

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COORDENADORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
UFSC - EMC**

**"METODOLOGIA INTEGRADA PARA A MEDIÇÃO DA  
FORMA GEOMÉTRICA, DESLOCAMENTOS,  
DEFORMAÇÕES E TENSÕES EM SUPERFÍCIES NÃO  
PLANAS ATRAVÉS DA HOLOGRAFIA ELETRÔNICA"**

**CARLOS HENRIQUE ASSUITI**  
*Florianópolis, setembro de 1994.*

**"METODOLOGIA INTEGRADA PARA A MEDIÇÃO DA FORMA GEOMÉTRICA,  
DESLOCAMENTOS, DEFORMAÇÕES E TENSÕES EM SUPERFÍCIES NÃO  
PLANAS ATRAVÉS DA HOLOGRAFIA ELETRÔNICA"**

**CARLOS HENRIQUE ASSUITI**

**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
MESTRE EM ENGENHARIA**

**ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO  
METROLOGIA E INSTRUMENTAÇÃO, APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

*Albertazzi*

-----  
Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Jr., Dr. Eng.  
Orientador

*Antônio Fábio Carvalho da Silva*  
-----  
Prof. Antonio Fábio Carvalho da Silva  
Coordenador do Curso

**BANCA EXAMINADORA**

*Albertazzi*

-----  
Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Jr., Dr. Eng.

*Back*

-----  
Prof. Nelson Back, PhD.

*Carlos Alberto Schneider*  
-----  
Prof. Carlos Alberto Schneider, Dr. Ing.

*Dedico este trabalho a meus pais, Ademar e Elvira, que me ensinaram a acreditar sempre num ideal, a meus irmãos, Juliano e Fernanda, que aprenderam esta lição junto comigo, a minha esposa, Luciana e a minha filha Gabriela, às quais me permitem... continuar acreditando.*

*Carlos H. Assuiti*

## **AGRADECIMENTOS**

A **Deus**, que zelou pela minha saúde e disposição durante o desenvolvimento deste trabalho, presenteando-me, neste período, com uma linda filha, a **Gabriela**.

A meus pais, a meu irmão **Juliano**, à **Fundação CERTI** e ao **CNPq**, pelo suporte financeiro concedido para a realização deste trabalho.

Ao **Prof. Armando Albertazzi**, que me orientou neste trabalho, homem que aprendi a admirar e respeitar como profissional competentíssimo e como ser humano comprometido com a melhoria da sociedade. Obrigado por entender minhas dificuldades e não medir esforços para que este trabalho fosse concluído.

Ao estagiário **Alexander Weiss**, que, demonstrando muito talento, executou suas tarefas e contribuiu muito para este trabalho.

Novamente a meus pais, **Ademar e Elvira**, e a meus irmãos, **Juliano e Fernanda**, desta vez, pelo incentivo, carinho e amor que tanto contribuíram para que eu vencesse os momentos de desânimo.

A minha esposa, **Luciana**, que mesmo não concordando com tanto esforço para tão pouco retorno, soube ludicamente respeitar minha decisão e colaborar muito para que eu obtivesse mais uma meta. Pelo mesmo motivo gostaria de citar uma amiga muito especial, a **Ilmara**.

A meus irmãos de coração, **Alexandre** ("Bolinha"), **Mônica** e **Tavinho**, com os quais sempre pude contar para transpor obstáculos.

Aos amigos do período de "república", **Alexandre Feijó**, **Marcos** e **Humberto**, pela solidariedade, amizade e descontração que sempre norteou nossa convivência.

Aos amigos do **Centro Científico de Metrologia de Instrumentação (CCMI)** da Fundação CERTI, pelo apoio e colaboração técnica.

Aos amigos da **Pós-Graduação**, que participaram do infelizmente extinto "**Mar de Lama**", pelos momentos de descontração e de aprimoramento cultural resultantes de uma deliciosa "cervejinha" e de uma tão abençoada "fofoca".

## SUMÁRIO

|  |     |
|--|-----|
| <b>RESUMO</b> .....  | v   |
| <b>ABSTRACT</b> .....  | vi  |
| <b>SIMBOLOGIA</b> .....  | vii |
| <br>   |     |
| <b>1. INTRODUÇÃO</b> .....   | 1   |
| <br>   |     |
| <b>2. A HOLOGRAFIA ELETRÔNICA APLICADA À MEDIÇÃO DE DESLOCAMENTOS, DEFORMAÇÕES E TENSÕES</b> ..... | 4   |
| <b>2.1 ALGUNS FUNDAMENTOS DA HOLOGRAFIA ELETRÔNICA</b> .....                                       | 4   |
| 2.1.1 INTERFERÊNCIA DE PADRÕES DE <i>SPECKLE</i> .....   | 5   |
| 2.1.2 A DETERMINAÇÃO DA FASE DO <i>SPECKLE</i> .....   | 7   |
| 2.1.3 A FORMAÇÃO DO MAPA DE FASE ASSOCIADO À GRANDEZA A MEDIR .....                                | 8   |
| <b>2.2 INTERFERÔMETROS UTILIZADOS NA HOLOGRAFIA ELETRÔNICA</b> .....                               | 12  |
| 2.2.1 ILUMINAÇÃO SIMPLES .....   | 12  |
| 2.2.2 ILUMINAÇÃO DUPLA .....   | 12  |
| <b>2.3 VARIAÇÃO DA FASE ASSOCIADA AO DESLOCAMENTO DA SUPERFÍCIE</b> .....                          | 12  |
| 2.3.1 ILUMINAÇÃO SIMPLES .....   | 12  |
| 2.3.2 ILUMINAÇÃO DUPLA .....   | 16  |
| <b>2.4 DETERMINAÇÃO DO CAMPO DE DESLOCAMENTOS CARTESIANOS A PARTIR DOS MAPAS DE FASE</b> .....     | 18  |
| <b>2.5 RELAÇÕES DESLOCAMENTOS - DEFORMAÇÕES</b> .....  | 20  |
| 2.5.1 DEFORMAÇÃO .....   | 20  |

---

|           |  |           |
|-----------|--|-----------|
| 2.5.2     | RELAÇÕES DESLOCAMENTOS - DEFORMAÇÕES: UMA<br>FORMA DISCRETIZADA .....  | 23        |
| 2.5.3     | RELAÇÕES DESLOCAMENTOS - DEFORMAÇÕES: TEORIA DA<br>ELASTICIDADE .....  | 26        |
| <b>3.</b> | <b>MEDIÇÃO DE FORMAS GEOMÉTRICAS DE SUPERFÍCIES COM A<br/>HOLOGRAFIA ELETRÔNICA .....</b>  | <b>28</b> |
| 3.1       | CONCEITO DE TOPOGRAFIZAÇÃO .....   | 28        |
| 3.1.1     | FORMAS DE REPRESENTAR GRAFICAMENTE UMA<br>SUPERFÍCIE .....   | 29        |
| 3.1.2     | ALGUNS PRINCÍPIOS UTILIZADOS NA TOPOGRAFIZAÇÃO ..  | 30        |
| 3.2       | UM MODELO PARA A TOPOGRAFIZAÇÃO PELA HOLOGRAFIA<br>ELETRÔNICA .....  | 31        |
| 3.2.1     | FORMULAÇÃO EMPREGADA .....   | 31        |
| 3.2.2     | PARÂMETROS CARACTERÍSTICOS DO INTERFERÔMETRO ..  | 35        |
| 3.3       | APLICAÇÃO DA TÉCNICA DA TOPOGRAFIZAÇÃO PELA<br>HOLOGRAFIA ELETRÔNICA .....   | 41        |
| 3.3.1     | IMPLEMENTAÇÃO DO SM .....  | 41        |
| 3.3.2     | SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA .....  | 41        |
| 3.3.3     | MEDIÇÃO DA SUPERFÍCIE PLANA .....  | 43        |
| 3.3.4     | MEDIÇÃO DA SUPERFÍCIE CILÍNDRICA .....   | 48        |
| 3.3.5     | ANÁLISE DOS RESULTADOS .....   | 52        |
| <b>4.</b> | <b>MEDIÇÃO INTEGRADA DA FORMA GEOMÉTRICA E DOS CAMPOS DE<br/>DESLOCAMENTOS, DEFORMAÇÕES E TENSÕES ATRAVÉS DA HOLOGRAFIA<br/>ELETRÔNICA .....</b> | <b>53</b> |
| 4.1       | OBTENÇÃO DOS MAPAS DE FASE .....   | 55        |
| 4.2       | DETERMINAÇÃO DA FORMA GEOMÉTRICA E DOS<br>DESLOCAMENTOS CARTESIANOS .....  | 56        |
| 4.2.1     | CÁLCULO DA COTA "Z" - FORMA GEOMÉTRICA .....   | 57        |
| 4.2.2     | CÁLCULO DAS COMPONENTES DO VETOR DESLOCAMENTO  | 58        |

---

---

|            |  |    |
|------------|--|----|
| <b>4.3</b> | <b>DESCRIÇÃO DA GEOMETRIA EM RELAÇÃO AO SISTEMA DE COORDENADAS CURVILÍNEO DISCRETIZADO</b>                             | 59 |
| 4.3.1      | REPRESENTAÇÃO PARAMÉTRICA DE SUPERFÍCIES   | 59 |
| 4.3.2      | REPRESENTAÇÃO DISCRETIZADA DAS CURVAS PARAMÉTRICAS   | 61 |
| <b>4.4</b> | <b>CÁLCULO DOS CAMPOS DE DESLOCAMENTOS, DEFORMAÇÕES E TENSÕES EM RELAÇÃO AO SISTEMA DE COORDENADAS RETILÍNEO LOCAL</b> | 65 |
| 4.4.1      | DESLOCAMENTOS  | 65 |
| 4.4.2      | DEFORMAÇÕES E TENSÕES  | 67 |
| <b>5.</b>  | <b>FONTES DE ERROS DO MÉTODO PROPOSTO</b>  | 70 |
| 5.1        | FONTES DE ERROS PRESENTES NA MEDIÇÃO DOS DESLOCAMENTOS   | 71 |
| 5.2        | FONTES DE ERROS DO PROCESSO DE TOPOGRAFIZAÇÃO  | 73 |
| 5.3        | FONTES DE ERROS GERAIS DO MÉTODO   | 76 |
| 5.3.1      | PROBLEMAS INTRÍNSECOS À HOLOGRAFIA ELETRÔNICA  | 76 |
| 5.3.2      | PROBLEMAS ASSOCIADOS AO ALGORITMO DE CÁLCULO DAS DEFORMAÇÕES   | 77 |
| <b>6.</b>  | <b>EXEMPLOS DE APLICAÇÃO</b>   | 79 |
| 6.1        | VIGA DE DEFORMAÇÃO CONSTANTE   | 79 |
| 6.1.1      | SOLUÇÃO ANALÍTICA E ESTIMATIVA DA GRANDEZA A MEDIR   | 81 |
| 6.1.2      | MEDIÇÃO DA DEFORMAÇÃO PELA EXTENSOMETRIA   | 82 |
| 6.1.3      | MEDIÇÃO DO CAMPO DE DESLOCAMENTOS COM HOLOGRAFIA ELETRÔNICA  | 82 |
| 6.1.4      | CÁLCULO DAS DEFORMAÇÕES  | 86 |
| 6.1.5      | ANÁLISE COMPARATIVA  | 87 |

---

---

|  |     |
|--|-----|
| <b>6.2 ANEL SOB COMPRESSÃO DIAMETRAL</b> .....   | 89  |
| 6.2.1 SOLUÇÃO ANALÍTICA E ESTIMATIVA DA GRANDEZA<br>A MEDIR .....                      | 89  |
| 6.2.2 MEDIÇÃO DA DEFORMAÇÃO MÁXIMA DA PEÇA PELA<br>EXTENSOMETRIA .....                 | 93  |
| 6.2.3 MEDIÇÃO DO CAMPO DE DESLOCAMENTOS CARTESIANOS<br>COM HOLOGRAFIA ELETRÔNICA ..... | 93  |
| 6.2.4 DEFORMAÇÕES TANGENCIAIS OBTIDAS .....  | 96  |
| 6.2.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS .....   | 98  |
| <b>7. CONCLUSÕES</b> .....   | 99  |
| <b>7.1 RESULTADOS GERADOS PELO TRABALHO</b> .....                                      | 100 |
| <b>7.2 ANÁLISE GLOBAL DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS</b> .....                           | 100 |
| <b>7.3 SUGESTÕES PARA CONTINUIDADE DO TRABALHO</b> .....                               | 101 |
| <b>8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....   | 103 |

## **RESUMO**

A técnica da holografia eletrônica, muito empregada na medição de campos de microdeslocamentos, deformações e tensões em superfícies planas, é a principal ferramenta de uma metodologia, proposta neste trabalho, para a determinação destas grandezas também em superfícies não planas.

A solução deste tipo de problema tem como condicionante o conhecimento da forma geométrica da superfície. Para os casos nos quais esta informação não esteja disponível, é proposta uma técnica para obtê-la. Esta técnica também tem como princípio a holografia eletrônica e por isso pode facilmente ser implementada ao sistema de medição dos deslocamentos. Uma configuração experimental foi empregada na medição de duas superfícies conhecidas. Os resultados se mostraram satisfatórios para uma primeira etapa de desenvolvimento.

Uma metodologia integrando a medição da forma geométrica à medição dos deslocamentos e ao processo de cálculo dos campos de deformação e tensão associados a sistemas locais de coordenadas é apresentada e discutida.

Uma análise qualitativa das fontes de erros é desenvolvida no sentido de apontar os principais problemas a serem quantitativamente estudados. Dois casos práticos são apresentados como exemplos de aplicação da metodologia. Os resultados confirmam a viabilidade do método, ainda que alguns aspectos importantes devam ser melhorados, facilitando a utilização da holografia eletrônica em um campo importante de aplicações.

## **ABSTRACT**

Electronic Holography has been used for microdisplacements, strains and stresses fields measurement mostly on plane surfaces. In this work a methodology is proposed to extend holographic measurement for any kind of non-planes surfaces.

In order to apply holography on non-planes surfaces, it is necessary to know the specimen geometry. If that information is not available, a built-in technique to determine it is proposed. So, both displacement and shape measurement are integrated. An experimental setup was employed to measure two known surfaces. The results can be considered satisfactory.

A methodology integrating the form measurement, microdisplacements measurement and the determination of strains and stresses fields associated to local coordinates systems is presented and discussed.

A qualitative errors sources analysis was performed to point-out the main problems that must be quantitatively studied. Two experimental cases are presented as examples of the methodology application. The results confirm the method viability, nevertheless, some important aspects must be improved.

## **SIMBOLOGIA**

|                 |   |
|-----------------|---|
| $\phi$          | fase aleatória de uma onda luminosa   |
| $\Delta\phi$    | variação da fase de uma onda luminosa   |
| $\Delta l$      | variação do caminho óptico  |
| $I$             | intensidade luminosa  |
| $OF$            | ordem de franja   |
| $\lambda$       | comprimento de onda   |
| $\vec{d}$       | vetor deslocamento  |
| $u, v, w$       | componentes do vetor deslocamento nas direções $x, y, z$ do sistema de coordenadas cartesianas          |
| $u_1, u_2, w_n$ | componentes do vetor deslocamento nas direções $\alpha_1, \alpha_2, n$ do sistema de coordenadas locais |
| $\vec{n}_{f1}$  | vetor unitário na direção objeto/íésima-fonte de iluminação   |
| $\vec{n}_o$     | vetor unitário na direção objeto/observador   |
| $\vec{p}$       | vetor sensibilidade   |
| $\vec{r}$       | vetor posição do ponto objeto   |
| $dS$            | comprimento inicial do elemento de linha  |
| $ds$            | comprimento final do elemento de linha  |
| $\vec{N}$       | vetor unitário direcional do elemento de linha no estado inicial  |
| $\vec{n}$       | vetor unitário direcional do elemento de linha no estado final  |
| $E$             | módulo de elasticidade do material  |
| $\nu$           | coeficiente de Poisson do material  |
| $\varepsilon$   | deformação normal   |
| $\gamma$        | deformação cisalhante   |
| $\sigma$        | tensão normal   |

---

|                                 |  |
|---------------------------------|--|
| $\tau$                          | tensão cisalhante  |
| $\vec{r}_{1s}$                  | vetores posição das fontes de iluminação em relação ao ponto objeto  |
| $\vec{l}_{1s}$                  | vetores posição das fontes de iluminação   |
| $\vec{\Delta s}_{1s}$           | vetores deslocamento das fontes de iluminação  |
| $u_{fi}, v_{fi}, w_{fi}$        | componentes dos vetores deslocamento das fontes de iluminação nas direções $x$ , $y$ e $z$ , respectivamente |
| $\alpha, \beta$                 | ângulos entre o vetor posição das fontes de iluminação e a direção de observação                             |
| $\Phi$                          | ângulo de inclinação do plano padrão   |
| $v_x, v_y, v_z$                 | sensibilidade direcional do interferômetro nas direções $x$ , $y$ e $z$ , respectivamente                    |
| $pt_x, pt_y, pt_z$              | intervalo de contorno ou de profundidade do interferômetro nas direções $x$ , $y$ e $z$ , respectivamente    |
| $z_{máx}$                       | profundidade máxima sobre a região de interesse  |
| $\alpha_1, \alpha_2$            | coordenadas curvilíneas  |
| $\vec{i} \vec{j} \vec{k}$       | vetores unitários do sistema cartesiano de coordenadas   |
| $\vec{e}_1 \vec{e}_2 \vec{n}_u$ | vetores unitários do sistema local de coordenadas  |
| $\eta_x, \eta_y, \eta_z$        | coeficientes globais de medição  |

---

# **CAPÍTULO 1**

## **INTRODUÇÃO**

O avanço tecnológico tem exigido sistemas com componentes mecânicos cada vez mais precisos e otimizados, do ponto de vista geométrico, estrutural, econômico, da segurança, de eficiência, etc... Em função disto, técnicas de projeto e análise têm sido desenvolvidas e aprimoradas, viabilizando a concepção de componentes mais complexos.

Neste âmbito, a análise estrutural, através principalmente das técnicas numéricas (método dos elementos finitos, método dos elementos de contorno), têm permitido que projetistas e analistas dimensionem os componentes estruturais baseados em modelos mais representativos, determinando com mais segurança os esforços aos quais os componentes estão submetidos. Isto resulta em projetos mais racionalizados. Por exemplo, com uma forma geométrica mais adaptada ao carregamento, aproveita-se melhor o material, economizando-o e deixando o componente mais leve. Normalmente são analisados os campos das grandezas mecânicas envolvidas.

Muitas vezes, apenas os modelos analíticos e numéricos não fornecem a quantidade de informações requeridas durante a concepção de um componente estrutural, ou até mesmo, as informações obtidas não são tão confiáveis quanto se deseja. Nestas situações, e também naquelas onde o fator econômico indica, são desenvolvidos procedimentos experimentais para a análise do comportamento estrutural do componente (isto vale também para componentes no seu ciclo de utilização). Esta tarefa consiste, em geral, da medição dos campos de deformações e/ou tensões do modelo e caracteriza a área da análise experimental de tensões. Extensometria, revestimento quebradiço, fotoelasticidade, Moiré, holografia interferométrica, fotografia *speckle* e holografia eletrônica são algumas das técnicas de medição empregadas na análise experimental de tensões.

Por causa de seu potencial, a holografia eletrônica é uma das técnicas que mais tem sido aprimorada para acompanhar as exigências tecnológicas. Medições de campos de deslocamentos, deformações e tensões em superfícies de componentes podem ser efetuadas em poucos minutos

com esta técnica. A medição da forma geométrica, de tensões residuais e a detecção de defeitos são outras aplicações da holografia eletrônica.

Nos métodos ópticos, exceto a fotoelasticidade, os deslocamentos são medidos diretamente e as deformações e/ou tensões são calculadas a partir dos deslocamentos. Este cálculo depende da forma geométrica da superfície do corpo. O caso mais simples é o das superfícies planas. Quando a superfície não é plana, e este é o caso de uma série de componentes, como por exemplo cascas de revolução, carcaças de compressores, pistões, vigas curvas, etc..., é necessário empregar formulações e desenvolver algoritmos específicos para cada caso. Adicionalmente, nem sempre a forma geométrica é conhecida com segurança. Atualmente no Brasil, o único sistema desenvolvido para a aplicação da holografia eletrônica na análise experimental de tensões - a estação holográfica - restringe-se à medição de deformações em superfícies planas.

Em razão destes problemas, que surgem quando a superfície do corpo não é plana, foram estabelecidos os seguintes objetivos para este trabalho:

- a) propor uma metodologia para a determinação da forma geométrica da superfície sobre a região na qual serão medidas as deformações e/ou tensões;
- b) propor uma formulação para o cálculo de deformações a partir dos deslocamentos que seja válida também para superfícies não planas;
- c) estabelecer uma metodologia para a medição dos deslocamentos, deformações e tensões em superfícies não planas, integrando os recursos já disponíveis na estação holográfica aos objetivos a e b;
- d) identificar as principais fontes de erros associadas ao método proposto.

Os resultados alcançados se destinam ao estabelecimento, no futuro, de uma metodologia testada e comprovada a ser implementada no sistema atual, para capacitá-lo a atender também este importante campo de aplicações.

Os principais aspectos relacionados à teoria da holografia eletrônica são apresentados no capítulo 2 deste trabalho, juntamente com uma revisão do conceito de deformação e a apresentação de um conjunto de equações que relacionam os deslocamentos às deformações e tensões na superfície.

No capítulo 3, o tema é a medição da forma geométrica por meio da holografia eletrônica. É proposto o método da "topografização" como o caminho a ser seguido nesta tarefa. Desenvolve-se um modelo matemático para descrever a relação entre o mapa de fase e a forma geométrica da superfície. São definidos alguns parâmetros característicos do interferômetro utilizado para a medição da forma geométrica. Complementando o capítulo, são apresentados e discutidos os resultados de duas medições de forma geométrica efetuadas com o método da "topografização".

O método integrado para a medição de deslocamentos, deformações e tensões em superfícies não planas é descrito no capítulo 4.

No capítulo 5 são mostradas as principais fontes de erros do método numa abordagem qualitativa.

Para finalizar, são apresentados e analisados os resultados de dois exemplos de aplicação experimental da metodologia proposta neste trabalho.

## CAPÍTULO 2

### ***A HOLOGRAFIA ELETRÔNICA APLICADA À MEDIÇÃO DE DESLOCAMENTOS, DEFORMAÇÕES E TENSÕES***

A evolução dos sistemas de processamento digital de imagem (SPDI), o desenvolvimento de programas dedicados de computador e a construção de dispositivos opto-mecânicos /1 a 3/ têm facilitado a aplicação da técnica da Holografia Eletrônica (HE) na solução de problemas de engenharia em geral /4 e 5/. No campo da análise experimental de tensões (AET), tais fatores têm difundido o uso desta técnica /6/ e conduzido à obtenção de bons resultados práticos /7, 8, 9 e 10/.

Este capítulo apresenta os princípios básicos da HE, os interferômetros mais utilizados na sua implementação e um modelo matemático para representar a variação da fase de uma onda luminosa,  $\Delta\phi$ , em função do deslocamento,  $\vec{d}$ , em um ponto qualquer,  $Q$ , da superfície iluminada (aqui referenciado como ponto objeto).

O conceito de deformação e algumas relações deslocamentos-deformações também são mostradas e discutidas. Tais relações são a base para a aplicação da HE na AET.

#### **2.1 ALGUNS FUNDAMENTOS DA HOLOGRAFIA ELETRÔNICA**

Vários são os termos encontrados na literatura internacional para referenciar a técnica empregada neste trabalho /11/. Os mais utilizados são: "*Electronic Speckle Pattern Interferometry (ESPI), TV Holography, Digital Holographic Interferometry e Electronic Holography*". A denominação **Holografia Eletrônica** foi adotada por dois motivos:

- 1º) alguns pesquisadores nacionais têm adotado este termo /5 e 10/;
- 2º) a tradução é direta e conseqüentemente mais fácil.

### 2.1.1 INTERFERÊNCIA DE PADRÕES DE *SPECKLE*

Quando uma fonte de luz monocromática e coerente, como por exemplo a do LASER, incide sobre uma superfície opaca, pode-se visualizar a presença de pontos claros e escuros sobre a mesma. Tais pontos são denominados "*speckles*" (manchas). Este fenômeno é causado pela interferência entre os múltiplos raios refletidos dos diversos pontos da microgeometria da superfície.

As dimensões do *speckle* e da área que influencia sua formação dependem das características do sistema óptico utilizado na sua visualização. Além disto, a intensidade luminosa varia aleatoriamente de *speckle* para *speckle* da superfície iluminada, por causa da característica aleatória da rugosidade superficial. A combinação destes fatores gera a imagem de um padrão granular sobre a superfície iluminada, denominado *padrão de speckle*, que é captada pelo sistema óptico /10/.

Jones & Wikes /12/ e Vest /13/ apresentam discussões detalhadas sobre o *speckle* e sua teoria de formação.

Se uma segunda fonte de luz monocromática e coerentemente relacionada à primeira iluminar a superfície (fig. 2.1), um outro padrão de *speckle* se origina. Quando as fontes atuam simultaneamente, a imagem observada no sistema óptico é a resultante da interferência dos dois padrões de *speckle* originais /4/.

A intensidade luminosa,  $I$ , num ponto do padrão resultante pode ser calculada pelo princípio da superposição de ondas. Mostra-se que para a interferência entre duas ondas luminosas /14/:

$$I = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos(\phi_1 - \phi_2) \quad (2.1)$$

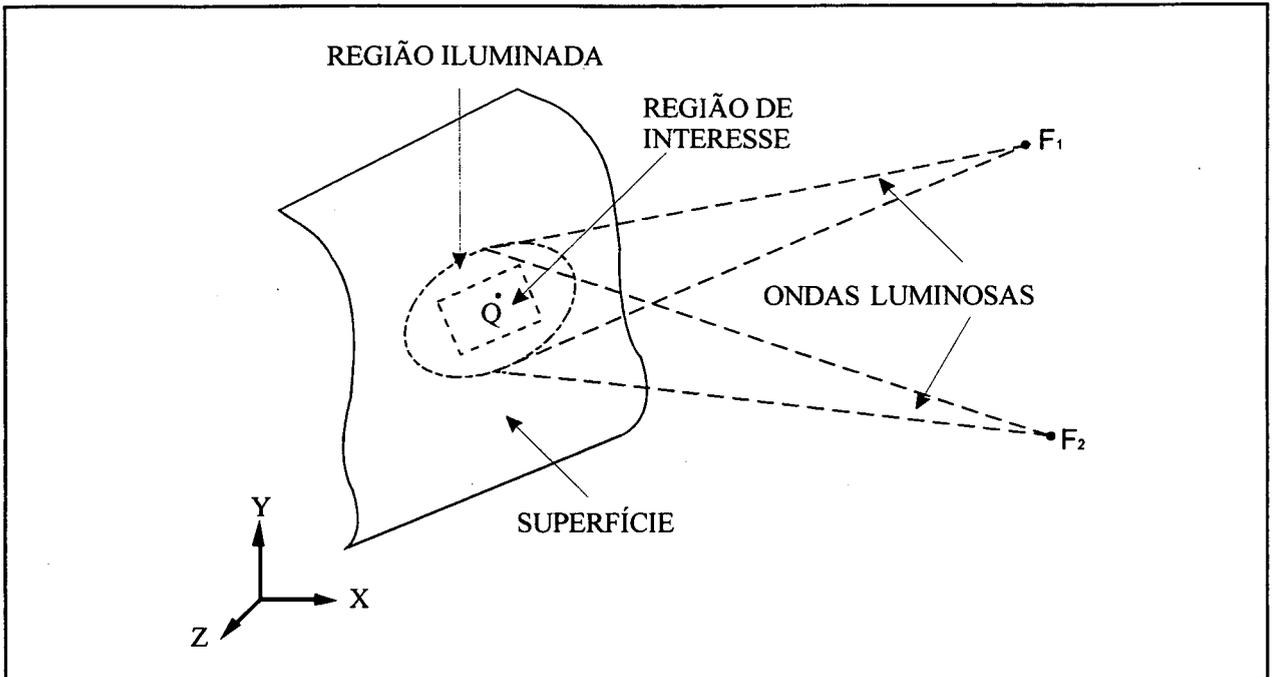
onde:

$I_1 \Rightarrow$  intensidade luminosa da frente de onda proveniente da fonte 1;

$I_2 \Rightarrow$  intensidade luminosa da frente de onda proveniente da fonte 2;

$\phi_1 \Rightarrow$  fase aleatória da frente de onda proveniente da fonte 1;

$\phi_2 \Rightarrow$  fase aleatória da frente de onda proveniente da fonte 2;



**Fig. 2.1 :** Representação esquemática da interferência entre duas ondas luminosas monocromáticas e coerentes entre si iluminando uma região da superfície.

Adotando,  $I_f = I_1 + I_2$  como sendo a parcela da intensidade que independe da fase

$\phi = \phi_1 - \phi_2$  resultante da interferência das ondas, e,  $I_m = 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2}$  a parcela que modula em função de  $\phi$ , pode-se escrever a eq. (2.1) como:

$$I = I_f + I_m \cdot \cos(\phi) \quad (2.2)$$

onde:

$I_f \Rightarrow$  intensidade média ou "de fundo";

$I_m \Rightarrow$  amplitude de modulação do *speckle*;

$\phi \Rightarrow$  fase aleatória resultante .

A imagem do padrão de *speckle* registra apenas a intensidade luminosa em cada ponto da região iluminada. Porém, a medição de algumas grandezas mecânicas - tais como a forma geométrica e o deslocamento - por meio da HE necessita da fase associada à intensidade. O método empregado neste trabalho para a determinação desta informação é mostrado a seguir.

### 2.1.2 A DETERMINAÇÃO DA FASE DO *SPECKLE*

Um dos métodos mais utilizados na determinação da fase do *speckle* consiste em introduzir, artificialmente, alterações conhecidas,  $\delta\phi$ , na fase de uma das ondas que atingem a superfície, e medir as intensidades correspondentes. Este método é denominado **Método do Deslocamento de Fase (*Phase Shifting*)**.

Uma das variantes deste método é aquela na qual a onda é submetida a alterações de fase de  $90^\circ$ . Neste caso são adquiridas quatro imagens do padrão de *speckle*, uma para cada "passo" de defasagem. Utilizando a eq. (2.2) o seguinte sistema de equações pode ser escrito:

$$\begin{aligned}
 \delta\phi = 0^\circ &\Rightarrow I_0 = I_f + I_m \cdot \cos(\phi) \\
 \delta\phi = 90^\circ &\Rightarrow I_{90} = I_f + I_m \cdot \cos(\phi + 90) \\
 \delta\phi = 180^\circ &\Rightarrow I_{180} = I_f + I_m \cdot \cos(\phi + 180) \\
 \delta\phi = 270^\circ &\Rightarrow I_{270} = I_f + I_m \cdot \cos(\phi + 270)
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

cuja solução é :

$$\phi = \arctan \left( \frac{I_{270} - I_{90}}{I_0 - I_{180}} \right) \tag{2.4}$$

que pode ser calculada no intervalo  $[-180^\circ, 180^\circ]$  se os sinais do numerador e denominador são levados em consideração. O processamento das imagens adquiridas, baseado na eq. (2.4), resulta numa imagem que contém o valor da fase em cada ponto do padrão de *speckle*.

Na prática, a defasagem pode ser conseguida através da variação do caminho óptico percorrido pela onda. Isto pode ser feito, por exemplo, deslocando um espelho com um

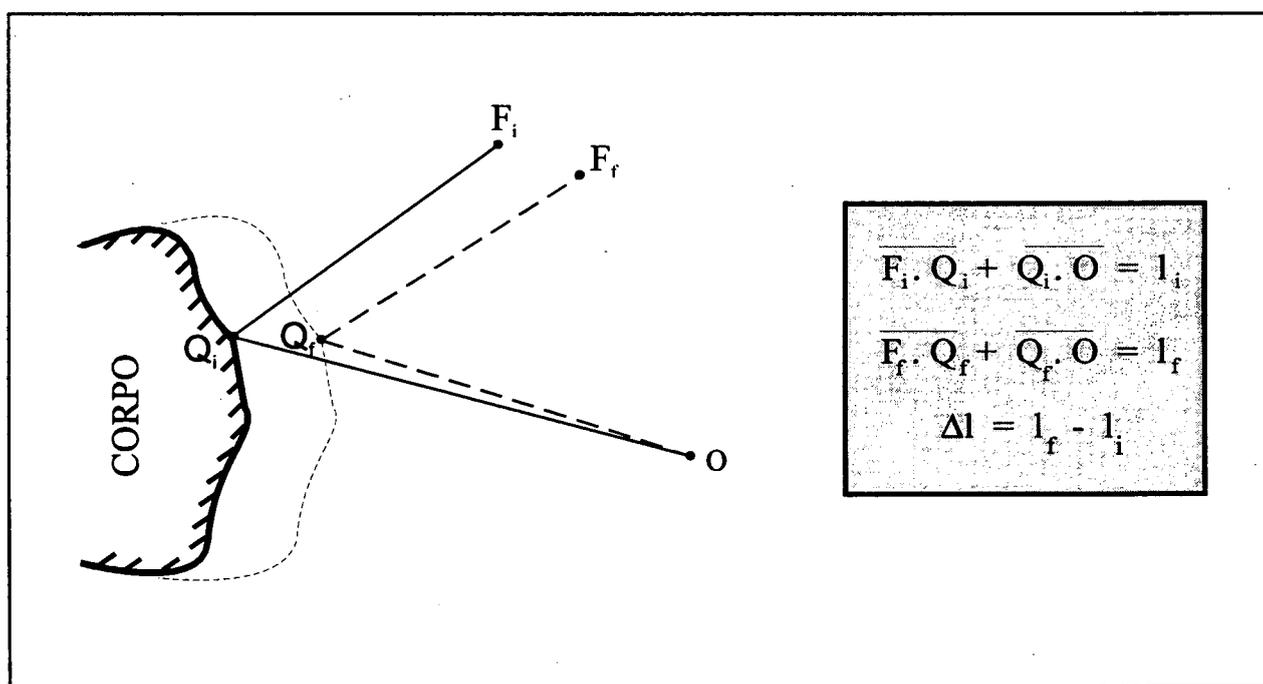
dispositivo piezoelétrico (técnica adotada neste trabalho) /4/. Em /15/ é mostrada outra forma de implementação da técnica. Ela baseia-se na deformação controlada da fibra óptica que conduz a onda.

Esta modalidade do método recebe o nome de **Método do Deslocamento de Fase a 4 Passos**. Um estudo mais aprofundado deste assunto é encontrado em /16, 17 e 18/.

### 2.1.3 A FORMAÇÃO DO MAPA DE FASE ASSOCIADO À GRANDEZA A MEDIR

O princípio básico da medição com HE é a modulação da intensidade luminosa do padrão de *speckle* que acontece quando a fase resultante varia. Esta variação de fase está associada a mudanças do caminho óptico percorrido pela luz, provocadas pela ação de um efeito externo /14/. Este pode atuar sobre a superfície observada, as fontes de iluminação e/ou meio ambiente.

A figura 2.2 representa uma situação genérica onde uma variação de caminho óptico,  $\Delta l$ , é gerada pela passagem da luz de um LASER por dois caminhos geométricos diferentes. No



**Fig. 2.2 :** Variação do caminho óptico devido a movimentos relativos entre a fonte de iluminação e o objeto, na passagem de um estado inicial,  $i$ , para um final,  $f$ .

estado inicial, a distância percorrida é  $l_i$ , com a fonte de iluminação e os pontos objeto e observador, posicionados em  $F_i$ ,  $Q_i$  e  $O$ , respectivamente. Supondo que algum efeito externo desloque a fonte e o objeto para as posições  $F_f$  e  $Q_f$ , respectivamente, a nova distância a ser percorrida é  $l_f$ . É fácil constatar que :

$$\Delta l = l_f - l_i \quad (2.5)$$

relacionando a variação de caminho óptico à diferença de caminho geométrico.

