# UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENĜENHARIA MECÂNICA

# MODELAGEM DO ESCOAMENTO BIFÁSICO EM TUBOS CAPILARES

# TESE SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA

# ANDRÉ LUIZ SEIXLACK

FLORIANÓPOLIS, OUTUBRO DE 1996

# MODELAGEM DO ESCOAMENTO BIFÁSICO EM TUBOS CAPILARES

### ANDRÉ LUIZ SEIXLACK

# ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

## DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA

NA ÁREA DE CONCENTRAÇÃO ENGENHARIA E CIÊNCIAS TÉRMICAS, APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Prof. Álvaro Toubes Prata, Ph. D. Orientador

Prof. Cláudio Melo, Ph. D. Co-orientador

Prof. Abelardd Alves de Queiroz, Ph. D. Coordenador do Curso

V

**BANCA EXAMINADORA:** 

Prof. Álvaro Toubes Prata, Ph. D. Presidente

Prof. Rogério Tadeu da Silva/Ferreira, Ph. D.

Prof. Fernando de Almeida França, Dr.

Prof. Cláudio Melo, Ph. D.

Prof. Júlio César Passos, Dr.

410 deana

Prof. Nísio de Carvalho Lobo Brum, D. Sc.

À minha esposa Ana Lúcia pelo amor, encorajamento e paciência que teve durante a realização deste trabalho; aos meus filhos Marcela e Fábio com muito carinho.

•

Aos professores Álvaro Toubes Prata e Cláudio Melo pelo constante incentivo e pela disposição e seriedade com que me orientaram. Sinto-me privilegiado de tê-los como professores e amigos.

A todos os demais professores, funcionários e colegas do Núcleo de Refrigeração, Ventilação e Ar Condicionado (NRVA), onde muito trabalhei, aprendi e fiz bons amigos.

Aos colegas Carlos Boabaid Neto e Moacyr Marangone Mezavila, do grupo de pesquisa em tubos capilares "CAPGRUP" (NRVA), pelas proveitosas discussões técnicas.

Aos trabalhadores brasileiros, através da CAPES, e aos trabalhadores do Estado de São Paulo, através da Universidade Estadual Paulista - UNESP, que me forneceram o suporte financeiro para a execução deste trabalho.

A todos os colegas do Departamento de Engenharia Mecânica, da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - FEIS/UNESP, em particular aos professores da Área de Ciências Térmicas que permitiram o meu afastamento para a realização deste trabalho.

Em especial, agradeço aos meus pais Hélio Seixlack e Nilza Rodrigues Seixlack pela dedicação incansável na formação de seus filhos.

iv

v

# Sumário

### LISTA DE FIGURAS, viii

LISTA DE TABELAS, xii

LISTA DE SÍMBOLOS, xiii

**RESUMO**, xviii

ABSTRACT, XX

- Capítulo 1 INTRODUÇÃO, 1
  - 1.1 Fluidos Refrigerantes Clorofluorcarbonos, 1

1.2 Generalidades Sobre Tubos Capilares, 3

- 1.3 Revisão Bibliográfica, 8
- 1.4 Procedimentos de Análise e Dimensionamento de Tubos Capilares, 21
- 1.5 Objetivos da Tese, 22

### Capítulo 2 ESCOAMENTOS BIFÁSICOS, 24

2.1 Aspectos Qualitativos, 24

- 2.1.1 Limite Termodinâmico de Superaquecimento, 25
- 2.1.2 Processos de Nucleação e o Crescimento de Bolhas, 27
- 2.1.3 Termos Interfaciais, 29
- 2.2 Classificação Geral, 31

- 2.3 Regimes de Escoamento Bifásico, 32
- 2.4 Métodos de Análise, 36
- 2.5 Modelo Homogêneo Aplicado ao Escoamento em Tubos Capilares, 38
  - 2.5.1 Equações Governantes Para o Escoamento de Líquido, 38
  - 2.5.2 Equações Governantes Para o Escoamento Bifásico, 41
- 2.6 Modelo de Dois Fluidos, 43

2.6.1 Formulação Local e Instantânea, 45

2.6.2 Formulação Média no Tempo, 47

.

#### Capítulo 3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA, 52

- 3.1 Considerações Preliminares, 52
- 3.2 Equações Governantes, 53
  - 3.2.1 Região de Escoamento de Líquido Subresfriado, 53
  - 3.2.2 Região de Escoamento Bifásico, 53
- 3.3 Condições de Contorno e Parâmetros do Problema, 60
- 3.4 Condições do Escoamento Crítico, 64
- 3.5 Relações Constitutivas, 68
  - 3.5.1 Transições Entre os Regimes de Escoamento, 69
  - 3.5.2 Atrito Entre as Fases e a Parede do Tubo, 70
  - 3.5.3 Área Interfacial, a<sub>i</sub>, 77
  - 3.5.4 Força Interfacial, F<sub>LV</sub>, 79
  - 3.5.5 Transferência de Calor Interfacial, 85
- 3.6 Modelo Utilizado, 87
- 3.7 Metodologia de Solução, 89

#### Capítulo 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES, 95

- 4.1 Resultados Experimentais, 95
- 4.2 Análise das Condições do Escoamento Crítico, 100
- 4.3 Efeito das Equações Constitutivas e Parâmetros do Modelo, 103
  - 4.3.1 Influência do Fator de Atrito na Região de Escoamento Monofásico, 106
  - 4.3.2 Influência do Modelo de Cálculo da Força de Atrito Entre a Parede do Tubo e Cada Fase, 107
  - 4.3.3 Influência do Modelo de Cálculo da Força Interfacial, 110
- 4.4 Comparação com os Resultados Experimentais, 112
- 4.5 Resultados Computacionais, 116

# Capítulo 5 CONCLUSÕES, 123

Apêndices

A PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS E TERMOFÍSICAS DO REFRIGERANTE HFC-134A, 127

**B** MODELOS BIFÁSICOS CONSIDERANDO O EQUILÍBRIO TÉRMICO ENTRE AS FASES, 134

C ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MODELO EM RELAÇÃO AOS PARÂMETROS  $\eta$ ,  $N_0$ ,  $d_0 \in \hat{h}_i$ , 141

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS, 147** 

Figura 1.'	Ação do (	CFCl₃ (CFC-1	1) sobre o	o ozônio da	estratosfera (	Stolarshi,	1988).	. 2
------------	-----------	--------------	------------	-------------	----------------	------------	--------	-----

- Figura 1.2 Representação esquemática de um sistema de refrigeração padrão. 4
- **Figura 1.3** Diagrama esquemático p-h mostrando os estados termodinâmicos do fluido refrigerante no sistema de refrigeração. 5
- Figura 1.4 Ilustração esquemática das condições de funcionamento para o compressor e o tubo capilar (Stoecker e Jones, 1985). 6
- Figura 1.5 Diagrama esquemático hs para o escoamento adiabático com atrito em duto de seção transversal constante *Linha de Fanno*. 8
- Figura 1.6 Distribuições de pressão ao longo do tubo capilar adiabático (Bolstad e Jordan, 1948). 10
- Figura 1.7 Distribuições de temperatura e pressão ao longo do tubo capilar adiabático (Mikol, 1963). 13
- Figura 2.1 Representação esquemática do processo de expansão de um líquido subresfriado. 26
- Figura 2.2 Núcleo de vapor em líquido superaquecido. 28
- Figura 2.3 Regimes de escoamentos bifásicos líquido-vapor em tubos horizontais. 33
- Figura 2.4
   Regimes de escoamentos bifásicos líquido-vapor ascendentes em tubos verticais. 34
- Figura 2.5 Mapa de regimes de escoamentos horizontais líquido-vapor (Taitel e Dukler, 1976). 36
- Figura 2.6 Fator de atrito na região de líquido (Melo et al., 1995). 40
- Figura 2.7 Volume de controle para o balanço de quantidade de movimento. 41

- Figura 2.8 Volume de controle para o balanço de energia. 43
- Figura 3.1 Esquema de um tubo capilar. 53
- **Figura 3.2** Diagrama esquemático pressão-entalpia para a representação dos estados termodinâmicos do fluido refrigerante ao longo do tubo capilar. 60
- Figura 3.3 Esquema da conexão de entrada do tubo capilar. 61
- Figura 3.4 Escoamento bloqueado ao longo de um tubo capilar. 65
- Figura 3.5 Geometria assumida para o escoamento anular. 74
- Figura 4.1 Diagrama esquemático da bancada experimental (Gonçalves, 1994). 97
- Figura 4.2 Influência das tomadas de pressão Capilar 1 1100 kPa (Melo et al., 1995). 99
- Figura 4.3 Influência das tomadas de pressão Capilar 2 1400 kPa (Melo et al., 1995). 99
- **Figura 4.4** Distribuições de temperatura com e sem tomadas de pressão Capilar 2 910 kPa (Melo et al.,1995). 100
- **Figura 4.5** Distribuições de dp/dz, entropia e o número de Mach na região bifásica Modelo Homogêneo Capilar 2. 101
- Figura 4.6 Influência do tamanho do incremento na região de saturação no cálculo do número de Mach na saída do tubo capilar. 102
- Figura 4.7 Distribuições de pressão ao longo do tubo capilar 1 905 kPa. 104
- Figura 4.8 Distribuições de pressão ao longo do tubo capilar 1 1111 kPa. 104
- Figura 4.9 Distribuições de pressão ao longo do tubo capilar 2 1110 kPa. 105
- Figura 4.10 Distribuições de pressão ao longo do tubo capilar 2 1404 kPa. 105
- Figura 4.11 Influência da variação do fator de atrito na região de líquido -Capilar 2 - 1404 kPa. 106
- Figura 4.12 Distribuição de pressão usando o modelo de Solbrig et al. (1978) para o cálculo do atrito entre a parede e cada fase Capilar 2 903 kPa. 108
- Figura 4.13 Efeito do modelo de cálculo do atrito entre a parede e cada fase: (a) modelo de Solbrig et al. (1978) + Eq. 3.60 no regime anular; (b) modelo do multiplicador bifásico - Capilar 2 - 903 kPa. 109
- Figura 4.14 Efeito do modelo de cálculo do atrito entre a parede e cada fase: (a) modelo de Solbrig et al. (1978) + Eq. 3.60 no regime anular; (b) modelo do multiplicador bifásico - Capilar 1 - 905 kPa. 109

- Figura 4.15 Influência da variação da força de atrito entre a parede do tubo e cada fase -Capilar 1 - 905 kPa. 110
- Figura 4.16 Efeito do termo de massa virtual: (a) Ishii e Mishima (1980) com o coeficiente C<sub>mv</sub> calculado pela Eq. 3.74;(b) Wallis (1969) com C<sub>mv</sub> = 0,5 Capilar 2 903 kPa. 111
- Figura 4.17 Influência da variação do coeficiente de atrito interfacial (C<sub>6</sub>). 112
- Figura 4.18 Comparações entre as vazões mássicas medidas (Melo et al., 1995) e calculadas para o Capilar 1. 113
- Figura 4.19 Comparações entre as vazões mássicas medidas (Melo et al., 1995) e calculadas para o Capilar 2. 113
- **Figura 4.20** Distribuições de pressão ao longo do tubo capilar 1:  $p_{ent} = 905$  kPa;  $\Delta T_{sub} = 5,5$  °C. 114
- **Figura 4.21** Distribuições de pressão ao longo do tubo capilar 1:  $p_{ent} = 1111$  kPa;

 $\Delta T_{sub} = 5,5 \text{ oC}.$  115

- Figura 4.22 Distribuições de pressão ao longo do tubo capilar 2:  $p_{ent} = 1110$  kPa;  $\Delta T_{sub} = 5,2$  °C. 115
- Figura 4.23 Distribuições de pressão ao longo do tubo capilar 2: p<sub>ent</sub> = 1404 kPa;

 $\Delta T_{sub} = 3,7 \text{ oC}.$  116

- **Figura 4.24** Distribuições de: (a) fração de vazio, (b) título, (c) velocidades de cada fase e (d) temperaturas de cada fase Capilar 1  $p_{ent} = 905$  kPa;  $\Delta T_{sub} = 5,5$  °C. 117
- **Figura 4.25** Distribuições de: (a) fração de vazio, (b) título, (c) velocidades de cada fase e (d) temperaturas de cada fase Capilar 2  $p_{ent} = 1404 \text{ kPa}; \Delta T_{sub} = 3,7 \text{ oC}.$  118
- **Figura 4.26** Distribuições de velocidades de cada fase detalhe da Fig. 4.24(c) Capilar 1  $p_{ent} = 905 \text{ kPa}; \Delta T_{sub} = 5,5 \text{ oC}.$  119
- **Figura 4.27** Distribuições de velocidades de cada fase detalhe da Fig. 4.25(c) Capilar 2  $p_{ent} = 1404 \text{ kPa}; \Delta T_{sub} = 3,7 \text{ °C}.$  120
- Figura 4.28 Vazão mássica crítica em função do comprimento e do diâmetro interno do tubo capilar. 121
- Figura 4.29 Vazão mássica crítica em função do grau de sub-resfriamento, da pressão de condensação e da razão L/D. 122
- **Figura B.1** Comparações entre os modelos de solução do escoamento na região bifásica -Capilar 1:  $p_{ent} = 905 \text{ kPa}, \Delta T_{sub} = 5,5 \text{ °C}, \text{ in (medida)} = 1,866 \text{ kg/h}.$  137

1

x

- **Figura B.2** Comparações entre os modelos de solução do escoamento na região bifásica -Capilar 2:  $p_{ent} = 1110 \text{ kPa}$ ,  $\Delta T_{sub} = 5,2 \text{ °C}$ ,  $\dot{m} (medida) = 5,602 \text{ kg/h}$ . 137
- **Figura B.3** Distribuições de pressão ao longo do tubo capilar 1:  $p_{ent} = 905 \text{ kPa}; \Delta T_{sub} = 5,5 \text{ °C}:$  comparação entre os modelos A (dois fluidos) e D (homogêneo). 139
- **Figura B.4** Força de atrito por unidade de volume no modelo homogêneo: comparação entre a equação de Erth e o modelo de Solbrig et al. (1978) + Eq. 3.60. 140
- **Figura C.1** Influência do parâmetro  $\eta$  Capilar 1:  $p_{ent} = 1111 \text{ kPa}$ ;  $\Delta T_{sub} = 5,5 \text{ °C}$ . 142
- Figura C.2 Influência do diâmetro inicial de bolhas Capilar 1:  $p_{ent} = 1111$  kPa;  $\Delta T_{sub} = 5,5$  °C. 143
- Figura C.3 Influência do diâmetro inicial de bolhas Capilar 2:  $p_{ent} = 1110$  kPa;  $\Delta T_{sub} = 5,2$  °C. 143
- Figura C.4 Influência da densidade inicial de bolhas Capilar 2:  $p_{ent} = 1110$  kPa;  $\Delta T_{sub} = 5,2$  °C. 144
- **Figura C5** Influência do coeficiente de tranferência de calor interfacial Capilar 1:  $p_{ent} = 1111 \text{ kPa}; \Delta T_{sub} = 5,5 \text{ °C}.$  146

xii

- Tabela 2.1
   Definição dos parâmetros das equações de conservação.
   45
- **Tabela 3.1**Valores médios de K (Melo et al., 1995).
- Tabela 4.1
   Características geométricas dos tubos capilares 1 e 2 (Melo et al., 1995).
   96
- Tabela A.1
   Propriedades termodinâmicas e termofísicas do fluido refrigerante HFC-134a.
   138
- Tabela C.1 Efeito do parâmetro n. 145
- **Tabela C.2** Influência da densidade inicial de bolhas Capilar 2:  $p_{ent} = 1110 \text{ kPa}; \Delta T_{sub} = 5,2 \text{ °C}.$  148

1

Α	área total da seção transversal do tubo, m <sup>2</sup>
$A_L, A_V$	áreas da seção transversal do tubo ocupadas, respectivamente, pelo líquido e pelo vapor, $m^2$
A <sub>d</sub>	área superficial da partícula em dispersão, m <sup>2</sup>
A <sub>wk</sub>	área da parede do tubo em contato com a fase k, por unidade de volume, 1/m
A <sub>P</sub>	área projetada no plano normal á direção do escoamento, m <sup>2</sup>
a <sub>i</sub>	área interfacial por unidade de volume, 1/m
a <sub>mv</sub>	aceleração da massa virtual, m/s <sup>2</sup>
B <sub>d</sub>	volume da partícula em dispersão, m <sup>3</sup>
B <sub>Wk</sub>	termo que considera o atrito entre a parede do tubo e a fase k, kg/m <sup>2</sup> .s
B <sub>D</sub>	termo que considera o atrito entre as fases, kg/m <sup>2</sup> .s
C <sub>mv</sub>	coeficiente de massa virtual
C <sub>fi</sub>	coeficiente de atrito interfacial
C <sub>D</sub>	coeficiente de arrasto
C <sub>Vk</sub>	parâmetro de distribuição do fluxo de quantidade de movimento
C <sub>hk</sub>	parâmetro de distribuição do fluxo de entalpia
C <sub>R</sub>	coeficiente de relaxação
c	velocidade local do som, m/s
c <sub>pk</sub>	calor específico a pressão constante associado à fase k, J/kg.K
c <sub>v</sub>	calor específico a volume constante, J/kg.K
D	diâmetro interno do tubo capilar, m

xiii

$D_{co}$		diâmetro interno da conexão de entrada do tubo capilar
d		diâmetro médio da partícula em dispersão, m
d <sub>0</sub>		diâmetro médio inicial de bolhas, m
e <sub>k</sub>		energia total por unidade de massa associada à fase k, J/kg
E <sub>k</sub>		termo de transferência interfacial de energia, W/m <sup>3</sup>
F <sub>k</sub> (z,t)		função genérica associada à fase k
$\overline{F}_{k}$		valor médio de $F_k$ no intervalo de tempo $[\Delta t]_T$
$\overline{\overline{F}}_{k}$		valor médio de $F_k$ no intervalo de tempo $[\Delta t]_k$
F <sub>LV</sub>	-	força interfacial por unidade de volume, N/m3
F <sub>mv</sub>		força de massa virtual por unidade de volume, N/m3
F <sub>wk</sub>		força de atrito entre a parede do tubo e a fase k, por unidade de volume, N/m <sup>3</sup>
$\mathbf{f}_{L}$		fator de atrito médio na região de escoamento de líquido
$\mathbf{f}_{\mathbf{B}}$		fator de atrito médio na região de escoamento bifásico
G		fluxo de massa, kg/m <sup>2</sup> .s
g		aceleração da gravidade local, m/s <sup>2</sup>
h		entalpia por unidade de massa, J/kg
ĥ		coeficiente interfacial de transferência de calor, W/m <sup>2</sup> K
Ĩ		tensor identidade
$\vec{J}_{k}$		fluxo difusivo local da propriedade $\phi_k$
j <sub>k</sub>		fluxo volumétrico ou vazão volumétrica da fase k por unidade de área, m/s
K		fator de perda de carga na entrada do tubo
ĥ,		condutividade térmica da fase k, W/m.K
L		comprimento total do tubo capilar, m
$\vec{M}_k$		termo de transferência interfacial de quantidade de movimento, N/m <sup>3</sup>
ṁ		vazão mássica total de refrigerante, kg/s
m <sub>k</sub>		vazão mássica associada à fase k, kg/s
N		densidade de partículas, 1/m <sup>3</sup>
Nu		número de Nusselt

$\vec{n}_k$	vetor unitário normal externo à superfície de controle associada à fase k
Pr <sub>k</sub>	número de Prandtl associado á fase k
p	pressão, N/m <sup>2</sup>
Q <sub>k</sub>	taxa de geração de energia por unidade de volume, W/m <sup>3</sup>
q <sub>k</sub>	fluxo de calor, W/m <sup>2</sup>
<b>q</b> <sub>i</sub>	fluxo de calor interfacial, W/m <sup>2</sup>
Re	número de Reynolds
R <sub>i</sub>	raio do cilindro interno que representa a fase de vapor no regime anular, m
R	raio interno do tubo, m
S <sub>o</sub>	deslizamento inicial entre as fases
S <sub>k</sub>	termo fonte da Eq. 2.23 definido na Tab. 2.1
S	entropia por unidade de massa, J/kg.K
t	tempo, s
$\widetilde{T}_k$	tensor tensão de Cauchy associado à fase k
Т	temperatura, K
u <sub>k</sub>	energia interna por unidade de massa, J/kg
v <sub>k</sub>	volume específico da fase k, m3/kg
v <sub>m</sub>	volume específico da mistura líquido-vapor, m3/kg
V <sub>k</sub>	velocidade associada à fase k, m/s
V <sub>i</sub>	velocidade interfacial, m/s
x	título da mistura líquido-vapor
x*	fração mássica
Х	parâmetro de Lockhart-Martinelli
Z	coordenada ao longo do tubo (Fig. 3.1), m

# Símbolos Gregos

$\alpha_k$	fração de vazio associada à fase k
$\Gamma_{\mathbf{k}}$	taxa de transferência de massa interfacial por unidade de volume, kg/m3.s

intervalo de tempo de realização da média das equações locais e instantâneas, s
intervalos de tempo associados, respectivamente, à residência da fase k e com a presença das interfaces, s
comprimento do volume de controle, m
grau de subresfriamento, K
rugosidade da parede do tubo, µm
coeficiente associado à variação de quantidade de movimento devido à mudança
de fase (Wallis, 1969)

 $\mu_k$  viscosidade absoluta da fase k, kg/m.s

- $\rho_k$  massa específica da fase k, kg/m<sup>3</sup>
- $ho_m$  massa específica da mistura líquido-vapor, kg/m<sup>3</sup>
- $\sigma_k$  tensão superficial, N/m

Δt

Δz

3

η

 $\Delta T_{sub}$ 

 $\Delta t_k, \Delta t_i$ 

- $\tilde{\tau}_k$  tensor de tensões viscosas associado à fase k
- $\phi_k$  propriedade genérica associada à fase k
- $\phi_L^2$ ,  $\phi_V^2$ ,  $\phi_{LO}^2$  multiplicadores bifásicos definidos no Item 3.5.2
- $\Omega$  ângulo de inclinação entre o eixo do tubo e a horizontal

#### SUBÍNDICES

E	entrada do tubo			
k=L,V	fases de líquido e vapor, respectivamente			
i	interface entre as fases			
m	mistura líquido-vapor	a.	1	
sat	referente ao estado saturado			
ent	local da tomada de pressão na conexão de entrada do tubo capilar			
0	valores iniciais			

#### **SUPERÍNDICES**

vetor

 $\rightarrow$ 

xvi

~ tensor

média no intervalo de tempo  $\Delta t$ 

= média no intervalo de tempo  $\Delta t_k$ 

refere-se a valores estimados ou calculados na iteração anterior

RESUMO

## Resumo

Neste trabalho é apresentado um modelo numérico para a simulação do escoamento de fluidos refrigerantes ao longo de tubos capilares usados como dispositivos de expansão em sistemas de refrigeração. Tal escoamento é dividido em uma região onde o fluido refrigerante encontra-se no estado de líquido subresfriado e outra de escoamento bifásico líquido-vapor. Devido à compressibilidade do escoamento na região bifásica, geralmente condições de escoamento crítico ou bloqueado são encontradas em tubos capilares.

No modelo proposto considera-se o tubo capilar reto, horizontal, com escoamento unidimensional, adiabático, em regime permanente e sem regiões de metaestabilidade. Na região líquida, são solucionadas as equações de conservação da massa e da quantidade de movimento linear para o cálculo da pressão e da temperatura do refrigerante. Na região bifásica é usado o modelo de dois fluidos, considerando tanto o não-equilíbrio hidrodinâmico quanto o térmico. Nessa região, são resolvidas as equações de conservação da massa da mistura, quantidade de movimento da fase líquida, quantidade de movimento da fase de vapor, energia da mistura e da energia da fase de vapor. A solução dessas equações permite o cálculo das seguintes variáveis: velocidade do líquido, velocidade do vapor, pressão, fração de vazio e temperatura do líquido.

O modelo incorpora uma correlação para o fator de atrito na região líquida e equações constitutivas para os termos associados à transferência de quantidade de movimento, massa e energia entre as fases, além de equações para o cálculo das propriedades termodinâmicas e termofisicas do refrigerante.

O sistema de equações diferenciais é resolvido pelo método de Runge-Kutta de quarta ordem. O critério numérico adotado para a determinação da seção de bloqueio do escoamento, considera que tal seção corresponda à posição onde o sinal do gradiente de pressões (dp/dz) se inverte.

A solução do sistema de equações diferenciais é obtida ao longo do tubo até que a condição de blocagem seja alcançada, ou até que a pressão de evaporação seja atingida, caso o escoamento

xviii

não esteja bloqueado. O modelo permite o cálculo do comprimento do tubo, conhecidos o fluxo de massa e as condições de operação, ou do fluxo de massa, conhecidas a geometria do tubo e as condições de operação. Nesse último caso, o procedimento numérico é iterativo, sendo que o fluxo de massa é ajustado para que a seção de bloqueio do escoamento coincida com o final do tubo.

O modelo foi validado comparando os seus resultados com dados experimentais disponíveis no Núcleo de Pesquisa em Refrigeração, Ventilação e Condicionamento de Ar do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina. As vazões mássicas e distribuições de pressão, ao longo de dois tubos capilares operando com o refrigerante HFC-134a, em diferentes condições de operação, foram utilizadas nessa comparação. Apresenta-se também uma análise detalhada da influência das equações constitutivas e alguns parâmetros empíricos sobre os resultados do modelo. O erro absoluto médio obtido entre as vazões mássicas críticas calculadas e medidas foi de 2,4 % e entre os valores dos comprimentos do tubo capilar calculados e medidos foi de 4,5 %.

O modelo de dois fluidos permite uma abordagem mais realista do escoamento bifásico no interior de tubos capilares. Entretanto, essa sofisticação implica na utilização de um maior número de equações constitutivas em relação ao modelo homogêneo.

Alguns resultados computacionais referentes ao título, fração de vazio, velocidades e temperaturas de cada fase são apresentados e discutidos. O modelo é também utilizado para mostrar a relação entre a vazão mássica, comprimento e diâmetro do tubo, grau de subresfriamento e pressão de condensação.

.

ABSTRACT

Abstract

This work presents a numerical model to simulate refrigerant flow through capillary tubes, commonly used as expansion devices in refrigeration systems. The flow is divided in a single-phase region, where the refrigerant is in the subcooled liquid state, and a region of two-phase flow. Due to compressibility of the flow in the two-phase region, critical or choked flow condition is generally found in capillary tubes.

For the present model the capillary tube is considered straight and horizontal. The flow is taken as one-dimensional and adiabatic. Steady state condition is also assumed and the metastable flow phenomena are neglected. In the single phase region, the refrigerant pressure and temperature are calculated by solving the mass and momentum conservation equations.

The two-fluid model, considering the hydrodynamic and thermal non-equilibrium between the liquid and vapor phases, is applied to the two-phase flow region. In this region, the conservation equations for the mass of the mixture, momentum of the liquid phase, momentum of the vapor phase, energy of the mixture and energy for the vapor phase, are solved for the liquid velocity, vapor velocity, pressure, void fraction and liquid temperature.

Closure of the governing equations is performed with the friction factor correlation for the single-phase region and constitutive equations for the terms related with the transport of mass, momentum and energy between the phases

The system of differential equations is solved using a 4th order Runge-Kutta method. Choked flow is assumed at the tube exit where dp/dz is taken as minus infinity. Numerically this conditions is implemented by evaluating dp/dz at each location along the tube until it becomes positive indicating that the maximum absolute value has been reached.

The solution of the system of differential equations is performed along the tube until the flow is choked, or until the evaporation pressure is reached, if the flow is not choked. From the model the length of capillary tube can be obtained, from known mass flow rate and operating

Abstract

conditions, or the mass flow rate can be determined from a known tube geometry and operating conditions. In this last case, the numerical procedure has to be iterative and the mass flow rate is adjusted so that choked flow coincides with the end of the tube.

The model was validated using experimental data available in the Center for Refrigeration, Ventilation and Air Conditioning Research, NRVA. The mass flow rate and pressure distribution along two capillary tubes working with refrigerant HFC-134a in different operating conditions, were used for the comparison between model and experiments. A detailed analysis of the influence of the constitutive equations and some empirical parameters on the model, is also presented. The difference in the critical mass flow rate measured and calculated was in the average, 2,4 % and the difference in the tube lengths calculated and measured was in the average, 4,5 %.

The two-fluid model allows a most realistic approach of the two-phase flow in capillary tubes. However, this requires a greater number of constitutive equations when compared to with respect to the homogeneous model. Some computational results referring to the quality, void fraction, velocities and temperatures of each phase are presented and discussed. The model is also used to explore the relationship between the mass flow rate, length and diameter of the tube, degree of subcooling and condensation pressure. Uma das grandes preocupações da comunidade científica na atualidade tem sido a redução da camada de ozônio presente na estratosfera. A ação dos fluidos refrigerantes halogenados sobre essa camada é discutida brevemente neste capítulo e tem motivado a realização de inúmeras pesquisas e grandes investimentos, tanto na procura de refrigerantes alternativos, quanto na análise do comportamento dos componentes de um sistema de refrigeração, quando esses refrigerantes são usados.

Algumas generalidades sobre os tubos capilares são apresentadas, destacando-se as suas principais características, suas vantagens e desvantagens. Em seguida, apresentam-se uma revisão bibliográfica, os procedimentos de análise e dimensionamento desses tubos e os objetivos desta tese. No item de revisão bibliográfica, discutem-se algumas das principais contribuições sobre a análise do escoamento em tubos capilares.

### 1.1 Fluidos Refrigerantes Halogenados

Os clorofluorcarbonos, CFCs, como o nome sugere, são compostos químicos constituídos por cloro, flúor e carbono. Considerados uma das maiores descobertas dos últimos anos, esses gases são aplicados pela indústria como fluidos refrigerantes em sistemas de refrigeração, propelentes para aerossóis, agentes para a produção de espumas e solventes, dentre outras aplicações nas áreas de saúde, comunicações e transportes, propiciando à sociedade, além de conforto, a satisfação de necessidades básicas.

Os CFCs reúnem algumas propriedades importantes, tais como: não são inflamáveis, explosivos ou corrosivos; são extremamente estáveis e muito pouco tóxicos. Ironicamente a elevada estabilidade dos CFCs, tornou-se uma ameaça em potencial para a camada de ozônio da estratosfera. Esse problema foi inicialmente abordado pelos pesquisadores Molina e Rowland (1974).

De acordo com Stolarshi (1988), gases inertes não se degradam na troposfera, a faixa da atmosfera que vai desde a superficie terrestre até a altura de 10 km, podendo atingir a estratosfera que se estende por uma faixa de 50 km. Acima dos 25 km de altitude, onde a concentração de ozônio é máxima, as moléculas dos gases inertes tornam-se sujeitas à ação intensa dos raios ultravioleta. Essa radiação pode romper as moléculas estáveis, como por exemplo as dos clorofluorcarbonos, originando formas mais reativas como os átomos de cloro.

Testes de laboratório mostram que os átomos de cloro destroem as moléculas de ozônio. Uma vez que milhões de toneladas de clorofluorcarbonos estão sendo liberados na atmosfera, muitos pesquisadores preocupam-se com a continuidade dessa liberação, que poderia levar ao acúmulo dos CFCs na estratosfera a níveis capazes de destruir a camada de ozônio.

Salienta-se que, mesmo se a liberação dos CFCs fosse imediatamente interrompida, o processo destrutivo ainda continuaria, uma vez que tais compostos permanecem na atmosfera por várias décadas. Como exemplo, estima-se que o tempo de permanência na atmosfera das variedades mais comuns o CFC-11 (CFCl<sub>3</sub>) e o CFC-12 (CF<sub>2</sub>Cl<sub>2</sub>) seja, respectivamente, de 75 e 100 anos.

A ação dos CFCs sobre a camada de ozônio é mostrada esquematicamente na Fig. 1.1, considerando o CFCl<sub>3</sub> (CFC-11). O átomo de cloro, que é liberado quando a radiação ultravioleta atinge o CFC, ao colidir com uma molécula de ozônio combina-se com um átomo de oxigênio formando monóxido de cloro, ClO, e uma molécula de oxigênio. Ao encontrar um átomo de oxigênio, o oxigênio do monóxido de cloro é fortemente atraído, liberando o cloro para reiniciar a reação com o ozônio.

Devido a essa reação catalítica, estima-se que, cada átomo de cloro possa destruir 100.000 moléculas de ozônio antes de se tornar inativo ou retornar à troposfera, onde a precipitação ou mesmo outro processo, irá removê-lo da atmosfera.



Figura 1.1 Ação do CFCl<sub>3</sub> (CFC-11) sobre o ozônio da estratosfera (Stolarshi, 1988).

Em 1987, o Protocolo de Montreal, assinado por 46 países, estabeleceu um plano para reduzir a produção dos CFCs até 1998 a 50% daquela referente aos níveis de 1986. Tal protocolo foi revisto em Londres, em 1990 e assinado por 62 nações, quando foram estabelecidas medidas mais restritivas. Em 1992, outra revisão ocorreu em Copenhagen, onde se estabeleceu que a produção deverá ser reduzida em 75% daquela de 1986, até 1994 e em 100% até 1996. Para os países com baixo consumo per capita, menos do 300 g/ano, a aplicação das medidas de controle serão adiadas por 10 anos.

A comunidade científica vem realizando atualmente um grande esforço, objetivando a substituição dos CFCs. Pesquisas recentes mostram que uma opção promissora são os HFCs (hidrogênio, flúor e carbono) e a médio prazo, os HCFCs (hidrogênio, cloro, flúor e carbono). Na revisão do protocolo de Montreal realizada em Copenhagen, estabeleceu-se que, mesmo os HCFCs deverão ter o consumo estabilizado até 1996.

Para a substituição do CFC-12, muito usado em unidades de refrigeração, estudos indicam o refrigerante HFC-134a, cujas características importantes são: (i) propriedades termodinâmicas próximas daquelas do CFC-12; (ii) não possui cloro; (iii) não é inflamável.

Entretanto, devido às diferenças entre as propriedades termodinâmicas e de transporte do CFC-12 e do HFC-134a, torna-se necessário o conhecimento das características do escoamento desse novo refrigerante através de cada um dos componentes do sistema de refrigeração, visando a otimização do seu desempenho.

Grandes esforços e investimentos têm sido aplicados no estudo e desenvolvimento de compressores para o emprego do HFC-134a. A motivação do presente trabalho, é analisar outro componente do sistema de refrigeração: o tubo capilar, usado como dispositivo de expansão em sistemas de baixa capacidade.

## 1.2 Generalidades Sobre Tubos Capilares

O dispositivo de expansão é usado no sistema de refrigeração, com as finalidades de reduzir a pressão do fluido refrigerante, desde aquela de condensação até a de evaporação, e de controlar o fluxo de massa de refrigerante que entra no evaporador.

Os tubos capilares são dispositivos de expansão largamente usados em sistemas de refrigeração e condicionamento de ar de pequeno porte, com capacidade máxima da ordem de 10 kW (34130 Btu/h). São tubos de comprimento variando entre 1,0 e 6,0 m e diâmetro variando entre 0,5 e 2,0 mm, o que torna a nomenclatura "tubo capilar" inapropriada uma vez que tais

3

diâmetros são muito grandes para produzirem uma ação capilar. A grande utilização desses dispositivos ocorreu a partir do advento dos compressores herméticos e dos fluidos refrigerantes halogenados, os CFCs.

Devido à simplicidade, os tubos capilares apresentam um custo reduzido e possuem outras vantagens, como a de permitir a operação em ciclo reverso, a ausência de partes móveis e ainda propiciam a equalização das pressões do sistema durante os ciclos de parada, possibilitando o uso de um motor de acionamento do compressor com menor torque de partida.

Entretanto, tais dispositivos não são ajustáveis para atender condições de carga térmica distintas e são projetados para uma faixa de condições de operação. Com isso, estão sujeitos a uma redução de eficiência operacional caso ocorram variações de carga térmica ou de temperatura de condensação em relação às condições de projeto. Outras desvantagens são: a possibilidade de obstrução por partículas e a exigência de uma carga de refrigerante dentro de limites estreitos. Essa última condição justifica o seu uso em unidades herméticas nas quais a possibilidade de vazamentos é mínima.

Na Fig. 1.2 é mostrado esquematicamente um sistema de refrigeração padrão, no qual se observa a posição relativa dos quatro principais componentes: compressor, condensador, evaporador e o dispositivo de expansão, neste caso um tubo capilar.



Figura 1.2 Representação esquemática de um sistema de refrigeração padrão.

Os estados termodinâmicos do fluido refrigerante ao longo desse sistema são freqüentemente representados em um diagrama pressão-entalpia, mostrado na Fig. 1.3. O vapor no estado

superaquecido, ponto 1, ou saturado, ponto 1', é comprimido da pressão de evaporação até a de condensação, sendo para isso necessária a adição de trabalho, W, provido pelo compressor.

O vapor em alta temperatura e pressão é, então, condensado até o estado de líquido saturado, ponto 3', ou ainda resfriado até o estado de líquido sub-resfriado, ponto 3, rejeitando calor,  $\dot{Q}_{e}$ , para o meio. Em seguida a pressão do líquido é reduzida ao longo do tubo capilar até a de evaporação, ponto 4. Tal redução deve-se ao atrito e à aceleração do fluido refrigerante, resultando na evaporação de parte do líquido. A mistura de líquido e vapor na saída do tubo é conduzida para o evaporador, onde calor  $\dot{Q}_{e}$  é absorvido do ambiente a ser refrigerado, e daí para o compressor, no qual se inicia um novo ciclo de operação.

Os tubos capilares possuem uma influência significativa sobre o fluxo de massa de refrigerante e sobre o desempenho dos sistemas de refrigeração. Para uma determinada pressão de condensação, o sistema estabelece uma pressão de sucção de forma a originar uma condição de equilíbrio, ou seja, a condição na qual o fluxo de massa aspirado pelo compressor é igual àquele com que o dispositivo de expansão alimenta o evaporador. A pressão de evaporação é determinada pela quantidade de calor a ser absorvida no evaporador, ou seja a carga térmica do sistema, a uma dada pressão de condensação. Caso ocorra uma variação de carga térmica, o resultado é uma condição transitória de desequilíbrio entre o compressor e o tubo capilar, podendo o fluxo de massa fornecido ao evaporador tornar-se excessivo ou deficiente.



**Figura 1.3** Diagrama esquemático p-h mostrando os estados termodinâmicos do fluido refrigerante no sistema de refrigeração.

A Fig. 1.4 (Stoecker e Jones, 1985) mostra esquematicamente as alterações das condições de equilíbrio e não-equilíbrio com o esvaziamento ou a inundação do evaporador. Nessa figura, o ponto A representa a condição de equilíbrio entre o compressor e o tubo capilar, a uma dada pressão de condensação 1 ( $p_{cond1}$ )

Um aumento de carga térmica implica em um aumento de temperatura e pressão de evaporação, resultando em um deslocamento da pressão de sucção para o ponto B, mostrado na Fig. 1.4. Nessa condição, o tubo capilar fornece um fluxo de massa insuficiente ao evaporador, causando um superaquecimento do vapor na entrada do compressor e em conseqüência, a elevação da temperatura de descarga. A ação corretiva nesse caso consiste no aumento da pressão de condensação ( $p_{cond2}$ ), reduzindo a capacidade do compressor e aumentando o fluxo de massa fornecido pelo tubo capilar até que o equilíbrio seja reestabelecido no ponto C. Observa-se que o aumento da pressão de condensação, reduz o coeficiente de eficácia do ciclo de refrigeração.



Figura 1.4 Ilustração esquemática das condições de funcionamento para o compressor e o tubo capilar (Stoecker e Jones, 1985).

No caso de redução de carga térmica, a temperatura e a pressão de sucção deslocam-se para o ponto D, mostrado na Fig. 1.4, no qual o fluxo de massa aspirado pelo compressor é menor do que o fornecido pelo tubo capilar. A sobrealimentação causa a inundação do evaporador, havendo a possibilidade de golpe de liquido no compressor. Além disso, não haverá qualquer vedação de

líquido na saída do condensador e uma mistura de líquido e vapor poderá entrar no tubo capilar, reduzindo o fluxo de massa por ele fornecido, devido ao maior volume específico do vapor. Com isso, um novo ponto de equilíbrio, ponto E, é estabelecido.

