

Gustavo Myrria Neto

**Análise da contribuição das forças magnéticas
no comportamento vibroacústico de um
compressor alternativo**

Florianópolis

9 de Julho de 2015

Gustavo Myrria Neto

**Análise da contribuição das forças magnéticas no
comportamento vibroacústico de um compressor
alternativo**

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de “Doutor em Engenharia Mecânica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

Orientador: Arcanjo Lenzi
Coorientador: Nelson Sadowski

Florianópolis
9 de Julho de 2015

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Myrria, Gustavo

Análise da contribuição das forças magnéticas no comportamento vibroacústico de um compressor alternativo / Gustavo Myrria ; orientador, Arcanjo Lenzi ; coorientador, Nelson Sadowski. - Florianópolis, SC, 2015.
218 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui referências

1. Engenharia Mecânica. 2. Ruído. 3. Acústica. 4. Vibração. 5. Eletromagnetismo. I. Lenzi, Arcanjo. II. Sadowski, Nelson. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

Gustavo Myrria Neto

**Análise da contribuição das forças magnéticas no
comportamento vibroacústico de um compressor
alternativo**

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de “Doutor em Engenharia Mecânica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis, 9 de Julho de 2015.

Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Jr., Dr. Eng.
Coordenador do Curso

Banca examinadora:

Arcanjo Lenzi, Dr. Eng. – Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Valder Steffen, Dr. Eng.
Universidade Federal de Uberlândia

Ricardo Mikio Doi, Dr. Eng.
EMBRACO

Renato Carlson, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

Carlos Alberto Flesch, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

Roberto Jordan, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

Dedicatória.

Dedico este trabalho à Deus que me ajudou durante todo este tempo. Dedico ainda a minha família que acreditaram em mim e sempre me incentivaram a acreditar nos sonhos.

Agradecimentos

Em primeiro lugar quero agradecer a Deus por ter me dado forcas e ter colocado pessoas maravilhosas em meu caminho. Quero agradecer minha família que sempre esteve presente nas adversidades me dando forcas para continuar. Agradeço a Maria Patel que foi minha companheira em praticamente toda esta jornada.

Agradeço ao professor Arcanjo que mais do que um orientador foi um grande amigo. Seus conselhos foram preciosos. Agradeço ao professor Nelson que no início do trabalho contribuiu com valiosos conselhos sobre a modelagem eletromagnética.

Quero agradecer a todos os amigos e colegas do Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA).

Agradeço aos irmãos da Segunda Igreja Batista da ilha de Florianópolis. Todos os momentos que passamos juntos vão ficar registrados para a eternidade.

*“Não vos amoldeis às estruturas deste mundo,
mas transformai-vos pela renovação da mente,
a fim de distinguir qual é a vontade de Deus:
o que é bom, o que Lhe é agradável, o que é perfeito.
(Bíblia Sagrada, Romanos 12, 2)*

Resumo

Uma das principais fontes de ruído e vibração em compressores é o motor elétrico. No caso do compressor alternativo, o motor elétrico possui o papel de fornecer energia mecânica ao eixo e este, por sua vez, transfere a energia ao sistema pistão-manivela. Basicamente, as fontes de ruído e vibração em motores elétricos podem ser divididas em três categorias: mecânicas, aerodinâmicas e eletromagnéticas. Por meio de estudos já realizados é conhecido que as excitações de origem eletromagnética possuem um papel importante sobre o comportamento vibroacústico do motor. As forças de origem magnética apresentam consideráveis amplitudes em uma larga faixa na frequência e devem ser consideradas no projeto da máquina visto que podem excitar outros componentes em suas frequências de ressonância. Dentro dos estudos já realizados sobre as fontes de ruído e vibração em compressores alternativos observa-se que poucos trabalhos se dedicaram a investigar as fontes presentes na operação do motor elétrico. Assim, este trabalho tem por objetivo modelar e obter a contribuição das forças de origem magnética geradas pela operação do motor elétrico sobre o ruído e vibração presentes no compressor alternativo. Deste modo, a investigação das forças de origem magnética e a interação destas com os componentes estruturais do compressor alternativo serão realizadas. Para tanto, a modelagem dos sistemas mecânico, eletromagnético e acústico do motor elétrico foi desenvolvida por meio de técnicas analíticas e numéricas. Ensaios experimentais foram realizados para obter as forças magnéticas e a respectiva resposta vibroacústica do motor e para validar a modelagem proposta. Adicionalmente, a influência do esforço associado à compressão do gás foi determinada sobre a potência sonora do compressor.

Palavras-chaves: Ruído magnético, compressor, motor elétrico.

Abstract

One of the noise and vibration source of compressor is the electric motor. In the case of reciprocating compressors, the AC electric motor provides mechanical energy to the crankshaft which transfers this energy to the rod and piston. Basically, vibroacoustic sources in electric motors can be divided in three categories: mechanic, aerodynamic and electromagnetic. From the literature it is known that magnetic forces are relevant on the vibratory behavior of an electric motor. Magnetic excitations have great amplitudes in a wide frequency range and should be considered in machine design since they can excite other components in their resonant frequencies. Within the previous studies on the sources of noise and vibration in reciprocating compressors is observed that few studies have been dedicated to investigate the sources caused by the electric motor operation. This work aims to model and get the contribution of magnetic forces generated by the electric motor operation on noise and vibration of a reciprocating compressor. Thus, the investigation of the origin of magnetic forces and their interaction with other structural components of the reciprocating compressor will be performed. Therefore, the modeling of mechanical, electromagnetic and acoustic electric motor systems was developed through analytical and numerical techniques. Experimental tests were conducted to obtain the magnetic forces and the respective vibratory response of the motor. With these information, a validated numerical model is proposed. Additionally, the influence of the force associated with the compression of the gas was determined on the sound power of the compressor.

Key-words: Magnetic noise, compressor, electric motor.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Diagrama mostrando os principais componentes do compressor e suas funções e relações. Adaptado de Silveira (2004).	34
Figura 2 – Vista em corte do compressor alternativo típico utilizado em refrigeradores domésticos. Fonte: (PIZARRO, 2007).	37
Figura 3 – Primeiras máquinas elétricas criadas segundo Bolea I.; Nasar (2010).	46
Figura 4 – Principais tipos de máquinas de corrente alternada.	48
Figura 5 – Motor de fase dividida: (a) conexões e (b) característica típica de conjugado \times velocidade.	51
Figura 6 – Motor com capacitor de partida: (a) conexões e (b) característica típica de conjugado \times velocidade.	53
Figura 7 – Motor com capacitor permanente: (a) conexões e (b) característica típica de conjugado \times velocidade.	54
Figura 8 – Motor com dois capacitores: (a) conexões e (b) característica típica de conjugado \times velocidade.	55
Figura 9 – Esquema da geração de ruído em máquinas elétricas. Fonte: (MALITI, 2000).	58
Figura 10 – Achatamento na densidade do fluxo magnético no entreferro devido à saturação magnética.	61
Figura 11 – Tipos de excentricidade do rotor em relação ao estator.	63
Figura 12 – Distribuição típica de FMM no entreferro.	63
Figura 13 – Formação das harmônicas do campo magnético em um motor de indução. Fonte: (MALITI, 2000).	66
Figura 14 – Campo magnético e FMM de um enrolamento monofásico. Fonte: (GIERAS, 2006)	69

Figura 15 – Formas dos modos da força magnética. Fonte: (GIERAS, 2006).	75
Figura 16 – Procedimento para a predição da potência acústica gerada a partir de um motor elétrico. Fonte: (GIERAS, 2006).	78
Figura 17 – Condutor maciço com seção transversal S_t e comprimento l	82
Figura 18 – Diagrama mostrando a representação de uma bobina composta por fios finos.	84
Figura 19 – Elemento finito de primeira ordem. (x_i, y_i) são as coordenadas do elemento e a_k é o potencial escalar elétrico no nó.	88
Figura 20 – Bobina de busca utilizada para medir força magnética média sobre o dente do estator.	90
Figura 21 – Parâmetros utilizados para representar o estator.	92
Figura 22 – Circuito de alimentação utilizado nas modelagens numéricas.	97
Figura 23 – Modelo 2D axisimétrico utilizando o MEF do motor de indução analisado.	98
Figura 24 – Condições de contorno do modelo 2D axisimétrico.	98
Figura 25 – Relação entre $\mathbf{H} - \mathbf{B}$ para o estator utilizado.	99
Figura 26 – Comparação numérico \times experimental da curva de tombamento e a corrente elétrica em relação à velocidade do rotor para os motores analisados.	101
Figura 27 – Configuração adotada para o teste.	102
Figura 28 – Modelo proposto para o ensaio utilizando a bobina de busca.	103
Figura 29 – Comparação da força magnética obtida pelo modelo numérico bidimensional e pela bobina de busca.	104
Figura 30 – Distribuição da densidade do campo magnético e as respectivas linhas equipotenciais de \mathbf{A} para um determinado instante da análise.	105

Figura 31 – Distribuição da densidade de força ao longo dos contornos internos do estator. Observa-se que os esforços concentram-se principalmente nas faces dos dentes.	105
Figura 32 – Numeração adotada para os dentes do estator.	107
Figura 33 – Densidades de força obtidas para os dentes 2 e 8 para os dois motores analisados.	108
Figura 34 – Frequências de ressonância da densidade de força magnética obtidas pelo modelo numérico e as frequências preditas analiticamente.	110
Figura 35 – Esquema mostrando a distribuição da densidade de força ao longo do perímetro interno do estator e ao longo de α e t	111
Figura 36 – Distribuição da densidade de força ao longo do entreferro para um determinado instante t_0	112
Figura 37 – Distribuição da densidade de força considerando o período analisado e o perímetro interno do estator.	114
Figura 38 – Resultados analíticos das frequências de ressonância da densidade de força magnética obtidas pelo modelo numérico. Descrição: os losangos representam a saturação magnética; quadrado a interação entre os campos do estator e do rotor; estrela o campo do estator e o círculo o campo do rotor.	115
Figura 39 – Componentes normal e tangencial obtidas para a densidade de força sobre o dente 2.	116
Figura 40 – Malha do modelo 3D do motor de indução investigado.	118
Figura 41 – Comparação dos resultados de força magnética para o dente 2 considerando os modelos 2D e 3D.	121
Figura 42 – Esquema mostrando onde as forças magnéticas foram obtidas ao longo da altura do dente.	122
Figura 43 – Comparação da densidade de força ao longo da altura de um dente do estator laminado.	122

Figura 44 – Comparação da densidade de força ao longo da altura de um dente do estator laminado na direção z	123
Figura 45 – Modelo 2D construído para avaliação da excentricidade sobre os esforços de origem magnética. . .	124
Figura 46 – Entreferro para os valores propostos de ϵ_r	126
Figura 47 – Comparação da excentricidade estática para os valores propostos.	128
Figura 48 – Comparação da excentricidade estática para os valores propostos no domínio da frequência. . . .	129
Figura 49 – Resultado obtido para a tensão ao longo do entreferro para o caso do motor com excentricidade estática igual a $\epsilon = 50\%$	130
Figura 50 – Força resultante (F_e) sobre o estator gerado pela excentricidade estática e obtido para diferentes valores de ϵ_r	132
Figura 51 – Espectro das força resultantes para os diferentes valores de ϵ_r . Valor de referência da força igual a $1 \mu\text{N}$	134
Figura 52 – Distribuição da densidade de força magnética ao longo do entreferro para os casos de excentricidades analisados.	136
Figura 53 – Resultados obtidos considerando a excentricidade dinâmica, estática e rotor concêntrico.	138
Figura 54 – Espectros dos resultados obtidos considerando a excentricidade dinâmica, estática e rotor concêntrico.	140
Figura 55 – Resultados de densidade de força obtidos para o caso considerando a excentricidade dinâmica. . .	142
Figura 56 – Comparação dos resultados de força resultante sobre o estator entre excentricidade estática, dinâmica e concêntrico.	144

Figura 57 – Sistema de coordenadas utilizado pelo modelo proposto por Gomes (2014).	146
Figura 58 – Disposição do ensaio experimental realizado. . .	147
Figura 59 – FRF pontual obtida para o ensaio proposta. A coerência entre a força inserida e a aceleração obtida é mostrada na parte inferior do gráfico. . . .	148
Figura 60 – Modelo numérico construído para representar o estator laminado.	149
Figura 61 – Comparação dos resultados obtidos para o modelo numérico considerando as propriedades propostas por Gomes (2014) e os resultados experimentais.	149
Figura 62 – Compressor alternativo analisado. (a) Compressor sem a carcaça e (b) conjunto interno. Fonte: (FULCO, 2014)	158
Figura 63 – Pressão típica dentro do cilindro ao longo da operação do compressor. Na parte inferior é mostrada a respectiva posição do pistão.	161
Figura 64 – Modelo proposto para representar o comportamento cinemático do sistema biela-manivela. . .	161
Figura 65 – Diagrama de corpo livre para o modelo proposto para o mecanismo biela-manivela.	163
Figura 66 – Modelo multicorpos construído para representar o conjunto moto-compressor.	164
Figura 67 – Juntas utilizadas na modelagem por multicorpos do conjunto interno do compressor.	165
Figura 68 – Molas equivalentes inseridas no modelo para representar (a) as molas de suspensão e (b) o tubo de descarga.	166
Figura 69 – Velocidade angular do eixo para a análise de corpos rígidos realizada.	167

Figura 70 – Comparação dos resultados obtidos para o modelo simplificado e o modelo multicorpos do conjunto interno.	168
Figura 71 – Modelo numérico proposto para o bloco. A força impulsiva foi aplicada no ponto 1 e as respostas foram obtidas nos pontos 1 e 2.	170
Figura 72 – Resultado da comparação das acelerações obtidas no bloco pelo modelo numérico e pelo experimento. (a) FRF pontual e (b) FRF de transferência entre os pontos 1 e 2.	171
Figura 73 – Modelo numérico do conjunto moto-compressor considerando o estator e o bloco deformáveis. . .	172
Figura 74 – Compressor ensaiado para validar o modelo numérico.	174
Figura 75 – Resultados de aceleração em um ponto no bloco obtidos pelo modelo de corpos rígidos e pelo ensaio experimental.	175
Figura 76 – Posição dos nós no estator e no bloco onde foram obtidas as acelerações no modelo numérico. . . .	176
Figura 77 – Comparação entre os resultados de aceleração obtidos pelo modelo numérico flexível com os resultados experimentais.	178
Figura 78 – Posição de aplicação da força de compressão do gás sobre o conjunto interno.	182
Figura 79 – Posição de aplicação das forças magnéticas sobre os dentes do estator.	183
Figura 80 – Comparação da força de compressão do gás (f_p) com a força magnética sobre um dente f_{mag} . . .	184
Figura 81 – Comparação entre os resultados de aceleração obtidos pelo modelo numérico flexível com os resultados experimentais.	185
Figura 82 – Modos de vibração do conjunto moto-compressor.	186

Figura 83 – Aceleração do nó do estator analisado relacionado com a força de compressão do gás. Abaixo está o sinal de força de compressão obtido experimentalmente e aplicado sobre o pistão.	188
Figura 84 – Modelos numéricos da carcaça, molas de suspensão e tubo de descarga.	190
Figura 85 – Comparação entre os resultados obtidos pelo modelo numérico da carcaça e o experimental. A curva preta refere-se ao resultado numérico e as cinzas são referentes aos resultados obtidos experimentalmente a partir de cinco diferentes amostras.	191
Figura 86 – Configuração do teste proposto para o tubo de descarga.	192
Figura 87 – Comparação entre os resultados obtidos pelo modelo numérico do tubo e o experimental para o ensaio realizado. A curva preta refere-se ao resultado numérico e as cinzas são referentes aos resultados experimentais obtidos a partir de cinco diferentes amostras.	193
Figura 88 – Espectros das acelerações prescritas no topo das mola de suspensão 1.	194
Figura 89 – Nível de velocidade espacial considerando os pontos da carcaça.	196
Figura 90 – Nível de vibração na carcaça obtido na banda de 1600 Hz.	197
Figura 91 – Nível de vibração na carcaça obtido na frequência 1.530 Hz.	198
Figura 92 – Resposta forçada de deslocamento obtido na carcaça para a frequência 150 Hz.	200
Figura 93 – Resposta forçada de deslocamento obtido na carcaça para a frequência 1.530 Hz.	201
Figura 94 – Resposta forçada de deslocamento obtido na carcaça para a frequência 1.650 Hz.	202

Figura 95 – Malha utilizadas para a análise de radiação sonora do compressor pelo MEC.	203
Figura 96 – Resultados obtidos de <i>NWS</i> para o compressor considerados os quatro casos de carregamento. .	204

Lista de tabelas

Tabela 1 – Motores de indução monofásicos: característica e aplicações.	56
Tabela 2 – Frequências e modos das forças magnéticas gerados em motores de indução.	74
Tabela 3 – Principais características dos motores de indução monofásica analisados neste trabalho.	97
Tabela 4 – Ressonâncias da densidade da força magnética atuantes sobre os dentes preditas numericamente. Em parênteses estão os valores das frequências das harmônicas da força obtidas a partir da predição analítica.	109
Tabela 5 – Comparação de algumas dados dos modelos 2D e 3D.	119
Tabela 6 – Comparação dos resultados de torque e corrente elétrica para os modelos 2D e 3D.	120
Tabela 7 – Valores RMS para os casos analisados considerando a excentricidade estática.	133
Tabela 8 – Propriedades do estator laminado obtidas por Gomes (2014).	146
Tabela 9 – Valores para as propriedades mecânicas do estator laminados determinados por Franck Michael van der Giet (2010) e (DUPONT, 2012).	150
Tabela 10 – Dados geométricos utilizados na modelagem analítica do estator.	151
Tabela 11 – Resultados obtidos para as modelagem analítica e numérica. O modelo numérico não conseguiu determinar o modo de ordem 0.	151
Tabela 12 – Valores utilizados na modelagem do sistema biela manivela.	162

Tabela 13 – Valores de rigidez utilizados para representar as molas de suspensão e o tubo de descarga.	166
Tabela 14 – Valores RMS para as curvas de torque obtidos pelo modelo analítico simplificado, modelo multicorpos e experimental	168
Tabela 15 – Propriedades equivalentes utilizadas para o estator laminado.	172
Tabela 16 – Informações da análise transiente considerando o estator e o bloco deformáveis.	173

Lista de abreviaturas e siglas

MEF	Método dos elementos finitos
MEC	Método dos elementos de contorno
MIM	Motor de indução monofásico
UMP	Empuxo magnético desbalanceado
FMM	Força magnetomotriz
RMS	Valor médio quadrático
FRF	Função resposta em frequência
PMI	Ponto morto inferior
PMS	Ponto morto superior
NWS	Nível de potência sonora
NPS	Nível de pressão sonora
CA	Corrente alternada

Lista de símbolos

α	Ângulo espacial
Λ	Permeância
\mathcal{F}	Força magnetomotriz
σ	Tensão mecânica
μ	Pares de pólos de uma harmônica do rotor
μ_0	Permeabilidade magnética no vácuo
ν	Pares de pólos de uma harmônica no estator
ω_m	Velocidade angular mecânica
ω_s	Velocidade angular síncrona
s_1	Número de ranhuras no estator
s_2	Número de ranhuras no rotor
ϵ_r	Excentricidade relativa
Ω_ϵ	Velocidade de rotação do rotor com a presença de excentricidade
B	Densidade do campo magnético
D	Indução elétrica

g	Comprimento do entreferro
N_c	Número de condutores
n_s	Velocidade síncrona
p	Pares de pólos
r	Ordem do modo de vibração
n	Velocidade de rotação do rotor
s	Escorregamento
t	coordenada temporal
V	Tensão elétrica
f_0	Frequência da fonte elétrica
f_p	Força de compressão do gás
f_{mag}	Força de origem magnética sobre o dente
L_v	Nível de velocidade média espacial
x	Deslocamento
y_p	Deslocamento do pistão
τ_c	Torque resultante sobre o eixo
E	Módulo de elasticidade

Sumário

	1 INTRODUÇÃO	33
1.1	Objetivos propostos	40
1.2	Originalidade do trabalho proposto	41
1.3	Organização deste trabalho	42
	2 FUNDAMENTOS E ANÁLISE	45
2.1	Princípio de funcionamento	45
2.1.1	Motor de indução monofásico	49
2.1.2	Características	49
2.1.3	Motor de indução monofásico	50
2.1.3.1	Motor de indução monofásico de fase dividida	51
2.1.3.2	Motor de indução monofásico com capacitor de partida	52
2.1.3.3	Motor de indução monofásico com capacitor permanente	52
2.1.3.4	Motor de indução monofásico com capacitores de partida e de trabalho	54
2.2	Fontes de ruído em motores	57
2.2.1	Força de origem eletromagnética	57
2.2.2	Harmônicas espaciais devido à saturação	60
2.2.3	Harmônicas espaciais devido à excentricidade	61
2.2.4	Harmônicas espaciais devido à disposição dos enrolamentos	62
2.2.5	Harmônicas espaciais devido às ranhuras do estator	64
2.2.6	Harmônicas devido à fonte elétrica	64
2.3	Fontes mecânicas	64
2.4	Determinação das forças de origem magnética	64
2.4.1	Estator	67
2.4.2	Entreferro	67
2.4.3	Rotor	67
2.4.4	Estator II	67

2.4.5	FMM geradas pelos enrolamentos do estator	68
2.4.5.1	Enrolamentos de um motor monofásico	68
2.4.5.2	Frequências e modos das forças magnéticas	72
2.4.5.3	Influência das ranhuras sobre os modos da força	73
2.5	Métodos numéricos	77
2.5.1	Formulação do problema EM através do MEF	77
2.5.1.1	Campo eletromagnético	78
2.5.1.2	Caso bidimensional	81
2.5.1.3	Procedimento geral para a solução por MEF	85
2.5.1.4	Discretização da geometria	86
2.5.1.5	Formulação Variacional	86
2.5.1.6	Aproximação da solução	87
2.5.1.7	Expressão da conectividade	88
2.5.2	Validação das forças de origem magnética	89
2.6	Modelagem estrutural	90
2.6.1	Modelagem analítica da dinâmica do estator	91
2.7	Síntese do Capítulo	93

3 MODELAGEM DO MOTOR DE INDUÇÃO MONOFÁSICO 95

3.1	Modelagem bidimensional	95
3.1.1	Validação experimental	99
3.1.2	Análise dos resultados do modelo bidimensional	103
3.1.3	Componente Normal \times tangencial	117
3.2	Modelo tridimensional	118
3.2.1	Variação da força magnética ao longo da altura do dente	121
3.3	Influência da excentricidade	123
3.3.1	Excentricidade estática	125
3.3.2	Excentricidade dinâmica	137
3.4	Modelagem estrutural do estator	145
3.5	Síntese do capítulo	151

4	MODELAGEM DO CONJUNTO MOTO-COMPRESSOR	155
4.1	Trabalhos relevantes sobre o conjunto interno	155
4.2	Conjunto interno do compressor	157
4.3	Esforços atuantes sobre o conjunto moto-compressor	160
4.4	Modelagem do conjunto moto-compressor flexível	168
4.5	Síntese do capítulo	178
5	CONTRIBUIÇÃO DAS FORÇAS MAGNÉTICAS	181
5.1	Aplicação dos esforços sobre o conjunto interno	181
5.2	Casos propostos de carregamento	183
5.3	Vibração do conjunto moto-compressor	184
5.4	Vibração da carcaça	189
5.5	Radiação sonora do compressor	202
5.6	Síntese do capítulo	204
6	CONCLUSÕES	207
	REFERÊNCIAS	213

1 Introdução

Com o mercado cada vez mais competitivo e com regulamentações mais rigorosas, os compressores têm sido produto de intensa investigação com o objetivo de reduzir sua emissão sonora e sua energia vibratória. Somente dentro do Laboratório de Vibrações e Acústica da Universidade Federal de Santa Catarina, mais de duas dezenas de trabalhos foram realizados tendo a investigação e a redução das emissões sonoras do compressor alternativo como objeto de estudo. O trabalho de [Jeon, You e Chang \(2007\)](#) informa que o compressor e o ventilador são as fontes primárias de reclamações dos consumidores no que se refere aos refrigeradores domésticos. Logo, estudos têm sido propostos para se reduzir a energia vibratória gerada pelo compressor. Para se reduzir a emissão sonora deste produto, pode-se reduzir a energia vibratória gerada pelas fontes de vibração e ruído, ou propor soluções para atenuar a transmissão de energia nos caminhos de transmissão, ou ainda tentar reduzir a emissão sonora por meio da modificação e melhoramento das características dos radiadores sonoros. [Silveira \(2004\)](#) propôs em seu trabalho um diagrama mostrando e discriminando os principais componentes do compressor alternativo e suas funções em relação ao seu comportamento vibroacústico. Este diagrama adaptado por [Silveira \(2004\)](#) pode ser visto na Fig. 1.

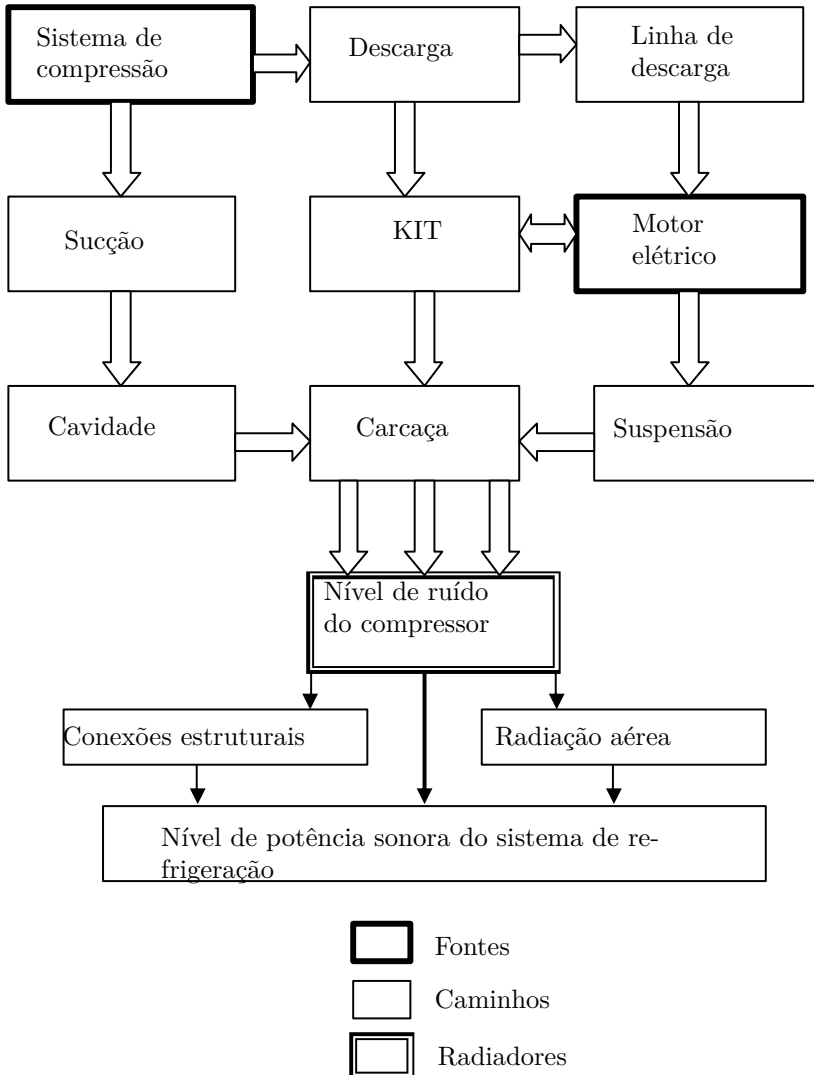


Figura 1 – Diagrama mostrando os principais componentes do compressor e suas funções e relações. Adaptado de [Silveira \(2004\)](#).

Um compressor alternativo típico aplicado em refrigeradores domésticos pode ser visto na Fig. 2. Como é possível observar a partir da figura, um motor elétrico é utilizado para inserir energia mecânica e, desta forma, proporcionar ao pistão o movimento necessário para comprimir o gás no interior do cilindro e elevar sua pressão. O tipo de motor utilizado é um motor de indução monofásico com capacitor permanente. A potência desta máquina é da ordem de fração de hp, sendo de aproximadamente 115 W para um dos compressores analisados.

As principais fontes de ruído e vibrações do compressor alternativo são (CARNEIRO, 2008; CARMO, 2001):

- excitações magnéticas causadas pelo fluxo magnético presente durante a operação do motor elétrico que atuam no estator e no rotor. Estes esforços geram vibrações no conjunto interno do compressor;
- folgas entre as partes móveis do compressor, em especial no conjunto pistão – biela – manivela;
- fluxo intermitente de gás nas câmaras de sucção e a pulsação deste gás causada pelo movimento oscilatório da válvula de sucção. Esta vibração excita o gás contido na cavidade¹;
- variação brusca de pressão no fluxo de gás na descarga que ocorre quando a válvula de descarga é aberta;
- movimentos espirais das molas de suspensão e o contato dos enrolamentos de cobre com o óleo. Estes transmitem vibrações à carcaça através do óleo.

Somente o conhecimento das fontes geradoras de ruído e vibrações não é suficiente para a redução do ruído do compressor. É necessário também conhecer os principais caminhos de transmissão da energia vibratória, os quais são (CARMO, 2001; MAREZE, 2009):

- molas de suspensão: Estes componentes transmitem a energia vibratória do conjunto interno para a carcaça;
- cavidade acústica: A pulsação do filtro acústico de sucção e a radiação sonora gerada pela vibração do conjunto interno são transmitidas por este caminho;

¹ Espaço entre a carcaça e o conjunto moto-compressor.

- tubo de descarga. Este componente transmite as vibrações originadas no bloco para a carcaça;
- óleo no fundo da carcaça.

Enquanto as fontes de energia vibroacústica e os caminhos de transmissão do compressor alternativo têm sido estudados ao longo dos anos, o comportamento do motor elétrico desta máquina como fonte foi alvo de estudo em poucos trabalhos. Alguns trabalhos dedicaram-se a investigar o comportamento deste componente como um caminho de transmissão (DOI, 2011; GOMES, 2014). Nesta abordagem, o motor de indução é tratado apenas como um caminho de transmissão de energia vibroacústica, desconsiderando a origem e os valores dos seus esforços gerados durante seu funcionamento. O trabalho realizado por Paiotti (2002), por sua vez, buscou determinar os esforços de origem eletromagnética envolvidos durante a operação do motor elétrico. Para tanto, utilizou o Método dos Elementos Finitos (MEF) e assim representou o motor de indução monofásico de um compressor alternativo utilizado em aplicações domésticas. O modelo numérico proposto foi validado por meio da comparação da corrente deste com a corrente obtida experimentalmente. Este trabalho, no entanto, determinou apenas os esforços nas direções radial e tangencial sobre os dentes sem avaliar a influência desta sobre o comportamento vibratório do compressor.

Em seu trabalho no qual é feita a modelagem do comportamento vibroacústico de um compressor do tipo *scroll*, NETO (2013) determinou e impôs as forças de origem magnéticas que são geradas por um motor do tipo ímãs permanentes durante a operação em regime permanente. O autor verificou que as forças magnéticas estão distribuídas ao longo do espectro e que na frequência de 200 Hz foi encontrada uma componente com amplitude destacada em relação às demais. Esta componente e as suas harmônicas referem-se à frequência de rotação do rotor (≈ 50 Hz) e o número de pólos (quatro). Ainda foi proposta uma avaliação do nível de potência sonora com e sem a consideração das forças magnéticas no modelo proposto. A comparação do modelo numérico considerando os esforços gerados pelo motor elétrico com o resultado obtido por ensaio experimental detectou que para as bandas de 200 Hz e 1000 Hz o resultado numérico ficou superestimado em 20 dB.

O trabalho realizado por Marriot (1994) investigou as forças que atuam sobre o rotor durante a operação do motor de indução monofásico. O autor modelou o motor de indução utilizando o MEF e analisou a influência da presença de excentricidade sobre a força

desbalanceada sobre o rotor. O autor concluiu que as forças sobre o rotor com carregamento pleno e com o rotor travado são menores em relação ao caso do motor a vazio.

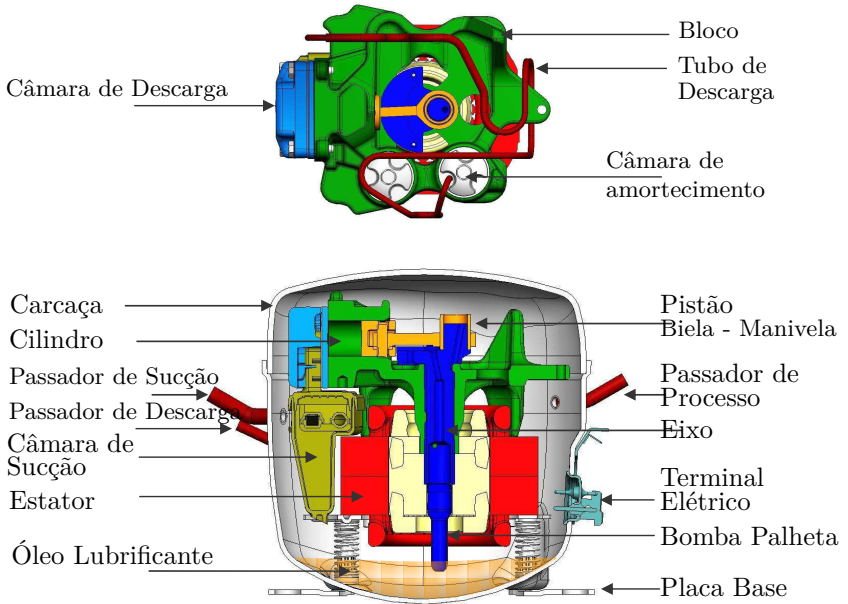


Figura 2 – Vista em corte do compressor alternativo típico utilizado em refrigeradores domésticos. Fonte: (PIZARRO, 2007).

No que diz respeito ao ruído acústico de origem magnética gerado pelo motor elétrico do compressor alternativo, Soedel (2007) apresenta um breve comentário sobre os mecanismos da geração de vibrações e ruído acústico desta fonte. O autor afirma que as forças eletromagnéticas causam vibrações nos elementos estruturais do motor elétrico (rotor e estator) e estes elementos transmitem a energia aos demais componentes do compressor. Estas excitações também causam pequenas variações na frequência de rotação do rotor e são somadas às variações oriundas da compressão do gás. Assim, as vibrações de origem eletromagnéticas são transmitidas pelos isoladores (molas) ou pelo tubo de descarga conectado à carcaça.

O motor utilizado no compressor hermético em estudo neste

trabalho é um motor de indução monofásico do tipo capacitor permanente. Não obstante poucos trabalhos tenham abordado a geração de ruído magnético em compressores alternativos, o problema da vibração e ruído em motor de indução monofásico tem sido objeto de estudo de diversos trabalhos realizados ao longo do século XX. Um trabalho que é fonte de informações no que diz respeito ao ruído acústico em motores de indução é o trabalho realizado por [Jordan \(1950\)](#) intitulado *Motores elétricos de baixo ruído*². Este livro, lançado em 1950, lançou os fundamentos para o estudo do ruído em motores elétricos. Os aspectos eletromagnéticos e mecânicos na geração de ruído em motores elétricos são explorados por técnicas analíticas e seus resultados são utilizados até os dias atuais.

No trabalho de [Ellison A.J.; Moore \(1968\)](#) observa-se que já no final da década de 60 a preocupação com a emissão de ruído de motores era relevante. Neste trabalho são descritas as principais fontes de ruído em motores e apresentada uma extensa lista de referências que abordavam o tema de ruído.

No que diz respeito à modelagem eletromagnética do motor elétrico, [Arkkio \(1987\)](#) desenvolveu o acoplamento das equações do circuito elétrico e das variáveis de campo magnético. Uma modelagem utilizando o MEF foi proposta e uma boa concordância com os resultados experimentais foi obtida.

Em ([VIJAYRAGHAVAN; KRISHNAN, 1999](#)) é apresentado o estado da arte da modelagem do ruído acústico em motores elétricos. As frequências das forças magnéticas devido aos enrolamentos, à saturação magnética e às harmônicas geradas pelas ranhuras são descritas. São ainda expostos os mecanismos mecânicos e aerodinâmicos que produzem ruído acústico em motores e mencionados métodos de medição de vibração e ruído em máquinas elétricas.

[Ishibashi, Kamimoto, Noda e Itomi \(2003b\)](#) calculou a emissão de ruído acústico de uma máquina elétrica de indução trifásica. Para tanto, utilizou o MEF para modelar os sistemas eletromagnéticos e mecânicos e o Método de Elementos de Contorno (MEC) para obter a radiação sonora. As forças eletromagnéticas foram obtidas a partir do modelo eletromagnético por meio do Tensor de Maxwell. O modelo numérico obteve uma boa correlação com os resultados obtidos experimentalmente e uma redução de 3 dB(A) foi obtida nas frequências de 1200 Hz e 4080 Hz.

² Tradução livre do título em alemão *Geräuscharme Elektromotoren*.

Em uma análise similar à anterior, [Schlensok C., Küest e Henneberger \(2006\)](#) apresentam uma metodologia de simulação do ruído acústico de um motor de indução com um rotor do tipo gaiola de esquilo. Para determinação da pressão sonora em um ponto distante do motor, uma combinação de MEF e MEC foi utilizada para simular o comportamento físico da máquina. Os autores chegaram à conclusão que a modelagem correta do sistema físico é fundamental para a obtenção de bons resultados no modelo numérico.

Em ([GIERAS, 2006](#)) é apresentada de forma abrangente a modelagem do ruído acústico em diversos tipos de motores elétricos. Neste trabalho ainda são mostrados os avanços conseguidos nos últimos anos com, por exemplo, a utilização de métodos numéricos e métodos estatísticos para a determinação do ruído em motores elétricos.

Já em seu trabalho [Roivainen \(2009\)](#) faz uma revisão da literatura abrangente a partir dos mais antigos até os realizados no início do século XXI. O objetivo do seu trabalho consistiu em propor um método para rapidamente obter a potência sonora de um motor elétrico, usando MEF e MEC, para a determinação do ruído gerado.

Dentro da comunidade científica nacional, alguns trabalhos realizados que abordam este tema se destacam. Quanto à modelagem eletromagnética do motor, ([SADOWSKI, 1992](#)) apresenta uma abordagem utilizando o MEF para determinação do torque e em ([SADOWSKI, 1995](#)) o acoplamento das equações do circuito de alimentação e do campo magnético é proposto. Diversos trabalhos propostos por Neves abordam o ruído acústico em motores elétricos. Em ([NEVES, 1998](#)) é apresentado um estudo sobre a vibração devido às excitações magnéticas em motores. As vibrações de origem magnética em um motor de indução são investigadas através de análises experimentais e numéricas. As deformações no motor foram previstas de forma razoável pela metodologia proposta.

Outros trabalhos procuraram quantificar o ruído em motores com potências maiores. [Nau \(2000\)](#) propôs um método para determinação do ruído acústico gerado por máquinas elétricas trifásicas. Neste trabalho é apresentada a modelagem das forças de origem magnéticas sendo obtidos resultados satisfatórios. Já em ([NAU, 2007](#)), o mesmo autor investigou a influência da excentricidade do rotor sobre o ruído acústico de origem magnética do motor de indução trifásico. Observou-se que o aumento do ruído acústico devido à excentricidade é causado pela geração de modos de excitação de baixa ordem.

Um desafio encontrado na modelagem do motor elétrico está na

representação do comportamento estrutural do estator laminado. Dada esta necessidade, diversos trabalhos abordaram a modelagem dinâmica da parte estrutural do motor, sendo esta uma parte fundamental na modelagem do ruído acústico em motores elétricos. [Girgis R.S. ;Vermas \(1981\)](#) modelou os dentes, enrolamentos e estator de uma máquina elétrica utilizando o método de Rayleigh-Ritz. O objetivo do trabalho foi prever as frequências naturais e as formas modais do sistema. Para validar a modelagem proposta foi realizado um grande número de experimentos para os componentes de oito diferentes motores elétricos ([VERMA SP; GIRGIS, 1981](#)).

Em um trabalho mais recente, [Verma S.P.; Li \(2003\)](#) apresentam uma técnica para a medição das frequências de ressonância dos componentes estruturais do motor bem como a vibração e ruído produzidos durante a operação do motor. Neste trabalho, foi medida a vibração e o ruído acústico para diferentes carregamentos. É apresentada, ainda, uma análise da diretividade realizada em uma câmara anecóica.

Os trabalhos citados são alguns dos principais e nos quais a presente investigação se fundamentou em seu momento inicial. Visto que as aplicações de máquinas elétricas são das mais variadas, existe uma grande quantidade de trabalhos sobre outros tipos de máquinas e que abordam outros aspectos da operação do motor elétrico.

1.1 Objetivos propostos

Como exposto anteriormente, as fontes e os caminhos de transmissão do compressor foram estudados por vários trabalhos com o intuito de reduzir o seu ruído acústico gerado. Contudo, poucos trabalhos abordaram o tema do motor elétrico como uma fonte de ruído e vibração que contribua para o ruído total do compressor alternativo. O objetivo deste trabalho é realizar um estudo profundo no motor de indução magnética como uma fonte vibroacústica do compressor alternativo e, deste modo, avaliar a contribuição das forças de origem magnética sobre o ruído total do compressor alternativo. Para tanto, os seguintes objetivos específicos são propostos:

- Modelagem dos fenômenos eletromagnético e estrutural do motor de indução monofásico utilizado no compressor alternativo;
- Obtenção das forças de origem magnética atuantes sobre o motor

de indução durante a operação do compressor em regime permanente;

- Validação dos modelos propostos;
- Modelagem do conjunto interno do compressor;
- Avaliação da contribuição das forças magnéticas sobre a aceleração no estator;
- Obtenção do nível de velocidade que acontece sobre a carcaça considerando diferentes casos de esforços sobre o conjunto interno;
- Obtenção da potência sonora radiada pelo modelo numérico do compressor considerando as forças de origem magnética.

1.2 Originalidade do trabalho proposto

Neste capítulo foi possível observar que os esforços associados ao campo magnético do motor elétrico têm sido alvo de estudo por parte de muitos centros de pesquisa ao longo dos anos. Por conta disso, as causas e os esforços magnéticos produzidos por estas máquinas já possuem uma boa fundamentação da literatura disponível a qualquer pesquisador que deseje uma pesquisa sobre este tema.

O presente trabalho detectou uma carência de pesquisas as quais durante a análise do ruído gerado pelo compressor alternativo considerassem o motor elétrico como uma fonte de ruído e vibrações. Usualmente, o motor elétrico é considerado um caminho de transmissão de energia vibratória quando, na realidade, além de ser um caminho de transmissão também é uma fonte de energia vibroacústica. Logo, o tema deste trabalho procurou suprir esta lacuna existente na literatura relacionada ao estudo do comportamento vibroacústico de compressores alternativos. Outro ponto que é tratado neste trabalho é que embora o motor de indução monofásico investigado já possui uma extensa literatura referente aos seus esforços, a disposição a qual este tipo de motor se encontra no compressor alternativo é diferente da sua implementação usual, conforme mostrado na Fig. 2. O motor de indução encontra-se suspenso por molas e na parte superior está disposto o bloco e neste ocorre a compressão do gás. Assim, o comportamento do motor elétrico nesta disposição dentro do compressor alternativo é alvo de investigação.

Assim, este trabalho procurou oferecer respostas no que se refere à geração de energia vibroacústica por parte do motor elétrico e à influência desta na energia vibroacústica total do compressor alternativo. Ao longo da execução deste trabalho foram publicados os seguintes trabalhos em conferências internacionais:

- *ON THE CONTRIBUTION OF THE MAGNETIC FIELD ON THE RECIPROCATING COMPRESSOR NOISE*, COBEM 2013;
- Análise vibroacústica de um motor de indução submetido a forças magnéticas, Fia 2014;
- *Structural response of a small induction motor subjected to magnetic excitations*, Diname 2015 e
- *The evaluation of the influence of the magnetic forces on the reciprocating dynamic behaviour*, COBEM 2015.

1.3 Organização deste trabalho

Este documento está dividido em seis capítulos. No presente capítulo foi apresentada uma breve introdução ao problema e os objetivos propostos. O capítulo 2 apresenta uma breve explanação dos conceitos relacionados aos motores de indução, métodos numéricos para solução de problemas eletromagnéticos e estruturais e ainda uma revisão dos conceitos referentes à geração de forças de origem magnética. No capítulo 3 é realizada uma análise das forças magnéticas em dois motores de indução utilizados em compressores alternativos. As modelagens bidimensional e tridimensional são apresentadas e seus resultados são avaliados. Os modelos numéricos propostos são validados por meio da comparação de seus resultados em relação aos obtidos experimentalmente. A influência da presença de excentricidade estática e dinâmica é avaliada. Os modelos propostos para representar o comportamento estrutural do estator laminado com enrolamentos são discutidos. No capítulo 4 o comportamento dinâmico do conjunto interno do compressor alternativo é modelado por meio de métodos analítico e numérico. O intuito desta análise é representar este conjunto em operação para posteriormente aplicar as forças magnéticas obtidas. Um modelo considerando o estator e o bloco deformáveis são apresentados e validados por meio da comparação com resultados experimentais. O capítulo 5 apresenta a análise da influência das forças magnéticas sobre o comportamento dinâmico

do conjunto interno do compressor. É ainda avaliada a mudança no fluxo de potência entre o conjunto interno e a carcaça ocasionada pela consideração das forças magnéticas no modelo numérico. O capítulo 6, por sua vez, apresenta as conclusões advindas das análises apresentadas ao longo do documento. Sugestões para trabalhos futuros são ainda propostas baseadas nos resultados obtidos.

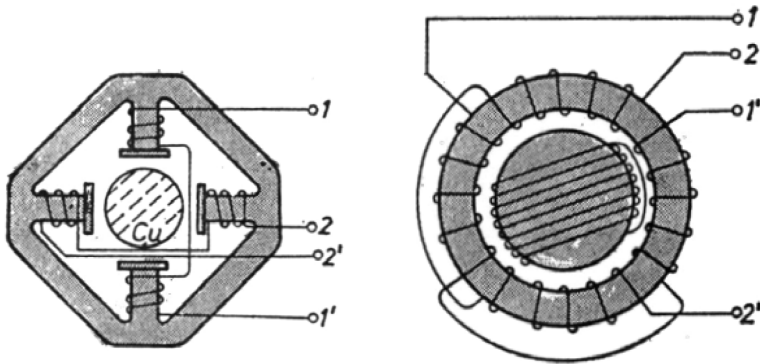
2 Motores elétricos

Este capítulo se dedica a expor os conceitos básicos referentes aos fenômenos eletromagnético e estrutural presentes durante a operação do motor elétrico. Os aspectos básicos de operação desta máquina amplamente utilizada serão expostos. Ainda a fundamentação teórica a respeito das causas de esforços de origem magnética é realizada. Esta explanação procura ainda, por meio de métodos analíticos, formas de prever as principais componentes das forças magnéticas e as respectivas ordens de seus modos espaciais. Ao fim ainda é exposta uma metodologia analítica para determinação das frequências naturais do estator com enrolamentos. Os conceitos apresentados neste capítulo serão utilizados nos capítulos seguintes.

2.1 Princípio de funcionamento

De acordo com [Boldea I; Nasar \(2010\)](#), em 1831 Faraday descobriu a lei da indução eletromagnética e Maxwell no ano 1860 formulou as suas leis da eletricidade (Leis de Maxwell). A partir deste conhecimento teórico o uso da energia eletromagnética para produção de energia mecânica foi um próximo passo. O passo seguinte foi a invenção da máquina elétrica, sendo concretizada por dois cientistas: Galileo Ferrari (1885) e Nicola Tesla (1886). As máquinas elétricas criadas por estes dois cientistas são mostradas na Fig. 3.

Ambos os motores desenvolvidos por estes dois cientistas eram supridos por uma fonte bifásica e embora estas máquinas sejam muito arcaicas em comparação às modernas o seu princípio de funcionamento ainda é utilizado. O enrolamento multifásico no estator produz um campo girante que induz uma tensão elétrica que, por sua vez, produz correntes no enrolamento em curto-circuito (ou fechado) do rotor. A in-



(a) Motor de indução criado por Ferrari em 1885. (b) Motor de indução criado por Tesla em 1886.

Figura 3 – Primeiras máquinas elétricas criadas segundo Boldea I.; Nasar (2010).

teração entre o campo produzido no estator e o campo induzido no rotor resulta em torque e desta forma o motor de indução entra em operação. Uma vez que o torque produzido quando o rotor está parado não é nulo, este motor possui partida ao ser ligado. Em 1889 Dolivo-Dobrovolsky contribuiu com as técnicas de construção de motores de indução com a invenção de um motor com rotor bobinado e posteriormente o rotor do tipo gaiola com uma topologia muito semelhante à usada atualmente (BOLDEA I.; NASAR, 2010).

De acordo com Fitzgerald, Kingsley e Umans (2006), a conversão eletromecânica ocorre quando surgem alterações no fluxo concatenado λ decorrente do movimento mecânico. No que se refere às máquinas rotativas, as tensões elétricas são geradas nos enrolamentos quando esses giram mecanicamente dentro de um campo magnético, ou quando um campo magnético gira mecanicamente próximo aos enrolamentos, ou ainda quando o circuito magnético é projetado de modo que a relutância varie com a rotação do motor. Desta forma, através destes métodos o fluxo concatenado em uma bobina específica é alterado ciclicamente e uma tensão variável no tempo é gerada.

Para gerar esta variação do fluxo concatenado existem vários métodos. A partir de cada método serão classificados diferentes tipos de motores elétricos. Pode-se fazer uma primeira classificação dos tipos

de motores a partir da característica da fonte elétrica de alimentação destas máquinas: máquinas elétricas que operam com corrente contínua (CC) e as que operam com corrente alternada (CA). As máquinas CC necessitarão de um circuito retificador para converter a corrente alternada da rede elétrica em corrente contínua. Estas máquinas permitem um ajuste de velocidade e uma boa precisão (FITZGERALD, 2006). As máquinas CA, por sua vez, utilizam corrente alternada para alimentação dos enrolamentos. Tradicionalmente estas máquinas podem ser divididas em duas categorias: síncronas e de indução. Nas máquinas síncronas, as correntes do enrolamento do rotor são fornecidas através de contatos rotativos fixados diretamente na parte estacionária do motor. Nas máquinas de indução, as correntes são induzidas nos enrolamentos do rotor por meio da combinação da variação temporal de correntes no estator e do movimento do rotor em relação ao estator. A Fig. 4 mostra os principais tipos de máquinas CA.

