

CURSO NORMAL

DE

MATHEMATICA

POR

J. FULALTO

Lente Cathedrico da Extincta Escola Superior de Guerra,
Major do Corpo de Estado Maior,
Doutor em Mathematica e nas Faculdades Phisicas e Professor da Escola
de Officiaes de Engenharia.

ARITHMETICA

2ª PARTE



RIO DE JANEIRO
IMPRENSA NACIONAL

1907

OFFICINA DE ENCADERNACÃO
DA
IMPRESA NACIONAL
RIO DE JANEIRO

over

of the...

12

011916
2.2

LIVRARIA APOLLO
RUA DO SAO JORDAO
NO 874 - RIO DE JANEIRO

GEMAT
DIGITALIZADO

OFFICINA DE ENCADERNACÃO
DA
IMPrensa NACIONAL
RIO DE JANEIRO

000

AMIGO
QUALIDADE

| | | | |
|--------------------|----|------|--|
| Classifi- cação | 01 | .1.1 | |
|--------------------|----|------|--|

CURSO NORMAL
DE
MATHEMATICA

Obras do mesmo autor:

- ARITHMETICA, 2 vols.
- ALGEBRA, 2 vols.
- GEOMETRIA PRELIMINAR, 2 vols.
- TRIGONOMETRIA, 1 vol.
- MECANICA GERAL, 2 vols.
- HYDRAULICA, 1 vol.
- RESISTENCIA DOS MATERIAES, 1 vol.
- CONSTRUCÇÕES METALLICAS, 1 vol.



Livraria de Francisco Alves & C.
134, RUA DO OUVIDOR, 134
RIO DE JANEIRO

INDICE

ARITHMETICA

SEGUNDA PARTE

CAPITULO I

METROLOGIA

PAGS.

| | |
|------------------------------------|---------|
| 1. Systema Metrico | I — II |
| 1. Medidas Antigas | II — 22 |
| 3. Medidas Electricas | 22 — 24 |
| 4. Conversão de Unidades | 24 — 74 |

CAPITULO II

METHODO DE REDUCÇÃO Á UNIDADE

| | |
|------------------------------------|-----------|
| 1. Regra de Tres | 75 — 87 |
| 2. Regra de Juros | 87 — 96 |
| 3. Regra de Desconto | 96 — 100 |
| 4. Médias e Porcentagens | 100 — 102 |
| 5. Prazo Médio | 102 — 103 |

CAPITULO III

METHODO DAS PROPORÇÕES

| | PAGS. |
|--|-----------|
| 1. Razão e Proporção | 105 — 110 |
| 2. Divisão em Partes Proporcionaes | 110 — 112 |
| 3. Regra de Companhia. | 112 — 114 |
| 4. Regra de Falsa Posição. | 114 — 115 |
| 5. Cambio | 115 — 123 |
| Indicações Uteis | 125 — 124 |

CAPITULO I

Metrologia

1. SYSTEMA METRICO

1. Aos 22 de Setembro de 1792, a Convenção Nacional da França, adoptando as idéas de Turgot, decidiu que a unidade de comprimento seria uma fracção do meridiano da Terra. A unidade tomada para base desse systema foi o METRO, medida de comprimento, correspondente á decima millionesima parte da distancia do Polo do Norte ao Equador.

As Taboas de pesos e medidas do systema metrico são construidas sob um principio uniforme; prefixos derivados do grego e do latim são ligados a cada uma das unidades.

PREFIXOS GREGOS

| | |
|-------------------------------|--------------|
| DECA significa dez vezes | } a unidade. |
| HECTO significa cem vezes | |
| KILO significa mil vezes | |
| MYRIA significa dez mil vezes | |

PREFIXOS LATINOS

| | |
|-----------------------------------|---------------|
| DECI significa a decima parte | } da unidade. |
| CENTI significa a centesima parte | |
| MILLI significa a millesima parte | |

a) MEDIDAS DE COMPRIMENTO

2. O Metro é a unidade de comprimento. Os submúltiplos do Metro são:

Millimetro ou um millesimo do Metro;

Centimetro ou um centesimo do Metro;

Decimetro ou um decimo do Metro;

Os múltiplos do metro são:

Decametro ou dez metros;

Hectometro ou cem metros;

Kilometro ou mil metros;

Myriametro ou dez mil metros.

As subdivisões e divisões do metro são outras tantas unidades empregadas conforme as circunstancias de cada medição, pois devemos escolher uma unidade compativel com o comprimento que se pretenda medir.

Para as medidas itinerarias toma-se por unidade o kilometro. Nas medições de terras a unidade empregada é o decametro ou o hectometro.

b) MEDIDAS DE SUPERFICIE

3. As unidades de superficie são quadrados cujos lados são as unidades de comprimento.

A unidade principal é o Metro quadrado, ou quadrado cujo lado tem um metro de comprimento.

Os submúltiplos desta unidade são: o *millimetro quadrado*, o *centimetro quadrado* e o *decimetro quadrado*; isto é, quadrados cujos respectivos lados são: o millimetro, o centimetro e o decimetro.

Os múltiplos da unidade principal são: o *decametro quadrado*, o *hectometro quadrado*, o *kilometro quadrado*, e o *myriametro quadrado*; isto é, quadrados cujos respectivos lados são: o decametro, o hectometro, o kilometro e o myriametro.

Cada uma destas unidades vale *cem* vezes a unidade immediatamente inferior. Assim, por exemplo, o Metro Quadrado vale *cem decimetros quadrados*.

Com effeito, dividindo o metro do lado horizontal de um quadrado em 10 partes eguaes; tirando pelo primeiro ponto de divisão do lado vertical do mesmo quadrado, a partir da base, uma parallela a esta; e pelos differentes pontos de divisões da base tirando linhas parallelas á altura, até encontrar aquella parallela: resultará um rectangulo composto de *dez decimetros quadrados*. Ora, o quadrado de um metro de lado sendo composto de *dez* rectangulos eguaes á aquelle terá:

10×10 ou 100 *decimetros quadrados*.

Assim:

Um myriametro quadrado vale 100 kilometros quadrados.

Um kilometro quadrado vale 100 hectometros quadrados.

Um hectometro quadrado vale 100 decametros quadrados.

Um decametro quadrado vale 100 metros quadrados

Um metro quadrado vale 100 decimetros quadrados.

Um decimetro quadrado vale 100 centimetros quadrados.

Um centimetro quadrado vale 100 millimetros quadrados.

A unidade principal para as medições de terras é o *decametro quadrado*, o qual tem o nome de *Are*. O múltiplo do *Are* e o seu submúltiplo são:

O *hectare* que vale 100 ares=1 hectometro quadrado.

O *centiare* que vale $\frac{1}{100}$ do are=1 metro quadrado.

c) MEDIDAS DE VOLUME

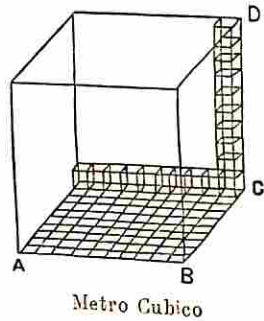
4. As differentes unidades de volume são cubos cujas arestas são as unidades de comprimento.

A unidade principal é o Metro Cubico, ou cubo cujas arestas têm *um* metro de comprimento.

As unidades multiplas da principal não são usadas; empregam-se porém as submultiplas, taes como o *decimetro cubico*, e o *centimetro cubico*.

Cada uma destas unidades vale *mil* vezes a unidade immediatamente inferior. Assim, por exemplo, o Metro Cubico vale *mil* *decimetros cubicos*.

Com effeito, imaginemos que sejam construidos *cem* blocos de madeira, cubos perfectos, cujo volume seja um decimetro cubico e supponhamos que elles sejam todos collocados sobre os *cem* decimetros quadrados que formam



D o metro quadrado ABC.

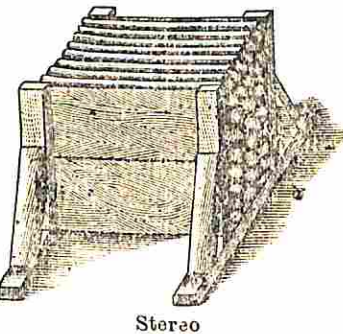
Sobre estes *cem* decimetros cubicos de madeira, concebamos que possam ser assentados outros *cem* decimetros de madeira. E, como a aresta vertical do metro cubico consta de dez decimetros, concebemos facilmente que podem ser assentadas dez camadas de *cem* decimetros cubicos, as quaes

completarão rigorosamente o volume do Metro Cubico ABCD. Donde teremos:

Um Metro Cubico
= $10 \times 10 \times 10$ ou 1000 decimetros cubicos.

O Metro Cubico toma o nome de *Stereo*, para as medições de lenha.

O multiplo do Stereo é o *decastereo*, que vale 10 Stereos.



O submultiplo do Stereo é o *decistereo*, que vale $\frac{1}{10}$ do Stereo.

d) MEDIDAS DE CAPACIDADE

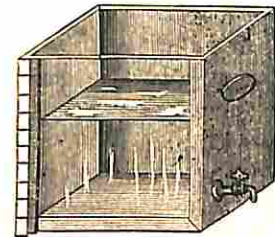
5. A unidade que serve na medida de liquidos e de grãos é o *Litro*, cuja capacidade equivale ao *decimetro cubico*.

As subdivisões do Litro são :

O *decilitro* que vale a decima parte do Litro.

O *centilitro* que vale a centesima parte do Litro.

O Litro empregado na medida dos liquidos é um cylindro de estanho, cuja altura é o dobro do diametro da base.



Decimetro Cubico



Litro



Hectolitro

O Litro empregado na medida de grãos é um cylindro de madeira cuja altura é igual ao diametro da base.

e) MEDIDAS DE PESO

6. O *Gramma* é a unidade de peso : é o peso, no vacuo, de um *centimetro cubico* d'agua distillada, na

temperatura de 4 graus do thermometro centesimal, onde a agua adquire a sua densidade maxima.



Centimetro Cubico



Gramma

As subdivisões e divisões do Gramma são :

O *milligramma* ou um millesimo do Gramma.

O *centigramma* ou um centesimo do Gramma.

O *decigramma* ou um decimo do Gramma.

O *decagramma* ou dez Grammas.

O *hectogramma* ou cem Grammas.

O *kilogramma* ou mil Grammas.

O *myriagramma* ou dez mil Grammas.

A *tonelada metrica* que vale mil kilogrammas.

OBSERVAÇÃO — Um litro d'agua distillada, no maximo de densidade, pesa um kilogramma. A tonelada metrica é o peso de um metro cubico do mesmo liquido.

f) MEDIDAS MONETARIAS

7. A unidade monetaria é o *Franco*: é uma peça de prata que pesa cinco grammas, e contém $\frac{9}{10}$ do seu peso de prata e $\frac{1}{10}$ de cobre.

As moedas de ouro tambem contém $\frac{1}{10}$ de cobre. Esta liga torna a moeda mais resistente, mais dura do que seria se fosse de ouro puro.

A relação que existe entre os valores de um mesmo peso de ouro e prata foi fixada em 15.5.

As moedas de bronze são formadas de 95 partes de cobre puro, de 4 de estanho e de uma de zinco.

Taboa das moedas francezas

| NOME DAS MOEDAS | DIAMETRO EM MILLIMETROS | PESO EM GRAMMAS | |
|-----------------|----------------------------------|-----------------|----------|
| Ouro. | Peça de 40 francos.... | 26 | 12.90322 |
| | Peça de 20 francos.... | 21 | 6.45161 |
| | Peça de 10 francos.... | 19 | 3.22580 |
| Prata. | Peça de 5 francos..... | 37 | 25 |
| | Peça de 2 francos..... | 27 | 10 |
| | Peça de 1 franco..... | 23 | 5 |
| | Peça de $\frac{1}{2}$ franco.... | 18 | 2.5 |
| | Peça de $\frac{1}{5}$ franco.... | 15 | 1 |
| Cobre. | Peça de 10 centimos.. | 30 | 10 |
| | Peça de 5 centimos... | 25 | 5 |
| | Peça de 2 centimos... | 20 | 2 |
| | Peça de 1 centimo.... | 15 | 1 |

Como seria muito difficil na cunhagem das moedas dar a cada uma o peso legal, a lei tolera um pequeno erro para mais ou para menos.

Este erro, que se chama *tolerancia*, é de 0.002 do peso da peça.

Chama-se **TITULO** a relação entre o peso da quantidade de ouro ou prata pura contida em qualquer liga e o peso da liga.

Assim, quando se diz que 0.750 é o titulo de uma joia de ouro, entende-se que em 1000 grammas de liga ha 750 grammas de ouro puro.

Existem tres titulos legais para as obras de ouro :

0.920, 0.840, 0.750

Os titulos legais para as obras de prata são :

0.950 e 0.800

O titulo das moedas de ouro e prata é 0.900.

As despesas de cunhagem das moedas são fixadas por lei: em 6 francos por 1 kilogramma de ouro, e em 1fr.50 por 1 kilogramma de prata.

Assim, procuremos o valor effectivo de 1 kilogramma de prata pura e de 1 kilogramma de ouro puro.

A Taboa das moedas francezas dá-nos :

1 gramma de prata = $\frac{1}{5}$ franco ;

portanto,

1 kilogramma de prata = $\frac{1000}{5}$ ou 200 francos ;

donde, 1 kilogramma de prata ao titulo de 0.900 valerá :

$$200^{\text{fr}} - 1^{\text{fr}}.50 = 198^{\text{fr}}.50$$

O valor de 1 kilogramma de ouro, ao titulo de 0.900, será :

$$200^{\text{fr}} \times 15.5 - 6^{\text{fr}} = 3094^{\text{fr}}$$

porque a relação entre os valores de 1 kilogramma de ouro e prata é 15.5

Logo

900 grammas de prata pura valem $198^{\text{fr}}.50$

e

900 grammas de ouro puro valem 3094^{fr} .

Portanto,

1 gramma de prata pura vale $\frac{198.50}{900}$

1 gramma de ouro puro vale $\frac{3094}{900}$

Consequentemente, teremos :

$$1 \text{ kilogramma de prata pura} = \frac{1000 \times 198.50}{900} = 220^{\text{fr}}.56$$

$$1 \text{ kilogramma de ouro puro} = \frac{1000 \times 3094}{900} = 3437^{\text{fr}}.78$$

g) MEDIDAS ANGULARES

S. Methodo Centesimal — A circumferencia de qualquer circulo divide-se em 400 partes eguaes chamadas *grados*. O grado divide-se em 100 *minutos* e o minuto em 100 *segundos*.

Grados, minutos e segundos são representados respectivamente pelos symbolos :

g ° "

Assim, para representar 35 grados, 56 minutos e 84.53 segundos, nós escreveremos :

35° 56' 84".53

A vantagem deste methodo é que podemos escrever logo os minutos e segundos com o decimal de um grado, por simples inspecção. Assim, se o arco de circulo dado é de

$$14^{\circ} 19' 57''$$

teremos:

$$19' = \frac{19}{100} \text{ de um grado} = 0.19 \text{ grado}$$

e

$$57'' = \frac{57}{10000} \text{ de um grado} = 0.0057 \text{ grado.}$$

Sommando, teremos:

$$14^{\circ} 19' 57'' = 14^{\circ}. 1957$$

Se o numero que exprime os minutos ou segundos tem só um digito significativo, podemos prefixar um zero para occupar o logar de dezenas antes de escrevermos os minutos e segundos com o decimal de um grado.

Assim

$$\begin{aligned} 25^{\circ} 9' 54'' &= 25^{\circ} 09' 54'' \\ &= 25.0954 \text{ grados.} \end{aligned}$$

Tambem

$$\begin{aligned} 36^{\circ} 8' 4'' &= 36^{\circ} 08' 04'' \\ &= 36.0804 \text{ grados.} \end{aligned}$$

EXERCICIO 1

Exprimir com decimaes de um grado os arcos seguintes:

- (1) $25^{\circ} 14' 25''$
- (2) $38^{\circ} 4' 15''$
- (3) $214^{\circ} 3' 7''$
- (4) $15^{\circ} 7' 45''$
- (5) $425^{\circ} 13' 15'' 54$
- (6) $2^{\circ} 2' 2'' 22$

O Methodo Centesimal foi introduzido pelos geometras francezes no 18° seculo. Hoje a sua adopção é geral, principalmente em Geodesia e Topographia.

2. MEDIDAS ANTIGAS

a) MEDIDAS DE TEMPO

☉. A unidade de tempo é o *dia*: tempo que a Terra gasta em uma volta completa em torno do seu eixo polar.

O dia divide-se em 24 *horas*; a hora divide-se em 60 *minutos* e o minuto em 60 *segundos*. Escreve-se 10 horas, 5 minutos e 11 segundos, assim:

$$10^h 5^m 11^s.$$

Ao periodo de 7 dias chama-se uma *semana*.

O tempo gasto pela Terra para fazer uma volta completa em torno do Sol chama-se *anno*, que consta de

$$365 \frac{1}{4} \text{ dias.}$$

O *anno civil* consta de 365 dias; de 4 em 4 annos, ha um anno de 366 dias, que se chama *bissexto*, a fim de compensar a perda de $\frac{1}{4}$ do dia em cada anno.

Ao periodo de 5 annos chama-se um *lustro*.

O anno compõe-se de 12 mezes: Janeiro, Fevereiro, Março, Abril, Maio, Junho, Julho, Agosto, Setembro, Outubro, Novembro, Dezembro.

Os nomes dos quatro mezes que têm 30 dias são dados nestes antigos versos:

Trinta dias tem Setembro,
Abril, Junho e Novembro.

O mez de Fevereiro tem 28 dias nos annos ordinarios e 29 nos bissextos. Os outros mezes têm 31 dias. Um *Mes Lunari*, ou o tempo entre duas luas novas, é pouco maior que $29 \frac{1}{2}$ dias.

Ao periodo de 100 annos chama-se *um século*. Para saber se um certo anno é bissexto, divide-se o numero do anno por 4; se não houver resto, o anno será bissexto. Mas, se o numero do anno tiver zeros nos seus dois ultimos algarismos, será bissexto quando for exactamente divisivel por 400. Assim,

1200, 1600, 2000

são annos bissextos; mas,

1500, 1700, 1900

são annos communs.

b). MEDIDAS ANGULARES

10. Methodo Sexagesimal — A circumferencia de qualquer circulo divide-se em 360 partes eguaes chama-das *graus*; o grau divide-se em 60 *minutos* e o minuto divide-se em 60 *segundos*. Graus, minutos e segundos são representados respectivamente pelos symbolos :

° ' "

Assim, para representar 14 graus, 9 minutos e 37.45 segundos escreveremos :

14° 9' 37".45

Podemos exprimir a medida de um arco (expresso em graus, minutos e segundos) em graus e partes decimaes de um grau, pelo processo seguinte.

Seja o arco de circulo de $39^{\circ} 5' 33''$. Teremos :

$$1'' = \frac{60}{1'} \text{ donde } 33'' = \frac{60}{33} = 0'.55;$$

portanto,

$$5' 33'' = 5' + 0'.55 = 5'.55.$$

Agora, se $1'' = \frac{60}{1'}$ teremos :

$$5'.55 = \frac{5'.55}{60} = 0'.0925.$$

Donde, resultará :

$$39^{\circ} 5' 33'' = 39^{\circ}.0925$$

EXERCICIO 2

Exprimir com o decimal de um grau os arcos seguintes :

(1) $24^{\circ} 16' 5''$

(2) $37^{\circ} 2' 43''$

(3) $175^{\circ} 0' 14''$

(4) $5' 28''$

(5) $375^{\circ} 4'$

(6) $78^{\circ} 12' 4''$

c) MEDIDAS MONETARIAS

11. No Brazil, a unidade principal é o *Real*, moeda imaginaria. As moedas de ouro e prata tambem têm certa liga de metal inferior. A pureza do ouro avalia-se por *quilates, grãos e oitavas*. A fineza da prata avalia-se por *dinhieiros, grãos e quartas*. Quilate é o peso de ouro puro equivalente ao peso da vigesima quarta parte de qualquer barra. Se, dividindo

uma barra em 24 partes eguaes, 21 dessas partes forem de ouro sem liga e as outras 3 de metal inferior, dir-se-á que o ouro da dita barra é de 21 quilates; o de 24 quilates é o ouro sem liga alguma. O quilate divide-se em 4 grãos, e o grão em 8 oitavas.

Dinheiro é o peso de prata pura equivalente ao peso da duodecima parte de qualquer barra. O dinheiro divide-se em 24 grãos, e o grão em 4 quartas. A prata de 12 dinheiros não contém liga alguma; e a de 11 contém 11 partes de prata pura e 1 parte de metal inferior.

O ouro amoadado é de 22 quilates, e a prata de 11 dinheiros.

A relação legal do ouro para a prata amoadada foi fixada, no Brazil, em $15 \frac{5}{8}$

O ouro das joias deve ser de $20 \frac{1}{2}$ quilates, e a prata de 10 dinheiros e 6 grãos.

Na avaliação das pedras preciosas o quilate tem peso real, correspondente a 0.199219 do gramma. O quilate divide-se em 4 grãos, cada um de 0.049847 do gramma. O grão divide-se em oito oitavas.

O valor approximado dos diamantes obtem-se elevando ao quadrado o numero representativo do quilate e multiplicando este quadrado pelo preço de um quilate.

Se o preço de um diamante bruto de *um quilate* é, por exemplo, de 20\$, o do outro diamante *da mesma agua* e de 4 quilates de peso, será de $4^2 \times 20000$, ou 320\$000.

12. MOEDAS INGLEZAS—O symbolo £ collocado antes de um numero, ou acima de um numero, significa *libras esterlinas* ou *soberanos*; o symbolo s collocado depois de um numero, ou sobre um numero, significa *shillings*; e o symbolo d collocado depois de um numero, ou sobre um numero, significa *pence* ou *dinheiros esterlinos*.

Assim

£ s d
£ 14 5 s 7 d, ou 14 5 7

quer dizer:

14 libras, 5 shillings e 7 pence.

As medidas são divididas deste modo:

1 libra é equivalente a 20 shillings,
1 shilling é equivalente a 12 pence,
1 penny é equivalente a 4 farthings.

Por ser:

1 farthing igual a $\frac{1}{4}$ de um penny,

segue-se que 2 farthings serão eguaes a $\frac{1}{2}$ de um penny

e 3 farthings serão eguaes a $\frac{3}{4}$ de um penny.

Então, teremos:

$\frac{1}{4} d = 1 \text{ farthing}, \quad \frac{1}{2} d = 2 \text{ farthings}$

$\frac{3}{4} d = 3 \text{ farthings}.$

O symbolo q, collocado depois de um numero, é algumas vezes usado para representar farthings: assim, 3 q significa 3 farthings.

13. Chamamos £ 14 uma quantidade *simples*, porque ella se refere a *uma só unidade*; e chamamos

£ 14 5 s 7 d

uma quantidade *complexa*, porque ella se refere a *tres unidades diferentes*.

Quadro das moedas de varios paizes

| NOMES DOS PAIZES E DAS MOEDAS | VALOR NOMINAL DAS MOEDAS MAIS USUAES, E PESO EM GRAMMAS | TITULO | VALOR PAR EM MOEDA DO BRAZIL |
|--|---|---------|------------------------------|
| Brazil | Ouro { 203000 (17.92063 g.), 403000 (8.9048483 g.) | 916 2/3 | 203000 |
| | Prata { 23000 (25.5 g.) 43000 (17.75 g.) | | |
| Allemanha | 30 marcos (7.9649 g.) | 900 | 83723 |
| Reichsmark = 100 pfennige | 5 marcos (27.777 g.) | 900 | 43062 |
| França, Belgica | 20 francos (6.4516 g.) | 900 | 75063 |
| Suissa e Italia Franco = 100 centimos | 5 francos (25 g.) | 900 | 43707 |

| NOMES DOS PAIZES E DAS MOEDAS | VALOR NOMINAL DAS MOEDAS MAIS USUAES E PESO EM GRAMMAS | TITULOS | VALOR PAR EM MOEDA DO BRAZIL |
|--|--|---------|------------------------------|
| Inglaterra Soberano = 20 shillings a 12 dinheiros . . . | Ouro 1 libra (7.998 g.) | 916 2/3 | 83800 |
| | Prata 5 shillings (23.276 g.) | 925 | 23053 |
| Portugal Mil réis fortes | Ouro 103000 fortes (17.735 g.) | 916 2/3 | 103783 |
| | Prata 500 réis fortes (12.530 g.) | 916 2/3 | 890 réis |
| Estados Unidos da America do Norte . . . Dollar = 100 cents | Ouro 10 dollars (46.718 g.) | 900 | 183340 |
| | Prata 1 dollar (26.739 g.) | 900 | 43831 |
| Hespanha Peseta nova = 100 Centesimos | Ouro 25 pesetas (3.035 g.) | 900 | 83832 |
| | Prata 5 pesetas (25 g.) | 900 | 43706 |
| Republica Argentina Peso = 100 centavos | Ouro 5 pesos (3.064 g.) | 900 | 83832 |
| | Prata 1 peso (25 g.) | 900 | 43706 |

d) MEDIDAS LINEARES

14. As medidas lineares mais usuas são as seguintes :

Meridiano = 40 milhões de metros.

Legua brasileira de sesmaria (terra inculta) = 6600 metros.

Legua de 18 ao gráu $\left(\frac{1}{18} \text{ do gráu}\right) = 6172.8$ metros.

Legua de 20 ao gráu $\left(\frac{1}{20} \text{ do gráu}\right) = 5555.5$ metros.

Legua ingleza = 4827.9 metros.

Legua franceza = 4444.4 metros.

Legua de correio = 4000 metros.

Milha brasileira (1000 braças) = 2200 metros.

Milha geographica $(841 \frac{3}{4} \text{ braças}) = 1851.83$ metros.

Milha ingleza (1760 jardas) = 1609.35 metros.

Braça (10 palmos) = 2.20 metros.

Vara (5 palmos) = 1.10 metros.

Toesa (6 pés) = 1.98 metros.

Passo (5 pés) = 1.65 metros.

Jarda $(4 \frac{1}{10} \text{ palmos}) = 0.9144$ metros.

Covado $(3 \frac{1}{10} \text{ palmos}) = 0.68$ metro.

Pé inglez (12 pollegadas) = 0.3048 metro.

Palmo (8 pollegadas) = 0.22 metro.

Pollegada (12 linhas) = 0.0275 metro.

Pollegada ingleza = 0.0254 metro.

Linha (12 pontos) = 0.0023 metro.