Salienta-se que, apesar de representar uma situação de equilíbrio, não é conveniente que se trabalhe na condição E, uma vez que a presença da mistura líquido-vapor na entrada do tubo capilar produz um efeito de refrigeração menor em relação ao produzido caso líquido saturado, ou sub-resfriado, estivesse presente na sua entrada. Em resumo, o retorno à condição de equilíbrio ocorre sempre com uma redução do coeficiente de eficácia. Com isso, observa-se a grande importância de uma seleção adequada do tubo capilar, de modo que o ponto de operação satisfaça a condição de carga térmica desejada.

Freqüentemente, vários pesquisadores têm verificado a existência da condição de escoamento crítico, ou escoamento bloqueado na saída de tubo capilares, mostrando que, alcançada tal condição, reduções posteriores na pressão de evaporação não exercem influência sobre o fluxo de massa.

O escoamento monofásico compressível ao longo de um tubo reto de seção transversal constante é dito crítico ou bloqueado quando a pressão a jusante do tubo é suficientemente baixa para que a velocidade do escoamento em sua saída iguale-se à velocidade do som, correspondendo ao ponto em que a entropia do fluido atinge o valor máximo.

O escoamento ao longo do tubo capilar pode ser um exemplo clássico do escoamento representado pela *linha de Fanno*, caso seja considerado unidimensional, adiabático, em regime permanente e o tubo seja reto, horizontal e com seção transversal constante. Nesse caso, os estados termodinâmicos do fluido ao longo do tubo capilar podem ser também representados pela linha de Fanno no diagrama entalpia-entropia, mostrada na Fig. 1.5, em que se observa a redução de entalpia com a entropia em direção à saída do tubo.

Atingida a velocidade do som, observa-se que a redução posterior da pressão do fluido, ou de sua temperatura, resulta na redução de entropia, o que viola o segundo princípio da termodinâmica para um processo adiabático. Com isso, para um dado fluxo de massa e condições de entrada, a velocidade do som não pode ser atingida no interior do tubo, mas somente em sua saída.

Quaisquer variações na pressão de evaporação abaixo do valor correspondente à condição critica, não exercem influência sobre a fluxo de massa do fluido refrigerante e o escoamento no tubo capilar não pode mais ser acelerado. Somente acima do valor crítico uma redução de pressão no evaporador implica em um aumento do fluxo de massa. O valor da pressão correspondente à

condição crítica deve ser calculado adequadamente para a correta determinação do fluxo de massa de refrigerante ao longo do tubo capilar.



**Figura 1.5** Diagrama esquemático h-s para o escoamento adiabático com atrito em duto de seção transversal constante - *Linha de Fanno*.

Observa-se que, embora o tubo capilar seja um dispositivo fisicamente simples, o escoamento do fluido refrigerante em seu interior é bastante complexo, identificando-se, devido à mudança de fase, duas regiões: uma de escoamento monofásico e outra de escoamento bifásico líquido-vapor. Além disso, o escoamento é turbulento, considerando que a faixa de valores de números de Reynolds é de  $4x10^3$  a  $20x10^3$ , e compressível, sendo que a condição crítica pode ser atingida.

## 1.3 Revisão Bibliográfica

A análise do escoamento em tubos capilares, quer seja de forma experimental ou analítica, tem sido objeto de estudo de vários pesquisadores, o que é comprovado na revisão apresentada por Schulz (1985). Nesses trabalhos estudam-se as características do escoamento através de tubos capilares segundo parâmetros tais como: a queda de pressão devido ao atrito na região de escoamento bifásico, a vazão mássica, o fluxo de massa crítico e a região de metaestabilidade.

Os primeiros estudos associados ao escoamento em tubos capilares, surgiram na década de 40 e até a década de 60 restringiam-se a análises qualitativas, em função das limitações computacionais então existentes.

Swart (1946) apresentou os primeiros resultados experimentais obtidos com tubos capilares soldados externamente a um trecho da linha de sucção, formando um trocador de calor em contracorrente. Tal configuração é comum em muitos sistemas de refrigeração, favorecendo o superaquecimento do vapor na saída do evaporador e o sub-resfriamento do líquido na saída do condensador. Os tubos capilares podem, também, constituir um trocador de calor do tipo concêntrico com a linha de sucção do compressor.

No trabalho de Swart (1946), mostram-se alguns diagramas de distribuição de pressão ao longo do tubo capilar, nos quais se observa a tendência a um gradiente linear na região de escoamento de líquido e um gradiente exponencial na região bifásica. Contudo, uma vez que as condições experimentais não são detalhadas, os resultados apresentados têm aplicação limitada na verificação de modelos teóricos.

Um estudo de grande importância sobre o escoamento em tubos capilares foi realizado por Bolstad e Jordan (1948,1949), no qual alguns tubos de vários diâmetros e comprimentos foram testados com o refrigerante CFC-12. O aparato experimental empregado permitia o controle simultâneo da pressão e temperatura do fluido refrigerante na entrada do tubo capilar e também da pressão de evaporação.

Para obter as distribuições de temperatura Bolstad e Jordan (1948, 1949) instalaram termopares ao longo da parede externa dos tubos e, para um dos tubos analisados, com diâmetro de 1,067 mm e comprimento de 5,49 m, foram também realizadas medições de pressão, usando tomadas de pressão especiais para evitar alterações nos padrões do escoamento.

Considerando o tubo capilar adiabático e líquido sub-resfriado em sua entrada, as distribuições de pressão medida e de pressão de saturação relativa à temperatura medida ao longo do comprimento, foram similares àquelas mostradas na Fig. 1.6.

Observa-se nessa figura a ocorrência de uma pequena queda de pressão na entrada do tubo capilar, entre os pontos 1 e 2, usualmente não detectada pelos manômetros tipo Bourdon usados por Bolstad e Jordan. Entre os pontos 2 e 3 o decréscimo de pressão é linear, enquanto a temperatura mantém-se aproximadamente constante. O ponto 3, sob condições de equilíbrio termodinâmico, corresponde ao início da vaporização do fluido refrigerante, onde o escoamento alcança a condição de saturação, ou seja, a pressão nesse ponto é a de saturação em relação à temperatura de entrada.

A partir do ponto 3 em direção ao final do tubo, as linhas de pressão e de temperatura tornam-se coincidentes e a redução de pressão é consideravelmente maior, devido à aceleração e

aos efeitos causados pelo atrito no escoamento bifásico. Na maioria dos testes observou-se uma redução significativa de pressão entre a saída do tubo capilar, ponto 4, e o evaporador, ponto 5.

Nas medições realizadas com um tubo capilar de mesmas dimensões, mas não possuindo tomadas de pressão, Bolstad e Jordan (1948, 1949) obtiveram os mesmos resultados para o fluxo de massa e distribuição de temperatura, e concluíram que o efeito sobre o escoamento causado por essas tomadas de pressão poderia ser desconsiderado.



**Figura 1.6** Distribuições de pressão ao longo do tubo capilar adiabático (Bolstad e Jordan, 1948).

Bolstad e Jordan (1948, 1949), mostraram também que o uso de um separador de óleo no sistema reduziu o fluxo de massa, em aproximadamente 8%. Observa-se, entretanto, que a concentração de óleo no dois casos não foi estabelecida. Eles salientaram que o óleo reduz a pressão de vaporização do refrigerante mantendo-o na fase líquida em um trecho maior de tubo. Uma vez que a resistência ao escoamento do refrigerante líquido é menor do que aquela imposta ao escoamento bifásico, conforme mostrado na Fig. 1.6, o fluxo de massa através do tubo é maior com a presença de óleo.

Bolstad e Jordan (1948, 1949) atribuíram ao óleo as variações no fluxo de massa nas mesmas condições de operação, uma vez que, segundo esses autores, dependendo do tempo de operação do equipamento, a concentração de óleo no sistema poderia variar, produzindo as mudanças no fluxo de massa. Além disso, em seus testes com os tubos capilares adiabáticos, Bolstad e Jordan (1948, 1949) verificaram a existência da condição de escoamento bloqueado na saída do tubo.

Marcy (1949), apresentou uma técnica para a seleção de tubos capilares adiabáticos, envolvendo a integração gráfica da equação de Fanning para a queda de pressão devido ao atrito. Marcy obteve uma boa concordância entre os comprimentos de tubo e fluxos de massa calculados com os dados experimentais para o CFC-12 e o SO<sub>2</sub>. Entretanto, tais comparações foram realizadas em condições de escoamento laminar, com valores baixos de pressões de entrada e de fluxos de massa.

Outro método de seleção de tubos capilares adiabáticos, foi apresentado por Prosek (1953), usando os fluidos refrigerantes CFC-12 e HCFC-22. Nesse método, o comprimento do tubo é determinado em função da temperatura de evaporação e do fluxo de massa em diagramas específicos para um único diâmetro e uma única temperatura de condensação.

Prosek (1953) incluiu nesse trabalho diagramas de correção para diferentes temperaturas de condensação e diferentes diâmetros de tubo. Porém, os fatores de correção para o diâmetro foram determinados para o escoamento de ar, o que reduz a aplicação prática desse processo.

Whitesel (1957) apresentou um estudo teórico e experimental sobre o escoamento dos refrigerantes CFC-12 e HCFC-22, ao longo de tubos capilares adiabáticos. Em seus experimentos, Whitesel (1957) considerou somente os casos nos quais o título do refrigerante na entrada do tubo variava entre 0 e 100 % e mediu o fluxo de massa de refrigerante para tubos com diâmetros variando de 0,914 a 2,286 mm e comprimentos variando de 0,305 a 3,05 m, em diferentes pressões de entrada e saída. Não foram efetuadas medidas locais de pressão e temperatura. No modelo teórico, Whitesel (1957) calculou o fluxo de massa de refrigerante integrando analiticamente a equação diferencial governante do escoamento. Para tanto foi necessário estabelecer uma expressão para a massa específica média na região bifásica e utilizar um modelo empírico para o cálculo do fator de atrito médio na região bifásica.

Cooper et al. (1957) apresentaram um estudo analítico sobre as características do escoamento ao longo de tubos capilares e obtiveram também uma correlação experimental, que deu origem a um outro método de seleção. Nesse trabalho, Cooper et al. (1957) observaram que, em todos os casos nos quais os dados experimentais foram substituídos na equação de previsão do comprimento do tubo, os resultados obtidos foram inferiores ao comprimento real. Tal discrepância tornava-se maior com o aumento do fator de atrito empregado. Para analisar o problema, Cooper et al. (1957) realizaram testes em um tubo capilar de vidro e verificaram a existência de condições instáveis no escoamento, havendo a necessidade de inserir um fio fino de cobre no interior do tubo. Feito isso, o ponto de início de vaporização passou a se deslocar regularmente ao longo do tubo, de acordo com a variação do grau de sub-resfriamento na entrada. O escoamento da mistura de líquido e vapor foi descrito como uma névoa, sem aparentemente a presença de bolhas ou "slugs".

Além disso, Cooper et al. (1957) observaram que o comprimento visível de líquido era maior do que aquele calculado usando a queda de pressão associada somente com a região de líquido sub-resfriado. Concluíram então, que havia um atraso do início da vaporização do fluido refrigerante, representando uma condição de não-equilíbrio termodinâmico e caracterizando um escoamento metaestável. Assim, Cooper et al. (1957) foram os primeiros a observar o fenômeno da metaestabilidade do escoamento em tubos capilares, no qual o refrigerante permanece líquido a uma temperatura superior à temperatura de saturação correspondente à sua pressão, ou seja, nessa região o refrigerante encontra-se no estado de líquido superaquecido. A vaporização ocorrerá em uma pressão inferior à do ponto normal de saturação. A diferença entre essas duas pressões é conhecida como *subpressão de vaporização*.

Usando os seus dados experimentais, Cooper et al. (1957) calcularam iterativamente o atraso do início do ponto de vaporização, até que o comprimento calculado pelo procedimento analítico se igualasse com o comprimento real. Os resultados foram apresentados na forma de gráficos, nos quais o atraso do ponto de vaporização poderia ser calculado em função do grau de subresfriamento, do diâmetro, do comprimento e da pressão na entrada do tubo.

Um estudo experimental detalhado do escoamento monofásico e do escoamento bifásico em tubos capilares, foi realizado por Mikol (1963) e Mikol e Dudley (1964). Nesses trabalhos, realizaram-se medições de pressão e temperatura ao longo de tubos capilares de cobre, com 1,41 mm de diâmetro, e estudos de visualização do escoamento em um tubo capilar de vidro, com diâmetro aproximado de 1,27 mm, empregando os fluidos refrigerantes CFC-12 e HCFC-22. Assim como Bolstad e Jordan (1949), Mikol (1963) também observou o fenômeno de escoamento bloqueado nas medições realizadas.

Além disso, Mikol (1963) concluiu que: (i) os tubos capilares não podem ser considerados como tubos lisos, devendo a rugosidade relativa ser avaliada para permitir a determinação do fator de atrito; (ii) o fator de atrito na região de escoamento de líquido sub-resfriado do tubo capilar, tanto para o escoamento laminar como para o turbulento, pode ser obtido pelas correlações de Moody (1944). As distribuições de temperatura e pressão, para um dos casos obtidos por Mikol (1963), são mostradas na Fig. 1.7.

Salienta-se que nessa figura as escalas são tais que, na saturação, pressão e temperatura são coincidentes. Caso a curva de pressão esteja acima da curva de temperatura, a pressão medida é maior do que a de saturação correspondente àquela temperatura, ocorrendo o inverso caso a curva de pressão esteja abaixo da curva de temperatura.



**Figura 1.7** Distribuições de temperatura e pressão ao longo do tubo capilar adiabático (Mikol, 1963).

Na Fig. 1.7 observa-se uma região de escoamento metaestável ou de não-equilíbrio termodinâmico, trechos II e III, que foi descrita por Mikol (1963) como a região onde o refrigerante persiste no estado líquido em pressões inferiores à pressão de saturação correspondente à sua temperatura. O ponto de inflexão 3, é o ponto onde a temperatura diminui subitamente, devido à vaporização do fluido refrigerante e à absorção de calor latente.

Observa-se também na Fig. 1.7, que o equilíbrio termodinâmico somente é restabelecido após o ponto 4, onde as curvas que indicam a temperatura e a pressão do fluido refrigerante tornam-se coincidentes. O fenômeno de metaestabilidade foi observado por Mikol (1963) tanto no estudo de visualização como em todas as medições realizadas.

No trabalho de visualização, Mikol e Dudley (1964) melhoraram as observações de Cooper et al. (1957) e estabeleceram a natureza dos padrões do escoamento em tubos capilares adiabáticos.

Tais padrões foram descritos como: escoamento de líquido sub-resfriado, escoamento de líquido metaestável e escoamento bifásico.

O início da vaporização do fluido refrigerante, segundo Mikol e Dudley (1964), ocorre com o aparecimento de uma corrente de pequenas bolhas, originando-se na parede do tubo ou muito próximo dela. Tais bolhas crescem à medida que escoam ao longo do tubo e movem-se para o centro, sendo envolvidas pelo líquido. Com o aumento da concentração do vapor, a transferência de quantidade de movimento entre as duas fases aparentemente aumenta e o escoamento torna-se uma névoa ou "spray" uniforme de gotas de líquido conduzidas pelo vapor.

Mikol e Dudley (1964) observaram que o início da vaporização do refrigerante ocorria em pontos aleatórios do capilar, o que também foi relatado por Cooper et al. (1957) que atribuíram essa instabilidade à falta de pontos de nucleação nas paredes lisas do capilar de vidro. Seguindo o mesmo procedimento de Cooper et al. (1957), Mikol e Dudley (1964) introduziram um fio de constantan, com 0,11 mm de diâmetro, no interior do tubo e obtiveram uma melhoria quanto à estabilização do ponto de vaporização.

Entretanto não se alcançou um movimento contínuo do ponto de vaporização com a variação do grau de sub-resfriamento na entrada do tubo. Observou-se que o ponto de vaporização possuía uma tendência a se mover em saltos discretos, à medida que o sub-resfriamento era mudado na entrada do tubo. Mikol e Dudley (1964) consideraram esse escoamento pulsante como função das características dinâmicas do aparato experimental empregado.

Niaz e Davis (1969) apresentaram um estudo sobre o fator de atrito no escoamento do refrigerante CFC-12 em tubos capilares adiabáticos. No modelo teórico as hipótese de escoamento unidimensional e isoentálpico foram consideradas. Niaz e Davis (1969) realizaram também um trabalho experimental, com medições de fluxo de massa, de pressão e de temperatura ao longo do tubo e obtiveram uma correlação para o fator de atrito no escoamento de refrigerante líquido. Nas medições realizadas, Niaz e Davis (1969) observaram:

- (i) a ocorrência de metaestabilidade do escoamento quando o refrigerante entrava no tubo capilar como líquido sub-resfriado;
- (ii) a ocorrência de equilíbrio termodinâmico quando na entrada do tubo capilar o refrigerante encontrava-se no estado saturado;
- (iii) a ocorrência do bloqueio do escoamento na saída do tubo.

Erth (1970) apresenta um modelo unidimensional para a análise e seleção de tubos capilares, considerando o escoamento bifásico como homogêneo. O modelo homogêneo consiste na aproximação mais simples do problema, na qual o escoamento bifásico é assumido como um escoamento monofásico com pseudo-propriedades, como a densidade e a viscosidade, obtidas pela média ponderada das propriedades das fases individuais. Com isso, as velocidades, pressões e

temperaturas de cada fase são consideradas iguais e as equações a serem resolvidas são as mesmas do escoamento monofásico.

Erth (1970) integrou numericamente as equações governantes do modelo homogêneo unidimensional, de uma maneira similar ao procedimento de Whitesel (1957a, 1957b). Usando técnicas de regressão numérica, obteve também uma correlação para o cálculo do fator de atrito médio na região bifásica, a partir dos dados experimentais de Bolstad e Jordan (1948) e Ungar et al. (1960).

Embora tenha sido observado por Cooper et al. (1957), por Mikol e Dudley (1964) e por Niaz e Davis (1968), o fenômeno de metaestabilidade foi considerado por Erth (1970) como uma "anomalia" do escoamento. Erth (1970) argumentou que tal fenômeno não havia sido relatado por outros pesquisadores, tais como Bolstad e Jordan (1948) e Ungar et al. (1960), e, além disso, considerou as observações de Mikol e Dudley (1964) no trabalho de visualização do escoamento. Apesar dos cuidados tomados na elaboração das tomadas de pressão, Mikol e Dudley (1964) observaram que, nos tubos de vidro, as mesmas atuaram como pontos de nucleação de início de vaporização e acreditavam que isso também ocorresse em suas medições nos tubos capilares de cobre.

Das comparações com os dados experimentais de Whitesel (1957a, 1957b), Bolstad e Jordan (1948) e Ungar et al. (1960), os resultados obtidos por Erth (1970) encontram-se na faixa de  $\pm 20$  % em relação aos valores experimentais, em 69 % dos casos em que os comprimentos da região bifásica eram calculados e em 85,6 % dos casos em que as vazões mássicas eram calculadas.

Scott (1976) apresentou uma revisão bibliográfica detalhada dos trabalhos experimentais, análises prévias e diagramas para a seleção de tubos capilares. Nesse trabalho, Scott (1976) analisou o escoamento bifásico usando o modelo homogêneo e realizou medições de temperatura e pressão ao longo de tubos capilares de diferentes diâmetros e comprimentos, detectando a ocorrência de uma região de metaestabilidade em todos os casos testados.

Um estudo experimental em tubos capilares de cobre e de aço inoxidável e um trabalho de visualização do escoamento em tubos capilares de vidro é apresentado por Koizumi e Yokoyama (1980). Nesse trabalho os autores observaram, no início da vaporização do refrigerante, a formação de pequenas bolhas distribuídas uniformemente no líquido, que se tornavam maiores e, algumas delas, se coalesciam à medida que escoavam ao longo do tubo. Próximo à região de saída do tubo, Koizumi e Yokoyama afirmaram que o escoamento é aproximadamente homogêneo, envolvendo inúmeras bolhas. É também apresentado um modelo simplificado para o cálculo do comprimento dos tubos capilares, considerando o escoamento adiabático e homogêneo.
Um procedimento iterativo para simular o escoamento em tubos capilares foi apresentado por Goldstein (1981), considerando líquido ou mistura bifásica na entrada do tubo, assim como líquido ou mistura bifásica em sua saída. Goldstein (1981) estudou o escoamento sob condições de equilíbrio termodinâmico e homogeneidade. Entretanto, não apresentou as distribuições de temperatura e pressão ao longo dos tubos capilares e a validação do seu modelo com resultados experimentais.

O escoamento não-adiabático ao longo de tubos capilares foi estudado por Pate (1982). Nesse trabalho o tubo capilar foi soldado externamente a outro tubo de diâmetro maior, formando um trocador de calor em contracorrente. Pate (1982) realizou medições e apresentou um modelo numérico para a simulação do escoamento usando a hipótese de homogeneidade na região bifásica e o método das diferenças finitas na discretização das equações diferenciais. Com os dados experimentais obtidos, Pate (1982) analisou os padrões do escoamento em tubos capilares e correlacionou a queda de pressão na região bifásica com a queda de pressão na região de líquido.

Maczek et al. (1983) apresentaram um modelo considerando o escoamento não-adiabático e o fenômeno de metaestabilidade. Na região bifásica, o modelo é baseado na criação e expansão de bolhas nucleadas no interior do líquido superaquecido, região metaestável, incluindo termos de transferência de massa entre as fases de líquido e vapor na equação da continuidade. Nesse trabalho não foram apresentadas as distribuições de temperatura e pressão ao longo do tubo e os autores mostraram que os resultados obtidos com o modelo, referentes ao comprimento dos tubos capilares, eram mais próximos dos resultados experimentais do que aqueles obtidos com o modelo homogêneo.

Kuehl e Goldschmidt (1990) apresentaram um trabalho experimental em tubos capilares, para o fluido refrigerante HCFC-22. Os dados obtidos demonstraram, mais uma vez, a existência da região de metaestalidade do escoamento. Um modelo teórico foi apresentado por Kuehl e Goldschmidt (1991), considerando o escoamento adiabático, isoentálpico e a hipótese de escoamento homogêneo na região bifásica. Kuehl e Goldschmidt (1991) usaram os dados experimentais para avaliar o comprimento da região metaestável e observaram que os resultados obtidos para o comprimento dos tubos capilares apresentaram uma diferença de 10% em relação aos valores experimentais.

Chen et al. (1990) analisaram através de experimentos o escoamento metaestável do refrigerante CFC-12 e, através da teoria clássica da nucleação, desenvolveram um método para predizer a nucleação heterogênea no escoamento de refrigerantes ao longo de tubos capilares. Obtiveram, então, uma correlação para determinar a diferença de pressão entre o ponto de saturação teórico e o ponto real de início da vaporização (subpressão de vaporização).

Essa correlação apresenta constantes empíricas, que foram obtidas por técnicas de regressão a partir de um conjunto de 238 dados experimentais para o CFC-12, em dois tubos capilares de 1,5 m de comprimento e de 0,66 mm e 1,17 mm de diâmetro. Além disso, é a única correlação disponível até o presente e apresenta um erro padrão de 26 % em relação aos dados experimentais usados no seu desenvolvimento.

Um modelo para simular o escoamento unidimensional de CFC-12, em regime permanente ao longo de tubos capilares, foi desenvolvido por Li et al. (1990). Esse modelo considera o fenômeno de não-equilíbrio termodinâmico durante a vaporização e a velocidade relativa entre as fases de líquido e vapor. Um sistema de cinco equações diferenciais baseadas no modelo de deslizamento ("drift flux") para a análise de escoamentos bifásicos, é resolvido usando o método de Runge-Kutta.

Além dessas equações, o modelo necessita de relações constitutivas para: o comprimento da região metaestável, para o fator de atrito na região bifásica, para a transferência de massa devido à vaporização e para a velocidade de deslocamento entre as fases. As distribuições de pressão calculadas pelo modelo, apresentaram uma boa concordância com os dados experimentais obtidos. Li et al. (1990) observaram ainda que a velocidade relativa entre as fases era bastante pequena, sendo que o máximo valor obtido para os quatro casos testados foi de aproximadamente 7 %.

Lin et al. (1991), usando o mesmo conjunto de dados experimentais obtidos por Chen et al. (1990), analisaram a queda de pressão devido ao atrito durante a vaporização do CFC-12 ao longo de tubos capilares. Na região de líquido o fator de atrito calculado a partir dos dados experimentais foi 20 % superior àquele calculado pela correlação de Blasius para o escoamento turbulento em tubos lisos. Para incluir os efeitos da rugosidade da parede do tubo, foi usada a equação de Churchill (1977) que reproduz bem o diagrama de Moody para escoamentos em tubos rugosos.

Em comparação com os dados experimentais, os resultados do fator de atrito calculados pela equação de Churchill (1977) apresentaram um erro padrão de 6,1% e 4,8 %, respectivamente para os tubos de 0,66 mm e 1,17 mm de diâmetro. Isso mostrou que, devido aos pequenos diâmetros dos tubos capilares, a rugosidade apresenta um efeito considerável sobre a tensão de cisalhamento na parede.

Na região bifásica, Lin et al. (1991) modelaram a queda de pressão devido ao atrito usando a definição do multiplicador bifásico  $\phi_{LO}^2$  (Lockhart e Martinelli, 1949), avaliando o número de Reynolds com a viscosidade da mistura líquido-vapor calculada tanto pela equação de McAdams et al. (1942), quanto pela equação de Cicchitti et al. (1960). Em ambos os casos, a diferença entre os valores de  $\phi_{LO}^2$  calculados e os dados experimentais foi em média de 24 %. Lin et

al. (1991) atribuíram essa diferença à pequena velocidade relativa entre as fases e modificaram a equação de McAdams et al. (1942), introduzindo uma constante, obtida a partir dos dados experimentais disponíveis. Com essa modificação, o erro relativo padrão entre os valores de  $\phi_{LO}^2$  calculados e os dados experimentais foi reduzido para 15,3 %.

Uma comparação entre o desempenho de tubos capilares empregando como fluidos refrigerantes o HFC-134a e o CFC-12, foi realizada por Wijaya (1991). A partir dos resultados experimentais, Wijaya observou que o HFC-134a gerou fluxos de massa superiores àqueles gerados pelo CFC-12 em 3,7 % e 5,6 %, respectivamente em relação aos graus de sub-resfriamento de 20 °F ( $\cong$  11,11 °C) e 30 °F ( $\cong$  16,7 °C). Wijaya (1991) observou também que: (i) a diferença entre o desempenho dos tubos capilares com os dois refrigerantes, é maior em tubos de comprimentos e diâmetros maiores; (ii) que a presença de um separador de óleo não influenciou o desempenho dos tubos capilares, tanto para o HFC-134a quanto para o CFC-12.

Melo et al. (1992), propuseram um modelo matemático para simular o desempenho de tubos capilares adiabáticos e apresentaram uma análise de sensibilidade, realizando comparações com dados experimentais. Nesse modelo as hipóteses consideradas foram: tubo capilar reto, horizontal e com diâmetro constante; escoamento unidimensional, homogêneo, adiabático e em equilíbrio termodinâmico; refrigerante sem óleo. Das comparações realizadas, em 82,8% dos casos, a concordância entre os resultados, em termos de vazão mássica, obtidos com o modelo e os dados experimentais de Bolstad e Jordan (1948), Ungar et al. (1960), Whitesel (1957) e Mikol (1963) foi de 10%. Quando comparadas com os dados experimentais de Wijaya (1991), as vazões mássicas calculadas foram até 23 % inferiores às vazões mássicas medidas.

A análise de sensibilidade do modelo foi realizada com relação aos seguintes parâmetros: (i) diâmetro interno do tubo capilar; (ii) perda de carga na entrada do tubo; (iii) extensão da região de escoamento metaestável; (iv) fator de atrito na região líquida; (v) fator de atrito na região bifásica. Dessa análise concluiu-se que o modelo é significativamente afetado pelas equações constitutivas adotadas.

Nesse trabalho Melo et al. (1992) sugeriram que esforços deveriam ser concentrados na obtenção de informações experimentais seguras, com o controle adequado de todas as variáveis envolvidas. Isso levaria ao pleno entendimento dos fenômenos do escoamento ao longo de tubos capilares, permitindo assim a elaboração de modelos numéricos mais refinados.

O trabalho de Melo et al. (1992) originou uma extensa atividade experimental (Gonçalves, 1994; Melo et al., 1994a, 1994b, 1994c), com a elaboração de uma bancada que se encontra instalada no Laboratório de Engenharia e Ciências Térmicas do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina. Essa bancada constitui-se em um sistema de refrigeração instrumentado, que permite o controle e a medição das variáveis relevantes do escoamento.

Gonçalves (1994) obteve um banco de dados para três fluidos refrigerantes: o CFC-12, o HFC-134a e o HC-600a. Foram realizados mais de 700 testes medindo somente as condições de entrada e saída, e 187 testes medindo também as pressões e temperaturas em vários pontos ao longo dos tubos capilares. Segundo Gonçalves, o escoamento comportou-se da maneira clássica e foi identificada a presença de uma região de metaestabilidade.

Melo et al. (1994a) mostraram que, para a mesma pressão de condensação e mesmo grau de sub-resfriamento na entrada do tubo capilar, os refrigerantes CFC-12 e HFC-134a geraram fluxos de massa praticamente iguais e 33 % superiores àqueles gerados pelo refrigerante HC-600a

Os dados experimentais obtidos por Gonçalves (1994) foram comparados com os resultados obtidos pelo modelo proposto por Melo et al. (1992). Conforme mostrado por Melo et al. (1994a, 1994b) e Boabaid Neto (1994), uma concordância na faixa de  $\pm$  10 % foi obtida entre as vazões mássicas medidas e aquelas fornecidas pelo modelo.

Boabaid Neto (1994) apresentou um modelo para a simulação do desempenho de tubos capilares adibáticos, usando a hipótese de escoamento bifásico homogêneo. Nesse modelo, similar ao procedimento de Melo et al. (1992), obtém-se diretamente os comprimentos da região líquida e da região bifásica integrando-se a equação da conservação da quantidade de movimento, em cada uma dessas regiões. Esse procedimento apresenta um tempo computacional relativamente baixo, mas não permite registrar passo a passo a evolução do escoamento no interior do tubo.

Um modelo para a previsão do desempenho de tubos capilares adiabáticos e não-adiabáticos, foi apresentado por Mezavila (1995). Nesse caso a solução das equações de conservação é obtida passo a passo ao longo do tubo, permitindo a estimativa do fluxo de massa de refrigerante e a determinação dos perfis de pressão, de temperatura e de título, para uma dada configuração de trocador de calor tubo capilar-linha de sucção.

Nesta revisão bibliográfica ficou evidenciado que inúmeros estudos sobre tubos capilares têm sido realizados, tanto experimentais quanto computacionais. Entretanto, muitas vezes, os dados experimentais não são apresentados numa forma organizada e completa. Nesse sentido, é importante mencionar a grande contribuição realizada por Scott (1976), que reuniu, organizou e analisou a maioria dos dados experimentais disponíveis até 1976.

Boabaid Neto (1994) apresentou uma análise dos trabalhos experimentais em tubos capilares, salientando também a falta de informações sobre os dados experimentais disponíveis e as dificuldades envolvidas na realização dos experimentos. Alguns pontos importantes são:

 (i) observa-se na maioria dos trabalhos experimentais, que as incertezas das medições de pressão, temperatura e fluxo de massa não são apresentadas, com exceção dos trabalhos de Lin et al. (1991), Wijaya (1991) e Gonçalves (1994);

- (ii) os resultados experimentais mostram que a ocorrência do fenômeno de metaestabilidade em tubos capilares é bastante provável e extremamente randômica, estando o mesmo sujeito a variáveis difíceis de serem controladas nos experimentos, sendo então, complexa a sua predição teórica;
- (iii) estudos de visualização do escoamento em tubos capilares de vidro provavelmente não refletem o escoamento em tubos de cobre, devido à diferença de rugosidade;
- (iv) a quase totalidade dos dados experimentais referem-se ao refrigerante CFC-12 e apenas em alguns trabalhos encontram-se dados para o refrigerante HCFC-22. Mais recentemente foram obtidos dados para o HFC-134a (Wijaya,1991) (Gonçalves,1994) e para o isobutano HC600a (Melo et al. 1994);
- (v) o diâmetro interno do tubo capilar possui uma influência significativa sobre o escoamento e a imprecisão na avaliação desse parâmetro inviabiliza qualquer análise baseada nos dados experimentais publicados. Na maioria dos trabalhos experimentais, não é mencionado o procedimento de medição do diâmetro interno do tubo capilar. Em geral, utiliza-se o diâmetro nominal, com exceção de alguns trabalhos, como por exemplo os de Kuijpers e Janssen (1983) e de Gonçalves (1994);
- (vi) na maioria dos trabalhos a rugosidade absoluta foi estimada, ou então, o tubo foi considerado liso. Sweedyk (1981) entretanto, mostrou que a rugosidade da parede interna dos tubos capilares pode variar muito, dependendo do processo de fabricação, do fabricante e do lote de fabricação.

As considerações anteriores, evidenciam as dificuldades de utilização dos dados experimentais em exercícios de validação de modelos numéricos.

Verificou-se também nesta revisão bibliográfica, que a maioria dos modelos computacionais disponíveis na literatura, considera o escoamento bifásico como homogêneo. Conforme será apresentado com maiores detalhes no item 2.5, essa é a abordagem mais simples do problema, na qual o escoamento bifásico é assumido como monofásico, com pseudo-propriedades obtidas pela média ponderada das propriedades das fases individuais.

Em muitos desses modelos os resultados numéricos são comparados com dados experimentais específicos e não se apresentam os erros médios ou as faixas de erros percentuais obtidos nessas comparações. Em alguns trabalhos em que tais erros são apresentados, observou-se que os resultados calculados pelo modelo homogêneo, quando comparados aos dados experimentais, estão na faixa de  $\pm$  20 % (Erth, 1970) e  $\pm$  10 % (Melo et al., 1992).

## 1.4 Procedimentos de Análise e Dimensionamento de Tubos Capilares

Do ponto de vista tecnológico, o principal interesse dos fabricantes de sistemas de refrigeração é a obtenção de um par comprimento/diâmetro de tubo capilar que atenda a uma capacidade de refrigeração, especificados os parâmetros do escoamento na entrada e na saída do tubo. Com isso, torna-se importante o desenvolvimento de métodos que permitam o dimensionamento de tubos capilares, principalmente em se tratanto de refrigerantes alternativos. Apesar de sua grande influência sobre o desempenho dos sistemas de refrigeração, os tubos capilares são ainda dimensionados com poucos critérios.

Um procedimento simples e ainda hoje usado, é a escolha do tubo capilar por um processo de tentativa e erro, conhecido como "cut-and-try", ou seja "cortar-e-testar", no qual o tubo é cortado e ensaiado até fornecer as condições requeridas. Nesse processo, instala-se no sistema um tubo de comprimento tal que a pressão de aspiração do compressor seja inferior à requerida no projeto. Em seguida, o tubo é progressivamente cortado até que se alcance a pressão de evaporação desejada.

Existem também alguns procedimentos gráficos, sendo o mais relevante aquele apresentado pela "American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers - ASHRAE" (1983). Os diagramas apresentados pela ASHRAE são de fácil uso tanto na determinação do fluxo de massa, conhecidas as dimensões do tubo capilar, quanto na obtenção do comprimento e do diâmetro, conhecidas as condições do escoamento e fluxo de massa. Não é clara a inclusão do efeito do grau de sub-resfriamento nesses diagramas, pois eles originaram-se dos trabalhos de Whitesel (1957), que não considerou esse efeito tanto nos experimentos quanto em seu trabalho teórico.

Além de estarem disponíveis somente para os fluidos refrigerantes CFC-12 e HCFC-22, os diagramas da ASHRAE fornecem resultados imprecisos, como mostrado por Scott (1976), Melo et al. (1988), Kuehl e Goldschmidt (1991) e Wijaya (1991).

Erth (1970) realizou uma análise detalhada do trabalho de Whitesel (1957) e identificou diferenças de até 20% entre os valores de vazões mássicas medidas e calculadas. Esses erros, segundo Erth (1970), estão relacionados com as aproximações feitas por Whitesel (1957): (i) na avaliação das propriedades termodinâmicas, (ii) na determinação da pressão crítica, (iii) na determinação do fator de atrito na região bifásica.

Um procedimento normalizado para testar a capacidade de tubos capilares em termos de fluxo de massa é o estabelecido pela norma ASHRAE 28-78 e consiste em medir o fluxo de massa de nitrogênio seco, sob determinadas condições, através do tubo capilar de interesse. Os resultados obtidos com esse procedimento não definem as características do escoamento ao longo do tubo

em um ciclo de refrigeração, mas o fluxo de massa de nitrogênio é um indicativo dessas características, mesmo que a relação matemática entre as duas condições não possa ser precisamente estabelecida.

Stoecker e Jones (1985) apresentaram um modelo para o cálculo do comprimento do tubo capilar, usando uma forma simplificada das leis de conservação. O comprimento de cada incremento do tubo é obtido para uma dada redução de pressão de saturação do refrigerante, conhecidas as condições de entrada nesse trecho.

A partir do exposto anteriormente, observa-se mais uma vez a necessidade de se estabelecer uma metodologia mais refinada para a análise do escoamento de fluidos refrigerantes em tubos capilares, visando o estabelecimento de critérios para o dimensionamento desses tubos.

A solução analítica das equações que descrevem o escoamento do refrigerante ao longo do tubo capilar, é dificultada devido à complexidade do problema. Isso favorece o desenvolvimento de uma grande variedade de modelos numéricos, que são na sua maioria validados em relação a conjuntos específicos de dados experimentais. Nesse processo de validação, coeficientes empíricos e correlações são selecionados da literatura, o que origina um grau de liberdade considerável a este processo (Melo et al., 1992).

A hipótese de escoamento homogêneo ao longo de tubos capilares baseia-se em trabalhos de visualização do escoamento em tubos de vidro de pequenos diâmetros. Restrições são impostas quanto à validade dessas observações, uma vez que os tubos de vidro não podem simular as condições de rugosidade da parede interna dos tubos capilares usados nos sistemas de refrigeração.

Um método de análise mais complexo é o que emprega o modelo de dois fluidos, na região de escoamento bifásico. Nesse caso, dois conjuntos de equações de conservação são usadas, um para cada fase, permitindo que aspectos tais como o não-equilíbrio hidrodinâmio e térmico sejam considerados. Esse modelo será usado no presente trabalho com o intuito de melhor representar o escoamento bifásico. Com isso, espera-se contribuir para o estabelecimento de uma nova metodologia de análise do escoamento em tubos capilares.

### 1.5 Objetivos da Tese

O objetivo do presente tabalho é simular o escoamento ao longo de tubos capilares usados como dispositivos de expansão em sistemas de refrigeração, através de uma abordagem mais realista do

escoamento bifásico, procurando reproduzir melhor os resultados experimentais e também o melhor entendimento dos fenômenos complexos envolvidos nesse tipo de escoamento.

Para tanto o escoamento é dividido em duas regiões: uma de líquido sub-resfriado e outra de escoamento bifásico líquido-vapor. Considera-se o tubo capilar reto, horizontal, de secção transversal constante, com escoamento unidimensional, adiabático, em regime permanente, sem regiões de metaestabilidade e utiliza-se o modelo de dois fluidos na região bifásica.

Na entrada do tubo, o fluido refrigerante é considerado como líquido sub-resfriado. Os resultados obtidos são comparados com aqueles do modelo homogêneo e com os resultados experimentais obtidos por Gonçalves (1994) e Melo et al. (1995).

Alguns fundamentos da análise dos escoamentos bifásicos são introduzidos neste capítulo. Além das diferentes aplicações tecnológicas, apresentam-se importantes aspectos qualitativos e a classificação geral desses escoamentos.

Apresentam-se também os métodos de análise dos escoamentos bifásicos e em particular são abordados o *modelo homogêneo*, aplicado ao escoamento em tubos capilares, e o *modelo de dois fluidos*. Esse último, a ser empregado no presente trabalho, é apresentado conforme a metodologia desenvolvida por Ishii (1975).

