Sendo a densidade do alcool de $0^{kg},795$ e a do azeite de $0^{kg},915$, qual o peso de cada barril vasio e sua capacidade commum?

Solução raciocinada: Chamemos x o volume commum dos dois barris em centimetros cubicos. Sendo o peso do 1.º barril os $\frac{3}{4}$ do peso do 2.º, seu peso total equivale a

$\frac{4}{4} + \frac{6}{4}$ ou $\frac{10}{4}$ do peso do 2º, que é de

$$24800^{g} \div \frac{10}{4} = 9920 \text{ grammas.}$$

O peso do 1º é portanto de

$$24800^{g} - 9920^{g} = 14880^{g}$$

donde a equação:

$$14880 + 0{,}795\,x - 9920 - 0{,}915\,x = 580^{g}\ ;$$

$$\text{ou } 0{,}120\,x - 4960 = 580\ ;\ \text{ou ainda}$$

$$0{,}120\,x = 580 + 4960\ ;\ \text{ou}$$

$$0{,}120\,x = 5540.$$

Donde

$$x = \frac{5540}{0{,}120} = 46166^{cm^3} = 46^{dm^3}{,}166 = 46^{l}{,}66.$$

Portanto o 1º barril pesa $14^{kg},880$; o 2º $9^{kg},920$ e a capacidade commum é de $46^{l},166$.

638

Repartir 150\$000 entre 3 pessoas de modo que a 1ª receba 50\$000 mais que a 2ª e esta 20\$000 mais que a 3ª.

Solução raciocinada: Representemos por x a 3ª parte que é a menor; a 2ª parte é egual a x + 20\$000 e a 1ª a x + 20\$000 + + 50\$000; ou reunindo as tres partes;

$$3\,x + 20\$000 + 20\$000 + 50\$000 = 3\,x + 90\$000.$$

Devendo a somma das 3 partes perfazer a importancia de 150\$000, vem que 3 x + 90\$000 = 150\$000; donde 3 x = 150\$000 — 90\$000. Portanto 3 x = 60\$000 e x = 60\$000 ÷ 3 = 20\$000.

Parte da 3ª pessôa: 20\$000

» » 2ª » 20\$000 + 20\$000 = 40\$000

» » 1ª » 40\$000 + 50\$000 = 90\$000

Verificação: 90\$000 + 40\$000 + 20\$000 = 150\$000.

639

Dividir 18\$400 em duas partes taes que a 1ª tenha $\frac{1}{4}$ mais que a 2ª, mais 120 réis.

Solução raciocinada: Chamando x á 2ª parte, a 1ª é de x + + $\frac{1}{4}$ x² + 120. Devendo equivaler a somma destas quantias a... 18\$400, temos a equação:

$$2\,x + \frac{1}{2}\,x + 120 = 18\$400.$$

Sommando 2x e $\frac{1}{2}$ x vem que: $\frac{5}{4}\,x + 120 = 18\$400.$

Donde $\frac{5}{4}\,x = 18\$400 - 120.$

Portanto $\frac{5}{4}\,x = 18\$280$. Valendo $\frac{1}{4}$ de 5x 18\$280, 5x valem quatro vezes mais, ou 5x = 18\$280 × 5, ou ainda 9x=19\$400

$$\text{e } x = \frac{91\$400}{5} = 18\$280;$$

$$\frac{1}{4} \text{ de } 18\$280 = 18\$280 \div 4 = 4\$570.$$

Valor da 1ª parte: 4\$570 + 120 = 4\$690.

640

Um particular vendeu os $\frac{5}{6}$ de um terreno com um lucro de 25 %; os $\frac{2}{5}$ do resto com um prejuizo de 5 % e o novo resto com um lucro de 15 %. Obteve dessa maneira um lucro de 540\$000. Quanto lhe custou o terreno?

Solução raciocinada: Seja *x* o preço da compra; temos assim a equação:

$$x \times \frac{5}{6} \times \frac{25}{100} - x \times \frac{1}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{5}{100} + x \times \frac{1}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{15}{100} =$$
$$= 540000.$$

ou $\frac{125\ x}{600} - \frac{10\ x}{3000} + \frac{45\ x}{300} = 540000;$

ou $\frac{5\ x}{24} - \frac{1\ x}{300} + \frac{9\ x}{60} = 540000$; ou ainda:

$125\ x - 2\ x + 9\ x = 540.000 \times 600$; ou

$213\ x = 324000000$; donde

$$x = \frac{324000000}{213} = 1{:}522\$065.$$

641

Tres pessôas formaram uma sociedade. A 1.ª entrou com 170\$000 ; a 2.ª com 130\$000 e a 3.ª com 100\$000.