Ponto = 0.0002 metro.

1 centimetro = 0.3937 pollegada ingleza.

1 metro = 3.281 pés inglezes.

e) MEDIDAS DE SUPERFICIE

15. As medidas de superficie mais usuas são as seguintes :

Legua quadrada do Brazil (9000000 braças quadradas) = 43560000 metros quadrados.

Legua quadrada marítima (9 milhas quadradas) = 30864135.8025 metros quadrados.

Milha quadrada do Brazil (1000000 braças quadradas) = 4840000 metros quadrados.

Milha quadrada geographica $(841 \frac{3}{4} \text{ braças quadradas}) = 342934.4225$ metros quadrados.

Braça quadrada (4 varas quadradas) = 4.84 metros quadrados.

Vara quadrada (25 palmos quadrados) = 1.21 metros quadrados.

Jarda quadrada = 9 pés quadrados.

Pé quadrado (144 pollegadas quadradas) = 0.1089 metro quadrado.

Palmo quadrado (64 pollegadas quadradas) = 0.0484 metro quadrado.

Pollegada quadrada (144 linhas quadradas) = 0.00075625 metro quadrado.

Sesmaria (5625 geiras) = 10890000 metros quadrados.

Alqueire de terra (32 pratos) = 34848 metros quadrados.

Quarta de terra (8 pratos) = 8712 metros quadrados.

Geira (400 braças quadradas) = 1936 metros quadrados.

Prato de terra (225 braças quadradas) = 1089 metro quadrados.

Tarefa (900 braças quadradas) = 4356 metros quadrados.

f) MEDIDAS DE VOLUME

16. As medidas de volume mais usuas são as seguintes :

Braça cubica (cubo que tem uma braça de aresta)
= 10.648 metros cubicos.

Pé cubico (1728 pollegadas cubicas) = 0.028320 metro cubico.

Palmo cubico (cubo que tem um palmo de aresta)
= 0.010648 metro cubico.

g) MEDIDAS DE CAPACIDADE

17. As medidas de capacidade mais usuas são as seguintes :

Para seccos :

Moio (15 fangas) = 2716.20 litros.

Fanga (4 alqueires) = 145.08 litros.

Alqueire (4 quartas) = 36.27 litros.

Quarta (4 selamins) = 9.07 litros.

Selamin (1/16 do alqueira) = 2.27 litros.

Sacca (3 alqueires) = 109 litros.

Sacco (2 alqueires) = 72.54 litros.

Para liquidos :

Tonel (2 pipas) = 958.32 litros.

Pipa (15 almudes ou 180 medidas) = 479.16 litros.

Almude (12 medidas) = 31.944 litros.

Medida (canada ou 4 garrafas) = 2.662 litros.

Garrafa (quartilho, 4 martellos) = 0.666 litro.

Martello = 0.166 litro.

Meio martello = 0.083 litro.

Pé inglez cubico = 28.32 litros = 7.48 galões americanos.

1 litro = 0.001 de metro cubico = 0.035 pé inglez cubico = 0.264 galão americano.

1 metro cubico = 1000 litros = 35.3156 pés inglezes cubicos.

h) MEDIDAS DE PESO E TRABALHO MECANICO

18. As medidas de peso e de trabalho mecanico mais usuas são as seguintes :

Tonelada (13 1/2 quintaes) = 793238.4 grammas.

Quintal (4 arrobas) = 58758 grammas.

Arroba (32 libras) = 14689.6 grammas.

Libra (2 marcos) = 459.05 grammas.

Marco (8 onças) = 229.525 grammas.

Onça (8 oitavas) = 28.691 grammas.

Oitava (3 escropulos) = 3.583 grammas.

Escropulo (6 quilates) = 1.195 grammas.

Quilate (4 grãos) = 0.195 gramma.

Grão = 0.0498 gramma.

1 libra ingleza = 0.45359 kilogramma.

1 metro cubico d'agua = 2205 libras inglezas.

1 kilogramma = 2.20462 libras inglezas.

1 litro d'agua = 1 kilogramma = 2.2 libras inglezas.

A pressão de uma atmospherá equivale á que exerce sobre a sua base um cylindro d'agua de 10.33 metros de altura; ou, o que é mesmo, a 1.033 kilogrammas por centimetro quadrado = 14.7 libras inglezas por pollegada ingleza quadrada.

A unidade de trabalho, chamada pelos inglezes e americanos *foot pound* (libra-pé) equivale ao trabalho para levantar uma libra á altura de um pé inglez, em um minuto.

A unidade de trabalho, chamada pelos francezes *kilogrammetro*, é o trabalho necessario para elevar um kilogramma á altura de um metro, em um segundo.

O cavallo-vapor (inglez ou americano) é igual a 33000 *foot pounds*, ou seja o esforço necessario para elevar 33000 libras inglezas á altura de um pé inglez, em um minuto.

O cavallo-vapor francez é igual a 75 kilogram-metros, ou seja o esforço necessario para elevar 75 kilogrammas á altura de um metro, em um segundo.

1 Cavallo-vapor (inglez ou americano) = 1.01476 cavallos francezes.

O cavallo-vapor (inglez, americano, ou francez) equivale mais ou menos á força desenvolvida por 1.67 cavallos-animal ou seja a força desenvolvida por oito homens, mais ou menos. Deve-se levar em conta que tanto o homem como o cavallo animal só podem trabalhar oito horas por dia, e o cavallo-vapor trabalha as 24 horas do dia, isto é, indefinidamente.

A pressão em libras, por pollegada quadrada, multiplicada por 2.3, dá a altura vertical necessaria para produzir-se a mesma pressão.

Uma altura vertical d'agua, em pés, multiplicada por 0.434, dá a pressão em libras, por pollegada quadrada.

1) MEDIDAS DE PAPEL

19. As usuaes são:

Resma de papel de impressão = 20 mãos.

Mão de papel de impressão = 25 folhas.

Resma de papel almaço = 17 mãos.

Mão de papel almaço = 5 cadernos.

Caderno = 5 folhas.

3. MEDIDAS ELECTRICAS

20. As unidades praticas de electricidade são as seguintes:

RESISTENCIA — O *ohm*, do nome do mathematico allemão George Ohm, é a unidade pratica de resistencia. E', approximativamente, a resistencia de um fio de cobre

puro de 1 millimetro de diametro e 48 millimetros de comprimento. Representa-se essa unidade por R.

O ohm legal é representado por uma columna de mercurio de 1 millimetro quadrado de secção e 106 centimentros de comprimento, sob a temperatura de 0°.

FORÇA ELECTRO-MOTRIZ — O *volt*, do nome do physico italiano Alessandro Volta, é a unidade pratica de força electro-motriz: é a força que applicada sob a unidade de resistencia, isto é sob um ohm, produz uma corrente de 1 *ampère*. Representa-se a *voltagem*, ou a differença de potencial, por E.

INTENSIDADE DA CORRENTE — O *ampère*, do nome do grande physico francez André Marie Ampère, é a unidade pratica de corrente; isto é, a quantidade de electricidade que conduz um *coulomb* por segundo, sob a resistencia de um ohm. O *ampère-hora* é o numero de ampères durante uma hora. Representa-se a intensidade de uma corrente por I.

21. As unidades praticas têm multiplos e submultiplos, como as do systema metrico.

Os multiplos são designados pelos prefixos:

deca, hecto, kilo, myria, mega,

que significam:

dez, cem, mil, dez mil, um milhão.

Os submultiplos são:

micro, milli, centi, deci,

que significam:

$$\frac{1}{1000000}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{100}, \frac{1}{10}.$$

Além dessas unidades, temos o *watt*, do nome do mecanico inglez James Watt, unidade correspondente ao producto 1 volt por 1 ampère.

Diz-se, na pratica industrial : um *megaohm*. (um milhão de ohms); um *milliampère* (um millesimo de ampère); um *kilowatt* (mil watts); etc.

22. A energia electrica avalia-se em *kilowatts-hora*. O kilowatt-hora é o numero de kilowatts gastos ou produzidos em uma hora. Corresponde, approximativamente, ao trabalho effectuado durante uma hora por um motor de potencia de 1.36 cavallo-vapor. Representa-se essa unidade por k. w. h.

4. CONVERSÃO DE UNIDADES

A) MOEDAS

Redução

23. Converter ou reduzir uma quantidade é mudal-a em outra equivalente. Assim a expressão $5s\ 7d$ que significa a somma de 5 shillings e 7 dinheiros, é equivalente a 67 dinheiros. Com effeito, porque sendo 1 shilling equivalente a 12 dinheiros, 5 shillings serão equivalentes a 60 dinheiros; os quaes, sommados a 7 dinheiros, dão-nos 67 dinheiros.

O processo pelo qual mudamos a expressão *complexa* $5s\ 7d$ em expressão *simplex* equivalente $67d$, dispõe-se deste modo :

$$\begin{array}{r} s\ d \\ 5\ 7 \\ 12 \\ \hline 67d. \end{array}$$

A regra é a seguinte: Mudam-se os 5 shillings em dinheiros pela multiplicação por 12 e sommam-se ao producto os 7 dinheiros.

Agora, para mudar a expressão complexa

$$£\ 4\ 7s\ 10\ \frac{1}{2}\ d$$

em um numero equivalente de farthings, faremos assim:

$$\begin{array}{r} £\ s\ d\ \frac{1}{2} \\ 4\ 7\ 10\ \frac{1}{2} \\ \hline 20 \\ \hline 87s \\ \hline 12 \\ \hline 1054d \\ \hline 4 \\ \hline 4218q \end{array}$$

Primeiro mudamos £4 em shillings e sommamos 7s, perfazendo 87s; depois mudamos, 87s em dinheiros e adicionamos 10d, perfazendo 1054d; finalmente mudamos 1054d em farthings e adicionamos 2q, perfazendo 4218q

EXERCICIO 3

reduzir a farthings

$$(1)\ 3\ \frac{1}{4}\ d;\ 7\ \frac{1}{2}\ d;\ 9d;\ 11\ \frac{3}{4}\ d$$

$$(2)\ 2s\ 3d;\ 5s\ 7\ \frac{1}{2}\ d;\ 12s\ 9\ \frac{3}{4}\ d;\ 17s\ 7\ \frac{1}{4}\ d$$

$$(3)\ £\ 3\ 12s;\ £\ 5;\ £\ 2\ 17s\ 6\ \frac{1}{2}\ d;\ £\ 17\ 4s\ 5\ \frac{3}{4}\ d$$

Reduzir a dinheiros :

$$(4)\ 6s;\ 4s\ 10d;\ 7s\ 10d;\ 8s\ 9d;\ 13s\ 11d$$

$$(5)\ £\ 4;\ £\ 5\ 2s\ 4d;\ £\ 17\ 14s\ 5d;\ £\ 58\ 13s\ 11d$$

$$(6)\ £\ 174\ 10s;\ £\ 432\ 15s\ 10d;\ £\ 1274\ 17s\ 9d$$

24. A operação inversa, pela qual exprimimos uma quantidade *simplex* em termos de uma quantidade *complexa* equivalente, será facilmente esclarecida pelos seguintes exemplos.

Exemplo (1) — Nove farthings serão expressos em dinheiros e farthings, pela divisão de 9 por 4, porque 4 far-

things = 1 dinheiro. O quociente designará os dinheiros, e o resto os farthings. Assim

$$9 \text{ farthings} = \frac{9}{4} d = 2 \frac{1}{4} d$$

Exemplo (2) — Trinta e tres dinheiros serão expressos em shillings e dinheiros, pela divisão de 33 por 12, porque 12 dinheiros = 1 shilling. O quociente designará os shillings, e o resto os dinheiros. Assim

$$33 \text{ dinheiros} = \frac{33}{12} \text{ shillings} = 2s \ 9d$$

Exemplo (3) — Setenta e cinco shillings serão expressos em libras e shillings, pela divisão de 75 por 20, porque 20 shillings = 1 libra. O quociente designará as libras, e o resto os shillings. Assim

$$75 \text{ shillings} = \frac{75}{20} \text{ libras} = \text{£} 3 \ 15s$$

Exemplo (4) — Exprimir 4275639 farthings em termos de £ s d

$$\begin{array}{r} \text{farthings} \\ 4 \overline{) 4275639} \\ \underline{4} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 068909d \text{ e mais 3 farth. ou } \frac{3}{4} d \\ 2,0 \\ \underline{2,0} \\ 8907,5s \text{ e mais 9 dinheiros} \\ \text{£} 4453 \text{ e mais 15 shillilligs.} \end{array}$$

Portanto

$$4275639 \text{ farth.} = \text{£} 4453 \ 15s \ 9 \frac{3}{4} d$$

Este methodo de transformar uma somma dada em outra equivalente chama-se *Reducção*.

EXERCICIO 4

Reduzir a dinheiros e farthings os seguintes numeros de farthings

- (1) 57 (2) 173 (3) 197

Reduzir a shillings, dinheiros e farthings os seguintes numeros de farthings

- (4) 357 (5) 479 (6) 747

Reduzir a £ s d os seguintes numeros de farthings

- (7) 4238 (8) 376289 (9) 542380

28. As taboas seguintes facilitam a redução de moedas.

TABOA DE DINHEIROS

| | s | d | | s | d |
|---------------------|---|----|----------------------|----|----|
| 12 dinheiros são... | 1 | 0 | 84 dinheiros são.... | 7 | 0 |
| 20 | 1 | 8 | 90 | 7 | 6 |
| 24 | 2 | 0 | 96 | 8 | 0 |
| 30 | 2 | 6 | 100 | 8 | 4 |
| 36 | 3 | 0 | 108 | 9 | 0 |
| 40 | 3 | 4 | 110 | 9 | 2 |
| 48 | 4 | 0 | 120 | 10 | 0 |
| 50 | 4 | 2 | 130 | 10 | 10 |
| 60 | 5 | 0 | 132 | 11 | 0 |
| 70 | 5 | 10 | 140 | 11 | 8 |
| 72 | 6 | 0 | 144 | 12 | 0 |
| 80 | 6 | 8 | 150 | 12 | 6 |

TABOA DE SHILLINGS

| | £ | s | | £ | s |
|----------------------|---|----|-----------------------|----|----|
| 20 shillings são.... | 1 | 0 | 130 shillings são.... | 6 | 10 |
| 30 | 1 | 10 | 140 | 7 | 0 |
| 40 | 2 | 0 | 150 | 7 | 10 |
| 50 | 2 | 10 | 160 | 8 | 0 |
| 60 | 3 | 0 | 170 | 8 | 10 |
| 70 | 3 | 10 | 180 | 9 | 0 |
| 80 | 4 | 0 | 190 | 9 | 10 |
| 90 | 4 | 10 | 200 | 10 | 0 |
| 100 | 5 | 0 | 300 | 15 | 0 |
| 110 | 5 | 10 | 400 | 20 | 0 |
| 120 | 6 | 0 | 500 | 25 | 0 |

EXERCICIO 5

Exprimir em dinheiros e farthings os seguintes numeros de farthings :

| | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| (1) 5 | (2) 7 | (3) 11 | (4) 15 |
| (5) 17 | (6) 19 | (7) 21 | (8) 27 |
| (9) 30 | (10) 35 | (11) 36 | (12) 39 |
| (13) 42 | (14) 47 | (15) 59 | (16) 63 |
| (17) 69 | (18) 75 | (19) 87 | (20) 94 |

Exprimir em shillings e dinheiros os seguintes numeros de dinheiros :

| | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| (21) 19 | (22) 23 | (23) 27 | (24) 33 |
| (25) 39 | (26) 43 | (27) 57 | (28) 68 |
| (29) 74 | (30) 86 | (31) 99 | (32) 105 |
| (33) 117 | (34) 126 | (35) 134 | (36) 145 |
| (37) 163 | (38) 179 | (39) 195 | (40) 247 |

Exprimir em libras e shillings os seguintes numeros de shillings :

| | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| (41) 27 | (42) 39 | (43) 57 | (44) 79 |
| (45) 93 | (46) 107 | (47) 129 | (48) 145 |
| (49) 176 | (50) 198 | (51) 235 | (52) 247 |
| (53) 258 | (54) 273 | (55) 297 | (56) 345 |
| (57) 373 | (58) 412 | (59) 437 | (60) 459 |

ADDIÇÃO

26. Para sommar numeros complexos, devemos seguir os principios que regulam o processo da Adição de numeros inteiros e das fracções ordinarias.

Assim, escrevem-se os numeros de modo que, na mesma columna vertical, as libras fiquem por baixo de libras, os shillings fiquem por baixo de shillings, os

dinheiros fiquem por baixo de dinheiros e os farthings fiquem por baixo de farthings. Por exemplo, tendo para sommar :

$$4 s 3 \frac{1}{4} d, 3 s 3 \frac{1}{4} d, 5 s 4 d, \text{ e } 17 s 9 \frac{3}{4} d$$

procedemos desta sorte :

| s | d |
|-------|------------------------|
| 4 | $3 \frac{1}{4}$ |
| 3 | $3 \frac{1}{2}$ |
| 5 | 4 |
| 17 | $9 \frac{3}{4}$ |
| ----- | |
| £ 1 | 10 s 8 $\frac{1}{2}$ d |

Adicionando a columna de farthings, achamos 6 farthings para a somma, a qual, por ser equivalente a 1 dinheiro e 2 farthings, nos leva a collocar $\frac{1}{2}$ por baixo da columna de farthings e a guardar 1 dinheiro para a columna seguinte.

A somma da columna de dinheiros, augmentada de 1, é de 20 dinheiros. Esta somma, por ser equivalente a 1 shilling e 8 dinheiros, nos leva a collocar 8 dinheiros por baixo da columna de dinheiros e a guardar para a columna seguinte 1 shilling.

A somma da columna de shillings, augmentada de 1, é de 30 shillings, a qual, por ser equivalente a 1 libra e 10 shillings, nos faz collocar 10 shillings por baixo da columna de shillings e escrever £ 1 á esquerda.

Agora, tendo para sommar :

$$\begin{aligned} & \text{£ } 26 \text{ } 4 \text{ } s \text{ } 9 \frac{3}{4} \text{ } d, \quad \text{£ } 32 \text{ } 12 \text{ } s \text{ } 7 \frac{1}{4} \text{ } d, \quad \text{£ } 245 \text{ } 0 \text{ } s \text{ } 2 \text{ } d, \\ & \text{£ } 7 \text{ } 15 \text{ } s \text{ } 8 \frac{1}{2} \text{ } d, \text{ e } 4 \text{ } s \text{ } 8 \frac{3}{4} \text{ } d, \end{aligned}$$

procederemos deste modo :

| | | | |
|-------|------|---|-----------------|
| £ | s | d | |
| 26 | 4 | 9 | $\frac{3}{4}$ |
| 32 | 12 | 7 | $\frac{1}{4}$ |
| 245 | 0 | 2 | |
| 7 | 15 | 8 | $\frac{1}{2}$ |
| 0 | 4 | 8 | $\frac{3}{4}$ |
| £ 311 | 18 s | 0 | $\frac{1}{4} d$ |

Adicionando a columna de farthings, achamos 9 farthings para a somma, a qual, por ser equivalente a 2 dinheiros e 1 farthing, nos leva a collocar 1 farthing por baixo da columna de farthings e a guardar 2 dinheiros para a columna seguinte.

A somma da columna de dinheiros, augmentada de 2, é de 36 dinheiros. Esta somma, por ser equivalente a 3 shillings nos leva a collocar 0 dinheiros por baixo da columna de dinheiros e a guardar para a columna seguinte 3 shillings.

A somma da columna de shillings, augmentada de 3, é de 38 shillings, a qual, por ser equivalente a 1 libra e 18 shillings, nos faz collocar 18 shillings por baixo da columna de shillings e guardar 1 libra para a columna seguinte.

A somma da columna de libras, augmentada de 1, é de 311 libras, que escrevemos por baixo da dita columna.

EXERCICIO 6

Effectuar a addição dos seguintes numeros complexos :

| | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|-----------------|
| d | d | d | d |
| (1) $3 \frac{1}{4}$ | (2) $5 \frac{1}{2}$ | (3) $4 \frac{3}{4}$ | (4) 2 |
| $2 \frac{1}{2}$ | $1 \frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $3 \frac{3}{4}$ |
| $2 \frac{3}{4}$ | $2 \frac{1}{2}$ | $1 \frac{3}{4}$ | $1 \frac{1}{2}$ |
| $1 \frac{1}{2}$ | $2 \frac{1}{4}$ | $2 \frac{3}{4}$ | $3 \frac{3}{4}$ |

| | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $s \quad d$ | $s \quad d$ | $s \quad d$ | $s \quad d$ |
| (5) $4 \quad 7$ | (6) $6 \quad 8$ | (7) $5 \quad 9$ | (8) $7 \quad 4$ |
| $3 \quad 2$ | $1 \quad 9$ | $4 \quad 2$ | $4 \quad 0$ |
| $4 \quad 6$ | $2 \quad 5$ | $2 \quad 11$ | $3 \quad 11$ |
| $4 \quad 9$ | $3 \quad 10$ | $3 \quad 8$ | $1 \quad 9$ |
| $2 \quad 10$ | $4 \quad 7$ | $1 \quad 10$ | $1 \quad 5$ |

| | | | |
|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| $s \quad d$ | $s \quad d$ | $s \quad d$ | $s \quad d$ |
| (9) $3 \quad 2 \frac{1}{2}$ | (10) $2 \quad 4 \frac{1}{2}$ | (11) $5 \quad 6 \frac{3}{4}$ | (12) $6 \quad 0 \frac{1}{2}$ |
| $4 \quad 3 \frac{3}{4}$ | $7 \quad 9 \frac{1}{2}$ | $2 \quad 9 \frac{1}{2}$ | $1 \quad 5 \frac{3}{4}$ |
| $1 \quad 5 \frac{3}{4}$ | $1 \quad 10 \frac{3}{4}$ | $3 \quad 10 \frac{3}{4}$ | $3 \quad 8 \frac{3}{4}$ |
| $2 \quad 0 \frac{1}{2}$ | $3 \quad 4 \frac{1}{2}$ | $1 \quad 8 \frac{1}{4}$ | $4 \quad 11 \frac{1}{2}$ |
| $2 \quad 4 \frac{1}{4}$ | $2 \quad 8 \frac{1}{4}$ | $4 \quad 7 \frac{1}{2}$ | $2 \quad 7 \frac{3}{4}$ |

| | £ | s | d |
|------|---|---|-----------------|
| (13) | 3 | 4 | $3 \frac{1}{2}$ |
| | 2 | 5 | $4 \frac{1}{4}$ |
| | 7 | 6 | $8 \frac{1}{2}$ |
| | 6 | 9 | $6 \frac{1}{4}$ |
| | 4 | 7 | $9 \frac{3}{4}$ |

| | £ | s | d |
|------|------|----|----|
| (14) | 287 | 9 | 11 |
| | 463 | 9 | 2 |
| | 4704 | 8 | 10 |
| | 5608 | 13 | 5 |
| | 75 | 9 | 7 |
| | 724 | 12 | 4 |
| | 795 | 10 | 3 |
| | 6618 | 15 | 2 |
| | 4 | 0 | 9 |
| | 437 | 12 | 11 |
| | 76 | 2 | 9 |
| | 7430 | 5 | 4 |
| | 685 | 17 | 6 |
| | 11 | 14 | 7 |

SUBTRACÇÃO

27. O processo para subtrahir um numero complexo de outro numero complexo funda-se nos principios da subtracção de numeros inteiros e fracções ordinarias.

Exemplo:

| | £ | s | d |
|------------|------|-----|-------------------|
| Minuendo | 27 | 5 | $2 \frac{1}{4}$ |
| Subtraendo | 13 | 17 | $4 \frac{1}{2}$ |
| Resto | £ 13 | 7 s | $9 \frac{3}{4} d$ |

Dispondo as columnas como em Adição, raciocinamos assim: não podemos tirar 2 farthings de 1 farthing, mas adicionamos 4 farthings a 1 farthing, perfazendo 5 farthings. Tirando 2 farthings de 5 farthings, obtemos para resto 3 farthings, que escrevemos por baixo da columna de farthings.

Para haver compensação, adicionamos 1 dinheiro a 4 dinheiros do Subtraendo. Então temos a tirar 5 dinheiros de 2 dinheiros e, como isto não se pôde fazer, adicionamos 12 dinheiros a 2 dinheiros, perfazendo 14 dinheiros. Tirando 5 dinheiros de 14 dinheiros, obtemos para resto 9 dinheiros, que escrevemos por baixo da columna de dinheiros.

Para haver compensação, adicionamos 1 shilling a 17 shillings do Subtraendo. Então temos a tirar 18 shillings de 5 shillings e, como isto não se pôde fazer, adicionamos 20 shillings a 5 shillings, perfazendo 25 shillings. Tirando 18 shillings de 25 shillings, obtemos para resto 7 shillings, que escrevemos por baixo da columna de shillings.

Finalmente, adicionamos, para que haja compensação, 1 libra a 13 libras do Subtraendo. Tirando 14 libras de 27 libras, obtemos para resto 13 libras, que escrevemos por baixo da columna de libras.

EXERCICIO 7

| | £ | s | d | | £ | s | d |
|--------|-------|----|-----------------|-------|-------|----|-----------------|
| (1) De | 94 | 12 | 7 | tirar | 58 | 9 | 2 |
| (2) » | 75 | 9 | 6 | » | 47 | 8 | 8 |
| (3) » | 58 | 13 | 4 | » | 49 | 14 | 5 |
| (4) » | 276 | 17 | $5\frac{1}{2}$ | » | 37 | 19 | $7\frac{1}{4}$ |
| (5) » | 1247 | 5 | $10\frac{1}{4}$ | » | 1246 | 11 | $8\frac{1}{2}$ |
| (6) » | 3000 | 10 | $7\frac{1}{2}$ | » | 2998 | 13 | $11\frac{3}{4}$ |
| (7) » | 199 | 0 | $0\frac{1}{4}$ | » | 198 | 19 | $10\frac{1}{2}$ |
| (8) » | 80609 | 5 | $2\frac{3}{4}$ | » | 79689 | 12 | $5\frac{1}{4}$ |
| (9) » | 44005 | 7 | $9\frac{1}{4}$ | » | 7896 | 10 | $2\frac{1}{2}$ |
| (10) » | 30704 | 0 | 5 | » | 29484 | 0 | $6\frac{1}{2}$ |

MULTIPLICAÇÃO

28. Para multiplicar um numero complexo, como

$$£ 4 8s 9 \frac{3}{4} d,$$

por um numero simples, como 9, teremos de formar a somma de nove expressões, cada uma igual a

$$£ 4 8s 9 \frac{3}{4} d$$

Em lugar de escrever taes expressões uma por baixo de outra, e achar a somma pelo processo de Adição, é mais expedito multiplicar cada uma das quatro quantidades componentes da expressão, separadamente por 9, calculando o valor de cada resultado como na Adição.