# 2.1 Aspectos Qualitativos

Os escoamentos multifásicos estão presentes em uma grande variedade de problemas de engenharia e possuem uma importância fundamental tanto na procura das condições ótimas de projeto de um sistema, quanto na preocupação com as suas condições de operação. Além disso, esse tipo de escoamento apresenta-se em uma grande variedade de fenômenos naturais, que precisam ser melhor entendidos.

Algumas aplicações importantes são (Ishii, 1975):

- (i) reatores nucleares, motores de combustão interna, motores a jato, propelentes líquidos ou sólidos para foguetes;
- (ii) evaporadores, condensadores, torres de resfriamento, tubos de calor e sistemas de refrigeração;
- (iii) unidades de destilação, leitos fluidizados e meios porosos;
- (iv) canalizações para o transporte de misturas de gases e óleos, de fibras e de partículas sólidas pulverizadas;

- (v) sistemas de lubrificação;
- (vi) condicionadores de ar, refrigeradores, resfriadores, sistemas de ventilação e controle de poluição do ar;
- (vii) fenômenos geo-meteorológicos tais como: sedimentação, erosão de solos, formação de dunas, formação e movimento de gotas de chuva e formação de gelo.

A vaporização de um líquido escoando ao longo de um tubo e originando um escoamento bifásico líquido-vapor, pode-se dar devido à adição de calor ou como resultado da redução de pressão desse fluido. Esse último caso é o que ocorre no escoamento ao longo de um tubo capilar. Cabe salientar que em muitas aplicações esses dois processos ocorrem simultaneamente.

No escoamento bifásico, tanto a adição ou a remoção de calor, quanto a redução de pressão do fluido, causam variações na quantidade e na distribuição espacial de cada fase, alterando o padrão ou a "topologia" do escoamento. Devido a essas variações e às mudanças contínuas nas propriedades do fluido ao longo do tubo, o escoamento não se torna plenamente desenvolvido. Em adição a essa situação de não-equilíbrio local, algumas situações envolvem propriedades que variam com o tempo e o não-equilíbrio termodinâmico.

Além das forças devido aos efeitos de inércia, efeitos viscosos e de pressão, presentes no escoamento monofásico, os escoamentos bifásicos são afetados pela força de tensão interfacial, pelas características de molhamento do líquido sobre a parede do tubo e pela transferência de massa, quantidade de movimento e calor entre as fases. Observa-se, com isso, a complexidade dos fenômenos presentes nos escoamentos bifásicos. Alguns aspectos importantes desses escoamentos são abordados a seguir.

#### 2.1.1 Limite Termodinâmico de Superaquecimento

Um líquido sub-resfriado com pressão e temperatura elevadas, quando é submetido a um processo de expansão ao longo de um tubo, pode atingir um estado de líquido superaquecido. Na Fig. 2.1 mostra-se num diagrama pressão-volume específico, os estados termodinâmicos pelos quais passa o líquido durante esse processo de expansão.

Partindo do ponto A, a expansão ocorre ao longo de um processo aproximadamente isotérmico. Verifica-se através de experimentos que a evaporação quase sempre não ocorre exatamente no ponto B, sobre a curva de líquido saturado, onde deveria ocorrer caso houvesse equilíbrio termodinâmico.

Na verdade, a evaporação ocorre subitamente no ponto C a uma pressão  $p_{nucl}$ , conhecida como pressão de nucleação, inferior à pressão de saturação  $p_{sat}$ , relativa à temperatura inicial (ponto B). Quanto mais rápida for a expansão, maior a diferença entre as pressões  $p_{sat} e p_{nucl}$ . Entre os pontos B e C o líquido encontra-se superaquecido a uma temperatura superior à sua temperatura de saturação relativa à pressão local, ou seja, em um *estado metaestável*. Assim como o líquido pode estar superaquecido, o vapor também pode-se encontrar no estado metaestável como vapor sub-resfriado, sobre o trecho E-F da isoterma mostrada na Fig. 2.1.



Figura 2.1 Representação esquemática do processo de expansão de um líquido sub-resfriado.

Conforme mostrado por Carey (1992), o critério de estabilidade mecânica de um sistema requer que  $(\partial p/\partial v)_T < 0$ , onde v é o volume específico. Nota-se que o líquido ou o vapor nas regiões metaestáveis são mecanicamente estáveis, embora não estejam em equilíbrio termodinâmico. Entre os pontos C e E, o critério de estabilidade é violado, uma vez que  $(\partial p/\partial v)_T > 0$ . O local onde a derivada  $(\partial p/\partial v)_T$  inverte o sinal é conhecido como *limite intrínseco de estabilidade* ou *limite "spinodal"*. Para um líquido com temperatura superior à temperatura de saturação relativa à pressão local, o limite "spinodal" é também conhecido por *limite termodinâmico de superaquecimento*. A região entre as curvas de líquido e vapor "spinodal", mostrada na Fig. 2.1, é interpretada como sendo inacessível ao sistema, uma vez que aqueles estados violam o critério de estabilidade.

### 2.1.2 Processos de Nucleação e de Crescimento de Bolhas

A partir de experimentos, observa-se também que a formação de bolhas no interior de um líquido superaquecido ocorre geralmente dentro de uma faixa de temperaturas na região metaestável. Devido à curvatura da interface, a pressão na bolha ou núcleo de vapor,  $p_V$ , considerado esférico, e a pressão no líquido,  $p_L$ , não são iguais, mas estão relacionadas através da equação de Young-Laplace (Carey, 1992) dada por,

$$p_{\rm V} - p_{\rm L} = \frac{2\sigma}{r} \tag{2.1}$$

na qual  $\sigma$  é a tensão superficial, r é o raio do núcleo de vapor e os subíndices L e V indicam, respectivamente, as fases de líquido e de vapor. Essa equação mostra que o raio do núcleo de vapor no equilíbrio torna-se menor à medida que o superaquecimento aumenta, ou seja, à medida que a pressão  $p_L$  é reduzida ao longo do trecho BC, mostrado na Fig. 2.1. Nota-se que  $p_V$  é a pressão de saturação na temperatura do sistema.

Flutuações internas podem ocorrer mesmo em sistemas que empregam líquidos termodinamicamente estáveis (Carey, 1992). Essas flutuações são desvios localizados e transientes do estado normal e incluem flutuações da densidade molecular local no líquido. Distante das condições normais de saturação, tais flutuações no líquido sub-resfriado ocorrem provavelmente dentro dos limites consistentes com a existência da fase líquida. Entretanto, para os estados próximos à curva de saturação, as flutuações de densidade no líquido podem exceder tais limites, resultando em regiões onde a densidade molecular seja reduzida para valores próximos ao de vapor saturado. Essas flutuações podem atingir níveis que originam pequenos embriões de bolhas de vapor no interior do líquido. Esse processo de formação de vapor, em que a nucleação de bolhas ocorre completamente no interior de líquidos superaquecidos, é conhecido como *nucleação homogênea*:

A nucleação que ocorre na interface entre uma fase metaestável e outra, usualmente a sólida, é conhecida como *nucleação heterogênea*. Alguns exemplos de núcleos que agem como centros de formação de vapor são:

- (i) gases não condensáveis em suspensão no líquido;
- (ii) gases ou vapores preenchendo pequenas cavidades de superficies sólidas, conhecidas como "sítios" de nucleação;
- (iii) partículas em suspensão no líquido.

As superficies sólidas reais, invariavelmente, contém cavidades que podem ter desde tamanhos microscópicos até macroscópicos. Se a superficie não estiver completamente molhada pelo líquido, espera-se que muitas dessas cavidades estejam preenchidas por gases, o que reduz o superaquecimento requerido para o início da nucleação, ou seja, a vaporização poderá ocorrer em temperaturas relativamente menores, na interface líquido-gás dessas cavidades.

Uma vez formada uma bolha de vapor em um líquido superaquecido, seu crescimento é controlado pela inércia do líquido, pela tensão superficial e pela taxa de transferência de calor na interface, necessária para suprir o calor latente de vaporização (Carey, 1992). Na Fig. 2.2 é mostrada uma bolha com pressão  $p_v$  e temperatura  $T_v$  imersa em um líquido com pressão  $p_L$  e temperatura  $T_L$ . No momento em que esse núcleo de vapor é formado, a temperatura da interface será aproximadamente igual à temperatura do líquido superaquecido e o vapor gerado na interface estará na pressão próxima á pressão de saturação relativa à temperatura do líquido,  $p_{sat}(T_L)$ .



Figura 2.2 Núcleo de vapor em líquido superaquecido.

À medida que o líquido superaquecido próximo à interface é usado como fonte de energia para fornecer calor latente de vaporização, a temperatura na interface é reduzida para aquela próxima da temperatura de saturação relativa à pressão do líquido,  $T_{sat}(p_L)$ . Durante o processo de crescimento do núcleo de vapor, a diferença de pressão através da interface diminui à medida que o raio aumenta (vide Eq. 2.1) e a pressão dentro da bolha reduz-se para aquela próxima a  $p_L$ . Com isso, durante o processo de crescimento,  $p_V e T_V$ , irão variar dentro das faixas de pressões e temperaturas, respectivamente, dadas por

$$\mathbf{p}_{\mathrm{L}} \le \mathbf{p}_{\mathrm{V}} \le \mathbf{p}_{\mathrm{sat}}(\mathrm{T}_{\mathrm{L}})$$
;  $\mathbf{T}_{\mathrm{sat}}(\mathbf{p}_{\mathrm{L}}) \le \mathrm{T}_{\mathrm{V}} \le \mathrm{T}_{\mathrm{L}}$  (2.2)

Além disso, distinguem-se dois casos limites no processo de crescimento de uma bolha. O primeiro, que usualmente ocorre durante os estágios iniciais, é aquele em que  $p_V \cong p_{sat}(T_L)$  e  $T_V \cong T_L$ . Nesse caso, o crescimento do núcleo de vapor depende fortemente da tensão superficial e da inércia do líquido. A transferência de calor para a interface é muito rápida e não é o fator limitante do crescimento. Essa etapa é conhecida como *etapa de crescimento controlado por inércia*, pois a taxa de crescimento é governada por interações de quantidade de movimento entre a bolha e o líquido.

A taxa de crescimento da bolha é alta nos estágios iniciais, mas é reduzida na medida em que a temperatura e, então, a pressão dentro da bolha diminuem. Espera-se portanto que a velocidade da interface da bolha possua um valor máximo. Conforme já mencionado, a redução da temperatura no interior da bolha é uma conseqüência do calor latente requerido para a evaporação que ocorre na interface líquido-vapor, à medida que a bolha cresce.

No segundo caso:  $p_V \cong p_L$  e  $T_V \cong T_{sat}(p_L)$ , geralmente corresponde aos estágios finais do crescimento da bolha, quando o líquido superaquecido próximo à interface foi significativamente consumido. O crescimento torna-se limitado pela taxa, relativamente menor, na qual o calor latente de vaporização é suprido na superfície da bolha (Plesset e Zwick, 1954; Scriven, 1959). Em conseqüência, o movimento da interface é lento quando comparado com a etapa de crescimento controlado por inércia, e a transferência de quantidade de movimento entre a bolha e o líquido não é o fator limitante. Essa etapa é conhecida como *etapa de crescimento controlada por transferência de calor*. Em etapas intermediárias entre esses dois casos limites, tanto os efeitos de inércia quanto a transferência de calor são importantes, tornando a análise ainda mais complexa.

Nos escoamentos com vaporização de líquidos sub-resfriados ao longo de um tubo, usualmente, a convecção é assumida como o modo dominante de transferência de calor na interface líquido - vapor. Para isso são necessárias correlações para o coeficiente de transferência de calor, que é função da velocidade relativa entre as fases e das propriedades do fluido, para os diferentes regimes de escoamento bifásico.

#### 2.1.3 Termos Interfaciais

Nos escoamentos bifásicos, os fenômenos interfaciais afetam as condições de contorno das várias equações que descrevem o problema. Para os escoamentos monofásicos, o requisito usual é o de que os campos de tensão, velocidade e temperatura sejam contínuos. Entretanto, nos escoamentos bifásicos a densidade do fluido, a velocidade e também a energia sofrem descontinuidades através da interface, tornando necessário o desenvolvimento das chamadas

condições de "salto" para representar esses processos na formulação local instantânea das equações de conservação.

Tais condições especificam a transferência de massa, de quantidade de movimento e de energia através da interface e se estabelecem como condições de "junção" entre as fases, sendo assim, indispensáveis na análise de escoamentos bifásicos.

Uma vez que ocorrem interações entre as fases, os termos interfaciais que representam tais interações, aparecem nas equações que governam o balanço de massa, de quantidade de movimento e de energia de cada fase. Grandes dificuldades surgem na representação desses termos devido ao movimento aleatório e às geometrias complexas das interfaces presentes nos escoamentos bifásicos. Tais termos estão intimamente relacionados com a área interfacial por unidade de volume, ou densidade de área interfacial, a<sub>i</sub> (vide Eq. 3.61), e com os mecanismos locais de transporte tais como o grau de turbulência próximo às interfaces (Ishii, 1975).

Basicamente, os termos interfaciais são proporcionais à densidade de área interfacial e a uma força motriz (Ishii e Mishima, 1980). O parâmetro  $a_i$ , possuindo a dimensão de (1/m), caracteriza os efeitos geométricos sobre os termos interfaciais. Por sua vez, a força motriz para o transporte interfacial depende da turbulência local, de propriedades de transporte e de algum comprimento característico na interface. Esse comprimento característico pode estar relacionado com o tempo de residência de uma partícula, ou com a densidade de área interfacial e com a fração de vazio,  $\alpha_k$  (vide Eq. 2.26).

A transferência de quantidade de movimento na interface pode ser afetada pelo gradiente de concentração ou de fração de vazio, pela transferência de massa na interface e pela força interfacial (Ishii, 1975). A transferência de massa na interface, ou seja, a mudança de fase, provoca uma variação de quantidade de movimento, uma vez que as fases possuem velocidades diferentes. Wallis (1969) sugere que uma força adicional, devida à mudança de fase, seja considerada no balanço de quantidade de movimento (vide Item 3.2.2).

A força aplicada por uma fase sobre a outra, denominada força interfacial, ocorre devido ao movimento relativo entre ambas e engloba não só a força de atrito interfacial, mas depende também de efeitos adicionais. Esses efeitos são causados por componentes de forças que surgem em escoamentos com rápida aceleração, tais como: a *força de massa aparente* ou *força de massa virtual*, a *força de Basset* e a *força devido à rotação das partículas fluidas*.

Quando uma partícula é acelerada em relação a um fluido no qual encontra-se imersa, um escoamento bidimensional é estabelecido em seu contorno (Wallis, 1969). A partícula comportase como se possuisse massa adicional, conhecida como massa aparente ou massa virtual, que é dotada de energia cinética. O movimento da partícula e dessa massa virtual requer, então, um trabalho adicional em relação ao que seria necessário para acelerar somente a partícula. Com isso, a massa virtual introduz uma componente de força sobre a partícula, conhecida como força de massa virtual que é proporcional à velocidade relativa entre a partícula e o fluido, ou no caso do escoamento bifásico, entre as fases.

De acordo com Milne-Thomson (1968), a aceleração de uma esfera em um fluido em repouso induz uma força de massa virtual sobre a esfera,  $F_{mve}$ , igual à metade da massa de fluido deslocada multiplicada pela aceleração da esfera e pode ser expressa por,

$$F_{mve} = -\frac{1}{12} \pi d^{3} \rho_{f} a$$
 (2.3)

na qual d é o diâmetro da esfera,  $\rho_f$  é a massa específica do fluido e a corresponde à aceleração da esfera. Observa-se que na obtenção dessa equação, os efeitos viscosos e a interação com outras eventuais partículas ou esferas dispersas no escoamento, não foram considerados. Em geral, a força de massa virtual nos escoamentos reais deve incluir outros parâmetros do escoamento, dentre eles a fração de vazio (Drew et al., 1979).

Além desse escoamento potencial que é estabelecido quando uma partícula é acelerada em relação a um fluido, também se estabelece um campo de escoamento viscoso. A *força de Basset* está relacionada com um dos efeitos viscosos: o desenvolvimento da camada limite ao redor dessa partícula, ou no caso do escoamento bifásico, ao redor da fase dispersa. Uma vez que os efeitos viscosos, tais como o crescimento da camada limite, são governados por equações de difusão, o escoamento instantâneo é função da história prévia do movimento da partícula, sendo a sua análise bastante complexa.

A força de atrito agindo na interface é modelada, usualmente, em termos de um coeficiente de arrasto,  $C_D$ , da concentração de área interfacial e da velocidade relativa entre as fases. O coeficiente de arrasto interfacial é calculado por correlações obtidas por técnicas de regressão de conjuntos de dados experimentais. É importante salientar que na análise dos escoamentos bifásicos, além do atrito interfacial, estão envolvidas as forças de atrito entre cada fase e a parede do tubo.

## 2.2 Classificação Geral

A característica singular dos escoamentos bifásicos é a presença de uma ou várias interfaces separando as fases, o que introduz grandes dificuldades nas formulações matemática e física do

Outra forma de classificação baseia-se na estrutura das interfaces e na distribuição topográfica de cada fase e é mais complexa, uma vez que esses dois parâmetros variam continuamente. Considerando tais parâmetros, Ishii (1975) classificou o escoamento bifásico em: escoamentos *dispersos*, escoamentos *mistos* ou de *transição* e escoamentos *separados*. Os escoamentos dispersos ainda podem ser subdivididos segundo a fase dispersa, em: bolhas, gotas e partículas sólidas. A fase dispersa pode ter diferentes geometrias, desde a esférica ou elíptica até geometrias completamente arbitrárias.

A classe de escoamentos separados, dependendo do tipo de interface, é subdividida em:

- (i) escoamentos planos, que incluem escoamentos em filmes e escoamentos estratificados;
- (ii) escoamentos "quase-axissimétricos", que envolvem escoamentos em jatos e os escoamentos em regime anular.

A classe dos escoamentos mistos ou de transição é caracterizada pela presença tanto dos escoamentos dispersos quanto dos separados. Essa classe apresenta-se com frequência nos escoamentos de misturas de líquido-vapor com mudança de fase ocorrendo progressivamente ao longo de um tubo. Nesse caso, o escoamento é também subdividido de acordo com a fase dispersa, podendo-se distinguir os regimes: agitante, anular-bolhas e anular-gotas.

# 2.3 Regimes do Escoamento Bifásico

Diferenças nos regimes de escoamentos bifásicos ao longo de tubos, podem ser encontradas dependendo de suas posições, se vertical ou horizontal. Uma das diferenças principais entre esses dois casos é o aparecimento de uma estratificação nos escoamentos horizontais, resultante da influência da força gravitacional. O vapor tende a migrar para a parte superior do tubo, enquanto que a maior parcela de líquido escoa na parte inferior.

Na Fig. 2.3 mostram-se os regimes usualmente encontrados no escoamento bifásico em tubos horizontais:

(a) Escoamento em bolhas ("bubbly flow"). Ocorre usualmente quando o título da mistura líquido-vapor é muito reduzido e é caracterizado pela presença de bolhas de vapor dispersas na fase líquida contínua. O tamanho médio dessas bolhas é geralmente pequeno quando comparado com o diâmetro do tubo. Observa-se que as bolhas tendem a se aglomerar na porção superior do tubo;



Figura 2.3 Regimes de escoamentos bifásicos líquido-vapor em tubos horizontais.

- (b) Escoamento em tampões ("plug flow"). À medida que o título é aumentado no regime em bolhas, a coalescência de pequenas bolhas dá origem a bolhas maiores, semelhantes a tampões, que ocupam a porção superior do tubo;
- (c) Escoamento estratificado ("stratified flow"). Este regime ocorre somente em escoamentos com vazões muito reduzidas e títulos razoavelmente altos. Observa-se que o líquido escoa pela parte inferior do tubo e o vapor escoa na parte superior, existindo uma interface relativamente uniforme;
- (d) Escoamento em ondas ("wavy flow"). Ocorrem à medida que as vazões de cada fase e/ou o título são aumentados no regime estratificado e as interfaces, eventualmente, tornam-se instáveis e onduladas. O forte cisalhamento na interface, existente neste regime de escoamento, em conjunto com a formação e quebra de ondas, pode arrastar gotas de líquido para o interior do núcleo de vapor.
- (e) Escoamento agregado ("slug flow"). Nesse regime observam-se grandes bolhas de vapor, formadas a partir do aumento da amplitude das ondas, em vazões de líquido elevadas. Devido à força de empuxo, tais bolhas tendem a escoar na porção superior do tubo, presas à sua superfície.
- (f) Escoamento anular ("anular flow"). Este regime é observado em escoamentos com vazões de líquido moderadas, com altas velocidades da fase de vapor e título elevados. Nesse caso um filme de líquido forma-se nas paredes do tubo e a fase de vapor escoa no interior desse filme. Os efeitos da força de empuxo, tendem a reduzir a espessura do filme de líquido na

porção superior do tubo e a aumentá-la na porção inferior, conforme se observa na Fig. 2.3*f*. O forte cisalhamento pode resultar em um arraste significativo de líquido para o núcleo de vapor.

Na Fig. 2.4 estão representados os regimes típicos de escoamentos bifásicos em tubos verticais. Nesse caso, os regimes também podem variar desde o escoamento em bolhas, para valores de títulos reduzidos, até o escoamento anular, para níveis de título elevados. O regime em tampões é observado em escoamentos com títulos ligeiramente superiores aos níveis observados no regime em bolhas.



Figura 2.4 Regimes de escoamentos bifásicos líquido-vapor ascendentes em tubos verticais.

O regime *agitante ("churn flow")*, mostrado na Fig. 2.4*c*, ocorre em escoamentos com vazões mássicas reduzidas e títulos intermediários. Nesse caso, o escoamento é instável e oscilatório, resultando em uma interface altamente irregular.

Pode-se ainda observar, que em vazões de líquido e de vapor elevadas e títulos intermediários, ocorre o regime anular com filamentos ("*wavy-anular flow*"), mostrado na Fig. 2.4*d*. Esse regime tem as características do escoamento anular, mas possui uma quantidade considerável de gotas de líquido aglomeradas em longos filamentos irregulares escoando no interior do núcleo de vapor.

No regime anular em escoamentos horizontais (Fig. 2.3*f*) com vazões de vapor elevadas, a força gravitacional é pequena em relação aos efeitos de inércia e ao transporte turbulento de quantidade de movimento, originando uma distribuição mais uniforme de líquido ao longo do perímetro do tubo. Nesse caso, sob condições similares, o escoamento anular resultante difere pouco daquele observado em tubos verticais, mostrado na Fig. 2.4*e* (Carey, 1992).

#### 2 ESCOAMENTOS BIFÁSICOS

Os regimes de escoamentos bifásicos descritos anteriormente e a transição entre eles, podem ser representados em mapas de regimes de escoamento. Nesses mapas os regimes são representados por áreas em um gráfico, cujas coordenadas são os fluxos volumétricos totais de cada fase,  $j_k$  (ou vazões volumétricas por unidade de área da tubulação) ou são parâmetros contendo esses fluxos. Para as fases líquida e de vapor, tais fluxos são respectivamente, definidos por,

$$j_{L} = (1-\alpha)V_{L} = \frac{G(1-x^{*})}{\rho_{L}}$$
 (2.4)

$$j_{v} = \alpha V_{v} = \frac{Gx^{*}}{\rho_{v}}$$
(2.5)

nas quais  $\alpha$  é a fração de vazio média na seção (vide Eq. 3.3),  $V_L e V_V são$ , respectivamente, as velocidades das fases líquida e vapor, G é o fluxo de massa,  $\rho_L e \rho_V são$ , respectivamente, as massas específicas das fases líquida e vapor e x<sup>\*</sup> é a fração mássica definida por

$$x^* = \frac{\dot{m}_V}{\dot{m}}$$
(2.6)

na qual  $\dot{m}_V$  e  $\dot{m}$  são, respectivamente, as vazões mássicas de vapor (vide Eq. 3.12) e total (líquido e vapor) ao longo do tubo.

Mapas de regime de escoamentos gás-líquido em tubos horizontais de seção circular foram propostos por Baker (1954), por Mandhane et al. (1974) e Taitel e Dukler (1976). Dentre esses, é mostrado na Fig. 2.5 o mapa proposto por Taitel e Dukler (1976), que possui um embasamento teórico e considera a influência do diâmetro do tubo e das propriedades do fluido sobre cada transição entre os regimes.

Recentemente França et al. (1991) propuseram uma nova metodologia para identificar e classificar regimes de escoamentos bifásicos. Essa metodologia baseia-se em técnicas fractais e embora ainda não possa ser utilizada objetivamente, parece ser bastante promissora.



Figura 2.5 Mapa de regimes de escoamentos horizontais líquido-vapor (Taitel e Dukler, 1976).

# 2.4 Métodos de Análise

O método de análise dos escoamentos bifásicos é uma extensão do método amplamente usado para os escoamentos monofásicos. As equações que governam os princípios básicos de conservação de massa, de quantidade de movimento e de energia são obtidas e solucionadas usando-se hipóteses simplificativas.

Apesar das dificuldades na formulação matemática, a modelagem dos escoamentos bifásicos líquido-vapor apresentou um avanço significativo nas últimas décadas (Lahey e Drew, 1990). Os primeiros estudos do escoamento e da tranferência de calor em domínios bifásicos foram tratados de forma empírica. Atualmente existe uma tentativa de desenvolvimento de modelos teóricos mecanicistas, mas ainda resta muito a ser feito antes que esses modelos tornem-se completamente realistas.

Os principais modelos de análise dos escoamentos bifásicos são:

#### (i) Modelo Homogêneo.

Os engenheiros químicos, nas décadas de 30 e 40, foram pioneiros em contribuir com o estudo dos escoamentos bifásicos líquido-vapor. Nessa época, o único tratamento teórico

existente era o modelo homogêneo, no qual o deslizamento entre as fases é desconsiderado e o escoamento bifásico é assumido como escoamento monofásico, com propriedades obtidas por uma média ponderada das propriedades das fases individuais. As equações usadas são as mesmas do escoamento monofásico e as fases são consideradas em equilíbrio, com mesmas pressões, velocidades e temperaturas. Com o modelo homogêneo, assim como nos modelos de base empírica, são significantes as incertezas das previsões teóricas.

## (ii) Modelo de Escoamento Separado.

Essa abordagem considera que as duas fases possam ter propriedades diferentes e velocidades diferentes. Tais fases são consideradas artificialmente segregadas e o modelo pode ser desenvolvido com vários graus de complexidade. Na versão mais simples, permitese que somente as velocidades das fases sejam diferentes e as equações governantes são combinadas. Na versão mais sofisticada, dois conjuntos de equações básicas são escritas, um para cada fase.

Em ambos os casos, informações devem ser fornecidas sobre a área da secção do duto ocupada por cada fase, ou alternativamente, sobre a velocidade de cada uma delas, e sobre o atrito com a parede do tubo. Na versão mais sofisticada, são requeridas informações adicionais sobre o atrito entre as fases. Tais informações são inseridas nas equações básicas, através de correlações empíricas, nas quais a fração de vazio e a tensão de cisalhamento na parede são relacionadas com variáveis primárias, ou com base em modelos simplificados do escoamento.

O modelo "drift flux", é essencialmente um modelo de escoamentos separados, nos quais a atenção é voltada para o movimento relativo entre as fases e não para o movimento individual das mesmas. Tal modelo foi desenvolvido nas décadas de 50 e 60, quando as necessidades da tecnologia nuclear exigiram desenvolvimento de modelos mais precisos para os escoamentos bifásicos.

#### (iii) Modelo de Dois Fluidos.

Durante a década de 70, com o significante crescimento da indústria nuclear, análises mais precisas sobre as condições de segurança dos reatores nucleares tornaram-se uma prioridade. Em consequência, durante essa década, o modelo de dois fluidos começou a ser desenvolvido, inicialmente para uma abordagem unidimensional e posteriormente para uma abordagem tridimensional (Lahey e Drew,1990). Esse modelo, é formulado em termos de dois conjuntos de equações de conservação, que governam os balanços de massa, de quantidade de movimento e de energia para cada fase.

Usando-se técnicas apropriadas, obtém-se equações médias no espaço ou no tempo, nas quais aparecem os termos que representam o transporte de massa, de quantidade de movimento e de energia de cada fase através das interfaces.

O modelo de dois fluidos, necessita também de informações sobre as interações devido ao atrito e à transferência de calor entre cada fase e as paredes do tubo. Conforme mostrado em estudos prévios (Ishii e Mishima, 1980), tais informações, em conjunto com as equações constitutivas dos termos de transferência interfacial devem ser suficientemente precisas. Caso contrário os resultados obtidos com esse modelo não serão significativamente melhores do que aqueles obtidos com modelos mais simplificados.

## 2.5 Modelo Homogêneo Aplicado ao Escoamento em Tubos Capilares

Um modelo clássico de análise do escoamento de fluido refrigerante ao longo de tubos capilares é aquele que considera o escoamento bifásico como homogêneo. Desse modo, na região bifásica o escoamento é tratado como escoamento monofásico, cujas propriedades são obtidas considerando o título da mistura líquido-vapor e as propriedades das fases individuais.

No modelo aqui apresentado, o escoamento ao longo do tubo capilar é dividido em duas regiões: uma de escoamento monofásico de refrigerante líquido sub-resfriado e outra de escoamento bifásico líquido-vapor. O tubo capilar é considerado reto, horizontal e de seção transversal constante e o escoamento é considerado unidimensional, adiabático em regime permanente e em equilíbrio termodinâmico. Além disso considera-se que o fluido refrigerante esteja isento de óleo e que o escoamento de refrigerante líquido seja incompressível.

## 2.5.1 Equações Governantes para o Escoamento de Líquido

As equações de conservação da quantidade de movimento e de conservação da energia para o escoamento de refrigerante líquido são, respectivamente, dadas por:

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\frac{\mathbf{f}_{\mathrm{L}}\mathbf{G}^{2}\mathbf{v}_{\mathrm{L}}}{2\mathrm{D}}$$
(2.7)

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = 0 \tag{2.8}$$

nas quais z é a distância ao longo do tubo, p é a pressão, G é o fluxo de massa,  $v_L$  é o volume específico do líquido, D é o diâmetro do tubo,  $f_L$  é o fator de atrito na região líquida (Moody, 1944), T é a temperatura e c<sub>v</sub> é o calor específico a volume constante.

Para o cálculo do fator de atrito médio na região de escoamento líquido, muitos autores usam a correlação de Blasius para o escoamento turbulento em tubos lisos, dada por,

$$f_{\rm L} = 0,316 \,{\rm Re}_{\rm L}^{-0,25} \tag{2.9}$$

onde  $\text{Re}_{\text{L}} = (\text{GD}/\mu_{\text{L}})$  é o número de Reynolds e  $\mu_{\text{L}}$  é a viscosidade absoluta do refrigerante líquido. A Eq. 2.9 é válida para a faixa de número de Reynolds entre  $3 \times 10^3$  e  $10^4$ .

Conforme constatado por Mikol (1963) e posteriormente por Melo et al. (1992), os efeitos da rugosidade das paredes dos tubos capilares devem ser considerados, em decorrência dos pequenos diâmetros envolvidos. Uma equação amplamente usada no cálculo do fator de atrito, em função do número de Reynolds e da rugosidade relativa,  $\epsilon/D$ , é a de Colebrook (1938), dada por,

$$\frac{1}{\sqrt{f_{L}}} = -2,0\log\left[\frac{\epsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re_{L}\sqrt{f_{L}}}\right]$$
(2.10)

Essa equação apresenta as desvantagens de ser válida apenas para o regime turbulento e de ser implícita, necessitando portanto, de um procedimento iterativo para sua solução.

Churchill (1977), obteve uma correlação para o cálculo do fator de atrito  $f_L$ , abrangendo todos os regimes de escoamento: laminar, de transição e turbulento, dada por,

$$f_{L} = 8 \left[ \left( \frac{8}{Re_{L}} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{3/2}} \right]^{1/12}$$
(2.11)

onde parâmetros A e B são dados por,

$$A = \left\{ 2457 \ln \left[ \left( \frac{7}{Re_{L}} \right)^{0.9} + 0.27 \frac{\varepsilon}{D} \right]^{-1} \right\}^{16}$$
(2.12)

$$\mathbf{B} = \left(\frac{37530}{\mathrm{Re}_{\mathrm{L}}}\right) \tag{2.13}$$

A Fig. 2.6 apresenta os fatores de atrito na região líquida, obtidos experimentalmente por Melo et al. (1995), em comparação com aqueles estimados pelas equações de Blasius (Eq. 2.9) e de Churchill (Eq. 2.11).



Figura 2.6 Fator de atrito na região de líquido (Melo et al., 1995).

Dessa figura conclui-se que a equação de Churchill é apropriada para a estimativa do fator de atrito na região de escoamento líquido ao longo de tubos capilares, sendo portanto utilizada no presente trabalho.

## 2.5.2 Equações Governantes para o Escoamento Bifásico.

(i) Conservação da Quantidade de Movimento.

Efetuando-se um balanço de quantidade de movimento no volume de controle mostrado na Fig 2.7, obtém-se a equação para o cálculo da pressão da mistura líquido-vapor, dada por,

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\frac{\mathrm{f}_{\mathrm{B}}\mathrm{G}^{2}\mathrm{v}_{\mathrm{m}}}{2\mathrm{D}} - \mathrm{G}^{2}\frac{\mathrm{d}\mathrm{v}_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}z}$$
(2.14)

em que  $v_m = [(1-x)v_L + xv_V]$  é o volume específico da mistura líquido-vapor, x é o título e  $f_B$  é o fator de atrito na região bifásica.



Figura 2.7 Volume de controle para o balanço de quantidade de movimento.

Observa-se na Eq. 2.14 que a queda de pressão ao longo da região bifásica do tubo capilar, deve-se a dois termos: o primeiro que representa os efeitos viscosos, é devido ao atrito com a parede do tubo; o segundo, que representa os efeitos de inércia, é devido à aceleração da mistura bifásica.

O fator de atrito na região bifásica pode ser estimado, calculando-se o número de Reynolds com uma das diferentes equações disponíveis para a viscosidade bifásica (Boabaid Neto, 1994), e usando uma das correlações para o cálculo do fator de atrito nos escoamentos monofásicos. Um

outro procedimento consiste no uso de equações obtidas a partir da correlação de dados experimentais.

Boabaid Neto (1994), usando diferentes correlações para o fator de atrito bifásico disponíveis na literatura, comparou os resultados de seu modelo com resultados experimentais e concluiu que a equação proposta por Erth (1970) era a mais adequada para os refrigerantes CFC-12 e HFC-134a.

Erth selecionou 57 e 74 conjuntos de dados experimentais, respectivamente dos trabalhos de Bolstad e Jordan (1948) e Ungar et al. (1960). Para cada um desses conjuntos, foram traçados os perfis de temperatura e pressão na forma indicada na Fig. 1.6, o que permitiu a determinação gráfica do ponto de início de vaporização. A partir desses dados e usando técnicas de regressão, Erth determinou uma expressão para o fator de atrito médio na região bifásica, dada por

$$f_{\rm B} = \frac{3.1}{\sqrt{{\rm Re}_{\rm L}}} \exp\left[\frac{\left(1 - x_{\rm E}^{0.25}\right)}{2.4}\right]$$
(2.15)

na qual  $x_E$  é o título da mistura líquido-vapor na entrada do tubo e  $\text{Re}_L = (\text{GD}/\mu_L)$  é o número de Reynolds da fase líquida. Caso exista líquido sub-resfriado na entrada do tubo, observa-se que a Eq. 2.15 torna-se função apenas do número de Reynolds.

A correlação de Erth foi adotada no modelo proposto por Mezavila (1995), que a utilizou em cada incremento ao longo do tubo. Assim, o fator de atrito é calculado localmente, sendo o número de Reynolds e o título referentes aos valores na entrada de cada incremento. A justificativa para essa forma de utilização da correlação, foi o fato de Erth ter usado dados experimentais onde o título na entrada do tubo capilar variava entre 0 e 100%.

Entretanto, como observado por Mezavila (1995), esse procedimento, apesar de fornecer resultados razoáveis, não possui uma base científica suficientemente sólida. Dessa forma, estudos adicionais devem ser realizados, visando o estabelecimento de equações para o cálculo do fator de atrito local, na região bifásica do escoamento em tubos capilares.

#### (ii) Conservação da Energia

Realizando o balanço de energia no volume de controle mostrado na Fig. 2.8, obtém-se a equação da energia térmica, dada por,

$$\frac{\mathrm{dh}_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}z} + \mathrm{G}^{2}\mathrm{v}_{\mathrm{m}}\frac{\mathrm{dv}_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}z} = 0 \tag{2.16}$$

na qual  $h_m = [(1-x)h_L + xh_V]$  é a entalpia da mistura líquido-vapor e  $v_m$  é o volume específico da mistura líquido-vapor. Substituindo as equações que definem a entalpia da mistura e o volume específico da mistura, na Eq. 2.16, obtém-se,

$$\frac{dx}{dz} = \frac{-\left\{(1-x)\frac{dh_{\rm L}}{dp} + x\frac{dh_{\rm V}}{dp} + G^2 v_m \left[(1-x)\frac{dv_{\rm L}}{dp} + x\frac{dv_{\rm V}}{dp}\right]\right\}\frac{dp}{dz}}{h_{\rm LV} + G^2 v_m v_{\rm LV}}$$
(2.17)

na qual o subíndice LV indica a diferença entre o valor da propriedade no estado de vapor e no estado de líquido saturado.



Figura 2.8 Volume de controle para o balanço de energia.

A formulação do modelo homogêneo constitui-se, então, das Eqs. 2.7 e 2.8 que são usadas, respectivamente, para o cálculo da pressão e da temperatura do refrigerante na região líquida e das Eqs. 2.14 e 2.17, que são usadas, respectivamente, para o cálculo da pressão e do título da mistura na região bifásica.

## 2.6 Modelo de Dois Fluidos

Na mecânica do contínuo, os modelos que representam o escoamento monofásico de um líquido ou de um gás, são formulados em termos de equações de campo que descrevem os princípios de conservação da massa, quantidade de movimento e energia. A partir de balanços integrais, considerando que as variáveis sejam continuamente diferenciáveis na região de integração, obtémse as equações diferenciais de balanço com a aplicação do teorema de transporte de Reynolds e do teorema de Gauss.

As equações de campo são complementadas por equações constitutivas, tais como as equações de estado, o tensor de tensões, reações químicas e outras, que especificam as propriedades termodinâmicas, de transporte e químicas de um fluido específico.7

Os modelos que descrevem as características dos escoamentos multifásicos, também podem ser formulados em termos de equações de campo e equações constitutivas apropriadas. Para isso, considera-se que o escoamento seja um campo subdividido em regiões monofásicas, com fronteiras móveis entre as mesmas. As equações diferenciais de balanço permanecem válidas para cada subregião com as condições de contorno adequadas, de forma a satisfazer a transferência de massa, energia e quantidade de movimento nas interfaces. Com isso, teoricamente, é possível formular um problema de escoamento multifásico em termos de variáveis locais e instantâneas.

Tal formulação resulta em um problema de múltiplas fronteiras móveis, deformáveis e com posições desconhecidas, causando um acoplamento complexo entre as equações de campo de cada fase e as condições interfaciais. Além disso, a existência de flutuações das variáveis, devido à turbulência e aos movimentos das interfaces, introduz nos escoamentos multifásicos uma característica estatística.

Ishii (1975) observou que as dificuldades matemáticas encontradas com a formulação local e instantânea podem ser consideráveis e em alguns casos insuperáveis. Entretanto essa formulação pode ser diretamente aplicada no estudo de escoamentos separados, tais como o escoamento estratificado e o anular, no estudo do crescimento de uma bolha ou problemas envolvendo frentes de fusão ou solidificação. Adicionalmente, a formulação local e instantânea é a base fundamental de todos os modelos de escoamentos multifásicos cujas equações sejam obtidas por técnicas de realização de médias e é matematicamente rigorosa, desde que a hipótese do contínuo seja válida para cada subregião.

