PROBLEMAS
DE
ARITHMETICA

Organisados de accordo com os programmas das escolas publicas primarias

---

OBRA APPROVADA E MANDADA ADOPTAR PELA DIRECTORIA GERAL DE INSTRUCÇÃO PUBLICA DO DISTRICTO FEDERAL PARA USO DAS MESMAS ESCOLAS

POR

Maria do Carmo Vidigal Pereira das Neves

PROFESSORA PELA ESCOLA NORMAL DO DISTRICTO FEDERAL

EDIÇÃO DA GRANDE LIVRARIA EDITORA de
Leite Ribeiro & Maurillo
3, RUA SANTO ANTONIO, 3
RIO DE JANEIRO
1921

PROBLEMAS
DE
ARITHMETICA

Organisados de accordo com os programmas das escolas publicas primarias

---

OBRA APPROVADA E MANDADA ADOPTAR PELA DIRECTORIA GERAL DE INSTRUCÇÃO PUBLICA DO DISTRICTO FEDERAL PARA USO DAS MESMAS ESCOLAS

POR

Mara do Carmo Vidigal Pereira das Neves

PROFESSORA PELA ESCOLA NORMAL DO DISTRICTO FEDERAL

EDIÇÃO DA GRANDE LIVRARIA EDITORA de
Leite Ribeiro & Maurillo
3, RUA SANTO ANTONIO, 3
RIO DE JANEIRO
1921

ADVERTENCIA

Sem pretenções a preencher lacunas ou satisfazer vaidades, apresentamos á apreciação dos collegas, este pequeno trabalho, que, outro valor não tem se não o de um grande desejo de acertar, fazendo alguma cousa que ainda possa ser util e proveitosa.

Não fossem as palavras animadoras de acatados mestres, robustecidas pela opinião das distinctas professoras cathedraticas, as Exmas. Sras. DD. Zelia Jacy de Oliveira Braune e Idalina de Oliveira, que da melhor das vontades e com o maior dos carinhos se deram á leitura fastidiosa desta collectanea de problemas, certamente não venceriamos o grande escrupulo de os publicar.

A tão boas e dedicadas amigas, a cujo juizo submettémos este trabalho, seguindo-lhes os esclarecidos conselhos e que se mostraram incansaveis na revisão dos originaes, o mais sincero e cordeal agradecimento da

AUTORA.

ADVERTENCIA

Sem pretenções a preencher lacunas ou satisfazer vaidades, apresentamos á apreciação dos collegas, este pequeno trabalho, que, outro valor não tem se não o de um grande desejo de acertar, fazendo alguma cousa que ainda possa ser util e proveitosa.

Não fossem as palavras animadoras de acatados mestres, robustecidas pela opinião das distinctas professoras cathedraticas, as Exmas. Sras. DD. Zelia Jacy de Oliveira Braune e Idalina de Oliveira, que da melhor das vontades e com o maior dos carinhos se deram á leitura fastidiosa desta collectanea de problemas, certamente não venceriamos o grande escrupulo de os publicar.

A tão boas e dedicadas amigas, a cujo juizo submettémos este trabalho, seguindo-lhes os esclarecidos conselhos e que se mostraram incansaveis na revisão dos originaes, o mais sincero e cordeal agradecimento da

AUTORA.

Rio, 13 de Junho de 1919.

SRA. D. MARIA DO CARMO

Meus cumprimentos.

Li e reli com a maxima attenção os problemas da sua preciosissima collecção.

Felicito-a, calorosamente, não só pela variedade e criterio da escolha, como tambem pela solução rapida e clara que os problemas apresentam; no genero, é um trabalho completo.

Publique o seu trabalho, publique-o, pois o seu nome, já conhecido no magisterio, bastará para recommendal-o; e, assim prestará a Sra. um valioso auxilio a todos aquelles que se dedicam ao ensino primario.

Subscrevo-mo collega e admiradora

(Assig.ª) *Idalina de Oliveira*

Rio, 20 de Maio de 1919.

D. Maria do Carmo

Immenso foi o meu prazer ao passar em revista muitos dos problemas que farão parte do livro de sua lavra que anciosa espero appareça.

Figuram elles em uma collecção intelligentemente formada; outra cousa não era de esperar da autora que dispõe de competencia reconhecida, alcançada em estudos e na pratica do ensino a que se dedica com ardor e enthusiasmo.

Sendo ponto capital na escola primaria, para o perfeito desenvolvimento da intelligencia da criança — o problema, é de enorme vantagem o apparecimento de livros nas condições do seu.

Parabens ao magisterio que o receberá com applausos e á distincta collega cuja coragem foi recompensada pelo exito brilhante de tão ardua tarefa.

Saudações da

Coll.ª amig.ª e adm.ra

(assig.ª) *Zelia Jacy de Oliveira Braune*

Numeros inteiros

1

Numa familia o irmão mais velho tem 36 annos e os tres menores têm respectivamente 6, 8 e 12 annos. No fim de quanto tempo terá o mais velho a somma da edade dos outros tres?

Solução raciocinada: 6 + 8 + 12 ou 26 annos representam a somma das edades dos tres irmãos mais novos. A differença entre a edade do mais velho e a somma das edades dos tres mais novos é egual a 36 — 26 = 10 annos.

A differença existente a favor das sommas das edades de um anno para outro é de 2 annos, porque, emquanto a edade do mais velho cresce de um anno, a somma das edades dos outros tres cresce de 3 annos, pois são tres as parcellas ou as edades que augmentam uma vez em cada anno; dahi a differença favoravel á somma das edades dos mais novos de 3 — 1 = 2 annos. Portanto só 5 annos depois o mais velho tem 36 + 5 ou 41 annos; e os outros tres têm respectivamente: o primeiro 12 + 5 = 17 annos; o segundo 8 + 5 = 13 e o terceiro 6 + 5 = 11 annos.

Verificaçao: 17 + 13 + 11 = 41.

2

Quaes as edades de tres pessoas, sabendo-se que as duas primeiras contam juntas 36 annos; a primeira e a terceira 34 annos e a segunda e a terceira 18 annos?

Solução raciocinada: 36 + 34 + 28 ou 98 annos representam o dobro da somma das edades dessas tres pessoas, porque a edade de cada uma apparece duas vezes nas parcellas cuja somma é egual a 98, sendo a metade deste numero egual a 49, numero que representa a somma das tres edades consideradas. Subtrahindo-se desse numero a somma das edades da primeira e da segunda ou 36 annos, encontramos a edade da terceira, ou 49 — 36 = 13 annos. Da mesma maneira determinamos a edade da primeira e da segunda, ou 49 — 34 = 15 annos, (edade da segunda) e 49 — 28 = 21 annos (edade da primeira).

Verificação : 21 + 15 + 13 = 49 annos.

3

Uma senhora dispunha de 6:800$000; empregou 3:800$000 na compra de um terreno e com 150$000 adquiriu um vestido para passeio. Com o resto comprou duas apolices por 1:400$000 cada uma, distribuindo o restante com os pobres. Qual a parte destinada aos pobres?

Solução raciocinada: Se o terreno custou 3:800$000 e o vestido 150$000, dos 6:800$000 a senhora gastou 3:800$000 + 150$000 = = 3:950$000, restando-lhe uma importancia egual a 6:800$000 — — 3:950$000 = 2:850$000. Se com este resto comprou duas apolices por 1:400$000 cada uma, o valor das duas eleva-se a 1:400$000 + + 1:400$000 = 2:800$000.

A parte restante, depois desta ultima despesa, era egual a 2:850$000 — 2:800$000 = 50$000, que representavam a parte destinada aos pobres.

Verificação : 3:800$000 + 2:800$000 + 150$000 + 50$000 = = 6:800$000.

4

Por quanto se devem vender quatro peças de morim que custaram juntas 42$000, para se lucrar 5$000?

Solução raciocinada: Se as 4 peças custaram em conjuncto 42$000 desejando-se lucrar 5$000, todas ellas juntas deviam ser

vendidas por 42$000 + 5$000 = 47$000 e cada peça separadamente deveria custar 47$000 ÷ 4 = 11$750.

5

Vendi 5 grosas de botões de crochet por 150$000. Tendo comprado a duzia a 2$000, quanto ganhei?

Solução raciocinada: Uma grosa tem 12 duzias, portanto em 5 grosas ha 12 × 5 = 60 duzias. Comprando 60 duzias a 2$000 a duzia gastei 2$000 × 60 = 120$000; vendendo-as por 150$000 ganhei 150$000 — 120$000 = 30$000.

6

Um negociante deseja trocar 45 kilos de café por 8 kilos de chá. Valendo o café 1$800 o kilo, quanto deve desembolsar custando o kilo de chá 12$000?

Solução raciocinada: 45 kilos de café a 1$800 o kilo importaram em 1$800 × 45 = 81$000; 8 kilos de chá a 12$000 cada um importaram em 12$000 × 8 = 96$000. O negociante devia, pois, ter desembolsado 96$000 — 81$000 = 15$000.

7

Um particular possuia uma grande criação de gallinhas de raça que adquirira em leilão por 500$000. Com o sustento destas aves dispendia diariamente 10 kilogrammas de milho do valor de 240 réis o kilogramma e 2$000 com outras substancias. Passados 6 mezes vendeu-as por 340$000, havendo até essa épocha colhido 460 duzias de ovos que vendeu a 8$000 cada uma.

Lucrou ou perdeu?

Solução raciocinada: Custando o milho 240 réis o kilo, 10 kilogrammas custam dez vezes mais ou 2$400; reunindo a esta importancia os 2$600 das outras despesas obtem-se uma despesa total egual a 2$400 + 2$600 = 5$000 diarios. Em 6 mezes ha 30×6 = =180 dias; nesse numero de dias a despesa eleva-se a 5$000×180 = = 900$000. As 450 duzias de ovos vendidas a 8$000 cada uma, produzem um lucro egual a 8$000×450 = 3:600$000. Dispendendo com a alimentação 900$000, o lucro liquido obtido com a venda dos ovos foi de 3:600$000 — 900$000 = 2:700$000; subtrahindo-se desta importancia o preço pelo qual foram compradas as gallinhas, deduz-se o lucro real conseguido por esta pessôa, ou 2:700$000 — —500$000 = 2:200$000. Reunindo-se, porém, a esta ultima quantia a importancia pela qual vendeu as gallinhas, deduzimos que o lucro total foi de 2:200$000 + 340$000 = 2:540$000.

8

Uma pessoa tirou numa loteria 3:600$000. Reunindo a esta quantia 400$000 de uma vez e 250$000 de outra vez, pergunta-se com quanto ficou, tendo mais tarde retirado a quinta parte deste todo?

Solução raciocinada: 2:600$000 + 400$000 + 250$000 ou..... 3:250$000 é a somma da quantia accumulada por essa pessoa. A quinta parte dessa importancia ou 3:250$000 ÷ 5 ou ainda 650$000 representam a quantia retirada dos 3:250$000 ficando uma parte egual a 3:250$000 — 650$000 = 2:600$000.

9

Uma peça de velludo custou 240$000. A pessoa que a comprou dividiu-a em tres partes eguaes revendendo a primeira parte por 85$000; a segunda por 90$000 e a terceira por 95$000. Qual o lucro obtido e o numero de metros da peça, tendo cada metro custado 8$000 ao primeiro comprador?

Solução raciocinada: A pessôa que comprou a peça de velludo deveria ter obtido um lucro egual a (85$000+90$000+95$000)—240$000 ou de 270$000—240$000=30$000

Se a pessôa que comprou a peça para revender pagou o metro de velludo á razão de 8$000, tendo a peça inteira custado 240$000, segue-se que havia na peça 240$000 ÷ 8$000 = 30 metros.

Tendo cada metro custado 8$000, deduz-se que foi revendido por 8$000 + 1$000 = 9$000.

Verificação: 270$000 ÷ 30$000 = 9$000

9$000 — 1$000 = 8$000

8$000 × 30 = 240$000

240$000 + 30$000 = 270$000

10

Uma senhora fez 5 duzias de saias por mez, para uma casa commercial. Para a confecção de cada saia empregam-se 3m,20 de morim de 1$200 o metro; 8 metros de bordados a 700 réis o metro e a costureira recebe pelo feitio de cada saia 2$500. A quanto deve a casa vender a duzia para lucrar em cada duzia 30$000?

Solução raciocinada: Em 5 duzias de saias ha 12 × 5 = 60 saias.

Preço do morim para uma saia:

1$200 × 3,20 = 3$840.

Para 5 duzias ou 60 saias:

3$840 × 60 = 230$400.

Preço do bordado para uma saia:

700 × 8 = 5$600.

Para as 60: 5$600 × 60 = 33$000.

Feitio das 60 saias:

2$500 × 60 = 150$000.

Despesa total para a confecção das 60 saias:

$$230\$400 + 336\$000 + 150\$000 = 716\$400.$$

Lucro em 5 duzias:

$$30\$000 \times 5 = 150\$000.$$

Preço por que devem ser vendidas as 5 duzias:

$$716\$400 + 150\$000 = 866\$400.$$

Preço de uma duzia:

$$866\$480 \div 5 = 173\$280.$$

11

Dois individuos que se acham em lugares differentes, afastados 325 leguas, põem-se a caminho para se encontrar numa aldeia situada entre as duas localidades.

O primeiro faz 3 leguas por dia mais que o segundo, e os dois se encontram no fim de 25 dias. Quantas leguas percorre cada um?

Solução raciocinada: Se o 1º em um dia anda mais tres leguas que o 2º, no fim de 25 dias percorre mais que o outro

$$3 \times 25 = 75 \text{ leguas.}$$

Sendo de 325 leguas a distancia a vencer, e levando o 1º sobre o 2º, 75 leguas de avanço, os dois juntos têm ainda a fazer

$$325 - 75 = 250 \text{ leguas.}$$

Destas 250 leguas, o 2º percorre a metade ou 125 leguas e o 1º um numero egual mais 75 leguas; portanto caminha

$$(250 \div 2) + 75 = 125 + 75 = 200 \text{ leguas.}$$

12

Um negociante comprou 490 metros de linho por 5:640$000. Ao receber o panno verificou, porém, que a fazenda não era a mesma que havia encommendado e que

havia pago a maior 1$500 em cada metro. Quanto deveria pagar?

Solução raciocinada: Differença em metro: 1$500.

Em 490 metros:

$$1\$500 \times 490 = 735\$000$$

Deveria pagar:

$$5:640\$000 - 735\$000 = 4:905\$000.$$

13

Uma alumna do curso complementar alcançou em um mez 150 pontos; no mez seguinte mais 12 pontos; no 3º mez 180 e nos outros tres mezes seguintes duas vezes mais pontos do que os obtidos respectivamente em cada mez do 1º semestre.

Qual a sua média no fim do 2º semestre?

Solução raciocinada: Primeiro trimestre:

1º mez	150	pontos
2º »	150 + 12 = 162	»
3º »	180	»
Total dos pontos..	492	

2º trimestre;

1º mez	150 × 2 = 300	pontos
2º »	162 × 2 = 324	»
3º »	180 × 2 = 360	»
Total dos pontos..	984	

Total de pontos no fim de um semestre ou periodo de 6 mezes:

$$492 + 984 = 1476 \text{ pontos}$$

Média:

$$1476 \div 6 = 246 \text{ pontos}$$

14

Estabelecer a differença entre a nona parte de 145287 e a quarta parte de 18648. Achar o quociente da divisão desse numero pela terça parte de 417.

Solução raciocinada: Nona parte de 145287:

$$145287 \div 9 = 16143$$

Quarta parte de 18648:

$$18648 \div 4 = 4662$$

Differença entre os numeros achados:

$$16143 - 4662 = 11481$$

Terça parte de 417:

$$417 \div 3 = 139$$

Quociente que se deseja conhecer:

$$11481 \div 139 = 82 \frac{83}{138}$$

15

Compraram-se por 240\$000 vinte metros de fustão e doze metros de linho.

Calcular o preço do metro de cada fazenda, sabendo-se que o metro de linho custa mais 8\$000 que o metro de fustão.

Solução raciocinada: Se um metro de linho custasse tanto quanto 1 metro de fustão, a despesa total seria de

$$8\$000 \times 12 = 96\$000.$$

Donde

$$240\$000 - 96\$000 = 144\$000.$$

representariam o preço de 12 m. de linho mais 20 m. de fustão ou de $12^m + 20^m = 32$ metros de fustão.

Dahi se conclue que o preço de 1 m. de fustão seria de

$$144\$000 \div 32 = 4\$500.$$

e o preço de um metro de linho de

$$4\$500 + 8\$000 = 12\$500$$

16

Cinco operarios terminaram um serviço em 20 dias e receberam 382\$000. Um dos operarios faltou 5 dias e outro 2; o mestre das obras retirava 500 réis diarios, que representavam a sua gratificação. Quanto tocou a cada um?

Solução raciocinada: O operario que dirigiu o trabalho ou o mestre das obras, retirando 500 réis diariamente, em 20 dias teria retirado

$$500 \times 20 = 10\$000$$

Portanto ficavam para repartir

$$382\$000 - 10\$000 = 372\$000$$

Tres operarios trabalhando ininterruptamente, isto é, sem faltas, receberiam juntos um numero de diarias egual a

$$20 \text{ d.} \times 3 = 60\$000 \text{ diarias.}$$

Havendo um trabalhador faltado 5 dias, trabalhou

$$20 \text{ d.} - 5 \text{ d.} = 15 \text{ dias}$$

e o outro tendo faltado 2 dias, trabalhou

$$20 \text{ d.} - 2 \text{ d.} = 18 \text{ d.}$$

Assim pois, os 5 operarios trabalharam

$$60 \text{ d.} + 15 \text{ d.} + 18 \text{ d.} = 93 \text{ d.}$$

O salario diario de cada um correspondia a

$$372\$000 \div 93 = 4\$000.$$

Por conseguinte o 1º operario recebeu

$$(4\$000 \times 20) + 10\$000 = 90\$000.$$

Os dois outros que não tiveram faltas :

4$000 × 20 = 80$000 cada um ;

o que faltou 5 dias

4$000 × 15 = 60$000

e o que apresentou 2 faltas

4$000 × 18 = 72$000.

Verificação :

90$000 + 80$000 + 80$000 + 60$000 + 72$000 = 382$000.

17

A differença entre dois numeros é 42. Augmentando-se 8 unidades a cada um, o maior torna-se o quadruplo do menor.

Quaes são os numeros ?

Solução raciocinada : Se os dois numeros fossem augmentados de 8 unidades, a differença não seria mais egual a 42 e, tornando-se o maior o quadruplo do menor, sua differença seria egual ao triplo do menor ; portanto, 42 seria o triplo do menor e este numero corresponderia a

42 ÷ 3 = 14

O numero maior seria 4 vezes este numero ou

4 × 14 = 56.

Os numeros procurados seriam :

menor :

14 — 8 = 6

maior :

56 — 8 = 48

Verificação :

48 — 6 = 42.

18

A divisão de dois numeros é egual a 48 para quociente e 59 para resto. Reunindo-se ao dividendo o numero 262 e conservando o mesmo divisor, o novo quociente será 51 e não haverá resto. Quaes o dividendo e o divisor primitivos ?

(*Lemoine*)

Solução raciocinada : Ora, o dividendo é egual ao divisor multiplicado por 48 mais 59 ; este dividendo augmentado de 262 torna-se egual a 51 vezes o divisor, donde 51 vezes o divisor equivale ao divisor ou a d × 48 + 59 + 62 ou a 48 vezes o divisor mais 59, mais 262 ou ainda d × 48 + 321.

51 vezes o divisor corresponde a d × 48 + 321, ou a.... d × 3 = 321.

Portanto o divisor é egual a 321 ÷ 3 = 107 ; e o dividendo é egual a 107 × 48 + 59 = 5195.

19

Duas cidades distam uma da outra 1480 kilometros. Na 1ª o assucar custa 100$000 os 100 kilogrammas e na 2ª 106$000. O transporte por 1000 kg. e por 1000 metros importa em 80 réis ; pergunta-se a que distancia da 1ª cidade, entre os dois logares convencionados, o assucar terá egual valor ?

(*Lemoine*)

Solução raciocinada : A differença dos preços da compra devem ser compensados pela differença dos preços de transporte. Para 100 kg. de assucar a differença da compra é de

(106$000 × 1000) ÷ 100 = 1:060$000

menos

(100$000 × 1000) ÷ 100 = 1:000$000

ou a differença é de

1:060$000 — 1:000$000 = 60$000

Se o preço de transporte por 1000 kg., e por 1000 metros é de 80 réis, conclue-se que o assucar na 1ª cidade deve ser transportado a uma distancia de

$$1000^{m} = 1^{km} \text{ ou } \frac{1^{km} \times 60000}{80} = 757^{km}.$$

Portanto será indifferente vender o assucar a uma distancia da 1ª cidade de

$$750^{km} + \frac{1480 - 750}{2} \text{ ou } \frac{1480 + 750}{2} = 115 \text{ kilometros}$$

ou a uma distancia da 2ª cidade de

$$\frac{1480 - 750}{2} = 365 \text{ kilometros.}$$

20

Uma quitandeira calculou que, se vendesse os figos que levava numa cesta a 200 réis cada um, poderia comprar um vestido e ainda lhe sobrariam 2$400. Tendo-os porém, vendido a 160 réis cada um, precisou juntar mais 4$000 para poder realisar o seu proposito.

Quantos figos levava ella e qual o preço do vestido?

Solução raciocinada: A venda dos figos produziu

4$000 + 2$400 = 6$400

a menos do que a quitandeira esperava.

A differença de preço em cada figo foi:

$200^{rs} - 160^{rs} = 40^{rs}$

Portanto ella vendeu:

1 figo (6$400 ÷ 40^{rs}) = 160 figos.

Valor do vestido:

(200^{rs} × 160) — 2$400 = 32$000 — 2$400 = 29$600.

21

Um fazendeiro calculou que, se vendesse certa quantidade de café de 8$000 a arroba, poderia comprar um terreno avaliado em 120$000 o areo e ainda poderia guardar 50$000.

Vendendo a arroba á razão de 6$000 cada uma verificou que lhe faltavam 100$000.

Qual o valor do terreno? Quantas arrobas de café foram vendidas?

Nota — uma arroba tem 15 kilos.

Solução raciocinada: Vendendo o café a 6$000 a arroba, o fazendeiro tem um lucro menor do que se o vender a 8$000 ou

100$000 + 50$000 = 150$000

Em cada arroba a differença de preço é de

8$000 — 6$000 — 2$000.

Havia para vender 150$000 ÷ 2$000 = 75 arrobas.

Valor do terreno:

8$000 × 75 = 600$000.

Custando o areo 120$000, a superficie do terreno equivale a

1 areo (600$000 ÷ 120$000) = 5 areos.

22

Um terreno com 180 metros quadrados de superficie foi vendido por 2:160$000.

Qual o lucro sabendo-se que havia sido comprado primitivamente á razão de 8$000 o metro quadrado?

Solução raciocinada: Tendo o metro quadrado desse terreno custado primitivamente 8$000, sendo a superficie a considerar de 180 metros quadrados, deduz-se que o valor primitivo do terreno era de 8$000 × 180 = 1:440$000.

O lucro elevou-se a 2:160$000 — 1:440$000 = 720$000.

Verificação

2:160$000 ÷ 180 = 12$000

12$000 — 8$000 = 4$000

4$000 × 180 = 720$000

1:440$000 + 720$000 = 2:160$000.

23

Um empreiteiro foi contratado para dirigir uma obra com prazo determinado, devendo receber 20$000 diarios e pagar 5$000 por dia de atraso.

O trabalho durou 90 dias e o empreiteiro recebeu 1:740$000. Quantos dias houve de atraso? Em quantos dias deveria o trabalho estar terminado?

Solução raciocinada: Em 90 dias, a 20$000 diarios, o empreiteiro deveria receber:

20$000 × 90 = 1:800$000

Tendo recebido 1:740$000, soffreu um desconto de

1:800$000 — 1:740$000 = 60$000

Pagando 5$000 por dia de atrazo e tendo sido descontado em 60$000, segue-se que houve um atrazo de

60$000 ÷ 5$000 = 12 dias.

Quer isso dizer que o trabalho deveria ficar prompto em

$90^d - 12^d = 78$ dias.

24

Um criador possuia um rebanho. Vendendo cada carneiro a 40$000 poderia saldar uma divida e ainda lhe restariam 180$000.

Havendo porém, vendido cada carneiro a 35$000, teve de juntar 1:500$000 para effectuar o pagamento da divida.

Quantos carneiros possuia elle e qual a importancia da divida?

Solução raciocinada: O producto da 1ª venda excedia o da 2ª de

1:500$000 + 180$000 = 1:680$000

O excesso do preço de venda de um carneiro foi de

40$000 — 35$000 = 5$000

O rebanho compunha-se de

1 carneiro (1:680$000 ÷ 5$000) = 336 carneiros.

A divida importava em

(40$000 × 336) — 180$000 = 13:260$000.

25

Um livreiro encommendou certo numero de lousas a 1$000 cada uma. Em viagem partiram-se 150. Para ganhar 140$000 elle deve vender as que restam a 2$000 cada uma.

Qual o numero de lousas encommendadas e o preço da compra?

Solução raciocinada: Em 150 lousas partidas o prejuizo foi de

1$000 × 150 = 150$000

Lucro sobre a venda de uma lousa:

2$000 — 1$000 = 1$000

Numero de lousas a vender:

1 lousa (140$000 ÷ 2$000) = 70 lousas.

Numero de lousas adquiridas:

70 + 150 = 220

Preço da compra:

1$000 × 22 = 220$000.

26

Um fabricante de vinhos deseja comprar um terreno com o producto do vinho que vende.

Vendendo o vinho a 140$000 o barril, elle póde comprar um campo e ainda lhe restam 300$000. Se, porém, vender o barril a 120$000, precisará reunir 60$000 para o pagamento do terreno.

Qual o valor do terreno e o numero de barris?

Solução raciocinada: A differença entre o preço dos barris de 140$000 e dos barris de 120$000 equivale a:

300$000 + 60$000 = 360$000.

Em 1 barril esta differença é de

140$000 — 120$000 = 20$000.

O numero de barris é de 1 barril (360$000 ÷ 20$000) = 18 barris. O valor do campo é de (140$000 × 18)—300$000=220$000.

27

Um usineiro fornece annualmente a um negociante 540 saccas de assucar, de 60 kilos cada uma.

Por que preço deve o negociante vender cada kilo sabendo-se que paga por esse fornecimento 25:925$000; qual o lucro liquido do usineiro, descontando-se o transporte á razão de 25 réis o kilo?

Solução raciocinada: 60 × 540 = 32.400 kg.

Transporte:

25rs × 32400 = 810$000

Lucro do usineiro:

25:920$000 — 810$000 = 25:110$000

Preço de 1 kg. de assucar, sem lucro:

25:920$000 ÷ 32400 = $800

Com um lucro de 200 réis:

800 + 200 = 1$000

28

Um alfaiate vendeu 12 metros de uma peça de brim de 72 metros de comprimento, por 36$000. A quanto deverá vender o resto da peça tendo adquirido cada metro por 2$500 e desejando obter um lucro, em metro, duas vezes maior do que o realisado com o 1.º negocio?

Solução raciocinada:

Preço de 12 metros. . . . . 36$000
» 1 metro . . . . 36$000 ÷ 12 = 3$000.

Lucro realisado com a venda de 1 metro:

3$000 — 2$500 = 500 réis

Preço pelo qual deve vender cada metro para lucrar duas vezes mais:

2$500 + (500 × 2) = 2$500 + 1$000 = 3$500.

Valor total da peça:

2$500 × 72 = 180$000

Preço de venda:

3$000 × 12 = 36$000
3$500 × 60 = 210$000

Lucro:

(210$000 + 36$000) — 180$000 = 66$000

29

Uma familia consome 119 metros cubicos de gaz por mez. Recebe, findo esse prazo, uma conta na importancia de 37$573. Pergunta-se: 1.º quantos metros cubicos de gaz são consumidos por dia; 2º qual o preço de um metro cubico; 3º qual a despesa liquida a fazer, sabendo-se que a Companhia concede ao consumidor um abatimento especial de 3$750 sobre a conta e um outro de 6$760 se a saldar dentro de 15 dias.

Solução raciocinada: Preço de 1^{m3} de gaz;

37$573 ÷ 119 = 315rs,73

Consumo de gaz em 1 dia:

$119^{m3} \div 30 = 3^{m3},966$

Abatimento concedido ao consumidor:

3$750 + 6$760 = 10$510

Despesa liquida:

37$573 — 10$510 = 27$063

30

Tres operarios trabalham juntos; o 1º ganha em 10 horas de trabalho, 4$600; o 2º em 5 horas, duas vezes menos e o 3º em 12 horas mais 2$000 que o 1º.

Que quantia vencerão em uma hora? Devendo cada um entrar com a quarta parte de seu salario diario para a despesa do dia, pergunta-se qual a contribuição diaria e mensal de cada operario e quanto reservam por mez e por anno para outras despesas.

Solução raciocinada: Se o 2º operario ganha duas vezes menos que o 1º o qual recebe 4$600, segue-se que o salario do 2º é de:

4$600 ÷ 2 = 2$300

Se o 3º ganha mais 2$000 que o 1º recebe

4$600 + 2$000 = 6$600

Em uma hora o 1º ganhará 10 vezes menos do que em 10 horas de trabalho ou

4$600 ÷ 10 = 460 réis

O 2º que trabalha exactamente a metade do tempo do 1º e

recebe igualmente a metade do seu salario ou 2$300, em uma hora vencerá os mesmos 460 réis, o que se verifica dividindo-se os 2$300 por 5 horas, ou

2$300 ÷ 5 = 460 réis

O 3º em uma hora receberá

6$600 ÷ 12 (numero de horas de trabalho) = 550 réis.

Entrando cada operario com a 4ª parte de seu salario diario para as despesas, segue-se que as contribuições são respectivamente de: 1º operario:

Contribuição diaria: 4$600 ÷ 4 = 1$150
» mensal: 1$150 × 30 = 34$500

2º operario:

Contribuição diaria: 2$300 ÷ 4 × 575 réis
» mensal: 575 rs. × 30 = 17$250

3º operario:

Contribuição diaria: 6$600 ÷ 4 = 1$650
» mensal: 1$650 × 30 = 49$500

Contribuição total; diaria e mensal:

1º 1$150 + 575 + 1$650 = 3$375
2º 34$500 + 17$250 + 49$500 = 101$250

Importancia dispendida pelo 1º operario em despesas diversas; por dia e por anno:

1º operario:

Em 1 dia: 4$600 — 1$150 = 3$450

Em 30 dias:

3$450 × 30 = 103$500

Em um anno ou 12 mezes:

103$500 × 12 = 1:242$000

2º operario:
Em 1 dia: 2$300 — 575 = 1$725
Em 1 anno: 1$725 × 360 = 621$000
3º operario:
Em 1 diá:

6$600 — 1$650 = 4$950

Em 1 anno:

4$950 × 360 = 1:782$000

31

Uma costureira comprou 4 peças de renda por 24$000; 8 peças de entremeio e 10 peças de fita estreita.

Uma peça de renda custa mais 2$000 que uma peça de entremeio e 8 peças de fita custam tanto quanto 4 peças de entremeio.

Qual o preço de cada qualidade e a despesa total?

Solução raciocinada: Sendo 24$000 o preço de 4 peças de renda, uma só peça custa 24$000 ÷ 4 = 6$000.

Se uma peça de renda vale mais 2$000 que uma peça de entremeio, segue-se que o preço de uma peça de entremeio é de

6$000 — 2$000 = 4$000

Ora, custando uma peça de entremeio 4$000, 4 peças custam 4$000 × 4 = 16$000. Se 4 peças de entremeio valem tanto quanto 8 peças de fita, o preço de uma peça de fita é de 16$000 ÷ 8 = 2$000.

A despesa da costureira eleva-se pois, a

24$000 + (4$000 × 8) + (2$000 × 10) = 24$000 + 32$000 + 20$000 = = 76$000.

32

Uma pessoa, querendo corrigir um mentiroso, combinou que lhe daria 5$000 todas as vezes que falasse a verdade; e que lhe infligiria 2$000 de multa todas as vezes que o pilhasse em falta. Feita esta combinação, encontraram-se 21 vezes, no fim das quaes o mentiroso havia recebido 70$000. Quantas vezes foi premiado por falar a verdade?

Solução raciocinada: Se o mentiroso tivesse sido premiado todas as vezes que se encontraram, receberia 5$000 × 21 = 105$000; portanto 105$000 — 70$000 = 35$000 a maior do que effecivamente recebeu.

Todas as vezes que elle mentiu perdeu 5$000 + 2$000 = 7$000;

donde se deduz que só deixou de dizer a verdade $\frac{35\$000}{7\$000} = 5$ vezes, e foi premiado 21 — 5 = 16 vezes.

Verificação:	105$000 ÷ 21 = 5$000
Pagou:	2$000 × 5 = 10$000
Recebeu:	5$000 × 16 = 80$000

Descontando-se os 10$000 que foi obrigado a pagar vem:

80$000 — 10$000 = 70$000

33

Um negociante comprou duas especies de manteiga, valendo a primeira 4$000 o kilogramma e a segunda 8$000. Cedeu a um varejista uma caixa de 100 kilogrammas e recebeu em pagamento 520$000. Quantos kilogrammas de manteiga de cada qualidade havia na caixa?

Solução raciocinada: Se toda a manteiga valesse 4$000 o kilogramma, os 100 kgs. valeriam 400$000.

Recebendo em pagamento pelos 100 kgs. 520$000, segue-se que havia uma quantidade de manteiga de 8$000 o kilogramma, no valor de 520$000 — 400$000 = 120$000. Valendo a manteiga de 8$000 mais 4$000 que a outra, ou o dobro, deduz-se que havia 120$000 ÷ 4$000 = 30 kgs. de manteiga de 8$000 e 100 kgs. — 30 kgs = = 70 kgs. de manteiga de 4$000 o kilogramma.

Verificação:

4$000 × 70 = 280$000

8$000 × 30 = 240$000

280$000 + 240$000 = 520$000

34

Uma costureira recebeu 480$000 para fazer 140 colletes de homem e de menino.

Sabendo-se que cada collete de homem lhe foi pago a

4$200 e de menino a 1$200, quantos colletes havia de cada especie?

Solução raciocinada: Considerando 140 colletes para menino, a costureira devia receber 1$200 × 140 = 168$000; portanto pelos colletes de homem deveria receber uma importancia egual a 480$000 — 168$000 = 312$000.

Mas como cada collete de homem foi pago a 4$200 e de menino a 1$200, em cada collete de homem recebeu 4$200 — — 1$200 = 3$000 a maior.

Havia pois, 312$000 ÷ 3$000 = 104 colletes de homem e 140 — — 104 = 36 colletes de menino.

Verificação:

4$200 × 104 = 436$800

1$200 × 36 = 43$200

436$800 + 43$200 = 480$000

35

Um pedreiro foi encarregado de um trabalho que deveria apromptar-se dentro de 80 dias, devendo receber 4$250 por dia de trabalho e perder 1$200 todas as vezes que faltasse sem motivo justificado.

Tendo recebido em pagamento do seu serviço a importancia de 258$250, quantos dias trabalhou?

Solução raciocinada: Se trabalhasse todos os 80 dias receberia 4$250 × 80 = 340$000. Teve portanto um prejuizo de ...... 340$000 — 258$250 = 81$750.

No dia em que faltasse teria um prejuizo egual a 4$250 + + 1$200 = 5$450.

Faltou durante 81$750 ÷ 5$450 = 15 dias; e compareceu ao serviço 80ᵈ — 15ᵈ = 65 dias.

36

Um agricultor tomou dois empregados e lhes pagou parte em dinheiro e parte com o producto de suas colheitas.

O 1.º trabalhou 54 dias e o 2.º 90 dias e receberam o 1.º 100$000 e 4 hectolitros de trigo e o 2.º 195$000 e 6 hectolitros do mesmo cereal.

Qual o preço do trigo e o valor da diaria, sabendo-se que ambos receberam diarias eguaes?

Solução raciocinada: 54 dias menos o valor de 4 hectolitros de trigo, valem 100$000; da mesma forma 90 dias menos o valor de 6 hectolitros de trigo valem 195$000.

162 diarias, menos o preço de 12 hectolitros, valem 100$000 × × 3 = 300$000.

180 diarias menos o preço de 12 hectolitros valem 195$000 × × 2 = 390$000.

Portanto 18 diarias valem 390$000—300$000=90$000; uma diaria vale 5$000 e 1 hectolitro de trigo vale 5$000 × 54 = 270$000 — — 100$000 = 170$000.

170$000 ÷ 4 = 42$500

Verificação:

5$000 × 54 = 270$000

42$500 × 4 = 170$000

270$000 — 170$000 = 100$000

5$000 × 90 = 450$000

450$000 — 195$000 = 255$000

255$000 ÷ 6 = 42$500

37

Um varejista comprou arroz a 50$000 o hectolitro; farinha a 35$000 e feijão a 20$000. Gastou ao todo 3:190$000. A despesa com a compra da farinha excedeu á do arroz de 50$000 e com a do feijão excedeu á da farinha de 90$000 Quantos hectolitros foram comprados de cada especie ?

Solução raciocinada : O preço do feijão excedeu ao do arroz de 50$000 + 90$000 = 140$000. O preço da farinha excedeu ao do arroz de 50$000 e o preço do arroz elevou-se pois a [3:190$000— — (140$000 + 50$000)] ÷ 3 = (3:190$000—190$000) ÷ 3 = 3:000$000 ÷ ÷ 3 = 1:000$000.

A despesa com a farinha foi de 1:000$000 + 50$000 = = 1:050$000 ; com o feijão de 1:050$000 + 90$000 = 1:140$000 ; donde se conclue que foram comprados de arroz 1:000$000 ÷ 50$000 = 20 hectolitros ; de farinha : 1:050$000 ÷ 35$000 = 30 hectolitros e de feijão : 1:040$000 ÷ 20$000 = 57 hectolitros.

Verificação :

50$000 × 20 = 1:000$000

35$000 × 30 = 1:050$000

20$000 × 57 = 1:040$050

1:000$000 + 1:050$000 + 1:140$000 = 3:190$000

38

Uma senhora rifou uma propriedade do valor de 18:000$000. Vendendo cada bilhete à 2$000 perderia tanto quanto lucraria se os vendesse a 4$000.

Qual o numero de bilhetes e o preço fixado ?

(*Lemoine*)

Solução raciocinada : Vendendo os bilhetes a 6$000 ou a.... 2$000 + 4$000, retiraria o dobro do valor da propriedade ou

6$000 × 6$000 = 36:000$000

Ora, 1 bilhete (36:000$000 ÷ 6$000) = 6·000 bilhetes.
Valor de cada bilhete :

18:000$000 ÷ 6$000 = 3$000

39

Uma senhora rifou um casal de aves ; a 500 réis o bilhete perderia 2$000 e a 1$000 o bilhete lucraria 8$000. A quanto deveria vender o bilhete para ganhar 30$000 ? Qual o numero de bilhetes e o valor das aves ?

Solução raciocinada: Se vendesse os bilhetes a 2$000, a rifa produziria 2$000 + 8$000 = 10$000 menos que da segunda vez e cada bilhete valeria 1$000—500 reis=500 reis menos. Havia 10$000 ÷ ÷ 500 reis = 20 bilhetes.

O casal de aves valia (500 × 20) + 2$000 = 12$000.

Para ganhar 30$000 devia retirar 12$000 + 30$000 = 42$000; nesses casos devia vender o bilhete a 42$000 ÷ 20 = 2$100.