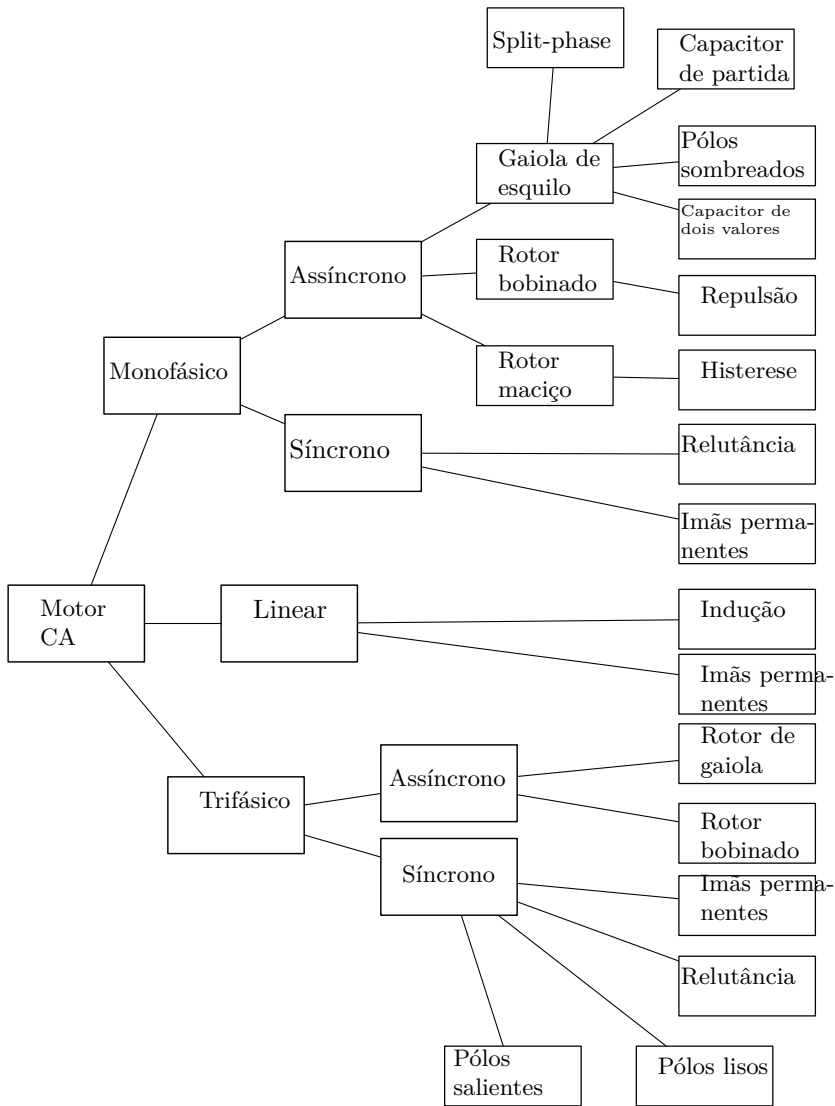


Figura 4 – Principais tipos de máquinas de corrente alternada.

O motor a ser estudado com mais profundidade neste trabalho é o motor de indução monofásico. A razão da escolha deste motor em detrimento dos demais se justifica pelo fato de o compressor cujo comportamento dinâmico será avaliado utilizar um motor deste tipo. Ainda pode-se argumentar que este é um motor amplamente utilizado na indústria de modo que os pontos investigados neste trabalho podem ser aplicados a outros sistemas além do compressor. Na seção a seguir é realizada uma explanação dos conceitos fundamentais do MIM bem como os métodos de cálculo de seu comportamento vibroacústico.

2.1.1 Motor de indução monofásico

O motor de indução monofásico (MIM) é uma máquina elétrica robusta sendo geralmente empregada em aplicações de baixa potência (<3cv) (RUTHES, 2008). Neste tipo de máquina elétrica rotativa os enrolamentos presentes no rotor são eletricamente curto-circuitados e frequentemente não possuem conexões externas. Desta forma, as correntes são induzidas por ação do efeito transformador. Um exemplo em particular é o motor do tipo gaiola de esquilo (*squirrel cage*). Neste caso, o enrolamento do rotor é constituído por barras sólidas de alumínio que são fundidas nas ranhuras do rotor e colocadas em curto-circuito por anéis de alumínio fundido posicionados em cada extremidade do rotor. Este tipo de construção possibilita o desenvolvimento de motores mais baratos e altamente confiáveis (FITZGERALD, 2006).

2.1.2 Características

Em motores elétricos, a frequência rotacional do rotor n é diferente da velocidade síncrona n_s do fluxo magnético do estator. Esta diferença é comumente denominada escorregamento (s^1) do rotor e descrita como uma fração da velocidade síncrona:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s}, \quad (2.1)$$

sendo s tipicamente da ordem de fração de unidade durante a operação de motores de indução.

A partir da equação anterior, a frequência da tensão elétrica induzida no rotor devido ao movimento do fluxo magnético no estator e

¹ Do termo em inglês *slíp*.

ao movimento do rotor pode ser deduzido. A frequência rotacional do rotor a partir da Eq. 2.1 é

$$n = (1 - s)n_s. \quad (2.2)$$

De forma análoga, a velocidade angular mecânica ω_m pode ser expressa em termos de velocidade síncrona angular ω_s e do escorregamento como

$$\omega_m = (1 - s)\omega_s. \quad (2.3)$$

O movimento relativo entre o fluxo do estator e os condutores do rotor induz tensões elétricas de frequência f_r dada por

$$f_r = sf_e, \quad (2.4)$$

a qual é denominada frequência de escorregamento, no rotor.

2.1.3 Motor de indução monofásico

De acordo com [Ruthes \(2008\)](#) são denominados motores de indução monofásico aqueles que são aptos a funcionar em uma rede de alimentação monofásica. A maioria deste tipo de motor é empregada em aplicações onde é requerida uma potência fracionária (fração de quilowatt). Assim, podem-se citar como principais aplicações residenciais e comerciais: refrigeradores, condicionadores de ar, trocadores de calor, ventiladores, bombas, máquinas de lavar, secadores entre outros ([FITZGERALD, 2006](#)).

Para gerar o campo girante a partir do repouso é necessário haver dois enrolamentos (ou fases) no estator, sendo que não é necessário que estes possuam o mesmo número de espiras. Em geral, os eixos possuem uma defasagem de 90° entre si. Um dos enrolamentos é chamado enrolamento principal e o outro denominado enrolamento auxiliar ou enrolamento de partida. Em regime estacionário, após partir com dois enrolamentos, o motor de indução monofásico pode operar tanto com os dois enrolamentos como também com apenas o funcionamento do enrolamento principal ([RUTHES, 2008](#)).

O motor de indução monofásico é construído com enrolamentos distribuídos no estator, sendo usualmente classificados em quatro tipos: fase dividida (*split-phase*), capacitor de partida, capacitor permanente e capacitor dois valores.

2.1.3.1 Motor de indução monofásico de fase dividida

Este tipo de motor de indução monofásico possui dois enrolamentos no estator: o enrolamento principal e o enrolamento auxiliar. Estes dois enrolamentos são deslocados em 90° elétricos no espaço (podendo esta defasagem ξ chegar a 110° e 120°). A ligação destes enrolamentos é esquematizada na Fig. 5a sendo \hat{V}_S , $\hat{I}_{principal}$ e \hat{I}_{aux} a tensão da fonte, a corrente do enrolamento principal e a corrente do enrolamento auxiliar, respectivamente.

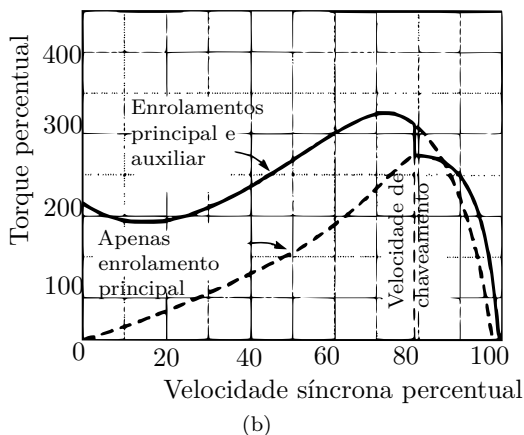
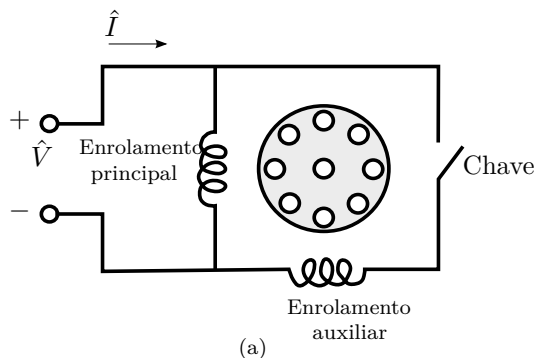


Figura 5 – Motor de fase dividida: (a) conexões e (b) característica típica de conjugado \times velocidade.

O enrolamento auxiliar possui uma razão entre resistência e reatância mais elevada que o enrolamento principal. Assim, estes enrolamentos são projetados para criar uma defasagem temporal nas correntes

do enrolamento principal e na corrente do enrolamento auxiliar. Já que a corrente \hat{I}_{aux} está adiantada em relação a $\hat{I}_{principal}$, o campo do estator atinge o máximo no eixo do enrolamento auxiliar e, posteriormente, atinge o máximo no enrolamento principal.

A defasagem espacial dos enrolamentos ($\xi = 90^\circ$) e temporal das correntes ($\gamma \approx 20^\circ - 30^\circ$) produz no entreferro um campo magnético com uma componente de campo para frente bem definida, do enrolamento principal (“m”) para o enrolamento auxiliar (“a”). Este campo induz tensões na gaiola do rotor cujas correntes produzem torque de partida fazendo o rotor girar de “m” para “a” (sentido horário) (BOLDEA I.; NASAR, 2010).

Quando o rotor atinge uma velocidade em torno de 75 % a 80 % da rotação síncrona, a chave abre e desconecta o enrolamento auxiliar. Como aplicações típicas para este tipo de motor pode-se citar ventiladores, sopradores, bombas centrífugas e equipamentos de escritório. As potências nominais típicas estão entre 50 a 500 W.

2.1.3.2 Motor de indução monofásico com capacitor de partida

Segundo Fitzgerald, Kingsley e Umans (2006), capacitores podem ser utilizados para melhorar o desempenho de partida do motor, do desempenho de trabalho, ou ambas, dependendo do tamanho ou da conexão do capacitor. O motor com capacitor de partida é basicamente um motor de fase dividida, contudo o deslocamento de fase no tempo entre as duas correntes é obtido por meio de um capacitor em série com o enrolamento auxiliar. O esquema de um motor com capacitor de partida é apresentado na Fig. 6. De forma análoga ao motor de fase dividida, o enrolamento auxiliar é desconectado depois da partida do motor e, desta forma, o capacitor e o enrolamento podem ser projetados a fim de minimizarem os custos. Outra característica deste tipo de motor um alto torque pode ser obtido durante a partida do motor (BOLDEA I.; NASAR, 2010) conforme observado na Fig. 6b .

2.1.3.3 Motor de indução monofásico com capacitor permanente

Neste tipo de motor de indução monofásico, o capacitor e o enrolamento auxiliar não são desconectados após a partida. Assim, algumas melhorias são alcançadas, tais como: melhoria no fator de potência, no desempenho, entre outras. Outra vantagem é a redução

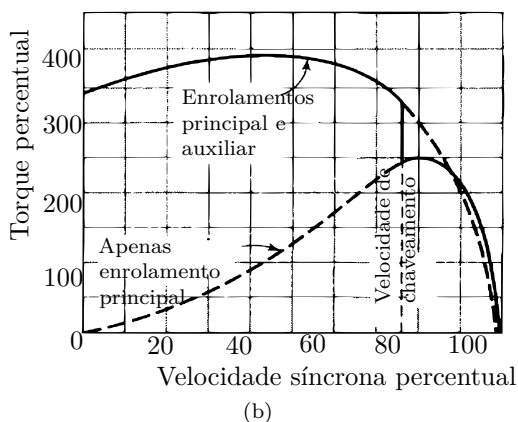
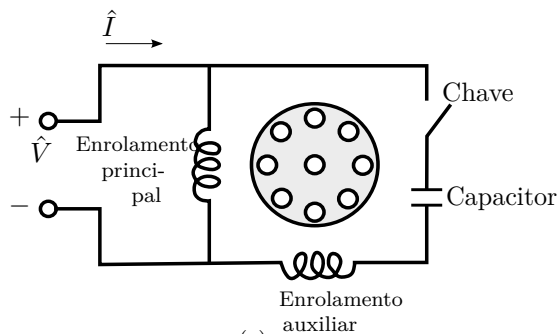


Figura 6 – Motor com capacitor de partida: (a) conexões e (b) característica típica de conjugado \times velocidade.

nas pulsações no torque uma vez que o capacitor funciona como um reservatório de armazenamento de energia, ou seja, atuando como um filtro.

Como o capacitor será utilizado durante toda a operação do motor, o torque de partida acaba sendo sacrificado uma vez que a escolha da capacitância é necessariamente um compromisso entre os valores melhores de partida e de trabalho (FITZGERALD, 2006). Devido ao baixo torque de partida, este tipo de motor é utilizado em aplicações como ventiladores, bombas centrífugas, lavadores, etc. As conexões, diagrama de fasores e relação torque \times velocidade são mostrados na Fig. 7.

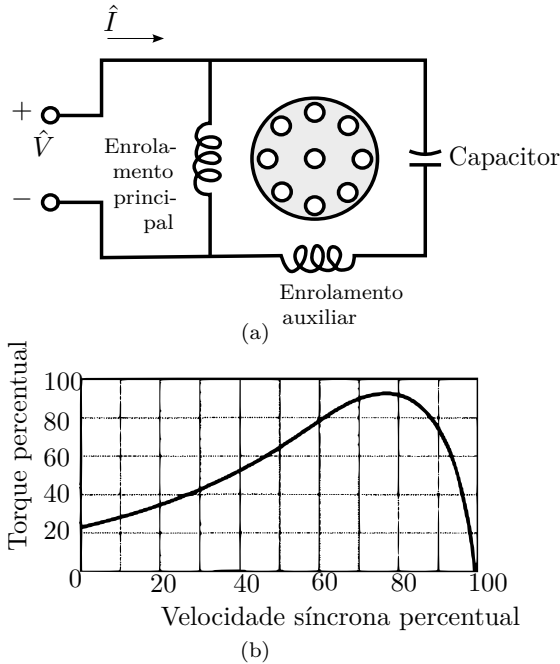


Figura 7 – Motor com capacitor permanente: (a) conexões e (b) característica típica de conjugado \times velocidade.

2.1.3.4 Motor de indução monofásico com capacitores de partida e de trabalho

Para se obter desempenhos ótimos tanto na partida quanto em trabalho, este tipo de motor utiliza dois capacitores em paralelo que são ligados em série com o enrolamento auxiliar, um de partida e outro de trabalho. O esquema de uma disposição para este tipo de motor é mostrado na Fig. 8. Um capacitor de pequena capacitância pode ser ligado permanentemente com o enrolamento auxiliar de motor a se conseguir uma ótima condição de trabalho em regime. De modo semelhante, um capacitor de alta capacitância necessário para se conseguir um alto torque durante a partida pode ser ligado em paralelo ao capacitor de trabalho por meio de uma chave que se abre após determinada velocidade (FITZGERALD, 2006).

Como efeitos benéficos da utilização deste tipo de motor, pode-se citar:

- aumento de 5 a 30 % no torque máximo;
- melhora de 5 a 10 % no rendimento;
- valores do fator de potência acima de 90 %;
- redução no ruído magnético;
- aumento de 5 a 20 % no torque de partida.

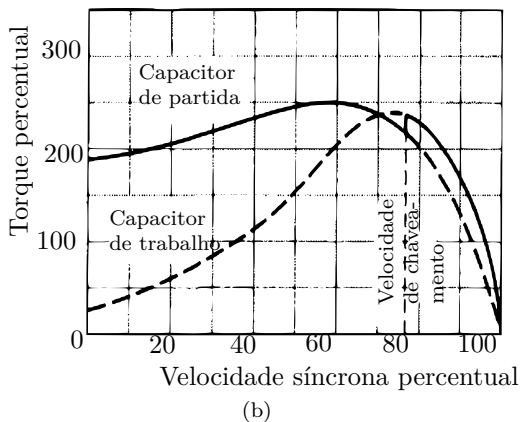
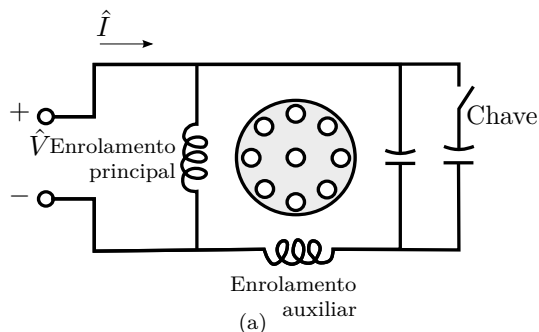


Figura 8 – Motor com dois capacitores: (a) conexões e (b) característica típica de conjugado \times velocidade.

Com base na revisão das características dos principais tipos de motores de indução monofásicos descrita anteriormente, a Tab. 1 apresenta as principais características gerais e principais aplicações dos motores de indução monofásicos.

Tabela 1 – Motores de indução monofásicos: característica e aplicações.

Tipo de motor	Faixa potência (cv)	Preço comparativo aproximado (%)	Aplicações
Fase dividida	1/20-1	100	Ventiladores, bombas centrífugas, máquinas de lavar, etc. Carregamentos que requerem pouco ou médio torque de partida
Capacitor de partida	1/8-1	125	Compressores, bombas, refrigeradores, condicionadores de ar, máquinas de lavar, etc. Aplicações que possuem carregamentos grandes na partida
Capacitor permanente	1/8-1	140	Ventiladores, bombas centrífugas, etc. Aplicações de baixo ruído.
Dois capacitores	1/200-1/20	180	Ventiladores, bombas centrífugas, etc. Aplicações de baixo ruído e alto torque na partida.

Apresentados os principais tipos de motores de indução monofásicos, na próxima seção são introduzidos os conceitos das principais fontes de ruído acústico em motores elétricos.

2.2 Fontes de ruído em motores

O processo da geração de ruído em uma máquina elétrica pode ser dividido em três componentes básicos. O primeiro componente refere-se à fonte que causa o ruído, em seguida o meio pelo qual o ruído é transmitido e, finalmente, o receptor exposto ao ruído. Este processo pode ser visualizado de forma gráfica na Fig. 9. No que concerne às fontes de ruído, estas podem ser divididas em três categorias: eletromagnéticas, mecânicas e aerodinâmicas. O meio pelo qual o ruído é transmitido pode ser o ar ou ainda estrutural. Como exemplos de caminhos de transmissão pode-se citar o fluido refrigerante confinado dentro da cavidade do compressor e as molas de suspensão. O receptor é assumido como o ser humano, contudo pode-se considerar ainda algum equipamento que é sensível ao ruído.

2.2.1 Força de origem eletromagnética

O ruído acústico de origem magnética é resultado da ação das forças magnéticas que agem no entreferro da máquina elétrica. Estas forças podem ser divididas em forças radiais, forças tangenciais e forças magnetostrictivas. Forças radiais são forças atrativas entre o estator e o rotor. Forças tangenciais, por sua vez, agem no rotor produzindo o torque. Já as forças magnetostrictivas atuam tracionando o ferro na direção do campo magnético. No caso de motores de indução, as forças radiais possuem papel dominante no ruído acústico de origem magnética (MALITI, 2000; PAIOTTI, 2002), contudo as forças tangenciais possuem papel relevante para faixas de frequência mais altas.

A relação entre a densidade do campo magnético presente no entreferro e a força magnética radial pode ser obtida a partir do tensor de Maxwell (GIERAS, 2006):

$$\sigma(\alpha, t) = \frac{1}{2\mu_0} [B_n(\alpha, t)^2 - B_t(\alpha, t)^2], \quad (2.5)$$

sendo σ a tensão mecânica, B_n a componente radial da densidade do campo magnético no entreferro e B_t sua componente tangencial. Já μ_0

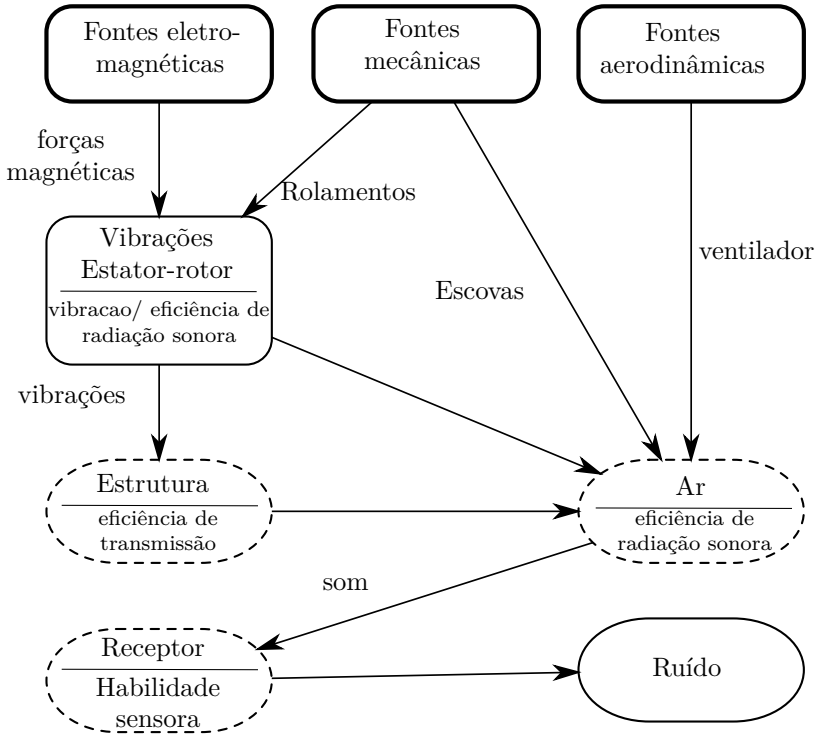


Figura 9 – Esquema da geração de ruído em máquinas elétricas.
Fonte: (MALITI, 2000).

é a permeabilidade magnética no vácuo.

Uma vez que a permeabilidade no ferro do estator é geralmente muito superior à permeabilidade do ar no entreferro, a densidade do campo magnético nas fronteiras do estator e do entreferro são praticamente perpendiculares às faces dos dentes. Ou seja, a componente tangencial da densidade do campo magnético no entreferro é muito menor que a componente radial. Para esta análise, desprezando o termo B_t na Eq. 2.5 tem-se:

$$\sigma(\alpha, t) = \frac{1}{2\mu_0} B_n(\alpha, t)^2. \quad (2.6)$$

Avaliando a densidade do campo magnético observa-se que esta pode ser decomposta em uma componente fundamental e uma série de

harmônicas. Assumindo um motor com p pares de pólos, uma expressão geral para a densidade do campo magnético que representa tanto as harmônicas do tempo quanto no espaço pode ser escrita como:

$$b(\alpha, t) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \hat{B}_{\nu} \cos(\nu p \alpha - \omega_{\nu} t - \psi_{\nu}), \quad (2.7)$$

onde \hat{B}_{ν} é a amplitude da onda referente à ν -ésima harmônica, νp refere-se ao número de pares de pólos para a ν -ésima harmônica, ω_{ν} e ψ_{ν} são a frequência angular e a fase para a ν -ésima harmônica, respectivamente. A componente fundamental em um motor com p pares de pólos, a partir da Eq. 2.7, considerando a frequência da fonte elétrica igual a f_0 tem-se $\nu = 1$ e $\omega_{\nu} = \omega_0 = 2\pi f_0$. Supondo que o campo magnético na Eq. 2.7 seja puramente senoidal, ou seja, contendo apenas a sua componente fundamental, a Eq. 2.6 pode ser escrita como:

$$\sigma(\alpha, t) = \frac{\hat{B}_1^2}{4\mu_0} [1 + \cos(2p\alpha - 2\omega_0 t - 2\psi_1)]. \quad (2.8)$$

Através da Eq. 2.8 observa-se que esta possui um termo constante (DC) e outro rotacional com o dobro da frequência da densidade do fluxo ($2\omega_0$) e com o dobro do número de pólos ($2p$). No que se refere à geração de ruído, o termo constante é insignificante e pode ser desprezado.

Vale ainda ressaltar que do ponto de vista da geração de ruído magnético, a interação entre os campos magnéticos gerados no estator e no rotor são importantes. Por exemplo, considerando a combinação de duas ondas de densidade de fluxo magnético, uma originada a partir do campo no estator e outra originada no rotor. Suas harmônicas são representadas por ν e μ , as quais correspondem ao estator e rotor, respectivamente. Assim, as harmônicas possuem frequências iguais a ω_{ν} e ω_{μ} . De acordo com a Eq. 2.6, a força radial magnética devido à ação destes dois campos fica:

$$\sigma(\alpha, t) = \frac{[B_{\nu}(\alpha, t) + B_{\mu}(\alpha, t)]^2}{2\mu_0} \quad (2.9)$$

$$= \frac{B_{\nu}^2(\alpha, t)}{2\mu_0} + \frac{B_{\mu}^2(\alpha, t)}{2\mu_0} + \frac{B_{\nu}(\alpha, t)B_{\mu}(\alpha, t)}{\mu_0}. \quad (2.10)$$

Da equação acima, desconsiderando os termos constantes e os dois primeiros termos com pares de pólos $2\nu p$ e $2\mu p$, o terceiro termo

gera um par de forças com pares de pólos e frequências dadas por:

$$r = p(\nu \pm \mu) \quad (2.11)$$

$$\omega_r = \omega_\nu \pm \omega_\mu \quad (2.12)$$

onde ν , μ e r são os pares de pólos de uma harmônica do estator, pares de pólos de uma harmônica do rotor e o modo de vibração da excitação, respectivamente. Já os termos ω_ν e ω_μ são as frequências angulares de uma harmônica de indução do estator e do rotor, respectivamente. Estes termos são importantes na análise das partes temporal e espacial do espectro da força magnética e, por conseguinte, do ruído acústico.

Segundo [Maliti \(2000\)](#), principais fontes de harmônicas no campo magnético são:

i. harmônicas espaciais

- devido à saturação;
- devido à excentricidade;
- devido à distribuição não-senoidal na distribuição dos enrolamentos e,
- devido à presença de ranhuras.

ii. harmônicas temporais

- devido à presença de fontes não-senoidais.

A seguir, será apresentada uma breve discussão das fontes acima citadas e de que forma estas afetam o campo magnético no entreferro.

2.2.2 Harmônicas espaciais devido à saturação

Ocorrem devido à relação não-linear da curva $\mathbf{B} - \mathbf{H}$. Em máquinas de indução a saturação acontece principalmente na parte externa do estator e do rotor, nos dentes do estator. A Fig. 10 mostra o efeito da saturação sobre o campo magnético no entreferro. Pode-se observar um “achatamento” da curva do campo magnético devido à saturação. A saturação é ainda dependente da corrente de magnetização e é especialmente observada quando grandes correntes são observadas como, por exemplo, durante a partida do motor. O resultado da saturação sobre o campo magnético é equivalente ao aumento das aberturas das ranhuras, levando a uma variação periódica na densidade de fluxo magnético. O estator

laminado e o rotor do motor elétrico utilizado neste trabalho possuem materiais com um relação não-linear da curva $\mathbf{B} - \mathbf{H}$. A influência das harmônicas geradas por esta não-linearidade será investigada no Cap. 3.

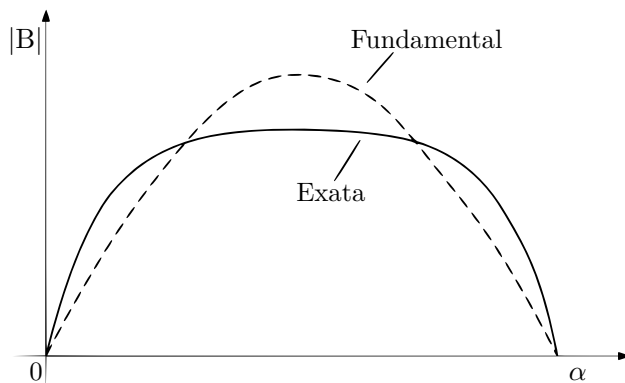


Figura 10 – Achatamento na densidade do fluxo magnético no entreferro devido à saturação magnética.

2.2.3 Harmônicas espaciais devido à excentricidade

Quando os eixos do estator e do rotor não estão alinhados o comprimento do entreferro (g) não é mais constante ao longo do perímetro interno (α) do estator. Esta variação de g ao longo de α resulta em uma mudança na permeância e, conseqüentemente, no resultado de densidade de força. Assim, esta é uma fonte de harmônicas espaciais importante visto que o alinhamento dos eixos do estator e do rotor é difícil de ser conseguido dentro de uma linha de produção. Logo, deve-se considerar o valores de tolerância nos quais o motor de indução monofásico pode ser montado.

A excentricidade em um motor pode ser classificada em dois tipos: excentricidade estática e dinâmica. Os dois tipos de excentricidade do rotor são mostrados na Fig. 11. Na excentricidade estática, mostrada na Fig. 11a, os centros do rotor e do estator não estão alinhados e o comprimento do entreferro permanece constante durante o funcionamento do motor (DORRELL, 1996). Já na excentricidade dinâmica o comprimento do entreferro varia ao longo do tempo, como mostrado na Fig. 11b. A presença de excentricidade em um motor resulta em um entreferro não uniforme, causando harmônicas espaciais no campo

magnético do entreferro o qual leva à geração de ruído. Outro fenômeno gerado pela excentricidade é uma resultante de força sobre o rotor. Tendo em vista que as tensões não são simétricas devido à mudança do valor da permeância uma resultante de força é observada sobre o eixo. Esta força é conhecida por empuxo magnético desbalanceado (UMP²). Oliveira (2008) apresenta uma revisão dos principais trabalhos sobre o UMP.

Gieras, Lai e Wang (2006) apresentam uma expressão para a variação do valor do entreferro na presença de excentricidade, a qual é dada por:

$$g(\alpha, t) = g_0 [1 - \epsilon_r \cos(\alpha - \Omega_\epsilon t)], \quad (2.13)$$

onde g_0 e α são o valor do entreferro quando o rotor e o estator são concêntricos e a posição angular, respectivamente. Já ϵ_r refere-se à excentricidade relativa a qual é dada por:

$$\epsilon_r = \frac{e}{g_0} \times 100\% [\%], \quad (2.14)$$

sendo e a distância entre os eixos do rotor e do estator. Já o termo Ω_ϵ depende do tipo de excentricidade conforme a expressão abaixo:

$$\Omega_\epsilon = \begin{cases} 0 & , \text{ para Excentricidade estática.} \\ n(1 - s) & , \text{ para Excentricidade dinâmica.} \end{cases} \quad (2.15)$$

A determinação das harmônicas da permeância no entreferro de ordens mais altas é de difícil determinação. A maior parte dos métodos são limitados a determinar a influência da excentricidade sobre a harmônica fundamental da permeância no entreferro (GIERAS, 2006). A utilização de métodos numéricos possibilita a determinação da influência da excentricidade sobre as forças atuantes sobre o rotor e o estator. Uma análise da influência da excentricidade estática e dinâmica realizada para o motor em estudo é mostrada na Sec. 3.3.

2.2.4 Harmônicas espaciais devido à disposição dos enrolamentos

A distribuição dos enrolamentos nas ranhuras do estator gera uma onda da força magnenomotriz (FMM) na forma de escada conforme ilustrado na Fig. 12. Pode-se observar que a forma da onda da FMM

² Acrônimo do termo em inglês *Unbalanced magnetic pull*, o qual é mais utilizado.

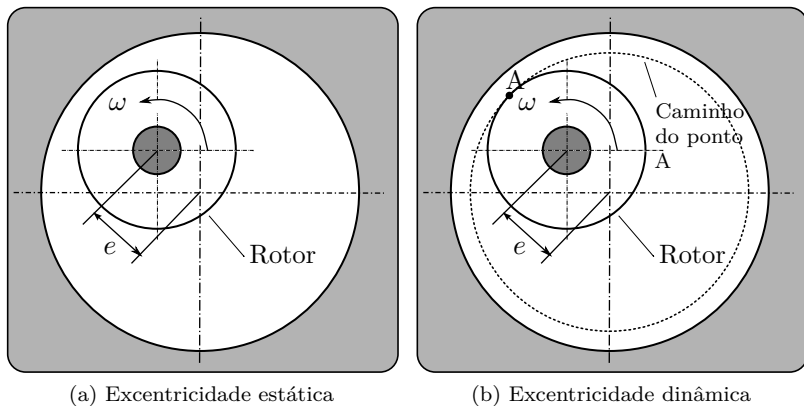


Figura 11 – Tipos de excentricidade do rotor em relação ao estator.

no entreferro possui uma fundamental e para se conseguir a forma de escada, diversas harmônicas no espaço devem ser adicionadas. Estas harmônicas possuem um papel significativo na geração de ruído acústico como descrito posteriormente.

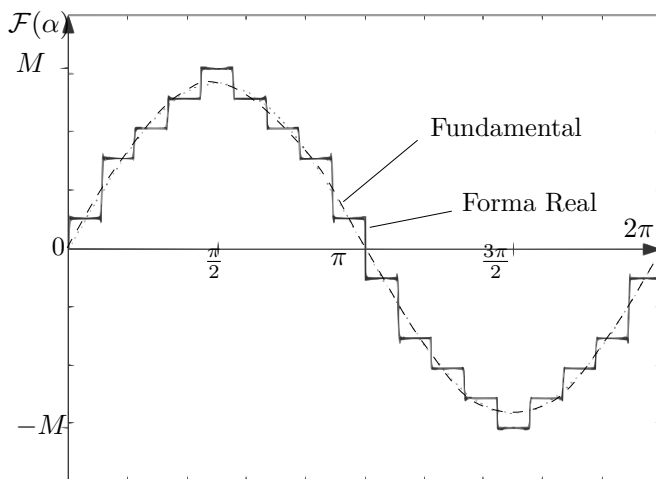


Figura 12 – Distribuição típica de FMM no entreferro.

2.2.5 Harmônicas espaciais devido às ranhuras do estator

As ranhuras do estator são utilizadas para abrigar os enrolamentos de modo que o entreferro seja o menor possível. No entanto, a presença de ranhuras distorce a permeância do entreferro e, consequentemente, resulta na criação de harmônicas espaciais na onda do campo magnético do entreferro.

2.2.6 Harmônicas devido à fonte elétrica

O uso de inversores a fim de controlar a velocidade de rotação de motores de indução pode criar problemas de ruído acústico devido à distorção no formato das ondas de correntes e voltagens elétricas. O nível de ruído audível em certos inversores pode ser maior que os de fontes com forma de onda senoidal.

2.3 Fontes mecânicas

De acordo com [Gieras, Lai e Wang \(2006\)](#), as vibrações mecânicas de ruído de origem mecânica em motores elétricos são principalmente causadas pelos rolamentos, por contatos, escovas, desbalanceamento do rotor, eixo desalinhado, acoplamentos, entre outros. Devido à massa do rotor, rolamentos e o desbalanceamento do rotor causam ruído induzindo vibração no estator e em outros componentes do motor. Deste modo, um balanceamento preciso do rotor pode reduzir de forma significativa a vibração. Os rolamentos tendem a permitir um pequeno deslocamento relativo entre o estator e o rotor, causando ruído. Este ruído é proporcional à velocidade de rotação e é amplificado na presença de irregularidades nas superfícies dos rolamentos.

2.4 Determinação das forças de origem magnética

Como visto na Eq. 2.5, existe uma relação direta entre as tensões mecânicas de origem magnética e a densidade do campo magnético presente no entreferro durante a operação do motor elétrico. Assim, a obtenção correta da densidade do campo magnético é de extrema importância. Uma forma rápida e com boa aproximação de obter a densidade do campo magnético do motor elétrico é através da modela-

gem analítica do seu funcionamento. Na literatura existem diferentes métodos com o objetivo de obter a distribuição da densidade do campo magnético ao longo do entreferro, dentre os quais pode-se citar: *conformal transformation*, *magnetic equivalent circuit method* e o *rotating field method*. Neste trabalho, o *rotating field method* será utilizado para obter analiticamente a distribuição da densidade do campo magnético no entreferro. O *rotating field method*³ (RFM) é popular atualmente na modelagem do ruído magnético devido à sua facilidade de implementação e por ter um custo computacional menor em relação aos outros (MALITI, 2000).

O RFM considera a densidade do campo magnético no entreferro como uma soma de campos harmônicos obtidos a partir do produto entre a permeância do entreferro e a força magnetomotriz (FMM), dada por:

$$b(\alpha, t) = \Lambda(\alpha, t)\mathcal{F}(\alpha, t), \quad (2.16)$$

onde $\Lambda(\alpha, t)$ é a permeância do entreferro por unidade de área, \mathcal{F} é a força magnetomotriz no entreferro, α é a coordenada angular e t , o tempo.

³ Uma tradução literal pode ser feita como método do campo rotacional. A fim de manter a mesma terminologia utilizada pela literatura mundial, o termo em inglês foi preservado neste trabalho.

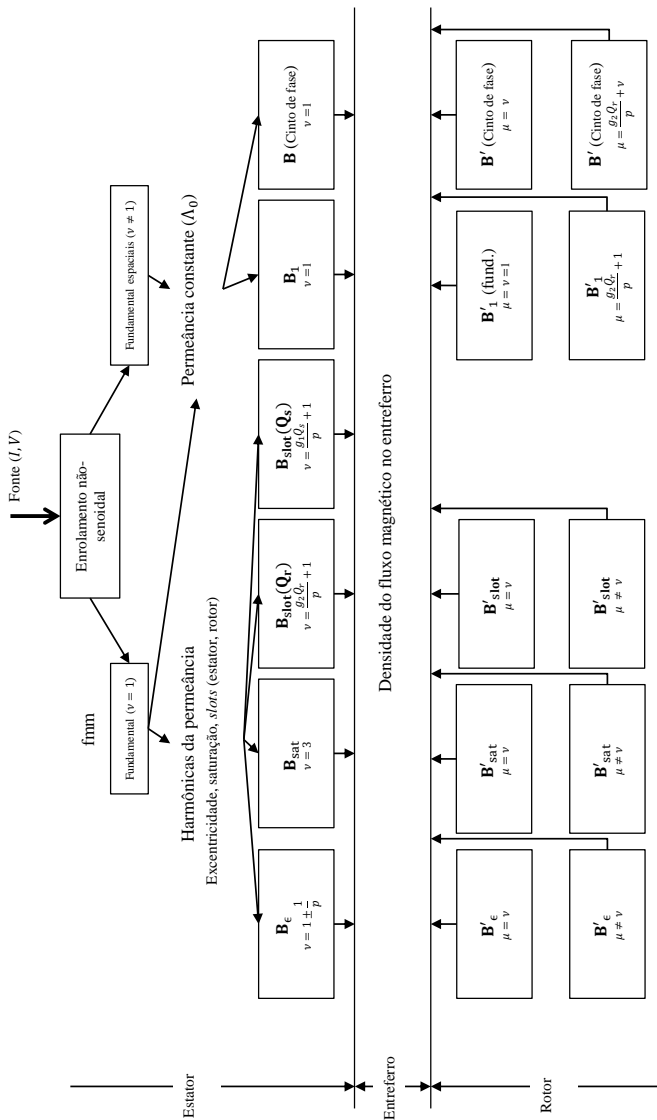


Figura 13 – Formação das harmônicas do campo magnético em um motor de indução. Fonte: (MALITI, 2000).

Maliti (2000) apresenta em seu trabalho o diagrama da geração das harmônicas da densidade de fluxo, mostrado na Fig. 13. Uma fonte trifásica senoidal é utilizada neste trabalho e o motor é composto por enrolamentos trifásicos simétricos. Do ponto de vista cronológico, a Fig. 13 pode ser descrita pelas subseções abaixo.

2.4.1 Estator

Dada a partida na fonte senoidal, a corrente elétrica nos enrolamentos do estator cria no entreferro uma FMM ao longo do entreferro. Esta FMM contém uma harmônica fundamental ($\nu = 1$) e uma série infinita de harmônicas espaciais ($\nu \neq 1$) geradas pela distribuição espacial dos enrolamentos. A FMM do estator é multiplicada pela permeância do entreferro para produzir a densidade do fluxo magnético. A permeância do entreferro é composta por um termo constante (Λ_0) e uma série de harmônicas geradas devido aos efeitos das ranhuras ($\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_{1,2}$), saturação (Λ_{sat}) e excentricidade (Λ_ϵ).

2.4.2 Entreferro

Existem dois grupos de harmônicas do fluxo de densidade do campo magnético: a densidade do fluxo do estator e fluxo do rotor.

2.4.3 Rotor

O fluxo gerado pelo estator induz voltagens e correntes nas barras do rotor as quais produzem FMM geradas pelo rotor. Assim, a FMM do rotor interage com a permeância do entreferro gerando ondas de fluxo magnético.

2.4.4 Estator II

As ondas do fluxo magnético geradas pelo rotor com ordem μ interagem com o fluxo magnético gerado pelo estator. Harmônicas com ordem $\mu = \nu$ possuem um efeito de amortecimento sobre o fluxo magnético do estator. Já as harmônicas do campo magnético do rotor com ordem $\mu \neq \nu$ induzem correntes nos enrolamentos do estator até o regime permanente seja alcançado.

Posto isto, a tarefa a seguir é obter uma expressão analítica para a permeância e para as ondas de FMM, levando em conta os diferentes fenômenos que são responsáveis pelo ruído magnético. Uma expressão mais detalhada da Eq. 2.16 é mostrada a seguir:

$$b(\alpha, t) = [\Lambda_0 + \Lambda_1(\alpha) + \Lambda_2(\alpha, t) + \Lambda_{1,2}(\alpha, t) + \Lambda_{sat}(\alpha, t) + \Lambda_\epsilon(\alpha, t)] \times [\mathcal{F}_1(\alpha, t) + \mathcal{F}_2(\alpha, t)] \quad (2.17)$$

sendo Λ_0 , a permeância média no entreferro; Λ_1 , a componente da permeância no entreferro representando as ranhuras do estator e considerando o rotor liso (sem ranhuras); Λ_2 , a componente quando consideradas as ranhuras do rotor e considerando o estator liso. Já a variável $\Lambda_{1,2}$ é denominada permeância de interferência e está relacionada a um termo incremental a ser adicionado quando consideradas as ranhuras do estator e do rotor. Os termos Λ_{sat} e Λ_ϵ são as permeâncias relacionadas à saturação e à excentricidade, respectivamente. Os termos \mathcal{F}_1 e \mathcal{F}_2 são as FMM no estator e no rotor, respectivamente.

2.4.5 FMM geradas pelos enrolamentos do estator

As FMM presentes no entreferro estão diretamente relacionadas à densidade do campo magnético e estas, por sua vez, com a tensão mecânica resultante sobre as estruturas do motor. Sendo assim, pode-se notar que é de grande importância seu entendimento e a modelagem das ondas de FMM no entreferro para a correta determinação do esforço gerado. Nesta seção é apresentada a modelagem da FMM a partir dos princípios mais simples a fim de consolidar o entendimento do seu comportamento em função dos diferentes parâmetros como a posição das ranhuras, comprimento do dente etc.

2.4.5.1 Enrolamentos de um motor monofásico

Nesta seção será obtida a FMM considerando um motor monofásico. O diagrama mostrado na Fig. 14 refere-se a um modelo idealizado de um estator e rotor planos. O enrolamento do estator consiste de uma bobina por dois passos de pólo. A permeabilidade magnética relativa do estator e do rotor é considerada muito elevada ($\mu_r \leftrightarrow \infty$). As bobinas são alimentadas por uma corrente contínua de módulo I e são conectadas em série de modo a criar um enrolamento monofásico. Para apenas uma bobina com N_c voltas e distância $\omega_c = \tau$ a lei de Ampere pode ser

escrita como:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = N_c I, \quad (2.18)$$

onde \mathbf{H} é a magnitude da intensidade do campo magnético no entreferro g^4 . A FMM gerada por uma única bobina no entreferro é dada por:

$$\mathcal{F}_{cg} = Hg = \frac{N_c I}{2}. \quad (2.19)$$

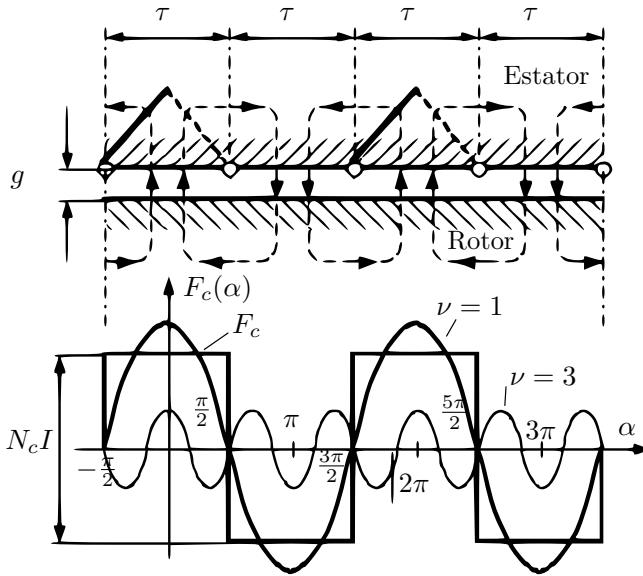


Figura 14 – Campo magnético e FMM de um enrolamento monofásico. Fonte: (GIERAS, 2006)

Para o modelo proposto, a permeância relativa (por unidade de área) do entreferro é dada por:

$$\Lambda_g = \frac{\mu_0}{g}. \quad (2.20)$$

O valor da magnitude da onda quadrada da densidade do campo magnético induzido pelas bobinas é obtido por:

$$B_g = \mu_0 H = \frac{\mu_0}{g} \frac{N_c I}{2} = \Lambda_g \mathcal{F}_{cg}. \quad (2.21)$$

⁴ Oriundo do termo da lingua inglesa *gap*.

Como dito anteriormente, o estator e o rotor são idealizados sem ranhuras nas Eqs. 2.20 e 2.21 e a saturação magnética do material ainda não é considerada.

Semelhantemente à onda de densidade do campo magnético, a onda da FMM é retangular como mostrada Fig. 14 e pode ser representado por uma Série de Fourier dada por:

$$\mathcal{F}_c(x) = \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \mathcal{F}_{cm\nu} \cos\left(\nu \frac{\pi}{\tau} x\right), \quad (2.22)$$

sendo o valor da amplitude para a ν -ésima harmônica dada por:

$$\mathcal{F}_{cm\nu} = \frac{4}{\tau} \int_0^{0,5\tau} \mathcal{F}_{cg} \cos\left(\nu \frac{\pi}{\tau} x\right) dx = \frac{4}{\nu\pi} \mathcal{F}_{cg} \text{sen}\left(\nu \frac{\pi}{2}\right). \quad (2.23)$$

A relação entre a coordenada linear x e a coordenada angular é dada por:

$$\alpha = \frac{1}{p} \frac{\pi}{\tau} x = \frac{2\pi}{s_1 t_1} x, \quad (2.24)$$

onde $2p\tau = s_1 t_1$, t_1 é o comprimento da ranhura do estator e $\nu\pi/\tau$ é, então, substituído por $\nu p\alpha$.

Considerando agora uma alimentação com corrente alternada (CA), a corrente I é substituída por uma corrente dada por:

$$I(t) = \sqrt{2} I_0 \cos(\omega t), \quad (2.25)$$

onde $\omega = 2\pi f$ é a frequência angular da corrente do estator, f é a frequência de alimentação e I_0 é o termo RMS⁵ da corrente. Manipulando as Eqs. 2.19 e 2.25 nas Eqs. 2.22 e 2.23 obtém-se as seguintes equações:

$$\mathcal{F}_{cm\nu} = \frac{2\sqrt{2}}{\nu\pi} N_c I_0 \text{sen}\left(\nu \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.26)$$

$$\mathcal{F}_c(x, t) = \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \mathcal{F}_{cm\nu} \cos(\omega t) \cos\left(\nu \frac{\pi}{\tau} x\right). \quad (2.27)$$

Observando as Eqs. 2.25 e 2.27 observa-se que a FMM consiste em uma série infinita de harmônicas que variam senoidalmente ao longo do tempo ($\cos(\omega t)$) e do espaço ($\cos\left(\nu \frac{\pi}{\tau} x\right)$).

⁵ Raíz média quadrática. O acrônimo RMS deriva do inglês *root mean square*.

Manipulando a expressão da FMM mostrada na Eq. 2.27 pode-se reescrevê-la como sendo a soma de duas ondas que rotacionam com a mesma velocidade em direções opostas como descrito a seguir:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(x, t) &= \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \mathcal{F}_{m\nu} \cos(\omega t) \cos\left(\nu \frac{\pi}{\tau} x\right) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\nu}^{\infty} \mathcal{F}_{m\nu} \cos\left(\omega t - \nu \frac{\pi}{\tau} x\right) + \\ &\quad \frac{1}{2} \sum_{\nu}^{\infty} \mathcal{F}_{m\nu} \cos\left(\omega t + \nu \frac{\pi}{\tau} x\right).\end{aligned}\quad (2.28)$$

A Eq. 2.28 reescreve cada harmônica da FMM apresentada na Eq. 2.27 em duas ondas de FMM com a mesma amplitude ($0,5\mathcal{F}_{m\nu}$) e que giram em direções opostas com uma mesma velocidade angular ($\omega/p = 2\pi f/p$). As harmônicas que rotacionam na mesma direção do estator ($0,5\mathcal{F}_{m\nu} \cos(\omega t - \nu \frac{\pi}{\tau} x)$) são denominadas *forward-rotating waves* e as que rotacionam na direção oposta ($0,5\mathcal{F}_{m\nu} \cos(\omega t + \nu \frac{\pi}{\tau} x)$) são denominadas *backward-rotating waves*.

Já a amplitude da FMM induzida no rotor é dada por (GIERAS, 2006):

$$\mathcal{F}_{m2} = \frac{m_2 \sqrt{2}}{\pi} \frac{N_2 k_{w2}}{p} I_2, \quad (2.29)$$

onde N_2 é o número de enrolamentos no rotor por fase, k_{w2} é o fator de enrolamento do rotor para a harmônica espacial fundamental e I_2 é a corrente RMS no rotor.