Por outro lado, a variação de fase,  $\Delta\phi$ , associada a elas pode ser calculada por /19/:

$$\Delta\phi = \frac{360}{\lambda} \cdot \Delta l \quad (2.6)$$

onde:

$\lambda \Rightarrow$  comprimento de onda da luz do LASER.

Através da HE se obtém  $\Delta\phi$  e, pelas equações (2.5) e (2.6), é possível relacioná-la à diferença de caminho geométrico entre o estado inicial e o final. Um dos procedimentos possíveis de serem empregados na obtenção de  $\Delta\phi$  é, resumidamente, o seguinte:

- 1º) determinar a fase em cada ponto do padrão de *speckle* (região iluminada) correspondente ao estado inicial,  $\phi_i$ , utilizando o método do deslocamento de fase a 4 passos (item 2.1.2), armazenando a imagem resultante;
- 2º) repetir o passo anterior para o estado final, adquirindo  $\phi_f$ ;
- 3º) subtrair a imagem final da inicial para obter  $\Delta\phi$  no intervalo  $[-180^\circ, 180^\circ]$ , o seja, o **mapa de fase** (fig. 2.3) que corresponde à parte fracionária de  $\Delta\phi$ .



**Fig. 2.3 :** Exemplo de um mapa de fase obtido pela HE.

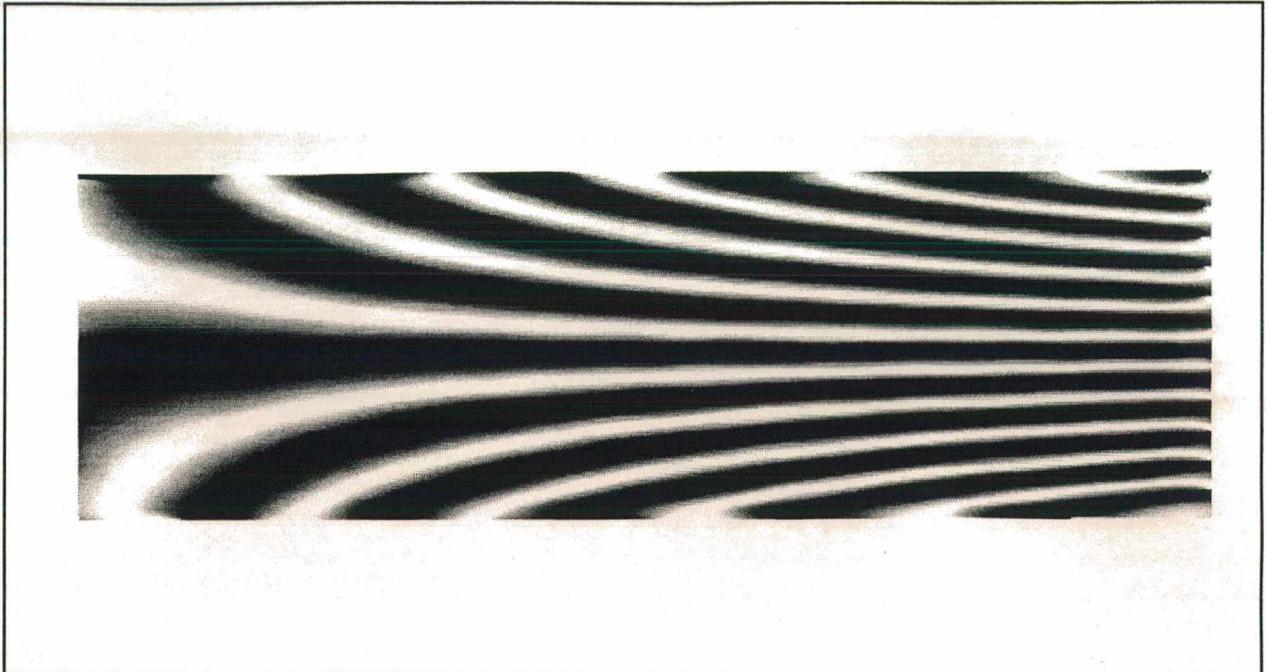
- 4º) aplicar um algoritmo de **remoção do salto de fase** sobre a imagem final para determinar a parte absoluta de  $\Delta\phi$  (neste passo é necessário conhecer o valor absoluto em, pelo menos, um ponto da região iluminada).

Albertazzi /9 e 16/ apresenta este procedimento mais detalhadamente.

Uma forma alternativa de relacionar o estado inicial e final do sistema em análise, é através do registro direto da modulação da intensidade luminosa. Neste caso faz-se a aquisição e subtração das imagens do padrão de *speckle* no estado inicial e final. Como resultado tem-se o **mapa de franjas de interferência** (fig. 2.4) /10/.

Este mapa possibilita a visualização das regiões nas quais acontecem interferências construtivas (claros) e destrutivas (escuros). Além disto, técnicas de rastreamento /19 e 20/ permitem a quantificação destes mapas, associando a cada ponto dele um número denominado **ordem de franja, OF**, definido como:

$$OF = \frac{\Delta l}{\lambda} = \frac{\Delta\phi}{360} \quad (2.7)$$



**Fig. 2.4 :** Exemplo de um mapa de franjas de interferência obtido pela HE.

Os mapas de fase e de franjas traduzem a resposta do sistema ao efeito externo que causou dois estados diferentes. Em geral, o efeito está associado a uma grandeza a medir (GM) /21/. Na figura 2.5 são mostrados alguns exemplos de efeitos que podem atuar e as GM's correspondentes.

| <i><b>EFEITO EXTERNO</b></i>                           | <i><b>GRANDEZA A MEDIR (GM)</b></i>                          |
|--|--|
| carregamento mecânico                                  | campos de deslocamentos, deformações e tensões na superfície |
| deslocamento das fontes de iluminação                  | forma geométrica da superfície                               |
| gradientes de temperatura aplicados sobre a superfície | campos de deslocamentos, deformações e tensões na superfície |
| gradiente de temperatura num meio líquido ou gasoso    | variações do índice de refração do meio                      |

**Fig. 2.5 :** Alguns efeitos externos e GM's associadas.

## 2.2 INTERFERÔMETROS UTILIZADOS NA HOLOGRAFIA ELETRÔNICA

O interferômetro é um dispositivo óptico no qual as frentes de onda interferem. Na HE são empregadas basicamente duas configurações: iluminação simples e iluminação dupla.

### 2.2.1 ILUMINAÇÃO SIMPLES

Nesta configuração o padrão de *speckle* da superfície analisada interfere com o padrão proveniente de uma superfície de referência ou diretamente com a luz do LASER. A superposição destas imagens é conseguida com um espelho parcial conforme mostrado na figura 2.6.

### 2.2.2 ILUMINAÇÃO DUPLA

Na iluminação dupla ocorre a interferência de dois padrões de *speckle* formados pela própria superfície, iluminada simultaneamente por duas fontes diferentes. Deste modo, o padrão de uma fonte atua como referência para o da outra e vice-versa.

## 2.3 VARIAÇÃO DA FASE ASSOCIADA AO DESLOCAMENTO DA SUPERFÍCIE

Se num interferômetro apenas o objeto a medir estiver submetido a algum efeito externo (fig. 2.5) gerador de um campo de deslocamentos sobre sua superfície iluminada (neste caso  $F_f = F_i$  na figura 2.2), a informação contida no mapa de fase com "salto removido" está diretamente relacionada ao campo de deslocamentos. Esta relação depende, entre outros fatores, da configuração interferométrica utilizada.

### 2.3.1 ILUMINAÇÃO SIMPLES

Na figura 2.8 é mostrada esquematicamente a superfície iluminada de um corpo e a disposição espacial dos principais componentes de um interferômetro de iluminação simples. Assume-se que o interferômetro esteja envolvido por um meio homogêneo cujas propriedades não variam com o tempo. Também a onda de referência deve permanecer completamente invariável.

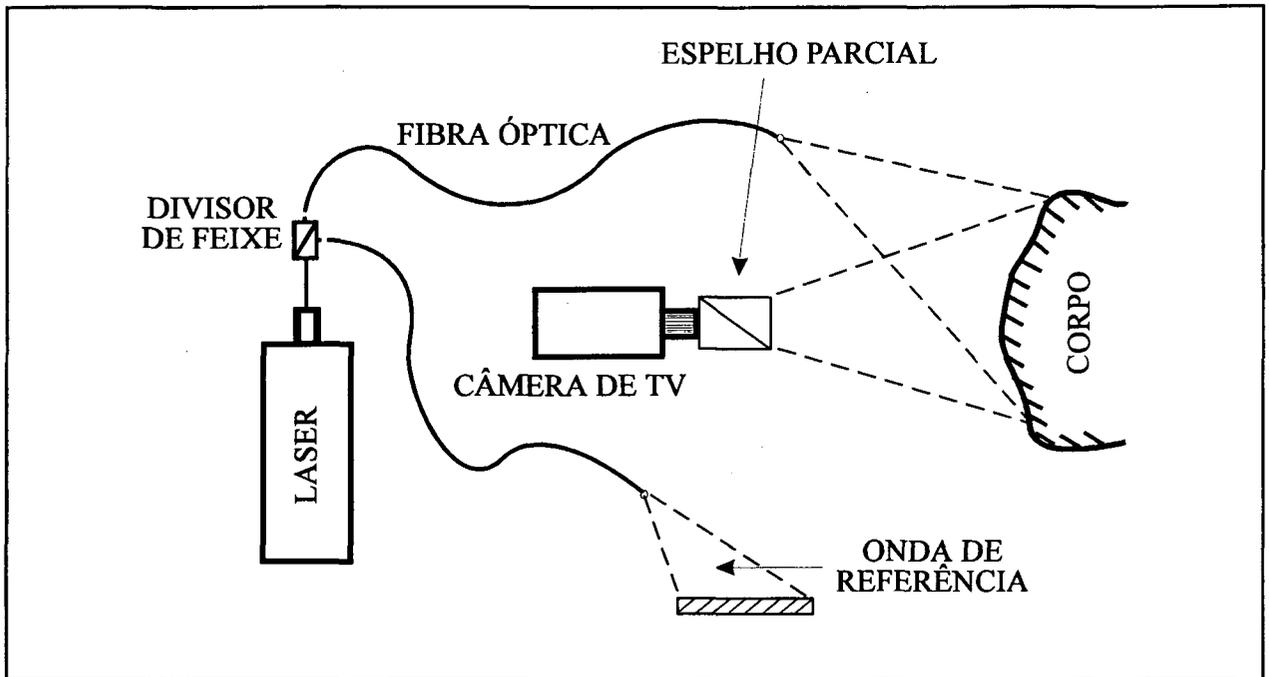


Fig. 2.6 : Interferômetro de iluminação simples utilizando uma superfície para gerar a onda de referência.

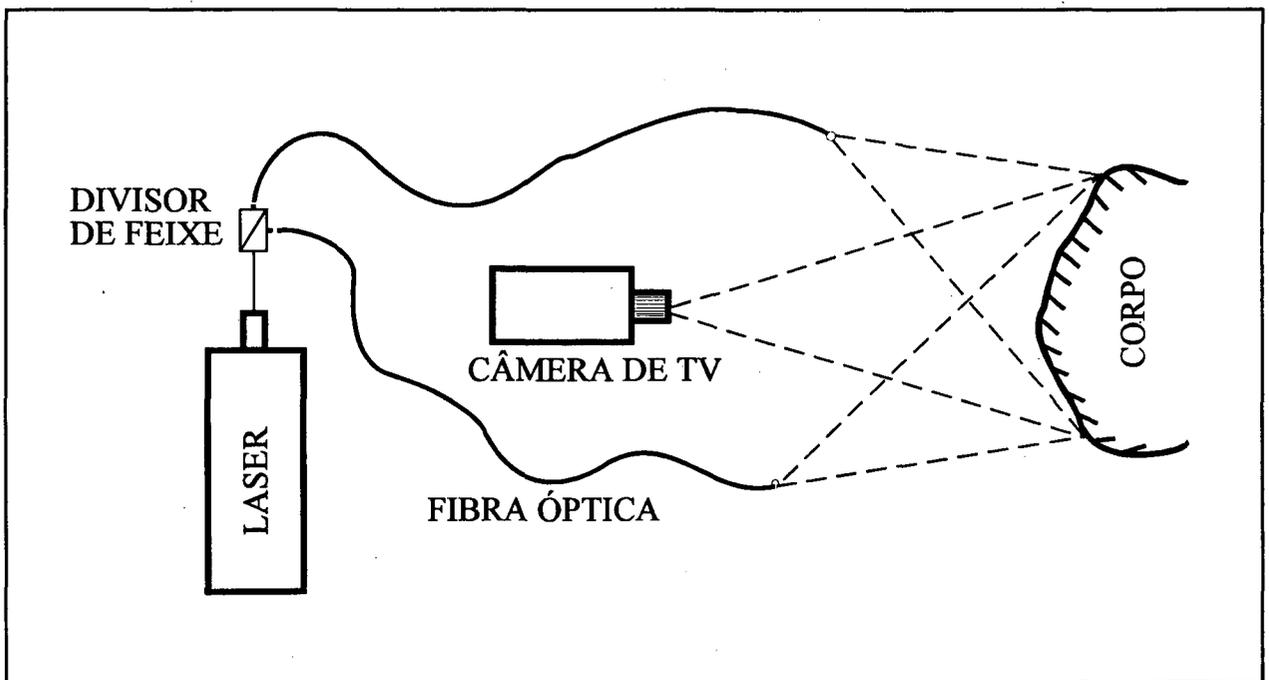


Fig. 2.7 : Interferômetro de iluminação dupla.

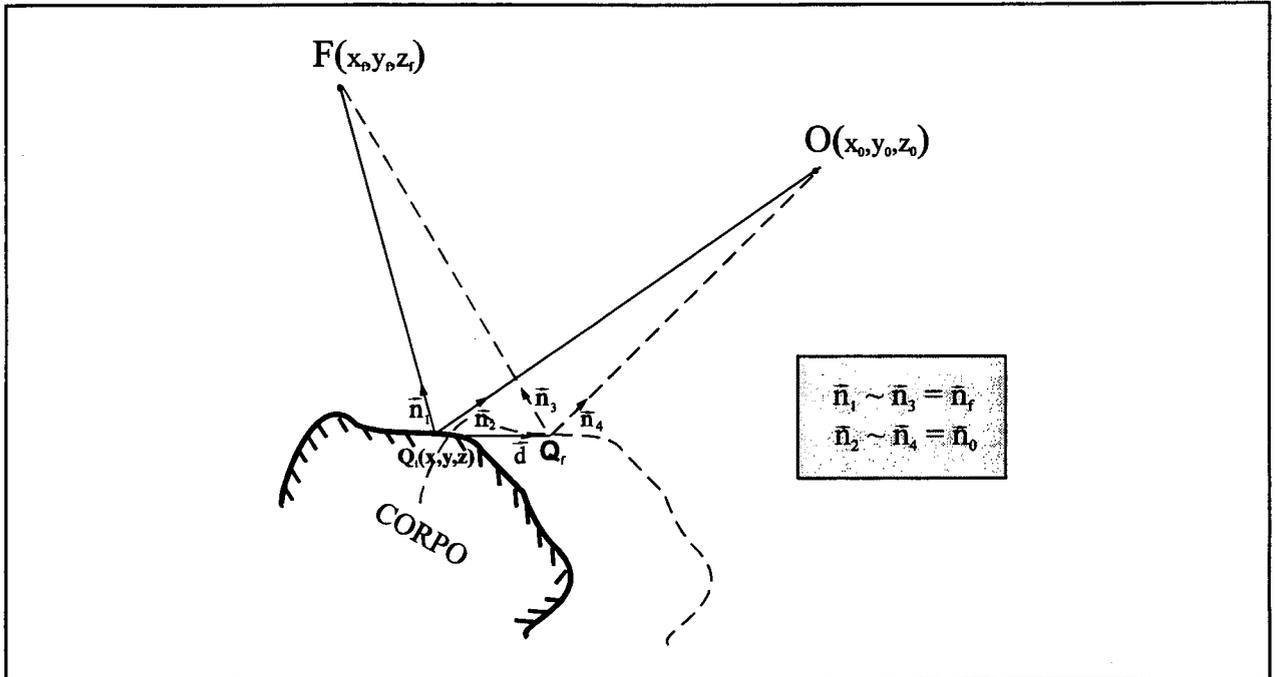


Fig. 2.8 : Ponto objeto,  $Q$ , submetido a um deslocamento e observado num interferômetro de iluminação simples. Simbologia adotada.

Adotando como estado inicial aquele no qual não há deslocamentos sobre a superfície, o caminho óptico percorrido pela luz do LASER, passando por um ponto  $Q$ , é  $\overline{FQ_iO}$ . Quando  $Q$  sofre um deslocamento,  $\vec{d}$ , o caminho óptico passa a ser  $\overline{FQ_rO}$ . Albertazzi /19/ mostra que para deslocamentos considerados pequenos em relação às distâncias entre os componentes do interferômetro tem-se:

$$\Delta l = (\vec{n}_f + \vec{n}_o) \cdot \vec{d} \quad (2.8)$$

onde:

$\vec{n}_f, \vec{n}_o \Rightarrow$  vetores unitários;

A soma na eq. (2.8) define o vetor sensibilidade da iluminação simples,  $\vec{p}_s$  :

$$\vec{p}_s = (\vec{n}_f + \vec{n}_o) \quad (2.9)$$

com:

$$\overline{FQ} = \sqrt{(x_f - x)^2 + (y_f - y)^2 + (z_f - z)^2}$$

$$\overline{OQ} = \sqrt{(x_o - x)^2 + (y_o - y)^2 + (z_o - z)^2}$$

$$\vec{n}_f = \frac{(x_f - x) \cdot \vec{i} + (y_f - y) \cdot \vec{j} + (z_f - z) \cdot \vec{k}}{\overline{FQ}}$$

$$\vec{n}_o = \frac{(x_o - x) \cdot \vec{i} + (y_o - y) \cdot \vec{j} + (z_o - z) \cdot \vec{k}}{\overline{OQ}}$$

Substituindo a eq. (2.9) em (2.8) e o resultado em (2.6) obtém-se:

$$\Delta\phi = \frac{360 \cdot \vec{p}_s \cdot \vec{d}}{\lambda} \quad (2.10)$$

Algumas observações devem ser feitas a respeito da eq. (2.10) e deste tipo de iluminação /22/:

- para um ponto  $Q$ , a variação de fase é diretamente proporcional à projeção do vetor deslocamento na direção do vetor sensibilidade;

- b) em geral, nos interferômetros de iluminação simples, tem-se uma maior facilidade em ajustar o vetor sensibilidade à direção normal à superfície (ou bem próximo dela), por isso este tipo de iluminação é mais indicada na determinação de deslocamentos normais à superfície iluminada;
- c) pelo menos três equações do tipo (2.10) e linearmente independentes são necessárias para se obter o vetor deslocamento quando a direção deste é desconhecida;
- d) o uso do "espelho parcial" acarreta uma perda maior de intensidade luminosa bem como resulta em um sistema menos estável.

### 2.3.2 ILUMINAÇÃO DUPLA /23/

Na iluminação dupla a variação da fase é também causada pela diferença relativa do caminho óptico percorrido pela luz no estado inicial e final. Conforme mostrado no item 2.2.2 duas fontes iluminam simultaneamente a superfície do corpo. O fato de uma onda atuar como referência para a outra resulta num efeito análogo ao de duas iluminações simples - uma de cada fonte - se compensando. Assim,

$$\Delta l = \Delta l_1 - \Delta l_2 \quad (2.11)$$

onde:

$\Delta l \Rightarrow$  diferença relativa de caminho óptico;

$\Delta l_1, \Delta l_2 \Rightarrow$  diferença de caminho óptico devido a  $F_1$  e  $F_2$ , respectivamente.

Na figura 2.9 tem-se um esquema da disposição dos componentes e suas respectivas posições, a linha contínua representa o estado inicial enquanto a tracejada o final.

Aplicando a eq. (2.8) às fontes 1 e 2 obtém-se:

$$\begin{aligned}\Delta l_1 &= (\vec{n}_{f1} + \vec{n}_o) \cdot \vec{d} \\ \Delta l_2 &= (\vec{n}_{f2} + \vec{n}_o) \cdot \vec{d}\end{aligned}\quad (2.12)$$

Substituindo (2.12) em (2.11) e novamente com (2.6) chega-se a:

$$\Delta\phi = \frac{360 \cdot \vec{p}_d \cdot \vec{d}}{\lambda}\quad (2.13)$$

onde:

$\vec{p}_d = (\vec{n}_{f1} - \vec{n}_{f2})$  é o vetor sensibilidade para iluminação dupla

$\vec{n}_{f1}, \vec{n}_{f2} \Rightarrow$  vetores unitários calculados analogamente a  $\vec{n}_f$ .

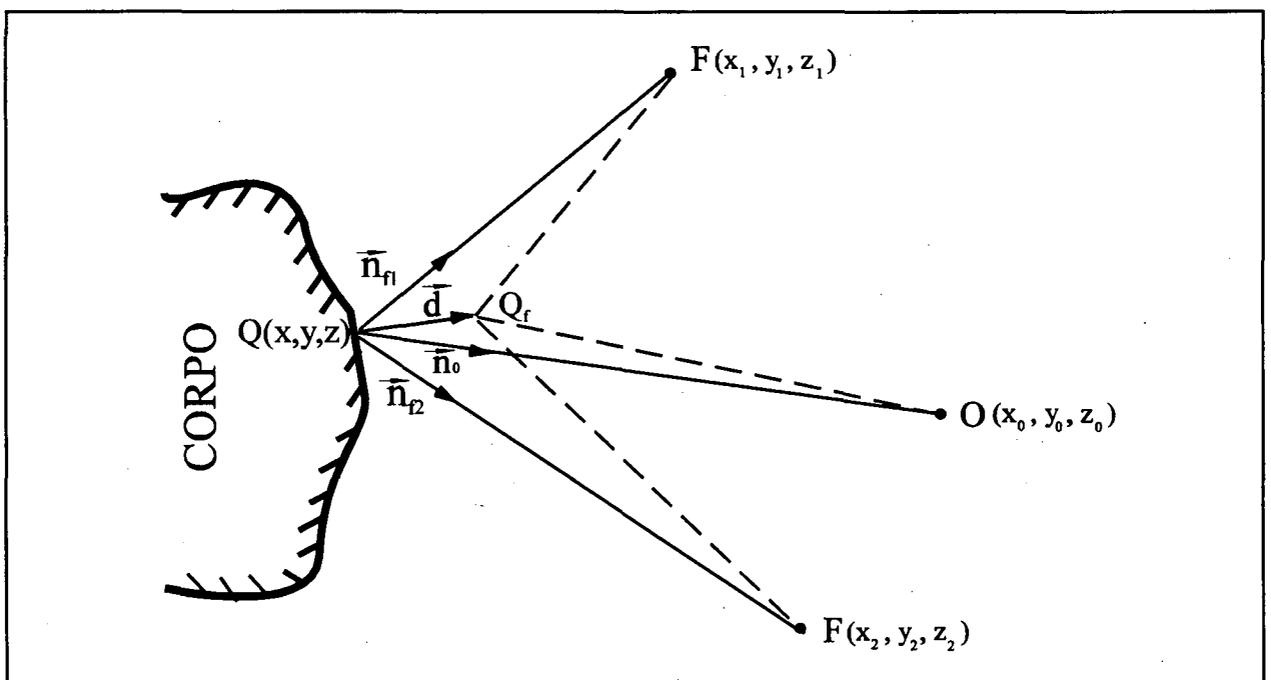


Fig. 2.9 : Ponto objeto,  $Q$ , submetido a um deslocamento e observado num interferômetro de iluminação dupla.

É importante observar que:

- a) as observações *a)* e *c)* do item 2.3.1 são também válidas para a iluminação dupla;
- b) o vetor sensibilidade nos interferômetros de iluminação dupla é ajustado, em geral, paralelo (ou bem próximo) à superfície iluminada, sendo, portanto, mais adequado à medição da componente do deslocamento tangente à superfície iluminada do corpo;
- c) esta configuração é mais estável porque não utiliza espelho parcial e tem menos componentes;

Os vetores sensibilidade em ambos os casos de iluminação são medidos a partir da disposição espacial dos componentes dos interferômetros.

## 2.4 DETERMINAÇÃO DO CAMPO DE DESLOCAMENTOS CARTESIANOS A PARTIR DOS MAPAS DE FASE

O campo de deslocamentos é composto pelos vetores deslocamento de todos os pontos da região de interesse sobre a superfície observada. Determinar o campo de deslocamentos por meio da HE implica em calcular as componentes dos vetores deslocamento, a partir dos mapas de fase obtidos nesta região.

Tais componentes dependem do sistema de coordenadas. No sistema cartesiano ortogonal tem-se num ponto  $Q$  da região de interesse:

$$\vec{d} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k} \quad (2.14)$$

onde:

$u, v, w \Rightarrow$  componentes x, y, e z do vetor deslocamento no ponto considerado.

Por outro lado, as eq. (2.10) e (2.13) podem ser agrupadas e, utilizando (2.7) vem:

$$\vec{p} \cdot \vec{d} = \lambda \cdot OF \quad (2.15)$$

onde:

$$\vec{p} = \begin{cases} \vec{p}_s \Rightarrow & \text{para iluminação simples} \\ \vec{p}_d \Rightarrow & \text{para iluminação dupla} \end{cases}$$

Considerando-se o caso genérico no qual nenhuma informação sobre as componentes do deslocamento é conhecida, a eq. (2.15) deve ser escrita para no mínimo 3 condições de iluminação diferentes de tal forma que as equações resultantes sejam linearmente independentes. Assim, o seguinte sistema de equações lineares pode ser montado:

$$\begin{bmatrix} p_{x1} & p_{y1} & p_{z1} \\ p_{x2} & p_{y2} & p_{z2} \\ p_{x3} & p_{y3} & p_{z3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \lambda \cdot \begin{bmatrix} OF_1 \\ OF_2 \\ OF_3 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

onde:

$[p]_{3 \times 3} \Rightarrow$  matriz sensibilidade;

$[d]_{3 \times 1} \Rightarrow$  matriz das componentes cartesianas do vetor deslocamento;

$[OF]_{3 \times 1} \Rightarrow$  matriz ordem de franja.

A solução do sistema (2.16) está sujeita a grande influência dos erros aleatórios que atuam experimentalmente. Para reduzir esta influência é empregado um número maior de pares de iluminação. O novo sistema formado tem equações redundantes de modo que deve ser resolvido pelo **Método dos Mínimos Quadrados (MMQ)** /22/.

A cada par de iluminação corresponde um interferômetro e, conseqüentemente, um mapa de fase. Em muitos casos na HE é aconselhável a utilização da **iluminação mista** /10/, ou seja, a combinação de interferômetros de iluminação simples e dupla numa mesma montagem. Com

isto obtém-se um sistema mais equilibrado onde tanto as componentes normais à superfície quanto as tangenciais podem ser medidas simultaneamente.

Na prática, a ordem de franja é levantada em pontos discretos da região de interesse e o sistema (2.16) é resolvido em cada um destes pontos. Como resultado tem-se um campo de deslocamentos discretizado. Teoricamente, se a superfície é formada por um material contínuo o campo de deslocamentos também é contínuo. Isto significa que se a região de interesse foi suficientemente discretizada, funções de interpolação podem ser aplicadas para se obter o deslocamento em qualquer ponto desta /20/.

## 2.5 RELAÇÕES DESLOCAMENTOS - DEFORMAÇÕES

A AET tem como principal interesse conhecer os campos de deformações e tensões que atuam em um corpo. Conforme visto, através da HE tem-se a possibilidade de medir o campo de deslocamentos numa região de interesse sobre a superfície do corpo. Neste ítem são apresentados e discutidos alguns conceitos e equações que permitem obter as deformações e tensões na região de interesse, a partir do campo de deslocamentos experimentalmente determinados pela HE.

### 2.5.1 DEFORMAÇÃO /24/

#### a) Deformação Normal

Seja  $\overline{QQ_1}$  um elemento infinitesimal de linha de um corpo no estado inicial<sup>1</sup> (fig. 2.10) associado a um ponto  $Q$ , orientado segundo o vetor unitário  $\vec{N}$  e com vetor posição dado por:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (2.17)$$

<sup>1</sup> Neste trabalho os estados inicial e final correspondem, respectivamente, às configurações indeformada e deformada do corpo. Em termos práticos nada impede a adoção da convenção em sentido inverso.

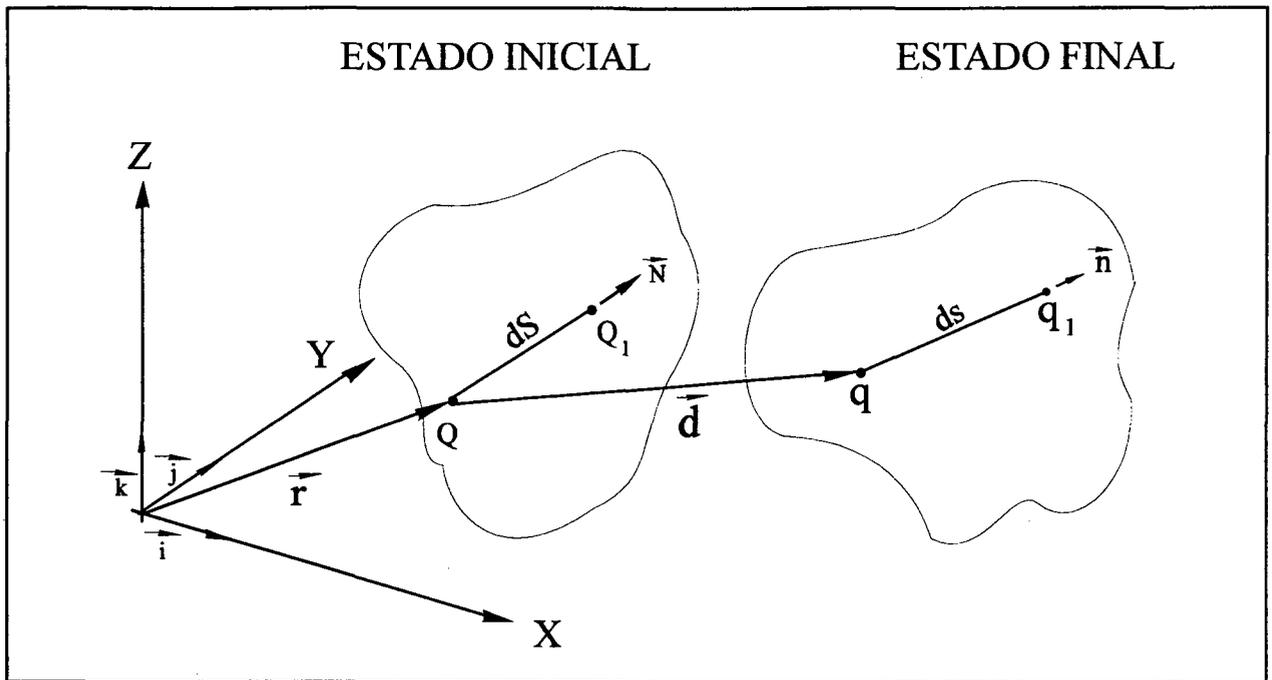


Fig. 2.10 : Variação do comprimento de um elemento de linha entre os estados inicial e final, caracterizando uma deformação normal.

e;  $\overline{qq_1}$  este mesmo elemento num estado final, originado após  $Q$  ter sofrido um deslocamento  $\vec{d}$ , e com nova orientação  $\vec{n}$ . A deformação normal<sup>2</sup>,  $\epsilon$ , em  $Q$ , na direção do elemento é definida como sendo a razão entre a variação do comprimento do elemento de linha pelo seu comprimento inicial, ou seja:

$$\epsilon = \frac{ds - dS}{dS} \quad (2.18)$$

onde:

$dS, ds \Rightarrow$  comprimentos inicial e final do elemento de linha, respectivamente.

<sup>2</sup> Também conhecida como linear ou de engenharia /24/.

## b) Deformação Cisalhante

Na figura 2.11 são mostrados dois elementos infinitesimais de linha,  $\overline{QQ_1}$  e  $\overline{QQ_2}$  do corpo, novamente associado ao ponto  $Q$ . Eles formam um ângulo inicial  $\theta_i$  e suas orientações são  $\vec{N}_1$  e  $\vec{N}_2$ , respectivamente. Com a deformação do corpo pode ocorrer uma distorção angular entre os elementos de modo que no estado final tem-se um ângulo  $\theta_f \neq \theta_i$  e orientações  $\vec{n}_1$  e  $\vec{n}_2$ .

Por definição, a deformação cisalhante,  $\gamma$ , é a diferença angular,  $\Delta\theta$ , resultante deste processo:

$$\gamma = \Delta\theta = \theta_i - \theta_f \quad (2.19)$$

Para pequenas variações angulares pode-se assumir  $\sin\Delta\theta \approx \Delta\theta$  e  $\cos\Delta\theta \approx 1$ . Além disso, se inicialmente  $\overline{QQ_1}$  e  $\overline{QQ_2}$  são ortogonais,  $\theta_i = 90^\circ$ . Com estas considerações é fácil demonstrar que /25/:

$$\gamma = \cos\theta_f - \cos\theta_i \quad (2.20)$$

Utilizando a definição de produto escalar /26/ vem:

$$\begin{aligned} \cos\theta_i &= \vec{N}_1 \cdot \vec{N}_2 \\ \cos\theta_f &= \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Logo,

$$\gamma = \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 - \vec{N}_1 \cdot \vec{N}_2 \quad (2.22)$$

As eq. (2.18) e (2.22) exprimem as definições matemáticas da deformação. Elas estabelecem uma relação entre os estados inicial e final do corpo.

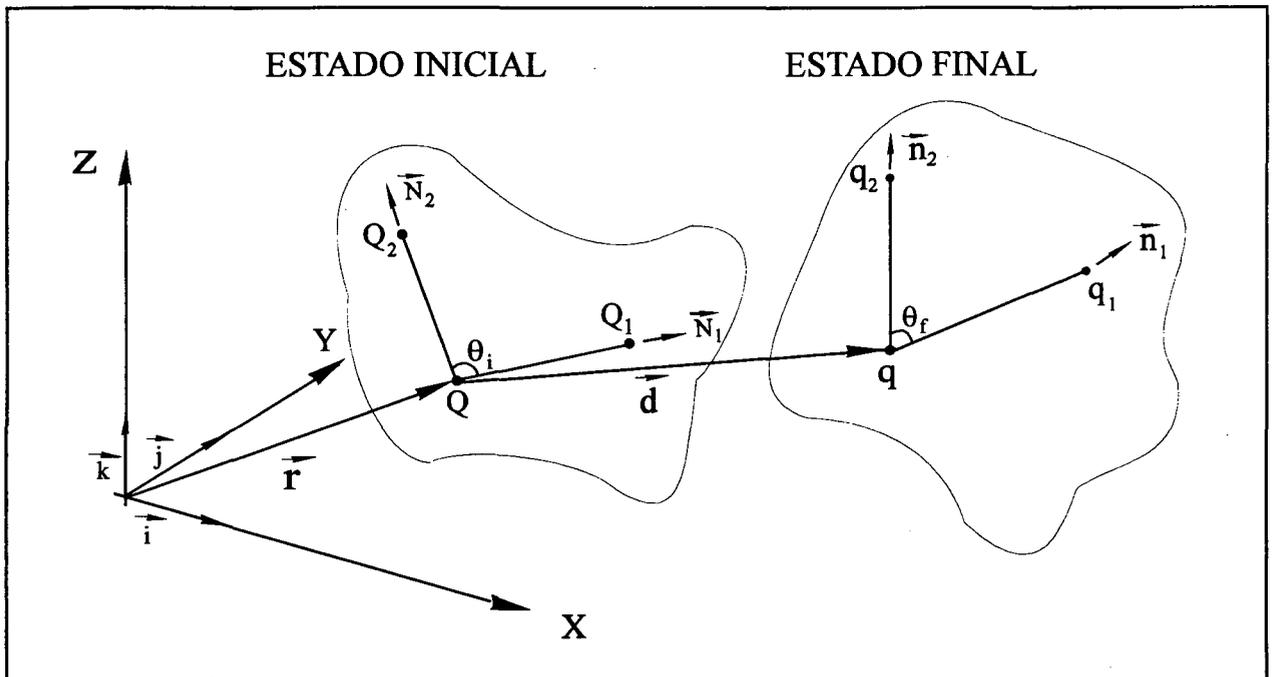


Fig. 2.11 : Variação do ângulo entre dois elementos de linha entre os estados inicial e final, caracterizando um deformação cisalhante.