Em aplicações tecnológicas, os detalhes microcópicos do movimento dos fluidos e de outras variáveis são raramente necessários e assim, os aspectos macroscópicos do escoamento são mais importantes. Com isso, através de técnicas apropriadas obtém-se valores médios dos parâmetros que descrevem o movimento e propriedades dos fluidos, eliminando-se as flutuações locais e instantâneas. Contudo, é importante notar que as propriedades estatísticas dessas flutuações, as quais influenciam os processos macroscópicos, devem ser considerados na formulação baseada em médias.

Os métodos de obtenção de valores médios que podem ser aplicados a problemas termohidrodinâmicos são aqueles que obtêm médias temporais, médias espaciais ou médias amostrais. Diferentes abordagens matemáticas usadas na obtenção do modelo de dois fluidos são apresentadas por Ishii (1975) usando a técnica da média temporal, por Delhaye (em Bergles, 1981) usando a técnica da média espacial e temporal e por Lahey e Drew (1990) usando a técnica da média amostral. Salienta-se que todas essas abordagens conduzem essencialmente ao mesmo modelo e todas dependem de correlações constitutivas para a sua complementação.

Apresenta-se a seguir, a formulação local e instantânea e as equações médias no tempo, conforme a metodologia desenvolvida por Ishii (1975).

# 2.6.1 A Formulação Local e Instantânea

A equação que representa a conservação local e instantânea de uma propriedade genérica  $\phi$ , para cada uma das fases k, é dada por,

$$\frac{\partial(\rho_k \phi_k)}{\partial t} + \nabla [\rho_k \vec{V}_k \phi_k] = -\nabla . \vec{J}_k + \rho_k S_k$$
(2.18)

na qual  $\rho_k$  é massa específica,  $\vec{V}_k$  é o vetor velocidade, t é o tempo,  $\vec{J}_k$  representa o fluxo difusivo local da propriedade  $\phi_k$  e S<sub>k</sub> é a geração de  $\phi_k$  por unidade de massa.

As equações que descrevem as leis de conservação de interesse, são obtidas a partir da escolha adequada dos parâmetros  $\phi_k$ ,  $\vec{J}_k$  e  $S_k$ , como indicado na Tab. 2.1. A Eq. 2.18 aplica-se para cada uma das fases k, mas não se aplica através das interfaces. Uma forma particular de balanço é realizado nessas interfaces para considerar as descontinuidades das variáveis nessa região, resultando em condições, conforme já observado no Item 2.1.3, conhecidas como condições de "salto", que especificam a transferência de massa, quantidade de movimento e energia através das interfaces. As condições de "salto" na interface para o balanço de conservação da propriedade  $\phi$ , desconsiderando os *efeitos da tensão superficial*, são dadas por,

$$\sum_{k=1}^{2} [\rho_{k} \phi_{k} (\vec{V}_{k} - \vec{V}_{i}) + \vec{J}_{k}] . \vec{n}_{k} = 0$$
(2.19)

em que  $\vec{V}_i$  é o vetor velocidade interfacial e  $\vec{n}_k$  é o vetor unitário cujo sentido é o da normal externa à superficie de controle da fase k.

Propriedade Conservada	ф <sub>к</sub>	Ĵ <sub>k</sub>	S <sub>k</sub>
Massa	1	0	0
Quantidade de Movimento.	$\vec{V}_k$	$-\tilde{T}_k$	ğ <sub>k</sub>
Energia	e <sub>k</sub>	$\vec{q}_k - \tilde{T}_k  .  \vec{V}_k$	$\vec{g}_k \cdot \vec{V} + Q_k / \rho_k$

**Tabela 2.1** Definição dos parâmetros das equações de conservação.

Na Tab. 2.1, o tensor tensão de Cauchy,  $\tilde{T}_k$ , é dado por

$$\tilde{T}_{k} = -p_{k}\tilde{I} + \tilde{\tau}_{k} \tag{2.20}$$

onde  $p_k$  é a pressão termodinâmica,  $\tilde{I}$  é o tensor identidade e  $\tilde{\tau}_k$  é o tensor de tensões viscosas.

Substituindo os parâmetros definidos na Tab. 2.1, na Eq. 2.18, obtém-se as equações locais e instantâneas, para cada uma das fases, representando os princípios de conservação, dadas por,

(i) Conservação da massa:

$$\frac{\partial \rho_{\mathbf{k}}}{\partial t} + \nabla [\rho_{\mathbf{k}} \vec{\mathbf{V}}_{\mathbf{k}}] = 0$$
(2.21)

(ii) Conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial(\rho_{k}\vec{V}_{k})}{\partial t} + \nabla [\rho_{k}\vec{V}_{k}\vec{V}_{k}] = -\nabla p_{k} + \nabla .\tilde{\tau}_{k} + \rho_{k}\vec{g}_{k}$$
(2.22)

(iii) Conservação da energia:

$$\frac{\partial(\rho_k e_k)}{\partial t} + \nabla [\rho_k e_k \vec{V}_k] = -\nabla . \vec{q}_k + \nabla . (\tilde{T} . \vec{V}) + \rho_k \vec{g}_k . \vec{V}_k + Q_k$$
(2.23)

na qual  $\mathbf{e}_{\mathbf{k}} = [\mathbf{u}_{\mathbf{k}} + (\mathbf{\vec{v}}_{\mathbf{k}}, \mathbf{\vec{v}}_{\mathbf{k}}) / 2]$  é a energia do fluido,  $\mathbf{u}_{\mathbf{k}}$  é a energia interna do fluido,  $\mathbf{\vec{q}}_{\mathbf{k}}$  é o vetor fluxo de calor e  $\mathbf{Q}_{\mathbf{k}}$  é a taxa de geração de energia por unidade de volume.

## 2.6.2 A Formulação Média no Tempo

5-

No estudo dos escoamentos turbulentos monofásicos, as variáveis são analisadas segundo valores médios no tempo e não como valores locais e instantâneos. Da mesma forma, na análise dos escoamentos bifásicos, as equações locais e instantâneas podem sofrer uma operação de média em um intervalo de tempo  $\Delta t$ . Como hipótese, esse intervalo de tempo deve ser suficientemente grande quando comparado às variações locais das propriedades ou às flutuações turbulentas, e suficientemente pequeno quando comparado às flutuações do escoamento. Tal hipótese é idêntica àquela usada na análise do escoamento turbulento monofásico.

Considerando um escoamento bifásico (k=1,2) ao longo de um tubo, em qualquer instante de tempo, um dado ponto  $z_0$  no interior desse tubo pode ser ocupado pela fase 1, ou pela fase 2 ou pela interface. O intervalo de tempo  $\Delta t$  pode, então, ser dividido em  $\Delta t_i$  e  $\Delta t_T$ .  $\Delta t_i$  representa o conjunto de intervalos de tempo nos quais as características da interface são dominantes e onde a equação do balanço interfacial, Eq. 2.19, é válida e  $\Delta t_T$  representa o intervalo de tempo ocupado pelas fases, durante o qual a equação de balanço, Eq. 2.18, se aplica. Esse último intervalo de tempo é por sua vez dividido nos intervalos de tempo de residência de cada fase, ou seja,

$$\Delta t_{\rm T} = \Delta t_1 + \Delta t_2 \tag{2.24}$$

A média no tempo de uma função genérica  $F_k$  é definida por

$$\overline{F}_{k}(z_{0},t_{0}) = \lim_{\delta \to 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t_{\tau}} F_{k}(z_{0},t) dt$$
(2.25)

onde  $z_0$  é um ponto de referência no escoamento, no instante de tempo  $t_{0,}$ ,  $\delta$  é a espessura da região interfacial e  $F_k$  representa uma variável na formulação local e instantânea, relativa à fase k.

#### 2 ESCOAMENTOS BIFÁSICOS

Considerando que as interfaces não sejam estacionárias e que não ocupem uma posição  $z_0$  por intervalos de tempo finitos, define-se a *função densidade de fase média no tempo*,  $\alpha_k$ , como

$$\alpha_{k} = \frac{\Delta t_{k}}{\Delta t}$$
(2.26)

A função  $\alpha_k$  é também conhecida como *fração de vazio local* e é um parâmetro fundamental nos estudos que envolvem equações de campo médias no tempo. Fisicamente  $\alpha_k$  representa a probabilidade da presença da fase k em  $z_0$ , expressando assim a importância relativa dessa fase.

O valor médio da função  $F_k$  no intervalo de tempo de residência da fase k ( $\Delta t_k$ ),  $\overline{F}_k$ , é também definido por,

$$\overline{\overline{F}}_{k} = \frac{\overline{F}_{k}}{\alpha_{k}} = \frac{1}{\Delta t_{k}} \int_{\Delta t_{k}} F_{k} dt$$
(2.27)

Realizando então a média temporal da Eq. 2.18 obtém-se a equação de conservação média para a fase k, dada por,

$$\frac{\partial(\alpha_{k}\overline{\overline{\rho}_{k}}\overline{\phi}_{k})}{\partial t} + \nabla .(\alpha_{k}\overline{\overline{\rho}_{k}}\overline{\overline{V}_{k}}\overline{\phi}_{k}) = -\nabla .(\alpha_{k}\overline{\overline{\overline{J}}}) + \alpha_{k}\overline{\overline{\rho}_{k}}\overline{\overline{S}}_{k} + I_{k}$$
(2.28)

onde  $I_k$  é o termo de transferência interfacial, dado por,

$$\mathbf{I}_{\mathbf{k}} = -\frac{1}{\Delta t} \sum_{j} \left\{ \frac{1}{\mathbf{V}_{ni}} \left[ \rho_{\mathbf{k}} (\vec{\mathbf{V}}_{\mathbf{k}} - \vec{\mathbf{V}}_{i}) \phi_{\mathbf{k}} + \vec{\mathbf{J}}_{\mathbf{k}} \right] \cdot \vec{\mathbf{n}}_{\mathbf{k}} \right\}$$
(2.29)

em que  $V_{ni}$  é a componente do vetor velocidade interfacial  $\vec{V}_i$  na direção de  $\vec{n}$ , ou seja,  $V_{ni} = (\vec{V}_i \cdot \vec{n})$ ; j corresponde à interface passando pelo ponto  $z_0$  durante o intervalo de tempo  $\Delta t$ .

Da mesma forma, realizando a média temporal da Eq. 2.19, obtém-se a equação de balanço interfacial média, conhecida como *condição de transferência interfacial*, dada por,

$$-\frac{1}{\Delta t} \sum_{j} \frac{1}{V_{ni}} \left\{ \sum_{k=1}^{2} \left[ \rho_{k} (\vec{V}_{k} - \vec{V}_{i}) \phi_{k} + \vec{J}_{k} \right] \cdot \vec{n}_{k} \right\} = 0$$
(2.30)

ou também,

$$\sum_{k=1}^{2} I_{k} = 0$$
 (2.31)

As Eqs. 2.28 e 2.30 expressam o princípio de conservação da propriedade  $\phi$ , respectivamente, no volume contendo a fase k e nas interfaces, constituindo a formulação do modelo de dois fluidos. Com essas equações que representam médias no tempo, o problema original envolvendo duas fases que ocupavam alternadamente um ponto no escoamento, foi transformado em um problema envolvendo dois meios contínuos coexistindo.

Substituindo os parâmetros definidos na Tab. 2.1 nas Eqs. 2.28 e 2.30, obtém-se as equações médias que definem os princípios de conservação e as respectivas condições de transferências interfaciais, associadas à fase k, dadas por,

(i) - Conservação da Massa:

$$\frac{\partial(\alpha_{k}\overline{\overline{\rho}_{k}})}{\partial t} + \nabla .(\alpha_{k}\overline{\overline{\rho}_{k}}\overline{\overline{V}_{k}}) = \Gamma_{k}$$
(2.32)

com a condição interfacial de transferência de massa, dada por

$$\sum_{k=1}^{2} \Gamma_{k} = 0 \tag{2.33}$$

em que  $\Gamma_k$  é a taxa de transferência de massa interfacial por unidade de volume. No escoamento bifásico produzido pela expansão de um líquido sub-resfriado ao longo de um tubo, o termo de transferência interfacial de massa representa a taxa de geração de vapor por unidade de volume.

A Eq. 2.32 é a equação da continuidade para cada uma das fases e a Eq. 2.33 expressa o princípio de conservação da massa nas interfaces.

(ii) Conservação da Quantidade de Movimento:

$$\frac{\partial(\alpha_{k}\overline{\overline{p}}_{k}\overline{\vec{V}}_{k})}{\partial t} + \nabla .(\alpha_{k}\overline{\overline{p}}_{k}\overline{\vec{V}}_{k}\overline{\vec{V}}_{k}) = -\nabla(\alpha_{k}\overline{\overline{p}}_{k}) + \nabla .(\alpha_{k}\overline{\overline{\vec{\tau}}}_{k}) + \alpha_{k}\overline{\overline{p}}_{k}\overline{\vec{g}}_{k} + \vec{M}_{k}$$

$$(2.34)$$

com a condição interfacial de transferência de quantidade de movimento, dada por

$$\sum_{k=1}^{2} \bar{M}_{k} = 0 \tag{2.35}$$

em que  $\vec{M}_k$  é o termo de transferência interfacial de quantidade de movimento, dado por (Ishii, 1975),

$$\vec{M}_{k} = \Gamma_{k} \overline{\vec{V}}_{i} + \overline{\vec{p}}_{ki} \nabla \alpha_{k} + \vec{F}_{ki}$$
(2.36)

na qual  $\overline{\overline{p}}_{ki}$  é o valor médio da pressão na interface da fase k.

Os termos do lado direito da Eq. 2.36 representam as forças por unidade de volume da mistura que contribuem com a transferência interfacial de quantidade de movimento, devido, respectivamente, à transferência de massa, ao gradiente de concentração, ou de fração de vazio, e à força interfacial,  $\vec{F}_{ki}$ .

(iii) - Conservação da Energia:

$$\frac{\partial \left[\alpha_{k}\overline{\overline{p}}_{k}(\overline{u}_{k}+\overline{V}_{k}^{2}/2)\right]}{\partial t} + \nabla \left[\alpha_{k}\overline{\overline{p}}_{k}(\overline{u}_{k}+\overline{V}_{k}^{2}/2)\overline{V}_{k}\right] = -\nabla \left[\alpha_{k}\overline{\overline{\overline{q}}}\right] + \nabla \left[\alpha_{k}\overline{\overline{\overline{T}}}\cdot\overline{V}_{k}\right] + \alpha_{k}\overline{\overline{p}}\overline{\overline{g}}_{k}\cdot\overline{V}_{k} + \alpha_{k}\overline{\overline{Q}} + E_{k}$$
(2.37)

com a condição interfacial de transferência de energia, dada por,

$$\sum_{k=1}^{2} E_{k} = 0$$
 (2.38)

na qual o termo  $E_k$  representa a transferência interfacial de energia para a fase k, dado por (Ighii, 1975),

$$E_{k} = \Gamma_{k} \left( \overline{h}_{ki} + \overline{V}_{i} \cdot \overline{V}_{k} - \overline{V}_{k}^{2} / 2 \right) + q_{ki} - p_{ki} \frac{\partial \alpha_{k}}{\partial t} + \overline{F}_{ki} \cdot \overline{V}_{i}$$
(2.39)

onde  $\overline{h}_{ki}$  é a entalpia média da fase k na interface e  $q_{ki}$  é o fluxo de calor interfacial.

A Eq. 2.37 também pode ser escrita como,

$$\frac{\partial [\alpha_{k}\overline{\overline{p}_{k}}(\overline{h}_{k}+\overline{V}_{k}^{2}/2)]}{\partial t} + \nabla [\alpha_{k}\overline{\overline{p}_{k}}(\overline{h}_{k}+\overline{V}_{k}^{2}/2)\overline{\overline{V}_{k}}] = \frac{\partial (\alpha_{k}\overline{p}_{k})}{\partial t} - \nabla [\alpha_{k}\overline{\overline{q}}] + \nabla [\alpha_{k}\overline{\overline{q}}] + \nabla [\alpha_{k}\overline{\overline{\overline{v}}}.\overline{\overline{V}_{k}}] + \alpha_{k}\overline{\overline{p}}\overline{\overline{g}}_{k}, \overline{\overline{V}_{k}} + \alpha_{k}\overline{\overline{Q}} + (E_{k})$$

$$(2.40)$$

na qual  $\overline{h}_k = (\overline{u}_k + \overline{\overline{p}}_k / \overline{\overline{p}}_k)$  é a entalpia média da fase k.

Para o escoamento bifásico, o modelo de dois fluidos utiliza seis equações de conservação: duas de conservação da massa, duas de quantidade de movimento e duas de conservação de energia. Para a solução desse sistema de equações, é necessário especificar através de relações constitutivas os termos  $\Gamma_k$ ,  $M_k$  e  $E_k$ , que representam, respectivamente, os mecanismos de transferência interfacial de massa, quantidade de movimento e energia, para cada fase k, assim como é feito para o tensor de tensões e para o fluxo de calor. Além disso, para complementar o modelo são necessárias equações de estado e equações que especificam as transferências fluidofronteiras, tal como o atrito entre o fluido e a parede do tubo.

O uso de equações de conservação separadas para cada fase, possibilita a descrição dos fenômenos de não-equilíbrio hidrodinâmico e térmico entre as fases. Entretanto, o modelo necessita de informações adicionais sobre: os regimes de escoamento, a densidade inicial de nucleação, o diâmetro médio de bolhas, o atrito e a transferência de calor interfacial.
As equações que descrevem o escoamento ao longo de tubos capilares são apresentadas neste capítulo, em conjunto com as hipóteses simplificativas consideradas no modelo. Apresentam-se também, as condições de contorno do problema e os parâmetros: densidade de núcleos de vapor e o diâmetro inicial de bolhas. Além disso, discutem-se alguns aspectos sobre o escoamento crítico ou bloqueado, destacando-se dois critérios para a verificação da condição crítica nos escoamentos bifásicos.

Para melhor representar o escoamento bifásico, o modelo de dois fluidos (Ishii, 1975) é usado, permitindo que sejam considerados o não-equilíbrio hidrodinâmico e térmico entre as fases, causados pela diferença de velocidade e temperatura entre elas. O sistema de equações resultante deve ser complementado por equações constitutivas, que dependem dos regimes do escoamento.

O modelo a ser utilizado e a metodologia de solução das equações diferenciais são descritos, respectivamente, nos Itens 3.6 e 3.7.

### 3.1 Considerações Preliminares

No presente trabalho, o escoamento ao longo do tubo capilar é dividido em duas regiões: aquela em que o fluido refrigerante encontra-se no estado de líquido sub-resfriado e aquela de escoamento bifásico líquido-vapor, conforme se observa na Fig. 3.1. O escoamento é considerado unidimensional, uma vez que os diâmetros dos tubos capilares aqui analisados encontram-se na faixa entre 0,5 e 2,0 mm.

As hipóteses simplificativas consideradas neste modelo são:

- (i) tubo capilar reto, horizontal e com diâmetro constante;
- (ii) escoamento incompressível na região de líquido sub-resfriado;

- (iii) escoamento unidimensional, em regime permanente e adiabático;
- (iv) refrigerante isento de óleo;
- (v) vapor, quando presente, está saturado em relação à pressão local;
- (vi) o fenômeno de metaestabilidade do escoamento é desconsiderado;
- (vii) ambas as fases estão na mesma pressão em qualquer seção transversal ao longo do tubo, ou seja, os efeitos de tensão superficial são desconsiderados.



Figura 3.1 Esquema de um tubo capilar.

### 3.2 Equações Governantes

### 3.2.1 Região de Escoamento de Líquido Sub-resfriado

Uma vez que o escoamento nesta região é considerado incompressível, a equação da conservação da quantidade de movimento e da conservação de energia, são aquelas já apresentadas no Item 2.5.1, ou seja, as Eqs. 2.7 e 2.8.

### 3.2.2 Região de Escoamento Bifásico

Para obter a forma unidimensional do modelo de dois fluidos integra-se o modelo tridimensional, apresentado no Item 2.6, ao longo da área da seção transversal do tubo introduzindo-se valores médios adequados para as variáveis (Ishii e Mishima, 1984). Com a realização de médias, a informação sobre a mudança das variáveis na direção normal ao escoamento no interior do tubo é

perdida e a transferência de quantidade de movimento e energia entre a parede e o fluido são expressas por correlações empíricas ou modelos simplificados.

O valor médio da função  $F_k$  na área da seção transversal do tubo, A, e o valor médio ponderado de  $F_k$  são, respectivamente, expressos através das seguintes definições,

$$\langle F_k \rangle = \frac{1}{A} \int_A F_k dA$$
 (3.1)

$$\langle\langle \mathbf{F}_{\mathbf{k}} \rangle\rangle = \frac{\langle \alpha_{\mathbf{k}} \mathbf{F}_{\mathbf{k}} \rangle}{\langle \alpha_{\mathbf{k}} \rangle}$$
 (3.2)

na qual  $\langle \alpha \rangle = \langle \alpha_V \rangle = 1 - \langle \alpha_L \rangle$  é a fração de vazio média na seção ou fração de vapor média na área, que pode também ser definida por,

$$\langle \alpha \rangle = \frac{1}{A} \int_{A} \alpha_{\rm V} dA$$
 ou, (3.3)

 $\langle \alpha \rangle = \frac{A_V}{A}$ ,  $1 - \langle \alpha \rangle = \frac{A_L}{A}$ 

onde A é a área total da seção transversal do tubo e  $A_v e A_L$  são as áreas da seção transversal do tubo ocupadas respectivamente pelo vapor e pelo líquido.

No modelo unidimensional apresentado por Ishii e Mishima (1984), a massa específica de cada fase é considerada uniforme na seção transversal, ou seja,  $\langle \langle \rho_k \rangle \rangle = \rho_k$ . Tal hipótese é válida aqui devido aos pequenos diâmetros dos tubos capilares.

A realização da média de uma variável, elimina as variações da mesma na área ou no volume considerado. Entretanto, coeficientes de distribuição devem ser considerados para caracterizar a diferença entre a média do produto de variáveis e o produto das variáveis médias. Para o fluxo de quantidade de movimento, o coeficiente de distribuição é definido por (Ishii e Mishima, 1984),

54

$$C_{Vk} = \frac{\left\langle \alpha_{k} V_{k}^{2} \right\rangle}{\left\langle \alpha_{k} \right\rangle \left\langle \left\langle V_{k}^{2} \right\rangle \right\rangle}$$
(3.4)

Fisicamente, o coeficiente  $C_{Vk}$  representa o efeito dos perfis de fração de vazio e fluxo de quantidade de movimento sobre o fluxo de quantidade de movimento médio na área da seção transversal. Ishii (1977) realizou um estudo de  $C_{Vk}$  considerando um escoamentoi simétrico em um duto circular, introduzindo expressões da lei exponecial em paralelo com análises do modelo "drift flux".

Para os regimes de escoamento em bolhas e agitante, os coeficientes  $C_{VL}$  e  $C_{VV}$  obtidos por Ishii (1977) são, respectivamente, dados por,

$$C_{VL} \cong 1 + 1,5(C_0 - 1)$$
 (3.5)

$$C_{VV} \cong 1 + 0.5(C_0 - 1)$$
 (3.6)

onde  $C_0$  é o parâmetro de distribuição de fluxo volumétrico do modelo "drift flux", calculado pela seguinte correlação empírica (Ishii, 1977),

$$C_0 = 1.2 - 0.2\sqrt{\rho_V / \rho_L}$$
(3.7)

No regime anular, Ishii (1977) calculou o coeficiente  $C_{Vk} \cong 1,02$  para o escoamento turbulento e  $C_{Vk} \cong 1,33$  para o escoamento laminar.

Para a entalpia da fase k, o coeficiente de distribuição, de forma similar à Eq. 3.4, é definido por (Ishii e Mishima, 1984),

$$C_{hk} = \frac{\langle \alpha_k h_k V_k \rangle}{\langle \alpha_k \rangle \langle \langle h_k \rangle \rangle \langle \langle V_k \rangle \rangle}$$
(3.8)

Além disso, em condições de equilíbrio térmico:  $h_L = h_{L,sat} e h_V = h_{V,sat} (h_{L,sat} e h_{V,sat} são, respectivamente, as entalpias do líquido e do vapor saturados), os perfis de entalpia de cada fase são completamente planos e os coeficientes C<sub>hk</sub> também são unitários.$ 

Assim, no presente trabalho os coeficientes  $C_{Vk}$  e  $C_{hk}$  são assumidos iguais à unidade, considerando que nos regimes em bolhas e agitante, não foi encontrada na literatura correlações do coeficiente  $C_0$  para escoamentos de fluidos refrigerantes e que  $C_{Vk} \cong 1$  no regime anular (escoamento turbulento).

Por simplicidade, as notações de médias no tempo e na área não serão mais usadas a partir deste ponto, mas observa-se que as equações consideradas são equações médias no tempo e no espaço.

(i) Equações de Conservação da Massa

$$\frac{d[(1-\alpha)\rho_L V_L]}{dz} = \Gamma_L$$
(3.9)

$$\frac{d[\alpha \rho_V V_V]}{dz} = \Gamma_V \tag{3.10}$$

onde z é a distância ao longo do tubo (vide Fig. 3.1) e, da condição interfacial de transferência de massa (Eq. 2.33),  $\Gamma_V = -\Gamma_L = \Gamma$  é a taxa de transferência de massa interfacial por unidade de volume.

As vazões mássicas de líquido,  $\dot{m}_L$ , e de vapor,  $\dot{m}_v$ , são dadas respectivamente por,

$$\dot{m}_{L} = (1 - \alpha) \rho_{L} V_{L} A = (1 - x^{*}) \dot{m}$$
 (3.11)

$$\dot{\mathbf{m}}_{\mathbf{V}} = \alpha \rho_{\mathbf{V}} \mathbf{V}_{\mathbf{V}} \mathbf{A} = \mathbf{x}^* \dot{\mathbf{m}} \tag{3.12}$$

nas quais x<sup>•</sup> é a fração mássica, definida pela Eq. 2.6, e  $\dot{m} = (\dot{m}_L + \dot{m}_V)$  é a vazão mássica total ao longo do tubo.

Derivando a Eq. 3.11 ou a Eq. 3.12 em relação à coordenada z e usando, respectivamente, as Eqs. 3.9 ou 3.10, a taxa de transferência de massa interfacial,  $\Gamma$ , é dada por,

$$\Gamma = G \frac{dx^*}{dz} \tag{3.13}$$

onde  $G = (\dot{m} / A)$  é o fluxo de massa.

Salienta-se que, a fração mássica x<sup>\*</sup> não deve ser confundida com a definição de título termodinâmico da mistura, x, que é a razão entre a massa de vapor presente na mistura e a massa total da mistura. Usando a definição de fração de vazio, Eq. 3.3, e de massa específica da mistura líquido-vapor  $[\rho_m = (1 - \alpha)\rho_L + \alpha\rho_V]$ , o título é dado por,

$$\mathbf{x} = \frac{\alpha \rho_{\mathrm{V}}}{\left[(1-\alpha)\rho_{\mathrm{L}} + \alpha \rho_{\mathrm{V}}\right]} \tag{3.14}$$

Usando as Eqs. 2.6, 3.11 e 3.12, obtém-se a seguinte expressão para a fração mássica,

$$\mathbf{x}^{*} = \frac{\alpha \rho_{\mathrm{V}} \mathbf{V}_{\mathrm{V}}}{\left[(1-\alpha)\rho_{\mathrm{L}} \mathbf{V}_{\mathrm{L}} + \alpha \rho_{\mathrm{V}} \mathbf{V}_{\mathrm{V}}\right]}$$
(3.15)

Nos escoamentos bifásicos em equilíbrio hidrodinânico ( $V_L = V_V$ ) e equilibrio termodinâmico ( $p_L = p_V e T_L = T_V$ ), as definições de título e fração mássica são coincidentes, conforme se observa nas Eqs. 3.14 e 3.15. Esse é o caso do modelo homogêneo, apresentado no Item 2.5

(ii) Equações de Conservação da Quantidade de Movimento

$$\frac{d[(1-\alpha)\rho_{L}V_{L}^{2}]}{dz} = -(1-\alpha)\frac{dp}{dz} - F_{WL} + F_{Li} + \Gamma_{L}V_{i}$$
(3.16)

$$\frac{d(\alpha \rho_V V_V^2)}{dz} = -\alpha \frac{dp}{dz} - F_{WV} + F_{Vi} + \Gamma_V V_i$$
(3.17)

nas quais  $F_{wL} e F_{wv}$  são, respectivamente, as forças por unidade de volume devido ao atrito entre a parede do tubo e as fases de líquido e vapor;  $V_i$  é a velocidade interfacial e  $F_{Li} e F_{vi}$  são, respectivamente, as forças interfaciais por unidade de volume atuando sobre a fase líquida e sobre a fase de vapor.

A condição interfacial de transferência de quantidade de movimento (Eq. 2.35), usando o termo de transferência interfacial de quantidade de movimento (Eq. 2.36) com as devidas simplificações, estabelece que,

Cherry and they are

$$(\Gamma_{V}V_{i} + F_{Vi}) + (\Gamma_{L}V_{i} + F_{Li}) = 0$$
(3.18)

Substituindo na Eq. 3.18 a condição interfacial de transferência de massa ( $\Gamma_V = -\Gamma_L = \Gamma$ ), as forças  $F_{Li} \in F_{Vi}$  são dadas por,

$$\mathbf{F}_{\mathrm{L}i} = -\mathbf{F}_{\mathrm{V}i} = \mathbf{F}_{\mathrm{L}\mathrm{V}} \tag{3.19}$$

ou seja,  $F_{LV}$  é a força interfacial por unidade de volume atuando sobre a fase líquida na direção do escoamento e na direção oposta sobre a fase de vapor. Tanto  $F_{Wk}$  como  $F_{LV}$  devem ser especificadas por relações constitutivas.

Uma vez que as fases possuem velocidades diferentes, a mudança de fase contribuirá com a variação de quantidade de movimento. Expandindo as derivadas do lado esquerdo das Eqs. 3.16 e 3.17, obtém-se, respectivamente para as fases líquida e vapor,

$$(1-\alpha)\rho_{L}V_{L}\frac{dV_{L}}{dz} + V_{L}\frac{d[(1-\alpha)\rho_{L}V_{L}]}{dz} = -(1-\alpha)\frac{dp}{dz} - F_{WL} + F_{Li} + \Gamma_{L}V_{i}$$
(3.20)

$$\alpha \rho_{\rm V} V_{\rm V} \frac{dV_{\rm V}}{dz} + V_{\rm V} \frac{d(\alpha \rho_{\rm V} V_{\rm V})}{dz} = -\alpha \frac{dp}{dz} - F_{\rm WV} + F_{\rm Vi} + \Gamma_{\rm V} V_{\rm i}$$
(3.21)

as quais, usando as Eqs. 3.9 e 3.10, são respectivamente escritas por,

$$(1-\alpha)\rho_{\rm L}V_{\rm L}\frac{dV_{\rm L}}{dz} = -(1-\alpha)\frac{dp}{dz} - F_{\rm WL} + F_{\rm Li} + \Gamma_{\rm L}(V_{\rm i} - V_{\rm L})$$
(3.22)

$$\alpha \rho_{\rm V} V_{\rm V} \frac{\mathrm{d}V_{\rm V}}{\mathrm{d}z} = -\alpha \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} - F_{\rm WV} + F_{\rm Vi} + \Gamma_{\rm V} (V_{\rm i} - V_{\rm V})$$
(3.23)

onde os termos  $\Gamma_L(V_i - V_L)$  e  $\Gamma_V(V_i - V_V)$  representam a força por unidade de volume, responsável pela variação de quantidade de movimento devido à mudança de fase. Uma expressão geral para a velocidade interfacial, usando um fator de ponderação  $\eta$ , foi proposta por Wallis (1969) e é dada por,

$$V_{i} = \eta V_{L} + (1 - \eta) V_{V}$$
(3.24)

onde o coeficiente  $\eta$  especifica a distribuição da força  $[\Gamma_k(V_i - V_k)]$  entre as fases. Esse coeficiente não é bem conhecido e tal distribuição é difícil de ser prevista, uma vez que depende da natureza do processo (vaporização ou condensação) e da sua interação com os mecanismos hidrodinâmicos, responsáveis pelo surgimento da força de atrito interfacial. No presente trabalho, utiliza-se o valor  $\eta = 0,5$  sugerido por Wallis (1969). Uma análise da sensibilidade do modelo a este parâmetro é apresentada no Apêndice C.

(iii) Equações de Conservação da Energia

Considerando as hipóteses simplificativas apresentadas, as equações de conservação da energia para as fases líquida e de vapor assumem, respectivamente, as seguintes formas,

$$\frac{d}{dz}\left[(1-\alpha)\rho_{L}V_{L}\left(h_{L}+\frac{V_{L}^{2}}{2}\right)\right] = -q_{i} + \frac{1}{2}\Gamma_{L}(V_{V}^{2}-V_{L}^{2})$$
(3.25)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z} \left[ \alpha \rho_{\mathrm{V}} \mathrm{V}_{\mathrm{V}} \left( \mathrm{h}_{\mathrm{V}} + \frac{\mathrm{V}_{\mathrm{V}}^{2}}{2} \right) \right] = \mathrm{q}_{\mathrm{i}} + \frac{1}{2} \Gamma_{\mathrm{V}} \left( \mathrm{V}_{\mathrm{V}}^{2} - \mathrm{V}_{\mathrm{L}}^{2} \right)$$
(3.26)

onde  $h_L$  e  $h_V$  são, respectivamente, as entalpias das fases líquida e de vapor e  $q_i$  é o calor transferido na interface por unidade de volume.

Assim, as equações que governam o escoamento ao longo dos tubos capilares, no presente modelo, são: as equações de conservação 2.7 e 2.8 na região de líquido, que devem ser respectivamente solucionadas para o cálculo das variáveis pressão e temperatura e as seis equações de conservação 3.9, 3.10, 3.22, 3.23, 3.25 e 3.26 na região bifásica, que devem ser solucionadas para o cálculo das variáveis  $\alpha$ , x<sup>\*</sup>, V<sub>L</sub>, V<sub>V</sub>, p e h<sub>L</sub> (ou T<sub>L</sub>).

Para tanto é necessário especificar as equações constitutivas para as forças  $F_{Wk}$  e  $F_{LV}$ , para o calor transferido na interface, além das correlações para o cálculo das propriedades termodinâmicas  $\rho_V$ ,  $\rho_L$  e  $h_V$  que estão apresentadas no Apêndice A.

#### 3.3 Condições de Contorno e Parâmetros do Problema

Na Fig. 3.2 são mostrados os pontos 1 a 4 que se referem à representação esquemática do escoamento ao longo de um tubo capilar, de acordo com a Fig. 3.1.



**Figura 3.2** Diagrama esquemático pressão-entalpia para a representação dos estados termodinâmicos do fluido refrigerante ao longo do tubo capilar.

Na entrada do tubo capilar z = 0 (ponto 2 mostrado na Fig. 3.1), é comum que o fluido refrigerante esteja ou no estado de líquido sub-resfriado ou no estado de saturação, com título igual ou maior do que zero. A pressão nesse ponto é calculada a partir da pressão medida na conexão de entrada do tubo capilar, p<sub>ent</sub>, aplicando-se os princípios de conservação da massa e de conservação da energia entre os pontos 1 e 2 e entre o ponto 1 e o ponto da tomada de pressão (p<sub>ent</sub>), mostrados na Fig. 3.3.

Entre os pontos 1 e a tomada de pressão supõe-se que não ocorram perdas de carga localizadas e considera-se nula a velocidade na tomada de pressão. A temperatura do fluido refrigerante na entrada do tubo,  $T_2$ , é determinada em função da temperatura de saturação, relativa à pressão  $p_{ent}$  e do grau de subresfriamnto,  $\Delta T_{sub}$ .

Assim, as condições de contorno na entrada do tubo capilar são dadas por,

$$z = 0 \rightarrow p_2 = p_{ent} - \frac{G^2(1+K)}{2\rho_r}$$
;  $T_2 = T_{sat}(p_{ent}) - \Delta T_{sub}$  (3.27)

onde K é o coeficiente de perda de carga na entrada do tubo.



Figura 3.3 Esquema da conexão de entrada do tubo capilar.

Melo et al. (1995), mostraram que esse coeficiente tem uma pequena influência sobre o escoamento e a partir de 228 pontos experimentais obtiveram valores médios, mostrados na Tab. 3.1, em função da relação de diâmetros  $D/D_c$ , onde D é o diâmetro interno do tubo capilar e  $D_c$  é o diâmetro interno da conexão de entrada (Fig. 3.3). Tais valores são usados no presente trabalho.

Rela	ção de diâmetros D/D <sub>C</sub>	К
	0,128	≅ 2,7
	0,183	≅ 1,0

**Tabela 3.1**Valores médios de K (Melo et al., 1995).

Para a solução das equações de conservação na região bifásica é necessário que sejam conhecidas as condições de contorno para as seis variáveis:  $\alpha$ ,  $x^*$ ,  $V_L$ ,  $V_V$ , p e h<sub>L</sub>. De acordo com o Cap. 2, os processos reais de mudança de fase usualmente ocorrem sob condições de não-equilíbrio. Como exemplo, nos processos reais de vaporização uma parte do líquido está quase sempre superaquecida.

O desenvolvimento de correlações para a previsão da subpressão de vaporização e de modelos para a cálculo da taxa de geração de vapor durante os processos de expansão, é objeto de estudo de vários pesquisadores. Esses modelos têm abordado diferentes aspectos da teoria clássica da nucleação de bolhas, tais como a formação, o crescimento e a convecção de bolhas. Dentre os vários trabalhos realizados salientam-se os de Alamgir e Lienhard (1981), Elias e Chambré (1984), Chen et al. (1990) e Dagan et al. (1993). No trabalho de Chen et al. (1990) foi desenvolvido um método para estimar a nucleação heterogênea, além de uma correlação para o cálculo da subpressão de vaporização no escoamento de refrigerantes ao longo de tubos capilares.

A taxa de vaporização é função da *densidade de partículas* ou *densidade de núcleos de vapor* no fluido (N), definida por Ishii e Mishima (1984), como,

N

$$=\frac{\alpha}{B_d}$$

onde  $B_d$  é o volume de uma partícula em dispersão.

Esse é um parâmetro difícil de ser medido e foi considerado constante nos modelos de Richter (1983), Dobran (1987) e Schwellnus (1988), ou calculado pela teoria da nucleação homogênea, nos trabalhos de Ardron (1978) e Elias e Chambré (1984). Além disso, assim que a nucleação se inicia, o valor do diâmetro médio inicial das bolhas formadas ou da fração de vazio inicial, é requerido. Richter (1983) apresentou uma ampla discussão sobre a forma como diferentes autores consideraram a densidade inicial de núcleos e o diâmetro inicial de bolhas.

(3.28)

De acordo com Schwellnus (1988), esses dois parâmetros são aqueles cuja verificação é a menos adequada em todo o modelo. Em alguns modelos inclusive eles comportam-se como parâmetros ajustáveis para melhorar a concordância com os resultados experimentais.

Devido à falta de informações à respeito do valor da densidade inicial de núcleos,  $N_0$ , e do diâmetro inicial de bolhas,  $d_0$ , para os escoamentos de fluidos refrigerantes, os seguintes valores foram assumidos no presente trabalho (Richter, 1983):  $d_0 = 2,5x10^{-5}$  m e  $N_0 = 10^{11}$  núcleos/m<sup>3</sup>. Esses parâmetros foram mantidos constantes para os diferentes casos considerados, uma vez que o objetivo é a obtenção do melhor modelo possível através do uso das correlações disponíveis e não pelo ajuste de parâmetros. É importante salientar que os valores dos parâmetros N<sub>0</sub> e d<sub>0</sub> são usados somente na região do escoamento em bolhas, sendo que o diâmetro médio das bolhas é calculado em função de N e  $\alpha$ , à medida que a solução das equações é obtida nessa região. No Apêndice C é apresentada uma análise de sensibilidade do modelo aos parâmetros N<sub>0</sub> e d<sub>0</sub>.