A amplitude da FMM do rotor considerado como um subsistema do estator é dado por:

$$\mathcal{F}'_{m2} = \frac{m_1 \sqrt{2}}{\pi} \frac{N_1 k_{w1}}{p} I'_2, \quad (2.30)$$

onde a corrente do rotor associada ao estator é dada por:

$$I'_2 = \frac{m_2 N_2 k_{w2}}{m_1 N_1 k_{w1}} k_s I_2. \quad (2.31)$$

O fator de inclinação para a harmônica fundamental é dada por:

$$k_s = \frac{\text{sen}(0,5\pi b_2/\tau)}{0,5\pi b_s/\tau} = \frac{\text{sen}[\pi p b_s/(t_1 s_1)]}{\pi p b_s/(t_1 s_1)} \quad (2.32)$$

onde b_s é a inclinação da ranhura.

2.4.5.2 Frequências e modos das forças magnéticas

Com base na distribuição temporal e espacial da FMM ($\mathcal{F}(x, t)$) e da permeância ($\Lambda(t)$) é possível obter a densidade do campo magnético que atua no entreferro, como mostrado na Eq. 2.16.

Manipulando os termos de FMM, da permeância e aplicando na Eq. 2.10, obtém-se a tensão de origem magnética dada por

$$\sigma(\alpha, t) = \frac{B_\nu^2(\alpha, t)}{2\mu_0} + \frac{B_\mu^2(\alpha, t)}{2\mu_0} + \frac{B_\nu(\alpha, t)B_\mu(\alpha, t)}{\mu_0},$$

que possui três componentes de infinitas harmônicas (GIERAS, 2006):

- produto $[B_\nu(\alpha, t)]^2$ referente às harmônicas do estator com o mesma ordem ν , ou seja,

$$\sigma_\nu = \frac{[B_{m\nu} \cos(\nu p\alpha \mp \omega t)]^2}{2\mu_0} = \frac{B_{m\nu}^2}{4\mu_0} [1 + \cos(2\nu p\alpha \mp 2\omega t)] \quad (2.33)$$

- produto $B_\nu(\alpha, t)B_\mu(\alpha, t)$ das harmônicas do estator ν e do rotor de ordem μ :

$$\begin{aligned} \sigma_{\nu\mu} &= \frac{B_\nu(\alpha, t)B_\mu(\alpha, t)}{\mu_0} \\ &= \frac{1}{2\mu_0} B_{m\nu} B_{m\mu} \{ \cos[p\alpha(\nu - \mu) \mp (\omega - \omega_\mu)t - \phi_\mu] + \cos[p\alpha(\nu + \mu) \mp (\omega + \omega_\mu)t + \psi_\mu] \} \end{aligned} \quad (2.34)$$

- produto $[B_\mu(\alpha, t)]^2$ referente às harmônicas do rotor com o mesma ordem μ :

$$\begin{aligned} \sigma_\mu &= \frac{[B_{m\mu} \cos(\mu p\alpha \mp \omega_{\mu,n}t + \psi_{\mu,n})]^2}{2\mu_0} \\ &= \frac{B_{m\mu}^2}{4\mu_0} [1 + \cos(2\mu p\alpha \mp 2\omega_\mu t + 2\psi_\mu)]. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Do ponto de vista da geração de ruído acústico, os termos constantes presentes nas Eqs. 2.33 e 2.35 podem ser desprezados. As variáveis ν e μ são como já mencionadas anteriormente denominadas

harmônicas devido às ranhuras do estator e do rotor, respectivamente. Estes parâmetros são dados por:

$$\nu = k \frac{s_1}{p} \pm 1 \quad (2.36)$$

$$\mu = k \frac{s_2}{p} \pm 1, \quad (2.37)$$

onde $k = 1, 2, 3, \dots$ e s_1, s_2 e p são os números de ranhuras no estator, número de ranhuras do rotor e pares de pólos, respectivamente.

Assim, a tensão magnética por unidade de área obtida pode ser expressa na forma:

$$\sigma(\alpha, t) = P_{mr} \cos(r\alpha - \omega_r t), \quad (2.38)$$

sendo P_{mr} a amplitude da tensão mecânica para o modo r , ω_r é a velocidade angular e $r = 0, 1, 2, 3, \dots$ correspondem às ordens dos modos da força magnética.

Reunindo as equações desenvolvidas nesta seção, a Tab. 2 mostra as frequências de oscilação e os respectivos modos de vibração das forças magnéticas em motores de indução.

2.4.5.3 Influência das ranhuras sobre os modos da força

A seção anterior mostrou que a combinação entre o número de ranhuras do estator e do rotor possui um papel fundamental no ruído acústico de origem magnética no motor elétrico. Assim, o número de ranhuras de cada um destes componentes deve ser cuidadosamente escolhido a fim de evitar modos que possuam maior influência (AMOR, 1995; NAU; MELLO, 2000). Nesta seção será avaliada a influência do número de ranhuras do estator e do rotor sobre os modos de oscilação da força magnética. Pode-se definir:

- Pares de pólos das harmônicas de indução das ranhuras do estator:

$$\nu = p + g_1 s_1 \quad (2.39)$$

onde $g_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ e s_1 é o número de ranhuras do estator.

- Pares de pólos das harmônicas de indução das ranhuras do rotor:

$$\lambda = \nu + g_2 s_2 \quad (2.40)$$

Tabela 2 – Frequências e modos das forças magnéticas gerados em motores de indução.

Fonte	Frequência (Hz)	Modo - r
Produto das harmônicas espaciais B_ν^2 do estator de mesmo número	$f_r = 2f$	$r = 2\nu p$ $r = 2(k s_1 \pm p)$, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$
Produto das harmônicas espaciais B_μ^2 do rotor de mesmo número μ	$f_r = 2f [1 \pm k(s_2/p)(1 - s)]$	$r = 2\mu p$ $r = 2(k s_2 \pm p)$
Produto das harmônicas do estator e do rotor $B_\mu B_n u$	$f_r = [k(s_2/p)(1 - s) \pm 2] \pm 2] f$, $f_r = [k(s_2/p)(1 - s) \pm 2] f$	$r = k s_1 \pm k s_2 \pm 2p$
Produto das harmônicas do estator e do rotor devido à excentricidade estática	$f_r = [2 + k(s_2/p)(1 - s)] f$ $f_r = [k(s_2/p)(1 - s)] f$	$r = 1$ $r = 2$
Produto das harmônicas do estator e do rotor devido à excentricidade dinâmica	$f_r = [2 + (1 - s)/p + k(s_2/p)(1 - s)] f$ $f_r = [(1 - s)/p + k(s_2/p)(1 - s)] f$	$r = 1$ $r = 2$
Harmônicas devido à saturação magnética	$f_r = [k(s_2/p)(1 - s) + 4] f$ $f_r = [k(s_2/p)(1 - s) + 2] f$	$r = k s_1 + k s_2 + 4p$ $r = k s_1 + k s_2 + 2p$

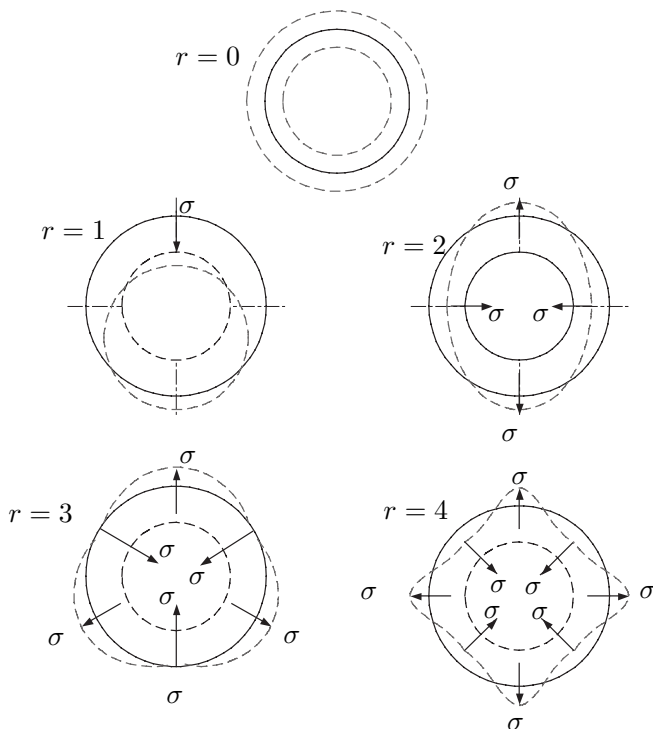


Figura 15 – Formas dos modos da força magnética. Fonte: (GIERAS, 2006).

onde $g_2 = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ e s_2 é o número de ranhuras do rotor.

As harmônicas de indução do rotor com amplitudes maiores são aquelas geradas pela onda de indução fundamental do estator, isto é, $\nu = p$. Deste modo:

$$\lambda = p + g_2 s_2. \quad (2.41)$$

No caso dos motores com rotor gaiola de esquilo as harmônicas de indução do rotor para outros valores de ν podem ser desprezadas. A onda de força devido às ranhuras é obtida pela combinação entre as ranhuras do estator e do rotor. O número de pares de pólos (modos de vibração) da força devido à combinação é igual a:

$$r = \lambda \pm \nu. \quad (2.42)$$

Substituindo as Eqs. 2.39 e 2.41 em 2.42 tem-se:

$$r = p + g_2 s_2 \pm (p + g_1 s_1). \quad (2.43)$$

Manipulando e desenvolvendo os termos da Eq. 2.43 obtém-se as seguintes equações:

$$r = 2p + g_2 s_2 + g_1 s_1 \quad (2.44)$$

$$r = g_2 s_2 - g_1 s_1. \quad (2.45)$$

Uma vez que valores mais baixos de r resultam em modos mais críticos, estes devem ser evitados. Para se evitar vibrações, os modos $r = 0, 2, 3$ devem ser evitados. Já para evitar flexão do rotor, $r = 1$ deve ser evitado.

No intuito de se evitar ruídos de ordem r e $-r$ devido à combinação das ranhuras, as condições a seguir devem ser obedecidas:

i. Para $g_1 = \pm 1$ e $g_2 = \pm 1$

$$(s_1 - s_2) \neq \pm(2p \pm r) \quad (2.46)$$

$$(s_1 - s_2) \neq \pm r \quad (2.47)$$

ii. Para $g_1 = \pm 1$ e $g_2 = \pm 2$

$$(s_1 - 2s_2) \neq \pm(2p \pm r) \quad (2.48)$$

$$(s_1 - 2s_2) \neq \pm r \quad (2.49)$$

iii. Para $g_1 = \pm 2$ e $g_2 = \pm 1$

$$(2s_1 - s_2) \neq \pm(2p \pm r) \quad (2.50)$$

$$(2s_1 - s_2) \neq \pm r \quad (2.51)$$

As análises mostradas nesta seção serão utilizadas a seguir para prever os modos e as frequências de oscilação das forças magnéticas presentes no entreferro do motor de indução monofásico.

Tendo sido apresentada a fundamentação analítica para os fenômenos eletromagnéticos e mecânicos, na próxima seção serão apresentados métodos numéricos utilizados na modelagem dos fenômenos físicos presentes no motor elétrico. As vantagens e desvantagens, bem como as características, serão abordadas de modo a adquirir mais informações sobre o problema proposto.

2.5 Métodos numéricos

De acordo com [Gieras, Lai e Wang \(2006\)](#), a determinação da força eletromagnética é essencial para a predição do ruído acústico em um motor elétrico. O processo da predição do ruído acústico proveniente da operação do motor elétrico pode ser visto na Fig. 16. Como pode ser observado, três modelos que representam os três sistemas físicos são necessários: um modelo eletromagnético, um modelo estrutural e um modelo acústico. A partir do modelo eletromagnético a força eletromagnética gerada pela ação do campo magnético é obtida. A resposta estrutural dos componentes mecânicos do motor elétrico à excitação eletromagnética é obtida a partir do modelo estrutural. Já o modelo acústico é utilizado para obtenção da radiação sonora do motor resultante da ação da excitação eletromagnética. Modelos analíticos podem ser utilizados para obter a força eletromagnética em motores de indução e na sequência, a resposta estrutural. Contudo, com o advento do aumento da capacidade de processamento visto nas últimas décadas, análises computacionais têm ganhado mais espaço na modelagem do motor elétrico. Como grande vantagem, a abordagem analítica possibilita a determinação do ruído acústico do motor elétrico de forma rápida e robusta. No entanto, possui duas grandes limitações quanto à precisão: quanto (a) a modelagem geométrica, e (b) a modelagem material ([MALITI, 2000](#)). Já a modelagem numérica consegue resolver o problema físico contemplando de forma satisfatória tanto os detalhes geométricos quanto a representação do material magnético. Com a modelagem numérica, detalhes que não são considerados pela análise analítica podem ser contemplados, tais como formato do dente, largura da ranhura, entre outros.

Para que aconteça a convergência entre os resultados do modelo numérico com os ensaios experimentais, o desenvolvimento de cada modelo requer uma validação experimental. No caso do modelo estrutural, análise modal experimental é utilizada para calibrar o modelo em função das propriedades estruturais dinâmicas.

2.5.1 Formulação do problema EM através do MEF

O método dos elementos finitos é amplamente utilizado para a solução de problemas eletromagnéticos ([ARKKIO, 1987](#)). Nos últimos anos, tem-se observado um aumento da velocidade de processamento dos computadores e, deste modo, o tempo de solução diminuiu de forma sig-

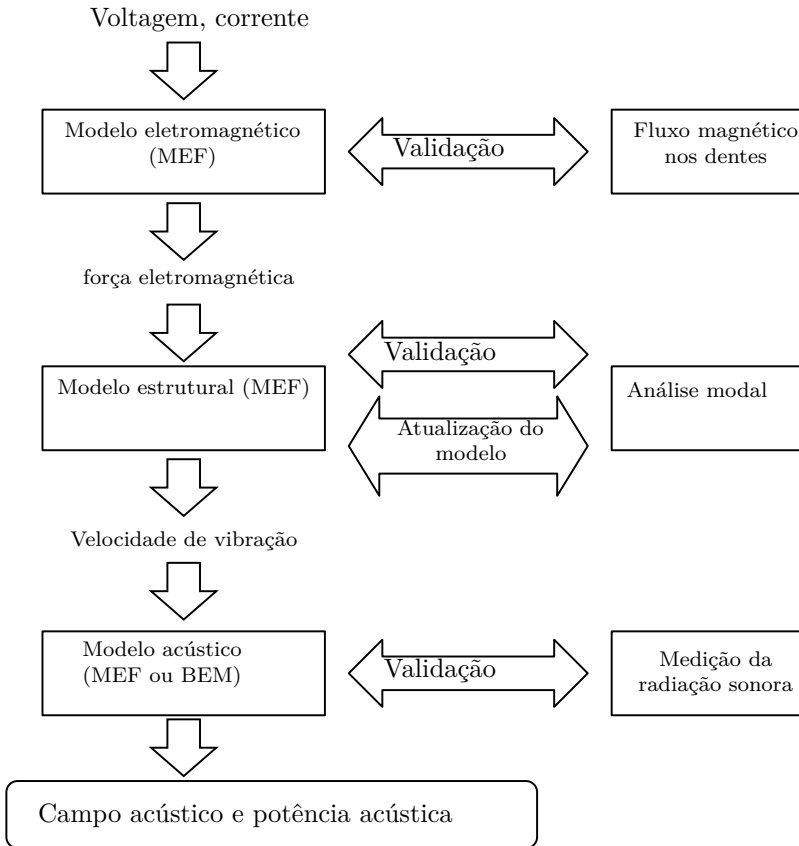


Figura 16 – Procedimento para a predição da potência acústica gerada a partir de um motor elétrico. Fonte: (GIERAS, 2006).

nificativa. Isto possibilitou o aumento do interesse na aplicação do MEF para resolver problemas nesta área. Nas próximas seções serão apresentados os conceitos básicos do MEF aplicado na solução de problemas eletromagnéticos.

2.5.1.1 Campo eletromagnético

O campo eletromagnético gerado por uma excitação elétrica pode ser obtido a partir das equações de Maxwell. Estas equações for-

mam um conjunto de quatro leis que, em adição às relações constitutivas, regem fenômenos eletromagnéticos tão distintos como a propagação de ondas eletromagnéticas e o campo gerado a partir de um imã permanente (BASTOS, 2004). As equações de Maxwell em sua forma local são apresentadas a seguir:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (2.52)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.53)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.54)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (2.55)$$

sendo \mathbf{B} a densidade do campo magnético, \mathbf{H} a intensidade do campo magnético, \mathbf{E} o campo elétrico, \mathbf{D} a indução elétrica e ρ a densidade volumétrica de carga.

Uma vez que o motor elétrico opera no domínio das baixas frequências, alguns termos podem ser desprezados. A polarização e as correntes de deslocamento são consideradas desprezíveis quando comparadas às correntes nos condutores, ou seja,

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \ll \mathbf{J}. \quad (2.56)$$

Assim, as equações de campo satisfazem às seguintes equações simplificadas

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}, \quad (2.57)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.58)$$

e as relações constitutivas dos materiais são:

$$\mathbf{H} = \nu \mathbf{B}, \quad (2.59)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \quad (2.60)$$

sendo σ e ν , a condutividade e a relutividade, respectivamente. A relutividade no estator laminado de uma máquina elétrica é dependente do campo magnético ($\nu = \nu(\mathbf{B})$) através de uma relação não-linear. Devido a este fato, equações de campo não lineares são presentes na modelagem.

Utilizando o conceito de vetor potencial magnético (\mathbf{A}) dado por

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (2.61)$$

e, ainda, utilizando o conceito de potencial escalar elétrico (ϕ), dado por

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi, \quad (2.62)$$

pode-se manipular as Eqs. 2.57 a 2.59 resultando em:

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} - \nabla\phi \quad (2.63)$$

$$\nabla \times (\nu\nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J}, \quad (2.64)$$

e a densidade de corrente é dada por

$$\mathbf{J} = -\sigma\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} - \sigma\nabla\phi, \quad (2.65)$$

satisfazendo a equação da continuidade elétrica,

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0. \quad (2.66)$$

Substituindo os termos de \mathbf{J} na Eq. 2.65 nas Eqs. 2.64 e 2.66, tem-se:

$$\nabla \times (\nu\nabla \times \mathbf{A}) + \sigma\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} + \sigma\nabla\phi = 0, \quad (2.67)$$

$$\nabla \left(\sigma\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \right) + \nabla (\sigma\nabla\phi) = 0. \quad (2.68)$$

Em um caso tridimensional existem quatro incógnitas na solução das Eqs. 2.67 e 2.68, sendo estas as três componentes de \mathbf{A} e uma componente de ϕ . Estas incógnitas dependem das três coordenadas espaciais e do tempo. De acordo com [Arkkio \(1987\)](#), devido à complexa geometria de um motor de indução e à não-linearidade material do ferro na solução das Eqs. 2.67 – 2.68 o problema deve ser simplificado devido ao alto custo computacional.

Na solução para as Eqs. 2.67 e 2.68, as seguintes condições de contorno podem ser aplicadas ([HAMEYER; BELMANS, 1999](#)):

- Condição de Dirichlet: esta condição impõe um valor conhecido para uma função desconhecida sobre o contorno externo do domínio analisado, ou seja,

$$\phi(x) = g(x) = \text{constante}. \quad (2.69)$$

No caso de problemas relacionados às máquinas elétricas, o valor ($A = \alpha_0$) é adotado. Isto fisicamente significa que o campo é assumido ser nulo em uma posição suficientemente distante do circuito magnético. Assim, geralmente o valor $A = 0$ é utilizado.

- Condição de Neumann: o valor da derivada de uma função desconhecida na direção normal é conhecido sobre o contorno externo do domínio analisado, ou seja,

$$\frac{\partial \phi(x)}{\partial n} = g(x) = \text{constante.} \quad (2.70)$$

Para o caso da máquina elétrica, a partir do conhecimento de simetria da máquina elétrica, pode-se considerar esta condição de contorno com o fim de se reduzir o tamanho do modelo numérico e se obter a mesma solução. Assim, aplica-se a seguinte relação na face onde é imposta a simetria:

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0 \quad (2.71)$$

sendo n o vetor normal ao contorno externo Γ .

- Condição de Periodicidade:

$$A(r, \alpha) = A(r, \alpha + \alpha_0) \quad (2.72)$$

onde r e α são coordenadas cilíndricas e α_0 é o período de A .

A solução da Eq. 2.67 contempla os seguintes fenômenos eletromagnéticos:

- correntes induzidas nas barras do rotor;
- saturação magnética no ferro;
- as densidades de corrente oriundas da fonte elétrica são obtidas a partir do balanço das voltagens elétricas u .

2.5.1.2 Caso bidimensional

Tendo em vista o alto custo computacional para solucionar o problema da distribuição dos campos magnéticos no espaço tridimensional, a simplificação para o caso no plano é bastante utilizada. Para uma formulação bidimensional é assumido que a máquina elétrica é longa

bastante de modo que qualquer componente da densidade do campo magnético e intensidade do campo magnético ao longo do eixo z podem ser desprezadas. Desta forma, supõe-se que a distribuição do campo magnético está contida apenas no plano xy . Já a corrente de excitação do campo magnético está contida no eixo z e, deste modo, o potencial escalar elétrico é função apenas da coordenada z (MALITI, 2000). Deste modo, o vetor potencial magnético e a densidade de corrente podem ser escritos como:

$$\mathbf{A} = A(x, y, t) \mathbf{e}_z, \quad (2.73)$$

$$\mathbf{J} = J(x, y, t) \mathbf{e}_z, \quad (2.74)$$

onde x e y são as coordenadas cartesianas e \mathbf{e}_z é o vetor unitário na direção z . As expressões simplificadas apresentadas nas Eqs. 2.73 e 2.74 oferecem uma aproximação satisfatória para o campo e para densidade de corrente para uma máquina elétrica com um rotor sem inclinação nas barras.

Aplicando as aproximações nos potenciais na Eq. 2.67 tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \sigma \nabla \phi = 0. \quad (2.75)$$

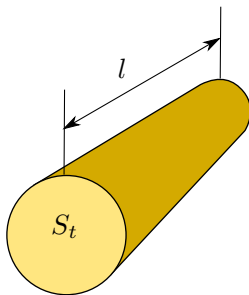


Figura 17 – Condutor maciço com seção transversal S_t e comprimento l .

Para um condutor maciço com uma área de seção transversal S_t e comprimento l como o mostrado na Fig. 17, pode-se substituir as Eqs. 2.73 e 2.74 na Eq. 2.65. Observa-se que o potencial escalar elétrico deve ter uma relação linear com a coordenada z em um condutor, ou seja,

$$\phi = \phi_1 z + \phi_0. \quad (2.76)$$

Já a voltagem sobre o condutor maciço de comprimento l como o mostrado na Fig. 17 é igual a

$$U_t = \int_0^l -\nabla\phi dl = -\phi_1 l. \quad (2.77)$$

A corrente total é obtida através da integração da Eq. 2.65 sobre a área S_t do condutor

$$I = \int_{S_t} \mathbf{J} dS = \int_{S_t} \left(-\sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \sigma\phi \right) dS, \quad (2.78)$$

$$= - \int_{S_t} \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dS + U \frac{1}{l} \int_{S_t} \sigma dS. \quad (2.79)$$

Introduzindo a definição de resistência DC do condutor dada pela expressão

$$R_t = \frac{l}{\int_{S_t} \sigma dS} = \frac{l}{\sigma S_t}. \quad (2.80)$$

Assim, para condutores maciços têm-se as seguintes equações:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \sigma \frac{U_t}{l} = 0, \quad (2.81)$$

$$U_t = R_t I_t + R_t \int_{S_t} \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dS. \quad (2.82)$$

Esta última equação expressa a tensão elétrica sobre o condutor como sendo uma soma entre a queda de voltagem devido à componente DC da resistência (RI) e a queda devido às correntes induzidas ($R_t \int_{S_t} \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dS$).

Para o caso de fios condutores com diâmetro pequeno como o mostrado na Fig. 18 pode-se considerar que a densidade de corrente é constante ao longo da seção transversal s . Considerando I_f a corrente no fio condutor e manipulando-se as Eqs. 2.81 e 2.82 tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \frac{I_f}{s} = 0. \quad (2.83)$$

Supondo que a superfície total da bobina é dada por $S_f = N_{co}s$, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \frac{N_{co}}{S_f} I_f = 0. \quad (2.84)$$

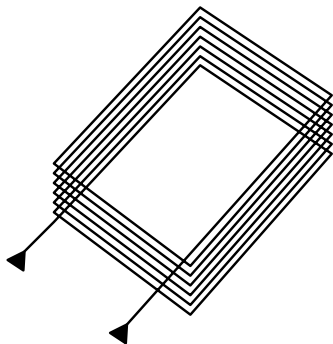


Figura 18 – Diagrama mostrando a representação de uma bobina composta por fios finos.

A voltagem U_f no terminal de um enrolamento pode ser escrita como:

$$U_f = N_{co}RI = N_{co}R \int_s \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} ds, \quad (2.85)$$

$$= N_{co} \frac{l}{\sigma s} I_f + N_{co} \frac{l}{\sigma s} \int_s \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} ds \quad (2.86)$$

ou,

$$U_f = N_{co}RI = N_{co}R \int_s \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} ds,$$

$$= N_{co} \frac{l}{\sigma s} I_f + N_{co} \frac{l}{\sigma s} \int_s \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} ds, \quad (2.87)$$

$$= N_{co} \frac{l}{\sigma s} I_f + N_{co} \frac{l}{s} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t},$$

$$= N_{co} \frac{l}{\sigma s} I_f + \frac{l}{s} S_f \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t},$$

ou ainda,

$$U_f = N_{co} \frac{l}{\sigma s} I_f + N_{co} \frac{l}{S_f} \int_{S_f} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} ds. \quad (2.88)$$

O primeiro termo da Eq. 2.88 representa a queda de tensão sobre a resistência da bobina ($R_f = (N_{col})/(\sigma s)$). O segundo termo, por sua vez, refere-se à tensão induzida na bobina.

As equações para condutores finos são:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \frac{N_{co}}{S_f} I_f = 0, \quad (2.89)$$

$$U_f = R_f I_f + N_{co} \frac{l}{S_f} \int_{S_f} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} ds. \quad (2.90)$$

Desta forma, de acordo com a dedução elaborada anteriormente, o conjunto de equações que representa um dispositivo eletromagnético que apresente materiais magnéticos, imãs permanentes, condutores finos e maciços, é mostrado abaixo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{N_{co}}{S_f} I_f + \frac{\sigma}{l} U_t = \\ \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\mu} B_{0y} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{\mu} B_{0x}, \end{aligned} \quad (2.91)$$

$$U_t = R_t I_t + R_t \int_{S_t} \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} dS, \quad (2.92)$$

$$U_f = R_f I_f + N_{co} \frac{l}{S_f} \int_{S_f} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} ds. \quad (2.93)$$

2.5.1.3 Procedimento geral para a solução por MEF

Maliti (2000) propõe em sua tese uma sequência a ser observada para a solução de um problema físico por meio de MEF, a saber:

- i. discretização da geometria de interesse, denotada como domínio Ω ;
- ii. desenvolvimento de uma fórmula variacional ou aplicação de métodos residuais;
- iii. aproximação do potencial vetor magnético \mathbf{A} e
- iv. desenvolvimento da equação para a solução final (equação de conectividade).

No caso do estágio (ii), uma alternativa à abordagem variacional é a utilização do método de resíduos ponderados como, por exemplo, o método de Galerkin. Este método é utilizado no problema da solução do campo magnético em um motor no trabalho de Arkkio (1987).

2.5.1.4 Discretização da geometria

Neste estágio o domínio Ω é discretizado em um número finito de elementos aos quais serão aplicadas as Eqs. 2.67 e 2.68. O método mais usual para resolver a Eq. 2.67 é a integração por Newton-Raphson. O potencial vetor magnético é calculado em cada elemento como uma função das soluções obtidas nos nós do elemento. Nas regiões externas ao condutor, a condutividade é nula. Nos materiais magnéticos, a permeabilidade é determinada a partir da curva de magnetização ($\mathbf{B} - \mathbf{H}$) do material. Para os materiais diamagnéticos e paramagnéticos, a permeabilidade é μ_0 .

2.5.1.5 Formulação Variacional

Na formulação variacional, um procedimento numérico é definido a fim de minimizar um funcional. Assim, para cada sistema físico um funcional deve ser definido (BASTOS; SADOWSKI, 2003). A solução do problema é encontrada a partir da minimização do funcional.

Os métodos residuais por sua vez aplicam procedimentos numéricos a partir da equação física. Esta abordagem possibilita um entendimento maior em relação à formulação variacional quanto ao entendimento e aplicação.

Nas condições de regime permanente, o potencial vetor magnético \mathbf{A} e a densidade de corrente \mathbf{J} podem ser considerados como variáveis na forma senoidal. Esta aproximação reduz de forma significativa a complexidade do problema. No entanto, para a solução do problema de ruído magnético do motor elétrico é necessário levar em conta a dependência do tempo e do espaço uma vez que as harmônicas espaciais e temporais são desejadas. Assim, a fim de se representar a influência das variáveis dependentes do tempo, a Eq. 2.75 deve ser resolvida por um método que considere passos no tempo, isto é, avaliando as magnitudes dos campos em curtos intervalos de tempo Δt . A principal justificativa para o uso desta abordagem utilizando passos no tempo é, entre outras, a representação do movimento de rotação do rotor. Para obter a solução passo a passo no tempo, um método de diferenças finitas pode ser utilizado. Considerando que em um instante t_{k-1} o valor nodal é a_{k-1} , o valor de a_k em um instante t_k é (SILWAL, 2012; ARKKIO,

1987):

$$a_k = a_{k-1} + \left[\beta \frac{\partial a}{\partial t} \Big|_k + (1 - \beta) \frac{\partial a}{\partial t} \Big|_{k-1} \right] \Delta t, \quad (2.94)$$

onde β é um parâmetro que varia entre 0 e 1. Valores mais utilizados para β são 0 para o Método Direto de Euler, 0,5 para o método de Crank-Nicolson (trapezoidal) e 1 para Método backward de Euler (SILWAL, 2012).

Utilizando o método de Crank-Nicholson, a componente temporal da Eq. 2.75 pode ser discretizada de acordo com a seguinte equação (MALITI, 2000; ARKKIO, 1987):

$$\begin{aligned} \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_{j+1}} \nabla \times \mathbf{A}_{j+1} \right) + \frac{2\sigma}{\Delta t} \mathbf{A}_{j+1} = \\ \frac{\sigma}{L} u_{j+1} - \left\{ \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_j} \nabla \times \mathbf{A}_j \right) - \frac{2\sigma}{L} \mathbf{A}_j - \frac{\nu}{L} u_j \right\} \end{aligned} \quad (2.95)$$

em que j representa o passo no tempo.

Num passo seguinte, a dimensão espacial da Eq. 2.75 deve ser discretizada. Para tanto, os métodos mais populares são o Método de Rayleigh-Ritz e o método dos resíduos ponderados, entre outros. Por exemplo, utilizando o método de Galerkin (baseado no método dos resíduos ponderados), pode-se multiplicar os dois lados da Eq. 2.95 por uma função de penalização W e integrando o volume do domínio Ω , chega-se a (ARKKIO, 1987):

$$\int_{\Omega} \left\{ \frac{1}{\mu} \nabla \mathbf{A} \cdot \nabla W + \frac{2\sigma}{\Delta t} \mathbf{A} W - g W \right\} d\Omega = \oint_{\Gamma} \frac{1}{\mu} W \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial n} d\Gamma \quad (2.96)$$

onde o termo j que denota o passo no tempo foi omitido por conveniência. O termo Γ refere-se ao contorno do domínio Ω . A variável W é a função de penalização e g é abreviação do termo do lado direito da Eq. 2.95.

2.5.1.6 Aproximação da solução

A aproximação da solução pelo MEF, o potencial vetor magnético \mathbf{A} é aproximado como uma combinação linear dos valores de \mathbf{A} nos nós da malha do elemento finito e de funções de forma apropriadas. Desta forma, a solução aproximada do potencial vetor magnético ($\tilde{\mathbf{A}}$) fica na forma:

$$\tilde{\mathbf{A}} = \sum_{k=1}^{N_n} a_k S_k(x, y) \quad (2.97)$$

onde a_k é um valor nodal associado ao nó k da malha de elementos finitos, S_k é a função de forma associada ao nó k e, finalmente, N_n é o número de nós na malha. A Fig. 19 mostra a representação de um elemento finito bidimensional.

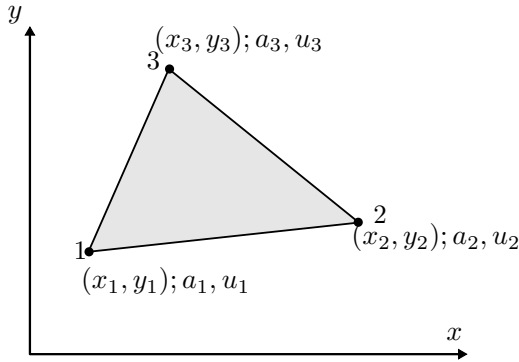


Figura 19 – Elemento finito de primeira ordem. (x_i, y_i) são as coordenadas do elemento e a_k é o potencial escalar elétrico no nó.

2.5.1.7 Expressão da conectividade

Esta etapa surge da combinação das Eqs. 2.96 e 2.97. O número de equações resultantes é igual ao número de variáveis nodais desconhecidas. A equação para o i -ésimo nó é dada por:

$$\oint_{\Omega} \left\{ \frac{1}{\mu} \left(\sum_{k=1}^{N_n} a_k \nabla S_k \right) \cdot \nabla S_i + \frac{2\sigma}{\Delta t} \left(\sum_{k=1}^{N_n} a_k S_k S_i - g S_i \right) \right\} d\Omega = \oint_{\Gamma} \frac{1}{\mu} \left(\sum_{k=1}^{N_n} a_k \frac{\partial S_k}{\partial n} \right) d\Gamma \quad (2.98)$$

Aplicando-se as condições de contorno na Eq. 2.98 a seguinte expressão é obtida:

$$\oint_{\Gamma} \left\{ \sum_{k=1}^{N_n} \left(\frac{1}{\mu} \nabla S_i \cdot \nabla S_k + \frac{2\sigma}{\Delta t} S_i S_k \right) a_k - g S_i \right\} d\Omega = 0 \quad (2.99)$$

A solução final será obtida a partir da resolução das N equações (Eq. 2.99) usando por exemplo o método de Newton-Raphson, sendo que N é o número de incógnitas nodais.

2.5.2 Validação das forças de origem magnética

Uma etapa importante na modelagem das forças magnéticas é a sua validação experimental. Para a medição das forças de origem magnéticas pode ser utilizado o método proposto por [Kako, Tsuruta, Nagaishi e Kohmo \(1983\)](#) e utilizado mais recentemente por [Neves, Carlson, Sadowski, Bastos, Soeiro e Gerges \(1999\)](#) em sua investigação sobre a vibração de máquinas elétricas. Este método prevê a colocação de bobinas de detecção de fluxo magnético ao longo dos dentes do estator. O sistema utilizado neste método é apresentado no diagrama mostrado na Fig. 20. Durante a operação do motor elétrico, o fluxo magnético induz a passagem de corrente elétrica na bobina. Assim, a voltagem de saída das bobinas de detecção de fluxo é igual a:

$$V(t) = -N_v \frac{d\phi}{dt}. \quad (2.100)$$

A densidade do campo magnético, por sua vez, pode ser obtida por:

$$B(t) = \frac{\phi}{A} = \frac{\int V(t)dt}{A}, \quad (2.101)$$

onde A é a área da seção transversal da face do dente. Utilizando um sistema elétrico composto por um integrador a densidade do campo magnético pode ser obtida e desta a força ao longo do tempo. A força magnética que age sobre a face do dente pode ser obtida por:

$$F(t) = \frac{[B(t)]^2 A}{2\mu_0} = \frac{[\int V(t)dt]^2}{2\mu_0 A^2 N_v^2}, \quad (2.102)$$

sendo N_v o número de voltas na bobina de busca.

A força $F(t)$ obtida em cada dente pode ser processada e aplicada uma transformada de Fourier de forma a obter o sinal correspondente no domínio da frequência ($F(\omega)$).

Nas seções anteriores foram apresentados métodos para determinar a força de origem magnética sobre uma estrutura. Na modelagem do ruído acústico do motor elétrico, a força magnética excita os componentes estruturais do motor. Na próxima seção serão apresentados os conceitos básicos da modelagem estrutural de sistema mecânicos.

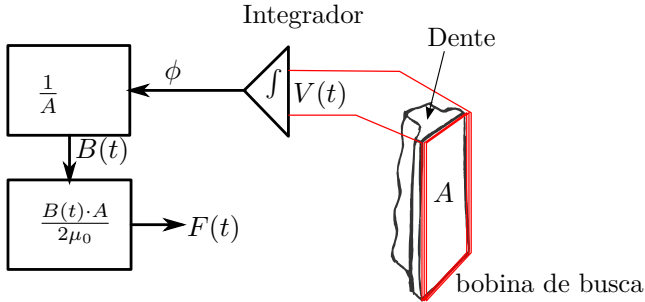


Figura 20 – Bobina de busca utilizada para medir força magnética média sobre o dente do estator.

2.6 Modelagem estrutural

Uma vez que o campo magnético gera esforços que atuam sobre o rotor e principalmente sobre o estator, a resposta dinâmica é um dos principais caminhos de transmissão de ruído acústico no motor elétrico. Posto isto, a representação estrutural do motor é importante para a predição do ruído gerado pelo campo magnético. A equação geral para a resposta dinâmica estrutural é expressa por (ISHIBASHI, 1998):

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (2.103)$$

sendo $\mathbf{u}(t)$ o vetor deslocamento e $\mathbf{F}(t)$ o vetor força. \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são as matrizes relativas à massa, amortecimento e rigidez da estrutura, respectivamente.

Considerando o caso onde nenhum esforço é aplicado e que o amortecimento estrutural pode ser desprezado, a Eq. 2.103 torna-se:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = 0. \quad (2.104)$$

Admitindo-se uma solução para a Eq. 2.104 na forma harmônica sendo:

$$\mathbf{u}(t) = \{\phi_n\} \text{sen}\omega_n t, \quad (2.105)$$

onde $\{\phi_n\}$ é o autovetor de ordem n , ω_n é a frequência natural e n é a ordem do modo. Assim, substituindo a solução harmônica apresentada na Eq. 2.105 na Eq. 2.104, tem-se:

$$(\mathbf{K} - \omega_n^2 \mathbf{M}) \{\phi\} = 0. \quad (2.106)$$

Desprezando a solução trivial $\{\phi\} = \mathbf{0}$, a Eq. 2.106 torna-se semelhante à equação $[A] \{X\} = \lambda \{X\}$, a qual é a definição básica de um problema de autovalores e autovetores (JORDAN, 2011). Assim, a solução para o problema é obtida a partir da solução da seguinte equação (ISHIBASHI, 1998):

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0, \quad (2.107)$$

onde o autovetor $\{\phi\}$ representa o modo de vibração livre para determinada frequência natural e ω_n define a frequência natural de vibração.

De forma semelhante à análise eletromagnética, a análise estrutural também deve considerar a variação temporal, ou seja, utilizar uma análise transiente. A equação do movimento é transformada de coordenadas físicas ($\{\mathbf{u}\}$) para coordenadas generalizadas ou modais ($\{\xi(t)\}$) da seguinte forma:

$$\mathbf{u} = [\phi] \{\xi(t)\}. \quad (2.108)$$

A velocidade e aceleração podem ser obtidas a partir do uso do método das diferenças finitas como mostrado abaixo:

$$\{\dot{\xi}(t)\} = \frac{1}{2\Delta t} \{\xi(t)_{i+1} - \xi(t)_{i-1}\} \quad (2.109)$$

$$\{\ddot{\xi}(t)\} = \frac{1}{\Delta t^2} \{\xi(t)_{i+1} - 2\xi(t)_i + \xi(t)_{i-1}\} \quad (2.110)$$

onde i é o passo no tempo considerado. Mais informações sobre a modelagem estrutural do estator e seus componentes podem ser vistas nas seguintes referências (VERMA S.P.; GIRGIS, 1975; VERMA S.P.; GIRGIS, 1981; KOBAYASHI, 1997; ISHIBASHI, 2003a).

2.6.1 Modelagem analítica da dinâmica do estator

A modelagem estrutural do estator é um tema que foi alvo de bastante esforço da comunidade científica nos últimos anos. Uma vez que o estator é o principal caminho de propagação da energia vibratória gerada pelo campo magnético, a modelagem estrutural correta é um fator crucial para a correta solução do problema. Os modos circunferenciais são dominantes na geração de vibrações e ruído. O efeito dos modos longitudinais, condições das extremidades e amortecimento não são tão críticos quanto os modos circunferenciais do ponto de vista vibroacústico (ANWAR M.N.; HUSAIN, 2000).

Uma forma de se obter de forma rápida e com boa aproximação as frequências naturais de um estator é por meio do uso de métodos analíticos. Para tanto, o estator pode ser modelado como sendo um anel e os enrolamentos e os dentes são considerados como massas adicionais. Nesta modelagem duas simplificações importantes são consideradas: os efeitos dos enrolamentos dispostos nas extremidades e as vibrações torcionais são desprezados.

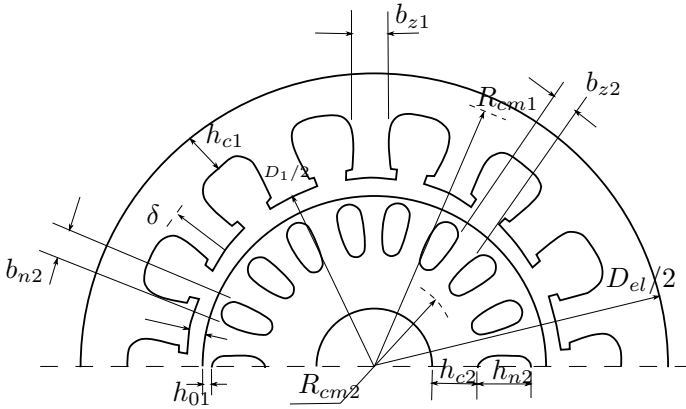


Figura 21 – Parâmetros utilizados para representar o estator.

Considerando a Fig. 21, as frequências naturais referentes aos modos de flexão na circunferência (r) são (MALITI, 2000; GIERAS, 2006; NAU, 2007):

- para $r = 0$:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi R_m} \sqrt{\frac{E}{\Delta\rho}}, \quad (2.111)$$

- $r \geq 2$:

$$f_r = f_0 i \frac{r(r^2 - 1)}{\sqrt{r^2 + 1}} \frac{1}{\sqrt{1 + i^2 \left(\frac{r^2 - 1}{r^2 + 1}\right) \left[3 + r^2 \left(4 + \frac{\Delta m}{\Delta}\right)\right]}}, \quad (2.112)$$

sendo R_m o raio médio da coroa do estator; E o módulo de Young; ρ , a densidade do ferro e r , o modo de vibração. Já i é a rigidez da coroa do

estator, dada por:

$$i = \frac{1}{2\sqrt{3} \frac{h}{R_m}} \dots \quad (2.113)$$

Já os parâmetros Δ e Δ_m são o fator de acréscimo de massa da coroa do estator para a deformação radial e o fator de acréscimo de massa para torção, respectivamente. O parâmetro Δ :

$$\Delta = 1 + \frac{G_z + G_w}{G_y} \quad (2.114)$$

onde G_y , G_z e G_w são a massa da coroa do estator, dos dentes e dos enrolamentos, respectivamente. Já Δ_m é definido por:

$$\Delta_m = 1 + \frac{Q_s \alpha_z}{2\pi I R_m}, \quad (2.115)$$

onde Q_s é o número de ranhuras no estator, I é o momento de inércia para a coroa. Sendo L o comprimento axial do estator, $I = Lh^3/12$. Já o parâmetro θ_z é dado por:

$$\theta_z = b_z L h^3 \left[\frac{1}{3} + \frac{h}{2h_s} + \left(\frac{h}{2h_s} \right)^2 \right] \frac{G_z + G_w}{G_z}, \quad (2.116)$$

onde b_s é a largura média do dente e h_s é a altura do dente. Estas equações serão utilizadas para comparar os seus resultados com os obtidos numérica e experimentalmente.

De acordo com [Gieras, Lai e Wang \(2006\)](#), a modelagem analítica exposta nesta seção não garante uma boa aproximação para o comportamento dinâmico do estator laminado com os enrolamentos. O motivo para esta dificuldade para a modelagem analítica destas estruturas é devido à complexidade da sua forma construtiva, sendo composta por lâminas empilhadas e pelos enrolamentos alojados nas suas ranhuras. Estas equações podem prever com uma boa concordância as frequências naturais do estator sem enrolamentos. Assim, as frequências naturais obtidas pela metodologia analítica propostas serão comparadas com os resultados obtidos numérica e experimentalmente. Deste modo, uma avaliação dos seus resultados será realizada.

2.7 Síntese do Capítulo

Neste capítulo foram expostos os fundamentos da teoria de motores elétricos, especialmente os tópicos relacionados à geração de

esforços mecânicos devido ao campo magnético que atua durante a operação. Uma breve explicação dos aspectos básicos do tipo de motor de indução monofásico utilizado nas análises futuras foi apresentada. A fim de fundamentar as análises futuras, a modelagem do problema eletromagnético foi exposta a partir de uma abordagem analítica. Nesta exposição procurou-se mostrar as causas geradoras das principais harmônicas de força de origem magnética bem como as ordens dos modos espaciais. O intuito desta exposição, além de discriminar as fontes de cada harmônica, foi de permitir uma predição das frequências e dos modos principais associadas às forças magnéticas presentes no motor de indução investigado. Desta forma, os resultados obtidos através da modelagem numérica serão comparados com os obtidos pelos métodos analíticos apresentados e verificada a convergência dos resultados destas duas abordagens. Foram ainda apresentadas formulações analíticas encontradas na literatura para a determinação das frequências naturais do estator. Tendo em vista que este componente do motor de indução é reconhecidamente de difícil modelagem devido a sua forma construtiva que, em geral, resulta em propriedades desconhecidas, alto amortecimento e não-linearidades (DOI, 2011), o equacionamento desenvolvido será utilizado para se avaliar o modelo numérico desenvolvido e comparado com os resultados obtidos a partir de ensaios experimentais.

O capítulo a seguir apresenta os modelos numéricos desenvolvidos para o motor de indução investigado e analisa os seus resultados. A força gerada pelo campo magnético será obtida e avaliada considerando os métodos já expostos.

3 Modelagem do motor de indução monofásico

Após a breve fundamentação teórica explanada no capítulo anterior, este capítulo se dedica a investigar as forças de origem magnética que atuam sobre o motor de indução monofásico utilizado no compressor alternativo analisado. Neste trabalho, apenas os esforços gerados pela mudança de permeabilidade magnética serão analisados, mais especificamente nas faces dos dentes no estator. Os efeitos de esforços gerados no interior do estator devido à magnetostrição são considerados desprezíveis diante das forças atuantes nos dentes. O campo magnético presente durante a operação do motor elétrico foi obtida por meio de modelos numéricos bidimensional e tridimensional. A análise da influência da excentricidade sobre os esforços de origem magnética também é avaliada. Os modelos propostos são validados por meio dos resultados de desempenho do motor elétrico e por meio de um ensaio experimental. Por fim, uma apresentação da modelagem analítica e numérica do comportamento estrutural é apresentada e validada por meio da comparação com ensaios experimentais.

3.1 Modelagem bidimensional

Uma forma bastante difundida de modelagem de máquinas elétricas é feita através da utilização de um modelo bidimensional (2D) por meio do Método de Elementos Finitos. Esta abordagem adota algumas suposições com respeito à máquina elétrica e apresenta vantagens em relação a um modelo analítico e aos modelos tridimensionais. Nesta abordagem, a seção transversal da máquina elétrica é considerada uniforme ao longo da direção perpendicular ao domínio analisado. Assim,

o plano considerado nesta análise é admitido sendo longe o suficiente das extremidades e, portanto, desconsidera os efeitos de campos que estejam fora do plano (MAXWELL. . . , 2014). Embora as suposições empregadas no modelo bidimensional adotem simplificações em relação à representação real da máquina elétrica, esta abordagem possui um custo computacional significativamente menor. Adicionalmente pode-se acrescentar que esta abordagem resulta em resultados muito próximos aos 3D, como será visto posteriormente. Com relação à abordagem analítica a modelagem numérica por meio do MEF possibilita a representação de modelos mais elaborados, considerando não-linearidades e geometrias complexas.

Para a preparação e processamento dos modelos utilizando o MEF, o programa computacional Ansys Maxwell foi utilizado. Este software possui um módulo chamado RMXprt em que as características gerais de uma máquina elétrica são determinadas a partir de métodos analíticos. Outros dois módulos chamados Maxwell2D e Maxwell3D deste software é dedicado à preparação e processamento de máquinas elétricas por meio do MEF. Neste trabalho estes três módulos foram utilizados para determinar as características das máquinas de indução investigadas.

Neste trabalho os motores de dois compressores foram analisados, denominados compressor I e compressor II. Ambos os compressores utilizam motores de indução monofásica com capacitor permanente com pequenas diferenças entre si. As principais características dos motores destes compressores são apresentadas na Tab. 3.

Um acoplamento forte é modelado entre a malha em elementos finitos e o circuito elétrico de alimentação. O circuito utilizado é mostrado na Fig. 22. Este é composto por duas fases e um capacitor permanente utilizado para proporcionar uma fase entre as correntes do enrolamento principal e do enrolamento auxiliar.

Tabela 3 – Principais características dos motores de indução monofásica analisados neste trabalho.

Propriedade	Compressor I	Compressor II
Número de ranhuras no estator	24	24
Número de ranhuras no rotor	28	28
Capacitância do capacitor permanente	2,5 μF	12 μF
Número de pólos	2	2
Escorregamento	0,018	0,018
Frequência da fonte elétrica	50 Hz	60 Hz
Potência	38 W	115 W
Tensão elétrica	220 V	110 V
Corrente elétrica de operação	0,18 A	1 A

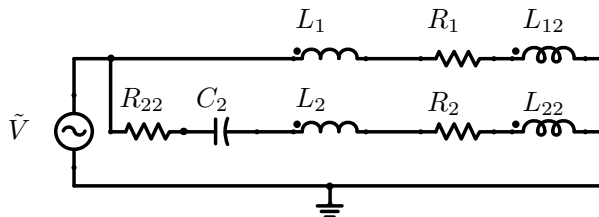


Figura 22 – Circuito de alimentação utilizado nas modelagens numéricas.

O modelo bidimensional utilizando o MEF construído é mostrado na Fig. 23. Este modelo impõe uma condição de contorno de antissimetria a fim de reduzir o custo computacional da análise. Já para garantir a unicidade da solução sobre o contorno externo do domínio analisado um valor $A = 0 \text{ V}\cdot\text{s}/\text{m}$ é imposto. Para representar o movimento relativo entre o rotor e o estator a técnica da banda de movimento foi adotada. Esta técnica permite que apenas uma malha seja criada para todo o domínio e por meio de um alocamento dinâmico as condições de contorno apropriadas para o movimento do rotor sejam determinadas (KALLUF, 2010). As condições de contorno citadas

podem ser observadas no esquema mostrado na Fig. 24.