Normalmente a configuração inicial (forma geométrica) do corpo é conhecida<sup>3</sup>, enquanto a final é determinada em função do deslocamento de cada ponto até sua nova posição. Assim, é mais conveniente escrever as deformações diretamente em função dos deslocamentos. Isto é feito nas chamadas **Relações Deslocamentos - Deformações**.

### 2.5.2 RELAÇÕES DESLOCAMENTOS - DEFORMAÇÕES: UMA FORMA DISCRETIZADA

As definições de deformação assumem elementos infinitesimais de linha. Porém, uma aproximação interessante é conseguida para aplicação prática, ao se tomar um elemento de linha finito, desde que permaneça ainda pequeno quando comparado às dimensões do corpo.

<sup>3</sup> Quando não se conhece a forma geométrica é necessário determiná-la. No capítulo 3 é proposta uma forma de fazê-lo para alguns casos, utilizando a HE.

Tendo em mente esta hipótese e partindo das seguintes informações, conhecidas em pontos discretos:

$$\begin{cases} x_Q, y_Q, z_Q \Rightarrow \text{coordenadas de } Q; \\ u_Q, v_Q, w_Q \Rightarrow \text{comp. do deslocamento em } Q; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{Q_1}, y_{Q_1}, z_{Q_1} \Rightarrow \text{coordenadas de } Q_1; \\ u_{Q_1}, v_{Q_1}, w_{Q_1} \Rightarrow \text{comp. do deslocamento em } Q_1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{Q_2}, y_{Q_2}, z_{Q_2} \Rightarrow \text{coordenadas de } Q_2; \\ u_{Q_2}, v_{Q_2}, w_{Q_2} \Rightarrow \text{comp. do deslocamento em } Q_2; \end{cases}$$

são desenvolvidas as relações deslocamentos - deformações.

a) Deformação Normal

O comprimento de  $\overline{QQ_1}$  é /27/ :

$$dS = \sqrt{(x_{Q_1} - x_Q)^2 + (y_{Q_1} - y_Q)^2 + (z_{Q_1} - z_Q)^2} \quad (2.23)$$

As posições de  $Q$  e  $Q_1$  no estado final são :

$$\begin{cases} x_q = x_Q + u_Q & x_{q_1} = x_{Q_1} + u_{Q_1} \\ y_q = y_Q + v_Q & y_{q_1} = y_{Q_1} + v_{Q_1} \\ z_q = z_Q + w_Q & z_{q_1} = z_{Q_1} + w_{Q_1} \end{cases} \quad (2.24)$$

Deste modo o comprimento de  $\overline{qq_1}$  pode ser calculado por uma equação análoga a (2.23):

$$ds = \sqrt{(x_{q_1} - x_q)^2 + (y_{q_1} - y_q)^2 + (z_{q_1} - z_q)^2} \quad (2.25)$$

e os resultados substituídos em (2.18) para obter o valor aproximado da deformação normal em  $Q$ .

#### b) Deformação Cisalhante

Neste caso tem-se:

$$\begin{aligned} \vec{N}_1 &= \frac{(x_{Q_1} - x_Q)\vec{i} + (y_{Q_1} - y_Q)\vec{j} + (z_{Q_1} - z_Q)\vec{k}}{\sqrt{(x_{Q_1} - x_Q)^2 + (y_{Q_1} - y_Q)^2 + (z_{Q_1} - z_Q)^2}} \\ \vec{N}_2 &= \frac{(x_{Q_2} - x_Q)\vec{i} + (y_{Q_2} - y_Q)\vec{j} + (z_{Q_2} - z_Q)\vec{k}}{\sqrt{(x_{Q_2} - x_Q)^2 + (y_{Q_2} - y_Q)^2 + (z_{Q_2} - z_Q)^2}} \end{aligned} \quad (2.26)$$

e após a deformação  $Q_2$  passa a ter as coordenadas:

$$\begin{cases} x_{q_2} = x_{Q_2} + u_{Q_2} \\ y_{q_2} = y_{Q_2} + v_{Q_2} \\ z_{q_2} = z_{Q_2} + w_{Q_2} \end{cases} \quad (2.27)$$

com os elementos de linha sendo calculados por:

$$\begin{aligned} \vec{n}_1 &= \frac{(x_{q_1} - x)\vec{i} + (y_{q_1} - y)\vec{j} + (z_{q_1} - z)\vec{k}}{\sqrt{(x_{q_1} - x)^2 + (y_{q_1} - y)^2 + (z_{q_1} - z)^2}} \\ \vec{n}_2 &= \frac{(x_{q_2} - x)\vec{i} + (y_{q_2} - y)\vec{j} + (z_{q_2} - z)\vec{k}}{\sqrt{(x_{q_2} - x)^2 + (y_{q_2} - y)^2 + (z_{q_2} - z)^2}} \end{aligned} \quad (2.28)$$

A deformação cisalhante, então, pode ser obtida pela eq. (2.22).

---

 2.5.3 RELAÇÕES DESLOCAMENTOS - DEFORMAÇÕES: TEORIA DA ELASTICIDADE

A **teoria da elasticidade** /28/ estabelece uma formulação que relaciona as deformações de um corpo às derivadas dos deslocamentos experimentados por ele. Quando se assume a ocorrência de pequenos deslocamentos, os termos não lineares podem ser desprezados. Para a superfície livre e plana de um corpo, posicionada paralelamente ao plano definido pelos eixos  $x$  e  $y$  de um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais tem-se:

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} \\
 \epsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} \\
 \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \\
 \gamma_{xz} &= \gamma_{yz} = 0
 \end{aligned}
 \tag{2.29}$$

Este conjunto de equações sugere uma alternativa para o cálculo das deformações. Em /20/ é mostrada sua aplicação em um SM de deformações e tensões baseado na holografia convencional.

Se a superfície não é plana, um sistema de coordenadas curvilíneas  $(\alpha_1, \alpha_2)$  adequado a geometria da superfície deve ser escolhido. Neste caso, os deslocamentos medidos e o conjunto de eq. (2.29) são reescritos para este sistema.

Klaus /29/ apresenta relações deslocamentos - deformações para um sistema de coordenadas curvilíneo ortogonal com o objetivo de estudar o problema de flexão em elementos estruturais do tipo casca fina.

A relação entre os campos de tensão e deformação depende do comportamento do material do corpo. Na **teoria da mecânica do contínuo** são encontrados modelos matemáticos, denominados **equações constitutivas**, que visam descrever esta relação para diversos tipos de materiais /30/. Neste trabalho é assumido um material Hookeniano (elástico e perfeitamente linear) isotrópico.

Na superfície iluminada ocorre um estado plano de tensões (EPT). Isto significa que as tensões na direção  $z$  são nulas. Portanto, o estado de tensão em cada ponto é dado por:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{E}{1 - \nu^2} \cdot (\epsilon_{xx} + \nu \cdot \epsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} &= \frac{E}{1 - \nu^2} \cdot (\nu \cdot \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}) \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \cdot \gamma_{xy}\end{aligned}\tag{2.30}$$

onde:

$E \Rightarrow$  módulo de elasticidade do material;

$\nu \Rightarrow$  coeficiente de Poisson.

Outra consequência do EPT é a existência de deformação normal na direção perpendicular à superfície no ponto, calculada em função das deformações normais nas direções tangentes à superfície. Para o sistema cartesiano tem-se:

$$\epsilon_{zz} = \frac{-\nu}{1 - \nu} \cdot (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy})\tag{2.31}$$

A eq. (2.31) completa o conjunto de equações apresentadas neste capítulo que formam a base da medição de deslocamentos, deformações e tensões em superfícies livres por meio da HE.

## **CAPÍTULO 3**

### **MEDIÇÃO DE FORMAS GEOMÉTRICAS DE SUPERFÍCIES COM A HOLOGRAFIA ELETRÔNICA**

Como visto no capítulo 2, o cálculo das deformações a partir dos deslocamentos demanda o conhecimento da forma geométrica da região de interesse sobre a superfície iluminada do corpo. Por isso, caso esta informação não esteja disponível nas medições de deformações e tensões com a HE, é necessário sua obtenção.

As alternativas existentes para executar esta tarefa envolvem desde a utilização de SM's convencionais (graminhos, paquímetros, escalas, etc...) até soluções mais elaboradas como a tecnologia da medição por coordenadas ou os métodos ópticos (triangulação, HE, projeção de franjas, etc...) /31, 32 e 33/. Estes têm como vantagem a medição sem contato.

A escolha do SM depende das especificações metrológicas requeridas, da disponibilidade do sistema e dos custos envolvidos. Muitas vezes, os métodos ópticos se apresentam como a melhor solução.

Neste trabalho optou-se pela utilização da técnica da HE também para medição da forma geométrica da região de interesse. Isto acontece porque os mesmos elementos ópticos empregados na medição dos deslocamentos podem ser utilizados na tarefa de determinar a forma geométrica. Isto facilita a montagem de um sistema integrado e genérico para a medição das deformações e dispensa a necessidade de introduzir novos componentes na montagem reduzindo os custos.

O objetivo deste capítulo é apresentar e discutir a teoria envolvida na realização desta tarefa e as medições efetuadas para sua comprovação.

#### **3.1 CONCEITO DE TOPOGRAFIZAÇÃO**

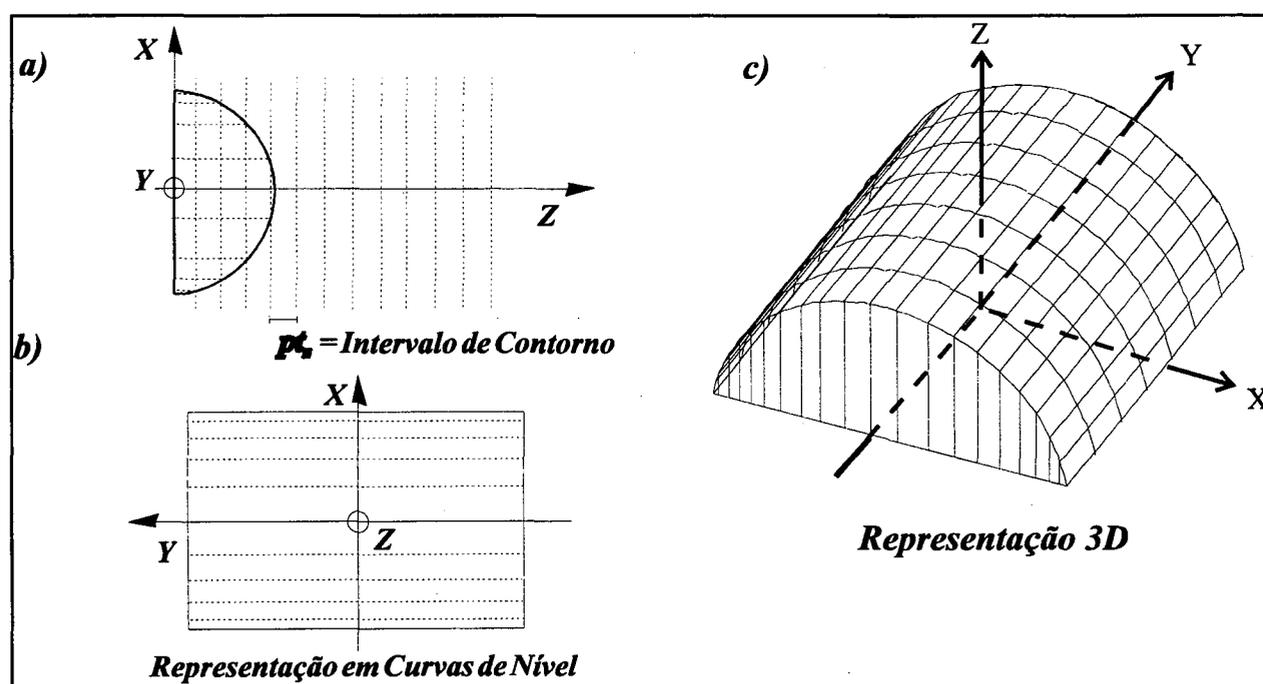
A topografização é a determinação da forma geométrica de uma superfície ou parte dela através da geração de contornos de igual profundidade sobre a imagem da mesma. Estes

contornos representam a intersecção entre a superfície e planos imaginários de elevação constante em relação a uma referência. Topografização é o termo introduzindo por este trabalho para traduzir "*Contour Generation e Contouring*" usados por Vest /13/ e Abranson /34/, respectivamente.

### 3.1.1 FORMAS DE REPRESENTAR GRAFICAMENTE UMA SUPERFÍCIE

A parte a) da figura 3.1 mostra um corpo sendo seccionado por planos paralelos e igualmente espaçados. A intersecção gera contornos sobre sua superfície. Adotando um dos planos como referência e projetando a imagem da intersecção sobre ele obtém-se um mapa de curvas (parte b) da figura 3.1). Cada curva representa o conjunto de pontos da superfície localizados à mesma distância do plano de referência. A forma geométrica da superfície pode ser representada graficamente por um mapa deste tipo denominado **Mapa de Curvas de Nível**.

O **gráfico tridimensional (3D)** é outra forma muito utilizada na representação e visualização da forma geométrica de superfícies.



**Fig. 3.1 :** Formas de representação gráfica de superfícies. a) esquema da situação; b) mapa em curvas de nível; c) gráfico 3D.

### 3.1.2 ALGUNS PRINCÍPIOS UTILIZADOS NA TOPOGRAFIZAÇÃO

Várias técnicas ópticas podem ser utilizadas na topografização de superfícies. Entre elas se destacam a holografia interferométrica (HI), a HE e Moiré de projeção.

Nas técnicas holográficas, a forma geométrica da superfície pode ser obtida através da geração de um mapa de fase ou franjas, causado por uma diferença de caminho óptico devido a um efeito externo bem conhecido. Baseado neste princípio surgem alguns métodos que são classificados em função do tipo de efeito externo em duas categorias de acordo com Yonemura /35/: método dos dois comprimentos de onda e o da variação direta do caminho geométrico.

Ambos os métodos foram introduzidos por Hildebrand & Haines /36/. O primeiro consta basicamente da utilização de um comprimento de onda para iluminar a superfície a ser medida no estado inicial e outro no estado final, enquanto a distância entre seus componentes permanece invariável. Na bibliografia foram encontradas duas maneiras de implementação prática do método: utilizando fontes de luz com ajuste de frequência /12, 13 e 37/ e envolvendo o corpo em meios com índices de refração diferentes /13, 38 e 39/.

O segundo método consiste em impor um movimento relativo bem definido entre os componentes do interferômetro sem que ocorram deformações da superfície a ser medida entre os dois estados. Em geral, são aplicados deslocamentos das fontes de iluminação e/ou do observador (câmera de TV na HE e holograma na HI), rotações e/ou translações do corpo ou combinações destes movimentos. Isto causa a formação de uma família de franjas de interferência na imagem da superfície a ser medida cuja configuração depende da forma geométrica da superfície. Aplicações deste método foram encontradas na bibliografia empregando tanto interferômetros de iluminação simples quanto de iluminação dupla /35, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48 e 49/.

Neste trabalho optou-se pelo método da variação direta do caminho geométrico com deslocamentos das fontes de iluminação num interferômetro de iluminação dupla, como o proposto em /43/, porque esta combinação leva a um sistema mais compacto e simples e menos dependente das dimensões do corpo, já que apenas as fontes de iluminação são movimentadas. Um sistema análogo a este, porém, com interferômetro de iluminação simples, foi utilizado por Rodríguez-Vera & Kerr /44/, na medição do campo de deformação de uma superfície cilíndrica submetida a ação de uma carga concentrada radial.

## 3.2 UM MODELO PARA A TOPOGRAFIZAÇÃO PELA HOLOGRAFIA ELETRÔNICA

Pode-se dizer que a forma geométrica de uma superfície está determinada, quando as coordenadas  $(x, y, z)$  de todos os pontos da mesma são conhecidas. Por isso, é desenvolvido, neste item, um modelo que relaciona as coordenadas dos pontos da região de interesse aos deslocamentos impostos às fontes e ao mapa de fase resultante, ou seja, um modelo que torna possível a determinação da forma geométrica da região de interesse pela HE.

Adicionalmente são apresentadas algumas características da montagem interferométrica e da superfície a medir que auxiliam o dimensionamento do sistema e a análise de seu desempenho.

### 3.2.1 FORMULAÇÃO EMPREGADA

A figura 3.2 representa uma situação genérica da configuração interferométrica utilizada para a determinação da forma geométrica de uma região de interesse da superfície iluminada de um corpo. A esta região pertence o ponto  $Q$ , cuja posição, num sistema de coordenadas cartesianas, é dada pelo vetor  $\vec{r}$ . A direção de observação é escolhida como sendo perpendicular ao plano XY deste sistema. No estado inicial, as fontes de iluminação  $F_1$  e  $F_2$  pertencem a um mesmo plano  $Y = \text{constante}$ , têm vetores posição  $\vec{l}_1, \vec{l}_2$  em relação à origem do sistema de coordenadas e  $\vec{r}_1, \vec{r}_2$  em relação ao ponto  $Q$ , bem como fazem ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  com a direção de observação. Uma nova configuração interferométrica é obtida quando os deslocamentos controlados  $\Delta\vec{s}_1, \Delta\vec{s}_2$  são impostos às fontes de iluminação. Assumindo que não ocorrem variações ambientais durante o processo, que os níveis de vibração dos componentes do interferômetro são mantidos em patamares aceitáveis (por exemplo menores que  $\lambda/4$ ) e que os deslocamentos das fontes são muito pequenos quando comparados às distâncias envolvidas na montagem, a variação de caminho óptico, que coincide com a diferença geométrica, pode ser calculada por:

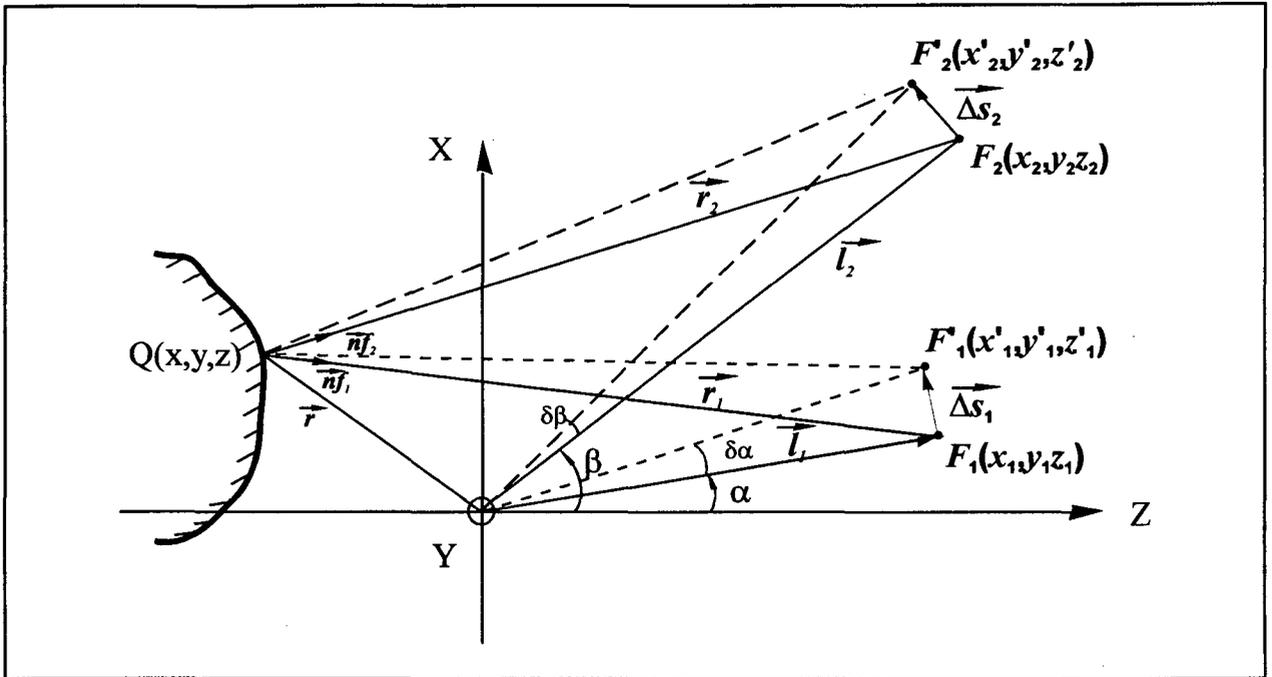


Fig. 3.2 : Esquema genérico do processo de topografização com HE.

$$\Delta l = \vec{n}_{f_2} \cdot \Delta \vec{s}_2 - \vec{n}_{f_1} \cdot \Delta \vec{s}_1 \quad (3.1)$$

Colocando  $\Delta \vec{s}_1$  e  $\Delta \vec{s}_2$  em termos de suas componentes cartesianas tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta \vec{s}_1 &= u_{f1} \vec{i} + v_{f1} \vec{j} + w_{f1} \vec{k} \\ \Delta \vec{s}_2 &= u_{f2} \vec{i} + v_{f2} \vec{j} + w_{f2} \vec{k} \end{aligned} \quad (3.2)$$

enquanto os vetores unitários  $\vec{n}_{f1}$  e  $\vec{n}_{f2}$  são calculados como no capítulo 2. Utilizando a eq. (2.7), as componentes cartesianas dos vetores acima e a eq. (3.1) obtém-se:

$$OF = \frac{1}{\lambda} \left[ \frac{(x_{f2} - x) \cdot u_{f2} + (y_{f2} - y) \cdot v_{f2} + (z_{f2} - z) \cdot w_{f2}}{\sqrt{(x_{f2} - x)^2 + (y_{f2} - y)^2 + (z_{f2} - z)^2}} - \frac{(x_{f1} - x) \cdot u_{f1} + (y_{f1} - y) \cdot v_{f1} + (z_{f1} - z) \cdot w_{f1}}{\sqrt{(x_{f1} - x)^2 + (y_{f1} - y)^2 + (z_{f1} - z)^2}} \right] \quad (3.3)$$

Nesta equação a  $OF$  é determinada experimentalmente para cada ponto  $(x, y)$  da projeção da região de interesse da superfície no plano  $XY^4$ . As coordenadas das fontes de iluminação e as componentes de seus deslocamentos são conhecidas porque constituem características de projeto e operação do sistema, respectivamente. Assim, para um dado ponto  $(x, y)$  apenas a coordenada  $z$  é a variável desconhecida na eq. (3.3).  $z$  denota exatamente a cota do ponto da superfície na direção de observação. Ao resolver (3.3) em  $z$  ao longo da região de interesse, obtém-se uma função  $z = z(x, y)$  que define a forma geométrica procurada.

Porém, a solução de (3.3) em  $z$  exige considerável esforço computacional e o uso de técnicas numéricas por se tratar de uma equação não-linear, na qual não se consegue isolar  $z$  explicitamente. Além disto, é necessário obter os valores absolutos da ordem de franja, tarefa difícil na prática.

Para sobrepor estas dificuldades é conveniente adotar os seguintes cuidados de ordem prática, em função dos quais certas aproximações matemáticas no sentido de linearizar a eq. (3.3) são justificadas:

- a) manter as distâncias das fontes de iluminação ao objeto bem maiores que as dimensões do mesmo de modo que:

$$\begin{aligned} l_1^2 &\approx (x_{f1} - x)^2 + (y_{f1} - y)^2 + (z_{f1} - z)^2 \approx cte_1 \\ l_2^2 &\approx (x_{f2} - x)^2 + (y_{f2} - y)^2 + (z_{f2} - z)^2 \approx cte_2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

<sup>4</sup> Este plano foi convencionado para este trabalho, porém, genericamente trata-se do plano perpendicular à direção de observação.

b) impor deslocamentos perpendiculares às projeções dos vetores posição das fontes de iluminação no plano XZ ( $\Delta \vec{s}_1 \perp \vec{l}_1$  e  $\Delta \vec{s}_2 \perp \vec{l}_2$ ), ou seja:

$$\begin{aligned} u_{f1} &= \Delta s_1 \cdot \cos \alpha & v_{f1} &= 0 & w_{f1} &= -\Delta s_1 \cdot \sin \alpha \\ u_{f2} &= \Delta s_2 \cdot \cos \beta & v_{f2} &= 0 & w_{f2} &= -\Delta s_2 \cdot \sin \beta \end{aligned} \quad (3.5)$$

onde:

$$\begin{aligned} \Delta s_1 &= \sqrt{u_{f1}^2 + w_{f1}^2} \\ \Delta s_2 &= \sqrt{u_{f2}^2 + w_{f2}^2} \end{aligned}$$

Além disto, as seguintes relações são obtidas da figura 3.2:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{z_{f1}}{l_1} & \sin \alpha &= \frac{x_{f1}}{l_1} \\ \cos \beta &= \frac{z_{f2}}{l_2} & \sin \beta &= \frac{x_{f2}}{l_2} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Substituindo (3.4), (3.5) e (3.6) em (3.3), desenvolvendo e reagrupando os termos vem:

$$OF = \frac{1}{\lambda} \left[ \left( \frac{\Delta s_1 \cdot \cos \alpha}{l_1} - \frac{\Delta s_2 \cdot \cos \beta}{l_2} \right) \cdot x - \left( \frac{\Delta s_1 \cdot \sin \alpha}{l_1} - \frac{\Delta s_2 \cdot \sin \beta}{l_2} \right) \cdot z \right] \quad (3.7)$$

que é a forma linearizada da eq. (3.3). Algumas considerações a respeito de (3.7) devem ser feitas:

- 1º) matematicamente (3.7) é a equação de um plano;
- 2º) por ser linear, sua solução em  $z$  é bastante simples e fácil;

3º) quando o interferômetro é projetado e operado em condições tais que anulem o termo em  $x$ , o mapa de fase (ou franjas) descreve diretamente a forma geométrica, a menos de duas constantes uma multiplicativa e outra aditiva que definem o fator de escala, não sendo, portanto, necessário conhecer experimentalmente a  $OF$  absoluta, mas apenas a cota  $z$  em um ponto qualquer da região de interesse.

Neste trabalho é implementado um interferômetro simétrico onde  $\alpha = -\beta$  e  $l_1 = l_2 = l$ . Sob estas condições, a eq. (3.7) se torna:

$$OF = \frac{l}{\lambda} \left[ \frac{\cos \beta}{l} (\Delta s_1 - \Delta s_2) \cdot x + \frac{\sin \beta}{l} (\Delta s_1 + \Delta s_2) \cdot z \right] \quad (3.8)$$

As grandezas  $\lambda$ ,  $\beta$  e  $l$  são definidas no dimensionamento do interferômetro, enquanto  $\Delta s_1$  e  $\Delta s_2$  podem ser facilmente variados durante a operação do mesmo, permitindo ajustar suas características.

### 3.2.2 PARÂMETROS CARACTERÍSTICOS DO INTERFERÔMETRO

#### a) Ângulo de Inclinação dos Planos Padrão

As eq. (3.7) e (3.8) definem um conjunto de planos paralelos entre si e perpendiculares ao plano XZ que seccionam a peça a ser medida (fig. 3.1). O ângulo de inclinação dos planos padrão é aquele formado por eles e o plano YZ, da eq. (3.8) vem:

$$\tan \Phi = \frac{dx}{dz} = - \frac{\Delta s_1 + \Delta s_2}{\Delta s_1 - \Delta s_2} \cdot \tan \beta \quad (3.9)$$

Quando as fontes são submetidas a deslocamentos de mesma magnitude e sentido, os planos padrão são normais à direção de observação. Esta é a situação mais favorável à medição

da cota  $z$ . As franjas obtidas nesta condição são chamadas topográficas. Se os sentidos forem opostos, os planos são paralelos à direção de observação. As franjas formadas não contêm nenhuma informação a respeito da geometria da superfície sendo denominadas portadoras.

#### b) Sensibilidade Direcional

A sensibilidade direcional exprime o quanto a  $OF$  de um dado interferômetro muda em função da posição de dois pontos, distantes entre si de uma unidade, e colineares com o eixo considerado, ou seja:

$$v_x = \frac{\partial OF}{\partial x} \quad v_y = \frac{\partial OF}{\partial y} \quad v_z = \frac{\partial OF}{\partial z} \quad (3.10)$$

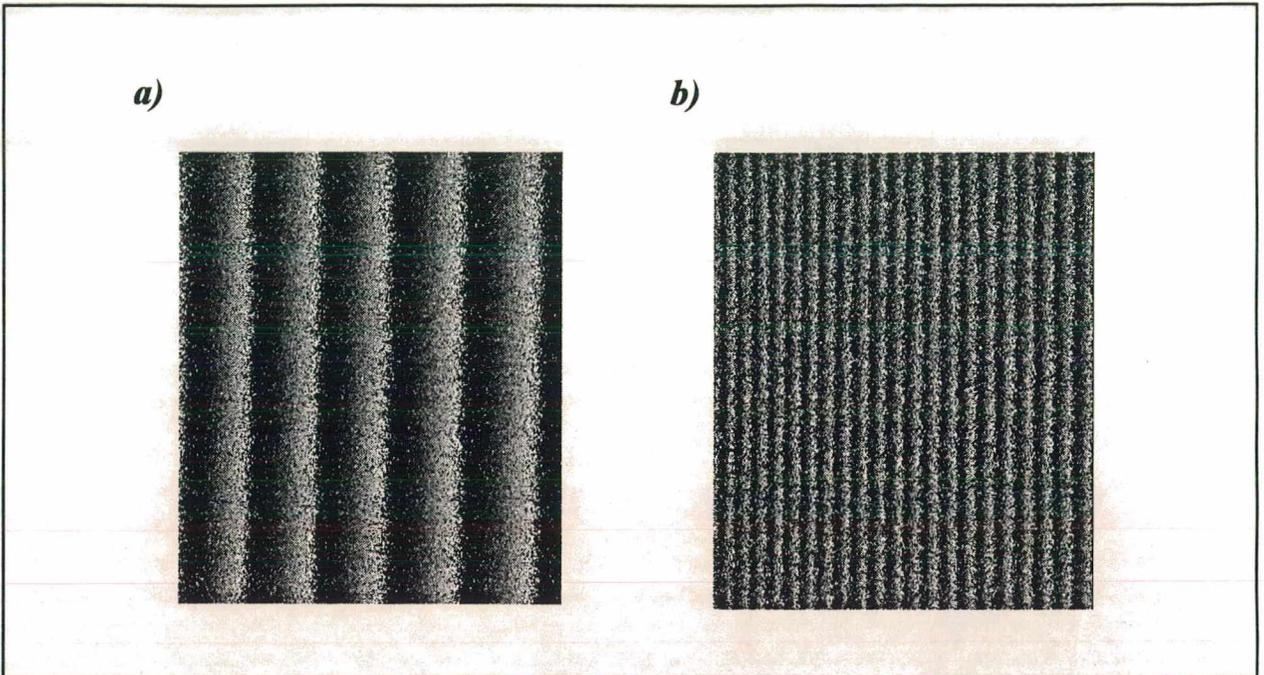
Substituindo (3.8) em (3.10) tem-se  $v_x = v_y = 0$  para  $\Delta s_1 = \Delta s_2 = \Delta s$ , mostrando que o sistema é sensível apenas à cota  $z$ .

Para testar a concordância experimental da eq. (3.10), a sensibilidade direcional foi medida em um interferômetro de iluminação dupla operando com  $\Delta s_1 = \Delta s$  e  $\Delta s_2 = 0$ . Nesta condição tem-se:

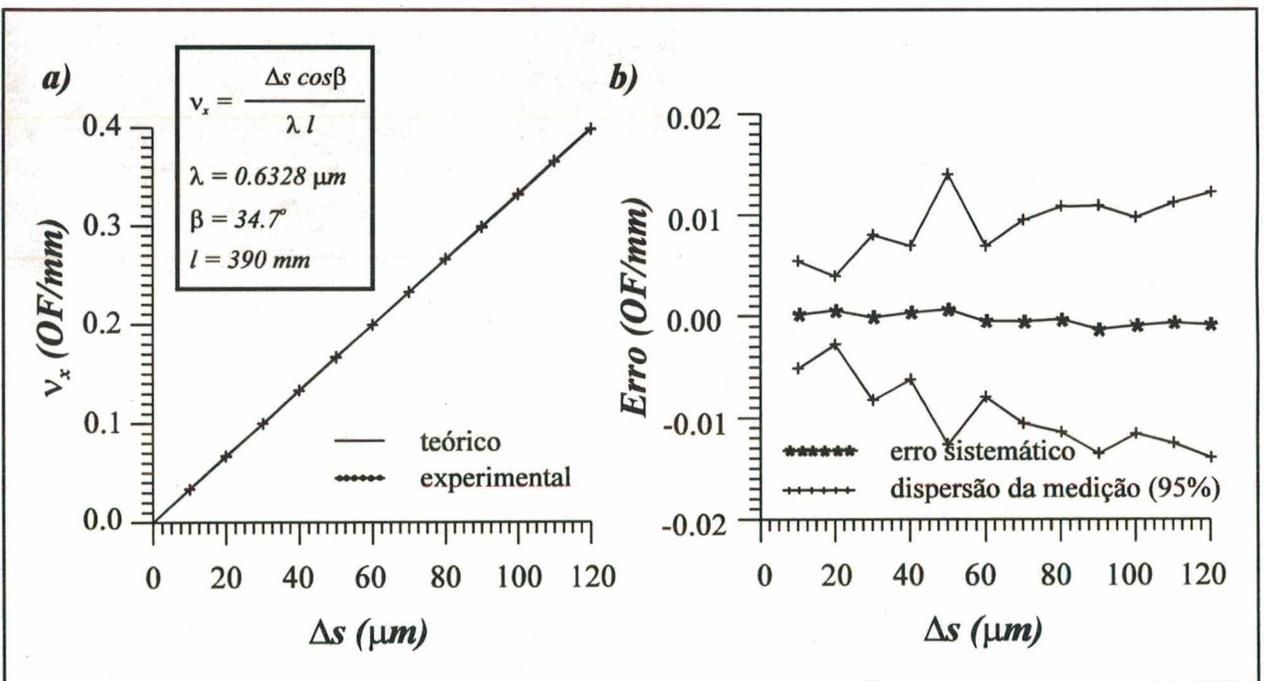
$$v_x = \frac{\Delta s \cdot \cos \beta}{\lambda l} \quad (3.11)$$

$$v_z = \frac{\Delta s \cdot \sin \beta}{\lambda l}$$

A sensibilidade direcional em  $x$  foi medida diretamente sobre a imagem de um mapa de fase de uma superfície plana colocada num interferômetro com  $l = 390 \text{ mm}$ ,  $\beta = 34.7^\circ$  e iluminada por uma fonte de luz proveniente de um LASER He-Ne ( $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ ). Na figura 3.3 podem ser vistos dois exemplos de mapa de fase obtidos. Os experimentos mostraram que a qualidade dos mapas cai muito quando o deslocamento da fonte passa dos  $120 \mu\text{m}$  (este assunto será discutido em detalhes no capítulo 5).



**Fig. 3.3 :** Exemplos de mapas de fase obtidos na medição da sensibilidade direcional em x.  
 a)  $\Delta s = 20 \mu\text{m}$ . b)  $\Delta s = 80 \mu\text{m}$ .



**Fig. 3.4 :** Resultados obtidos na medição da sensibilidade direcional em x. a) Comparação medido e esperado. b) Gráfico com os erros da medição em relação ao esperado.

Na figura 3.4 tem-se os resultados obtidos comparados aos esperados pela eq. (3.11). A dispersão máxima foi de 4% e os erros sistemáticos pequenos, mostrando uma boa concordância entre os resultados.