Exemplo :

$$\begin{array}{r}
 \text{£} \quad s \quad d \\
 4 \quad 8 \quad 9\frac{3}{4} \\
 \hline
 \quad 9 \\
 \hline
 \text{£ } 39 \quad 19s \quad 3\frac{3}{4}d
 \end{array}$$

O processo explica-se deste modo:

9 vezes 3 farthings = 27 farthings = $6\frac{3}{4}d$: pomos $\frac{3}{4}$ em baixo da columna de farthings, e guardamos 6 para a de dinheiros; 9 vezes 9 dinheiros são 81 dinheiros, e com 6 dinheiros temos 87 dinheiros = $7s 3d$: pomos 3 em baixo da columna de dinheiros, e guardamos 7 para a de shillings;

9 vezes 8 shillings = 72 shillings, e com 7 shillings temos 79 shillings = £ 3 19s: pomos 19 em baixo da columna de shillings e guardamos 3 para a de libras; finalmente, 9 vezes 4 libras = 36 libras, e com 3 libras temos 39 libras que escrevemos em baixo da columna de libras.

29. Quando o multiplicador pode ser decomposto em 2 factores, cada um dos quaes seja menor que 12, multiplica-se a expressão complexa primeiro por um dos factores, e depois multiplica-se o producto pelo outro factor, como no caso da Multiplicação de inteiros.

Assim se tivermos a multiplicar £ 12 4s $7\frac{1}{2}d$ por 15, multiplicaremos primeiro por 5 e depois por 3, deste modo:

$$\begin{array}{r}
 \text{£} \quad s \quad d \\
 12 \quad 4 \quad 7\frac{1}{2} \\
 \hline
 \quad 5 \\
 \hline
 61 \quad 3 \quad 1\frac{1}{2} \quad \text{Producto por 5} \\
 \hline
 \quad 3 \\
 \hline
 \text{£ } 183 \quad 9s \quad 4\frac{1}{2}d \quad \text{Producto por 15}
 \end{array}$$

Analogamente, para multiplicar £ 17 14s 9d por 180, podemos proceder assim:

| £ | s | d | |
|--------|------|-----|------------------|
| 17 | 14 | 9 | |
| | | | 10 |
| 177 | 7 | 6 | Producto por 10 |
| | | | 6 |
| 1064 | 5 | 0 | Producto por 60 |
| | | | 3 |
| £ 3192 | 15 s | 0 d | Producto por 180 |

EXERCICIO 8

Achar o valor de

- (1) 4 objectos a 7s 3d cada um.
- (2) 5 a 14d.
- (3) 6 a $7\frac{1}{2}d$.
- (4) 7 a 9s 6d.
- (5) 8 a 2s 4d.
- (6) 10 a $2s\ 2\frac{1}{2}d$.
- (7) 11 a £ 2 1s 4d.
- (8) 12 a £ 1 4s 3d.
- (9) 14 a 17s 6d.
- (10) 15 a $7s\ 10\frac{1}{2}d$.
- (11) 16 a 27s.
- (12) 18 a 17s 6d.
- (13) 20 a £ 5 11s 4d.
- (14) 21 a $5s\ 7\frac{1}{2}d$.
- (15) 22 a £ 5 11s 4d.
- (16) 24 a £ 4 7s 2d.
- (17) 25 a 4s 6d.
- (18) 27 a $5s\ 11\frac{1}{2}d$.

- (19) 28 a 2s 8d.
- (20) 30 a £ 1 12s.
- (21) 33 a £ 1 2s.
- (22) 35 a £ 1 2s 6d.
- (23) 36 a $6s\ 2\frac{1}{2}d$.
- (24) 42 a £ 1 12s 6d.
- (25) 44 a 19s 10d.
- (26) 45 a 19s 4d.
- (27) 48 a 3s 7d.
- (28) 50 a $2s\ 5\frac{1}{2}d$.
- (29) 77 a $3s\ 2\frac{1}{4}d$.
- (30) 224 a $3\frac{1}{2}d$.
- (31) 336 a $5\frac{1}{2}d$.
- (32) 360 a 5s 4d.
- (33) 560 a 1s 4d.

30. Quando o multiplicador não pôde ser decomposto em factores, procede-se como nos seguintes exemplos:

Exemplo (1).— Multiplicar £ 17 12s $9\frac{1}{4}d$ por 79.

| £ | s | d | |
|--------|-----|-------------------|------------------|
| 17 | 12 | $9\frac{1}{4}$ | |
| | | | 10 |
| 176 | 7 | $8\frac{1}{2}$ | Producto por 10 |
| | | | 7 |
| 1234 | 13 | $11\frac{1}{2}$ | Producto por 70 |
| | | | 9 |
| 158 | 14 | $11\frac{1}{4}$ | Producto por 9 |
| | | | $\frac{3}{4}$ |
| £ 1393 | 8 s | 10 $\frac{3}{4}d$ | Producto por 79. |

Exemplo (2). — Multiplicar £ 3 17s 9 $\frac{1}{2}$ d por 3296.

| £ | s | d | |
|---------|-----|-----------------|---------------------------------|
| 3 | 17 | 9 $\frac{1}{2}$ | |
| | | 10 | |
| 38 | 17 | 11 | Producto por 10 |
| | | 10 | |
| 388 | 19 | 2 | Producto por 100 |
| | | 10 | |
| 3889 | 11 | 8 | Producto por 1000 |
| | | 3 | |
| 11668 | 15 | 0 | Producto por 3000 |
| 777 | 18 | 4 | » por 200 ou 2 vezes a 5ª linha |
| 350 | 1 | 3 | » por 90 ou 9 vezes a 3ª linha |
| 23 | 6 | 9 | » por 6 ou 6 vezes a 1ª linha |
| £ 12820 | 1 s | 4 d | Producto por 3296 ou Total. |

31. O methodo seguinte pode ser empregado com vantagem. Consideremos o exemplo precedente. O calculo é tão simples que dispensa qualquer explicação.

| | | |
|-----|--------------|---|
| 2 | 3296 | |
| d | 1648 | |
| | 29664 | resultado da multiplicação da 1ª linha por 9 |
| 12 | 31312 | |
| | s 2009 e 4d | |
| | 23072 | } resultado da multiplicação da 1ª linha por 17 |
| | 3296 | |
| 2,0 | 5864,1 | |
| | £ 2932 e 1s. | |
| | 9888 | resultado da multiplicação da 1ª linha por 3 |
| | £ 12820 | 1 s 4 d |

EXERCICIO 9

Achar o valor de

- (1) 29 objectos a 4 s 6 d cada um.
- (2) 39 a 12 s 6 $\frac{1}{2}$ d
- (3) 47 a 1 s 6 $\frac{1}{2}$ d
- (4) 71 a 1 s 8 d
- (5) 89 a 6 s 8 d
- (6) 123 a 5 s 6 $\frac{1}{2}$ d
- (7) 145 a £ 1 3 s 2 d
- (8) 2154 a £ 7 1 s 3 d
- (9) 3210 a £ 1 18 s 6 $\frac{3}{4}$ d
- (10) 2175 a £ 2 15 s 4 $\frac{1}{2}$ d
- (11) 3684 a £ 2 6 s 9 $\frac{1}{4}$ d

32. O seguinte processo de calculo é muito expedito :

Achar o custo de 12 objectos a 3 $\frac{1}{4}$ d cada um.

O custo de 12 objectos a 1 d cada um é 1 shilling

» » » » » » $\frac{1}{4}$ d » » » 3 dinheiros
 » » » » » » 3 $\frac{1}{4}$ d » » » 3 s 3 d

Daqui resulta a regra seguinte :

Para calcular o custo de 12 objectos quando o preço de cada um é dado em dinheiros e farthings, tomam-se tantos shillings quantos são os dinheiros no preço dado, e tantas vezes tres dinheiros quantos forem os farthings.

12 objectos a $5\frac{1}{3}d$ cada um custam $5s 9d$

» a $7\frac{1}{2}d$ » » » $7s 6d$

» a $9\frac{1}{4}d$ » » » $9s 3d$

» a $17\frac{1}{2}d$ » » » $17s 6d$

Consequentemente, o valor de 24 objectos a $5d = 2 \times 5s = 10s$

Consequentemente, o valor de 24 objectos a $4\frac{1}{3}d = 2 \times (4s 9d) = 9s 6d$

Consequentemente, o valor de 36 objectos a $7\frac{1}{2}d = 3 \times (7s 6d) = 22s 6d$

Consequentemente, o valor de 36 objectos a $16\frac{1}{4}d = 3 \times (16s 3d) = 48s 9d$

E assim por diante, para qualquer multiplo de 12. Analogamente obtemos um methodo facil de calcular nos casos como os seguintes :

Custo de 15 objectos a $2\frac{1}{2}d =$ custo de 12 + custo

de 3 = $2s 6d + 7\frac{1}{2}d = 3s 1\frac{1}{2}d$

Custo de 57 objectos a $4\frac{1}{2}d =$ custo de 48 + custo

de 9 = $18s + 3s 4\frac{1}{2}d = 21s 4\frac{1}{2}d$

Custo de 111 objectos a $7\frac{1}{4}d =$ custo de 108 +

+ custo de 3 = $65s 3d + 1s 9\frac{1}{4}d = 67s 0\frac{1}{4}d$

EXERCICIO 10

Empregando o processo mais expedito, achar o custo de

(1) 3 objectos a $2\frac{1}{4}d$

(3) $7a 4\frac{1}{3}d$

(5) $6a 9\frac{1}{3}d$

(7) $4a 10\frac{1}{3}d$

(9) $10a 4\frac{1}{2}d$

(11) $9a 7\frac{1}{4}d$

(13) $12a 4\frac{1}{4}d$

(15) $12a 9\frac{1}{3}d$

(17) $12a 1s 2\frac{1}{2}d$

(19) $12a 1s 5\frac{1}{4}d$

(21) $13a 4\frac{1}{2}d$

(23) $15a 7\frac{1}{3}d$

(25) $17a 5\frac{1}{2}d$

(27) $19a 8\frac{1}{4}d$

(29) $26a 2\frac{1}{2}d$

(31) $33a 5\frac{1}{2}d$

(2) $5a 3\frac{1}{2}d$

(4) $8a 7\frac{1}{2}d$

(6) $9a 11\frac{1}{2}d$

(8) $11a 3\frac{1}{4}d$

(10) $7a 10\frac{1}{3}d$

(12) $11a 11\frac{1}{2}d$

(14) $12a 7\frac{1}{2}d$

(16) $12a 11\frac{1}{4}d$

(18) $12a 1s 4\frac{1}{3}d$

(20) $12a 1s 7\frac{1}{3}d$

(22) $14a 5\frac{1}{4}d$

(24) $16a 8\frac{1}{2}d$

(26) $18a 9\frac{1}{3}d$

(28) $20a 5\frac{1}{3}d$

(30) $28a 4\frac{1}{4}d$

(32) $37a 9\frac{1}{3}d$

(33) 41 a $7\frac{3}{4} d$

(34) 43 a $8\frac{1}{2} d$

(35) 57 a $2\frac{1}{4} d$

(36) 73 a $3\frac{1}{2} d$

(37) 87 a $4\frac{1}{4} d$

(38) 90 a $5\frac{1}{2} d$

(39) 97 a $9\frac{1}{4} d$

33. O processo de dividir uma quantidade complexa por um numero simples é baseado sobre os principios explicados nos casos de Divisão de inteiros e frações ordinarias. Os seguintes exemplos esclarecem :

Exemplo (1). Dividir £ 13 17 s $1\frac{1}{2} d$ por 9

$$\begin{array}{r} \text{£} \quad \text{s} \quad \text{d} \\ 9) \quad 13 \quad 17 \quad 1\frac{1}{2} \\ \hline \text{£} 1 \quad 10 \text{ s} \quad 9\frac{1}{2} \text{ d} \text{ Quociente} \end{array}$$

Raciocina-se assim :

£ 13 dividido por 9 dá £ 1 para quociente e £ 4 para resto ;

£ 4 = 80 shillings, e mais 17 shillings são 97 shillings; 97 s dividido por 9 dá 10 s para quociente e 7 s para resto ;

7 s = 84 dinheiros, e mais 1 dinheiro são 85 dinheiros ;

85 d dividido por 9 dá 9 d para quociente e 4 d para resto ;

4 d = 16 farthings, e mais 2 farthings são 18 farthings ;

18 q dividido por 9 dá 2 q para quociente, sem que haja resto.

Exemplo (2). Dividir £ 51 15 s 5 d por 35

$$\begin{array}{r} \text{£} \quad \text{s} \quad \text{d} \\ \text{Os factores de 35 são } \left\{ \begin{array}{l} 5 \left| \begin{array}{l} 51 \quad 15 \quad 5 \\ \hline 10 \quad 7 \quad 1 \end{array} \right. \\ 7 \left| \begin{array}{l} 10 \quad 7 \quad 1 \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \hline \text{£} 1 \quad 9 \text{ s} \quad 7 \text{ d} \text{ Quociente} \end{array}$$

Exemplo (3). Dividir £ 53 15 s 8 d por 112

$$\begin{array}{r} \text{£} \quad \text{s} \quad \text{d} \\ \text{Os factores de 112 são } \left\{ \begin{array}{l} 4 \left| \begin{array}{l} 53 \quad 15 \quad 8 \\ \hline 13 \quad 8 \quad 11 \end{array} \right. \\ 4 \left| \begin{array}{l} 13 \quad 8 \quad 11 \end{array} \right. \\ 7 \left| \begin{array}{l} 3 \quad 7 \quad 2\frac{3}{4} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \hline 9 \text{ s} \quad 7\frac{1}{4} \text{ d} \text{ Quociente} \end{array}$$

Exemplo (4). Dividir £ 119232 1 s $10\frac{1}{2} d$ por 3465

$$\begin{array}{r} \text{£} \quad \text{s} \quad \text{d} \\ 3465) 119232 \quad 1 \quad 10\frac{1}{2} \quad (\text{£} 34 \\ \hline 10395 \\ \hline 15282 \\ \hline 13860 \\ \hline 1422 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$3465) 28441 \text{ (8 s)}$$

$$\underline{27720}$$

$$721$$

$$\underline{12}$$

$$3465) 8662 \text{ (2 d)}$$

$$\underline{6930}$$

$$1732$$

$$\underline{4}$$

$$3465) 6930 \text{ (2 g)}$$

$$\underline{6930}$$

portanto, o quociente é £ 34 8 s 2 $\frac{1}{2}$ d

EXERCICIO 11

I. Dividir

(1) £ 1 3 s 7 $\frac{1}{2}$ por 3

(2) £ 39 7 s 6 d por 7

(3) £ 11 3 s 6 d por 12

(4) £ 43 12 s 8 d por 11

(5) £ 6 2 s 11 d por 10

(6) £ 22 11 s 6 d por 12

II. Dividir

(1) £ 98 11 s 9 d por 54

(2) £ 13 7 s 9 d por 63

(3) £ 29 14 s 0 d por 108

(4) £ 15 8 s 0 d por 132

(5) £ 3 9 s 4 $\frac{1}{2}$ d por 45

(6) £ 43 12 s 8 d por 44

III. Dividir

(1) £ 167 19 s 2 d por 145

(2) £ 40 8 s 4 $\frac{1}{4}$ d por 241

(3) £ 453 11 s 9 $\frac{1}{4}$ d por 365

(4) £ 40669 2 s 1 d por 9652

(5) £ 93 1 s 2 $\frac{1}{4}$ d por 291

(6) £ 139 3 s 6 d por 117

IV. Achar o valor do seguinte:

(1)
$$\frac{£ 13 17 s 1 \frac{1}{2} d}{9}$$

(2)
$$\frac{£ 86 16 s 4 \frac{3}{4} d}{11}$$

(3)
$$\frac{£ 8 4 s 3 d}{12}$$

(4)
$$\frac{£ 1 9 s}{48}$$

(5)
$$\frac{£ 53 15 s 8 d}{112}$$

(6)
$$\frac{£ 14}{240}$$

(7)
$$\frac{£ 155 7 s 6 d}{1320}$$
 (8) £ 122 15 s 4 d \div 58

(9) £ 70 3 s 2 $\frac{3}{4}$ d \div 95

(10) £ 167 4 s 3 d \div 117

(11) £ 71 10 s 6 d \div 125

(12) £ 120 10 s 7 d \div 216

(13) £ 2184 17 s 8 d \div 504

34. Uma quantidade será contida em outra da mesma especie sempre que a medida da primeira for contida na medida da segunda, a mesma unidade de medida sendo tomada em ambos os casos.

Exemplo (1). Quantas vezes 1 s 1 d são contidos em 16 s 3 d ?

$$1 s 1 d = 13 d \quad \text{e} \quad 16 s 3 d = 195 d$$

Ora, 13 se contém 15 vezes em 195; portanto,

$$13 d \text{ se contém } 15 \text{ vezes em } 195 d$$

Exemplo (2). Quantas vezes £ 4 3 s 2 d se contém em £ 87 6 s 6 d ?

$$£ 4 3 s 2 d = 998 d; \text{ e } £ 87 6 s 6 d = 20958 d$$

Ora, $20958 \div 998 = 21$; portanto,

$$£ 4 3 s 2 d \text{ se contém } 21 \text{ vezes em } £ 87 6 s 6 d$$

EXERCICIO 12

- (1) Quantas vezes £ 346 16 s se contém em £ 34680 ?
 (2) » » £ 5 11 s 4 d se contém em £ 122 9 s 4 d ?
 (3) Quantas vezes £ 1 12 s 6 d se contém em £ 68 5 s ?
 (4) Quantas vezes £ 17 12 s 9 $\frac{1}{4}$ d se contém em £ 1393 8 s 10 $\frac{3}{4}$ d ?
 (5) Por quantas pessoas podem ser repartidas £ 641 14 s 11 $\frac{1}{4}$ d, de modo que toque a cada uma £ 2 15 s 6 $\frac{3}{4}$ d ?

FRACÇÕES

35. *Exemplo (1).* Achar o valor de $\frac{3}{4}$ de 14 s 8 d

Ora,

$$\frac{1}{4} \text{ de } 14 \text{ s } 8 \text{ d} = \frac{14 \text{ s } 8 \text{ d}}{4} = 3 \text{ s } 8 \text{ d};$$

portanto,

$$\frac{3}{4} \text{ de } 14 \text{ s } 8 \text{ d} = 3 \times 3 \text{ s } 8 \text{ d} = 11 \text{ s}$$

E' indifferente dividir por 4 e depois multiplicar o quociente por 3, ou primeiro multiplicar por 3 e depois dividir por 4 o producto. Assim:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \text{ de } 14 \text{ s } 8 \text{ d} &= \frac{3 \times 14 \text{ s } 8 \text{ d}}{4} = \\ &= \frac{44 \text{ s}}{4} = 11 \text{ s} \end{aligned}$$

Exemplo (2). Achar o valor de $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{7}$ de £ 43 4 s 6 d

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \text{ de } \frac{5}{7} \text{ de } £ 43 \text{ 4 s } 6 \text{ d} &= \frac{10}{21} \text{ de } £ 43 \text{ 4 s } 6 \text{ d} \\ &= \frac{10 \times £ 43 \text{ 4 s } 6 \text{ d}}{21} \\ &= 10 \times £ 2 \text{ 1 s } 2 \text{ d} = £ 20 \text{ 11 s } 8 \text{ d} \end{aligned}$$

Exemplo (3). Qual o valor de 2 $\frac{3}{7}$ de 14 s 9 d ?

$$\begin{aligned} 2 \frac{3}{7} \text{ de } 14 \text{ s } 9 \text{ d} &= \frac{17}{7} \text{ de } 14 \text{ s } 9 \text{ d} = \frac{17}{7} \text{ de } \\ 177 \text{ d} &= \frac{17 \times 177 \text{ d}}{7} = \frac{3009 \text{ d}}{7} = 429 \frac{6}{7} \text{ d} = \\ &= £ 1 \text{ 15 s } 9 \frac{6}{7} \text{ d} \end{aligned}$$

NOTA — Para achar o valor de $\frac{3}{5} \times 2 \text{ s } 9 \text{ d}$, podemos substituir o signal \times pelo termo *de*. Assim

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \times 2 \text{ s } 9 \text{ d} &= \frac{3}{5} \text{ de } 2 \text{ s } 9 \text{ d} = \frac{8 \text{ s } 3 \text{ d}}{5} = \\ &= 1 \text{ s } 7 \frac{4}{5} \text{ d} \end{aligned}$$

Exemplo (4). Dividir 4 s 2 d por $\frac{5}{8}$

$$\begin{aligned} 4 \text{ s } 2 \text{ d} \div \frac{5}{8} &= 4 \text{ s } 2 \text{ d} \times \frac{8}{5} \\ &= \frac{8}{5} \text{ de } 4 \text{ s } 2 \text{ d} = 8 \times 10 \text{ d} = 6 \text{ s } 8 \text{ d} \end{aligned}$$

Exemplo (5). Dividir £ 4 3 s 9 d por 2 $\frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} £ 4 \text{ 3 s } 9 \text{ d} \div 2 \frac{2}{3} &= £ 4 \text{ 3 s } 9 \text{ d} \div \frac{8}{3} \\ &= \frac{3}{8} \text{ de } £ 4 \text{ 3 s } 9 \text{ d} = \frac{£ 12 \text{ 11 s } 3 \text{ d}}{8} = \\ &= £ 1 \text{ 11 s } 4 \frac{7}{8} \text{ d} \end{aligned}$$

EXERCICIO 13

Achar o valor de

- (1) $\frac{3}{4}$ de 4 s 9 d
 (2) $\frac{5}{8}$ de 7 s 2 d
 (3) $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ de 4 s 10 d
 (4) $\frac{2}{7}$ de 3 s 6 d
 (5) 9 $\frac{1}{3}$ de 1 s 1 $\frac{1}{2}$ d
 (6) $\frac{27}{56}$ de £ 99 14 s
 (7) 2 $\frac{3}{5}$ de £ 5 2 s 6 d
 (8) 2 $\frac{2}{3}$ de 3 $\frac{2}{5}$ de £ 17 7 s 6 d
 (9) 2 $\frac{13}{45}$ de £ 32 5 s 8 d
 (10) £ 425 3 s 9 d $\times \frac{7}{15}$
 (11) £ 257 2 s 3 d $\times \frac{5}{12}$
 (12) £ 17 7 s 7 $\frac{1}{4}$ d $\times 4 \frac{5}{47}$
 (13) £ 101 17 s 5 d $\times 3 \frac{1}{23}$
 (14) £ 2 6 s 9 d $\div 1 \frac{1}{3}$
 (15) £ 60 1 s 8 d $\div \frac{7}{9}$
 (16) £ 36 2 s 9 d $\div 4 \frac{1}{5}$

(17) £ 53 15 s 8 d $\div 6 \frac{10}{17}$

(18) $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{9}$ de £ 83 16 s 3 d

NOTA — Para multiplicar uma expressão complexa por um numero mixto não é necessario mudar o numero mixto em fracção impropria, como no *Exemplo* (3). Póde-se effectuar a multiplicação mais destramente, primeiro pela parte fraccionaria, depois pelo inteiro, e sommar os dois resultados. Assim, para multiplicar £ 427 12 s 9 d por $5 \frac{2}{3}$, procederemos deste modo :

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--------|-----------------|----|--|-----|---|---|--|--|-----|---|----|--|--|------|---|---|--|--|--------|---|---|---|
| £ | s | d | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 427 | 12 | 9 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | $5 \frac{2}{3}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 5%; padding-right: 5px;">3</td> <td style="width: 15%; padding-right: 5px; border-right: 1px solid black;">855</td> <td style="width: 5%; padding-right: 5px;">5</td> <td style="width: 5%; padding-right: 5px; border-right: 1px solid black;">6</td> <td style="padding-left: 5px;">resultado da multiplicação da primeira linha por 2</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="border-right: 1px solid black;">285</td> <td style="padding-right: 5px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black;">10</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="border-right: 1px solid black;">2138</td> <td style="padding-right: 5px;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black;">9</td> <td style="padding-left: 5px;">resultado da multiplicação da primeira linha por 5</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;">£ 2423</td> <td style="padding-right: 5px; border-bottom: 1px solid black;">5</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding-right: 5px;">7</td> <td style="padding-left: 5px; border-bottom: 1px solid black;">d</td> </tr> </table> | | | | 3 | 855 | 5 | 6 | resultado da multiplicação da primeira linha por 2 | | 285 | 1 | 10 | | | 2138 | 3 | 9 | resultado da multiplicação da primeira linha por 5 | | £ 2423 | 5 | 7 | d |
| 3 | 855 | 5 | 6 | resultado da multiplicação da primeira linha por 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 285 | 1 | 10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 2138 | 3 | 9 | resultado da multiplicação da primeira linha por 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | £ 2423 | 5 | 7 | d | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

EXERCICIO 14

Multiplicar

- (1) £ 245 13 s 4 d por $5 \frac{3}{4}$
 (2) £ 439 18 s 3 d por $7 \frac{1}{3}$
 (3) £ 4214 15 s 2 d por $6 \frac{5}{7}$
 (4) £ 8629 12 s 8 d por $3 \frac{5}{8}$
 (5) £ 7253 17 s 6 d por $2 \frac{3}{5}$
 (6) £ 4372 19 s 4 d por $6 \frac{3}{8}$

36. OUTROS MODOS DE CALCULO—Exemplo (1). Quantos shillings e dinheiros são contidos em $\frac{5}{8}$ de uma libra?

$$\begin{aligned}\frac{5}{8} \text{ de uma libra} &= \frac{5}{8} \text{ de } 20 \text{ shillings} \\ &= \frac{5 \times 20}{8} \text{ shillings} \\ &= \frac{100}{8} \text{ s} \\ &= 12 \text{ s } 6 \text{ d}\end{aligned}$$

Exemplo (2). Achar o valor de $\frac{3}{7}$ de £ 15 5 s 8 d

$$\begin{aligned}\frac{3}{7} \text{ de } \text{£ } 15 \text{ } 5 \text{ s } 8 \text{ d} &= 3 \text{ vezes } \frac{1}{7} \text{ de } \text{£ } 15 \text{ } 5 \text{ s } 8 \text{ d} \\ &= 3 \text{ vezes } \text{£ } 2 \text{ } 3 \text{ s } 8 \text{ d} \\ &= \text{£ } 6 \text{ } 11 \text{ s}\end{aligned}$$

ou assim

| | | |
|----|---|---|
| £ | s | d |
| 15 | 5 | 8 |
| | | 3 |

| | | | |
|---|----|----|---|
| 7 | 45 | 17 | 0 |
|---|----|----|---|

$$\text{£ } 6 \text{ } 11 \text{ s } 0 \text{ d}$$

Exemplo (3). Expressar 14 s 7 d como fracção de £ 5

$$14 \text{ s } 7 \text{ d} = 175 \text{ d}, \quad \text{e } \text{£ } 5 = 1200 \text{ d}$$

Ora $1 \text{ d} = \frac{1}{1200}$ de 1200 d; portanto,

$$175 \text{ d} = \frac{175}{1200} \text{ de } 1200 \text{ d}$$

Donde a fracção procurada é $\frac{175}{1200}$ ou $\frac{35}{240}$ ou $\frac{7}{48}$

Exemplo (4). Expressar $\frac{2}{3}$ de 5 s 9 d como fracção de 4 s 7 d

$$5 \text{ s } 9 \text{ d} = 69 \text{ d}, \quad \text{e } 4 \text{ s } 7 \text{ d} = 55 \text{ d}$$

Portanto,

$$5 \text{ s } 9 \text{ d} = \frac{69}{55} \text{ de } 4 \text{ s } 7 \text{ d}$$

Donde

$$\frac{2}{3} \text{ de } 5 \text{ s } 9 \text{ d} = \frac{2}{3} \text{ de } \frac{69}{55} \text{ de } 4 \text{ s } 7 \text{ d}$$

$$\text{Logo, a fracção procurada} = \frac{2 \times 69}{3 \times 55} \text{ ou } \frac{46}{55}$$

Exemplo (5). Quaes os modos, aparentemente diversos, por que pôde ser formulada a questão :

expressar 3 shillings como fracção de 6 shillings?