Verificação : 2$100 × 20 = 42$000.

42$000 — 30$000 = 12$000

500 × 20 = 10$000

1$000 × 20 = 20$000

20$000 — 12$000 = 8$000

40

Para a impressão de um jornal empregam-se linotypos que substituem os typographos. Um linotypista póde fazer o trabalho de 4 typographos. Sabendo-se que o primeiro ganha 11$500 por dia e os ultimos 6$000, em quanto tempo poderá ser pago um linotypo adquirido por 20:000$000 o qual trabalha 5 dias por semana, descontando-se a vigesima parte do seu valor para a conservação necessaria ?

Solução raciocinada importancia a pagar :

20:000$000 + (20:000$000 ÷ 20) = 21:000$000

Se cada typographo recebe 6$000, quatro typographos recebem:

6$000 × 4 = 24$000

Se um linotypista ganha 11$500 por dia, a economia realisada com a mão de obra é de

24$000 — 11$500 = 12$500

Portanto o linotypo será pago no fim de

21:000$000 ÷ 12$500 = 1680 dias ou 4 annos e 8 mezes.

41

Um bonde durante uma viagem de ida produz 24$000. Sabendo-se que o preço de uma passagem é de 400 réis e que, cada vez que descia um passageiro subiam dois, pergunta-se quantos passageiros havia no momento da partida tendo chegado com 42 ao ponto terminal?

(F. G. M.)

Solução raciocinada: 24$000 ÷ 400 = 60 passageiros.
Desceram durante o trajecto:

60 — 42 = 18 passageiros.

Se desceram 18, subiram duas vezes mais passageiros, ou

18 × 2 = 36

Havia no momento da partida:

60 — 36 = 24 pessôas

42

Collocaram 180 figos em duas cestas. Se a primeira contivesse mais 12 figos e a segunda menos 6 figos ambas conteriam o mesmo numero de fructos.

Quantos figos havia em cada cesta?

Solução raciocinada: Se a 1ª tivesse mais 18 figos e a 2ª menos 6, ambas conteriam:

12 — 6 ou 6 figos, isto é,

180 + 6 = 186 figos

e haveria então em cada cesta um numero egual de fructos; ou

186 ÷ 2 = 93 figos

Portanto a 1ª cesta continha:

93 — 12 = 81 figos

e a 2ª

93 + 6 = 99 figos.

Verificação:

81 + 99 = 180 figos.

43

Dividiram uma fortuna de 86:400$000 entre 4 pessôas, de modo que a 1ª recebeu o dobro da 2ª menos 2:000$000; a 2ª tanto quanto a 3ª e a 4ª reunidas, e a 3ª 20:600$000.

Qual a parte das outras pessôas?

Solução raciocinada: Se juntarmos 2:000$000 á parte da 1ª ella ficará com o dobro da parte da 2ª.

Equivalendo a parte da 2ª ás partes da 3ª e da 4ª reunidas, concluimos que as quantias que representam as partes augmentadas de 2:000$000, valem

2 + 1 + 1 = 4 vezes a parte da 2ª pessôa: ou a 2ª receberá:

(86:400$000 + 2:000$000) ÷ 4 = 22:100$000

A 1ª recebeu duas vezes mais, menos 2:000$000, ou

(22:100$000 × 2) — 2:000$000 =

= 44:200$000 — 2:000$000 = 42:200$000

A 4ª finalmente recebeu:

22:100$000 — 20.600$000 = 1:500$000

Verificação:

22:100$000 + 42:200$000 + 20:600$000 + 1:500$000 = 86:400$000

44

Repartiu-se uma somma 2520 francos entre 4 pessôas: a 1ª recebeu o dobro da 2ª menos 1000 francos, a 2ª tanto quanto a 3ª e a 4ª reunidas e a 3ª recebeu 360 francos. Quanto recebeu cada uma das tres outras pessôas?

(*Lemoine*)

Solução raciocinada: Reunindo-se 1000 francos á parte da 1ª pessôa, esta ficará com uma quantia egual ao dobro da parte da 2ª pessoa. Valendo a parte da 2ª tanto quanto a da 3ª e da 4ª reunidas, chega-se á conclusão de que a parte da 2ª é de

$\frac{2520^{frs} + 1000}{4}$ 880 francos; a parte da 1ª é de

$(880^{frs} \times 2) - 1000^{frs} = 760^{frs}$ e finalmente a parte da 4ª pessôa é de $880^{frs} - 360^{frs} = 520$ francos.

Verificação:

$760^{frs} + 880^{frs} + 520^{frs} = 2520$ francos.

Recapitulação

45

Uma pessôa caridosa deu a um pobre 5$000 de esmolas, restando-lhe na carteira 84$000.

Quanto possuia anteriormente?

Resposta: 89$000.

46

Um particular dispunha de 12:400$000 para a acquisição de uma casa. Tendo adquirido uma propriedade, em leilão, por 6:800$000 e dispendido em concertos diversos 2:200$000, qual foi a sua economia?

Resposta: 3:400$000.

47

Um pae tem 50 annos e seu filho 17 annos e 4 mezes. Qual a edade do filho quando correspondia a $\frac{1}{15}$ da edade do pae?

Resposta: 2 annos e 4 mezes (edade do filho).

Nessa occasião o pae teria 35 annos.

48

Existem para o consumo de 10 mezes, 346.000 kilogrammas de viveres numa fortaleza onde se acham 4.050 homens. Dois mezes depois chega um contingente de 850 homens.

Que quantidade de generos deveriam trazer como reforço, para que os viveres existentes durassem o tempo determinado?

Resposta $54463^{kg}\frac{26}{27}$

49

A differença entre dois numeros é 18. Augmentando-se ambos de 4 unidades, o maior torna-se o quadruplo do menor. Quaes são os numeros?

Resposta—Os numeros são: 20 e 2.

50

Cinco pessôas alugaram um automovel entrando com 5$000 para um percurso de 20 kilometros.

Quando já haviam percorrido 8 kilometros, admittiram mais tres companheiros, nas mesmas condições.

Qual a parte de cada uma das cinco primeiras pessôas e a quota das outras tres, separadamente?

Resposta— As cinco primeiras pessôas devem pagar 775 réis cada uma e as outras tres, 375 réis cada uma.

51

Um negociante comprou seda e velludo, num total de 255 metros. Sabendo-se que 3 metros de velludo custam tanto quanto 5 metros de seda e que o negociante comprou duas vezes mais seda que velludo, qual o preço de um metro de cada qualidade?

(Lemoine)

Resposta— Preço do metro de velludo 15$000
» » » » seda 9$000

52

Compraram-se por 90$000, 18 metros de renda e 6 de cassa. Calcular o preço do metro de cada especie de tecido, valendo o metro de cassa 7$000 mais que o metro de renda.

Resposta— Preço da renda: 2$000
» da cassa: 9$000

Divisores communs

Maximo commum divisor e Menor multiplo commum.

53

Plantaram-se arvores ao longo de dois caminhos differentes, de ambos os lados da estrada.

A mesma distancia guardavam entre si as arvores que foram plantadas num e noutro caminho; a 1ª rua tinha 1Km,17288 de extensão e a 2ª 2Km,50866. A que distancia uma das outras foi preciso collocar as arvores, para que a distancia que as separava fosse a maior possivel? Quantas arvores foram plantadas em cada rua?

(Guyon).

Solução raciocinada: A distancia entre duas arvores consecutivas estará comprehendida num mesmo numero inteiro contido em 1Km,17288 e 2Km,50866. Esse numero será, pois, um divisor commum a estes dois numeros. Devendo ser essa distancia a maior possivel, será, pois, egual ao maximo commum divisor a estes dois numeros,

Ora, o M. C. D. entre 117288 cm. e 250866 cm. é 3258 cm. ou 32m,58.

Dividindo-se 117288 e 250866 por 3258, verifica-se que o 1º numero contem este divisor 117288 ÷ 3258 = 36 vezes e o 2º contem este mesmo divisor 250866 ÷ 3258 = 77 vezes.

Ha, pois, marginando ambos os lados da 1ª estrada

$$(1 \text{ arvore} + 36)\ 2 = 74 \text{ arvores}$$

e marginando a 2ª

$$(1 \text{ arvore} + 77)\ 2 = 156 \text{ arvores}.$$

54

Dois volumes possuem, um, 580 paginas e o outro 420; são formados de fasciculos que têm o mesmo numero de paginas, superior a 40.

De quantas paginas se compõe cada fasciculo?

(Phelippe e Dauchy)

Solução raciocinada: O numero de paginas de um fasciculo é um divisor commum a 580 e 420; Portanto um M. C. D. desses numeros.

O M. C. D. entre 580 e 420 é 20. Sendo os factores de 20 inferiores a 40, conclue-se que cada fasciculo tem 20 paginas.

55

Deseja-se ladrilhar dois pateos que medem respectivamente $2^m,40$ por $3^m,84$ e $5^m,28$ por $4^m,56$.

Tendo os ladrilhos para lado, uma extensão comprehendida entre $0^m,15$ e $0^m,25$, pergunta-se, qual esse comprimento?

Solução raciocinada: O comprimento do lado do ladrilho será o divisor commum a $2^m,46$ e $3^m,80$ por $5^m,28$ e $4^m,56$ ou a 240, 380, 580 e 456; portanto será o divisor de seu M, C. D.

O M. C. D. entre esses numeros é 24, ou

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

$$384 = 2^7 \times 3$$

$$528 = 2^4 \times 3 \times 11$$

$$456 = 2^3 \times 3 \times 19$$

M. C. D. $= 2^3 \times 3 = 24$.

Os divisores de 24, são: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24.

Estando o numero 24 comprehendido entre 15 e 25, segue-se que elle representa o lado do ladrilho.

Lado do ladrilho: $0^m,24$.

56

Um terreno rectangular de $42^m,60$ de comprimento e $38^m,25$ de largura, é fechado por uma cerca de arame farpado, havendo intervallos de 3 a 6 metros entre os esteios que servem de supporte á cerca, de tal fórma dispostos que ha um esteio em cada extremidade e ao meio de cada lado.

Pergunta-se: quantos esteios ha ao todo?

Solução raciocinada: A distancia entre dois esteios consecutivos será um divisor commum aos numeros $42^m,60$ e $38^m,25$ ou a 4260 e 3825.

Os divisores de 4260 são: $2^2 \times 3 \times 5 \times 71$ e de 3825 são: $3^2 \times 5^2 = 17$.

O unico divisor commum a estes dois numeros, é, como se vê 3; portanto a distancia entre dois esteios consecutivos será egual a um divisor commum dos numeros.

$$3825 \div 3 = 1275$$

e

$$4260 \div 3 = 1420$$

ou ainda, será um divisor do M. C. D. entre 1275 e 1420, que é 5, ou:

$$1420 = 2^2 \times 5 \times 71$$

$$1275 = 3 \times 5^2 \times 17$$

M. C. D. $= 5$.

Os divisores de 5, são: elle proprio e a unidade, isto é, 1 e 5.

Estando o numero 5 comprehendido entre 3 e 6, segue-se que elle representa a distancia entre dois esteios consecutivos.

Dahi se deprehende que foram necessarios

$$(4260 \times 2) + (3825 \times 2) \div 5 = 3234 \text{ esteios.}$$

57

O M. C. D. de dois numeros é 504. Quaes são esses numeros, sabendo-se que a serie dos quocientes que se obtem procedendo á determinação de seu M. C. D. são 1, 3, 1, 3, 2?

(Royer)

Solução raciocinada: Calcula-se facilmente o dividendo de cada divisão, uma vez conhecidos o divisor, o quociente e o resto.

Assim pois, a partir da direita para a esquerda, encontramos successivamente:

$$504 \times 2 = 1008$$
$$1008 \times 3 + 504 = 3528$$
$$3528 \times 1 + 1008 = 4536$$
$$4536 \times 3 + 3528 = 17136$$
$$17136 \times 1 + 4536 = 21672$$

Os numeros procurados, são pois: 21672 e 17136.

Verificação:

	1	3	1	3	2
21672	17136	4536	3528	1008	504
4536	3528	1008	504	0	

58

O dono de uma fabrica deseja gratificar os operarios que mais trabalharam durante o anno.

Para isto pediu aos mestres de 4 secções que lhe enviassem o nome do maior numero de operarios, já seleccionados.

Trabalhando 280 homens na 1ª secção, 125 na 2ª

190 na 3ª e 80 na 4ª, havendo um numero egual de seleccionados nas quatro secções, quantos operarios deveriam ser gratificados?

Solução raciocinada: Se o numero de operarios seleccionados nas quatro secções é o mesmo, representando o maior numero de homens trabalhadores, o M, C. D. entre esses numeros representa o numero pedido.

O M. C. D. entre os numeros dados ou 280, 190, 125 e 80 é 5: este é o número de operarios que devem receber a gratificação, ou

$$280 = 2^3 \times 5 \times 7$$
$$188 = 2 \times 5 \times 19$$
$$125 = 5^3$$
$$80 = 2^4 \times 5$$
$$M.\ C.\ D. = 5$$

59

Uma marqueza deu a um joalheiro um collar de perolas para concertar, observando-lhe que sabia quantas perolas havia na joia, pois, contando-as de 9 em 9, de 12 em 12 e de 15 em 15, sempre sobravam 3. Quantas eram as perolas?

Solução raciocinada: O numero de perolas do collar, deve ser representado por um numero de perolas multiplo dos tres numeros (9, 12 e 15).

Determinando-se o M. M. C. entre 9, 12 e 15 encontramos 180, ou

$$9 = 3 \times 3$$
$$12 = 2 \times 2 \times 3$$
$$15 = 3 \times 5$$
$$M.\ M.\ C. = 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$$

Reunindo-se a esse numero de perolas as 3 perolas que sobravam, fica determinado o numero de perolas de que se compunha o collar ou

$$180 + 3 = 183 \text{ perolas.}$$

60

Um avicultor vendeu 135 gallinhas. Contando as que lhe restavam duas a duas, seis a seis, doze a doze, vinte e quatro a vinte e quatro, quarento e oito a quarenta e oito, verificou que sempre lhe sobravam quatro gallinhas.

Quantas cabeças possuia primitivamente ?

Solução raciocinada: Chamemos X o numero de gallinhas restantes. Este numero será egual a um multiplo de 2 + 4, de 6 + 4, de 12 + 4, de 24 + 4, de 48 + 4 ou ainda corresponderá ao M. M. C. destes numeros augmentados de 4 unidades.

O M. M. C. de 2, 6, 12, 24 e 48 é egual a 48 ou

$$2^4 \times 3 = 48$$

Portanto o numero de gallinhas restantes, é de 48 + 4 = 52
Havia primitivamente 135 + 52 = 187 cabeças.

61

Um carro percorreu duas praças em viagem de ida e volta.

A circumferencia da primeira praça era de 1732^m,5 e da 2ª de 2831^m,4. Qual a distancia percorrida, sabendo-se que na 1ª praça o carro deu mais 110 voltas do que na 2ª ?

(L. Guyon)

Solução raciocinada: O M. M. C. entre 17325 e 28314 é 4954950.

Quando o carro tivesse vencido 4954950 decimos de millimetros, teria subido cada praça 286 vezes e descido 175 vezes ou:

percurso da 1ª praça :

1 volta (4954950 ÷ 17325) = 286 voltas.

2ª praça :

1 volta (4954950 ÷ 28314) = 175 voltas.

A differença seria, pois, de

$$286 - 175 = 111 \text{ voltas.}$$

Se a differença fosse de uma só volta, o carro teria percorrido

$\frac{4954950}{111}$ decimos de millimetros.

Sendo porém, a differença de 110 voltas deduz-se que o percurso feito foi de :

$$(4954950 \times 110) \div 111 = 4\text{K}^{m}91031.$$

62

Numa typographia trabalham 150 homens, dos quaes se retiram alguns para um serviço extraordinario e outros são dispensados.

Grupando-se os empregados que foram dispensados de 10 em 10, 12 em 12, 15 em 15 e 20 em 20, restam sempre 6 homens ; mas se houvesse 18 homens em cada grupo, não sobraria um só.

Quantos foram os operarios retirados para o serviço extraordinario ?

(Guyon).

Solução raciocinada: O numero de homens que restavam diminuidos de 6 deveria ser um multiplo de 10, 12, 15 e 20, cujo M. M. C é 60.

Portanto o numero de homens, seria um multiplo de 60 accrescido de 6 unidades.

Ora, o numero procurado precisa ser menor que 150 e multiplo de 60 + 6, portanto, só poderá ser 126, que é o primeiro multiplo de 60 inferior a 150 ou (60 × 2) + 6 = 126.

O numero 66 não poderia representar o numero de homens que restavam, pois, 66 não é divisivel por 18, emquanto 126 é divisivel por 9 e 18.

E' evidente que esse é o numero de homens restantes portanto, se eram 150 e foram dispensados 126, trabalharam unicamente 150 — 126 = 24 homens.

63

Dois cyclistas percorrem uma pista circular, partindo do mesmo ponto. O 1º faz a volta em 198 segundos e o 2º em 225. No fim de quanto tempo se encontrarão no ponto de partida e quantas voltas terá dado cada um?

Solução raciocinada: Se o 1º percorre a pista em 198 segundos e o 2º em 225, quando pela 1ª vez se encontrarem no ponto de partida, o 1º já terá dado um certo numero de voltas que representará o menor multiplo commum entre 198 e 225.

Sendo 4950 o M. M. C. entre estes dois numeros conclue-se que, vencidos 4950 segundos terá logar o encontro no ponto de partida, tendo o 1º feito:

$$1^{\circ}\quad 1 \text{ volta} \times \frac{4950}{198} = 25 \text{ voltas.}$$

e

$$\text{o } 2^{\circ}\quad 1 \text{ volta} \times \frac{4950}{225} = 22 \text{ voltas.}$$

64

Um pae legou a dois filhos os seus bens, que deveriam ser repartidos em partes eguaes. O 1º filho que residia em França, recebeu a sua parte em moedas de 20 francos; o 2º que habitava a Inglaterra recebeu um numero exacto de libras sterlinas valendo 25f,20.

A quantia a repartir estando comprehendida entre 10.000 e 12.000 francos, qual o seu valor?

Solução raciocinada: Se a quantia a repartir está comprehendida entre 10.000 e 12.000 francos, cada filho deve receber uma importancia comprehendida entre 10.000 ÷ 2 e 12.000 ÷ 2, ou 5.000 e 6.000 francos, ou ainda 50.000 decimos e 60.000 decimos.

Portanto o numero que representa a quantia a repartir deve ser um multiplo commum a 20 e 25f 20, ou a 200 decimos e 252 decimos.

Ora, o M. M. C. entre 200 e 252 é 12.600, ou

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

$$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$$

$$\text{M. M. C.} = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 12.600.$$

As potencias de 12.600 ou os multiplos de 12.600, são: 25.200, 37.800, 50.400, 63.000, 75.600 e assim por diante.

Observamos, pois, que o numero comprehendido entre 50.000 e 60.000 é 50.400 decimos, que é a 4ª potencia de 12.600 ou 50.400 francos, que representam a somma a repartir.

65

Em uma fabrica ha menos de 300 operarios e mais de 250, podendo contal-os em grupos de 2, 4, 6, 8 e 9.

Quantos operarios ha na fabrica?

(Phelippe e Dauchy)

Solução raciocinada: O numero de operarios é evidentemente um multiplo commum a 2, 4, 6, 8 e 9, ou é um multiplo de seu M. M. C. que é egual a $2^3 \times 3^2 = 72$.

Os multiplos de 72 são:

$72 \times 2 = 144$; $72 \times 3 = 216$; $72 \times 4 = 288$; $72 \times 5 = 360$; $72 \times 6 = 432$ e assim por diante.

O numero comprehendido entre 250 e 300 é 288; este numero representa o numero de operarios existentes na fabrica.

66

Deseja-se fazer um barril tão pequeno quanto possivel; porém, que se possa encher com o conteudo de um numero exacto de garrafas, de capacidades eguaes a: 0l,64; 1l,50; 2l, e 3l,50.

Qual deverá ser a capacidade desse barril? Que quantidade poderá conter de cada especie dessas garrafas?

(F. G. M.)

Solução raciocinada : O barril deverá ter uma capacidade egual ao M. M. C. ás capacidades das garrafas, ou entre os numeros 64, 150, 2 e 350. O M. M. C. entre estes numeros é 336 que representa em litros a capacidade do barril.

Portanto o numero de garrafas de cada especie será egual a

$$\frac{336}{0,64} \text{ ou } 525 \text{ garrafas;}$$

$$\frac{336}{1,5} = 224 \text{ garrafas; } \frac{336}{2} = 168 \text{ garrafas e } \frac{336}{3,50} = 96 \text{ garrafas}$$

Recapitulação

67

Qual o numero que é maior que 500 e menor que 1000 e que é multiplo de 3, 11 e 4?

Resposta : 858. 924

68

Achar um numero que, dividido por 12, 18 e 45, dê sempre para resto, o numero 11.

Resposta : O numero procurado é 191.

69

Achar o menor valor do algodão que seja expresso por um numero inteiro de libras sterlinas, de marcos, de rublos e de francos. A libra sterlina vale 25fr,20, o marco 1fr,25 e o rublo 4 francos.

Resposta : Valor do algodão 1260 francos.

70

Um terreno rectangular deve ser vendido em 3 lotes de 150, 120 e 180 metros quadrados.

A superficie total do terreno é inferior a 20 areos.

Quaes são as dimensões deste terreno, tendo o comprimento o dobro da largura?

(Royer).

Resposta : Largura 30m ; comprimento : 60m.

71

Qual o numero de soldados de um regimento, sabendo-se que, contando-os 4 a 4, 5 a 5, 6 a 6, 9 a 9, sempre sobra 1 ; mas contando-os 41 a 41 não resta nenhum ?

O numero de soldados do regimento deve estar comprehendido entre 4000 e 5000.

(*Royer*)

Resposta : 4141 soldados ha no regimento.

Fracções ordinarias

72

Um viajante faz a pé, o percurso de uma cidade a outra, em 9 dias.

No primeiro dia anda 8 horas e $\frac{1}{4}$; no segundo, 5 horas e $\frac{1}{2}$; no terceiro, tanto quanto no primeiro ; no quarto, tanto quanto no segundo ; no quinto caminha 4 horas e $\frac{6}{7}$; no sexto, 3 horas e $\frac{1}{3}$; no setimo, tanto quanto no quinto e nos dois ultimos dias, respectivamente, tanto quanto no quarto.

Quantas horas dispende nessa viagem ?

Solução raciocinada : 1º dia $8^h \frac{1}{4}$; 2º dia $5^h \frac{1}{2}$; 3º dia $8^h \frac{1}{4}$; 4º dia $5^h \frac{1}{2}$; 5º dia $4^h \frac{6}{7}$; 6º dia $3^h \frac{1}{3}$; 7º dia $4^h \frac{6}{7}$; 8º dia $5^h \frac{1}{2}$; 9º dia $5^h \frac{1}{2}$.

Numero de horas dispendidas :

$$8\frac{1}{4} + 5\frac{1}{2} + 8\frac{1}{4} + 5\frac{1}{2} + 4\frac{6}{7} + 3\frac{1}{3} + 4\frac{6}{7} + 5\frac{1}{2} +$$

$$+ 5\frac{1}{2} + \frac{33}{4} + \frac{11}{2} + \frac{33}{4} + \frac{11}{4} + \frac{34}{7} + \frac{10}{3} + \frac{34}{7} + \frac{11}{2} + \frac{11}{2} = \frac{693}{84} +$$

$$+ \frac{4\ 0}{84} + \frac{693}{84} + \frac{231}{84} + \frac{408}{84} + \frac{280}{84} + \frac{408}{84} + \frac{460}{84} + \frac{4093}{84} =$$

$$= 48\frac{61}{84}.$$

R. = $48^h \frac{61}{84}$.

73

Perguntando-se a uma senhora que idade tinha, respondeu: sommando-se 11 $\frac{4}{9}$, 5 $\frac{1}{2}$, e 6 $\frac{1}{3}$, encontra-se um numero 8 $\frac{13}{18}$ menor do que a edade que tenho.

Quantos annos contava esta senhora?

Solução raciocinada: Sommando-se as fracções dadas encontramos:

$$11\frac{4}{9} + 5\frac{1}{2} + 6\frac{1}{3} = \frac{103}{9} + \frac{11}{2} + \frac{19}{3} = \frac{206}{18} + \frac{99}{18} + \frac{114}{18} =$$

$$= \frac{419}{18} = 23\frac{5}{18}.$$

A 23 $\frac{5}{18}$ reunindo-se 8 $\frac{13}{18}$, encontramos a edade que se procura:

$$23\frac{5}{18} + 8\frac{13}{18} = \frac{419}{18} + \frac{157}{18} = \frac{576}{18} = 32 \text{ annos}.$$

74

Um senhor propoz a seu neto a seguinte questão: vivi na companhia de meus paes 7 annos e $\frac{3}{4}$; estive pensionista num collegio 8 annos e $\frac{1}{2}$; empreguei-me em uma casa commercial onde trabalhei 10 annos e $\frac{5}{3}$; casei-me nessa época, enviuvando 25 annos e $\frac{2}{9}$ depois.

Qual a minha idade se ha 20 annos e $\frac{1}{2}$ que minha mulher é morta?

Solução raciocinada: Edade do velho:

$$7\frac{3}{4} + 8\frac{1}{2} + 10\frac{5}{3} + 25\frac{2}{9} + 20\frac{1}{2} = \frac{31}{4} + \frac{17}{2} + \frac{35}{3} + \frac{227}{9} +$$

$$+ \frac{41}{2} = \frac{279}{36} + \frac{420}{36} + \frac{908}{36} + \frac{738}{36} = \frac{2651}{36} = 73\frac{23}{36}$$ isto é, 73 annos e $\frac{23}{36}$.

75

Uma creança tem a oitava parte da edade de seu pae, que conta 32 annos e $\frac{2}{4}$.

Qual a sua edade?

Solução raciocinada: $32\frac{2}{4} = \frac{130}{4}$.

A oitava parte de $\frac{130}{4}$ corresponde a $\frac{130}{4 \times 8} = \frac{130}{32} = 4\frac{2}{32}$, isto é, 4 annos e $\frac{2}{32}$.

76

Um senhor dispende 12$000 e $\frac{1}{4}$ por dia.

Quanto gasta por semana, por mez e por anno?

Solução raciocinada: $\frac{4}{4}$ = 12$000.

$\frac{1}{4}$ = 12$000 ÷ 4 = 3$000

12$000 + 3$000 = 15$000

15$000 × 7 = 105$000 (despesa por semana)

15$000 × 30 = 450$000 (» » mez)

15$000 × 365 = 5:475$000 (» » anno)

77

Se se juntar a 12 $\frac{2}{5}$ as quantidades 1 $\frac{1}{8}$, 5 $\frac{4}{3}$ e 2 $\frac{1}{2}$, ter-se-á um numero de metros de fazenda menos 3 $\frac{1}{8}$, que um negociante vendeu a um alfaiate.

Quantos metros de panno recebeu o alfaiate ?

Solução raciocinada: $12\frac{2}{5} + 1\frac{1}{8} + 5\frac{4}{3} + 2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{8}$

representam o numero de metros recebidos pelo alfaiate.

Effectuando-se os calculos indicados:

$$\frac{62}{5} + \frac{9}{8} + \frac{19}{3} + \frac{5}{2} - \frac{25}{8} = \frac{1488}{120} + \frac{135}{120} + \frac{760}{120} + \frac{300}{120} - \frac{375}{120} = \frac{2683}{120} - \frac{375}{120} = \frac{2308}{125} = \frac{577}{30} = 19^{m}\frac{7}{30}$$ do metro.

78

O diametro da Terra sobre o equador é de 1723 milhas geographicas e $\frac{7}{10}$ e sobre os pólos $1714\frac{1}{25}$ dessas milhas.

Pergunta-se quanto o diametro da Terra sobre o equador é maior do que sobre os pólos.

Solução raciocinada: $1723\frac{7}{10} = \frac{17237}{10}$

$$1714\frac{1}{25} = \frac{42851}{25}$$

$$\frac{17237}{10} - \frac{42851}{25} = \frac{86185}{50} - \frac{85702}{50} = \frac{483}{50} = 9 \text{ milhas } \frac{33}{50}$$

O 1º diametro é maior do que o 2º, 9 milhas $\frac{33}{50}$.

79

Algumas pessoas possuiam uma certa somma: a 1ª 20$000 e $\frac{1}{4}$; a 2ª 12$000 e $\frac{1}{3}$; a 3ª 35$000 e $\frac{2}{7}$; a 4ª 48$000 e $\frac{3}{6}$ e a 5ª 15$000 e $\frac{1}{2}$. Resolvendo reunir todas as quantias e dividir o total em 5 partes eguaes, qual a parte de cada uma e quanto perdeu ou ganhou na operação?

Solução raciocinada: $\frac{1}{4}$ de 20$000 corresponde á quarta parte desta quantia, ou 5$000; 20$000+5$000 ou 25$000, representam a parte da 1ª pessoa. Da mesma forma a 2ª pessoa possue 16$000, a 3ª 45$000, a 4ª 72$000 e a 5ª 22$500, porque

$\frac{1}{3}$ de 12$000 corresponde a 4$000

12$000+4$000=16$000 (parte da 2ª)

$\frac{2}{7}$ de 35$000=10$000

35$000+10$000=45$000 (parte da 3ª)

$\frac{3}{6}$ de 48$000=24$000

48$000+24$000=72$000 (parte da 4ª)

$\frac{1}{2}$ de 15$000=7$500

15$000+7$500=22$500. (parte da 5ª)

Entrada das 5 pessoas:

25$000+16$000+45$000+72$000+22$500=180$500

Dividindo esta quantia em cinco partes iguaes, cada uma deve receber:

180$500 : 5 = 36$100

Tendo a 1ª entrado com 25$000, lucrou

36$100—25$000=11$100

A 2ª e a 5ª lucraram respectivamente 20$100 e 13$600 e a 3ª e 4ª perderam 8$900 uma e 35$900, outra.

Se a 2ª entrou com 16$000 e recebeu 36$100 lucrou 36$100—16$000=20$100.

Se a 3ª entrou com 45$000 e recebeu 36$100, perdeu 45$000—36$100=8$900.

Se a 4ª entrou com 72$000 e recebeu 36$100, perdeu 72$000—36$100=35$900.

Se a 5ª entrou com 22$500 e recebeu 36$100, lucrou 36$100—22$500=13$600.

80

Um operario entra para um fabrica onde recebe 28\$000 e $\frac{3}{4}$ por semana ou 5 dias de trabalho. Retirando-se do serviço depois de 2 dias $\frac{1}{2}$ de trabalho, quanto deveria receber ?

Solução raciocinada : Ora, $\frac{3}{4}$ de 28\$000 são 21\$000

Em 5 dias de trabalho, o salario é de 28\$000+21\$000=49\$000; portanto o salario diario é de 49\$000÷5=9\$800.

Se em um dia o salario é de 9\$800, em 2 dias $\frac{1}{2}$ ou 2,d 5 è de 9\$800×2,5=24\$500.

81

Um negociante recebe duas peças de panno : a 1ª tem 56 metros e $\frac{3}{4}$ e a 2ª 5 metros e $\frac{1}{2}$.

Paga pela 1ª 920\$000 e por tudo 2:090\$000. A como lhe sahiu o metro da 2ª peça ?

Solução raciocinada : $\frac{3}{4}$ de $56=\frac{56\times3}{4}=\frac{168}{4}=42$ metros.

$56^m+42^m=98$ metros.

$\frac{1}{2}$ de $52=\frac{52}{2}=26$

$52^m+26^m=78$ metros

Valor da 1ª peça

920\$000

Valor das duas peças juntas :

2:090\$000

Valor da 2ª peça :

2:090\$000—920\$000=1:170\$000

Valor de 1^m da 2ª peça :

1:170\$000÷78=15\$000.

82

Venderam-se 6 metros de certa fazenda, ficando um resto equivalente a $\frac{17}{20}$ da peça.

Quantos metros continha a peça toda ?

Solução raciocinada : Representando $\frac{17}{20}$ um resto de $\frac{20}{20}$ ou da peça toda é porque tinham retirado $\frac{20}{20}-\frac{17}{20}=\frac{3}{20}$ ou 6 metros

Se $\frac{3}{20}$ equivalem a 6 metros os $\frac{20}{20}$ equivalem a vinte vezes mais, ou

$\frac{3}{20}=6$ m

$\frac{1}{20}=6\div3=2^m$

$\frac{20}{20}=2\times20=40$ m

A peça continha 40 metros.

83

Um negociante vendeu $\frac{2}{8}$ de uma peça de panno e mais tarde $\frac{3}{5}$ do que sobrou, restando-lhe assim 30m,60. Qual o numero de metros da peça e quanto pagou elle, á razão de 6\$300 cada metro ?

Para ter um lucro de 214\$200 a como deveria vender o metro ?

Solução raciocinada—Se o negociante vendeu $\frac{2}{8}$ da peça, ficou com :

$\frac{8}{8}-\frac{2}{8}=\frac{6}{8}$

Se vendeu ainda $\frac{3}{5}$ do resto, desfez-se de

$$\frac{3}{5} \text{ de } \frac{6}{8} = \frac{18}{40}$$

Se havia ficado com $\frac{6}{8}$ e vendeu desse numero $\frac{8}{40}$ restaram-lhe

$$\frac{6}{8} - \frac{18}{40} = \frac{30}{40} - \frac{18}{40} = \frac{12}{40}$$

que correspondem aos 30,m60.

$\frac{1}{40}$ corresponde a 30m,60 ÷ 12 e

$\frac{40}{40}$ correspondem a 30,m60 × 40 ÷ 12 = 102 ms.

Se a peça continha 102 metros e cada metro custou 6$300, os 102 metros deveriam ter custado

6$300 × 102 = 642$600.

Para lucrar 214$200, seria preciso que tivesse vendido toda a peça ou 102m por

214$200 + 642$600 = 856$800.

Importaria assim cada metro, em

856$800 ÷ 102 = 8$400.

Lucraria pois,

8$400 − 6$300 = 2$100.

84

Um senhor recebeu uma herança no valor de...... 120:000$000. Gastou com a casa, alimentação e vestuario, durante um anno, $\frac{1}{5}$ desta quantia; dispendeu $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{5}$ de 120:000$000 com outras despesas e depositou..... 50:000$000 em um banco. Quanto possúe ainda, não incluindo o deposito bancario?

Solução raciocinada

A 5ª parte ou $\frac{1}{5}$ de 120:000$000 correspondem

a 120:000$000 ÷ 5 = 24:000$000

$\frac{3}{4}$ de 24:000$000 correspondem a

$$\frac{24:000\$000 \times 3}{4} = 18:000\$000$$

Portanto a despesa foi de

24:000$000 + 18:000$000 = 42:000$000.

Guardando 50:000$000 e dispendendo 42:000$000 ainda lhe restam

120:000$000 − 50:000$000 = 70:000$000

70:000$000 − 42:000$000 = 28:000$000

85

Um senhor distribuiu a sua fortuna em testamento do seguinte modo: $\frac{2}{5}$ á viuva; $\frac{1}{3}$ ou 80:000$000 aos dois filhos; $\frac{1}{8}$ desta quantia a um hospital; 42:250$000 para a creação de um orphanato e o resto para ser distribuido entre vinte e quatro pessôas pobres.

Quatro desses pobres deveriam receber em conjuncto, 8:300$000; outros dois $\frac{5}{8}$ da parte destinada a quatro pessôas a quem deveriam tocar os $\frac{5}{10}$ de 2:800$000, a cada uma, devendo esses 2:800$000 ser repartidos pelos quatorze pobres restantes.

Pergunta-se: a quanto montava a fortuna e por que quantia estava representado o resto?

Solução raciocinada: Se $\frac{1}{3}$ corresponde a 80:000$000, $\frac{3}{3}$ correspondem á fortuna toda, ou

$\frac{1}{3}$ = 80:000$000

$\frac{3}{3}$ = 80:000$000 × 3 = 240:000$000

Considerando por sua vez o todo ou $240{:}000\$000$ equivalente a $\frac{5}{5}$, temos que

$\frac{1}{5}$ equivale a $240{:}000\$000 \div 5 = 48{:}000\$000$ e $\frac{2}{5}$ equivalem a $48{:}000\$000 \times 2 = 96{:}000\$000$, que representam a parte da viuva.

$\frac{1}{8}$ de $80{:}000\$000$, são $10{:}000\$000$, que representam a parte destinada ao hospital.

Se a parte da viuva era de $96{:}000\$000$, dos filhos, de $80{:}000\$000$, do hospital de $10{:}000\$000$ e para a fundação do orphanato foram destinados $42{:}250\$000$, sendo a fortuna de $240{:}000\$000$, retirando-se desta quantia a de $96{:}000\$000 + 80{:}000\$000 + 10{:}000\$000 + 42{:}250\$000 = 228{:}250\$000$ o resto tornou-se egual a $240{:}000\$000 - 228{:}250\$000 = 11{:}750\$000$.

Havendo $2{:}800\$000$ a repartir entre 14 pobres, segue-se que cada pobre deveria receber

$$2{:}800\$000 \div 14 = 200\$000$$

Ora, $\frac{5}{10}$ de $200\$000$ são

$$\frac{200\$000 \times 5}{10} = 100\$000,$$

parte que deve tocar respectivamente a quatro pessoas, portanto, num total de

$$100\$000 \times 4 = 400\$000$$

Os $\frac{5}{8}$ de $400\$000$ correspondem a

$$\frac{400\$000 \times 5}{8} = 250\$000,$$ que devem receber dois pobres conjunctamente.

Se ainda considerarmos que $8{:}300\$000$ estavam destinados a 4 outros pobres, chegaremos á conclusão de que realmente o resto ou a quantia a dividir pelos 24 pobres era de

$$8{:}300\$000 + 250\$000 + 400\$000 + 2{:}800\$000 = 11{:}750\$000$$

86

Cinco creanças receberam um cesto de abios, devendo a 1ª ficar com $\frac{2}{5}$ do total, a 2ª com a metade do resto, a 3ª com a 5ª parte ou 30 abios e as duas ultimas com $\frac{1}{3}$ da parte da 1ª.

Quanto tocou a cada uma e quantos abios ficaram no cesto?

Solução raciocinada: Se a 3ª creança ficou com 30 abios ou $\frac{1}{5}$, havia no cesto uma quantidade egual a $\frac{5}{5}$

$$\frac{1}{5} \text{ equivale a 30 abios}$$

$$\frac{5}{5} \text{ equivalem a } 30 \times 5 = 150 \text{ abios}$$

Se a 1ª recebeu $\frac{2}{5}$ do total ou de 150, a sua parte foi de:

$$\frac{150 \times 2}{5} = 60 \text{ abios}$$

Se a parte das duas ultimas, isto é, da 4ª e da 5ª correspondia a $\frac{1}{3}$ da parte da 1ª, considerando $\frac{3}{3}$ equivalentes a 60 abios, $\frac{1}{3}$ corresponde a

$$60 \div 3 = 20 \text{ abios (cada uma)}$$

Portanto a 1ª, a 3ª, a 4ª e a 5ª ganharam ao todo

$$60 + 30 + 20 + 20 = 130 \text{ abios.}$$

Restavam pois, no cesto, 20 abios, dos quaes a 2ª criança recebeu

$$20 \div 2 = 10$$

87

Uma senhora adquiriu uma propriedade por........ $18{:}000\$000$, tendo para isso vendido um terreno que valia $\frac{3}{12}$ dessa quantia e um sitio por uma quantia duas vezes menor do que o valor do terreno. Quanto deve juntar ao ucro da venda para cobrir a despesa feita com a propriedade?