### c) Intervalo de Contorno ou de Profundidade

O intervalo de contorno em cada direção é definido como o inverso da sensibilidade direcional /35/:

$$pt_x = \frac{l}{v_x} \quad pt_y = \frac{l}{v_y} \quad pt_z = \frac{l}{v_z} \quad (3.12)$$

substituindo (3.8) em (3.10) e o resultado em (3.12) obtém-se:

$$pt_x = \frac{\lambda l}{\cos \beta \cdot (\Delta s_1 - \Delta s_2)} \quad (3.13)$$

$$pt_y \rightarrow \infty$$

$$pt_z = \frac{\lambda l}{\sin \beta \cdot (\Delta s_1 + \Delta s_2)}$$

O intervalo de contorno fornece a distância entre dois pontos defasados de  $2\pi$  (ou uma OF) ao longo da direção considerada. Ele deve ser especificado em função da GM e da técnica utilizada (HE ou HI) para que o mapa obtido tenha uma quantidade de franjas adequada. Quanto maior o intervalo de contorno menor a sensibilidade direcional do interferômetro. Por exemplo, se  $\Delta s_1 = \Delta s_2 = \Delta s$  tem-se  $pt_x \rightarrow \infty$  na eq. (3.13) e:

$$pt_z = \frac{\lambda l}{2 \Delta s \cdot \sin \beta} \quad (3.14)$$

supondo que o interferômetro foi dimensionado (combinando valores de  $\lambda$ ,  $l$  e  $\beta$ ) de tal forma que ao operar com um determinado  $\Delta s$  ( $50 \mu m$  por exemplo) tenha  $pt_z = 0.5 mm$  e o procedimento de interpolação direta no mapa de franjas permita obter  $OF/5$ , a resolução do sistema é  $0.1 mm$ . Se a profundidade máxima for  $7 mm$ ,  $14$  franjas aparecerão sobre o mapa. Como a qualidade das imagens na HI é melhor que na HE, esta quantidade de franjas não causaria problemas de visibilidade do mapa de franjas, se a técnica empregada fosse a HI. Contudo, o mesmo não aconteceria com a HE e o interferômetro teria que ter seu intervalo de contorno aumentado, conseqüentemente diminuindo sua sensibilidade direcional. O método do deslocamento de fase, geralmente utilizado na HE, compensa esta deficiência de modo que a resolução seja adequada à medição.

Na figura 3.5 é mostrado o comportamento de  $pt_z$  em função de  $\beta$  e  $l$ . Este gráfico auxilia o projeto do interferômetro. Uma vez que ele esteja montado,  $pt_z$  pode ser ajustado em cada medição variando o deslocamento da fonte de iluminação. O gráfico da figura 3.6 apresenta as curvas características de operação para alguns valores possíveis de  $l$ , mantendo  $\beta$  fixo.

#### d) Profundidade Máxima

A profundidade máxima,  $z_{max}$ , é a maior cota  $z$  a ser medida sobre a região de interesse. Dividindo-se a profundidade máxima pelo intervalo de contorno obtém-se o número máximo de franjas na região de interesse.

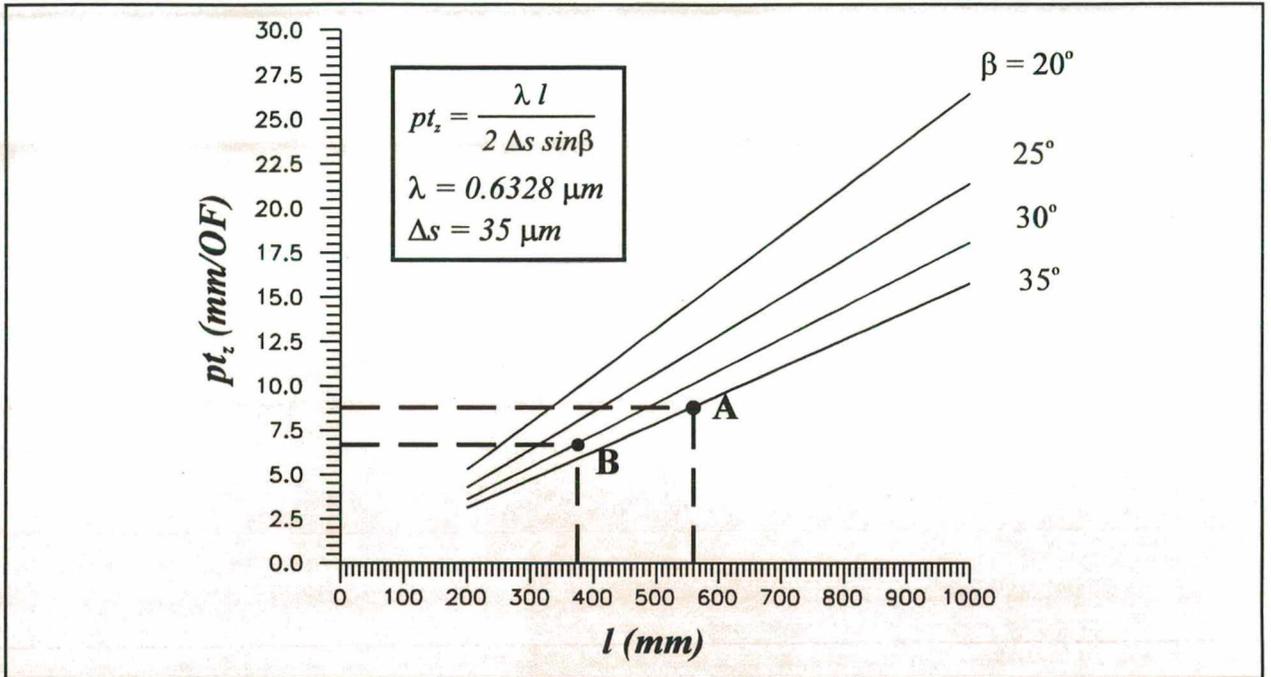


Fig. 3.5 : Comportamento do intervalo de contorno em z, em função das variáveis de projeto do interferômetro ( $\Delta s_1 = \Delta s_2 = \Delta s$ ).

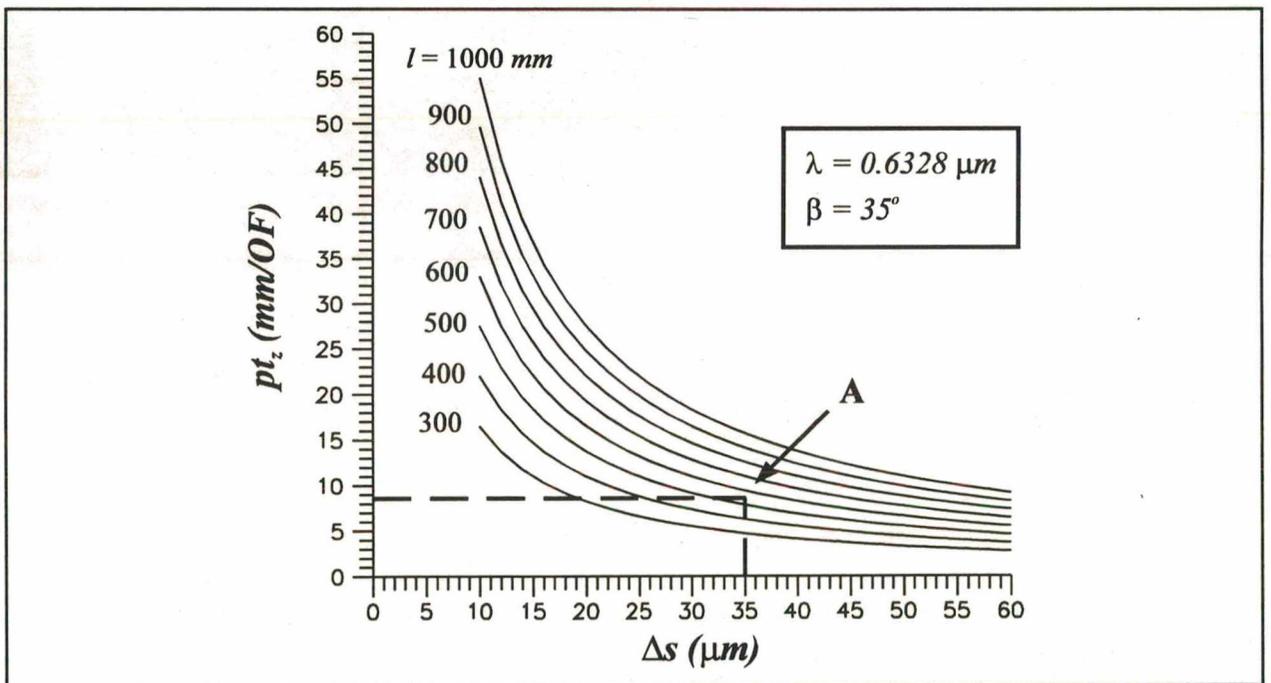


Fig. 3.6 : Intervalo de contorno em função da aplicação de deslocamentos idênticos em ambas as fontes de iluminação (curvas características de operação).

### 3.3 APLICAÇÃO DA TÉCNICA DA TOPOGRAFIZAÇÃO PELA HOLOGRAFIA ELETRÔNICA

A técnica discutida neste capítulo foi aplicada na medição da forma geométrica de duas superfícies diferentes: plana e cilíndrica. As superfícies também foram medidas empregando-se a tecnologia da medição por coordenadas e os resultados adotados como valores de referência para comparações.

#### 3.3.1 IMPLEMENTAÇÃO DO SM

O SM implementado foi um interferômetro de iluminação dupla no qual  $\alpha = -\beta$  e  $I_1 = I_2 = I$  (fig. 3.2) cuja fonte de iluminação é um LASER do tipo HeNe com  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ . As imagens foram adquiridas por uma câmera do tipo CCD (*Charge Couple Device*) e tratadas e processadas com o programa SINTHE (*Software Integrado de Holografia Eletrônica*) /1/. Na figura 3.7 é apresentado um esquema do SM.

Na medição da superfície plana foram montadas duas configurações do interferômetro de iluminação dupla. As características de cada configuração estão especificadas na tabela da figura 3.8. A superfície cilíndrica foi medida apenas com a configuração A da tabela.

#### 3.3.2 SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA

Os valores de referência foram obtidos através de medições realizadas numa máquina de medir por coordenadas tridimensional /50/. Esta máquina utiliza algoritmos normalizados para a determinação dos parâmetros que caracterizam as superfícies /51/.

Na peça plana o erro de planicidade foi de  $\pm 15 \mu\text{m}$ . O resultado encontrado para o raio do cilindro foi  $(25.43 \pm 0.01) \text{ mm}$ .

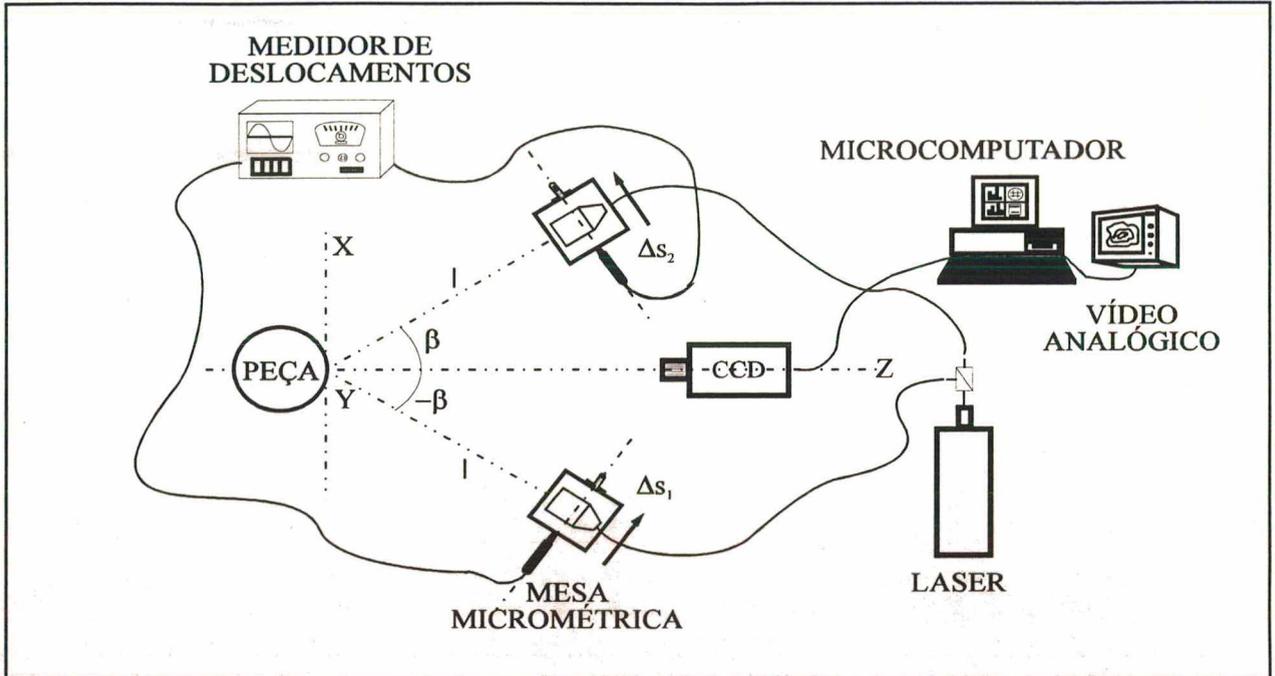


Fig. 3.7 : Esquema do SM utilizado nas medições de forma geométrica.

| CARACTERÍSTICAS                                  | Config. A                    | Config. B                    |
|--|------------------------------|------------------------------|
| $(x_{f1}, y_{f1}, z_{f1})$ (mm)                  | (-320, 0, 457)               | (-192, 0, 322)               |
| $(x_{f2}, y_{f2}, z_{f2})$ (mm)                  | (320, 0, 457)                | (192, 0, 322)                |
| $l$ (mm)   | 558                          | 375                          |
| $\beta$ (graus)                                  | 35.0                         | 30.9                         |
| $\Delta s_1 = \Delta s_2 = \Delta s$ ( $\mu m$ ) | 35                           | 35                           |
| $\Phi$ (graus)                                   | 90                           | 90                           |
| $(pt_x, pt_y, pt_z)$ (mm/OF)                     | ( $\infty, \infty, 8.7928$ ) | ( $\infty, \infty, 6.6175$ ) |
| $(v_x, v_y, v_z)$ (OF/mm)                        | (0, 0, 0.114)                | (0, 0, 0.151)                |

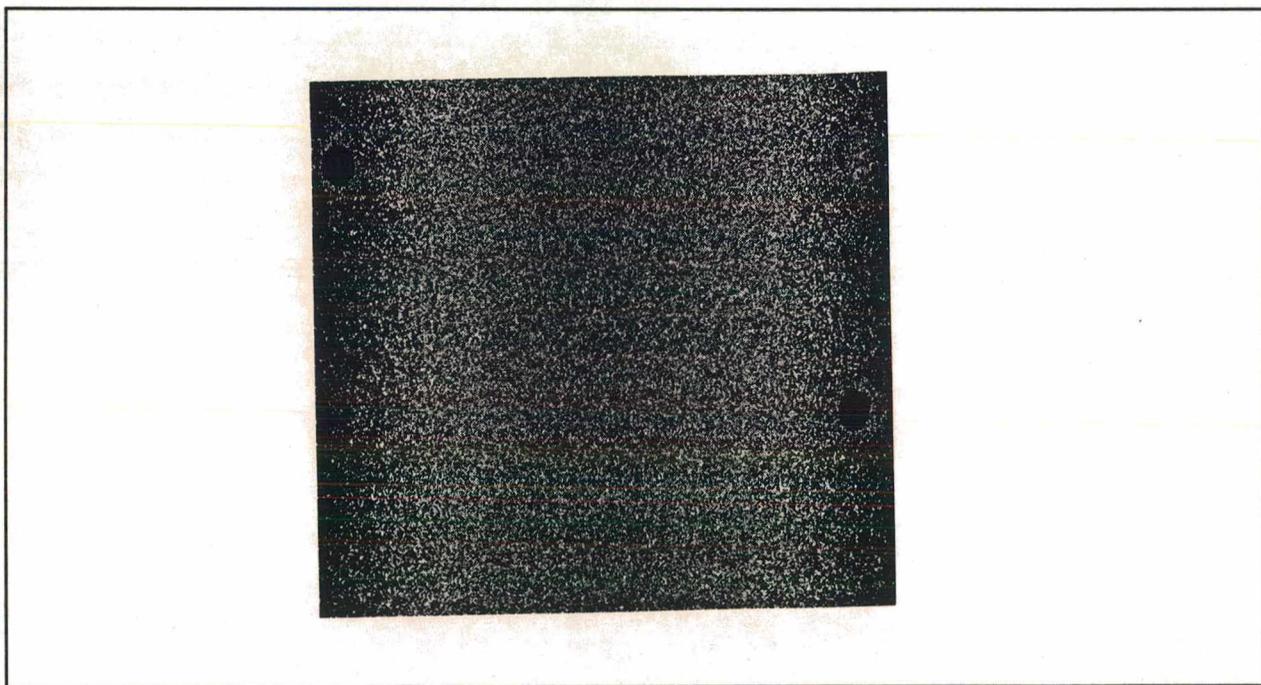
Fig. 3.8 : Tabela das características dos SM's implementados.

### 3.3.3 MEDIÇÃO DA SUPERFÍCIE PLANA

Na figura 3.9 é mostrado o mapa de fase obtido no experimento com a configuração A. No caso de uma superfície plana  $z = 0$  e a eq. (3.8) resulta em  $OF = 0$  para qualquer ponto da superfície. Porém, o mapa mostra uma variação de fase ao longo da superfície.

Ao filtrar o mapa, remover o salto de fase e discretizar a região de interesse (região central da peça com **15x15 mm** de área), impondo  $OF = 0$  em  $x = y = 0$ , é obtida uma malha de pontos com os valores de  $OF$  (neste caso a malha tem espaçamento **1.5 mm** entre as coordenadas tanto na direção  $x$  quanto na direção  $y$ ). Na seqüência deste processo são calculadas as cotas  $z$  com a eq. (3.8) em todos os pontos da malha. Os resultados podem ser vistos numa representação tridimensional em escala normal na figura 3.10 e em escala ampliada na figura 3.11.

O gráfico da figura 3.12 mostra o perfil obtido em uma secção da região de interesse. Este resultado é comparado ao obtido aplicando o mesmo procedimento de cálculo a valores de  $OF$  simulados a partir da eq. (3.3).



**Fig. 3.9 :** Mapa de fase obtido na medição da peça de superfície plana utilizando a configuração A.

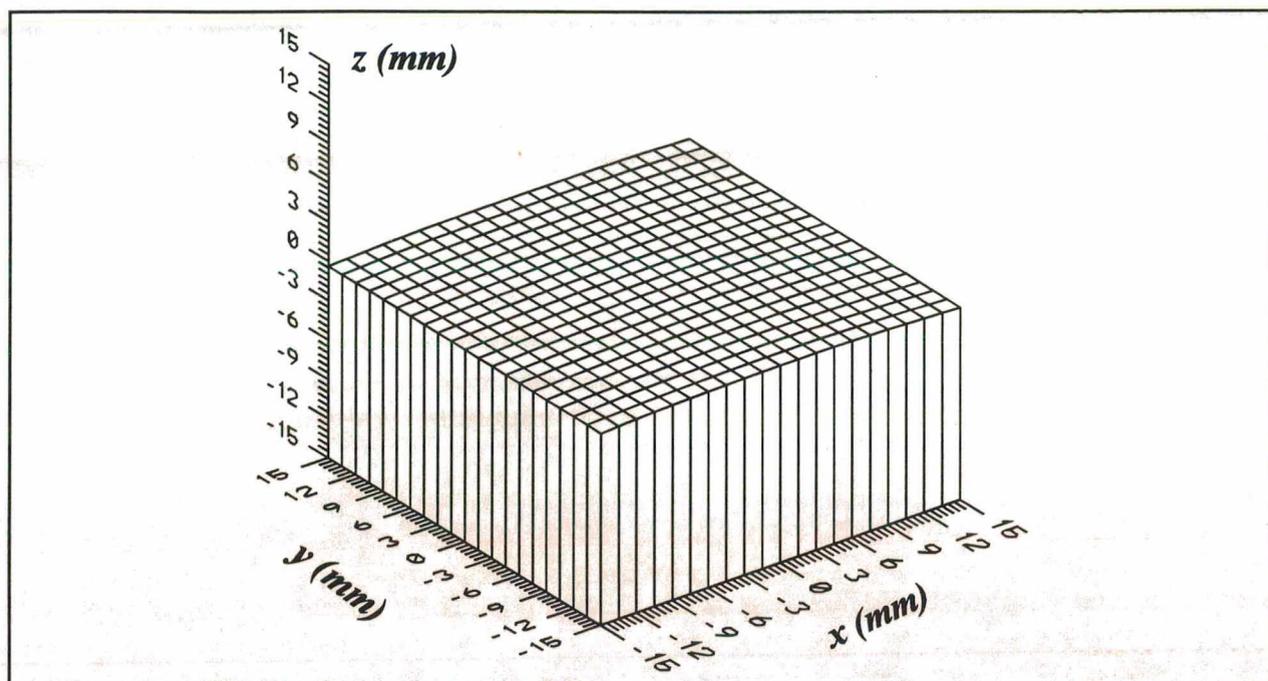


Fig. 3.10 : Representação tridimensional da superfície medida com a configuração A do interferômetro. Escala normal.

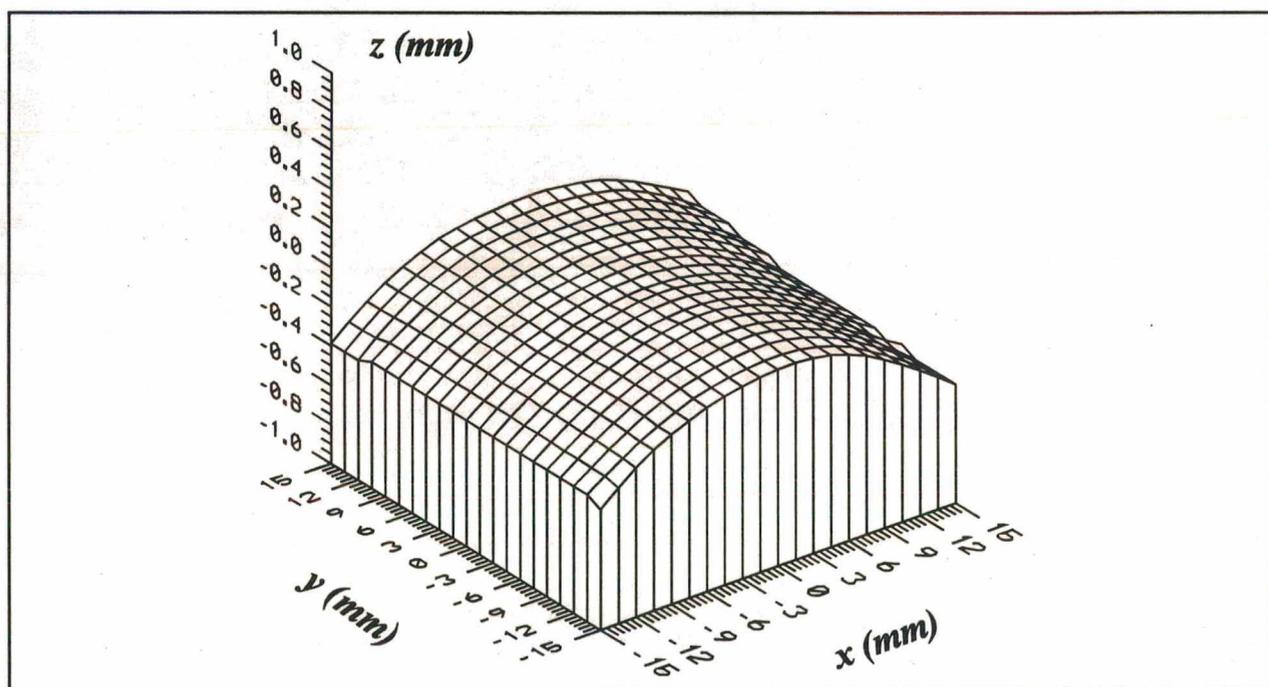


Fig. 3.11 : Representação tridimensional da superfície medida com a configuração A do interferômetro. Escala ampliada.

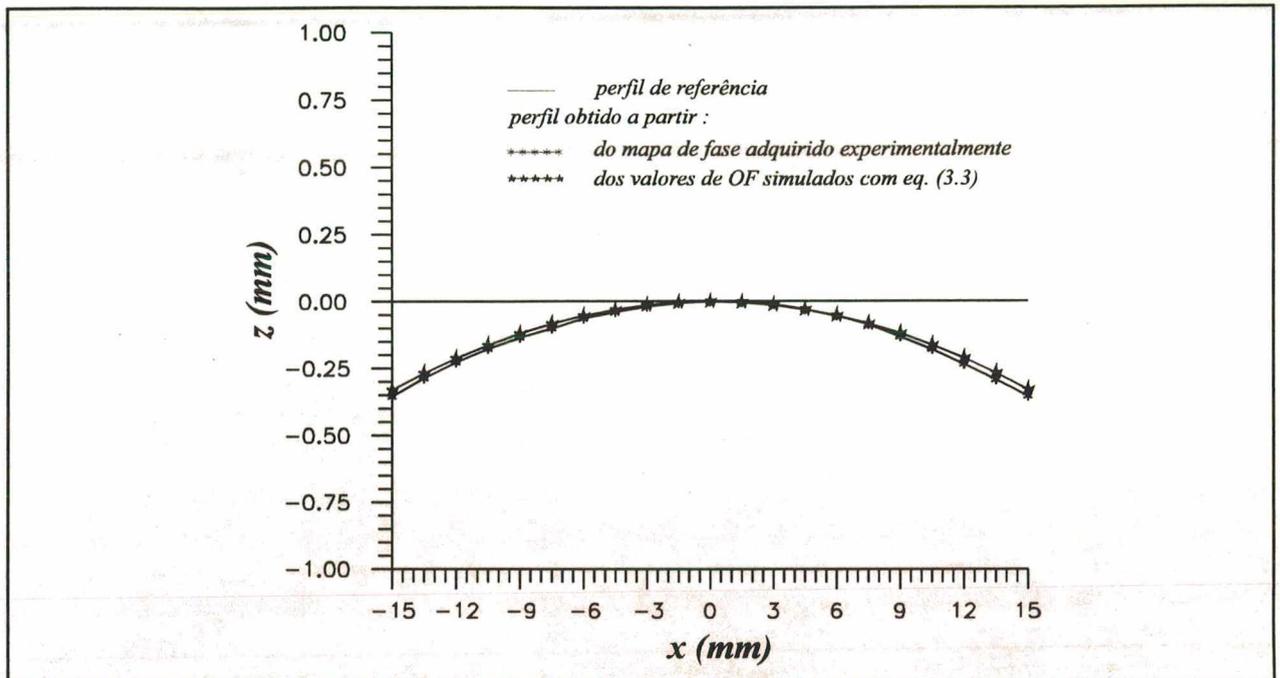


Fig. 3.12 : Perfil da secção  $y = 0$  da superfície medida (configuração A).

As curvas comprovam a boa concordância entre os resultados. Contudo, o perfil real da superfície obedece a reta  $z = 0$ . Isto mostra que as aproximações feitas na linearização da eq. (3.3) causaram um erro máximo de **0.36 mm** neste caso.

Resultados similares foram conseguidos com a configuração **B**. Eles são apresentados nas figuras 3.13 e 3.14. Aqui o erro máximo chegou a **0.56 mm** (concordando com o simulado) e uma pequena assimetria também foi observada, provavelmente, refletindo erros de posicionamento das fontes de iluminação.

Substituindo (3.5), (3.6),  $\alpha = -\beta$ ,  $l_1 = l_2 = l$ ,  $\Delta s_1 = \Delta s_2 = \Delta s$  e  $z = 0$  em (3.3), simplificando e reagrupando os termos obtém-se:

$$OF_p = \frac{\Delta s \cdot G(x, y, l, \beta)}{\lambda} \quad (3.15)$$

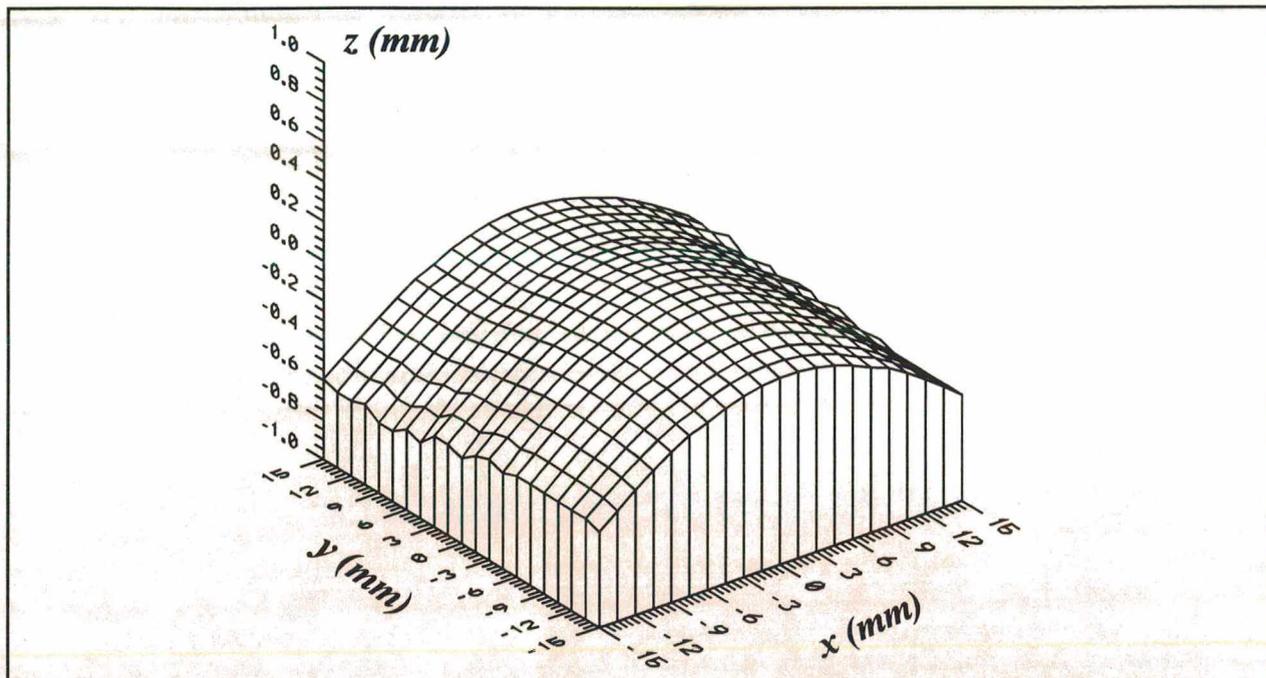


Fig. 3.13 : Representação tridimensional da superfície medida com a configuração B do interferômetro. Escala ampliada.

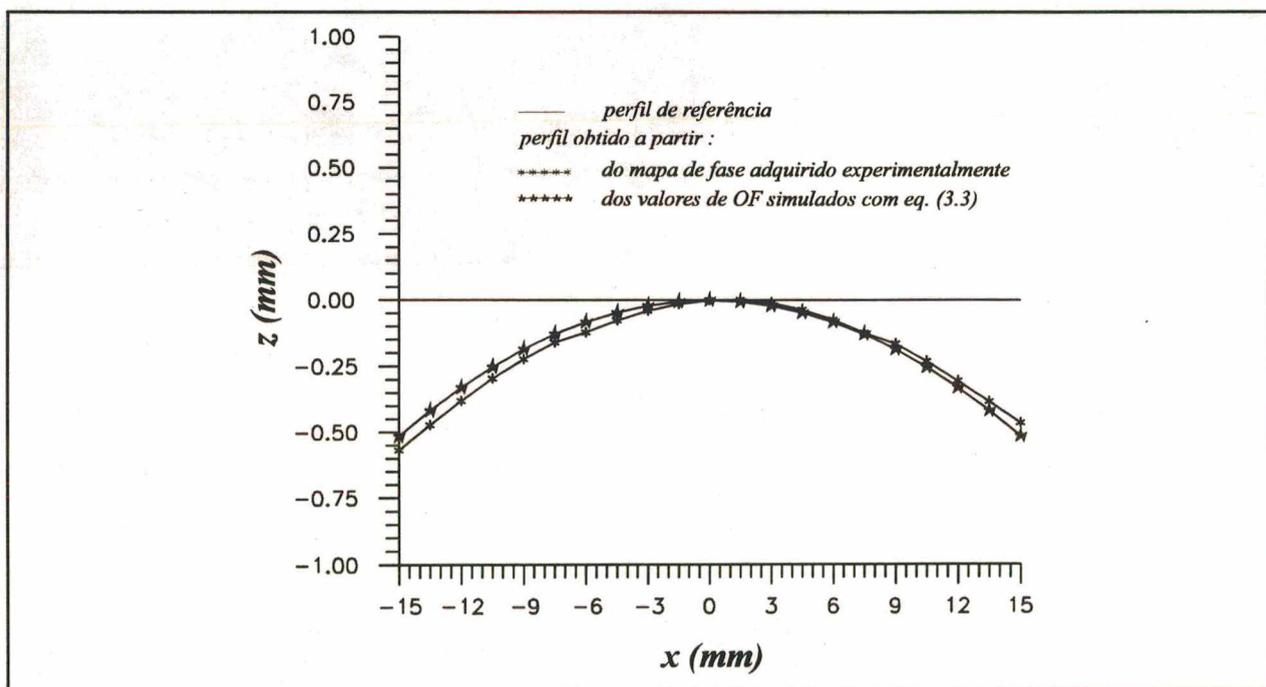


Fig. 3.14 : Perfil da secção  $y = 0$  medido com a configuração B.

onde:

$$G(x, y, l, \beta) = x \cos \beta \cdot \left( \frac{l}{\sqrt{l^2 + 2xl \sin \beta + x^2 + y^2}} - \frac{l}{\sqrt{l^2 - 2xl \sin \beta + x^2 + y^2}} \right)$$

é uma função que depende da posição sobre a superfície plana e da configuração interferométrica empregada.  $OF_p$  é a notação usada para a ordem de franja deste caso particular.

De acordo com a metodologia proposta neste trabalho, o valor calculado para  $z$  a partir da ordem de franja dada por (3.15) é:

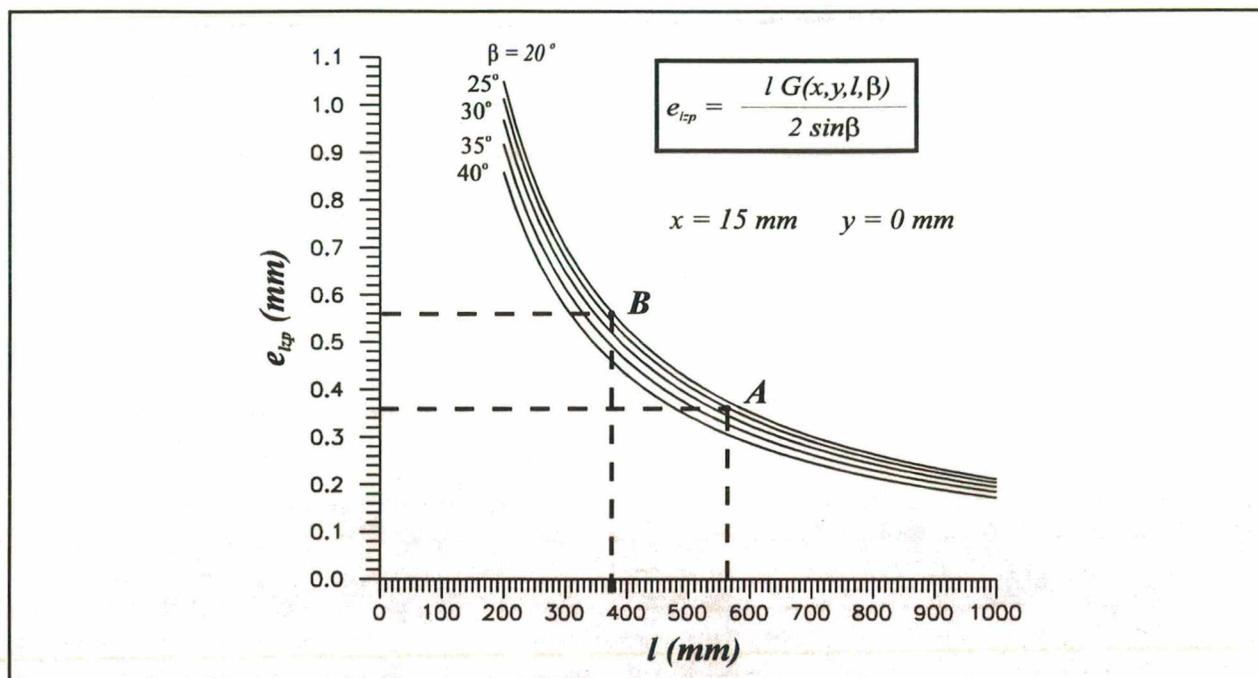
$$z_p = \frac{\lambda l}{2 \Delta s \sin \beta} \cdot OF_p \quad (3.16)$$

Se o erro de linearidade devido ao método de cálculo da cota é definido como sendo a diferença entre a cota medida e seu valor de referência,  $e_{lp} = z_p - z_{pref}$ , sabendo que para a superfície plana  $z_{pref} = 0$  e substituindo (3.15) em (3.16) chega-se a:

$$e_{lp} = \frac{l}{2 \sin \beta} \cdot G(x, y, l, \beta) \quad (3.17)$$

Na figura 3.15 tem-se o comportamento do erro de linearidade para um ponto da superfície em função dos parâmetros de projeto do interferômetro. Quanto mais afastadas se encontram as fontes menor é o erro de linearidade para um mesmo ângulo de abertura. Porém, o intervalo de contorno (fig. 3.5) também aumenta, o que faz diminuir a sensibilidade do SM. Por outro lado, um ângulo de abertura maior gera um efeito favorável tanto sobre o erro de linearidade, diminuindo-o, quanto sobre a sensibilidade do SM, aumentando-a. A abertura está limitada pelo ângulo de incidência dos raios luminosos sobre a superfície. À medida que a abertura do interferômetro aumenta estes raios passam a incidir mais obliquamente à superfície diminuindo a intensidade luminosa difundida na direção da câmera.