Solução — Esta questão pôde ser formulada nos seguintes termos :

- (1) Reduzir 3 shillings á fracção de 6 shillings.
- (2) Que parte de 6 shillings são 3 shillings?
- (3) Que fracção de 6 shillings são 3 shillings?
- (4) Se 6 shillings são a unidade, qual a medida de 3 shillings?

EXERCICIO 15

- (1) Expressar $1 \frac{3}{4} \text{ d}$ como fracção de $6 \text{ s } 8 \frac{1}{2} \text{ d}$
- (2) Expressar £ 10 5 s 4 d como fracção de £ 11 6 s 5 d
- (3) Reduzir $9 \text{ s } 10 \frac{1}{2} \text{ d}$ á fracção de $13 \text{ s } 2 \frac{1}{4} \text{ d}$

REDUÇÃO DE DECIMAES

37. *Exemplo (1)*. Quantos shillings e dinheiros são contidos em 0.375 de uma libra?

$$0.375 \text{ de } \text{£} 1 = (20 \times 0.375) \text{ s} \\ = 7.5 \text{ s}$$

e

$$0.5 \text{ de } 1 \text{ s} = (12 \times 0.5) \text{ d} \\ = 6 \text{ d}$$

Portanto,

$$0.375 \text{ de } \text{£} 1 = 7 \text{ s } 6 \text{ d}$$

A operação é effectuada mais brevemente assim :

$$\begin{array}{r} \text{£} 0.375 \\ \quad 20 \\ \hline \text{s } 7.500 \\ \quad 12 \\ \hline \text{d } 6.000 \end{array}$$

Exemplo (2). Achar o valor de 3.16875 de £ 1

$$\begin{array}{r} \text{£} 3.16875 \\ \quad 20 \\ \hline \text{s } 3.37500 \\ \quad 12 \\ \hline \text{d } 4.50000 \\ \quad 4 \\ \hline \text{q } 2.00000 \end{array}$$

Portanto,

$$\text{£} 3.16875 = \text{£} 3 \text{ s } 4 \frac{1}{2} \text{ d}$$

Exemplo (3). Achar o valor de 0.4256 de 12 s 8 d

$$0.4256 \text{ de } 12 \text{ s } 8 \text{ d} = 0.4256 \text{ de } 152 \text{ d} = \\ = (152 \times 0.4256) \text{ d}$$

$$\begin{array}{r} 0.4256 \\ \quad 152 \\ \hline 8512 \\ 21280 \\ 4256 \\ \hline 64.6912 \end{array}$$

Valor pedido = 64.6912 d

Exemplo (4). Achar o valor de 0.25 de £ 1

$$0.25 \text{ de } \text{£} 1 = \frac{25}{100} \text{ de } \text{£} 1 = \frac{25}{90} \text{ de } \text{£} 1 = \frac{460}{90} \text{ s} \\ = 5 \text{ s } 1 \frac{1}{3} \text{ d}$$

Ou assim

$$\begin{array}{r} \text{£} 0.25555\dots \\ \quad 20 \\ \hline \text{s } 5.1111\dots \\ \quad 12 \\ \hline \text{d } 1.3333\dots \end{array}$$

Valor pedido = 5 s 1 $\frac{1}{3}$ d

EXERCICIO 16

Achar o valor de

(1) 0.625 de £ 1

(2) £ 15.275

(3) £ 0.009765

(4) 2.003125 de £ 8

(5) 0.046875 de £ 3

(6) 2.46875 de £ 1 3 s

(7) 0.425 de 3 s 4 d

(8) 4.13 de 12 s 3 d

(9) 0.83 de 5 s

(10) 5.247 de £ 5 2 s 6 d

(11) 0.45 de £ 3 10 s + 0.75 de 4 s 8 d + 3.245 de 3 s 4 d

(12) 0.7 de £ 1 + 0.8 de 7 s 6 d - 2.45 de 1 s 8 d

(13) 0.285714 de £ 3 3 s + 0.142857 de £ 3

+ 0.34 de 16 s 6 d

38. Os exemplos seguintes ilustram a operação inversa da anterior.*Exemplo (1).* Exprimir 5 s 6 d como decimal de £ 1
 $5\ s\ 6\ d = 66\ d$ e $£\ 1 = 240\ d$

portanto,

$$5\ s\ 6\ d = \frac{66}{240} \text{ de } £\ 1$$

Ora,

$$\frac{66}{240} = \frac{11}{40} = 0.275$$

portanto,

$$5\ s\ 6\ d = 0.275 \text{ de } £\ 1$$

Ou, mais brevemente, assim:

| | |
|----|---------|
| 12 | 6.0 d |
| 20 | 5.5 s |
| | 0.275 £ |

A explicação é esta :

Expressamos primeiramente 6 d como decimal de um shilling, isto é, 0.5; depois expressamos 5.5 s como decimal de uma libra, isto é, 0.275

Exemplo (2). Exprimir £ 7 15 s 10 $\frac{1}{2}$ d como decimal de £ 1

| | |
|----|-----------|
| 4 | 2.0 |
| 12 | 10.5 |
| 20 | 15.875 |
| | £ 7.79375 |

Exemplo (3). Exprimir £ 3 5 s 9 d como decimal de £ 5 7 s 6 d

| | |
|-----------|-----------|
| £ s d | £ s d |
| 3 5 9 | 5 7 6 |
| <u>20</u> | <u>20</u> |
| 65 | 107 |
| <u>12</u> | <u>12</u> |
| 789 | 1290 |

Ora

$$\frac{789}{1290} = \frac{263}{430} = \frac{26.3}{43} = 0.611\dots$$

portanto,

$$£\ 3\ 5\ s\ 9\ d = 0.611\dots \text{ de } £\ 5\ 7\ s\ 6\ d$$

Exemplo (4). Exprimir $\frac{2}{3}$ de 5 s 9 $\frac{1}{4}$ d como decimal de $\frac{3}{5}$ de 6 s 2 d

$$5\ s\ 9\ \frac{1}{4}\ d = 277\ q \quad \text{e} \quad 6\ s\ 2\ d = 296\ q$$

portanto,

$$\frac{2}{3} \text{ de } 5 \text{ s } 9 \frac{1}{4} \text{ d} = \frac{\frac{2}{3} \times 277}{\frac{3}{5} \times 296} \text{ de } \frac{3}{5} \text{ de } 6 \text{ s } 2 \text{ d}$$

Ora

$$\frac{\frac{2}{3} \times 277}{\frac{3}{5} \times 296} = \frac{2 \times 277 \times 5}{3 \times 296 \times 3} = \frac{1385}{1332} = 1.039 \dots$$

EXERCICIO 17

- (1) Reduzir 16 s 3 $\frac{3}{4}$ d á decimal de uma libra
- (2) Reduzir 8 s 0 $\frac{1}{4}$ d á decimal de £ 3
- (3) Exprimir £ 1 2 s 3 $\frac{1}{4}$ d como decimal de £ 17 16 s 4 d
- (4) Que decimal de £ 2 são 11 s 9 $\frac{3}{4}$ d?
- (5) Reduzir $\frac{2}{3}$ de £ 4 6 s 9 d á decimal de £ 2 10 s
- (6) Exprimir $\frac{3}{5}$ de 14 s 4 d como decimal de £ 1
- (7) Reduzir 2 s 6 d á decimal de $\frac{5}{12}$ de £ 1
- (8) Exprimir 18 s 4 $\frac{1}{2}$ d como decimal de £ 1000
- (9) Reduzir £ 24.25 + 3.4125 s + 0.25 d á decimal de £ 10
- (10) Exprimir 0.43 de 8 s 3 d como decimal de 0.01 de £ 9
- (11) Exprimir 0.04 de £ 2 5 s + 0.23 de 3 s 9 d como decimal de 0.245 de £ 4 3 s 3 d, para quatro casas de decimaes.

(12) Adicionar £ 15.125, 17.3125 shillings e 9.75 dinheiros, e reduzir o resultado á decimal de £ 25

(13) Se 1 $\frac{2}{3}$ de uma somma monetaria é igual aos $\frac{3}{7}$ de 5 s 10 d, achar a somma.

(14) Qual a somma monetaria da qual $\frac{13}{23}$ são £ 5 2 s 11 d?

(15) Achar o valor de 0.55 de £ 3 + 0.34875 de £ 10 + 5.46875 de £ 3

(16) Qual é o valor de $\frac{3 + \frac{1}{4}}{4 + \frac{1}{5}}$ de £ 26 5 s?

(17) Achar o valor de:

$\frac{1}{4}$ de 17 s 8 d + 2.625 de 1 s - $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{8}$ de 5 s 4 d + 0.263 de 25 s, e reduzir o resultado á decimal de £ 5

(18) Sommar 0.40972 de 3 s a 0.27 de 8 s, e exprimir o resultado como decimal de £ 1

(19) Subtrair 0.427083 de £ 1 de 0.2345 de £ 6 17 s 6 d, e reduzir o resultado á decimal de £ 5

(20) Sommar $\frac{3}{28}$ de 17 s 6 d e 0.997916 de £ 1, e reduzir o resultado á decimal de £ 5

(21) Achar o valor de $\frac{1}{9} \times 0.47$ de £ 360 2 s 3 d

(22) Achar o valor de 0.01 \times 0.101 de £ 74 18 s 6 d

(23) Exprimir $\frac{4}{9}$ de 21 s + $\frac{3}{8}$ de $\frac{1}{2}$ de £ 1 - $\frac{1}{12}$ de $\frac{3}{4}$ de 5 s - $\frac{1}{6}$ de $\frac{13}{18}$ de 1 s como decimal de 1 libra.

B) TEMPO

REDUÇÃO

39. Conhecidas as divisões do tempo e as relações entre as suas unidades, fácil se torna o cálculo. Os símbolos :

A, S, D, h, m, s.

designam respectivamente

anos, semanas, dias, horas, minutos e segundos.

Os seguintes exemplos podem ser resolvidos, sem nenhuma explicação mais.

EXERCICIO 18

(1) Reduzir $\begin{matrix} h & m & s \\ 6 & 17 & 25 \end{matrix}$ a segundos; $\begin{matrix} h & m & s \\ 17 & 0 & 43 \end{matrix}$ a segundos.

(2) Reduzir $\begin{matrix} A & D & h \\ 3 & 143 & 16 \end{matrix}$ a segundos; $\begin{matrix} A & D & h & m \\ 1 & 13 & 0 & 4 \end{matrix}$ a minutos.

(3) Reduzir 48567 minutos a dias; 23576 segundos a horas.

(4) Reduzir 742392 segundos a dias; 174296 segundos a dias.

(5) Achar o numero de dias, contando do meio dia de um ao meio dia do outro, entre os seguintes dias do anno de 1907 : 23 de fevereiro e 23 de maio; 21 de julho e 15 de dezembro; 24 de janeiro e 17 de outubro; 15 de fevereiro e 21 de junho.

Tambem entre o meio dia de 25 de dezembro de 1907, e o meio dia de 25 de maio de 1908.

ADDIÇÃO

| | <i>h</i> | <i>m</i> | <i>s</i> | | <i>D</i> | <i>h</i> | <i>m</i> |
|-----|-----------|-----------|-----------|-----|-----------|----------|-----------|
| (6) | 14 | 21 | 37 | (7) | 23 | 15 | 16 |
| | 17 | 13 | 32 | | 57 | 12 | 38 |
| | 9 | 47 | 43 | | 13 | 17 | 43 |
| | 12 | 53 | 54 | | 24 | 22 | 7 |
| | <u>22</u> | <u>17</u> | <u>50</u> | | <u>16</u> | <u>5</u> | <u>58</u> |

| | <i>S</i> | <i>D</i> | <i>h</i> |
|-----|----------|----------|-----------|
| (8) | 4 | 3 | 16 |
| | 2 | 5 | 17 |
| | 3 | 6 | 9 |
| | 10 | 4 | 13 |
| | <u>4</u> | <u>2</u> | <u>19</u> |

| | <i>A</i> | <i>D</i> | <i>h</i> | | <i>h</i> | <i>m</i> | <i>s</i> |
|-----|----------|-----------|----------|------|----------|-----------|----------|
| (9) | 3 | 137 | 15 | (10) | 14 | 43 | 13 |
| | 4 | 243 | 6 | | 32 | 36 | 40 |
| | 1 | 56 | 7 | | 10 | 12 | 53 |
| | 6 | 135 | 12 | | 16 | 38 | 47 |
| | <u>7</u> | <u>85</u> | <u>9</u> | | <u>2</u> | <u>52</u> | <u>8</u> |

| | <i>D</i> | <i>h</i> | <i>m</i> | <i>s</i> |
|------|-----------|----------|-----------|-----------|
| (11) | 42 | 14 | 30 | 31 |
| | 65 | 22 | 19 | 42 |
| | 74 | 11 | 42 | 15 |
| | 24 | 18 | 58 | 57 |
| | <u>43</u> | <u>3</u> | <u>29</u> | <u>48</u> |

SUBTRACÇÃO

| | <i>h</i> | <i>m</i> | <i>s</i> | | <i>D</i> | <i>h</i> | <i>s</i> |
|------|----------|-----------|-----------|------|-----------|-----------|-----------|
| (12) | 7 | 14 | 26 | (13) | 123 | 16 | 4 |
| | 4 | 19 | 38 | | 39 | 22 | 17 |
| | <u>4</u> | <u>19</u> | <u>38</u> | | <u>39</u> | <u>22</u> | <u>17</u> |

| | <i>S</i> | <i>D</i> | <i>h</i> |
|------|----------|----------|-----------|
| (14) | 4 | 6 | 18 |
| | 3 | 6 | 20 |
| | <u>4</u> | <u>6</u> | <u>20</u> |

$$(15) \begin{array}{r} A \quad D \quad h \\ 3 \quad 147 \quad 14 \\ \underline{2 \quad 213 \quad 17} \end{array}$$

$$(16) \begin{array}{r} A \quad D \quad h \\ 4 \quad 45 \quad 16 \\ \underline{2 \quad 78 \quad 19} \end{array}$$

$$(17) \begin{array}{r} D \quad h \quad m \quad s \\ 14 \quad 1 \quad 0 \quad 13 \\ \underline{8 \quad 15 \quad 23 \quad 27} \end{array}$$

(18) Multiplicar

$$\begin{array}{r} h \quad m \quad s \\ 13 \quad 14 \quad 43 \text{ por } 35; \end{array}$$

$$\begin{array}{r} h \quad m \quad s \\ 17 \quad 13 \quad 39 \text{ por } 43; \end{array}$$

(19) Dividir

$$\begin{array}{r} S \quad D \quad h \quad m \\ 15 \quad 5 \quad 17 \quad 26 \text{ por } 49; \end{array}$$

$$\begin{array}{r} h \quad m \quad s \\ 14 \quad 56 \quad 41 \text{ por } 73. \end{array}$$

(20) Quantas vezes $\begin{array}{r} h \quad m \quad s \\ 2 \quad 28 \quad 45 \end{array}$ são contidas em $\begin{array}{r} D \quad h \quad m \quad s \\ 8 \quad 21 \quad 12 \quad 30 \end{array}$?

(21) Sendo meio dia no Rio de Janeiro, sabe-se que são :

$$\begin{array}{r} h \quad m \quad s \\ 2 \quad 53 \quad 20 \text{ (da tarde) em Londres;} \\ 3 \quad 2 \quad 40 \quad \text{» em Paris; e} \\ 9 \quad 45 \quad 16 \text{ (da manhã) em Washington.} \end{array}$$

Que horas serão nessas tres cidades, quando forem $\begin{array}{r} h \quad m \quad s \\ 5 \quad 30 \quad 40 \end{array}$ da tarde no Rio de Janeiro?

(22) Sendo meio dia no Rio de Janeiro, sabe-se que são :

$$\begin{array}{r} h \quad m \quad s \\ 2 \quad 16 \quad 48 \text{ (da tarde) em Lisboa;} \\ 3 \quad 46 \quad 56 \quad \text{» em Berlim;} \\ 5 \quad 15 \quad \text{» em Jerusalém; e} \\ 11 \quad \quad \quad \text{(da manhã) em Buenos-Ayres.} \end{array}$$

Que horas serão nessas quatro cidades, quando for meia noite no Rio de Janeiro?

C) MEDIDAS ANGULARES

REDUÇÃO

40. Um grau decimal = $\frac{360}{400}$ do grau sexagesimal; isto é,

$$1^{\text{e}} = 0^{\circ}.9 = 0^{\circ}.54'$$

E' esta, pois, a relação que serve para a redução de *grados a grâus*.

Para a redução de *grâus a grados*, a relação é :

$$1^{\circ} = \frac{10^{\text{e}}}{9} = 1^{\text{e}}.1111111111$$

Exemplo (1). Supponhamos que temos de converter em *grâus* :

$$68^{\circ}.5749$$

Faremos assim :

$$\text{A decima parte do numero dado} = 6^{\text{e}}.85749$$

Subtraindo, temos :

$$\begin{array}{r} 68^{\circ}.5749 \\ 6.85749 \\ \hline 61^{\circ}.71741 \end{array}$$

Este resto é o arco expresso em decimaos de graus.
Multiplicando a fracção por 60', temos :

$$61^{\circ} 43'.0446$$

Multiplicando a fracção por 60'', temos :

$$61^{\circ} 43' 2''.676$$

Portanto, resulta :

$$68^{\circ}.5749 = 61^{\circ} 43' 2''.676$$

Exemplo (2). Supponhamos que temos de converter em *grados* :

$$61^{\circ} 43' 2''.676$$

Faremos assim :

Dividindo os segundos por 60, temos : $61^{\circ} 43'.0446$

Dividindo os minutos por 60, temos : $61^{\circ}.71741$

Sommando, temos :

$$\begin{array}{r} 61^{\circ}.71741 \\ 6.85749 \\ \hline 68^{\circ}.57490 \end{array}$$

Portanto, resulta :

$$61^{\circ} 43' 2''.676 = 68^{\circ}.5749$$

EXERCICIO 19

Converter em *graus*, minutos e segundos :

- (1) $25^{\circ} 14' 25''$ (4) $15^{\circ} 7' 45''$
 (2) $38^{\circ} 4' 15''$ (5) $425^{\circ} 13' 15''.54$
 (3) $214^{\circ} 3' 7''$ (6) $2^{\circ} 2' 2''.22$

Converter em *grados*, minutos e segundos :

- (7) $24^{\circ} 16' 5''$ (8) $5' 28''$
 (9) $37^{\circ} 2' 43''$ (10) $375^{\circ} 4'$
 (11) $175^{\circ} 0' 14''$ (12) $78^{\circ} 12' 4''$

ADDIÇÃO

| | |
|---|--|
| $\begin{array}{r} (13) \quad 14^{\circ} 21' 37'' \\ \quad 17 \quad 13 \quad 32 \\ \quad 9 \quad 47 \quad 43 \\ \quad 12 \quad 53 \quad 54 \\ \hline \quad 23 \quad 17 \quad 50 \end{array}$ | $\begin{array}{r} (14) \quad 14^{\circ} 43' 13'' \\ \quad 32 \quad 36 \quad 40 \\ \quad 10 \quad 12 \quad 53 \\ \quad 16 \quad 38 \quad 47 \\ \hline \quad 2 \quad 52 \quad 8 \end{array}$ |
|---|--|

SUBTRACÇÃO

| | |
|---|---|
| $\begin{array}{r} (15) \quad 7^{\circ} 14' 26'' \\ \quad 4 \quad 19 \quad 38 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} (16) \quad 90^{\circ} 0' 0'' \\ \quad 63 \quad 59 \quad 53 \\ \hline \end{array}$ |
|---|---|

(17) Multiplicar

$13^{\circ}.14' 43''$ por 35;
 $17^{\circ}.13' 39''$ por 43.

(18) Dividir

$15^{\circ} 5' 17''$ por 49;
 $14^{\circ} 56' 41''$ por 73.

(19) Quantas vezes 2° 28' 45" são contidos em 21° 12' 30"?

D) MEDIDAS LINEARES

REDUÇÃO

41. *Exemplo (1)*. Reduzir 233205 pollegadas inglezas a medidas metricas.

$$1 \text{ pol. ing.} = 0.0254 \text{ metro}$$

$$233205 \text{ pol. ing.} = 233205 \times 0.0254 = 5923.4070 \text{ metros}$$

ou 5923.407 metros

ou 592.3407 Decametros

ou 59.23407 Hectometros

ou 5.923407 Kilometros

ou 0.5923407 Myriametros.

Exemplo (2). Reduzir 8 braças a metros:

$$1 \text{ braça} = 2.2 \text{ metros}$$

$$8 \text{ braças} = 8 \times 2.2 = 17.6 \text{ metros}$$

Exemplo (3). Reduzir 12 varas a metros:

$$1 \text{ vara} = 1.10 \text{ metros}$$

$$12 \text{ varas} = 12 \times 1.10 = 13.20 \text{ metros}$$

Exemplo (4). Reduzir 47290 jardas a pollegadas:

$$1 \text{ jarda} = 4 \frac{1}{10} \text{ palmos}$$

$$1 \text{ palmo} = 8 \text{ pollegadas}$$

$$1 \text{ jarda} = 8 \times 4 \frac{1}{10} \text{ pollegadas}$$

$$= 32 \frac{1}{10} \text{ pollegadas}$$

$$47290 \text{ jardas} = 47290 \times 32 \frac{1}{10} \text{ pollegadas}$$

$$= 4729 \times 321 \text{ pollegadas}$$

$$= 1518009 \text{ pollegadas}$$

Exemplo (5). Reduzir 151328 pollegadas a decimetros:

$$1 \text{ pollegada} = 0.0275 \text{ metro}$$

$$= 0.00275 \text{ decimetro}$$

$$151328 \text{ pollegadas} = 151328 \times 0.00275 \text{ decimetros}$$

$$= 416.152 \text{ decimetros}$$

Exemplo (6). Reduzir 15 centimetros a pollegadas inglezas:

$$1 \text{ centimetro} = 0.3937 \text{ pol. ing.}$$

$$15 \text{ cent.} = 15 \times 0.3937 \text{ pol. ing.}$$

$$= 5.9055 \text{ pol. ing.}$$

EXERCICIO 20

Reduzir:

- (1) 12 leguas brazileiras a metros.
- (2) 17 leguas brazileiras a milhas.
- (3) 19 leguas de 20 ao gráu a kilometros.
- (4) 1915 milhas geographicas a kilometros.
- (5) a extensão do meridiano terrestre a myriametros.
- (6) 273 toesas a metros.
- (7) 1907 passos a metros.
- (8) 225 pés inglezes a metros.
- (9) 1000 pontos a metros.
- (10) 19 covados a metros.

ADDIÇÃO

| | <i>jardas</i> | <i>pés</i> | <i>pol. ing.</i> | | <i>braças</i> | <i>palmos</i> | <i>linhas</i> |
|------|---------------|------------|------------------|------|---------------|---------------|---------------|
| (11) | 4 | 2 | 7 | (12) | 13 | 4 | 20 |
| | 19 | 1 | 9 | | 43 | 3 | 9 |
| | 5 | 2 | 10 | | 56 | 2 | 13 |
| | 23 | 2 | 8 | | 4 | 7 | 32 |
| | 35 | 1 | 6 | | 16 | 3 | 15 |
| | 17 | 2 | 4 | | 19 | 5 | 11 |
| | | | | | | | |

SUBTRAÇÃO

| | <i>jardas</i> | <i>pés pol. ing.</i> | | <i>varas</i> | <i>palmas</i> | <i>pol.</i> |
|------|---------------|----------------------|------|--------------|---------------|-------------|
| (13) | 134 | 2 7 | (14) | 235 | 0 2 | |
| | 59 | 1 11 | | 184 | 3 7 | |

(15) Multiplicar

7 j. 2 pés. 9 pol. ing. por 11;
16 br. 1 var. 4 pal. 6 pol. por 56

(16) Dividir

25 j. 1 pé. 8 pol. ing. por 4.

E) MEDIDAS DE SUPERFICIE

REDUÇÃO

42. *Exemplo (1)*. Reduzir 23048771 pollegadas quadradas a metros quadrados e seus multiplos.

1 pol. quad. = 0.00075625 metro quad.
23048771 p. q. = 23048771 × 0.00075625 m. q.
= 17430.63306875 m. q.
= 174.3063306875 Decametro quad.
= 1.743063306875 Hectom. quad.
= 0.0174... Kilometro quad.
= 0.000174... Myriam. quad.

Exemplo (2). Reduzir 27 braças quadradas a metros quadrados.