Solução racionada: $\frac{3}{12}$ de 18:000$000 equivalem a:

$$\frac{18000000 \times 3}{12} = 4:500\$000$$

Se o sitio foi vendido por um preço duas vezes menor do que o valor do terreno, é porque valia duas vezes menos do que elle, ou:

$$4:500\$000 \div 2 = 2:250\$000$$

Valendo o terreno 4:500$000

Valendo o sitio 2:250$000

o lucro da senhora foi de 4:500$000 + 2:250$000 = 6:750$000.

Se a propriedade importou em 18:000$000, foi necessario reunir ao valor da venda

$$18:000\$000 - 6:750\$000 = 11:250\$000$$

Verificação:

$$11:250\$000 + 6:750\$000 = 18:000\$000$$

88

Pae e filho foram encarregados de uma certa obra. O pae fez $\frac{3}{5}$ do serviço e recebeu seis vezes mais do que o filho que fez $\frac{1}{3}$ do resto ou 45 metros. Quantos metros fez o pae? Quanto recebeu o filho, se o pae foi pago á razão de 5$400 por metro?

Solução raciocinada: Representando toda a obra pela fracção $\frac{5}{5}$, tendo o pae preparado $\frac{3}{5}$ do serviço, os $\frac{2}{5}$ restantes devem ter sido feitos pelo filho. Se este, porem, fez $\frac{1}{3}$ do resto, ou $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{5}$, preparou:

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15} \text{ da obra}$$

Se $\frac{1}{3}$ do resto ou $\frac{2}{15}$ correspondem a 45 metros, $\frac{1}{15}$ deve corresponder a duas vezes menos e o serviço todo ou $\frac{15}{15}$ a 15 vezes mais, ou $337^m,5$.

Se desses $337^m,5$ o filho fez 45 metros, segue-se que o pae fez

$$337,^m5 - 45^m = 292^m,5.$$

Se o pae recebeu 5$400 por metro, em $292^m,5$ ganhou

$$5\$400 \times 292,5 = 1:579\$500$$

Se o filho recebeu seis vezes menos, a parte que lhe coube foi de

$$1:579\$500 \div 6 = 263\$250.$$

89

Um regimento que se compunha de 1800 homens, perdeu em viagem $\frac{1}{18}$ desse numero, tendo baixado a sexta parte ao hospital.

A quanto montou a despesa feita com a alimentação dos soldados restantes, durante um trimestre, sabendo-se que eram distribuidas duas rações diarias a cada homem, custando cada ração 540 réis?

Solução raciocinada: $\frac{1}{18}$ de 1800 homens, corresponde a 100 homens: $\frac{1}{6}$ ou a 6ª parte de 1800 corresponde a 1800 ÷ 6 = 300 homens.

Portanto o regimento ficou desfalcado de

$$100 + 300 = 400 \text{ homens}$$

Assim, os 1800 soldados ficaram reduzidos a

$$1.800 - 400 = 1.400$$

Se o preço de cada ração era de 540 rèis e cada homem recebia duas rações diarias, segue-se que a despesa diaria com a alimentação de um soldado elevou-se a $540^{rs} \times 2 = 1\$080$ e em um trimestre ou 90 dias a

$$1\$080 \times 90 = 97\$200.$$

Sendo ao todo 1400 homens, a despesa total importou em

$$97\$200 \times 1400 = 136:080\$000$$

90

Um empreiteiro foi encarregado de uma obra de 2460 metros. Offereceram-se para fazel-a 3 operarios : o 1º compromettia-se a aprompt il-a dentro de 40 dias ; o 2º podia fazel-a em $\frac{3}{4}$ desse tempo e o 3º pediu um praso equivalente a $\frac{5}{7}$ da somma dos dias exigidos pelos dois primeiros.

O empreiteiro resolveu contractar todos tres.

Quantos dias levaram elles para concluir a obra ?

Solução raciocinada : $\frac{3}{4}$ de 40 dias correspondem a

$$\frac{40 \times 3}{4} = 30 \text{ dias}$$

$\frac{5}{7}$ de 40 dias mais 30 dias ou $\frac{5}{7}$ de 70 dias, correspondem a

$$\frac{70 \times 5}{7} = 50 \text{ dias.}$$

Se o 1º operario podia fazer os 2460 metros em 40 dias, em 1 dia faria menor numero de metros, ou

$$2460^m \div 40 = 61^m,5.$$

O segundo poderia nesse mesmo tempo (1 dia) fazer

$$2460^m \div 30 = 82^m$$

e o 3;

$$2460^m \div 50 = 49^m,2$$

Os 3 operarios juntos fariam em um só dia

$$61^m,5 + 82^m + 49^m,2 = 192^m,7$$

Portanto os 2460 metros seriam feitos pelos 3 operarios em

$$2460^m \div 192^m,7 = 13^d \frac{1349}{1927}$$

91

Uma senhora caridosa legou a um hospital........ 80:000$000. O resto foi dividido entre 2 irmãos, cabendo ao mais velho uma quantia maior do que ao 2º.

Quanto tocou a cada um, se a fortuna era de 210:000$000 e no fim de um anno possuiam ambos quantias eguaes, tendo o 1º dispendido $\frac{5}{7}$ e o outro $\frac{4}{6}$ das importancias recebidas ?

Solução raciocinada: De 210:000$000, tirando-se os 80:000$000 legados ao hospital, ficam 130:000$000 para dividir em partes deseguaes pelos dois irmãos.

Se o 1º herdeiro gastou $\frac{4}{6}$ da importancia recebida e o 2º $\frac{5}{7}$ conclue-se que a parte do 1º estava representada pela fracção $\frac{6}{6}$ e a do 2º pela fracção $\frac{7}{7}$. Se o 1º gastou $\frac{4}{6}$ de sua parte, ficou com

$\frac{6}{6} - \frac{4}{6} = \frac{2}{6}$; e se o 2º dispendeu $\frac{5}{7}$ da sua parte ficou com :

$$\frac{7}{7} - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$$

Portanto os dois irmãos ficaram com

$$\frac{2}{6} + \frac{2}{7} = \frac{2}{13}$$

Os 130:000$000 (ou o resto da fortuna), deveriam ser repartidos em 13 partes eguaes. A 13ª parte de 130:000$000 corresponde a 10:000$000; das 13 partes o mais velho deveria receber 7 partes e o mais novo 6, portanto o 1º receberia : 10:000$000 × 7 = 70:000$000; e o 2º: 10:000$000 . 6 = 60:000$000

Reunindo-se estas duas ultimas quantias aos 80:000$000 destinados ao hospital, encontra-se a fortuna total, ou

$$70:000\$000 + 60:000\$000 + 80:000\$000 = 210:000\$000$$

92

Tirando-se $\frac{2}{4}$ de um certo numero e dividindo-se o resto por $\frac{3}{4}$, encontra-se um quociente egual a 182.

Qual é esse numero?

Solução raciocinada: Se $\frac{3}{4}$ representam um divisor, sendo o dividendo egual ao producto do divisor pelo quociente, para encontrarmos o dividendo cujo quociente é 182 e cujo divisor é $\frac{3}{4}$ basta multiplicar 182 por $\frac{3}{4}$ o que é egual a $\frac{546}{4}$. Se a esta fracção juntarmos $\frac{2}{4}$ e do resultado extrahirmos os inteiros, encontraremos o numero que procuramos, ou

$$\frac{546}{4}+\frac{2}{4}=\frac{548}{4}=137$$

O numero que nos reproduz o quociente 182, se lhe retirarmos $\frac{2}{4}$ e dividirmos o resto por $\frac{3}{4}$ é:

$$137-\frac{2}{4}=\frac{546}{4}\div\frac{3}{4}=\frac{2184}{12}=182.$$

93

Dei em pagamento de uma compra que effectuei uma nota de 100$000.

Quanto devo receber de troco se comprei $9^m\frac{1}{3}$ de renda a 1$800 o metro, 10 metros de chita a 600 rs. cada metro e uma peça de morim por vinte e cinco vezes o preço do metro de chita, e uma grosa de pressões a 400 rs. a duzia?

Solução raciocinada: Ora, $9^m\frac{1}{3}$ ou $\frac{28}{3}$ de renda a 1$800 importam em $1\$800\times\frac{28}{3}=16\$800$.

10 metros de chita a 600 réis, importam em $600\times10=6\$000$

25 vezes 600 rs., são 15$000, que foi o custo do morim.

Numa grosa, ha 12 duzias e 12 duzias a 400 rs. cada uma importam em

$$400\text{ rs.}\times12=4\$800.$$

Despesa total:

$$16\$800+6\$000+15\$000+4\$800=42\$600.$$

O troco deveria ser:

$$100\$000-42\$600=57\$400.$$

94

Um senhor deixou 108:600$000, para repartir entre quatro sobrinhos.

O 1º, segundo rezava o testamento, deveria receber uma parte menor do que o 2º, a quem era destinada uma parte e mais $\frac{1}{4}$ da parte do 1º, o 3º deveria receber $\frac{2}{3}$ da parte do 2º e finalmente o quarto 2 vezes e $\frac{1}{3}$ vezes mais do que o 3º.

Qual a parte de cada um?

Solução raciocinada: O 1.º deveria receber uma parte da fortuna que representaremos por X

O 2º deveria receber, uma parte mais $\frac{1}{4}$ de X; ou

$1\frac{1}{4}$ de X;

o 3º $\frac{2}{3}$ de $1\frac{1}{4}$ de X

e o 4º $2\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{3}$ de $1\frac{1}{4}$ de X

Substituindo-se X pelo seu valor 1, vem que

o 1º deveria receber 1

o 2º » $\frac{5}{4}$

o 3º » $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{4}$ ou $\frac{10}{12}$

o 4º » $\frac{7}{3}$ de $\frac{10}{12}$ ou $\frac{70}{36}$

Simplificando as fracções resultantes, vem que

O 1º receberia 1

» 2º » $\frac{5}{4}$

» 3º » $\frac{5}{6}$

» 4º » $\frac{35}{18}$

Os quatro receberiam juntos

$$1+\frac{5}{4}+\frac{5}{6}+\frac{35}{18}=1 \text{ ou } \frac{36}{36}+\frac{45}{36}+\frac{30}{36}+\frac{70}{36}=\frac{181}{36}$$

$\frac{181}{36}$ representariam pois, os 108:600$000

$\frac{1}{36}$ representaria uma parte 36 vezes menor

ou 108:600$000 : 181 = 600$000

Portanto o 1º deveria receber

$\frac{36}{36}$ ou 600$000 × 36 = 21:600$000

O 2º $\frac{45}{36}$ ou 600$000 × 45 = 27:000$000

O 3º $\frac{30}{36}$ ou 600$000 × 30 = 18:000$000

O 4º $\frac{70}{36}$ ou 600$000 × 70 = 42:000$000

Verificação:

21:600$000 + 27:000$000 + 18:000$000 + 42:000$000 = 108:600$000

95

Um pae deixou a seis filhos um certo numero de diamantes, todos do mesmo valor, nas seguintes condições: o 1º deveria receber um diamante mais $\frac{1}{7}$ do resto; o 2º dois diamantes mais $\frac{1}{7}$ do outro resto; o 3º tres diamantes mais $\frac{1}{7}$ do novo resto; o 4º e o 5º receberam respectivamente quatro e cinco diamantes mais $\frac{1}{7}$ dos outros restos. O 6º recebeu o ultimo resto.

Sabendo-se que depois da partilha, os seis irmãos ficaram com um numero egual de diamantes, pergunta-se quantos eram esses diamantes

(*Lucas*).

Solução raciocinada — O numero de diamantes distribuidos, não incluindo as fracções, foi:

$$1+2+3+4+5+6=21 \text{ diamantes.}$$

Se cada um recebeu um numero exacto de diamantes, mais $\frac{1}{7}$ e todos reunidos receberam 21 diamantes, considerando a fracção $\frac{7}{7}$ equivalente a 21 diamantes, deduz-se que $\frac{1}{7}$ corresponde a um numero de diamantes sete vezes menor ou $\frac{1}{7}$ de $21 = 21 \div 3 = 7$ diamantes; portanto

$\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+\frac{1}{7}$ ou $\frac{5}{7}$ (isto é, as fracções que recebeiam respectivamente o 1º, 2º, 3º, 4º e 5º filhos), equivalem a um numero de diamantes cinco vezes maior ou

$3 \times 5 = 15$ diamantes.

Havia, pois, um numero total de diamantes, egual a

$$21 + 15 = 36 \text{ diamantes.}$$

Se eram 36 diamantes e o 1º recebeu 1, ficaram 35; se recebeu ainda $\frac{1}{7}$ do resto ou de 35, conclue-se que lhe couberam

$$36 - 1 = 35 \text{ diamantes}$$

$$\frac{1}{7} \text{ de } 35 = 35 \div 7 = 5$$

$$5 + 1 = 6 \text{ diamantes}$$

Recebendo o 1º seis diamantes, dos 36 ficaram 30, dos quaes o 2º recebeu 2, ficando assim 28 e mais $\frac{1}{7}$ desse numero; ora, $\frac{1}{7}$ de 28 é egual a 4; a parte do 2º foi de

$2 + 4 = 6$ diamantes.

Restaram ainda 24 diamantes, ou $36 - 6 - 6$, isto é, $36 - 12 = 24$ diamantes, dos quaes o 3º recebeu 3; restaram então 21, de cujo numero ainda lhe coube $\frac{1}{7}$ ou 3 diamantes, porque

$$\frac{1}{7} \text{ de } 21 = 3.$$

A sua parte foi, portanto de

$$3 + 3 = 6 \text{ diamantes.}$$

Se o 4º recebeu 4 diamantes mais $\frac{1}{7}$ do resto e dos 36 diamantes primitivos restaram

$$36 - 6 - 6 - 6 \text{ ou } 36 - 18 = 18$$

e elle recebeu 4, ficaram

$$18 - 4 = 14 \text{ diamantes}$$

$$\frac{1}{7} \text{ de } 14 \text{ equivale a } 2 \text{ diamantes.}$$

O 4º recebeu 6 diamantes, porque

$$4 + \frac{1}{7} \text{ de } 14 = 4 + 2 = 6 \text{ diamantes.}$$

Sobraram dessa forma $36 - 6 - 6 - 6 - 6$ ou $36 - 24 = 12$ diamantes, dos quaes o 5º recebeu 5 mais $\frac{1}{7}$ do resto ou

$$12 - 5 = 7 \text{ diamantes}$$

$$\frac{1}{7} \text{ de } 7 = 1 \text{ diamante}$$

$$5 + 1 = 6 \text{ diamantes}$$

Restaram pois, 6 diamantes que tocaram ao 6º filho.

Portanto os seis filhos ou os seis irmãos, receberam egual numero de diamantes num total de

$$6 \times 6 = 36 \text{ diamantes.}$$

96

Quanto deveria ter custado um metro de linho de uma peça de 40 metros, sabendo-se que, se ao triplo de $\frac{5}{18}$ da quantia por que foi comprada a peça toda, reunirmos $\frac{3}{8}$, encontraremos um numero de metros no valor de 464\$000?

Solução raciocinada: Triplo de $\frac{5}{18} = \frac{15}{18}$.

$$\frac{15}{18} + \frac{3}{8} = \frac{29}{24}.$$

Se $\frac{29}{24}$ importaram em 464\$000, a peça toda $\left(\frac{24}{24}\right)$ deveria ter custado

$$\frac{464\$000 \times 24}{29} = 384\$000$$

ou

se $\frac{29}{24}$ custaram 464\$000.

$\frac{1}{24}$ deveria custar $\frac{464\$000}{29}$

e $\frac{24}{24}$ » » $\frac{464\$000 \times 24}{29} = 384\$000.$

Valor de um metro desse linho:

$$384\$000 \div 40 = 9\$600.$$

97

Duas pessoas offerecem-se para fazer um trabalho; a 1ª pode aprompital-o em 6 dias e $\frac{2}{4}$, a 2ª em 7 dias e $\frac{2}{5}$.

Se as duas trabalhassem juntas, em quanto tempo terminariam a obra?

Solução raciocinada: Ora, a 1ª pessoa faria diariamente

$$\frac{1}{6\frac{2}{4}} = 1 \div \frac{26}{4} = 2 \times \frac{4}{26} = \frac{4}{26}$$

e a 2ª faria em egual tempo

$$\frac{1}{7\frac{2}{5}} = 1 \div \frac{37}{5} = 1 \times \frac{5}{37} = \frac{5}{37}$$

As duas juntas em 1 dia, fariam

$$\frac{4}{26} + \frac{5}{37} = \frac{148}{962} + \frac{130}{962} = \frac{278}{962}$$

$\frac{1}{962}$ do trabalho seria feito em $\frac{1}{278}$ do dia e o trabalho todo estaria terminado no fim de de 3 dias $\frac{28}{278}$ ou $\frac{292}{278}$ de dias.

98

Tres costureiras cosem um vestido ; a 1ª e a 2ª fazem uma parte do trabalho em 4 horas ; a 1ª e a 3ª em 3 horas e $\frac{3}{5}$ e finalmente a 2ª e a 3ª em 5 horas e $\frac{1}{7}$. Se fosse a 1ª a unica a trabalhar, em quanto tempo faria o mesmo trabalho ?

(J. Eulalio).

Solução raciocinada : Se a 1ª e a 2ª gastam 4 horas para fazer o trabalho, em 1 hora fazem

$\frac{1}{4}$ desse serviço

A 1ª e a 3ª podem fazer

$$\frac{1}{4} + 3\,\frac{3}{5} \text{ ou}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{18} \text{ do trabalho em 1 hora}$$

e a 2ª e 3ª $\frac{7}{36}$ nesse mesmo tempo.

Assim pois, duas pessoas que trabalhassem tanto qunto a 1ª fariam em 1 hora

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{18} - \frac{7}{36} = \frac{1}{3}$$

Donde se conclue que a 1ª poderá em uma hora fazer duas vezes mais ou $\frac{1}{6}$ e no fim de 6 horas terá completado o trabalho.

99

Duas peças de panno custaram : uma 160$000 e outra 136$000. A 1ª continha 8 metros a menos que a 2ª ; tendo o metro da 2ª custado tanto quanto os $\frac{4}{5}$ do metro da 1ª, qual o numero de metros de cada peça?

Solução raciocinada : Valendo o metro da 2ª peça o mesmo que 1ᵐ da 1ª, o seu valor é de

$$\frac{136\$000 \times 5}{4} = 170\$000$$

A differença entre 170$000 e 160$000 é de 10$000 que representam o valor da differença dos 8ᵐ que a 1ª peça contem a menos do que a 2ª

Portanto, 1ᵐ da 1ª peça vale

1$000 ÷ 8 = 1$250 e o preço do metro da 2ª é de

(1$250 × 4) ÷ 5 = 1$000.

Donde se conclue que a 1ª peça contem

1ᵐ × (160$000 ÷ !$250) = 128 metros

1ᵐ × (136$000 ÷ 1$000) = 136 metros.

100

Uma pessôa comprou 120 metros de linho pagando $\frac{1}{4}$ do seu valor. Depois pagou mais 40$000, restando unicamente os $\frac{2}{5}$ da importancia da sua compra.

Qual o preço do metro desse linho ?

Solução raciocinada : Tendo pago $\frac{1}{4}$ da despesa, ficou restando os $\frac{3}{4}$. 40$000 representam pois, os $\frac{3}{4}$ ou $\frac{2}{5}$ ou $\frac{7}{20}$ da despesa

A despesa total ou o preço dos 120 metros importa em

40$000 × 20 = 800$000

Deduzimos assim que cada metro custa

800$000 ÷ 120 = 6$666.

101

Um impressor imprimiu $\frac{1}{3}$ dos $\frac{2}{4}$ dos $\frac{3}{5}$ de uma obra de 8920 paginas ; um outro conseguiu fazer nesse mesmo tempo $\frac{2}{4}$ desse trabalho e um 3º imprimiu $\frac{2}{5}$ do resto.

Quantas paginas faltavam imprimir para a terminação do trabalho ?

Quanto recebeu cada impressor, tendo recebido 80 réis por pagina ?

Solução raciocinada : $\frac{1}{3}$ dos $\frac{2}{4}$ dos $\frac{3}{5}$ da obra correspondem a $\frac{1}{10}$ de 1826 paginas ou 882 paginas, porque

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} \text{ de } 8920 = 892 \text{ paginas.}$$

$\frac{2}{4}$ de 8920 correspondem a $\frac{8920 \times 2}{5}$ ou a 4460 paginas, que representam a parte do trabalho impresso pelo 2.º

4460p + 892 ou 5352 paginas correspondem ao trabalho do 1.º e 2.º impressores.

Restaram assim

$$8920 - 5352 \text{ ou } 3568 \text{ páginas}$$

que deveriam ser impressas pelo 3.º; mas, se este ultimo só conseguiu fazer $\frac{2}{3}$ de 3568 paginas, ou $3568 \times \frac{2}{5} = 1427^p,2$; para a terminação da obra faltavam imprimir $2148^p,8$ ou

$$3568^p - 1427^p,2 = 2140^p,8 \text{ de paginas.}$$

O 1.º recebeu $80 \times 892 = 71\$360$

O 2.º recebeu $80 \times 4460 = 356\$800$

e o 3.º $80 \times 1427,2 = 114\$176.$

102

Uma costureira incumbiu-se de fazer os $\frac{6}{5}$ mais $\frac{5}{5}$ de uma tarefa em 3 dias. Vencido este praso, só havia, porém, terminado os $\frac{3}{7}$ de $\frac{6}{8}$. Quanto faltava para a terminação do trabalho?

Solução raciocinada : $\frac{3}{7}$ de $\frac{6}{8}$ correspondem aos $\frac{18}{56}$ da obra ou ainda aos $\frac{9}{28}$ que equivalem á porção do trabalho terminado em 3 dias.

Se a tarefa era de $\frac{6}{8} + \frac{1}{5}$ ou de $\frac{19}{20}$ e só os $\frac{9}{28}$ ficaram promptos, faltavam ainda da tarefa, para a costureira terminar

$$\frac{19}{20} - \frac{9}{28} = \frac{88}{140} = \frac{22}{35}$$

103

Dois tubos dagua enchem uma caixa: o 1.º em 10 horas e o 2.º em 4 horas. A caixa possue um cano de descarga que a esvasia em 5 horas.

Estando a caixa cheia, e aberta a descarga, calcular em quanto tempo a caixa ficará cheia, quando o fornecimento é feito ao mesmo tempo pelos dois tubos?

(Lemoine)

Solução raciocinada : Em 1 hora o 1.º tubo encherá $\frac{1}{5}$ da caixa.

Depois de 1 hora, a caixa conterá $\frac{7}{20} - \frac{1}{5}$ ou $\frac{3}{30}$.

Portanto a caixa ficará cheia em

$$\frac{1^h \times 20}{3} = \frac{20}{3} = 6^h,40^m.$$

104

Retiraram-se de um deposito os $\frac{3}{5}$ do leite contido e mais tarde os $\frac{3}{8}$.

Vendendo-se o restante a 600 réis o litro, houve um lucro de 8$400. Quantos litros havia no deposito?

Solução raciocinada : Retirando-se $\frac{3}{5} + \frac{3}{8}$ segue-se que foram retirados $\frac{24}{40} + \frac{15}{40}$ ou $\frac{39}{40}$. A fracção $\frac{40}{40}$ representa a capacidade do deposito e $\frac{1}{40}$ ou $\frac{40}{40} - \frac{39}{40}$ o resto que produziu o lucro de 8$400, que corresponde a $8\$400 \div 600 = 14$ litros; donde se chega á conclusão de que havia no deposito um numero de litros egual a

$$14^l \times 40 = 50 \text{ litros.}$$

105

O vencimento annual de dois empregados é de.... 12:000$000; o 1º contrae compromissos no valor de $\frac{3}{5}$ do seu vencimento e o 2º gasta $\frac{5}{8}$ do que recebeu.

Sabendo-se que economisam 4:620$000, qual a despesa annual de cada um?

(*Lemoine*)

Solução raciocinada: 12:000$000 representam os dois vencimentos juntos, isto é, os $\frac{5}{5}$ do 1º e os $\frac{8}{8}$ do 2º.

Multiplicando por 5 as economias e por 2 os vencimentos, obtem-se uma fracção dos vencimentos do 1º nas duas egualdades ou

$\frac{2}{5}$ do 1º + $\frac{3}{8}$ do 2º = 4:620$000

$\frac{5}{5}$ do 1º + $\frac{8}{8}$ do 2º = 12:000$000.

Multiplicando por 5 e por 2, respectivamente, vem que

$\frac{10}{5}$ do 1º + $\frac{15}{8}$ do 2º = 23:100$000

$\frac{10}{5}$ do 1º + $\frac{16}{8}$ do 2º = 24:000$000.

Subtrahindo-se a 1ª egualdade da 2ª encontra-se $\frac{1}{8}$ dos vencimentos do 2º que equivalem a

$\frac{16}{8} - \frac{15}{8} = \frac{1}{8}$ dos vencimentos do 2º ou ainda

24$000$000 — 23:100$000 = 900$000.

Os vencimentos do 1º correspondem a 900$000 × 8 = = 7:200$000 e os do 2º a

12:000$000 — 7:200$000 = 4:800$000.

106

Uma sociedade anonyma realisou 800:000$000 de lucros. Sua directoria resolveu então reservar $\frac{1}{10}$ dessa im-

portancia para amortisação do material que adquirira e $\frac{2}{5}$ para pagamento de impostos: distribuiu $\frac{1}{4}$ do resto entre os empregados, e $\frac{2}{3}$ do novo resto dividiu entre os membros da direcção.

Qual a importancia a distribuir entre os accionistas desta sociedade?

(*Phelippe e Dauchy*)

Solução raciocinada: $\frac{1}{10} + \frac{2}{5}$ ou $\frac{5}{10}$ representam a importancia destinada á amortisação e pagamento de impostos. Restam portanto $\frac{5}{10}$ da importancia total representada por $\frac{10}{10}$. $\frac{10}{5}$ menos $\frac{1}{4}$ equivalem a $\frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ que representam a parte destinada ás gratificações aos empregados. Se desse novo resto ainda se retiram $\frac{2}{3}$ para premiar os membros da directoria, restam unicamente para dividir entre os accionistas da companhia

$\frac{3}{3} - \frac{2}{3}$ ou $\frac{1}{3}$

Portanto a somma a distribuir pelos accionistas é de

$$800:000\$000 \times \frac{5 \times 3 \times 1}{2 \times 10 \times 4 \times 3} =$$

$$= 800:000\$000 \times \frac{1}{8}\ 100:000\$000$$

107

Um balão cheio de gaz impuro tem a força ascencional de 1kg,147 por metro cubico; cheio, porém, de gaz purificado esta força augmenta de $\frac{1}{43}$ do seu valor. Qual será a força ascencional de um balão de 4000^{m3}, nos dois casos? Qual será o volume de um balão que, com a substituição do gaz purificado pelo gaz impuro, tivesse sua força augmentada de 92kg.100?

(*Phelippe e Dauchy*).

Solução raciocinada: Força ascencional do balão com o gaz, purificado, por metro cubico.

$$\frac{1^{kg},147 \times 45}{43} = 1^{kg},173.$$

Força ascencional de um balão de 4000^{m3} cheio de hydrogenio não purificado :

$$1^{kg},173 \times 4000 = 4692^{kg}$$

Augmentando de $\frac{1}{4}$ de seu valor, em cada metro cubico ha um augmento de peso egual a

$$\frac{1^{kg},147}{43} = 0^{kg},026.$$

Se a força tivesse augmentado de $92^{kg},100$ o volume do balão seria de

$$1^{m3} \times 92.100 : 0,026 = 3542^{m3},307.$$

108

Um negociante vendeu certa quantidade de mercadorias á razão de 65\$000 o quintal. Ao 1º comprador cedeu os $\frac{2}{8}$, ao 2º os $\frac{3}{8}$, ao 3º $\frac{1}{7}$ e ao 4º o resto por 294\$750, ganhando 10\$000 por quintal. Qual o peso total da mercadoria e o preço da venda ?

(Royer)

Solução raciocinada : $\frac{2}{9} + \frac{3}{8} + \frac{1}{7} = \frac{373}{504}$

$\frac{504}{504} - \frac{373}{504} = \frac{131}{504}$ cujo preço de venda é egual a 294\$750.

Valor da venda total :

$$\frac{294\$750 \times 504}{131} = 1{:}134\$000.$$

Peso total da mercadoria :

$$1^{q} (134\$000 \div 65\$000) = 17^{q},346$$

Ganhando 10\$000 em quintal e vendendo cada quintal a 65\$000, o preço da compra de um quintal foi de

$$65\$000 - 10\$000 = 55\$000 ;$$

donde o preço da venda importou em

$$(1{:}134\$000 \times 55\$000) : 65\$000 = 659\$540 \text{ (com approximação).}$$

Recapitulação

109

Se ao quintuplo dos $\frac{9}{16}$ da somma dispendida para comprar 5 kilos de carne, juntarmos os $\frac{5}{6}$ desta somma, o total será de 5 francos e 75 centesimos.

Pede-se o preço do kilo.

Resposta : $0^{f},8$.

110

Quatro pessôas devem repartir 3540 francos, de modo que a parte da 1ª seja $\frac{1}{5}$ da parte da 2ª $\frac{1}{7}$ da parte da 3ª e $\frac{1}{9}$ da parte da 4ª. Quanto deverá receber cada uma ?

Resposta : 1ª 480 francos ; 2ª 800 francos ; 3ª 1120 francos ; 4ª 1140 francos.

111

Um senhor caridoso repartiu uma certa quantia entre tres familias pobres, dando á 1ª $\frac{2}{3}$ do total ; á 2ª $\frac{3}{7}$ do resto e á 3ª o resto, ou 36 francos e $\frac{3}{4}$.

Qual a quantia a repartir e qual a parte que tocou a cada familia ?

Resposta : Quantia a repartir — $192^{f}\ \frac{15}{16}$.

Parte da 1ª familia: $128^{f}\ \frac{5}{8}$.

Parte da 2ª familia $27^{t}\frac{9}{16}$

» » 3ª » $37^{t}\frac{4}{16}$

112

Um negociante vendeu uma peça de panno nas seguintes condições : uma 1ª vez vendeu os $\frac{2}{9}$ da peça a 8$500 o metro ; uma 2ª vez vendeu a metade do resto a 10$250 o metro e uma 3ª vez vendeu 14 metros a 12$000 o metro, Qual o comprimento e o preço de venda de toda a peça ?

(Royer)

Resposta : 36 metros : 279$500.

113

Um cultivador vae ao mercado com uma certa somma, Gasta a metade e vende 20 duplos decalitros de trigo a 3$500 o duplo decalitro. Para pagar uma ultima compra que effectuou, desembolsou os $\frac{2}{5}$ da somma que possuia antes da venda do trigo. De volta á casa verificou que ainda possuia 102$000.

Quanto levava ao sahir de casa ?

Resposta 200$000.

(Leyssene).

114

Duas pessoas herdaram juntas uma fortuna de.... 18:300$000. A 1ª tendo dispendido os $\frac{2}{5}$ de sua parte e a 2ª os $\frac{3}{7}$ da sua, pergunta-se quanto tocou a cada uma restando á 1ª, depois de ter dispendido os $\frac{2}{5}$ de sua parte duas vezes mais do que á 2ª ?

(Guyon).

Resposta : Parte da 1ª — 1:200$000.
» » 2ª — 6:300$000.

Numeros e fracções decimaes

115

Tres peças de panno, tendo a 1ª $42^m,50$; a 2ª $51^m,12$ e a 3ª $49^m,08$ foram vendidas a 1ª por 26$600 cada $2^m,50$; a 2ª a 20$000 os $5^m,80$ e a 3ª a 36$000 os $3^m,60$. Pergunta-se por quanto as tres peças foram vendidas em conjuncto.

Solução raciocinada : Se $2^m,50$ custaram 26$600, 1^m deveria ter custado 86$600 ÷ $2^m,50$ e os $42^m,50$ $\frac{26\$600 \times 42^m,50}{2^m,50}$ ou 452$200 assim tambem se os $5^m,80$ custaram 30$000, 1^m deveria ter custado 20$000 ÷ 5,80 e $51^m,12$ deveriam importar em $\frac{36\$000 \times 49,08}{3,60}$ = 490$800.

As tres peças custaram: 452$200 + 176$275 + 490$800 = 1:119$275.

116

Um negociante vendeu duas peças de linho, tendo uma $39^m,82$ e a outra $40^m,15$. Recebeu 880$000. Sabendo-se que a 2ª peça foi vendida á razão de 42$000 os $3^m,50$, pergunta-se a como sahiu cada metro de 1ª peça.

Solução raciocinada : Se $3^m,50$ da 2ª peça custaram 42$000, 1^m desta mesma peça deveria custar 42$000 ÷ 3,50 e os $40^m,15$ $\frac{42\$000 \times 40,15}{1,50}$ = 481$800.

Se ambas foram vendidas por 880$000 e a 2ª importou em 481$800 é claro que a 1ª custou a differença entre estas duas quantias, ou :

880$000 — 481$800 = 398$200.

Se 398$200 foi o preço por que foi vendida a 1ª peça, cada metro custou

398$200 ÷ $39^m,82$ = 10$000

117

Um deposito de fubá de milho pesa 12kg,320 ; vasio o seu peso é de 80kg,56.

Qual o peso do fubá ahi contido ?

Custando cada kilo deste fubá 420 réis, qual o valor total ?

Solução raciocinada : 13 kg,320 é o peso do deposito, quando cheio ; se depois de vasio pesa 80 kg,560 ou 8 kg,056 é porque ahi está contida uma quantidade de fubá egual a

12 kg,320 — 8 kg,056 = 4 kg,264.

Se cada kilo vale 460 réis, 4 kg,264 valem

4 kg.264 × 460 = 1$960.

118

Uma senhora comprou um peça de linho para fazer lençóes. Calculou qua se os fizesse com um comprimento de $1^m,80$, sobrar-lhe-iam $1^m,20$ da fazenda, e que, se os fizesse com 2 metros faria menos quatro lençóes e lhe restariam $0^m,80$ de panno.

Qual o numero de metros de que se compunha a peça e quantos lençóes poderia fazer num e noutro caso?

Solução raciocinada : Para fazer, no 2º caso, 4 lençóes seria preciso que o linho tivesse de comprimento

$2^m \times 4 = 8^m$

e desses 8^m seriam precisos para fazer os lençóes

$8^m - 0^m,80 = 7^m,20$

A differença de metros de linho empregado, é então de

$7^m,20 + 1^m,20 = 8^m,40$

e, para um lençol a differença é de

$1^m,20 - 0^m,80 = 0^m,40.$

Portanto o numero de lençóes a fazer no 1º caso, é de..... 1 lençol × ($8^m,40 \div 0^m,40$) = 21 lençóes : como no 2º caso havia menos 4 lençoes, segue-so que são em numero de

21 — 4 = 17 lençóes.

O comprimento da peça de linho é, pois de

($1^m,80 \times 21$) + $1^m,20$ = 39 metros.

119

Para fazer um xarope tomaram-se 6kg,500 de assucar e 5kg,250 de figos e passas que custaram 12$000 o kilo. Depois de prompto verificou-se que o xarope havia perdido 0,2 de seu peso.

A como sahiu o kilo da mistura, sabendo-se que o kilo do assucar custou 1$060 ?

Qual o lucro obtido se 250 grammas desse xarope foram vendidas por 3$500 ?

Solução raciocinada : Preço de 5 kg,25 de figos e passas

1 kg. = 12$000

5 kg,250 = 12$000 × 5,250 = 63$000.

Preço do assucar :

1 kg. = 1$060

6 kg,500 = 1$060 × 6,500 = 6$890.

Preço da mistura :

63$000 + 6$890 = 69$890.

Peso dessa mistura :

$(6\ kg,5 + 5\ kg,25) \times 0,8 = 11\ kg,750 \times 8 = 9\ kg,4.$

Se o prejuizo foi de 0,2 deduz-se que 0,10 equivaliam ao peso total da mistura, que ficou então reduzida, com o prejuizo soffrido, a 0,8.

Se 250 grammas foram vendidas por 3$500, 9 kg,400 ou 9.400 grammas deviam ter importado em

$$\frac{3\$500 \times 9400}{250} = 131\$600.$$

O lucro obtido foi, pois, de

$$131\$600 - 69\$890 = 61\$710.$$

120

As beterrabas produzem 40.000 kilogrammas de raizes e 10.000 kilogrammas de folhas, por hectareo.

Qual o valor desta colheita se as raizes são tres vezes e meio mais nutritivas que a palha, avaliada em 70$000 a tonelada (1.000 kilogrammas), e se um peso egual de palha corresponde á metade do valor das raizes?

Solução raciocinada : Se o valor nutritivo das folhas corresponde á metade do valor nutrivo das raizes, os 10.000 kg. de folhas correspondem ao valor nutritivo de 1.000 kg. de raizes.

A producção total de um hectareo tem o valor nutritivo de 40.000 kg. + 5.000 kg. = 45.000 kg. de raizes, que equivalem a um peso de folhas egual a 45.000 kg. × 3,5 = 157.500 kg. cujo valor é de

$$70\$000 \times 157^{t}500 = 11:025\$000.$$

121

Calcular o valor de dois pares de cortinas de filó de $2^{m},50$ de altura, se o filó de que são feitas vale 5$000 o

metro e o entremeio 3$000. Sabe-se que a pessôa encarregada de executar o trabalho precisa de tres dias para apromptal-o, percebendo 1$200 diarios e dispendendo em aviamentos 1$400.

Cada cortina é formada de tres tiras de filó separadas por dois entremeios.

Solução raciocinada : As 4 cortinas ou os dois pares têm um comprimento total egual a $2^{m},50 \times 4 = 10$ metros.

Tres tiras de filó de 10 metros de comprimento, correspondem a $10 \times 3 = 30$ metros.

Duas tiras de entremeio de 10 metros de extensão equivalem a $10 \times 2 = 20$ metros.

Valor do filó : $5\$000 \times 30 = 150\$000.$

Valor do entremeio : $3\$000 \times 20 = 60\$000.$

Mão de obra : $1\$200 \times 3 = 3\$600.$

Pequenos aviamentos : 1$400.

Valor total das cortinas :

$$150\$000 + 60\$000 + 3\$600 + 1\$400 = 215\$000.$$

122

Uma costureira deseja comprar $20^{m},15$ de linho de $1^{m},40$ de largura : só o encontrou, porém, com $1^{m},20$ de largura.

Tendo de mandar laval-o antes de se utilisar e sabendo-se que a lavagem diminue o linho de $\frac{2}{12}$ do comprimento e $\frac{2}{20}$ da largura, quantos metros deveriam ser adquiridos?

(Leyssene)

Solução raciocinada : Superficie do panno que a costureira desejava comprar :

$$1^{m2} \times 20,15 \times 1,40 = 28^{m},21$$

Largura do linho depois da lavagem, tendo perdido $\frac{2}{20}$ da largura, e portanto ficado com uma largura egual a

$$\frac{20}{20} - \frac{2}{20} = \frac{18}{20} \text{ ou a}$$

$$1^m,20 \times \frac{18}{20} = 1^m,08.$$

Depois de lavado, o panno deveria ter de comprimento

$$28^{m^2},21 \div 1^m,08 = 26^m,120$$

Tendo o panno, porém, perdido $\frac{2}{12}$ do comprimento, ficou com uma extensão egual a:

$$\frac{12}{12} - \frac{2}{12} = \frac{10}{12}$$

Dividindo-se $26^m,120$ por $\frac{10}{12}$ verifica-se que a costureira deveria comprar

$$26^m,120 \div \frac{10}{12} = 26^m,120 \times \frac{12}{10} = 31^m,3440.$$

Recapitulação

123

O diametro do sol é de 108,7 vezes maior que o da terra e este 3,66636 vezes maior do que o da lua.