A 3.ª pessôa ficou incumbida da direcção do negocio, devendo perceber 3 % mais do que as outras duas, do total do lucro que obtivessem. Sendo o lucro de 100\$000, qual a parte que tocou a cada uma?

(Clairant).

Solução raciocinada: Seja x a parte da 1.ª; havendo a 2.ª pessôa entrado com um capital menor, na razão de 13 para 17 deve receber $\frac{13}{17}$ x. A parte da 3.ª deve ser de $\frac{10}{17}x + 3000$; isto é, mais 3 %, sobre o total ou sobre o lucro que se elevou a 100000 ; dahi vem a seguinte equação:

$$x + \frac{13}{17}x + \frac{10}{17}x = 97000 \text{ ; ou}$$

$$x + \frac{13}{17}x + \frac{10}{17}x + x \text{ ou}$$

$$\frac{17}{17}x + \frac{13}{17}x + \frac{10}{17}x = \frac{40}{17}x.$$

Ora, $\frac{40}{17}x = 97000$; ou

$$40\ x = 97000 \times 17 = 1649000;$$

donde

$$x = \frac{1649000}{40} = 41225$$

que representam a parte que a 1.ª pessôa devia receber.

A 2.ª devia receber $\frac{13}{17} \times 41225 = 31525$

e a 3.ª $\frac{10}{17}x + 3000$ ou

$$\frac{10}{17}x + 3000 = 27.250.$$

Verificação: 41\$225 + 31\$525 + 27\$250 = 100\$000.

642

Qual o valor nominal de uma letra, sabendo-se que ha uma differença de 1\$200 entre o desconto commercial calculado a 6 % com 90 dias de espera e o mesmo desconto calculado a 5 % a 72 dias de praso?

Solução raciocinada: Seja x o valor nominal da letra. 90 dias correspondem a $\frac{1}{4}$ do anno e 72 dias a $\frac{1}{5}$ do anno; assim temos a equação:

$$\frac{6\ x}{400} - \frac{5\ x}{500} = 1.200, \text{ ou}$$

$$\frac{30\ x}{2000} - \frac{20\ x}{2000} = 1.200 \text{ ; ou}$$

$$10\ x = 1.200 \times 2.000 \text{ ; donde}$$

$$x = 1.200 \times 2.000 \text{ e}$$

$$x = 2{:}400\$000.$$

643

Um capitalista collocou sua fortuna a 4 % durante 3 annos. Dispendendo $\frac{1}{5}$ do capital collocou os $\frac{4}{5}$ restantes a 5 %, durante 9 mezes. No fim desse tempo com $\frac{1}{4}$ do capital assim collocado e com o resto, empregado durante 4 mezes, obteve juros correspondentes a 30 %. Qual o capital primitivo, sabendo-se que o total dos juros simples assim desfalcados era de 9:360$000?

Solução raciocinada: Seja x o capital procurado; o juro corresponde a $\frac{4 \times x \times 3}{100}$ ou $\frac{12\,x}{100}$.

O juro de $\frac{4\,x}{5}$ a 5 % durante 9 mezes é egual a $\frac{5}{100 \times 12}$ ou $\frac{3\,x}{100}$ e o juro de $\frac{3}{4} \times \frac{4\,x}{5}$ ou $\frac{3\,x}{5}$ a 3 % durante 4 mezes, é de

$$\frac{\frac{3\,x}{5} \times 3 \times 4}{100 \times 12} \text{ ou } \frac{3\,x}{500}$$ donde a equação:

$$\frac{12\,x}{200} + \frac{3\,x}{100} + \frac{3\,x}{500} = 9{:}360\$000.$$

Multiplicando-se por 500 os denominadores, porque 500 é um multiplo commum dos tres denominadores, vem que:

$$60\,x + 15\,x + 3\,x = 4.680000000 \text{ ou}$$

$$78\,x = 4680000000$$

Dividindo-se por 78 ambos os membros vem que:

$$x = \frac{4680000}{78} = 60{:}000\$000.$$

Ora, 60:000$000 a 4 % durante 3 annos, produzem um juro de

$$\frac{60{:}000\$000 \times 4 \times 3}{100} = 7{:}200\$000.$$

Os $\frac{4}{5}$ de 60:000$000 correspondem a 48:000$000 que, collocados a 5 %, durante 9 mezes, dão um juro egual a

$$\frac{48000000 \times 5 \times 9}{100 \times 12} = 1{:}800\$000.$$

$\frac{3}{4}$ de 48:000$000 equivalem a 36:000$000, que, durante 4 mezes a 3 %, produzem 360$000 de juros ou

$$\frac{36 \times 3 \times 4}{100 \times 12} = 360\$000.$$

Verificação: 7:200$000 + 1:800$000 + 3 0$000 = 9:360$000.