1 br. q. = 4.84 m. q.
27 br. q. = 27 × 4.84 m. q.
= 130.68 m. q.

ADDIÇÃO

Exemplo (3).

1 jarda quad. = 9 pés quad.
1 pé quad. = 144 pol. quad.

| <i>jard. quad.</i> | <i>pés quad.</i> | <i>pol. quad.</i> |
|--------------------|------------------|-------------------|
| 19 | 7 | 42 |
| 27 | 5 | 52 |
| 32 | 8 | 124 |
| 5 | 2 | 72 |
| 21 | 6 | 98 |
| 56 | 3 | 135 |
| 163 | 7 | 91 |

SUBTRAÇÃO

Exemplo (1).

1 jarda quad. = 9 pés quad.
1 pé quad. = 144 pol. quad.

| <i>jard. quad.</i> | <i>pés quad.</i> | <i>pol. quad.</i> |
|--------------------|------------------|-------------------|
| 42 | 8 | 124 |
| 36 | 8 | 139 |
| 5 | 8 | 129 |

F) MEDIDAS DE VOLUME E CAPACIDADE

REDUÇÃO

43. *Exemplo (1)*. Reduzir 2527 pés cubicos ingleses a metros cubicos.

1 pé cubico inglez = 28.32 litros
= 28.32 × 0.001 m. c.
= 0.028320 m. c.
2527 pés cub. ing. = 2527 × 0.028320 m. c.
= 71.534640 m. c.
= 71 m. c. + 564 dec. cub. +
+ 640 cent. c.

Exemplo (2). Reduzir 1275 litros a galões americanos.

$$\begin{aligned} 1 \text{ litro} &= 0.264 \text{ galões americanos.} \\ 1275 \text{ litros} &= 1275 \times 0.264 \text{ galões americanos.} \\ &= 336.6 \text{ galões americanos.} \end{aligned}$$

ADDIÇÃO

Exemplo (3)

1728 pollegadas cubicas fazem 1 pé cubico
27 pés cubicos fazem 1 jarda cubica

| jard. cub. | pés cub. | pol. cub. |
|------------|----------|-----------|
| 57 | 13 | 572 |
| 32 | 25 | 493 |
| 46 | 19 | 374 |
| 76 | 8 | 587 |
| 4 | 23 | 1249 |
| 52 | 14 | 1324 |
| 270 | 26 | 1143 |

SUBTRACÇÃO

Exemplo (4).

| jard. cub. | pés cub. | pol. cub. |
|------------|----------|-----------|
| 527 | 0 | 0 |
| 499 | 19 | 256 |
| 27 | 7 | 1472 |

EXERCICIO 21

Multiplicar

- (1) 26 jardas cubicas 5 pés cub. 49 pol. cub. por 27
(2) 472 j. c. 17 p. c. 238 pol. c. por 53

Dividir

- (3) 78 j. c. 13 p. c. 252 pol. c. por 12
(4) 472 j. c. 10 p. c. 1416 pol. c. por 59

G) MEDIDAS DE PESO E TRABALHO MECANICO

REDUCÇÃO

44. *Exemplo (1).* Reduzir 2635 libras inglezas a kilogrammas:

$$\begin{aligned} 1 \text{ lb. ing.} &= 0.45359 \text{ kilog.} \\ 2635 \text{ lb. ing.} &= 2635 \times 0.45359 \text{ kilogs.} \\ &= 1195.20965 \text{ kilogs.} \end{aligned}$$

Exemplo (2). Reduzir 62 litros d'agua a kilogrammas:

$$\begin{aligned} 1 \text{ litro d'agua} &= 1 \text{ kilogramma} \\ 62 \text{ litros d'agua} &= 62 \text{ kilogs.} \end{aligned}$$

Exemplo (3). Qual o peso de 25 metros cubicos d'agua?

$$\begin{aligned} 1 \text{ metro cubico d'agua} &= 1000 \text{ decimetros cubicos d'agua} \\ &= 1000 \text{ kilogrammas} \\ 25 \text{ metros cubicos d'agua} &= 25000 \text{ kilogrammas} \\ &= 25 \text{ toneladas metricas} \end{aligned}$$

Exemplo (4). Em libras inglezas, qual o peso de 10 litros d'agua?

$$\begin{aligned} 1 \text{ litro d'agua} &= 2.2 \text{ libras ing.} \\ 10 \text{ litros d'agua} &= 22 \text{ lb. ing.} \end{aligned}$$

Exemplo (5). Qual o trabalho mecanico correspondente á queda de um peso de 100 toneladas metricas, sendo de 10 metros a altura da queda e em 1 segundo de tempo?

Trabalho mecanico = peso em kilogrammas \times queda em metros \times tempo em segundos.
Portanto, teremos:

$$\begin{aligned} \text{Trab. mec.} &= 100000 \text{ kgs.} \times 10 \text{ m.} \times 1 \text{ seg.} \\ &= 1000000 \text{ kilogrammetros} \end{aligned}$$

Exemplo (6). Um milhão de kilogrammetros a quantos cavallos-vapor corresponde?

1 cavallo-vapor = 75 kilogrammetros;
portanto,

$$1 \text{ kilogrammetro} = \frac{1}{75} \text{ cavallo-vapor}$$

e

$$\begin{aligned} 1000000 \text{ k-m} &= \frac{1000000}{75} \text{ cavallos-vapor} \\ &= 13333 \text{ c. v.} \end{aligned}$$

H) MEDIDAS ELECTRICAS

45. *Exemplo (1).* Um dynamo de 110 volts alimenta um circuito, cuja resistencia é de 22 ohms. Qual será a intensidade da corrente que percorre o dito circuito?

Solução :

A corrente expressa em ampères (unidade de corrente) é igual à força electro-motriz dividida pela resistencia. Assim, teremos :

$$I = \frac{E}{R} = \frac{110}{22} = 5 \text{ ampères.}$$

Exemplo (2). Qual a corrente que percorre um circuito de 10 ohms de resistencia, alimentado por 20 elementos de Grove, dispostos em série e tendo cada um 1.97 volts de força electro-motriz e 1.25 ohms de resistencia interna?

Solução :

$$\begin{aligned} E &= 20 \times 1.97 = 39.4 \\ R &= 10 + 20 \times 1.25 = 35 \\ I &= \frac{E}{R} = \frac{39.4}{35} = 1.12 \text{ ampères.} \end{aligned}$$

Exemplo (3). Um electricista formou um circuito com tres fios de cobre ligados em série, isto é, um em seguida ao outro, tendo o primeiro fio 3.5 ohms, o segundo 40.2 ohms e o terceiro 0.8 ohms de resistencia. Se as extremidades do circuito assim formado forem ligadas a um dynamo cuja voltagem seja de 220 volts, quantos ampères percorrerão o mesmo circuito?

Solução :

$$\begin{aligned} I &= \frac{E}{R} = \frac{220}{3.5 + 40.2 + 0.8} = \\ &= \frac{220}{44.5} = 4.94 \text{ ampères.} \end{aligned}$$

Exemplo (4). Uma bateria de 12 elementos dispostos em série, cada uma tendo uma força electro-motriz de 1.33 volts e uma resistencia interna de 0.5 ohm, foi ligada a um circuito de 20 ohms de resistencia. Qual será a intensidade da corrente?

Solução :

$$\begin{aligned} I &= \frac{E}{R} = \frac{12 \times 1.33}{12 \times 0.5 + 20} = \\ &= \frac{15.96}{26} = 0.6 \text{ ampères.} \end{aligned}$$

Exemplo (5). Que diferença de potencial deve existir nos bornes de um dynamo para que, sendo ligado a um circuito de 9 ohms de resistencia, seja este percorrido por uma corrente de intensidade igual a 25 ampères?

Solução :

A força electro-motriz expressa em volts (unidade de força electro-motriz) é igual à corrente multiplicada pela resistencia. Assim, teremos :

$$E = I \times R = 25 \times 9 = 225 \text{ volts.}$$

Exemplo (6). Uma bateria composta de 30 elementos dispostos em serie e tendo cada um 0.8 de resistencia interna, sendo ligada a um circuito de 10 ohms de resistencia, fornece uma corrente de 1.3 ampères. Qual a força electro-motriz da bateria?

Solução :

$$E = I \times R = 1.3 \times (10 + 30 \times 0.8) = 1.3 \times 34 = 44.2 \text{ volts.}$$

Exemplo (7). Que força electro-motriz é necessaria para se manter uma corrente de 25 ampères através de um circuito de 4.4 ohms de resistencia?

Solução :

$$E = I \times R = 25 \times 4.4 = 110 \text{ volts.}$$

Exemplo (8). Uma bateria de pilhas, tendo uma resistencia interna total de 25 ohms, fornece 1.35 ampères, nas extremidades de um circuito de 4 ohms. Qual a sua força electro-motriz?

Solução :

$$E = I \times R = 1.35 \times (25 + 4) = 1.35 \times 29 = 39.15 \text{ volts.}$$

Exemplo (9). Qual a voltagem necessaria para forçar uma corrente de 0.55 ampères através de cinco lampadas incandescentes dispostas em série tendo cada uma 200 ohms de resistencia e sabendo-se ainda que a resistencia do circuito que as liga ao dynamo situado a 500 metros de distancia é de 5.253 ohms,

Solução :

$$E = I \times R = 0.55 \times (5 \times 200 + 5.253) = 0.55 \times 1005.253 = 552.89 \text{ volts.}$$

Exemplo (10). Qual a resistencia de uma lampada incandescente de 16 velas, sabendo-se que sob uma differença de potencial de 110 volts applicada nos bornes passam pelo seu filamento 0.5 ampère.

Solução :

A resistencia expressa em ohms (unidade de resistencia) é igual à força electro-motriz dividida pela corrente. Assim, teremos:

$$R = \frac{E}{I} = \frac{110}{0.5} = 220 \text{ ohms.}$$

Exemplo (11). Uma lampada de arco fechada da General Electric Co., com carvões para 100 horas de duração, requer nos terminaes 220 volts e 3 ampères para o seu funcionamento normal. Qual a resistencia total da lampada?

Solução :

$$R = \frac{E}{I} = \frac{220}{3} = 73.33 \text{ ohms.}$$

Exemplo (12). Um electricista montou em uma derivação do fio aereo da Companhia F. C. Jardim Botânico 6 lampadas incandescentes em serie, sendo 3 de 32 velas e 110 volts, e 3 de 16 velas e 45 volts. A differença de potencial no ponto de derivação é de 465 volts; a corrente que passa pela série é de 1.2 ampères e a resistencia do uma das lampadas de 32 velas é de 91.66 ohms.

Pergunta-se :

- 1.º Qual a resistencia de cada uma das lampadas de 16 velas?
- 2.º Qual a resistencia total das 6 lampadas em série?

Solução :

$$1.^\circ \quad R = \frac{E}{I} = \frac{45}{1.2} = 37.5 \text{ ohms.}$$

$$2.^\circ \quad R = \frac{E}{I} = \frac{465}{1.2} = 387.5 \text{ ohms.}$$

Taes são os uteis problemas que o engenheiro A. Aschoff formulou para a pratica elementar da electricidade industrial.

CAPITULO II

Methodo de redução á unidade

1. REGRA DE TRES

46. Regra de Tres Simples. — Chama-se assim a Regra pela qual se calcula uma quantidade dependente de tres outras conhecidas.

Estas tres quantidades *conhecidas* e a quantidade *incognita* formam quatro quantidades : duas de uma especie e duas de outra especie.

As duas da mesma especie, ambas conhecidas, chamam-se *principaes*; e as outras duas, uma das quaes é incognita, são os termos *relativos*.

Exemplo (1). Se 23 objectos custam 483 mil réis, qual é o custo de 1 objecto ?

Visto que 23 objectos custam 483 mil réis,

$$1 \text{ objecto deve custar } \frac{483}{23}, \text{ ou } 21\$000$$

Exemplo (2). Se 7 operarios fazem certo trabalho em 12 dias, em quantos dias 1 operario o fará ?

Visto que 7 operarios fazem o trabalho em 12 dias, 1 operario fará o trabalho em (7×12) dias, ou 84 dias.

NOTA I — Cada uma das questões acima exige unicamente multiplicação ou divisão para ser resolvida. Em algumas questões que seguem, essas duas operações são necessarias.

Exemplo (3). Se 75 operarios fazem certo trabalho em 12 dias, quantos operarios o fazem em 20 dias ?

Em 12 dias o trabalho é feito por 75 operarios,
 Em 1 dia o trabalho é feito por (75×12) operarios,
 Em 20 dias o trabalho será feito por $\frac{75 \times 12}{20}$ operarios, ou 45 operarios.

Exemplo (4). O debito de uma empresa é de £ 2520, e o seu activo (que é o valor que ella possui) é £ 1890; quanto pôde a empresa pagar por libra?

Pela divida de £ 2520, a empresa paga £ 1890.

Pela divida de £ 1, ella paga L $\frac{1890}{2520}$, ou $\frac{3}{4}$, ou 15s;

portanto a empresa pagará 15 shillings por libra.

Exemplo (5). O debito de um negociante é de £ 4264, e elle paga 12s 6d por libra; qual é o seu activo?

O que elle offerece para saldar o debito de £ 1 são $12 \frac{1}{2}$ s;

O que elle offerece para pagar o debito de £ 4264, são $(4264 \times 12 \frac{1}{2})$ s; o activo será $\frac{4264 \times 25}{2}$ s, ou £ 2665.

Exemplo (6). Se 27 homens podem fazer um trabalho em 14 dias, trabalhando 10 horas por dia, quantas horas por dia 12 homens gastarão para fazer o mesmo trabalho em 45 dias?

Visto que 27 homens podem fazer o trabalho em (14×10) horas, ou 140 horas;

1 homem poderá fazer o trabalho em (140×27) horas; portanto 12 homens poderão fazer o trabalho em $\frac{140 \times 27}{12}$ horas, ou 315 horas; mas, 315 horas têm de ser igualmente distribuidas por 45 dias; logo, o numero de horas que elles devem trabalhar por dia será igual a $\frac{315}{45}$ ou 7 horas.

Exemplo (7). Se 7 libras de chá custam 12s 9d, qual será o custo de 12 libras?

Visto que 7 libras de chá custam 15s 9d;

1 libra de chá custará $\frac{15s \ 9d}{7}$ ou 2s 3d; portanto, 12 libras de chá custarão $12 \times (2s \ 3d)$, ou £ 1 7s

Exemplo (8). Se 9 cavallos podem lavrar 46 geiras em certo tempo, quantas geiras 12 cavallos poderão lavar, no mesmo tempo?

Visto que 9 cavallos, no tempo dado, podem lavrar 46 geiras;

1 cavallo, no tempo dado, poderá lavar $\frac{46}{9}$ geiras; portanto, 12 cavallos, no tempo dado, poderão lavar $\frac{46 \times 12}{9}$ geiras, ou $61 \frac{1}{3}$ geiras.

Exemplo (9). Se 15 bois lavram certa quantidade de terra em 5 dias, quantos bois a poderão lavar em 3 dias?

Em 5 dias a terra pôde ser lavrada por 15 bois;

Em 1 dia a terra poderá ser lavrada por (15×5) bois;

Em 3 dias a terra poderá ser lavrada por $\frac{15 \times 5}{3}$ ou por 25 bois.

NOTA II — Nas questões consideradas ha uma *supposição* e uma pergunta. Cada uma questão contem duas especies de objectos: na *supposição*, as grandezas de ambas especies são dadas; na pergunta, uma das grandezas de uma especie é dada e a grandeza *relativa* da outra especie tem de ser achada. A primeira linha da solução, contem as grandezas da *supposição* assim dispostas: o termo *principal* e um *relativo* conhecido. A segunda linha da solução contem as grandezas da pergunta assim dispostas: o *principal* e o seu *relativo* incognito.

No *Exemplo (9)* a ordem da *supposição* foi mudada e a grandeza 15 bois occupou o final da linha, porque tinhamos de achar quantos bois são pedidos na pergunta.

EXERCICIO 22

- (1) Se um homem caminha 62 milhas em quatro dias, em quantos dias caminhará 93 milhas ?
- (2) Se 12 homens fazem a colheita de um campo em quatro dias, em que tempo 32 homens a farão ?
- (3) Se 14 kilos de café custam 12\$000, quanto podem custar 129 kilos ?
- (4) Se 350 geiras de terras custam 122:250\$000, quanto podem custar 273 geiras ?
- (5) Se tres kilos de carne custam 2\$400, quanto podem custar 14 kilos ?
- (6) Se oito ovos custam 1\$000, quanto devemos dar por 60 ?
- (7) Se 15 kilos de assucar custam 9\$000, qual o custo de uma arroba ?
- (8) Quantos homens podem fazer em 12 dias um serviço que 15 homens fazem em 20 dias ?
- (9) O rendimento de 17 geiras é de 600\$000, qual a renda de 86 geiras ?
- (10) Se um homem caminha 116 milhas em oito dias quanto poderá caminhar em 14 dias ?
- (11) Se seis grammas de prata valem 920 réis, qual o valor de um kilo de prata ?
- (12) Quanto devemos pagar por 25 cavallos, sendo o preço de 1:600\$000 por 80 cavallos ?
- (13) Um lavrador vende um rebanho de 270 carneiros, ao preço de £ 48 por 60 carneiros; quanto quererá por todos ?
- (14) Um navio faz uma viagem em 63 dias, á razão de seis milhas por hora; em quantos dias poderia fazer a mesma viagem, se vencer sete milhas por hora ?
47. PROBLEMAS QUE ENVOLVEM FRACÇÕES. Se $\frac{3}{7}$ de um objecto custam 1\$500, qual o valor de $\frac{4}{5}$ do mesmo objecto ?

Visto que $\frac{3}{7}$ do objecto valem 1\$500
 $\frac{1}{7}$ do mesmo objecto valerá $\frac{1$500}{3}$;
 portanto, o dito objecto valerá $\frac{7 \times 1$500}{3}$ ou 3\$500.
 Logo, $\frac{4}{5}$ do objecto valerão $\frac{4 \times 3500}{5}$ ou Rs. 2\$800.

EXERCICIO 23

- (1) Para fazer $\frac{5}{8}$ de certa obra é necessario 1 dia. Que tempo será necessario para se fazer toda essa obra ?
- (2) Se $\frac{3}{5}$ de um predio valem 7:520\$000 réis, qual o valor de $\frac{5}{8}$ do predio ?
- (3) Se 3 $\frac{2}{5}$ lbs. de chá custam 9\$700 réis, que peso poderemos comprar com 157\$280 réis ?
- (4) Se $\frac{3}{14}$ de uma tonelada de carvão custam 4\$720 réis, qual será o preço de 5 $\frac{1}{2}$ toneladas ?
- (5) Se $\frac{2}{11}$ de um muro foram construidos em 25 dias, que porção será construida em 11 $\frac{2}{3}$ dias ?
- (6) Um homem caminha 18 milhas, 25 braças e 3 palmos em 5 $\frac{1}{2}$ horas: em que tempo elle caminhará 1 $\frac{1}{2}$ milhas ?
- (7) Um proprietario possuindo $\frac{3}{14}$ de um predio vende $\frac{2}{7}$ de $\frac{1}{3}$ de sua parte por £ 120 $\frac{5}{8}$; quanto valerá $\frac{1}{5}$ de $\frac{3}{16}$ do mesmo predio ?

(8) Quando a onça de ouro de lei valer 48\$000 réis, qual será o custo de 0.04 de uma libra do mesmo metal?

48. PROBLEMAS RELATIVOS A TRABALHOS JORNALLEIROS.

NOTA I — Se um homem pôde fazer uma peçadet rabalh o em 7 horas, a parte de trabalho que elle pôde fazer em 1 hora será representada por $\frac{1}{7}$.

Exemplo (1). A pôde fazer certa parte de um trabalho em 5 dias, e B pôde fazel-a em 12 dias. Em que tempo A e B, ambos trabalhando, farão o trabalho todo?

$\frac{1}{5}$ representa a parte que A faz diariamente

e $\frac{1}{12}$ representa a parte que B faz diariamente;

portanto, $\frac{1}{5} + \frac{1}{12}$ representa a parte em que A e B fazem diariamente; logo:

elles fazem $\frac{17}{60}$ em 1 dia;

elles fazem $\frac{1}{60}$ em $\frac{1}{17}$ dia;

elles fazem o trabalho todo em $\frac{60}{17}$ dias, ou $3 \frac{9}{17}$ dias.

Exemplo (2). A pôde fazer uma peça de trabalho em 50 dias, B em 60 dias, e C em 75 dias. Todos trabalhando, em que tempo farão o trabalho?

$$\frac{1}{50} + \frac{1}{60} + \frac{1}{75}$$

representa a parte que A, B e C fazem diariamente;

portanto, elles fazem

$$\frac{6 + 5 + 4}{300}, \text{ ou } \frac{15}{300}, \text{ ou } \frac{1}{20}$$

diariamente;

logo, elles fazem o trabalho todo em 20 dias.

Exemplo (3). A pôde lavrar umas terras em $4 \frac{1}{5}$ dias, e B as pôde lavrar em $5 \frac{2}{3}$ dias. Em que tempo, ambos trabalhando, as terras serão lavradas?

A faz $\frac{1}{4 \frac{1}{5}}$, ou $\frac{5}{21}$ diariamente;

B faz $\frac{1}{5 \frac{2}{3}}$, ou $\frac{3}{17}$ diariamente;

A e B fazem $\frac{5}{21} + \frac{3}{17}$, ou $\frac{148}{357}$ diariamente;

elles fazem $\frac{1}{357}$ do trabalho em $\frac{1}{148}$ de um dia;

elles fazem o trabalho todo em $\frac{357}{148}$ dias, ou $2 \frac{61}{148}$ dias.

Exemplo (4). A e B fazem uma peça de trabalho em 4 horas;

A e C em $3 \frac{3}{5}$ horas; B e C em $5 \frac{1}{7}$ horas.

Em que tempo A sosinho fará o trabalho?

Solução:

dois homens da força de A, acompanhados de B e C,

podem fazer $\frac{1}{4} + \frac{5}{18}$ em 1 hora;

B e C podem fazer $\frac{7}{36}$ em 1 hora;

portanto, dois homens da força de A podem fazer

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{18} - \frac{7}{36} \text{ em 1 hora,}$$

$$\text{ou } \frac{19}{36} - \frac{7}{36}, \text{ ou } \frac{12}{36}, \text{ ou } \frac{1}{3} \text{ em 1 hora.}$$

Logo, A pôde fazer $\frac{1}{6}$ em 1 hora, ou
 A pôde fazer o trabalho em 6 horas.

NOTA II — Se uma bica pôde encher um depósito d'agua em 5 horas, a parte cheia em 1 hora será representada por $\frac{1}{5}$.

Exemplo (1). Um tanque pôde ser cheio por tres bicas, separadamente abertas, em 20, 30 e 40 minutos, respectivamente.

Ellas encherão em que tempo o tanque, quando todas forem abertas simultaneamente?

Ellas enchem $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{40}$ do tanque em 1 minuto;

portanto, ellas enchem $\frac{6 + 4 + 3}{120}$ ou $\frac{13}{120}$ em 1 minuto; ou $\frac{1}{120}$ em $\frac{1}{13}$ de 1 minuto;

logo, ellas enchem em $\frac{120}{13}$ ou $9\frac{3}{13}$ minutos.

Exemplo (2). Uma banheira enche-se por uma torneira em 40 minutos. Ella esvasia-se por uma sahida d'agua em uma hora.

Em que tempo a banheira poderá ficar cheia, se a torneira e a sahida forem a um tempo abertas?

A torneira enche $\frac{1}{40}$ da banheira em 1 minuto.

A sahida escoa $\frac{1}{60}$ da banheira em 1 minuto.

Portanto, quando ambas forem abertas,

$$\frac{1}{40} - \frac{1}{60}, \text{ ou } \frac{1}{120}$$

da banheira encher-se-á em 1 minuto.

Logo, a banheira enche-se em 120 minutos, ou 2 horas.

EXERCICIO 23

(1) A pode fazer certo trabalho em 6 horas; B pode fazel-o em 9 horas. Em que tempo elles o poderão fazer, se ambos trabalharem a um tempo?

(2) A pode fazer certo trabalho em 35 dias; B pode fazel-o em 40 dias; C pode fazel-o em 45 dias. Em que tempo elles o farão, todos trabalhando a um tempo?

(3) A e B podem lavar um campo de trigo em 3 dias; A e C em $3\frac{1}{2}$ dias; B e C em 4 dias. Em que tempo elles o lavarão, todos trabalhando?

(4) Se tres bicas enchem um tanque em 6, 8 e 12 minutos respectivamente, em que tempo o tanque ficará cheio se as tres bicas forem abertas simultaneamente?

(5) A faz $\frac{7}{10}$ de certo trabalho em 14 dias. Elle pede a B para o ajudar, e ambos acabam a obra em 2 dias. Que tempo B levaria para fazer sosinho o trabalho todo?

(6) A faz um trabalho em 3 horas, tempo que é duas vezes o tempo em que B e C juntos fazem o mesmo trabalho; A e C podem ambos fazer o dito trabalho em $1\frac{1}{3}$ horas. Que tempo B sosinho gastaria para o fazer?

(7) A pode fazer um trabalho em 27 dias, e B em 15 dias; mas A trabalha sómente 12 dias, B trabalha 5 dias e C termina o trabalho em 4 dias. Em que tempo C teria feito o trabalho sosinho?

(8) Uma cisterna enche-se por duas bicas em 18 e 20 minutos, respectivamente; e pode esvasiar-se por um registro de sahida em 40 minutos. Que parte da cisterna pode ficar cheia em 10 minutos; quando as bicas e a sahida forem abertas ao mesmo tempo?

49. PROBLEMAS RELATIVOS A RELOGIOS — O ponteiro grande, que é o dos minutos, move-se 12 vezes mais depressa que o ponteiro pequeno, que é o das horas; por-

tanto, em 12 minutos, o ponteiro grande ganha 11 divisões de minutos mais que o ponteiro pequeno.

Exemplo (1) — Achar o tempo entre 3 e 4 horas em que os ponteiros de um relógio se acham juntos.

Solução — Quando são três horas temos 15 divisões de minutos entre os ponteiros; temos, portanto, de achar o tempo em que o ponteiro grande ganha 15 minutos contra o pequeno.