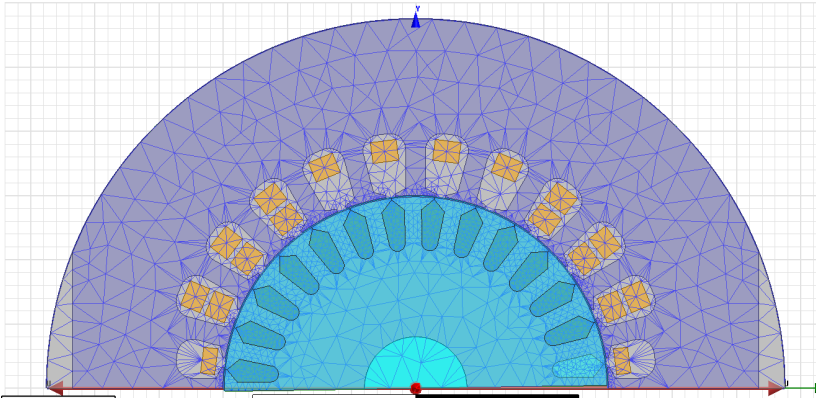


Figura 23 – Modelo 2D axisimétrico utilizando o MEF do motor de indução analisado.

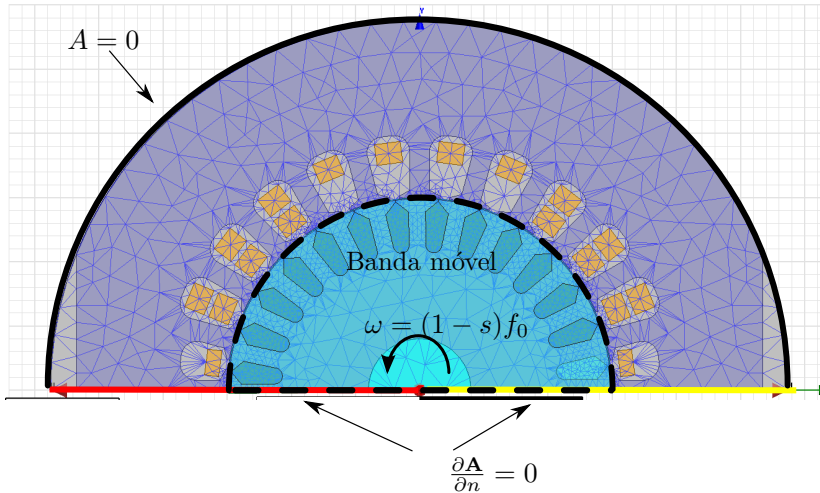


Figura 24 – Condições de contorno do modelo 2D axisimétrico.

Como comentado na Sec. 2.2.2, a relação entre a densidade do fluxo magnético e a intensidade do fluxo magnético é não-linear. A curva mostrada na Fig. 25 apresenta a relação entre $\mathbf{H} - \mathbf{B}$ para o material utilizado no estator. Esta relação não-linear resulta na geração

de componentes de força na frequência devido à saturação magnética do material, como visto na Sec. 2.2.2. Durante a análise das forças magnéticas as componentes relacionadas a esta fonte serão identificadas e sua relevância avaliada.

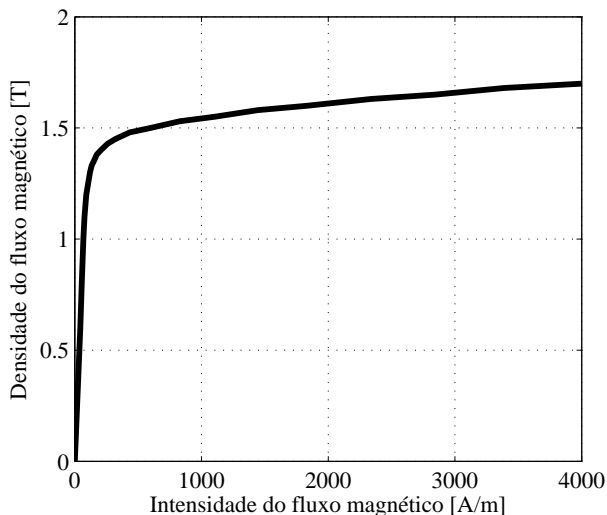


Figura 25 – Relação entre \mathbf{H} – \mathbf{B} para o estator utilizado.

Para um melhor resultado é recomendado que próximo da interface da banda de movimento a discretização seja mais refinada (ARKKIO, 1987). Uma análise de convergência foi realizada e observou-se que para a discretização proposta a malha se mostrou adequada. Para o modelo bidimensional construído o domínio foi discretizado considerando 7254 elementos. A velocidade de operação dos compressores foram admitidas para os dois motores analisados e um período de 200 ms a um passo no tempo de 0,05 ms foi imposto para o modelo. O tempo total de processamento foi de aproximadamente 2 horas em um computador com processador i7 com uma frequência de 3 GHz.

3.1.1 Validação experimental

Após o processamento do modelo numérico dos motores adotados, os resultados são comparados com os dados obtidos a partir de ensaios experimentais. Desta forma, a representatividade do modelo

numérico proposto será avaliada por meio da comparação dos resultados obtidos numericamente com os obtidos a partir de ensaios já consolidados nesta área.

Num primeiro momento as curvas de tombamento (velocidade de rotação \times torque) numérico e experimental são comparadas. As curvas de tombamento para os motores investigados foram obtidas de expressões analíticas, por meio do módulo RMXprt. A Fig. 26 mostra a comparação das curvas de tombamento e a corrente elétrica em função da velocidade angular do rotor obtidas experimentalmente e numérico para as máquinas elétricas analisadas. A comparação contempla a simulação numérica considerando tanto o módulo RMXprt quanto os modelos numéricos modelados utilizando o MEF. Para o compressor I adicionalmente é apresentado o resultado obtido para o modelo tridimensional, o qual será abordado na Sec. 3.2. Pode-se observar que os modelos numéricos resultaram em resultados próximos aos obtidos pelos ensaios experimentais. Os resultados obtidos utilizando o RMXprt foram próximos aos resultados experimentais tanto da corrente elétrica quanto para o torque para ambas as máquinas elétricas consideradas. Deste modo, analisando o desempenho geral da máquina elétrica considera-se que os modelos numéricos estão representando de forma satisfatória as máquinas elétricas estudadas neste trabalho.

Uma abordagem alternativa usada para validar o modelo numérico consistiu no uso do método apresentado por (KAKO, 1983). Este método, explanado na Sec. 2.5.2, foi utilizado e o fluxo magnético obtido no dente foi comparado ao obtido numericamente. Devido à dificuldade de se alojar a bobina de busca na face do dente na presença do rotor, visto que o comprimento nominal do entreferro é de 0,25 mm, os ensaios foram feitos apenas com o estator ligado à fonte de alimentação, como mostra a Fig. 27. Assim, um modelo bidimensional adequado foi construído e os resultados da força magnética sobre o dente foram comparados. Embora a abordagem proposta não obtenha a força magnética real que está presente durante a operação do motor, não considerando o movimento angular do rotor e assim o campo magnético induzido no mesmo, por meio desta análise é possível avaliar se a aproximação adotada está representando corretamente os fenômenos físicos relacionados.

A força magnética é obtida a partir da diferença de potencial gerada nos terminais da bobina a partir da Eq. 2.102. O número de voltas da bobina utilizada no experimento foi igual a 6. A Fig. 29 mostra a comparação dos resultados obtidos numérica e experimentalmente.

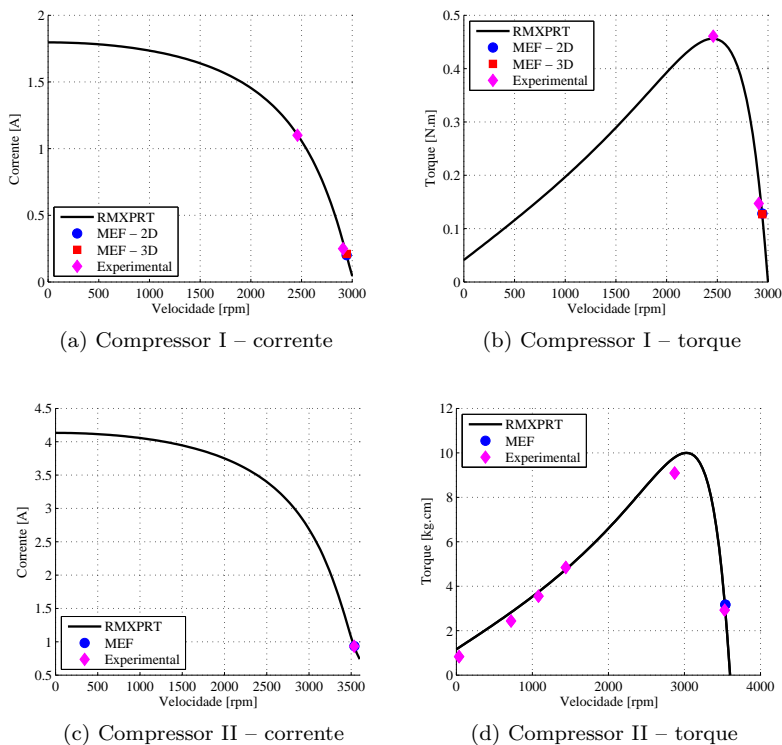


Figura 26 – Comparação numérico \times experimental da curva de tombamento e a corrente elétrica em relação à velocidade do rotor para os motores analisados.

Observa-se que a força magnética obtida pelo modelo numérico foi muito próxima à força obtida por meio do ensaio experimental. A forma da curva, com uma componente forte na frequência da fonte de alimentação já era esperada uma vez que apenas o campo magnético do estator está atuando sobre o domínio considerado. Pode-se, então, concluir que o modelo numérico 2D foi capaz de representar satisfatoriamente o fenômeno físico.

Uma vez validado este modelo bidimensional serão avaliados os resultados obtidos da distribuição do campo magnético e, a partir deste, as forças magnéticas atuantes sobre o estator. O modelo numérico foi processado considerando um período de 200 ms com um passo no tempo

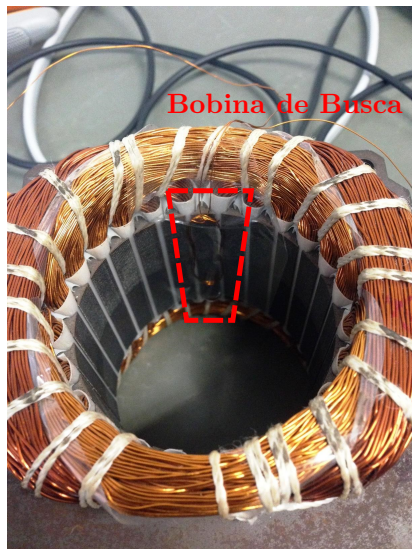


Figura 27 – Configuração adotada para o teste.

de 1×10^{-5} s. Do período total de análise apenas metade (100 ms) foi computado para as análises. Apenas este valor foi considerado uma vez que apenas a partir de 100 ms o modelo entrou em um estado estacionário. O modelo bidimensional construído para esta análise considerando apenas o estator e sem o rotor é mostrado na Fig. 28. Basicamente as propriedades anteriormente adotadas para o modelo bidimensional são impostas, sendo o rotor retirado e a força magnética avaliada na região próxima à face do dente.

A Fig 29 apresenta a comparação entre os resultados obtidos pelo modelo numérico e pela bobina de busca. Pode-se observar que apenas a componente de frequência $2f_0$ está presente de forma mais significativa. Isto se deve ao fato de apenas o campo magnético no estator estar sendo considerado para o teste proposto, isto é, não existe a interação deste campo com qualquer outro. De forma geral pode-se observar que o modelo gerado utilizando o MEF obteve sucesso em representar de forma satisfatória a densidade de força magnética que atua sobre a face do dente do estator.

Assim, por meio dos resultados obtidos para o desempenho geral dos motores analisados e pelo ensaio utilizando a bobina de busca observou-se uma boa concordância dos resultados experimentais com

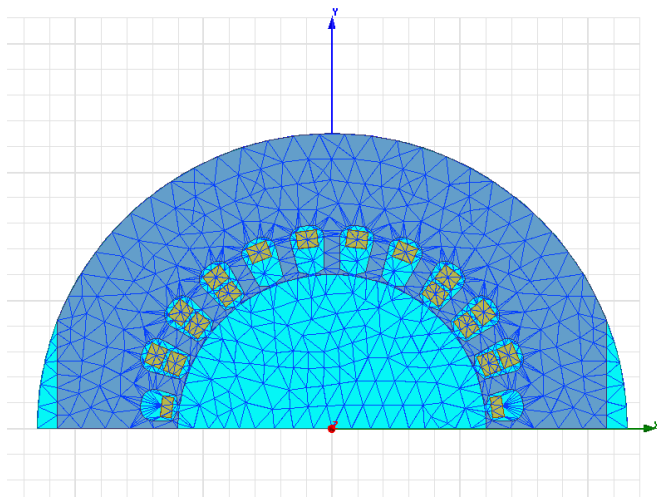


Figura 28 – Modelo proposto para o ensaio utilizando a bobina de busca.

os resultados numéricos. Os modelos numéricos do fenômeno eletromagnético construídos, então, foram considerados representativos e os resultados de força magnética deles extraídos são considerados próximos àqueles presentes na operação da máquina elétrica. Estas forças serão analisadas nas seções seguintes.

3.1.2 Análise dos resultados do modelo bidimensional

Após a validação do modelo bidimensional proposto por meio da comparação realizada na seção anterior, nesta seção as forças de origem magnética presentes no funcionamento da máquina elétrica serão analisadas. O intuito desta análise é avaliar as principais harmônicas excitadas pela ação do campo magnético e a distribuição espacial das mesmas ao longo do entreferro. Tal conhecimento é fundamental para o projeto de um compressor mais silencioso visto que se a frequência de alguma destas harmônicas estiver próxima da frequência natural de algum componente resultará em vibrações de grandes amplitudes e conseqüentemente maior ruído radiado. Num primeiro momento o rotor é considerado concêntrico em relação ao estator, sendo que uma análise da influência da excentricidade será realizada em uma seção posterior.

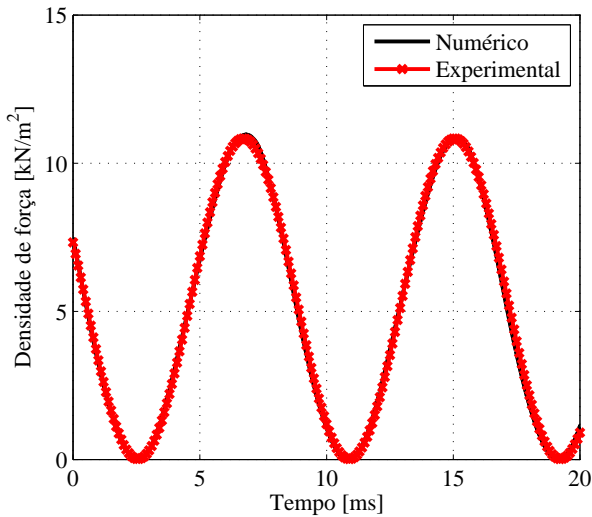


Figura 29 – Comparação da força magnética obtida pelo modelo numérico bidimensional e pela bobina de busca.

Após o processamento do modelo bidimensional proposto, a distribuição do campo magnético e as linhas equipotenciais de \mathbf{A} podem ser vistas na Fig. 30 para um determinado instante. Por meio da distribuição da densidade do campo magnético é obtida a densidade de força de origem magnética por meio do Tensor de Maxwell, descrito pela Eq. 2.5. A Fig. 31 mostra a densidade de força ao longo do contorno interno do estator para dois dentes. Pode-se observar que os maiores valores de densidade de força se concentram ao longo da face dos dentes, tendo as laterais magnitudes significativamente menores. A partir desta observação apenas as forças nas faces dos dentes serão aferidas e impostas posteriormente no modelo estrutural.

De acordo com (NEVES, 1999), o vetor \mathbf{B} pode ser aferido na vizinhança da face do dente para o cálculo da densidade de força. Assim, a densidade de força pode ser obtida a partir da expressão (BASTOS; SADOWSKI, 2003):

$$\sigma = \frac{1}{\mu_0} \left[(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) \mathbf{B} - \frac{1}{2} B^2 \mathbf{n} \right]. \quad (3.1)$$

A densidade de força magnética média em cada dente (σ_n) foi

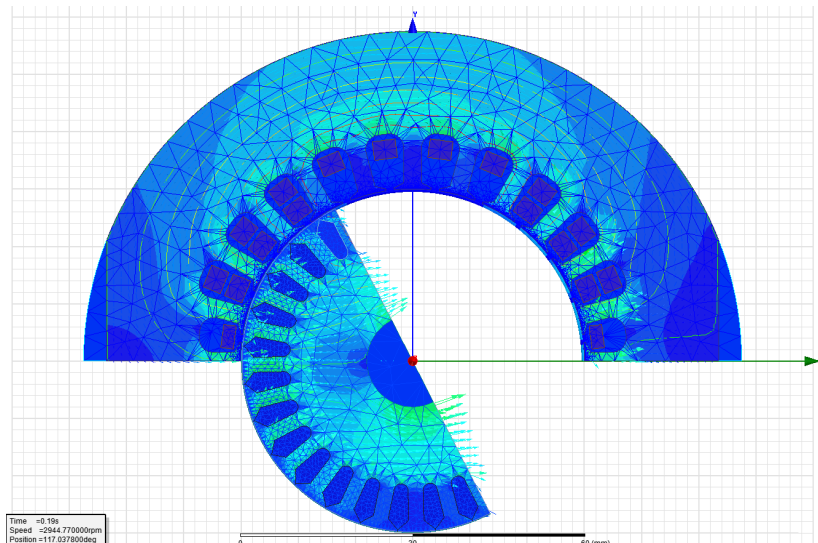


Figura 30 – Distribuição da densidade do campo magnético e as respectivas linhas equipotenciais de \mathbf{A} para um determinado instante da análise.

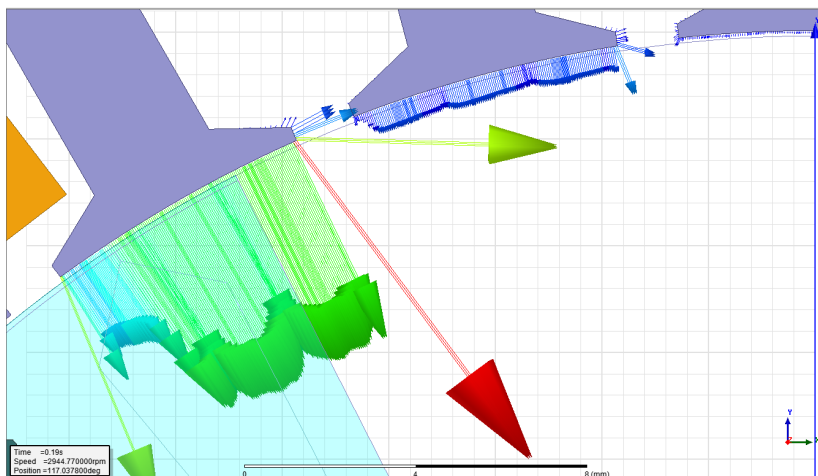


Figura 31 – Distribuição da densidade de força ao longo dos contornos internos do estator. Observa-se que os esforços concentram-se principalmente nas faces dos dentes.

calculada através da expressão:

$$\hat{\sigma}_n = \frac{1}{L_d} \int_0^{L_d} \sigma dl, \quad (3.2)$$

sendo L_d o comprimento do dente n analisado. Logo, utilizando a Eq. 3.2 as densidades de força para cada dente foram calculadas e analisadas. A Fig. 33a mostram os resultados de densidade de forças obtidas para os dentes 2 e 8 considerando o motor de indução monofásico utilizado no compressor I. As densidades de forças para os dentes apresentaram resultados semelhantes a despeito de uma diferença de fase entre os sinais. Esta diferença de fase deve-se ao campo girante gerado pelas correntes nos enrolamentos do estator. A Fig. 33b mostra o espectro das magnitudes das densidades de força obtidos para os dentes 2 e 8. Pode-se notar que as magnitudes para os dois sinais são praticamente idênticas. O valor de $\hat{\sigma}$ para a frequência 100 Hz é significativo para os dois sinais. Este resultado é ocasionado pela relação $\sigma \propto B^2$ e tendo B um comportamento senoidal tem-se que o produto é ainda uma função senoidal com o dobro da frequência original¹. Uma vez que a frequência da fonte elétrica para este compressor é de 50 Hz, este termo é igual a 100 Hz. As magnitudes da densidade de força para as frequências em torno de 1380 Hz, 2760 Hz e harmônicas também apresentaram valores significativos. Conforme apresentado na Tab. 2, nestas frequências são esperados valores significativos gerados rotação do rotor e pelo campo magnético presente no rotor. As Figs. 33c e 33d mostram os resultados obtidos para o modelo numérico do compressor II. Uma vez que este motor opera em frequência de 60 Hz, as frequências das harmônicas principais foram alteradas. Maiores valores de amplitudes também foram observados nesta máquina em relação às do compressor I. Este resultado pode ser explicado pela utilização de um circuito de alimentação com uma potência elétrica maior que anterior. A corrente de trabalho, por exemplo, do compressor I é aproximadamente 0,18 A enquanto que a do compressor II é maior, 1 A.

Utilizando a abordagem apresentada na Sec. 2.4.5.2, os valores esperados analiticamente para as ressonâncias para as densidades de força magnética tendo em conta o motor de indução em estudo são mostrados na Tab. 4 (GIERAS, 2006; SCHLENSOK, 2007). Para as duas máquinas elétricas utilizadas o resultado da predição analítica se

¹ $\cos^2 a = \frac{1}{2} (1 + \cos 2a)$.

aproximou de forma satisfatória do resultado numérico. A numeração adotada para os dentes é apresentada na Fig. 32. Com o auxílio da Fig. 34 pode-se observar que os valores de frequência obtidos numericamente ficaram muito próximos aos preditos por métodos analíticos.

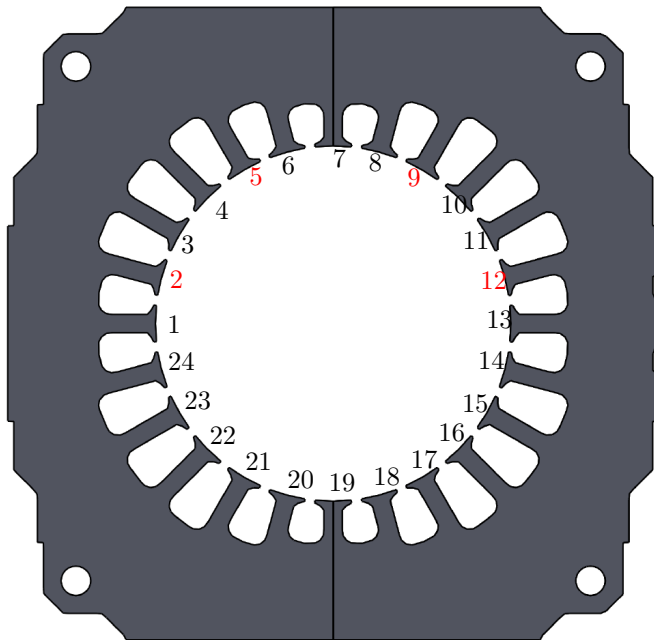
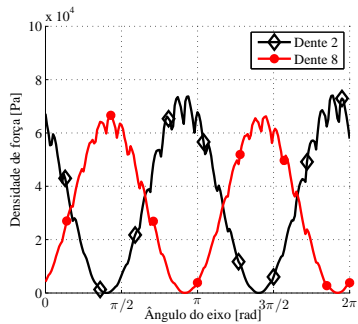
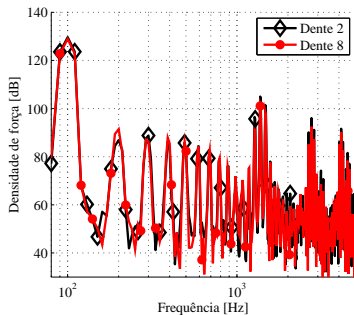


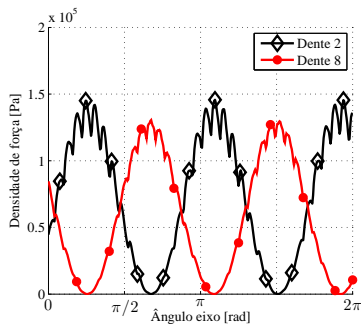
Figura 32 – Numeração adotada para os dentes do estator.



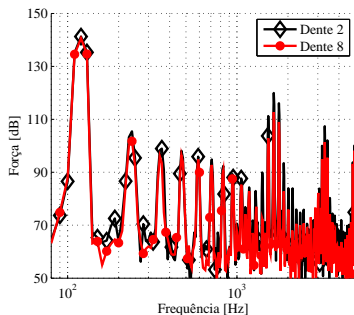
(a) Compressor I – Domínio do tempo



(b) Compressor I – Espectro na frequência



(c) Compressor II – Domínio do tempo



(d) Compressor II – Espectro na frequência

Figura 33 – Densidades de força obtidas para os dentes 2 e 8 para os dois motores analisados.

Tabela 4 – Ressonâncias da densidade da força magnética atuantes sobre os dentes preditas numericamente. Em parênteses estão os valores das frequências das harmônicas da força obtidas a partir da predição analítica.

Causa	Frequência (Hz)	Frequência (Hz)	
		Compressor I	Compressor II
Dobro da frequência da fonte elétrica	$2f_0$	100 (100)	120 (120)
1a harmônica devido interação estator-rotor	$(s_2/p(1-s))f_0$	1375,1 (1374,8)	1650 (1649,7)
2a harmônica devido interação estator-rotor	$(2s_2/p(1-s))f_0$	2750,2 (2749,6)	3300 (3299,5)
1a harmônica devido ao campo no estator	$s_1(1-s)f_0$	1178,6 (1178,4)	1440 (1414)
1a harmônica devido interação estator-rotor modulada	$(s_2/p(1-s)+2)f_0$	1475,1 (1474,8)	1770 (1769,7)
1a harmônica devido interação estator-rotor modulada	$(s_2/p(1-s)-2)f_0$	1275,1 (1274,8)	1530 (1529,7)
2a harmônica devido interação estator-rotor modulada	$(2s_2/p(1-s)+2)f_0$	2850,2 (2849,6)	3420 (3419,5)
2a harmônica devido interação estator-rotor modulada	$(2s_2/p(1-s)-2)f_0$	2650,2 (2649,6)	3180 (3179,5)

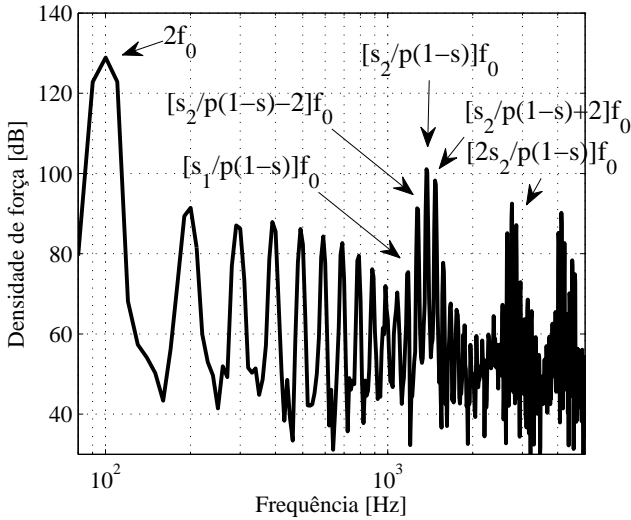


Figura 34 – Frequências de ressonância da densidade de força magnética obtidas pelo modelo numérico e as frequências previstas analiticamente.

A análise das frequências de ressonância das densidades de forças de origem magnética, como mostrado acima, é de extrema importância para o estudo do comportamento vibroacústico. No entanto, outra análise é relevante para a compreensão da dinâmica do motor de indução: o estudo da distribuição das forças de origem magnética ao longo do perímetro interno do estator. Quando existe um acoplamento de algum modo espacial das forças magnéticas com algum modo estrutural resulta em uma resposta de grande amplitude. Neste caso é um fenômeno indesejado visto que se deseja reduzir as excitações do motor.

De acordo com Kobayashi, Tajima, Ito e Shibukawa (1997), a densidade de força eletromagnética ao longo do entreferro ($\sigma(\alpha, t)$) pode ser expressa através de uma Série de Fourier, na forma:

$$\sigma(\alpha, t) = \sum \sum a_{k,l} \text{sen}(k\alpha - l\omega t + \alpha_{k,l}), \quad (3.3)$$

onde $a_{k,l}$ e $\alpha_{k,l}$ são a amplitude e a fase das harmônicas e k e l as ordens das harmônicas espacial e temporal, respectivamente. Já as amplitudes

das harmônicas $a_{k,l}$ são calculadas por:

$$c_{k,l} = \int \int \sigma \text{sen}(k\alpha - l\omega t) dt dx \quad (3.4)$$

$$d_{k,l} = \int \int \sigma \text{cos}(k\alpha - l\omega t) dt dx \quad (3.5)$$

$$a = \sqrt{c_{k,l}^2 + d_{k,l}^2} \quad (3.6)$$

$$\alpha_{k,l} = \arctan\left(\frac{c_{k,j}}{d_{k,j}}\right). \quad (3.7)$$

Densidade de força ao longo do diâmetro interno

Densidade de força em relação a α

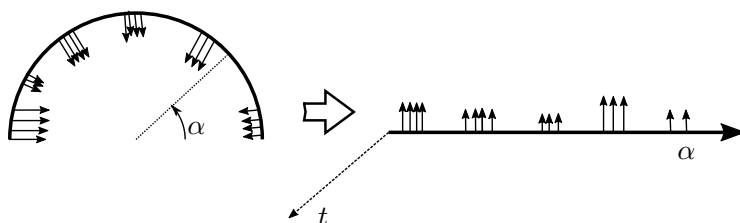
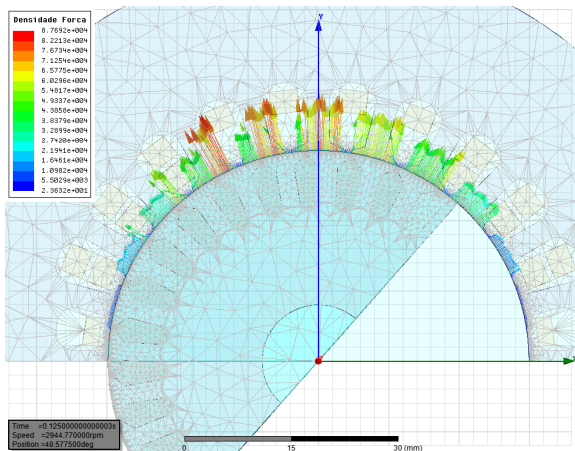


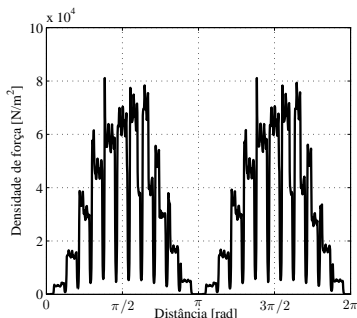
Figura 35 – Esquema mostrando a distribuição da densidade de força ao longo do perímetro interno do estator e ao longo de α e t .

A Fig. 35 mostra como a distribuição da força no perímetro é analisada ao longo do espaço α e ao longo do tempo t . Para cada instante a curva de densidade de força ao longo do ângulo $\sigma(\alpha)$ é adicionada. A aplicação da metodologia proposta pode ser vista para um instante na Fig. 36. A distribuição da densidade de força ao longo do entreferro é mostrada na Fig. 36a e a mesma linearizada pelo método proposto é vista na Fig. 36b. Por meio da transformada de Fourier pode-se obter a distribuição das forças em relação às suas harmônicas espaciais, mostrada na Fig. 36c. Nesta figura, as principais ordens das harmônicas espaciais estão destacadas com relação às harmônicas preditas analiticamente mostradas na Tab. 2. Já por meio desta análise inicial pode-se notar que a densidade de força para um determinado instante se distribui com uma forte componente com modos de ordem 0 e 2. As componentes de força para os ordens $r = 22$, $r = 24$ e $r = 26$

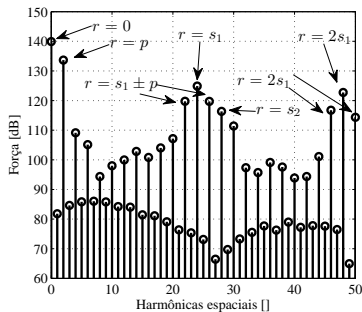
e suas harmônicas também contribuem fortemente na distribuição da força ao longo do perímetro. A ordem destes modos está fortemente relacionada ao número de ranhuras presentes no estator ($s_1 = 24 \rightarrow r = s_1 \pm p$). A componente relacionada ao campo magnético presente no rotor também é observada ($r = s_2 = 28$ e $r = s_2 + p = 30$). Assim, a alteração no número de ranhuras no estator modifica a ordem destas componentes.



(a) $\sigma(\alpha, t_0)$ ao longo do perímetro interno.



(b) $\sigma(\alpha, t_0)$ ao longo do perímetro interno.



(c) Espectro de $\sigma(\alpha, t_0)$

Figura 36 – Distribuição da densidade de força ao longo do entreferro para um determinado instante t_0 .

A análise das componentes de força magnética para um período de 100 ms e para todo o perímetro interno do estator pode ser observado na Fig. 37. A Fig. 37a mostra a distribuição da densidade de força ao longo do espaço e do tempo para o modelo numérico. Pode-se observar que na face dos dentes o valor da densidade de força é significativo e nas ranhuras o valor é praticamente nulo. Aplicando a transformada de Fourier no resultado mostrado na Fig. 37a obtém-se o valor de σ em função da frequência e das harmônicas espaciais. Este resultado é mostrado na Fig. 37b. Por meio deste gráfico pode-se observar as frequências de ressonância das densidades de força magnética e ainda as ordens dos modos espaciais excitados. De forma geral, as componentes com maiores magnitude das harmônicas espaciais foram corretamente preditas considerando apenas um instante de tempo ($t = t_0$). O resultado obtido pelo modelo numérico aproximou-se de forma satisfatória ao esperado analiticamente, conforme mostrado pela Fig. 38. Uma vantagem desta abordagem está no conhecimento da causa de cada ressonância de forma discriminada, fato que não é possível de se obter apenas utilizando o modelo numérico. É possível, por exemplo, identificar que para os modos de ordem <10 as principais causas de ressonância são a saturação magnética e a interação entre os campos do estator e do rotor. De acordo com Kobayashi, Tajima, Ito e Shibukawa (1997), estes modos são os mais significativos do ponto de vista vibroacústico, ou seja, aqueles que mais contribuem na transmissão de energia vibratória. Logo, o conhecimento da sua localização e as suas causas são importantes para a análise dinâmica do motor de indução. Os modos de ordem mais baixa ($r = 2$) possuem frequências de ressonância em 100 Hz e 1.375 Hz, componentes onde a magnitude das densidades de força sobre os dentes são maiores conforme a Fig. 34. Destacam-se, ainda, dentro da faixa de interesse, os modos de ordem $r = 4$ (100 Hz) e $r = 6$ (1.375 Hz). Outra causa de excitações mecânicas em motores, não contemplada na presente análise, é a presença de excentricidade, a qual será investigada na Sec. 3.3.

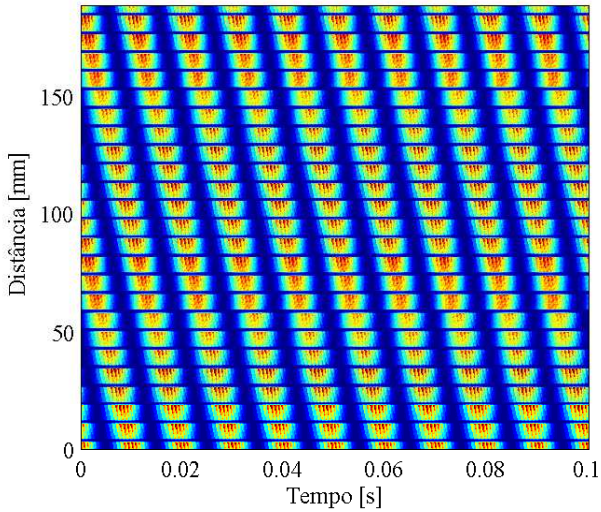
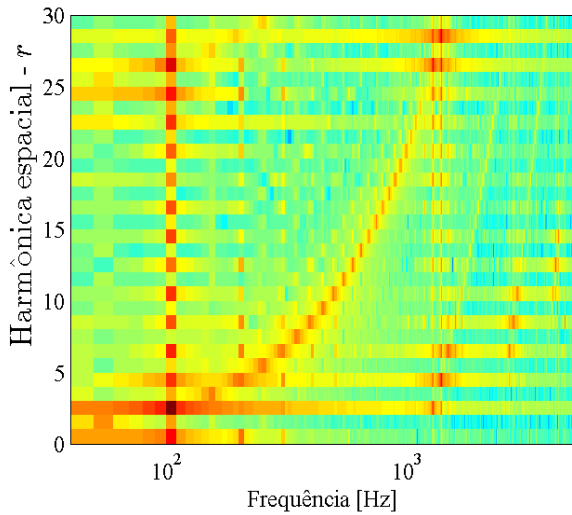
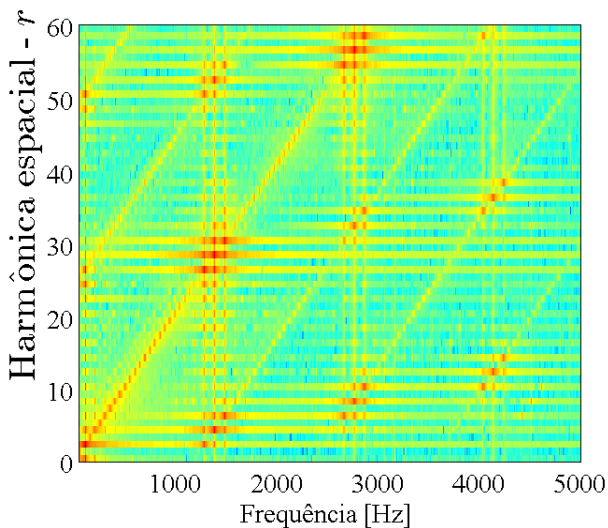
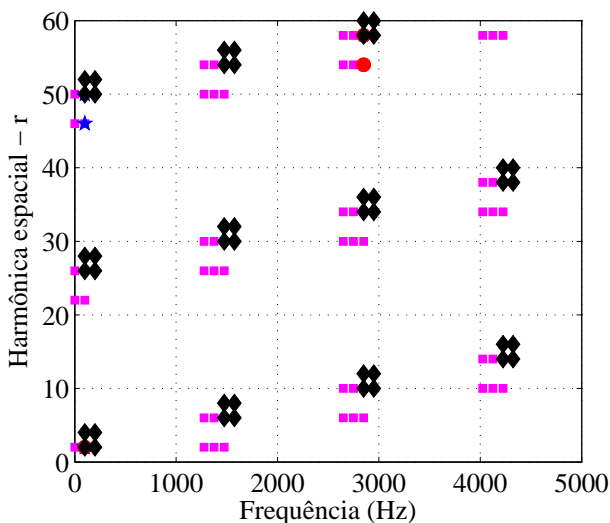
(a) σ ao longo do perímetro interno e do tempo.(b) σ em função da frequência e das harmônicas espaciais.

Figura 37 – Distribuição da densidade de força considerando o período analisado e o perímetro interno do estator.

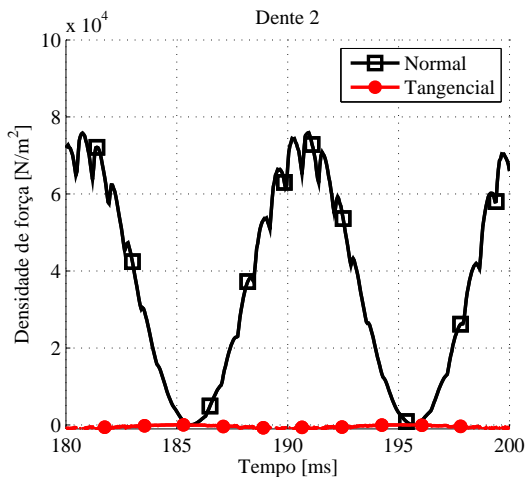


(a) Resultado numérico via MEF

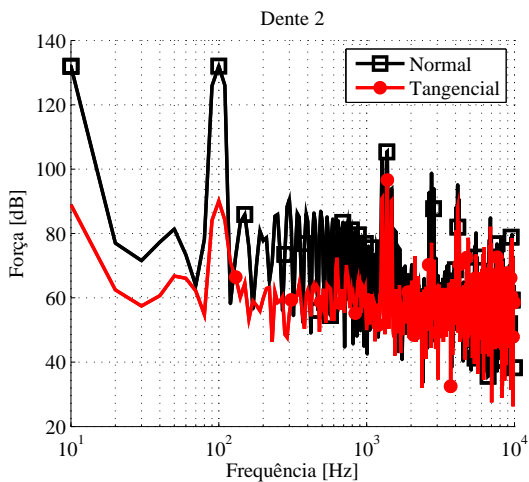


(b) Predição analítica

Figura 38 – Resultados analíticos das frequências de ressonância da densidade de força magnética obtidas pelo modelo numérico. Descrição: os losangos representam a saturação magnética; quadrado a interação entre os campos do estator e do rotor; estrela o campo do estator e o círculo o campo do rotor.



(a) Domínio do tempo



(b) Domínio da frequência

Figura 39 – Componentes normal e tangencial obtidas para a densidade de força sobre o dente 2.

3.1.3 Componente Normal \times tangencial

Outro ponto a ser analisado no que diz respeito à densidade de força magnética é a investigação das componentes normal e tangencial atuantes sobre os dentes. A componente tangencial dos esforços é responsável pela geração de torque no rotor e quanto mais próximo à velocidade síncrona a sua magnitude é menor. Em muitos trabalhos é usual negligenciar o componente tangencial da \mathbf{B} e, desta forma, considerar nula a componente tangencial da força magnética², tal como nos trabalhos (ALGER, 1995; BESNERAIS, 2009). Para problemas de vibroacústica, no entanto, esta suposição pode adicionar um erro na análise visto que mesmo que a componente tenha um valor médio menor durante um ciclo, para frequências mais altas pode ser significativa em comparação com a componente normal. Com isto posto, será realizada uma análise das componentes radial e tangencial da força magnética obtida. Para esta análise o modelo numérico bidimensional do motor de indução monofásico do compressor I será utilizado.

A Fig. 39 mostra as componentes normal e tangencial e a magnitude resultantes para o dente 2. As curvas das componentes no domínio do tempo (39a) mostram que, como predito na literatura, a componente normal possui um valor médio significativamente maior em relação à componente tangencial. O valor máximo observado para a componente normal é de aproximadamente 8×10^4 N/m², enquanto que para a componente tangencial é fração deste valor ($\approx 0,1 \times 10^4$ N/m²). A Fig. 39b mostra o espectro dos sinais das componentes tangenciais e normais para o dente analisado. A partir do espectro pode-se observar que com o aumento da frequência a componente tangencial torna-se comparável à magnitude da componente normal. Na harmônica gerada pela interação entre os campos magnéticos do estator e do rotor os valores das magnitudes apresentam uma diferença de 9 dB. Já para frequências superiores a 3.500 Hz a magnitude da componente tangencial se torna comparável às da normal.

Por meio da análise dos resultados obtidos na presente análise pode-se observar que a componente tangencial torna-se significativa em relação à normal para frequências mais altas. Este resultado também foi encontrado por Paiotti (2002) na análise de um motor de indução monofásico similar ao investigado neste estudo. Desta forma, a componente tangencial da força magnética gerada pelo campo magnético é relevante e será considerada nas futuras análises.

² Um exemplo é a dedução da densidade de força magnética mostrada na Eq. 2.6.

3.2 Modelo tridimensional

Com a construção do modelo bidimensional algumas suposições foram realizadas tendo em vista simplificar o modelo real e permitir a utilização desta abordagem. Uma das suposições, por exemplo, é que as barras do rotor são perpendiculares ao plano de estudo. Outra é que os fenômenos magnéticos se comportam de forma relativamente inalteradas ao longo da altura do motor para uma boa faixa. Contudo, embora estas suposições sejam simplificações que permitem a análise eletromagnética de forma mais rápida e de menor custo computacional, resultam em resultados ligeiramente diferentes do modelo real. Portanto, a fim de quantificar esta diferença um modelo tridimensional (3D) utilizando o método dos elementos finitos foi construído para representar o comportamento do motor de indução investigado.

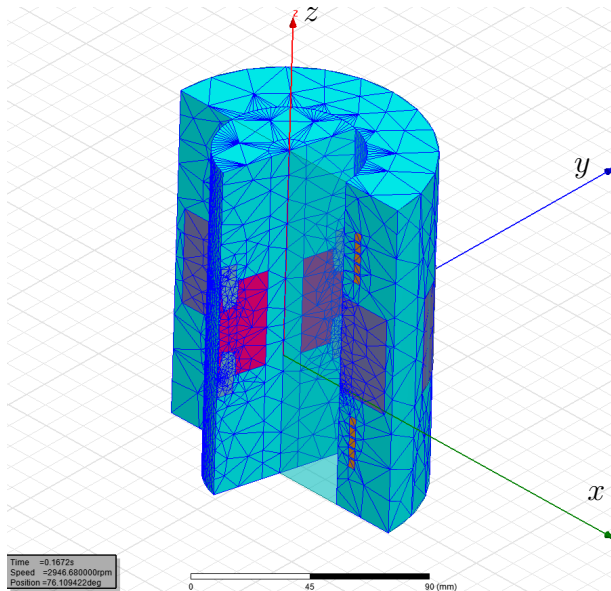


Figura 40 – Malha do modelo 3D do motor de indução investigado.

O modelo foi construído utilizando o *software* comercial Ansys Maxwell e pode ser visto na Fig. 40. Aproveitando a simetria do motor apenas a metade de sua geometria foi analisada e uma condição de anti-periodicidade foi imposta de forma a reduzir o custo computacional da análise. De forma análoga ao imposto no modelo 2D, nas superfícies

na fronteira do domínio foi atribuído o valor $A = 0$.

Uma dificuldade na modelagem e no processamento de modelo 3D de máquinas elétricas é o grande número de elementos e o aumento no número de graus de liberdade em relação ao caso bidimensional. Enquanto cada nó dos elementos para o caso 2D possui 2 graus de liberdades para o caso tridimensional este número aumenta para quatro (três componentes de \mathbf{A} e \mathbf{V}). Como resultado um modelo tridimensional possui um número de graus de liberdade a ser solucionado muito maior que o caso bidimensional. A consequência imediata é o maior tempo de processamento necessário para a solução do problema e o tamanho do arquivo de resultados. A Tab. 5 mostra uma comparação entre alguns parâmetros dos modelos 2D e 3D. O número de elementos para o modelo 3D é significativamente maior em relação ao modelo 2D. Não obstante o passo no tempo seja maior para o modelo 3D (0,2 ms > 0,05 ms), o tempo de processamento para se obter a solução do modelo 3D foi consideravelmente maior em relação ao 2D. Já o tamanho do arquivo de resultados resultante do modelo 3D foi de 35 GB, necessitando assim um gerenciamento do disco rígido para o caso de diversos casos tridimensionais³.

Tabela 5 – Comparação de algumas dados dos modelos 2D e 3D.

	Modelo 2D	Modelo 3D
Número de elementos	7.254	111.878
Passo no tempo (ms)	0,05	0,2
Tempo total de análise (ms)	200	200
Frequência máxima (Hz)	10.000	2.500
Passo na frequência (Hz)	10	10
Tempo de processamento	aprox. 4 horas	aprox. 6 dias
Tamanho do arquivo (GB)	3,37	35

O motor considerado nesta análise é o do compressor I. Os resultados de força sobre os dentes são comparados com a modelagem bidimensional proposta anteriormente. Antes de comparar os resultados de força, a Tab. 6 apresenta uma comparação dos valores RMS dos resultados de torque e corrente elétrica médios para as duas modelagens propostas e resultados obtidos experimentalmente. A despeito de uma pequena discrepância nos resultados uma concordância satisfatória

³ Considerando um disco rígido típico de espaço igual a 1 TB.

foi encontrada entre os modelos numéricos (2D e 3D) concebidos e o resultado experimental para o motor analisado.

Tabela 6 – Comparação dos resultados de torque e corrente elétrica para os modelos 2D e 3D.

Grandeza	Modelo 2D	Modelo 3D	Experimental
Torque – RMS	0,128 Nm	0,126 Nm	0,123 Nm
Corrente elétrica – RMS	0,2 A	0,21 A	0,18 A

A Fig. 41 mostra a comparação da densidade de força magnética para o dente 2 obtida a partir do modelo bidimensional e do modelo tridimensional. A tensão média calculada para o modelo tridimensional foi calculada a partir da seguinte expressão:

$$\hat{\sigma}_n = \frac{1}{A_n} \int_{A_n} \sigma dA, \quad (3.8)$$

sendo A_n a área da face do dente.

As densidades de força para o dente 2 considerando o modelo bidimensional (2D) e o tridimensional (3D) apresentaram uma boa concordância. No domínio do tempo, comparação mostrada na Fig. 41a, pode-se observar que o modelo 2D e 3D apresentam valores próximos a despeito de na modelagem bidimensional estarem presentes componentes de frequências mais altas. A partir do espectro na frequência destes sinais pode-se observar que na modelagem 3D as componentes na frequência geradas pela interação dos campos magnéticos do estator e do rotor, a saber, $f = (s_2/p(1-s) \pm 2)f_0$ (1.530 Hz e 1.770 Hz) e $f = (s_2/p(1-s))f_0$ (1.650 Hz), são atenuadas. A atenuação observada para estas harmônicas foi de aproximadamente 10 dB. Isto se deve ao fato de que na modelagem tridimensional a inclinação das barras é considerada enquanto que para o modelo 2D estas barras são consideradas retas. Ora, a inclinação das barras do rotor do tipo gaiola de esquilo é uma técnica utilizada para reduzir as flutuações de torque em frequências mais altas. Esta atenuação é obtida por meio de uma passagem das barras do rotor menos abrupta na face dos dentes do estator. Uma vez que $\hat{\sigma}_n$ é calculado sobre toda a face do dente, o valor médio de densidade de força é menor que o modelo bidimensional.