644

Prepararam-se duas soldas de zinco e cobre. A primeira continha 48 partes de zinco e 52 de cobre; a segunda 75 de zinco e 25 de cobre. Desejando-se obter 1275 grammas de solda, contendo 60 partes de zinco e 40 de cobre, que quantidade será necessario tomar das duas primeiras?

(Phelippe e Dauchy).

Solução raciocinada: Consideremos 1275 grammas egual a x + y que representam as quantidades do zinco contido nas duas soldas, ou 0,48 e 0,75 do zinco contido nas duas soldas; tomando se portanto para base o zinco, para se obter numa solda de 1275 grammas 0,60 de zinco, temos que a quantidade total é egual a x + y, donde:

$$\frac{x}{y} = \frac{0{,}75 - 0{,}60}{0{,}60 - 0{,}48} = \frac{5}{4}.$$

São precisos tomar da primeira solda e da 2ª

$$x = \frac{1275 \times 5}{9} \text{ ou } 708^{g}{,}33 \text{ e } y = \frac{1275 \times 4}{9} \text{ ou } 566^{g}{,}66.$$

645

De uma jazida de carvão de pedra extrae-se certa quantidade de carvão que tem 11 % de impurezas e é vendido a 13$000 a tonelada.

De uma outra jazida, egual porção de carvão contem 17 % dessas impurezas e custa 14$000 a tonelada.

Em que proporção é preciso mistural-os para se obter um combustivel que possua 15 % dessas substancias?

Qual será o valor de 20 toneladas dessa mistura?

(Phelippe e Dauchy).

Solução raciocinada: Denominando x e y as quantidades de carvão, vem que:

$$\frac{x}{y} = \frac{17 - 15}{15 - 11} = \frac{1}{2};$$

em cuja proporção deve ser feita a mistura.

Na proporção de 1 para 2, o preço de 20 toneladas dessa mistura é egual a

$$13\$000 \times \frac{20 \times 1}{3} + 14\$000 \times \frac{20 \times 2}{3} = 273\$330.$$

646

Que quantidade de prata e de cobre será preciso juntar para se obter uma liga de titulo de 0,840, sabendo-se que a prata empregada pesa 480 grammas e tem por titulo 0,900 e o cobre pesa 320 grammas e tem o titulo de 0,680.

Solução raciocinada: O peso total das duas ligas é de $480^g + 320^g = 800^g$; o peso total da prata nellas contida é de

$$(480^g \times 0{,}900) + (320^g \times 0{,}680) = 432^g + 217^g{,}600 = 649^g{,}600.$$

O titulo da liga obtida é de $\frac{649^g{,}600}{800} = 0{,}812$, que é inferior

ao titulo pedido, sendo portanto necessario juntar ainda uma certa quantidade de prata para se obter o titulo pedido.

Sendo, portanto, x o peso da prata que se procura, vem a equação:

$$\frac{480 \times 0{,}900 + 320 \times 0{,}680 + x}{480 + 320 + x} = 0{,}840 \text{ ou}$$

$$\frac{432 + 217{,}600 + x}{800 + x} = 0{,}840.$$

$$649^g{,}600 + x = 0{,}840 \times 800 + 0{,}840\,x$$

$$\text{ou } x - 0{,}840\,x = 672 - 649{,}600;$$

$$\text{donde } 0{,}160\,x = 23600 \text{ e}$$

$$x = \frac{23600}{0{,}160} = 147^g{,}5.$$

647

Um criador vende gallinhas e canarios. O preço de 8 gallinhas é o mesmo que o de 5 canarios e o lucro que o criador obtem eleva-se a 61$000. Sabendo-se que o preço de 10 gallinhas, diminuido do preço de 3 canarios é de 30$000, determinar a importancia que recebeu o vendedor com a venda de 36 gallinhas e 30 canarios.