O ponteiro grande caminha 11 divisões de minutos em 12 minutos;

O ponteiro grande caminha 1 divisão de minutos em $\frac{12}{11}$ minutos;

O ponteiro grande caminha 15 divisões de minutos em $\frac{15 \times 12}{11}$ minutos, ou $16\frac{4}{11}$ minutos depois das três horas. Ficam, pois, juntos, às 3 horas $16\frac{4}{11}$ minutos.

Exemplo (2) — Em que tempo entre 2 e 3 horas, estarão em ângulos rectos os ponteiros de um relógio?

Solução — Quando os ponteiros estão em ângulos rectos, ha um espaço de 15 divisões de minutos entre elles. Logo, visto que ás 2 horas ha 10 divisões de minutos entre os ponteiros, temos de achar em que tempo o ponteiro grande caminha $10 + 15$, ou 25 divisões de minutos mais que o ponteiro menor.

O ponteiro grande caminha 11 divisões de minutos em 12 minutos;

O ponteiro grande caminha 1 divisão de minutos em $\frac{12}{11}$ minutos;

O ponteiro grande caminha 25 divisões de minutos em $\frac{25 \times 12}{11}$ minutos; portanto, o tempo procurado será

$\frac{25 \times 12}{11}$ minutos, ou $27\frac{3}{11}$ minutos depois das 2 horas.

Exemplo (3) — Em que tempos, entre 6 e sete horas, estarão em ângulos rectos os ponteiros de um relógio?

Solução — Duas vezes entre 6 e sete isso pode ocorrer: antes do ponteiro grande ter alcançado o ponteiro pequeno e depois do ponteiro grande passar o ponteiro pequeno.

Agora, visto que ás 6 horas são 30 as divisões de minutos entre os dois ponteiros, temos de achar:

Primeiro, o tempo que gastará o ponteiro grande em caminhar $30 - 15$, ou 15 divisões de minutos mais que o ponteiro pequeno.

Segundo, o tempo que gastará o ponteiro grande em caminhar $30 + 15$, ou 45 divisões de minutos mais que o ponteiro pequeno.

O processo em cada caso é, pois, similar aos exemplos anteriores.

Os resultados são $16\frac{4}{11}$ minutos e $49\frac{1}{11}$ minutos depois das 6 horas.

Exemplo (4) — Achar o tempo, entre 7 e 8 horas, em que os ponteiros de um relógio são oppostos entre si.

Solução — Quando os ponteiros são oppostos um ao outro ha um espaço correspondente a 30 minutos entre elles, e ás 7 horas ha um espaço correspondente a 35 minutos entre os ponteiros.

Logo, neste caso, temos de achar o tempo que levará o ponteiro grande a percorrer um espaço correspondente a $35 - 30$, ou 5 minutos mais que o ponteiro pequeno.

O processo é, pois, analogo aos dos exemplos precedentes. O resultado é $5\frac{5}{11}$ minutos depois das 7 horas.

EXERCICIO 24

Em que tempo os ponteiros de um relógio estarão juntos um ao outro, entre as horas:

- (1) 4 e 5. (2) 6 e 7. (3) 9 e 10?

Em que tempo os ponteiros de um relógio estarão em ângulos rectos, entre as horas :

(4) 4 e 5. (5) 7 e 8, (6) 11 e 12 ?

Em que tempo os ponteiros de um relógio serão opostos um ao outro, entre as horas :

(7) 1 e 2. (8) 4 e 5. (9) 8 e 9 ?

50. REGRA DE TRES COMPOSTA — Estudemos agora os casos em que a supposição, expressa sob a mais simples forma, contem mais de duas grandezas, a pergunta contendo o mesmo numero de grandezas, das quaes todas são dadas excepto uma, que será a incognita.

Exemplo (1) — Se 12 cavallos podem lavrar 96 geiras em seis dias, quantos cavallos poderão lavrar 64 geiras em 8 dias ?

Solução — Em 6 dias 96 geiras podem ser lavradas por 12 cavallos.

Em 1 dia 96 geiras podem ser lavradas por 6×12 cavallos.

Em 1 dia 1 geira pode ser lavrada por $\frac{6 \times 12}{96}$ cavallos.

Em 8 dias uma geira pode ser lavrada por $\frac{6 \times 12}{8 \times 96}$ cavallos.

Em 8 dias 64 geiras podem ser lavradas por $\frac{64 \times 6 \times 12}{8 \times 96}$ cavallos.

Portanto, serão 6 cavallos.

Exemplo (2) — Se 7 trabalhadores em 20 dias abrem 35 metros de um canal, em quantos dias 18 trabalhadores abrirão 96 metros ?

Solução — 35 metros são abertos por 7 trabalhadores em 20 dias ;

1 metro será aberto por 7 trabalhadores em $\frac{20}{35}$ dias ;

1 metro será aberto por 1 trabalhador em $\frac{20 \times 7}{35}$ dias ;

96 metros serão abertos por um trabalhador em $\frac{20 \times 7 \times 96}{35}$ dias ;

96 metros serão abertos por 18 trabalhadores em $\frac{20 \times 7 \times 96}{35 \times 18}$ dias.

Portanto, o numero de dias será $21 \frac{1}{3}$.

EXERCICIO 25

(1) Faz-se um aterro de :

40 metros de comprimento, 5 metros de largura e 2 metros de profundidade, em 15 dias, com 16 operarios; quantos operarios farão, em 24 dias um aterro de :

60 metros de comprimento, 6 metros de largura e 3 metros de profundidade ?

(2) Se duas toneladas de feno sustentam 3 cavallos durante 4 semanas, em quantas semanas 5 toneladas de feno sustentarão 6 cavallos ?

(3) Se um homem pode caminhar 400 kilometros em 15 dias, andando 8 horas por dia, quantas horas deverá elle caminhar cada dia, para vencer 600 kilometros em 25 dias ?

2. REGRA DE JUROS

51. REGRA DE JUROS SIMPLES. — *Juro* é o premio de dinheiro emprestado. O dinheiro emprestado chama-se *principal* ou *capital*. O devedor é o que toma o emprestimo. Findo o praso ajustado, o devedor restituirá, além do capital emprestado, os juros do emprestimo, que representam o aluguel do capital.

O juro augmenta com o tempo e com o capital. Assim, quanto maior for o tempo e quanto maior for o capital, tanto maior será o juro. A somma do capital e juro chama-se *Total*.

Chama-se *taxa* ou *porcentagem* o juro da unidade de capital, na unidade de tempo. Assim, 100 mil réis em 1 anno vencendo 5 mil réis de juro, a taxa será de 5 por cento ao anno e escreve-se deste modo: 5% ao anno.

São, pois, quatro as quantidades a considerar :

capital, taxa, tempo e juro

A solução das questões relativas a juros simples depende precisamente dos mesmos principios da regra de tres simples.

Exemplo (1). Achar os juros simples de Rs. 26\$750 em 3 annos a 4% ao anno. Teremos :

Juros de Rs. 100\$000 em 1 anno são Rs. 4\$000

Juros de Rs. 1\$000 em 1 anno são Rs. $\frac{4000}{100000}$, ou $\frac{4}{100}$.

Juros de Rs. 26\$750 em um anno são Rs. $\frac{4 \times 26750}{100}$

Juros de Rs. 26\$750 em 3 annos são Rs. $\frac{4 \times 26750 \times 3}{100}$

Portanto, os juros serão de Rs. 3\$210.

Daqui emana a regra para calcular o juro: *Multiplica-se o Principal pela Taxa e pelo Numero de annos, e divide-se o producto por 100.*

O processo é este :

| | |
|-------------|-----------------|
| 26750 | Principal |
| 4 | Taxa |
| 107000 | |
| 3 | Numero de annos |
| 100) 321000 | (3210 |

Os juros são 3\$210 réis.

Exemplo (2). Achar os juros de 9:627\$285 a $5\frac{1}{2}\%$ em $3\frac{1}{4}$ annos.

$$5\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{4} = \frac{11}{2} \times \frac{13}{4} = \frac{11 \times 13}{8}$$

| | |
|-----------|------------|
| 9627285 | |
| 11 | |
| 105900135 | |
| 13 | |
| 8 | 1376701755 |
| 100 | 172087719 |

Os juros são de 1720878, ou de 1:720\$878.

NOTA I — Quando se deseja calcular os juros de uma parte do anno, expressa em mezes, reduz-se o numero de mezes à fracção de um anno.

Exemplo (3). Achar os juros de 9:627\$285 a $5\frac{1}{2}\%$ em 3 annos e 3 mezes.

$$5\frac{1}{2} \times 3\frac{3}{12} = 5\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{4} = \frac{11}{2} \times \frac{13}{4} = \frac{11 \times 13}{8}$$

O mais, como fizemos anteriormente.

NOTA II — Para calcular os juros correspondentes aum numero de dias, deveremos ter em vista que 73 dias são $\frac{1}{5}$ de um anno commum.

Exemplo (4). Achar os juros de 9:627\$285 a $5\frac{1}{2}\%$ em 219 dias.

$$219 \text{ dias} = \frac{3}{5} \text{ de um anno.}$$

O mais, como fizemos anteriormente.

Exemplo (5). Achar os juros de 9:627\$285 a 5 $\frac{1}{2}$ % em 273 dias.

$$\text{Juros de 1 anno} = 529500$$

$$\text{Juros de 1 dia} = \frac{1}{365} \text{ de } 529500 = \frac{529500}{365}$$

$$\text{Juros de 273 dias} = \frac{273 \times 529500}{365} =$$

$$= \text{Rs. } 396\$036$$

NOTA III — Para calcular o numero de dias entre dois dias dados do anno, a regra é de incluir um delles somente uma vez no calculo.

Assim, de 3 de outubro a 8 de outubro vão 5 dias.

As taboas de juros facilitam extraordinariamente os calculos.

22. Vimos como são os Juros calculados, quando são dados o Principal, a Taxa e o Tempo. Podemos agora calcular a Taxa, o Tempo, ou o Principal, quando os dois outros e os Juros (ou o Total) são dados.

Exemplo (1). A quanto por cento 520\$000 produzem o total de 754\$000 em 9 annos?

$$\begin{array}{r} \text{Total} \\ \text{Juros} = 754\$000 - 520\$000 = 234\$000 \end{array}$$

Então os juros de 520\$000 em 9 annos são 234\$000 ;

portanto, os juros de 520\$000 em 1 anno são $\frac{234000}{9}$;

portanto, os juros de 1\$000 em 1 anno são $\frac{234000}{520 \times 9}$;

portanto, os juros de 100\$000 em 1 anno são $\frac{100 \times 234000}{520 \times 9}$, ou 5\$000.

Logo, a taxa é de 5 %.

Daqui a regra para calcular a Taxa : *Multiplica-se o Juro por 100 e divide-se o producto pelo Principal e pelo Numero de annos.*

O processo é este :

| | | |
|-------------------|----------|-----------------------------|
| | 234000 | Juros. |
| | 100 | |
| Principal 520000 | 23400000 | Producto dos juros por 100. |
| Numero de annos 9 | 45 | |
| | Taxa 5 % | |

Exemplo (2). Em que tempo o capital de 520\$000 produz o total de 754\$000, sendo a taxa de 5% ?

$$\begin{array}{r} \text{Total} \\ \text{Juros} = 754\$000 - 520\$000 = 234\$000 \end{array}$$

Então 234\$000 são os juros de 520\$000 a 5 % em um certo tempo.

Ora, os juros de 520\$000 em 1 anno = $\frac{520000 \times 5}{100}$, ou 26000 ;

portanto, 26\$000 são os juros de 1 anno ;

» 1\$000 é o juro de $\frac{1}{26}$ anno.

Logo, 234\$000 são os juros de $\frac{234}{26} = 9$ annos.

Tempo procurado = 9 annos.

Daqui a Regra para calcular o Tempo: *Multiplica-se o Juro por 100 e divide-se o producto pelo Principal e pela Taxa.*

O processo é este :

| | | |
|------------------|-------------------|----------------------------|
| | 234000 | Juros |
| | 100 | |
| Principal 520000 | 23400000 | Producto dos juros por 100 |
| Taxa 5 | 45 | |
| | Numero de annos 9 | |

Exemplo (2). Qual é o principal que produz o total de 754\$000, em 9 annos, sendo a taxa de 5 % ?

Juros de 100\$000 em 9 annos a 5 % = 45\$000.

Portanto, 145\$000 são o Total cujo Principal = 100\$000

Portanto, 1\$000 são o Total cujo Principal = $\frac{100000}{145}$

Portanto, 754\$000 são o Total cujo Principal = $\frac{754 \times 100000}{145}$.

Logo, o Principal é Rs. 520\$000.

Daqui a regra para calcular o Principal: *Multiplique-se o Total por 100 e divide-se o resultado pela somma de 100 com o producto da Taxa pelo Numero de annos.*

O processo é este :

| | | |
|---------------------------------------|----------|------------------------------|
| | 754000 | Total |
| | 100 | |
| 100 + Taxa × Numero de annos = 145 | 75400000 | Producto do Total por 100 |
| | 520000 | Principal |

Exemplo (4). Qual o principal que produz os juros de 234\$000, em 9 annos, sendo a taxa de 5 % ?

Juros de 100\$000 em 9 annos a 5 % = 45\$000.

Portanto, 45\$000 são os juros cujo principal = 100\$000.

Portanto, 1\$000 são os juros cujo principal = $\frac{100000}{45}$

Portanto, 234\$000 são os juros cujo principal = $\frac{234 \times 100000}{45}$.

Logo, o Principal é Rs. 520\$000.

Daqui a regra para calcular o Principal: *Multiplique-se o Juro por 100 e divide-se o producto pela Taxa e pelo Numero de annos.*

O processo é este:

| | | |
|-------------------|----------|-------------------------------|
| | 234000 | Juros |
| | 100 | |
| Taxa 5 | 23400000 | Producto dos Juros por 100 |
| Numero de annos 9 | 4680000 | Quociente |
| | 520000 | Principal |

EXERCICIO 26

(1) Calcular os juros de 4 contos de réis (4:000\$000) a 10 % em 5 annos, 3 mezes e 17 dias.

(2) Calcular a taxa, para que em 7 annos o capital de 17 contos de réis (17:000\$000) produza o total de 22 contos de réis (22:000\$000).

(3) Calcular o tempo para que, sob a taxa de 10 %, o capital de 1 conto de réis (1:000\$000) produza o total de 3 contos de réis (3:000\$000).

(4) Calcular o principal, que, em 5 annos e sob a taxa de 12 %, produz o total de 17:625\$328.

(5) Calcular o principal, que, em 3 annos e sob a taxa de 10 % produz o juro de 8:722\$000.

53. REGRA DE JUROS COMPOSTOS — Juro Composto é o que se paga, não somente pelo emprestimo da somma original, mas tambem pelo *emprestimo dos juros simples* que lhe são devidos.

Os Juros Simples de 5:000\$000 em um anno a 4 por cento são 200\$000.

Se, pois, 5:000\$000 devem vencer Juros Compostos em 2 annos a 4 %, os juros do *primeiro* anno serão 200\$000.

Agora, como o devedor tambem tem de pagar pelo emprestimo desses 200\$000, os juros simples do *segundo* anno devem ser calculados sobre 5:200\$000.

Consequentemente, pelo segundo anno os juros simples serão = $\frac{5200000 \times 4}{100} = 208\000 .

Portanto, os Juros Compostos, para os dois annos do emprestimo, serão 408\\$000.

54. Podemos calcular os Juros Compostos pela Regra seguinte :

Achar os juros do primeiro anno; sommal-os ao principal original; chamar o resultado Segundo Principal; achar os juros desta somma para o segundo anno; chamar o resultado Terceiro Principal; achar os juros desta somma para o terceiro anno, e assim por deante.

Os Juros Compostos serão a somma dos diferentes Juros Simples calculados.

Exemplo. Achar os juros compostos de 100\\$000 em 6 annos a 5 por cento :

| | |
|--------------------|-----------|
| Principal Original | 100\\$000 |
| Juros | 5\\$000 |
| Segundo Principal | 105\\$000 |
| Juros | 5\\$250 |
| Terceiro Principal | 110\\$250 |
| Juros | 5\\$513 |
| Quarto Principal | 115\\$763 |
| Juros | 5\\$788 |
| Quinto Principal | 121\\$551 |
| Juros | 6\\$078 |
| Sexto Principal | 127\\$629 |
| Juros | 6\\$381 |

Juros Compostos = 5\\$000 + 5\\$250 + 5\\$513 + 5\\$788 +

+ 6\\$078 + 6\\$381 = 34\\$010

Capital accumulado = 127\\$629 + 6\\$381 = 134\\$010 réis

EXERCICIO 27

Achar os juros compostos de 100\\$000 em 8 annos e 4 mezes a 6%.

TABOA

Annos precisos para ter um multiplo do capital

| MULTIPLO DO CAPITAL | TAXA USUAL DO JURO % | | | | | | | | |
|---------------------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| | Annos | Annos | Annos | Annos | Annos | Annos | Annos | Annos | Annos |
| 2 ou duas vezes o capital | 17.67 | 14.21 | 11.90 | 10.24 | 9.01 | 8.04 | 7.27 | 6.64 | 6.12 |
| 3 » tres » » » | 28.01 | 22.52 | 18.85 | 16.24 | 14.27 | 12.75 | 11.53 | 10.53 | 9.69 |
| 4 » quatro » » » | 35.35 | 28.41 | 23.79 | 20.49 | 18.01 | 16.09 | 14.55 | 13.28 | 12.23 |
| 5 » cinco » » » | 41.04 | 32.99 | 27.62 | 23.79 | 20.91 | 18.68 | 16.89 | 15.42 | 14.20 |
| 6 » seis » » » | 41.68 | 36.72 | 30.75 | 26.48 | 23.28 | 20.79 | 18.80 | 17.17 | 15.81 |
| 7 » sete » » » | 49.61 | 39.88 | 33.40 | 28.76 | 25.28 | 22.58 | 20.42 | 18.65 | 17.17 |
| 8 » oito » » » | 53.02 | 42.62 | 35.69 | 30.74 | 27.02 | 24.13 | 21.82 | 19.93 | 18.35 |
| 9 » nove » » » | 56.02 | 45.03 | 37.71 | 32.48 | 28.55 | 25.50 | 23.05 | 21.05 | 19.39 |
| 10 » dez » » » | 58.71 | 47.19 | 39.52 | 34.03 | 29.92 | 26.72 | 24.16 | 22.06 | 20.32 |

Exemplo. Em que tempo, a 12 % ao anno, o capital de 5 contos de réis attinge 8 vezes mais, ou a 40 contos de réis?

Solução. A Taboa dá na ultima columna o numero 18.35 ; portanto, em 18 annos e 35 centesimas partes de um anno, isto é, em 18 annos e 127 dias.

3. REGRA DE DESCONTO

55. *Desconto* é o abatimento sobre a importancia total de um titulo de valor chamado *Letra*. Este titulo representa uma importancia pagavel em certo dia determinado. Elle pode ser transferido, ou passar de um possuidor para outro. Se o pagamento da letra for realisado antes do seu vencimento, a somma a pagar não será a inscripta nesse titulo, mas a que realmente valer no dia em que se deseja pagar, depois de deduzido o desconto correspondente ao tempo que falta para o seu vencimento. A letra tem, pois, dois valores:

Valor Nominal, ou valor inscripto na letra, pagavel no dia do vencimento;

Valor Actual, ou valor que a letra possui no dia do desconto.

Daqui, duas especies de desconto :

Desconto commercial, ou juro do *valor nominal* ;

Desconto mathematico, ou juro do *valor actual*.

Por ser o *valor nominal* sempre maior que o *valor actual*, o *desconto commercial* será sempre maior que o *desconto mathematico*.

E' usualmente empregado o *desconto commercial*, por ser mais pratico.

56. *Exemplo.* Qual é o valor *commercial* de uma letra de 3:840\$ a que ainda faltam 2 mezes e 12 dias para o seu vencimento, sendo o desconto feito sob a taxa de 8 3/4 % ao anno ?

Solução—Empregando a regra de juros simples, teremos :

Principal = 3:840\$000.

Taxa = 8 3/4% ao anno = 8 3/4% por 12 mezes.

Tempo = 2 mezes e 12 dias = 2 2/5.

Juros = $\frac{3840000 \times 8 \frac{3}{4} \times 2 \frac{2}{5}}{100 \times 12} = 67\$200.$

Valor Commercial = $\frac{\text{Valor Nominal} - \text{Desconto Commercial}}{100} = \frac{3:840\$000 - 67\$200}{100} = 3:772\$800.$

57. Para achar o valor actual de uma letra, debito vencivel no fim de um dado tempo e que ja contempla os juros calculados a uma dada taxa, emprega-se exactamente o mesmo processo que (Art. 52), Ex. (3), onde achamos o Principal, quando a Taxa, o Tempo e o Total são dados.

Exemplo (1). Assim, para calcular o Valor Actual de 17:810\$, venciveis no fim de 4 annos, sendo a taxa de 5 %, procederemos deste modo :

Os juros de 100\$000 por 4 annos a 5 % são 20\$000.

Portanto,

120\$000 têm para Valor Actual 100\$000 ;

1\$000 têm para Valor Actual $\frac{100000}{120}$;

17:810\$000 têm para Valor Actual $\frac{100000}{120} \times 17810,$

ou

833 × 17810.

Logo, o Valor Actual procurado será 14:835\$730.

Exemplo (2). Achar o Desconto Mathematico de 17:810\$000, venciveis no fim de 4 annos, sendo a taxa de 5 %.

O Valor Actual é de 14:835\$730.

O Desconto Mathematico será:

$$\begin{array}{r} 17:810\$000 \\ 14:835\$730 \\ \hline 2:974\$270 \end{array}$$

As taboas facilitam os calculos.

Exemplo (3). Achar o valor Actual de

$$£ 405 \text{ 3 s } 4 \frac{1}{2} d$$

devidas para o fim de 3 annos, calculadas a juros compostos de 5 %.

Solução:

$$\begin{aligned} \text{Juros compostos sobre } £ 100 \text{ para 3 annos a } 5 \% = \\ = £ 15 \text{ 15 s } 3 d \end{aligned}$$

Portanto, de

£ 115 15 s 3 d o Valor Actual são £ 100,

$$\text{de } £ 1 \text{ o Valor Actual é } £ \frac{100}{115 \frac{61}{80}}$$

de £ 405 3 s 4 $\frac{1}{2}$ d o Valor Actual são

$$£ \frac{100 \times 405 \frac{27}{160}}{115 \frac{61}{80}}$$

Logo, o Valor Actual será :

$$£ \frac{100 \times 64827 \times 80}{9261 \times 160} = £ 350.$$

EXERCICIO 27

Achar o Desconto Commercial dos valores nominaes seguintes, omitindo as fracções de um penny:

(1) £ 4000, de 18 de Outubro a 16 de Novembro, a 6 por cento.

(2) £ 3000, de 23 de Dezembro a 13 de Fevereiro, a 4 por cento.

(3) £ 2000, de 10 de Maio a 17 de Maio, a 6 por cento.

(4) £ 1000, de 12 de Junho a 10 de Julho, a 7 por cento.

(5) £ 1000, de 17 de Julho a 24 de Julho, a 5 $\frac{1}{2}$ por cento.

(6) £ 2000, de 31 de Março a 18 de Abril, a 4 $\frac{1}{2}$ por cento.

(7) £ 2000, de 15 de Janeiro a 31 de Março, a 4 $\frac{1}{2}$ por cento. (Fevereiro, 28 dias)

Achar o Valor Actual de

(8) £ 5520, devidas para o fim de 4 annos a 5 por cento.

(9) £ 3171 14 s, devidas para o fim de 5 annos a 3 por cento.

(10) £ 826 10 s, devidas para o fim de 3 $\frac{1}{2}$ annos a 4 por cento.

(11) £ 416 2 s, devidas para o fim de 5 annos a 4 por cento.

(12) £ 8949, devidas para o fim de 4 annos a 3 $\frac{1}{2}$ por cento.

Achar o Desconto Mathematico de

(13) £ 8314 10 s, devidas para o fim de 5 annos a 3 por cento.

(14) £ 930 10 s 3 d, devidas para o fim de $3 \frac{1}{2}$ annos a 3 por cento.

(15) £ 876 10 s 8 $\frac{1}{4}$ d, devidas para o fim de 3 annos a 5 por cento.

(16) £ 5556, devidas para o fim de $4 \frac{1}{2}$ annos a $3 \frac{1}{2}$ por cento.

(17) £ 618 2 s 6 d, devidas para o fim de $3 \frac{3}{4}$ annos a 4 por cento.

NOTA. — Quando o desconto para as partes de um anno é pedido, ellas podem ser expressas como fracções de um anno.

4. MÉDIAS E PORCENTAGENS

38. A média de dois ou mais numeros acha-se sommando os numeros e dividindo a somma pelo numero de parcellas.

Assim para achar a média de 13, 15, 74, 23, 6, e 31, teremos:

$$162 \div 6 = 27$$

NOTA. — Exprime-se o resto, que possa occorrer, *decimalmente*.

EXERCICIO 28

(1) Achar a média de 14, 26, 9, 18, 13, 24, 27, 39.

(2) Achar a média de 1600, 276, 974, 0, 236, 845, 1239.

(3) Achar a média da população de tres cidades contendo respectivamente 34729, 46238, e 87296 habitantes.

(4) Achar a média de $15 \frac{1}{2}$, $36 \frac{3}{4}$, $17 \frac{5}{8}$, 0, $10 \frac{3}{8}$, $74 \frac{1}{5}$, $28 \frac{1}{4}$, e 33.

(5) Achar a média de $12 \frac{12}{25}$, 21, $7 \frac{3}{4}$, 0.034, $3 \frac{1}{8}$, 0, $24 \frac{1}{2}$, e $12 \frac{7}{20}$.

39. Na pratica commercial, toma-se o numero 100 como unidade, para de cada cento se subtrahir ou sommar alguma quantidade.

Assim, 3 por cento de certo numero de objectos quer dizer 3 objectos em cada 100 ;

$10 \frac{1}{5}$ por cento quer dizer 10 objectos e $\frac{1}{5}$ desse objecto em cada 100 ;

como 5 % de libras esterlinas quer dizer 5 libras em cada 100 libras ;

5 % de nossa moeda quer dizer 5\$ em cada 100\$000.

Exemplo (1). Quanto será 3 por cento de £ 1479 ?

Se

£ 100 rendem £ 3,

£ 1 renderá £ $\frac{3}{100}$

£ 1479 renderão £ $\frac{1479 \times 3}{100}$ ou £ 44.37.

Exemplo (2). O numero de alumnos de uma Escola augmenta em certo periodo de 125 para 180 ; qual é o augmento por cento ?