Salienta-se também que, apesar dos diâmetros de bolhas serem da ordem de 10<sup>-5</sup> m, nos testes ralizados com o modelo (vide Cap. 4), a diferença entre as pressões  $p_V e p_L$ , calculadas pela equação de Young-Laplace (Eq. 2.1), foi da ordem de 10<sup>3</sup> Pa (0,01 bar). Essa diferença é inferior à incerteza máxima de medição de ± 2 kPa (± 0,02 bar), obtida na calibração dos transdutores de pressão usados por Gonçalves (1994) e Melo et al. (1995) (vide Item 4.1).

Uma vez que o fenômeno de metaestabilidade do escoamento é desconsiderado, é assumido que a nucleação inicie-se na pressão de saturação relativa à temperatura na saída da região de líquido ou seja, no ponto 3 da Fig. 3.2. Esse ponto é identificado pela comparação entre a temperatura do fluido refrigerante na região líquida e a temperatura de saturação  $T_{sat}$  (p), obtida a partir da pressão, através de uma correlação termodinâmica apresentada no Apêndice A.

Considerando que as bolhas formadas sejam esféricas  $(B_d = \pi d^3 / 6)$ , a condição de contorno na entrada da região bifásica, é dada por,

$$z = z_{3} \rightarrow p = p_{sat}(T_{3})$$

$$V_{L} = \frac{G}{[(1 - \alpha_{0})\rho_{L} + S_{0}\alpha_{0}\rho_{V}]} , \quad V_{V} = S_{0}V_{L} \qquad (3.29)$$

$$\alpha_{0} = \frac{\pi N_{0} d_{0}^{3}}{6} ; \quad x^{*} = \frac{\alpha_{0}\rho_{V}V_{V}}{[(1 - \alpha_{0})\rho_{L}V_{L} + \alpha_{0}\rho_{V}V_{V}]}$$

onde  $S_0 = 1$  é o deslizamento inicial entre as fases.

Na saída do tubo capilar, ponto 4 da Fig. 3.2, nenhuma das variáveis  $\alpha$ , x\*, V<sub>L</sub>, V<sub>v</sub>, p e h<sub>L</sub> são conhecidas. A pressão do fluido refrigerante nesse ponto corresponderá à de evaporação caso o escoamento não esteja bloqueado. Entretanto, atingida a condição crítica na saída do tubo, o que é comum em tubos capilares usados em sistemas de refrigeração, a pressão nesse local poderá ser superior à pressão de evaporação. Os critérios para a determinação do bloqueio do escoamento, são apresentados e discutidos no próximo item.

#### 3.4 Condições do Escoamento Crítico

No escoamento monofásico a ocorrência de um distúrbio, tal como a variação da pressão a jusante do escoamento, é transmitida através de um fluido compressível por meio de ondas, cuja velocidade local é a do som relativa ao movimento do fluido (James, 1984). Para o escoamento subsônico, essas ondas propagam-se com uma velocidade maior que a do escoamento e a variação na pressão a jusante pode ser "comunicada" à região a montante do fluido.

Porém, tal "comunicação" não é realizada caso a velocidade do fluido seja igual ou superior à velocidade do som, uma vez que as ondas não conseguem se propagar através do fluido e o escoamento é então conhecido como *crítico ou bloqueado*. Portanto, no escoamento monofásico a vazão mássica crítica é calculada usando a velocidade do som no fluido.

Nos escoamentos bifásicos ou multifásicos, a situação é mais complexa, devido à formação de novas interfaces (nucleação), diferentes regimes de escoamento e diferentes velocidades e temperaturas entre as fases, o que dificulta o cálculo da velocidade do som nesses escoamentos.

Entretanto, a determinação da pressão de bloqueio é fundamental para a solução das equações que governam o escoamento ao longo do tubo capilar. Conforme mostra-se na Fig. 3.4, com o bloqueio do escoamento, reduções sucessivas da pressão de evaporação não alteram o fluxo de massa ao longo do tubo capilar. Assim, o escoamento será crítico quando o fluxo de massa atingir um valor máximo ao longo do tubo, ou seja,

$$\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{0} \tag{3.30}$$

Muitos estudos sobre o escoamento em tubos capilares assumindo o modelo homogêneo, têm usado o critério do número de Mach (M) unitário para a determinação do bloqueio do escoamento, isto é,

$$\left(M = \frac{V}{c}\right)_{bloqueado} = 1$$
(3.31)

onde a velocidade local do som, c, usando a hipótese de escoamento adiabático e reversível, é dada por,

 $c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}$ 



Pressão de Evaporação

Figura 3.4 Escoamento bloqueado ao longo de um tubo capilar.

Mezavila (1995) apresentou uma análise do critério estabelecido pela Eq. 3.26 e observou que o número de Mach no final do tubo capilar era consideravelmente diferente da unidade, em torno de 0,88 para um dos casos. Mezavila salientou a dificuldade de calcular adequadamente o número de Mach, uma vez que este varia com o tamanho do incremento usado no cálculo numérico da derivada mostrada na Eq. 3.32. Deve-se ressaltar que essa dificuldade está também relacionada com a grande variação das propriedades envolvidas no cálculo dessa derivada, notadamente a pressão e a massa específica, em torno da posição de bloqueio.

Duas formas de verificação da condição crítica nos escoamentos bifásicos foram discutidas por Schwellnus (1988) e são abordadas no presente trabalho. Uma delas, proposta por Bouré et al. (1976), que envolve o cálculo de determinantes de matrizes, considera um sistema de equações diferenciais de primeira ordem, dado por,

(3.32)

$$[A]\frac{d}{dz}[\phi] = [B]$$
(3.33)

na qual [A] e [B] são, respectivamente, a matriz e o vetor coluna de coeficientes e [ $\phi$ ] é o vetor de variáveis dependentes. Esse sistema representa, por exemplo, as seis equações diferenciais de primeira ordem (Eqs. 3.9, 3.10, 3.22, 3.23, 3.25 e 3.26) que descrevem o escoamento bifásico unidimensional ao longo de um tubo de seção transversal constante, quando escritas na forma a ser apresentada no Item 3.6. Nesse caso o vetor  $\phi$  é composto pelas seis variáveis dependentes  $[\phi] = \alpha$ , x<sup>\*</sup>, V<sub>L</sub>, V<sub>V</sub>, p e h<sub>L</sub>.

A solução do sistema de equações representado pela Eq. 3.33, é obtida, geralmente, partindose dos valores das variáveis dependentes  $\phi$  na entrada do tubo e calculando-se essas variáveis em todas as seções ao longo do tubo. Em uma dada seção, o cálculo das derivadas de  $\phi$  com relação à coordenada z, envolve um sistema de equações algébricas lineares e o determinante  $\Delta$  da matriz [A]. Caso  $\Delta \neq 0$  até a seção de saída do tubo (z = L), nenhuma singularidade aparece no processo e haverá somente uma solução do problema. Nesse caso o escoamento não é crítico (Bouré et al., 1976).

Caso  $\Delta = 0$  em qualquer seção, o problema pode ser impossível ou indeterminado, dependendo do cumprimento de uma *condição de compatibilidade*. Essa condição estabelece que todos os determinantes  $\Delta j$  devam ser nulos simultaneamente quando  $\Delta = 0$ .  $\Delta j$  são os determinantes das matrizes obtidas quando a coluna j de [A] é trocada pelo vetor coluna [B]. O fato de não existir nenhuma solução, significa que alguns dos valores assumidos para as variáveis  $\phi_i$  na seção de entrada, não são realistas.

Geralmente, de acordo com a experiência física, se a condição de compatibilidade é verificada quando  $\Delta = 0$ , a vazão mássica pode ser reduzida pois elimina a indeterminação, mas não pode ser aumentada uma vez que induz à impossibilidade. Nesse caso, o escoamento é crítico (Bouré et al., 1976). Portanto, a condição necessária para que o escoamento esteja bloqueado é dada por,

$$\Delta = 0 \quad e \quad \Delta \mathbf{j} = 0 \quad , \quad \mathbf{j} = 1, \mathbf{n} \tag{3.34}$$

onde n é o número de equações do sistema. Com isso, o fluxo de massa crítico é aquele obtido quando as condições especificadas pela Eq. 3.34 ocorrerem na seção transversal mínima ao longo do conduto ou, no caso do tubo de seção constante, em sua saída.

Uma outra forma para a verificação da condição crítica foi primeiramente apresentado por Fauske (1962) e baseia-se em observações teóricas e experimentais de que, sob condições de escoamento crítico, o gradiente de pressão assume um valor máximo finito, para um dado fluxo de massa e um dado título, ou seja,

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_{crítico} \rightarrow (Valor Máximo Finito)$$
(3.35)

Esse valor máximo é geralmente arbitrário, devendo entretanto ser suficiente para permitir a correta determinação da posição de bloqueio. Um valor excessivamente elevado pode ser inaceitável, uma vez que pode conduzir a uma pressão crítica demasiadamente reduzida e fisicamente irreal. Nos trabalhos de Ardron (1978), Richter (1983), Elias e Chambré (1984), Schwellnus (1991) e Dagan et al. (1993), a seção de bloqueio foi estabelecida como aquela em que (dp/dz) atingia valores elevados, arbitrados de acordo com a Tab. 3.2.

	Ardron (1978) Elias e Chambré (1984) Dagan et al. (1993)	Richter (1983)	Schwellnus (1991)	Okazaki (1981) Mezavila (1995)
$\left(\frac{dp}{dz}\right)$	> 5x10 <sup>9</sup> (Pa/m)	> 10 <sup>9</sup> (Pa/m)	$> 2x10^9$ (Pa/m)	*incremento anterior àquele em que (dp/dz) inverte
				o sinal

**Tabela 3.2** Valores de (dp/dz) usados para o critério de bloqueio de Fauske (1962).

Okazaki (1980) e Mezavila (1995) usaram também o critério de Fauske (1962), mas estabeleceram como seção de bloqueio o incremento anterior àquele onde o sinal do gradiente de pressão (dp/dz) se invertia. Esse procedimento foi adotado em função da grande variação dos termos das equações envolvidas em torno da posição de bloqueio. Mezavila mencionou que a determinação clara do ponto onde (dp/dz) é máximo, somente é obtida com base em um incremento de comprimento muito pequeno, da ordem de micrômetros. Utilizou-se então, um incremento maior, da ordem de milímetros, e obteve-se a solução do sistema de equações até o incremento em que o sinal do gradiente (dp/dz) inverteu-se, significando que entre este e o incremento anterior, (dp/dz) tornou-se máximo.

Os critérios de Bouré et al. (1976) e aquele do gradiente de pressão máximo (Fauske, 1962) foram testados neste trabalho. Este último foi escolhido para ser usado na mesma forma empregada por Okazaki (1980) e Mezavila (1995) (vide Item 4.2), por ser mais simples e

#### 3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

numericamente mais rápido. Além disso, não se conseguiu determinar a seção de bloqueio devido a inconsistências no uso do critério de Bouré et al. (1976), conforme será discutido no Item 4.2.

#### 3.5 Relações Constitutivas

Para a solução do sistema de equações apresentado no Item 3.2, devem ser fornecidas as relações constitutivas que, geralmente, são de base empírica ou são estabelecidas segundo modelos simplificados.

Ishii e Mishima (1980), consideraram que a maior "fragilidade" na formulação do modelo de dois fluidos encontra-se no estabelecimento das equações constitutivas para os termos interfaciais. As dificuldades surgem em função do movimento complexo e da geometria das interfaces presentes nos escoamentos bifásicos.

Na região líquida do escoamento, a equação de Churchill (1977), Eq. 2.11, será adotada para estimar o fator de atrito. Essa equação foi considerada por Melo et al. (1995) como a mais adequada, tendo em vista as comparações realizadas com os fatores de atrito obtidos a partir de seus dados experimentais (vide Fig. 2.6).

Na região bifásica são necessárias correlações para:

(i) a força de atrito entre cada fase e a parede do tubo;

(ii) a área interfacial;

(iii) a força interfacial;

(iv) a transferência de calor interfacial.

Tais correlações dependem do regime de escoamento e podem ter uma influência significativa nos resultados finais do modelo. No escoamento de uma mistura líquido-vapor ao longo de um tubo, observam-se diferentes regimes de escoamento antes do aparecimento da condição de bloqueio. Tais regimes vão desde o escoamento em bolhas, passando pelos escoamentos agitante e anular até o regime disperso em gotas.

Nos modelos unidimensionais, os termos interfaciais de força e de transferência de calor possuem usualmente a forma do produto entre uma área e uma força motriz. As correlações para esses termos devem ser estabelecidas individualmente para cada regime de escoamento, uma vez que não há relações simplificadas válidas para toda a faixa de transição entre esses regimes.

# 3.5.1 Transição Entre os Regimes de Escoamento

Uma vez que as relações constitutivas dependem fortemente dos regimes de escoamento, torna-se necessário especificar as condições de transição entre eles. No caso de um fluido refrigerante expandindo-se ao longo de um tubo capilar, o regime de escoamento na região bifásica pode variar desde o escoamento em bolhas com frações de vazio reduzidas, até um escoamento anular misto com frações de vazio elevadas (Mikol e Dudley, 1964). Para valores de fração de vazio intermediários, o regime de escoamento é geralmente classificado como agitante em vários modelos: Richter (1983), Dobran (1987), Schwellnus e Shoukri (1991) e Dagan et al. (1993). Essa consideração baseia-se na hipótese de que, devido ao nível de velocidades envolvido neste tipo de escoamento (expansão adiabática de um fluido ao longo de um tubo), a influência da força gravitacional é menos acentuada, fazendo com que a distribuição das fases torne-se mais simétrica e origine padrões de escoamento similares àqueles observados em escoamentos verticais (vide Fig. 2.4).

Também nos modelos de Richter (1983), Dobran (1987), Schwellnus e Shoukri (1991) e Dagan et al. (1993) foram considerados os três regimes de escoamento citados: bolhas, agitante e anular. Al-Sahan (1988), além dos regimes anteriores, considerou a ocorrência dos regimes em gotas e escoamento homogêneo para frações de vazio superiores àquela do escoamento anular. Esses dois regimes foram considerados nos cálculos somente em um pequeno trecho próximo ao plano de saída do tubo e não afetaram substancialmente o fluxo de massa e os demais parâmetros do escoamento.

Uma vez que os pontos de transição entre os regimes não são definidos claramente e considerando o trabalho de visualização de Mikol e Dudley (1964), somente os regimes em bolhas, agitante e anular serão considerados no presente modelo.

Conforme abordado no Cap. 2, tradicionalmente, os regimes de escoamento são identificados a partir de mapas de padrões de escoamento baseados nos fluxos volumétricos de líquido e de vapor. Para os escoamentos horizontais, um mapa semi-teórico é aquele devido a Taitel e Dukler (1976), mostrado na Fig. 2.5. Entretanto, de acordo com Ishii e Mishima (1980), o critério para a identificação de regimes de escoamento baseado nos fluxos volumétricos pode não ser adequado para o modelo de dois fluidos. Isso se deve ao fato de que tanto a fração de vazio como a área interfacial, que caracterizam os regimes de escoamento bifásico, dependem não somente dos fluxos volumétricos  $j_L e j_V$ , mas também da velocidade relativa entre as fases.

No modelo de dois fluidos a velocidade relativa é um parâmetro desconhecido que deve ser obtido a partir da solução das equações governantes. Conseqüentemente, um mapa de regime de

70

escoamento baseado somente nos fluxos  $j_L e j_V é$  inadequado para a formulação do modelo de dois fluidos, uma vez que o escoamento pode não ser similar, mesmo se  $j_L e j_V$  forem os mesmos.

Com isso, Ishii e Mishima (1980) sugeriram que no modelo de dois fluidos, o mais adequado seria usar um parâmetro tal como a fração de vazio, como critério para o estabelecimento dos regimes de escoamento. Esforços nessa direção foram realizados por Ishii e Mishima (1980), mas se limitaram a sistemas verticais.

Radovich e Moissis (1962) mostraram qualitativamente que a probabilidade de colisão entre bolhas é muito alta em frações de vazio da ordem de  $\alpha \equiv 0,3$  e postularam esse fato como uma causa da transição do regime em bolhas para o regime agregado em sistemas verticais.

Para a transição entre os regimes agitante e anular o valor  $\alpha = 0.8$  foi sugerido por Richter (1983) e tem sido desde então usado em vários outros modelos. Deve-se ressaltar que esse valor somente se justifica em função da boa concordância obtida entre os resultados numéricos e os dados experimentais.

No presente trabalho dois valores constantes de fração de vazio serão usados para a definição dos pontos de transição entre os regimes. A hipótese de que as transições ocorram em frações de vazio constantes, independentes das velocidades e da pressão, não é muito realista. Entretanto a única alternativa seria a utilização de mapas de regime de escoamento que, conforme Ishii e Mishima (1980) não é a mais adequada para o modelo de dois fluidos.

Assim, na falta de correlações para o cálculo das transições e de mapas de regimes adequados para o escoamento de fluidos refrigerantes, foram assumidos valores de fração de vazio iguais a 0,3 e 0,8, respectivamente, para as transições entre os regimes bolhas-agitante e agitante-anular.

#### 3.5.2 Atrito Entre as Fases e a Parede do Tubo

Na forma unidimensional das equações de conservação da quantidade de movimento, Eqs. 3.16 e 3.17, a tensão de cisalhamento na parede está denotada pelo termo  $F_{Wk}$ , que representa a força de atrito por unidade de volume, entre a fase k (= L para a fase líquida; = V para a fase de vapor) e a parede do tubo.

Dentre as formas de modelagem desse termo encontradas na literatura, as mais usadas são:

(i) aquelas que usam correlações empíricas ou relações derivadas de modelos simplificados para um dos multiplicadores bifásicos  $\phi_L^2$ ,  $\phi_{LO}^2$  ou  $\phi_V^2$ , a partir de parâmetros que quantificam as condições locais do escoamento; (ii) o modelo simplificado proposto por Solbrig et al. (1978), que obtém expressões para a força
 F<sub>wk</sub> considerando os diferentes regimes de escoamento.

Em ambos os casos são necessárias equações para o fator de atrito de Fanning ou Moody.

(i) Uso dos Multiplicadores Bifásicos:

Os multiplicadores bifásicos mencionados anteriormente, são definidos por (Carey, 1992),

$$\phi_{\rm L}^2 = \frac{\left(\frac{dp}{dz}\right)_{\rm B}}{\left(\frac{dp}{dz}\right)_{\rm L}}$$
(3.36)

$$\phi_{\rm V}^2 = \frac{\left(\frac{dp}{dz}\right)_{\rm B}}{\left(\frac{dp}{dz}\right)_{\rm V}}$$
(3.37)

$$\phi_{\rm LO}^2 = \frac{(dp/dz)_{\rm B}}{(dp/dz)_{\rm LO}}$$
(3.38)

onde as designações dos subíndices são:

(B) indica a parcela da queda de pressão total na região bifásica devido à combinação dos efeitos do atrito entre as duas fases e a parede do tubo, ou seja,

$$-\left(\frac{dp}{dz}\right)_{B} = F_{WL} + F_{WV}$$
(3.39)

- (L) indica o gradiente de pressão devido ao atrito, que resultaria se o escoamento fosse somente de líquido à vazão mássica  $m_L = [G(1-x^*)A];$
- (V) indica o gradiente de pressão devido ao atrito, que resultaria se o escoamento fosse somente de vapor à vazão mássica  $m_v = (Gx^*A);$
- (LO) indica o gradiente de pressão devido ao atrito, que resultaria se o escoamento fosse somente de líquido à vazão mássica total m = (GA).

Nos modelos que usam os multiplicadores bifásicos, assume-se que, nos regimes de escoamento em bolhas e agitante, a tensão de cisalhamento entre a parede e o vapor seja nula

 $\tau_{WV} \equiv 0$ , pois a fase de vapor encontra-se dispersa na fase líquida. Além disso, uma vez que no regime anular o escoamento da fase líquida é adjacente à parede do tubo, nesses modelos é assumido que:  $F_{WV} \equiv 0$ . Tal aproximação não deve ser empregada para escoamentos no regime em gotas, devido à elevada área de contato da fase de vapor com a parede do tubo. Com isso, usando as Eqs. 3.36 e 3.39, a força de atrito por unidade de volume da mistura entre a fase líquida e a parede do tubo é dada por,

$$F_{WL} = -\phi_L^2 \left(\frac{dp}{dz}\right)_L$$
(3.40)

onde o multiplicador  $\phi_L^2$  pode ser calculado pela correlação proposta por Lockhart e Martinelli (1949), para o escoamento bifásico adiabático de líquido e gás em tubos de seção circular, dada por,

$$\phi_{\rm L}^2 = 1 + \frac{{\rm C}}{{\rm X}}^{\prime} + \frac{1}{{\rm X}^2} \tag{3.41}$$

na qual X é o parâmetro de Martinelli definido por,

$$\mathbf{X} = \left[\frac{\left(\frac{\mathrm{dp}}{\mathrm{dz}}\right)_{\mathrm{L}}}{\left(\frac{\mathrm{dp}}{\mathrm{dz}}\right)_{\mathrm{V}}}\right]^{1/2}$$
(3.42)

14.0

e o parâmetro C é dado por, '

$$C = \frac{V_L}{V_V} \sqrt{\left(\frac{\rho_L}{\rho_V}\right)} + \frac{V_V}{V_L} \sqrt{\left(\frac{\rho_L}{\rho_V}\right)}$$
(3.43)

Na Eq. 3.40 o gradiente de pressão é calculado por,

$$\left(\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}\right)_{\mathrm{L}} = -\frac{\mathrm{f}_{\mathrm{L}}\mathrm{G}^{2}\left(1-\mathrm{x}^{*}\right)^{2}}{2\rho_{\mathrm{L}}\mathrm{D}} \tag{3.44}$$

onde  $f_L$  é o fator de atrito para o escoamento da fase líquida que pode ser calculado pela Eq. 2.11 (Churchill, 1977), com o número de Reynolds definido por,

$$\operatorname{Re}_{L} = \frac{G(1-x^{*})D}{\mu_{L}}$$
(3.45)

Nos modelos de Dobran (1987) e Dagan et al. (1993), a Eq. 3.38 foi usada para o cálculo de  $F_{WL}$ , ou seja,  $F_{WL} = -\phi_{LO}^2 (dp/dz)_{LO}$ , assumindo que  $F_{WV} \cong 0$ , com o multiplicador bifásico  $\phi_{LO}^2$  calculado pela correlação empírica obtida por Chisholm (1973), para o escoamento de água e vapor. Richter (1981) e Schwellnus (1988) também usaram o multiplicador  $\phi_{LO}$ , calculado por interporlações lineares, mas não apresentaram claramente em seus trabalhos os dados usados nesse procedimento.

#### (ii) Modelo de Solbrig et al. (1978)

Neste caso a força de atrito por unidade de volume, F<sub>wk</sub>, é dada por,

$$\mathbf{F}_{\mathbf{W}\mathbf{k}} = \mathbf{A}_{\mathbf{W}\mathbf{k}} \mathbf{B}_{\mathbf{W}\mathbf{k}} \mathbf{V}_{\mathbf{k}} \tag{3.46}$$

onde  $A_{wk}$  é a área de contato entre a parede do tubo e a fase k por unidade de volume,  $B_{wk}$  é o termo que considera o atrito entre a parede do tubo e a fase k e  $V_k$  é a velocidade da fase k.

As correlações para  $A_{wk}$  e  $B_{wk}$  são aqui apresentadas, assumindo o escoamento unidimensional ao longo de um tubo reto de seção constante. Para todos os regimes de escoamento, o volume de controle é considerado como um cilindro de raio R e comprimento  $\Delta z$ , sendo dado por,

$$V_{\rm c}^* = \pi R^2 \Delta z \tag{3.47}$$

A representação geométrica para o escoamento anular é mostrada na Fig. 3.5. Para o regime de escoamento em bolhas assume-se que a fase dispersa seja constituída por bolhas de tamanho uniforme, distribuídas uniformemente na fase contínua.



Figura 3.5 Geometria assumida para o escoamento anular.

Na Eq. 3.46, a área Awk por unidade de volume é dada por,

$$A_{Wk} = \frac{\text{área da parede em contato com a fase k}}{\text{volume total de fluido}}$$
(3.48)

Para os diferentes regimes de escoamento,  $A_{Wk}$  é calculada por:

(a) <u>Regimes em Bolhas, Agitante e Disperso</u>: todos esses regimes são assumidos como similares e as equações usadas para representar a área de cada fase em contato com a parede baseiamse na proporcionalidade entre essa área e a fração volumétrica de cada fase. Para uma mistura distribuída homogênea e isotropicamente, a fração volumétrica de cada fase é igual à fração de vazio definida pela Eq. 3.3. Com isso, as áreas da parede em contato com as fases líquida e de vapor, por unidade de volume, são respectivamente dadas por,

$$A_{WL} = \frac{(1-\alpha)2\pi R\Delta z}{\pi R^2 \Delta z} = \frac{4(1-\alpha)}{D}$$
(3.49)

$$A_{WV} = \frac{\alpha 2\pi R\Delta z}{\pi R^2 \Delta z} = \frac{4\alpha}{D}$$
(3.50)

(b) <u>Regimes Anular, Agregado ("Slug") e Contracorrente</u>: todos esses regimes são tratados como escoamentos anulares com o líquido em contato com a parede, ou seja a área de vapor por unidade de volume é A<sub>WV</sub> = 0 e a área de líquido por unidade de volume é dada por

$$A_{WL} = \frac{2\pi R \Delta z}{\pi R^2 \Delta z} = \frac{4}{D}$$
(3.51)

O coeficiente  $B_{Wk}$  na Eq. 3.46 está relacionado com o gradiente de pressão dp/dz, ao longo de um tubo reto, circular e de área constante, dado por,

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\frac{\mathrm{f}\rho \mathrm{V}^2}{2\mathrm{D}} \tag{3.52}$$

onde f é o fator de atrito, que é função do número de Reynolds e da rugosidade da parede do tubo.

A equação da conservação da quantidade de movimento para o escoamento monofásico, incompressível e no regime permanente consistente com a Eq. 3.46, é dada por,

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\mathrm{A}_{\mathrm{W}}\mathrm{B}_{\mathrm{W}}\mathrm{V} \tag{3.53}$$

onde Aw e Bw, combinando as Eqs. 3.52 e 3.53, são dados por,

$$A_{W} = \frac{4}{D}$$
,  $B_{W} = \frac{f\rho V}{8}$  (3.54)

Estendendo para outros regimes de escoamentos, a área de contato  $A_w$  é calculada por uma das Eqs. 3.49 a 3.51 e o coeficiente  $B_{wk}$  é dado por,

$$B_{wk} = \frac{f_k \rho_k V_k}{8}$$
(3.55)

O fator de atrito  $f_k$  é calculado com base no diagrama de Moody (1944), para todos os regimes de escoamento, usando uma definição adequada para o número de Reynolds. Para isso a correlação de Churchill (1977), Eq. 2.11, pode ser usada com o número de Reynolds para as fases líquida e de vapor, sendo dados, respectivamente por,

$$\operatorname{Re}_{L} = \frac{(1-\alpha)\rho_{L}V_{L}D}{\mu_{L}} , \quad \operatorname{Re}_{V} = \frac{\alpha\rho_{V}V_{V}D}{\mu_{V}}$$
(3.56)

Substituindo as Eqs. 3.49 a 3.51 e 3.55 na Eq. 3.46 obtém-se as equações para o cálculo da força de atrito por unidade de volume, respectivamente, para as fases líquida e de vapor, dadas por,

• regime em bolhas e agitante ( $\alpha < 0,8$ ):

$$F_{WL} = (1 - \alpha) \frac{f_L \rho_L V_L^2}{2D}$$
(3.57)

$$F_{WV} = \alpha \frac{f_V \rho_V V_V^2}{2D}$$
(3.58)

• regime anular ( $\alpha \ge 0.8$ ):

$$F_{WL} = \frac{f_L \rho_L V_L^2}{2D}$$
;  $F_{WV} = 0$  (3.59)

onde os fatores de atrito  $f_L$  e  $f_V$  são calculados pela correlação de Churchill (1977), sendo o número de Reynolds para cada fase definido pela Eq. 3.56.

Uma alternativa para o cálculo da força de atrito entre a fase líquida e a parede do tubo na região anular é obtida considerando-se a correlação de Erth para o fator de atrito bifásico (Eq. 2.15), na seguinte forma,

• regime anular ( $\alpha \ge 0,8$ ):

$$F_{WL} = \frac{f_B G^2}{2\rho_m D} - F_{WV}$$
(3.60)

onde  $f_B$  é o fator de atrito médio na região bifásica calculado pela equação de Erth (1970) e  $F_{WV} = 0$ , uma vez que no regime anular  $A_{WV} = 0$ .

O uso de multiplicador bifásico  $\phi_L$ , o modelo de Solbrig et al. e também a Eq. 3.60 foram analisados, sendo que os resultados obtidos serão apresentados e discutidos no Cap. 4. Salientase, que as Eqs. 3.57 a 3.59 ao serem implementadas no modelo, originaram uma descontinuidade na derivada dos perfis de pressão na seção de transição do regime agitante para o anular, acompanhada de uma queda acentuada da pressão na região anular. Conforme será apresentado no Item 4.3.2, com a utilização da Eq. 3.60 o escoamento ficou melhor representado e obtiveram-se melhores comparações com os resultados experimentais.

É importante mencionar ainda, a possibilidade do emprego da correlação de Erth (1970), caso o sistema de equações a ser solucionado no modelo de dois fluidos inclua a equação da conservação da quantidade de movimento da mistura. Essa possibilidade está apresentada e dicutida no Modelo C do Apêndice B.

# 3.5.3 Área Interfacial, a

Nos regimes de escoamentos dispersos, a área interfacial por unidade de volume,  $a_i$ , é função do tamanho das partículas dispersas e da densidade de partículas. Ishii e Mishima (1984) definem essa área, como,

$$\mathbf{a}_{i} = \mathbf{N}\mathbf{A}_{d} \tag{3.61}$$

onde  $A_d$  é a área superficial de uma partícula em dispersão.

Para o escoamento em bolhas, considerando bolhas esféricas com diâmetro médio d  $(A_d = \pi d^2)$  e usando a definição de densidade de núcleos de vapor (vide Eq. 3.28), a área  $a_i$  é dada por,

$$a_i = \frac{6\alpha}{d} \tag{3.62}$$

No regime de escoamento anular ideal, ou seja um núcleo gasoso sem gotas dispersas, a área interfacial por unidade de volume é função da espessura do filme de líquido e é dada por,

$$a_i = \frac{2R_i}{R^2}$$
(3.63)

onde  $R_i$  é o raio do cilindro interno, representando a fase de vapor, mostrado na Fig. 3.5. A equação que relaciona esse raio com a fração de vazio,  $\alpha = (A_v/A)$ , é dada por,

$$\alpha = \frac{R_i^2}{R^2} \tag{3.64}$$

Explicitanto  $R_i$  nessa equação  $(R_i = R\sqrt{\alpha})$  e substituindo na Eq. 3.63 obtém-se a área interfacial para o regime anular, dada por,

$$a_i = \frac{4\sqrt{\alpha}}{D} \tag{3.65}$$

Na região de transição entre o escoamento em bolhas ( $\alpha = \alpha_b$ ) e o anular ( $\alpha = \alpha_a$ ), considerado neste trabalho como uma região de regime agitante, a área interfacial é calculada por interpolação linear entre as áreas nos pontos de transição: bolhas-agitante e agitante-anular. Embora não represente necessariamente a realidade física do problema, esse procedimento é usado em função da carência de correlações adequadas para essa região. Com isso, para o regime de escoamento com frações de vazio compreendidas na faixa entre  $\alpha_b$  e  $\alpha_a$ , a área interfacial é dada por,

$$\mathbf{a}_{i} = \mathbf{a}_{ib} + \left(\frac{\mathbf{a}_{ia} - \mathbf{a}_{ib}}{\alpha_{a} - \alpha_{b}}\right)(\alpha - \alpha_{b})$$
(3.66)

onde  $a_{ib}$  é calculada pela Eq. 3.62 com  $\alpha = \alpha_b$  e  $a_{ia}$  usando a Eq. 3.65 com  $\alpha = \alpha_a$ .

Schwellnus (1988) propôs o uso de interpolação exponencial para a área interfacial no escoamento agitante, dada por,

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{c}_1 \exp(\mathbf{c}_2 \alpha) \tag{3.67}$$

onde,

$$c_1 = \exp[\ln(a_{ib}) - c_2 \alpha_b]$$
 (3.68)

$$c_2 = \frac{\ln(a_{ib} / a_{ia})}{(\alpha_b - \alpha_a)}$$
(3.69)

A interpolação exponencial, permite uma combinação mais suave entre as curvas no limite inferior de interpolação. As duas formas de interpolação foram testadas no presente modelo e não se observaram diferenças significativas entre os resultados obtidos. Schwellnus (1988) obteve resultados melhores usando a interpolação linear, uma vez que a exponencial resultou em uma redução não realista de a<sub>i</sub> para frações de vazio próximas ao limite inferior ( $\alpha = \alpha_b$ ).

# 3.5.4 Força Interfacial, FLV

A transferência de quantidade de movimento entre as fases, Eq. 2.36, deve-se em parte à força interfacial, que por sua vez é função da força de atrito entre as fases, da força de massa virtual, da força de Basset e da força devido à rotação das partículas fluidas, conforme foi mencionado no Item 2.1.3. Tais forças são bastante complexas e não se encontram completamente estabelecidas (Ishii e Mishima, 1984). No presente trabalho, a força interfacial é modelada considerando os termos de massa virtual,  $F_{mv}$ , e o termo de atrito,  $F_D$ , ou seja,

$$F_{LV} = F_{mv} + F_D \tag{3.70}$$

#### (i) Força de Massa Virtual

O termo de massa virtual tem sido investigado por pesquisadores interessados em modelos de escoamentos bifásicos associados com a análise de segurança de reatores nucleares. Diferentes formulações têm sido obtidas.

Segundo Drew et al. (1979), a força de massa virtual por unidade de volume pode ser dada por,

$$F_{mv} = \alpha C_{mv} \rho_L a_{mv} \tag{3.71}$$

onde  $(C_{mv}\rho_L)$  é a massa virtual por unidade de volume e  $a_{mv}$  é a aceleração da massa virtual. Para uma partícula esférica, indeformável e desconsiderando a interação com outras partículas o valor do coeficiente de massa virtual  $C_{mv}$  é 0,5 (vide Eq. 2.3) e menor do que esse valor para objetos com formas cilíndricas ou elípticas. Na prática, para escoamentos bifásicos de interesse tecnológico, o valor de  $C_{mv}$  é função da concentração de partículas ( $\alpha$ ) devido à interação entre elas, mas essa forma funcional ainda não é bem conhecida (Drew et al., 1979).

Considerando esferas movendo-se em um líquido, em um sistema unidimensional em regime permanente, a força de massa virtual por unidade de volume, pode ser escrita como (Wallis,1969),

$$F_{mv} = \alpha \rho_L C_{mv} V_P \frac{d}{dz} (V_P - V_L)$$
(3.72)

onde V<sub>P</sub> é a velocidade das esferas.

Zuber (1964) estudou o efeito da concentração de partículas sobre a força de massa virtual e considerando a interação entre esferas, sugeriu que o coeficiente  $C_{mv}$ , fosse multiplicado pelo fator  $[(1+2\alpha)/(1-\alpha)]$ .

Lahey et al. (1978) e Drew et al. (1979), consideraram a hipótese de que na formulação de uma relação constitutiva para a força de massa virtual, o termo de aceleração  $(a_{mv})$  deveria ser invariante com relação ao sistema de referência e obtiveram uma equação mais geral para esse termo. Considerando o estudo de Zuber (1964) sobre os efeitos da concentração de partículas e o

#### 3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

trabalho de Lahey et al. (1978), Ishii e Mishima (1980) propuseram uma nova forma para a força  $F_{mv}$ , dada por,

$$F_{mv} = \alpha \rho_L C_{mv} \left( \frac{D_L \vec{V}_r}{Dt} + \vec{V}_r . \nabla \vec{V}_L \right)$$
(3.73)

onde  $D_L/Dt$  é a derivada material em relação à fase líquida,  $V_r$  é a velocidade relativa  $(V_r = V_V - V_L)$  e o coeficiente  $C_{mv}$  é dado por,

$$C_{mv} = \frac{1}{2} \left( \frac{1+2\alpha}{1-\alpha} \right)$$
(3.74)

Para o escoamento unidimensional no regime permanente, a Eq. 3.73 é escrita como,

$$F_{mv} = \alpha \rho_L C_{mv} \left( V_V \frac{dV_V}{dz} - V_L \frac{dV_L}{dz} \right)$$
(3.75)

Richter (1983) usou em seu modelo a Eq. 3.72 para a força de massa virtual e considerou bolhas esféricas sem interação entre as mesmas ( $C_{mv} = 0.5$ ). No presente trabalho, analisou-se a influência das formulações para o termo de massa virtual propostos por Wallis (1969) e por Ishii e Mishima (1980). Essa análise será apresentada no Item 4.3.3.

(ii) Força de Atrito Interfacial, F<sub>D</sub>

No regime de escoamento em bolhas o modelo para avaliar o atrito interfacial baseia-se na hipótese de um fluido contínuo escoando sobre uma esfera rígida. A força de arrasto,  $F_D$ , agindo sobre uma partícula, em condições de regime permanente, pode ser calculada em termos de um coeficiente de arrasto,  $C_D$ , e da velocidade relativa entre o meio contínuo e a partícula dispersa, como,

$$F_{\rm D} = \frac{1}{2} \rho_{\rm c} C_{\rm D} A_{\rm p} |V_{\rm d} - V_{\rm c}| (V_{\rm d} - V_{\rm c})$$
(3.76)

onde os subíndices c e d indicam, respectivamente, contínuo e disperso e  $A_p$  é a área de uma partícula típica projetada no plano normal à direção do escoamento.

Ishii e Mishima (1984) representaram a força de arrasto por unidade de volume agindo na interface entre uma fase contínua e uma fase dispersa,  $F_D$ , como,

$$F_{\rm D} = \frac{1}{2} \rho_{\rm c} C_{\rm D} \left( \alpha \frac{A_{\rm p}}{B_{\rm d}} \right) |V_{\rm d} - V_{\rm c}| (V_{\rm d} - V_{\rm c})$$
(3.77)

Para o escoamento em bolhas, assumindo que as bolhas sejam esféricas:  $A_p = (\pi d^2 / 4)$ e  $B_p = (\pi d^3 / 6)$ , a força de atrito interfacial por unidade de volume é dada por,

$$F_{\rm D} = \frac{3}{4} \frac{\alpha}{d} \rho_{\rm L} C_{\rm D} |V_{\rm V} - V_{\rm L}| (V_{\rm V} - V_{\rm L})$$
(3.78)

onde o coeficiente de arrasto  $C_D$  é calculado pela correlação de Rowe e Henwood (1961), considerando a interação entre as bolhas, dada por,

C<sub>D</sub> = 
$$\frac{24(1-\alpha)^{-1,7}}{\text{Re}}$$
 (1+0,15 Re<sup>0,687</sup>); Re≤1000 (3.79)

$$C_{\rm D} = 0,44(1-\alpha)^{-1,7}$$
; Re>1000 (3.80)

onde Re é o número de Reynolds, definido por,

$$Re = \frac{\rho_{L}d(1-\alpha)(V_{V} - V_{L})}{\mu_{L}}$$
(3.81)

onde  $\mu_L$  é a viscosidade absoluta da fase líquida.

1.1

1

O diâmetro médio de bolhas, d, nas Eqs. 3.78 e 3.81, é calculado em função da densidade de partículas e da fração de vazio usando-se a Eq. 3.28, como,

$$d = \left(\frac{6\alpha}{\pi N}\right)^{1/3}$$
(3.82)

Na região de escoamento anular, Solbrig et al. (1978) apresentaram um modelo para o cálculo da força de atrito entre as fases, dado por,

$$F_{\rm D} = a_{\rm i} B_{\rm LV} (V_{\rm V} - V_{\rm L})$$
(3.83)

onde a área interfacial é calculada pela Eq. 3.65 e  $B_{LV}$  é o termo que considera o atrito entre as fases.