(Lemoine)

Solução raciocinada: Chamemos x o preço de uma gallinha e y o de um canario; assim, temos que

$$8\,x + 6\,y = 61\$000.$$

$$10\,x + 3\,y = 30\$000.$$

Multiplicando os termos da 1ª equação por 10 e da 2ª por 8, afim de eliminar x, vem que:

$$80\,x + 50\,y = 610\$000$$

$$80\,x + 24\,y = 240\$000$$

Subtrahindo da 2ª equação a 1ª, vem que:

$$50\,y + 24\,y = 370\$000$$

donde

$$y = \frac{370000}{74} = 5\$000.$$

Substituindo y pelo seu valor numerico, isto é, por 5$000 na 1ª equação do problema, vem que:

$$8\,x + 5 \times 5\$000 = 61\$000.$$

$$x = \frac{61\$000 - 5 \times 5\$000 = 4\$500.}{8} = 4\$500.$$

Portanto o criador recebeu

$$(4\$00 \times 36) + (5\$000 \times 30) =$$
$$= 162\$000 + 150\$000 = 312\$000.$$

648

Uma pessôa possuia duas sommas, A e B, em dinheiro francez. Se A estivesse representada em peças de ouro e B em peças de prata, o peso das duas sommas seria de 975 grammas; de modo inverso, o total dos pesos seria de 3150 grammas.

Qual é, em francos, o valor das duas importancias?

(Leyssene).

Solução raciocinada: Sejam x e y as duas sommas. Se x estivesse representado em peças de ouro e y em prata, a equação seria:

$$\frac{x}{3{,}10} + 5\,y = 975$$

Se x estivesse representado em peças de prata e y em ouro, a equação seria:

$$5\,x + \frac{y}{3{,}10} = 3150.$$

Expellindo o denominador 3,10 nas duas equações, vem que:

$$x + 15{,}5\,y = 975 \times 3{,}10$$
$$15{,}5\,x + y = 3150 \times 3{,}10$$

Sommando membro a membro estas duas equações, resulta:

$$16{,}5\,x + 16{,}5\,y = 4125 \times 3{,}10$$

donde

$$x + y \frac{4125 \times 3{,}10}{16{,}5} = \frac{825 \times 3{,}10}{3{,}3} = \frac{275 \times 3{,}10}{1{,}1} = 250 \times 3{,}10 = 775.$$

Subtrahindo a 1ª equação da 2ª, vem que:

$$14{,}5\,x - 14{,}5\,y = 2175 \times 3{,}10$$

donde

$$x - y \frac{2175 \times 3{,}10}{14{,}5} = \frac{435 \times 3{,}10}{2{,}9} = 150 \times 3{,}10 = 465.$$

Donde $2\,x = 1240.$

$x = 620.$

Subtrahindo a 2ª equação da 1ª, vem:

$2\,y = 310.$

$y = 155.$

649

Dois irmãos herdaram uma vinha e um campo.

A superficie da vinha estava para a do campo como 3 para 4,25. A vinha foi avaliada em 32$000 o areo e o campo em 25$000.

O que recebeu o campo deu 92$250 ao que ficou com a vinha; desta fórma ambos ficaram com valores equivalentes.

Pergunta-se qual a importancia desses valores?

(Leyssene).

Solução raciocinada: Chamamos x o valor da vinha e y o valor do campo, em areos.

Formam-se pois, duas equações:

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{4,25} \text{ ; donde}$$

$$32\,x + 92250 = 25\,y - 92250.$$

A 2ª equação torna-se egual a

$$25\,y - 32\,x = 184,5.$$

Transportando para esta 2ª equação o valor de x, tirado da 1ª equação, vem:

$$25\,y - 32 \times \frac{3\,y}{4,25} = 184,5 \text{ ou}$$

$$25\,y - \frac{96\,y}{4,25} = 184,5.$$

Expellindo o denominador,

$$106,25\,y - 96\,y = 784,125,$$

ou $10,25\,y = 784,125$, vem:

$$y = \frac{784,125}{10,25} = 76^{a},50 \text{; portanto}$$

$$x = 3 \times \frac{76,,50}{4,25} = \frac{299,50}{4,25} = 5 \text{ areos.}$$

650

Tres pessoas compraram uma propriedade por..... 50:000$000. Para o primeiro pagar toda esta importancia precisaria da metade do que possuia o 2º, o qual por sua vez poderia fazer toda a despesa se o 1º lhe desse $\frac{1}{3}$ de sua parte; finalmente o 3º poderia adquiril-a se o 1º lhe cedesse $\frac{1}{4}$ de sua fortuna.