Quantas vezes é o diametro do sol maior do que o da lua?

Resposta: 398,533332.

124

Fizeram-se cortinas de $1^m,40$ de largura, formadas de tres pedaços verticaes de étamine separados por entremeios bordados de $0^m,12$ de largura. As extremidades dos entremeios e as orlas lateraes estão superpostas 1 centimetro de cada lado, sobre cada tira de étamine. Qual a largura da étamine que deve ser utilizada para este trabalho?

(Royer)

Resposta: Largura da étamine: $0^m,406$.

125

Se 1.369.497 litros de leite por anno produzem 70328kg,500 de manteiga, um hectrolitro de leite quantos kilogrammas de manteiga deve produzir?

Resposta: 4 kg,289.

126

Um particular, dispondo de 5 peças de casemira de 48 metros cada uma, do valor de 13$000 o metro, levou-as a um alfaiate para lhe fazer um certo numero de costumes de criança, que exigiam cada um $1^m,65$ de panno. O alfaiate pediu pelo feitio de cada costume 45$000 recebendo uma parte do panno em pagamento do seu trabalho. A' vista disso, quantos foram os ternos confeccionados e qual a parte do panno que não foi utilizada ?

Resposta : 48 costumes.

Parte do panno não utilizado : $0^m,80$.

Razões e Proporções

127

Achar dois numeros cuja razão seja representada por $\frac{3}{7}$ e a somma por 2,5

(Lemoine)

Solução raciocinada : O numero menor valerá os $\frac{3}{7}$ do maior ; a somma 2,5 dos dois numeros corresponde ao maior augmentado de seus $\frac{3}{7}$ ou aos $\frac{10}{7}$ do maior, donde o maior é egual a $\frac{2,5 \times 7}{10}$ ou 1,75 e o menor $2,5 - 1,75 = 0,75$.

128

Achar dois numeros cuja razão seja $\frac{5}{8}$ e o producto 640.

Solução raciocinada : Designando por a e b os dois numeros vem que :

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{8} \text{ e } a \times b = 640$$

Fazendo-se o producto de cada membro dessas duas egualdades, resulta :

$$a^2 = 640 \times \frac{5}{8} = 400, \text{ donde}$$

$$a = \sqrt{400} = 20$$

$$b = 640 \div 20 = 32.$$

129

Uma peça de panno tem $4^m,3725$ de superficie; a largura e comprimento estão na razão de 3 para 5. Calcular as duas dimensões.

Solução raciocinada: Chamando a e b as duas dimensões, considerando-se a menor que b, vem que

$$a^2 = 4{,}3725 \times \frac{3}{5} = 2{,}6235, \text{ donde}$$

$$a = \sqrt{2{,}6235} = 1^m{,}619 \text{ e}$$

$$b = \frac{1^m{,}619 \times 5}{3} = \frac{8{,}095}{3} = 2^m{,}698$$

130

Um padeiro faz 1080 kilogrammas de pão com 86 duplos decalitros de farinha de 1ª qualidade. Quantos kilogrammas de pão poderá fazer com 126 hectolitros de farinha de 2ª qualidade, o rendimento da 1ª estando para o da 2ª como 15 para 14?

(Royer)

Solução raciocinada: A razão dos rendimentos indica que uma mesma quantidade de farinha de 2ª qualidade, fornece os $\frac{14}{15}$ do peso de pão fornecido pela de 1ª qualidade. Assim pois, 86 duplos decalitros de farinha de 2ª qualidade fornecem um peso de pão correspondente a $\frac{1080 \text{ kg} \times 14}{15}$, e os 126 Hl ou 126×5 duplos decalitros fornecem $\frac{1080 \text{ kg} \times 14 \times 126 \times 5}{15 \times 86} = 7384 \text{ kg},186$.

131

Duas substancias têm suas densidades representadas por $\frac{4}{7}$ e $\frac{11}{12}$. Quantos kilogrammas de cada uma é

preciso tomar, para se obter uma mistura cuja densidade seja expressa por $\frac{5}{6}$?

(Guyon)

Solução raciocinada: Chamemos P e p os pesos que desejamos determinar.

Ora, sendo o volume de um corpo egual á razão entre seu peso e sua densidade, o volume P kilogrammas da 1ª substancia corresponde a

$$P \div \frac{4}{7} = P \times \frac{7}{4} = \frac{P \times 7}{4}$$

O volume de p kilogrammas da 2ª substancia é egual a:

$$p \div \frac{11}{12} = p \times \frac{12}{11} = \frac{p \times 12}{11}.$$

Donde o volume da mistura é egual:

$$(P+p) \div \frac{5}{6} = (P+p) \times \frac{6}{5} = \frac{(P+p)\,6}{5}$$

ou á somma das duas egualdades, isto é:

$$\frac{P \times 7}{4} + \frac{p \times 12}{11} = \frac{(P+p) \times 16}{5}, \text{ ou ainda:}$$

$$\frac{77\,P + 48\,p}{44} = \frac{(P+p) \times 6}{5}.$$

Numa proporção, sendo o producto dos extremos egual ao producto dos meios, segue-se que:

$$(77\,P + 48\,p) \times 5 = (P+p) \times 6 \times 44, \text{ ou}$$

$$385\,P + 240\,p = 264\,P + 264\,p\,; \text{ donde}$$

$$385\,P - 264\,p = 264\,P - 240\,p$$

e $121\,P = 24\,p$; dahi a seguinte proporção:

$\frac{P}{p} = \frac{24}{121}$ donde se deduz que devem ser tomadas 24 kilogrammas da 1ª substancia para 121 da 2ª.

132

Dividir uma extensão de 640 metros em duas partes taes que a razão seja $\frac{2}{5}$

Solução raciocinada: Denominando a e b as partes consideradas, vem que: $a + b = 640$ metros e $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$.

$$\text{donde } \frac{a+b}{a} = \frac{2+5}{2} \text{ e } \frac{a+b}{b} = \frac{2+5}{5}$$

$$\frac{640}{a} = \frac{7}{2} \text{ e } \frac{640}{b} = \frac{7}{5}.$$

O valor de a será egual:

$$a = \frac{640 \times 2}{7} = 240 \text{ metros}$$

e o valor de b será egual:

$$b = \frac{640 \times 5}{7}\ 457^{m},142 \text{ approximadamente.}$$

133

Uma peça de panno tem de superficie $8^{m^2},42$ e a razão entre a largura e o comprimento é de 4 para 6. Quaes serão as suas dimensões?

Solução raciocinada: Designemos por a e b as duas dimensões; considerando a menor que b, vem que $a^2 = 8^{m^2},42 \times \frac{4}{5} = 6^{m^2},7360$ e

$$a = \sqrt{67360} = 2^{m},59.$$

A outra dimensão é egual a

$$\frac{2,59 \times 5}{4} = 3^{m},2375.$$

134

Dividir 627 maçãs entre tres pessôas de modo que a parte da 1ª esteja para a da 2ª como $\frac{2}{3}$ para $\frac{3}{4}$; e que a parte da 2ª esteja para a da 3ª assim como $\frac{4}{5}$ estão para $\frac{8}{7}$.

(Escola Normal do Districto Federal.)

Solução raciocinada: Chamemos x y e z as partes das tres pessoas:

Portanto $x + y + z = 627$ maçãs;

$$\text{donde } \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{y}{z} = \frac{4}{5} \div \frac{8}{7} = \frac{28}{40} = \frac{7}{10}.$$

Assim, pois, $\frac{x}{y} = \frac{8}{9}$

$$\frac{y}{z} = \frac{7}{10}.$$

Alternando os meios dessas proporções, vem:

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{9}$$

$$\frac{y}{7} = \frac{z}{10}.$$

Tirando o valor de $\frac{7}{9}$ em funcção de z, temos:

$$y = \frac{7z}{10} \text{ e } \frac{y}{9} = \frac{7z}{90}, \text{ donde } \frac{x}{8} = \frac{y}{9} = \frac{7z}{90}.$$

Se multiplicarmos por 7 ambos os termos das duas primeiras razões, encontramos:

$$\frac{7x}{56} = \frac{7y}{63} = \frac{7z}{90}.$$

Tornando

$$7x = x',\ 7y = y' \text{ e } 7z = z'$$

temos :

$$\frac{x'}{56} = \frac{y'}{63} = \frac{z'}{90}.$$

Ora, numa serie de razões por quocientes eguaes, a somma dos antecedentes está para a dos consequentes, como qualquer antecedente para seu consequente :

Portanto

$$\frac{x'+y'+z'}{56+63+90} = \frac{x'}{63} \text{ ou } \frac{y'}{63} \text{ ou } \frac{z'}{90}.$$

Dividindo ambos os membros dessas egualdades por 7 resulta :

$$\frac{x+y+z}{56+63+90} = \frac{x}{56} \text{ ou } \frac{y}{63} \text{ ou } \frac{z}{90}.$$

Dahi

$$x' = 7x$$
$$y' = 7y$$
$$z' = 7z$$

Assim, pois, $x+y+z$ correspondem á somma das partes procuradas ou a $627 \div 3 = 209$, ou ainda a

$$\frac{627}{209} = \frac{x}{56} \text{ ou } \frac{y}{63} \text{ ou } \frac{z}{90}.$$

Chegamos á conclusão do valor de

$$x = \frac{627 \times 56}{209} = 168\,;$$

$$\text{de } y = \frac{627 \times 63}{209} = 189$$

$$\text{e de } z = \frac{627 \times 90}{209} = 270\,.$$

Recapitulação

135

Determinar uma razão egual a $\frac{4}{6}$ cuja somma de ambos os termos seja egual a 90.

Resposta : $\frac{36}{54}$.

136

Um deposito de $0^{m3},025$ contem $3^{l},7$ de agua. Qual a relação entre a parte vasia do deposito e a capacidade total ?

Resposta : 0,852.

137

Dividir 745 metros em duas partes taes que a razão seja $\frac{3}{7}$.

Resporta : $521^{m},5$.

138

Achar dois numeros taes que a razão seja $\frac{4}{7}$ e a differença 15.

Resposta : 20 e 35.

139

Determinar duas fracções cuja razão seja $\frac{7}{10}$ e o producto $\frac{35}{72}$.

Resposta: 1ª $\frac{7}{12}$; 2ª $\frac{5}{6}$.

Regra de tres simples

140

20 peças de linho custaram 3:500$000. Qual o valor de 24 peças do mesmo panno?

Solução raciocinada: Chamemos x o preço procurado das 24 peças de panno. Guardando o numero de peças entre si a mesma relação que os preços, armando a proporção vem que: 20 : 24 : : 3:500$000 : x. Avaliando as razões, temos: $\frac{20}{24} = \frac{3.500}{x}$. x representa pois, o quarto termo de uma proporção em que os tres primeiros termos são conhecidos; fazendo-se o producto dos meios, ou de 24 e 3500, dividindo-se esse producto pelo extremo conhecido ou 20, determinamos o valor de x, donde

$$x = \frac{24 \times 3.500}{20} = 4:200\$000$$

141

9 costureiras apromptaram um certo numero de peças em 10 horas; 15 costureiras trabalhando com a mesma actividade que as primeiras, em quantas horas farão egual numero de peças?

Solução raciocionada: Augmentando o numero de costureiras o numero de horas de trabalho diminue, isto porque as horas e o numero de costureiras representam grandezas inversamente proporcionaes. A razão do numero de horas é portanto $\frac{10}{x}$ e do numero de costurairas $\frac{9}{15}$, razões estas que são inversas uma á outra, donde $\frac{9}{15}=\frac{x}{10}$. Deduzindo o valor de x, vem que $x=\frac{9\times 10}{15}=$

$= 6$ horas.

142

Custando 300l $\frac{20}{5}$ de certo licor 2:432$000 qual o valor de um decilitro?

Solução raciocinada: 300l $\frac{20}{5}$ correspondem a (304 litros, ou)

$$300\ \frac{20}{5}=\frac{1520}{20}=304 \text{ litros}$$

se 304 litros custaram 2:432$000, 1 só litro deveria ter custado

$$\frac{2:432\$000}{304}=8\$000$$ e $0^{l},1$ uma importancia dez vezes menor, ou

$$8\$000 \div 0,1 = 800 \text{ réis.}$$

143

Quantos kilogrammas de chá podem ser comprados com 90$600, se 20 kilogrammas custaram 360$000?

Solução raciocinada: Se com 360$000 compraram-se 20 kilogrammas com $001 poder-se-ia comprar uma quantidade 360000 vezes menor e com 90$600 uma porção egual a

$$\frac{20^{kg}\times 90\$600}{360.000}=5^{kg},033$$

144

Se 29 litros e $\frac{2}{5}$ de licor custam 80$000, quantos litros se podem comprar com 200$000?

Solução raciocinada: $\frac{5}{5}$ equivalem a 29 litros, $\frac{1}{5}$ equivale a

$$\frac{29}{5}\text{ e }\frac{2}{5}\text{ a }\frac{29\times 2'}{5}=11^{l},6.$$

Em 29^{l}, mais $11^{l},6$, ha um total de

$$29^{l},+11^{l},6=40^{l},6.$$

Se 80$000 foi o preço de $40^{l},6$, com $001 poder-se-ia comprar uma quantidade egual a $\frac{40^{l},6}{80000}$ e com 200$000 uma porção egual a

$$\frac{40^{l},6\times 200000}{80000}=101^{l},5.$$

145

Tres açougueiros arremataram um boi pesando 890 kilos e $\frac{7}{8}$ á razão de 16$685 os 20 kilos e $\frac{6}{7}$. Quantos kilos receberá cada um e quanto deverá pagar cada açougueiro?

Solução raciocinada: 890 Kg, $\frac{7}{8}$ equivalem a $\frac{7127}{8}$ de kilos

Dividindo-se esta fracção em 3 partes eguaes, encontraremos o numero de kilos que toca a cada açougueiro, ou

$$\frac{7127}{8}\div 3=\frac{7127}{24}=296\text{ Kg, }\frac{23}{24}.$$

Se 20 Kg, $\frac{6}{7}$ correspondem a $\frac{146}{7}$ que foram comprados á razão de 16$685 segue-se que os 890 Kg $\frac{7}{8}$ ou $\frac{7127}{8}$ de kilos deveriam ter custado uma quantidade que representaremos por x, cujo valor vamos determinar.

Ora, se $\frac{146}{7}$ importaram em 16$685, $\frac{7127}{8}$ importaram em x.

Reduzindo-se estas fracções do mesmo denominador vem que:

$$\frac{146}{7} \text{ e } \frac{7127}{8} \text{ equivalem a } \frac{1168}{56} \text{ e } \frac{49889}{56}.$$

Expellindo os denominadores dessas fracções, resulta que se

$$\frac{1168}{8} \text{ importaram em } 16\$685$$

$$1 \text{ deveria importar em } \frac{16685}{1168}$$

$$\text{e } 49889 \text{ em } \frac{16\$685 \times 49889}{1168} = 712\$665.$$

Se o boi custou 712\$665, cada açougueiro pagou a 3ª parte de seu valor, ou

$$712\$665 \div 3 = 237\$555$$

146

Uma companhia de 160 homens recebe um soldo de 96:000\$000 por anno; 6 mezes depois a companhia perdeu 25 desses homens.

De quanto se devia diminuir a quantia a pagar no fim do anno?

Solução raciocinada: Se para 12 mezes o soldo para todos os homens é de 96:000\$000, em 6 mezes, devem receber uma quantia que represente a metade do soldo correspondente a 12 mezes, porque 6 mezes correspondem á metade de 12 mezes; portanto para 6 mezes o soldo é de

$$96{:}000\$000 \div 2 = 48{:}000\$000.$$

Se 160 homens recebem em 6 mezes 48:000\$000, 1 homem recebe em 6 mezes $\frac{48{:}000\$000}{160} = 300\$000$ e os 25 homens que a companhia perdeu, deviam receber $300\$000 \times 25 = 7{:}500\$000$.

7:500\$000 representam pois, a importancia a descontar no pagamento a fazer, que fica reduzido a

$$96{:}000\$000 - 7{:}500\$000 = 88{:}500\$000.$$

147

Um carreiro deve transportar varios volumes pesando 4.500 kilogrammas, devendo receber 5\$600 por 100 kilogrammas.

Em meio do caminho entrega 2000 kg. a um companheiro e os dois continuam a viagem juntos. Quanto deverá receber cada um?

Solução raciocinada: Se em 100 kg. ganha 5\$600, se carregasse 1 kg. ganharia menos ou

$$\frac{5\$600}{100} \text{ e se carregasse os 4500 kg. receberia} \ldots$$

$$\frac{5600 \times 4500}{100} = 252\$000.$$

Tendo entregue ao outro 2.000 kg., carregou unicameute

$$4.500 \text{ kg:} - 2.000 = 2.500 \text{ kg.}$$

Portanto havendo transportado parte dos volumes, deveria receber uma parte de 252\$000; porque, se pelo transporte de

4500 kg. devia receber 252\$000

pelo transporte de 1 kg. receberia $\frac{252\$000}{4\$000} = 56$ réis.

e pelo transporte de 2.500kg. » $\frac{252000 \times 25000}{4500}$ 140\$000

Se o 2º carregador transportou 2.000 kg. recebeu

$$252\$000 - 140\$000 = 112\$000$$

148

Um cultivador plantou dois pomares; um de 450 metros de comprimento sobre 230m de largura e outro de 540m de comprimento sobre 320m de largura que lhe deu um lucro de 420\$000 em fructas.

Quanto lhe rendeu o 1º pomar e quantos metros cubicos de pedra poderá obter com o lucro dos dois pomares valendo o metro cubico de pedra 5$000 ?

Solução raciocinada : Superficie do 1º pomar :

$1^{m2}, \times 450 \times 320 = 103,500^{m2}$.

Superficie do 2º :

$1^{m2} \times 540 \times 320 = 172800^{m2}$, dando-lhe um lucro de 420$000 em fructas.

Se

172800^{m2} renderam 420$000

1^{m2} deveria render $\frac{420\$000}{172800}$

103,500^{m2} renderiam $\frac{420\$000 \times 103500}{172800} = 251\$566$.

Lucro total :

$420\$000 + 251\$566 = 671\$566$.

Com esta importancia poderia comprar uma quantidade de pedras egual a :

$671\$566 \div 5\$000 = 134^{m3},313^{d}$

149

Propuzeram a um criador trocar 250 carneiros por 320 porcos. Desejando elle adquirir 640 suinos, quantos carneiros deveria dar ?

Solução raciocinada : Se por 320 porcos devia dar 250 carneiros, por 640 porcos deveria dar maior numero da carneiros, ou

$\frac{250 \times 640}{320} = 500$ carneiros ou

se por

320 porcos devia dar 250 carneiros

por um porco deveria dar $\frac{250}{320}$ e

por 640 porcos deveria dar $\frac{250 \times 640}{320}$ ou

500 carneiros.

150

Uma dactylographa faz $\frac{1}{5}$ dos $\frac{20}{3}$ de certo trabalho em 2 horas e $\frac{5}{6}$. Se trabalhasse 6 horas e $\frac{1}{5}$, que porção de trabalho apromptaria ?

Solução raciocinada: Em $2^h \frac{5}{6}$ ou $\frac{17}{6}$ de horas, a dactylographa fez $\frac{1}{5} \times \frac{20}{3} = \frac{20}{15}$; portanto em $6^h \frac{1}{5}$ ou $\frac{31}{5}$ deveria ter feito x ou armando a regra vem que :

em $\frac{17}{6}$ de horas deveriam ser feitos $\frac{20}{15}$

em $\frac{31}{5}$ de » » » x

ou reduzindo as fracções ao mesmo denominador :

$\frac{17}{6}, \frac{31}{5} = \frac{85}{30}$ e $\frac{186}{30}$

donde

$\frac{85}{30}$ — $\frac{20}{15}$

$\frac{186}{30}$ — X

Expellindo os denominadores communs, vem :

$\frac{85}{30}$ — $\frac{20}{15}$

$\frac{1}{30}$ — $\frac{20}{15 \times 85}$

$\frac{186}{30}$ — $\frac{20 \times 186}{15 \times 85} = \frac{3720}{1275} = \frac{248}{85} = 2\frac{78}{85}$

do trabalho.

Recapitulação

151

Quantos kilogrammas de uvas podem ser comprados com 96$000, custando 5 kilogrammas 4$000?

Resposta: 120 kilogrammas.

152

Custando 1 kilo de ameixas 9$000 quanto se deve pagar por 36 kilos?

Resposta: 324$000.

153

Quantos metros de panno se podem comprar por 2:019$000, se $9^{m},36$ importam em 63$780?

Resposta: $239^{m},536$.

154

Se um hectolitro de trigo custa 2$850, quantos hectolitros desse trigo podem ser adquiridos com........ 380$760?

Resposta: $133^{hl},6$.

155

Se $\frac{1}{4}$ do metro de certo panno custa os $\frac{4}{5}$ de um mil réis, quanto se deve pagar pelos $\frac{5}{8}$ desse mesmo panno?

Resposta: 2$000.

156

Vendem-se 6 metros de uma peça de linho, ficando um resto egual aos $\frac{17}{20}$ de toda a peça. Qual o comprimento dessa peça?

Resposta: 40 metros.

157

Vendendo-se $2^{m} \frac{1}{2}$ de renda houve um prejuizo egual a $\frac{1}{4}$ de um mil réis; pagando-se 29$000 e $\frac{2}{5}$, quantos metros dessa mesma renda deviam ter sido comprados?

Resposta: 294 metros.

Regra de tres composta

158

Um vapor que transportava 100 marinheiros e 400 soldados, devia fazer uma viagem em 136 dias; em quanto importaria essa viagem se cada homem recebesse 850 réis por dia?

Solução raciocinada: Ora, 100 marinheiros mais 400 soldados ou 500 homens, recebendo cada homem diariamemte 850 réis, um só homem em 136 dias deve receber

850 réis × 136 = 115$600 e

500 homens nesse mesmo espaço de tempo devem receber

115$600 × 500 = 57:800$000 ou

1^{h} em 1 dia recebe 850 réis

1^{h} » 136 dias recebe 850 réis × 136 = 115$600

500^{h} « 136 » recebem 115$600 × 500 = 57:800$000

159

Uma senhora mandou forrar um quarto de $8^{m},50$ de largura e $3^{m},50$ de comprimento, com um tapete no valor de 480$000.

Pergunta-se qual o preço de um outro tapete que se deve collocar numa sala que tem mais $3^{m},25$ de comprimento e $2^{m},24$ de largura, do que o quarto.

Solução raciocinada: Se a sala tem de comprimento mais $3^{m},25$ do que o quarto e este $3^{m},50$ o comprimento da sala é de

$$3^m,25 + 3^m,50 = 6^m.75$$

Se por sua vez a largura da sala tem mais $2^m,24$ do que o quarto que mede $8^m,50$, segue-se que a largura da sala é de

$$8^m,50 + 2^m,24 = 10^m,74.$$

Se para atapetar um compartimento de $8^m,50$ de largura e $3^m,50$ de comprimento, a despesa é de 480$000; se a largura fosse representada por 1 metro, a despesa seria de $\frac{480\$000}{8,50}$. Se considerarmos o comprimento tambem egual a 1 metro, a despesa será de $\frac{480\$000}{8,50 \times 3,50}$; mas se a largura tiver $10^m,74$ esta despesa elevar-se-á a $\frac{480.000 \times 10,74}{8,50 \times 3,50}$ e se o comprimento for egual a $6^m,75$ chegaremos á conclusão de que a despesa será de

$$\frac{480\$000 \times 10,74 \times 6,75}{8,50 \times 3,50} \text{ ou } 1{:}169\$667.$$

160

Cinco operarios constroem uma parede de 40 metros em 6 dias; que extensão terá uma parede construida em 30 dias, considerando-se que foram admittidos 10 outros operarios que trabalharam tanto quanto os primeiros ?

Solução raciocinada : Tendo sido contractados para a 2ª obra mais 10 operarios do que os primitivos, havia um total de 10 + 5 ou 15 operarios.

Ora, se 5 pedreiros em 6 dias levantaram uma parede de 40 metros, em 30 dias, 15 homens, poderiam fazer maior numero de metros, ou :

$$5^h \;—\; 6^d \;—\; 50^m$$

$$15^h \;—\; 30^d \;—\; x$$

$$1^h \;—\; 6^d \;—\; \frac{40}{5}$$

$$1^h \;—\; 1^d \;—\; \frac{40}{5 \times 6}$$

$$15^h \;—\; 1^d \;—\; \frac{40 \times 15}{5 \times 6}$$

$$15^h \;—\; 30^d \;—\; \frac{40 \times 15 \times 30}{5 \times 6} = 40 \times 15 = 600 \text{ metros.}$$

161

150 pessôas mantêm-se durante 10 semanas, dispondo cada uma de 3 francos diarios ; durante quanto tempo poder-se-ão manter 200 pessôas que dispõem de 2 francos diarios ?

Solução raciocinada : Decompondo o problema em tantas regras de tres simples, quantas são as circumstancias das quaes depende o valor de x, temos :

1ª

$$150^p \;—\; 10^s$$

$$200^p \;—\; x$$

Armando a proporção, vem :

$$200 : 150 :: 10 : X$$

Tirando o valor de x, resulta :

$$x = \frac{150 \times 10}{200}$$

2ª

$$3^f \;—\; 10^s$$

$$2^f \;—\; x'$$

Armando a proporção :

$$2 : 3 :: 10 : x'$$

donde

$$x' = \frac{3 \times 10}{2}$$

Multiplicando ordenadamente estas duas proporções, encontramos :

$$200 : 2 : 150 : 3 :: 10 : x : x'$$

Portanto

$$x = \frac{150 \times 10 \times 3}{200 \times 2} \quad 11 \text{ semanas e } \frac{1}{4}$$

162

Um mestre de obras faz trabalhar 6 pedreiros, tendo cada um 3 serventes, durante 5 semanas ou 6 dias de trabalho por semana, pagando-lhes 864$000.

Dias depois resolveu entregar a obra a 5 pedreiros, dispondo cada um de 9 serventes.

Quanto lhes deveria pagar, se dispunham da mesma actividade que os primeiros e trabalharam durante 8 semanas, á razão de 5 dias $\frac{1}{2}$ por semana ?

Solução raciocinada: Dispondo os 6 primeiros pedreiros de 3 serventes cada um, havia um numero de serventes egual a 6×3 ou 18 serventes, num total de $18 + 6 = 24$ homens que trabalharam 5 semanas de 6 dias, ou

$$6^d \times 5 = 30 \text{ dias.}$$

Dispondo os outros 5 pedreiros de 9 serventes cada um, havia um total de homens egual a
$(5^p \times 9) + 5^p = 50$ homens que trabalharam 8 semanas de 5 dias e $\frac{1}{2}$ cada semana, ou $5^d \times 8 = 40^d$ e

$$(40^d + \frac{1}{2}) \times 8 = \frac{8}{2} = 4 \text{ dias ou ainda}$$

$$40^d + 4^d = 44 \text{ dias.}$$

Ora, se 24 homens trabalhando 30 dias, receberam 864$000, 50^h em 44 dias deviam receber uma quantia maior que reprentaremos por x, cujo valor vamos determinar por meio do seguinte calculo:

$$24^h \text{ — } 30^d \text{ — } 864\$000$$
$$50^h \text{ — } 44^d \text{ — } x$$

$$24^h \text{ — } 30^d \text{ — } 864\$000$$
$$1^h \text{ — } 30^d \text{ — } \frac{864\$000}{24} = 36\$000$$
$$1^h \text{ — } 1^d \text{ — } 36\$000 : 30 = 1\$200$$
$$50^h \text{ — } 1^d \text{ — } 1\$200 \times 50 = 60\$000$$
$$50^h \text{ — } 44^d \text{ — } 60\$000 \times 44 = 2{:}640\$000$$

163

Com 100$000 ganham-se em 1 anno 5$000 ; com 3:500$000 quanto se deve ganhar em 9 mezes ?

Solução raciocinada: Se com 100$000 ganham-se em 12 mezes 5$000, com $001 deve-se ganhar em 12 mezes $\frac{5}{100}$ e

com $001 em 1 mez deve-se ganhar $\frac{5}{100 \times 12}$;

com 3:500$000 em 1 mez $\frac{5 \times 3{:}500\$000}{100 \times 12}$

com 3:500$000 em 9 mezes $\frac{5 \times 3{:}500\$000 \times 9}{100.000 \times 12}$

ou 131$250.

164

12 trabalhadores ganham 1:800$000 em 25 semanas de 6 dias de trabalho por semana. Quanto receberão 20 trabalhadores em 20 semanas, trabalhando 5 dias por semana ?

Solução raciocinada:

25 semanas de 6 dias, representam 150 dias de trabalho ;
20 » » 5 » » 100 » » »
Se 12 trabalhadores em 150 dias receberam 1:800$000
20 trabalhadores em 100 » » x

ou

$$12^t \text{ — } 150^d \text{ — } 1{:}800\$000$$

$$20^t \text{ — } 100^d \text{ — } X$$

donde

$$x = \frac{1{:}800\$000 \times 20 \times 100}{12 \times 150} = 2{:}000\$000$$

165

6 operarios começam seu trabalho ás 6 horas da manhã e o acabam ás 7 horas da noite, tendo $2^h \frac{1}{2}$ reservadas ao descanço. Se trabalhassem 6 semanas e $\frac{1}{4}$ desse tempo e em cada semana 4 dias, receberiam 4:000\$000. Pergunta-se quanto deveriam receber 12 trabalhadores que, tendo trabalhado 6 dias por semana, começando ás 5 horas e $\frac{1}{2}$ da manhã e terminando ás 8 horas da noite, tivessem o mesmo intervallo de repouso?

Solução raciocinada: Das 6 horas da manhã ás 7 da noite ha o espaço de 13 horas; havendo $2^h \frac{1}{2}$ ou $2^h,30^m$ de descanço diario, os 6 homens trabalham unicamente:

$$13^h - 2^h,30^m = 10^h,30^m.$$

Se considerarmos 6 semanas de 4 dias, teremos 6×4 ou 24 dias; mas, sendo o numero de dias considerados de 6 semanas e $\frac{1}{4}$ ou 24 e $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ de 24 dias corresponde a um numero de dias egual a

$$\frac{1}{4} \text{ de } 24 = 24 \div 4 = 6 \text{ dias, donde}$$

$$24^d + 6^d = 30 \text{ dias}$$

Em 30 dias, pois, os operarios trabalham

$$10^h,30 \times 30 = 309^h \text{ e descançam}$$

$$2^h,30 \times 30 = 69 \text{ horas.}$$

Os outros 12 operarios, das $5^h,30^m$ da manhã ás 8 da noite, repousando diariamente $2^h,30^m$ trabalham

$$14^h,30^m - 2^h,30^m = 12 \text{ horas.}$$

$14^h,30^m$ é o espaço de tempo que decorre das $5^h,30^m$ da manhã ás 8 horas da noite.

Se trabalham o mesmo numero de semanas durante 6 dias na semana, trabalham

$6^d \times 6 = 36$ dias mais $\frac{1}{4}$ desse tempo ou mais 9 dias, porque: $(36 \times \frac{1}{4} = 9$ dias) e em 36 dias mais 9 dias, ha um total de 45 dias.

Trabalhando 45 dias de 12 horas por dia, dispendem

$$12^h \times 45 = 540 \text{ horas e descançam}$$

$$2^h,30^m \times 45 = 103^h,50^m$$

Portanto, se 6 homens, trabalhando 309 horas recebem..... 4:000\$000 tendo descançado durante 69 horas, ou trabalhado $309^h - 69 = 240^h$ unicamente; 12 homens, trabalhando 540^h ou $437^h,50$, devem receber uma importancia maior, ou x; armando a regra vem que:

$$6 \text{ homens } 240^h \text{ — } 4{:}000\$000$$

$$12 \text{ homens } 437^h,50^m \text{ — } x;$$

donde

$$x = \frac{4{:}000\$000 \times 12 \times 437{,}50}{6 \times 240} = 14{:}583\$333$$

166

Pagou-se pelo transporte de 4 toneladas de mercadorias diversas, a uma distancia de 50 kilometros numa via ferrea, 150\$000. Quanto se deverá pagar pelo transporte de 12 toneladas e 5 quintaes metricos, a uma distancia de $20^{Km},40$?

Solução raciocinada: Se pelo transporte de 40 toneladas a uma distancia de 50 kilometros a despesa é de 150\$000, pelo transporte de uma tonelada a 50 kilometros, deve-se pagar $\frac{150\$000}{40}$; pelo transporte de 12 t,5 a despesa é de $\frac{150\$000 \times 2,5}{40 \times 50}$ considerando-se a mesma distancia de 50 kilometros; mas, se a distancia for egual a 20 Km,40 a despesa será de

$$\frac{150\$000 \times 12,5 \times 20,40}{40 \times 5} = 19\$125.$$

167

Um empreiteiro contractou 20 homens para certa obra; no fim de 30 dias, trabalhando 8 horas diarias, os operarios conseguiram aprompta 4000 metros do serviço.

O empreiteiro resolveu então admittir mais 12 trabalhadores, para o preparo de 2000 metros da mesma obra marcando-lhes 10 horas de serviço, por dia.

Em quantos dias ficou prompto o 2º trabalho?

Solução raciocinada: Pelo methodo das proporções.

Se 20 homens fazem a obra em 30 dias

12 » em quanto tempo farão o mesmo trabalho?

Chamando x o numero de dias procurados e armando a proporção, vem que:

$20 : 12 :: 30 : x$, ou avaliando as razões:

$$\frac{20}{12} = \frac{30}{x}$$

Comparando as horas com os dias vem que:

$$10^h : 8^h :: x : x'$$

Comparando o numero de metros com os dias, resulta:

$$4000 : x' :: 2.000^m : x''$$

Multiplicando ordenadamente estas proporções, vem:

$$12 : 10 : 2000 : 20 : 8 :: 4000 : 30 : x : x' : x''$$

Dividindo-se por x e x' o 3º e o 4º termos, as proporções não se alteram;

$12 : 10 : 4000 : 8 :: 2000 : 30 : x' \; x''$, donde

$$x'' = \frac{20 \times 8 \times 2000 \times 30}{12 \times 10 \times 4000} = 20 \text{ dias}.$$

Pela decomposição em regras de tres simples:

1ª

20^h — 30^d

12^h —

20^h — 30^d

1^h — $30 \times 20 = 600^d$

12^h — $600^d \div 12^d = 20$ dias ou $\frac{30 \times 20}{12}$

2ª

$\frac{30 \times 20}{12}$ — 8^h

x — 10^h

8^h — $\frac{30 \times 20}{12}$

1^h — $\frac{30 \times 20 \times 8}{12}$

10^h — $\frac{30 \times 20 \times 8}{12 \times 10}$

3ª

4000 — $\frac{30 \times 20 \times 8}{12 \times 10}$

2000 — x

4000 — $\frac{30 \times 20 \times 8}{12 \times 10}$

1^m — $\frac{30 \times 20 \times 8}{12 \times 10 \times 4000}$

1200^m — $\frac{30 \times 20 \times 8 \times 1200}{12 \times 10 \times 4000} = 20$ dias.

Pelo methodo de reducção á unidade:

20 op	8 h	4000	30d
12 op	10 h	2000m	x

---

20 op	8 h	4000	30d

1 8	4000^m		30×20
1 8	4000		$30 \times 20 \times 8$
1 1	1		$\dfrac{30 \times 20 \times 8}{4000}$
12 1	4000		$\dfrac{30 \times 20 \times 8}{4000 \times 12}$
12 10	1		$\dfrac{30 \times 20 \times 8}{4000 \times 12 \times 10}$
12 10	2000		$\dfrac{30 \times 20 \times 8 \times 2000}{4000 \times 12 \times 10}$ 20 dias

Pelo methodo das causas e effeitos:

	Causas			: Effeitos
Hypothese:	20^o	8^h	30^d	4000 metros
Pergunta:	12	10^h	x	2000 metros

$$x = \frac{30 \times 20 \times 8 \times 4000}{24 \times 10 \times 2000} = 20 \text{ dias}$$

168

25 operarios abrem um poço de $30^m \frac{1}{2}$ em 12 dias e $\frac{3}{4}$ do dia.

Que extensão terá um poço aberto por 12 desses operarios em 4 dias e $\frac{1}{2}$?

Solução raciocinada: Se 25 homens abrem um poço de $30^m \frac{1}{2}$ ou $3^m,50$ em $12^d \frac{3}{4}$ ou $12^d, 18^h$ ou 306 horas: 12 operarios, trabalhando 4 dias e $\frac{1}{2}$ ou $4^d,12$, ou 108 horas; deviam abrir um poço de menor numero de metros, ou:

25^h — $30^m,50$ — 306^h

12^h — x — 108^h

ou

25^h — 306^h — $30^m,50$

12^h — 108^h — x

donde

$$x = \frac{30^m,50 \times 12 \times 108}{25 \times 306} = 5,167.$$

169

Num celleiro de 54 metros de comprimento e 36 de largura, ha 45 hectolitros de milho: que quantidade de milho poder-se-á guardar em um outro celleiro que tem 96 metros de comprimento e 54 metros de largura?

Solução raciocinada: Superficie do 1º celleiro:

$$1^{m2} \times 36 \times 54 = 1944^{m2}.$$

Superficie do 2º celleiro:

$$1^{m2} \times 96 \times 54 = 5184^{m2}$$

Comportando o 1º 45 hectolitros, o 2º que apresenta maior superficie, comportará uma quantidade maior de milho, ou

1944^{m2} — 45^{Hl}

5184^{m2} — x

donde $x = \dfrac{45 \times 5184}{1944} = 120$ hectolitros, ou ainda

Em um celleiro de

54^{mc} — 36^{ml} — 45^{Hl}

96^{mc} — 54^{ml} — x

$$x = \frac{45 \times 96 \times 54}{54 \times 36} = 120 \text{ hectolitros}$$

170

Um cabo é formado de 53 fios de ferro, tendo cada um $2^{mm},3$ de diametro, 80 metros de comprimento e um peso egual a $137^{kg},2$. Quanto pesará um outro cabo formado de 12 fios de cobre, tendo cada um 4^{mm} de diametro e 93 metros de comprimento? Sabe-se que a densidade do ferro é de 7,788 e a do cobre de 8,95 e suppõe-se que o peso de cada fio seja proporcional a seu comprimento, a seu diametro e á sua densidade. Os cabos têm a fórma cylindrica

(Guyon).