Os pontos assinalados no gráfico representam as configurações adotadas nas medições. Eles também foram destacados nos gráficos das figuras 3.5 e 3.6.



**Fig. 3.15 :** Erro de linearidade na medição de uma superfície plana em função da posição das fontes, dada por  $(l, \beta)$ . Os pontos assinalados representam os SM's utilizados.

### 3.3.4 MEDIÇÃO DA SUPERFÍCIE CILÍNDRICA

A seguir são apresentados e discutidos os resultados da medição da superfície cilíndrica, realizadas com o interferômetro ajustado na configuração A.

O posicionamento da peça na montagem bem como o mapa de fase resultante sobre a região de interesse estão na figura 3.16. A projeção da região de interesse no plano XY é um quadrado de área **30x30 mm** e a malha tem espaçamento **1.5x1.5 mm**.

Um programa de computador foi desenvolvido para simular a imagem do mapa de fase que deveria ser obtido na medição. O algoritmo tem como base a eq. (3.3) para calcular a ordem de franja e utiliza os dados de escalamento do próprio ensaio, gerando uma imagem com dimensões idênticas à real. As imagens do mapa de fase real, após ser tratado, e do mapa de fase simulado podem ser vistas e comparadas na figura 3.17.

Os resultados da medição são mostrados nas figuras 3.18 e 3.19. As curvas de nível são ligeiramente assimétricas e não paralelas caracterizando um pequeno erro de medição.

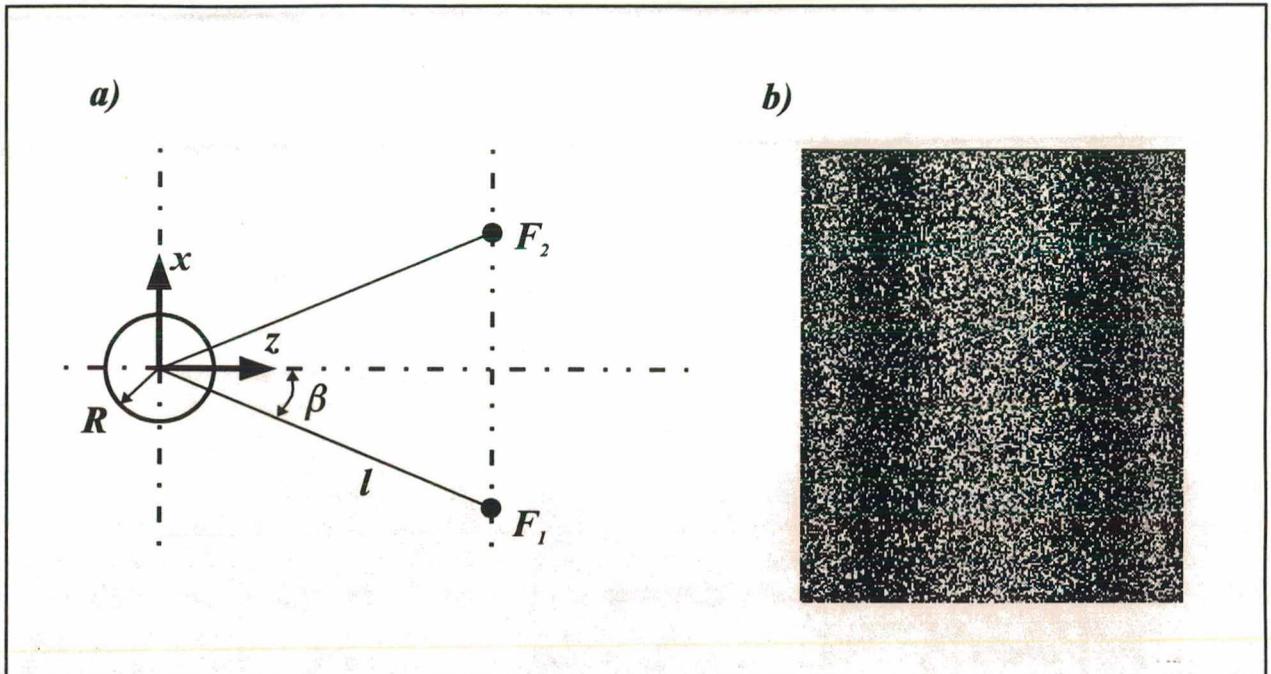


Fig. 3.16 : a) Posicionamento da peça no interferômetro. b) Mapa de fase obtido na medição.

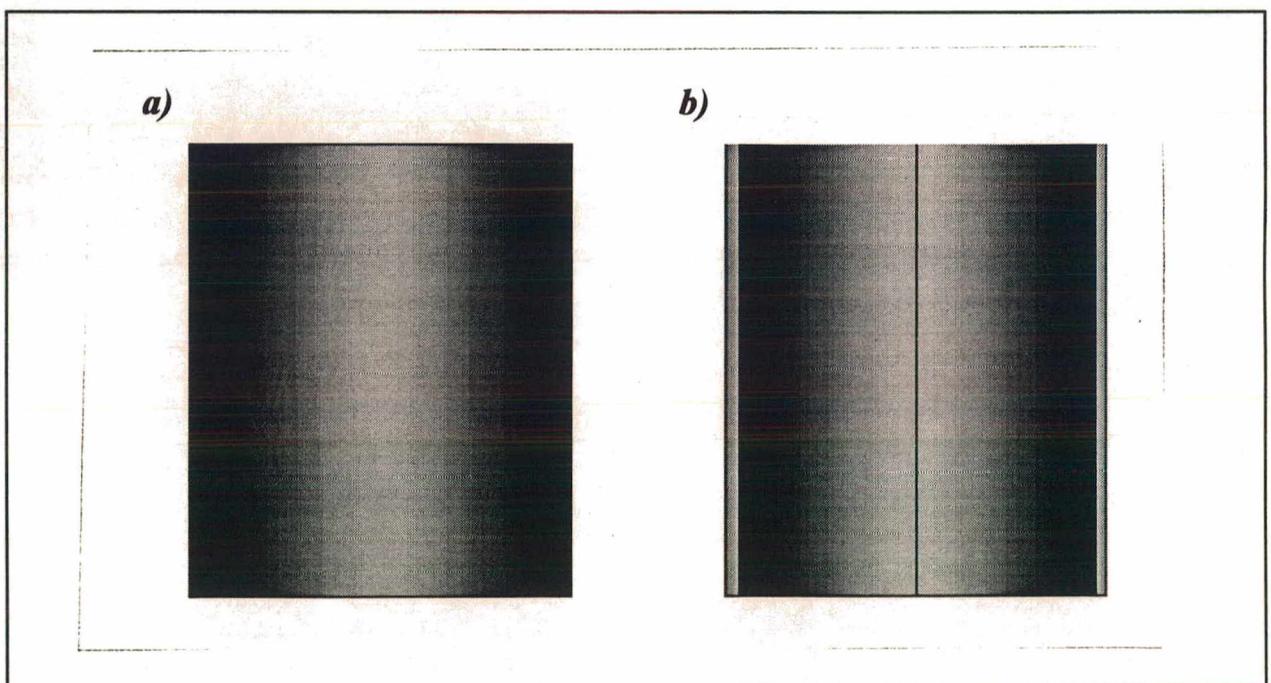


Fig. 3.17 : Comparação de mapas de fase: a) experimental após tratamento; b) simulado.

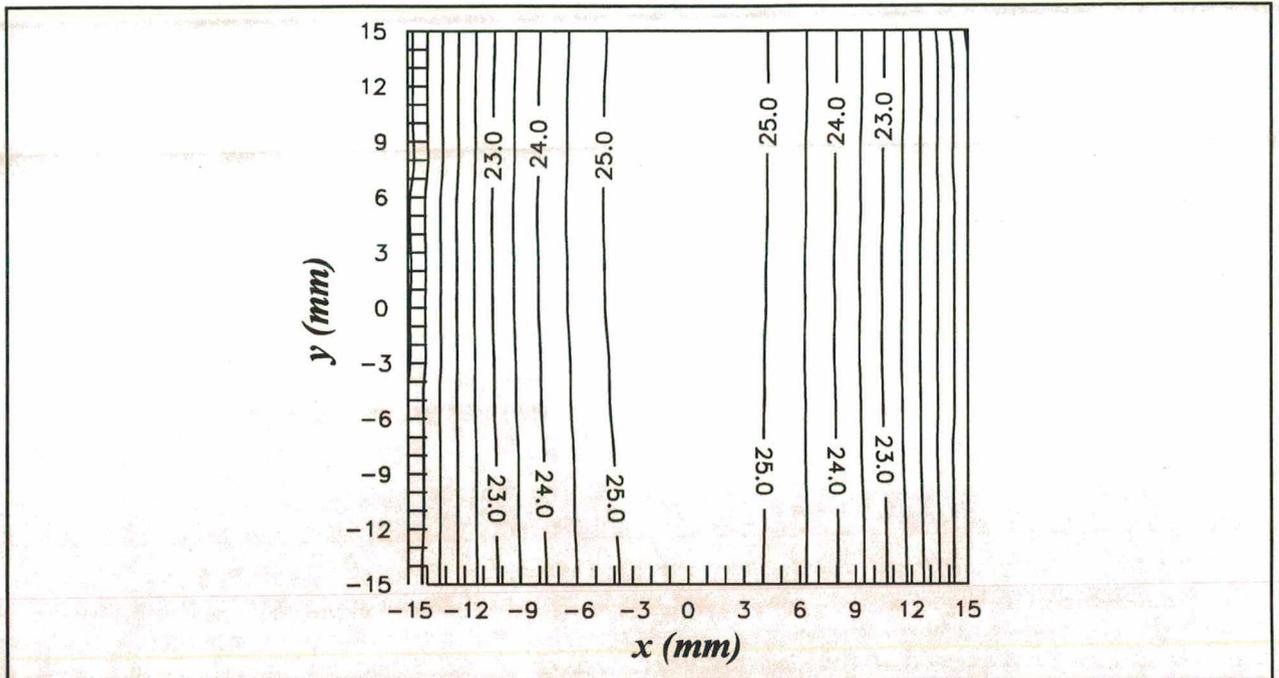


Fig. 3.18 : Representação da superfície medida em curvas de nível (configuração A e raio de referência igual a  $25.43 \pm 0.01$  mm).

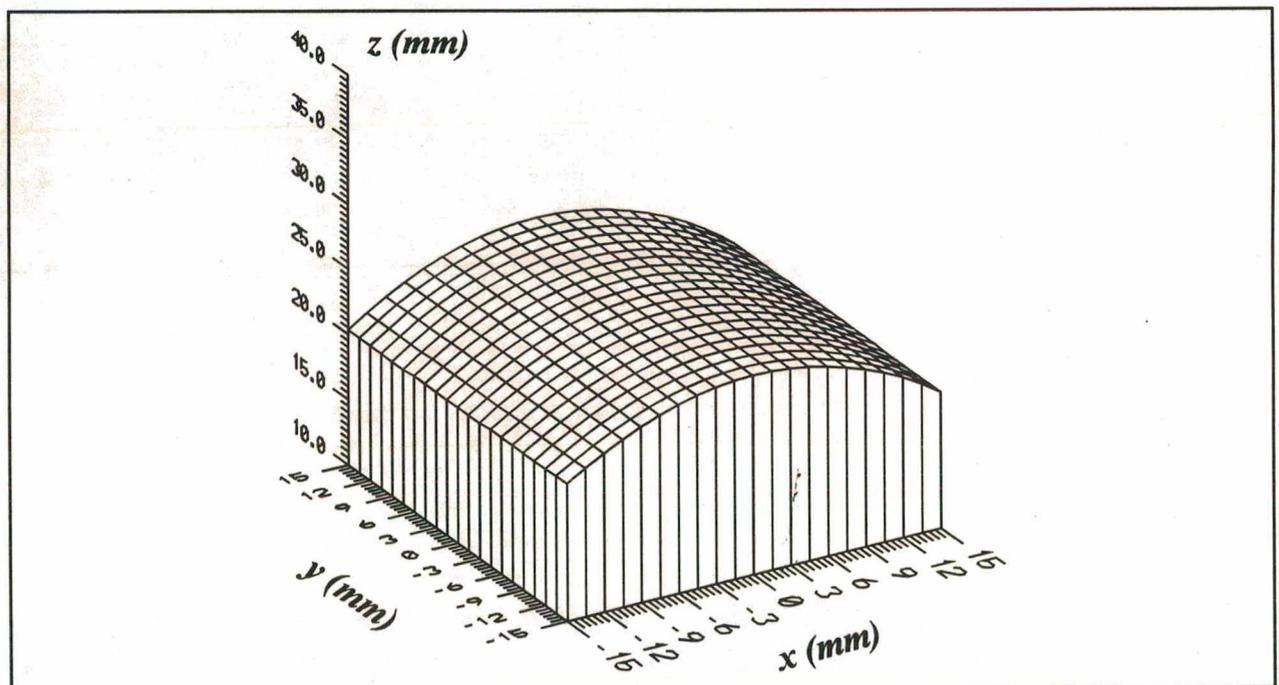


Fig. 3.19 : Representação tridimensional da superfície medida.

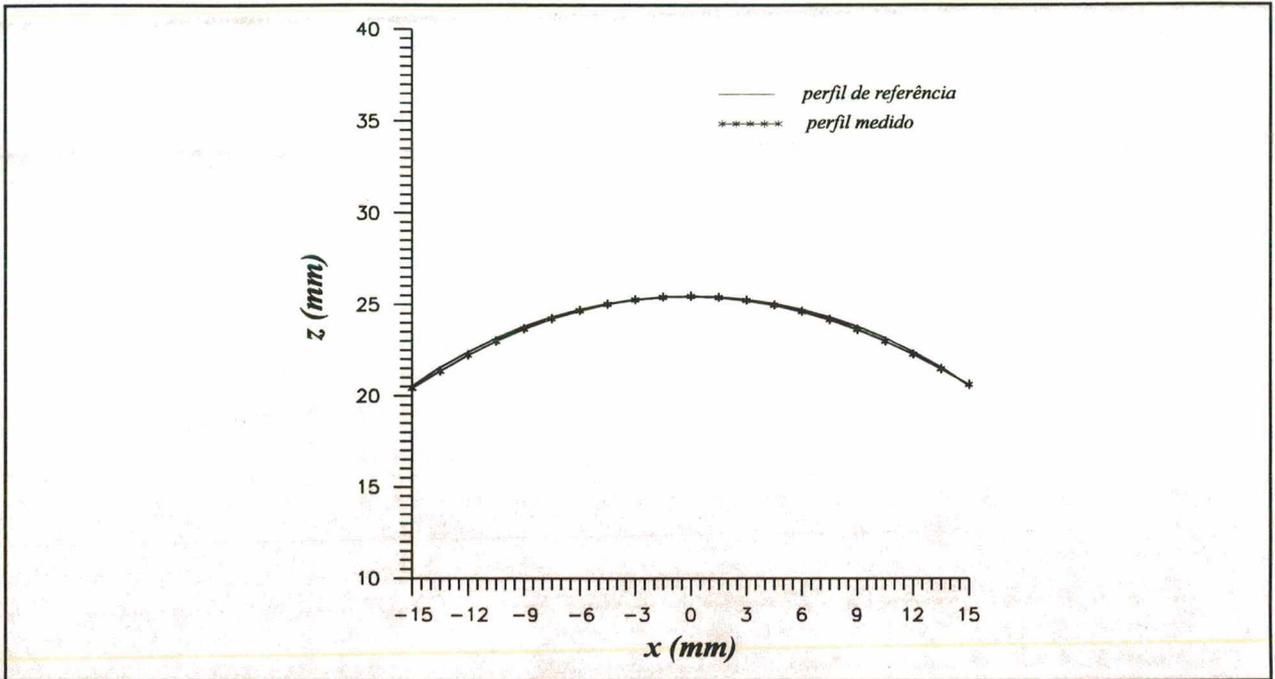


Fig. 3.20 : Perfil transversal da superfície na secção  $y = 0$ .

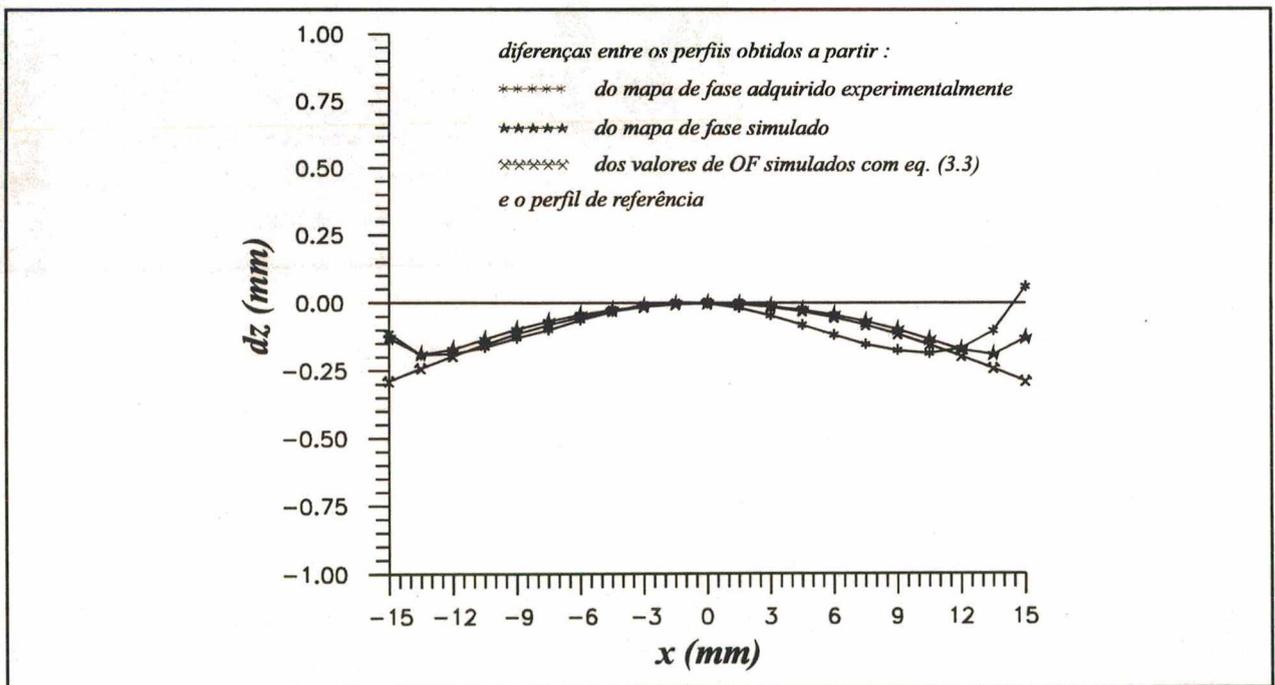


Fig. 3.21 : Diferenças entre valores obtidos experimentalmente e com simulações e o perfil de referência da secção  $y = 0$ .

Ao analisar o perfil transversal da superfície observou-se novamente a influência do erro de linearidade (fig. 3.20). Na figura 3.21 os erros da medição em relação ao perfil de referência foram colocados numa escala ampliada. Neste gráfico tem-se também os resultados obtidos a partir do mapa de fase simulado e os obtidos a partir da geração direta da ordem de franja pela eq. (3.3). Estes estabelecem o comportamento teórico do erro de linearidade enquanto aqueles estão submetidos às distorções do processo de remoção do salto de fase e discretização do mapa. As medições se aproximaram das simulações, exceto nas extremidades do perfil, onde o processamento das imagens gerou distorções.

### 3.3.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados obtidos mostram uma boa concordância entre a teoria apresentada e as medições realizadas, principalmente com relação à eq. (3.3). Em função disto, análises teóricas em busca de uma configuração mais adequada às características requeridas em cada tipo de medição se tornam mais confiáveis, permitindo economizar tempo e recursos de testes experimentais.

Por outro lado, as configurações montadas com os recursos disponíveis resultaram em erros de linearidade relativamente grandes - entre  $0.2$  e  $0.5$  mm - (já esperados pela teoria), comprovando que a hipótese de linearização adotada, eq. (3.4), compromete sensivelmente o desempenho metrológico do interferômetro desde que as condições experimentais pré-estabelecidas para sua validade não estejam presentes.

## ***CAPÍTULO 4***

# ***MEDIÇÃO INTEGRADA DA FORMA GEOMÉTRICA E DOS CAMPOS DE DESLOCAMENTOS, DEFORMAÇÕES E TENSÕES ATRAVÉS DA HOLOGRAFIA ELETRÔNICA***

Até este ponto foram apresentadas e discutidas maneiras de se obter os deslocamentos cartesianos e a forma geométrica de uma região de interesse de um corpo por meio da HE. Os dispositivos empregados nestas tarefas são similares, porém, as equações envolvidas no processamento dos dados experimentais são específicas para cada caso. Quando o objetivo é a determinação das deformações e/ou tensões atuantes na região de interesse, as informações referentes à forma geométrica e aos deslocamentos, obtidas separadamente, devem ser combinadas de modo adequado.

O objetivo deste capítulo é propor um método que integre as técnicas apresentadas nos capítulos 2 e 3 e possibilite a medição dos campos de deslocamentos, deformações e tensões existentes sobre a superfície externa da região de interesse, segundo um sistema de coordenadas definido em função da forma geométrica desta região.

Além das vantagens intrínsecas aos métodos holográficos, tais como a medição sem contato e simultânea da grandeza em vários pontos da região de interesse, o método tem ainda como vantagem a utilização de uma mesma disposição holográfica para obter a forma geométrica e os deslocamentos cartesianos, sem impor nenhum movimento extra ao corpo.

O método foi dividido em quatro etapas, mostradas, juntamente com os resultados obtidos em cada uma delas, no esquema da figura 4.1. As duas primeiras etapas são constituídas basicamente da aplicação das técnicas discutidas nos capítulos anteriores, enquanto as duas últimas empregam algoritmos desenvolvidos para gerar sistemas de coordenadas adaptados ponto a ponto à forma geométrica da superfície e calcular as deformações e tensões orientadas de acordo com estes sistemas.

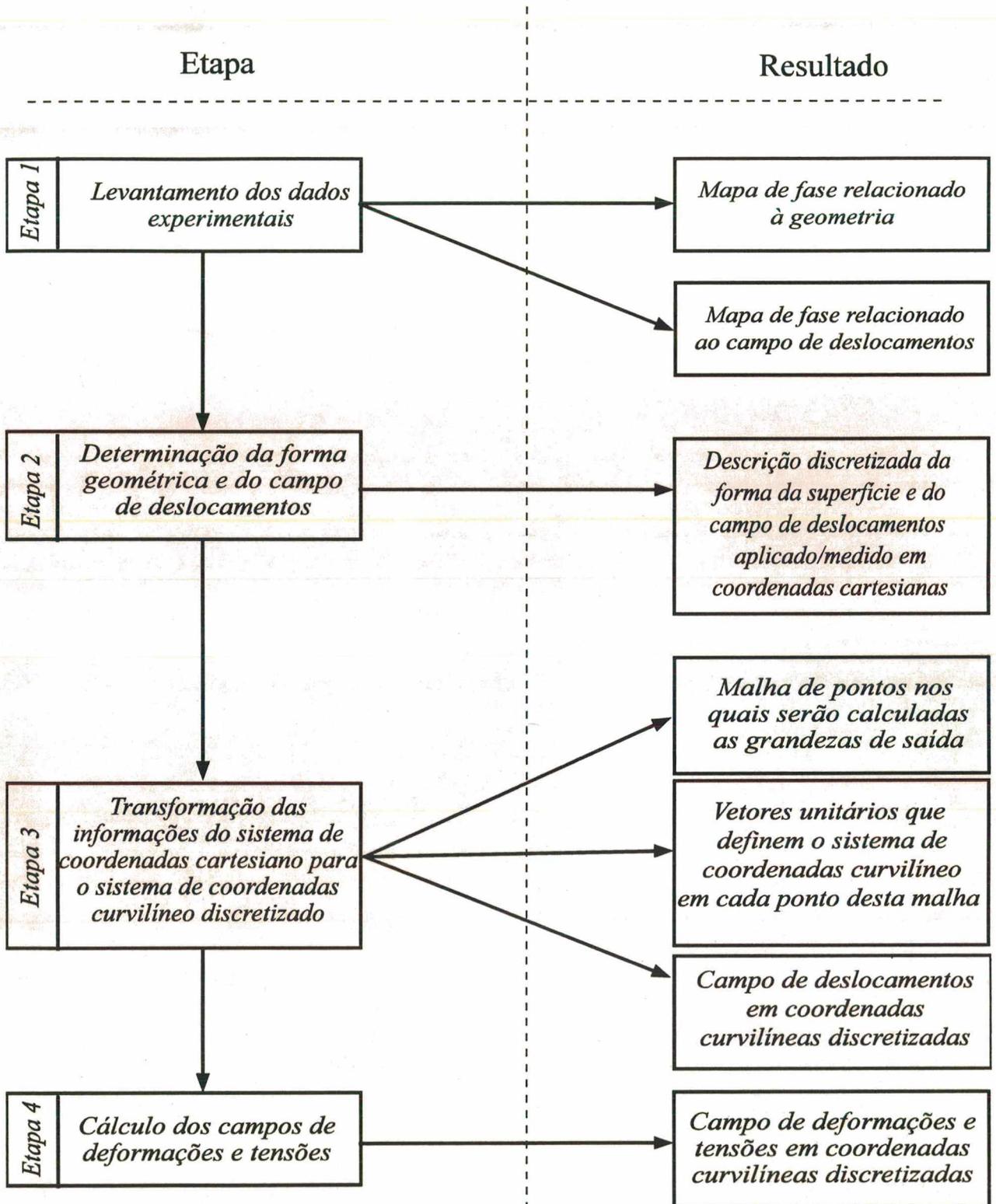


Fig. 4.1 : Esquema geral do método integrado para medição da forma geométrica e dos campos de deslocamentos, deformações e tensões.

## 4.1 OBTENÇÃO DOS MAPAS DE FASE

O primeiro passo do método consiste na aquisição dos mapas de fase associados à forma geométrica e aos deslocamentos cartesianos na região de interesse da superfície. Também nesta etapa devem ser determinadas as coordenadas das fontes de iluminação, do ponto objeto e da origem da peça em relação a um sistema de coordenadas global, fixo na bancada, e os valores de deslocamentos impostos às fontes de iluminação relacionadas ao processo de topografização.

Todo o processo de obtenção dos mapas de fase é realizado em um sistema de medição (SM) denominado **estação holográfica (EH)** /4/. Trata-se de um conjunto de elementos mecânicos, ópticos, eletrônicos e de um programa de computador /1/ integrados em um mesmo dispositivo, visando facilitar e flexibilizar os seguintes processos, necessários numa medição com a HE:

- montagem dos interferômetros;
- aquisição, tratamento e processamento dos mapas de fase;
- cálculo e análise dos campos cartesianos de deslocamentos, deformações e tensões<sup>5</sup> e;
- documentação dos resultados.

A configuração experimental utilizada depende das informações previamente conhecidas sobre o campo de deslocamentos (capítulo 2). No caso mais genérico onde as três componentes do deslocamento são totalmente desconhecidas, pelo menos três pares de fontes de iluminação são necessários (fig. 4.2). Um destes pares deve compor um interferômetro análogo ao da figura 3.7, no qual as fontes estão fixas a um dispositivo microdeslocador. Inicialmente, este par de fontes de iluminação é utilizado para obter o mapa de fase do processo de topografização da região de interesse. Em seguida, o corpo é submetido ao carregamento externo e todos os pares de fontes de iluminação passam a ser empregados na obtenção dos mapas de fase que serão usados no cálculo dos deslocamentos.

---

<sup>5</sup> O algoritmo de cálculo das deformações e tensões da estação holográfica é válido apenas para superfícies planas.

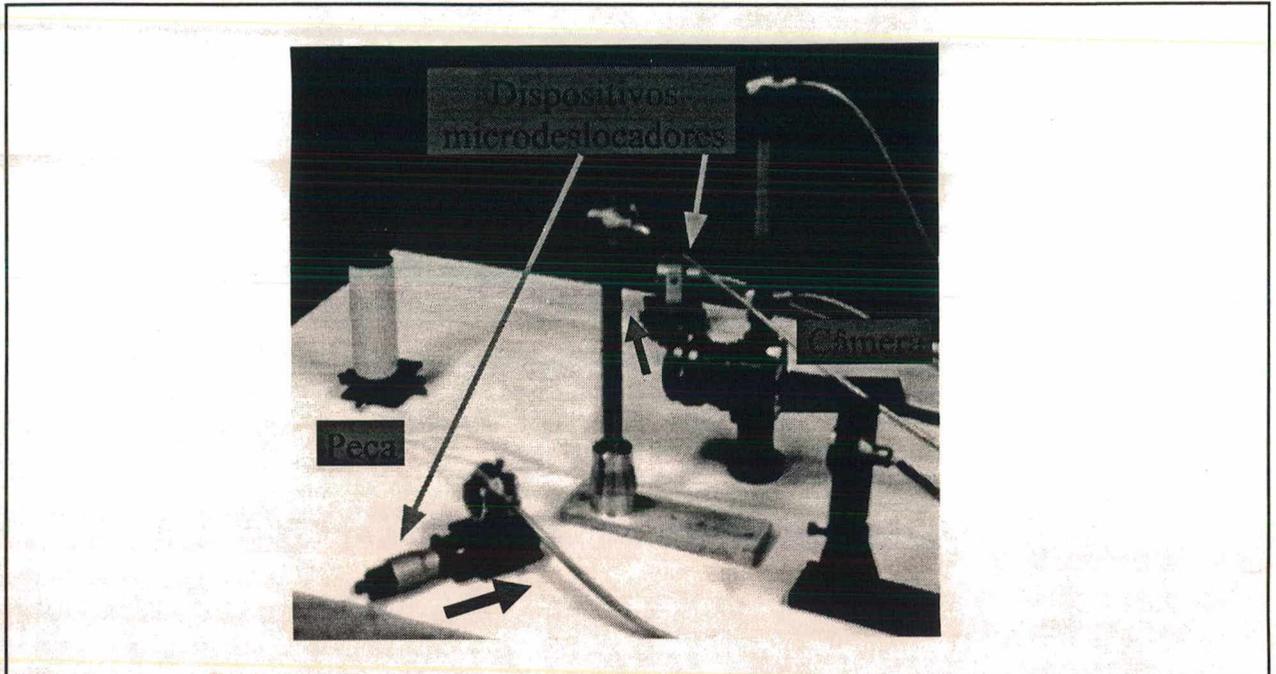


Fig. 4.2 : Disposição esquemática das fontes de iluminação para a obtenção dos mapas de fase.

#### 4.2 DETERMINAÇÃO DA FORMA GEOMÉTRICA E DOS DESLOCAMENTOS CARTESIANOS

Esta etapa resume-se ao cálculo da cota  $z$  e das componentes do deslocamento cartesiano, a partir dos dados experimentais adquiridos anteriormente. Este cálculo deve ser efetuado numa quantidade de pontos suficiente para representar a forma geométrica e o campo de deslocamentos atuantes. Para isto, é definida uma malha de pontos regularmente distribuídos sobre a imagem da região de interesse. Esta malha recebe a denominação **malha regular projetada** e é utilizada também para a leitura das *OF's* nos mapas de fase. Este procedimento é equivalente à discretização da região de interesse projetada sobre o plano  $XY$  do sistema de coordenadas cartesiano global, conforme mostrado na figura 4.3. Como o sistema global está associado a um ponto qualquer da bancada, é, em geral, conveniente transladá-lo para a origem da peça.

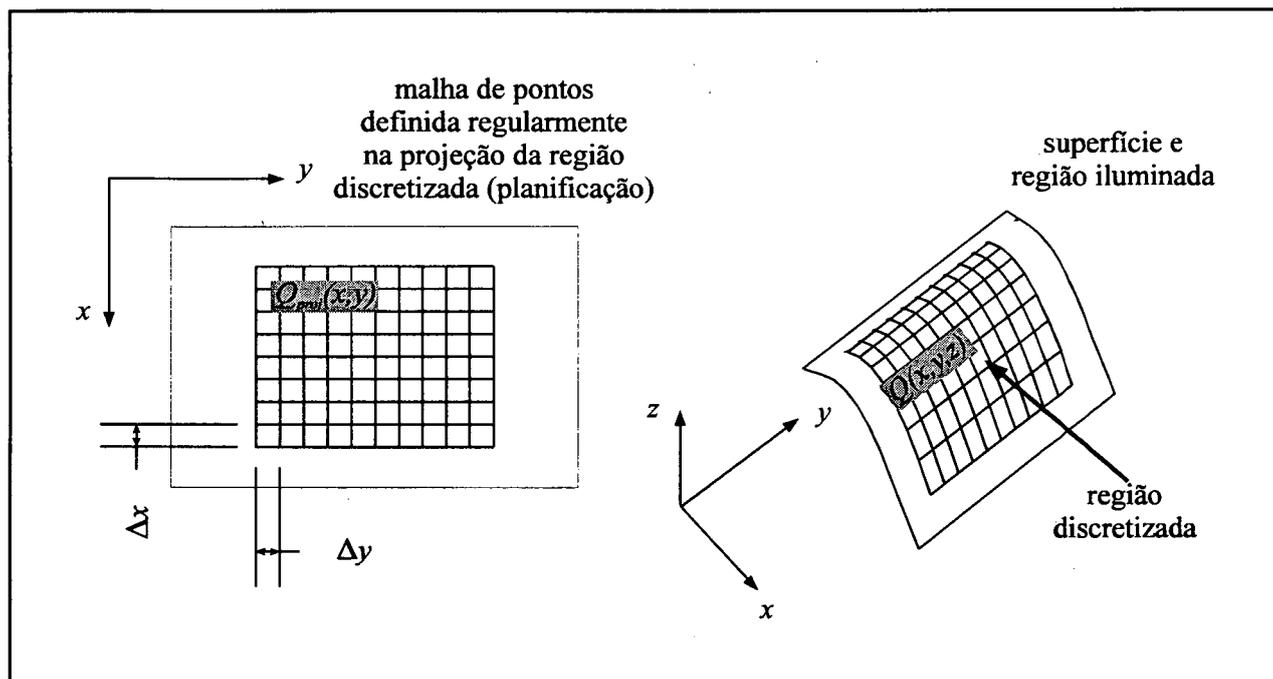


Fig. 4.3 : Malha de pontos regularmente distribuídos sobre a projeção da região de interesse.