Qual a parte de cada pessôa?

Solução raciocinada: Sejam x, y e z as partes das tres pessôas; dahi tres equações:

$$x + \frac{y}{2} = 50000000\,; \quad \frac{x}{3} + y = 50000000$$

$$\text{e } \frac{x}{4} + z = 5500000.$$

Multiplicando a 1ª equação por 2 e subtrahindo da 2ª, vem que:

$$2\,x - \frac{x}{3} = 100000000 - 50000000 \text{ ou}$$

$$\frac{5\,x}{3} = 50.0000000, \text{ donde}$$

$$x = 50000000 \div \frac{5}{3} = 50000000 \times \frac{3}{5} x = 30000000.$$

Tirando o valor de y da 2ª equação, vem:

$$y = 50000000 - \frac{30000000}{3} = 40.000000.$$

Tirando o valor de z da 3ª equação obtem-se:

$$z = 50000000 - \frac{30000000}{4} = 42.500.000.$$

651

Uma pessôa dividiu sua fortuna em quatro partes: a 1ª collocou a 3 1/2 %; a 2ª a 4 1/3 %; a 3ª a 4 1/2 % e a 4ª 4 3/4 %.

Estas quatro partes guardavam a mesma relação que as fracções $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$ e $\frac{5}{11}$.

Tendo esta pessoa retirado 33:115$410 no fim de um anno, (capital e juros), qual o valor de toda a sua fortuna e de cada importancia em separado?

(Leyssene).

Solução raciocinada: Ora, 1$000, collocados durante um anno á taxa de 3 1/2 %, 4 1/3 %, 4 1/2 % e 4 3/4 % correspondem a:

1$035, 1$043,3 ; 1$045 e 1$047,5.

Representando por x, y, z e v as 4 importancias em que foi dividida a fortuna ou o capital total, temos a seguinte equação:

$$1{,}035\,x + 1{,}0433\,y + 1{,}045\,z + 1{,}0475\,v = 33115140.$$

Estando estas importancias na proporção de

$$\frac{2}{3},\ \frac{3}{5},\ \frac{4}{7} \text{ e } \frac{5}{15}, \text{ vem que:}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{3}} \quad \frac{z}{x} = \frac{\frac{4}{7}}{\frac{2}{3}} \quad \frac{v}{x} = \frac{\frac{5}{11}}{\frac{2}{3}}$$

Dahi, vem que:

$$\frac{y}{x} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{10} \text{ donde } y \ \frac{9x}{10}$$

$$\frac{z}{x} = \frac{4}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{7}, \text{ donde } z = \frac{6\ x}{10},$$

$$\frac{v}{x} = \frac{5}{11} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{22}, \text{ donde } v = \frac{15\ x}{22}$$

Transportando-se para a 1ª equação os valores encontrados para y, z e v, ella se torna egual a

$$1{,}035\ x + 1{,}0433 \times \frac{9}{10} + 1{,}045 \times \frac{6\ x}{7} + 1{,}0475 \times \frac{15\ x}{22}$$

Effectuando os calculos:

$$1{,}035\ x + 0{,}939\ x + 0{,}89571\ x + 0{,}7142\ x = 33154410;$$

ou:

$$3{,}58391\ x = 33115410;\ \text{donde}$$

$$x = \frac{33115410}{3{,}58391} = 9.240.000.$$

Portanto:

$$y = 9.240.000 \times \frac{9}{10} = 8316.000$$

$$z = 9.240.000 \times \frac{6}{7} = 7.920.000$$

$$v = 9.240.000 \times \frac{15}{22} = 6.300.000.$$

O capital total é de

9:240$000 + 8:316$000 + 6:360$000 = 31:776$000

Errata

Pag.	*Prob.*	*Onde se lê :*	*Leia-se*
5	10	5\$600 × 60 = 33\$000	= 336\$000.
6	10	866\$480 ÷ 5	866\$400 ÷ 5
21	33	12\$000 ÷ 4\$000	120\$000 ÷ 4\$000
52	83	$30^{m},0$	$30^{m},60$
58	90	40×3 4	$\frac{40 \times 3}{4}$
63	95	21 ÷ 3 = 7	21 ÷ 7 = 3
68	101	1826 paginas	8920 paginas
68	101	$\frac{2}{3}$ de 3568	$\frac{2}{5}$ de 3568
95	147	$\frac{252000 \times 25\$000}{4500}$ 140\$000	$\frac{252000 \times 25000}{4500} = 140\$000$
96	148	$1^{m^3} \times 450 \times 32$	$1^{m^3} \times 450 \times 230$
96	148	$134^{m3}\ 313^{2}$	$134^{m3}\ 3132$
134	205	142 metros	134 metros
135	206	1 Km, 65	1 Hm, 65
192	314	$4^{km}, \frac{1}{\ }$	$4^{km}\ \frac{1}{2}$
226	357	2:28\$000	2:280\$000.
348	531	percorrer seria egual...	Solução raciocinada : A distancia a percorrer seria egual.............
356	545	$1^{m},80$	$1^{m},70$
359	548	150\$0000, ^{Ha} 9816975	150\$000 × 0 ^{Ha}, 9816975
370	561	$\frac{14}{5} + \frac{26}{5} - \frac{40}{5}$	$\frac{14}{5} + \frac{26}{5} = \frac{40}{5}$
383	578	101\$128	101\$178
387	584	$1^{m^2} + 2,50$	$1^{m^2} \times 2,50$
387	584	$1^{m},^{2}(2,50 \times 0.80) \times 2 = 1^{m^2}, 12 \times 2,^{m^2} 24$	$1^{m^2}(2,50 \times 0,80)\ 2 = 1^{m^2}, 12 \times 2 = 2^{m},^{2} 24.$
392	592	3,1416 × (0,52) —	$3,1416 \times (0^{m},52)^{2}$—
403	622	50 x + 25 x + 15 x	50 x + 25 x
404	624	$\frac{80 \times 10}{3}$ 266\$666	$\frac{80 \times 10}{3} \times 266\$666$
424	647	$\frac{61\$000 - 5 \times 5\$000 = 4\$500}{8}$	$\frac{(61\$000 - 5)\ 5\$000}{8} = 4\$500$

Errata

Pag.	Prob.	*Onde se lê :*	*Leia-se*
5	10	$5\$600 \times 60 = 33\$000$	$= 336\$000.$
6	10	$866\$480 \div 5$	$866\$400 \div 5$
21	33	$12\$000 \div 4\$000$	$120\$000 \div 4\$000$
52	83	$30^{m},0$	$30^{m},60$
58	90	40×3 4	$\frac{40 \times 3}{4}$
63	95	$21 \div 3 = 7$	$21 \div 7 = 3$
68	101	1826 paginas	8920 paginas
68	101	$\frac{2}{3}$ de 3568	$\frac{2}{5}$ de 3568
95	147	$\frac{252000 \times 25\$000}{4500}$ $140\$000$	$\frac{252000 \times 25000}{4500} = 140\$000$
96	148	$1^{m^3} \times 450 \times 32$	$1^{m^3} \times 450 \times 230$
96	148	$134^{m3}\ 313^{2}$	$134^{m3}\ 3132$
134	205	142 metros	134 metros
135	206	1 Km, 65	1 Hm, 65
192	314	4^{km}, $\frac{1}{\ }$	$4^{km}\ \frac{1}{2}$
226	357	2:28\$000	2:280\$000.
348	531	percorrer seria egual...	Solução raciocinada : A distancia a percorrer seria egual.............
356	545	$1^{m},80$	$1^{m},70$
359	548	150\$0000, Ha 9816975	$150\$000 \times 0$ Ha, 9816975
370	561	$\frac{14}{5} + \frac{26}{5} - \frac{40}{5}$	$\frac{14}{5} + \frac{26}{5} = \frac{40}{5}$
383	578	101\$128	101\$178
387	584	$1^{m^3} + 2,50$	$1^{m^2} \times 2,50$
387	584	$1^{m},^{3}(2,50 \times 0.80) \times 2 = = 1^{m^2}, 12 \times 2,^{m^2} 24$	$1^{m^2} (2,50 \times 0,80)\ 2 = = 1^{m^2}, 12 \times 2 = 2^{m},^{2}\ 24.$
392	592	$3,1416 \times (0,52) -$	$3,1416 \times (0^{m},52)^{2} -$
403	622	$50\,x + 25\,x + 15\,x$	$50\,x + 25\,x$
404	624	$\frac{80 \times 10}{3}$ $266\$666$	$\frac{80 \times 10}{3} \times 266\$666$
424	647	$\frac{61\$000 - 5 \times 5\$000 = 4\$500}{8}$	$\frac{(61\$000 - 5)\ 5\$000}{8} = 4\$500$