Solução raciocinada: O quadrado do diametro de cada fio do 1º cabo é de

$$2,3 \times 2,3 = 5,29$$

e do 2º de

$$4 \times 4 = 16.$$

Se um cabo formado de 53 fios de $2^{mm},3$ de diametro, de 80^{m} de comprimento e de densidade egual a 7,788 pesa 137 Kg,2, um outro formado de um só fio, tendo todas as outras dimensões e densidade eguaes, pesa $\frac{137 \text{ Kg},2}{53}$ e se tivesse 1^{mm} de diametro, pesaria $\frac{137,2}{53 \times (2,3)^2}$; se o comprimento fosse tambem de 1^{mm} o peso desse cabo seria de $\frac{137,2}{53 \times (2,3)^2 \times 80}$; se a densidade fosse egual a 1, o peso desse cabo seria egual a $\frac{137,2}{53 \times (2,3)^2 \times 80 \times 7,788}$

Mas, se em vez de um só fio, fossem 12 fios, o peso seria 12 vezes maior ou $\frac{137,2 \times 12}{53 \times (2,3)^2 \times 80 \times 7,788}$ e assim successivamente; se o diametro fosse de 4^{mm} o comprimento de 93^{m} e a densidade de 8,95 o cabo pesaria

$$\frac{137,2 \times 12 \times (4)^2 \times 93 \times 8,95}{53 \times (2,3)^2 \times 80 \times 7,788} \text{ ou } 125 \text{ kg},514$$

Sendo os fios que constituem esses cabos, de fórma cylindrica, o seu volume será de

$$\pi \times R^2 \times 93 \times 12 = \pi \times (0,002)^2 \times 93 \times 12 = 0^{m3},0\,14024 =$$
$$= 14^{dm3}024 \times 8,95 = 125 \text{ kg},514.$$

171

As capacidades de dois fornos estão entre si como

10 para 4; um é alimentado por coke e o outro por carvão de pedra. O poder calorifico do coke está para o do carvão de pedra como 16 para 22.

No forno maior emprega-se o coke e verifica-se que são precisas 350 kilogrammas para se obter 200 kilogrammas de fundição; fornecendo esse forno em 24 horas 72.000 kilogrammas de fundição, pede-se determinar a quantidade de fundição produzida pelo forno menor em 36 horas e bem assim a quantidade de carvão de pedra necessaria.

(F. G. M.)

Solução raciocinada: Se em 24 horas, sendo a capacidade representada por 10 e o poder calorifico por 16, se obtêm 72.000 kg de fundição, em 36 horas, a capacidade estando representada por 4 e o poder calorifico por 22, a producção é de

$$\frac{72.000 \times 36 \times 4 \times 22}{24 \times 10 \times 16} \; 59.400 \text{ kg}$$

Se para a producção de 200 kilogrammas, o poder calorifico sendo de 16, são precisas 350 kg. de coke. para 59400 kg., o poder calorifico sendo de 22, são precisas

$$\frac{350 \times 16 \times 59.400}{200 \times 22} = 75.600 \text{ kg}.$$

172

18 operarios levaram 76 dias $\frac{2}{3}$ trabalhando $3h,20^{m}$ por dia, para abrir uma valla cujas dimensões eram as seguintes:

Comprimento: $26^{m}\,\frac{13}{4}$; largura: $8^{m},2142857142857\ldots$

profundidade: $6^{m},243636\ldots$

Calcular quantas horas diarias poderá trabalhar uma segunda turma cujo effectivo é egual

$$a \ \frac{3}{4} \times \left(\frac{0,5 \div \frac{3}{4} \times \frac{2}{7} \times 0,333...}{1\frac{1}{3} \times \frac{4}{7} \div \frac{2}{3}} \right)$$

da 1ª, para cavar em 45 dias e $\frac{8}{9}$ uma valla de 31m,21818 de comprimento, 14m,75 de largura e 10m,70 de profundidade. A actividade da 1ª turma é representada por 39 e da 2ª que trabalha em terreno duas vezes menos difficil que a 1ª, por 107:

(Concurso de admissão á E N. do D. Federal)

Solução raciocinada: Se 18 operarios para abrirem uma valla de $26^m \frac{13}{4}$ de comprimento, 8^m,2142857142857.... de largura, 6^m,243636.... de profundidade, sendo a actividade representada por 39, levam 76 dias $\frac{2}{3}$ trabalhando $3^h,20^m$ diariamente, uma 2ª turma, cujo effectivo é egual a $\frac{3}{4} \times \left(\frac{0,5 \div \frac{3}{4} \times \frac{2}{7} \times 0,333...}{1\frac{1}{3} \times \frac{4}{7} \div \frac{2}{3}} \right)$

da 1ª precisa de x horas para cavar em 45 dias $\frac{8}{9}$, uma valla de 31^m.21818.... de comprimento, 14^m,75 de largura, 10^m,70 de profundidade, e cuja actividade é representada por 107; ou

$18^{op} \quad 690^d \quad 6435^c \quad 230^l \quad 3434^p \quad 39^{act} \quad 2^{diff} \quad 200^m$

$9^{op} \quad 413^d \quad 6868^c \quad 413^l \quad 5885^p \quad 107^{act} \quad 1^{diff} \quad x$

Precisando 18^{op} de 200^m

1^{op} precisa de 200×18

9^{op} precisam de $\frac{200 \times 18}{9}$ 400^m

2ª turma:

Comprimento: $31^m,21818 = 31^m \frac{12}{55} = \frac{1717}{55}$

Largura: $14^m,75 = 14 \frac{75}{100} = 14^m \frac{3}{4} = \frac{59}{4}$

Profundidade:

$$10^m,70 = 10 \frac{70}{100} \ 10^m \frac{7}{10} = \frac{107}{10}$$

$$31^m,21818 = 31^m \frac{218 - 2}{990} = 31 \frac{216}{990} = 31 \frac{108}{990} = 31 \frac{36}{165} =$$

$$= 31 \frac{12}{55} = \frac{1717}{55}$$

$\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

$76^d \frac{2}{3} = \frac{230}{3}$

$45^d \frac{8}{9} = \frac{413}{9}$

$\frac{1}{2} \times 18 = \frac{18}{2} = 9$ operarios.

$$18\ op - \frac{230^d}{3} - \frac{117^c}{4} - \frac{115^l}{14} - 1117_p\ 39^{act} - 2^{diff} - 200^m$$

$$9\ op - \frac{413^d}{9} - \frac{1717^c}{55} - \frac{59^l}{4} - \frac{107^p}{10} - 107^{act} - 1^{diff} - x$$

Reduzindo-se as fracções da mesma especie ao mesmo denominador resulta:

$$18^{op} - \frac{690^d}{9} - \frac{2435^c}{220} - \frac{230^l}{28} - \frac{3434_p}{550} - 39^{act}\ 2^{diff} - 200^m$$

$$9^{op} - \frac{413^d}{9} - \frac{6868^c}{220}\ \frac{413^l}{28} - \frac{5885_p}{550} - 107^{act} - 1^{diff} - x$$

Expellindo os denominadores communs, o valor de x fica egual a:

$$\frac{690 \times 400 \times 6868 \times 413 \times 5885 \times 39}{413 \times 6435 \times 230 \times 3434 \times 107 \times 2}$$

Simplificando vem:

$$x = 10 \times 8 \times 5 = 400 \text{ minutos}$$

$690^d \quad - \quad 400^m$

$$413^{d} \quad — \quad \frac{400 \times 690}{413}$$

$$6435^{c} \quad — \quad \frac{400 \times 690}{413}$$

$$1 \quad — \quad \frac{400 \times 690}{413 \times 6435}$$

$$6868^{c} \quad — \quad \frac{400 \times 690 \times 6868}{413 \times 6435}$$

$$230^{l} \quad — \quad \frac{400 \times 690 \times 6868}{413 \times 6435}$$

$$1 \quad — \quad \frac{400 \times 690 \times 6868}{413 \times 6435 \times 230}$$

$$413^{l} \quad — \quad \frac{400 \times 690 \times 6868 \times 413}{413 \times 6435 \times 230}$$

$$3434^{p} \quad — \quad \frac{400 \times 690 \times 6868 \times 413}{413 \times 6435 \times 230}$$

$$1 \quad — \quad \frac{400 \times 690 \times 6868 \times 413}{413 \times 6435 \times 230 \times 3434}$$

$$5885^{p} \quad — \quad \frac{400 \times 690 \times 6868 \times 413 \times 5885}{413 \times 6435 \times 230 \times 3434}$$

$$39^{act} \quad — \quad \frac{400 \times 690 \times 6868 \times 413 \times 5885}{413 \times 6435 \times 230 \times 3434}$$

$$1 \quad — \quad \frac{400 \times 690 \times 6868 \times 413 \times 5885 \times 39}{413 \times 6435 \times 230 \times 3434}$$

$$107^{act} \quad — \quad \frac{400 \times 690 \times 6868 \times 413 \times 5885 \times 39}{413 \times 6435 \times 230 \times 3434 \times 107}$$

$$2^{diff} \quad — \quad \frac{400 \times 690 \times 6868 \times 413 \times 5885 \times 39}{413 \times 6435 \times 230 \times 3434 \times 107 \times 2}$$

$$= \frac{30 \times 8 \times 55}{1287} = 400 \text{ minutos}$$

Calculos auxiliares.

$$\frac{3}{4}\left(\frac{\frac{5}{10} \div \frac{3}{4} + \frac{2}{7} \times \frac{3}{9}}{1\frac{1}{3} \times \frac{4}{7} \div \frac{2}{3}}\right) = \frac{3}{4}\left(\frac{\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} + \frac{2}{21}}{\frac{4}{3} \times \frac{4}{7} \div \frac{2}{31}}\right) =$$

$$= \frac{3}{4}\left(\frac{\frac{4}{6} + \frac{2}{21}}{\frac{48}{42}}\right) = \frac{3}{4}\left(\frac{\frac{28}{42} + \frac{4}{42}}{\frac{8}{7}}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{\frac{32}{42}}{\frac{8}{7}} =$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{32}{42} \times \frac{7}{8} = \frac{28}{56} = \frac{14}{28} = \frac{7}{4} = \frac{1}{2}.$$

$\frac{1}{2}$ de 18 operarios = 9 operarios.

Havia, portanto, na segunda turma, um effectivo de 9 operarios.

1ª turma:

Comprimento: $26^{m}\frac{13}{4} = \frac{117}{4}$

Largura: $8{,}2142857142857.... = 8^{m}\frac{3}{14} = \frac{115}{14}$

Profundidade: $6^{m}, 243636....\ 6^{m}\frac{27}{275} = \frac{1717}{275}$

$$8^{m},2142857142857\ .... = 8^{m}\frac{214257 - 2}{9999990} =$$

$$= \frac{214255}{9999990} = 8^{m}\frac{214255 \div 714285}{9999990 \div 714285} = 8^{m}\frac{3}{14} = \frac{115}{14}.$$

$$\begin{array}{r|r|r|l} & 4 & 1 & \text{M. C. D.} = 714285 \\ 9999990 & 2142855 & 1428570 & \\ 1428570 & 714285 & 000000 & 714285 \end{array}$$

$$6^{m}243636.... = 6^{m}\frac{2436 - 24}{9900} = 6^{m}\frac{2412}{9900} = \frac{6^{m}2412 \div 36}{9900 \div 36} =$$

$$= 6^{m}\frac{67}{275} = \begin{array}{r|r|r|r|r|r} & 4 & 9 & 1 & 1 & 3 \\ 1717\ 9900 & 2412 & 252 & 144 & 108 & 36 \\ 275\ 0252 & 144 & 108 & 036 & 00 & \text{M. C. D} = 36 \end{array}$$

Recapitulação

173

Oito operarios trabalhando 6 dias por semana ganham 960$000 em 12 semanas; 18 operarios quantos dias deverão trabalhar por semana, para ganhar 3:000$000 em 20 semanas?

Resposta: 5 dias por semana.

174

Em um celleiro de 20^m de comprimento, 14^m de largura e 6^m de altura, guardaram-se 140 hectolitros de trigo; qual a altura de outro celleiro onde só se podem guardar 100 kilolitros, e que tem 12 metros de largura e 25 metros de comprimento?

Resposta: 4 metros.

175

Um auto-caminhão transportou certa mercadoria pesando 4.000 kilogrammas, a uma distancia de 16 leguas, recebendo por esse serviço $15^f\ \frac{1}{2}$.

Uma outra vez transportou um peso de 6000 kilogrammas, ganhando $12^f\ \frac{3}{4}$. Qual a distancia por elle percorrida, tendo sido pago na mesma proporção?

Resposta: 8 leguas $\frac{24}{31}$.

176

Tres trabalhadores trabalhando 10 horas por dia, precisam de 6 dias para fazer 100 metros de certa obra.

Quantos operarios serão precisos, dispondo de 9 horas diarias, para fazer 240 metros da mesma obra em 12 dias.

Resposta : 4 trabalhadores.

177

Uma diligencia deve transportar 8 pessôas a uma distancia de 12 leguas por 60 francos ; quanto devem pagar, de accordo com a condição estabelecida, 6 outras pessôas, por um percurso de 8 leguas ?

Resposta : 30 francos.

178

Se com 75$000 ganha-se 9$900 em 4 mezes $\frac{1}{5}$, em 2 mezes $\frac{1}{6}$ com 144$600 quanto se deve ganhar ?

Resposta : 13$000.

179

Um empreiteiro deve pagar 2:000$000 a 20 trabalhadores que trabalharam á sua ordem durante 15 semanas e 6 horas por dia. Quanto deverá pagar, na mesma proporção a 36 trabalhadores qua trabalharam, durante 4 semanas, 8 horas e $\frac{3}{4}$ por dia ?

Resposta : 1:400$000.

180

Um individuo comprou para si, sua mulher e 6 filhos, 30 saccos de batatas por 120 francos e calculou poder viver com esta provisão 26 semanas.

Pergunta-se quanto tempo lhe durou esse sortimento se mais 4 pessôas foram morar em sua companhia ?

Resposta : 17 semanas e $\frac{1}{3}$.

181

Em 40 dias 28 homens construiram um muro de 30^m5 de comprimento, trabalhando 10 horas por dia.

Quantos homens seriam precisos para fazer outro muro de 42 metros, trabalhando 8 horas diarias, durante 55 dias ?

Resposta : 35 homens.

182

Oito pessôas levaram 6 dias e $\frac{1}{2}$ para copiar 30 folhas de um livro, trabalhando durante 4 horas e $\frac{3}{4}$ por dia.

Quantas folhas copiarão tres pessôas em 9 dias e $\frac{1}{8}$ dispondo de 5^h $\frac{2}{5}$ diariamente.

Resposta : 18 folhas.

183

Em 20 dias, 7 operarios, trabalhando 11 horas por dia fizeram uma certa obra. Em quantos dias 12 operarios, trabalhando 10 horas diarias, fariam outro serviço, que fosse os $\frac{15}{13}$ do 1º e cuja actividade fosse de 11, a difficuldade de 8, sabendo-se que a difficuldade dcs 1^{os} era representada pelo numero 7 e a act:vidade pelo numero 9?

$$R = 7^{op} \quad 11^{h} \quad 7^{diff} \quad 9^{act} \quad \frac{13}{13} \quad 20^{d}$$

$$12^{op} \quad 10^{h} \quad 8^{diff} \quad 11^{act} \quad \frac{15}{3} \quad x$$

$$x = \frac{180}{3} = 13 \text{ dias } \quad 2[illegible]^{h} \quad 18^{m}$$

Regra conjuncta

184

Um varegista deseja trocar chá por café. Valendo 2 kilos de chá 20 kilogrammas de carne secca, 25 kilogrammas de carne secca, 50 k logrammas de assucar, 60; kilogrammas de assucar 50 kilogrammas de café, pergunta-se quantos kilos de cafe poderá adquirir com 12 kilos de chá.

Solução raciocinada: Considerando-se que dois kilogrammas de chá equivalem a 20 kilogrammas de carne secca, 12 kilogrammas correspondem a $10 \times 12 = 120$ kilogrammas de carne secca se 25 kilogrammas de carne secca valem 50 kilogrammas de assucar 1 kilogramma equivale a $\frac{50}{25}$ ou 2 kilogrammas e 120 kilogrammas correspondem a $120^{kg} \times 2 = 240$ kilogrammas de assucar.

Equivalendo 60 kilogrammas de assucar a 50 kilogrammas de café, 240 kilogrammas de assucar equivalem a $\frac{50 \times 240}{60} = 200$ kilogrammas de café.

12 kilogrammas de chá, podem ser adquiridos por 200 kilogrammas de cafè.

185

Um kilogramma de carbureto de calcio produz em média 300 litros de gaz acetyleno e cada 100 kilogrammas importam em 36\$000. Pergunta-se a despesa diaria de uma pequena usina, para sua illuminação durante 5 horas, sabendo-se que ha 20 bicos de 60 velas para cada um e que são necessarios 7 litros de gaz para 10 velas horarias.

(Phelippe e Dauchy).

Solução raciocinada: 1 bico corresponde a $5 \times 60 = 300$ velas horarias.

10 velas correspondem a 7 litros de gaz.

300 litros de gaz acetyleno a 1 kilogramma de carbureto; 100 kilogrammas de carbureto custam 36$000 ; donde x corresponde a :

$$\frac{20 \times 5 \times 60 \times 7 \times 36000}{10 \times 300 \times 100} = 5\$040$$

186

Pagam-se 12$500 por 25 peras; sabendo-se que 6 peras valem tanto quanto 9 maçãs, 3 maçãs tanto quanto 2 figos, e 6 figos tanto quanto 3 kilos de assucar, pergunta-se quantos kilos de assucar poder-se-ão comprar com 16$000 ?

Solução raciocinada: Despesa feita com a compra de 25 peras — 12$000 ; se

6 peras valem 9 maçãs

3 maçãs valem 2 figos

6 figos valem 3kg de assucar

com 16$000 podem ser comprados

$$\frac{16\$000 \times 25 \times 9 \times 2 \times 3}{12\$500 \times 6 \times 3 \times 6} = \frac{21600000}{1350000}, \text{ donde}$$

$$\frac{21600000}{1350000} = 16 \text{ kilos.}$$

187

Para se fabricar 800 kilogrammas de cano de chumbo são necessarios, em média, 126 kilogrammas de coke, para a respectiva fusão. Que quantidade de coke será

necessaria para se fundirem 12 toneladas de canos, sabendo-se que a cada tonelada é preciso juntar $\frac{1}{7}$ da quantidade necessaria á fusão, aquecimento dos moldes e combustivel para a força mecanica da officina?

(Phelippe e Dauchy)

Solução raciocinada: Sejam x kilogrammas de coke correspondentes a 12 toneladas de canos; 1 tonelada de canos corresponde a 1.000 kg de canos.

800 kilogrammas de canos correspondem a 126 kilogrammas de coke para a fundição e 7 kilogrammas de coke para a fusão correspondem a 8 kilogrammas de coke dispendidos ; donde

$$x = \frac{12 \times 1000 \times 126 \times 8}{800 \times 7} = 2160 \text{ kilogrammas.}$$

188

Um locomovel de 30 cavallos, prompto a funccionar, custou uma certa quantia que deverá ser amortisada em 10 annos com os juros de 5 %.

O salario annual do machinista é egual á amortisação juntamente com os juros annuaes ; os lubrificantes, a conservação e o custeio se elevam aos $\frac{5}{6}$ dos juros com a amortisação annual.

Sabendo-se que essas despesas correspondem a um anno de 300 dias de 10 horas, e que o cavallo hora custa 56 réis, pergunta-se qual o preço da machina.

(Phelippe e Dauchy)

Solução raciocinada: As despesas durante um anno são :

$56 \times 30 \times 10 \times 300 = 5:040\$000.$

Percentagem destas despesas :

Juro 5 %

Amortisação $\frac{1}{10}$ ou 10 %.

Machinista 5 % + 10 % = 15 %:

Reparos, concertos, etc. $\frac{5}{6}$ de 15 % ou $\frac{15 \times 5}{6} = 12,5$ %

Total : 5 % + 10 % + 15 % + 12,5 % = 42,5 %.

Valor da machina :

$$\frac{5:040\$000 \times 100}{42,5} \times 11:858\$830.$$

189

O preço medio de um automovel de 4 cylindros, comprado directamente na fabrica, é:

«chassis»: 7:500$000 ; motor : 1:900$000 e carroçaria 750$000. O «chassis» deve ser pago do seguinte modo : 25 % no primeiro anno; 20 % no segundo, 15 % no terceiro e 10 % nos demais. O motor amortisar-se-á em 6 annos e a carroçaria em 5.

Em quanto tempo o valor do «chassis» será amortisado ?

Qual será o valor do vehiculo no fim de 4 annos?

Solução raciocinada : As differentes amortisações do «chassis» serão de 25 %, 20 %, 15 %, 10 %, 10 %, 10 %, 10 %; e será amortisado em 7 annos.

Ao fim de 4 annos haverá (25 + 20 + 15 + 10) % amortisados, ou 70 %, mas ainda serão precisos pagar 30 % de seu valor ou 30 % de 7:500$000. ou ainda

$$\frac{7:500\$000 \times 30}{100} = 2:250\$000.$$

O motor será amortisado pelos $\frac{4}{6}$ ou $\frac{2}{3}$ do respectivo valor, ou sejam ainda :

$$\frac{1:900\$000 \times 2}{3} = 1:266\$666$$

A carroçaria, será amortisada pelos $\frac{4}{5}$ do seu custo, ou $\frac{750\$000 \times 4}{5} = 600\$000.$

donde o valor do automovel no fim de 4 annos será de
2.250$000 + 1:266$666 + 600$000 = 4:116,666

Recapitulação

190

Cinco kilogrammas de ameixas custam tanto quanto 2 kilogrammas de passas ; 3 kilogrammas de passas equivalem a 7 de figos e 7 de figos a 4 de amendoas.

Custando 6 kilogrammas de amendoas 2$750, quanto se deverá pagar por uma caixa de ameixas pesando 630 kilogrammas ?

Resposta : 154$000.

191

Uma machina possue 4 rodas : a 1ª dá 6 voltas emquanto a 2ª faz 8; esta dá 10 voltas no mesmo tempo que a 3ª executa 12 e a 3ª dá 5 voltas no mesmo tempo que a 4ª dá 9. Quando a 1ª tiver executado 200 voltas, quantas terá feito a 4ª ?

Resposta : 576 voltas.

192

Cinco tecelões trabalham juntos. O 1º ganha 2$000 por dia e o seu trabalho está para o do 2º como 5 para 8 ; o do 2º está para o do 3º como 6 para 10 ; o do 3º para o do 4º como 16 para 18 e o do 4º para o do 5º como 10 para 4. Quanto recebe diariamente este ultimo tecelão ?

Resposta : 2$400.

193

Quanto custam 630 kilos de assucar, se 10 kilos de assucar valem 4 de amendoas, 3 de amendoas valem 4 de uvas e 6 de uvas valem 3$000?

Resposta: 168$000.

194

3m de flanella custam tanto quanto 24 metros de chita; 6m de chita tanto quanto 1m de fita e 4m de fita 36$000.

Quanto se deverá pagar por metro e meio de flanella?

Resposta: 18$000.

195

Numa sociedade composta de 5 pessôas, o negociante A entra como 2:520$000. Sabendo-se que a entrada de A está para a de B como 4 para 3, que a de B está para a de C como 5 para 4, que a de C está para para a de D como 6 para 5 e que a de D está para a de E, como 7 para 6.. qual a entrada de E?

Resposta: 1:080$000.

196

Cinco tecelões trabalham juntos numa certa obra; o 1º ganha dois francos por dia e o seu trabalho de um dia está para o do 2º, como 5 para 8; o trabalho do 2º está para o do 3º como 6 para 10; o do 3º está para o do 4º como 16 para 18; e o 4º para o do 5º, como 10 para 4.

Resposta: 2 francos e $\frac{2}{5}$.

Medidas antigas

197

Uma senhora comprou 3 covados e 4 palmos de panno por 104$300. Qual o preço de um metro desse panno?

Solução raciocinada: Um covado corresponde $0^m,666$; 30 covados correspondem portanto a $0^m,666 \times 30 = 19^m,980$.

O palmo corresponde a $0^m,22$. 4 palmos correspondem a 4 vezes mais ou a $0^m,22 \times 4 = 0^m,88$. Em 30 covados e 4 palmos ha por conseguinte $19^m,980 + 0^m,88 = 20^m,860$; importando este numero de metros em 104$300, o preço de 1^m è egual a 104$300 ÷ 20,860 = 5$000.

198

Um navio faz 20 milhas por hora e outro 15 milhas. Partindo o 1º ás 8 horas da manhã e o 2º ás 10 horas, seguindo ambos o mesmo rumo, ás 15 horas do dia a que distancia estará um do outro? Dar a resposta em myriametros.

Solução raciocinada: A milha maritima mede $1851^m,85$; se o 1º navio faz 20 milhas por hora e o 2º faz 15, segue-se que o 1º faz $1851^m,85 \times 20 = 37037^m$ por hora e o 2º faz $1851^m,85 \times 15 = 277777,5$ nesse mesmo tempo. A's 15 horas do dia o 1º navio terá marchado durante $15^h - 8^h = 7$ horas e o 2º durante $15^h - 10^h = 5$ horas; a esta hora o 1º terá petcorrido $37037^m \times 7 = 259259^m$ e o 2º uma extensão egual a $27777,75 \times 5 = 138888^m,75$.

A distancia existente entre os dois navios será portanto de $259259^m - 138888,75 = 120370^m,25 = 12M^m,037025$.

199

Um fazendeiro dividiu entre os seus tres filhos os seus bens.

Ao primeiro entregou 2 geiras de terra valendo o metro quadrado 6$000; ao segundo 980 almudes de alcool no valor de 8$000 o decalitro e ao terceiro 1120 alqueires de trigo que valiam 60$000 o hectolitro. Qual a fortuna desse fazendeiro?

Solução raciocinada: A geira é uma medida antiga (agraria) e corresponde a 400 braças quadradas ou a 1936 metros quadrados: em duas geiras ha $1936^{m^2} \times 2 = 3872^{m^2}$.

Valendo o metro quadrado 6$000, 3872^{m^2} valem 6$000 × × 3872 = 23:232$000. O almude corresponde a 12 canadas ou $31^l,944$; em 980 almudes de alcool ha $31^l,944 \times 980 = 31305^l,120$, que, a 8$000 o decalitro produzem um lucro egual a 8$000 × × 31305,120 = 25:044$096.

O alqueire corresponde a $36^l,27$; em 1120 alqueires de trigo ha $36^l,27 \times 1120 = 406^{hl},2240$. Valendo o hectolitro 60$000, os $406^{hl},2240$ valem 60$000 × 406,2240 = 24:373$440.

A parte do primeiro filho foi de 23:232$000, a do segundo de 25:044$096 e a do terceiro de 24:373$440, num total de 72:649$536, fortuna do fazendeiro.

200

Qual o comprimento de um campo de 12 braças quadradas sabendo-se que mede 8 metros de largura? Qual o valor desse campo a 20$000 o metro quadrado?

Solução raciocinada: Uma braça quadrada mede $4^{m^2},84$; 12 braças correspondem a $4^{m^2},84 \times 12 = 58^{m^2},08$. Se a largura é de 8 metros, o comprimento é egual a $58^{m^2},08 : 8 = 7^m,26$. Valendo o metro quadrado 20$000, os $58^{m^2},08$ valem 20$000 × 58,08 = = 1:161$600.

201

Uma doceira comprou uma arroba de farinha de trigo á razão de 350 réis a libra. Fez com esta farinha uma

quantidade de doces com que encheu 25 caixas contendo cada uma 3 libras. Vendendo o kilo desses doces a 12$000, quanto lucrou, tendo dispendido com outros preparos 78$800?

Solução raciocinada: Uma arroba tem 32 libras; á razão de 350 réis a libra, essas 32 libras custam 350×32=11$200; incluindo os 78$800 dispendidos com os outros preparos, deduz-se que a doceira gastou 11$200 + 78$800 = 90$000.

Havendo em cada caixa 3 libras de doces, as 25 caixas contêm uma porção de doces egual a 3 × 25 = 75 libras.

Correspondendo a libra a 459g,05 segue-se que nas 25 caixas ha $459^g,05 \times 75 = 34^{kg},42875$.

Vendendo o kilo desses doces a 12$000, os $34^{kg},42875$ são vendidos por 12$000 × 34,42875 = 413$145.

Elevando se o gasto com os preparos e a farinha a 90$000, deduz-se que o lucro elevou-se a

413$145 — 90$000 = 321$145.

202

Um ferreiro encommendou duas toneladas de carvão.

Ao receber a encommenda verificou que faltavam $2\frac{1}{2}$ quintaes.

Pergunta-se quantos kilogrammas de carvão recebeu o ferreiro e quanto teve de pagar, á razão de 150 réis o kilo?

Solução raciocinada: Uma tonelada corresponde a 1000 kilogrammas.

Em duas toneladas ha portanto

$1000^{kg} \times 2 = 2000^{kg}$.

Um quintal tem 100 kilogrammas; em $2\frac{1}{2}$ quintaes ou $2^{qt},5$, ha

$100^{kg} \times 2,5 = 250^{kg}$.

O ferreiro recebeu, pois, $2000^{kg} - 250^{kg} = 1750^{kg}$ tendo de pagar por esse carvão, á razão de 150^{rs} o kilo,

$150^{rs} \times 1750 = 262\$500$.

Systema metrico decimal

203

Um negociante comprou uma peça de linho pagando o metro á razão de 5$000. Tendo verificado que a peça continha mais 10 metros do quê suppunha e que a qualidade do panno não era egual ao que havia escolhido, resolveu vender o metro a 4$500, soffrendo um prejuizo de 25$000.

De quantos metros se compunha a peça?

Solução raciocinada: Tendo a peça mais 10 metros, havia um lucro de 4$500 $\times$ 10 = 45$000.

Tendo sido o panno comprado a 5$000 e vendido a 4$500, houve em metro um prejuizo egual a 5$000 — 4$500 = 500 rs. Se o prejuizo foi de 25$000 e o negociante deixou de ganhar a importancia correspondente aos 10 metros de panno que havia a maior, segue-se que o seu prejuizo total foi de 45$000 + 25$000 = 70$000. Correspondendo a 500 réis o prejuizo em metro e a 70$000 o prejuizo total, deprehende-se que a peça contava 70$000 $\div$ 500 = 140 metros. Havendo, porém, 10 metros a maior nesta mesma peça, segue-se que o numero total de metros era de $140^{m} + 10^{m} = 150^{m}$.

204

Uma peça de velludo devia ser vendida a 18$000 o metro. Em virtude, porém, de um accidente que desvalorisou a fazenda, 10 metros da peça foram vendidos á razão de 12$000 o metro, e o resto a 15$000 cada metro. Houve assim um prejuizo de 84$000.

Qual o comprimento da peça?

Solução raciocinada: Sendo a fazenda vendida a 12$000 o metro, o prejuizo em 1 metro foi de 18$000 — 12$000 = 6$000; e em 10 metros de 6$000 × 10 = 60$000.

Se o prejuizo total foi de 84$000, o prejuizo com o resto da peça foi de 84$000 — 60$000 = 24$000 e em cada metro do resto elevou-se a 18$000 — 15$000 = 3$000. O resto da peça continha portanto: 24$000 ÷ 3$000 = 8 metros e o comprimento total da peça era de $10^m + 8^m = 18$ metros.

Verificação:	10^m a 12$000 =	120$000
	8^m a 15$000 =	120$000
	Venda total	240$000
	Prejuizo	84$000
	Devia ser vendida por	324$000
	ou	
	18$000 × 18 =	324$000

205

Um negociante comprou 3 peças de casemira. Na 1ª e na 2ª reunidas ha 136 metros; na 2ª e na 3ª ha 150 metros e finalmente na 1ª e na 3ª ha 142 metros.

Quantos metros ha em cada peça?

Solução raciocinada:

$$1^a + 2^a \qquad = 136^m$$
$$2^a + 3^a = 150^m$$
$$1^a + \qquad 3^a = 134^m$$

$$2 \text{ vezes } 1^a + 2 \text{ v. } 2^a + 2 \text{ v. } 3^a = 420^m$$

As tres peças reunidas têm $420^m \div 2 = 210^m$;

na 1ª ha $210^m - 150^m = 60^m$;
na 2ª $210^m - 134^m = 76^m$
na 3ª $210^m - 136^m = 74^m$

206

Abriram-se e calçaram-se duas avenidas: a primeira ficou prompta em 45 dias, havendo os operarios feito nos

10 primeiros dias $1^m,65$ da obra e nos dias subsequentes
81 metros por dia; a 2ª avenida, de $2^{km},5$ de extensão
foi aberta em 40 dias. Collocaram-se nestas duas ruas,
postes de energia electrica de 100 em 100 metros. Quan-
tos postes foram necessarios, qual a extensão da primeira
avenida e quantos metros da segunda eram feitos diaria-
mente?

Solução raciocinada: Fazendo os operarios $1^{km},65$ ou 1 65
metros da obra nos 10 primeiros dias e nos 35 dias que se lhes se-
guiram 81 metros diarios, nesse tempo fizeram um numero de metros
egual a 81 × 35 = 2835 metros; segue-se que a extensão da pri
meira avenida ou rua era de $165^m + 2835^m = 3000$ metros ou
3 kilometros.

Se a extensão da segunda avenida era de $2^{km},5$ ou 2.500
metros e ficou prompta em 40 dias, diariamente devia ter sido feito
um numero de metros egual a $2.500^m \div 40 = 62^m,5$. Foram collo-
cados nas duas avenidas tantos postes quantas as vezes que 3 kilo-
metros e $2^{km},5$ se contiverem em 100, ou na primeira foram collo-
cados $3000 \div 100 = 30$ postes e na segnnda $2500 \div 100 = 25$
postes.

207

Um trem e um automovel partem em sentido contrario.

Faltam 8 segundos para se encontrarem e o comprimento do comboio é de $140^m,80$; correndo o automovel com uma velocidade de 36 kilometros, qual a velocidade do trem?

(F. G. M.)

Solução raciocinada: Representemos por x a velocidade do
trem. Correndo ambos em sentido contrario a velocidade total é
de 36 + x; dando-se o encontro no fim de 8 segundos, nesse
tempo o trem e o automovel percorrem uma distancia egual a
$140^m,80$ e em uma hora ou 3600 segundos $\dfrac{140,80 \times 3600}{8} = 63^{km},360$,
donde a velocidade do trem é de $63^{km},360 - 36 = 27^{km},360$.

208

Um cyclista caminha durante 2 horas e 20 minutos com uma mesma velocidade. Passando-se para um trem cuja velocidade corresponde aos $\frac{6}{4}$ da velocidade da bicyclet i e onde viaja durante 40 minutos. sendo a d stancia total a percorrer de 140 kilometros, pergunta-se quantos kilometros o ciclysta poderia fazer por hora.

(*Lemoine*)

Solução raciocinada: Em bicycleta poderia o cyclista terminar seu trajecto em $\frac{40 \times 6}{4} = \frac{240}{4} = 60$ minutos ou uma hora. Se já havia andado de bicycleta durante 2 horas e 20 minutos, segue-se que poderia fazer todo o trajecto que desejava em $2^h,20^m + 1^h = 3$ horas e 20 minutos. Sendo a distancia percorrida de 140 kilometros, deduz-se que em um minuto o ciclysta poderia fazer $140^{km} \div 3,20 = 43^{km}75$ e em uma hora ou 60 minutos, $43^{km},75 \times 60 = 2685$ kilometros.

209

Um andarilho parte ás 8 horas da manhã de uma cidade e se dirige para outra, fazendo 15 kilometros por hora. Quatro horas mais tarde um automovel parte da mesma cidade para onde o andarilho se dirigia, com uma velocidade de 27 kilometros por hora.

A que horas terá logar o encontro sendo a distancia que os separa de 480 kilometros?

Solução raciocinada: No momento da partida do automovel já o andarilho havia percorrido $15^{km} \times 4 = 60$ kilometros. A distancia que os separava era portanto de $480^{km} - 60^{km} = 420$ kilometros. Ora, em uma hora os dois ter-se-iam approximado de $15^{km} + 27^{km} = 42$ kilometros; para se approximarem os 420 kilometros que os separava, seria preciso que dispuzessem de um tempo egual a $\frac{1 \times 420}{42} = 10$ horas.

O encontro teria logar ás 8 + 4 + 10 horas do dia, ou ás 22 horas do dia isto é, ás 10 horas da noite.

210

Dois automoveis partem ao mesmo tempo de dois pontos oppostos e se dirigem um para o outro, dando-se o encontro a uma distancia de 10.000 metros de um dos pontos de partida. Se um dos automoveis tivesse partido cinco minutos antes do outro, o encontro dar-se-ia a 800 metros antes da metade do caminho percorrido. Qual o comprimento total deste trajecto? Qual a velocidade de cada automovel por segundo?

Solução raciocinada. Se o encontro se tivesse realisado a 800 metros antes da metade do caminho, teria tido logar em um ponto afastado de um dos dois pontos de partida egual a $10.000^m - 800^m = 9.200$ metros.

Portanto a extensão total do caminho percorrido corresponde a $9.200 \times 2 = 18.400$ metros. Emquanto um dos automoveis percorresse 10.000 metros, o outro percorreria 18.400 menos 10.000 metros ou 8.400 metros; e emquanto o primeiro vencesse 9.200 metros o segundo venceria $(8400^m \times 9.200^m) \div 10.000^m = 7.728$ metros. O tempo dispendido pelo segundo para percorrer 7.728 metros equivale a um tempo egual dispendido pelo primeiro para percorrer 9.200 metros. Esse tempo corresponde a $\frac{7728 \times 5}{14.2} = 26^m15^s$ ou 1575^s; a velocidade do 1º é de $\frac{9200}{1575} = 5^{km},841$ e a do 2º de $\frac{7728}{1575} = 4^{km},90$.

211

Um negociante recebeu 2 caixas de café pesando 65 kilos, sendo a tara de $8\frac{1}{2}$ kilogrammas para cada uma. Pagou por 2 kilogrammas 1$600. Quanto deveria ter pago pelas duas caixas?

Solução raciocinada : Caixas cheias :
Peso bruto : 65 kilos

Caixas vasias: $8^{kg}\frac{1}{2} + 8^{kg},\frac{1}{2} = 17$ kilos

Peso do café contido nas duas caixas :

$65^{kg} - 17^{kg} = 48^{kg}$

Preço de 2 kg : — 1\$600.

» » 1 kg : — 1\$600 ÷ 2 = 800 réis

» » 48 kg : — 800 × 48 = 38\$400.

212

60 kilogrammas de milho vendidos no deposito custam 10\$000. Paga-se de transporte e imposto 2 réis por kilometro e por kilo. Supponde-se que um decalitro de milho pese 8 kg,450, pergunta-se qual a despesa feita com 18 hectolitros dessa mercadoria, que deve ser transportada a uma distancia de 22500 metros.

Solução raciocinada : Pesando um decalitro 8 kg.450,18 hecto litros ou 180 decalitros pesam $8^{kg},450 \times 180 = 1521$ kilogrammas

Sendo a despesa em cada kilogramma de 2 réis, em 60 kilogrammas é de 2 × 60 = 120 réis e em 1521 kilogammas a despesa é egual a 2 × 1521 = 3\$042 que é egualmente a despesa feita por kilometro. O transporte desse milho a uma distancia de 22.500 metros ou 22 $k^{m}.5$ é de

3\$042 × 22,5 = 68\$445

213

Um atacadista recebeu 1200 saccas de feijão pesando a terça parte desse numero de saccas 50 kg.8 cada uma; $\frac{2}{8}$ do primeiro resto pesavam 5160 kilogrammas ; $\frac{1}{6}$ do segundo resto pesava 35 kg.12 cada uma e o ultimo resto 20.000 kilogrammas. Vendeu a dois varegistas $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{6}$

dessa remessa á razão de 320 rs. o kilogramma. Quantos kilos vendeu ? de quantos ainda dispõe ?