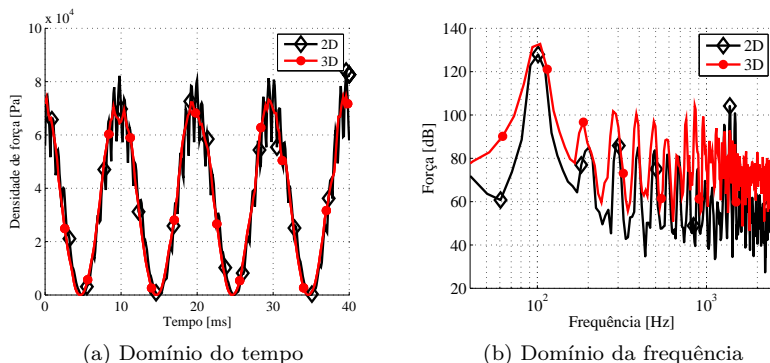


Figura 41 – Comparação dos resultados de força magnética para o dente 2 considerando os modelos 2D e 3D.

3.2.1 Variação da força magnética ao longo da altura do dente

Outra análise realizada no modelo tridimensional foi a avaliação da tensão ao longo da altura dos dentes. Para tanto, o valor médio da tensão $\hat{\sigma}_n$ foi obtido para cinco faces ao longo da altura do dente conforme o esquema mostrado na Fig. 42. O intuito da presente análise é avaliar a influência da coroa do enrolamento sobre as partes superiores e inferiores dos dentes e aferir a variação da tensão ao longo da altura.

O resultado da força para as cinco divisões propostas sobre o dente 2 nesta análise é mostrado na Fig. 43. Pode-se notar que a forma da curva apresenta poucas alterações ao longo das alturas analisadas. A atenuação obtida na frequência $f = s_2(1 - s)f_0$ (em torno de 1.380 Hz) foi reduzida. Pode-se então aferir que embora considerando toda a face do dente esta componente da densidade de força é fortemente atenuada, ao se analisar o fenômeno em faixas menores ao longo da altura a atenuação é menor. Para o modelo bidimensional a magnitude para esta frequência foi de 103 dB e para o modelo tridimensional foi de 92 dB. Já considerando a área mais interna analisada (III) para o mesmo dente o resultado foi de 101,5 dB, relativamente próximo do modelo bidimensional.

Outro ponto analisado foi a componente na direção axial do motor de indução investigado neste modelo. Para cada área ao longo do dente 7 foi obtido o valor da componente de densidade de força

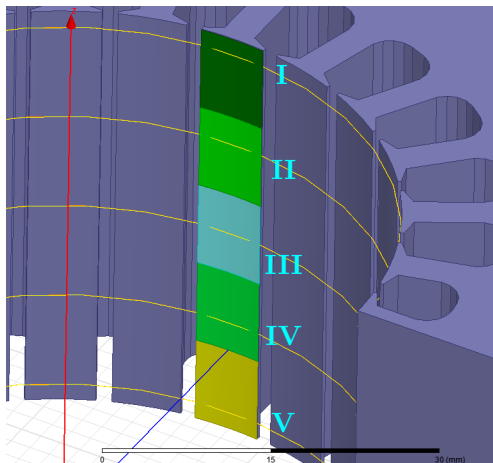


Figura 42 – Esquema mostrando onde as forças magnéticas foram obtidas ao longo da altura do dente.

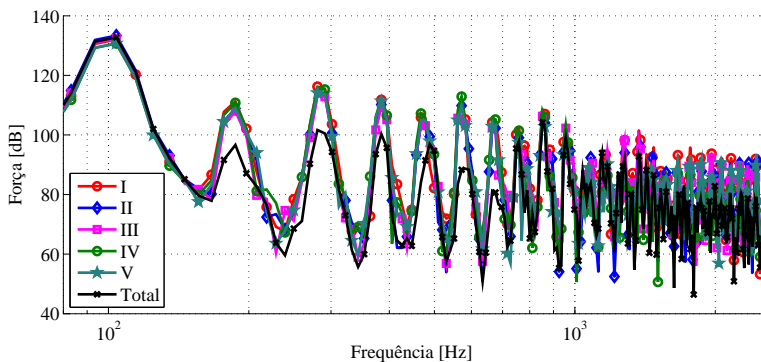


Figura 43 – Comparação da densidade de força ao longo da altura de um dente do estator laminado.

ao longo do eixo z , mostrado na Fig. 44. A ordem dos valores obtidos desta componente obtidos para as áreas em diferentes alturas foi significativamente menor em relação às forças no plano das lâminas (plano xy). A partir disto pode-se verificar que a modelagem bidimensional ao desconsiderar esta componente apresenta resultados satisfatórios. Os maiores valores de densidade de força na direção z são nas áreas localizadas nas extremidades dos dentes (I e V).

Embora os modelos bidimensional e tridimensional apresentem pequenas diferenças em algumas faixas na frequência, os resultados de forma geral são bastante próximos entre si. Ao analisar a força presente na face do dente em faixas específicas notou-se que os resultados ficaram mais próximos da modelagem bidimensional que ao se analisar a face inteira do dente. Adicionalmente, verificou-se que as componentes na direção fora do plano das lâminas (direção z) são significativamente menores que as que atuam no plano. Assim, uma vez que o modelo bidimensional possui um tempo de processamento muito menor em relação ao tridimensional e que seus resultados ficaram razoavelmente próximos do tridimensional, esta abordagem será utilizada na análise das forças magnéticas que atuam sobre o motor de indução monofásico do compressor alternativo investigado.

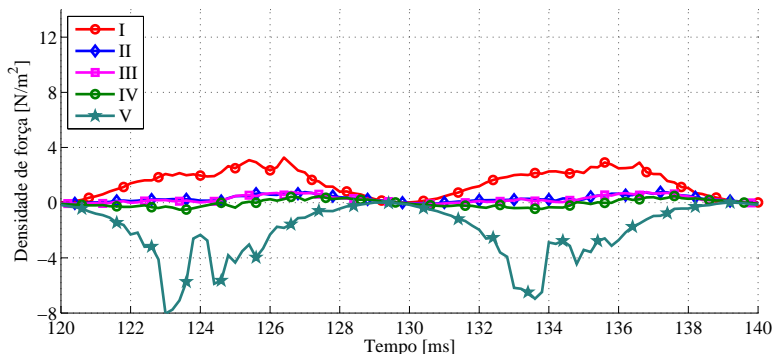


Figura 44 – Comparação da densidade de força ao longo da altura de um dente do estator laminado na direção z .

3.3 Influência da excentricidade

Muitos trabalhos abordaram a influência da excentricidade sobre os esforços de um motor elétrico. Alguns dos quais são citados a seguir: [Nau \(2007\)](#), [Shiohata K.1 ; Kusama \(2011\)](#), [Dorrell e Hsieh \(2010\)](#), [Rodríguez, Belahcen, Arkkio, Laiho e Antonino-Daviu \(2008\)](#), entre outros. Como exposto na Sec. 2.2.3, a excentricidade existe quando os eixos do estator e do rotor não estão alinhados e os dois principais tipos são: excentricidade estática e excentricidade dinâmica. Para a análise da influência da excentricidade o modelo 2D foi utilizado. Neste

modelo o rotor foi deslocado para uma posição em que não mais esteja alinhado com o estator. No primeiro momento a excentricidade estática foi analisada e, em seguida, a excentricidade dinâmica.

A simetria considerada para o rotor concêntrico ao estator não mais existe quando a excentricidade está presente no problema. Assim, todo o domínio deve ser analisado (SCHLENSOK; HENNEBERGER, 2004), conforme mostrado na Fig. 45. A malha considerando todo o domínio bidimensional para a máquina de indução analisada possui 26580 elementos e o tempo total de processamento foi aproximadamente 14 horas. O passo no tempo e o período total da análise foram o mesmo do modelo bidimensional já analisado.

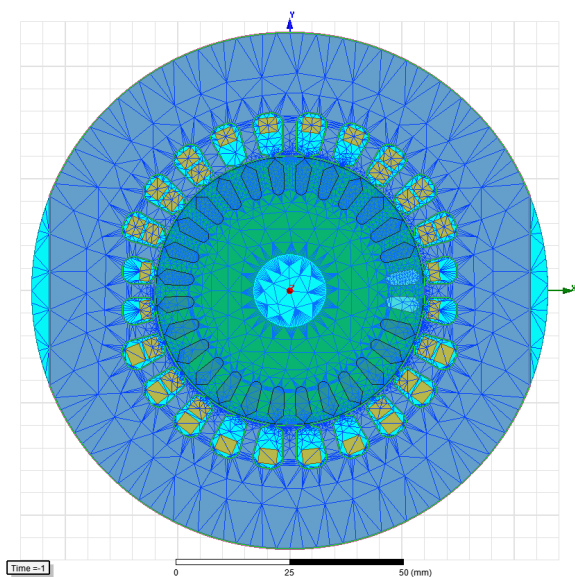


Figura 45 – Modelo 2D construído para avaliação da excentricidade sobre os esforços de origem magnética.

Para se avaliar a influência da excentricidade sobre a força magnética, o modelo numérico do motor do compressor I será utilizado. Em um primeiro momento a excentricidade estática será avaliada e, em seguida, a excentricidade dinâmica.

3.3.1 Excentricidade estática

Para avaliar a influência da excentricidade estática o rotor foi deslocado ao longo do eixo x um valor igual a e . Este tipo de excentricidade pode ser causada por rolamento mal colocado ou ainda por um desalinhamento entre o estator e o rotor (DORRELL; HSIEH, 2010). A Fig. 11 mostrada na Sec. 2.2.3 apresenta de forma esquemática a presença de excentricidade em uma máquina elétrica. Diferentes valores de e foram analisados e sua influência sobre a densidade de força foi avaliada. A partir do valor de e pode-se obter o valor da excentricidade relativa, o qual é dado pela expressão mostrada na Eq. 2.14.

Os valores escolhidos de ϵ_r para serem analisados foram 0 %, 8 %, 25 % e 50 %. Como já observado anteriormente (Sec. 2.2.3), a presença de excentricidade modifica o valor do comprimento do entreferro e , conseqüentemente, a permeância. A Fig. 11 apresenta os valores do entreferro ao longo do perímetro interno do estator. Pode-se notar que quanto maior for o valor de ϵ_r maior a modificação obtida no entreferro. Observa-se, por exemplo, para o maior valor de excentricidade relativa avaliado ($\epsilon_r = 50\%$) o comprimento do entreferro g varia significativamente, de modo que o rotor estará mais próximo de um lado do estator. Durante a operação do motor de indução isto resultará em uma força resultante devido ao desbalanceamento resultante do entreferro não uniforme. Esta força é denominada empuxo magnético desbalanceado (UMP⁴). De acordo com Nau (2007), esta força resultante está sempre direcionada para a posição de menor comprimento do entreferro. Outra informação importante a se considerar sobre esta força é que ocorre ao longo do espaço em um modo de ordem $r = 1$, indesejado do ponto de vista de projeto visto que induz um carregamento de flexão sobre o rotor.

Assim, a influência da excentricidade estática é avaliada por meio da comparação dos resultados obtidos para os diferentes valores de ϵ_r . Após o processamento de cada um dos casos propostos, o primeiro resultado a ser comparado é a densidade de força magnética resultante nos dentes 2, 7 e 11. Este resultado é mostrado na Fig. 47. Pode-se notar que para os dentes 2 e 12 pode-se observar uma considerável mudança nos resultados. Esta mudança resulta da modificação do comprimento do entreferro nas proximidades destes dois dentes. Enquanto nas proximidades do dente 2 o valor do comprimento do entreferro é maior resultando em uma magnitude da densidade de força menor, para o

⁴ Acrônimo da terminologia inglesa *unbalanced magnetic pull*.

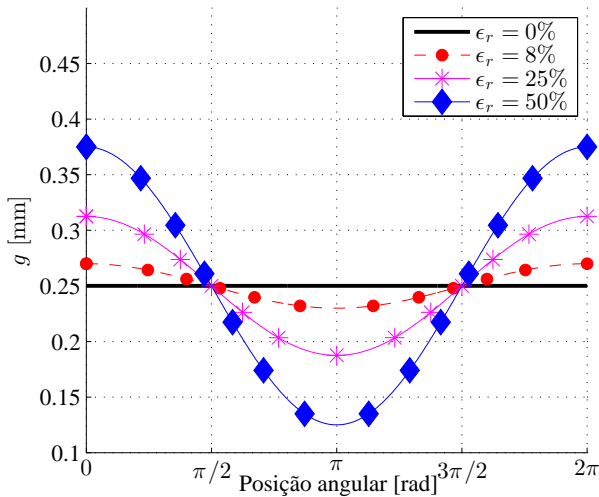
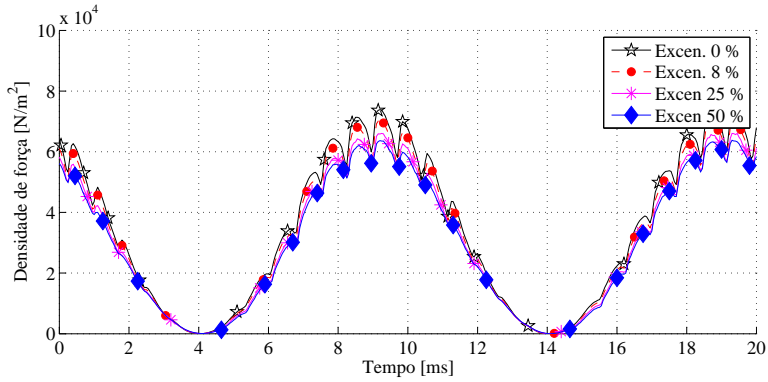


Figura 46 – Entreferro para os valores propostos de ϵ_r .

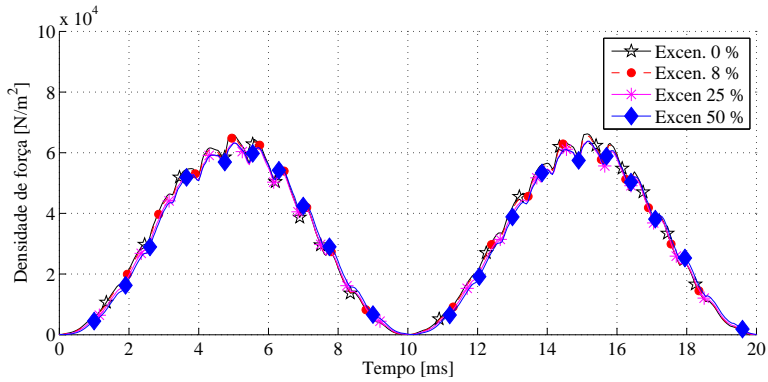
dente 12, posicionado no lado oposto, observa-se o fenômeno inverso. Para o dente 7, por sua vez, não é observada praticamente mudança alguma. Este resultado é explicado pela variação mínima no valor de g nas regiões próximas à face deste ($\approx \pi/2$). No caso do dente 2, à medida que o valor de ϵ_r aumenta nota-se uma diminuição no valor da amplitude da densidade de força em relação ao valor obtido para o rotor concêntrico ($\epsilon_r = 0\%$). Já para o dente 7 observa-se o efeito contrário, isto é, a amplitude de densidade de força aumentando com o aumento de ϵ_r . Portanto, como mencionado anteriormente, este comportamento pode ser explicado com o auxílio da Fig. 46. Para a região na vizinhança próxima ao dente 2 (intervalo $[0,155 \text{ rad} < \alpha < 0,369 \text{ rad}]$) o comprimento do entreferro é maior e, por conseguinte, resulta em um menor valor de densidade de força. Já para o dente 12 (intervalo $[2,782 \text{ rad} < \alpha < 2,996 \text{ rad}]$) o fenômeno contrário acontece.

A Fig. 48 apresenta os espectros das densidades de força obtidas para os dentes 2 e 12. Para o dente 2, cuja vizinhança possui um comprimento do entreferro maior, apresentou magnitudes de força magnética menores em relação ao caso $\epsilon_r = 0\%$. Este resultado pode ser observado nas Figs. 48c e 48e. A diferença da magnitude de força na frequência de 100 Hz entre o caso $\epsilon_r = 50\%$ e o caso $\epsilon_r = 0\%$ foi

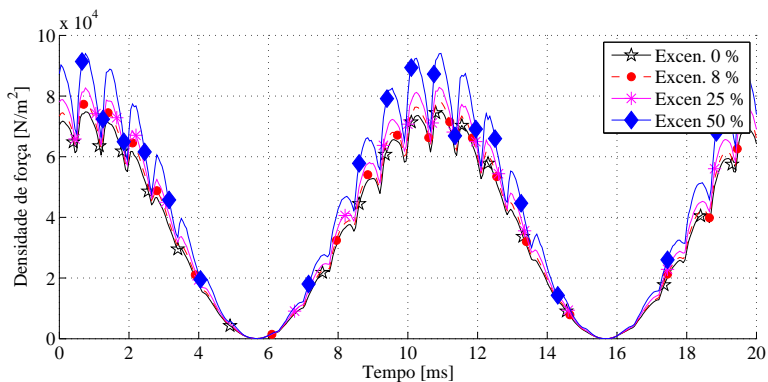
de ≈ 1 dB. Já para a frequência de 1379 Hz esta diferença chegou a 5 dB. O fenômeno inverso pode ser observado para a força no dente 12. A magnitude de força aumenta nas frequências 100 Hz ($f = 2f_0$) e 1379 Hz ($f = [2(s_2/p)(1 - s)] f_0$), conforme mostrado nas Figs. 48c e 48e. Para o dente 12 ainda observa-se que para frequências maiores que 4 kHz a magnitude da força aumenta à medida que aumenta o valor de ϵ_r .



(a) Dente 2



(b) Dente 7



(c) Dente 12

Figura 47 – Comparação da excentricidade estática para os valores propostos.

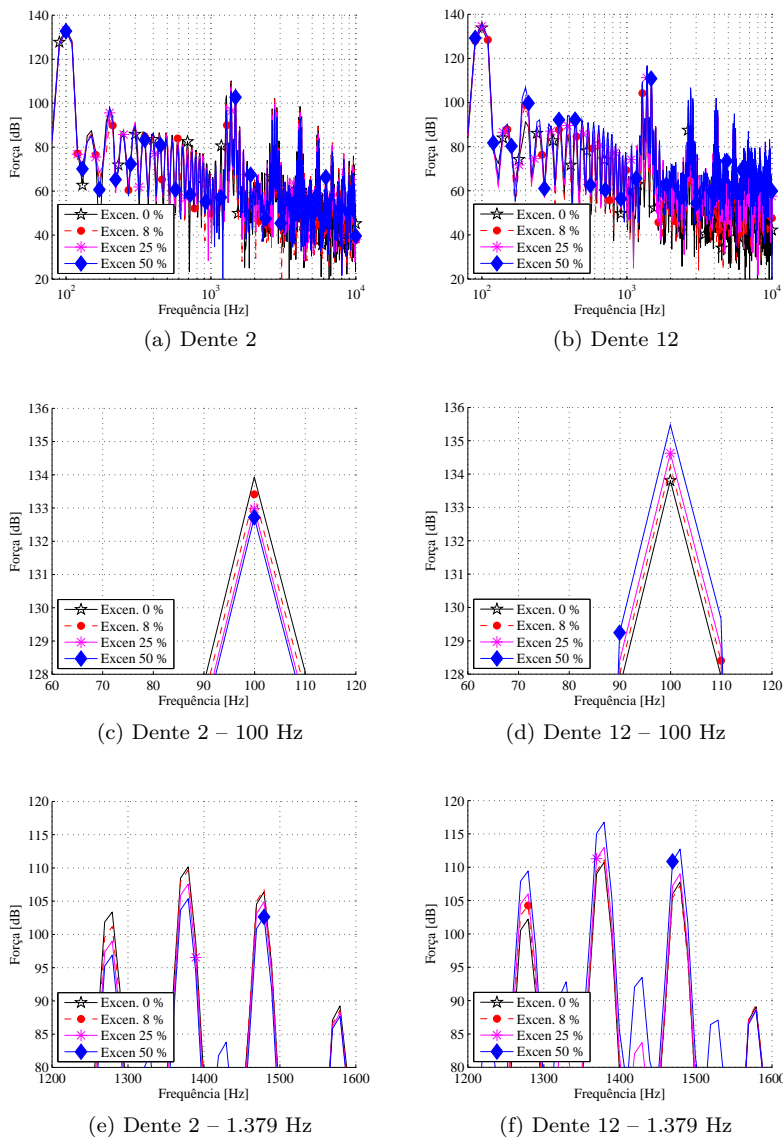


Figura 48 – Comparação da excentricidade estática para os valores propostos no domínio da frequência.

Pode-se, ainda, analisar o resultado das tensões ao longo do entreferro. A Fig. 49 apresenta o resultado das harmônicas espaciais e das respectivas frequências para o caso em que existe uma excentricidade estática entre o estator e o rotor de $\epsilon = 50\%$. Pode-se observar que surgem modos de ordem ímpar para o caso analisado, em especial $r = 1$ destacado no gráfico. O surgimento destas ordens pode ser predito pela metodologia analítica e estas tendem a fletir o rotor.

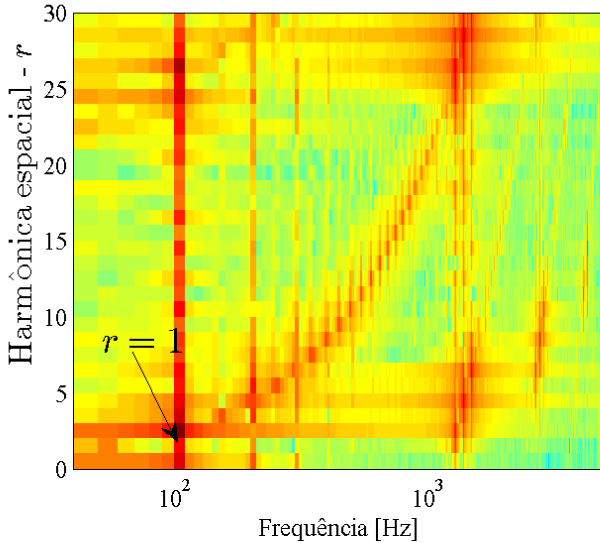


Figura 49 – Resultado obtido para a tensão ao longo do entreferro para o caso do motor com excentricidade estática igual a $\epsilon = 50\%$.

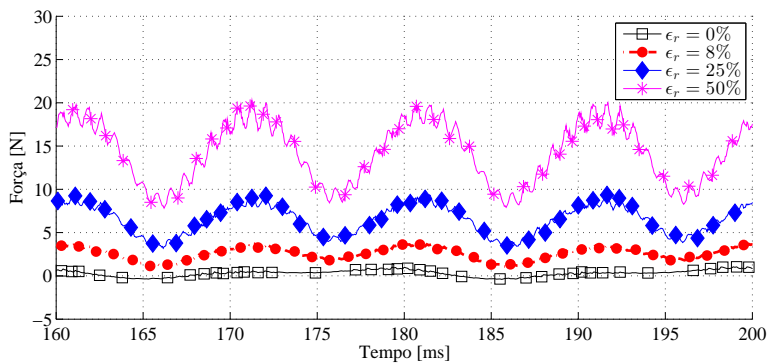
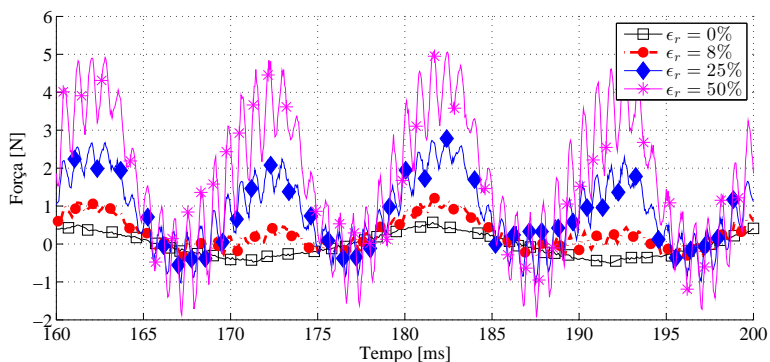
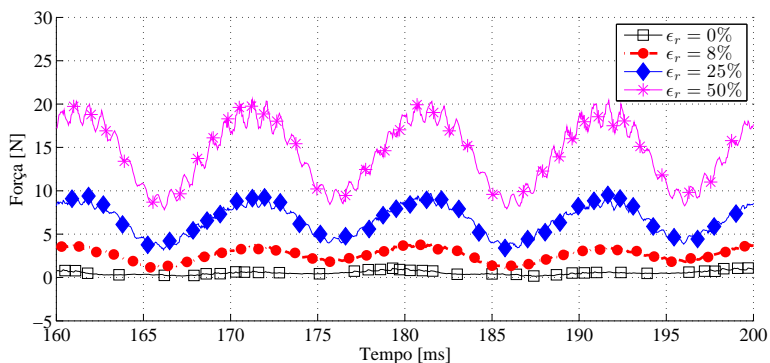
O valor de UMP gerado pelo desbalanceamento das densidades de força magnética ao longo do entreferro resulta em uma resultante não nula quando o valor da força total sobre o estator é calculado. A força resultante sobre o estator pode ser obtida pela expressão:

$$F_e = \begin{cases} F_{ex} = \sum_{n=1}^{s_1} F_{nx} \\ F_{ey} = \sum_{n=1}^{s_1} F_{ny}, \end{cases} \quad (3.9)$$

onde F_e , F_{ex} e F_{ey} são a força resultante sobre o estator, a sua componente na direção x e na direção y , respectivamente. Já F_{nx} e F_{ny} são

as componentes em x e y obtidas para o dente n . Já s_1 corresponde ao número total de dentes no estator, neste trabalho $s_1 = 24$.

Logo, utilizando a Eq. 3.9, pode-se calcular o valor da força resultante sobre o estator. O resultado é mostrado na Fig. 50. Os esforços na direção x foram significativamente maiores em relação aos da direção y . Este resultado se deve ao posicionamento do rotor em relação ao estator, deslocado ao longo do eixo x . Durante a operação do motor de indução existe o desbalanceamento das forças nesta resultante que busca realinhar os dois eixos. Através da Fig. 50a pode-se verificar que com o aumento do valor de ϵ_r resulta em um aumento da força resultante. Para o caso $\epsilon_r = 0\%$, isto é, o caso em que o estator e o rotor estão alinhados, a força resultante é praticamente nula. Já para o caso de maior valor de excentricidade relativa (50%), o valor da magnitude da força, conforme mostrado na Fig. 50c foi de aproximadamente 14,8 N. Os valores RMS para os outros casos são mostrados na Tab. 7. Para o caso $\epsilon_0 = 0\%$, a força magnética desbalanceada é bem próxima a 0 N e à medida que este valor aumenta acarreta em um maior valor RMS desta força.

(a) Direção x (b) Direção y 

(c) Magnitude

Figura 50 – Força resultante (F_e) sobre o estator gerada pela excentricidade estática e obtido para diferentes valores de ϵ_r .

Tabela 7 – Valores RMS para os casos analisados considerando a excentricidade estática.

ϵ_r [%]	Força RMS [N]
0	0,517
8	2,720
25	6,863
50	14,845

O espectro da magnitude das forças resultantes sobre o estator devido à excentricidade estática é mostrado na Fig. 51. Os casos em que havia a excentricidade estática resultaram em magnitudes de força sobre o estator significativamente maiores que o caso concêntrico ao longo de toda a faixa analisada. Enquanto o caso $\epsilon_r = 0$ % resultou em valores abaixo de 100 dB para praticamente todo o espectro, casos em que a excentricidade estática foi contemplada no modelo numérico resultaram num aumento significativo, sendo proporcional a ϵ_r . Este aumento é mais pronunciado em duas bandas nas frequências que são críticas para o motor de indução monofásico analisada: 100 Hz e 1,25 kHz.

As forças resultantes obtidas sobre o estator mostradas nas Figs. 50 e 51 também atuam sobre o rotor num sentido contrário. Do ponto de vista estrutural, como já mencionado anteriormente, estas podem induzir esforços de flexão sobre o eixo. Assim, estas devem ser consideradas no projeto estrutural deste componente a fim de se evitar falhas associadas a estes esforços.

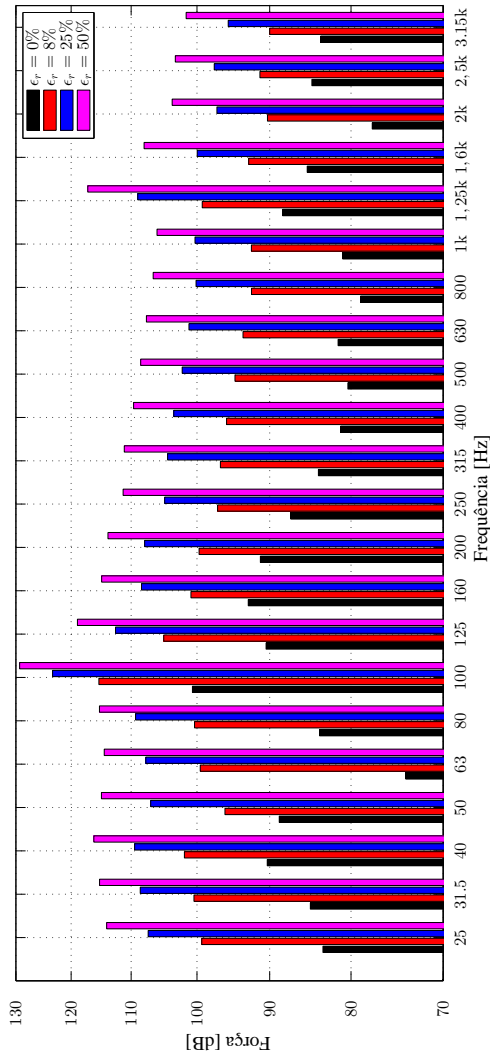
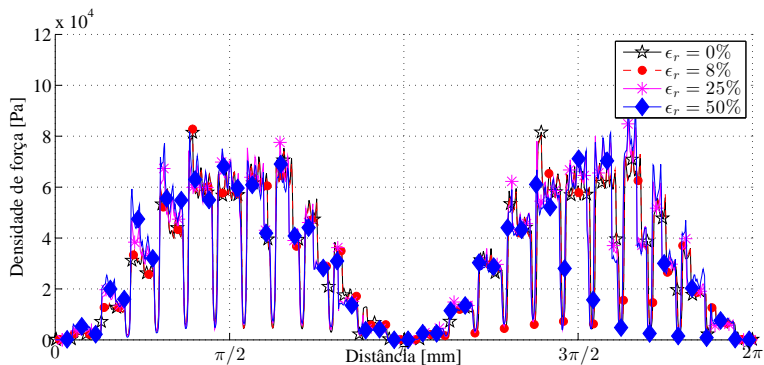


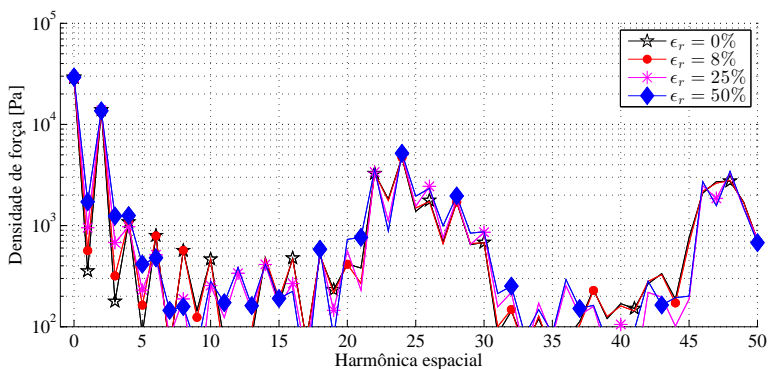
Figura 51 – Espectro das força resultantes para os diferentes valores de ϵ_r . Valor de referência da força igual a $1 \mu\text{N}$

No que concerne ao comportamento das forças ao longo do espaço, o desbalanceamento das forças ao longo do perímetro interno gera uma harmônica espacial de ordem 1, conforme mostrado na Sec. 2.4.5.2. Este modo espacial adicional é prejudicial do ponto de vista estrutural pois tende a fletir o eixo. Esta carga pode reduzir o tempo de vida do eixo. Assim, a análise destas forças que agem sobre o eixo é importante para o correto projeto da máquina elétrica.

A Fig. 52 mostra a distribuição da densidade de força ao longo do perímetro interno e a respectiva transformada de Fourier. Por meio da Fig. 52a é observado que para os diferentes casos de excentricidade estática apresentados a curva possui um comportamento semelhante. A exceção ocorre nos dentes onde o entreferro varia significativamente. Já a partir do espectro da densidade de força pode-se observar que a magnitude das harmônicas espaciais se mantém próximas para a faixa analisada. A exceção já mencionada anteriormente acontece para a ordem $r = 1$. Para este valor de r o caso $\epsilon_r = 50\%$ foi aproximadamente 5 vezes maior em relação ao caso $\epsilon_r = 0\%$. Vale ainda salientar que embora um aumento do valor da harmônica de ordem 1 seja observada, as magnitudes para as outras ordens principais ($r = 0$, $r = p$, $r = s_1 \pm p$ entre outras) ainda apresentam valores maiores.



(a)



(b)

Figura 52 – Distribuição da densidade de força magnética ao longo do entreferro para os casos de excentricidades analisados.

Nesta análise, foi verificado que a presença da excentricidade estática do rotor em relação ao estator provoca um aumento no valor da força magnética desbalanceada. Observou-se, ainda, que um modo de ordem $r = 1$ torna-se relevante, com maior valor de magnitude à medida que ϵ_r cresce. Na próxima seção será analisado o efeito da excentricidade dinâmica sobre a força magnética.

3.3.2 Excentricidade dinâmica

A influência da excentricidade dinâmica também foi analisada considerando o motor de indução em estudo. Este tipo de excentricidade pode ser causado, por exemplo, devido ao rotor fletido (DORRELL; HSIEH, 2010). Para o modelo proposto para a excentricidade dinâmica, o rotor foi deslocado em relação ao estator um comprimento igual a $\epsilon_r = 20\%$. Como visto na Sec. 2.2.3, na excentricidade dinâmica o valor de g ao longo do perímetro interno varia ao longo do tempo devido à órbita do rotor em relação ao estator. Desta forma, os resultados obtidos são comparados aos casos de excentricidade estática e ao caso concêntrico para se avaliar a sua influência sobre as densidades de força nos dentes.

O valor adotado para avaliar a excentricidade dinâmica ($\epsilon_r = 20\%$) é comparado com os resultados obtidos para o caso de excentricidade estática de mesmo valor e com o caso concêntrico. A Fig. 53 mostra os resultados de densidade de força sobre os dentes 2, 7 e 12. Uma vez que o comprimento do entreferro varia ao longo do tempo devido à órbita do rotor, a magnitude da densidade de força varia entre um ciclo e o seguinte. Este fenômeno pode ser observado na Fig. 53a. No instante 170 ms a magnitude da densidade de força para a excentricidade dinâmica é praticamente igual à obtida para o caso concêntrico. Este resultado é devido ao fato de o valor do entreferro neste instante ser praticamente o mesmo do caso concêntrico nas vizinhanças do dente 2. Já no pico seguinte (180 ms), a magnitude é menor em relação ao pico anterior. Uma vez que o comprimento do entreferro é próximo ao do caso de excentricidade estática, a magnitude da densidade de força é próxima ao obtido para este caso. Um comportamento similar ocorre para os dentes demais, como mostrado nas Figs. 53b e 53c.

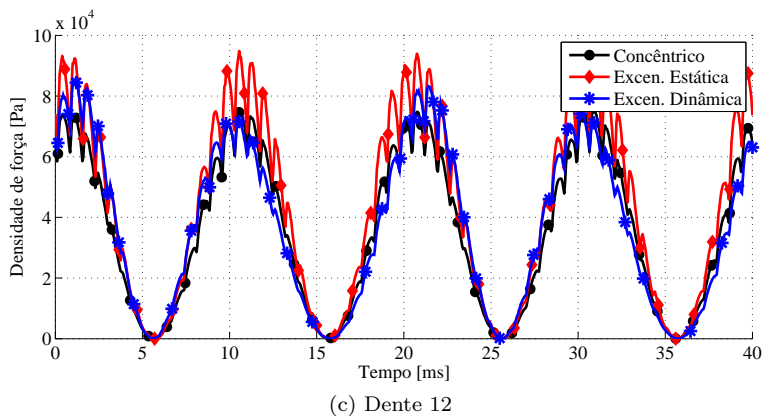
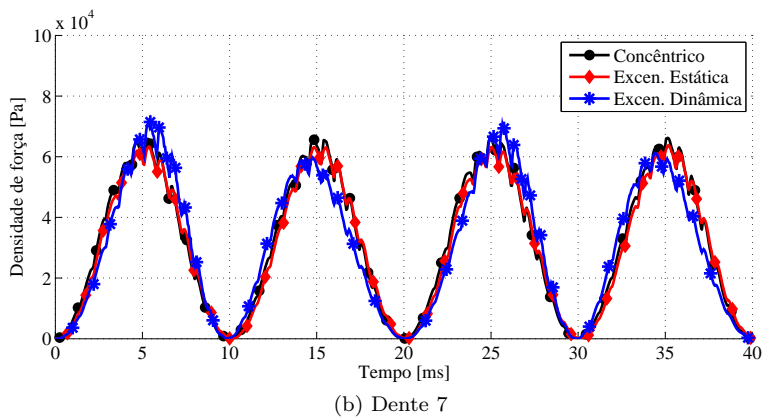
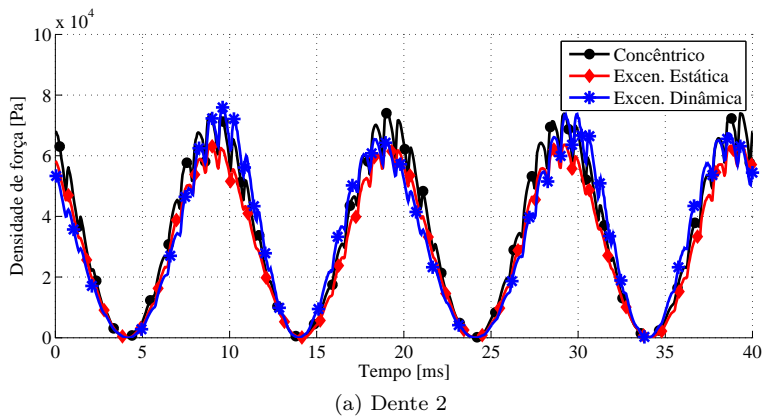


Figura 53 – Resultados obtidos considerando a excentricidade dinâmica, estática e rotor concêntrico.

Por causa da variação no posicionamento temporal do rotor e a consequente variação na densidade de força média ao longo do dente, uma componente na frequência na fonte de excitação é observada. Esta informação pode ser vista na análise do espectro das densidades de força magnética, mostrada na Fig. 54. Para os casos em que é modelada a excentricidade dinâmica observam-se valores significativamente maiores nas frequências f_0 e $1,5f_0$ em relação aos demais casos. Na componente $2f_0$ o resultado é praticamente inalterado. Este resultado já era esperado para a excentricidade dinâmica como mostrado na Tab. 2. Para o dente 12, conforme mostrado na Fig. 54c, o caso considerando a excentricidade estática apresentou maiores valores nas harmônicas relacionadas à interação entre os campos do estator e do rotor. Este resultado é ocasionado pelo menor comprimento do entreferro na vizinhança deste dente em relação aos demais casos.

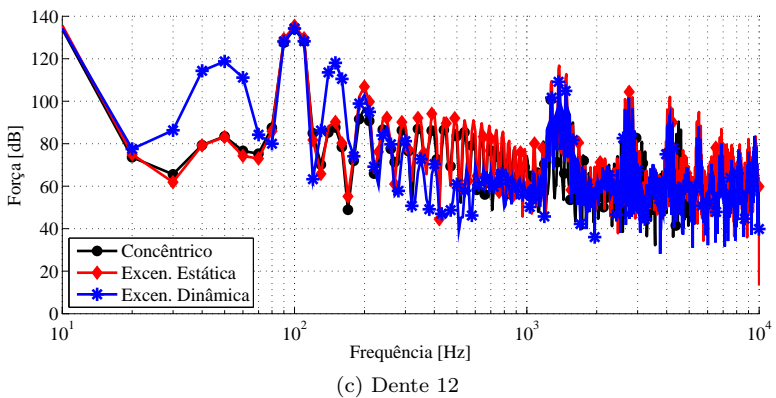
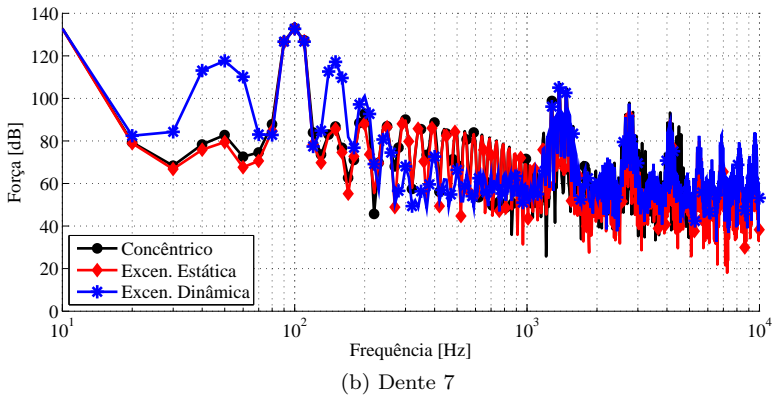
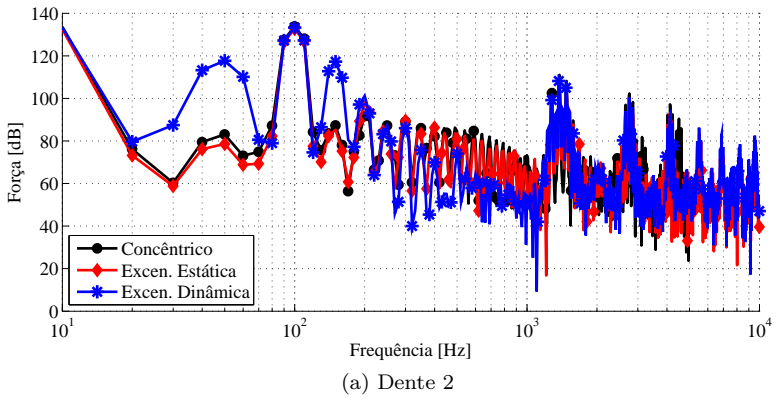
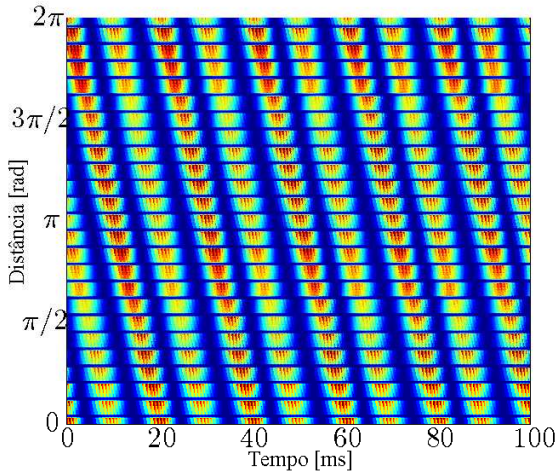
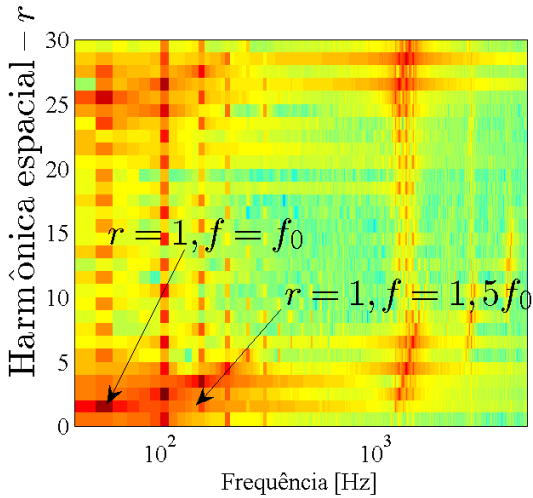


Figura 54 – Espectros dos resultados obtidos considerando a excentricidade dinâmica, estática e rotor concêntrico.

A excentricidade dinâmica, do mesmo modo que a estática, resulta em modos de ordem 1 da densidade de força ao longo do entreferro como mostrado na Sec. 2.2.3. Este modo é gerado devido ao desbalanceamento das densidades de forças nos dentes do estator devido à excentricidade do motor. Forças sobre o rotor com um modo desta ordem são indesejadas uma vez que submetem o eixo a uma carga de flexão. A Fig. 55 mostra o resultado da densidade de força ao longo do entreferro e ao longo do tempo (Fig. 55a), ao longo da frequência e das harmônicas espaciais (Fig. 55b). O resultado de $\sigma(\alpha, t)$ é similar ao obtido para o rotor concêntrico mostrado na Fig. 37a. Contudo, ao se analisar mais profundamente este resultado por meio de uma transformada de Fourier observa-se que para a excentricidade dinâmica modos de ordem 1 são observados, conforme também vistos na Fig. 55b. Ainda por meio desta figura pode-se notar que o modo de ordem 1 está localizado nas frequências 50 Hz (f_0) e 150 Hz ($1,5f_0$). Isto resulta do comportamento cíclico da magnitude da densidade de força observado na Fig. 53a, em que a magnitude em um ciclo possui um valor e no seguinte, outro.



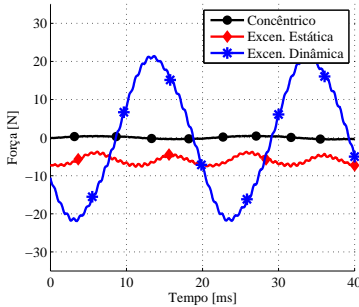
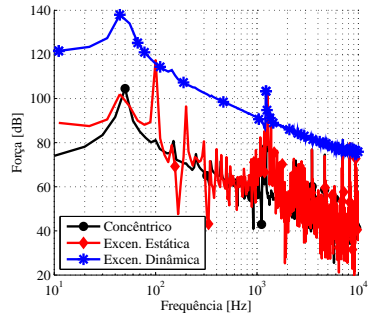
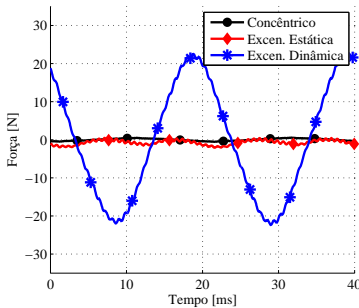
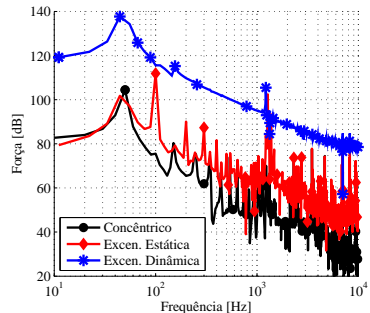
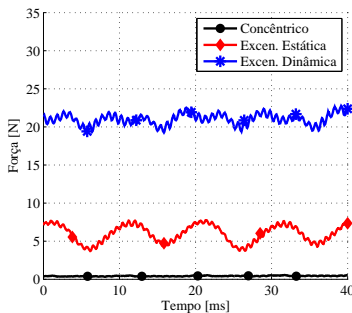
(a) Densidade de força no entreferro ao longo do espaço e do tempo – $\sigma(\alpha, t)$



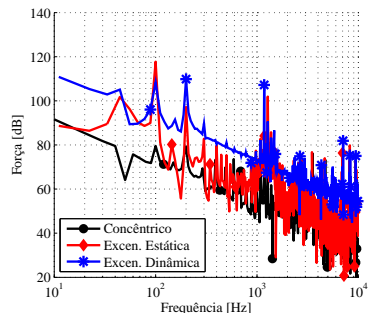
(b) Densidade de força ao longo da frequência e das harmônicas espaciais – $\sigma(r, f)$

Figura 55 – Resultados de densidade de força obtidos para o caso considerando a excentricidade dinâmica.

A comparação entre as forças resultantes sobre o estator obtidas pelos modelos com excentricidade dinâmica, estática e concêntrico está mostrada na Fig. 56. Para a excentricidade dinâmica, a força resultante possui um comportamento com uma componente significativa em 50 Hz (f_s) tanto na direção x (horizontal) quanto na direção y (vertical). Em comparação com o resultado obtido para a excentricidade estática, as magnitudes são significativamente maiores. Nota-se ainda que enquanto a força resultante para a excentricidade estática possui valores maiores na direção x , para a excentricidade dinâmica a força possui componentes significativas tanto na direção x quanto na direção y , conforme mostrado nas Figs 56a e 56c. Este comportamento resulta da órbita do rotor a qual modifica o comprimento do entreferro ao longo do tempo. Na Fig. 56e pode-se observar que a magnitude da força resultante considerando a excentricidade dinâmica é quase o triplo da obtida para a excentricidade estática. Quando, entretanto, se observa o espectro dos sinais no domínio da frequência pode-se notar que por mais que a força obtida para a excentricidade dinâmica possua maiores magnitudes em praticamente toda a faixa considerada, a componente em 100 Hz ($2f_s$) apresenta uma magnitude maior. Adicionalmente, com o aumento da frequência as diferenças entre os dois casos diminuem.

(a) Direção x (b) Direção x - espectro(c) Direção y (d) Direção y - espectro

(e) Magnitude



(f) Magnitude - espectro

Figura 56 – Comparação dos resultados de força resultante sobre o estator entre excentricidade estática, dinâmica e concêntrica.

Como observado na Sec. 3.3, a excentricidade possui um papel relevante no que diz respeito ao comportamento das forças geradas pelo campo magnético. A mudança no comprimento da excentricidade resulta em um desbalanceamento nas forças ocasionando o aparecimento do modo de ordem 1, o qual não é observado no caso concêntrico. Assim, para o projeto correto de um motor de indução monofásico (e de qualquer outro tipo) é necessário contemplar esta característica. A justificativa é o fato de que as ressonâncias e modos das forças gerados pela presença de excentricidade podem estar próximos de algum modo estrutural e, portanto, resultar em uma resposta vibratória de grande amplitude.