A equação da quantidade de movimento no regime permanente, para a fase de vapor, considerando somente o gradiente de pressão e o atrito interfacial, é dada por,

$$F_{\rm D} = -\alpha \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = a_{\rm i} B_{\rm LV} (V_{\rm V} - V_{\rm L})$$
(3.84)

onde (dp/dz) pode ser escrito para o núcleo de vapor como (Wallis, 1969),

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{2C_{fi}\rho_{V}|V_{V} - V_{L}|(V_{V} - V_{L})}{D_{hi}^{V}}$$
(3.85)

na qual  $C_{fi}$  é o coeficiente de atrito interfacial e  $D_{hi}^{V}$  é o diâmetro hidráulico interfacial relativo à fase de vapor. Usando a Eq. 3.64 esse diâmetro é dado por:  $D_{hi}^{V} = 2R_i = D\sqrt{\alpha}$ .

Substituindo a Eq. 3.85 na Eq. 3.84, o coeficiente B<sub>LV</sub>, é identificado como,

$$B_{LV} = \frac{C_{fi}\rho_{V}|V_{V} - V_{L}|}{2}$$
(3.86)

Substituindo então, as Eqs. 3.65 e 3.86 na Eq. 3.83, a força de atrito entre as fases líquido e vapor no regime anular é dada por,

$$F_{\rm D} = \frac{2\sqrt{\alpha}}{D} \rho_{\rm V} C_{\rm fi} |V_{\rm V} - V_{\rm L}| (V_{\rm V} - V_{\rm L})$$
(3.87)

O coeficiente de atrito, C<sub>fi</sub>, é calculado pela correlação de Wallis (1969), dada por,

$$C_{fi} = 0,005[1+75(1-\alpha)]$$
(3.88)

Os dados experimentais usados no ajuste dessa equação foram obtidos por diferentes autores e encontram-se na faixa de espessuras do filme de líquido,  $\delta$ , entre  $0 \le \delta/D \le 0,005$ . Essa faixa de espessuras do filme corresponde à faixa de fração de vazio entre  $0,81 \le \alpha \le 1$ .

Para o regime agitante, a força de atrito entre as fases também é calculada pela Eq. 3.83, na qual o coeficiente de atrito e a área interfacial, são calculados por interpolação entre os respectivos valores nos pontos de transição: bolhas-agitante e agitante-anular. Para isso, uma forma similar à Eq. 3.87 pode ser obtida para o regime em bolhas, definindo-se para esse regime o coeficiente  $C_{\rm f}$  na forma dada por,

$$C_{fi} = \frac{3}{8} \frac{\rho_L D}{\rho_V d} C_D \sqrt{\alpha}$$
(3.89)

A interpolação exponencial conforme definida pelas Eqs. 3.67 a 3.69 para a área interfacial, foi também usada para o coeficiente de atrito  $C_{\rm fi}$ , permitindo uma redução da descontinuidade observada no cálculo da força de atrito interfacial no ponto de transição agitante-anular  $(\alpha = \alpha_{\rm a})$ , quando a interpolação linear era usada.

## 3.5.5 Transferência de Calor Interfacial

O calor transferido através das interfaces por unidade de volume, é dado por,

$$q_{i} = a_{i}\hat{h}_{i}(T_{L} - T_{V}) + \Gamma(h_{V} - h_{L})$$
(3.90)

onde  $\hat{h}_i$  é o coeficiente de transferência de calor interfacial e  $T_L$  e  $T_V$  são, respectivamente, as temperaturas do líquido e do vapor. Assume-se que o vapor esteja saturado em relação à pressão local, ou seja,  $T_V = T_{sat}(p)$ .

Observa-se na Eq. 3.90 que a transferência de calor interfacial é a soma entre o calor sensível transferido e o aumento de energia devido à vaporização, ou seja, a parcela de calor latente. Observa-se também que a transferência de calor interfacial é função da geometria das interfaces e, com isso, modelos para as variáveis  $a_i e h_i$  deverão ser analisados para cada um dos regimes de escoamento. As correlações para a área interfacial são aquelas apresentadas no Item 3.5.3.

O coeficiente de transferência de calor interfacial no escoamento em bolhas é descrito de maneira análoga àquela para o escoamento sobre uma esfera, sendo dada por (Whitaker, 1972)

$$Nu = \frac{\hat{h}_{i}d}{\hat{k}_{L}} = 2 + (0,4 \operatorname{Re}_{b}^{1/2} + 0,06 \operatorname{Re}_{b}^{2/3}) \operatorname{Pr}_{L}^{0,4} (\mu_{L} / \mu_{Lsat})^{1/4}$$
(3.91)

onde  $Pr_L$  é o número de Prandtl [ $Pr_L = (\mu c_P / \hat{k})_L$ ],  $c_{PL}$  é o calor específico a pressão constante,  $\hat{k}_L$  é a condutividade térmica,  $\mu_{Lsat}$  é a viscosidade absoluta da fase líquida calculada na temperatura de saturação e Re<sub>b</sub> é o número de Reynolds, calculado em função da velocidade relativa entre as fases, dado por,

$$\operatorname{Re}_{b} = \frac{\operatorname{Re}}{(1-\alpha)} = \frac{\rho_{1} d |V_{V} - V_{L}|}{\mu_{L}}$$
(3.92)

Salienta-se que a Eq. 3.91 representa o coeficiente de transferência de calor no escoamento somente sobre uma esfera ou uma bolha. Para uma população de bolhas, esse coeficiente

certamente será maior devido às interações entre as mesmas. Entretanto, não foi encontrado na literatura nenhuma correlação que considerasse a concentração de bolhas e, dessa forma, o coeficiente de tranferência de calor pode estar subestimado em relação ao processo real.

Para o regime anular, Solbrig et al. (1978) propõem que o coeficiente de transferência de calor interfacial, considerando a convecção no núcleo de vapor, seja calculado pela correlação de Dittus-Boelter (1930), com uma definição adequada do número de Nusselt, dada por

$$Nu = \frac{\hat{h}_i D \sqrt{\alpha}}{\hat{k}_v} = 0,023 \operatorname{Re}_{Va}^{0,8} \operatorname{Pr}_V^{0,4}$$
(3.93)

onde  $(D\sqrt{\alpha})$  é o diâmetro hidráulico do núcleo de vapor,  $Pr_V = (\mu c_P / \hat{k})_V$  é o número de Prandtl avaliado para a fase de vapor e  $Re_{Va}$  é o número de Reynolds, dado por

$$\operatorname{Re}_{\operatorname{Va}} = \frac{\rho_{\operatorname{V}} D \sqrt{\alpha}}{\mu_{\operatorname{V}}} |V_{\operatorname{V}} - V_{\operatorname{L}}|$$
(3.94)

Richter (1983) sugeriu, para o regime anular o uso de uma correlação similar àquela de Colburn (1933), obtida da analogia entre transferência de calor e quantidade de movimento, dada por,

$$\hat{h}_{i} = \frac{C_{fi}}{2} \rho_{L} c_{pL} Pr_{L}^{2/3} (V_{V} - V_{L})$$
(3.95)

onde C<sub>fi</sub> é o coeficiente de atrito interfacial no regime anular avaliado pela Eq. 3.88.

Na região de escoamento agitante, seguindo o mesmo procedimento adotado para o cálculo da área interfacial e do coeficiente de atrito interfacial, o coeficiente de transferência de calor  $\hat{h}_i$  é obtido por interpolação exponencial dos valores calculados nos dois pontos de transição. Entretanto, observa-se que na região anular,  $\hat{h}_i$  é função da velocidade relativa entre as fases (Eq. 3.95). Schwellnus (1988) sugeriu então, que o coeficiente de transferência de calor fosse dividido pela diferença de velocidade entre as fases, ou seja,  $\hat{h}_i^* = \hat{h}_i / (V_V - V_L)$ .

O valor de  $\hat{h}_i$  na transição entre os regimes em bolhas e agitante, calculado pela Eq. 3.91, é também dividido pela velocidade relativa entre as fases e a interpolação de  $\hat{h}_i^*$  é realizada. Esse procedimento, conforme relatado por Schwellnus, eliminou o problema de instabilidade na solução das equações, pois permitiu transições mais uniformes entre os valores do coeficiente de transferência de calor nos diferentes regimes de escoamento.

### 3.6 Modelo Utilizado

A simulação do escoamento ao longo de tubos capilares adiabáticos é realizada através da solução do sistema de seis equações diferenciais, apresentado no Item 3.2. Entretanto, o número de variáveis a serem calculadas pode ser reduzido através da combinação das equações de conservação, ou também através de considerações adicionais (vide Apêndice B).

No presente trabalho, propõe-se a solução de cinco equações de conservação na região bifásica, uma vez que a concentração mássica, x\*, pode ser calculada em função da fração de vazio, usando-se a Eq. 3.15. Para isso, as equações de conservação da massa e da energia para a mistura líquido-vapor são consideradas. Tais equações são obtidas a partir da soma das respectivas equações de conservação para cada fase.

Assim, o sistema de equações de conservação na região bifásica é dado por,

(i) Conservação da massa da mistura:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}[(1-\alpha)\rho_{\mathrm{L}}V_{\mathrm{L}} + \alpha\rho_{\mathrm{V}}V_{\mathrm{V}}] = 0$$
(3.96)

(ii) Conservação da quantidade de movimento para as fases líquida e de vapor,

$$(\underbrace{1-\alpha}\rho_{L}V_{L}\frac{dV_{L}}{dz} = -(1-\alpha)\frac{dp}{dz} - F_{WL} + F_{Li} - (1-\eta)(V_{V} - V_{L})\Gamma$$
(3.97)

$$\alpha \rho_{\rm V} V_{\rm V} \frac{dV_{\rm V}}{dz} = -\alpha \frac{dp}{dz} - F_{\rm WV} + F_{\rm Vi} - \eta (V_{\rm V} - V_{\rm L})\Gamma$$
(3.98)
onde a velocidade interfacial V, nas Eqs. 3.22 e 3.23 foi substituída pela Eq. 3.24.

(iii) Conservação de energia da mistura e da fase de vapor:

$$\frac{d}{dz}[(1-\alpha)\rho_{L}V_{L}(h_{L}+\frac{V_{L}^{2}}{2})+\alpha\rho_{V}V_{V}(h_{V}+\frac{V_{V}^{2}}{2})] = 0$$
(3.99)

$$\frac{d}{dz} \left[ \alpha \rho_{\rm V} V_{\rm V} \left( h_{\rm V} + \frac{V_{\rm V}^2}{2} \right) \right] = q_{\rm i} + \frac{1}{2} (V_{\rm V}^2 - V_{\rm L}^2) \frac{d}{dz} [\alpha \rho_{\rm V} V_{\rm V}]$$
(3.100)

onde  $\Gamma_{\rm V}$  foi substituído na Eq. 3.26 pela Eq. 3.10.

Com isso, o modelo de solução proposto consiste das Eqs. de conservação 2.7 e 2.8, que devem ser solucionadas para o cálculo das variáveis: p e T na região de líquido, e das Eqs. de conservação 3.96 a 3.100, que devem ser solucionadas para o cálculo das variáveis:  $V_L$ ,  $V_V$ , p, $\alpha$  e h<sub>L</sub> (ou T<sub>L</sub>) na região bifásica.

Além disso, o modelo possui as seguintes características:

- fator de atrito na região monofásica (líquido subresfriado) é calculado pela correlação de Churchill (1977) (Eq. 2.11);
- atrito entre as fases e a parede do tubo é avaliado de acordo com as Eqs. 3.57 e 3.58, nos regimes em bolhas e agitante (modelo de Solbrig et al., 1978), e pela Eq. 3.60 no regime anular;
- utiliza-se para o coeficiente η, associado à variação de quantidade de movimento devido à mudança de fase, o valor 0,5, sugerido por Wallis (1969);
- para o diâmetro médio inicial de bolhas e a densidade inicial de núcleos, são assumidos, respectivamente, os valores: 2,5x10<sup>-5</sup> m e 10<sup>11</sup> núcleos/m<sup>3</sup> (Richter, 1983);
- assumem-se que as transições entre os regimes bolhas-agitante e agitante-anular ocorram, respectivamente, para  $\alpha = 0,3$  e  $\alpha = 0,8$ ;
- força de massa virtual calculada pela equação de Ishii e Mishima (1980), Eq. 3.75, com o coeficiente de massa virtual calculado pela Eq. 3.74;
- força de atrito entre as fases calculada pela Eq. 3.87, na qual o coeficiente de atrito  $C_{fi}$  é calculado pela Eq. 3.88 no regime anular, pela Eq. 3.89 no regime de bolhas e no regime

agitante, tanto  $C_{fi}$  como a área interfacial são calculados por interpolação exponencial entre os seus respectivos valores nos pontos de transição bolhas-agitante e agitante-anular;

 coeficiente de transferência de calor entre as fases calculado pela correlação de Whitaker (1972) (Eq. 3.91) no regime de bolhas, por interpolação exponencial no regime agitante e pela correlação de Colburn (1933) (Eq. 3.95) no regime anular.

No Apêndice B são apresentados e discutidos outros dois modelos de solução das equações de conservação na região bifásica, quando a hipótese de equilíbrio térmico entre as fases é considerada.

#### 3.7 Metodologia de Solução

O escoamento do refrigerante ao longo de um tubo capilar constitui um problema de valor inicial, uma vez que as condições, tais como a pressão e o grau de subresfriamento, são conhecidas na entrada do tubo. Além disso esse escoamento é fortemente unidirecional e portanto as informações são transmitidas em apenas um sentido, o que equivale a dizer que o escoamento é parabólico para efeito de solução.

Um método bastante usado na solução de problemas parabólicos é o de integração numérica pela técnica de Runge-Kutta de quarta ordem, cuja dedução é apresentada por Carnahan et al. 1969). Considerando um sistema de equações diferenciais ordinárias não lineares de primeira ordem, com n variáveis dependentes  $\phi_1, \phi_2, ..., \phi_n$ , dado por,

$$\frac{d\phi_1}{dz} = f_1\left(z, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n, \frac{d\phi_2^*}{dz}, \frac{d\phi_3^*}{dz}, \dots, \frac{d\phi_n^*}{dz}\right)$$

$$\frac{d\phi_2}{dz} = f_2\left(z, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n, \frac{d\phi_1^*}{dz}, \frac{d\phi_3^*}{dz}, \dots, \frac{d\phi_n^*}{dz}\right)$$

$$(3.101)$$

$$\frac{\mathrm{d}\phi_{n}}{\mathrm{d}z} = \mathbf{f}_{n}\left(z,\phi_{1},\phi_{2},\ldots,\phi_{n},\frac{\mathrm{d}\phi_{1}^{*}}{\mathrm{d}z},\frac{\mathrm{d}\phi_{2}^{*}}{\mathrm{d}z},\ldots,\frac{\mathrm{d}\phi_{n-1}^{*}}{\mathrm{d}z}\right)$$

com as condições iniciais no ponto  $\boldsymbol{z}_0$  , dadas por,

$$\phi_{1}(z_{0}) = \phi_{1,0}$$

$$\phi_{2}(z_{0}) = \phi_{2,0}$$
(3.102)
$$\phi_{n}(z_{0}) = \phi_{n,0}$$

A solução para cada variável dependente  $\phi_j$ , j = (1, n), usando a forma do método de Runge-Kutta de quarta ordem devida a Gill (1951), é dada por,

$$\phi_{j}^{i+1} = \phi_{j}^{i} + \frac{\Delta z}{6} (k_{1,j} + 2k_{2,j} + 2k_{3,j} + k_{4,j})$$
(3.103)

onde os coeficientes  $\boldsymbol{k}_{m,j}\!,$  são dados por,

$$\mathbf{k}_{1,j} = \mathbf{f}_{j}(\mathbf{z}_{i,j}, \phi_{1}^{i}, \dots, \phi_{n}^{i}, \mathbf{f}_{1}^{i}, \dots, \mathbf{f}_{j-1}^{i}, \mathbf{f}_{j+1}^{i}, \dots, \mathbf{f}_{n}^{i})$$
(3.104)

$$k_{2,j} = f_{j}(z_{i} + \Delta z / 2, \phi_{1}^{i} + c_{1}, \dots, \phi_{n}^{i} + c_{1}, , , f_{1}^{i} + c_{1}, \dots, f_{j-1}^{i} + c_{1}, f_{j+1}^{i} + c_{1}, \dots, f_{n}^{i} + c_{1})$$
(3.105)

$$k_{3,j} = f_{j}(z_{i} + \Delta z / 2, \phi_{1}^{i} + c_{2}, ...., \phi_{n}^{i} + c_{2}, , , f_{1}^{i} + c_{2}, ...., f_{j-1}^{i} + c_{2}, f_{j+1}^{i} + c_{2}, ...., f_{n}^{i} + c_{2})$$
(3.106)

$$k_{4,j} = f_{j}(z_{i} + \Delta z, \phi_{1}^{i} + c_{3}, ...., \phi_{n}^{i} + c_{3}, , f_{1}^{i} + c_{3}, ...., f_{j-1}^{i} + c_{3}, f_{j+1}^{i} + c_{3}, ...., f_{n}^{i} + c_{3})$$
(3.107)

onde

#### 3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

$$\mathbf{c}_1 = \frac{\Delta \mathbf{z}}{2} \mathbf{k}_{1,\mathbf{j}} \tag{3.108}$$

$$\mathbf{c_2} = \frac{\Delta z}{2} \mathbf{k_{2,j}} \tag{3.109}$$

$$c_3 = \frac{\Delta z}{2} k_{3,j}$$
(3.110)

Observa-se que os valores das derivadas  $(d\phi_j/dz)$ , j = (1,n), assinaladas por um asterisco no sistema de Eqs. 3.101, devem ser conhecidos ou assumidos em  $z_0$ , sendo que os valores mais recentes são usados no cálculo do incremento seguinte. No presente trabalho essas derivadas são calculadas através da solução de um sistema de equações, onde as incógnitas são as derivadas  $(d\phi_j/dz)$ , usando-se o método de eliminação de Gauss. No ponto inicial  $z = z_0$ , a solução desse sistema é obtida a partir dos valores conhecidos das variáveis dependentes  $\phi_j$  e em cada incremento ao longo do tubo, a partir dos valores recém calculados dessas variáveis.

O método de Runge-Kutta é aplicado no presente trabalho para a solução das Eqs. 2.7 e 2.8, na região de líquido e das Eqs. 3.96 a 3.100, na região bifásica. Para isso, considerando que as variáveis dependentes sejam:  $V_L$ ,  $V_V$ , p,  $\alpha \in T_L$ , é conveniente que o sistema formado pelas Eqs. 3.96 a 3.100 seja escrito como,

(i) Equação de conservação da massa da mistura:

$$(1-\alpha)\rho_{L}\frac{dV_{L}}{dz} + \alpha\rho_{V}\frac{dV_{V}}{dz} + \left[(1-\alpha)V_{L}\left(\frac{d\rho_{L}}{dp}\right)_{T_{L}} + \alpha V_{V}\frac{d\rho_{V}}{dp}\right]\frac{dp}{dz} + (\rho_{V}V_{V} - \rho_{L}\dot{V}_{L})\frac{d\alpha}{dz} = 0$$

$$(3.111)$$

onde o subíndice  $T_L$  indica que a derivada da massa específica do líquido em relação à pressão é obtida usando-se a pressão de saturação, relativa à temperatura de superaquecimento do líquido.

#### (ii) Equações de conservação da quantidade de movimento:

Substituindo a Eq. 3.75, da força de massa virtual nas Eqs. 3.97 e 3.98, obtém-se respectivamente, para as fases de líquido e de vapor,

2

$$[(1-\alpha)\rho_{L}V_{L} + \alpha\rho_{L}C_{mv}V_{L}]\frac{dV_{L}}{dz} + \alpha[\hat{\eta}_{L}\rho_{V} - \rho_{L}C_{mv}V_{V}]\frac{dV_{V}}{dz} + \left[(1-\alpha) + \hat{\eta}_{L}\alpha V_{V}\frac{d\rho_{V}}{dp}\right]\frac{dp}{dz} + \hat{\eta}_{L}\rho_{V}V_{V}\frac{d\alpha}{dz} = -F_{WL} + F_{D}$$

$$(3.112)$$

$$-\alpha \rho_{L}C_{mv}V_{L}\frac{dV_{L}}{dz} + \alpha [\rho_{V}(V_{V} + \hat{\eta}_{V}) + \rho_{L}C_{mv}V_{V}]\frac{dV_{V}}{dz} + \alpha \left[1 + \hat{\eta}_{V}V_{V}\frac{d\rho_{V}}{dp}\right]\frac{dp}{dz} + \hat{\eta}_{V}\rho_{V}V_{V}\frac{d\alpha}{dz} = -F_{wV} - F_{D}$$
(3.113)

onde  $\hat{\eta}_L = (1 - \eta)(V_V - V_L)$  e  $\hat{\eta}_V = \eta(V_V - V_L)$ 

(iii) Equações de conservação da energia da mistura e da fase de vapor:

$$(1-\alpha)\rho_{L}\left(h_{L}+\frac{3}{2}V_{L}^{2}\right)\frac{dV_{L}}{dz}+\alpha\rho_{V}\left(h_{V}+\frac{3}{2}V_{V}^{2}\right)\frac{dV_{V}}{dz}+$$

$$+\left[\alpha\rho_{V}V_{V}\left(\frac{dh_{V}}{dp}\right)+(1-\alpha)\left(V_{L}h_{L}+\frac{V_{L}^{3}}{2}\right)\left(\frac{d\rho_{L}}{dp}\right)_{T_{L}}+\alpha\left(V_{V}h_{V}+\frac{V_{V}^{3}}{2}\right)\frac{d\rho_{V}}{dp}\right]\frac{dp}{dz}+$$

$$+\left(\rho_{V}V_{V}h_{V}-\rho_{L}V_{L}h_{L}+\rho_{V}\frac{V_{V}^{3}}{2}-\rho_{L}\frac{V_{L}^{3}}{2}\right)\frac{d\alpha}{dz}+(1-\alpha)\rho_{L}V_{L}c_{pL}\frac{dT_{L}}{dp'}=0$$

$$=0$$

$$\alpha \rho_{\rm V} \left( h_{\rm V} + \frac{3}{2} V_{\rm V}^2 - e_{\rm Vi} \right) \frac{dV_{\rm V}}{dz} + \left[ \alpha V_{\rm V} \left( h_{\rm V} + \frac{V_{\rm V}^2}{2} - e_{\rm Vi} \right) \frac{d\rho_{\rm V}}{dp} + \alpha \rho_{\rm V} V_{\rm V} \frac{dh_{\rm V}}{dp} \right] \frac{dp}{dz} + \rho_{\rm V} V_{\rm V} \left( h_{\rm V} + \frac{V_{\rm V}^2}{2} - e_{\rm Vi} \right) \frac{d\alpha}{dz} = q_{\rm i}$$

$$(3.115)$$

92

onde  $e_{Vi} = (V_V^2 - V_L^2) / 2$ .

O modelo proposto para a simulação do escoamento ao longo de tubos capilares pode ser usado para:

- (i) dimensionar o comprimento do tubo capilar, L, a partir de um diâmetro conhecido, para obter um dado fluxo de massa sob determinadas condições de operação;
- (ii) determinar um fluxo de massa ao longo de um tubo capilar de dimensões conhecidas, sob determinadas condições de operação.

No primeiro caso é necessário que o sistema de equações seja solucionado uma única vez e o comprimento é então determinado. No segundo caso o processo de solução é iterativo, pois as equações de conservação dependem do fluxo de massa. Dessa maneira, um fluxo de massa inicial é arbitrado e o comprimento calculado é comparado ao comprimento real, devendo esse fluxo ser corrigido para a próxima iteração, até que a convergência seja alcançada.

Uma das formas de realizar essa correção é através do método de Newton-Raphson (Carnahan et al., 1969). Sendo m<sup>\*</sup> o valor arbitrado da vazão mássica, define-se a função dada por,

$$f(\dot{m}^*) = L - L^*$$
(3.116)

onde L é o comprimento real do tubo capilar e L<sup>\*</sup> é o comprimento do tubo capilar calculado a partir de  $\dot{m}^*$ .

Se  $\dot{m}$  é o valor corrigido da vazão mássica, então a função  $f(\dot{m})$ , pode ser dada por,

$$f(\dot{m}) = f(\dot{m}^*) + (\dot{m} - \dot{m}^*) \frac{df}{d\dot{m}}$$
 (3.117)

Caso  $\dot{m}$  seja o valor convergido:  $f(\dot{m}) = 0$ , ou seja,  $\dot{m}$  é calculada por,

$$\dot{\mathbf{m}} = \dot{\mathbf{m}}^* - \left[\frac{\mathbf{f}(\dot{\mathbf{m}}^*)}{\mathrm{d}\mathbf{f} / \mathrm{d}\dot{\mathbf{m}}}\right]$$
(3.118)

#### 3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

onde a derivada df/dm é calculada numericamente como,

$$\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{dm}} = \frac{f(\dot{\mathrm{m}}^* + \Delta \dot{\mathrm{m}}) - f(\dot{\mathrm{m}}^*)}{\Delta \dot{\mathrm{m}}} \tag{3.119}$$

Na maioria dos casos analisados foi necessário o uso de um coeficiente de relaxação,  $C_R$ , para possibilitar a convergência. Dessa forma o valor de vazão mássica corrigida  $\dot{m}_c$ , é dado por,

$$\dot{m}_{c} = C_{R}\dot{m} + (1 - C_{R})\dot{m}^{*}$$
 (3.120)

Um outro procedimento, mais simples do que o método de Newton Raphson, para calcular iterativamente a vazão mássica foi usado por Melo e Negrão (1988), Boabaid Neto (1994) e Mezavila (1995). Tal procedimento consiste em corrigir a vazão mássica com base no comprimento do tubo capilar calculado, L<sup>\*</sup>, de acordo com a equação dada por,

$$\dot{m}_{c} = C_{R} \left( \frac{L^{*}}{L} \right) \dot{m}^{*} + (1 - C_{R}) \dot{m}^{*}$$
 (3.121)

onde o coeficiente de relaxação,  $C_R$ , também é necessário neste caso para melhorar o processo de convergência. Nessa equação, se o comprimento calculado for maior do que o comprimento real, L, a vazão mássica deverá ser aumentada para a próxima iteração; caso contrário a vazão mássica deverá ser reduzida para a próxima iteração. A convergência é obtida quando a diferença entre o comprimento calculado e o comprimento real for menor do que a tolerância previamente definida pelo usuário.

Os dois procedimentos anteriores foram testados no presente trabalho e o segundo deles foi escolhido. Isso porque, conforme já havia sido mencionado por Boabaid Neto (1994) e Mezavila (1995), o segundo procedimento apesar de bastante simples, apresentou uma convergência mais rápida do que aquela propiciada pelo uso do método de Newton-Raphson, na maioria dos casos.

Os objetivos deste capítulo são a validação do modelo apresentado no Cap. 3 e a apresentação de alguns resultados computacionais. Inicialmente, comenta-se a respeito dos trabalhos experimentais em tubos capilares, disponíveis na literatura. A falta de informações na maioria desses trabalhos, compromete a utilização dos dados apresentados na comparação com resultados computacionais.

Apresenta-se uma análise das condições do escoamento crítico e um critério é escolhido dentre aqueles discutidos no Item 3.4. Em seguida, verifica-se o efeito das diferentes equações constitutivas e parâmetros do problema, apresentados no Item 3.5. Essa análise é realizada, comparando-se as distribuições de pressão calculadas com aquelas obtidas experimentalmente.

Os resultados computacionais são comparados com os dados experimentais em termos de vazões mássicas e distribuições de pressão, obtidas para diferentes tubos capilares operando com o refrigerante HFC-134a e em diferentes condições de operação. Posteriormente, os resultados referentes ao título, fração de vazio, velocidades e temperaturas de cada fase são apresentados e discutidos. O modelo é também utilizado para mostrar a relação entre a vazão mássica ao longo do tubo capilar, o comprimento e o diâmetro do tubo, o grau de sub-resfriamento e a pressão de condensação, sob condições de escoamento bloqueado em todos os casos.

## 4.1 Resultados Experimentais

A validação de modelos computacionais que simulam o escoamento ao longo de tubos capilares é geralmente realizada a partir de conjuntos de dados experimentais específicos. Além disso, coeficientes e correlações empíricas são usualmente selecionados da literatura, permitindo que o exercício de validação seja realizado com um grau de liberdade considerável.

A comparação entre resultados computacionais e experimentais é problemática principalmente devido à falta de informações na maioria dos trabalhos experimentais. A partir das considerações apresentadas por Boabaid Neto (1994) (vide Item 1.3), flcou evidenciada a necessidade de obtenção de um banco de dados experimentais confiáveis, que permitisse uma validação mais segura dos modelos computacionais.

Assim, conforme mencionado no Item 1.3, uma bancada foi então cuidadosamente desenvolvida, o que permitiu a realização de um trabalho experimental com um controle rígido da geometria dos tubos capilares (diâmetro, comprimento e rugosidade) e com uma medição rigorosa das variáveis operacionais pressão, temperatura e fluxo de massa (Gonçalves, 1994). Todas as grandezas medidas tiveram suas incertezas de medição determinadas, o que qualificou as informações fornecidas.

Os dados experimentais foram obtidos para escoamento adiabático, crítico e em regime permanente, com fluido refrigerante puro e isento de óleo. Os tubos capilares eram retos e horizontais sendo que as medições foram realizadas em duas etapas, sempre empregando líquido sub-resfriado na entrada. Na primeira etapa, o fluxo de massa e as condições de operação na entrada e na saída foram medidas para seis tubos capilares e três fluidos refrigerantes: CFC-12, HFC-134a e HC600a. Na segunda etapa, foram também medidos os estados do fluido refrigerante HFC-134a em vários pontos ao longo de dois tubos, já testados na etapa anterior.

A bancada experimental desenvolvida (Gonçalves,1994) constitui-se de um sistema de refrigeração instrumentado, para controlar e medir as características do escoamento do fluido refrigerante ao longo de um tubo capilar. O diagrama esquemático dessa bancada é mostrado na Fig. 4.1, onde estão representados os principais componentes físicos, bem como os principais elementos de controle.

Essa bancada, é constituída por dois compressores herméticos (1), um condensador resfriado a água (2), um evaporador (3) e uma seção de testes (4). Essa seção consiste de um tubo capilar instrumentado, isolado termicamente com lã de vidro. Há também um tubo capilar não instrumentado (5), usado nos casos em que se deseja interromper o fluxo de refrigerante através da seção de testes para alguma modificação, evitando assim, a parada da instalação e permitindo a volta mais rápida às condições de teste.

Dois separadores de óleo (6) e um filtro de óleo (7) são colocados entre os compressores e o condensador, de modo a garantir que o escoamento através do tubo capilar esteja o mais isento de óleo possível. Um filtro de refrigerante (8) remove as impurezas que poderiam provocar obstruções no fluxímetro (9) e no tubo capilar.

Um sub-resfriador a água (10), um resfriador (11) e um aquecedor elétrico (12) são usados para controlar o grau de sub-resfriamento na entrada do tubo capilar. A pressão de condensação é controlada pela troca de calor no condensador através de uma válvula pilotada pela pressão de

condensação (13). Essa válvula regula o fluxo de água através do condensador mantendo, assim, a pressão de condensação no valor desejado. A pressão de evaporação é controlada pelas duas válvulas de expansão pressostáticas (14) e (15) e, eventualmente, por um aquecedor de ar elétrico (16). Um separador de líquido (17) garante que o fluido succionado pelos compressores esteja completamente na fase de vapor.



Figura 4.1 Diagrama esquemático da bancada experimental (Gonçalves, 1994).

As medições de pressão ao longo do tubo capilar são realizadas através de transdutores de pressão constituídos por extensômetros ("strain gauges"). Esses transdutores foram submetidos a uma calibração cuidadosa, sendo a incerteza máxima de medição estabelecida em  $\pm 2$  kPa ( $\pm 0,02$  bar), para a faixa de pressão até 2000 kPa (20 bar). As medições de temperatura ao longo do tubo capilar foram efetuadas com termopares tipo T, de cobre-constantan, com 0,13 mm de diâmetro e com uma incerteza de medição máxima estimada em  $\pm 0,2$  °C, para a faixa de temperaturas entre 0 a 100 °C. A vazão mássica de refrigerante é medida com um fluxímetro do tipo Coriolis, cuja incerteza de medição foi avaliada em  $\pm 0,03$  kg/h, para a faixa de vazões mássicas de até 15 kg/h.

Os sinais de todos os transdutores são automaticamente medidos, processados e gravados em disco de acordo com uma programação pré-estabelecida, através de um sistema de aquisição de dados computadorizado.

Em função das dificuldades associadas aos dados experimentais disponíveis na literatura e do rigoroso trabalho experimental desenvolvido por Gonçalves (1994), a validação do presente modelo será realizada com os resultados experimentais apresentados por Melo et al. (1995). Os tubos capilares considerados aqui são identificados como capilar 1 e capilar 2, cujas características geométricas são apresentadas na Tab. 4.1, e o fluido refrigerante empregado é o HFC-134a, cujas propriedades termodinâmicas e termofísicas são apresentadas no Apêndice A.

Capilar	Comprimento (m)	Diâmetro Interno (mm)	Rugosidade Absoluta (µm)
1	2,998	0,606	1,08
2	2,973	0,871	0,78
Incerteza de			
Medição	0,002	0,005	0,2

Tabela 4.1 Características geométricas dos tubos capilares 1 e 2 (Melo et al., 1995).

Pressões de condensação na faixa de 900 a 1600 kPa (9 a 16 bar) e sub-resfriamento na faixa de 2 a 16 °C foram escolhidos como condições de operação, sendo todos os ensaios realizados sob condições de escoamento crítico (bloqueado). Foram realizados ensaios com e sem tomadas de pressão ao longo dos tubos capilares e uma análise do efeito das furações sobre a vazão mássica é apresentado por Melo et al. (1995). Nas Figs. 4.2 e 4.3 são mostrados alguns dos resultados obtidos, verificando-se que as tomadas de pressão não provocaram alteração significativa sobre a vazão mássica, o que foi devido a vários cuidados tomados no procedimento experimental. Os ensaios realizados permitiram ainda a análise de parâmetros do escoamento, tais como: fator de perda de carga na entrada do tubo, fator de atrito na região de líquido, comprimento da região de metaestabilidade e fator de atrito na região bifásica (Melo et al., 1995).

É importante salientar que os resultados experimentais escolhidos para as comparações mostradas neste trabalho, foram aqueles que apresentaram uma região de metaestabilidade aproximadamente nula, uma vez que tal fenômeno não é previsto no presente modelo.

Todos os experimentos mostrados nas Figs. 4.2 e 4.3, foram realizados medindo-se a distribuição de temperaturas ao longo do tubo capilar. A Fig. 4.4, mostra claramente que as tomadas de pressão além de não influenciarem o fluxo de massa também não alteram o padrão do escoamento.



Figura 4.2 Influência das tomadas de pressão - Capilar 1 - 1100 kPa (Melo et al., 1995).



Figura 4.3 Influência das tomadas de pressão- Capilar 2 - 1400 kPa (Melo et al., 1995).



**Figura 4.4** Distribuições de temperatura com e sem tomadas de pressão - Capilar 2 - 910 kPa (Melo et al., 1995).

#### 4.2 Análise das Condições do Escoamento Crítico

Conforme mencionado no Item 3.4, o cálculo da velocidade do som em escoamentos bifásicos não é claro como nos escoamentos monofásicos, nos quais são usadas as hipóteses de escoamento homogêneo e isentrópico. Tais hipóteses não são necessariamente verdadeiras para os escoamentos bifásicos.

Apesar disso, no Item 1.3 observou-se que o escoamento ao longo de tubos capilares é similar ao escoamento representado pela linha de Fanno, caso seja considerado unidimensional, adiabático, em regime permanente e os tubos sejam retos, horizontais e de seção transversal constante. Com isso, para um dado fluxo de massa e dadas condições de operação, a velocidade do som pode ser atingida na saída do tubo (M = 1), correspondendo ao ponto de entropia máxima.

Tal fenômeno pode ser usado como um critério para determinar ou o fluxo de massa crítico, conhecido o comprimento do tubo capilar, ou a seção de bloqueio e em consequência o comprimento do tubo capilar, conhecido o fluxo de massa. Esse critério foi comparado com

aquele do gradiente de pressão máximo (Fauske, 1960), apresentado no Item 3.4, utilizando-se o modelo homogêneo. De acordo com Mezavila (1995), no ponto genérico i, o número de Mach (M = V/c) é calculado a partir da Eq. 3.32 por,

$$M_{i} = \frac{G}{(\rho_{i} + \rho_{i-1})/2} \sqrt{\frac{\rho_{i} - \rho_{i-1}}{p_{i} - p_{i-1}}}$$
(4.1)

Nessa equação o número de Mach é calculado em função da velocidade média do escoamento entre os pontos i e i-1 e a velocidade do som é obtida com base na derivada numérica da pressão em relação à massa específica, avaliada também entre os pontos i e i-1. É importante salientar que a velocidade do som calculada pela Eq. 3.32, considera a hipótese de escoamento adiabático e reversível, ou seja, escoamento isoentrópico. Na Fig. 4.5 mostra-se, para um dos casos testados, o número de Mach, a entropia da mistura e o gradiente de pressão calculados ao longo da região de saturação.



# **Figura 4.5** Distribuições de dp/dz, entropia e o número de Mach na região bifásica -Modelo Homogêneo - Capilar 2.

Nesse caso, conhecido o fluxo de massa ( $\dot{m} = 6,356$  kg/h) e as condições de entrada no tubo:  $p_{ent} = 1404$  kPa e  $\Delta T_{sub} = 3,7$  °C, o modelo calcula o comprimento do tubo (z = 2,658 m), considerando que a seção de bloqueio corresponda ao incremento anterior àquele em que o sinal de dp/dz se inverte.

Observa-se que na seção de bloqueio (z = 2,658 m), o gradiente de pressão dp/dz atinge valores da ordem de - 10<sup>7</sup> N/m<sup>3</sup> (em alguns casos foram observados valores da ordem de - 10<sup>10</sup> N/m<sup>3</sup>), a entropia atinge o valor máximo de 0,448 kJ/kg.K e o número de Mach é de M = 0,96. Observou-se também que o número de Mach variou de acordo com o tamanho do incremento usado na região de saturação, sendo tanto mais próximo da unidade quanto menor o tamanho desse incremento. Para ilustrar esse fato mostra-se na Fig. 4.6 o número de Mach na seção de bloqueio, determinada pelo critério do gradiente de pressão, em função do tamanho do incremento na região de saturação. Os fluxos de massa e os perfis de pressão não se alteraram com a variação do incremento de comprimento.



**Figura 4.6** Influência do tamanho do incremento na região de saturação no cálculo do número de Mach na saída do tubo capilar.

Fica evidente que ocorreu uma variação considerável do número de Mach na saída do tubo, obtendo-se um valor de 0,86 para  $\Delta z = 10^{-3}$  m. Tal fato também foi constatado por

102

1

Mezavila (1995) e deve-se ao cálculo numérico da derivada dp/dz e à grande variação das propriedades envolvidas em torno da posição de bloqueio, o que dificulta a determinação correta do número de Mach.

Usando o critério M = 1 e considerando que a seção de bloqueio corresponda ao incremento anterior àquele em que o número de Mach torna-se maior do que a unidade, obtém-se resultados compatíveis com aqueles obtidos pelo critério do gradiente de pressão máximo (Fauske, 1962) para incrementos de 10<sup>-4</sup> m na região bifásica. Em alguns casos, entretanto, esse procedimento provoca divergência numérica, uma vez que o sinal do gradiente de pressões inverte-se antes que o critério de M = 1 seja atentido. Dessa forma, além das dificuldades de se determinar adequadamente o número de Mach na saída do tubo capilar, esse critério pode também localizar a seção de bloqueio após o ponto de aparecimento de inconsistências físicas (aumento de pressão) no modelo.

Conforme destacado por Mezavila (1995) o critério do gradiente de pressões apresenta uma vantagem importante em relação àquele de M = 1, pois baseia-se nas equações de conservação e nenhuma hipótese precisa ser feita em relação ao caminho termodinâmico do processo. Dessa forma, esse critério é aplicável para escoamentos com e sem transferência de calor.