#### 4.2.1 CÁLCULO DA COTA "Z" - FORMA GEOMÉTRICA

A figura 4.4 mostra esquematicamente o fluxo das informações que são combinadas no cálculo da coordenada z. Propõe-se seguir o mesmo procedimento empregado no processamento dos experimentos descritos no item 3.3, ou seja:

- 1º) subtrair o valor da **OF** de todos os pontos da malha do valor da **OF** no ponto cuja cota z é previamente conhecida, anulando-o;
- 2º) calcular a diferença de cota dos demais pontos da malha em relação àquele ponto, através da equação:

$$z_{rel} = \frac{\lambda l}{2 \Delta s \sin \beta} \cdot OF = pt_z \cdot OF \quad (4.1)$$

- 3º) transladar as cotas obtidas para o sistema de coordenadas original da peça, ou seja, somar o valor da cota previamente conhecida aos resultados do passo anterior, definindo completamente a posição de todos os pontos da malha.

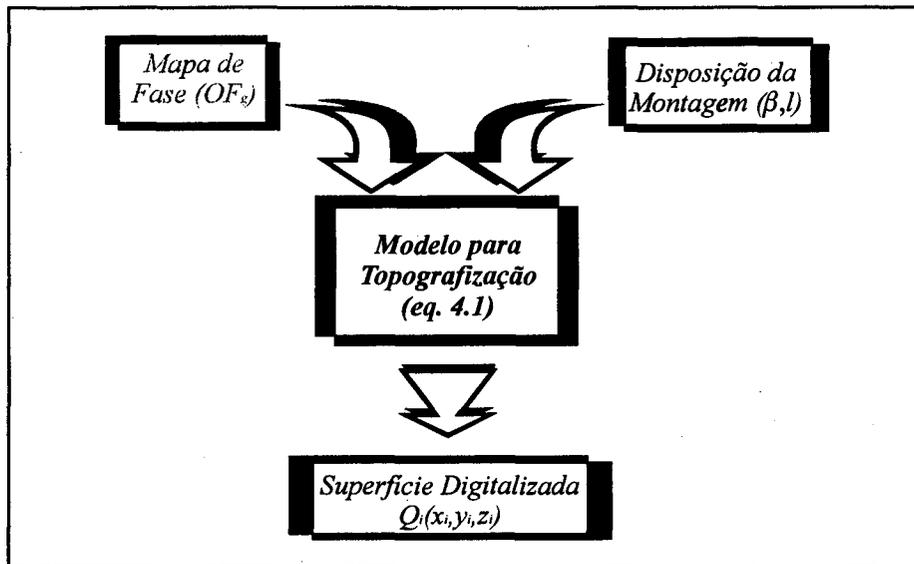


Fig. 4.4 : Fluxo de informações no processo de cálculo da cota z.

#### 4.2.2 CÁLCULO DAS COMPONENTES DO VETOR DESLOCAMENTO

O cálculo das componentes do vetor deslocamento é realizado conforme descrito no item 2.4 e esquematizado na figura 4.5. O resultado desta tarefa é o campo de deslocamentos cartesianos descrito de uma forma discretizada.

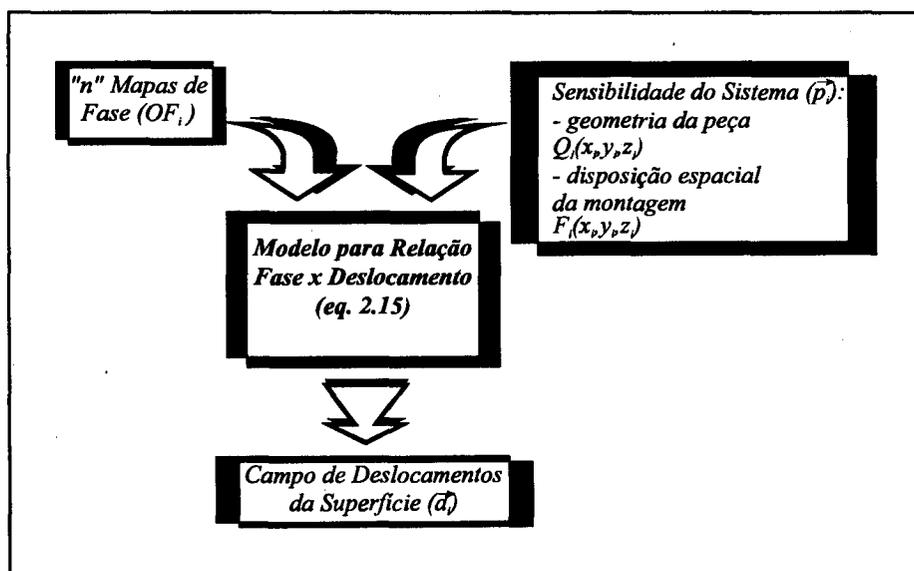


Fig. 4.5 : Fluxo de informações no processo de cálculo das componentes do deslocamento.

### 4.3 DESCRIÇÃO DA GEOMETRIA EM RELAÇÃO AO SISTEMA DE COORDENADAS CURVILÍNEO DISCRETIZADO

A seleção de um sistema de coordenadas adequado à geometria do corpo é de fundamental importância na análise de deformações e tensões. Uma boa escolha torna mais fácil a solução do problema bem como a visualização e análise dos resultados. Em geral, o sistema de coordenadas cartesiano, usado na obtenção da forma geométrica e dos deslocamentos, não consegue representar bem problemas nos quais a superfície do corpo não é plana. Neste âmbito, é necessário adotar sistemas mais genéricos, os chamados sistemas de coordenadas curvilíneas. Como os resultados experimentais são representados de forma discreta, os sistemas de coordenadas devem ser adaptados a esta característica. Neste ítem é proposta uma maneira de fazê-lo.

#### 4.3.1 REPRESENTAÇÃO PARAMÉTRICA DE SUPERFÍCIES

Os contornos das peças são modelados por superfícies num espaço cartesiano retangular. As coordenadas dos pontos sobre cada superfície podem ser escritas como funções de duas variáveis,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , denominadas **coordenadas curvilíneas**. Sendo,

$$\begin{aligned}x &= f_1(\alpha_1, \alpha_2) \\y &= f_2(\alpha_1, \alpha_2) \\z &= f_3(\alpha_1, \alpha_2)\end{aligned}\tag{4.2}$$

e com o auxílio da eq. (2.17), o vetor posição passa a ser escrito como:

$$\vec{r}(\alpha_1, \alpha_2) = f_1(\alpha_1, \alpha_2)\vec{i} + f_2(\alpha_1, \alpha_2)\vec{j} + f_3(\alpha_1, \alpha_2)\vec{k}\tag{4.3}$$

Uma vez conhecidas as funções  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ , a superfície está representada em termos dos "parâmetros"  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ .

Mantendo um dos parâmetros constante e variando o outro é obtida uma família de curvas, as chamadas **curvas paramétricas** da superfície /29/. Cada curva paramétrica forma uma

linha de coordenada constante num sistema de coordenadas curvilíneo associado à superfície. O conjunto de vetores unitários em tal sistema coincide com aquele formado em cada ponto, pelos dois vetores unitários tangentes às linhas de coordenadas e o vetor unitário normal a eles (este vetor também é normal à superfície - fig. 4.6). A partir da eq. 4.3 tem-se:

$$\vec{t}_1 = \frac{\frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha_1}}{\left\| \frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha_1} \right\|} \quad \vec{t}_2 = \frac{\frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha_2}}{\left\| \frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha_2} \right\|} \quad \vec{n} = \vec{t}_1 \times \vec{t}_2 \quad (4.4)$$

onde:

$\vec{t}_1, \vec{t}_2 \Rightarrow$  vetores unitários tangentes às linhas de coordenadas  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ ,  
respectivamente;  
 $\vec{n} \Rightarrow$  vetor unitário normal.

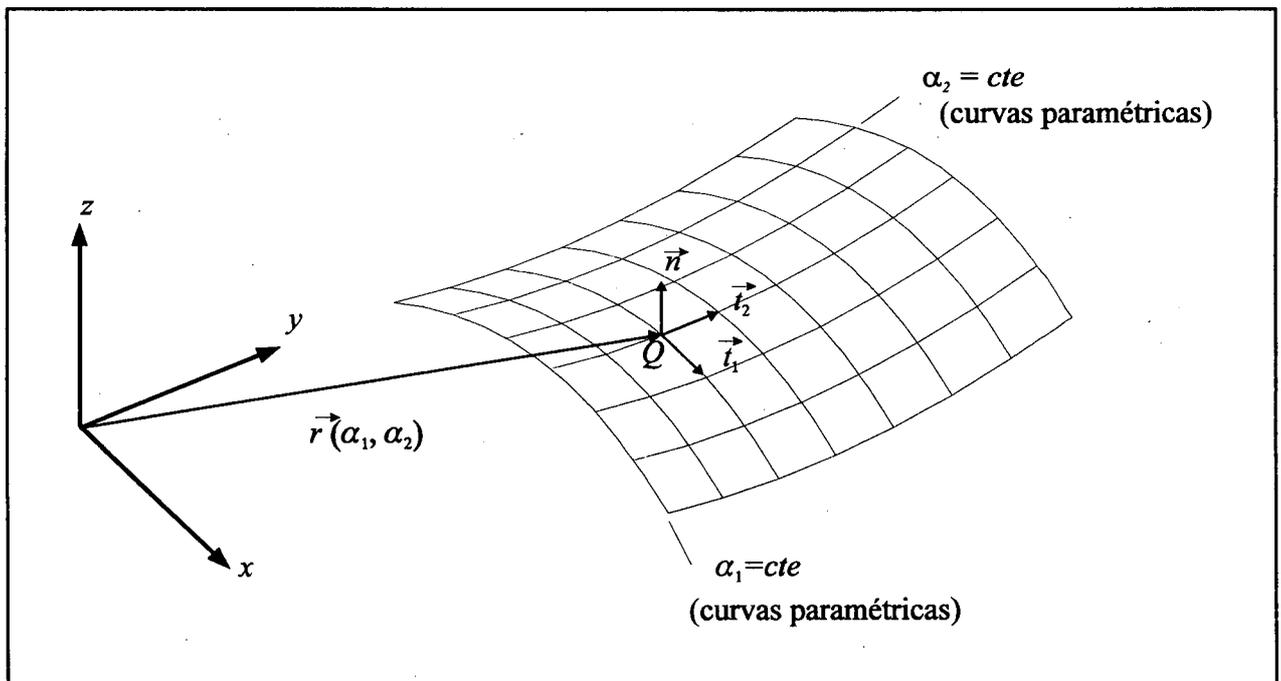


Fig. 4.6 : O sistema de coordenadas curvilíneo e seus principais elementos.

Este conjunto de vetores, que compõe a base unitária do sistema de coordenadas curvilíneo, muda em cada ponto da superfície para se adaptar às direções tangenciais e normal. Assim, uma característica importante do sistema de coordenadas curvilíneo é o fato de que em cada ponto está associado um sistema de coordenadas retilíneo local, segundo o qual as grandezas são descritas. Quando os vetores tangentes são ortogonais entre si, o sistema de coordenadas curvilíneo é dito ortogonal.

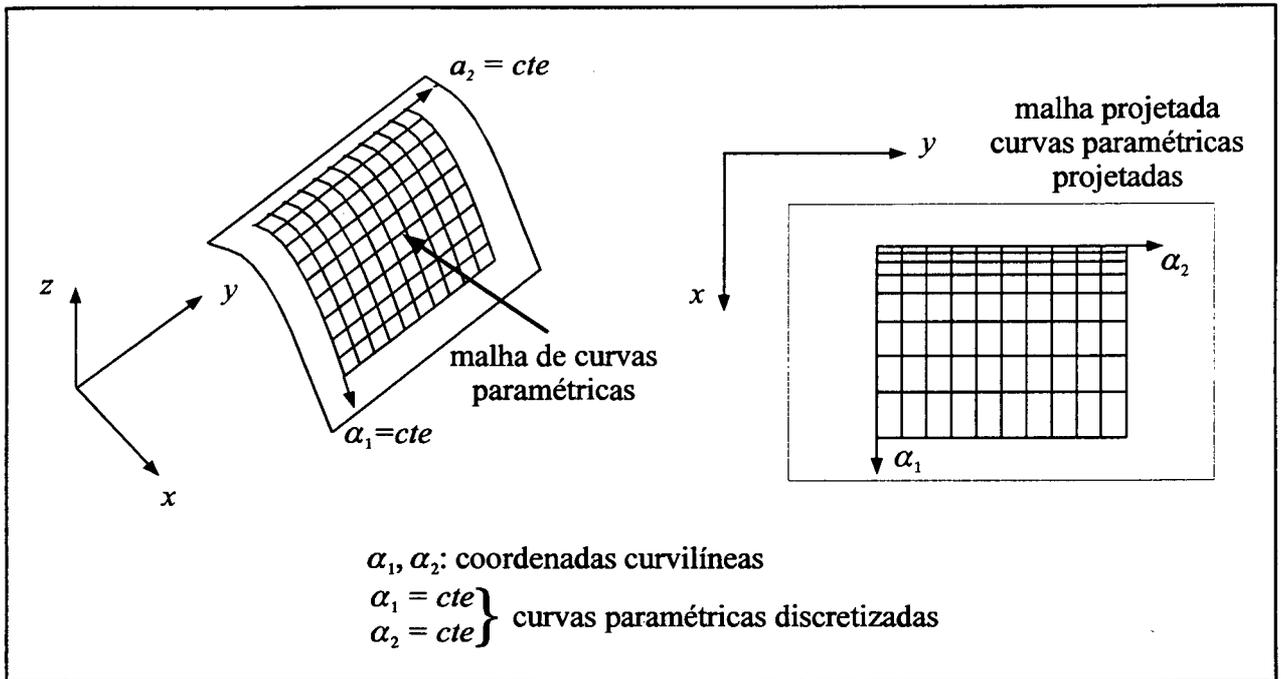
#### 4.3.2 REPRESENTAÇÃO DISCRETIZADA DAS CURVAS PARAMÉTRICAS

A malha regular projetada, gerada na discretização dos dados experimentais, tem como parâmetros as coordenadas  $x$  e  $y$ , portanto, não adequados aos problemas de medição de deformações e tensões em superfícies não planas. Além disto, quando os nós desta malha são "rebatidos" sobre a superfície (fig. 4.3), em geral, resulta uma malha na qual a distância entre os nós varia. Como as GM's devem ser escritas em termos de sistemas de coordenadas bem adaptados ao contorno real do corpo e não à sua projeção, surge a necessidade de gerar uma malha com esta característica. Analogamente à malha regular projetada, esta nova malha, adaptada à superfície, também deve ter seus nós regularmente distribuídos.

A figura 4.7 mostra esquematicamente uma malha adaptada à superfície. Nela pode-se ver duas direções preferenciais de discretização. As linhas formadas ao unir os pontos em cada uma destas direções cumprem uma função semelhante à das curvas paramétricas, discutidas no ítem anterior. Por esta razão são denominadas, neste trabalho, de **curvas paramétricas discretizadas**.

Para gerar a malha de pontos adaptada à superfície foi desenvolvido um programa de computador cujo algoritmo básico está descrito na figura 4.8. O algoritmo tem como princípio a geração de pontos sobre a superfície, separados por uma distância aproximadamente igual, e que formem curvas paramétricas discretizadas sobre a região de interesse. Também são calculados os vetores unitários do sistema de coordenadas retilíneo local associado a cada ponto da malha.

Além de conhecer o ponto de início da malha e a distância desejada entre os nós (tem relação direta com o grau de refino da malha), o algoritmo parte de informações sobre uma das direções preferenciais de geração, adotada como sendo  $\alpha_j$ .



**Fig. 4.7 :** Representação esquemática das curvas paramétricas discretizadas.

O processo de geração da malha inicia-se com o cálculo dos vetores unitários do sistema de coordenadas retilíneo local, associado ao ponto inicial. O primeiro passo é a obtenção do vetor tangente à superfície na direção  $\alpha_1$ . Neste sentido, um pequeno incremento é dado à coordenada do ponto nesta direção e, através de um algoritmo de interpolação dos dados referentes à forma geométrica, um novo ponto (bem próximo ao inicial) é obtido. O vetor unitário na direção que vai do ponto inicial ao novo ponto obtido é o vetor procurado,  $\vec{t}_1$ . Em seguida, o mesmo procedimento é aplicado para obter um vetor auxiliar,  $\vec{t}_{aux}$ , numa direção diferente de  $\vec{t}_1$  (fig. 4.9-a). Assumindo que  $\vec{t}_1$  e  $\vec{t}_{aux}$  pertencem ao plano tangente à superfície, o produto vetorial  $\vec{t}_1 \times \vec{t}_{aux}$  fornece o vetor normal  $\vec{n}$ . Empregando novamente a definição de produto vetorial tem-se:

$$\vec{t}_2 = \vec{n} \times \vec{t}_1 \quad (4.5)$$

É importante observar que o sistema de coordenadas retilíneo local obtido desta forma é ortogonal.

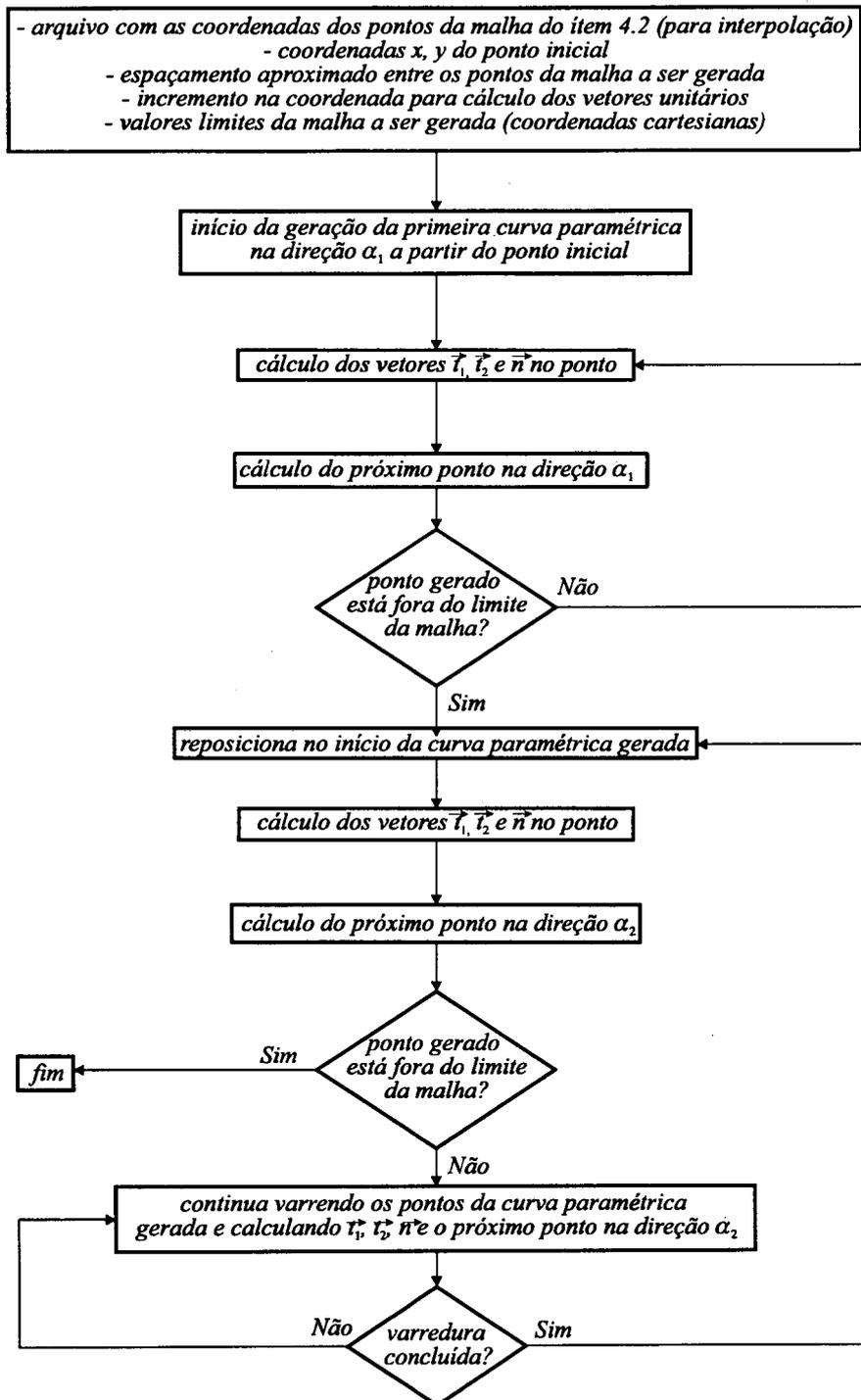
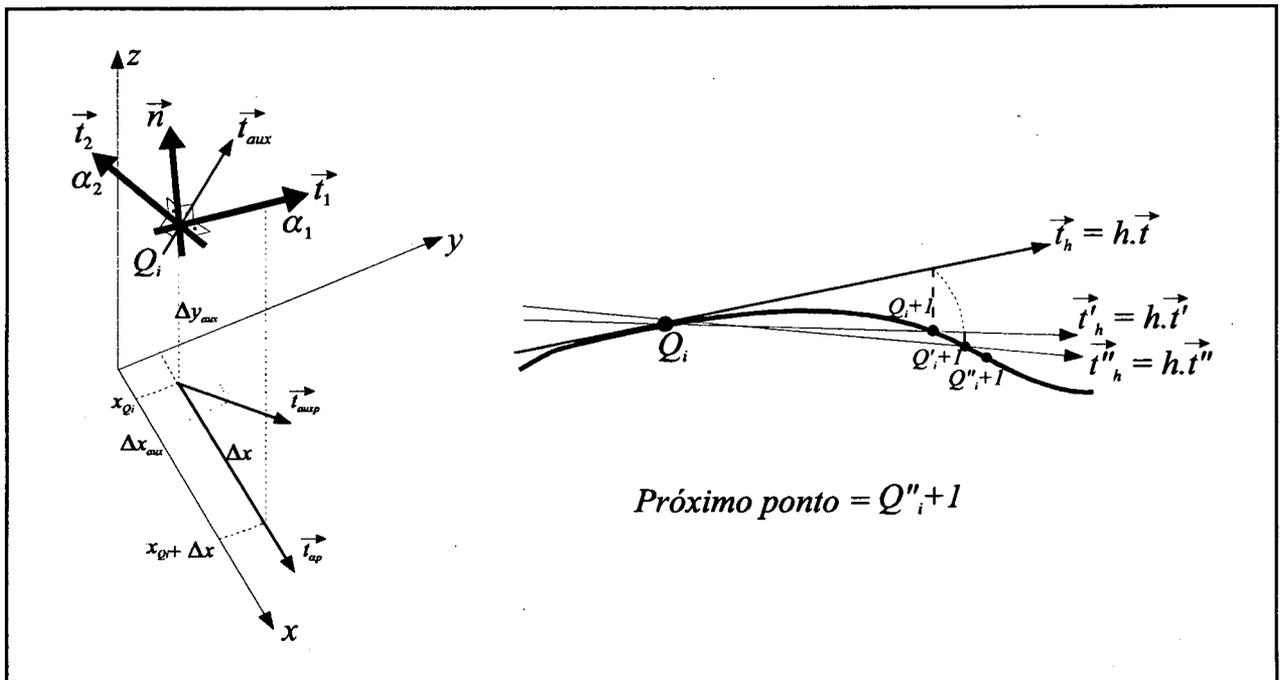


Fig. 4.8 : Fluxograma do algoritmo desenvolvido para gerar a malha de pontos adaptada à superfície.



**Fig. 4.9 :** Representação esquemática do algoritmo de: a) cálculo dos vetores unitários do sistema de coordenadas retilíneo local e; b) geração de um ponto sobre a malha.

Uma vez dado este passo inicial, o algoritmo passa a gerar os demais pontos da curva paramétrica discretizada. Na figura 4.9-b tem-se um esquema de como isto é feito. O ponto  $Q_i$  representa um ponto qualquer da superfície e já pertencente à malha que está sendo gerada (por exemplo o ponto inicial),  $\vec{t}$  é um vetor unitário em uma das direções preferenciais de discretização e  $h$  a distância desejada entre dois pontos da malha. Multiplicando  $\vec{t}$  por  $h$ , o resultado é um vetor,  $\vec{t}_h$ , cuja extremidade define um ponto que não pertence à superfície. A partir da projeção de  $\vec{t}_h$  no plano  $XY$  e das informações conhecidas a respeito da cota  $z$ , é obtido o ponto  $Q_{i+1}$  sobre a superfície como resultado da primeira iteração do algoritmo. O vetor  $\vec{t}$  da iteração seguinte, representado por  $\vec{t}'$  na figura 4.9-b, é obtido normalizando-se o vetor que liga os pontos  $Q_i$  e  $Q_{i+1}$ . As iterações seguem até um número limite ou até que a diferença de cota entre o ponto gerado que não pertence à superfície e aquele que pertence, seja inferior a um valor máximo aceitável. O novo ponto da malha é aquele pertencente à superfície após a última iteração. O sistema de coordenadas retilíneo local associado a este novo ponto é, então, calculado pelo mesmo procedimento aplicado ao ponto inicial.

Nas figuras 4.10, 4.11 e 4.12 são mostrados exemplos de malhas geradas pelo programa. Juntamente com a saída gráfica, obtém-se um arquivo de dados com as coordenadas cartesianas de cada ponto e seus respectivos vetores  $\vec{t}_1$ ,  $\vec{t}_2$  e  $\vec{n}$ .

#### 4.4 CÁLCULO DOS CAMPOS DE DESLOCAMENTOS, DEFORMAÇÕES E TENSÕES EM RELAÇÃO AO SISTEMA DE COORDENADAS RETILÍNEO LOCAL

Nesta última etapa da medição, as GM's são calculadas ponto a ponto da malha adaptada à superfície, e escritas em relação aos sistemas locais de coordenadas.

##### 4.4.1 DESLOCAMENTOS

As componentes cartesianas dos deslocamentos nos pontos da malha adaptada à superfície são obtidas através de interpolações bilineares, a partir dos dados calculados no item 4.2. Assim, com uma simples mudança de sistemas de coordenadas do tipo:

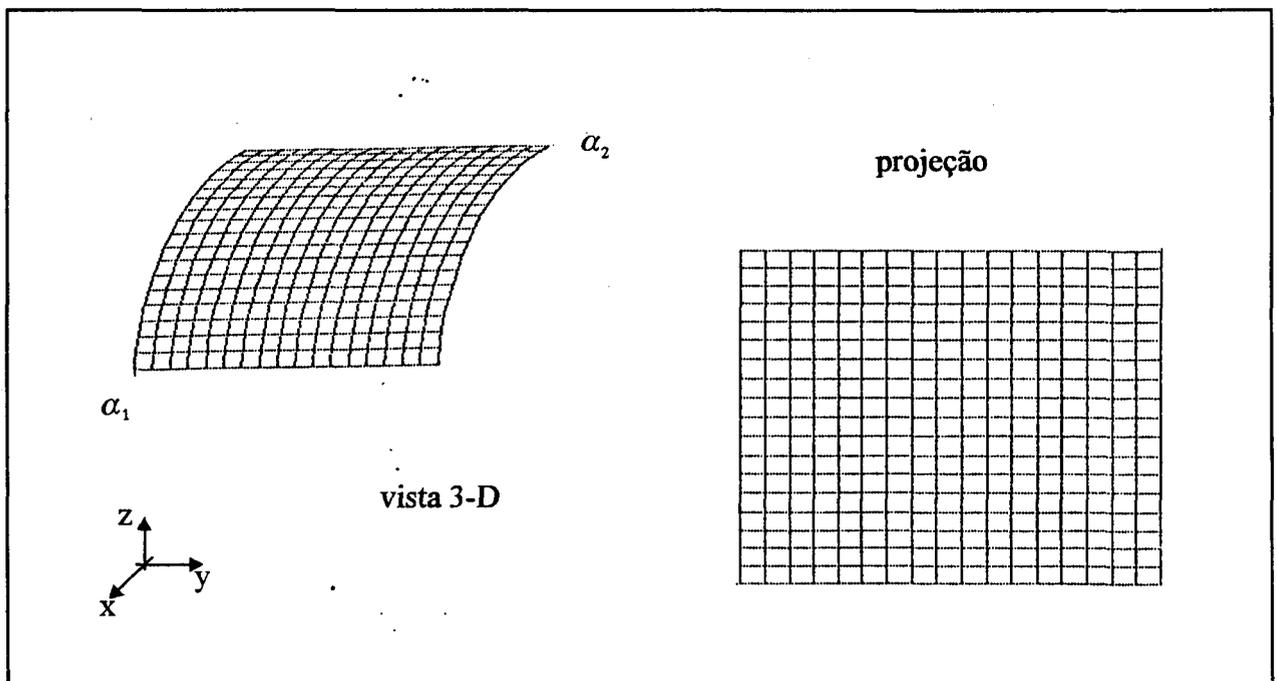


Fig. 4.10 : Malha de pontos gerada para uma superfície cilíndrica de raio 25 mm.

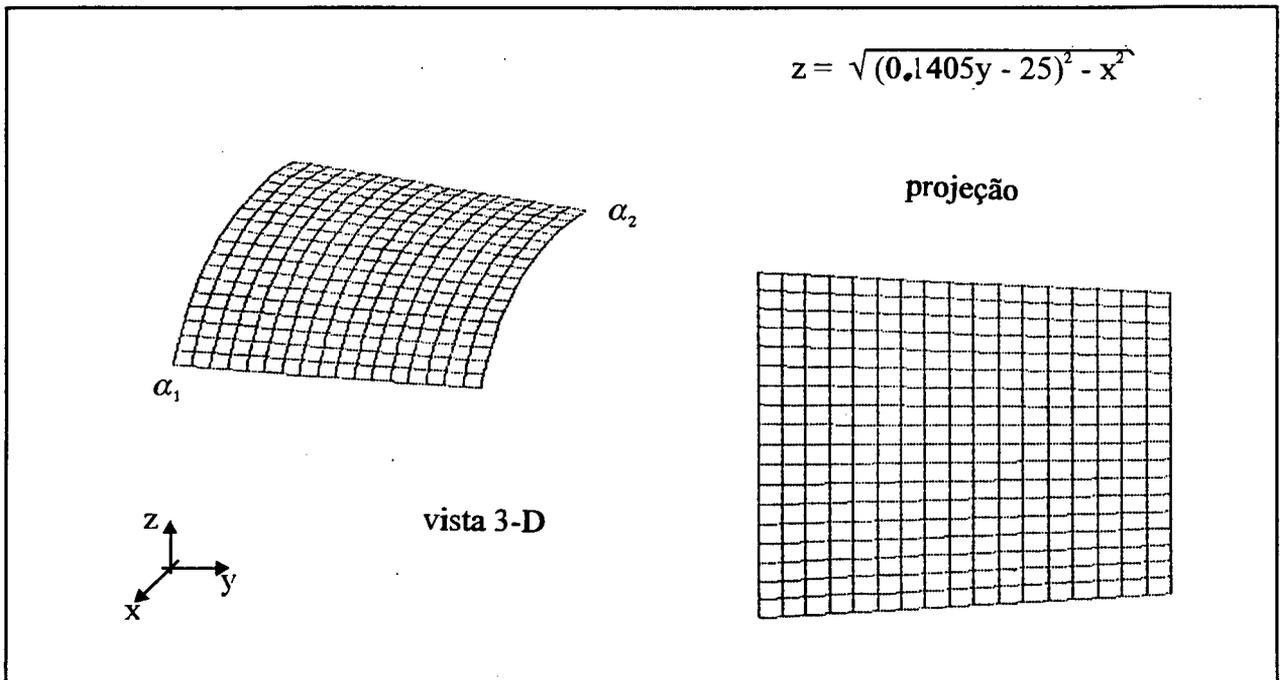


Fig. 4.11 : Malha de pontos gerada para uma superfície cônica.

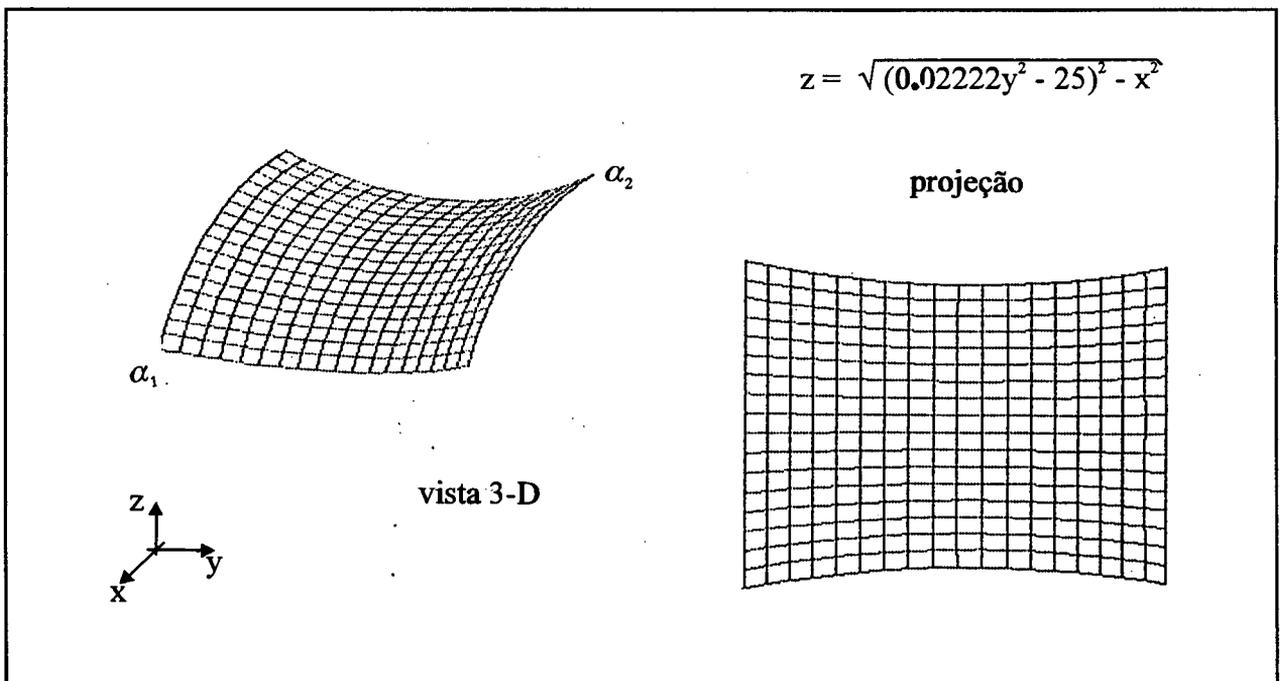


Fig. 4.12 : Malha de pontos gerada para um parabolóide de revolução.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{1n} \\ T_{21} & T_{22} & T_{2n} \\ T_{n1} & T_{n2} & T_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

onde:

$T_{11}, T_{12}, T_{1n} \Rightarrow$  componentes do vetor  $\vec{t}_1$  nas direções  $x, y$  e  $z$ ;

$T_{21}, T_{22}, T_{2n} \Rightarrow$  componentes do vetor  $\vec{t}_2$  nas direções  $x, y$  e  $z$ ;

$T_{n1}, T_{n2}, T_{nn} \Rightarrow$  componentes do vetor  $\vec{n}$  nas direções  $x, y$  e  $z$ ;

$u_1, u_2, w_n \Rightarrow$  componentes do vetor deslocamento nas direções  $\vec{t}_1, \vec{t}_2$  e  $\vec{n}$ .

tem-se as componentes do deslocamento nas direções tangenciais e normal em cada ponto.