Sobre 125 o augmento é 55.

Sobre 1 o augmento será $\frac{55}{125}$

Sobre 100 o augmento é $\frac{55 \times 100}{125}$ ou $\frac{220}{5}$ ou 44 ;

Portanto, o augmento será de 44 %.

EXERCICIO 29

- (1) Qual é a comissão de 3 % sobre £ 133 10 s a $2\frac{1}{2}$ por cento ?
- (2) Qual é o seguro de um valor de £ 625, a $\frac{1}{8}$ por cento ?
- (3) Qual é o seguro de uma carga, avaliada em £ 4270, a $3\frac{1}{2}$ %?

5. PRAZO MÉDIO

60. Prazo médio é o tempo em que de uma só vez pôde ser effectuado o pagamento de quantias diversas vencíveis a prazos diversos, sem que haja prejuizo algum para o credor, nem para o devedor.

Exemplo (1). Um negociante deve fazer a um Banco tres pagamentos assim ajustados:

1:325\$, no fim de 2 mezes ;

2:722\$, no fim de 4 mezes ; e

3:000\$, no fim de 6 mezes ;

mas, combinando pagar as tres sommas em uma só época em que prazo deverá effectuar o pagamento ?

Solução — A pratica admitte a seguinte regra:

Multiplica-se cada debito pelo seu respectivo prazo e a somma dos productos divide-se pela somma dos debitos ; o quociente é o prazo médio.

Empregando esta regra, teremos :

$$1:325\$ \times 2 = 2:650\$$$

$$2:722\$ \times 4 = 10:888\$$$

$$3:000\$ \times 6 = 18:000\$$$

| | |
|----------------------------|-------------------------------|
| Somma dos debitos. 7:047\$ | 31:538\$ Somma dos productos. |
|----------------------------|-------------------------------|

$$\text{Prazo médio} = \frac{31538000}{7047000} = 4.47 = 4 \text{ mezes e } 14 \text{ dias.}$$

Exemplo (2). Um individuo comprou uma casa por 15 contos de réis e combinou pagar metade á vista, um terço a 4 mezes e o resto a 6 mezes. Em que prazo poderia pagar, de uma só vez, o preço total da casa ?

Solução.—A quantia paga á vista entra na somma dos debitos, mas não entrará na [somma dos productos, porque zero é o multiplicador.

Assim, teremos :

$$7:500\$ \times 0 = \quad \$$$

$$5:000\$ \times 4 = 20:000\$$$

$$2:500\$ \times 6 = 15:000\$$$

| | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| Somma dos debitos. 15:000\$ | 35:000\$ Somma dos productos. |
|-----------------------------|-------------------------------|

$$\text{Prazo médio} = \frac{35}{15} = 2.\dot{3} = 2\frac{1}{3} = 70 \text{ dias.}$$

EXERCICIO 30

(1) Uma divida de 6 contos de réis será liquidada depois de um anno. No correr do anno pagam-se: 1:500\$, depois de 3 mezes; 1:200\$, depois de 6 mezes ; e 2:000\$, depois de 10 mezes. Quando se deve saldar o debito ?

(2) Se o individuo A deve a B para o fim de 5 mezes £ 300, e para o fim de 9 mezes £ 700, quando podem ambas as sommas ser pagas de uma só vez sem fraude para A ou para B ?

CAPITULO III

Methodo das Proporções

1. RAZÃO E PROPORÇÃO

61. Se A e B são quantidades da mesma especie, a grandeza relativa de A com respeito a B chama-se Razão de A para B.

Duas quantidades *homogeneas*, ou da mesma especie, podem ser comparadas de dois modos: por *diferença* e por *quociente*.

No primeiro modo, procura-se a diferença entre os numeros dados; no segundo modo, procura-se o seu quociente. O resultado da comparação chama-se no primeiro modo *razão por diferença* e no segundo *razão por quociente* ou simplesmente *razão*.

Sejam, por exemplo, 5 e 3 dois numeros designando quantidades da mesma especie de unidades. As duas razões serão:

$$5 - 3 = 2 \text{ e } \frac{5}{3} = 1 \frac{2}{3}$$

A primeira razão 2 é por diferença; e a segunda $1 \frac{2}{3}$ é por quociente.

A egualdade de duas diferenças chama-se *equidiferença*; e a egualdade de dois quocientes, ou das fracções correspondentes, chama-se *proporção*.

Quando comparamos as razões que existem entre dois pares de quantidades, não é necessario que todas quatro quantidades sejam da mesma especie de unidades; mas, é necessario que seja *cada par* da mesma especie de unidades.

Por exemplo, podemos comparar a razão de 4 mil réis para 7 mil réis com a razão de 7 dias para 12 dias e achar que $\frac{4}{7}$ é menor que $\frac{7}{12}$.

O symbolo : collocado entre dois numeros substitue a fracção correspondente.

Assim, 4 : 7 é o mesmo que $\frac{4}{7}$ e lê-se 4 está para 7.

O symbolo :: collocado entre duas razões substitue o signal =

Assim, $\frac{6}{12} = \frac{4}{8}$ é o mesmo que 6 : 12 :: 4 : 8

e lê-se 6 está para 12 assim como 4 está para 8.

Usa-se tambem assim :

$$6 : 12 = 4 : 8,$$

lendo o signal = como se estivessem os quatro pontos :: que significam *assim como*.

Os quatro numeros 6, 12, 4, 8, escriptos na ordem em que se acham nas razões, dizem-se *em proporção*, ou *proporcionaes*.

Assim teremos a proporção :

$$6 : 12 = 4 : 8$$

Aos dois termos 6 e 8 dá-se o nome de Extremos e aos dois outros 4 e 12 dá-se o nome de Meios.

62. Quando quatro numeros estão em proporção, o producto dos extremos é igual ao producto dos meios.

Por exemplo, se

$$6 : 12 = 4 : 8,$$

teremos :

$$6 \times 8 = 12 \times 4.$$

Com effeito, sendo

$$\frac{6}{12} = \frac{4}{8}$$

por hypothese, porque estes quatro numeros estão em proporção ; e

$$\frac{6 \times 8}{12 \times 8} = \frac{6}{12}$$

como sabemos da theoria das fracções ; e

$$\frac{4 \times 12}{8 \times 12} = \frac{4}{8}$$

como sabemos da theoria das fracções ; teremos por consequencia :

$$\frac{6 \times 8}{12 \times 8} = \frac{4 \times 12}{8 \times 12}$$

Portanto, como são eguaes os denominadores destas duas fracções, os numeradores deverão tambem ser eguaes ; isto é :

$$6 \times 8 = 4 \times 12$$

como queriamos provar. Tal é a propriedade fundamental das proporções.

Resulta desta propriedade, que, se tres dos quatro numeros que formam uma proporção forem dados, poderemos calcular o quarto.

Exemplo (1). Achar a quarta proporcional a 3, 15, 7.

Solução :

$$3 : 15 = 7 : \text{numero procurado ;}$$

portanto,

$$3 \times \text{numero procurado} = 15 \times 7 ;$$

logo,

$$\text{numero procurado} = \frac{15 \times 7}{3} = 35.$$

Daqui a Regra:

Multiplicam-se os meios e divide-se o producto pelo extremo conhecido, para calcular o extremo incognito.

Exemplo (2). Qual é o numero cuja relação para 9 é a que 3 tem para 5?

Solução:

$$3 : 5 = \text{numero procurado} : 9 ;$$

portanto,

$$5 \times \text{numero procurado} = 3 \times 9 ;$$

logo,

$$\text{numero procurado} = \frac{27}{5} = 5 \frac{2}{5} .$$

Daqui a Regra:

Multiplicam-se os extremos e divide-se o producto pelo meio conhecido, para calcular o meio incognito.

63. Tres numeros dizem-se em proporção continua quando a relação do primeiro para o segundo é igual á relação do segundo para o terceiro.

Assim 3, 6, 12 estão em proporção continua, porque

$$\frac{3}{6} = \frac{6}{12}$$

Outra definição: uma proporção continua é a que tem os meios eguaes. O segundo numero chama-se Média Proporcional entre o primeiro e o terceiro.

Assim, 6 é a média proporcional entre 3 e 12.

Exemplo (1). Achar a média proporcional entre 8 e 18.

Solução:

8 : numero procurado = numero procurado : 18 ;
portanto,

numero procurado \times numero procurado = 8 \times 18 ;
portanto,

quadrado do numero procurado = 144 ;
logo,

$$\text{numero procurado} = 12.$$

Daqui a Regra:

Extrahe-se a raiz quadrada do producto dos extremos para calcular a média proporcional.

EXERCICIO 31

- (1) Comparar as razões 2 : 5 e 4 : 9.
- (2) Comparar as razões 17 : 39 e 19 : 41.
- (3) Comparar as razões 4 : 7, 8 : 15, e 13 : 24
- (4) Comparar as razões 5 : 7, 13 : 15, 21 : 91, e 45 : 52.
- (5) Achar a quarta proporcional a 5, 7, e 15.
- (6) Achar a quarta proporcional a $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$ e $\frac{5}{9}$.
- (7) Achar a quarta proporcional a 0.3, 0.16, e 0.09
- (8) Achar a média proporcional a 14 e 56
- (9) Achar a média proporcional a $\frac{5}{63}$ e $\frac{35}{81}$.
- (10) Achar a média proporcional a 0.057 e 0.513
- (11) Se A = 3 $\frac{1}{3}$ de B, e C = 5 $\frac{1}{5}$ de B, achar a relação de A para C.

(12) Dividir C 5187 entre A, B, C, D, de modo que a parte de A esteja para a parte de B = 6 : 5, a parte de B esteja para a parte de C = 4 : 3, e a parte de C esteja para a parte de D = 3 : 2.

2. DIVISÃO EM PARTES PROPORCIONAES

64. Supponhamos, por exemplo, o numero 66 a dividir em duas partes proporcionaes a 4 e 7. Vamos calcular dois numeros taes, que, um seja composto de 4 partes eguaes e o outro de 7 dessas partes, sendo a somma desses numeros igual a 66.

Dividindo 66 por $4 + 7 = 11$, teremos uma das partes $\frac{66}{11} = 6$.

Portanto, teremos:

$$4 \times 6 = 24$$

$$7 \times 6 = 42$$

São, pois, 24 e 42 as duas partes de 66 proporcionaes a 4 e 7, porque

$$4 : 7 = 24 : 42$$

Exemplo (1). Dividir a somma de 1275 contos de réis por 3 pessoas, cujas partes estejam na proporção de 3, 5, e 7.

Solução :

$$3 + 5 + 7 = 15$$

$$\frac{1275}{15} = 85 \text{ contos de réis;}$$

portanto, teremos:

$$\left. \begin{array}{l} 3 \times 85 = 255 \\ 5 \times 85 = 425 \\ 7 \times 85 = 595 \end{array} \right\} \text{contos de réis.}$$

$$\frac{1275}{1275}$$

Exemplo (2). Dividir 837 contos de réis em tres partes que estejam na proporção de

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3} \text{ e } \frac{1}{5}.$$

Solução — O menor denominador commum a

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3} \text{ e } \frac{1}{5} \text{ é } 30;$$

portanto, as partes estarão na proporção de

$$\frac{15}{30}, \frac{10}{30}, \text{ e } \frac{6}{30}$$

ou na proporção de

$$15, 10, \text{ e } 6.$$

Portanto, ter-se-á:

$$\frac{15 + 10 + 6 = 31}{837} = 27 \text{ contos de réis.}$$

Logo, as tres partes serão:

$$\left. \begin{array}{l} 15 \times 27 = 405 \\ 10 \times 27 = 270 \\ 6 \times 27 = 162 \end{array} \right\} \text{contos de réis}$$

$$\frac{837}{837}$$

EXERCICIO 32

(1) Dividir 60 contos de réis em duas partes proporcionaes a 11 e 9.

(2) Dividir £ 2500 em partes proporcionaes a 2, 3, 7, 8.

(3) Dividir £ 8470 em partes proporcionaes a $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$.

(4) Os lados de um triangulo são como 3, 4, 5, e a somma dos comprimentos dos lados é de 480 metros: achar os lados.

3. REGRA DE COMPANHIA

65. Supponhamos, por exemplo, que A e B sejam socios de um negocio; que, nesta sociedade, A tenha empregado um capital de 20 contos de réis por 9 mezes e B um capital de 25 contos de réis por 12 mezes; que ao fim deste tempo os lucros sejam de 84 contos de réis. Como devem ser repartidos?

Raciocinamos assim:

20 contos por 9 mezes são o mesmo que 180 contos por 1 mez
 25 contos por 12 mezes são o mesmo que 300 contos por 1 mez

Evidentemente, como já estão as entradas reduzidas a tempos eguaes, a divisão dos lucros póde ser pela divisão em duas partes prôporcionaes a 180 e 300.

Donde,

$$\text{a parte A} = \frac{180}{480} \text{ de } 84 = \frac{3}{8} \text{ de } 84 = 31.5 = 31:500\text{\$}$$

$$\text{a parte de B} = \frac{300}{480} \text{ de } 84 = \frac{5}{8} \text{ de } 84 = 52.5 = 52:500\text{\$}$$

Deste exemplo, concluiremos a regra seguinte:

*A somma das entradas
 Está para o Monte a repartir,
 Como a entrada de cada socio
 Para a quota que ha de vir.*

Applicando esta regra obteriamos os valores incognitos que representam as partes A e B.

66. Quando diversas pessoas são associadas num negocio e adeantam capitaes por diferentes periodos de tempo, o periodo de tempo pode ser tornado o mesmo para todos, pela multiplicação do capital de cada uma pelo numero de annos, mezes ou dias, em que o seu capital foi empregado, e então os proveitos ou prejuizos podem ser achados pelo methodo precedente.

Exemplo. A e B formam uma sociedade por 6 annos. A entrou com 35 contos e B, no principio, com 25 contos e 3 annos depois com mais 15 contos. Tiveram a perda de 48:600\$. Pede-se o prejuizo de cada socio.

Solução A.... 35 contos durante 6 annos..... = 210 contos em 1 anno;

B.... 25 contos durante 6 annos + 15 contos durante 3 annos = 195 contos em 1 anno;

Somma das entradas 405:000\$

Monte a repartir 48:600\$

Entrada de A 210:000\$

Entrada de B 195:000\$

Empregando a Regra, teremos as proporções seguintes:

$$405:000\$: 48:600\$ = 210:000\$: \text{Prejuizo de A}$$

$$405:000\$: 48:600\$ = 195:000\$: \text{Prejuizo de B}$$

Donde,

$$\text{Prejuizo de A} = \frac{3}{25} \times 210 = 25:200\$000.$$

$$\text{Prejuizo de B} = \frac{3}{25} \times 195 = 23:400\$000.$$

Tal é a solução da Regra de Companhia chamada Composta, porque as entradas e os tempos são deseguaes.

EXERCICIO 33

(1) A entrou em um negocio com o capital de £ 2400 á 19 de Março, e a 17 de Julho admittiu um socio B com um capital de £ 1800. Os proveitos elevaram-se a £ 943 para o fim do anno. Qual é a parte de cada socio?

(2) D e E entraram em uma sociedade; D empregou £ 40 por 3 mezes, e E £ 75 por 4 mezes. Elles ganharam £ 70. Qual é a ganho de cada socio?

(3) A, B, C são associados; A empregou £ 500 por 7 mezes, B £ 600 por 8 mezes, e C £ 900 por 9 mezes. O lucro é de 410; qual é a parte de cada um?

4.—REGRA DE FALSA POSIÇÃO

67. A Regra de Falsa Posição, de frequente emprego, consiste em operar com um numero que se supponha, para calcular um numero verdadeiro.

Exemplo.—Um gavião entrando em um pombal disse: «Deus vos salve, minhas 100 pombas. Uma dellas retorquiui: nós não somos 100 pombas; mas, nós e outras tantas, mais a metade e a quarta parte de nós, contigo gavião, 100 pombas seremos.»

Quantas pombas eram?

Solução—Supponhamos que fossem 20.

Então, teremos:

| | |
|--------------|-----------|
| Numero falso | 20 |
| Outro tanto | 20 |
| Metade | 10 |
| Quarta parte | 5 |
| Total falso | <u>55</u> |

Agora, a proporção:

$$55 : 99 = 20 : \text{numero procurado};$$

donde,

$$\text{numero procurado} = \frac{99 \times 20}{55} = 36 \text{ pombas.}$$

Daqui a Regra :

Toma-se qualquer numero e com elle se fazem todas as operações indicadas no problema; depois o total falso está para o total verdadeiro, assim como o numero supposto está para o numero verdadeiro.

EXERCICIO 34

(1) Qual o numero cuja metade sommada com a quinta parte, dá 7?

(2) Qual o numero cujo triplo mais 3, dá 27?

(3) A comprou certo numero de maçãs, e se a terça, a quarta e a sexta parte dellas fossem reunidas, o seu numero seria 54.

Quantas foram as maçãs compradas?

5.—CAMBIO

68. Cambio é a operação de commercio por meio da qual se permuta ou se troca a moeda de um paiz pela de outro.

Tambem é uma negociação tendo por fim transferir a alguém os fundos que um negociante possui em algum paiz estrangeiro, a preço convencionado.

Chama-se *letra de cambio* o bilhete ou titulo, feito com as formalidades da lei, por meio do qual se faz a transferencia, ou se manda ordem de pagar a quantia mencionada na letra.

Numa letra de cambio figuram geralmente tres pessoas :

o *sacador*, que manda dar o dinheiro; o *tomador*, que recebe a letra, e que ás vezes é tambem o *portador*, ou

quem effectivamente recebe o valor da letra; e o *sacado* ou *aceitante*, que tem de satisfazer o valor della.

Se a letra mencionar o pagamento á vista, será paga no acto de ser apresentada. Se marcar 8 ou 15 dias de vista, será paga ao fim desse prazo. A abreviatura d/v significa *dias de vista*; assim 8 d/v significa 8 dias de vista.

O *agio* ou lucro que tira o banqueiro em taes negociações depende do curso das moedas dos diversos paizes, cujos valores estão sujeitos a variações como todas as mercadorias. E', pois, *movel* e *variavel*, sendo esta variação nos valores das moedas o que se chama *curso do cambio* ou *taxa do cambio*, e o que dá logar a transacções correntes e a especulações.

As operações de cambio são *directas* ou *indirectas*.

São *directas* quando uma praça saca directamente sobre outra e *indirectas* quando emprega uma praça intermediaria. O Brazil pôde sacar directamente sobre qualquer praça, mas usualmente o faz por meio da praça de Londres.

69. CAMBIO PAR. Na troca das moedas dos diversos paizes entre si ha muitas alternativas no seu valor reciproco, de sorte que o cambio nem sempre está ou corre ao *par*.

Com a praça de Londres, por exemplo, o preço do cambio ao par no Brazil é rigorosamente de 26.938 ou proximaente $26 \frac{13}{16}$ dinheiros esterlinos por 1\$000; mas, no commercio admitte-se o de 27.

Na troca das moedas serve a de um paiz de termo de comparação a respeito das de outros, e a praça a que pertence essa moeda é considerada como dando o termo *certo*, as outras o *incerto*. Londres fornece para quasi todas as praças o termo certo, que é a libra esterlina, excepto em suas transacções com o Brazil e Portugal, que fornecem o termo certo, isto é, o *mil réis*.

Quando se diz, por exemplo, que o cambio está a 23 ou 25 ou 27 sobre Londres, entende-se que por um mil réis no Rio obtem-se em Londres 23 ou 25 ou 27 dinheiros; de modo que a subida do cambio de 23 a 27 corresponde a um augmento no valor do termo certo 1\$000.

Nas transacções do Brazil com a praça de França, o franco é o termo certo. Nas transacções do Brazil com Portugal regula-se o cambio a um tanto por cento; assim o cambio sendo no Rio 245 %, deve-se dar, por exemplo, 245\$000 no Rio para receber 100\$000 *fortes* em Portugal. As moedas brasileira e portugueza têm os mesmos nomes, as mesmas divisões e as mesmas unidades, que são: o *real*, o *mil réis* e o *conto de réis*. Ha só uma differença: as moedas portuguezas de ouro, prata e cobre, têm quasi o dobro do peso das moedas do Brazil, motivo porque são *fortes*.

O cambio de 27 dinheiros sobre Londres é, como já dissemos, o cambio *par*; mas é isto por conveniencia commercial, porque não se funda no preço *par* das moedas dos dois paizes.

O preço da libra esterlina sendo justamente 8\$910 da nossa moeda, o *cambio par* deve corresponder a 26 15/16 dinheiros proximaente e não a 27 dinheiros, que corresponde ao valor do soberano de 8\$890, menor do que o valor real.

O *preço par* do franco é de 353 réis, desprezando uma diminuta fracção, e o da moeda portugueza 98 % de premio, e não 100 % como se costuma a considerar, porque 1\$000 da moeda portugueza não vale 2\$000 da nossa moeda e sim 1\$978.

Observemos que o cambio sobre Londres estando, por exemplo, ao *par*, não se segue que esteja igualmente sobre Lisboa ou sobre Nova York, por ser preciso notar que o cambio sobre Londres refere-se a transacções a 90 dias,

emquanto que sobre Lisboa é a 3 dias e sobre Nova York é á vista.

As operações de cambio podem realizar-se entre praças interiores ou estrangeiras. Para o Brazil são praças interiores aquellas em que circula a mesma moeda, como são as praças commerciaes dos Estados. São praças exteriores ou estrangeiras as de Inglaterra, França e de outros paizes, onde circulam moedas diferentes da nossa.

70. O cambio interno é uma operação de simples percentagem. *Exemplo*: Um industrial do Rio quer pagar a um lavrador de S. Paulo a quantia de 2 contos de réis e o faz por intermedio do Banco da Republica. Quanto paga ao Banco?

| | |
|----------------------|------------|
| Valor da letra. . . | 2:000\$000 |
| 3% de commissão. . . | 60\$000 |
| Total. | 2:060\$000 |

71. REDUCÇÃO DE MOEDA DO BRAZIL Á MOEDA INGLEZA:

Reduzir 738\$000 a moeda ingleza, ao cambio de 15.

Regra—*Multiplica-se á quantia dada pela taxa do cambio, e o producto dividido por 1000 dará o numero de dinheiros, os quaes serão reduzidos a shillings e os shillings a libras.*

Calculo:

$$\begin{aligned} 15 \times 738\$000 &= 11070000 \\ 11070000 \div 1000 &= 11070 \text{ d} \\ 11070 \div 12 &= 922 \text{ s } 6 \text{ d} \\ 922 \div 20 &= \text{£ } 46 \text{ 2 s} \end{aligned}$$

portanto, teremos:

$$\text{£ } 46 \text{ 2 s } 6 \text{ d}$$

72. REDUCÇÃO DE MOEDA INGLEZA Á MOEDA DO BRAZIL.

Quanto valem

$$\text{£ } 46 \text{ 2 s } 6 \text{ d}$$

ao cambio de 15?

Regra:

Reduz-se a moeda ingleza a dinheiros; o numero de dinheiros multiplica-se por 1000; e o producto, dividido pela taxa de cambio, será a moeda do Brazil.

Calculo

$$\begin{aligned} \text{£ } 46 \text{ 2 s } 6 \text{ d} &= 11070 \text{ d} \\ 11070 \times 1000 &= 11070000 \\ 11070000 \div 15 &= 738000 \end{aligned}$$

Portanto, teremos:

$$\text{Rs. } 738\$000$$

73. REDUCÇÃO DA MOEDA DO BRAZIL Á MOEDA FRANCEZA.

Quantos francos correspondem a 738\$000, estando o franco a 380?

Regra: *Divide-se a moeda do Brazil pelo valor de 1 franco.*

Calculo:

$$738000 \div 380 = 1942 \frac{4}{38} = 1942.105 \text{ francos.}$$

74. REDUCÇÃO DA MOEDA FRANCEZA Á DO BRAZIL.

Emquanto importam 1942.105 francos, ao cambio de 380?

Regra: *Multiplica-se o valor de um franco pelo numero de francos.*

Calculo:

$$1942.105 \times 380 = 737999.9$$

ou

$$\text{Rs. } 738\$000$$

75. REDUCÇÃO DA MOEDA DO BRAZIL Á DE PORTUGAL.

Estando o cambio a 213, em moeda do Brazil quanto valem 732\$000 fortes?

Regra: *Para reduzir moeda forte á moeda do Brazil, multiplica-se a moeda forte pela taxa do cambio, e o producto divide-se por 100.*

Calculo:

$$\frac{732000 \times 213}{100} = 1559160$$

ou

$$\text{Rs. } 1:559\$160$$

76. REDUÇÃO DA MOEDA DE PORTUGAL Á DO BRAZIL.
Estando o cambio a 213, em moeda forte, quanto valem 1:559\$160 de nossa moeda?

Regra: Para reduzir moeda do Brazil á moeda forte, multiplica-se a quantia por 100, e divide-se o producto pela taxa do cambio.

Calculo:

$$\frac{1559160 \times 100}{213} = 732000$$

$$\text{Rs. } 732\$000 \text{ fortes}$$

77. CAMBIO SOBRE OS ESTADOS UNIDOS DO NORTE
A unidade monetaria deste paiz é o dollar, que vale 100 cents.

O dollar vale 1\$830.6 réis, estando o cambio ao par. 1\$000 = 0.546 do dollar, estando o cambio ao par.

Os calculos para a conversão das moedas do Brazil e dos Estados Unidos são como os do cambio entre o Brazil e a França. O dollar representa-se pelo signal \$

78. PROBLEMAS DIVERSOS.

I.—Qual é o valor em moeda ingleza de 4528.7 francos quando a taxa do cambio entre Paris e Londres é de 25.3 francos por libra esterlina?

Solução:

$$\text{Se } 25.3 \text{ francos} = \text{£ } 1$$

$$1 \text{ franco} = \text{£ } \frac{1}{25.3}$$

Portanto,

$$4528.7 \text{ francos} = \text{£ } \frac{4528.7}{25.3}$$

ou

$$\text{£ } 179$$

II. Um negociante paga um débito de 4379 mil réis fortes, em Portugal, com £ 971 11 s 9 $\frac{3}{4}$ d; qual é a taxa do cambio em dinheiros por mil réis fortes?