3.4 Modelagem estrutural do estator

Como já mencionado anteriormente, a representação do comportamento dinâmico do estator e do rotor não é uma tarefa trivial. Devido à sua forma construtiva, a complexidade para a modelagem analítica e numérica desta máquina tem sido alvo de estudos durante décadas. Alguns trabalhos relevantes que buscam elucidar o comportamento vibratório podem ser vistos a seguir: (BESBES M., 1998; VERMA S.P.; GIRGIS, 1975; VERMA SP; GIRGIS, 1981; VERMA S.P.; GIRGIS, 1981; LANFRANCHI, 2006). No trabalho realizado por Nau (2007), os enrolamentos foram considerados como uma adição de massa ao estator laminado. A razão desta metodologia é que os enrolamentos não estão acoplados ao pacote de lâminas para os níveis de vibração nas faixas nas quais os motores operam. Desta forma, os enrolamentos e os dentes foram modelados como massas adicionais.

O estator laminado em conjunto com os enrolamentos de cobre utilizado no compressor estudado neste trabalho foi estudado por Gomes (2014). Neste trabalho, o autor realizou uma série de ensaios experimentais para se obter o comportamento dinâmico do estator e, posteriormente, propôs uma metodologia para se ajustar as propriedades mecânicas de um material equivalente. Deste modo, o modelo numérico construído utilizando o MEF obteve resultados próximos aos obtidos pelos ensaios experimentais. As propriedades propostas encontradas pelo autor após o ajuste realizado estão apresentadas na Tab. 8. As direções x e z estão dispostas no plano das lâminas e a direção y na direção axial, conforme mostrado na Fig 57. As três faixas propostas para estator procuraram atender a todos os modos de ressonância identificados nos ensaios experimentais. Os modos com frequências mais

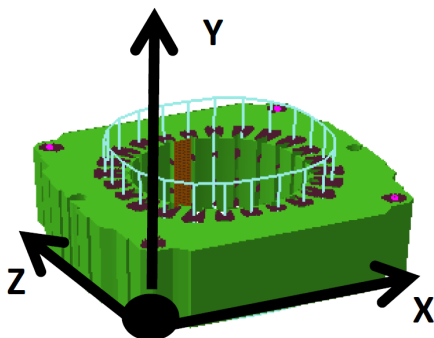


Figura 57 – Sistema de coordenadas utilizado pelo modelo proposto por [Gomes \(2014\)](#).

baixas, por exemplo, estão altamente associados ao comportamento das lâminas vibrando. O autor, contudo, menciona ser mais adequada a modelagem do estator conectado aos componentes adjacentes uma vez que alguns modos obtidos experimentalmente e ajustados não são representativos em relação ao comportamento do estator durante sua operação.

Tabela 8 – Propriedades do estator laminado obtidas por [Gomes \(2014\)](#).

Propriedade	Faixas na frequência (Hz)		
	0 – 880	881 – 1.700	3.500 – 4.500
E_x (GPa)	102,4	4	186
E_y (GPa)	4	39,2	186
E_z (GPa)	98,2	4	186
ν_{xy}	0,037	0,06	0,1
ν_{yz}	0,103	0,097	0,1
ν_{xz}	0,198	0,153	0,1
G_x (GPa)	5,1,4	10,5	80
G_y (GPa)	0,18	3,2	80
G_z (GPa)	8,3	1,5	80

A fim de obter informações sobre as características dinâmicas

do estator laminado com enrolamentos foram realizados ensaios experimentais. A ideia consistiu em obter informações sobre a localização das frequências de ressonância e comparar com os estudos dedicados a esta investigação já realizados. Assim, os experimentos consistiram em excitar o estator laminado com e sem os enrolamentos e obter a resposta dinâmica por meio de acelerômetros posicionados em diferentes posições. Deste modo, os resultados anteriormente obtidos podem ser confirmados e, ainda, informações adicionais para a construção de um modelo numérico para representar o estator podem ser obtidas. A configuração do experimento realizado pode ser vista na Fig. 58. Por meio da face externa do estator foi aplicada uma força na direção radial. A escolha desta disposição se deveu ao fato de ser nesta direção onde se encontram os modos de maior contribuição no comportamento vibratório da máquina elétrica. A instrumentação utilizada foi a seguinte:

- *Shaker* Brüel & Kjær 4810;
- Amplificador de tensão;
- Acelerômetros PCB modelos 352C22;
- Cabeça de impedância Brüel & Kjær tipo 8001;
- Analisador *Pulse*
- *Notebook* Toshiba.

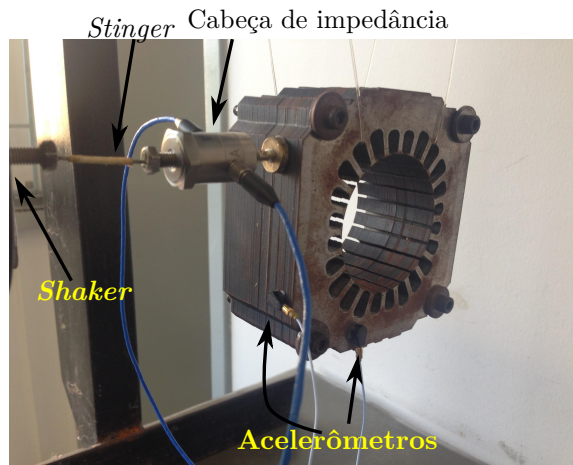


Figura 58 – Disposição do ensaio experimental realizado.

A Fig. 59 mostra os resultados da função resposta frequência (FRF) obtidas para o estator com e sem enrolamentos. Num primeiro momento pode-se observar que as ressonâncias obtidas por (GOMES,

2014) foram identificadas para frequências mais baixas. Para frequências mais altas o estator tende a se comportar como uma estrutura inteira, de modo que a frequência de ressonância observada em 3.570 Hz para o estator sem enrolamentos é a mesma que seria obtida se o mesmo não fosse laminado. Esta constatação foi obtida por meio de um modelo numérico construído através do MEF, o qual é mostrado na Fig. 60. Pode-se observar também que o estator com enrolamentos apresentou um pico próximo ao obtido para o caso sem enrolamentos, com alto amortecimento. Gomes (2014) determinou um fator de perda médio de $\eta = 0,1$ para o estator com enrolamentos, o qual será utilizado neste trabalho

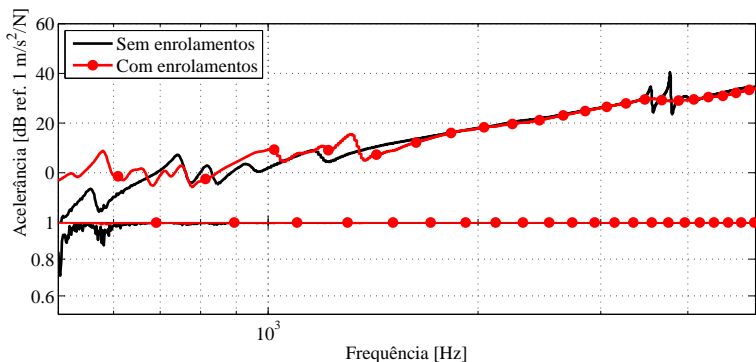


Figura 59 – FRF pontual obtida para o ensaio proposto. A coerência entre a força inserida e a aceleração obtida é mostrada na parte inferior do gráfico.

Para o modelo numérico construído para o estator as propriedades obtidas por Gomes (2014) serão utilizadas. Como as propriedades estão divididas em três intervalos na frequência e as análises futuras serem feitas no tempo, apenas um dos intervalos foi escolhido. Como os modos de frequências mais baixas deixam de ser observados quando o estator é acoplado ao bloco através de quatro parafusos, apenas a terceira faixa será considerada neste trabalho. Os valores propostos estão mais próximos aos obtidos por Franck Michael van der Giet (2010) e (DUPONT, 2012), os quais são mostrados na Tab. 9. Utilizando estes valores, o modelo numérico do estator apresentou resultados próximos aos obtidos experimentalmente, conforme mostrado na Fig. 61.

A metodologia analítica apresentada na Sec. 2.6.1 é utilizada

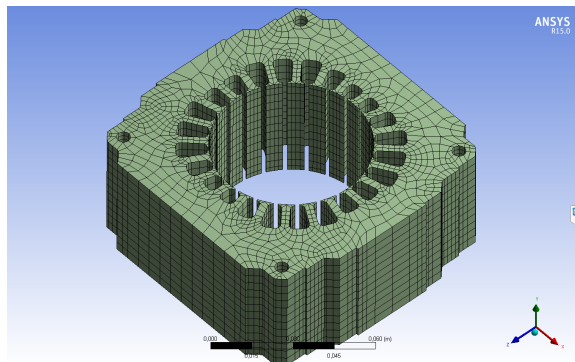


Figura 60 – Modelo numérico construído para representar o estator laminado.

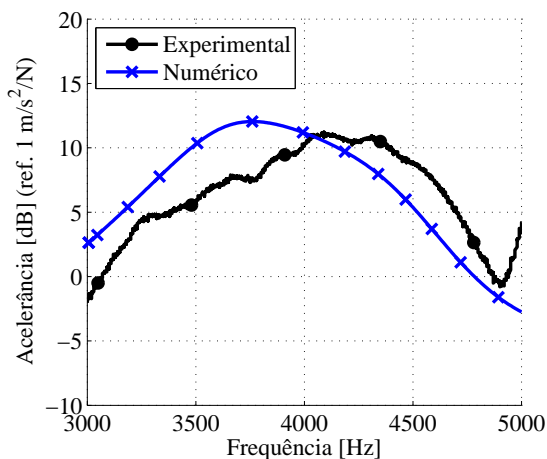


Figura 61 – Comparação dos resultados obtidos para o modelo numérico considerando as propriedades propostas por Gomes (2014) e os resultados experimentais.

para prever as frequências naturais dos modos radiais do estator. Nesta metodologia apenas os modos radiais são considerados. Assim, utilizando as informações geométricas do estator laminado e dos enrolamentos apresentados na Tab. 10, e as Eqs. 2.111 e 2.112, as frequências naturais são obtidas. A Tab. 11 mostra a comparação entre as frequências e as ordens dos modos obtidos. A abordagem analítica conseguiu uma boa

Tabela 9 – Valores para as propriedades mecânicas do estator laminados determinados por Franck Michael van der Giet (2010) e (DUPONT, 2012).

Propriedade	Franck (2010)	Dupont (2012)
E_x [GPa]	212,7	215
E_z [GPa]	26,3	182
ν_{xy} [GPa]	0,14	0,18
ν_{zx} [GPa]	0,4	0,33
G_{xy} [GPa]	90,7	45

predição para o modo de ordem 2, aproximando do resultado numérico de forma satisfatória. Com o aumento da ordem dos modos observa-se uma discrepância dos resultados. Esta diferença pode ser explicada pelas simplificações adotadas para a abordagem analítica. Esta considera o estator laminado como um cilindro equivalente e apenas seus modos radiais são obtidos. Como já mencionado, o estator laminado com os enrolamentos é uma estrutura complexa e os resultados analíticos divergem dos numéricos e experimentais para modos de maior ordem devido à complexidade da estrutura. No entanto, para a análise prévia de um modo de ordem mais baixa, no caso de $r = 2$, por exemplo, a metodologia analítica se mostrou capaz de cumprir esta tarefa. Tendo em vista que esta é uma análise de menor custo computacional pode ser utilizada para prever as frequências naturais de modos com ordens mais baixas, os quais são os que mais contribuem na transmissão de energia vibratória e emissão sonora. De acordo com Vijayraghavan e Krishnan (1999), a deformação da superfície externa do estator laminado (δ) está associada à ordem do modo pela relação abaixo:

$$\delta \propto \frac{1}{r^4}. \quad (3.10)$$

Tabela 10 – Dados geométricos utilizados na modelagem analítica do estator.

Parâmetro	Valor	Descrição
R_m	0,048 m	Raio médio do estator
E	$2,1 \times 10^{10}$ Pa	Módulo de Young
ρ	7850 kg/m ³	Densidade de massa
R	0,03 m	Raio interno do estator
h	0,018 m	Espessura da coroa do estator
h_s	0,01 m	Altura do dente
L	0,046 m	Comprimento axial do estator
G_y	2,5 kg	Massa total do estator
G_w	0,7 kg	Massa dos enrolamentos
G_z	0,1 kg	Massa dos dentes
Q_s	24	Número de ranhuras
b_z	5×10^{-3} m	Largura média dos dentes

Tabela 11 – Resultados obtidos para as modelagem analítica e numérica. O modelo numérico não conseguiu determinar o modo de ordem 0.

Ordem - r	Frequência (Hz)	
	Analítico	Numérico
0	15083	x
2	3.673	3.700
3	8.219	9.006
4	12.715	13.035

3.5 Síntese do capítulo

Neste capítulo as forças geradas pela ação do campo magnético foram obtidas e analisadas considerando a modelagem numérica pelo MEF e também por métodos analíticos. Duas máquinas de indução monofásicas foram modeladas e os seus resultados foram comparados com os resultados experimentais. Uma modelagem bidimensional foi proposta e seus resultados foram posteriormente comparados com ensaios experimentais. Nesta comparação foram obtidos resultados satisfatórios. Um modelo tridimensional foi também proposto e comparado com o

modelo bidimensional. O revés desta modelagem é o longo tempo de processamento necessário para se obter resultados de força para a faixa dinâmica desejada. A comparação com os resultados obtidos pelo modelo bidimensional foi realizada e constatou-se que esta modelagem possui bons resultados a um custo computacional substancialmente menor. Assim, esta modelagem foi adotada.

Além das principais frequências onde se encontram as harmônicas das forças magnéticas foi investigada a distribuição da força magnética ao longo do perímetro interno do estator. Assim, foram verificadas as ordens das principais componentes de harmônicas espaciais da força para o motor de indução investigado. Os modos de ordem $r = 0$, $r = p$ e $r = s_1 \pm p$ apresentaram valores de magnitude de força magnética consideráveis.

Foi ainda investigada a influência da presença de excentricidade entre o rotor e o estator sobre os resultados da força magnética, tendo em vista que um alinhamento perfeito entre estes dois componentes é de difícil implementação. Verificou-se o surgimento e o aumento da força magnética desbalanceada à medida que o valor da excentricidade relativa aumentava para os modelo em que a excentricidade estática foi considerada. Já para a excentricidade dinâmica verificou-se um elevado valor de força magnética desbalanceada, principalmente para baixas frequências. Para a harmônica $f = 2f_0$, o caso estático ainda apresentou maior amplitude de força. Já para a densidade de força sobre o dente verificou-se o aparecimento de componentes nas frequências $f = f_0$ e $f = 1,5f_0$, previstas pela abordagem analítica. No que diz respeito à distribuição da tensão ao longo do perímetro interno do estator, notou-se o surgimento pronunciado de componentes com ordem $r = 1$, causando flexão sobre o rotor.

O comportamento estrutural do estator laminado também foi apresentado neste capítulo. As dificuldades encontradas para a modelagem deste componente foram citadas e os métodos analítico e numérico foram utilizados para a sua representação. O método analítico previu com boa precisão os primeiros modos radiais do estator quando comparados com os resultados numéricos e experimentais. O modelo desenvolvido por [Gomes \(2014\)](#) é utilizado para representar o comportamento do estator laminado neste estudo.

As forças magnéticas obtidas e validadas analítica e experimentalmente neste capítulo serão impostas sobre o conjunto interno do compressor juntamente com os outros esforços que atuam sobre o mesmo.

Desta forma, a contribuição desta fonte vibroacústica será discutida e serão avaliadas formas para sua redução. No capítulo seguinte, o conjunto interno do compressor é modelado e analisado. Os resultados obtidos são comparados com resultados experimentais e as forças presentes durante a operação do compressor em regime permanente são obtidas.

4 Modelagem do conjunto moto-compressor

Para se analisar a contribuição das forças magnéticas sobre o comportamento vibratório do compressor é necessário não somente a determinação das mesmas, sendo necessária ainda a modelagem do conjunto interno do compressor. Este conjunto está disposto na parte interna do compressor e nele encontram-se a maioria das suas fontes vibroacústicas. Este capítulo dedica-se a apresentar a modelagem proposta para este sistema mostrando as suposições adotadas e ainda uma validação experimental. Esta validação foi realizada para avaliar a representatividade dos modelos propostos.

4.1 Trabalhos relevantes sobre o conjunto interno

Muitos trabalhos se dedicaram ao estudo das excitações bem como das respectivas respostas do compressor alternativo. Tendo em vista que o motor de indução está interagindo com os outros componentes deste sistema, uma análise do comportamento deste conjunto é necessária. Desta forma, após uma revisão da literatura, os resultados obtidos da modelagem deste conjunto interno serão utilizados para a análise da influência das forças magnéticas sobre o fluxo de potência transmitido para a carcaça.

Dentro do grupo de pesquisa do qual este trabalho está inserido, pesquisadores trabalharam com o intuito de se modelar o comportamento dinâmico do conjunto moto-compressor. O trabalho de (RODRIGUES, 2003) analisou o conjunto moto-compressor submetido às excitações originadas pela compressão do gás pelo pistão no interior do cilindro. Os efeitos dos filmes de óleo de lubrificação sobre as forças transmitidas

foram analisadas. Os modelos foram posteriormente comparados com resultados experimentais e verificou-se que o filme de óleo não altera significativamente a transmissão das forças nos mancais. Já (FULCO, 2014) apresentou uma análise do comportamento dinâmico do compressor alternativo submetido às excitações típicas encontradas tanto durante a partida quanto durante o regime estacionário. Para avaliar o comportamento do compressor em baixas frequências um modelo analítico foi proposto. Neste modelo foram aplicadas as forças geradas pela compressão do gás e o torque em função da velocidade angular sobre o rotor. E para avaliar o comportamento em médias e altas frequências, uma modelagem em elementos finitos foi proposta. Utilizando a superposição modal para determinar a resposta vibroacústica do compressor, os componentes foram modelados e validados. Para tanto, modelos foram desenvolvidos e consideradas as excitações geradas pela compressão do gás e inserido o torque eletromagnético em função da velocidade angular. O modelo ainda considerou os regimes de partida e estacionário.

Em outro trabalho recente, Doi (2011) gerou e validou um modelo numérico de um compressor simplificado utilizando o MEF. Para obter este resultado, ajustes de modelos foram utilizados de modo que os modelos elaborados apresentassem boa concordância com os resultados experimentais obtidos. O estator laminado foi modelado e, em seguida, submetido a um processo de ajuste de suas propriedades materiais a fim de que seu comportamento dinâmico fosse o mais próximo possível do obtido experimentalmente. Para tanto, o estator foi subdividido e cada parte foi modelada e ajustada separadamente. Após esta etapa, o comportamento dinâmico do estator laminado com cada parte ajustada foi comparada com o resultado experimental e foram obtidos resultados satisfatórios a despeito da dificuldade na modelagem oriunda das não-linearidades presentes na estrutura. Os materiais do estator foram caracterizados por meio de um ajuste de modelos consistindo de propriedades ortotrópicas. Apesar do ajuste de cada componente isolado do compressor tenha sido satisfatório, em algumas faixas de frequência o modelo proposto para o conjunto apresentou diferenças significativas quando comparado com resultados experimentais. A partir deste estudo pode-se verificar a dificuldade de modelar com fidelidade o conjunto interno de um compressor alternativo.

Guilherme (2008) realizou uma análise do sistema dinâmico do conjunto interno do compressor submetido aos esforços gerados pela compressão e pelo torque motriz. Nesta análise, a rotação dos elementos do compressor é descrita a partir de ângulos de Euler, incorporando

ainda efeitos giroscópicos e mancais flexíveis nos acoplamentos dos componentes. A partir de dados de força de compressão e torque motriz obtidos por meio de ensaios experimentais a dinâmica do compressor foi simulada numericamente e pode-se obter uma comparação do modelo desenvolvido com os utilizados até o momento. Em uma das conclusões a autora verificou que as forças dissipadoras nos mancais são responsáveis pela atenuação dos movimentos dos componentes em direções diferentes daquelas necessárias à realização do ciclo de compressão. Deste modo, este efeito contribui para a diminuição dos esforços secundários causados pelas oscilações dos componentes. Assim, os carregamentos dos mancais ficaram em torno de valores equivalentes aos observados no sistema com mancais simplesmente apoiados.

4.2 Conjunto interno do compressor

O conjunto moto-compressor investigado neste capítulo está mostrado na Fig. 62. Basicamente, este conjunto é responsável pela sucção, compressão e descarga do gás e está localizado na parte interna do compressor alternativo, dentro da carcaça. Este componente é composto por:

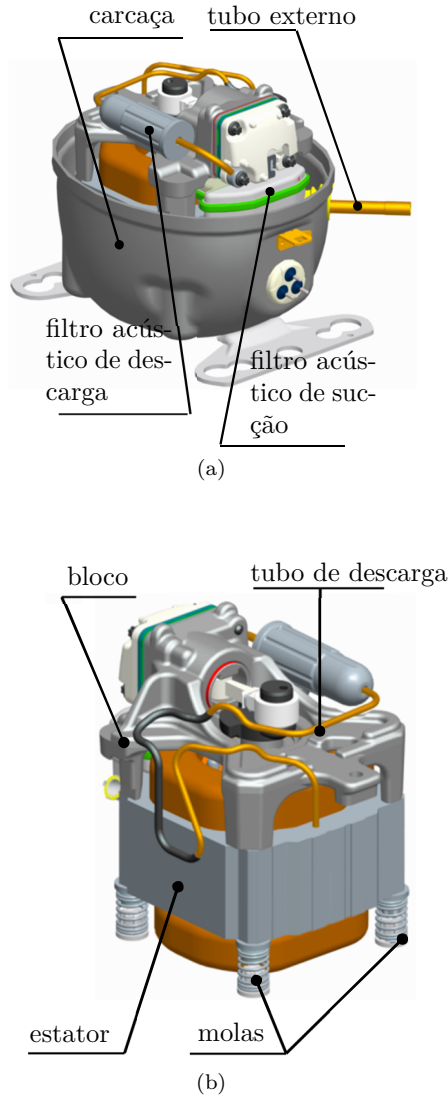


Figura 62 – Compressor alternativo analisado. (a) Compressor sem a carcaça e (b) conjunto interno. Fonte: (FULCO, 2014)

- Mecanismo biela-manivela
- Bloco
- Motor elétrico:
- Molas
- Placa de válvulas
- Elementos de fixação.

O mecanismo é composto pelo rotor, contrapeso, eixo, bomba de óleo, biela, pino e pistão. O motor de indução monofásico uma vez ligado à rede gera um torque sobre o eixo. O contrapeso é utilizado para balancear o conjunto. O movimento angular do eixo gerado pelo torque eletromagnético impõe um movimento linear cíclico sobre o pistão por meio da biela. Através do movimento cíclico do pistão o gás do filtro de sucção é admitido para dentro da câmara de compressão. Uma vez comprimido, o gás é enviado para o filtro acústico de descarga e, posteriormente, ao tubo de descarga. Tanto o filtro de sucção quanto o filtro de descarga tem a função de atenuar a pulsação do gás e, por conseguinte, reduzir a emissão sonora. O bloco, por sua vez, suporta o mecanismo e está conectado ao estator por meio de quatro parafusos. Todo este conjunto é suportado por molas isoladoras, as quais juntamente com o tubo de descarga transmitem energia vibratória para a carcaça. Este sistema descrito anteriormente é denominado conjunto moto-compressor ou, ainda, conjunto interno.

Na parte externa, o compressor é composto por uma carcaça hermética, a qual mantém o gás confinado dentro do compressor. A carcaça é ainda sustentada por isoladores de borracha e conectada à tubulação de sucção e descarga do refrigerador. Estas conexões transmitem a energia vibratória do compressor para o refrigerador.

Neste capítulo será investigado o comportamento dinâmico do conjunto interno do compressor. Para tanto, este será modelado por meio de métodos analíticos e numéricos. Será ainda realizada uma validação através da comparação dos resultados numéricos obtidos com resultados experimentais. O intuito é representar satisfatoriamente o conjunto interno para em seguida aplicar as forças magnéticas obtidas descritas no capítulo anterior e assim avaliar sua influência sobre o comportamento dinâmico do conjunto interno e, posteriormente, sobre o compressor.

4.3 Esforços atuantes sobre o conjunto moto-compressor

Antes de analisar o comportamento dinâmico do conjunto motor-compressor, esta seção é dedicada a avaliar os esforços presentes sobre este componente durante sua operação. Além dos esforços de origem magnética, pode-se citar como forças relevantes sobre o conjunto a força resultante da compressão do gás sobre o pistão e sobre o bloco, e as forças inerciais. A força de compressão resulta do confinamento e da redução do volume do cilindro devido ao movimento do pistão, ocasionando uma elevação da pressão do gás. A Fig. 63 mostra a curva experimental da pressão no cilindro ao longo do tempo para o compressor analisado nesta seção e a respectiva posição do pistão, sendo o valor 0 mm o ponto morto inferior (PMI) e o valor máximo de deslocamento o ponto morto superior (PMS). À medida que o pistão se movimenta em direção do PMI ao PMS resulta em um aumento da pressão do gás dentro do cilindro. Próximo ao PMS a válvula de descarga é aberta devido à diferença de pressão entre o cilindro e a câmara de descarga e uma queda na pressão é observada. Quando o pistão se desloca do PMS ao PMI observa-se uma queda na pressão.

Além da força devido à compressão do gás existem as forças inerciais geradas pelo movimento rotacional do eixo durante a operação do compressor. Estas forças são minimizadas pelo balanceamento do conjunto e a vibração do conjunto é reduzida pela aplicação de um contrapeso de balanceamento (PORTO, 2010). Contudo, considerando apenas o movimento do eixo e sem a força de compressão já podem se observar forças sendo transmitidas pelos mancais devido às inércias do sistema.

Com o intuito de avaliar de forma preliminar a ação das forças atuantes sobre o conjunto moto-compressor, este foi modelado através de um sistema biela-manivela análogo ao proposto por Rodrigues (2003) e posteriormente por Fulco (2008). Neste sistema, o movimento do pistão e as forças transmitidas foram obtidos por relações cinemáticas, conforme mostrado na Fig. 64. Os componentes do sistema biela-manivela foram modelados como parâmetros concentrados e as informações de massa e dimensões são apresentadas na Tab. 12. Os valores dimensionais foram obtidos a partir dos desenhos das peças e as massas a partir de medições em uma balança de precisão.

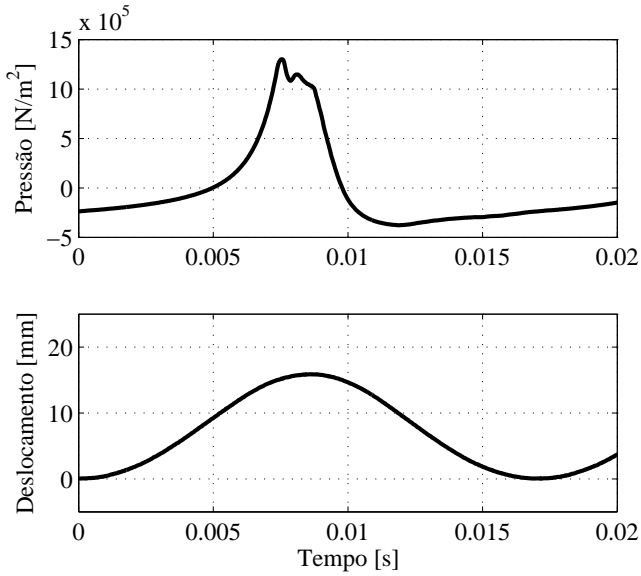


Figura 63 – Pressão típica dentro do cilindro ao longo da operação do compressor. Na parte inferior é mostrada a respectiva posição do pistão.

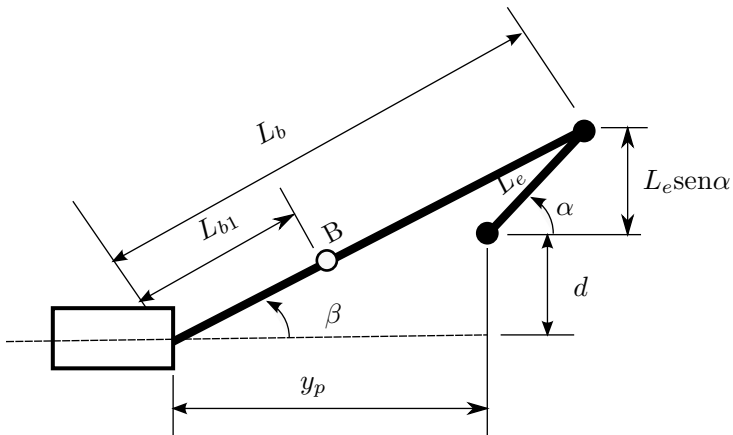


Figura 64 – Modelo proposto para representar o comportamento cinemático do sistema biela-manivela.

Tabela 12 – Valores utilizados na modelagem do sistema biela manivela.

Propriedade	Valor
Comprimento da biela – L_b [mm]	38,47
Distância entre a extremidade da biela e seu centro de massa – L_{b1} [mm]	17
Comprimento da semi-excêntrico – L_e [mm]	7,925
Excentricidade – d [mm]	1,61
Massa da biela – m_b [g]	27
Massa do pistão – m_p [g]	32

A partir do modelo adotado pode-se escrever o deslocamento do pistão ($y_p(t)$) a partir da velocidade angular do eixo ($\dot{\alpha}$), dado por:

$$y_p = L_b \cos \beta - L_e \sin \beta, \quad (4.1)$$

sendo

$$\beta = \arcsen \left(\frac{d + L_e \sin \alpha}{L_b} \right). \quad (4.2)$$

Uma vez obtidas as resultantes cinemáticas devido ao movimento angular do eixo, pode-se realizar uma análise das forças que atuam sobre o mecanismo. Para tanto, utiliza-se um diagrama de corpo livre, mostrado na Fig. 65. Realizando o algebrismo necessário, os esforços sobre a biela (F_{bi} e F_{bj}) e sobre o semi-excêntrico (F_{si} e F_{sj}) são dados por:

$$F_{bi} = -\frac{L_{b1}^2 m_b \ddot{\beta}}{L_b}, \quad (4.3)$$

$$F_{bj} = \frac{F_{bi} \sin \beta - F_p + (m_b + m_p) \ddot{y}_p}{\cos \beta}, \quad (4.4)$$

$$F_{si} = F_{bi} \cos \beta + F_{bj} \sin \beta, \quad (4.5)$$

$$F_{sj} = -F_{bi} \sin \beta + F_{bj} \cos \beta, \quad (4.6)$$

sendo i e j os índices correspondentes às direções longitudinal e transversal de cada corpo, respectivamente. O torque resultante sobre o eixo é determinado por meio da expressão:

$$\tau_e = -F_{si} L_e. \quad (4.7)$$

Para maiores detalhes com respeito ao algebrismo realizado para a determinação destas equações sugere-se a consulta dos seguintes trabalhos: (RODRIGUES, 2003; FULCO, 2008; FULCO, 2014; KURKA, 2012).

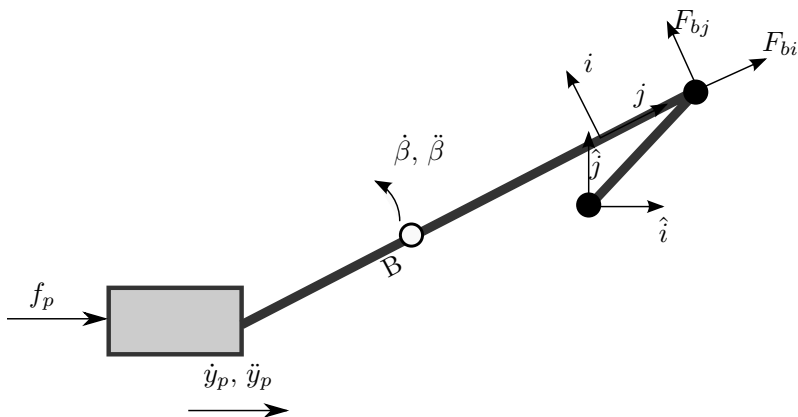


Figura 65 – Diagrama de corpo livre para o modelo proposto para o mecanismo biela-manivela.

A fim de avaliar o modelo simplificado analítico mostrado anteriormente e de preparar um modelo numérico prévio do conjunto, um modelo utilizando multicorpos foi criado. Este modelo utiliza a dinâmica dos corpos rígidos para análise do movimento e dos esforços transmitidos pelo conjunto moto-compressor. De acordo com (SHABANA, 2005), um sistema multicorpos consiste em um sistema de componentes rígidos e deformáveis interconectados que estão sujeitos a grandes deslocamentos translacionais e rotacionais. Nesta referência encontra-se uma abordagem completa sobre sistemas multicorpos e particularmente com respeito para o caso de compressores alternativos, o trabalho de Porto (2010) pode ser consultado.

O modelo multicorpos está mostrado na Fig. 66. Este modelo foi construído a partir do desenho real dos componentes e respeitando as propriedades de massas dos componentes. Para a modelagem dos movimentos relativos entre os componentes foram definidas juntas translacionais e rotacionais. Por meio destas juntas, além de definir os movimentos relativos entre os componentes pode-se obter as reações presentes durante a operação. Para a construção dos modelos e para o processamento e análise dos resultados o programa comercial ANSYS©15 foi utilizado.

Os mancais são representados por meio de juntas rígidas, ou seja, sem considerar o efeito do filme de óleo em uma eventual órbita. Esta abordagem foi adotada baseada nos resultados obtidos por [Rodrigues \(2003\)](#). Este trabalho investigou os esforços transmitidos durante a operação do compressor alternativo e concluiu que o filme de óleo não trouxe uma influência significativa sobre as respostas de força.

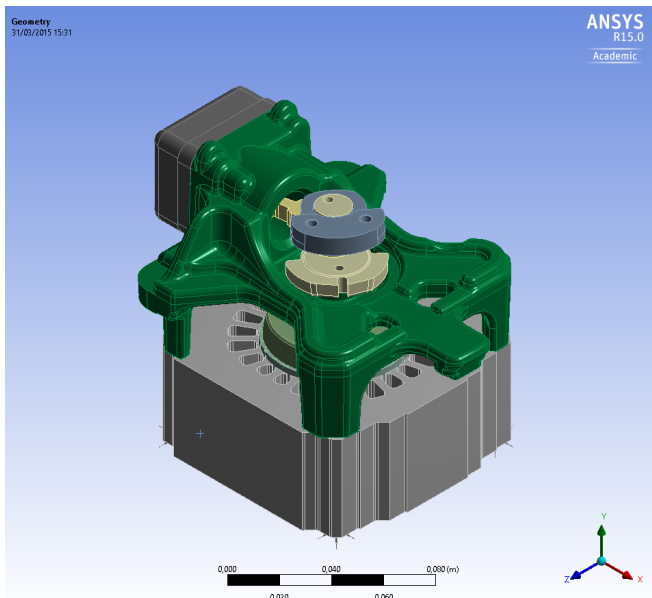


Figura 66 – Modelo multicorpos construído para representar o conjunto moto-compressor.

As principais conexões ou juntas são mostradas na Fig. 67. Foram utilizadas juntas de revolução para representar o mancal superior, mancal inferior, a conexão entre a biela e o pistão e a conexão entre o semi-excêntrico e a biela. Foi, ainda, utilizada uma junta de translação para representar o movimento do pistão em relação ao bloco. Por meio destas juntas pode-se representar o movimento relativo entre os diferentes componentes e, ainda, obter as reações geradas pelo movimento e pelos esforços impostos ao conjunto.

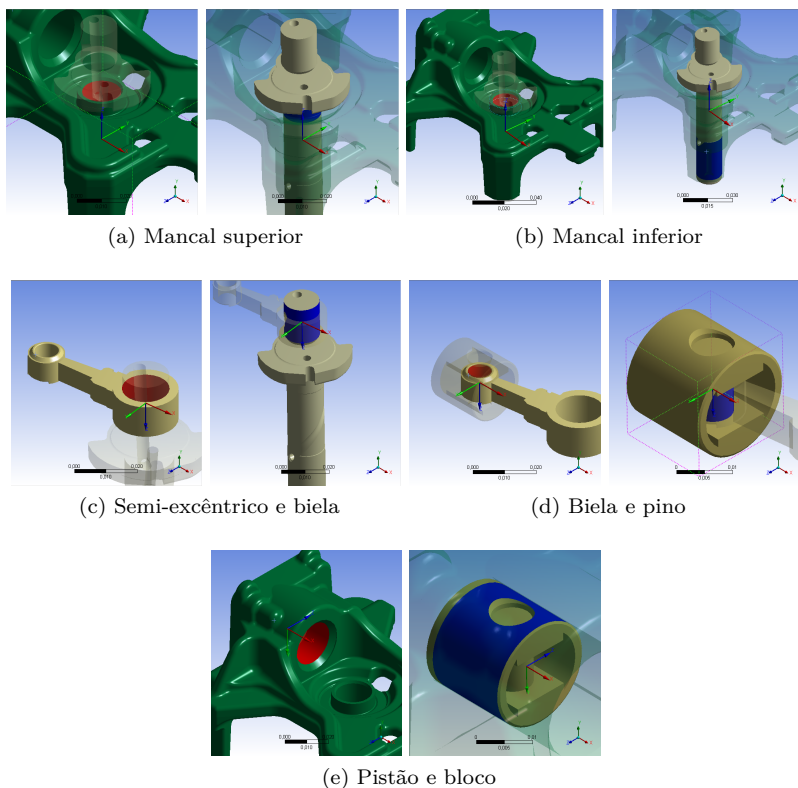


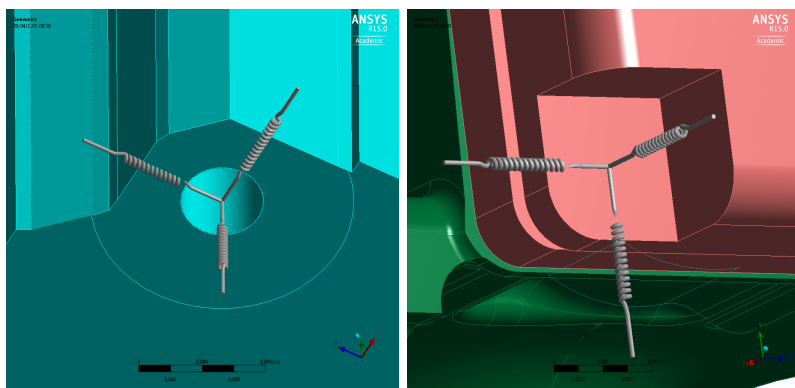
Figura 67 – Juntas utilizadas na modelagem por multicorpos do conjunto interno do compressor.

As molas de suspensão foram simplificadas por meio da utilização de três molas nas três direções de rigidezes equivalentes. A determinação destas rigidezes foi realizada por meio do ajuste da rigidez de modo que a curva de aceleração do modelo numérico se aproximasse do resultado obtido experimentalmente. Já o ponto de conexão entre o conjunto interno e o tubo de descarga foi da mesma forma representada por três molas equivalentes. Para tanto, foi admitida a hipótese de que na faixa analisada o conjunto interno não é afetado dinamicamente de forma significativa pelo tubo, sendo este apenas um ponto de restrição do movimento. As rigidezes foram determinadas por meio de um ensaio numérico estático para cada direção. A principal justificativa de se modelar tanto as molas de suspensão quanto o tubo de descarga desta

Tabela 13 – Valores de rigidez utilizados para representar as molas de suspensão e o tubo de descarga.

		Rigidez [N/m]
Molas de suspensão	Direção x	4.600
	Direção y	3.600
	Direção z	4.600
Tubo de descarga	Direção x	487,4
	Direção y	155,7
	Direção z	209,2

forma foi a redução do custo computacional da análise. Assim, como a análise transiente possui um custo elevado (vide a Tab. 16), apenas os componentes diretamente relacionados às forças envolvidas foram modelados com suas geometrias reais. Os valores das rigidezes das molas de suspensão e do tubo de descarga são mostrados na Tab. 13. A Fig. 68 mostra em detalhe as molas equivalentes inseridas no modelo do conjunto interno do compressor.



(a) Molas de suspensão

(b) Tubo de descarga

Figura 68 – Molas equivalentes inseridas no modelo para representar (a) as molas de suspensão e (b) o tubo de descarga.

Uma grande vantagem de se utilizar a modelagem de multicorpos é o rápido tempo de processamento que o programa computacional leva para efetuar os cálculos, da ordem de minutos. Uma análise temporal foi realizada considerando duas etapas (ou dois passos). Na primeira,

o eixo é acelerado e na etapa seguinte é imposta a velocidade nominal de funcionamento do compressor. A variação da velocidade para as duas etapas pode ser vista na Fig. 69. Para a presente análise os valores adotados para t_1 e T foram 0,1 s e 0,5 s, respectivamente.

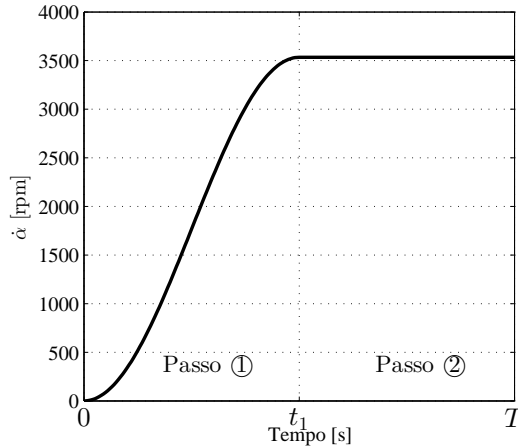


Figura 69 – Velocidade angular do eixo para a análise de corpos rígidos realizada.

Para se avaliar o modelo multicorpos construído os seus resultados obtidos são comparados com os resultados obtidos para o modelo analítico simplificado. As características do compressor II foram adotadas nesta análise. A Fig. 70 mostra os resultados desta comparação. De forma geral os resultados das duas modelagens propostas ficaram próximos.

Os resultados do modelo analítico simplificado e do modelo multicorpos são comparados considerando a força de compressão sobre o pistão (f_p) obtida experimentalmente mostrada na Fig. 63. Os resultados da comparação podem ser visto na Fig. 70. Os deslocamentos do pistão (y_p) para as duas modelagens propostas convergiram de forma satisfatória. Já o torque motriz necessário para gerar o movimento no eixo é mostrado na Fig. 70b. Para as duas modelagens propostas o torque motriz resultou em curvas próximas. Os valores RMS das curvas de τ obtidos para as duas abordagens são mostrados na Tab. 14. A despeito de uma diferença de aproximadamente 7 %, os valores obtidos

para o valor RMS do torque ficaram próximos.

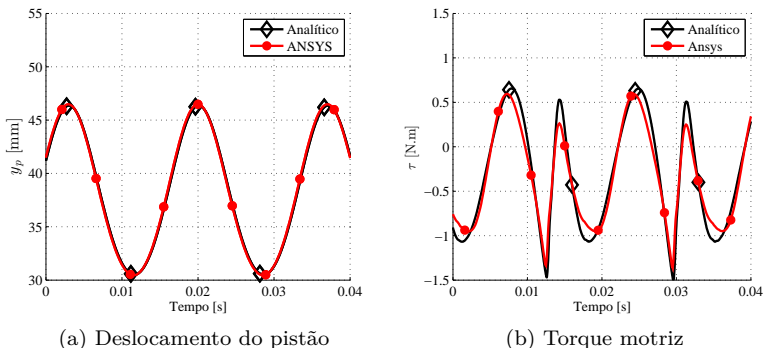


Figura 70 – Comparação dos resultados obtidos para o modelo simplificado e o modelo multicorpos do conjunto interno.

Tabela 14 – Valores RMS para as curvas de torque obtidos pelo modelo analítico simplificado, modelo multicorpos e experimental

	τ RMS [N.m]
Modelo analítico	0,69
Modelo multicorpos	0,63

O intuito de se modelar o conjunto interno tanto pela abordagem analítica quanto pela modelagem por multicorpos foi obter mais dados sobre o comportamento dinâmico deste componente. Pode-se ainda citar o baixo custo computacional necessário para realizar o processamento destas duas metodologias. O tempo total de processamento para as duas metodologias foi de aproximadamente 30 s. Observou-se que o modelo em multicorpos se aproximou de forma satisfatória da abordagem analítica já proposta em trabalhos anteriores.

4.4 Modelagem do conjunto moto-compressor flexível

Nesta seção serão apresentados os modelos numéricos do conjunto moto-compressor considerando o movimento angular do eixo e seus respectivos resultados. Assim, os esforços devido à compressão do

gás no cilindro e as forças magnéticas geradas pelo campo magnético são desprezados neste momento. O intuito da presente análise é investigar o comportamento dinâmico do conjunto moto-compressor submetido apenas às forças inerciais.

Diferente do modelo multicorpos proposto na Sec. 4.3, o conjunto moto-compressor é modelado não apenas com componentes não-deformáveis. Neste modelo, o estator e o bloco são modelados como corpos deformáveis e as demais partes são consideradas rígidas. A razão da consideração de apenas o estator e o bloco como flexíveis é o longo tempo necessário para processar um modelo considerando todo o conjunto deformável no domínio do tempo. A razão de se investigar o comportamento dinâmico do conjunto em uma análise temporal é a consideração do movimento angular do eixo e do movimento de translação do pistão durante o ciclo do compressor. Visto que estes trazem não-linearidades geométricas para a análise esta foi realizada no domínio do tempo. Assim, como o bloco e o estator são os componentes que estão diretamente relacionados com as forças devido à compressão e às forças magnéticas, estes dois componentes foram selecionados.

O conjunto moto-compressor foi modelado por meio do MEF utilizado elemento sólido *solid187*. Este é um elemento tetraédrico composto por 10 nós e representa o deslocamento por meio de uma função do segundo grau e indicado para malhas irregulares (ANSYS@...). Apenas o bloco e o estator foram modelados como estruturas deformáveis, sendo as demais consideradas como corpos rígidos. Estes componentes considerados rígidos foram ajustados para terem a mesma inércia dos componentes reais, sendo as massas aferidas em uma balança de precisão.

A Fig. 73 mostra o modelo numérico construído. As propriedades materiais para o estator laminados foram adotadas as obtidas por Gomes (2014). Este trabalho investigou o estator utilizado no compressor analisado nesta pesquisa e desenvolveu um modelo numérico para o estator e as respectivas propriedades do material. As propriedades utilizadas para o estator são mostradas na Tab. 15. Este é um componente de difícil modelagem (DOI, 2011) e na literatura podem ser vistos trabalhos dedicados à sua modelagem. Como já mencionando anteriormente, como o trabalho realizado por Gomes (2014) investigou um estator muito similar ao utilizado neste trabalho as propriedades encontradas nesta investigação são adotados. O bloco, por sua vez, foi modelado a partir do desenho da estrutura real e definido como material o aço fundido. Por meio de um ensaio experimental avaliou-se a representatividade da modelagem numérica. O ensaio consistiu em aplicar uma

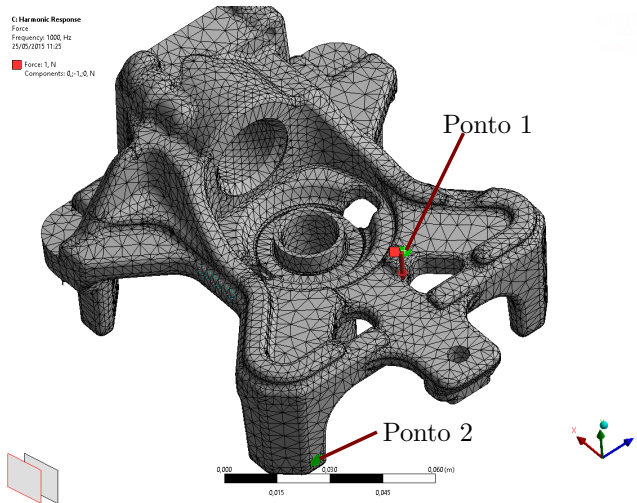
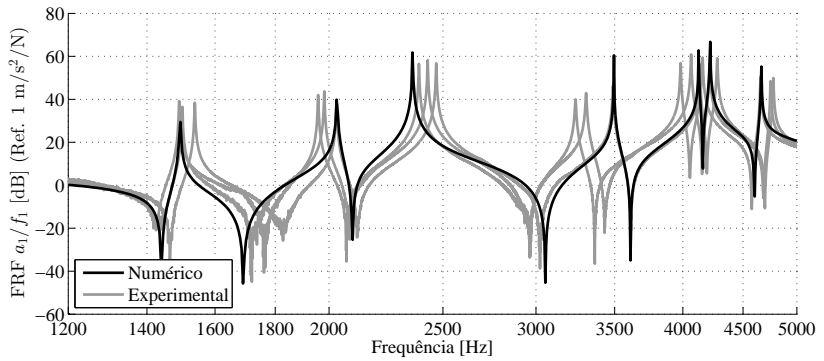


Figura 71 – Modelo numérico proposto para o bloco. A força impulsiva foi aplicada no ponto 1 e as respostas foram obtidas nos pontos 1 e 2.

força impulsiva através de um martelo eletrodinâmico e obter a resposta vibratória na forma de aceleração. O modelo numérico utilizado e os pontos de aplicação da força e de resposta estão mostrados na Fig. 71. Como no experimento o bloco foi suspenso por fios de aço, a condição livre-livre foi adotada para a estrutura. No experimento foram obtidas as respostas dinâmicas de cinco diferentes amostras. A Fig. 72 mostra a comparação entre os resultados numérico e experimentais. Tanto a comparação da FRF pontual (a_1/f_1) quanto da FRF de transferência (a_2/f_1) mostram que o modelo numérico apresentou resultados dentro da dispersão das amostras ensaiadas. Desta forma, o modelo numérico proposto para o bloco está representando o comportamento dinâmico do bloco e será utilizado nas análises futuras.



(a) FRF – pontual

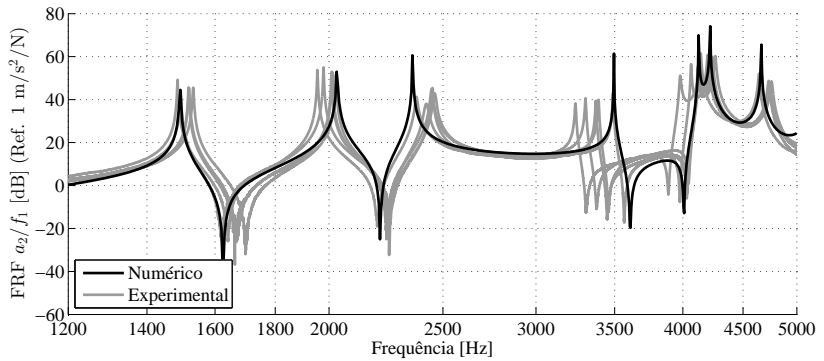
(b) FRF – a_2/f_1

Figura 72 – Resultado da comparação das acelerações obtidas no bloco pelo modelo numérico e pelo experimento. (a) FRF pontual e (b) FRF de transferência entre os pontos 1 e 2.