#### 4.4.2 DEFORMAÇÕES E TENSÕES

O estado de deformações e tensões num ponto  $Q$  da malha no sistema local é mostrado na figura 4.13. As componentes de deformação são calculadas aplicando-se o método discutido no item 2.5.2. Para isto, os pontos distanciados de um pequeno incremento de  $Q$ , utilizados no cálculo dos vetores  $\vec{t}_1$  e  $\vec{t}_2$  são tomados como elementos de linha. Particularizando as eq. (2.18) e (2.22) para este caso obtém-se:

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} &= \frac{ds_1 - dS_1}{dS_1} \\ \epsilon_{22} &= \frac{ds_2 - dS_2}{dS_2} \\ \gamma_{12} &= \vec{t}_1 \cdot \vec{t}_2 - \vec{t}_1 \cdot \vec{t}_2 \end{aligned} \quad (4.7)$$

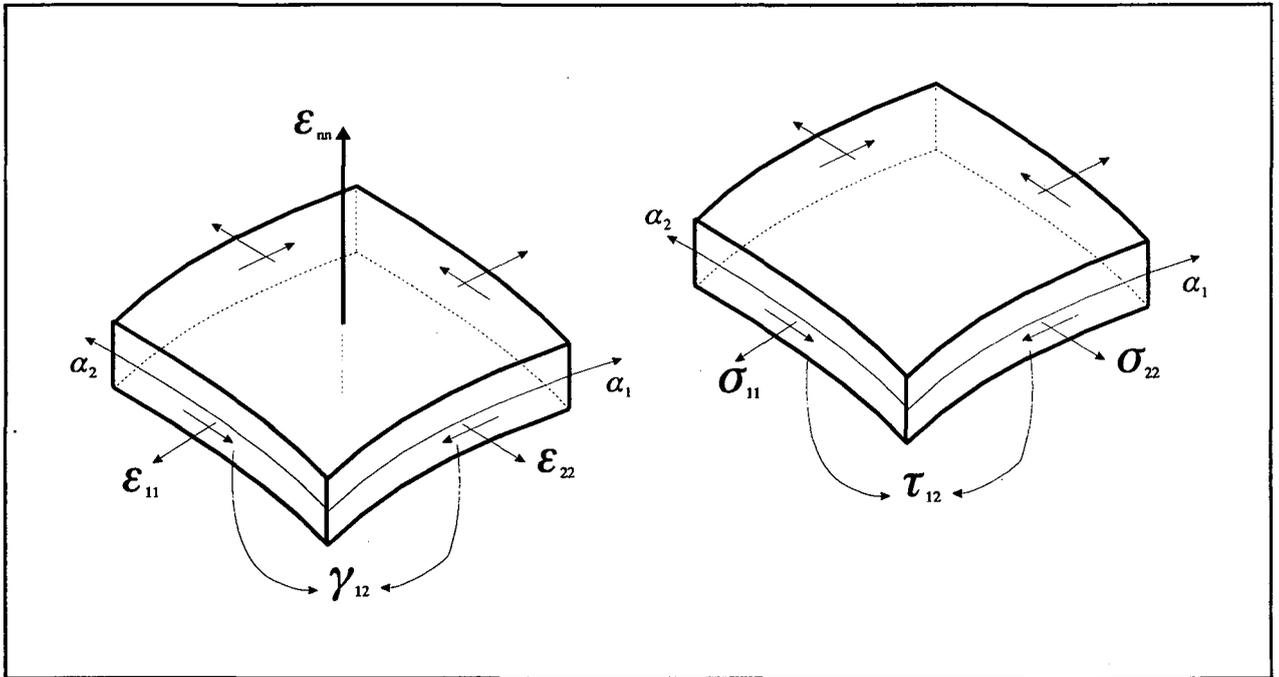


Fig. 4.13 : Estado de deformação e tensão no sistema retilíneo local, para ponto da superfície livre do corpo.

onde:

$dS_1, ds_1, dS_2, ds_2 \Rightarrow$  comprimentos inicial e final dos elementos de linha nas direções  $\vec{t}_1$  e  $\vec{t}_2$ , respectivamente, calculados pelas eq. (2.23), (2.24) e (2.25);

$\vec{t}_1, \vec{t}_2 \Rightarrow$  direções dos elementos de linha no estado deformado, calculadas pelas eq. (2.24), (2.27) e (2.28);

$\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \gamma_{12} \Rightarrow$  deformações normais e cisalhante no sistema retilíneo local.

considerando o EPT, a deformação na direção normal à superfície é dada por (2.31), ou seja:

$$\epsilon_{nn} = \frac{-\nu}{1 - \nu} \cdot (\epsilon_{11} + \epsilon_{22}) \quad (4.8)$$

definindo o estado de deformações no sistema local para um ponto  $Q$  da malha.

Conhecidas as deformações, as tensões são facilmente obtidas por:

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= \frac{E}{1 - \nu^2} \cdot (\epsilon_{11} + \nu \cdot \epsilon_{22}) \\ \sigma_{22} &= \frac{E}{1 - \nu^2} \cdot (\nu \cdot \epsilon_{11} + \epsilon_{22}) \\ \tau_{12} &= \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \cdot \gamma_{12}\end{aligned}\tag{4.9}$$

completando o método proposto para determinação dos campos de deslocamentos, deformações e tensões em superfícies não planas.

## ***CAPÍTULO 5***

### ***FONTES DE ERROS DO MÉTODO PROPOSTO***

Do ponto de vista metrológico, determinar o valor de uma grandeza envolve conhecer o seu valor momentâneo e um intervalo de valores que exprime a incerteza do processo de medição e, se for o caso, também as variações da própria grandeza. Este intervalo de valores é designado de **incerteza do resultado (IR)** /21/. Até este momento foram discutidos aspectos relacionados à obtenção do valor momentâneo das deformações, porém, nada foi dito a respeito de sua incerteza.

A IR depende da combinação de duas componentes do processo de medição: a variação da GM e os erros do SM. A primeira é uma característica do fenômeno que está sendo investigado e, portanto, sua análise é específica para cada caso, fugindo ao escopo deste trabalho. A segunda é intrínseca da associação método(s)/instrumento(s) e é quantificada a partir da combinação dos erros aleatórios e sistemáticos inerentes ao SM.

Neste trabalho, o SM é composto do sistema EH e da metodologia proposta no capítulo 4. Uma das formas de se fazer o levantamento dos erros de um SM é através de um processo denominado **calibração**. A aplicação deste procedimento é bem apropriada a SM's convencionais, cujas configurações e formas de utilização são normalmente rígidas e bem definidas. Outra alternativa, é analisar estatisticamente como os erros presentes no SM se combinam ou se propagam. Este tipo de análise é mais adequada a SM's não convencionais como o tratado neste trabalho.

Em algumas situações, e esta é uma delas, a tarefa de obter um valor para a IR é um pouco mais complexa, na qual uma análise bem mais detalhada é exigida. Porém, em qualquer caso, o primeiro passo é a identificação das principais fontes de erros do SM, sendo esta a contribuição que este capítulo visa dar. Por um aspecto didático, as fontes de erros foram divididas em três grandes grupos:

- 1º) fontes de erros presentes na medição do deslocamento com a HE;
- 2º) fontes de erros presentes na topografização;
- 3º) fontes de erros gerais;

a serem abordados nos itens que se seguem.

## 5.1 FONTES DE ERROS PRESENTES NA MEDIÇÃO DOS DESLOCAMENTOS

Este grupo é composto das fontes de erros intrínsecas do processo de medição dos deslocamentos na EH. Elas são apresentadas, juntamente com suas causas, na figura 5.1.

| <i>Fonte de Erro</i>  | <i>Causa</i>  |
|---|---|
| erros de medição dos vetores sensibilidade                                      | incertezas provenientes da medição dos pontos de iluminação e observação e das coordenadas da peça  |
| baixos coeficientes de eficiência de medição /22/                               | combinação desfavorável dos pontos de iluminação e observação, ou seja, dos vetores sensibilidade   |
| incerteza do resultado de medição do comprimento de onda da luz do LASER        | limitação tecnológica ligada ao princípio de funcionamento do LASER                                 |
| incerteza do resultado de medição da ordem de franja (ruídos dos mapas de fase) | - combinação dos erros associados ao processo de deslocamento de fase e;<br>- perturbações externas |

**Fig. 5.1 :** Fontes de erros presentes na medição dos deslocamentos na EH

Albertazzi /22/ mostra que as parcelas de erros na medição dos deslocamentos devido a primeira e a terceira fontes de erros desta tabela são pequenas quando comparadas aos ruídos presentes nos mapas de fase. A segunda fonte de erros pode ser entendida como uma limitação imposta por condições experimentais, por exemplo o "lay-out" da montagem, ou, em alguns casos como um erro grosseiro que pode ser eliminado em função da habilidade do experimentador.

A primeira causa para a incerteza da ordem de franja indicada na tabela da figura 5.1 tem sido estudada por KAPP /52/, enquanto a segunda foi analisada por TRONCOSO /53/. Nas figuras 5.2 e 5.3 são apresentadas tabelas que resumem as principais fontes de erros tratadas naqueles trabalhos. As parcelas mais significativas de erros na ordem de franja devido ao deslocamento são geradas pelas duas primeiras fontes de erros da figura 5.2. Com relação às perturbações externas, elas atuam em dois momentos do processo de medição:

| <i>Fonte de Erro</i>  | <i>Causa</i>  |
|---|---|
| incerteza de medição da intensidade luminosa no CCD                       | -erros de linearidade e aleatórios na conversão da potência luminosa para sinal elétrico no CCD e;<br>-baixa modulação do speckle |
| geração incorreta da fase em cada passo do método de deslocamento de fase | erros de posicionamento do espelho refletor devido à histerese, não-linearidade e não-repetibilidade do dispositivo piezoelétrico |
| propagação da incerteza do comprimento de onda do LASER                   | limitação tecnológica ligada ao princípio de funcionamento do LASER   |

**Fig. 5.2 :** Fontes de erros associadas ao método do deslocamento de fase.

| <i>Fonte de Erro</i>  | <i>Causa</i>  |
|---|---|
| movimentos relativos entre os componentes mecânicos da montagem | vibrações mecânicas                                   |
| variações do índice de refração do meio                         | gradientes de temperatura, pressão e umidade relativa |

**Fig. 5.3 :** Fontes de erros associadas às perturbações externas.

- 1º) durante o deslocamento de fase, tanto no estado inicial quanto no final, induzindo uma variação de caminho óptico adicional àquela gerada pelo dispositivo piezoelétrico para a aquisição das imagens em cada passo do deslocamento de fase;
- 2º) durante a passagem do estado inicial para o final, causando um erro sistemático na medição, porém, que pode variar de caso para caso.

Sistemas de estabilização ativo de franjas /54/ têm sido desenvolvidos com o objetivo de minimizar os erros causados pelas perturbações externas durante o deslocamento de fase. Para a segunda forma de atuação das perturbações externas recomenda-se a utilização de bancadas anti-sísmicas e de sistemas de controle das condições ambientais.

## 5.2 FONTES DE ERROS DO PROCESSO DE TOPOGRAFIZAÇÃO

A confiabilidade nos resultados do método de topografização adotado está diretamente relacionada à observância prática das considerações feitas em seu desenvolvimento (capítulo 3) e ao conhecimento e/ou controle das incertezas envolvidas em sua implementação experimental.

No primeiro caso, o não atendimento das hipóteses implica em erros sistemáticos na medição, como por exemplo o erro de linearidade discutido no item 3.3.3 e as demais fontes de erros mostradas na figura 5.4. Os erros sistemáticos, em geral, podem ser evitados ou compensados.

| <i>Fonte de Erro</i>  | <i>Causa</i>  |
|---|---|
| hipótese "a" do item 3.2.1,<br>(equação 3.4) assumida na<br>dedução da equação (3.7)<br>(erro de linearidade) | dimensões do objeto da mesma<br>ordem de grandeza das distâncias<br>envolvidas na configuração do<br>interferômetro |
| impor às fontes<br>deslocamentos não<br>perpendiculares aos seus<br>vetores posição                           | desalinhamentos na<br>montagem interferométrica   |
| assimetrias na configuração<br>( $\alpha \neq \beta$ $l_1 \neq l_2$ )   | erros de posicionamento das<br>fontes de iluminação e da peça   |

**Fig. 5.4 :** Fontes de erros sistêmicos da topografização.

Por outro lado, as incertezas das grandezas que aparecem na eq. (4.1) - utilizadas no cálculo da cota  $z$  - são responsáveis pelos erros aleatórios na topografização. Como a existência deste tipo de erro é uma característica de qualquer processo experimental, é necessário conhecer sua ordem de grandeza e, se possível, mantê-la em um patamar compatível com o desejado na medição. Neste sentido, é importante determinar como as incertezas destas grandezas se relacionam. De acordo com a teoria da combinação de erros [21], a incerteza relativa máxima provável do resultado de medição da cota  $z$  é dada por:

$$\Delta z_{rel} = \pm \frac{1}{z} \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial \lambda} \Delta \lambda\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial l} \Delta l\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \beta} \Delta \beta\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \Delta s} \Delta \Delta s\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial OF} \Delta OF\right)^2} \quad (51)$$

onde  $z$  é dado pela eq. (4.1), as derivadas parciais são tomadas em relação a cada uma das variáveis e os  $\Delta$ 's representam as incertezas inerentes à medição isolada de cada variável.

efetuando as derivadas parciais indicadas, substituindo (4.1) em (5.1) e reagrupando os termos vem:

$$\Delta z_{rel} = \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{-\Delta \beta}{\tan \beta}\right)^2 + \left(\frac{-\Delta \Delta s}{\Delta s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta OF}{OF}\right)^2} = \frac{\Delta z}{z} \quad (5.2)$$

Na tabela da figura 5.5 são apresentadas as incertezas dos resultados para as duas configurações empregadas nas medições da superfície plana (item 3.3.3), calculadas através da eq. (5.2). A incerteza do comprimento de onda é desprezável em relação às demais, bem como a incerteza da distância das fontes à origem do sistema que apesar de estar num patamar mais elevado, pouco contribui na incerteza de  $z$ . Sendo assim, as principais fontes de erros aleatórios são as incertezas do posicionamento angular, do deslocamento da fonte e o nível de ruídos presentes no mapa cujas causas são as mesmas apontadas na figura 5.1.

| <i>Variável</i>           | <i>Configuração A</i><br><i>IR (%)</i> | <i>Configuração B</i><br><i>IR (%)</i> |
|---------------------------|--|--|
| $\Delta\lambda/\lambda$   | 0.02                                   | 0.02                                   |
| $\Delta l/l$              | 0.36                                   | 0.53                                   |
| $\Delta\beta/\beta$       | 1.43                                   | 1.62                                   |
| $\Delta\Delta s/\Delta s$ | 1.43                                   | 1.43                                   |
| $\Delta OF/OF$            | 1.25                                   | 1.25                                   |
| $\Delta z/z$              | 2.33                                   | 2.48                                   |

**Fig. 5.5 :** Incertezas dos resultados das configurações A e B.

---

## 5.3 FONTES DE ERROS GERAIS DO MÉTODO

Dois tipos diferentes de problemas são englobados neste grupo: aqueles que limitam a utilização da HE e aqueles provenientes do algoritmo de cálculo das deformações.

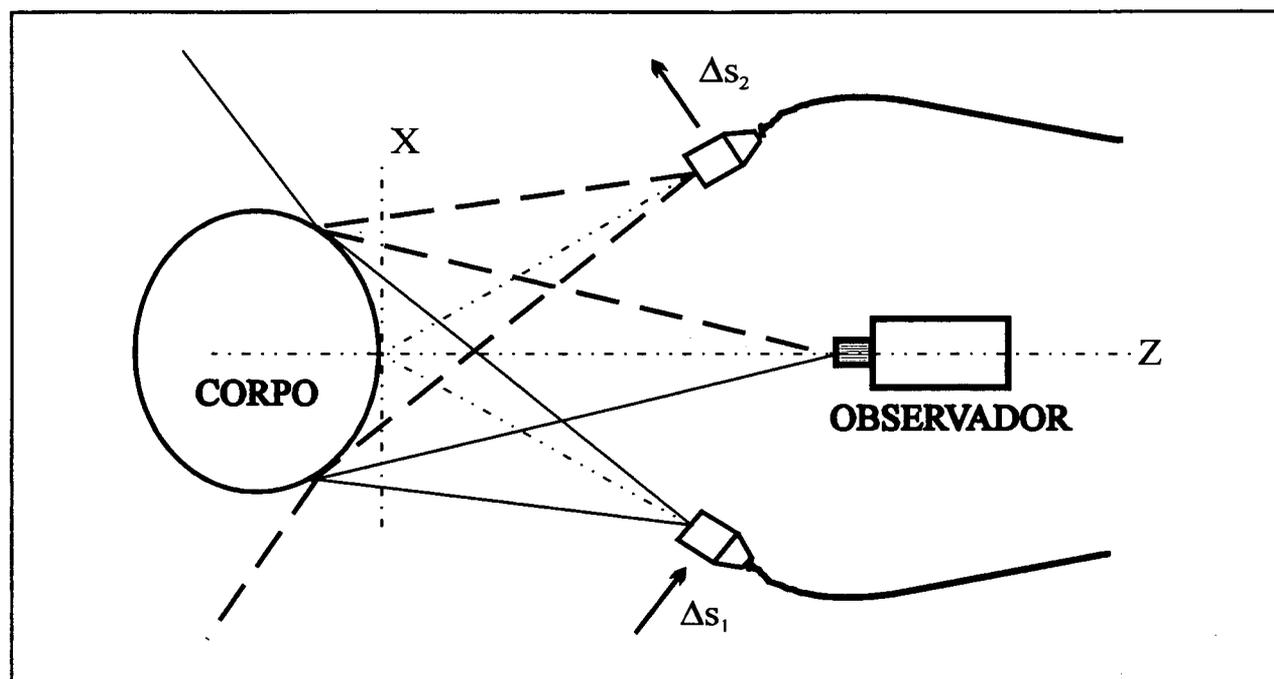
### 5.3.1 PROBLEMAS INTRÍNSECOS À HOLOGRAFIA ELETRÔNICA

Além dos erros associados ao deslocamento de fase e das perturbações externas, a incerteza da ordem de franja é afetada também pela visibilidade das franjas. O nível de ruídos de um mapa aumenta à medida que a visibilidade diminui. A correlação do padrão de *speckle* e a relação entre as intensidades das ondas luminosas que interferem são fatores que influenciam diretamente a visibilidade das franjas. A escolha de um filtro digital adequado pode melhorar a visibilidade das franjas, contudo, nem sempre isto é suficiente para a quantificação das informações de forma geométrica e/ou deslocamentos.

A HE assume que as características do padrão de *speckle* se mantém invariável durante a mudança de estado (inicial - final), o que ocorre apenas quando a variação de caminho óptico é pequena. Nesta condição é possível correlacionar os estados inicial e final através do mapa de fase formado. Qualquer fator que atue no sentido contrário ao desta premissa básica causa uma perda de correlação em maior ou menor grau, deteriorando a visibilidade das franjas /44/.

Na topografização a perda de correlação é causada pelos deslocamentos das fontes de iluminação. Por exemplo, no interferômetro utilizado na verificação da sensibilidade direcional (item 3.2.2 fig. 3.3 e 3.4), deslocamentos acima de 120  $\mu\text{m}$  comprometeram completamente a visibilidade das franjas no mapa. Na medição do campo de deslocamentos, as translações e rotações do corpo nesta mesma ordem de grandeza ou até mesmo bem menores, dependendo da sensibilidade do interferômetro, são, em geral, os responsáveis pela perda de correlação. A baixa visibilidade das franjas também impõe limites às deformações que podem ser medidas.

Em interferômetros de iluminação dupla, mapas de fase com boa qualidade são obtidos quando as intensidades luminosas que chegam ao observador provenientes de cada fonte são aproximadamente iguais. Na figura 5.6 é apresentada uma situação na qual as intensidades luminosas difundidas pela superfície em direção à câmera são diferentes para cada fonte, ainda que tenham as mesmas intensidades ao serem emitidas. Além do mais, a atenuação da intensidade



**Fig. 5.6 :** Exemplo de um caso no qual a curvatura da superfície dificulta a equalização das intensidades luminosas sobre a região a medir.

em uma das fontes é capaz de equalizar as intensidades em apenas um lado da região de interesse, com o agravante de deteriorar ainda mais a visibilidade das franjas do outro lado. Isto ocorre porque a curvatura da superfície faz com que a maior parte dos raios de um dos feixes seja difundida para direções opostas à de observação.

Neste sentido, às vezes, é necessário diminuir o ângulo de abertura do interferômetro (mesmo prejudicando sua sensibilidade) numa tentativa de equalizar um pouco melhor as intensidades e melhorar a visibilidade das franjas por toda a região a medir. Nem sempre este procedimento eliminará o problema tornando a curvatura da superfície um fator limitante para a medição.

### 5.3.2 PROBLEMAS ASSOCIADOS AO ALGORITMO DE CÁLCULO DAS DEFORMAÇÕES

Como fontes de erros relacionadas à metodologia de cálculo das deformações tem-se:

- a) a formulação adotada: trata-se de uma formulação aproximada utilizando comprimentos de linhas finitos quando, por definição, deveriam ser infinitesimais;

- b) grau de refino das malhas utilizadas: tanto a malha regular projetada quanto a malha adaptada à superfície devem ser suficientemente discretizadas para poder descrever adequadamente os campos medidos;
- c) método de interpolação adotado: a interpolação bilinear, empregada neste trabalho, não consegue descrever satisfatoriamente a geometria da superfície e seus deslocamentos (simulações com vasos cilíndricos sob pressão interna resultaram em erros de 2% em média devido à interpolação) além de ser muito suscetível a um conjunto de dados ruidosos pois não tem capacidade de suavização;
- d) rotações de corpo rígido: é possível mostrar teoricamente que quando um campo de deslocamentos resultante de uma rotação do corpo é superposto ao campo de deslocamentos devido às suas deformações, o campo de deformações obtido pela equação (2.18) é formado pela soma de uma parcela dependente apenas dos deslocamentos devido à deformação com outra na qual as rotações se acoplam às deformações, em outras palavras, uma espécie de deformação aparente causada pelas rotações; felizmente para ângulos de rotação menores que 0.03 graus (em geral tem-se valores menores ainda nos casos práticos) esta parcela é desprezável;
- e) a combinação de "c" e "d": observou-se que o método de interpolação empregado fornece resultados piores quando se tem rotações da ordem de grandeza acima acopladas ao problema.

## ***CAPÍTULO 6***

### ***EXEMPLOS DE APLICAÇÃO***

Este capítulo apresenta dois exemplos simples de aplicação da metodologia de medição de deformações proposta neste trabalho. Estes experimentos têm como objetivo demonstrar o método praticamente e iniciar os trabalhos no sentido de avaliar seu desempenho metrológico. O primeiro exemplo trata de uma viga plana cuja combinação de geometria e carregamento resulta num estado de deformação que é, teoricamente, constante em toda sua superfície. No segundo exemplo são medidas as deformações tangenciais, atuantes na superfície de um anel sob compressão diametral.

#### **6.1 VIGA DE DEFORMAÇÃO CONSTANTE**

Este experimento foi originalmente desenvolvido e realizado com o objetivo de testar o desempenho metrológico da estação holográfica em medições de deformações no plano, dado que o algoritmo de cálculo de deformações, nela implementado, é restrito à superfícies planas. Porém, neste trabalho, os dados obtidos anteriormente foram reprocessados de acordo com a metodologia proposta - mais genérica - e analisados comparativamente. Um relatório completo sobre as medições originais pode ser encontrado em /55/<sup>6</sup>.

A figura 6.1 mostra esquematicamente a viga de alumínio utilizada no experimento e seu posicionamento em relação ao sistema de coordenadas cartesiano. A força,  $F$ , foi gerada através de massas padrão e transmitida e aplicada por um dispositivo especialmente construído. A região de interesse foi subdividida como pode ser visto na figura 6.2. Não foram analisados dados nas regiões com influência do engaste, dos terminais do extensômetro e da borda da viga.

---

<sup>6</sup> As figuras e dados transcritos deste relatório foram gentilmente cedidos pelo seu autor.

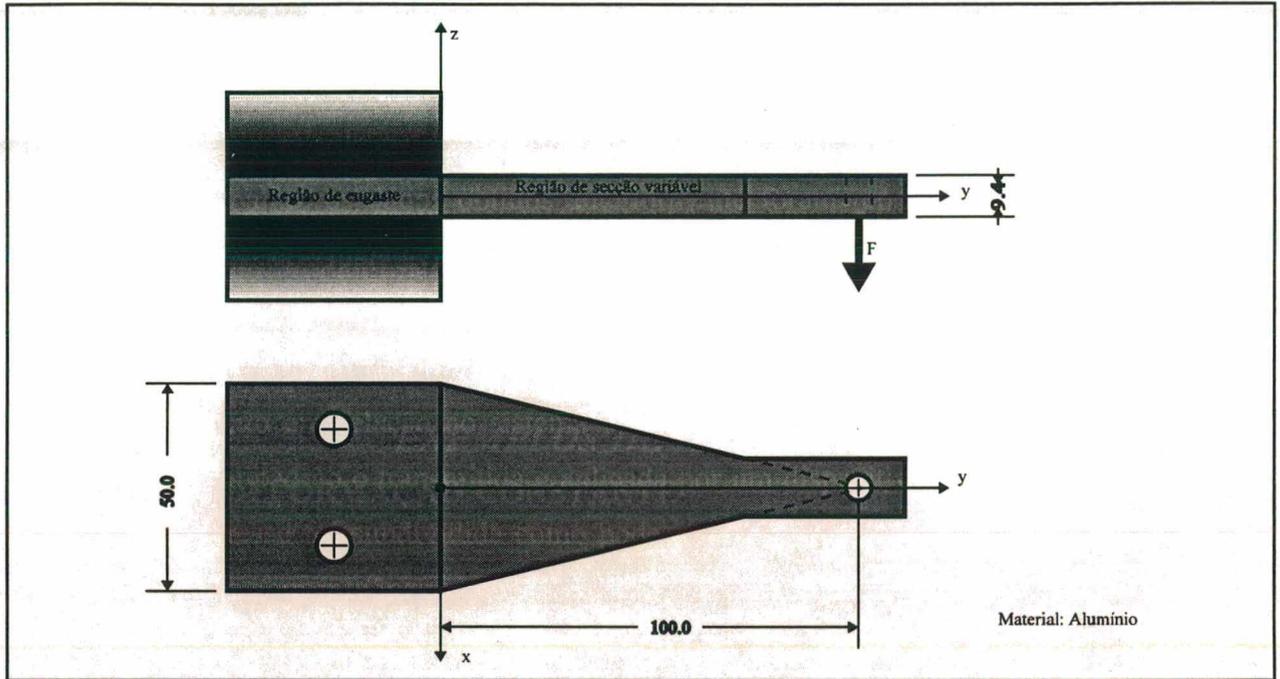


Fig. 6.1 : Viga de deformação constante utilizada no experimento.

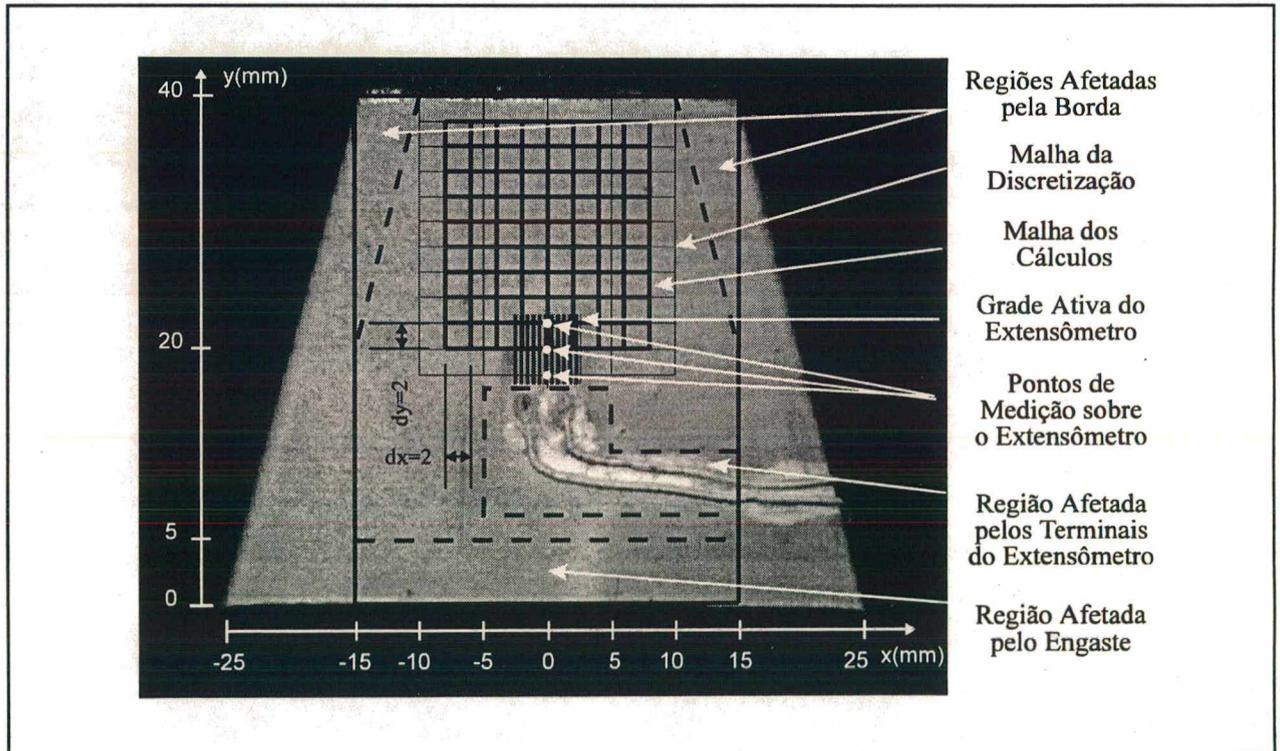


Fig. 6.2 : Vista da região de interesse subdividida. Destaca-se a malha da discretização e a malha dos cálculos.

## 6.1.1 SOLUÇÃO ANALÍTICA E ESTIMATIVA DA GRANDEZA A MEDIR

Aplicando a teoria de vigas /24/, adotada para modelar analiticamente este caso, obtém-se para a deformação normal na direção  $y$  atuante sobre a superfície da viga (GM):

$$\varepsilon_{yy} = \frac{6Fl}{Ebh^2} \quad (6.1)$$

onde:

$F \Rightarrow$  força aplicada na direção  $z$  (normal à superfície);

$l, b, h \Rightarrow$  comprimento, largura e espessura da viga;

$E \Rightarrow$  módulo de elasticidade do material.

O valor da deformação pode ser estimado a partir da medição das grandezas envolvidas. Neste caso, a incerteza do resultado é calculada com base na teoria da combinação de erros, segundo a qual, a incerteza relativa máxima provável da deformação é:

$$\Delta\varepsilon_{yyrel} = \pm \frac{l}{\varepsilon_{yy}} \sqrt{\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial F} \Delta F\right)^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial l} \Delta l\right)^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial E} \Delta E\right)^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial b} \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial h} \Delta h\right)^2} \quad (6.2)$$

onde:

$\Delta F \Rightarrow$  incerteza do resultado (IR) da força aplicada;

$\Delta l, \Delta b, \Delta h \Rightarrow$  IR do comprimento, da largura e da espessura;

$\Delta E \Rightarrow$  IR do módulo de elasticidade do material.

Efetuada as derivadas parciais e substituindo na eq. (6.2) obtém-se:

$$\Delta\varepsilon_{yyrel} = \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{-\Delta E}{E}\right)^2 + \left(\frac{-\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{-2\Delta h}{h}\right)^2} = \frac{\Delta\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{yy}} \quad (6.3)$$

sendo  $\Delta\varepsilon_{yy}$  a incerteza absoluta máxima provável da deformação.

Os seguintes resultados foram obtidos para as grandezas medidas:

$$\begin{aligned} F &= (34.3 \pm 0.4) \text{ N} \\ l &= (100.0 \pm 0.2) \text{ mm} \\ E &= (71000 \pm 1000) \text{ MPa} \\ b &= (50.0 \pm 0.2) \text{ mm} \\ h &= (9.40 \pm 0.05) \text{ mm} \end{aligned}$$

que levados às equações (6.1) e (6.3) fornecem o seguinte resultado da medição:

$$\epsilon_{yy} = (65.5 \pm 1.5) \mu\text{m/m}$$

### 6.1.2 MEDIÇÃO DA DEFORMAÇÃO PELA EXTENSOMETRIA

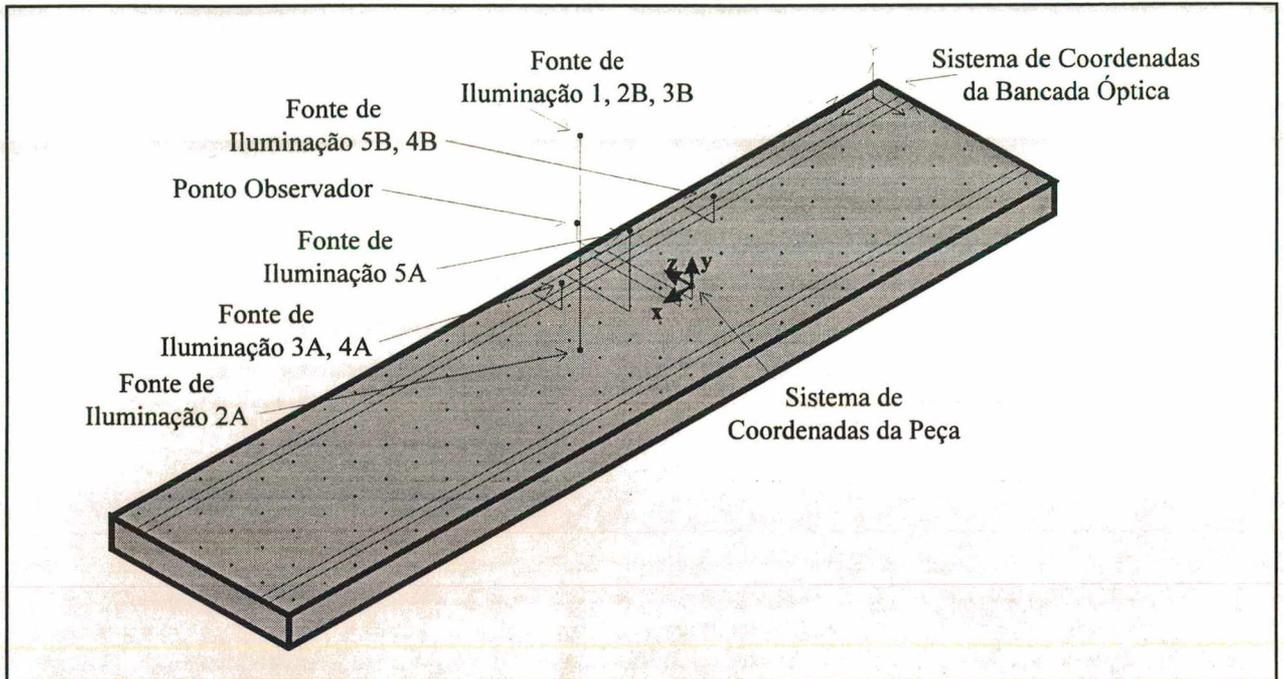
A deformação  $\epsilon_{yy}$  foi medida pela técnica da extensometria no ponto mostrado na figura 6.2. Utilizou-se uma configuração com 1/2 ponte de Wheatstone ativa complementada e alimentada por uma ponte amplificadora. O SM teve como indicador um voltímetro digital.

A IR desta medição foi obtida somando quadraticamente duas parcelas: uma devido à incerteza do sistema de medição (ISM) e outra devido à variação da GM. Esta foi estimada a partir do conceito de dispersão da medição (DM), enquanto aquela foi estimada pela combinação dos erros de calibração do extensômetro (fator K), da tensão de alimentação e de amplificação e indicação do sinal /21/ (ver /55/). Nestas condições o RM obtido foi:

$$\epsilon_{yy} = (62 \pm 1) \mu\text{m/m}$$

### 6.1.3 MEDIÇÃO DO CAMPO DE DESLOCAMENTOS COM HOLOGRAFIA ELETRÔNICA

O campo de deslocamento cartesianos em relação ao sistema de coordenadas da peça e resultante do carregamento aplicado foi medido na estação holográfica (item 4.1). A configuração utilizada, com 5 pares de iluminação, é esquematicamente mostrada na figura 6.3.