Solução:

$$\text{£ } 971 \text{ 11 s } 9 \frac{3}{4} \text{ d} = 932727 \text{ farthings}$$

$$\text{Se, pois, } 4379 \text{ mil réis} = 932727 \text{ farthings,}$$

$$1 \text{ mil réis} = \frac{932727}{4379} \text{ farthings} \\ = 213 \text{ farthings,}$$

ou

$$1\$000 = 213 \text{ farthings} = 53 \frac{1}{4} \text{ d por } 1\$000$$

réis fortes.

$$\text{A taxa será, portanto, de } 53 \frac{1}{4} \text{ d.}$$

III. Se 11.65 florins da Hollanda são dados por 24.42 francos, 352 florins por 407 marcos de Hamburgo, e 58 $\frac{1}{4}$ marcos por 32 rublos de Petersburgo; quantos francos devem ser dados por 932 rublos?

Solução:

$$\text{Se } 1 \text{ rublo} = \frac{58.25}{32} \text{ marcos}$$

$$1 \text{ marco} = \frac{352}{407} \text{ florins,}$$

$$1 \text{ florim} = \frac{24.42}{11.65} \text{ francos;}$$

teremos:

$$1 \text{ rublo} = \frac{58.25}{32} \times \frac{352}{407} \times \frac{24.42}{11.65} \text{ francos} \\ = 3.3 \text{ francos;}$$

portanto,

$$\begin{aligned} 932 \text{ rublos} &= 932 \times 3,3 \text{ francos} \\ &= 3075,6 \text{ francos} \end{aligned}$$

IV. Supponhamos que a 10 de Novembro de 1906, as taxas em New-York sejam as seguintes :

Sobre Londres a \$ 4,865 por uma libra esterlina

Sobre Paris a $5,18 \frac{1}{8}$ francos por \$ 1

Sobre Berlim a 4 reichsmarks por \$ 955

Exemplo (1). Achar o custo em New-York, de £ 502 12 s.

Solução :

$$\begin{aligned} £ 502 \text{ 12 s.} &= £ 502,6 \\ 502,6 \times \$ 4,865 &= \$ 2445,15 \end{aligned}$$

Exemplo (2). Achar o custo em Londres, de \$ 2433,47

Solução :

$$\begin{aligned} \$ 2433,47 \div \$ 4,865 &= 500,2 \\ £ 500,2 &= £ 500 \text{ 4 s.} \end{aligned}$$

Exemplo (3). Achar o custo em New-York, de 2400 francos.

Solução :

$$\begin{aligned} 1 \text{ franco} &= \$ \frac{1}{5,18 \frac{1}{8}} \\ 2400 \text{ francos} &= 2400 \times \$ \frac{1}{5,18 \frac{1}{8}} \\ &= \$ 463,21 \end{aligned}$$

EXERCICIO 35

Um industrial da França queria passar para Londres, sem desembolsar, uma somma de 1200 libras esterlinas, preço de materia prima que comprou ; não tendo relações

commerciaes nesta cidade, dirige-se ao seu correspondente em Petersburgo, o qual por sua vez recorre a um correspondente de Hamburgo, e este procurou igualmente um intermediario na Hespanha. Pede-se, em francos, a somma paga pelo industrial da França, attendendo ás respectivas taxas de cambio.

Suppõe-se, que, segundo os preços correntes dessa época:

$$\begin{aligned} 26 \text{ libras esterlinas} &= 165 \text{ rublos da Russia ;} \\ 75 \text{ rublos} &= 26 \text{ ducados de Hamburgo ;} \\ 20 \text{ ducados} &= 42 \text{ piastras da Hespanha ;} \\ 12 \text{ piastras} &= 65 \text{ francos.} \end{aligned}$$

INDICAÇÕES ÚTEIS

MERCADO MONETARIO

DIA 9

CAMBIO

O River Plate Bank afixou a taxa official de 15 3/8 d. sobre Londres, o Brasilianische Bank a de 15 9/16 d., e os outros bancos a de 15 1/2 d., que não foram alteradas.

Como era de esperar da tendencia manifestada na quinta-feira, o mercado abriu firme, sacando os bancos a 15 5/8 d., com offeras de outro papel 15 23/32 d. e poucos negocios realizados a essa cotação. As taxas foram logo elevadas a 15 11/16 d. para as letras bancarias, contra outro papel a 15 25/32 e 15 13/16 d., seguindo-se um periodo de calma. Depois do meio dia, havendo insistentes offeras de letras, os bancos declararam sacar a 15 23/32 d., e durante a tarde as cotações ainda subiram, fechando o mercado com as letras bancarias á taxa de 15 3/4 d., geral, e o outro papel cotado a 15 27/32 e 15 7/8 d.

O movimento foi regular, tendo sido os negocios realizados em letras bancarias aos extremos de 15 5/8 a 15 3/4 d., contra outro papel de 15 23/32 a 15 7/8 d. O valor official de mil réis foi de 574 a 581 rs. ouro e o do soberano de 15\$360 a 15\$484. Vales ouro de 1\$741 a 1\$756. Agio do ouro de 72,80 a 74,19 %.

As taxas officiaes afixadas pelo Banco do Brazil foram as seguintes :

Londres, por 1\$—15 1/2 d. a 90 d/v

Pariz, por franco—616 rs. a 90 d/v

Hamburgo, por marco—760 rs. a 90 d/v

e pelos bancos estrangeiros as seguintes :

Londres, por 1\$—15 1/2 a 15 5/8 d. a 90 d/v

Pariz, por franco—613 a 618 rs. a 90 d/v

Hamburgo, por marco—755 a 761 rs. a 90 d/v

Italia, por lira—621 a 626 rs. a 3 d/v

Portugal—350 a 353 % a 3 d/v

Nova York, por dollar—3\$216 a 3\$235 á vista.

Em egual data do anno passado foram as seguintes :

Londres, por 1\$—16 a 16 1/8 d. a 90 d/v

Pariz, por franco—592 a 597 rs. a 90 d/v

Hamburgo, por marco—731 a 738 rs. a 90 d/v

Italia, por lira—603 a 605 rs. a 3 d/v

Portugal—323 a 335 % a 3 d/v

Nova York, por dollar—3\$126 á vista.

As cotações fornecidas pela Camara Syndical dos Corretores foram as seguintes :

| | a 90 d/v | á vista |
|--|-------------|-------------|
| Sobre Londres. | 15 21/32 d. | 15 33/64 d. |
| » Pariz | 610 rs. | 620 rs. |
| » Hamburgo | 754 rs. | 766 rs. |
| » Italia | — | 626 rs. |
| » Portugal | — | 348 % |
| » Nova York. | — | 3\$214 |
| Soberanos | — | 15\$560 |
| Vales de ouro nacional, por 1\$. | — | 1\$748 |

sendo os extremos de 15 9/16 a 15 11/16 d. contra banqueiros e de 15 5/8 a 15 23/32 d. contra caixa matriz.

Tabela do valor de uma C

| | | | | | | | |
|----------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| Dinheiro | Papel moeda | Dinheiro | Papel moeda | Dinheiro | Papel moeda | Dinheiro | Papel moeda |
| 1/8 | 40\$000 | 5/8 | 27\$826 | 1/4 | 21\$333 | 7/8 | 17\$297 |
| 1/4 | 39\$184 | 3/4 | 27\$429 | 3/8 | 21\$999 | E 4 | 17\$143 |
| 3/8 | 38\$100 | 7/8 | 27\$042 | 1/2 | 20\$570 | 1/8 | 16\$991 |
| 1/2 | 37\$647 | E 9 | 26\$067 | 5/8 | 20\$645 | 1/4 | 16\$842 |
| 5/8 | 36\$923 | 1/8 | 26\$301 | 3/4 | 20\$126 | 3/8 | 16\$696 |
| 3/4 | 36\$556 | 4/4 | 25\$946 | 7/8 | 20\$211 | 1/2 | 16\$552 |
| 7/8 | 34\$909 | 3/8 | 25\$500 | E 2 | 20\$000 | 5/8 | 16\$410 |
| 1/8 | 33\$684 | 5/8 | 24\$363 | 1/8 | 19\$704 | 3/4 | 16\$271 |
| 1/4 | 33\$103 | 3/4 | 24\$615 | 1/4 | 19\$502 | 7/8 | 16\$134 |
| 3/8 | 32\$542 | 7/8 | 24\$304 | 3/8 | 19\$394 | E 25 | 16\$000 |
| 1/2 | 32\$900 | E 10 | 24\$030 | 5/8 | 19\$200 | 1/8 | 15\$808 |
| 5/8 | 31\$475 | 1/8 | 23\$704 | 3/4 | 18\$824 | 1/4 | 15\$738 |
| 3/4 | 30\$968 | 1/4 | 23\$415 | 7/8 | 18\$641 | 3/8 | 15\$610 |
| 7/8 | 30\$476 | 3/8 | 23\$134 | E 3 | 18\$466 | 1/2 | 15\$484 |
| 1/8 | 30\$000 | 1/2 | 22\$857 | 1/8 | 18\$286 | 5/8 | 15\$360 |
| 1/4 | 29\$508 | 5/8 | 22\$588 | 1/4 | 18\$113 | 3/4 | 15\$235 |
| 3/8 | 29\$001 | 3/4 | 22\$326 | 3/8 | 17\$944 | 7/8 | 15\$118 |
| 1/2 | 28\$567 | 7/8 | 22\$060 | E 6 | 17\$778 | 1/8 | 14\$964 |
| 1/2 | 28\$235 | E 11 | 21\$818 | 1/4 | 17\$615 | 1/4 | 14\$799 |
| | | 1/8 | 21\$572 | 3/4 | 17\$455 | 3/8 | 14\$636 |

| | | | | | | | |
|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Dinheiro | Papel moeda | Dinheiro | Papel moeda | Dinheiro | Papel moeda | Dinheiro | Papel moeda |
| 1/2 | 14\$545 | 1/4 | 12\$408 | E 22 | 10\$909 | 3/4 | 9\$397 |
| 5/8 | 14\$436 | 3/8 | 12\$387 | 1/8 | 10\$847 | 7/8 | 9\$648 |
| 3/4 | 14\$328 | 1/2 | 12\$308 | 1/4 | 10\$787 | E 23 | 9\$600 |
| 7/8 | 14\$222 | 5/8 | 12\$229 | 3/8 | 10\$721 | 1/8 | 9\$552 |
| E 7 | 14\$118 | 3/4 | 12\$152 | 1/2 | 10\$667 | 1/4 | 9\$505 |
| 1/8 | 14\$015 | 7/8 | 12\$075 | 5/8 | 10\$608 | 3/8 | 9\$458 |
| 1/4 | 13\$913 | E 20 | 12\$000 | 3/4 | 10\$549 | 1/2 | 9\$412 |
| 3/8 | 13\$813 | 1/8 | 11\$925 | 7/8 | 10\$492 | 5/8 | 9\$366 |
| 1/2 | 13\$714 | 1/4 | 11\$852 | E 23 | 10\$435 | 3/4 | 9\$320 |
| 5/8 | 13\$617 | 3/8 | 11\$779 | 1/8 | 10\$378 | 7/8 | 9\$275 |
| 3/4 | 13\$521 | 1/2 | 11\$707 | 1/4 | 10\$323 | E 6 | 9\$232 |
| 7/8 | 13\$427 | 5/8 | 11\$636 | 3/8 | 10\$267 | 1/8 | 9\$187 |
| E 8 | 13\$333 | 3/4 | 11\$566 | 1/2 | 10\$213 | 1/4 | 9\$143 |
| 1/8 | 13\$241 | 7/8 | 11\$497 | 5/8 | 10\$159 | 3/8 | 9\$100 |
| 1/4 | 13\$151 | E 1 | 11\$429 | 3/4 | 10\$105 | 1/2 | 9\$057 |
| 3/8 | 13\$061 | 1/8 | 11\$361 | 7/8 | 10\$052 | 5/8 | 9\$014 |
| 1/2 | 12\$973 | 1/4 | 11\$294 | E 2 | 10\$000 | 3/4 | 8\$972 |
| 5/8 | 12\$886 | 3/8 | 11\$228 | 1/8 | 9\$948 | 7/8 | 8\$930 |
| 3/4 | 12\$800 | 1/2 | 11\$163 | 1/4 | 9\$897 | E 7 | 8\$890 |
| 7/8 | 12\$715 | 5/8 | 11\$098 | 3/8 | 9\$846 | | |
| E 9 | 12\$632 | 3/4 | 11\$034 | 1/2 | 9\$791 | | |
| 1/8 | 12\$549 | 7/8 | 10\$971 | 5/8 | 9\$746 | | |

TABELLA DE CAMBIO

| | CAMBIO SOBRE INGLATERRA EM DINHEIRO POR 1\$000 | | | INGLATERRA | | França | Portugal | Allemanha | Estados-Unidos | Rio da Prata | Premio do ouro |
|--------|--|----------|-------|-----------------------------|----------|--------------------------|------------|-----------|----------------|--------------|----------------|
| | Valor da Hidra | Shilling | Penny | Cambio em réis por 1 franco | | Valor de 100\$000 fortes | Reichsmark | Dollar | Peso | % | |
| 12 1/8 | 10\$091 | \$830 | \$071 | 6675 | 382\$301 | \$833 | 3\$193 | 3\$371 | 91.4 | | |
| 3/16 | 10\$016 | \$846 | \$070 | \$372 | 380\$617 | \$830 | 3\$183 | 3\$356 | 90.3 | | |
| 1/4 | 10\$842 | \$842 | \$070 | \$309 | 378\$948 | \$826 | 3\$167 | 3\$342 | 89.5 | | |
| 5/16 | 10\$768 | \$838 | \$070 | 6666 | 377\$243 | \$822 | 3\$152 | 3\$327 | 88.6 | | |
| 3/8 | 10\$696 | \$835 | \$069 | \$363 | 375\$653 | \$819 | 3\$137 | 3\$313 | 87.8 | | |
| 7/16 | 10\$623 | \$831 | \$069 | 6650 | 374\$026 | \$815 | 3\$122 | 3\$298 | 87.0 | | |
| 1/2 | 10\$552 | \$828 | \$069 | \$357 | 372\$414 | \$812 | 3\$107 | 3\$285 | 86.2 | | |
| 9/16 | 10\$481 | \$824 | \$069 | 6651 | 370\$816 | \$808 | 3\$093 | 3\$270 | 85.4 | | |
| 8/5 | 10\$410 | \$821 | \$068 | 6651 | 369\$231 | \$805 | 3\$078 | 3\$256 | 84.6 | | |

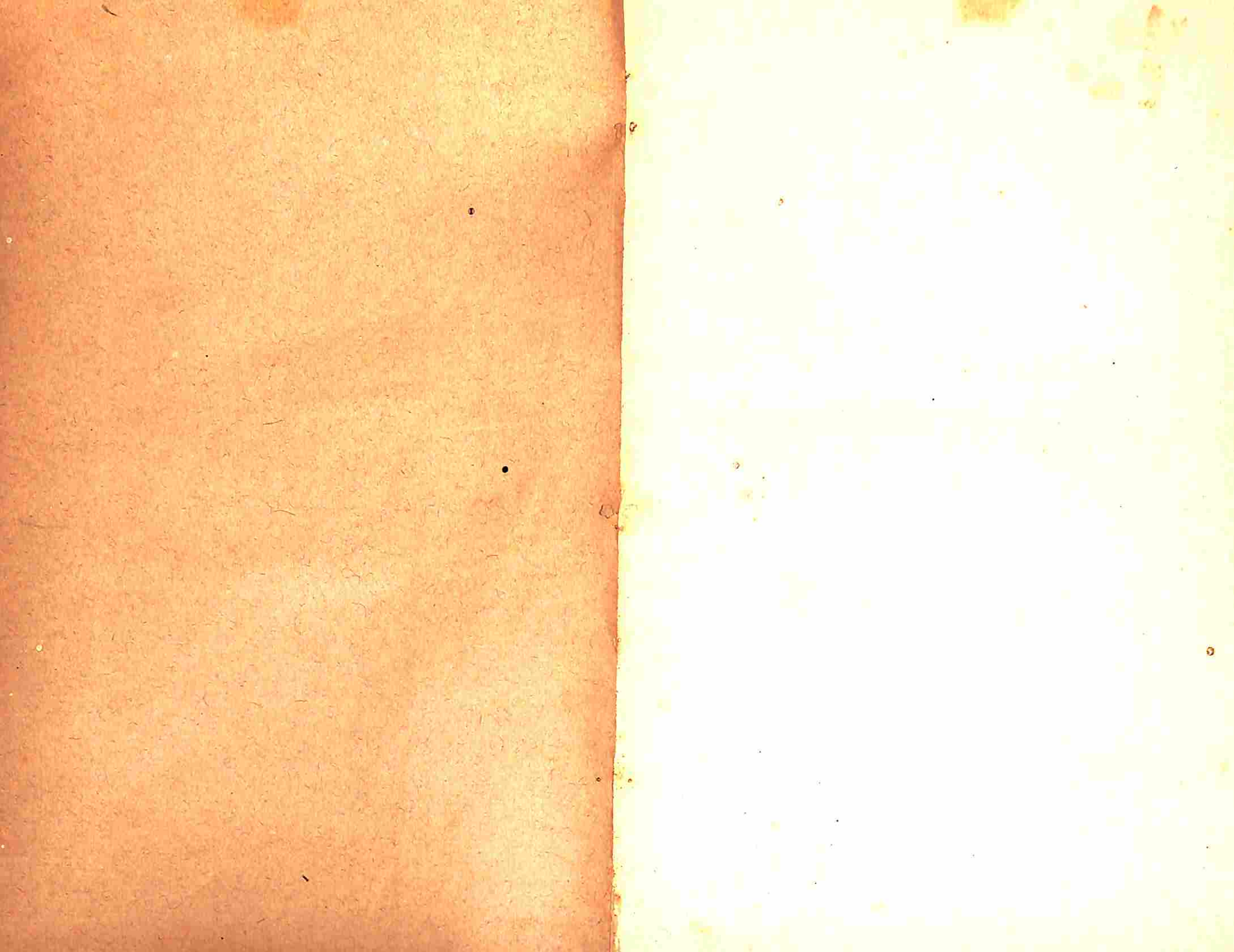
| | | | | | | | | | |
|-------|---------|-------|-------|-------|----------|-------|--------|--------|------|
| 11/16 | 10\$340 | \$817 | \$068 | \$349 | 367\$960 | \$801 | 3\$064 | 3\$242 | 83.8 |
| 3/4 | 10\$271 | \$814 | \$068 | \$346 | 366\$102 | \$798 | 3\$050 | 3\$228 | 83.0 |
| 13/16 | 10\$202 | \$810 | \$067 | \$343 | 364\$557 | \$795 | 3\$036 | 3\$215 | 82.2 |
| 7/8 | 10\$134 | \$807 | \$067 | \$341 | 363\$026 | \$791 | 3\$022 | 3\$201 | 81.5 |
| 15/16 | 10\$067 | \$803 | \$067 | \$338 | 361\$507 | \$788 | 3\$008 | 3\$188 | 80.7 |
| 1 | 10\$000 | \$800 | \$066 | \$335 | 360\$000 | \$785 | 3\$004 | 3\$175 | 80.0 |
| 1/16 | 15\$734 | \$797 | \$066 | \$333 | 358\$507 | \$781 | 3\$280 | 3\$161 | 79.2 |
| 1/8 | 15\$868 | \$793 | \$066 | \$330 | 357\$025 | \$778 | 3\$266 | 3\$148 | 78.5 |
| 3/16 | 15\$902 | \$790 | \$066 | \$327 | 355\$555 | \$775 | 3\$253 | 3\$135 | 77.8 |
| 1/4 | 17\$738 | \$787 | \$065 | \$325 | 354\$009 | \$772 | 3\$240 | 3\$123 | 77.0 |
| 5/16 | 17\$673 | \$784 | \$065 | \$322 | 352\$573 | \$769 | 3\$227 | 3\$110 | 76.3 |
| 3/8 | 15\$808 | \$780 | \$065 | \$320 | 351\$220 | \$766 | 3\$214 | 3\$097 | 75.6 |
| 7/16 | 15\$547 | \$777 | \$065 | \$317 | 349\$798 | \$762 | 3\$201 | 3\$085 | 74.9 |
| 1/2 | 15\$481 | \$774 | \$064 | \$315 | 348\$387 | \$759 | 3\$188 | 3\$072 | 74.1 |
| 9/16 | 15\$422 | \$771 | \$064 | \$312 | 346\$988 | \$756 | 3\$175 | 3\$060 | 73.5 |
| 5/8 | 15\$360 | \$768 | \$064 | \$310 | 345\$600 | \$753 | 3\$162 | 3\$048 | 72.8 |

CAMBIO SOBRE INGLATERRA EM DINHEIRO POR 1\$000

| | INGLATERRA | | | França — Cambio em réis por 1 franco | Portugal — Valor de 100\$000 fortes | Allemanha — Reichsmark | Estados-Unidos — Dollar | Rio da Prata — Peso | Premio do ouro — % |
|-------|-------------------|----------|-------|---|--|------------------------------|-------------------------------|---------------------------|--------------------------|
| | Valor da Libra | Shilling | Penny | | | | | | |
| 11/16 | 15\$290 | \$765 | \$064 | \$697 | 344\$223 | \$750 | 3\$150 | 3\$035 | 72.1 |
| 3/4 | 15\$238 | \$762 | \$063 | \$695 | 342\$857 | \$747 | 3\$137 | 3\$023 | 71.4 |
| 13/16 | 15\$178 | \$759 | \$063 | \$693 | 341\$502 | \$744 | 3\$125 | 3\$011 | 70.7 |
| 7/8 | 15\$118 | \$756 | \$063 | \$690 | 340\$158 | \$741 | 3\$112 | 3\$000 | 70.1 |
| 15/16 | 15\$059 | \$753 | \$063 | \$598 | 338\$801 | \$739 | 3\$100 | 2\$988 | 69.4 |
| 16 | 15\$000 | \$750 | \$062 | \$596 | 337\$500 | \$736 | 3\$083 | 2\$976 | 68.7 |
| 1/16 | 14\$942 | \$747 | \$062 | \$593 | 336\$187 | \$733 | 3\$070 | 2\$965 | 68.1 |
| 1/8 | 14\$884 | \$744 | \$062 | \$591 | 334\$884 | \$730 | 3\$054 | 2\$953 | 67.4 |
| 3/16 | 14\$826 | \$741 | \$062 | \$589 | 333\$591 | \$727 | 3\$052 | 2\$942 | 66.8 |
| 1/4 | 14\$769 | \$738 | \$061 | \$586 | 332\$308 | \$724 | 3\$040 | 2\$930 | 66.1 |
| 5/16 | 14\$713 | \$736 | \$061 | \$584 | 331\$035 | \$722 | 3\$020 | 2\$919 | 65.5 |

| | | | | | | | | | |
|-------|---------|-------|-------|-------|----------|-------|--------|--------|------|
| 3/8 | 14\$656 | \$733 | \$061 | \$582 | 329\$771 | \$719 | 3\$017 | 2\$908 | 64.9 |
| 7/16 | 14\$601 | \$730 | \$061 | \$580 | 328\$517 | \$716 | 3\$006 | 2\$897 | 64.3 |
| 1/2 | 14\$545 | \$727 | \$061 | \$578 | 327\$273 | \$713 | 2\$994 | 2\$886 | 63.6 |
| 9/16 | 14\$491 | \$724 | \$060 | \$575 | 326\$038 | \$711 | 2\$983 | 2\$875 | 63.0 |
| 5/8 | 14\$436 | \$722 | \$060 | \$573 | 324\$812 | \$708 | 2\$972 | 2\$864 | 62.4 |
| 11/16 | 14\$382 | \$719 | \$060 | \$571 | 323\$596 | \$705 | 2\$961 | 2\$853 | 61.8 |
| 3/4 | 14\$328 | \$716 | \$060 | \$569 | 322\$388 | \$703 | 2\$950 | 2\$843 | 61.2 |
| 13/16 | 14\$275 | \$714 | \$059 | \$567 | 321\$190 | \$700 | 2\$939 | 2\$832 | 60.6 |
| 7/8 | 14\$222 | \$711 | \$059 | \$565 | 320\$900 | \$698 | 2\$928 | 2\$822 | 60.0 |
| 15/16 | 14\$170 | \$708 | \$059 | \$563 | 318\$819 | \$695 | 2\$917 | 2\$811 | 59.4 |
| 16 | 14\$118 | \$706 | \$059 | \$561 | 317\$847 | \$692 | 2\$906 | 2\$801 | 58.8 |
| 1/16 | 14\$066 | \$703 | \$059 | \$559 | 316\$881 | \$690 | 2\$896 | 2\$791 | 58.3 |
| 7/8 | 14\$014 | \$701 | \$058 | \$557 | 315\$920 | \$687 | 2\$885 | 2\$781 | 57.6 |
| 3/16 | 13\$964 | \$698 | \$058 | \$555 | 314\$982 | \$685 | 2\$875 | 2\$770 | 57.0 |
| 1/4 | 13\$913 | \$696 | \$058 | \$552 | 313\$044 | \$682 | 2\$864 | 2\$760 | 56.5 |
| 5/16 | 13\$863 | \$693 | \$058 | \$550 | 311\$013 | \$680 | 2\$854 | 2\$751 | 55.9 |

| CAMBIO SOBRE INGLATERRA EM DINHEIRO POR 1\$000 | INGLATERRA | | | França — Cambio em reis por 1 franco | Portugal — Valor de 100\$000 fortes | Alemanha — Reichsmark | Estados- Unidos — Dollar | Rio da Prata — Peso | Premio do ouro — % |
|---|-------------------|----------|-------|---|--|-----------------------------|--------------------------------|---------------------------|--------------------------|
| | Valor da libra | Shilling | Penny | | | | | | |
| 3/8 | 43\$813 | \$690 | \$057 | \$518 | 310\$792 | \$677 | 2\$844 | 2\$741 | 51.4 |
| 7/16 | 43\$773 | \$688 | \$057 | \$546 | 309\$678 | \$675 | 2\$833 | 2\$731 | 51.8 |
| 1/2 | 43\$714 | \$686 | \$057 | \$544 | 308\$572 | \$673 | 2\$823 | 2\$721 | 51.3 |
| 9/16 | 43\$665 | \$683 | \$057 | \$542 | 307\$474 | \$670 | 2\$813 | 2\$711 | 53.7 |
| 5/8 | 43\$617 | \$681 | \$056 | \$540 | 306\$383 | \$668 | 2\$803 | 2\$702 | 53.2 |
| 11/16 | 43\$569 | \$678 | \$056 | \$538 | 305\$304 | \$666 | 2\$793 | 2\$692 | 52.6 |



Publica

Instructiones