Solução raciocinada : A terça parte ou $\frac{1}{3}$ de 1200 equivale
a 400. Em 400 saccas de 50 kg.8 cada uma ha 20320 kg. de feijão. De
1200 saccas subtrahindo-se 400 saccas restam 800 saccas. $\frac{2}{8}$ de 800
equivalem a $\frac{800 \times 2}{8} = 200$ saccas de peso total egual a 5160 kilo-
grammas. Sobraram assim 800 saccas menos 200 saccas, ou 800 —
— 200 = 600 saccas, $\frac{1}{6}$ das quaes corresponde a 100 saccás pesando
cada uma 3512 kg; de 600 saccos tirando-se 100 ficam 500 saccas, de
peso egual a 20.000 kilogrammas. Portanto o atacadista recebeu
20.320 kg + 5160 kg + 3512 + 20.000 kg = 48992 kilogrammas.

Tendo vendido $\frac{1}{4}$ de $\frac{3}{6}$ ou $\frac{3}{24}$ desse numero a 320 rs. o kilo-
gramma, ganhou $\frac{3}{24}$ de 48992 = 6124 kg × 320 = 1:959\$680.

Restam-lhe do feijão recebido 48992 — 6124 = 42.868 kilogrammas.

214

A quanto se elevará a despesa annual com um animal de tiro que come diariamente 4 litros de milho, 6 kilogrammas de capim e 2 kilogrammas de farello, se o milho custa 24\$000 o hectolitro, o capim 20 rs. o kilo e o farello 80 rs. o kilo ?

Solução raciocinada : Em 4 litros de milho ha $0^{hl},04$.

Se o preço do hectolitro do milho é de 24\$000, os $0^{hl},04$ custam 24\$000 × 0,04 = 960 réis.

Seis kilogrammas de capim custam 20 rs. × 6 = 120 rs. e 2 kilogrammas de farello importam em 80 rs, × 2 = 160 rs.

A despesa diaria com esse animal eleva-se a 960^{rs} + 120 + + 160 = 1\$240 ; em um anno ou 365 dias esta despesa sóbe a

1\$240 × 365 = 452\$600.

215

Um agricultor comprou 642 decalitros de arroz pesando cada decalitro 9 kilogrammas e 6 hectogrammas pagando-os á razão de 70$000 o quintal. Vendeu 40 hectolitros á razão de 640 rs. o litro e mais tarde o resto por esse mesmo preço, porém, com um abatimento de 46$464. De quanto foi o prejuizo?

Solução raciocinada: Pesando cada decalitro 9 kilogrammas e 6 hectogrammas, os 642 decalitros pesam 9kg,6 × 642 = 6163kg,2 O quintal tem 100 kilogrammas; em 6163kg,2 ha 61qt,632 que vendidos a 70$000 o quintal importám em 70$000 × 61632 = 4:314$240. Em 40 hectolitros ha 4000 litros, que á razão de 640 rs. o litro impórtam em 640 × 4.000 = 2:560$000. Comprando 642 decalitros ou 6420 litros restam ao agricultor 6420 — 4000 = 2420 litros ou 242 decalitros que á razão de 640 rs. produziriam 640 × 2420 = 1:548$800. O agricultor recebeu, pois, 1:548$800 — 46$464 = 1:502$336. Tendo comprado o arroz por 4:314$240 teve um prejuizo egual a

4:314$240 — (2:560$000 + 1:502$336) = 251$904.

216

Comprei 8 kilos de damascos e os reduzi a massa para fazer doce. Verifiquei que 4 kilos de damascos produziram 3 litros de massa pesando cada um 0kg,950, tendo perdido $\frac{1}{10}$ de seu peso. Precisando para cada kilo de massa de 1kg,450 de assucar, que quantidade de doce obtive e que quantidade de assucar consumi?

Solução raciocinada: Produzindo 4 kilogrammas de fructos 3 litros de massa 8 kilogrammas produzem $\frac{8 \times 3}{4} = \frac{24}{4} \div \frac{950}{100}$ (isto porque o kilo de um litro da massa corresponde a 0kg,950) o que é egual a $\frac{2400}{380}$ ou 6 litros 31 centilitros.

Em $\frac{24}{4}$ ha tantos litros quantas são as vezes que um litro

se póde conter no peso total. Se 1 litro equivale a 0kg,950, os 6l,31 equivalem a 1kg,450 × 6,31 = 9kg,14950 que representam a quantidade de assucar necessario.

Perdendo a massa $\frac{1}{10}$ do peso, perde $\frac{24}{4} \times \frac{1}{10} = \frac{24}{40}$.

Pesando $\frac{24}{4}$ e perdendo $\frac{24}{40}$ o prejuizo total é de $\frac{24}{4}$ — $-\frac{24}{40} = \frac{216}{40}$ ou 5kg,4. Sendo o peso do assucar de 9kg,14950, e da massa de 5kg,4 a quantidade de doce obtida foi de

9kg,14950 + 5kg,4 = 14gk,54950.

217

Comprei 0,kg.250 de chá; 2kg,5 de café e 3kg. de matte por 10$250. O preço de 1 kilo de chá vale 40 vezes mais o preço de um kilo de matte e o do café o triplo do kilo de matte. Qual o preço do kilo de cada especie?

Solução raciocinada: Seja 1$000 o preço de um kilo de matte; portanto o preço de um kilo de chá é 40 vezes maior ou é egual a 40$000 e o de um kilo de café é o triplo do preço de 1kg de matte ou 3$000.

40$000 × 0 250 = 10$000; 3kg. de matte devem custar 1$000 × 3 = 3$000 e 2kg,5 de café 3$000 × 2,5 = 7$500. Como, porém, foram dispendidos 10$250, conclue-se que um kilo de matte custa $\frac{1\$0\ 0 \times 10\$250}{20500}$ = 500 réis.

Um kilo de café custa 500 × 3 = 1$500 e um kilo de chá 500 × 40 = 20$000. Ora, 3kg. de matte importam em 500 × 3 = = 1$500; 2kg,5 de café a 1$500 importam em 1$500 × 2,5 = 3$750 e 0kg,250 de chá a 20$000 o kilogramma custam 20$000 × 0,250 = = 5$000.

Verificação: 1$500 + 3$750 + 5$000 = 10$250.

218

Um barril cheio dagua pesa 240 kg.500; cheio de azeite 221 kg.135. Qual o peso do barril quando vasio se a proporção da densidade do azeite para a da agua é de 0,91? Qual o valor deste oleo a 800 réis o litro?

Solução raciocinada: Quando o barril está cheio de agua pesa mais do que cheio de azeite, 240 kg.500—221 kg.135=19 kg.365. Peso de um litro de azeite: 1 kg. $\times$ 0,91 = 0 kg.91. A differença entre um litro de agua e um litro de azeite é de 1 kg — 0 kg.91 = = 0 kg.09. A capacidade do barril é de $1^l \times (19,365 \div 0,09)$ = = 215 l.166: o peso deste numero de litros é egual a 215 kg.166; o peso do barril vasio é de 240 kg.5 — 215 kg.166 = 25 kg.334 e o valor do azeite contido no barril corresponde a 800 $\times$ 215,166 = = 172$132.

219

Qual a capacidade de um vaso, sabendo-se que o oleo que enche a 5ª parte desse vaso pesa tanto quanto moedas de prata no valor de 385 francos e 50 centimos e que o hectolitro desse oleo pesa 90 kilogrammas? (As moedas de prata pesam 5 grammas).

Solução raciocinada: 385 francos e 50 centimos em prata pesam 385 f 50 $\times$ 5 = 19 27 g. 5. Para encher o vaso seriam precisos pois, 1927 kg.5 $\times$ 5 ou 9637 g,5 = 9 kg, 6375 de oleo, pesando cada litro desse oleo 90 kg. $\div$ 100^l = 0,kg19. A capacidade desse vaso é egual a $\frac{1^l \times 9,6375}{0,9}$ = 10 litros 708.

220

Um vaso graduado recebe successivamente e até aos $\frac{5}{6}$ de sua capacidade total, certa quantidade de vinho e de azeite. Todas as vezes que se enche o vaso faz-se a pesagem, observando-se que a primeira excede a segunda de 90 grammas. Sabendo-se que num mesmo volume o

peso do vinho corresponde a 0 kg.980 e do oleo a 0 kg.920 do peso da agua pura, pergunta-se qual a capacidade total do vaso e o peso do vinho e do oleo que elle póde conter.

(*Lemoine*)

Solução raciocinada: Pesando um litro de vinho 0 kg.980, e um litro de oleo 0 kg.920, para um litro de cada um desses liquidos a differença de peso é de 0 kg.980 — 0 kg.920 = 0 kg.060.

Se a primeira pesagem excede a segunda de 90 grammas a quantidade liquida corresponde a $\frac{1^l \times 90}{0,060} = 1^l,5$ donde a capacidade do vaso é egual a $(1^l,5 \times 6) \div 5 = 1^l,80$ e cada um dos liquidos pesa 0 kg.980 $\times$ 1^l.80 = 1 kg.764 (que representam o peso do vinho) e o peso do azeite é representado por

0 kg.920 $\times$ 1^l,80 = 1 kg.656.

221

Um vaso cheio de agua pura até aos $\frac{3}{4}$ pesa 27 kilogrammas. Cheio de mercurio até aos $\frac{5}{7}$ pesa 278 kilogrammas.

Achar o peso do vaso vasio e sua capacidade sabendo que um litro de mercurio pesa 13kg,6.

(*Royer*)

Solução raciocinada: O volume da agua que pesasse tanto quanto o mercurio empregado, representaria os $\frac{5}{7} \times 13,6 = \frac{68}{7}$ da capacidade do vaso.

A differença entre 278 kg.—27 kg. = 251 kg, representaria o peso da agua occupando um volume egual aos $\frac{68}{7} - \frac{3}{4} = \frac{251}{28}$ da capacidade do vaso. A agua para encher este vaso deveria pesar 28 kilogrammas; a capacidade do vaso séria de 28 litros e o peso quando vasio seria de 27 kg — $\frac{28 \text{ kg} \times 3}{4}$ = 6 kg.

222

Um navio transporta 1240 toneladas de carvão que deve ser vendido a 15$000 o quintal. Qual o valor total desse carvão?

Soluçãoraciocinada: Em uma tonelada ha 1000 kilogrammas e em 1 quintal 100 kilogrammas; uma tonelada vale 1000 kg ÷ ÷ 100 = 10 quintaes e 1240 toneladas valem $1240^{t} \times 10 = 12400$ quintaes.

Devendo um quintal ser vendido por 15$000, 12400 quintaes devem importar em 15$000 × 12400 = 186:000$000.

223

Pagaram-se pelo transporte do Paris a New-York 2.000 fr. por um carregamento de 500 toneladas de ferro e 250 de cobre.

Uma outra vez pagaram-se 1.800 fr. pelo transporte de 400 toneladas de ferro e 300 de cobre.

Qual o preço de transporte de uma tonelada de ferro e de uma de cobre?

(Royer)

Solução raciocinada: Por 500 toneladas de ferro e 250 de cobre, pagaram-se 2.000fr.

Por quatro toneladas de ferro e 3 de cobre

$$1.800 \text{ fr.} \div 100 = 18 \text{ fr.}$$

Por 4 de ferro e 2 de cobre dever-se-iam pagar

$$8\,f \times 2 - 16\,f.$$

Pagando-se por uma tonelada de cobre

$18\,f - 16\,f = 2\,f$; da mesma forma por uma de ferro se deveria pagar

$$(8\,f - 2\,f) \div 2\,f = 3\,f$$

224

Um cano despeja em um reservatorio, de 10 em 10 minutos, 12 litros de agua; um outro exgota por hora

20l.75; desta forma, no fim de 24 horas o reservatorio está totalmente cheio. Que quantidade de agua póde elle conter?

Solução raciocinada: Em uma hora ha 60 minutos; se o cano despeja 12 litros dagua de 10 em 10 minutos em uma hora este acto se repete 6 vezes, porque 60^{m} contêm 10^{m} seis vezes ou $60^{m} \div 10^{m} = 6$ e neste tempo a quantidade do liquido recebido pelo reservatorio é de $12^{l}. \times 6 = 72$ litros.

Fornecendo o cano em 1 hora 72 litros de agua, em 24 horas despeja no reservatorio 24 vezes mais litros ou $72 \times 24 = 1728$.

Exgotando um outro cano $20^{l}.75$ de agua de hora em hora, em 24 horas exgota 24 vezes mais litros ou $20^{l}.75 \times 24 = 498$ litros.

Ficando a caixa completamente cheia no fim de 24 horas deduz-se que a sua capacidade é de

$$1728 - 498 = 1230 \text{ litros.}$$

225

Quanto custam 0l.5 de leite se o meio hectolitro é vendido por 23$000?

Solução raciocinada: O hectolitro é egual a 100 litros; o meio hectolitro é egual a 100 ÷ 2 ou 50 litros ou ainda 500 decilitros. Se 500 decilitros importam em 23$000, um decilitro deve custar 500 vezes menos ou 23$000 ÷ 500 = 46 réis e cinco decilitros devem custar 5 vezes mais ou

$$46 \times 5 = 230 \text{ réis}$$

Verificação: Custando 5 decilitros 230 réis, um decilitro deve custar 230 ÷ 5 = 46 réis e 500 decilitros, isto é, meio hectolitro deve custar 46 × 500 = 23$000.

226

Um fazendeiro encommendou 46 hectolitros de sementes, sendo $\frac{1}{5}$ de trigo e $\frac{2}{5}$ de centeio. Ao receber a encommenda desejou verificar se a qualidade dos cereaes era a mesmada amostra que lhe fôra enviada; para isso pesou 1 Hl,4 e achou um peso de 89 kg.450. Pesando as amostras anteriormente remettidas observou que 0l.40 de trigo pesavam 450 grammas e que 0l.50 de centeio pesavam 557g50. Pergunta-se se houve fraude e pede-se avaliar o preço da compra destes cereaes, sabendo-se que o hectolitro de trigo custou mais 12$000 que o hectolitro de centeio.

Solução raciocinada: Um litro de trigo deve pesar 450 grammas divididos por 0l.40 ou 450g ÷ 0,40 = 1125 grammas. Um litro de centeio deve pesar 557g,50 ÷ 0.50 = 1115 grammas. Em 1 Hl,4 de sementes ha 140l $\times \frac{1}{5} = \frac{140}{5}$ ou 28 litros de trigo e 28 × 2 ou 56 litros de centeio. Portanto 140 litros devem pesar (1 kg125 × 28) = 31,500. 1,115 × 56 = 62,440. 31,500 + 62,440 = 93kg.940. Houve fraude porque 93kg.940 — 89kg.450 = 4kg.490. Ora, 1kg.125 equivale a 0 Hl,01125 e 1 kg.115 equivale a 0 Hl,01115; portanto a differença entre um hectolitro de trigo e um hectolitro de centeio, quando substituidos, é egual a 0Hl,01125 — 0Hl.01115 = 0dl.10.

Assim $\frac{1,4}{10}$ corresponde a 0Hl.14 ou a 14 litros de centeio para 14 de trigo ou a 140 litros da mistura dessas duas especies de sementes. Sendo a proporção da mistura de $\frac{1}{10}$, em 46 hectolitros de sementes a substituição é de $\frac{46}{10} =$ 4Hl,6

Se o hectolitro de trigo custa mais 12$000 que o hectolitro de centeio, segue-se que a compra desses cereaes importa em

12$000 × 4,6 = 55$200.

227

Um fogão a gaz em uma hora consome dois hectolitros de gaz. No fim de 6 mezes quanto se deve pagar pelo consumo de 4 fogões eguaes ao primeiro, que ficam accesos 3 horas por dia, sabendo-se que o preço do metro cubico de gaz é de 315rs.73?

Solução raciocinada: Se um fogão consome 2 hectolitros ou 200 litros de gaz em uma hora, 4 fogões nesse mesmo tempo consomem 4 vezes mais litros ou 200 l × 4 = 800 litros.

Se 4 fogões consomem 800 litros em 1 hora, ficando accesos 3 horas por dia, no fim desse tempo consomem 3 vezes mais litros ou 800 l × 3 = 2.400 litros.

Ora, se um mez tem 30 dias, 6 mezes têm 6 vezes mais 30 dias ou 30d × 6 = 180 dias; portanto, se em 1 dia os 4 fogões funccionando durante 3 horas consomem 2.400 litros, no fim de 180 dias consomem 180 vezes mais litros ou

2400 l × 180 = 432.000 l = 432.000dm3 = 432m3 de gaz.

Se o metro cubico é pago á razão de 315rs,73 a importancia a pagar é de 315,73 × 432 = 136$395.

228

Adquiriram-se 130Dl, 5 de arroz por 78$300; qual o preço de um duplo-hectolitro?

Solução raciocinada: Em 130Dl,5 ha 1305 litros; em um duplo-hectolitro ha 200 litros, porque, sendo o hectolitro egual a 100 litros, 2 hectolitros valem duas vezes mais litros ou 100 l × 2 = 200 litros. Se o decalitro tem 10 litros em um duplo-decalitro ha duas vezes mais litros ou 10 l × 2 = 20 litros. Se 130Dl,5 ou 1305 l custam 78$300, um litro custa 1305 vezes menos ou 78$300 ÷ 130Dl,5 = 600 reis e um duplo-hectolitro ou 200 litros, 200 vezes mais ou 600 réis × 200 = 120$000.

229

Um negociante vende os $\frac{2}{3}$ do vinho contido em um barril por 75$000. Sabendo-se que a metade do numero de litros que este barril póde conter é egual a 50l,4 quantos litros foram vendidos e qual o preço de todo o barril?

Solução raciocinada: Se a metade do numero de litros que o barril póde conter é egual a 50l,4, o numero total de litros de sua capacidade é duas vezes maior ou 50l,4 × 2 = 100l,8.

Se $\frac{2}{3}$ deste vinho, ou de $100^l,8$ ou $\frac{100^l,8 \times 2}{3} = 67^l,2$ são vendidos por 75\$000, $100^l,8$ devem custar $\frac{75\$000 \times 100^l,8}{67,2} = 112\$500$.

230

Um particular comprou 420 decalitros de feijão para revendel-o a 200 rs. o kilo, pesando cada decalitro 25 kilogrammas. Pagando 1\$300 pelo duplo decalitro e pelo frete total 30\$000, qual o lucro que obteve?

Solução raciocinada: Em 420 Dl. ha 4200 litros; o duplo decalitro tem 20 litros, em 4200 litros ha 210 duplos decalitros; pagando pelo duplo decalitro 1\$300, pelos 210 deve pagar $1\$300 \times 210 = 273\$000$, que, addicionados aos 30\$000 do frete total perfazem a quantia de $273\$000 + 30\$000 = 303\$000$. Pesando um decalitro 25 kilogrammas, 420 decalitros pesam $25 \text{ kg} \times 420 = 10.500$ kg, que, vendidos a 200 réis o kilo deveriam produzir 2:100\$000.

Se a despesa importou em 303\$000 e o feijão foi vendido por 2:100\$000, o lucro elevou-se a $2{:}100\$000 - 303\$000 = 1{:}797\$000$.

231

O duplo hectolitro de arroz custa 120\$000. Tendo uma pessôa dispendido 78\$300 na compra desse arroz, quantos decalitros adquiriu e qual o preço de um litro?

Solução raciocinada: Em um duplo hectolitro ha $100^l \times 2 = 200$ litros. Se 200 litros importam em 120\$000 o preço de um litro corresponde a $120\$000 \div 200 = 600^{rs}$. Sendo a despesa de 78\$300, segue-se que pódem ser comprados tantos decalitros quantas forem as vezes que 78\$300 contiver 600^{rs} ou $78\$300 \div 600 = 130$ Dl.5.

232

De um barril de vinho completamente cheio retirou-se $\frac{1}{4}$ de seu conteudo e depois $\frac{1}{9}$ da parte restante, o-

brando ainda uma quantidade que chegava para 8 distribuições a 80 homens, de $\frac{1}{4}$ de litro cada uma.

Pergunta-se quantos litros havia primitivamente no barril?

(Guyon).

Solução raciocinada: Retirando-se $\frac{1}{9}$ dos $\frac{3}{4}$ do conteudo do barril ou $\frac{1}{12}$ da segunda vez e $\frac{1}{4}$ da primeira vez, a quantidade de vinho retirado nas duas primeiras vezes corresponde a $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$. Fica portanto $\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$, isto é, um numero de litros egual a $1^l \times \frac{1}{4} \times 80 \times 8 = 160$ litros. Se $\frac{2}{3}$ correspondem a 160 litros, $\frac{1}{3}$ corresponde a $160 \div 2 = 80$ litros e $\frac{3}{3}$ correspondem a $80 \times 3 = 240$ litros.

233

Um barril contem 337 litros de aguardente que deverá ser engarrafada em 398 garrafas que comportam: umas, $\frac{7}{8}$ de litro e outras $\frac{5}{6}$ de litro. Quantas garrafas de cada especie serão necessarias?

Solução raciocinada: 398 garrafas de $\frac{5}{6}$ de litro contém $\frac{5}{6} \times 398 = \frac{1990}{6}$ de litro. Sendo a aguardente que se acha no barril, em numero de 337 litros, segue-se que o conteudo do barril equivale a $\frac{2022}{6}$ de litro, isto é, a $\frac{6}{6}$ de litro vezes $337 = \frac{2022}{6}$ de litro.

Retirando-se $\frac{1990}{6}$ de litro restam $\frac{2022}{6} - \frac{1990}{6} = \frac{16}{3}$ de litro.

Cada garrafa de primeira especie contem a maior:

$$\frac{7}{8}-\frac{5}{6}=\frac{21}{24}-\frac{20}{24}=\frac{1}{24}$$

São necessarias portanto, $\frac{1 \times 16}{3} \div \frac{1}{24} = 128$ garrafas de primeira especie e $398 - 128 = 270$ garrafas de 2ª.

234

Quando o alcool valia 84$000 o hectolitro, uma familia consumia 220 litros por anno. O preço do alcool tendo augmentado de 16$000 por hectolitro, quantos litros consumirá annualmente essa familia, sabendo-se que destina para acquisição da quantidade de alcool necessaria o dobro da importancia primitiva?

Solução raciocinada: A despesa annual, valendo o hectolitro de alcool 84$000 e sendo o consumo de 220 litros, é de $\frac{84000 \times 22}{100} =$ $= 184\$800$. O hectolitro desse alcool augmentado de 16$000 vale $84\$000 + 16\$000 = 100\$000$: Dispondo a familia do dobro da quantia primitiva para a acquisição do alcool ou de $184\$800 \times 2 =$ $= 369\$600$, valendo o litro desse alcool $100\$000 \div 100 = 1\$000$, com esses 369$600 a familia póde consumir $369600 \div 1000 = 369^{l},6$ de alcool.

235

Comprou-se a colheita de um campo por 230$000 pagando-se mais 0,1 por mil réis pelo imposto de transmissão. Contractaram-se para proceder á colheita 6 homens, á razão de 2$300 diarios; o transporte e a debulha importaram em 48$500. Por quanto se deve revender a colheita, sabendo-se que este campo produz 300 feixes de palha? Pede-se o preço de um duplo-hectolitro, tendo-se em vista que 9 feixes de palha equivalem a $\frac{1}{2}$ hectolitro.

(F. F.)

Solução raciocinada: Preço da revenda da colheita: $230\$000 +$ $+ (0,1 \times 230000) + (2300 \times 6) + 48500 = 230000 + 23000 + 13800 +$ $+ 48500 = 315\$300$.

Preço de um feixe de palha: $315.300 \div 300 = 1\$051$.

Equivalendo 9 feixes a $\frac{1}{2}$ hectolitro, em um hectolitro ha 18 feixes de palha e em 2 hectolitros ou um duplo hectolitro ha $9 \times 4 =$ $= 36$, donde se conclue que um duplo-hectolitro vale

$$1\$051 \times 36 = 37\$836.$$

236

A capacidade de uma pipa de vinho é de 270 litros. Os 185 litros do conteudo da pipa foram vendidos a 1$800 o litro e o resto a 2$000. Desta fórma houve um prejuizo de 349$000.

Qual o valor do vinho contido na pipa e qual o preço de 1 litro?

Solução raciocinada: 165 litros a 1$800 importam em $1\$800 \times$ $\times 165 = 197\$000$. Vendendo o resto ou $270^{l} - 165^{l} = 105$ litros a 2$000 o litro, esses 105 litros importam em $2\$000 \times 105 = 210\$000$. Valor da venda: $210\$000 + 197\$000 = 407\$000$. Havendo um prejuizo de 349$000 deduz-se que todo o conteudo da pipa deve ser vendido por $407\$000 + 349\$000 = 756\$000$.

Valor de 1 litro:

$$756\$000 \div 270 = 2\$800.$$

237

Um hoteleiro comprou um barril de vinho Bordeaux pagando 100$000 por meio hectolitro. Vendeu a seus freguezes $\frac{3}{8}$ desse vinho e ainda ficou com 6 Dl,85 que trocou por 20 kilogrammas de presunto que custaram 137$000. Que quantidade de vinho havia no barril? Quanto lhe custou cada litro? a quanto deveria vendel-o para lucrar 500 réis em litro? qual o preço do kilo de presunto?

Solução raciocinada: Em meio hectolitro ha 100l ÷ 2 ou 50 litros. Se 50 litros custaram 100$000, um litro deveria ter custado 100$000 ÷ 50 = 2$000.

Tendo sido vendidos $\frac{3}{8}$ desse vinho, considerando o conteudo do barril egual a $\frac{8}{8}$, ficaram $\frac{5}{8}$ que equivalem aos 6 Dl.85; $\frac{1}{8}$ equivale portanto a um numero de litros 5 vezes menor e $\frac{8}{8}$ a um numero de litros 8 vezes maior ou a $\frac{68,5 \times 8}{5} = 109^l,6$.

Se o barril continha $109^l,6$ ou $\frac{8}{8}$ os $\frac{3}{8}$ devem corresponder a $\frac{109,6 \times 3}{8} = 41^l,1$.

Pagando o hoteleiro 2$000 por litro, desejando lucrar 500 réis em litro, deve vender o vinho por 2$000 + 500 = 2$500 e receber a importancia correspondente a 2$500 × 41,1 = 102$750. Trocando $\frac{5}{8}$ ou $68^l,5$ por 20 kilogrammas de presunto do preço de 137$000, verifica-se que o valor de um kilogramma de presunto é de

137$000 ÷ 20 = 6$850

238

Um barril continha 270 litros de vinho; retiraram primeiro 40 litros que se substituiram por uma quantidade egual de agua. Dessa mistura retiraram-se ainda outros 40 litros que se substituiram por nova quantidade de agua. Repetindo-se esta operação uma terceira vez quantos litros de agua e de vinho restarão no barril?

(*Lemoine*)

Solução raciocinada: Retirando-se de 270^l os 40 litros, ficaram 230^l; substituindo-se os 40^l de vinho por egual quantidade de agua

e dessa mistura retirando-se 40 litros ficará no barril, de vinho puro, uma quantidade egual a

$$230 - \frac{230 \times 40}{270} = \frac{9200}{270} \text{ ou } \frac{2300}{14}$$

Retirando-se 40 litros de vinho puro e subtituindo-se por agua, ficará uma quantidade egual a

$$\frac{2300 \times 40}{14 \times 270} = \frac{4600}{189}$$

da mistura; e de vinho puro

$$\frac{2300}{14} - \frac{4600}{189} = \frac{2300 \times 14 + 4600}{189} = 145^l,918$$

239

Tres vasos quando vasios têm a mesma capacidade e o mesmo peso. Enchendo-se o primeiro de agua pura, o segundo de oleo de densidade egual a 0,92 e o terceiro com alcool, verificou-se que o primeiro pesava mais 6 kilogrammas que o segundo e 15 mais que o terceiro. Qual a capacidade de cada vaso? Qual a densidade do alcool? Substituindo-se os tres primeiros vasos por outros de pesos deseguaes, cujo peso total quando vasios é de 45 kilogrammas, calcular o peso de cada um, sabendo-se que o peso do primeiro corresponde aos $\frac{4}{5}$ do peso do segundo e aos $\frac{2}{3}$ do peso do terceiro.

(*Leyssene*)

Solução raciocinada: Se os vasos quando vasios apresentam o mesmo peso e a mesma capacidade, a differença de seus pesos, quando cheios, provêm da differença das densidades dos liquidos nelles contidos. Ora, se um litro de agua pesa 1 kilogramma e 1 litro de oleo 0 kg.920, em 1 litro, o peso de um differe do peso de outro de 1 kg.—0,920 ou de 0kg.080. Sendo a differença dos pesos dos vasos quando cheios de agua e de oleo. de 6 kilogrammas, a capacidade de ambos será de tantos litros quantas forem as vezes que 6 se contiver em 0kg.080 ou $1^l \times \frac{6}{0{,}080} = 75$ litros. O peso da agua contida no terceiro vaso será de $75 - 15 = 60$ kilogrammas e a sua densidade equivalerá a $60 \div 75 = 0{,}8$.

Fazendo-se a substituição dos vasos, o peso do segundo vaso desse grupo de novos vasos correspondendo aos $\frac{5}{4}$ do peso do primeiro vaso e o do terceiro aos $\frac{3}{2}$ do peso do primeiro, deduz-se que o primeiro pesará 100 grammas, o segundo 125 e o terceiro finalmente 375 grammas.

Assim, pois, o peso do primeiro vaso equivalerá aos $\frac{100}{375}$ do peso total ou a 12 kilogrammas, o peso do segundo corresponderá aos $\frac{125}{375}$ do peso total ou a 15 kilogrammas, o peso do terceiro a $\frac{150}{375}$ do peso total ou o a 18 kilogrammas, ou ainda, primeiro vaso: $\frac{45 \times 100}{375} = 12$; segundo vaso: $\frac{45 \times 125}{375} = 15$; terceiro vaso: $\frac{45 \times 150}{375} = 18$ kilogrammas.

240

Adquiriu-se uma certa quantidade de papel a 6$200 a peça, para forrar uma sala que tem para comprimento $3^m{,}50$; para largura 3 metros e para altura $4^m{,}50$. A superficie occupada pelas aberturas é egual a $21^{m^2}{,}25$ e a superficie de cada peça de papel é de $7^{m^2}{,}45$.

Qual a despesa?

Solução raciocinada: Superficie de uma parede:

$$1^{m^2} \times 3{,}50 \times 4{,}50 = 15^{m^2}{,}75$$

Superficie de outra parede:

$$1^{m^2} \times 4{,}50 \times 3 = 13^{m^2}{,}50$$

Superficie das duas paredes:

$$15^{m^2}{,}75 + 13^{m^2}{,}50 = 29^{m^2}{,}25.$$

Considerando que a sala apresenta a fórma de um rectangulo, que é a figura que tem os lados eguaes dois a dois, isto é duas larguras e dois comprimentos, a superficie das quatro paredes da sala corresponde a $29^{m^2}{,}25 \times 2 = 58^{m^2}{,}50$.

Subtrahindo-se a superficie occupada pelas aberturas, ficam:

$$58^{m^2}{,}50 - 21^{m^2}{,}25 = 37^{m^2}{,}25.$$

Numero de peças necessarias:

$$37^{m^2}{,}25 \div 7^{m^2}{,}45 = 5 \text{ peças}.$$

Valor desse numero de peças:

$$6\$200 \times 5 = 31\$000.$$

241

Adquiri uma horta de $18^{m^2}{,}40$ de superficie por 12$000 o metro quadrado. Paguei $\frac{2}{5}$ do seu valor com uma quantidade de arroz do preço de 1$140 o kilo. Quanto gastei em dinheiro e que porção de cereal foi necessario?

Solução raciocinada: Se o metro quadrado custou 12$000, $18^{m^2}{,}40$ importaram em $12\$000 \times 18{,}40 = 220\$800$.

$\frac{2}{5}$ de 220$800 equivalem a $\frac{220\$800 \times 2}{5} = 88\$320$.

Com 88$320, custando o kilo de arroz 1$140 podiam ser comprados $1^{kg} \times (88\$320 \div 1\$140) = 77^{kg}{,}415$.

Paguei em dinheiro $220\$800 - 88\$320 = 132\$480$.

242

Comprei um terreno de dois areos e meio e em $\frac{2}{5}$ dessa superficie construi uma casa.

Reservei $\frac{1}{3}$ do resto para horta e pomar e do terreno restante mandei fazer em $\frac{1}{10}$ um jardim e no pedaço que ficou edifiquei uma outra casa com um pateo de 4 metros de lado.

Qual a superficie occupada pela 2ª casa e a fórma do pateo?

Solução raciocinada: $2^{a}\frac{1}{2}$ equivalem a 250 centiarios ou a $2^{ca},50$; $\frac{2}{5}$ de 250 centiareos equivalem a $250^{ca} \times \frac{2}{5} = \frac{500}{5} = 100^{ca}$ ou 100^{m^2}.

Restam $250^{m^2} - 100^{m^2} = 150^{m^2}$.

A horta e o pomar occupam uma superficie egual a $150^{m^2} \times \frac{1}{3} = 150^{m^2} \div 3 = 50^{m^2}$, em $\frac{1}{10}$ dos quaes foi feito o jardim, occupando uma area de $100^{m^2} \times \frac{1}{10} = 10^{m^2}$

$100^{m^2} - 10^{m^2}$ ou 90^{m^2}, representam a superficie occupada pela 2.ª casa; como, porém, ha nesta casa um pateo de 4 metros de lado, segue-se que esse pateo é representado por um quadrado, cuja superficie é egual a $4^{m} \times 4^{m} = 16^{m^2}$

Da area occupada pela 2.ª casa, retirando-se os 16^{m^2} ou a superficie do pateo, resta uma differença que representa exactamente a superficie do terreno por ella occupada, ou

$$90^{m^2} - 16^{m^2} = 74^{m^2}$$

243

Para ladrilhar uma cosinha que tem $2^{m},5$ de largura e $3^{m},2$ de comprimento, gastaram-se 60\$000. Apresentando cada ladrilho $0^{m},20$ de lado, quantos ladrilhos foram necessarios e em quanto importou o metro quadrado?

Solução raciocinada: Superficie da cosinha:

$$2^{m},5 \times 3^{m},2 = 8^{m^2}$$

Superficie do ladrilho:

$$0^{m},20 \times 0^{m},20 = 0^{m^2},04$$

Numero de ladrilhos necessarios:

$$8^{m^2} \div 0^{m^2},04 = 200 \text{ ladrilhos.}$$

Preço do metro quadrado:

$$60\$000 \div 8 = 7\$500$$

244

Para nivelar uma rua de 3500 metros de extensão por 18 metros de largura, foram necessarios 2520 metros cubicos de terra. A quanto sahiu o metro quadrado desse trabalho, valendo o metro cubico de terra 4\$500; e, qual a espessura da camada de terra?

Solução raciocinada: A superficie da rua é egual a $1^{m^2} \times 3500 \times 18 = 63000^{m^2}$. Sendo a superficie da rua de 63000^{m^2} e havendo necessidade de 2520^{m^3} de terra, segue-se que a camada espalhada corresponde a $2520^{m^3} \div 63000 = 0^{m},04$. Um metro quadrado desse trabalho corresponde a $1^{m^3} \times 1 \times 0,04$ ou a $0^{m^3},040$.

Valendo o metro cubico de terra 4\$500, o metro quadrado desse trabalho ou $0^{m^3},040$ custam $4\$500 \times 0,040 = 180$ réis.

245

Dispendeu-se com a plantação de arroz que se fez num terreno de $142^{m}\frac{1}{2}$ de lado, 1\$500 em cada areo. Depois de alguns mezes o agricultor verificou que um hectareo do terreno lhe forneceu 320 kilos de arroz que vendeu a 650 réis o kilo.

Qual o lucro obtido com a venda desse arroz?

Solução raciocinada: A superficie do campo é de $\left(142^{m}\frac{1}{2}\right)^2 = 20306^{m^2},25$; o campo é portanto, um quadrado.

Superficie expressa em areos: $20306^{m^2},25 = 203^{Dm^2},0625 = 203^{a},0625 = 2^{Ha},030625$.

Produzindo cada hectareo 320 kilogrammas de arroz,..... $2^{Ha}030625$ produzem $320^{kg} \times 2,030625 = 649^{kg},80$.

Se cada kilo é vendido á razão de 650 réis, os $649^{kg},80$ importam em $650^{rs} \times 649,80 = 422\$370$, que representam o lucro do agricultor. Mas, tendo dispendido 1\$500 para a plantação de cada areo, ou $1\$500 \times 203,0625 = 304\$593$, segue-se que o seu lucro liquido é de $422\$370 - 304\$593 = 117\$777$.

246

Um agricultor comprou 250 areos de um terreno visinho. Conseguiu seis mezes depois augmentar de $\frac{6}{18}$ do custo o valor do terreno; um anno mais tarde augmentou de $\frac{1}{5}$ o valor que o terreno adquiriu nos 6 primeiros mezes: porém, 2 annos depois o terreno perdeu $\frac{2}{40}$ do valor que adquirira até então, valendo unicamente 26:700$000.

Em quanto importou o decametro quadrado desse terreno?

Solução raciocinada: Considerando o valor do terreno equivalente á fracção $\frac{18}{18}$, augmentando de $\frac{6}{18}$ esse valor, deduz-se que o valor do terreno tornou-se egual a

$$\frac{18}{18} + \frac{6}{18} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}.$$

Augmentando um anno mais tarde, esse valor, de $\frac{1}{5}$, o terreno fica valendo

$$\frac{4}{3} + \frac{1}{5} = \frac{20}{15} + \frac{3}{15} = \frac{23}{15}$$

Dois annos depois perdendo $\frac{2}{40}$ desse valor fica reduzido a

$\frac{23}{15} - \frac{2}{40} = \frac{89}{60}$ que equivalem aos 26:700$000.

Comparando-se as duas fracções observa-se que a segunda está augmentada da differença que ha entre as duas fracções.

Ora, se $\frac{89}{60}$ correspondem a 26:700$000

$\frac{1}{60}$ corresponde a $\frac{26.700}{89} = 300\$000$

e $\frac{60}{60}$ a $300\$000 \times 60 = 18:000\$000$.

Apesar do prejuizo ultimo, o agricultor sahiu ganhando

26:700$000 — 18:000$000 = 8:700$000.

Sendo a superficie adquirida, isto é, o terreno comprado pelo agricultor, de 250 areos ou 250 decametros quadrados, segue-se que o decametro quadrado importou em

8:700$000 ÷ 250 = 34$800.

247

Uma doceira gasta em 5 mezes 250 kilos de farinha de trigo. Sabe-se que 154 kilogrammas de grãos produzem 132 kilos de farinha e que com 3kg,50 de farinha a doceira faz 5kg,20 de doces.

Produzindo um terreno de $3^{a},20$, uma quantidade de trigo egual a 560Hg, pergunta-se que extensão de terra será necessaria para a producção do trigo consumido por esta doceira durante 12 mezes.

Solução raciocinada: Se 3kg,50 de farinha produzem 5kg,20 de doces, 1 kg. de farinha produz menor quantidade e 250 kg. uma porção de kilogrammas de doces 250 vezes maior ou:

$$5,20 \times 250 = 1300 \text{ kg.}$$

Assim, 1300 kg. representam o numero de kilos de doces fabricados em cinco mezes; em um mez será feita uma porção menor de doces e em 12 mezes uma quantidade 12 vezes maior, ou

$$\frac{1300 \times 12}{5} = 3120 \text{ kg. de doces.}$$

Sabendo-se que 132 kg de farinha provêm de 154 kg. de grãos, para se obter 3120 kg. de doces será preciso maior numero de kilos de grãos afim de se obter a farinha necessaria para o fabrico desses doces; portanto, vem que, se

132 kg. de farinha provêm de 154 kg.