No presente modelo o número de Mach não pode ser calculado pela Eq. 4.1, uma vez que essa equação baseia-se nas hipóteses de escoamento homogêneo e isentrópico. Da mesma forma o cálculo da entropia na região bifásica não pode ser realizado como no modelo homogêneo  $[s = (1 - x)s_L + xs_V]$ , pois considera-se que o escoamento não esteja em equilíbrio térmico.

O critério de Bouré et al. (1976), que envolve o cálculo de determinantes (Eq. 3.34), foi também testado no presente modelo. Os resultados obtidos não foram compatíveis com aqueles obtidos com o critério do gradiente de pressões e, em alguns casos, os determinantes  $\Delta e \Delta j$  inverteram de sinal duas vezes ao longo da região bifásica, em posições consideravelmente distantes da saída do tubo capilar.

Em face do exposto optou-se pela utilização do critério do gradiente de pressões, que além de possuir base matemática e significado físico, é de fácil implementação.

### 4.3 Efeito das Equações Constitutivas e Parâmetros do Modelo

÷.

Nesta etapa de validação do modelo, são mostradas as comparações entre as distribuições de pressão medida e calculada ao longo dos tubos capilares 1 e 2, analisando-se a influência das diferentes equações constitutivas e parâmetros sobre os resultados obtidos. Tais equações e parâmetros, necessários para a modelagem do problema, foram apresentados no Cap. 3.



Algumas comparações entre as distribuições de pressão medidas e calculadas pelo presente modelo, ao longo dos tubos capilares 1 e 2, são mostradas nas Figs. 4.7 a 4.10.

Figura 4.7 Distribuições de pressão ao longo do tubo Capilar 1 - 905 kPa.



Figura 4.8 Distribuições de pressão ao longo do tubo Capilar 1 - 1111 kPa.



Figura 4.9 Distribuições de pressão ao longo do tubo Capilar 2 - 1110 kPa.



Figura 4.10 Distribuições de pressão ao longo do tubo Capilar 2 - 1404 kPa.

Os resultados apresentados nas Figs. 4.7 a 4.10 foram obtidos, mantendo-se fixos o diâmetro conhecido (vide Tab. 4.1), a vazão mássica medida e as condições de operação em cada caso.

Dessa maneira, conforme foi comentado no Item 3.7, a solução do sistema de equações diferenciais é obtida uma só vez e o comprimento do tubo é determinado. Em cada figura, é apresentada, ainda, a diferença percentual entre os valores dos comprimentos de tubo calculado e medido.

Conforme se observa nessas figuras as distribuições de pressão calculadas pelo presente modelo apresentam uma boa concordância com os resultados experimentais, sendo que a diferença máxima observada entre os comprimentos calculados e medidos foi de 11,9%. Entretanto, os resultados apresentados são dependentes das correlações e dos parâmetros listados anteriormente. O modelo será, então, investigado em maiores detalhes com o intuito de verificar o impacto das diferentes correlações e parâmetros adotados.

### 4.3.1 Influência do Fator de Atrito na Região de Escoamento Monofásico

A Fig. 4.11 mostra o efeito da variação do fator de atrito na região de líquido sobre o desempenho do modelo. Verifica-se uma variação considerável do perfil de pressão e também do comprimento estimado, quando os valores fornecidos pela equação de Churchill (1977) são alterados em  $\pm 5$  %.



Figura 4.11 Influência da variação do fator de atrito na região de líquido - Capilar 2 - 1110 kPa

Quando essa equação é empregada em sua forma original o programa superestima o comprimento em 1,3 %. Essa diferença passa a ser de + 6 % e - 3 % quando, respectivamente, variações de - 5% e + 5% são provocadas no fator de atrito. Isso mostra, como esperado, que a equação de Churchill é a que melhor se adapta ao problema proposto (vide Fig. 2.6). O uso de qualquer outra correlação disponível na literatura, representado aqui pela variação de  $\pm$  5 %, afasta o modelo dos resultados experimentais.

# 4.3.2 Influência do Modelo de Cálculo da Força de Atrito Entre a Parede do Tubo e Cada Fase

Uma grande dificuldade no estudo dos escoamentos bifásicos é a modelagem da força de atrito entre a parede do tubo e cada uma das fases. Se o escoamento é tratado como homogêneo, uma correlação empírica para o fator de atrito médio na região bifásica, similar àquela obtida por Erth (1970) (Eq. 2.15), pode ser usada. Tal correlação quantifica o atrito "global" entre a mistura líquido-vapor e a parede do tubo. Entretanto, se o modelo de dois fluidos é usado, torna-se necessária a obtenção de correlações para cada uma das fases, que expressem separadamente os efeitos do atrito.

O modelo do multiplicador bifásico, apresentado no Item 3.5.2(i), para avaliar a força  $F_{WL}$ , desconsidera os efeitos do atrito entre a fase de vapor e a parede do tubo, isto é, assume-se que  $F_{WV} = 0$ . Uma alternativa é a utilização do modelo de Solbrig et al. (1978) (Eqs. 3.57 a 3.59) apresentado no Item 3.5.2(ii), que utiliza equações separadas para cada fase, considerando a hipótese de que a área de contato entre a parede do tubo e cada fase seja proporcional à fração volumétrica.

Entretanto quando as Eqs. 3.57 a 3.59 foram implementadas no modelo, obtiveram-se perfis de pressão similares àquele mostrado na Fig. 4.12. Observa-se uma descontinuidade na derivada do perfil de pressão na seção de transição do regime agitante para o anular, acompanhado de uma queda acentuada da pressão na região anular. Essa variação, fisicamente irreal, demonstra que a Eq. 3.59 superestima a força de atrito entre a parede do tubo e a fase líquida.

Buscou-se, então, uma forma alternativa para a modelagem dessa força na região de escoamento anular, considerando-se a correlação de Erth, na forma dada pela Eq. 3.60. Com essa modificação o perfil de pressão obtido para o mesmo caso da Fig. 4.12 é representado pela linha contínua mostrada na Fig. 4.13, caso (a). Observa-se que o escoamento fica melhor representado

através do emprego da Eq. 3.60 e que a diferença entre os comprimentos real e calculado passa de - 3,5 % (Fig. 4.12) para + 2,7 % (Fig. 4.13).



**Figura 4.12** Distribuição de pressão usando o modelo de Solbrig et al. (1978) para o cálculo do atrito entre a parede e cada fase - Capilar 2 - 903 kPa

Nas Figs. 4.13 e 4.14 são também apresentadas comparações entre os perfis de pressão obtidos com o modelo de Solbrig et al., em conjunto com a Eq. 3.60, caso (a), e com o modelo do multiplicador bifásico  $\phi_L^2$ , caso (b). Conforme se observa, o caso (a) representa melhor o escoamento, tanto em termos de perfil de pressão quanto de comprimento de tubo, razão pela qual é adotado no presente modelo.

A força de atrito entre a parede do tubo e cada fase, assim como o fator de atrito na região líquida (vide Fig. 4.11), possuem uma influência considerável sobre o desempenho do modelo. Para o mesmo caso apresentado na Fig. 4.14, mostram-se na Fig. 4.15 os resultados obtidos quando variações de  $\pm$  5 % são impostas à força  $F_{Wk}$ . Nota-se a diferença entre os perfis de pressão calculados e, também, a diferença entre os comprimentos calculado e real , que aumenta de - 1 % , quando se usam os valores originais de  $F_{Wk}$ , para + 1,5% e - 3,2 %, quando o valor de  $F_{Wk}$  é alterado, respectivamente, em - 5 % e + 5%.



Figura 4.13 Efeito do modelo de cálculo do atrito entre a parede e cada fase: (a) modelo de Solbrig et al. (1978) + Eq. 3.60 no regime anular; (b) modelo do multiplicador bifásico - Capilar 2 - 903 kPa.



Figura 4.14 Efeito do modelo de cálculo do atrito entre a parede e cada fase: (a) modelo de Solbrig et al. (1978) + Eq. 3.60 no regime anular; (b) modelo do multiplicador bifásico - Capilar 1 - 905 kPa.



Figura 4.15 Influência da variação da força de atrito entre a parede do tubo e cada fase -Capilar 1 - 905 kPa.

#### 4.3.3 Influência do Modelo de Cálculo da Força Interfacial

A força interfacial foi modelada considerando os termos de massa virtual e de atrito, conforme abordado no Item 3.5.4. Para a força de massa virtual foram realizados vários testes com a equação proposta por Wallis (1969), Eq. 3.72, assumindo  $C_{mv} = 0,5$ , e com a equação proposta por Ishii e Mishima (1980), Eq. 3.75, com o coeficiente de massa virtual calculado pela Eq. 3.74.

Na Fig. 4.16 são mostrados os perfis de pressão que resultam quando se usam as duas equações para a força de massa virtual, juntamente com a distribuição de pressão medida ao longo do tubo capilar 2. A formulação de Wallis (1969), caso (b), fornece um gradiente de pressão menor, o que origina um comprimento de tubo maior (L = 3,169 m). Entretanto, as diferenças entre os comprimentos de tubo calculados pelas duas equações, na maioria dos testes, não foram significativas, quando o mesmo valor do coeficiente de massa virtual foi usado nas duas equações.

Optou-se em manter no modelo a equação de Ishii e Mishima (1980), com o coeficiente de massa virtual calculado pela Eq. 3.74, considerando que nos testes realizados a concordância obtida com os resultados experimentais foi superior àquela obtida com a equação de Wallis (1969) e  $C_{mv} = 0.5$ .



Figura 4.16 Efeito do termo de massa virtual: (a) Ishii e Mishima (1980) com o coeficiente  $C_{mv}$  calculado pela Eq. 3.74; (b) Wallis (1969) com  $C_{mv} = 0.5$  - Capilar 2 - 903 kPa.

Para verificar a sensibilidade do modelo ao coeficiente de atrito entre as fases, os valores calculados pelas Eqs. 3.88 e 3.89 foram alterados em  $\pm$  50 %, estando os resultados mostrados na Fig. 4.17. Conforme se observa, quando os valores originais de C<sub>fi</sub> são usados, o programa superestima o comprimento do tubo em 2,8 % e quando esses valores são alterados em + 50 % e -50 %, o programa superestima o comprimento, respectivamente, em 2,2 % e em 3,8 %. Isso mostra a pouca sensibilidade do modelo ao parâmetro C<sub>fi</sub>, razão pela qual foram mantidas as Eqs. 3.88 e 3.89.

Uma análise de sensibilidade do modelo foi também realizada, para verificar a influência dos parâmetros:  $\eta$ ,  $d_0$ ,  $N_0$  e do coeficiente de transferência de calor interfacial ( $\hat{h}_i$ ). Os resultados dessa análise são apresentados e discutidos no Apêndice C, onde se verifica que a influência desses parâmetros sobre o desempenho do modelo é pequena. Optou-se em levar tal análise para o apêndice, com o objetivo de agilizar a leitura do presente capítulo.



**Figura 4.17** Influência da variação do coeficiente de atrito interfacial ( $C_{fi}$ ).

## 4.4 Comparação com os Resultados Experimentais

Neste item são apresentadas as comparações entre os resultados experimentais (Melo et al., 1995) e os resultados calculados usando-se o presente modelo. Nas Figuras 4.18 e 4.19 são mostradas, respectivamente, para os capilares 1 e 2, as comparações entre as vazões mássicas medidas e calculadas, tanto pelo presente modelo quanto pelo modelo homogêneo. A vazão mássica é calculada por um procedimento iterativo descrito no Item 3.7, usando-se a Eq. 3.121.

Conforme se observa na Fig. 4.18, as vazões mássicas calculadas pelo presente modelo encontram-se na faixa de 0 a - 6 % em relação aos valores experimentais, enquanto que para o modelo homogêneo tal diferença é ampliada para -17 %. Para o capilar 2, o presente modelo fornece resultados na faixa de  $\pm 4$  %, enquanto os resultados fornecidos pelo modelo homogêneo estão na faixa de 0 a - 7 % (vide Fig. 4.19).



Figura 4.18 Comparações entre as vazões mássicas medidas (Melo et al., 1995) e calculadas para o capilar 1.



Figura 4.19 Comparações entre as vazões mássicas medidas (Melo et al., 1995) e calculadas para o capilar 2.

As Figuras 4.20 a 4.23 mostram as comparações entre as distribuições de pressão medidas e calculadas ao longo dos tubos capilares 1 e 2.

Tais comparações são realizadas de duas maneiras:

- (a) mantendo fixa a vazão mássica e as condições de operação. Com isso, o comprimento do tubo é calculado, obtendo-se os perfis tracejados mostrados nas Figs. 4.20 a 4.23. Para esse caso são também mostradas, nessas figuras, as distribuições de pressão calculadas pelo modelo homogêneo. Quando o comprimento do tubo é calculado dessa maneira, o erro absoluto médio\* entre todos os testes realizados, foi de 4,5 % e 13 %, respectivamente, para o presente modelo e para o modelo homogêneo.
- (b) mantendo fixos o comprimento do tubo capilar e as condições de operação. Nesse caso a vazão mássica é calculada iterativamente, obtendo-se os perfis de pressão representados pelas linhas contínuas mostradas nas Figs. 4.20 a 4.23. Nota-se que os perfis de pressão medidos e calculados são praticamente coincidentes, em detrimento da discordância da vazão mássica. Considerando todos os testes realizados, o erro absoluto médio foi, neste caso, de 2,4 % e 7,6 %, respectivamente, para o presente modelo e para o modelo homogêneo.



**Figura 4.20** Distribuições de pressão ao longo do tubo capilar 1:  $p_{ent} = 905 \text{ kPa}; \Delta T_{sub} = 5,5 \text{ °C}.$ 

<sup>\*</sup>O erro absoluto médio é calculado como a média, entre todos os testes realizados, do valor absoluto da diferença entre o valor real do parâmetro (comprimento do tubo capilar ou vazão mássica) e o valor calculado desse parâmetro, em relação ao valor real.



**Figura 4.21** Distribuições de pressão ao longo do tubo capilar 1:  $p_{ent}=1111$  kPa;  $\Delta T_{sub} = 5,5$  °C.



**Figura 4.22** Distribuições de pressão ao longo do tubo capilar 2:  $p_{ent}$ =1110 kPa;  $\Delta T_{sub}$  = 5,2 °C.



**Figura 4.23** Distribuições de pressão ao longo do tubo capilar 2:  $p_{ent}=1404$  kPa;  $\Delta T_{sub}=3,7$  °C.

#### 4.5 Resultados Computacionais

Realizada a validação, o modelo pode então ser usado na obtenção de diferentes informações sobre o escoamento ao longo de tubos capilares. Uma das aplicações é, por exemplo, a análise comparativa do desempenho de tubos capilares, quando diferentes fluidos refrigerantes são empregados. Esse é um campo de atuação importante na área de refrigeração, uma vez que grandes esforços têm sido realizados para a substituição dos CFCs, por fluidos refrigerantes menos agressivos à camada de ozônio da atmosfera.

Outra forma de utilização do modelo, de grande interesse tecnológico, é a investigação dos efeitos de perda de carga na entrada do tubo, do grau de sub-resfriamento, das pressões de sucção e descarga, do comprimento, do diâmetro interno e da rugosidade sobre o desempenho dos tubos capilares.

Neste item serão apresentados alguns resultados computacionais, procurando destacar as potencialidades do modelo de dois fluidos. Uma dessas potencialidades é o cálculo de parâmetros tais como as velocidades e temperaturas de cada uma das fases, que não podem ser avaliados através de um modelo homogêneo.

Nas Figuras 4.24 e 4.25 são mostradas as distribuições de: (a) fração de vazio, (b) título, (c) velocidades de cada fase e (d) temperaturas de cada fase, obtidas com o presente modelo. São também apresentadas as distribuições de: (a) fração de vazio, (b) título, (c) velocidade e (d) temperatura do fluido refrigerante, obtidas pelo modelo homogêneo.



**Figura 4.24** Distribuições de: (a) fração de vazio, (b) título, (c) velocidades de cada fase e (d) temperaturas de cada fase - Capilar 1 -  $p_{ent} = 905$  kPa;  $\Delta T_{sub} = 5,5$  °C.



**Figura 4.25** Distribuições de: (a) fração de vazio, (b) título, (c) velocidades de cada fase e (d) temperaturas de cada fase - Capilar 2 -  $p_{ent} = 1404 \text{ kPa}; \Delta T_{sub} = 3,7 \text{ °C}.$ 

Os resultados mostrados na Fig. 4.24 referem-se ao tubo capilar 1 e à distribuição de pressão apresentada na Fig. 4.20. Da mesma forma, os resultados mostrados na Fig. 4.25 referem-se ao tubo capilar 2 e à distribuição de pressão apresentada na Fig. 4.23.

Observa-se nas Figs. 4.24 e 4.25, (a) e (b), que a fração de vazio aumenta rapidamente ao longo do tubo capilar e que esse aumento é bem maior do que o apresentado pelo título. Próximo à saída do tubo a fração de vazio aproxima-se de 0,98. Observa-se também que a variação do título não é linear e que o seu aumento é cada vez maior à medida em que o escoamento aproxima-se do final do tubo. Esse fato está de acordo com a interpretação física do escoamento, uma vez que na região bifásica os efeitos de aceleração e de atrito aumentam o gradiente de pressão em direção à saída do tubo, propiciando uma vaporização cada vez maior.

As Figuras 4.24(c) e 4.25(c) mostram as pequenas diferenças existentes entre as velocidades das fases líquida e de vapor ao longo do capilar. A diferença máxima entre essas velocidades na saída do tubo foi de 2,4 %, sendo que na maioria dos testes realizados, essa diferença foi da ordem de 1 %. Detalhes das Figs. 4.24(c) e 4.25(c) são mostrados, respectivamente, nas Figs. 4.26 e 4.27, onde se observam que as maiores razões de deslizamento entre as fases  $(S = V_V / V_L)$  ocorrem no ponto de transição entre os regimes agitante e anular, ou seja  $\alpha = 0.8$ . Esse ponto corresponde à posição ao longo do tubo L  $\cong$  2,7 m na Fig. 4.26 e L  $\cong$  2,5 m na Fig. 4.27.



**Figura 4.26** Distribuições de velocidades de cada fase - detalhe da Fig. 4.24(c) - Capilar 1  $p_{ent} = 905 \text{ kPa}; \Delta T_{sub} = 5,5 \text{ °C}.$ 



**Figura 4.27** Distribuições de velocidades de cada fase - detalhe da Fig. 4.25(c) - Capilar 2  $p_{ent} = 1404 \text{ kPa}; \Delta T_{sub} = 3,7 \text{ °C}.$ 

A diferença entre as temperaturas de cada fase ao longo dos tubos capilares também é pequena, conforme se verifica nas Figs. 4.24(d) e 4.25(d). Apenas na região próxima da saída dos tubos observam-se diferenças da ordem de 7,5 °C. Esse fato mostra que o escoamento de fluidos refrigerantes ao longo de tubos capilares usados em sistemas de refrigeração pode ser considerado homogêneo, o que confirma a conclusão de Li et al. (1990).

Entretanto, conforme mostrado nas Figs. 4.18 a 4.23, a concordância entre os dados experimentais e os resultados obtidos com o modelo homogêneo foi menor do que aquela obtida com o presente modelo. Esse fato pode estar relacionado à forma aproximada como é calculado o fator de atrito na região bifásica no modelo homogêneo. A correlação de Erth (Eq. 2.19), usada para o cálculo desse fator (vide Item 2.5.2), fornece valores médios ao longo da região bifásica, mas é usada na Eq. 2.18 para calcular o fator de atrito localmente, ou seja, em cada incremento ao longo da região bifásica. Tal procedimento foi adotado devido à inexistência na literatura de equações para o cálculo do fator de atrito local, na região bifásica do escoamento em tubos capilares e pode estar superestimando o efeito do atrito nessa região.

A melhor concordância do modelo de dois fluidos com os dados experimentais, em relação ao modelo homogêneo, é creditada à representação mais realista do escoamento bifásico no interior de tubos capilares, o que permite a inclusão de equações constitutivas adequadas, notadamente no tratamento dado aos termos que consideram o atrito entre cada fase e as paredes do tubo.

Nas Figs. 4.24 e 4.25, observa-se ainda que através do modelo homogêneo são previstos: maiores valores de frações de vazio, títulos e velocidades e menores temperaturas da mistura líquido-vapor em relação aos respectivos valores calculados pelo presente modelo. Assim, em função da maior aceleração do fluido refrigerante, em conjunto com os efeitos viscosos, o modelo homogêneo prevê reduções de pressão maiores e comprimentos de tubos menores (vide/ Figs. 4.20 a 4.23).

A Fig. 4.28 mostra a vazão mássica, sob condições de escoamento crítico, em função do comprimento e do diâmetro interno do tubo capilar. As vazões mássicas calculadas, também sob condições de escoamento crítico, são mostradas na Fig. 4.29 em função do grau de sub-resfriamento, da pressão de condensação e da razão entre o comprimento e o diâmetro interno do tubo capilar.



**Figura 4.28** Vazão mássica crítica em função do comprimento e do diâmetro interno do tubo capilar.

Os resultados mostrados na Fig. 4.28 foram obtidos usando-se condições de operação típicas de refrigeradores domésticos, ou seja: temperatura de condensação  $T_{cond} = 54,4$  °C, temperatura de evaporação  $T_{evap} = -23,3$  °C e grau de sub-resfriamento  $\Delta T_{sub} = 5,5$  °C. Como esperado, para

o mesmo comprimento, a vazão mássica crítica aumenta com o aumento do diâmetro do tubo. Da mesma forma, para uma dada vazão mássica o comprimento de tubo requerido aumenta com o aumento do diâmetro.



Figura 4.29 Vazão mássica crítica em função do grau de sub-resfriamento, da pressão de condensação e do diâmetro do tubo capilar.

Na Fig. 4.29, os resultados apresentados, novamente como esperado, mostram que maiores pressões de condensação, maiores graus de sub-resfriamento e maiores diâmetros do tubo, produzem maiores vazões mássicas críticas.

## 5 CONCLUSÕES

No presente trabalho é apresentado um modelo numérico para a simulação do escoamento no interior de tubos capilares usados como dispositivos de expansão em sistemas de refrigeração. Nesse modelo, o tubo capilar é considerado reto, horizontal, com escoamento unidimensional, em regime permanente e sem regiões de metaestabilidade.

Para a modelagem, o escoamento é dividido em duas regiões: uma líquida e outra bifásica. Na primeira delas, assume-se que o escoamento seja incompressível e resolve-se um sistema de duas equações diferenciais (conservação da quantidade de movimento e conservação de energia), obtendo-se a pressão e a temperatura do refrigerante. Nessa região, o fator de atrito é calculado usando-se a correlação de Churchill (1977), considerada por Melo et al. (1995) como a mais apropriada dentre aquelas disponíveis na literatura. Como o fenômeno de metaestabilidade é desconsiderado, assume-se que o início da vaporização do fluido refrigerante ocorra na pressão de saturação relativa à sua temperatura na saída da região líquida.

Na região bifásica utiliza-se o modelo de dois fluidos, no qual soluciona-se um sistema de cinco equações diferenciais, o que permite considerar o não-equilíbrio hidrodinâmico e térmico entre as fases e também os fenômenos interfaciais. O modelo de dois fluidos constitui-se até o presente, na abordagem mais avançada disponível na literatura para analisar o escoamento em questão.

Para complementar o modelo, são apresentadas as equações constitutivas para: (i) a força de atrito entre cada fase e a parede do tubo; (ii) a área interfacial; (iii) a força interfacial; (iv) a transferência de calor interfacial. Consideram-se os regimes de escoamento em bolhas, agitante e anular ao longo da região bifásica, sendo assumidos os valores de fração de vazio de 0,3 e 0,8 para definir, respectivamente, as transições entre os regimes bolhas-agitante e agitante-anular. A densidade inicial de núcleos de vapor e o diâmetro inicial de bolhas, são também assumidos, respectivamente, iguais a  $10^{11}$  núcleos/m<sup>3</sup> e 2,5x10<sup>-5</sup> m. Tais parâmetros são usados somente no regime em bolhas, sendo que a densidade de núcleos de vapor (N) é mantida constante e o diâmetro de bolhas é calculado em função da fração de vazio e de N.
Em função da compressibilidade do escoamento na região bifásica, condições de escoamento crítico ou bloqueado são comumente encontradas em tubos capilares. No presente modelo, o critério numérico adotado para a determinação da seção de bloqueio, considera que essa seção corresponda à posição onde o sinal do gradiente de pressões (dp/dz) se inverte.

A solução do sistema de equações diferenciais é obtida por integração numérica usando o método de Runge-Kutta de quarta ordem. Tal solução é obtida ao longo do tubo até que a condição de bloqueio seja alcançada. O programa computacional calcula: o comprimento do tubo, conhecidos o fluxo de massa e as condições de operação, ou o fluxo de massa a partir das dimensões do tubo a das condições de operação. Nesse último caso o procedimento numérico é iterativo sendo que o fluxo de massa é ajustado para que a seção de bloqueio do escoamento coincida com o final do tubo.

Os resultados computacionais são comparados com os dados experimentais disponíveis no Laboratório de Engenharia e Ciências Térmicas, do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina. Tais comparações são realizadas em termos de vazões mássicas e distribuições de pressão, obtidas para dois tubos capilares operando com o refrigerante HFC-134a, em diferentes condições de operação.

O desenvolvimento deste trabalho levou às seguintes conclusões:

- As comparações entre os resultados numéricos e os dados experimentais apresentaram uma concordância bastante boa, tanto em termos de vazão mássica como de perfis de pressão. Considerando todos os testes realizados, o erro absoluto médio obtido entre as vazões mássicas críticas calculadas e medidas foi de 2,4 % e entre os valores dos comprimentos do tubo capilar calculados e medidos foi de 4,5 %.
- Os resultados obtidos apresentaram uma concordância melhor com os resultados experimentais, do que aqueles obtidos com o modelo homogêneo. Entretanto, salienta-se que a sofisticação do modelo de dois fluidos implica na utilização de um número maior de equações constitutivas em relação ao modelo homogêneo. Tais relações são fortemente dependentes do regime de escoamento e são razoavelmente conhecidas apenas para os regimes em bolhas e anular. Outra dificuldade com relação à implementação do modelo de dois fluidos, é a incerteza associada aos padrões de escoamento bifásico presentes no interior dos tubos capilares. Os regimes em bolhas, agitante e anular, foram assumidos no presente modelo de acordo com informações obtidas na literatura, baseadas em trabalhos de visualização do escoamento em tubos capilares de vidro. Alguns autores, entretanto, questionam este procedimento de visualização devido à baixa rugosidade dos tubos capilares de vidro.

- O critério numérico adotado para a determinação da seção de bloqueio possui um forte significado fisico, é de simples implementação e mostrou-se adequado para o cálculo do fluxo de massa crítico no escoamento em tubos capilares.
- Os resultados numéricos mostraram que o não-equilíbrio hidrodinâmico e o não-equilíbrio térmico entre as fases são reduzidos na região bifásica de tubos capilares. Esse fato pode estar ligado aos grandes comprimentos e pequenos diâmetros utilizados nas aplicações práticas, da ordem de L/D ≅ 4000, permitindo que o equilíbrio entre as fases seja alcançado. Observou-se, então que o escoamento no interior de tubos capilares é muito próximo de um escoamento homogêneo e atribui-se a melhor concordância entre os resultados do modelo de dois fluidos com os resultados experimentais, em relação ao modelo homogêneo, à melhor representação do escoamento bifásico, o que permite a inclusão de equações constitutivas adequadas.
- Os parâmetros: coeficiente η, diâmetro inicial de bolhas, coeficiente de atrito interfacial e coeficiente de transferência de calor interfacial necessitam de comprovação experimental. Entretanto, tais parâmetros exercem uma pequena influência sobre o desempenho do modelo, conforme a análise de sensibilidade apresentada no Apêndice C e no Item 4.3.3. No Item C.3, mostra-se que a densidade inicial de núcleos de vapor (N<sub>0</sub>) tem um efeito maior sobre o modelo do que os parâmetros anteriormente citados. Essa influência é verificada, principalmente, quando se reduz o valor de N<sub>0</sub> (vide Fig. C.4 e Tab. C.2). Se o valor de N<sub>0</sub> é reduzido, a taxa de geração de vapor diminui e o bloqueio do escoamento ocorre a uma distância maior ao longo do tubo, correspondendo a vazões mássicas maiores para um dado comprimento de tubo.
- Dentre as grandezas que mais afetam o modelo estão o fator de atrito na região líquida e a força de atrito entre cada fase e a parede do tubo. Na Fig. 4.11 mostra-se que, a diferença entre os comprimentos real e calculado é de 1,3 %, quando o fator de atrito na região líquida é calculado originalmente pela correlação de Churchill. Tal diferença passa a ser, de 3 % e + 6 %, caso sejam provocadas, respectivamente, variações de + 5 % e 5 % no fator de atrito. Observa-se também na Fig. 4.11, o aumento do afastamento entre os perfis de pressão medido e calculado. Da mesma forma, a influência da força de atrito entre cada fase e a parede do tubo ( $F_{Wk}$ ) sobre o desempenho do modelo, é mostrada na Fig 4.15. Quando as equações que calculam  $F_{Wk}$  são empregadas em suas formas originais, o modelo subestima o comprimento do tubo em 1,1 %. Essa diferença passa a ser de + 1,5 % e 3,4 %, respectivamente, quando variações de 5 % e + 5 % são impostas aos valores de  $F_{Wk}$ .
- No Apêndice B apresentam-se dois modelos bifásicos, considerando o equilíbrio térmico entre as fases. O primeiro deles utiliza as equações de conservação da massa da mistura, da quantidade de movimento de cada fase e da energia da mistura. Nesse caso, os resultados são bastante próximos daqueles obtidos com o presente modelo, o que era esperado, uma vez que

os resultados apresentados no Item 4.5 comprovam a hipótese de equilíbrio térmico entre as fases. O segundo modelo utiliza as equações de conservação da massa da mistura, da quantidade de movimento da mistura, da quantidade de movimento do vapor e da energia da mistura. Na equação da quantidade de movimento da mistura é usada a correlação de Erth para o cálculo do fator de atrito bifásico, que também é empregada no modelo homogêneo. Nesse caso os perfis de pressão calculados apresentam inclinações mais acentuadas, em relação àquelas obtidas no presente modelo e, dessa forma, os resultados estão mais próximos daqueles obtidos com o modelo homogêneo. Tal fato mostra a grande influência do termo de atrito no desempenho dos modelos apresentados.

Considerando as conclusões anteriores, observa-se que muitas áreas ainda devem ser pesquisadas para melhorar o entendimento do fenômeno e a modelagem do escoamento ao longo de tubos capilares. Dentre essas, salientam-se:

- a investigação experimental da densidade inicial de núcleos de vapor e do diâmetro inicial de bolhas, em função da inexistência na literatura de dados para esses parâmetros no escoamento em tubos capilares;
- a modelagem do escoamento bifásico através do modelo de dois fluidos depende do conhecimento da configuração ou dos regimes do escoamento líquido-vapor ao longo do tubo. Conforme já mencionado, grandes incertezas estão associadas não só ao conhecimento desses regimes de escoamento em tubos capilares, mas também ao ponto de transição entre eles. Com isso, trabalhos de visualização do escoamento são de fundamental importância. Salienta-se que, os tubos usados nos trabalhos de visualização devem possuir rugosidade da parede interna próxima daquela dos tubos capilares de cobre. Essa rugosidade pode ser obtida por um procedimento artificial, conforme sugestão de Boabaid Neto (1994);
- os fenômenos interfaciais precisam ser amplamente estudados e as correlações para a área interfacial e a força interfacial no regime agitante, não se encontram disponívies na literatura;
- é importante que o fenômeno de metaestabilidade seja incluído na modelagem do escoamento, uma vez que tem sido detectado nos experimentos de vários pesquisadores, dentre eles: Mikol (1963), Chen et al. (1990) e Melo et al. (1995). A avaliação da região de metaestabilidade poderá ter uma influência significativa nos resultados do modelo, pois define o ponto de início de vaporização do líquido refrigerante.
- inclusão da transferência de calor entre o tubo capilar e o meio ambiente, ou seja, a análise de tubos capilares não-adiabáticos;

Sugere-se ainda que ao modelo apresentado sejam incluídas as equações para o cálculo das propriedades termodinâmicas e termofisicas de outros fluidos refrigerantes, com os objetivos de analisar e comparar o desempenho de tubos capilares quando tais refrigerantes são usados.

# APÊNDICE A PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS E TERMOFÍSICAS DO FLUIDO REFRIGERANTE HFC-134A

As equações para o cálculo das propriedades termodinâmicas e termofísicas do fluido refrigerante HFC-134a, usadas neste trabalho, foram obtidas por ajustes dos dados fornecidos por Gallagher et al. (1993). Tais equações são válidas na faixa de temperaturas entre - 30 a 60 °C. A partir do programa computacional desenvolvido por Gallagher et al. (1993) é possível obter as propriedades de 38 diferentes refrigerantes puros e também de misturas de até cinco desses refrigerantes (exceto para misturas contendo amônia). As equações obtidas para o cálculo das referidas propriedades são apresentadas a seguir:

1) Temperatura de saturação

$$T_{sat} = A + Bp + Cp \ln p + D(\ln p)^{2} + E / \ln p$$
(A.1)

onde T<sub>sat</sub> [°C], p [kPa], A=-62,184766, B=0,034746624, C=-0,0032819246, D=1,9930792, E=-38,686299.

2) Pressão de saturação:

$$p_{sat} = \frac{(A + BT + CT^{2})^{2}}{(1 + DT + ET^{2})^{2}}$$
(A.2)

onde p<sub>sat</sub> [kPa], T [°C], A=17,109194, B=0,32710542, C=0,0017787993, D=0,0009926345, E=-2,0981921x10<sup>-6</sup>.

3) Volume específico do líquido saturado:

$$\mathbf{v}_{\mathrm{L}} = \frac{\mathbf{A} + \mathbf{BT}}{1 + \mathbf{CT} + \mathbf{DT}^2} \tag{A.3}$$

onde  $v_L$  [m<sup>3</sup>/kg], T [°C], A=0,00077299456, B=-5,0616529x10<sup>-6</sup>, C=-0,0090716121 e D=1,0607725x10<sup>-5</sup>.

4) Volume específico do vapor saturado:

$$v_{v} = \exp\left[A + BT + CT^{2} + DT^{3}\right]$$
(A.4)

onde v<sub>v</sub> [m<sup>3</sup>/kg], T [°C], A=-2,6690022, B=-0,034924663, C=0,00012613687 e D=-7,4389523x10<sup>-7</sup>.

5) Entalpia do líquido saturado:

$$h_{L} = \frac{A + BT + CT^{2}}{1 + DT + ET^{2}}$$
(A.5)

onde  $h_L$  [kJ/kg], T [°C], A=51,433096, B=0,99127, C=-0,0073697803, D=-0,0067298774 e E=3,099628x10<sup>-6</sup>.

6) Entalpia do vapor saturado:

$$h_{V} = \exp\left(\frac{A + BT + CT^{2}}{1 + DT + ET^{2}}\right)$$
(A.6)

onde  $h_v$  [kJ/kg], T [°C]: A=5,5218936, B=-0,031321793, C=-7,9528787x10<sup>-5</sup>, D=-0,0060940039 e E=-1,0576557x10<sup>-5</sup>

7) Entropia do líquido saturado:

$$s_{L} = \frac{A + BT + CT^{2}}{1 + DT + ET^{2}}$$
 (A.7)

onde  $s_L$  [kJ/kg.K], T [°C], A=0,20267513, B=0,0044794125, C=-1,4677021x10<sup>-5</sup>, D=-0,0018968463 e E=-7,5390674x10<sup>-6</sup>.

8) Entropia do vapor saturado:

$$s_{y} = A + BT + CT^{2} + DT^{3} + ET^{4}$$
 (A.8)

onde s<sub>v</sub> [kJ/kg.K], T [°C], A=0,93001791, B=-0,00055601367, C=6,7150011x10<sup>-6</sup>, D=-6,903863x10<sup>-8</sup> e E=2,5000131x10<sup>-11</sup>

9) Viscosidade absoluta do líquido saturado:

$$\mu_{\rm L} = \frac{(A + BT + CT^2)^2}{(1 + DT + ET^2)^2}$$
(A9)

onde  $\mu_L$  [10<sup>-7</sup>Pa.s], T [°C]:, A=53,454634, B=-0,29593718, C=-0,00066921524, D=6,5528946x10<sup>-4</sup> e E=-3,9937523x10<sup>-5</sup>.

10) Viscosidade absoluta do vapor saturado:

$$\mu_{\rm V} = (A + BT + CT^2 + DT^3)^{-1} \tag{A.10}$$

onde  $\mu_V$  [10<sup>-7</sup>Pa.s], T [°C], A=0,0091380517, B=-3,8466666x10<sup>-5</sup>, C=7,5167897x10<sup>-8</sup> e D=-1,3760234x10<sup>-9</sup>.

11) Calor específico a pressão constante do líquido saturado:

$$c_{pL} = A + BT + CT^2 \tag{A.11}$$

onde c<sub>pL</sub> [kJ/kg.K], T [°C], A=1,3316685, B=0,0031215428 e C=2,9241486x10<sup>-5</sup>.

12) Calor específico a pressão constante do vapor saturado

$$c_{pV} = A + Bp + Cp\sqrt{p} + Dp^2 + E/p \qquad (A.12)$$

onde  $c_{pV}$  [kJ/kg.K], p [kPa]; A=0,74474517, B=0,00082337544, C=-2,4464993x10<sup>-5</sup>, D=3,2262113x10<sup>-7</sup> e E=-2,2386629.

13) Calor específico a volume constante do líquido saturado:

$$\mathbf{c}_{\mathbf{v}\mathbf{L}} = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{T} + \mathbf{C}\mathbf{T}^2 \tag{A.13}$$

onde  $c_{vL}$  [kJ/kg.K], T [°C], A=0,87628622, B=0,0014073117 e C=2,5118679x10<sup>-6</sup>.

14) Condutividade térmica do líquido saturado:

$$\hat{k}_{t} = A + Bp + Cp^{3} + D(\ln p)^{2}$$
 (A.14)

onde  $\hat{k}_{L}$  [W/m.K], p [kPa], A=0,13225472, B=-2,96691x10<sup>-6</sup>, C=1,4749501x10<sup>-13</sup> e D=-0,00116353.

15) Condutividade térmica do vapor saturado:

$$\hat{k}_{v} = A + Bp + Cp^{3} + D\ln p \tag{A.15}$$

onde  $\hat{k}_{v}$  [W/m.K], p [kPa], A=-0,00010225729, B=1,5324083x10<sup>-6</sup>, C=4,807518x10<sup>-14</sup> e D=0,0020271245.

16) Tensão superficial:

$$\sigma = 60,16 \times 10^{-3} \left( \frac{\text{Tc} - \text{T}}{\text{Tc}} \right)^{1,26}$$
(A.16)

onde  $\sigma$  [N/m], T [K], Tc = 374,21 K é a temperatura do ponto crítico para o refrigerante HFC-134a.

A Tabela A1 apresenta alguns valores típicos das propriedades termodinâmicas e termofísicas do fluido refrigerante HFC-134a.

Além das Eqs. Al a Al6, o modelo necessita de equações para o cálculo das derivadas  $d\rho_L/dp$ ,  $d\rho_V/dp$  e  $dh_V/dp$  (vide Eqs. 3.111 a 3.115) e  $dh_L/dp$  (vide Eq. B.4). Para isso, obtém-se inicialmente as equações das propriedades  $\rho_L(p)$ ,  $\rho_V(p)$ ,  $h_L(p)$  e  $h_V(p)$ , através de ajustes dos dados fornecidos por Gallagher et al. (1993). Em seguida, as derivadas são obtidas analiticamente e são dadas por,

1) Derivada da massa específica do líquido saturado em relação à pressão:

$$\frac{d\rho_L}{dp} = 2Ap + \frac{B}{2\sqrt{p}} + \frac{C}{p}$$
(A.17)

onde p [kPa], A=-9,0058081x10<sup>-6</sup>, B=-6,9001403 e C=-29,527926.

2) Derivada da massa específica do vapor saturado em relação à pressão:

$$\frac{d\rho_V}{dp} = A + 2Bp + Cp(2\ln p + 1)$$
(A.18)

onde p [kPa], A=0,050112333, B=-3,0388113x10<sup>-5</sup> e C=4,2169665x10<sup>-6</sup>.