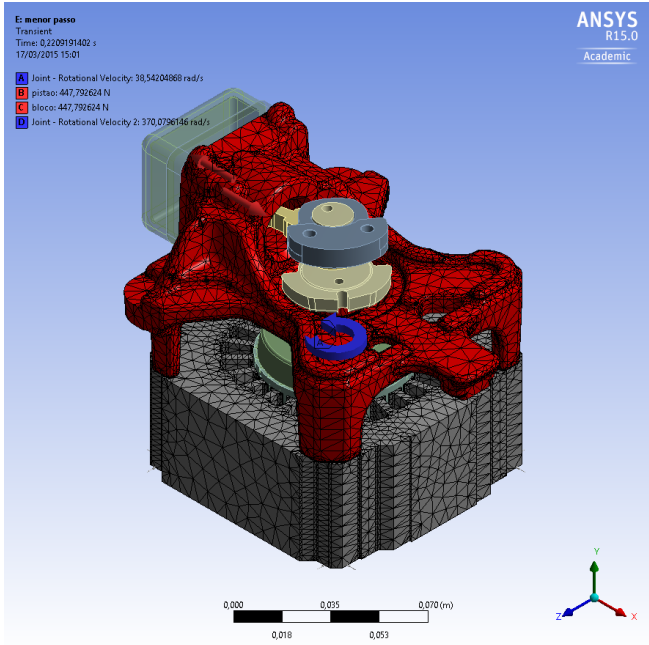


Figura 73 – Modelo numérico do conjunto moto-compressor considerando o estator e o bloco deformáveis.

Tabela 15 – Propriedades equivalentes utilizadas para o estator laminado.

Propriedade	Valor	
Módulo de elasticidade	E_x [GPa]	186
	E_y [GPa]	186
	E_z [GPa]	186
Coeficiente de Poisson	ν_{xy}	0,1
	ν_{xy}	0,1
	ν_{xy}	0,1
Módulo de cisalhamento	G_x [GPa]	80
	G_y [GPa]	80
	G_z [GPa]	80
Fator de perda	η	0,1

Tendo em vista que esta análise consiste em avaliar o com-

portamento do sistema submetido apenas aos carregamentos gerados durante a operação em regime permanente, o eixo foi acelerado desde o repouso até a velocidade nominal em um intervalo de tempo definido de modo análogo ao apresentado na Fig. 69. Após o instante que o eixo alcança a velocidade angular nominal, as respostas no estator e no bloco são obtidas. Assim, o intuito da análise é averiguar as características dinâmicas do conjunto durante o regime permanente.

Como mencionado anteriormente, o tempo de processamento do modelo flexível demandou um período longo. A Tab. 16 mostra as informações referentes ao modelo desenvolvido e as características temporais definidas para a análise. O computador pessoal utilizado para análise possui um processador Intel®Core™i7-3770 com uma memória instalada de 32 GB.

Tabela 16 – Informações da análise transiente considerando o estator e o bloco deformáveis.

Propriedade	Valor
Número de elementos	100064
Número de nós	176154
Tempo total [s]	0,3
Passo no tempo [s]	1×10^{-4}
Tempo total de processamento	20 [horas]
Tamanho total do arquivo	200 [GB]

Para se validar os resultados do modelo numérico um experimento foi realizado. No experimento o conjunto moto-compressor foi ligado à rede elétrica sem o cabeçote, como mostrado na Fig. 74. Como o gás na câmara de compressão não está confinado, o pistão não é submetido ao esforço de compressão existente na operação do compressor. As acelerações em diferentes pontos foram aferidas por acelerômetros tri-axiais. Os instrumentos utilizados durante a medição são descritos a seguir:

- Acelerômetros triaxiais B&K modelo 4525-B;
- Analisador de sinais LMS *Scadas*;
- *Software LMS TestLab* 13.0.

Por meio deste ensaio experimental a aceleração do conjunto interno do compressor são obtidas e comparadas com os resultados do modelo numérico.

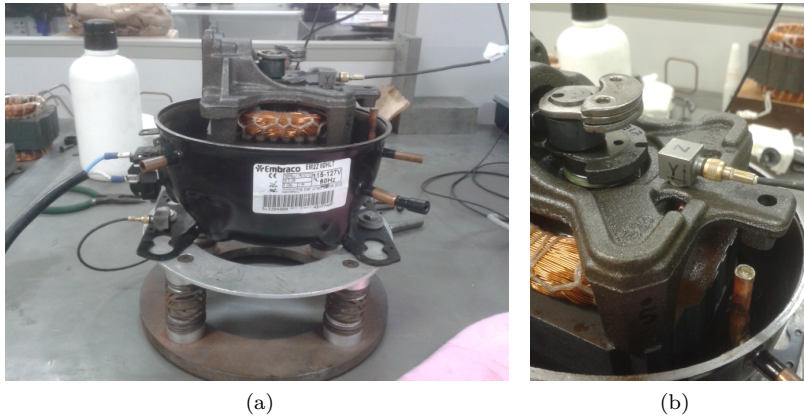


Figura 74 – Compressor ensaiado para validar o modelo numérico.

Em um primeiro momento, os resultados de aceleração obtidos pelo modelo de corpos rígidos (multicorpos) foram comparados com os resultados através do ensaio experimental. A comparação para as direções x e y está mostrada na Fig. 75. O sistema de coordenadas adotado é o mesmo adotado na Fig. 73; Pode-se observar que para as direções consideradas o modelo de corpos rígidos apresentou uma aproximação satisfatória com os resultados experimentais para uma faixa na frequência até 500 Hz. Naturalmente, os resultados nos picos das ressonâncias se aproximaram para frequências mais baixas enquanto para as demais observou-se uma discrepância devido à flexibilidade do conjunto, a qual não foi contemplada neste primeiro momento. Assim, por meio desta comparação observou-se que o modelo multicorpos se mostrou capaz de representar de forma satisfatória o conjunto interno do compressor para baixas frequências ($f < 500$ Hz). O modelo multicorpos utiliza o elemento *MASS21*, com propriedades de massa e inércia concentrados em um ponto. Esta abordagem permite uma solução para o problema em poucos segundos. Possibilitando, deste modo, uma forma de avaliar rapidamente o comportamento do compressor em funcionamento para baixas frequências.

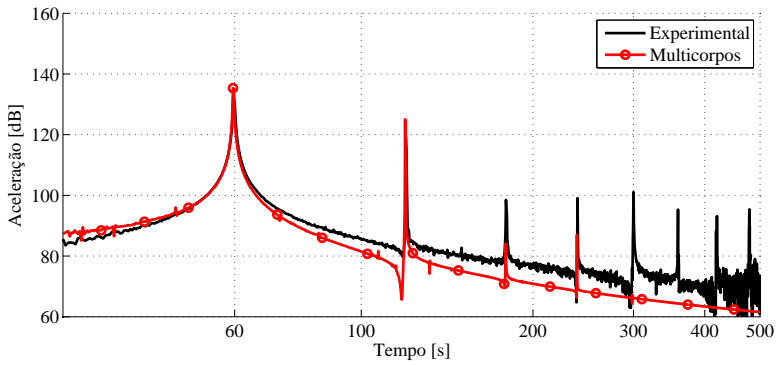
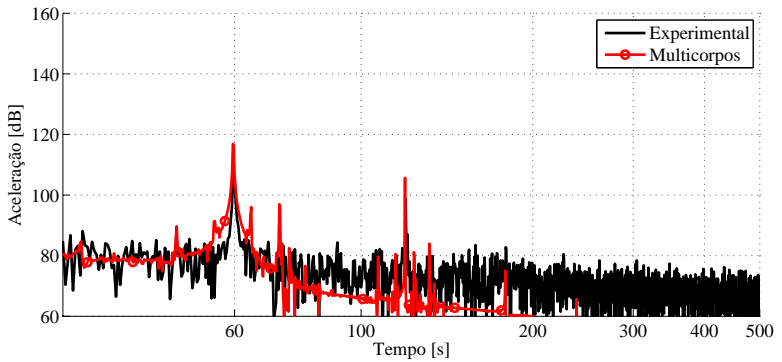
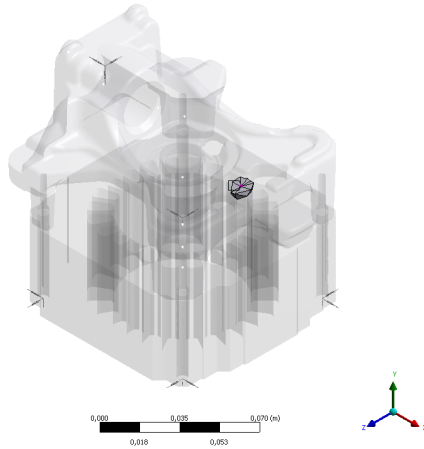
(a) Direção x (b) Direção y

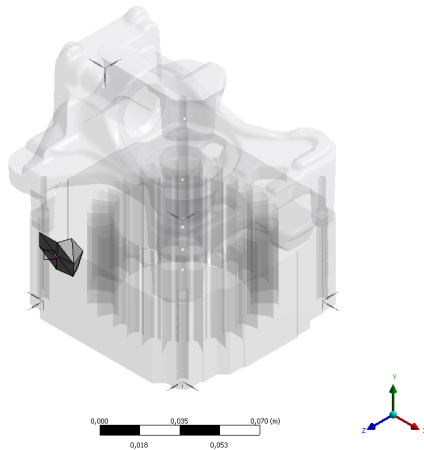
Figura 75 – Resultados de aceleração em um ponto no bloco obtidos pelo modelo de corpos rígidos e pelo ensaio experimental.

no_bk
22/04/2015 16:48
■ no_bk



(a) Nó – Bloco

no_estator
22/04/2015 16:48
■ no_estator



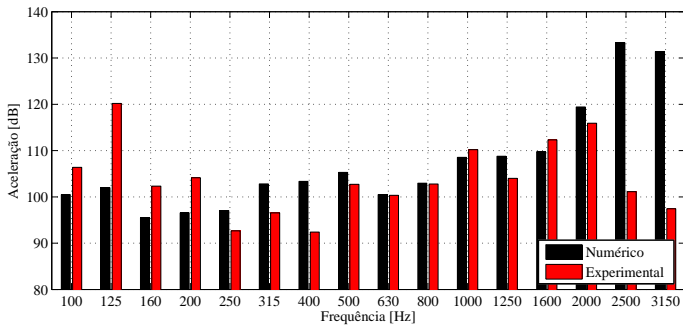
(b) Nó – Estator

Figura 76 – Posição dos nós no estator e no bloco onde foram obtidas as acelerações no modelo numérico.

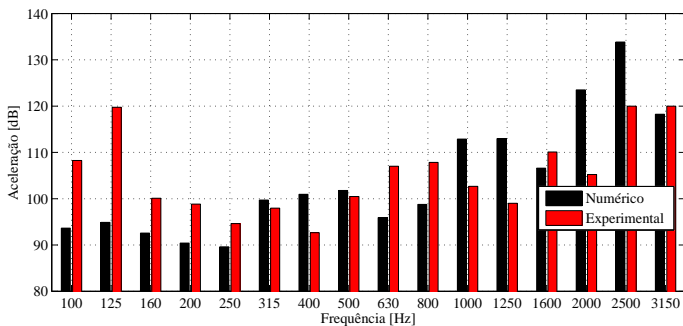
Analisando o resultado obtido para o conjunto interno com bloco e estator deformáveis, mostrado na Fig. 73, a comparação do resultado numérico de aceleração no nó disposto no estator com o experimental é mostrada na Fig. 77. A posição do nó no estator onde a aceleração foi determinada está mostrada na Fig. 76. Numa metodologia similar à utilizada para o caso multicorpos, neste modelo numérico proposto para o conjunto interno foram consideradas apenas os esforços inerciais associados ao movimento do eixo. Sem considerar, portanto, os esforços da compressão do gás e das forças magnéticas. Pode-se notar que a modelagem numérica conseguiu representar de forma satisfatória o comportamento do conjunto interno para grande parte das bandas na faixa analisada. No entanto, para algumas bandas o resultado apresentou uma diferença considerável entre o obtido numericamente e o resultado experimental. Em especial, as bandas de 100 Hz, 125 Hz, 2,5 kHz apresentaram diferenças consideráveis. Nas duas primeiras bandas a diferença observada possivelmente é devido à desconsideração das forças magnéticas no modelo numérico analisado, as quais estão presentes durante a operação do conjunto interno ensaiado. A influência destes esforços de origem magnética será avaliada no próximo capítulo. A mesma causa pode se argumentar na diferença encontrada para a banda de 1.600 Hz. Esta dificuldade em se modelar o comportamento dinâmico para maiores frequências do conjunto interno com fidelidade foi encontrada em outros trabalhos, dentre os quais pode-se destacar (DOI, 2011). Mesmo com as propriedades do bloco ajustadas (material ferro fundido) e do estator laminado, o qual foi modelado considerando os trabalhos (DOI, 2011; GOMES, 2014; FRANCK DAVID; HAMEYER, 2010), observou-se uma dificuldade em se representar o comportamento para frequências mais altas. Tendo estas diferenças em consideração, este modelo do conjunto interno flexível será utilizado em conjunto com as forças de origem magnéticas para avaliar a influência destas sobre o fluxo de potência do conjunto interno para a carcaça. Esta análise, a ser apresentada no próximo capítulo, considerará os resultados do compressor II.

Apesar de o modelo numérico do conjunto interno ter considerado apenas os esforços inerciais para validar seus resultados, a hipótese da linearidade do comportamento estrutural é adotada nesta abordagem. Isto é, o conjunto interno é considerado suficientemente linear de modo que com a aplicação de outros esforços, o de compressão do gás, por exemplo, as características dinâmicas do sistema não sejam alteradas. Logo, no modelo numérico do conjunto interno com o bloco e estator flexíveis serão aplicados os esforços gerados pela compressão do gás e os

esforços de origem magnética sobre as faces dos dentes.



(a) Nó no bloco – Direção x



(b) Nó no estator – Direção z

Figura 77 – Comparação entre os resultados de aceleração obtidos pelo modelo numérico flexível com os resultados experimentais.

4.5 Síntese do capítulo

Este capítulo dedicou-se a apresentar o conjunto interno do compressor alternativo. Os componentes deste conjunto foram modelados tanto por uma metodologia analítica quanto por um modelo utilizando o MEF. Foi ainda proposta um modelo utilizando a técnica de multicorpos para se analisar o comportamento dinâmico deste conjunto para baixas frequências e com um custo computacional significativamente menor em

relação ao modelo em elementos finitos. A convergência dos resultados obtidos para a metodologia analítica e para o modelo multicorpos foi satisfatória.

Ensaio experimentais também foram realizados a fim de avaliar a representatividade dos modelos propostos. Observou-se que o modelo multicorpos apresentou uma boa aproximação do conjunto interno para frequências mais baixas (< 500 Hz).

Já para frequências mais altas (>500 Hz) uma aproximação dos resultados numéricos obtidos pelo modelo em elementos finitos com os experimentais foi obtida. Para a maioria das bandas consideradas os resultados do modelo numérico flexível foi satisfatório. No entanto, em determinadas bandas foram observadas diferenças relevantes entre os resultados numéricos e experimentais. Estas diferenças já foram encontradas em outros trabalhos que se dedicaram a representar o conjunto interno do compressor para frequências mais altas. Tendo em conta as diferenças entre o resultado do modelo e o experimental, o conjunto interno do compressor representado via MEF será utilizado para se avaliar a influência das forças magnéticas sobre o fluxo de potência transferida para a carcaça.

No próximo capítulo a modelagem realizada neste capítulo e as forças nos dentes obtidas no Cap. 3 serão utilizadas para se avaliar a influência destas sobre o comportamento dinâmico do compressor.

5 Contribuição das forças magnéticas

Nos capítulos anteriores foram realizadas as modelagens dos fenômenos eletromagnético, estrutural e ainda a avaliação das características do motor de indução durante sua operação em regime permanente. O conjunto interno do compressor alternativo analisado também foi modelado e a partir da comparação dos resultados numéricos com os experimentais foi avaliada a sua representatividade. Apesar de se encontrarem diferenças em algumas bandas em relação ao ensaio experimental, foi obtido um resultado satisfatório para o comportamento do conjunto interno.

A partir dos resultados dos esforços de origem magnética obtidos e da modelagem do conjunto interno, o presente capítulo tem o objetivo de avaliar a influência das excitações de origem magnética sobre o comportamento dinâmico do conjunto interno do compressor alternativo. Para tanto, são propostos diferentes casos considerando as excitações magnéticas e os esforços relacionados à compressão do gás. Desta forma, será avaliada a influência da consideração das forças magnéticas que atuam sobre o estator sobre a resposta vibratória do compressor.

5.1 Aplicação dos esforços sobre o conjunto interno

Esta seção descreve a metodologia utilizada para aplicar os esforços avaliados nesta análise. Os esforços avaliados sobre o conjunto interno de compressão são a força de compressão do gás no cilindro (f_p) e as forças magnéticas que atuam sobre o estator e sobre o rotor (f_{mag}). A força de compressão é obtida a partir da redução do volume do cilindro causada pelo movimento do pistão, resultando na compressão

do gás. A magnitude desta força é obtida experimentalmente através da medição da pressão no cilindro, mostrada na Fig. 63. A força de compressão é obtida do produto da pressão interna do cilindro e da área da face do pistão. A região em que esta força é aplicada é mostrada na Fig. 78a. A mesma força também é aplicada sobre a placa de válvulas no sentido oposto conforme apresentado na Fig. 78b.

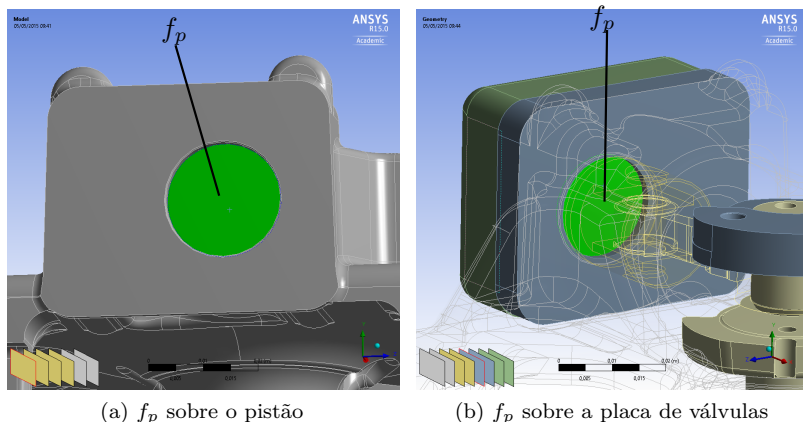
(a) f_p sobre o pistão(b) f_p sobre a placa de válvulas

Figura 78 – Posição de aplicação da força de compressão do gás sobre o conjunto interno.

As forças magnéticas, por sua vez, são aplicadas de forma distribuída sobre a face dos dentes. A razão do uso desta metodologia se deve ao fato de que estes esforços não apresentam variação significativa ao longo da altura dos dentes (direção y), conforme mostrado no Cap. 3. Ainda, apenas as componentes que atuam no planos das lâminas foram consideradas, visto que as componentes axiais apresentam magnitudes muito menores quando comparadas a estas. A Fig. 79 mostra a região em que as forças de origem magnéticas são aplicadas. As componentes normal e tangencial das forças magnéticas presentes nos dentes são aplicadas nesta análise.

Já sobre o rotor são aplicadas as resultantes da força relacionada ao empuxo magnético desbalanceado (UMP). Visto que o rotor é modelado como um elemento rígido com as mesmas propriedades de massa e inércia do modelo real, a força é imposta sobre o centro de massa. Como as magnitude associadas ao UMP para o caso sem excentricidade são pequenas como visto na Fig. 50, não é esperada

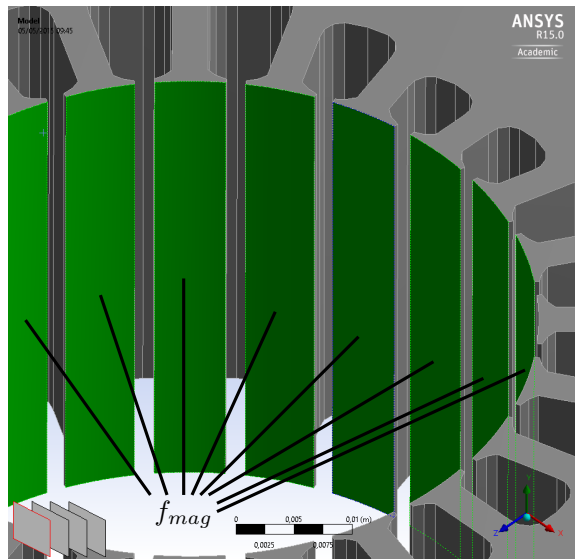


Figura 79 – Posição de aplicação das forças magnéticas sobre os dentes do estator.

grande contribuição deste esforço nesta análise.

5.2 Casos propostos de carregamento

Para avaliar a contribuição das forças magnéticas diante das outras excitação atuantes sobre o conjunto interno, diferentes casos serão avaliados numericamente a partir do modelo do conjunto interno apresentado no capítulo anterior. Para cada caso, uma condição de carregamento diferente sobre o modelo numérico será imposta e os resultados avaliados. Os casos propostos são listados a seguir:

- *sem f_p e sem f_{mag}* : apenas rotação do eixo;
- *sem f_p e com f_{mag}* : rotação do eixo e forças magnéticas;
- *sem f_p e com f_{mag}* : rotação do eixo e força de compressão;
- *com f_p e com f_{mag}* : rotação do eixo, forças magnéticas e força gerada pela compressão do gás.

Em uma análise prévia pode-se notar que as magnitudes envolvidas para comprimir o gás são muito maiores que as das forças

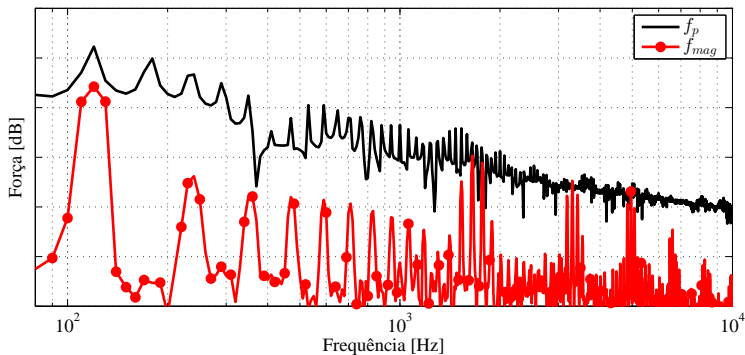


Figura 80 – Comparação da força de compressão do gás (f_p) com a força magnética sobre um dente f_{mag} .

magnéticas que atuam sobre os dentes. Este fato, contudo, não deve levar a uma desconsideração das forças magnéticas em um primeiro momento. Isto porque embora estas possuam amplitudes muito menores que a força de compressão, para frequências mais altas a sua contribuição pode ser significativa, principalmente nas frequências em que suas magnitudes são maiores. Por exemplo, ao analisar o espectro da força de compressão e da força magnética sobre um dente, mostrado na Fig. 80, pode-se perceber que embora a força magnética possua uma amplitude menor para frequências mais baixas (< 1 kHz), a medida que a frequência aumenta suas amplitudes passam a ser significativas.

5.3 Vibração do conjunto moto-compressor

Para avaliar a influência das forças magnéticas sobre o conjunto interno será avaliada a aceleração em um ponto no estator considerando os diferentes casos de carregamento propostos na seção anterior.

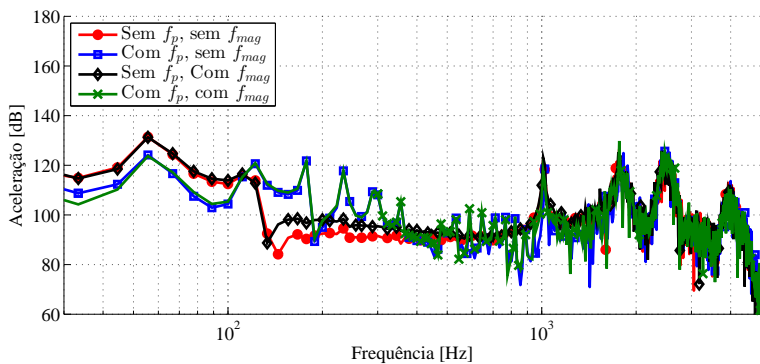
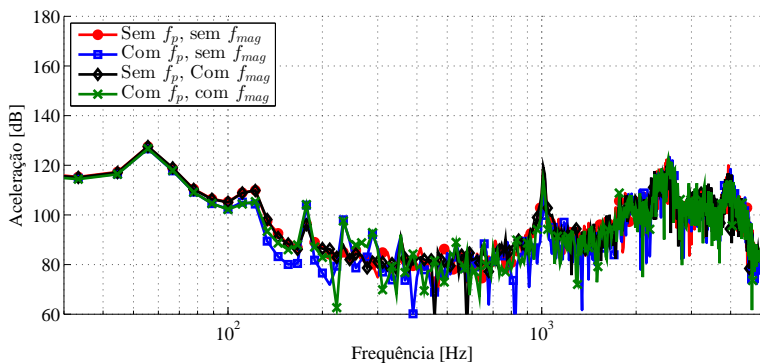
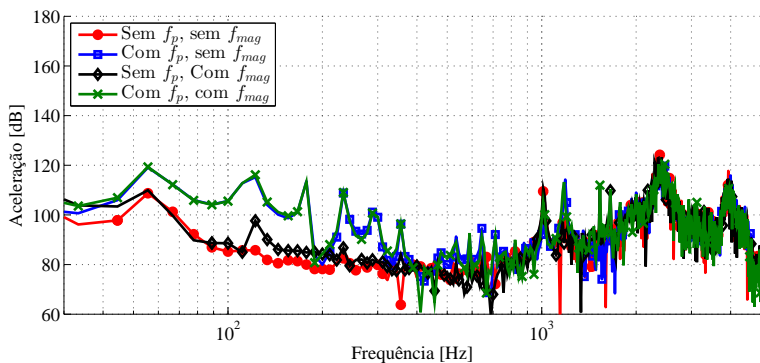
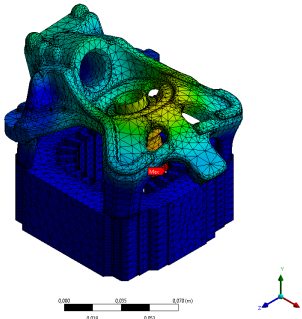
(a) Direção x (movimento do pistão)(b) Direção y (direção vertical)(c) Direção z (Normal à face)

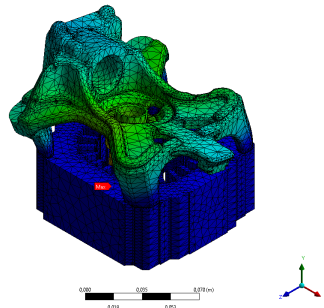
Figura 81 – Comparação entre os resultados de aceleração obtidos pelo modelo numérico flexível com os resultados experimentais.

01 Modal
 Total Deformation
 Type: Total Deformation
 Frequency: 962.00217 Hz
 Units: m
 Min: 0.0000
 Max: 0.0004
 Max_2: 2.150E-005 1.027



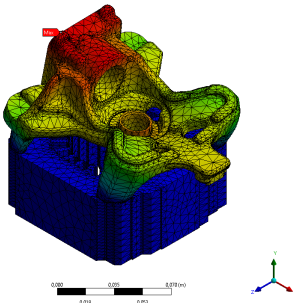
(a) Modo 1 – 962 Hz

02 Modal
 Total Deformation 2
 Type: Total Deformation
 Frequency: 1130.02051 Hz
 Units: m
 Min: 0.0000
 Max: 0.0003
 Max_2: 2.150E-005 1.027



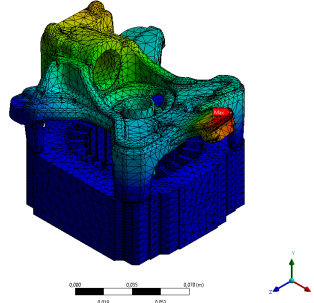
(b) Modo 2 – 1.130 Hz

03 Modal
 Total Deformation 3
 Type: Total Deformation
 Frequency: 1646.22064 Hz
 Units: m
 Min: 0.0000
 Max: 0.0003
 Max_2: 2.150E-005 1.027



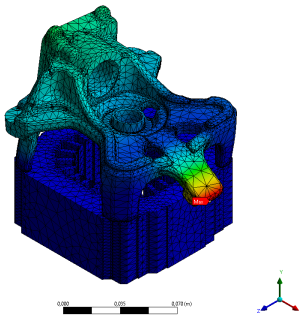
(c) Modo 3 – 1.646 Hz

04 Modal
 Total Deformation 4
 Type: Total Deformation
 Frequency: 2635.90108 Hz
 Units: m
 Min: 0.0000
 Max: 0.0002
 Max_2: 2.150E-005 1.026



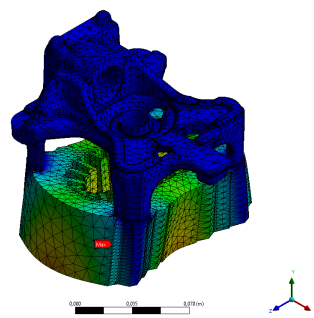
(d) Modo 4 – 2.635 Hz

05 Modal
 Total Deformation 5
 Type: Total Deformation
 Frequency: 2935.51002 Hz
 Units: m
 Min: 0.0000
 Max: 0.0002
 Max_2: 2.150E-005 1.026



(e) Modo 5 – 2.935 Hz

08 Modal
 Total Deformation 8
 Type: Total Deformation
 Frequency: 4100.90075 Hz
 Units: m
 Min: 0.0000
 Max: 0.0001
 Max_2: 2.150E-005 1.024



(f) Modo 8 – 4.100 Hz

Figura 82 – Modos de vibração do conjunto moto-compressor.

A Fig. 81 apresenta o espectro da aceleração obtida para os quatro casos considerados no nó do estator localizado conforme mostrado na Fig. 76. Nas direções x (direção do movimento do pistão) e z (perpendicular a x no plano das lâminas) pode-se observar que a componente f_0 (60 Hz) foi reduzida para os casos em que a força de compressão do gás foi considerada. Para as demais componentes até 1 kHz foi observado um aumento nos níveis de aceleração. Nos resultados de aceleração foram observados picos nas frequências em torno de 1 kHz, 1.600 Hz, 2.600 Hz e 2.900 Hz. Estes picos são decorrentes dos modos de vibração do conjunto moto-compressor, mostrados na Fig. 82. Os componentes rígidos são considerados como parâmetros concentrados e são incluídos no modelo numérico. Nesta faixa, observa-se um deslocamento de maior amplitude no bloco e este deslocamento também é verificado na aceleração do estator. Na disposição da estrutura o estator participa significativamente no modo 8 em torno de 4.100 Hz. Devido à limitação gerada pelo alto custo computacional, as análises serão limitadas até a frequência 3 kHz.

Como é possível observar na Fig. 80, a força de compressão ao longo do ciclo possui mais energia nesta faixa de frequência ($f < 1$ kHz). Logo, o aumento dos níveis de aceleração para esta faixa é esperado pela atuação da força de compressão. A magnitude da componente na frequência de 120 Hz aumentou consideravelmente com a aplicação da força de compressão. Este fato pode ser explicado a partir da observação do sinal temporal da aceleração em um nó do estator, o qual é mostrado na Fig. 83. No instante em que a força de compressão é máxima (≈ 8 ms), na posição em que o pistão está próximo do PMS, a aceleração do nó avaliado no estator apresenta uma resposta para esta força de grande magnitude (aproximadamente 400 N). Ou seja, a aceleração obtida pelo estator é diretamente afetada pelo esforço gerado pela compressão do gás. Por meio da comparação com o caso em que a força de compressão é nula observa-se que a aceleração no nó do estator não apresenta nenhum pico no instante ≈ 8 ms, indicando que esta resposta de aceleração no estator está diretamente associada ao esforço de compressão do gás.

Os casos nos quais a força magnética foi aplicada não foram observadas diferenças significativas nos níveis de vibração em relação aos demais casos. A despeito de pequenas variações as formas dos espectros de resposta permanecem praticamente inalteradas. A exceção foi observada para a direção z , mostrada na Fig. 81c. Esta direção é perpendicular à face do estator na qual o nó avaliado está localizado. Nesta direção observou-se que a resposta do sinal de aceleração nas

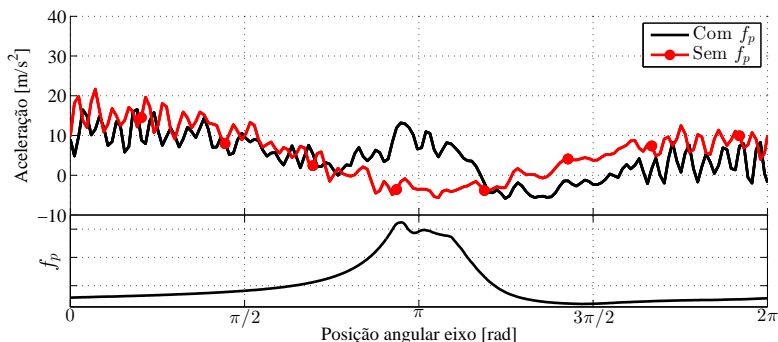


Figura 83 – Aceleração do nó do estator analisado relacionado com a força de compressão do gás. Abaixo está o sinal de força de compressão obtido experimentalmente e aplicado sobre o pistão.

frequências 1.530 Hz, 1.650 Hz e 1.770 Hz foi significativamente maior em relação aos casos em que a força magnética foi desconsiderada, em torno de 15 dB para 1.530 Hz. Estas componentes de força estão relacionadas às frequências $s_2(1-s)f_0$ e $(s_2(1-s) \pm 2)f_0$. Um grande valor de magnitude de aceleração nesta frequência já havia sido observado na análise experimental do conjunto interno em funcionamento como mostrado na Fig. 77.

O resultado de aceleração obtido, variando de forma mais significativa nas direções x e z , foi dentro do esperado visto que as forças magnéticas possuem componentes praticamente no planos da lâminas. As componentes de força magnética participam de forma mais significativa nas frequências em torno de 1.650 Hz, nas quais se encontram localizadas as componentes devido à interação dos campos do estator e do rotor. Como a distribuição espacial da força ao longo do entreferro nesta frequência é de ordem $r = 2$, $r = 4$ e $r = 6$, a aceleração na direção perpendicular à face (z) foi a mais afetada pela ação das forças magnéticas.

Portanto, embora com a consideração da força de compressão reduza a influência das forças magnéticas sobre as respostas de aceleração no estator, nas frequências em que estão localizadas as harmônicas principais das forças magnéticas observa-se uma relevante contribuição destas excitações. Nos casos em que a força de compressão não foi

considerada, com a aplicação das forças magnéticas foi observado um aumento no nível de aceleração para frequências inferiores a 500 Hz em relação ao caso em que estas forças são negligenciadas. Este fato pode ser observado na Fig. 81c. Na direção z , perpendicular à face do estator na qual o nó está disposto, para esta faixa o caso *sem* f_p e *com* f_{mag} apresenta níveis maiores em relação ao caso *sem* f_p e *sem* f_{mag} . Destaca-se a diferença na componente em 120 Hz ($2f_0$) onde se encontrou em aproximadamente 10 dB.

5.4 Vibração da carcaça

Um parâmetro importante para avaliar o quanto um compressor gera de potência sonora é o nível de vibração médio espacial na carcaça, visto que esta é a principal componente radiadora. Para avaliar a vibração da carcaça para os quatro casos propostos na seção anterior, as molas de suspensão, o tubo de descarga e a carcaça foram modeladas pelo MEF como mostrado na Fig. 84 e as vibrações calculadas do topo das molas foram prescritas no modelos das molas a fim de avaliar a transmissão de vibração para a carcaça através deste caminho. Para o tubo de descarga o mesmo procedimento foi realizado, sendo prescrita a vibração obtida para cada caso no ponto de conexão entre o bloco e o tubo. Uma restrição de deslocamento foi imposta na base da carcaça a fim de representar a condição de operação do compressor. A motivação para a divisão em duas partes esta análise foi reduzir o custo computacional. Assim, a resposta da carcaça excitada por estes caminhos de transmissão de energia vibratória é obtida por meio do modelo numérico do conjunto interno. Aplicando os valores prescritos da movimentação das molas e do tubo de descarga, o nível de vibração resultante na carcaça do compressor é obtido por meio de uma análise harmônica. O método direto foi utilizado uma vez que por esta abordagem é possível prescrever curvas de deslocamento como uma condição de contorno do problema, sendo o deslocamento obtido através da expressão

$$x_n(f) = -\frac{\ddot{x}_n}{f}\omega^2, \quad (5.1)$$

onde $\omega = 2\pi f$ e $x_n(f)$ é o deslocamento prescrito no topo das molas de suspensão e para o tubo de descarga. O modelo numérico utilizado neste trabalho para a carcaça e para o tubo de descarga foi o mesmo empregado por Fontanela (2015). As molas de suspensão foram modeladas utilizando o mesmo procedimento apresentado por Carmo (2001).

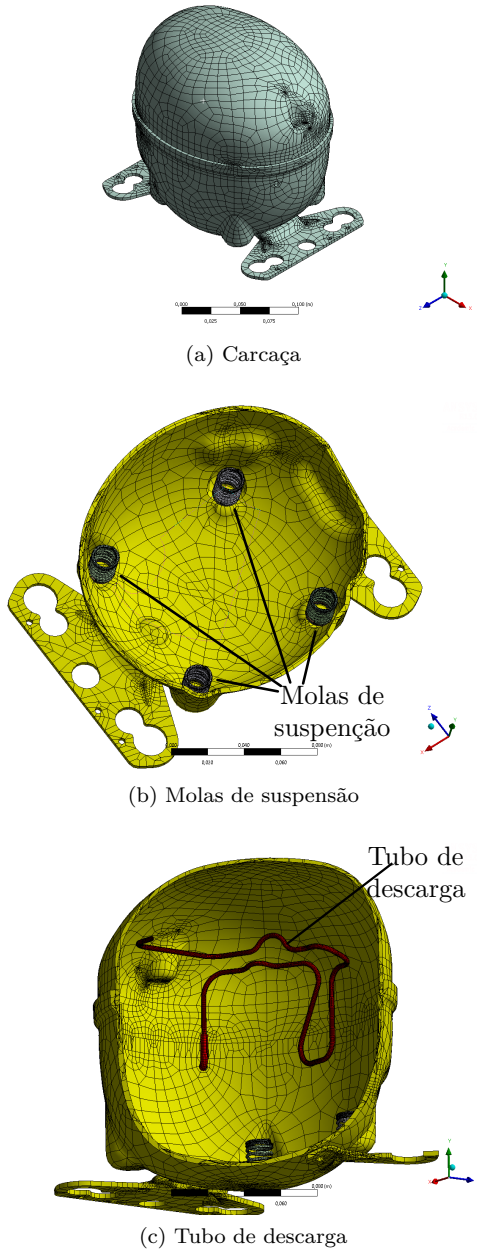


Figura 84 – Modelos numéricos da carcaça, molas de suspensão e tubo de descarga.

A carcaça foi modelada através do método dos elementos finitos, sendo composta por elementos tetraédricos quadráticos com aproximadamente 71.000 elementos e 180.000 nós. As propriedades materiais do aço foram adotadas, sendo o módulo de elasticidade igual a 205 GPa, coeficiente de Poisson 0,3 e a densidade igual a 7.870 kg/m^3 . A Fig. 85 apresenta a comparação entre os resultados de vibração na forma de aceleração obtidos pelo modelo numérico e os experimentais. A comparação consistiu na medição da resposta de aceleração em um ponto gerada pela excitação de outro ponto da carcaça na condição livre-livre. Pode-se observar que o resultado numérico apresentou uma boa concordância com os experimentais.

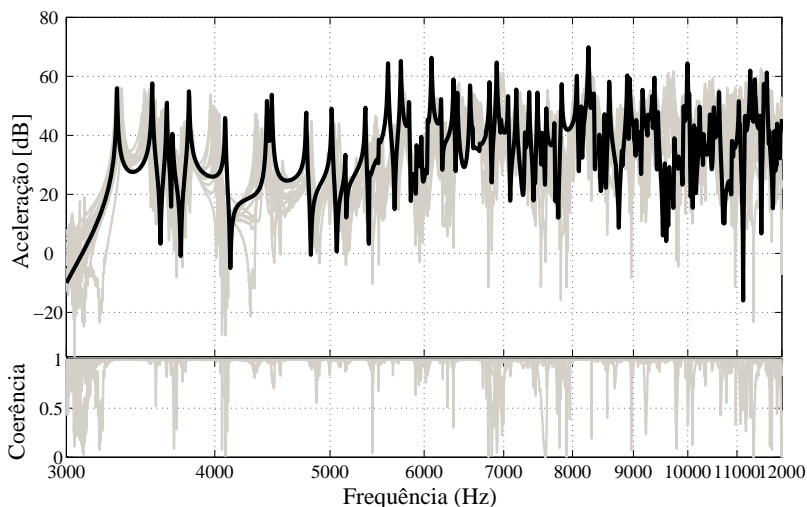


Figura 85 – Comparação entre os resultados obtidos pelo modelo numérico da carcaça e o experimental. A curva preta refere-se ao resultado numérico e as cinzas são referentes aos resultados obtidos experimentalmente a partir de cinco diferentes amostras.



Figura 86 – Configuração do teste proposto para o tubo de descarga.

O tubo de descarga foi modelado com elementos de placa quadráticos, discretizado com aproximadamente 15.000 elementos e 15.000 nós. O módulo de elasticidade adotado foi 200 GPa, o coeficiente de Poisson 0,3 e a densidade específica foi de 7.870 kg/m^3 . Para se validar a estrutura foi realizado um experimento em que o tubo foi engastado em uma de suas extremidades e excitado em um ponto próximo do engaste. A Fig. 86 apresenta a configuração adotada na análise. Os resultados da comparação entre o numérico e o experimental está mostrado na Fig. 87. Uma boa concordância foi obtida entre os resultados numéricos e os experimentais. Deste modo, o modelo proposto para a carcaça e pelo tubo de descarga por Fontanela (2015) são utilizados para avaliar a resposta dinâmica da carcaça.

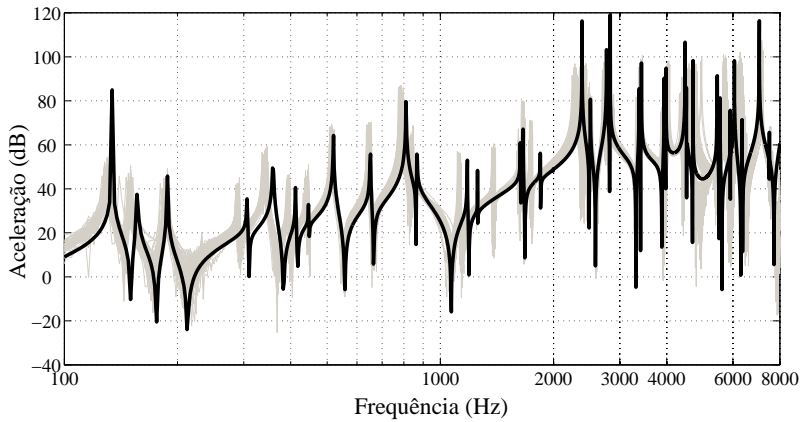


Figura 87 – Comparação entre os resultados obtidos pelo modelo numérico do tubo e o experimental para o ensaio realizado. A curva preta refere-se ao resultado numérico e as cinzas são referentes aos resultados experimentais obtidos a partir de cinco diferentes amostras.

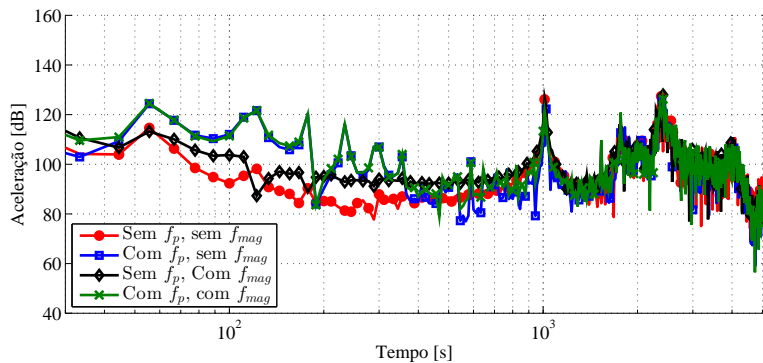
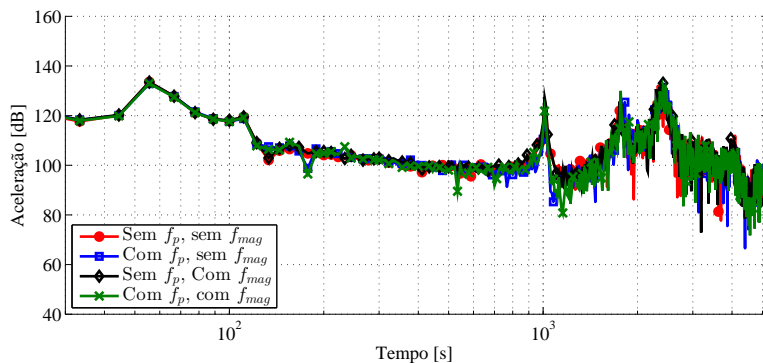
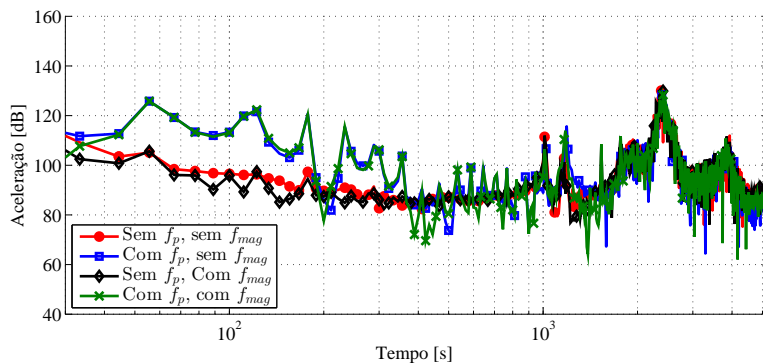
(a) Direção x (Movimento do pistão)(b) Direção y (Direção vertical)(c) Direção z

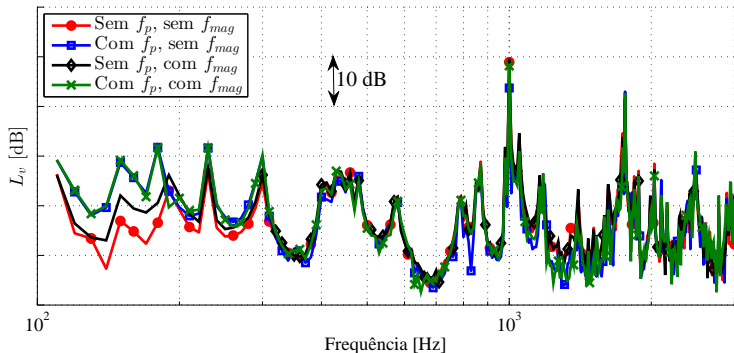
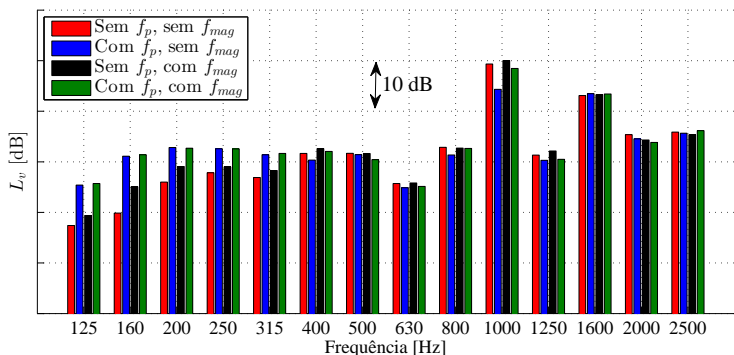
Figura 88 – Espectros das acelerações prescritas no topo das mola de suspensão 1.

Os níveis de vibração na forma de aceleração prescritos no topo da mola de suspensão 1 para os quatro casos analisados estão mostrados na Fig. 88. Pode-se observar que as acelerações obtidas para esta mola de suspensão possuem um comportamento semelhante ao obtido no nó do estator. Estas acelerações, juntamente com a obtida para o tubo de descarga, são prescritas no modelo numérico das molas de suspensão e do tubo de descarga e o nível de vibração sobre a carcaça são avaliadas. No plano das lâminas do estator (plano xy), os níveis de aceleração são significativamente alterados com a aplicação das forças de compressão (f_p) e pelas forças magnéticas. Este comportamento já havia sido observado para a aceleração em um nó do estator mostrado na Fig. 81. Os casos em que a força de compressão é aplicada observa-se que a aceleração na faixa $f < 500$ Hz é superior aos demais casos. Nesta faixa a força de compressão possui amplitudes com grandes valores conforme observado na Fig. 80. Já nos casos em que a força magnética é aplicada no estator, na frequência 1.530 Hz é observada uma diferença de aproximadamente 10 dB em relação aos demais casos. Para os casos em que a força de compressão não foi considerada, as forças magnéticas, além de aumentarem a resposta na frequência 1.530 Hz, proporcionaram também um aumento nas magnitudes para frequências menores que 500 Hz. Com a consideração da força de compressão do gás no pistão e na placa de válvula, o aumento proporcionado pelas forças magnéticas se torna desprezível nesta faixa. Este resultado pode ser explicado pela diferença de magnitudes entre a força de compressão e a força magnética sobre o dente nesta faixa. A aplicação da força de compressão sobre o conjunto se torna mais influente sobre a resposta dinâmica do conjunto em relação aos demais esforços. Já na direção y , de forma geral, não foram observadas diferenças significativas entre os casos analisados. Visto que os esforços impostos sobre os casos analisados atuam sobre os componentes do conjunto interno principalmente no plano xy este resultado obtido para a direção y já era esperada.

Para avaliar os níveis de vibração na carcaça causados pelos quatro casos de esforços aplicados, foi calculada para cada caso a resposta média espacial de vibração na carcaça, mostrados na Fig. 89. A Fig. 89a mostra o espectro do nível da média espacial de vibração em faixa de resolução $\Delta f = 10$ Hz e a Fig. 89b mostra os mesmos resultados em faixas de terço de oitava. O nível de velocidade média espacial (L_v) foi calculado através da expressão (ISO, 2010):

$$L_v = 10 \log \left(\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}{v_0^2} \right), \quad (5.2)$$

onde v_1 , v_2 e v_n são as velocidades obtidas nos n pontos analisados e v_0 é a velocidade de referência (10^{-9} m/s).

(a) Resolução $\Delta f = 10$ Hz

(b) Banda de terço de oitava

Figura 89 – Nível de velocidade espacial considerando os pontos da carcaça.