3120 kg. provêm de

$$\frac{154 \times 3120}{132} = 3640 \text{ kg. de grãos.}$$

Ora, se para a producção da farinha necessaria para 3120 kg de doces, são necessarios 3640 kg. de grãos, e se $3^{a},20$ de terreno produzem 56kg,2 de grãos, 3640 kg. devem ser produzidos num terreno esse numero de vezes maior ou em um terreno egual a

$$\frac{3^a,20 \times 3640}{560} = 20^a,8.$$

248

Dividiram um terreno em dois lotes, representando os $\frac{3}{7}$ do 1º os $\frac{2}{5}$ do 2º.

Subtrahindo-se os $\frac{11}{20}$ do 1º dos $\frac{9}{13}$ do 2º, obtem-se para differença 13Ha,96.

Avaliar em metros quadrados a superficie desses 2 lotes.

Solução raciocinada: $\frac{1}{5}$ do 2º lote representa $\frac{3}{7} \div 2 = \frac{3}{14}$ do 1º e $\frac{5}{5}$ do 2º representam $\frac{3}{14} \times 5 = \frac{15}{14}$ do 1º.

A fracção $\frac{1}{13}$ do 2º representa $\frac{15}{14} \div 3$ do 1º, e $\frac{9}{13}$ do 2º, representam $\frac{15 \times 9}{14 \times 13}$ ou $\frac{135}{182}$ do 1º

A differença entre os $\frac{135}{182}$ do 1º lote e os $\frac{11}{20}$ da mesma... porção egual, é de $\frac{135}{182} - \frac{11}{20} = \frac{1350}{1820} - \frac{1001}{1820} = \frac{349}{1820}$ do 1º lote.

Os $\frac{349}{1820}$ do 1º, lote medem de superficie 13Ha,96.

$\frac{1}{1820}$ do 1º correspondem a uma superficie egual a $\frac{13^{Ha},96}{349}$ e

$\frac{1820}{1820}$ ou a superficie do 1º lote é de $\frac{13^{Ha},96 \times 1820}{349} = 72^{Ha},8 = 728000^{m2}$

Se a superficie do 2º lote representa os $\frac{15}{14}$ da superficie do 1º apresenta uma area egual a $728.000^{m2} \times \frac{15}{14} = 780.000^{m2}$.

249

Um agricultor obteve um lucro de 2:044$000 cultivando $\frac{1}{4}$ de suas terras com trigo, os $\frac{3}{5}$ com milho e o resto ou 8Ha,4 com beterraba.

As diversas superficies cultivadas guardam entre si a mesma relação que os numeros 5, 12 e 3.

Quanto ganhou por hectareo sobre cada especie de colheita, sabendo-se que, sendo o lucro obtido em 1 hectareo de beterrabas representado por 1, os lucros realisados em 1 hectareo de trigo e 1 hectareo de milho serão representados respectivamente por $\frac{4}{5}$ e $\frac{2}{7}$.

Solução raciocinada: Se a plantação de trigo occupou $\frac{1}{4}$.... das terras, o milho $\frac{3}{5}$, a superficie occupada pela cultura da beterraba representa

$$1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{5}\right) = 1 - \left(\frac{5}{20} + \frac{12}{20}\right) = 1 - \frac{17}{20} = \frac{3}{20}.$$

Portanto a cultura do trigo occupa uma superficie de $\frac{8^{Ha},4 \times 5}{3} = 14$ hectareos.

Superficie occupada pela plantação de milho:

$$\frac{8^{Ha},4 \times 12}{3} = 33^{Ha},6.$$

Se as diversas superficies guardam entre si a mesma relação que os numeros 5, 12 e 3, portanto os lucros totaes guardam as mesmas relações que

$$5 \times \frac{4}{5},\ 12 \times \frac{2}{7} \text{ e } 3; \text{ ou: } 4, \frac{24}{7} \text{ e } 3,$$ ou ainda, multiplicando por 7 os numeros 3 e 4, vem que:

$$3 \times 7 = 21$$
$$4 \times 7 = 28$$

numeros estes que representam os numeradores de duas fracções que têm para denominadores a somma desses dois numeradores mais o numerador da fracção $\frac{24}{7}$ ou $28 + 21 + 24 = 73$.

Portanto $\frac{28}{73}$, $\frac{21}{73}$ e $\frac{24}{73}$ representam as fracções do lucro total; o lucro obtido na colheita do trigo foi de

$$\frac{2:044\$000 \times 28}{73} = 784\$000.$$

Com a colheita das beterrabas:

$$\frac{2:044\$000 \times 21}{73} = 588\$000.$$

Lucro realisado em um hectareo de terra, com o plantio do trigo:

$$\frac{784\$000}{14} = 56\$000$$

Com o plantio do milho:

$$\frac{672\$000}{33^{Ha},6} = 20\$000:$$

Com o plantio da beterraba:

$$\frac{588\$000}{8^{Ha},4} = 70\$000.$$

250

Dois lavradores alugaram um terreno. Por uma superficie egual, o 1º pagou um aluguel correspondente aos $\frac{4}{5}$ da contribuição do 2º.

A superficie total deste terreno é de $2^{Da},384$ e o aluguel annual eleva-se a 1:573$840.

Sabe-se que a parte pertencente ao 1º apresenta a fórma de um rectangulo cujo comprimento é de 45 metros e a largura de 36. Qual a contribuição de cada um?

Solução raciocinada: Superficie do terreno pertencente ao 1º lavrador:

$$1^{m^2} \times 45 \times 36 = 1620^{m^2}.$$

Superficie pertencente ao 2º;

$$2^{Da}384 = 2384^{ca} \text{ ou } 2384^{m^2} - 1620^{m^2} = 764^{m^2}.$$

Pagando o 1º um aluguel correspondente aos $\frac{4}{5}$ occupado pelo 2º pagará tanto quanto por uma superficie de $\frac{1620 \times 4}{5} = 1296^{m^2} +$ $+ 764^{m^2}$ ou

2060^{m^2} que valem 1:573$840; donde se conclue que o 2º pagará por anno

$$\frac{1:573\$840 \times 764}{2060} = 583\$696.$$

$$\text{e o 1º } \frac{1573840 \times 1296}{2060} = 990\$144.$$

251

Os $\frac{3}{4}$ de um hectareo de um terreno custaram cinco vezes mais que os $\frac{2}{3}$ de um decametro quadrado de um outro terreno.

Um agricultor tendo adquirido ambos os terrenos por 9:452$000, pede-se calcular o preço de cada um, sabendo-se que a superficie do 1º equivale aos $\frac{2}{3}$ da superficie do 2º.

Solução raciocinada: Equivalendo um decametro quadrado a $\frac{1}{100}$ do hectareo, os $\frac{3}{4}$ de um hectareo do 1º terreno custarão tanto quanto os $\frac{2}{300} \times 5$ ou $\frac{1}{30}$ de um hectareo do 2º. Se 1 hectareo do 1º equivale a $\frac{1}{30} \div \frac{3}{4}$ ou $\frac{2}{45}$ de 1 hectareo do 2º, o preço do 1º corresponderá aos $\frac{2}{45} \times \frac{2}{3}$ ou $\frac{4}{135}$ do preço do 2º. O valor total será egual aos $\frac{135+4}{135}$ ou $\frac{139}{135}$ do preço do 2º terreno; donde se deduz que o 2º terreno valerá

$9:452\$000 \times \frac{139}{135}$ ou $9:180\$000$ e o 1º $9:452\$000 - 9:180\$000 = \ldots$
$= 272\$000$.

252

Um pedreiro foi contractado para fazer uma escada de 12 degraus, devendo cada degrau ter de altura $0^m,12$, de comprimento $1^m,80$ e de largura $0^m,45$. Qual o volume da pedra necessaria e o preço por que foi adquirida custando o metro cubico 6$000?

Solução raciocinada: Tendo cada degrau $0^m,12$ de altura, $0^m,45$ de largura e $1^m,80$ de comprimento, tem de volume

$$1^{m3}, \times 1,80 \times 0,45 \times 0,12 = 0^{m3},097200$$

e tendo 12 degraus o volume da pedra é de

$$0^{m3},097200 \times 12 = 1^{m3},166400$$

Custando cada metro cubico 6$000, $1^{m3},166400$ custa

$$6\$000 \times 1,166400 = 6\$998.$$

253

Adquiriu-se certa quantidade de pedra para calçamento de uma rua de 3 kilometros á razão de 5$500 o metro cubico.

Pergunta-se em quanto importou a despesa sabendo-se que este calçamento deverá ter uma largura de $16^m.40$ e uma altura de $0^m,15$.

Solução raciocinada: Ora, se o calçamento da rua deveria ter 3 kilometros ou 3.000 metros de comprimento, $16^m,40$ de largura e $0^m,15$ de altura, o volume da pedra seria de:
$1^{m3},3000 \times 16,40 \times 0,15 = 7380^{m3}$.

Se 1 metro cubico custou 5$500, os 7380^{m3} deveriam ter custado 7380 vezes mais, ou $5\$500 \times 7380 = 40:590\$000$.

254

Deseja-se saber qual a densidade do azeite contido numa garrafa que pesa quando vasia $1^{hg},100$ e quando cheia $2^{kg},3975$ tendo uma capacidade de $2^l,5$.

Solução raciocinada: Se a garrafa vasia pesa $1^{hg}100$ ou 1.100 decigrammas, o peso do azeite nella contido é de
$23975^{kg} - 1100^{dg} = 22875$ ou $2^{kg}2875$.

Ora, se a capacidade da garrafa é de $2^l,5$, o azeite ahi contido tem a densidade de

$$2^{kg},2875 \div 2,5 = 0,915$$

255

Uma barra de ferro tem $1^m.15$ de comprimento, $0^m,70$ de largura e $0^m,006$ de espessura.

Qual o peso, em grammas, desta barra, se o peso especifico do ferro é de 7,788?

Solução raciocinada: O volume da barra corresponde ao producto de suas tres dimensões, ou: $1^{m3} \times 1,15 \times 0,70 \times 0,006 = 0^{m3},0048300$.

O peso é egual ao volume da mesma pelo numero que representa o peso especifico do ferro ou:

$$0^{m3},0048300 \times 7,788 = 0^{m3},03761604.$$

O decimetro cubico corresponde ao kilogramma: ora, em $0^{m3},03761604$ ha $37^{dm3},61604$ ou $37^{kg},61604$; um kilogramma tem 1000 grammas, portanto em $37^{kg},61604$ ha $37616^g,04$ que representam o peso da barra.

256

Um navio transporta uma carga de 25 toneladas de carvão de pedra, cujo peso especifico é de 1.300,

Qual o volume dessa quantidade de carvão?

Solução raciocinada; Uma tonelada é egual a 1000 kilogrammas; em 25 toneladas ha

$$1000^{kg} \times 25 = 25000 \text{ kg}.$$

Se o peso especifico do carvão de pedra é de 1,300, segue-se que o volume é egual a

$$25{,}000^{kg} \div 1300 = 19230^{kg},769 = 19230^{dm^3},769 = 19^{m^3},230769.$$

257

Um lenhador abateu uma arvore da qual cortou 120 pedaços de $1^m,80$ de comprimento, $0^m,05$ de largura e $0^m,012$ de espessura. Ficou ainda com $\frac{1}{5}$ da madeira.

Qual o volume da arvore? Qual o seu peso, se a sua densidade era de 870 grammas?

Solução raciocinada: Volume dos 120 pedaços:

$$(1^m,80 \times 0^m,05 \times 0^m,012) \times 120 = 0^{m^3},001080 \times 120 = 0^{m^3},129600.$$

Parte da madeira que não foi cortada:

$\frac{1}{5}$; portanto foram cortados:

$$\frac{5}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$\frac{4}{5}$ equivalem a $0^{m^3},129600$.

$\frac{1}{5}$ equivale a $0^{m^3},129600 \div 4$

$\frac{5}{5}$ equivalem a $0^{m^3},129600 \div 4 \times 5 = 0^{m^3},162$ que representam o volume da arvore.

O peso é de

$$0^{m^3},162 \times 0{,}870 = 0^{m^3},140940 = 140^{dm^3},940 = 140^{kg},940$$

258

Um deposito tem $1^m,80$ de altura, $2^m,4$ de largo e a semi-somma dessas duas dimensões para comprimento. Está cheio de alcool que deve ser vendido por 5:443$200.

Quantos litros contem o deposito e qual o preço de um litro?

Solução raciocinada: Se o comprimento do deposito é egual á semi-somma da altura e da largura ou

$$(1^m,80 + 2^m,4) \div 2 = 2^m,1,$$

o volume do deposito é egual a

$$1^{m^3}, \times 1,80 \times 2,4 \times 2,1 = 9^{m^3},072$$

Em $9^{m^3}072$ ha 9072^{dm^3} ou 9072 litros

Valor de um litro:

$$5{:}443\$200 \div 9072 = 600 \text{ reis}:$$

259

Uma caixa dagua tem $0^m,8832$ de volume.

Quantos decalitros de agua contem a caixa?

Qual a sua altura, sendo a superficie de $0^{m^2},96$?

Qual o comprimento da caixa se a altura tem mais $0^m,12$ do que a largura?

Solução raciocinada: Sendo o volume da caixa de $0^{m^3},8832$ da capacidade da mesma é de:

$$0^m,8832 = 883^l,2 = 88^{Dl},32$$

Altura da caixa é egual a:

$$0^m,8832 \div 0{,}96 = 0^m,92$$

Tendo a altura da caixa mais $0^m,12$ do que a largura, esta é egual a $0^m,92 - 0^m,12 = 0^m,80$ e o

Comprimento: $0^{m^2},96 \div 0^m\,80 = 1^m,2$

Verificação: $1^m,2 \times 0^m,80 \times 0^m,92 = 0^{m^3},8832$

260

Um deposito de $0^{m^3},624$ continha leite até aos $\frac{2}{3}$; retiraram-se primeiro $12^{Dl},5$ depois por quatro vezes $6^l,20$ e ainda uma porção egual a $\frac{1}{2}$ hectolitro.

Que quantidade de leite ficou na lata?

A quanto dever-se-ia vender o litro desse leite retirado para haver um lucro de 119$880?

Solução raciocinada: $0^{m3},624 = 624^{dm3} = 624^{l}$

Equivalendo $\frac{3}{3}$ a 624 litros,

$$\frac{1}{3} \text{ equivale a } 624^{l} \div 3 = 208^{l} \text{ e}$$

$$\frac{2}{3} \text{ equivalem a } 208^{l} \times 2 = 416^{l}$$

Em $12,^{Dl}5$ ha 125 litros

Retirando-se $6^{l},20$ quatro vezes, a quantidade de leite que se tira corresponde a

$$6^{l},20 \times 4 = 24^{l},80$$

Se 1 hectolitro tem 100 litros, $\frac{1}{2}$ hectolitro corresponde a $100 \div 2$ ou 50 litros.

Retirou-se um numero total de litros egual a

$$125^{l} + 24^{l},80 + 50^{l} = 199^{l},80$$

Ficaram na lata

$$416^{l} - 199^{l},80 = 216^{l},20$$

Para que houvesse um lucro de 119$880, seria necessario que o litro do leite retirado do deposito, ou $199^{l},8$, fossem vendidos á razão de

$$119\$880 \div 199^{l},8 = 600 \text{ réis}$$

Verificação: $600 \times 199,8 = 119\$880$

261

O peso de $0^{m3},001$ de agua é de 1 kilogramma.

Qual será o peso de um metro cubico de ouro se elle pesa $19 \frac{6}{23}$ mais que a agua?

Solução raciocinada: O decimetro cubico corresponde ao kilogramma, ou: $0^{m3},001 = 1^{kg}$ ou 1000 grammas.

Pesando o ouro $19 \frac{6}{23}$ mais do a agua contem um peso igual a

$$1000^{g} \times 19 \frac{6}{23} \text{ ou } 1000^{g} \times \frac{443}{23} = \frac{443000}{23} = 19260 \frac{20}{23}$$

262

Um pedreiro deve fazer um muro que tem 4 metros de altura, $0^{m},30$ de espessura e um comprimento de $9^{m},60$.

As pedras de que se utiliza para construil-o têm 0^{m}, 25 de comprimento, $0^{m},125$ de largura e $0^{m},025$ de espessura.

Solução raciocinada: Se o muro tem 4 metros de altura, $0^{m},30$ de espessura e $9^{m},60$ de comprimento tem o volume de:

$$4^{m} \times 0^{m},30 \times 9^{m},60 = 11^{m3},520.$$

O volume da pedra é de $0^{m},25 \times 0^{m},125 \times 0^{m},25 =$.......... $= 0^{m3},0078125$.

Serão precisas $11^{m3},520 \div 0^{m3},0078125 = 1474$ pedras.

263

Tenho uma caixa de madeira, para sapatos que pesa 2 kg. $\frac{1}{4}$ do kilogramma; quanto pesará uma outra caixa que tem $\frac{5}{6}$ do peso da minha?

Quanto pesam as duas juntas?

Qual o volume da 1ª, sendo as suas dimensões de $0^{m},50$ de altura, $0^{m},60$ de comprimento e $0^{m},30$ de largura? Qual a superficie occupada pela 2ª caixa, sabendo-se que as suas dimensões representam o dobro da 1ª?

Solução raciocinada: Peso da 1ª caixa:

$$2^{Kg} \frac{1}{4} = 2^{Kg},250$$

Peso da 2ª

$$\frac{5}{6} \text{ de } 2^{Kg},250 = 1^{Kg},875$$

Peso das duas juntas:

$$2^{Kg},250 + 1^{Kg},875 = 4^{Kg},125.$$

Volume da 1ª caixa:

$$1^{m3} \times 0,50 \times 0,60 \times 0,30 = 0^{m3},090$$

Dimensões da 2ª caixa:

Altura: $0^{m},50 \times 2 = 1^{m}$.

Comprimento: $0^{m},60 \times 2 = 1^{m},20$

Largura: $0^{m},30 \times 2 = 0^{m},60$

Superficie por ella occupada:

$$1^{m^2} \times 1,20 \times 0,60 = 0^{m^2},72$$

Volume:

$$1^{m^2} \times 0^{m},72 = 0^{m^3},72$$

264

Compraram-se seis blocos de pedra de fórma cubica, medindo de aresta $1^{m},15$, á razão de 3$000 o metro cubico, e ainda uma certa quantidade de areia que foi espalhada numa superficie de 52 areos.

Qual o volume da areia sendo a espessura da camada espalhada de $0^{m},05$? Qual o valor da areia a 7$500 o metro cubico? Quanto se pagou pela pedra? Qual a importancia dispendida com a acquisição desses materiaes?

Solução raciocinada: Tendo cada bloco $1^{m},15$ de aresta e apresentando a forma cubica, tem de volume $(1^{m},15)^3$ ou: $1^{m3}, \times 1,15 \times 1,15 \times 1,15 = 1^{m3},520875$; os seis blocos têm um volume seis vezes maior, ou $1^{m3}, \times 1,520875 \times 6 = 9^{m3},125250$.

Custando cada metro cubico 3$000, os $9^{m3},125250$ importam em 3$000 $\times$ 9,125250 = 27$375.

Em 52 areos ha 5200^{m^2}; se a espessura da areia é de $0^{m},05$, o volume é de $1^{m3} \times 5200 \times 0,05 = 260^{m3}$. 260^{m3} a 7$500 o metro importam em: 7$500 $\times$ 260 = 1:950$000.

A despesa total eleva-se, pois, a:

1:950$0000 + 27$375 = 1:977$375.

265

Um particular mandou calçar uma rua cujo comprimento era de 360 metros, $\frac{1}{20}$ dos quaes representavam a

largura da rua; exigiu porém, que deixassem pesaços lateraes de $2^{m},50$ para os passeios.

Foram empregados nesse calçamento 17727 parallelepipedos de $0^{m},12$ de altura.

A quanto se elevou a despesa, custando o metro cubico de pedra 6$000?

Solução raciocinada: Comprimento da rua:

360 metros

Largura:

$$\frac{1}{20} \text{ de } 360^{m} \text{ ou } 18^{m}$$

Dimensão dos dois passeios lateraes:

$$2^{m},50 \times 2 = 5^{m}$$

Retirando-se da largura da rua, 5 metros para os passeios, a argura fica reduzida a:

$$18^{m} - 5^{m} = 13^{m}$$

Superficie da rua:

$$1^{m^2} \times 360 \times 13 = 4680^{m^2}$$

Superficie de cada parallelepipedo:

$$4680^{m^2} \div 17727 = 0^{m^2},264$$

Volume de cada pedra:

$$1^{m3} \times 0,264 \times 0,12 = 0^{m3},03168$$

Ora, se foram precisas 17727 pedras, o volume desse numero de pedras elevou-se a $0^{m3},03168 \times 17727 = 561^{m3},59136$.

Despesa:

6$000 $\times$ 561,59136 = 3:369$548

266

A casa em que moro tem um porão de 504^{m^2} de area. A Prefeitura obrigou o proprietario a impermeabilisal-o, multando-o em 1:000$000.

O revestimento foi feito com uma camada de concreto de $0^{m},080$ de espessura, $\frac{1}{5}$ da qual compunha-se de pedras e $\frac{2}{5}$ de cimento.

Quanto dispendeu o senhorio, tendo pago o cimento á razão de 14$000 o hectolitro e a pedra a 20$000 o metro cubico?

Solução raciocinada: Superficie do porão: 504^{m^2}

Quantidade de concreto necessaria para cobrir essa superficie:

$1^{m3} \times 504 \times 0{,}080 = 40^{m3},320$, que equivalem á fracção $\frac{5}{5}$

Se $\frac{5}{5}$ equivalem a $40^{m3},320$,

$\frac{1}{5}$ equivale a $\frac{40^{m3},320}{5} = 8^{m3},64$

e $\frac{2}{5}$ a $8^{m3},640 \times 2 = 17^{m3},280$.

Preço do cimento:

$17^{m3},280 = 17280^{dm3} = 17280^{l} = 172^{Hl},80$

14$000 × 172,80 = 2:419$200

Preço da pedra:

20$000 × 8,64 = 172$800

Despesa total:

2:419$200 + 172$800 + 1:000$000 = 3:592$000

267

O comprimento de um terreno é de $20^m,36$.

Qual a espessura da camada de areia que se espalhou sobre este terreno, sabendo-se que a largura corresponde aos $\frac{3}{5}$ do comprimento e que foram necessarios 25 carroças de areia, contendo cada uma 520 ^{dm3}?

Solução raciocinada: Comprimento do terreno: $20^m,36$.

Largura: $\frac{3}{5}$ de $20^m,36$ ou $\frac{20^m,36 \times 3}{5} = 12^m,216$

Superficie: $1^{m2} \times 20{,}36 \times 12{,}216 = 248^{m2},71776$

Cada carroça contendo 520^{dm3} de areia as 25 carroças conteriam:

$1^{m3} \times 520 \times 25 = 13^{m3}$

Espessura da camada de areia espalhada:

$13^{m3} \div 248{,}71776 = 0^m,05$.

268

Levantaram uma parede de $5^m,06$ de comprimento, 8 metros de altura e $0^m,25$ de espessura. Qual a despesa feita com este serviço, sabendo-se que foram utilizados tijolos de $0^m,22$ de comprimento, $0^m,10$ de largura e $0^m,05$ de altura á razão de 70$000 o milheiro?

O metro cubico desta obra importou em 12$000

Quantos tijolos foram necessarios?

Solução raciocinada: Volume da pedra:

$1^{m3} \times 5{,}06 \times 8 \times 0{,}25 = 10^{m3},120$

Volume de cada tijolo:

$1^{m3} \times 0{,}22 \times 0{,}10 \times 0{,}05 = 0^{m3},011$.

Numero de tijolos:

$10^{m3},120 \div 0{,}011 = 920$ tijolos

Preço desse numero de tijolos a 70$000 o milheiro:

$\frac{70000 \times 920}{1000} = 64\$400$.

Custo do trabalho a 12$000 o metro cubico:

12$000 × 10, 120 = 121$440

Despesa total:

121$440 + 64$400 = 185$840

269

Um agricultor comprou $40^{m3},2$ de adubo animal, á razão de 6$200 os $\frac{4}{5}$ do metro cubico e pagou 15$000 por hectolitro, para o preparo conveniente, afim de ser utilizado. Depois dessa operação, verificou que o volume havia augmentado de 15 %.

Qual então o valor total do adubo obtido e bem assim qual a despesa a fazer para adubar um terreno de $3^{Ha},68$: sendo necessario empregar 15 hectolitros por hectareo ?

Solução raciocinada : O preço da compra de 1^{m3} importa em

$$\frac{6\$200 \times 5}{4} = 7\$500.$$

Ora, 1^{m3} desse adubo não preparado equivale a $1^{m3},150$ depois dessa operação, donde a despesa para esse preparo eleva-se a $15\$000 \times 1,15 = 17\$250$; dahi se deprehende que o valor de 1^{m} torna-se egual a $7\$750 + 17\$250 = 25\$000$ e que a despesa total se eleva a $25\$000 \times 40,2 = 1{:}005\$000$.

Se para 1^{Ha} empregam-se 15^{Hl} de adubo, para $3^{Ha},68$ são precisos $15^{Hl} \times 3,68 = 55^{m3},20$ de adubo preparado convenientemente, tornando-se a despesa para o preparo de um terreno com essa area egual a

$$\frac{25\$000 \times 55,20}{115} = 12\$000.$$

270

Em um vaso que pesa, quando vasio, $2^{Kg},7$, depositam-se 7^{dm3}, de agua pura e 80 decilitros de agua do mar. O peso total eleva-se pois, a $179^{Hg},08$. Calcular a densidade da agua do mar.

Solução raciocinada : 80^{dl} correspondem a 8 litros; e $179^{Hg},80$ a $17^{Kg},908$.

7 decimetros cubicos de agua pura pesam 7 kilogrammas; portanto, o peso da agua do mar é de de $17^{Kg},908 - (2^{Kg},7 + 7^{Kg}) =$ $= 8kg,208$.

Assim pois, chega-se á conclusão de que a agua do mar tem por densidade $8,208 \div 8 = 1,026$.

271

O carvão de pedra pesa $\frac{1}{5}$ mais do que a agua e produz, pela distillação, 250 litros de gaz por kilogramma,

Perde-se $\frac{1}{15}$ de gaz pela depuração. Sabendo-se que uma usina deve fornecer diariamente 9800 metros cubicos de gaz pagando por hectolitro de carvão de pedra $5\$400$, pergunta-se : 1º qual a quantidade de carvão que a usina consome diariamente; 2º qual a despesa com a compra desse carvão; 3º a como deve vender o metro cubico de gaz para lucrar 10 % sobre o preço da venda, supponda-se que os impostos a que o usineiro é obrigado a pagar, são compensados pela venda do coke e de outros productos secundarios.

(Royer)

Solução raciocinada : 9800^{m3} correspondem aos $\frac{14}{15}$ da quantidade de gaz que a usina deve produzir; portanto a producção deve ser de $\frac{9800 \times 15}{14} = 10500^{m3} = 10500000$ litros.

Peso do carvão empregado : $\frac{10500000}{250} = 42000kg$ ou 42 toneladas. Um hectolitro de carvão pesa : $100kg + \frac{100kg}{5} = 120kg$

O numero de hectolitros de carvão é pois igual a: $42000 \div 120 =$ $= 350$ hectolitros; o preço da compra de $5\$400 \times 350 = 1{:}890\$000$.

Preço total da venda do gaz : $1{:}890\$000 + \frac{1890000}{10} = 2{:}079\$000$.

Preço do metro cubico desse gaz: $2{:}079\$000 \div 9800 = 212^{rs},142$.

272

Vendeu-se uma colheita de $8^{m3}, \frac{5}{2}$ de milho á razão de $30\$000$ o hectolitro, garantindo-se um peso de 75 kilogrammas por hectolitro, promettendo o vendedor fazer uma reducção sobre o preço da venda, caso o peso não fosse o que elle garantia. Verificando o comprador que o peso era de 60 kilogrammas por hectolitro, pergunta-se qual o valor da venda e o peso total do milho que foi vendido?

(F. F.)

Solução raciocinada: $0^{m3},001 = $ ao litro

$$1^{m3} = 10 \text{ hectolitros}$$

$$8^{m3}\frac{5}{2} = \frac{21}{2} \text{ de } 10^{Hl} \text{ ou a } \frac{210}{2}\ 105^{Hl}.$$

Se o hectolitro pesasse realmente 75 kilogrammas, o preço seria de 30$000 por hectolitro; pesando, porém, 60 kilogrammas, a importancia a pagar deveria ser de $\frac{60}{75}$ desse preço ou seria egual a

$$30\$000 \times \frac{60}{75} = 24\$000.$$

Preço da colheita:

$$24\$000 \times 105 = 2:520\$000$$

Peso total do milho vendido:

$$60kg \times 105^{hl} = 6300kg.$$

273

Um deposito de ferro, aberto exteriormente, tem a fórma e as dimensões de um decimetro cubico. As paredes que o formam têm $0^m,05$ de espessura. Cheio dagua pesa $2^{kg},450$. Sabe-se que o decimetro cubico de ferro pesa 7800 grammas. Qual a altura da agua nelle contida? A abertura é egual a $0^{dm},04$.

Solução raciocinada: Comprimento e largura interiores:

$$1^{dm3} - (0^{dm},04 \times 2) = 0^{dm},92$$

Altura: $1^{dm} - 0^{dm},05 = 0^{dm},95$

Volume interior: $1^{dm3} \times 0,92 \times 0,92 \times 0,95 = 0^{dm3},804080$.

Volume de ferro: $1^{dm3} - 0^{dm3},804080 = 0^{dm3},195920$.

Peso do vaso vasio: $7kg,8 \times 0^{dm3},195920 = 1kg5281760$.

Peso da agua nelle contida: $2kg,450 - 1kg,5281760 = 0kg,9218240$.

Volume: $0^{dm3},9218240$

Altura da agua: $1^{dm} \times \dfrac{0,9218240}{0,92 \times 0,92} = 1^{dm},089.$

274

A pedra marmore de um movel tem para comprimento $1^m,12$, para largura $0^m,52$ e para altura $0^m,020$. A peça sem o marmore pesa $35^{kg},250$. Sendo a densidade do marmore de 2,717, quanto pesará o movel com a pedra?

Volume da pedra:

$$1^{m3} \times 1,12 \times 0,52 \times 0,020 = 0^{m3},01164 80 = 11648^{cm3}$$

Peso da pedra.

$1^{cm3} \times 11648^{cm3} \times 2,717 = 31647^{cm3},616 = 31647^g,616 = 31kg,647616.$

Peso total da peça:

$$35kg,250 + 31kg,647616 = 66,897616.$$

275

Um reservatorio de $3^{m3},690$ de volume apresenta interiormente tres divisões de zinco. Cada folha de zinco tem para comprimento a mesma dimensão da largura do reservatorio; para espessura $0^m,002$ e a altura é egual á altura do reservatorio.

Qual a capacidade de cada divisão, sabendo-se que a superficie interna deste deposito é de $2^{m^2},05$ e o comprimento de $1^m,64$?

Solução raciocinada: Volume do reservatorio: $3^{m3},690$

Superficie: $2^{m^2},05$

Comprimento: $1^m,64$

Largura: $2^{m^2},05 \div 1,64 = 1^m,25$.

Altura: $3^{m3},690 \div 2^{m^2},050 = 1^m,8$.

Dimensões de cada folha de zinco:

Comprimento: $1^m,25$ (egual á largura do reservatorio).

Espessura: $0^m,002$

Altura: $1^m,8$ (a mesma do reservatorio).

Volume de cada folha:

$$1^{m3}, \times 1,25 \times 0,002 \times 1,8 = 0^{m3},004500$$

Volume das duas folhas que fazem as 3 divisões do reservatorio:

$$0^{m3},004500 \times 2 = 0^{m3},009$$

Volume das 3 divisões:

$$3^{m3},690 - 0^{m3},009 = 3^{m3},681$$

Volume de cada divisão:

$$3^{m3},681 \div 3 = 1^{m3},227$$

276

Para construir o pedestal de uma estatua, di puzeram-se pedras cubicas de $0^{m},32$ de aresta, em camadas superpostas. Cada camada compunha-se de duas fileiras exteriores de pedras.

Os degráos que assim ficaram constituidos apresentavam uma altura egual á aresta da pedra; e a camada superior, formava uma plata-fórma constituida de pedras cubicas dispostas em quadro, em numero de 76.

Pergunta-se: 1.º — qual o numero de pedras cubicas necessarias, sabendo-se que as camadas eram em numero de 5; 2.º—qual o volume do pedestal?

(Phelippe e Dauchy)

Solução raciocinada: Se considerassemos uma só fileira, (a mais exterior), para cada camada, observariamos que cada uma dellas contaria sobre a aresta do quadrado formado um numero de pedras egual ao da camada immediatamente superior, augmentada de duas pedras.

Para saber o numero de pedras que constituem o contorno, bastaria multiplicar por 4 o numero diminuido de uma unidade, das pedras que formam a aresta. O quadrado superior seria representado por um quadrado, cuja aresta seria constituida por um numero de pedras egual á raiz quadrada de 16, ou

$$\sqrt{16} = 4 \text{ pedras}$$

Portanto, as outras camadas successivas, que são em numero de 5, contariam um numero de pedras egual a

$$3 \times 4 + 5 \times 4 + 7 \times 4 + 9 \times 4 + 11 \times 4 = 140$$

Apresentando as fileiras interiores a mesma disposição que as primeiras, a partir de um quadrado formado de 4 pedras, contar-se-iam

$$1 \times 4 + 3 \times 4 + 5 \times 4 + 7 \times 4 + 9 \times 4 = 100 \text{ pedras}$$

e haveria ao todo

$$140 + 100 = 240 \text{ pedras}$$

Denominando pela letra A, a aresta de uma dessas pedras, os lados dos quadrados que iriam formar os differentes degráos, equivaleriam a

$$4\,A,\ 6\,A,\ 8\,A,\ 10\,A \text{ e } 12\,A;$$

donde o volume das differentes camadas seria de

$$4 \times 4 = 16\,A^3;\ 6 \times 6 = 36\,A^3;$$

$$8 \times 8 = 64\,A^3;\ 10 \times 10 = 100\,A^3 \text{ e } 12 \times 12 = 144\,A^3$$

Assim pois, o volume do massiço formado equivaleria a

$$A^3\,(16 + 36 + 64 + 100 + 144) = 360\,A^3.$$

Medindo as pedras que constituem o pedestal da estatua $0^{m},32$ de aresta, o volume seria de

$$0^{m},32 \times 360 = 11^{m3},520$$

277

Um negociante deseja vender lenha á razão de 23$750 o stereo ou a 2$750 o quintal metrico. Sabendo-se que essa lenha pesa os 0,82 do peso de um mesmo volume de agua, pergunta-se qual dos dois negocios é mais vantajoso.

Solução raciocinada: Peso de 1^{m3} de agua: 1000 kg.
Peso de 1^{m3} de lenha: 1000kg $\times$ 0,82 = 820kg ou 8^{qts}, 2.
Preço de 1 stereo á razão de 2$750 o quintal: 2$750 $\times$ 8,2 = 22$550.
Economia realizada pelo negociante nessa operação:

$$23\$750 - 22\$550 = 1\$200$$

278

Um madeireiro tem em deposito 5 pilhas de madeira cuja densidade é de 0,954 e que deseja vender a

18$000 o metro cubico. Cada pilha tem 2^{m},20 de comprimento, 1^{m},50 de largura e 1^{m},25 de altura. Dois fabricantes de moveis pretendem compral-a : o 1º paga o stereo á razão de 22$700 e o outro 2$300 o quintal.

Qual desses dois negocios é o melhor? o negociante perde ou ganha?

Solução raciocinada: O volume de cada pilha corresponde a $1^{m3} \times 2{,}20 \times 1{,}50 \times 1{,}25 = 4^{m3}{,}125$. O volume das 5 pilhas é de $4^{m3}{,}125 \times 5 = 20^{m3}{,}625$ e o peso desta madeira de $20^{m3}{,}625 = 20625^{dm3} =$ 20625kg multiplicado pelo numero que representa a sua densidade ou 20625kg × 0,954 = 19676kg,250. Em 19676kg,250 ha 196^{qt} 76250 que a 2$300 o quintal importam em : 2$300 × 196,76250 = 452$553.

Em 20^{m3}625 ha 20^{st},625 que á razão de 22$000 o stereo, importam em : 22$000 × 20,625 = 453$750. Se o madeireiro vendesse a madeira a 18$000 o metro cubico ganharia 18$000 × 20,625 = 371$250. Vendendo-a ao primeiro lucraria 452$553 — 371$250 = 81$303. Vendendo-a ao segundo lucraria 453$750 — 371$250 = 82$500.

279

Um estancieiro comprou 48^{m3},4 de lenha á razão de 250$000 o decastereo. Gastou com o transporte 96$000 e pagou para serrar a metade, 1$800 por metro cubico. Tendo vendido a outra metade por 24$000 o metro cubico, a quanto montou a despesa?

Solução raciocinada: Se um decastereo custou 250$000, os 48^{m3},4 ou 48^{st},4 ou 4^{Dst},84 custaram : 50$000 × 4,84 = 1:210$000.

A metade de 48^{m3},4 são 24^{m3},2 que, pagos para serrar á razão de 1$800, importaram em 1$800 × 24,2 = 43$560. Se vendeu a outra metade por 24$000 o metro cubico, apurou nessa venda : 24$000 × 24,2 = 580$800.

Incluindo 96$000 de transporte gastou 1:210$000 + 43$560 + 96$000 = 1:349$560

1:349$560 — 580$000 = 709$560.

Recapitulação

280

Um trem expresso corre com uma velocidade de 60 kilometros por hora e um outro, de carga, faz nesse mesmo tempo 45 kilometros. No fim de 8 horas de viagem a que distancia estará um do outro?

Resposta : 120 kilometros.

281

Um particular comprou 60 metros de panno de duas qualidades; pagou o de 1ª qualidade á razão de 10$000 o metro e o de 2ª a 4$000. Dispendeu 500$000. Quantos metros comprou de cada especie?

Resposta : Da 1ª — 35^{m}; da 2ª — 25^{m}.

282

Duas cidades distam uma da outra 240 kilometros. Certa mercadoria na 1ª dessas cidades é vendida a 38$200 a tonelada e na 3ª a 41$160. O transporte dessa mercadoria da 1ª para a 2ª cidade é pago á razão de 80 réis por tonelada, emquanto que da 2ª para a 1ª custa apenas 65 réis. A que distancia entre a 1ª e a 2ª cidade o preço desse genero será o mesmo e quanto se deverá pagar por 800 toneladas?

Resposta : O preço será o mesmo a uma distancia de 128 kilometros da 1ª e a 112 da 2ª. 800 toneladas importarão em 38:752$000.

283

Um negociante recebeu 24 barricas de farinha de trigo pesando juntas 3764 kilogrammas; deduzindo 5kg,5 para a tara de cada barrica e mais 10 % do peso, devido ás avarias occasionadas pela viagem, o negociante calculou pagar por 109 kilogrammas 35f, $\frac{3}{4}$.

Quanto lhe custaram as 24 barricas?

Resposta : 1072f,10

284

Uma pessôa devia pagar 8690 francos por algumas mercadorias que adquiriu á razão de 30 francos os 50 kilos liquidos.

Qual o peso bruto dessas mercadorias, se a tara interior foi descontada á razão de 3 $\frac{4}{5}$ %?

Resposta : 15033kg, $\frac{7}{10}$ (peso bruto).