3) Derivada da entalpia do líquido saturado em relação à pressão:

$$\frac{dh_L}{dp} = 3Ap^2 + \frac{B}{2\sqrt{p}} + \frac{C}{p}$$
(A.19)

onde p [kPa], A=1,2191156x10<sup>-10</sup>, B=2,5158493 e C=15,309378.

4) Derivada da entalpia do vapor saturado em relação à pressão:

$$\frac{dh_{\rm V}}{dp} = A + 3Bp^2 + \frac{2C\ln p}{p}$$
(A.20)

onde p [kPa], A=-0,0030296503, B=-4,1432221x10<sup>-10</sup> e C=1,4985021.

132

Temp.	Pressão	Vol.	Esp.	En	talpia	Calo	r Esp.	Visco	sidade	Cond. 7	l'érmica
(K)	(kPa)	.(m <sup>3</sup> )	(kg)	(k.	l/kg)	(kJ/J	(g.K)	(N.s	s/m²)	(W)	n.K)
F	d	v <sub>1</sub> .10 <sup>3</sup>	`^ ^	h	hv	c <sub>nt</sub> .	c <sub>nV</sub>	μ106	μ <sub>ν</sub> .106	$\hat{k}_{\rm L}.10^3$	$\hat{k}_{V}.10^{3}$
233,1	46,73	0,7	362,97	-0,180	26,38	1,2667	0,7113	499,5	11,0	0,1131	0,0080
253,1	134,44	0,74	48,97	24,79	239,17	1,3026	0,7499	370,03	11,9	0,1043	0,0097
263,1	201,36	0,76	0,76	37,55	245,56	1,3233	0,7687	322,8	12,4	0,1000	0,0106
273,1	292,04	0,77	70,26	50,57	251,82	1,3463	0,7872	283,4	12,8	0,0957	0,0115
283,1	412,79	0,79	50,18	63,89	257,85	1,3723	0,8055	250,4	13,3	0,0914	0,0124
293,1	569,90	0,82	36,58	77,58	263,55	1,4022	0,8234	222,5	13,8	0,0871	0,0133
303,1	780,88	0,84	26,72	92,41	269,09	1,4372	0,8411	198,7	14,3	0,0829	0,0142
313,1	1018,36	0,87	20,37	106,27	273,59	1,4794	0,8586	178,4	15,0	0,0788	0,0152
323,1	1322,3	16'0	15,46	121,38	277,73	1,5323	0,8758	160,8	15,7	0,0746	0,0162
343,1	2121,08	1,01	90,6	153,41	283,75	1,7028	0,9096	132,3	17,5	0,0665	0,0183
353,1	2628,51	1,07	6,94	170,44	285,45	1,8694	0,9262	120,7	18,5	0,0624	0,0193

**Tabela A1** Propriedades termodinâmicas e termofísicas do fluido refrigerante HFC-134a.

APÊNDICE À

133

## APÊNDICE B MODELOS BIFÁSICOS CONSIDERANDO O EQUILÍBRIO TÉRMICO ENTRE AS FASES

Neste apêndice apresentam-se outros dois modelos de solução das equações de conservação na região bifásica, que foram testados e que precederam o modelo adotado no presente trabalho, apresentado no Item 3.6. Esse último será aqui referenciado como *Modelo A*.

Se o equilíbrio térmico entre as fases é considerado, em conjunto com as hipóteses simplificativas apresentadas no Item 3.1, o número de variáveis a serem calculadas é reduzido para quatro:  $V_L$ ,  $V_V$ , p e  $\alpha$ . Considerando então essa hipótese, dois modelos( B e C) são apresentados a seguir e os resultados são comparados com aqueles obtidos com o modelo A, no qual  $T_L \neq T_V$ .

Apresenta-se ainda o modelo homogêneo (D) obtido quando no modelo de dois fluidos é assumido que:  $V_L = V_V e T_L = T_V$ . Comparam-se os termos de atrito calculados pela equação de Erth (Eq. 2.15) e pelo modelo de Solbrig et al. (1978) em conjunto com a Eq. 2.60.

Nota-se que, em todos os casos, a região de líquido é tratada de forma idêntica àquela apresentada no Item 3.2.1.

### • Modelo B:

Neste caso, o sistema de equações de conservação na região bifásica é dado por,

(i) Conservação da massa da mistura:

$$(1-\alpha)\rho_{L}\frac{dV_{L}}{dz} + \alpha\rho_{V}\frac{dV_{V}}{dz} + \left[(1-\alpha)V_{L}\frac{d\rho_{L}}{dp} + \alpha V_{V}\frac{d\rho_{V}}{dp}\right]\frac{dp}{dz} + (\rho_{V}V_{V} - \rho_{L}V_{L})\frac{d\alpha}{dz} = 0$$
(B.1)

(ii) Conservação da quantidade de movimento para as fases líquida e de vapor:

$$[(1-\alpha)\rho_{L}V_{L} + \alpha\rho_{L}C_{mv}V_{L}]\frac{dV_{L}}{dz} + \alpha[\hat{\eta}_{L}\rho_{V} - \rho_{L}C_{mv}V_{V}]\frac{dV_{V}}{dz} + \left[(1-\alpha) + \hat{\eta}_{L}\alpha V_{V}\frac{d\rho_{V}}{dp}\right]\frac{dp}{dz} + \hat{\eta}_{L}\rho_{V}V_{V}\frac{d\alpha}{dz} = -F_{WL} + F_{D}$$
(B.2)

$$-\alpha \rho_{\rm L} C_{\rm mv} V_{\rm L} \frac{dV_{\rm L}}{dz} + \alpha [\rho_{\rm V} (V_{\rm V} + \hat{\eta}_{\rm V}) + \rho_{\rm L} C_{\rm mv} V_{\rm V}] \frac{dV_{\rm V}}{dz} + + \alpha \left[ 1 + \hat{\eta}_{\rm V} V_{\rm V} \frac{d\rho_{\rm V}}{dp} \right] \frac{dp}{dz} + \hat{\eta}_{\rm V} \rho_{\rm V} V_{\rm V} \frac{d\alpha}{dz} = -F_{\rm WV} - F_{\rm D}$$
(B.3)

onde 
$$\hat{\eta}_L = (1 - \eta)(V_V - V_L) e \hat{\eta}_V = \eta(V_V - V_L)$$

(iii) Conservação de energia da mistura:

$$(1-\alpha)\rho_{L}\left(h_{L}+\frac{3}{2}V_{L}^{2}\right)\frac{dV_{L}}{dz}+\alpha\rho_{V}\left(h_{V}+\frac{3}{2}V_{V}^{2}\right)\frac{dV_{V}}{dz}+$$

$$+\left[(1-\alpha)\rho_{L}V_{L}\frac{dh_{L}}{dp}+\alpha\rho_{V}V_{V}\frac{dh_{V}}{dp}+(1-\alpha)\left(V_{L}h_{L}+\frac{V_{L}^{3}}{2}\right)\frac{d\rho_{L}}{dp}+\alpha\left(V_{V}h_{V}+\frac{V_{V}^{3}}{2}\right)\frac{d\rho_{V}}{dp}\right]\frac{d\rho_{V}}{dy} \quad (B.4)$$

$$+\left(\rho_{V}V_{V}h_{V}-\rho_{L}V_{L}h_{L}+\rho_{V}\frac{V_{V}^{3}}{2}-\rho_{L}\frac{V_{L}^{3}}{2}\right)\frac{d\alpha}{dz}=0$$

Comparando as Eqs. 3.107 e B.4, observa-se que nessa última a derivada  $dh_L/dp$  é calculada diretamente pela Eq. A.19, pois neste caso  $h_L$  não é uma variável dependente.

### • Modelo C:

Neste modelo a equação da quantidade de movimento da fase líquida é substituída pela equação da quantidade de movimento da mistura líquido-vapor, que é obtida através da soma das Eqs. 3.16 e 3.17 e é dada por,

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}[(1-\alpha)\rho_{\mathrm{L}}V_{\mathrm{L}}^{2} + \alpha\rho_{\mathrm{V}}V_{\mathrm{V}}^{2}] = -\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} + \left(\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}\right)_{\mathrm{B}}$$
(B.5)

onde  $(dp/dz)_B$  é o gradiente de pressões devido ao efeito combinado do atrito das duas fases sobre a parede do tubo. Tratando o escoamento bifásico como um escoamento monofásico equivalente, esse termo pode ser determinado usando o fator de atrito convencional, como,

$$-\left(\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}\right)_{\mathrm{B}} = \frac{\mathrm{f}_{\mathrm{B}}\mathrm{G}^{2}}{2\rho_{\mathrm{m}}\mathrm{D}} \tag{B.6}$$

onde  $f_B$  é o fator de atrito na região bifásica calculado pela equação de Erth (Eq. 2.19).

Substituindo a Eq. B.6 na Eq. B.5 e expandindo essa última, obtém-se

$$[2(1-\alpha)\rho_{L}V_{L}]\frac{dV_{L}}{dz} + (2\alpha\rho_{V}V_{V})\frac{dV_{V}}{dz} + \left[(1-\alpha)V_{L}^{2}\frac{d\rho_{L}}{dp} + \alpha V_{V}^{2}\frac{d\rho_{V}}{dp} + 1\right]\frac{dp}{dz} + (\rho_{V}V_{V}^{2} - \rho_{L}V_{L}^{2})\frac{d\alpha}{dz} = -\frac{f_{B}G^{2}}{2\rho_{m}D}$$
(B.7)

As equações de conservação da massa, da quantidade de movimento do vapor e da energia são, respectivamente, idênticas às Eqs. B.1, B.3 e B.4. Salienta-se ainda que a Eq. B.5 poderia também substituir a equação da conservação da quantidade de movimento da fase líquida no Modelo A (vide Item 3.6).

Nas Figuras B1 e B2 são mostradas as distribuições de pressão calculadas pelos três modelos e as pressões medidas, respectivamente, ao longo dos tubos capilares 1 e 2.



**Figura B.1** Comparações entre os modelos de solução do escoamento na região bifásica -Capilar 1:  $p_{ent} = 905 \text{ kPa}, \Delta T_{sub} = 5,5 \text{ °C}, \text{ in (medida)} = 1,866 \text{ kg/h}.$ 



**Figura B.2** Comparações entre os modelos de solução do escoamento na região bifásica -Capilar 2:  $p_{ent} = 1110 \text{ kPa}$ ,  $\Delta T_{sub} = 5,2 \text{ °C}$ ,  $\dot{m} (medida) = 5,602 \text{ kg/h}$ .

Observa-se que os perfis de pressão e os comprimentos dos tubos capilares, calculados pelos Modelos A e B são bastante próximos, como se esperava, pois a consideração de equilíbrio térmico entre as fases no Modelo B foi comprovada pelas distribuições de temperatura obtidas com o Modelo A. Observa-se também que as distribuições de pressão calculadas pelo Modelo C são bem mais próximas daquelas calculadas pelo modelo homogêneo. Essa proximidade deve-se à utilização da mesma correlação para o cálculo do fator de atrito bifásico (Eq. de Erth) em ambos os modelos.

### • Modelo D:

Para uma avaliação adicional do modelo homogêneo, assume-se que  $V_L = V_V e T_L = T_V$  no modelo A. Dessa forma trabalha-se com as equações de conservação para a mistura líquido-vapor. Feito isso e somando as Eqs. 3.97 e 3.98, o sistema de equações de conservação na região bifásica é dado por,

(i) Conservação da massa da mistura:

$$\rho_{\rm m} \frac{dV}{dz} + V \left[ (1-\alpha) \frac{d\rho_{\rm L}}{dp} + \alpha \frac{d\rho_{\rm V}}{dp} \right] \frac{dp}{dz} + V (\rho_{\rm V} - \rho_{\rm L}) \frac{d\alpha}{dz} = 0$$
(B.8)

onde  $[\rho_m = (1 - \alpha)\rho_L + \alpha\rho_V]$  é a massa específica da mistura líquido-vapor.

(ii) Conservação da quantidade de movimento da mistura:

$$\rho_{\rm m} V \frac{dV}{dz} + \frac{dp}{dz} = -(F_{\rm WL} + F_{\rm WV}) \tag{B.9}$$

(iii) Conservação de energia da mistura:

$$\begin{split} & \left[ (1-\alpha)\rho_{L}h_{L} + \alpha\rho_{V}h_{V} + \frac{3}{2}V^{2}\rho_{m} \right] \frac{dV}{dz} + \\ & + V \left[ (1-\alpha)\rho_{L} \frac{dh_{L}}{dp} + \alpha\rho_{V} \frac{dh_{V}}{dp} + (1-\alpha)\left(h_{L} + \frac{V^{2}}{2}\right) \frac{d\rho_{L}}{dp} + \alpha\left(h_{V} + \frac{V^{2}}{2}\right) \frac{d\rho_{V}}{dp} \right] \frac{dp}{dz} + \\ & + V \left[ \rho_{V}h_{V} - \rho_{L}h_{L} + \frac{V^{2}}{2}(\rho_{V} - \rho_{L}) \right] \frac{d\alpha}{dz} = 0 \end{split}$$
(B.10)

Na Figura B3 a distribuição de pressão medida para um caso ao longo do tubo capilar 1 é comparada com os perfis de pressão calculados pelos modelos A (dois fluidos) e D (homogêneo). No modelo D os termos  $F_{WL}$  e  $F_{WV}$  são calculados pelas Eqs 3.57 e 3.58 (Solbrig et al., 1978) em conjunto com a Eq. 3.60.

Observa-se na Fig. B3, que o perfil de pressão calculado pelo modelo D apresenta uma concordância melhor com os dados experimentais, do que o resultado obtido com o modelo homogêneo apresentado na Fig. 4.20, em que a concordância entre os comprimentos do tubo calculado e medido foi de - 16,9 %.



**Figura B.3** Distribuições de pressão ao longo do tubo capilar 1:  $p_{ent} = 905 \text{ kPa}; \Delta T_{sub} = 5,5 \text{ °C}:$  comparação entre os modelos A (dois fluidos) e D (homogêneo).

Na Figura B4 o termo de atrito do modelo homogêneo que utiliza a equação de Erth para avaliar o fator de atrito na região bifásica (vide Eq. 2.14) é comparado com o termo ( $F_{WL} + F_{WV}$ ) da Eq. B.9, calculado pelo modelo Solbrig et al. (1978) em conjunto com a Eq. 3.60. Verifica-se que a equação de Erth superestima a força de atrito por unidade de volume, resultando em uma queda de pressão mais acentuada ao longo do tubo (vide Fig. 4.20) do que aquela obtida pelo modelo D, mostrada na Fig. B3 (linha tracejada).



ï

**Figura B.4** Força de atrito por unidade de volume no modelo homogêneo: comparação entre a equação de Erth e o modelo de Solbrig et al. (1978) + Eq. 3.60.

# APÊNDICE C ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MODELO EM RELAÇÃO AOS PARÂMETROS $\eta$ , $N_0$ , $d_0 \in \hat{h}_i$

Em função das incertezas associadas ao coeficiente  $\eta$  (vide Eq. 3.24), à densidade inicial de bolhas, N<sub>0</sub>, ao diâmetro inicial de bolhas, d<sub>0</sub>, e às correlações usadas para o cálculo do coeficiente de transferência de calor interfacial,  $\hat{h}_i$ , apresenta-se neste apêndice uma análise de sensibilidade com o objetivo de verificar o impacto desses parâmetros sobre o desempenho do modelo.

Todos os resultados apresentados a seguir foram obtidos mantendo-se fixas a vazão mássica e as condições de operação e calculando-se o comprimento do tubo capilar.

### C.1 Influência do Parâmetro η:

O efeito do parâmetro  $\eta$  é pequeno uma vez que os comprimentos dos tubos capilares calculados para diferentes valores de  $\eta$  são praticamente os mesmos conforme se observa na Tab. C.1, para os valores de  $\eta = 0.0$ ; 0.5 e 1.0.

Nessa tabela são também mostrados os comprimentos dos tubos capilares 1 e 2, calculados quando o termo  $\Gamma_k(V_i - V_k)$  (vide Eqs. 3.22 e 3.23), que representa a variação de quantidade de movimento devido à mudança de fase, é desconsiderado na solução das Eqs. 3.112 e 3.113. Os resultados obtidos: L = 2,8585 m para o capilar 1 e L = 3,0135 m para o capilar 2, indicam a pequena influência desse termo sobre o modelo.

Os perfis de pressão calculados para os valores de  $\eta = 0,0$ ; 0,5 e 1,0 são coincidentes e estão todos representados pela linha contínua na Fig. C.1.

	Comprimento [m]			
Capilar		η		$\Gamma_{\mathbf{k}}(\mathbf{V}_{\mathbf{i}}-\mathbf{V}_{\mathbf{k}})=0$
	0,0	0,5	1,0	
1*	2,8573	2,8572	2,8571	2,8585
2*	3,0118	3,0117	3,0116	3,0135

Tabela C.1 Efeito do parâmetro n.



**Figura C.1** Influência do parâmetro  $\eta$  - Capilar 1:  $p_{ent} = 1111 \text{ kPa}$ ;  $\Delta T_{sub} = 5,5 \text{ °C}$ .

### C.2 Influência do Diâmetro Inicial de Bolhas, d<sub>0</sub> :

Nas Figuras C.2 e C.3 são mostrados os perfis de pressão calculados, respectivamente, para os capilares 1 e 2, quando o valor de  $d_0 = 2,5 \times 10^{-5}$  m, usado originalmente no modelo, é alterado em -50 % e + 100 %. Observa-se em ambas as figuras que os comprimentos calculados são bastante próximos e que os perfis de pressão são coincidentes para os três valores de  $d_0$  considerados. Esses resultados demonstram que a influência do diâmetro inicial de bolhas sobre

<sup>\*</sup>Capilar 1:  $p_{ent} = 1111 \text{ kPa}$ ;  $\Delta T_{sub} = 5,5 \text{ °C}$ ; \*Capilar 2:  $p_{ent} = 1110 \text{ kPa}$ ;  $\Delta T_{sub} = 5,2 \text{ °C}$ .

o desempenho do modelo é pequena, embora o valor  $d_0 = 2,5x10^{-5}$  m necessite de comprovação experimental.



**Figura C.2** Influência do diâmetro inicial de bolhas - Capilar 1:  $p_{ent} = 1111 \text{ kPa}$ ;  $\Delta T_{sub} = 5,5 \text{ °C}$ 



**Figura C.3** Influência do diâmetro inicial de bolhas - Capilar 2:  $p_{ent} = 1110 \text{ kPa}$ ;  $\Delta T_{sub} = 5,2 \text{ °C}$ 

### C.3 Influência da Densidade Inicial de Bolhas, Na :

O efeito da densidade inicial de bolhas  $N_0$  na distribuição de pressão ao longo do tubo capilar é maior do que os efeitos de  $\eta$  e d<sub>0</sub>, conforme se observa na Fig. C.4. Caso o valor de  $N_0$  seja reduzido, a taxa de geração de vapor será menor e a bloqueio do escoamento ocorrerá a uma distância maior ao longo do tubo. Esse fato é observado na Fig. C.4: se o valor original de  $N_0 = 10^{11}$  núcleos/m<sup>3</sup> é usado, o programa superestima o comprimento do tubo em 1,3 % (L = 3,011 m); se o valor de  $N_0$  é dividido por 10, o programa superestima o comprimento do tubo tubo em 3,6 % (L = 3,081 m).

O aumento de  $N_0$  tem um efeito menor sobre o comprimento calculado. Se o valor de  $N_0$  é multiplicado por 10, verifica-se que o programa subestima o comprimento em 0,3 % (L = 2,963 m).



**Figura C.4** Influência da densidade inicial de bolhas - Capilar 2:  $p_{ent} = 1110 \text{ kPa}$ ;  $\Delta T_{sub} = 5,2 \text{ °C}$ 

Na Tab. C.2 são mostrados os resultados para o caso apresentado na Fig. C.4, para a mesma variação de  $N_0$ , incluindo as vazões mássicas calculadas. Os números entre parênteses são as diferenças percentuais entre os valores (de comprimentos do tubo ou vazões mássicas) calculados e medidos, em relação a esses últimos.

Mais uma vez observa-se que a redução de  $N_0$ , diminui a taxa de geração de vapor e a bloqueio do escoamento ocorre em uma distância maior ao longo do tubo, correspondendo a uma vazão mássica maior para um dado comprimento de tubo.

Observa-se, também, que a redução de  $N_0$  tem um efeito maior no cálculo da vazão mássica, em relação ao seu aumento, ou seja, se o valor original de  $N_0$  é usado, o erro relativo é de + 0,7 %, mas se esse valor é dividido e multiplicado por 10, o erro relativo passa a ser, respectivamente, de + 1,96 % e + 0,2 %.

	Comprimento (m)	Vazão Mássica (kg/h)
Medidos	2,973	5,602
$N_0 (m^{-3})$	<u></u>	÷
0,1x10 <sup>11</sup>	3,081 (+3,6 %)	5,712 (+ 1,96 %)
1011	3,011 (+ 1,3 %)	5,640 (+ 0,7 %)
10x10 <sup>11</sup>	2,963 (- 0,3%)	5,593 (+ 0,2 %)

**Tabela C.2** Influência da densidade inicial de bolhas -Capilar 2:  $p_{ent} = 1110 \text{ kPa}$ ;  $\Delta T_{sub} = 5,2 \text{ C}$ .

## C.4 Influência do Coeficiente de Transferência de Calor Interfacial, $\hat{\mathbf{h}}_i$ :

Para verificar o efeito do coeficiente de transferência de calor interfacial, o valor de  $\hat{h}_i$  usado originalmente no modelo (calculado pelas Eqs. 3.91 e 3.95) foi alterado em ± 50 %.

Na Figura C5 a linha contínua refere-se ao perfil de pressão calculado com o valor original de  $\hat{h}_i$ , quando o comprimento é subestimado em 4,7 %. Se esse valor é alterado em - 50 % e + 50 %, a diferença entre os comprimentos real e calculado passa a ser, respectivamente, de - 3,7 % e - 5,1 %,. Observa-se nessa figura que a diferença entre os perfis de pressão calculados nos três casos é pequena, sendo a porção final do tubo a mais afetada, principalmente no caso em que o valor de  $\hat{h}_i$  é reduzido.



**Figura C5** Influência do coeficiente de tranferência de calor interfacial -Capilar 1:  $p_{ent} = 1111 \text{ kPa}$ ;  $\Delta T_{sub} = 5,5 \text{ °C}$ .

- ALAMGIR, Md., LIENHARD, J. H., 1981, Correlation of Pressure Undershoot During Hot Water Depressurization, Transactions of the ASME, vol. 103, pp. 52-55.
- AL-SAHAN, M. A., 1988, On the Development of the Flow Regimes and the Formulation of a Mechanist Non-Equilibrium Model for Critical Two-Phase Flow, Ph. D. Thesis, University of Toronto.
- ARDRON, K. H., 1978, *A Two-Fluid Model for Critical Vapour-Liquid Flow*, International Journal of Multiphase Flow, vol. 4, pp. 323-337.
- ASHRAE, 1983, *Handbook of Equipment*, American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, pp. 20.19 20.28.
- BAKER, O., 1954, Simultaneous Flow of Oil and Gas, Oil and Gas Journal, vol. 53, pp. 185-195.
- BERGLES, A. E., COLLIER, J. G., DELHAYE, J. M., HEWITT, G.F., MAYINGER, F., 1981, *Two-Phase Flow and Heat Transfer in the Power Process Industries*, Hemisphere Publishing Corporation, London.
- BOABAID NETO, C., 1994, Análise do Desempenho de Tubos Capilares Adiabáticos, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.
- BOLSTAD, M. M., JORDAN, R. C., 1948, *Theory and Use of the Capillary Tube Expansion Device*, Refrigerating Engineering, vol. 56, n. 12, pp. 519 523 e p. 552.
- BOLSTAD, M. M., JORDAN, R. C., 1949, Theory and Use of the Capillary Tube Expansion Device, Part II Nonadiabatic Flow, Refrigerating Engineering, n. 6, pp. 577 583.

. ... Str.

- BOURÉ, J. A., FRITTE, A. A., GIOT, M. M., RÉOCREUX, M. L., 1976, *Highlights of Two-phase Critical Flow*, International Journal of Multiphase Flow, vol. 3, pp. 1-22.
- CAREY, V. P., 1992, *Liquid-Vapor Phase-Change Phenomena*, Hemisphere Publishing Corporation, New York.
- CARNAHAN, B., LUTHER, H. A., WILKES, J. O., 1969, *Applied Numerical Methods*, John Wiley & Sons, New York.
- CICCHITTI, A., LOMBARDI, C., SILVESTRI, M., SOLDAINI, G., ZAVALLUILLI, R., 1960, Two-Phase Cooling Experiments Pressure Drop, Heat Transfer and Burnout Measurements, Energia Nucleare, Milano, vol. 7, pp. 407-425.
- CHEN, Z. H., LI, R.Y., LIN, S., CHEN, Z. Y., 1990, A Correlation for Metastable Flow of Refrigerant 12 Through Capillary Tubes, ASHRAE Transactions, vol. 96, Part I, pp. 550 -554.
- CHISHOLM, D., 1973, Pressure Gradients Due to Friction During the Flow of Evaporating Two-Phase Mixtures in Smooth Tubes and Channels, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 16, pp. 347 358.
- CHURCHILL, S. W., 1977, Friction-Factor Equation Spans all Fluid-Flow Regimes, Chemical Engineering, vol. 84, pp. 91-92.
- COLEBROOK, C. F., 1938-1939, Turbulent Flow in Pipes, with Particular Reference to the Transition Region between the Smooth and Rough Pipe Laws, Journal of the Institute Civil Engineers, London, vol. 11, pp. 133 - 156.
- COLBURN, A. P., 1933; A Method for Correlating Forced Convection Heat Transfer Data and a Comparison with Fluid Friction, **Transactions AIChE**, vol. 29, pp. 174-210.
- COOPER, L., CHU, C.K., BRISKEN, W. R., 1957, Simple Selection Method for Capillaries Derived from Physical Flow Conditions, Refrigerating Engineering, vol. 65, n. 7, pp. 37 - 41 e p. 88, 92, 94, 98, 100, 102, 104, 107.
- DAGAN, R., ELIAS, E., WACHOLDER, E., OLEK, S., 1993, *A Two-Fluid Model for Critical Flashing Flows in Pipes*, International Journal of Multiphase Flow, vol. 19, n. 1, pp. 15-25.

- DITTUS, F. W., BOELTER, L. M. K., 1930, *Heat Transfer in Automobile Radiators of the Tubular Type*, University of California, Publications in Engineering, vol. 2, n. 13, pp. 443-461.
- DOBRAN, F., 1987, Nonequilibrium Modeling of Two-Phase Critical Flows in Tubes, Journal of Heat Transfer, vol. 109, pp. 731 738.
- DREW, D., CHENG, L, LAHEY, R. T. Jr, 1979, *The Analysis of Virtual Mass Effects in Two-Phase Flow*, International Journal of Multiphase Flow, vol. 5, pp. 233-242.
- ELIAS, E., CHAMBRÉ, P. L., 1984, *A Mechanistic Non-Equilibrium Model for Two-Phase Critical Flow*, International Journal of Multiphase Flow, vol. 10, n. 1, pp. 21-40.
- ERTH, R. A., 1970, Two-Phase Flow in Refrigeration Capillary Tubes: Analysis and Prediction, Ph. D. Thesis, Purdue University, USA.
- FAUSKE, H. K., 1962, Contribution to the Theory of Two-Phase, One-Component Critical Flow, Argonne National Laboratory, ANL-6633, Argonne, Illinois.
- FRANÇA, F., ACIKGOZ, M., LAHEY Jr., R. T. e CLAUSSE, A., 1991, "The Use of Fractal Techniques for Flow Regime Identification", International Journal of Multiphase Flow, vol. 17, No. 4, pp. 545-552.
- GALLAGHER, J., McLINDEN, M., MORRISON, G. e HUBER M., 1993, NIST Thermodynamic Properties of Refrigerants and Refrigerant Mixtures-Version 4, National Institute of Standards and Technology, Department of Commerce, Gaithersburg, USA.
- GONÇALVES, J. M., 1994, Análise Experimental do Escoamento de Fluidos Refrigerantes em Tubos Capilares, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.
- GILL, S., 1951, A Process for the Step-by-Step Integration of Differential Equations in an Automatic Computing Machine, Proc. Cambridge Phil. Soc., 47, pp. 96-108.
- GOLDSTEIN, S. D., 1981, A Computer Simulation Method for Describing Two-Phase Flashing Flow in Small Diameter Tubes, ASHRAE Transactions, Part 2, pp. 51 60.

- ISHII, M., 1975, *Thermo-Fluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow*, Eyrolles, Paris, France.
- ISHII, M., MISHIMA, K., 1980, Study of Two-Fluid Model and Interfacial Area, Argonne National Laboratory Report ANL-80-111.
- ISHII, M., MISHIMA, K., 1984, *Two-Fluid Model and Hydrodynamic Contitutive Relations*, Nuclear Engineering and Design, vol. 82, pp. 107 126.
- JAMES, E. A. J., 1984, Gas Dynamics, Allyn and Bacon Inc., United States.
- KOIZUMI, H., YOKOYAMA, K., 1980, Characteristics of Refrigerant Flow in a Capillary Tube, ASHRAE Transactions, vol.86, part 2, pp. 19-27.
- KUEHL, S. J., GOLDSCHMIDT, V. W., 1990, Steady Flows of R-22 Through Capillary Tubes: Test Data, ASHRAE Transactions, vol. 96, part 1, pp. 719 728.
- KUEHL, S. J., GOLDSCHMIDT, V. W., 1991, Modeling of Steady Flows of R-22 Through Capillary Tubes, ASHRAE Transactions, pp. 139 148.
- KUIJPERS, L. J. M., JANSSEN, M. J. P., 1983, Influence of Thermal Non-Equilibrium on Capillary Tube Mass Flow, International Congress of Refrigeration, Proceedings, Paris, vol. II, pp. 689-698.
- LAHEY, R. T. JR, CHENG, L. Y., DREW, D. A., FLAHERTY, J. E., 1978, The Effect of Virtual Mass on the Numerical Stability of Accelerating Two-Phase Flows, AIChE, paper n. 56b, 71st Annual Meeting, Miami Beach, Florida.
- LAHEY, R. T. JR., DREW, D. A., 1990, The Current State-of-the-Art in Modelling of Vapor/Liquid Two-Phase Flows, ASME Winter Annual Meeting, Dallas, USA, pp. 1 8.
- LI, R. Y., LIN, S., CHEN, Z. H., 1990, Numerical Modeling of Thermodynamic Non-Equilibrium Flow of Refrigerant Through Capillary Tubes, ASHRAE Transactions, vol. 96, Part 1, pp. 542 - 549.
- LIN, S., KWORK, C. C. K., LI, R. Y., CHEN, Z. H., CHEN, Z. Y., 1991, Local Frictional Pressure Drop During Vaporization of R-12 Through Capillary Tubes, International Journal of Multiphase Flow, vol. 17, n. 1, pp. 95 - 102.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS** 

- LOCKHART, R. W., MARTINELLI, R. C., 1949, Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Phase, Two-Component Flow in Pipes, Chemical Engineering Progress, vol. 45, n. 1, pp. 39-48.
- MACZEK, K., KROLICKI, Z., SOCHANECKA, E, 1983, Model of Throttling Capillary Tube with Metastable Process, Proceedings of the XVIth International Congress of Refrigeration, Paris, vol. II, pp. 154 - 161.
- MANDHANE, J. M., GREGORY, G.A., AZIZ, K., 1974, Flow Pattern Map for Gas-Liquid Flow in Horizontal Pipes, International Journal of Multiphase Flow, vol. 1, pp. 537-553.
- MARCY, G. P., 1949, Pressure Drop whith Change of Phase in a Capillary Tube, Refrigerating Engineering, vol. 57, n. 1, pp. 53 57 e pp. 86 88.
- MCADAMS, W. H., WOODS, W. K., HEROMAN, L. C., 1942, Vaporization Inside Horizontal Tubes, II. Benzene-Oil Mixture, Transactions of the ASME, vol. 64, pp. 193, 1942.
- MELO, C., NEGRÃO, C. O. R., 1988, Simulação Numérica de Tubos Capilares Utilizados Como Dispositivos de Expansão em Sistemas de Refrigeração, II Encontro Nacional de Ciências Térmicas - ENCIT 88, Águas de Lindóia, SP, pp. 221 - 224.
- MELO, C., FERREIRA, R. T. S., PEREIRA, R. H., 1992, Modeling Adiabatic Capillary Tubes: a Critical Analysis, Proceedings of the International Refrigeration Conference -Energy, Efficiency and New Refrigerants, Purdue University, West Lafayette, Indiana, USA, vol. I, pp. 113-122.
- MELO, C., FERREIRA, R. T. S., BOABAID NETO, C., GONÇALVES, J. M., PEREIRA, R., H., THIESSEN, M. R., 1994a, Evaluation of HC-600a, HFC 134a and CFC-12 Mass Flow Rates Through Capillary Tubes, New Applications to Reduced Global Warming and Energy Consumption Conference, Hannover, Germany.
- MELO, C., FERREIRA, R. T. S., BOABAID NETO, C., GONÇALVES, J. M., THIESSEN, M. R., 1994b, *Experimental Analysis of Capillary Tubes for CFC-12 and HFC-134a*, *5th.* International Refrigeration Conference at Purdue, West Lafayette, USA.

151

- MELO, C., FERREIRA, R. T. S., BOABAID NETO, C., GONÇALVES, J. M., THIESSEN, M. R., 1994c, Análise Experimental do escoamento de CFC-12 e HFC-134a em Tubos Capilares, V Encontro Nacional de Ciências Térmicas, São Paulo - SP.
- MELO, C., FERREIRA, R. T. S., BOABAID NETO, C., GONÇALVES, J. M., STAHELIN, R., 1995, Análise do Desempenho de Tubos Capilares - Parte III., Relatório de Pesquisa - Convênio EMBRACO/FEESC/EMC/UFSC. Núcleo de Refrigeração, Ventilação e Condicionamento de Ar (NRVA), Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.
- MEZAVILA, M. M., 1995, Simulação do Escoamento de Fluidos Refrigerantes em Tubos Capilares Não-Adiabáticos, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.
- MIKOL, E. P., 1963, Adiabatic Single and Two-Phase Flow in Small Bore Tubes, ASHRAE Journal, vol. 57, n. 11, pp. 75-86.
- MIKOL, E. P., DUDLEY, J. C., 1964, A Visual and Photographic Study of the Inception of Vaporization in Adiabatic Flow, Journal of Basic Engineering, pp. 257 264.
- MILNE-THOMSON, L. M., 1968, *Theoretical Hydrodynamics*, 5th Edn., Macmillan, New York.
- MOLINA, M. J., ROWLAND, F. S., 1974, Stratospheric Sink for Chlorofluoromethanes: Chlorine Atom Catalyzed Destruction of Ozone, Nature, v. 249, pp. 810-812.
- MOODY, L. F., 1944, Friction Factors for Pipe Flows, Transactions of the ASME, vol. 66, n. 8, pp. 671-684.
- NIAZ, R. H., DAVIS, G. V., 1969, Adiabatic Two-Phase Flow In a Capillary Tube, In: Concurrent Gas-Liquid Flow - Symposium Series of the Canadian Society of Chemical Engineers (1968 : University of Waterloo, Canada). Proceedings. [S.I.] : Plenum Press, 1969. vol. 1, pp. 259-269.
- OKAZAKI, M., 1980, Theoretical Study for Accelerated Two-Phase Flow (I), Constant Area Flow, Bulletin of the JSME, vol. 23, n. 178, pp. 536-544.

- PATE, M. B., 1982, A Theoretical and Experimental Analysis of Capillary Tube-Suction Line Heat Exchangers, Ph. D. Thesis, Purdue University, West Lafayette, Indiana, USA.
- PLESSET, M. S., ZWICK, S. A., 1954, The Growth of Vapor Bubbles in Superheated Liquids, Journal of Applied Physics, vol. 25, no. 4, pp. 493-500.
- PROSEK, J. R., 1953, A Practical Method of Selecting Capillary Tubes, Refrigerating Engineering, pp. 644 647.
- RADOVICH, N. A., MOISSIS, R., 1962, *The Transition from Two-Phase Bubble Flow to Slug Flow*, Report n. 7-7633-22, Mechanical Department, MIT, Cambridge, M A.
- RICHTER, H. J., 1983, Separated Two-Phase Flow Model: Application to Critical Two-Phase Flow, International Journal of Multiphase Flow, vol. 9, n. 5, pp. 511-530.
- ROWE, P. N., HENWOOD, G. A., 1961, Drag Forces in a Hydraulic Model of a Fluidised Bed Part I, Transactions INSTN Chemical ENGRS, vol. 39, pp. 43-54.
- SCHWELLNUS, C. F., 1988, A Study of a General One-Dimensional Two-Fluid Critical Flow Model, Master's Thesis, McMaster University, Ontario, Canada.
- SCHWELLNUS, C. F., SHOUKRI, M., 1991, *A Two-Fluid Model for Non-Equilibrium Two-Phase Critical Discharge*, **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, vol.. 69, pp. 188-197.
- SCHULZ, U. W., 1985, State of the Art: The Capillary Tube for, and in, Vapor Compression Systems, ASHRAE Transactions, part 1A, vol. 91, pp. 92 105.
- SCOTT, T. C., 1976, *Flashing Refrigerant Flow in Small Bore Tubes*, Ph. D. Thesis, University of Michigan, USA.
- SCRIVEN, L. E., 1959, On the Dynamics of Phase Growth, Chemical Engineering Science, vol. 10, pp. 1-13.
- SOLBRIG, C. W., McFADDEN, J. H., LYCZKOWSKI, R. W., HUGHES, E. D., 1978, Heat Tranfer and Friction Correlations Required to Describe Steam-Water Behavior in Nuclear Safety Studies, AIChE Symposium Series, vol. 174, pp. 100 - 128.

1.3

- STOECKER, W. F., JONES, J. W., 1985, *Refrigeração e Ar Condicionado*, Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda, São Paulo.
- STOLARSHI, R. S., 1988, *The Antarctic Ozone Hole*, Scientific American, vol. 258, n. 1, pp. 20 26.
- SWART, R. H., 1946, *Capillary Tube Heat Exchangers*, **Refrigerating Engineering**, pp. 221 224 e pp. 248 249.
- SWEEDYK, J. M., 1981, Capillary Tubes Their Standardization and Use, ASHRAE Transactions, Atlanta, vol. 87, Part I, pp. 1069-1076.
- TAITEL, Y., DUKLER, A. E., 1976, A Model for Predicting Flow Regime Transitions in Horizontal and Near Horizontal Gas-Liquid Flow, AIChE Journal, vol. 22, pp. 47-55.
- UNGAR, E. W., STEIN, R. A., BOYD, R. S., BECK, W. D., 1960, Analysis of the Potentialities of Using Analog Computers in the Development of Residential Refrigeration (Phase I), Report to Whirpool Corporation, Battelle Memorial Institute, Ohio.
- WALLIS, G. B., 1969, *One-Dimensional Two-Phase Flow*, McGraw-Hill Book Company, USA.
- WHITAKER, S., 1972, Forced Convection Heat Transfer Correlations for Flow in Pipes, Past Flat Plates, Single Cylinders, Single Spheres and Flow in Packed Beds and Tube Bundles, AIChE Journal, vol. 18, pp. 361-371.
- WHITESEL, H. A., 1957a, *Capillary Two-Phase Flow*, Refrigerating Engineering, vol. 65, n. 4, pp. 42 44 e pp. 98 99.
- WHITESEL, H. A., 1957b, Capillary Two-Phase Flow, Part II, Refrigerating Engineering, vol. 65, n. 9, pp. 35 40.
- WIJAYA, H., 1991, An Experimental Evaluation of Adiabatic Capillary Tube Performance for HFC-134a and CFC-12, International CFC and Halon Alternatives Conference, Baltimore, Maryland, USA, pp. 474 - 483.
- ZUBER, N., 1964, On the Dispersed Two-Phase Flow on the Laminar Flow Regime, Chemical Engineering Science, vol. 19, pp. 897 - 917.