Os resultados obtidos para L_v para os casos em que a força de compressão foi aplicada sobre o conjunto interno (*com f_p sem f_{mag}* e *com f_p com f_{mag}*) foram significativamente maiores em relação aos demais casos para frequências mais baixas ($f < 300$ Hz). A diferença do nível de vibração observada entre os casos *com f_p sem f_{mag}* e *sem f_p sem f_{mag}* para a banda de 160 Hz é 11 dB. Já para as demais bandas nesta faixa a diferença foi em torno de 5 dB. Percebe-se, desta forma,

que a força de compressão possui uma grande influência sobre a resposta vibratória da carcaça para esta faixa. Para os casos em que a força de compressão foi aplicada (*com f_p sem f_{mag}* e *com f_p com f_{mag}*), a força magnética sobre os dentes não alterou de forma significativa o nível de vibração. A aplicação da força magnética resultou em um acréscimo de 0,3 dB no nível de vibração na banda de 125 Hz e de 1 dB para 160 Hz. Nos casos em que a força de compressão do gás não foi considerada (*sem f_p com f_{mag}* e *sem f_p sem f_{mag}*), a aplicação da força magnética alterou significativamente o nível de vibração sobre a carcaça. A aplicação da força magnética sobre os dentes resultou em um aumento no nível de 5 dB para a banda de 160 Hz e 3 dB para 200 Hz. Este aumento no valor do nível para o caso em que a força magnética foi aplicada sobre os dentes acontece devido ao fato de existirem, para este esforço, componentes com grandes magnitudes e frequências nesta faixa. Tendo em conta os resultados expostos, a força de compressão do gás possui uma influência preponderante sobre a vibração da carcaça para esta faixa na frequência. Na presença da força de compressão, a consideração da força magnética resulta em um pequeno aumento nos níveis de vibração nesta faixa. Uma vez que a força de compressão do gás não seja considerada ($f_p = 0$ N), a aplicação da força de compressão altera significativamente o nível de vibração na carcaça.

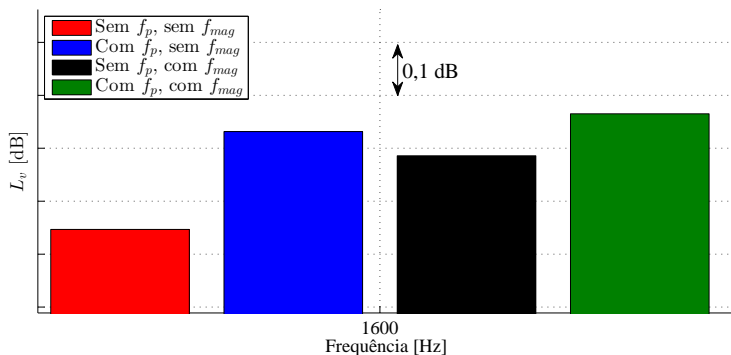


Figura 90 – Nível de vibração na carcaça obtido na banda de 1600 Hz.

Para a faixa restante na frequência não se observou uma alteração relevante nos níveis de vibração. Na banda de 1.600 Hz observou-se um pequeno aumento no nível de vibração com a aplicação da força

magnética. Este aumento pode ser visto com mais detalhes na Fig. 90. Nesta faixa encontram-se importantes componentes da força magnética nas frequências 1.530 Hz, 1.650 Hz e 1.770 Hz e a influência destas será verificada visto que possuem magnitudes comparáveis às da força de compressão. O aumento no nível de vibração com a aplicação da força magnética foi pequeno, menor que 0,1 dB para os casos *com f_p sem f_{mag}* e *sem f_p sem f_{mag}* . Entretanto, ao se analisar o resultado do nível de vibração em banda estreita para a frequência 1.530 Hz, mostrado na Fig. 91, observa-se que os casos em que a força magnética foi aplicada apresentam um aumento no nível de vibração de aproximadamente 3 dB.

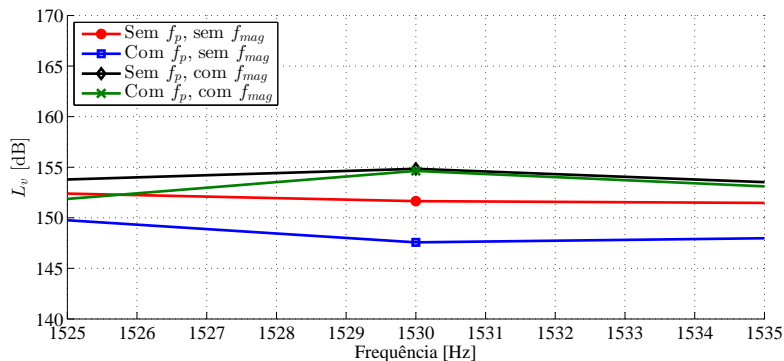


Figura 91 – Nível de vibração na carcaça obtido na frequência 1.530 Hz.

Logo, embora a consideração das forças magnéticas não seja de grande influência para a maior parte do espectro analisado, nas frequências em que este esforço possui maiores amplitudes é observada uma diferença significativa no nível de vibração. Uma vez que a radiação sonora da carcaça está relacionada à sua vibração, uma variação significativa no nível de vibração resulta na alteração da potência sonora radiada pelo compressor.

As Figs. 92, 93 e 94 apresentam os resultados de deslocamento da carcaça nas frequências 150 Hz, 1.530 Hz e 1.650 Hz, respectivamente. A vibração resultante na carcaça está mostrada na forma de deslocamento devido o *software* comercial utilizado apenas apresentar este resultado para a análise harmônica. A resposta forçada para estas frequências foram selecionadas devido ao fato de que nestas tanto a

força de compressão e quanto as forças magnéticas possuam grandes magnitudes. Para a frequência 150 Hz, mostrado na Fig. 92, pode-se observar que os casos em que se consideram a força de compressão apresentaram deslocamentos maiores quando comparados aos demais casos. Os deslocamentos obtidos para *com f_p sem f_{mag}* e *com f_p com f_{mag}* foram cerca de uma ordem de grandeza maiores em relação aos outros casos. Pode-se, então, verificar que nesta faixa a contribuição da força de compressão é mandatória. Para a frequência 1.530 Hz, mostrada na Fig. 93, observa-se que a imposição das forças magnéticas sobre os dentes resultou em um aumento na magnitude de deslocamento da carcaça. A imposição da força de compressão para esta frequência resultou em amplitudes de deslocamento menores. A comparação, por exemplo, para os casos *sem f_p sem f_{mag}* e *sem f_p com f_{mag}* pode-se notar que de forma geral acontece um aumento nas magnitudes de deslocamento sobre a carcaça. O mesmo acontece ao se avaliar os casos *com f_p sem f_{mag}* e *com f_p com f_{mag}* . Um comportamento semelhante ocorre na frequência 1.650 Hz, mostrado na Fig. 94. Como já mencionado anteriormente, nestas frequências a magnitude da força magnética é maior devido à interação entre os campos magnéticos do estator e do rotor e como já observado em análises prévias, um aumento da resposta do compressor ocorre nestas frequências.

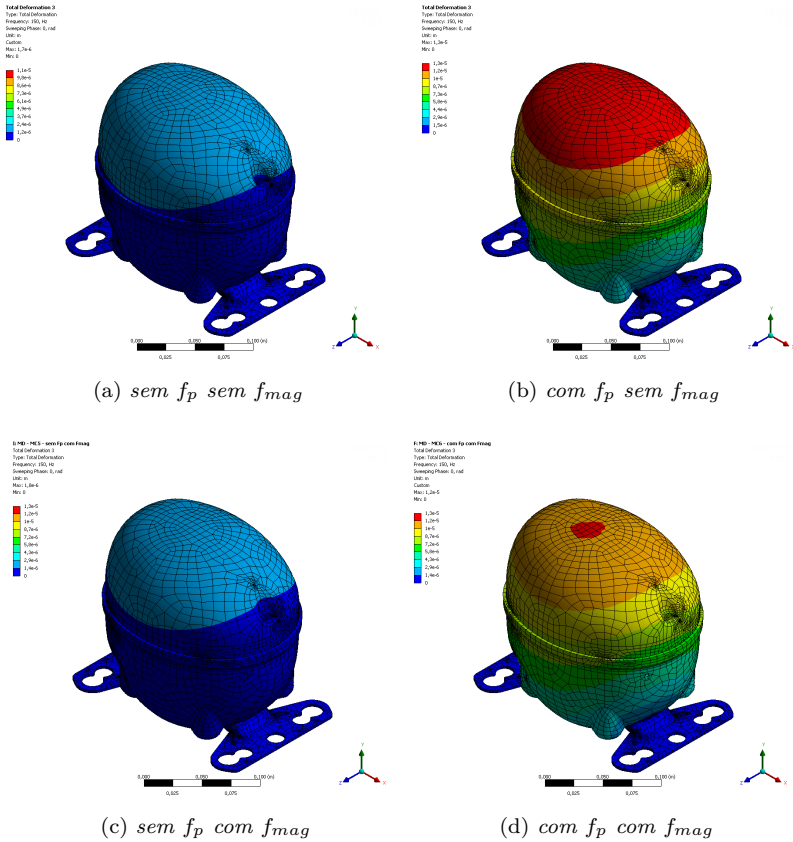


Figura 92 – Resposta forçada de deslocamento obtido na carcaça para a frequência 150 Hz.

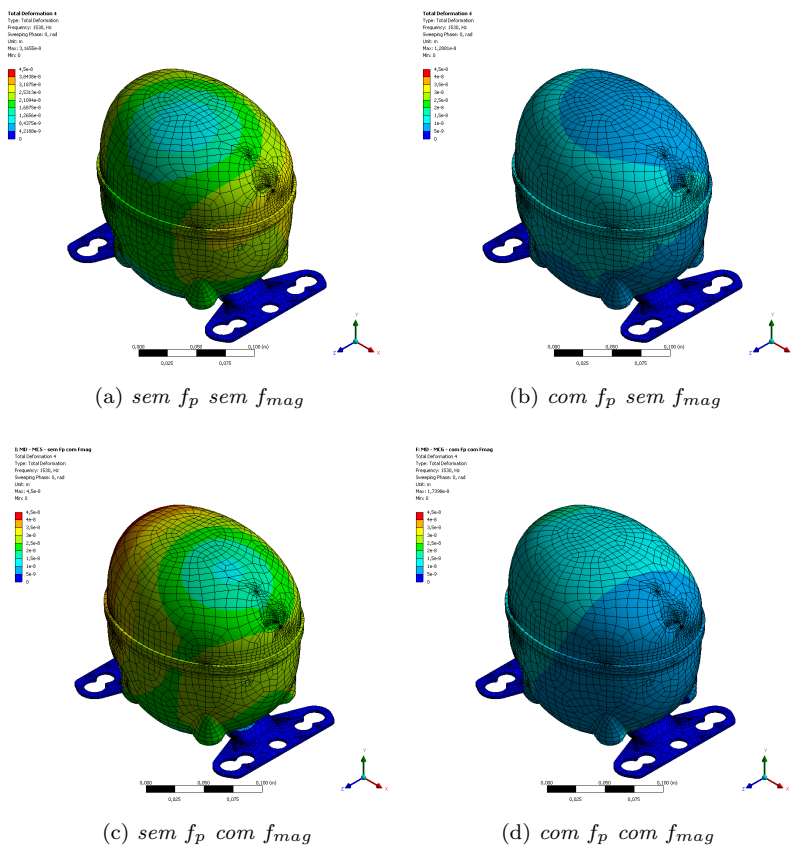


Figura 93 – Resposta forçada de deslocamento obtido na carcaça para a frequência 1.530 Hz.

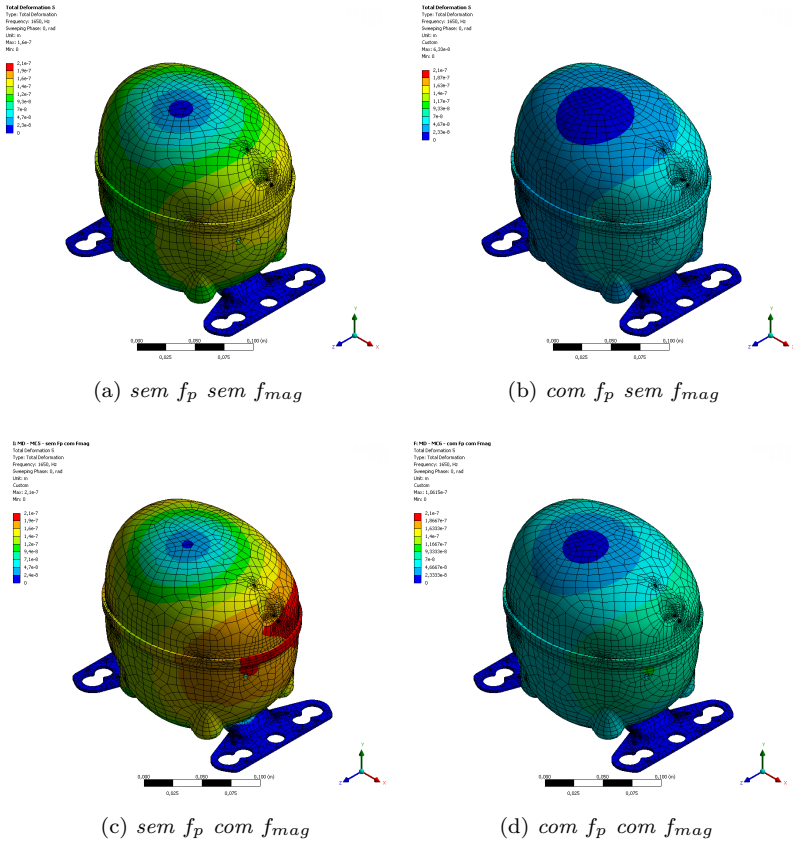


Figura 94 – Resposta forçada de deslocamento obtido na carcaça para a frequência 1.650 Hz.

5.5 Radiação sonora do compressor

A radiação sonora da carcaça gerada a partir do resultado apresentado na seção anterior será apresentada nesta seção. A determinação da radiação sonora foi realizada por meio do Método dos Elementos de Contorno (MEC). As velocidades obtidas nos nós da carcaça para os quatro casos de carregamento foram prescritas na malha acústica, e a radiação sonora e o nível de potência sonora foram obtidos em uma malha externa. A condição de contorno adotada para a cavidade foi de

campo livre para todas as direções. O *software* comercial *Virtual.Lab 11* foi utilizado nesta análise. A malha acústica para a carcaça do compressor e a malha externa em que são processados os resultados de potência sonora estão mostradas na Fig. 95. A malha externa foi construída de acordo com a ISO 3745 com 38 pontos, sendo utilizada nesta norma para determinar os níveis de potência sonora e fontes sonoras a partir de dados de pressão sonora calculados no campo distante. Na análise as propriedades do ar foram utilizadas, sendo elas a velocidade do som (340 m/s) e a densidade (1,225 kg/m³). O nível de potência sonora é calculado através da expressão abaixo:

$$NWS = NPS + 10 \log \frac{S_1}{S_0}, \quad (5.3)$$

sendo que NPS é o Nível de Pressão Sonora (NPS) calculado na malha externa dado por:

$$NPS = 10 \log \left[\frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N 10^{0,1NPS_i} \right) \right] \quad (5.4)$$

onde N e NPS_i referem-se ao número de pontos e o nível de pressão sonora obtido no ponto da malha externa, respectivamente. Já S_1 e S_0 são a área da esfera e a área de referência (1 m²), respectivamente. O raio da malha externa é de 990 mm e foi determinado para realizar as medições da pressão sonora em campo distante.

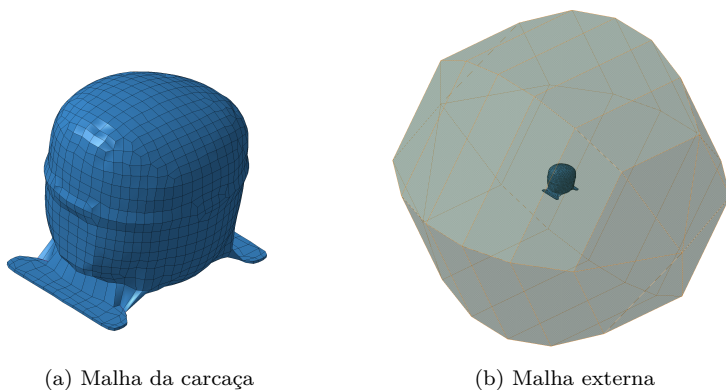


Figura 95 – Malha utilizadas para a análise de radiação sonora do compressor pelo MEC.

Após o processamento do modelo proposto considerando os quatro casos de carregamentos, os resultados do nível de potência sonora (*NWS*) são mostrados na Fig. 96. Os resultados obtidos se mostraram similares aos obtidos para o nível de velocidade nos pontos na carcaça. Embora a banda de 1.000 Hz tenha apresentado valores muito maiores em relação aos demais e ao observado da literatura, as demais bandas se mostraram próximas dos resultados típicos de compressores utilizados em aplicações de refrigeração doméstica. Para as bandas de frequências mais baixas observa-se que a imposição da força de compressão do gás possui uma influência importante sobre o *NWS*. Já para a banda de 1.600 Hz não foram observadas variações significativas no *NWS* com a consideração das forças magnéticas sobre o estator.

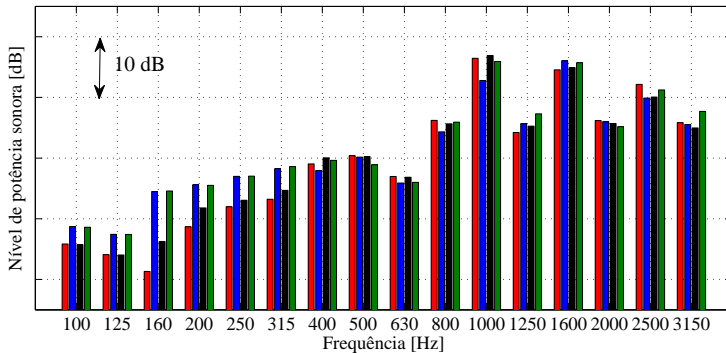


Figura 96 – Resultados obtidos de *NWS* para o compressor considerados os quatro casos de carregamento.

5.6 Síntese do capítulo

Neste capítulo foi avaliada a influência das forças magnéticas sobre o comportamento vibroacústico do compressor alternativo. Para tanto, o modelo numérico do conjunto interno apresentado no capítulo anterior foi utilizado juntamente com os esforços obtidos experimentalmente associados à compressão do gás. Quatro casos de diferentes carregamentos foram propostos para avaliar a influência das forças magnéticas e da força de compressão do gás. Assim, uma análise da influência das forças magnéticas com e sem os esforços associados à compressão foi realizada. As forças magnéticas obtidas no Cap. 3 foram

aplicadas sobre as faces dos dentes do estator laminado, considerando o compressor II sem excentricidade.

Ao avaliar a vibração na forma de aceleração em um nó do estator laminado observou-se que as forças magnéticas não influenciaram de forma significativa quando a força de compressão foi considerada para frequências na faixa $100 \text{ Hz} < f < 500 \text{ Hz}$ na direção do movimento do pistão (direção x). Na direção z estes casos apresentaram valores de aceleração significativamente maiores para frequências menores que 700 Hz. As forças magnéticas não influenciaram de forma relevante os resultados de aceleração em relação aos da força de compressão. O aumento da aceleração, por exemplo, com a consideração das forças magnéticas em conjunto com a força de compressão é de aproximadamente 1 dB para 150 Hz. A exceção foram as frequências 1.530 Hz, 1.650 Hz e 1.770 Hz uma vez que estas são as frequências de ressonância das forças magnéticas para o motor analisado. Na direção z obteve-se uma variação 15 dB considerando as forças magnéticas na frequência 1530 Hz em relação aos casos sem estes esforços. Deste modo, para as frequências de ressonância das forças magnéticas as respostas de aceleração no estator para estas excitações são relevantes durante o funcionamento do conjunto interno em operação.

A vibração na carcaça também foi avaliada por meio de uma análise harmônica de um modelo numérico composto pela carcaça, molas de suspensão e tubo de descarga. As acelerações nas molas e na conexão com o tubo obtidas no conjunto interno foram aplicadas sobre as suas respectivas localizações neste segundo modelo. Observou-se que para frequências mais baixas ($< 200 \text{ Hz}$) com a força de compressão resulta em um aumento significativo da velocidade sobre a carcaça. Observa-se nesta faixa um aumento pouco expressivo nos níveis de aceleração com a consideração das forças magnéticas, de aproximadamente 1 dB. Já nas frequências de ressonância das forças magnéticas para o motor analisado (1.530 Hz, 1.650 Hz e 1.770 Hz) a imposição das forças magnéticas resultaram em um aumento relevante nos níveis de velocidade, em torno de 10 dB nestas frequências.

6 Conclusões

A modelagem de problemas relacionados às excitações originadas pela atuação do campo magnético girante em motores de indução monofásicos envolve diferentes sistemas físicos e, desta forma, adiciona complexidades à sua resolução. Neste trabalho estas excitações foram determinadas através da modelagem do sistema eletromagnético. Para tanto, o motor de indução monofásico foi modelado por meio do Método dos Elementos Finitos e juntamente com o circuito de alimentação as suas respostas foram obtidas e avaliadas. Um acoplamento forte entre o circuito de alimentação e a aproximação numérica foi utilizado. Para validar o modelo foi realizada a comparação dos resultados de corrente e de torque obtidos numericamente com os obtidos experimentalmente. A aproximação destes resultados foi considerada satisfatória. A densidade de força presente considerando apenas estator laminado ligado à rede elétrica foi obtida experimentalmente. Neste teste uma bobina de busca disposta sobre a face de um dente do estator foi utilizada a fim de obter o fluxo magnético e, em seguida, a densidade de força. Um modelo numérico correspondente considerando apenas o estator ligado à rede elétrica foi construído e os resultados comparados aos experimentais. Os resultados obtidos tanto para o modelo numérico quanto para o ensaio experimental foram praticamente os mesmos. Assim, considerou-se representativo o modelo numérico proposto para a representação dos fenômenos eletromagnéticos.

A partir disto, as forças de origem magnética foram determinadas para dois motores de indução. Em um primeiro momento uma abordagem bidimensional foi utilizada e, posteriormente, um modelo tridimensional. Esta abordagem tridimensional, embora represente com mais fidelidade os fenômenos presentes no motor de indução, demandou um tempo de processamento muito superior em relação ao bidimensional. Os resultados obtidos para a densidade de força para estas duas

abordagens se mostraram próximos e, por esta razão, a abordagem bidimensional foi utilizada para obter os esforços gerados pelo campo magnético. Os resultados de densidade de força magnética obtidos para os dentes se aproximaram dos preditos por abordagens analíticas. As maiores magnitudes foram as frequências $2f_0$, $[s_2/p(1-s)]f_0$ e $[s_2/p(1-s) \pm 2]f_0$ e suas respectivas harmônicas.

Um modelo tridimensional do motor de indução foi construído e seus resultados de desempenho e de esforços magnéticos foram obtidos. Ao se avaliar toda a área da face do dente, uma atenuação significativa foi observada na frequência $[s_2/p(1-s)]f_0$. Este resultado já era esperado, uma vez que nesta abordagem as barras do rotor estão inclinadas e, conseqüentemente, ocorrem atenuações nestas frequências. Todavia, ao se avaliar pequenas áreas da face do dente ao longo da altura foi observado que os resultados se aproximam mais da modelagem bidimensional do que da tridimensional. Visto que a modelagem bidimensional é de menor custo computacional em relação à tridimensional, esta foi utilizada nas análises seguintes. Por meio do modelo tridimensional foi ainda avaliada a variação da força magnética ao longo da altura dos dentes. Foi observado que embora exista diferença ao longo da altura os resultados das forças magnéticas ficaram razoavelmente próximos. As componentes das forças permaneceram praticamente no plano das lâminas. Ou seja, as componentes das forças magnéticas na direção perpendicular a este plano foram muito menores em relação às demais componentes. Sendo assim, a modelagem bidimensional adotada para se representar o motor de indução investigado neste trabalho, que considera nulos os esforços na direção fora do plano, apresenta resultados satisfatórios uma vez que as forças magnéticas obtidas na direção fora do plano se aproximam de zero.

Finalmente, foi avaliada a influência da excentricidade nos resultados dos esforços magnéticos. A excentricidade estática e dinâmica foram modeladas e seus respectivos resultados obtidos foram comparados com o caso sem excentricidade. Foi observado que com o aumento da excentricidade relativa a magnitude do empuxo magnético desbalanceado atuante sobre o estator e sobre o rotor também aumenta. Já a presença de excentricidade dinâmica resulta em um aumento nas magnitudes do empuxo magnético desbalanceado e na densidade de força magnética nas frequências f_0 e $1,5f_0$.

Uma vez obtidas e avaliadas as excitações de origem magnética, o conjunto interno do compressor alternativo foi modelado. Um modelo multicorpos do conjunto interno foi construído e avaliado por uma

metodologia analítica e por multicorpos. Os resultados obtidos por estas duas abordagens apresentaram boa concordância. A partir deste resultado um modelo numérico em Elementos Finitos foi desenvolvido considerando apenas o estator e bloco como corpos deformáveis, sendo que os demais componentes foram considerados não-deformáveis. A escolha de considerar apenas estes dois componentes como deformáveis baseou-se no fato de as forças de compressão do gás e as magnéticas estarem atuando de forma direta nestes dois componentes. Além disso, o custo computacional para se processar os resultados para todo o conjunto é alto e o tempo necessário para o término da análise seria excessivamente longo. A comparação dos resultados obtidos para o modelo numérico deformável e experimentais indicou que a despeito de diferenças consideráveis para algumas bandas, em geral, os resultados apresentaram concordância razoável tendo em vista a complexidade na modelagem dinâmica de alguns componentes, em especial do estator laminado. A partir disto as forças de origem magnética e de compressão do gás aplicadas no modelo e avaliados os resultados.

Para avaliar a influência das forças de origem magnética sobre o comportamento vibroacústico do compressor, quatro casos de carregamento sobre o conjunto interno foram aplicados e avaliados. O intuito desta análise consistiu em verificar a influência da força magnética e da força de compressão do gás sobre o conjunto interno do compressor e, em seguida, sobre a carcaça. A magnitude da força de origem magnética que atua sobre o dente é consideravelmente menor quando comparada à força de compressão do gás para a faixa na frequência avaliada neste trabalho. Contudo, para algumas bandas os valores das magnitudes se tornam comparáveis e passam a ser importantes. Ao analisar a aceleração em um nó do estator para os quatro casos considerados observou-se que os resultados obtidos para os casos em que a força magnética foi considerada ficaram próximos àqueles em que estas não foram aplicadas. A exceção ficou para as frequências $f = [s_2(1-s)]f_0$ e $f = [s_2(1-s) \pm 2]f_0$, ou seja, $f = 1.530$ Hz, $f = 1.650$ Hz e $f = 1.770$ Hz. Nestas frequências, observou-se que as amplitudes de aceleração no estator foram maiores em relação aos casos em que as forças magnéticas foram desconsideradas. Ora, estas componentes de frequências são originadas na interação dos campos magnéticos do estator e do rotor e podem ser percebidas já nos resultados de aceleração obtidos experimentalmente. Nesta banda de frequência o modelo numérico deformável sem as forças magnéticas obteve uma resposta de aceleração consideravelmente menor em relação ao resultado experimental uma vez que neste as forças de origem magnética atuam sobre o sistema enquanto que no primeiro não. Assim, as forças

magnéticas foram significativas nas suas ressonâncias, principalmente naquelas originadas na interação dos campos do estator e do rotor.

O nível de vibração na carcaça foi ainda avaliado por meio da imposição dos resultados de aceleração obtidos para o topo das molas de suspensão e para o tubo de descarga sobre o segundo modelo que considerou a carcaça, as molas de suspensão e o tubo de descarga como componentes deformáveis. As acelerações obtidas nestes locais são referentes aos casos de carregamentos aplicados no conjunto interno. Uma análise harmônica foi utilizada para determinar a vibração por meio da velocidade média espacial na carcaça para os quatro casos de carregamento propostos. Para os casos em que a força de compressão foi prescrita sobre o conjunto interno observou-se que a influência das forças magnéticas foi pequena, sendo de aproximadamente 1 dB para $f < 200$ Hz. Nesta faixa a força de compressão do gás possui um papel importante sobre o resultado de velocidade na carcaça, sendo que a diferença entre os casos em que este esforço é considerado e o que este é negligenciado é de cerca de 20 dB. De forma similar ao observado para outros resultados, a força magnética tem uma influência relevante nas frequências associadas à interação dos campos magnéticos do estator e do rotor, isto é, $f = [s_2(1 - s)]f_0$ e $f = [s_2(1 - s) \pm 2]f_0$. Nestas frequências, a aplicação das forças magnéticas resultou em um aumento superior a 3 dB no nível de velocidade. Ainda por meio da análise da radiação sonora da carcaça observou-se que a potência sonora obtida para cada caso considerado se mostrou similar aos resultados obtidos para a velocidade na carcaça.

Assim, a partir da análise dos resultados verificou-se que as forças magnéticas possuem participação importante nas bandas em que se encontram as suas frequências com maiores magnitudes. Para o motor de indução investigado, estas frequências são 1.530 Hz, 1.650 Hz e 1.770 Hz e suas demais harmônicas. Nestas frequências pode-se observar um aumento nos níveis de vibração tanto no conjunto interno quanto na carcaça. Observa-se, ainda, que em baixas frequências, principalmente em 120 Hz, um pequeno aumento nos níveis de vibração também acontece. Este aumento é mais acentuado com a ausência dos esforços relacionados à compressão do gás. Os resultados de nível de potência sonora obtidos para os quatro casos tiveram comportamentos similares aos obtidos para a velocidade na carcaça do compressor. Embora este seja um resultado importante na avaliação do desempenho vibroacústico do compressor, deve-se observar que os esforços estruturais gerados neste são transmitidos para o gabinete do refrigerador. Desta forma,

respostas em frequências próximas às frequências naturais de algum componente do refrigerador podem sofrer amplificação e resultar em amplitudes significativas de nível de potência sonora do refrigerador.

Sugestões para trabalhos futuros

Com a limitação de tempo de execução do trabalho e com a experiência adquirida, pontos que podem ser temas de futura investigação são citados a seguir:

- modelagem do motor de indução por meio da técnica *multi-slice*. Por meio desta técnica a inclinação das barras do rotor pode ser considerada. Desta forma, um modelo bidimensional com um tempo de processamento menor do que o tridimensional e com uma boa aproximação pode ser utilizado;
- devido ao tamanho do problema numérico apenas o estator e o bloco foram considerados deformáveis na análise do conjunto interno do compressor. Os outros componentes foram considerados não deformáveis a fim de reduzir o tamanho do problema. Para uma maior representatividade do conjunto analisado, contudo, os demais componentes podem ser discretizados e considerados na análise a fim de se avaliar a sua interação com as forças magnéticas geradas no motor de indução. Com a tendência de aumento no poder de processamento nos computadores pessoais espera-se que em breve estas limitações sejam superadas;
- a análise das forças magnetostrictivas sobre os esforços que atuam sobre o estator laminado durante a sua operação;
- análise da influência das forças de origem magnética a partir de um modelo que contemple um acoplamento forte entre os sistemas eletromagnético e estrutural. Embora seja usual em trabalhos que buscam solucionar este tipo de problema o uso de uma abordagem de acoplamento fraco entre estes dois sistemas, a análise dos esforços de origem magnética considerando os esforços presentes durante a operação do compressor é interessante para o maior entendimento do sistema;
- análise da influência das forças magnéticas sobre o comportamento vibroacústico do compressor durante a partida e a parada;

- a radiação sonora é um indicador importante na avaliação do desempenho vibroacústico de um compressor alternativo. No entanto, esta máquina está acoplada estruturalmente no gabinete do refrigerador e é a sua principal fonte vibroacústica. Assim, sugere-se ainda avaliar os efeitos da aplicação da força magnética sobre a resposta de emissão sonora final do refrigerador.

Referências

ALGER, P. *Induction machines, their behavior and uses*. Gordon and Breach, 1995. Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=cK6_AAAAIAAJ>. Citado na página 117.

AMOR, A. H.; TIMAR, P.; POLOUJADOFF, M. Induction squirrel cage machine design with minimization of electromagnetic noise. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, v. 10, n. 4, p. 681 –687, dec 1995. ISSN 0885-8969. Citado na página 73.

ANSYS@ Academic Research, Release 15, Help system, Mechanical APDL. Citado na página 169.

ANWAR M.N.; HUSAIN, O. Radial force calculation and acoustic noise prediction in switched reluctance machines. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, v. 36, n. 6, p. 1589 – 1597, nov/dec 2000. ISSN 0093-9994. Citado na página 91.

ARKKIO, A. *Analysis of induction motors based on the numerical solution of the magnetic field and circuit equations*. Tese (Doutorado) — Helsinki University of Technology, 1987. Citado 7 vezes nas páginas 38, 77, 80, 85, 86, 87 e 99.

BASTOS, J. *Eletromagnetismo para engenharia: estática e quase-estática*. Ed. da UFSC, 2004. (Serie Didatica Universidade Federal de Santa Catarina). ISBN 9788532803061. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=Kq0lAQAACAAJ>>. Citado na página 79.

BASTOS, J.; SADOWSKI, N. *Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods*. Taylor & Francis, 2003. (Electrical and Computer Engineering). ISBN 9780824748609. Disponível em:

<<http://books.google.com.br/books?id=Wm45GdI01qoC>>. Citado 2 vezes nas páginas 86 e 104.

BESBES M., P. C. C. F. G. M. Influence of stator geometry upon vibratory behaviour and electromagnetic performances of switched reluctance motors. *Electric Power Applications, IEE Proceedings* -, v. 145, n. 5, p. 462–468, sep 1998. ISSN 1350-2352. Citado na página 145.

BESNERAIS, J. L.; LANFRANCHI, V.; HECQUET, M.; BROCHET, P. Optimal slot numbers for magnetic noise reduction in variable-speed induction motors. *Magnetics, IEEE Transactions on*, v. 45, n. 8, p. 3131–3136, aug. 2009. ISSN 0018-9464. Citado na página 117.

BOLDEA I.; NASAR, S. *The Induction Machines Design*. CRC PressINC, 2010. (The Electric Power Engineering). ISBN 9781420066685. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=KoVyRwAACAAJ>>. Citado 4 vezes nas páginas 15, 45, 46 e 52.

CARMO, M. G. V. D. *Fluxo De Energia Vibratória Do Conjunto Motocompressor Para A Carcaça De Um Compressor Hermético Através Das Molas De Suspensão*. Dissertação (Mestrado) — UFSC, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 189.

CARNEIRO, E. B. *Aplicação De Absorvedores Tipo Membrana Em Cavidades E Filtros Acústicos*. Dissertação (Mestrado) — UFSC, 2008. Citado na página 35.

DOI, R. M. *Validação de um modelo de conjunto para predição e análise vibroacústica de um compressor hermético*. Tese (Doutorado) — UFSC, 2011. Citado 5 vezes nas páginas 36, 94, 156, 169 e 177.

DORRELL, D. Calculation of unbalanced magnetic pull in small cage induction motors with skewed rotors and dynamic rotor eccentricity. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, v. 11, n. 3, p. 483–488, 1996. ISSN 0885-8969. Citado na página 61.

DORRELL, D.; HSIEH, M.-F. Calculation of radial forces in cage induction motors at start; the effect of rotor differential. *Magnetics, IEEE Transactions on*, v. 46, n. 8, p. 3029–3032, aug. 2010. ISSN 0018-9464. Citado 3 vezes nas páginas 123, 125 e 137.

DUPONT, J.; BOUVET, P.; HUMBERT, L. Vibroacoustic simulation of an electric motor: Methodology and focus on the structural fem representativity. In: *Electrical Machines (ICEM), 2012 XXth*

International Conference on. [S.l.: s.n.], 2012. p. 3027–3033. Citado 3 vezes nas páginas 23, 148 e 150.

ELLISON A.J.; MOORE, C. Acoustic noise and vibration of rotating electric machines. *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, v. 115, n. 11, p. 1633–1640, november 1968. ISSN 0020-3270. Citado na página 38.

FITZGERALD, A.; KINGSLEY, C.; UMANS, S. *Máquinas Elétricas: Com Introdução à Eletrônica de Potência*. BOOKMAN COMPANHIA ED, 2006. ISBN 9788560031047. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=zsH5FZYJhb4C>>. Citado 7 vezes nas páginas 46, 47, 49, 50, 52, 53 e 54.

FONTANELA, F. *Análise robusta de modelos estruturais utilizando métodos probabilísticos*. Dissertação (Mestrado) — UFSC, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 189 e 192.

FRANCK DAVID, v. d. G. M.; HAMEYER, K. Simulation of acoustic radiation of an AC servo drive. *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, COMPEL*, v. 29, n. 4, p. 1060–1069, 2010. ISSN 0332-1649. Disponível em: <<http://134.130.107.200/uploads/bibliotest/2010DFServo.pdf>>. Citado na página 177.

FRANCK MICHAEL VAN DER GIET, K. H. D. Simulation of acoustic radiation of an ac servo drive. *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, v. 29 Iss: 4, p. 1060 – 1069, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 23, 148 e 150.

FULCO Érico R. *Esforços Dinâmicos Transmitidos Do Conjunto Eixo-rotor Flexível Ao Bloco De Compressores Herméticos*. Dissertação (Mestrado) — UFSC, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 160 e 163.

FULCO Érico R. *Modelos do comportamento dinâmico e vibroacústico de compressores herméticos*. Tese (Doutorado) — UFSC, 2014. Citado 4 vezes nas páginas 19, 156, 158 e 163.

GIERAS, J.; LAI, J.; WANG, C. *Noise of polyphase electric motors*. CRC/Taylor & Francis, 2006. (Electrical and computer engineering, v. 10). ISBN 9780824723811. Disponível em:

<<http://books.google.com/books?id=Fsz-1hYfMv4C>>. Citado 15 vezes nas páginas 15, 16, 39, 57, 62, 64, 69, 71, 72, 75, 77, 78, 92, 93 e 106.

GIRGIS R.S. ;VERMAS, S. Method for accurate determination of resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines. *Electric Power Applications, IEE Proceedings B*, v. 128, n. 1, p. 1–, 1981. ISSN 0143-7038. Citado na página 40.

GOMES, L. *Análise Dinâmica do Estator de um Motor Elétrico*. Dissertação (Mestrado) — UFSC, 2014. Citado 10 vezes nas páginas 19, 23, 36, 145, 146, 148, 149, 152, 169 e 177.

GUILHERME, K. d. L. P. *Modelagem dinâmica de compressores alternativos*. Tese (Doutorado) — UNICAMP, 2008. Citado na página 156.

HAMEYER, K.; BELMANS, R. *Numerical modelling and design of electrical machines and devices*. WIT Press, 1999. (Advances in electrical and electronic engineering). ISBN 9781853126260. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=sN0eAQAIAAJ>>. Citado na página 80.

ISHIBASHI, F.; KAMIMOTO, K.; NODA, S.; ITOMI, K. Natural frequency of stator core of small induction motor. *Electric Power Applications, IEE Proceedings -*, v. 150, n. 2, p. 210 – 214, mar. 2003. ISSN 1350-2352. Citado na página 91.

ISHIBASHI, F.; KAMIMOTO, K.; NODA, S.; ITOMI, K. Small induction motor noise calculation. *IEEE TRANSACTIONS ON ENERGY CONVERSION*, v. 18, p. 357–361, 2003. Citado na página 38.

ISHIBASHI, F.; NODA, S.; MOCHIZUKI, M. Numerical simulation of electromagnetic vibration of small induction motors. *Electric Power Applications, IEE Proceedings -*, v. 145, n. 6, p. 528 –534, nov 1998. ISSN 1350-2352. Citado 2 vezes nas páginas 90 e 91.

ISO. *ISO 10140-4 Acoustics - Laboratory measurements of sound insulation of building elements Part 4: MMeasurement procedures and requirements*. 2010. Citado na página 195.

JEON, J. Y.; YOU, J.; CHANG, H. Y. Sound radiation and sound quality characteristics of refrigerator noise in real living environments. *Applied Acoustics*, v. 68, n. 10, p.

- 1118 – 1134, 2007. ISSN 0003-682X. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0003682X06001381>>. Citado na página 33.
- JORDAN, H. *Geräuscharme Elektromotoren: Lärmbildung und Lärmbeseitigung bei Elektromotoren*. W. Girardet, 1950. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=gSsQHAAACAAJ>>. Citado na página 38.
- JORDAN, R. *Análise modal experimental – Notas de aula*. 2011. Citado na página 91.
- KAKO, F.; TSURUTA, T.; NAGAISHI, K.; KOHMO, H. Experimental study on magnetic noise of large induction motors. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-102, n. 8, p. 2805 –2810, aug. 1983. ISSN 0018-9510. Citado 2 vezes nas páginas 89 e 100.
- KALLUF, F. J. H. *Análise do funcionamento assíncrono de um motor monofásico síncrono de ímãs permanentes com partida direta*. Dissertação (Mestrado) — UFSC, 2010. Citado na página 97.
- KOBAYASHI, T.; TAJIMA, F.; ITO, M.; SHIBUKAWA, S. Effects of slot combination on acoustic noise from induction motors. *Magnetics, IEEE Transactions on*, v. 33, n. 2, p. 2101 –2104, mar 1997. ISSN 0018-9464. Citado 3 vezes nas páginas 91, 110 e 113.
- KURKA, P.; IZUKA, J.; PAULINO, K. Dynamic loads of reciprocating compressors with flexible bearings. *Mechanism and Machine Theory*, v. 52, n. 0, p. 130 – 143, 2012. ISSN 0094-114X. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094114X12000249>>. Citado na página 163.
- LANFRANCHI, V.; AIT-HAMMOUDA, A.; FRIEDRICH, G.; HECQUET, M.; RANDRIA, A. Vibratory and acoustic behavior of induction traction motors, machine design improvement. v. 2, p. 843–848, 2006. Citado na página 145.
- MALITI, K. C. *Modelling and analysis of magnetic noise in squirrel-cage induction motors*. Tese (Doutorado) — Royal Institute of Technology, 2000. Citado 12 vezes nas páginas 15, 57, 58, 60, 65, 66, 67, 77, 82, 85, 87 e 92.
- MAREZE, P. H. *Aplicação de tubos ressonantes para atenuação sonora de cavidades e filtros acústicos*. Dissertação (Mestrado) —

UFSC, 2009. Disponível em: <<http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/92329>>. Citado na página 35.

MARRIOT, L. Finite element calculation of rotor sidepull forces in single-phase induction motors. In: *International Compressor Engineering Conference*. [S.l.: s.n.], 1994. Citado na página 36.

MAXWELL Online Help. [S.l.], 2014. Citado na página 96.

NAU, S.; MELLO, H. Acoustic noise in induction motors: causes and solutions. In: *Petroleum and Chemical Industry Conference, 2000. Record of Conference Papers. Industry Applications Society 47th Annual*. [S.l.: s.n.], 2000. p. 253 –263. Citado na página 73.

NAU, S. L. *Desenvolvimento de um método de cálculo para determinação do ruído acústico de origem magnética gerado por motores de indução trifásicos*. Dissertação (Mestrado) — UFSC, 2000. Citado na página 39.

NAU, S. L. *Análise da influência da excentricidade do rotor sobre o ruído acústico de origem magnética gerado por motores de indução trifásicos*. Tese (Doutorado) — UFSC, 2007. Citado 5 vezes nas páginas 39, 92, 123, 125 e 145.

NETO, L. L. *Modelo vibroacústico simplificado de um compressor scroll*. Dissertação (Mestrado) — UFSC, 2013. Citado na página 36.

NEVES, C.; CARLSON, R.; SADOWSKI, N.; BASTOS, J. A study on magnetic vibration sources identification in induction motors by fem simulation and experimental procedures. In: *Industry Applications Conference, 1998. Thirty-Third IAS Annual Meeting. The 1998 IEEE*. [S.l.: s.n.], 1998. v. 1, p. 237 –242 vol.1. Citado na página 39.

NEVES, C.; CARLSON, R.; SADOWSKI, N.; BASTOS, J.; SOEIRO, N.; GERGES, S. Experimental and numerical analysis of induction motor vibrations. *Magnetics, IEEE Transactions on*, v. 35, n. 3, p. 1314 –1317, maio 1999. ISSN 0018-9464. Citado na página 89.

NEVES, C. G. d. C. *Metodologia de modelagem e análise das vibrações de origem magnética nas máquinas elétricas rotativas por elementos finitos e procedimentos experimentais*. Tese (Doutorado) — UFSC, 1999. Citado na página 104.

OLIVEIRA, W. C. d. *Redução do empuxo magnético desbalanceado em geradores síncronos*. Dissertação (Mestrado) — UFSC, 2008. Citado na página 62.

- PAIOTTI, L. R. *Vibrações induzidas pelo Campo Eletromagnético no Estator de Motores de Indução de Compressores Herméticos*. Dissertação (Mestrado) — UFSC, 2002. Citado 3 vezes nas páginas 36, 57 e 117.
- PIZARRO, A. R. R. *Influência do óleo lubrificante na transferência de calor em um compressor hermético alternativo*. Dissertação (Mestrado) — UFSC, 2007. Disponível em: <<http://www.tede.ufsc.br/teses/PEMC1071-D.pdf>>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 37.
- PORTO, L. L. R. *Simulação Numérica Dos Esforços Dinâmicos De Baixas Frequências Transmitidos Por Compressores Recíprocos*. Dissertação (Mestrado) — UFSC, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 160 e 163.
- RODRÍGUEZ, P. J.; BELAHCEN, A.; ARKKIO, A.; LAIHO, A.; ANTONINO-DAVIU, J. Air-gap force distribution and vibration pattern of induction motors under dynamic eccentricity. *Electrical Engineering (Archiv fur Elektrotechnik)*, Springer Berlin / Heidelberg, v. 90, p. 209–218, 2008. ISSN 0948-7921. 10.1007/s00202-007-0066-2. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s00202-007-0066-2>>. Citado na página 123.
- RODRIGUES, R. S. *Análise dos esforços dinâmicos transmitidos pelo eixo e pistão ao bloco de compressores herméticos*. Dissertação (Mestrado) — UFSC, 2003. Citado 4 vezes nas páginas 155, 160, 163 e 164.
- ROIVAINEN, J. *Unit-wave response-based modeling of electromechanical noise and vibration of electrical machines*. Tese (Doutorado) — HELSINKI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, 2009. Disponível em: <<http://lib.tkk.fi/Diss/2009/isbn9789512299119/isbn9789512299119.pdf>>. Citado na página 39.
- RUTHES, J. R. *Análise Dos Torques Síncronos Em Motores De Indução Monofásicos*. Dissertação (Mestrado) — UFSC, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 50.
- SADOWSKI, N.; CARLSON, R.; ARRUDA, S.; SILVA, C. da; LAJOIE-MAZENC, M. Simulation of single-phase induction motor by a general method coupling field and circuit equations. *Magnetics, IEEE Transactions on*, v. 31, n. 3, p. 1908–1911, may 1995. ISSN 0018-9464. Citado na página 39.

SADOWSKI, N.; LEFEVRE, Y.; LAJOIE-MAZENC, M.; CROS, J. Finite element torque calculation in electrical machines while considering the movement. *Magnetics, IEEE Transactions on*, v. 28, n. 2, p. 1410–1413, mar 1992. ISSN 0018-9464. Citado na página 39.

SCHLENSOK, C.; HENNEBERGER, G. Comparison of static, dynamic and stati-dynamic eccentricity in induction machines with squirrel-cage rotor using 2D-transient FEM. *COMPEL*, v. 23, n. 4, p. 1070–1079, 2004. [2004CSSquirrel]. Disponível em: <<http://134.130.107.200/uploads/bibliotest/2004CSSquirrel.pdf>>. Citado na página 124.

SCHLENSOK, C.; SCHMÜLLING, B.; GIET, M. van der; HAMEYER, K. Electromagnetically excited audible noise - Evaluation and Optimisation of Electrical Machines by Numerical Simulation. *EPQU - Electrical Power Quality and Utilization Journal*, v. 12, n. 2, 2007. Disponível em: <<http://www.leonardo-energy.org/drupal/taxonomy/term/376>>. Citado na página 106.

SCHLENSOK C., D. v. R.; KüEST, T.; HENNEBERGER, G. Acoustic simulation of an induction machine with squirrel-cage rotor. *Compel-the International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, v. 25, p. 475–486, 2006. Citado na página 39.

SHABANA, A. *Dynamics of Multibody Systems*. Cambridge University Press, 2005. ISBN 9781139446518. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=Bjye4r1j9ZIC>>. Citado na página 163.

SHIOHATA K.1 ; KUSAMA, R. . O. S. . I. T. The study on electromagnetic force induced vibration and noise from a normal and an eccentric universal motors. In: *Progress In Electromagnetics Research Symposium Proceedings*. [S.l.: s.n.], 2011. Citado na página 123.

SILVEIRA, M. Noise and vibration reduction in compressors for commercial applications. *International Compressor Engineering Conference at Purdue*, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 15, 33 e 34.

SILWAL, B. *Computation of eddy currents in a solid rotor induction machine with 2-D and 3-D FEM*. Dissertação (Mestrado) — Aalto University, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 86 e 87.

SOEDEL, W. *Sound and vibration of positive displacement compressors*. [S.l.]: CRC Press, 2007. Citado na página 37.

VERMA S.P.; GIRGIS, R. Considerations in the choice of main dimensions of stators of electrical machines in relation to their vibration characteristics. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, v. 94, n. 6, p. 2151 – 2159, nov. 1975. ISSN 0018-9510. Citado 2 vezes nas páginas 91 e 145.

VERMA SP; GIRGIS, R. Experimental verification of resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines. part 1: Models, experimental procedure and apparatus. *Electric Power Applications, IEE Proceedings B, IET*, v. 128, n. 1, p. 12–21, 1981. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 145.

VERMA S.P.; GIRGIS, R. Experimental verification of resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines. part 2: Experimental investigations and results. *Electric Power Applications, IEE Proceedings B*, v. 128, n. 1, p. 22 –32, january 1981. ISSN 0143-7038. Citado 2 vezes nas páginas 91 e 145.

VERMA S.P.; LI, W. Measurement of vibrations and radiated acoustic noise of electrical machines. In: *Electrical Machines and Systems, 2003. ICEMS 2003. Sixth International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2003. v. 2, p. 861 – 866 vol.2. Citado na página 40.

VIJAYRAGHAVAN, P.; KRISHNAN, R. Noise in electric machines: a review. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, v. 35, n. 5, p. 1007 –1013, sep/oct 1999. ISSN 0093-9994. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 150.