285

Um negociante recebeu quatro fardos de lã pesando 4890 kilogrammas; a tara era de 22kg,5 para cada carga e o negociante deveria pagar por 112 kilos o mesmo valor que pagaria por 100 kilos, ou, 88 kilos em vez de 100 que recebesse.

Qual a condição mais vantajosa, sabendo-se que cada kilo de lã estava avaliada em 2$800?

Resposta : A 2ª condição era a mais vantajosa e importava em 172$800.

286

Um negociante envia 4 caixas de chá, pesando 36, 70, 89 e 105 kilogrammas; a tara é de 4, 6, 9 e 11 kilogrammas. Qual o peso liquido do chá?

Resposta : 270 kilos.

287

Um negociante recebeu 8 barris de polvilho pesando juntos 9360 kilos, deduzindo-se 20 kilos para o peso de cada barril, quanto o negociante deverá pagar, se o kilo do polvilho custa 250 réis?

Resposta : 230$000

288

Um negociante recebeu 2860 kilos de potassa e pagou 100 kilos por 110 recebidos. Custando o kilo da potassa 1f,12 e sendo a tara de 10 %, quanto pagou pela encommenda?

Resposta : 305f,19c $\frac{1}{4}$.

289

O dono de uma confeitaria recebeu tres caixas de passas, pesando respectivamente 200, 310 e 325 kilos; a tara era representada por 14 % desse peso, de modo que elle recebeu 100 kilos e os pagou como se fossem 86. Quanto lhe custaram as tres caixas, se 100 kilogrammas importaram em 42$500?

Resposta : 305$190.

290

Um negociante recebeu 3 cargas de farello pesando

260, 286 e 450 kilogrammas; a tara sendo de 18 kilogrammas para o numero 1, de 26 para o numero 2 de 39 para o numero 3, qual o peso liquido dessas 3 cargas?

Resposta: 913 kilos

291

Uma senhora compra 20 kilogrammas de groselhas para fazer doces. Quanto deverá empregar de assucar e quantos kilos de doces obterá, sabendo-se que são precisas 850 grammas de assucar por kilo de succo, que 7 kilogrammas de groselhas produzem 5 litros de succo e que um litro de succo pesa 0kg,970, perdendo $\frac{1}{8}$ do peso na preparação.

Resposta: 20kg produzirão 14l,7 de succo.
O peso do assucar será de 12kg,495 e o peso do succo 12kg,5.

292

Um vaso cheio d'agua pesa 452 decagrammas.
O mesmo vaso cheio de oleo pesa 4kg,205.
Pesando 8l,75 de oleo 8 kilogrammas, qual o peso do vaso vasio e a sua capacidade?

(*Royer*)

Resposta: O vaso contem 3l,67. Pesa quando vasio 0kg,85.

293

A carne sem osso pesa os $\frac{5}{6}$ do mesmo peso com ossos. Depois de preparada, perde $\frac{1}{7}$ de seu peso, além de $\frac{1}{9}$ que não póde ser aproveitada.

Devendo cada pessôa de uma familia composta de 5 membros, receber 150 grammas dessa carne quando preparada, qual o peso da carne com ossos, que se deve comprar?

Resposta: 1kg,18125.

294

Calcula-se que 10 metros quadrados de terreno produzam 7kg,5 de trigo. Quantos hectolitros produzirá um terreno de 1000 metros de largura sobre 800 metros de comprimento, pesando o hectolitro 150 kilogrammas?

Resposta: 4000 hectolitros.

295

Retiram-se de um barr l os $\frac{2}{3}$ de seu conteudo mais 30 litros; em seguida retiram-se os $\frac{2}{5}$ do resto, ficando no barril 72 litros. Qual a sua capacidade?

Resposta: 270 litros.

296

Uma pipa está cheia de alcool puro. Juntando-se a esse alcool 50 litros de agua, o preço do litro diminue $\frac{1}{10}$ do seu valor. Qual a capacidade da pipa?

Resposta: 675 litros.

297

Um negociante vendeu os $\frac{3}{7}$ de certa quantidade de vinho; mais tarde os $\frac{2}{5}$ do resto, ficando com 24 litros desse vinho. Quantos litros possuia ao todo?

Resposta: 70 litros.

298

Uma rua de $\frac{3}{4}$ de kilometro de comprimento tem de cada lado uma calçada de $3^m,5$ de largura. Qual será a despesa a fazer para calçal-a, sabendo-se que a largura da rua é de 25 metros e que as pedras empregadas têm de superficie $0^{m^2},6250$, custando 8$000 o cento?

Resposta : 1:728$000.

299

Um quarto tem $78^{m^2},75$ de superficie.

Querem forral-o com papel valendo 1$540 a peça. Calcular a despesa, sabendo-se que cada peça mede 12 metros de comprimento e $0^m,50$ de largura e que as janellas e portas occupam $12^{m^2},75$.

Resposta : 16$940.

300

Uma senhora mandou fazer um tanque de 60 metros de comprimento sobre 15 metros de largura.

Não satisfeita com a obra, resolveu modifical-o, dando-lhe para comprimento 50 metros, exigindo que a superficie fosse a primitiva.

Qual a largura desse segundo tanque?

Resposta : 18 metros.

301

Um proprietario mandou construir uma casa com dois salões da mesma area, devendo um ter 16 metros de comprimento e 12 de largura e o outro uma largura de 12 metros e $\frac{4}{5}$.

Qual o comprimento?

Resposta : 17 metros.

302

Qual o peso de uma mesa que tem um tampo de marmore cuja densidade é de 2,717 e que sem o mesmo pesa $12^{kg},5$?

As dimensões do marmore são : 1 metro de comprimento, $0^m,60$ de largura e $0^m,018$ de espessura.

Resposta : $41^{kg},8436$.

303

Uma caixa mede interiormente $0^m.16$ de comprimento, $0^m,10$ de largura e $0^m,06$ de altura ; está dividida em 4 partes eguaes.

Qual a capacidade de cada compartimento sabendo-se que cada taboa que divide a caixa tem exactamente o comprimento egual á largura da caixa e a espessura de $0^m,004$, sendo a altura da taboa tambem egual á da caixa?

Resposta : $0^{dm^3},222$.

304

E' preciso tornar impermeavel com concreto de cimento e pedra, o porão de uma casa que tem 35 metros de comprimento por 8 metros de largura ; a camada de concreto deve ter $0^m.075$ de espessura e será feita $\frac{2}{3}$ com cimento e $\frac{1}{3}$ com pedra.

O cimento custa 400 reis o decalitro e a pedra 25$000 o metro cubico. A mão de obra importa em 25$000. Quanto custará todo o trabalho?

Resposta : 860$000

305

Para construir um muro de $0^m,22$ de espessura, $7^m,80$ de altura e $14^m,5$ de comprimento, empregaram-se tijolos de 0^m006 de espessura, $0^m,11$ de largura e $0^m,22$ de comprimento.

Em quanto importarão os tijolos necessarios, custando 58$000 o milheiro, pagando-se pela mão de obra 32$800 o metro cubico?

Resposta: 915$483.

306

Uma arvore fornece 650 taboas de $0^m,025$ de espessura, $2^m.50$ de comprimento e $0^m,06$ de largura. Sobrando $\frac{1}{40}$ de madeira, qual, em stereos, o volume da arvore?

Resposta: $2^{st},500$.

307

Um empreiteiro comprou madeira a 8$500 o metro cubico e a amontoou em 4 pilhas, tendo cada uma $2^m,75$ sobre $1^m,25$ e $1^m,15$.

Apresentaram-se dois compradores: o 1º pagava a 1$800 o quintal metrico, o 2º a 15$500 o stereo.

Qual o preço mais vantajoso e qual o lucro do empreiteiro se elle tratasse com aquelle que lhe fez a maior offerta?

A densidade dessa madeira é de 0,870.

Resposta: 113$217.

Complexos

308

Um correio faz o trajecto de uma estrada de $14^{km},56$ em 6 horas. Em quanto tempo poderá fazer uma viagem de ida e volta a um logar distante $18^{km},20$, tirando 40 minutos para almoçar?

Solução raciocinada: Se $14^{km},56$ ou 14560 metros são percorridos em 6 horas, 1 metro é percorrido num tempo egual a

$$\frac{6^h}{1456}$$

Percorrendo 1 metro em $\frac{6^h}{1456}$ uma viagem de ida e volta de $18^{km},20$ ou $18^{km},20 \times 2 = 36^{km},40$ ou de 36400^m, será feita num tempo 36400 vezes maior, ou em

$$\frac{6^h \times 36400}{1456} = 15 \text{ horas.}$$

Mas, dispondo de 40 minutos para o almoço, temos a accrescentar ao tempo que leva a percorrer o trajecto, esses 40 minutos, donde se conclue que a sua viagem estará terminada no fim de $15^h,40^m$.

309

Dois motocyclistas combinaram partir ao encontro um do outro. A distancia que os separava era de 584 kilometros: vencendo um motocyclista 16 kilometros por hora e outro 14 kilometros, tendo ambos partido ás $8^h,40^m$ da manhã, a que horas se encontraram?

Qual a distancia que cada um percorreu?

Solução raciocinada: Os dois motocyclistas fizeram juntos por hora

$$16^{km}, + 14^{km} = 30^{km}$$

Uma distancia de 584^{km}, seria, pois, vencida em $1^h \times (570 \div 30) = 19$ horas, portanto depois de 19 horas de percurso poderia ter logar o encontro.

Tendo ambos partido ás $8^h,40^m$ conclue-se que esse encontro se verificou ás

$$19^h + 8^h,40^m = 27^h,40^m.$$

Se o primeiro em 1 hora ou 60 minutos percorria 16 kilometros, em 19 horas percorreria $16^{Km} \times 19 = 304$ kilometros.

Percorrendo o segundo, nesse mesmo tempo, 14 kilometros, em 19 horas percorreria $14^{Km} \times 19 = 266$ kilometros.

Verificação: $304^{Km} + 266^{Km} = 570$ kilometros.

310

Pelo consumo de gaz de dois fogões, que funccionaram $6^h,40^m$ por dia e que foram utilizados durante 2 annos e um mez, dispenderam-se 280$000.

Quanto se deveria pagar pelo custo de cinco fogões que em 3 annos arderam 2 horas diariamente?

Solução raciocinada: Em $6^h,40^m$ ha $60^m \times 6 = 360^m + 40^m = 400$ minutos.

Em 3 annos ha $12^m \times 3 = 36$ mezes.

Em 2 horas ha $60^m \times 2 = 120$ minutos.

Se pelo consumo de 2 fogões que funccionaram durante 2 annos e um mez ou 25 mezes, a despesa foi de 280$000, com o consumo de 5 fogões, em 36 mezes, funccionando 120 minutos diariamente, a despesa seria evidentemente maior, ou, chamando x a essa despesa chegariamos á seguinte conclusão:

$$x = \frac{280\$000 \times 5 \times 36 \times 120}{2 \times 25 \times 400} = 601\$800.$$

311

Um automovel vence 54 kilometros em uma hora. Quantos kilometros percorrerá em $3^h,55^m, 40^s$?

Solução [r]ac[iocinada]: Se uma hora tem 60 minutos, em 3 horas ha $60^m \times 3 = 180$ minutos.

$180^m + 55^m = 235$ minutos.

Ora, um minuto tem 60 segundos, portanto em 235 minutos ha $60 \times 235 = 14100$ segundos.

$$14100^s + 40^s = 14140 \text{ segundos.}$$

Em 1 hora ou 60 minutos ha 60 vezes mais segundos, ou $60^s \times 60 = 3600$ segundos.

Percorrendo o automovel 54 kilometros ou 54000 metros em 60 minutos ou 3600 segundos, em um segundo percorre 3600 vezes menos e em 14140 segundos 14140 vezes mais ou $\frac{14140 \times 54000}{3600} =$ $= 212^{Km},100$ ou 212100 metros.

312

Um automovel percorre em media $21^{Km},75$ em $15^m,46^s$. Em quanto tempo percorrerá uma distancia de 512 kilometros?

[S]olução raciocinada: Em 14^m46^s ha 946 segundos.

A velocidade por hora é de $\frac{21^{km},75 \times 3600}{946}$.

Para vencer uma distancia de 512 kilometros, o automovel precisa de $\frac{512 \times 946}{21,75 \times 3600} = 6^h11^m9^s$.

313

Um motocyclista partindo ás 6 horas da manhã dirigiu-se a um ponto afastado 45 kilometros. Em 1 hora de viagem tinha percorrido 8 kilometros; porém, desejando regressar mais cedo, accresceu de mais 2 km. por hora a velocidade da carreira. Para voltar gastou $1^h,27^m$ menos que na ida.

Tendo descançado $2^h,15^m$ ao ponto de chegada a que horas regressou ao de partida?

Solução raciocinada: Se a metade do trajecto $\left(\text{ou } \frac{1}{2}\right)$ foi percorrida com uma velocidade de 8 kilometros por ora, o motocyclista já havia vencido $45^{km} \times \frac{1}{2} = 22^{km},5$ e dispendido $45^{km} \div 8^{km} = 5^h 37^m 30^s$.

Se para vencer a outra metade do caminho ou $22^{km},5$ elle augmentou de 2^{km} por hora a velocidade que levava, venceu esta distancia fazendo 10^{km} em cada hora; precisou, pois, de $22^{km},5 \div 10 = 2^h 25^m$.

Os 45^{km} foram vencidos em $5^h 37^m 30^s + 2^h 25^m = 8^h 2^m 30^s$ e a hora em que attingiu ao fim desse trajecto, tendo partido ás 6 horas da manhã será representada pela somma do numero que exprime a hora em que elle sahiu de casa e o que representa a hora em que alcançou o ponto desejado, ou $8^h\, 2^m\, 30^s + 6^h = 14^h\, 2^m\, 30^s$.

Se uma vez ahi chegado, descançou $2^h\, 15^m$ partiu de regresso ás $14^h\, 2^m\, 30^s + 2^h\, 15^m = 16^h\, 17^m\, 30^s$.

Precisando na volta, de menos $1^h\, 27^m$, segue-se que venceu uma distancia egual á 1ª em $8^h\, 2^m\, 30^s$ menos $1^h\, 27^m = 6^h\, 35^m\, 30^s$.

Tendo partido ás $16^h\, 17^m\, 30^s$ só ás $22^h\, 52^m$ chegou ao primeiro ponto de partida.

314

Duas pessôas caminham com a mesma velocidade; a 1ª durante $2^h,20^m$ e a 2ª durante $4^h,40^m$.

Dividir em duas partes proporcionaes aos trajectos percorridos por essas duas pessôas uma extensão de $4^{km}, \frac{1}{2}$.

(Guyon)

Solução raciocinada: Em 2^h e 20^m ha 140^m e em $4^h,40^m$. ha 280^m

Portanto a 1ª pessoa dos $4^{km}, \frac{1}{2}$, faz $\frac{4500^m \times 140}{140 + 280} = 1500^m$ e a 2ª percorre $\frac{4500^m \times 280}{140 + 280} = 3.000^m$ ou a 1ª percorre $1^{km},5$ e a 2ª 3 kilometros.

Verificação: $1^{km},5 + 3^{km} = 4^{km},5$.

315

Para descer uma montanha dispende-se commummente os 50/100 do tempo empregado para subil-a.

Pergunta-se a que altura se acha collocada uma cabana, sabendo-se que as pessôas que a habitam gastam para descer do ponto em que se acha situada até á rua, $1^h,20^m,24^s$ e para subir dispendem 4 minutos para uma extensão de 60 metros?

Solução raciocinada: Em $1^h 20^m 24^s$ ha 4824^s. Portanto o tempo empregado para descer corresponde aos 50/100 desse numero de segundos; 1/100 do tempo empregado para subir a montanha representa $\frac{4824}{50}$ de segundos e $\frac{100}{100}$ representam o tempo necessario para a subida da montanha ou $\frac{4824 \times 100}{50} = 9648^s$.

Se em 4 minutos ou 240 segundos percorrem 60 metros, em um segundo o numero de metros percorridos é de $\frac{60}{240}$ e em 9648^s são percorridos $\frac{9648 \times 60}{240} = 2412$ metros.

316

Um cyclista partiu ás 4 horas da manhã do ponto A para o ponto B e percorreu 10 kms. por hora. Uma outra pessôa partiu ás mesmas horas do ponto B e se dirigiu para o ponto A, fazendo 3 kms. por hora. Encontrando-se em caminho com o cyclista este cedeu-lhe a conducção. Dessa forma gastou menos uma hora para voltar ao ponto de onde havia partido o que não aconteceu quando se dirigiu a pé, ao encontro do cyclista.

Qual a distancia de A a B?

A que horas o andarilho encontrou o cyclista?

Solução raciocinada : Quando o andarilho tivesse andado durante 1 hora estaria a 3^{km} do ponto B, e, se nessa occasião tomasse a bicycleta para voltar do ponto onde se achava ao ponto B, precisaria de $\frac{1^h \times 5}{10} = \frac{5}{10}$ da hora ou de 30 minutos; portanto 30 minutos menos do que necessitaria para ir do ponto B até ao ponto em que se achava. Essa differença de 30 minutos entre o tempo necessario para caminhar a pé e para voltar de bicycleta suppõe uma distancia de 3^{km} a contar de B. para A.

Ora, se a differença desses mesmos tempos é de 60 minutos, a distancia de B para A é de $(3^{km} \times 60) \div 30 = 6$ kilometros.

Para vencer essa distancia o andarilho precisaria de um tempo igual a $\frac{1^h \times 6}{3} = 2$ horas.

Dahi se conclue que o andarilho encontrou o cyclista ás 6^h da manhã, isto é, 2^h depois da hora em que ambos partiram de pontos oppostos.

Até essa occasião, isto é, até ás 6 horas o cyclista havia percorrido uma distancia egual a $10^{km} \times 2 = 20$ kilometros. A distancia de A a B é egual a $20^{km} + 6^{km} = 26$ kilometros.

317

Tres motocyclistas dispõem-se a fazer um percurso de 90 kilometros partindo do mesmo ponto. O 1º parte ás 6 horas da manhã e vence 20 kilometros por hora; o 2º parte meia hora depois, com uma velocidade de 25 kilometros por hora e o 3º parte 15 minutos depois do 2º com uma velocidade de 28 kilometros por hora.

A que distancias do ponto de partida e a que horas se encontrarão?

Solução raciocinada : Quando o 2º motocyclista parte, já o 1º deverá ter corrido durante 30 minutos ou $\frac{1}{2}$ hora; e fazendo 20 kilometros por hora terá vencido 10^{km}; se o 2º porém faz mais 5^{km} por hora que o 1º encontrará o 2º no fim de $\frac{10}{2} = 2$ horas portanto

ás 8 horas da manhã, visto ter partido ás 6 horas da manhã e a uma distancia de $25^{km} \times 2 = 50$ kilometros.

Da mesma fórma, partindo o 3º 15 minutos depois do 2º e este 1/2 hora depois do 1º deduz-se que o 2º partiu ás 6 1/2 horas e o 3 º ás 6^h e 45^m. Portanto, o 1º, partiu antes do 3º. 3/4 de hora levando um avanço de 15^{km}, porque, fazendo o 1º em 1 hora 20 kilometros em 45 minutos teria vencido $\frac{20 \times 45}{60} = 15$ kilometros; e, se o 3º em 1^h vencia 8 kilometros o encontro deveria ter logar ás $8^h,22^m5^s$; porque, se em 1^h vencia 8^{km}; os 15 kilometros deveria fazer em $\frac{15}{8}$ da hora ou $1^h,52^m5^s$; portanto o encontro dar-se-ia ás $6^h\,1/2 + 1^h,52^m\,1/2 = 8^h22^m\,1/2$ e a uma distancia de $28^{km} \times \frac{15}{8} = 52^{km}500$ do ponto da partida. Se o 2º partiu 15 minutos ou 1/4 de hora antes do 3º, deveria ter vencido nesse espaço de tempo uma distancia egual a $\frac{25}{4}$ de kilometros. Se, porém, o 3º fazia 28 ktlometros por hora e o 2º 25 kilometros, o 3º levava um avanço, por hora, de $28^{km} - 25^{km} = 3^{km}$. O encontro teria então logar no m de 2^h5^m $\left(\text{ou } \frac{25}{4} \div 3 = 2^h,5^m\right)$.

Tendo o 3º partido ás 6^h45^m a hora do encontro sería ás.... $6^h,45^m + 2^h5^m = 8^h50^m$; e a distancia percorrida de

$$28^{km} \times \frac{25}{12} = 58^{km}\ \frac{1}{3}.$$

318

Um cruzador perseguia um torpedeiro inimigo.

A's 6 horas da manhã a distancia entre elles era de 12 kilometros.

O 1º levava uma velocidade de 20 nós por hora e o torpedeiro percorria nesse mesmo tempo 31034 kilometros. Depois de uma hora de perseguição o torpedeiro augmentou sua velocidade de 5 kilometros por hora.

A que horas o cruzador poderá disparar sobre o torpedeiro havendo entre ambos uma distancia de 500 metros?

Sabe-se que um «nó» equivale a 1852 metros ou á milha maritima.

Solução raciocinada: Distancia percorrida pelo cruzador em 1 hora: $1852^m \times 20 = 37^{km},040$.

Havia portanto, um avanço sobre o torpedeiro de $37,^{km}040 - 31^{km}040 = 6$ kilometros. Assim, se era de 12 kilometros a distancia entre os dois vasos de guerra ás 6 horas da manhã, ás 7 horas da manhã guardavam entre si uma distancia de $12^{km} - 6^{km} = 6^{km}$.

O torpedeiro augmentando sua velocidade de mais 5 kilometros percorreu $36^{km},040$ ou $36040^m - 31040^m = 5000^m$; o avanço do cruzador seria menor no espaço de 1 hora, ou de $37040 - 36040 = 1000^m$ ou 1 kilometro.

Para o cruzador disparar sobre o torpedeiro a uma distancia de 500^m; seria preciso se approximar deste de $6000^m - 1.500^m = 4500^m$. Para se approximar de 1000^m precisaria de 1 hora e para se approximar de 4500^m seriam precisas $1^h \times (4500 \div 1000^m) = 4^h30^m$.

Portanto, o cruzador poderia disparar contra o torpedeiro ás $6^h + 4^h,30^m = 10^h,30^m$.

319

Meu relogio de bolso adianta-se 11 minutos de 4 em 4 dias. Acertei-o numa segunda-feira ao meio dia e no sabbado seguinte me dirigi a uma estação que fica distante 25 minutos da minha casa, ás $8^h,45^m$ da manhã.

Desejando chegar á referida estação 5 minutos antes da partida do trem, que horas marcaria o relogio na occasião em que sahi de casa?

Solução raciocinada: Ora, no momento da partida, o relogio deveria marcar $8^h,45^m - (25^m + 5^m) = 8^h,15^m$.

De meio dia ou 12 horas de segunda-feira até sabbado ás

$8^h,15^m$ da manhã, o relogio dever-se-ia adiantar $4^d + 12^h + 8^h,15^m = 116^h,5^m = \frac{465}{4}$ de horas.

Se o relogio se adianta 11 minutos de 4 em 4 dias, elle se adianta $\frac{11}{4}$ de minuto por dia, ou $\frac{11}{4 \times 25} = \frac{11}{96}$ por hora e em $\frac{465}{4}$ da hora ter-se-á adiantado $\frac{11 \times 465}{4 \times 24 \times 4} = \frac{5115}{384} = 13^m18^s2$.

Portanto, na occasião da minha partida elle deveria marcar $8^h,15^m + 13^m,19^s2 = 8^h,28^m19^s2$.

320

Dois automoveis partem da Avenida Rio Branco, para um mesmo ponto. Um ás 8^h da manhã e outro ás 10^h, 50^m. O 1º dispõe de uma força egual aos $\frac{3}{5}$ da força do 2º. Após o encontro, os automoveis caminham juntos durante 2^h 1/2; tendo, porém, na occasião da chegada o 2º se distanciado 30 kilometros do 1º.

A que horas se deu o encontro e qual a distancia que percorreu cada automovel?

Solução raciocinada: Estando os tempos empregados para percorrer a mesma distancia, na razão inversa da velocidade de cada automovel, o tempo dispendido pelo 1º para attingir ao ponto de encontro equivale aos $\frac{5}{3}$ do tempo dispendido pelo 2º; e os $\frac{2}{3}$ restantes ou $\frac{3}{3} + \frac{2}{3}$ do tempo dispendido pelo 2º equivalem á differença entre $10^h,50^m$ e 8^h ou $10^h,50^m - 8^h = 2^h,50^m$; donde se deduz que o 2º precisa, para alcançar o 1º, de $\frac{2^h,50^m \times 3}{2} = 4^h,15^m$.

Portanto o encontro terá logar ás $10^h,50^m + 4^h,15^m = 15^h,5^m$. Sendo a distancia a percorrer durante a segunda parte do trajecto de $\frac{5}{5}$, o 1º automovel fará os $\frac{3}{5}$ do caminho percorrido pelo 2º; e a differença de 30 kilometros que o 2º leva de avanço sobre o 1º corresponderá aos $\frac{2}{5}$ desse percurso. Assim pois, o 2º terá feito

$\frac{30 \times 5}{2} = 75$ kilometros com uma velocidade de $75^{km} \div 2^{km}\ 1/2 =$

$= 30$ kilometros por hora. Se na 1ª parte do trajecto elle precisava de $4^h\ \frac{1}{4}$ para alcançar o 1º durante a 1ª parte do percurso deveria ter feito $30^{km} \times 4^h\ \frac{1}{4} = 127,^{km}5$. A distancia por elle percorrida foi de $127^{km},5 \times 75^{km} = 202^{km},5$ e o 1º percorreu $202^{km},5 - 30^{km} = 172^{km},5$.

321

Tres torneiras enchem um reservatorio. A 1ª em 25 horas, a 2ª em 36 e a 3ª em 48.

Abriram-se as tres torneiras de uma só vez e quando o reservatorio estava cheio até ao meio, verificou-se que a 1ª torneira não fornecia mais do que os $\frac{2}{3}$ do fornecimento anterior?

Depois de quanto tempo ficaria cheio este reservatorio?

Solução raciocinada : Em 1 hora a primeira torneira enche $\frac{1}{25}$ do reservatorio; a segunda $\frac{1}{36}$ e a terceira $\frac{1}{48}$.

Juntas, enchem: $\frac{1}{25} + \frac{1}{36} + \frac{1}{48} = \frac{319}{3600}$.

$\frac{319}{3600} \div 2$ representam a metade do reservatorio. Se depois a 1ª torneira só fornece os $\frac{2}{3}$ do fornecimento primitivo, em 1 hora não enche mais que $\frac{1 \times 2}{25 \times 3} = \frac{2}{75}$ do reservatorio.

Portanto as 3 torneiras, em 1 hora enchem : $\frac{2}{75} + \frac{1}{36} + \frac{1}{48}$ ou $\frac{271}{3600}$ do reservatorio.

A 2ª metade do reservatorio fica cheia em $\frac{1^h \times 1800}{271}$.

Dahi se conclue que o reservatorio ca cheio no fim de:

$$\frac{1^h \times 1800}{319} + \frac{1^h \times 1800}{271} =$$

$$= \frac{1^h \times 1800\ (271 + 319)}{319 \times 271} = 12^h,17^m4^{qs}.$$

322

Um automovel é contractado para uma viagem de ida e volta. Na ida o trajecto é vencido em 3 horas e 40 minutos e na volta em 8 horas e 20 minutos, visto o automovel correr com uma differença de 50 metros por hora.

Qual a extensão do caminho percorrido, expressa em kilometros?

Solução raciocinada : Havendo na viagem de volta uma differença de 50 metros por hora, no fim de 5 horas e 40 minutos ou 340 minutos, esta differença seria egual a $50^m \times 340 = 17000$ metros ou 17 kilometros.

Para vencer esta distancia precisou de

$$8^h,20^m - 5^h,40^m = 2^h\ 40^m.$$

Em $2^h,40^m$ ha 160 minutos; se em 160 minutos o automovel percorreu 17000 metros no trajecto de volta, em um minuto percorreu $17000 \div 160^m = 106^m, \frac{4}{16}$ ou $106,^m25$. Gastando na viagem de volta $8^h,20^m$ ou 860 minutos e se em um minuto a distancia foi de $106^m,25$ em 860 minutos a distancia vencida tornou-se egual a $106^m,25 \times 860 = 91375^m$ ou $91^{km},375$ que representam a extensão total do caminho percorrido.

323

Um automovel que costuma correr 40 kilometros por hora é contractado ás $6^h,10^m$ da manhã para conduzir um passageiro a uma villa situada a uma distancia de 580 kilometros.

Depois de percorridos os $\frac{2}{5}$ do caminho, houve necessidade de augmentar a velocidade primitiva de 8 kilometros por hora.

A que horas chegou ao termo da viagem?

Solução raciocinada: Sendo a distancia a vencer de 580 kilometros, os $\frac{2}{5}$ deste numero ou 232 kilometros são percorridos com uma velocidade de 40 kilometros; o resto do caminho ou $\frac{3}{5}$ ou ainda 348 kilometros são vencidos com uma velocidade egual a $40^{km} + 8^{km} = 48^{km}$.

Temos pois, que os $\frac{2}{5}$ do caminho ou 232 kilometros são percorridos num tempo egual a $232 \div 40 = 5^h,48^m$ e os $\frac{3}{5}$ restantes ou 348 kilometros são vencidos em $348^{km} \div 48 = 7^h,15^m$. São precisas $5^h,48^m + 7^h,15^m = 13^h,3^m$ para vencer todo o caminho.

Tendo o automovel partido ás $6^h,10^m$ da manhã, consumindo na viagem $13^h,3^m$, conclue-se que chegou ao termo da viagem ás $13^h,3^m + 6^h,10^m = 19^h,13^m$, isto é, ás 7 horas e 13 minutos da noite.

Recapitulação

324

Uma locomotiva percorre 1284^m em um minuto e $\frac{1}{2}$.

Quantos myriametros e subdivisões do myriametro percorrerá em $1^h,85^m$ e 15^s?

(Leyssene)

Resposta: $8^{Mm},1534$.

325

Um terreno apresentava a fórma circular. O arco dessa circumferencia de 5°-23'-50'' media 3 metros. Qual o comprimento da circumferencia?

Resposta: 200 metros.

326

Sete operarios avaliaram em 188 horas o tempo que empregaram para pintar uma casa.

Tres desses operarios trabalharam cada um $28^h,45^m$ e o resto da obra foi feita pelos outros operarios em conjuncto. Durante quantas horas e minutos trabalharam elles, devendo ser descontados 5 minutos de cada operario?

(Leyssene)

Resposta: $25^h,25^m$.

327

Um operario ganha 3$800 por dia e póde trabalhar 5 dias por semana. Após 12 semanas de trabalho recebe uma importancia em prata pesando 85 kg. Sendo a sua despesa de 2$750 diarios, quanto economisará durante os dias em que trabalhou e quantos foram os dias de trabalho? (Sabe-se que uma moeda de prata pesa 5 grammas).

Resposta : Dias de trabalho : 45.
Economia : 15$000.

328

Uma pessôa expediu uma ordem por um mensageiro que percorria 30 kilometros em 2 horas; mas $2^h,35^m$ depois, expediu uma contra-ordem por um segundo mensageiro que fazia 60 kilometros em 3 horas. No fim de quanto tempo e a que distancia do ponto de partida o segundo encontrou o primeiro?

(Guyon)

Resposta : O 2º mensageiro encontrou o 1º no fim de $7^h,45^m$ e a 155 kilometros de distancia do ponto de partida.

329

Um andarilho que percorre 5 leguas por dia parte de A para B; dois dias depois, isto é, no terceiro dia pela manhã, um cavalleiro que faz 15 leguas por dia, parte de C e se dirige egualmente para B.

Sabendo-se que ha 20 leguas de C a A, depois de quantos dias o cavalleiro encontrará o andarilho?

(Guyon).

Resposta : 3 dias.

330

Dois navios seguem a mesma rota. O 1º deixou o porto ás 8 horas da manhã e o 2º ás $10^h,20^m$ da manhã. A que horas e a que distancia do porto o 2º alcançará o 1º, fazendo respectivamente 12 nós e 15 nós por hora?

(Guyon).

Resposta : O 2º navio encontrará o 1º ás $19^h,40^m$ do dia ou $7^h,40^m$ da noite, depois de 9^h20^m de viagem e a uma distancia de $259^{km},280$ noite do ponto de partida.

Systema monetario

331

Comprou-se uma passagem para Bordeaux por 1400 francos. Custando o franco 740 réis, quanto se dispendeu em moeda brasileira ?

Solução raciocinada : Valor de 1400^{fr} em moeda brasileira, valendo 1 franco 740 réis:

$$740^{rs} \times 1400^{frs} = 1:036\$000$$

332

Uma livraria mandou vir certa quantidade de livros da Inglaterra. A encommenda importou em 180 libras e custou 2:500$000 em dinheiro brasileiro.

A quanto estava o cambio no dia do pagamento dessa encommenda ?

Quantos francos seriam precisos para pagal-a, se ao cambio ao par o valor de 1 franco é de 356 réis ?

Solução raciocinada : 1 libra tem 20 *shillings* ; portanto em £ 180 ha $20^s \times 180 = 3600$ *shillings*.

1 shilling vale 12 pence ou 12 dinheiros, logo 3600^s valem $12^d \times 3600^s = 43.200$ dinheiros ou pence.

1$000 corresponde a x

donde

$$\$001 \text{ corresponde a } \frac{432}{2500}$$

$$\text{e } 1\$000 \text{ a } \frac{432 \times 1000}{2500} = 17^d \frac{7}{25} \text{ ou}$$

$$17^d \frac{7}{25},$$

Considerando o valor do cambio na occasião da encommenda egual a $17^d \frac{7}{25}$ ou $\frac{432}{25}$, 1 franco valeria, (se o valor do cambio fosse egual a $\frac{27}{27}$ ou $\frac{675}{27}$), 356 réis. Ao cambio de $\frac{432}{25}$ o valor de 1 franco seria $\frac{356 \times 675}{432} = 556$ réis, ou

$$17 \frac{7}{25} = \frac{432}{25}$$

$$\frac{27}{27} = \frac{675}{25}$$

$$\frac{675}{25} \text{ — } 1^f \text{ — } 356$$

$$\frac{432}{25} \text{ — } 1^f \text{ — } x$$

$$\frac{675}{25} \text{ — } 1^f \text{ — } 356$$

$$\frac{1}{25} \text{ — } \quad \text{ — } 356 \times 675$$

$$\frac{432}{35} \text{ — } 1^f \text{ — } \frac{356 \times 675}{432} = 556 \text{ réis.}$$

Portanto, para pagamento dessa encommenda seriam precisos 4496 francos, porque, sendo o valor de 1 franco 556 réis

2:500$000 corresponderiam a $\frac{1^f \times 2:500\$000}{556} = 4496^{fr},4$.

333

Qual o valor, em dinheiro brasileiro, ao cambio de 15, de uma herança que coube a uma pessôa, de parentes seus em Portugal, e que se compunha de uma propriedade no valor de 15:000$000, de um terreno de $14^m,8$ de lado, valendo 50$000 o areo e de uma casa no valor de 6:500$000?

Sabe-se que, ao cambio de 27, 1$000 valem 2$000 fortes.

Solução raciocinada: Lado do terreno: $14^m,8$

Superficie:

$$(14^m,8)^2 = 1^{m^2} \times 4,8 \times 14,8 = 219^{m^2},04 =$$
$$= 2^{Dm^2},1904 = 2^a,1904.$$

Valor do terreno a 50$000 o areo: 50$000 × 2^a,1904 = 109$500.

Valor total da herança:

15:000$000 + 109$500 + 6:500$000 = 21:609$500.

Se ao cambio de 27, 100$000 valem 200$000 fortes, ao cambio de 15, 100$000 valem $\frac{200\$000 \times 27}{15} = 360\$000$; portanto 21:609$500 correspondem a $\frac{21:609\$500 \times 360000}{100000} = 77:794\$200$

334

Um negociante devia 1268 libras; tendo pago $18^s.6^d$ por libra, qual o seu activo?

Solução raciocinada: Em $18^s,6^p$ ha $18 \frac{1}{2}$ s.; portanto o negociante deu em pagamento da divida $\left(£\,1268 \times 18 \frac{1}{2} s\right)$ ou 45360 shillings. Tendo a libra 20 shillings, em 45360^s ha tantas libras quantas forem as vezes que 45360^s contiver 20. Seu activo é de 45360 ÷ 20 = £ 2268.

335

Uma pessôa pagou uma divida de 3012 mil réis fortes em Portugal, com £ $1120,19^s,10^d$; qual a importancia em dinheiro, por 1$000 fortes?

Solução raciocinada: Em £ 1120, 18^s e 10 dinheiros ha 27108 dinheiros.

Dando por 3012 mil réis fortes 27108^d, por mil réis deveria dar $\frac{27108}{3012} = 9$ dinheiros.

Recapitulação

336

Um negociante remette para Portugal, ao cambio de $13\frac{5}{8}$, a importancia de19:800$000. Quanto corresponde essa quantia em moeda portugueza?

Resposta: 5:000$000.

337

Avaliar em moeda ingleza (libras sterlinas, shililngs e pence) uma somma de frs. 1278,25, sabendo-se que uma libra sterlina vale frs. 25,22; 12 pence valem 1 shilling e 20 shillings uma libra sterlina.

Resposta: Frs. 1.278,25 valem em moeda ingleza:
50 £ — 13^s — 13^d.

338

Uma pessôa contrahiu uma divida de 240 £, 8 s. e 5 d. No fim de 2 mezes pagou 135 £, 18 s. e 6 d.

Quanto lhe falta ainda pagar para saldar esta divida?

Resposta: Resta pagar 240 £, 8^s 5^d — 135 £ 18^s e 6 d. =
= 104 £ 9^s. 11^d.

339

Uma familia brasileira, composta de 4 pessôas reside em Londres e gasta mensalmente 266 £. 5 s., 8 d. Pergunta-se qual a despesa de cada pessoa ?

Resposta : Cada pessoa gasta 277 £, 5s8d ÷ 4 = = 69 £. 6s5d.

Raiz quadrada

340

Quanto se deverá pagar para murar um terreno de 3600 metros quadrados de superficie, pagando-se o reboco a 1$200 o metro, sendo a altura desse muro de $2^m,20$?

Solução raciocinada : Tendo o terreno uma superficie egual a 3600 metros quadrados, deduz-se que apresenta a forma de um quadrado, cujo lado é egual á raiz quadrada desse numero ou a $\sqrt{3600} = 60$ metros. Ora, o quadrado tem os quatro lados perfeitamente eguaes; portanto será preciso levantar nesse terreno de lado egual a 60 metros, quatro muros cujo comprimento total corresponda a $60 \times 4 = 240$ metros. Se a altura do muro é de $2^m,20$ e devem ser feitos quatro muros eguaes, segue-se que a superficie desses muros será de $240^m \times 2^m,20 = 528$ metros quadrados. Rebocando os muros de ambos os lados, isto é, numa e noutra face, conclue-se que esse reboco cobrirá uma superficie egual a $528^{m^2} \times 2 = 1056$ metros quadrados. Será preciso pagar, portanto, $1\$200 \times 1056 = 1:267\$200$.

341

Um agricultor possue dois terrenos, ambos de egual superficie ; um porém, tem a forma rectangular e a largura egual a 25 metros ; o outro é um quadrado de 156 metros quadrados e 25 decimetros de superficie. Qual o comprimento do primeiro terreno ?

Solução raciocinada: Sendo as superficies eguaes e apresentando o segundo a fórma de um quadrado, de superficie egual a