**Fig. 6.3 :** Esquema da montagem óptica para medição dos deslocamentos cartesianos da viga de deformação constante.

Os mapas de fase obtidos após a eliminação dos ruídos de alta frequência podem ser vistos na figura 6.4. Como o engaste não é perfeitamente rígido, os pontos situados nesta região se deslocam de modo que o valor absoluto da ordem de franja não é necessariamente nulo sobre este. Para determinar o valor exato da ordem de franja em cada mapa, acompanhou-se a formação de cada um deles em tempo real, contando o número de franjas num ponto de referência escolhido.

A figura 6.2 mostra as malhas utilizadas para a discretização dos mapas e para o cálculo dos deslocamentos e deformações. Nos gráficos das figuras 6.5 e 6.6 tem-se os resultados obtidos para as componentes do deslocamento no plano e fora dele, respectivamente. A IR em cada componente foi estimada com base no método descrito por Albertazzi /22/. De acordo com este método, a IR é dada por:

$$\Delta u = \frac{50}{\eta_x} \lambda \Delta OF \quad \Delta v = \frac{50}{\eta_y} \lambda \Delta OF \quad \Delta w = \frac{50}{\eta_z} \lambda \Delta OF \quad (6.4)$$

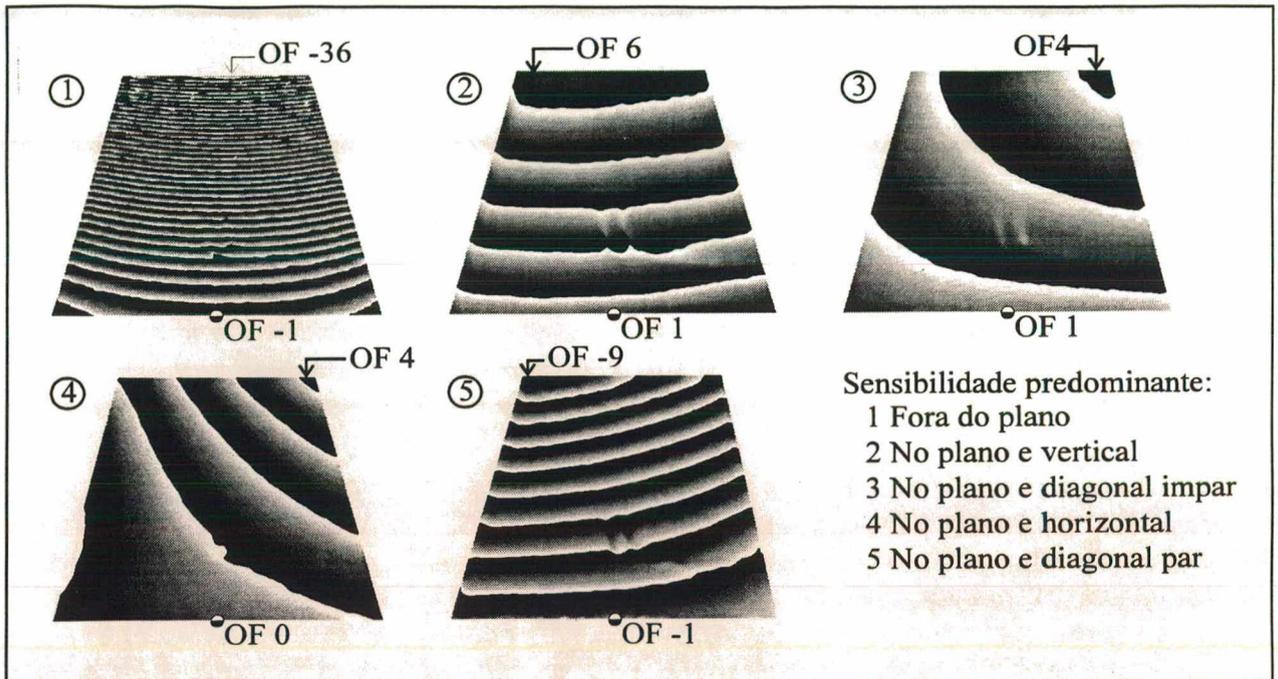


Fig. 6.4 : Mapas de fase obtidos e seus respectivos valores absolutos de ordem de franja.

onde:

$\eta_x, \eta_y, \eta_z \Rightarrow$  coeficientes globais de eficiência da medição;

Os coeficientes globais de eficiência da medição são calculados em função das componentes dos vetores sensibilidade e fornecidos pela estação holográfica. Para a configuração empregada nesta medição obteve-se:

$$\eta_x = 109 \% \quad \eta_y = 86 \% \quad \eta_z = 78 \%$$

que substituídas em (6.4) juntamente com  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$  (LASER He-Ne) e  $\Delta\text{OF} = 0.05$  (valor aproximado) resultam em:

$$\Delta u = 0.015 \mu\text{m} \quad \Delta v = 0.02 \mu\text{m} \quad \Delta w = 0.02 \mu\text{m}$$

que são as IR's estimadas para as componentes do deslocamento. A menos de uma pequena translação presente em  $\mathbf{u}$ , normal em medições experimentais, o campo de deslocamentos obtido foi, em termos qualitativos, o teoricamente esperado.

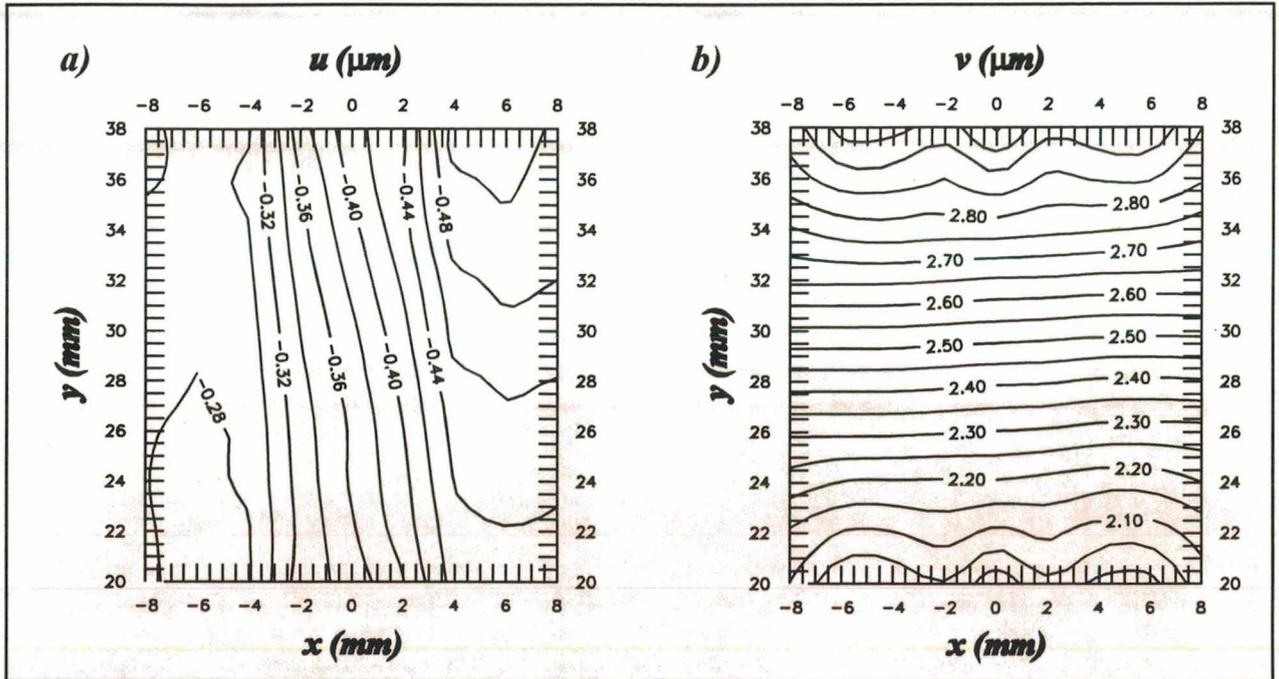


Fig. 6.5 : Componentes  $u$  e  $v$  do campo cartesiano de deslocamentos atuante sobre a viga de deformação constante.

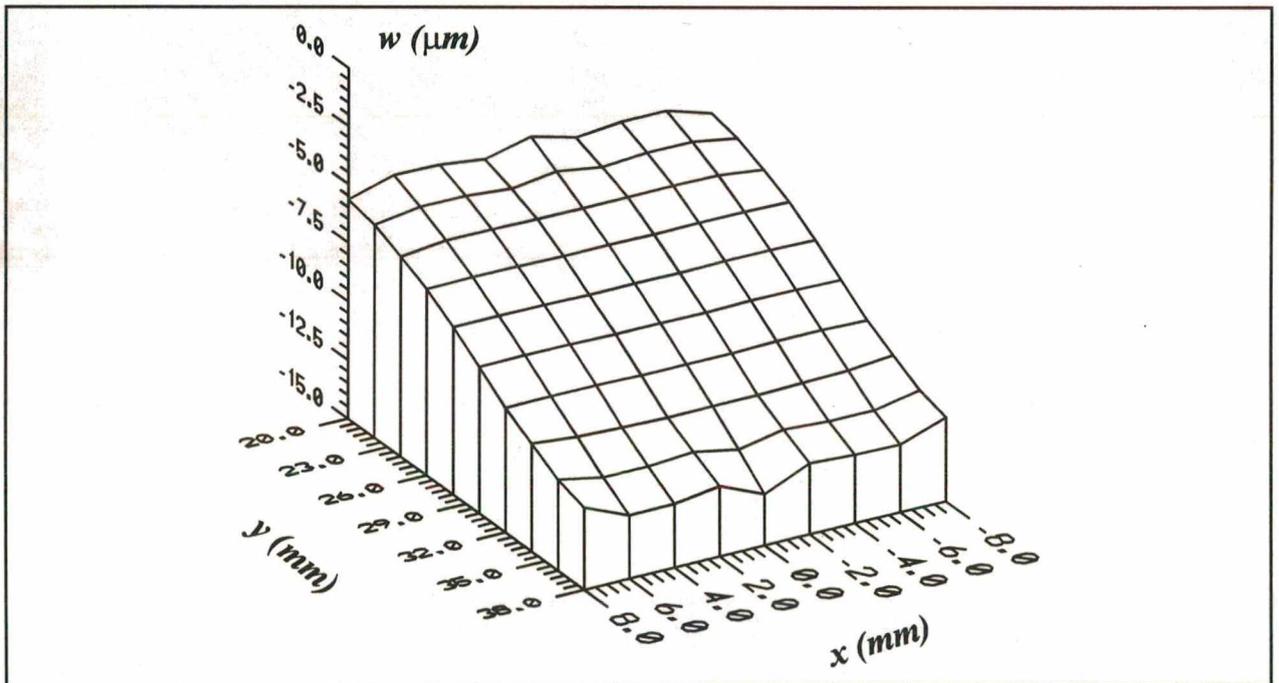


Fig. 6.6 : Componente  $w$  do campo de deslocamentos.

## 6.1.4 CÁLCULO DAS DEFORMAÇÕES

Após determinar o campo de deslocamentos, calculou-se o campo de deformações pelo método da variação do comprimento de um pequeno elemento de linha (proposto no capítulo 4), comparando os resultados com aqueles obtidos em /55/ cujo método de cálculo (implementado na EH) está baseado na diferenciação direta dos mapa de fase através de filtros diferenciadores /23/.

Em peças planas  $\alpha_1 = x$  e  $\alpha_2 = y$ , significando que o sistema de coordenadas local (capítulo 4) coincide, em cada ponto, com o sistema de coordenadas cartesiano da peça de modo que  $\epsilon_{11} = \epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{22} = \epsilon_{yy}$  e  $\gamma_{12} = \gamma_{xy}$ . Por isso, a malha regular projetada é também uma malha adaptada à superfície. Como a malha utilizada em /55/ (malha de discretização na figura 6.2) não estava suficientemente discretizada para a aplicação do método de cálculo das deformações proposto neste trabalho, optou-se pela geração de uma nova malha (malha de cálculos na figura 6.2). Os resultados desta etapa são apresentados nas figuras 6.7 e 6.8.

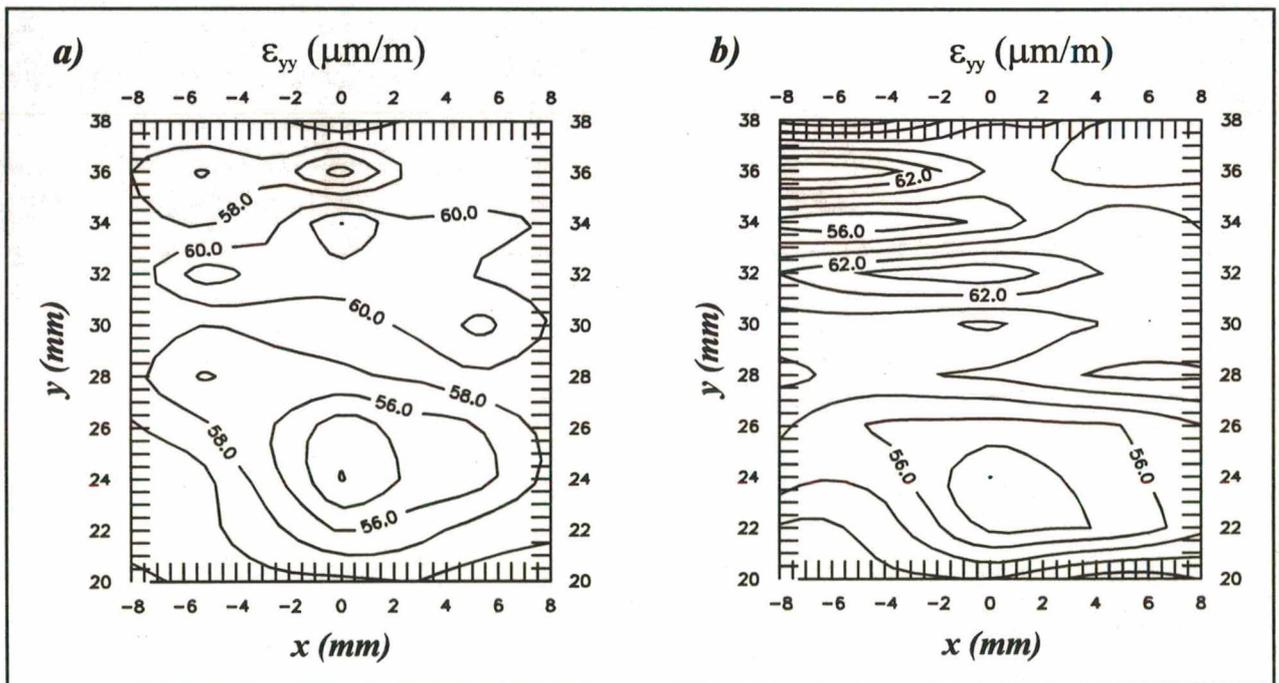


Fig. 6.7 : Distribuição de  $\epsilon_{yy}$  na região medida. Resultados obtidos com: a) método implementado na EH e b) método proposto no capítulo 4.

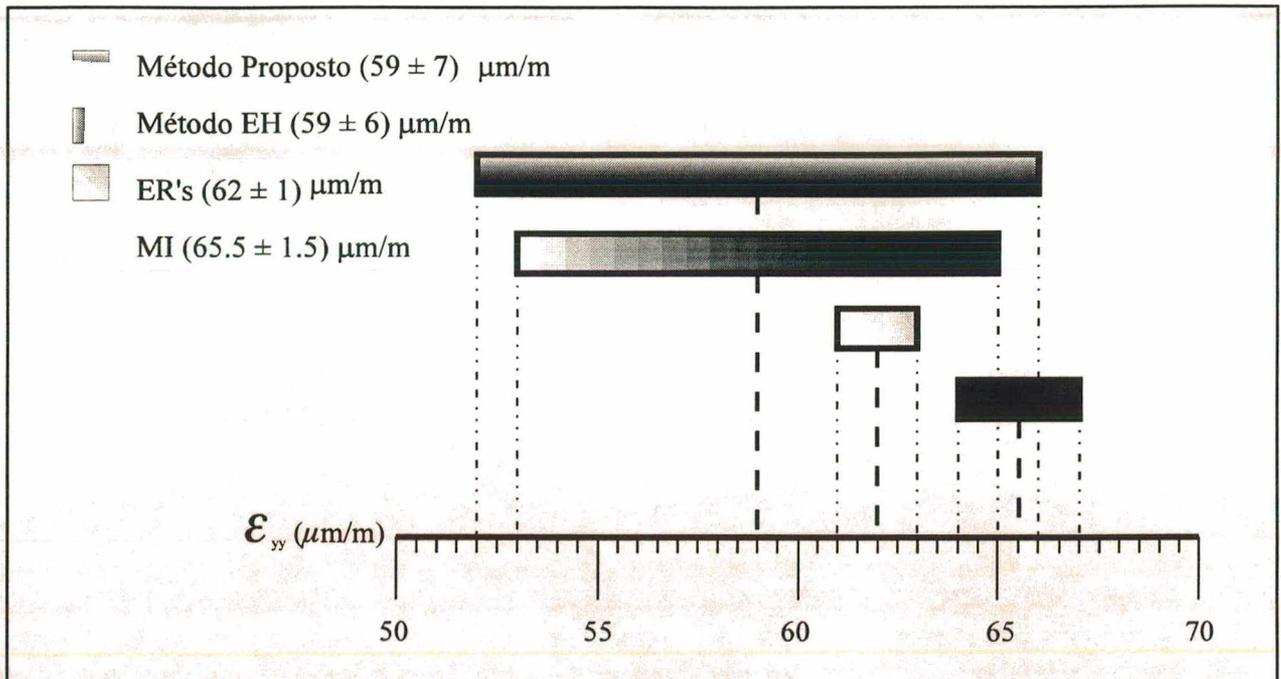
| <i>Deformação, <math>\epsilon_{yy}</math> (<math>\mu\text{m}/\text{m}</math>), Medida pela HE</i> |   |  |
|---|---|--|
| <i>Características</i>  | <i>Valor Obtido Originalmente<br/>(Algoritmo da EH)</i> | <i>Valor Obtido pelo<br/>Método Proposto</i> |
| <i>número de pontos medidos</i>   | 60  | 90   |
| <i>Resultado da Medição</i>   | $59 \pm 6$  | $59 \pm 7$                                   |
| <i>Máximo</i>   | 64  | 66   |
| <i>Mínimo</i>   | 52  | 52   |
| <i>Resultados Obtidos sobre a Grade do Extensômetro (<math>\mu\text{m}/\text{m}</math>)</i>       |   |  |
| <i>número de pontos medidos</i>   | 3   | 4  |
| <i>Resultado da Medição</i>   | $58 \pm 8$  | $58 \pm 11$                                  |
| <i>Máximo</i>   | 60  | 60   |
| <i>Mínimo</i>   | 56  | 53   |

**Fig. 6.8 :** Tabela de resultados obtidos com a HE (enquadramento de 95%).

### 6.1.5 ANÁLISE COMPARATIVA

Na figura 6.9 são mostrados os resultados obtidos para a deformação pelos diferentes métodos. Considerando as informações apresentadas, são feitas as seguintes observações:

- o resultado estimado por medições indiretas tem um erro sistemático de  $3.5 \mu\text{m}$  (6%) em relação ao resultado extensométrico, o que pode ser considerado normal para um modelo analítico baseado na teoria de vigas e cujas dimensões não se enquadram totalmente às hipóteses adotadas por ela;
- as incertezas destas medições são relativamente baixas (em torno dos 2%);



**Fig. 6.9 :** Enquadramento geral dos resultados obtidos nas medições de  $\epsilon_{yy}$  na viga de deformação constante.

- c) as medições com os métodos de cálculo envolvendo os dados da HE tiveram o mesmo valor médio, resultando um erro sistemático de  $-3 \mu\text{m}$  ( $-4.5\%$ ) em relação ao resultado extensométrico;
- d) as incertezas dos resultados obtidos com estes métodos foram cerca de 5 vezes maiores que as dos demais, porém, deve-se considerar que eles envolvem uma área de medição maior, fazendo aumentar também a dispersão da deformação;
- e) como pode ser visto na figura 6.7, o método proposto neste trabalho apresentou um nível de ruídos ligeiramente maior que o método utilizado pela EH;
- f) os resultados obtidos com dados da HE englobam os demais resultados, conferindo a eles uma certa concordância, ainda que existam pequenos erros sistemáticos.

Resumindo, o método de cálculo proposto conduziu, neste experimento, a valores muito próximos aos apresentados pela EH e coerentes com outras técnicas de medição.

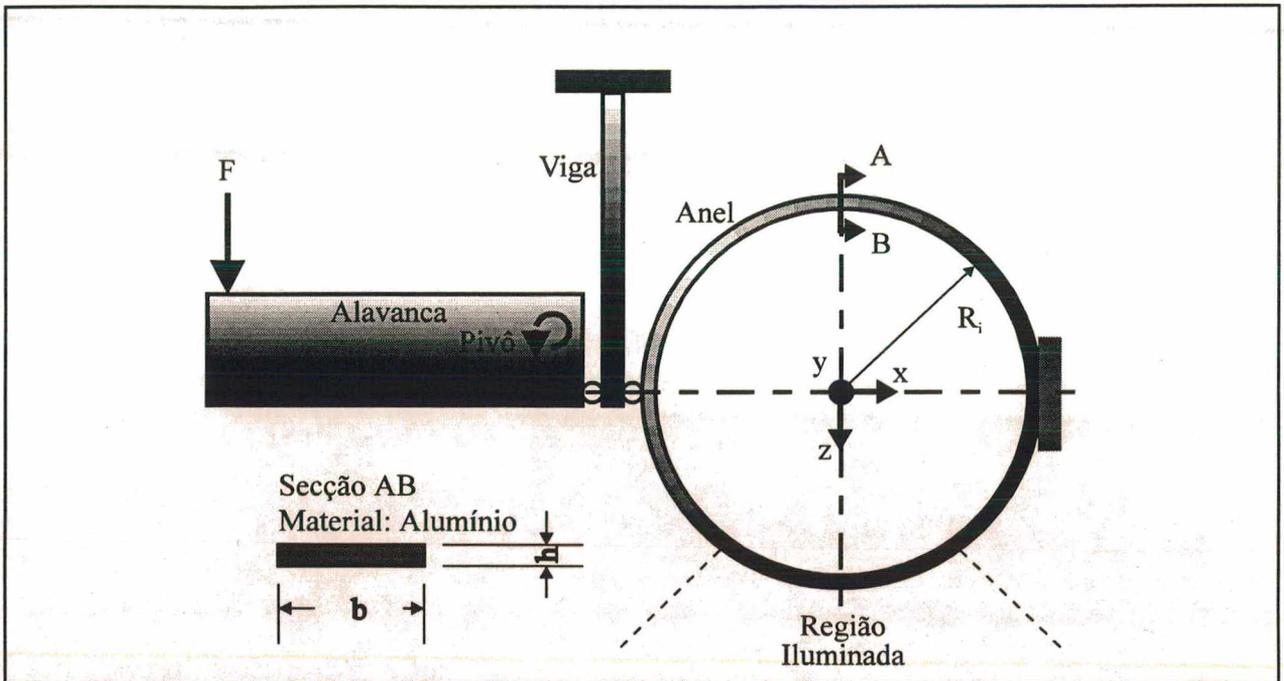
## 6.2 ANEL SOB COMPRESSÃO DIAMETRAL

Neste ítem são apresentados e discutidos os resultados da medição da deformação tangencial sobre a superfície externa de um anel engastado e sujeito a uma força de compressão. A medição é efetuada pelo método proposto no capítulo 4. Como o principal interesse deste ensaio é observar o desempenho do algoritmo de cálculo das deformações, a forma geométrica foi determinada por meios convencionais e não pelo método da topografização (ainda em fase de avaliação) como propõe, originalmente, o método integrado. Os resultados obtidos numa região do anel são comparados aos estimados por um modelo analítico. No ponto de máxima deformação tem-se uma informação adicional obtida com a extensometria. Maiores detalhes sobre estas medições são encontradas em /56/.

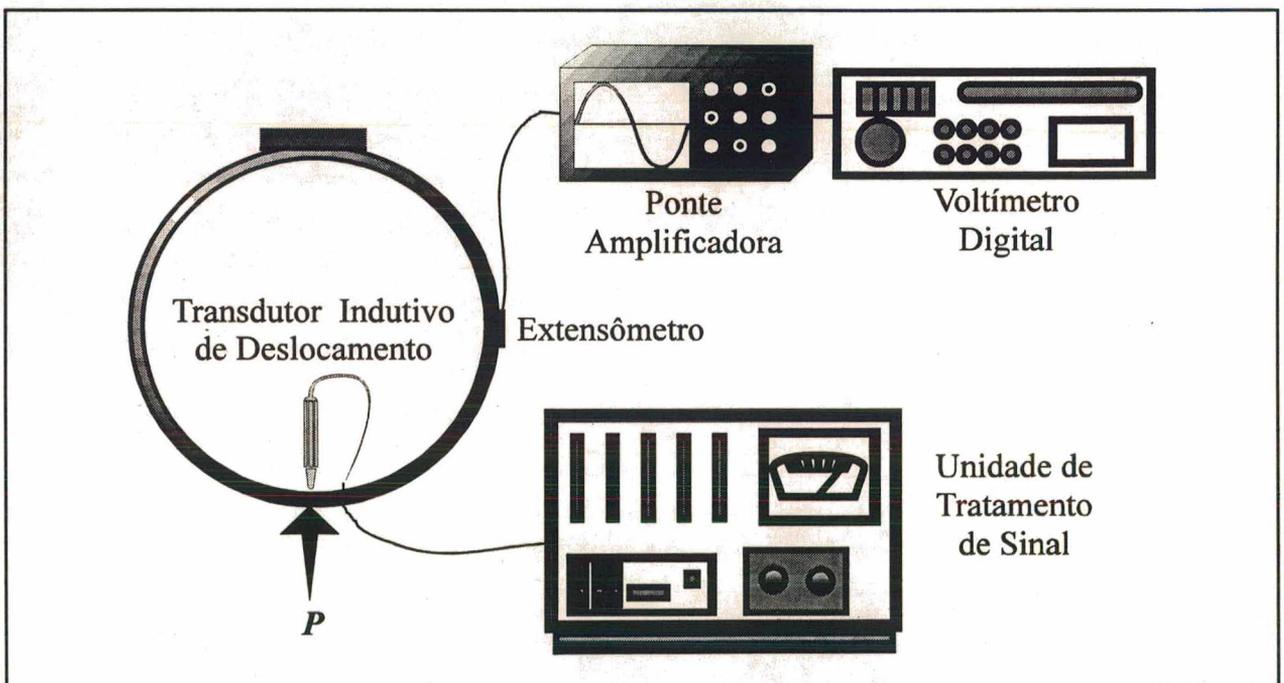
O carregamento é aplicado ao anel por meio de um dispositivo especial composto basicamente por uma alavanca pivotada e uma viga elástica (fig. 6.10). A primeira tem como finalidade receber a força e o deslocamento aplicados através de um parafuso e transmiti-los para o anel. Com a alavanca, dois efeitos desejados são conseguidos ao mesmo tempo: amplificar a força e reduzir o deslocamento transmitido ao anel. A segunda tem a função de guiar o movimento transmitido de modo a garantir que o deslocamento ocorra na direção radial e no ponto diametralmente oposto ao engaste. Com este dispositivo foi possível gerar sobre o anel, de forma lenta e contínua, um campo de deslocamentos repetitivo e com as magnitudes requeridas (0 - 20  $\mu\text{m}$  no ponto de aplicação). O ensaio foi controlado medindo-se o deslocamento radial aplicado sobre o anel com um transdutor indutivo de deslocamentos (fig. 6.11).

### 6.2.1 SOLUÇÃO ANALÍTICA E ESTIMATIVA DA GRANDEZA A MEDIR

Um esquema do modelo adotado para representar a situação experimental é apresentado na figura 6.12. Trata-se de um semi-anel engastado e submetido a uma força radial e a um momento fletor no ponto de aplicação da carga. Isto causa um deslocamento também radial,  $u_a$  neste ponto (deslocamento medido), que devido à simetria de carga e geometria se movimenta sem rotacionar (guiado).



**Fig. 6.10 :** Um esquema do dispositivo de aplicação da força e do anel no qual as deformações tangenciais são medidas.



**Fig. 6.11 :** Ponto de medição do deslocamento de controle e da deformação tangencial máxima.

A solução analítica deste modelo é baseada na teoria de vigas curvas /57/. Ela estabelece que a deformação tangencial na superfície externa do semi-anel é dada por:

$$\varepsilon_{\theta\theta}(x) = \frac{T(x)}{EA} + \frac{M(x)}{EA(R_i + h)} \left[ \frac{A - (R_i + h) A_m}{\left(\frac{h}{2} + R_i\right) A_m - A} \right] \quad (6.5)$$

onde:

$R_i, b, h \Rightarrow$  raio interno, largura e espessura do anel;

$A = b \cdot h \Rightarrow$  área da secção transversal do anel;

$A_m = \int \frac{dA}{r} = b \cdot \ln\left(1 + \frac{h}{2}\right) \Rightarrow$  propriedade geométrica da secção;

$T(x), M(x) \Rightarrow$  esforços internos no semi-anel (esforço circunferencial e momento fletor).

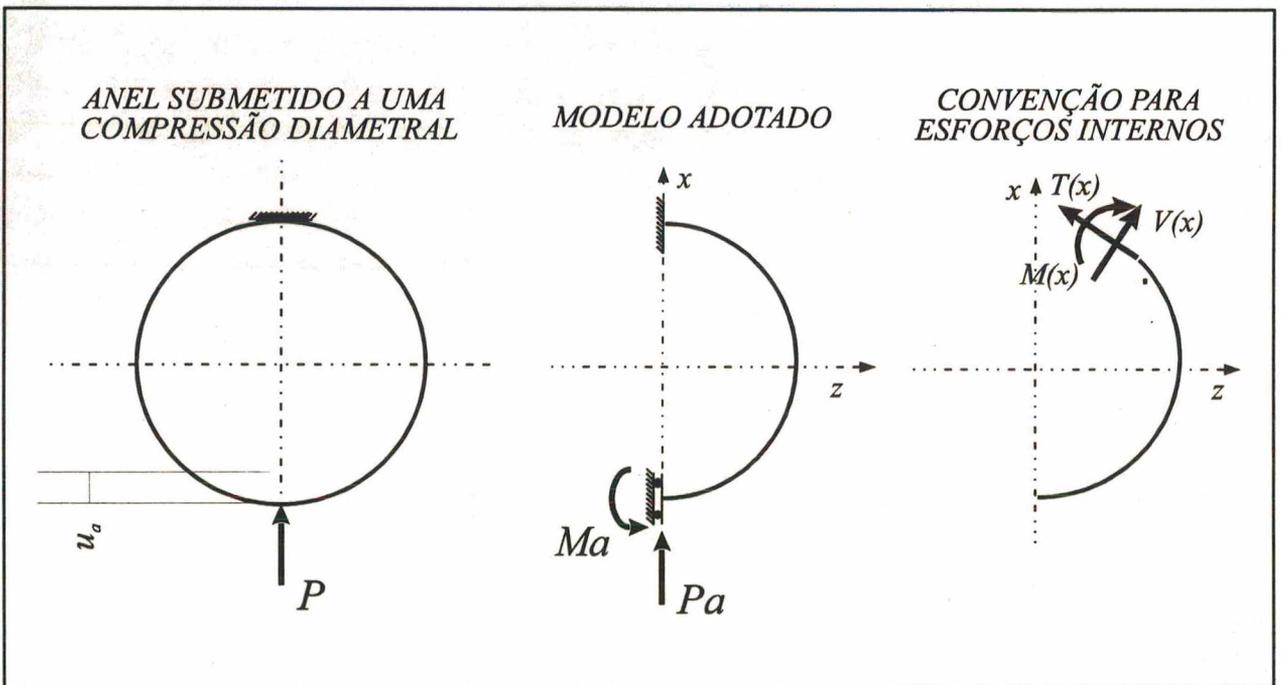


Fig. 6.12 : Modelagem do anel: a) esquema da situação real; b) modelo adotado c) convenção de esforços internos.

Procedendo o equilíbrio de forças no corpo obtém-se:

$$T(x) = -P_a \frac{\sqrt{\left(R_i + \frac{h}{2}\right)^2 - x^2}}{R} \quad M(x) = M_a - P_a \sqrt{\left(R_i + \frac{h}{2}\right)^2 - x^2} \quad (6.6)$$

onde:

$P_a \Rightarrow$  força no anel (carga do modelo - vale, teoricamente, metade da força realmente aplicada);

$M_a \Rightarrow$  momento fletor de reação no ponto de aplicação da força.

Roark & Young /58/ apresentam uma forma de obter as reações  $P_a$  e  $M_a$  para uma série de casos estaticamente indeterminados. Isto é feito definindo fatores que dependem das características geométricas e das condições de contorno do problema. Para o caso em estudo tem-se:

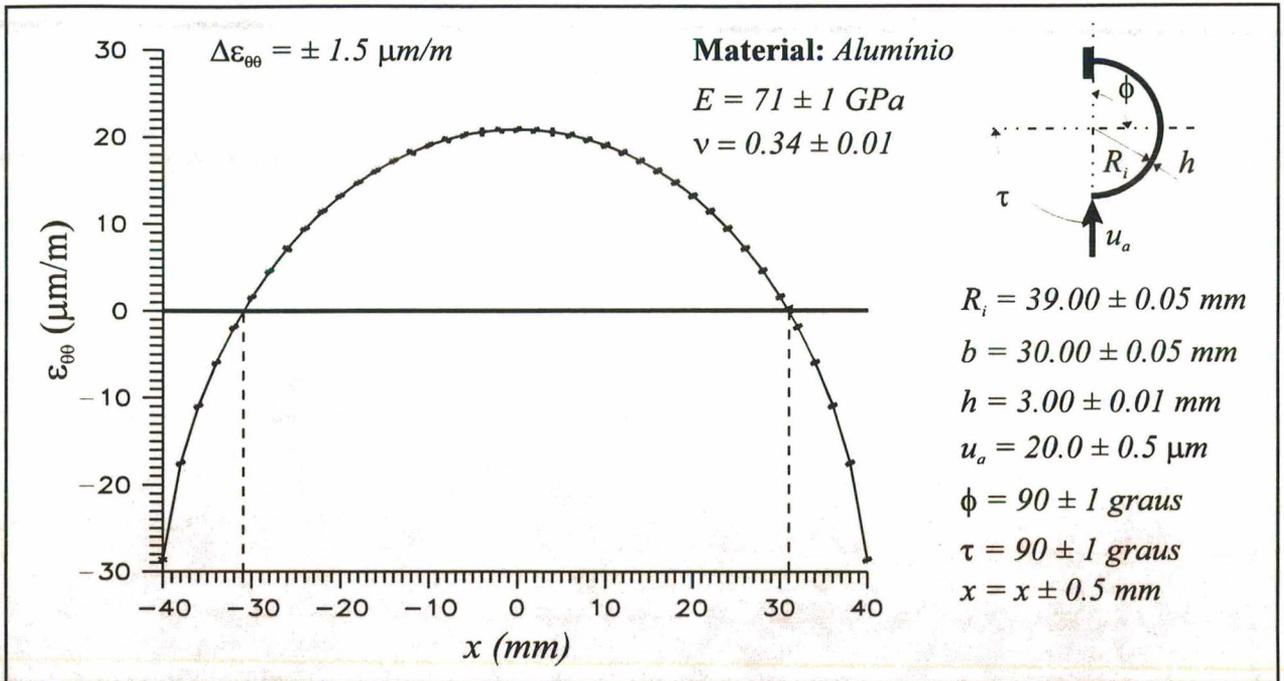
$$P_a = \frac{u_a}{f_{ua}} \quad M_a = \frac{f_{Ma}}{f_{ua}} u_a \quad (6.7)$$

onde:

$$f_{ua} = -0.0042 \text{ mm/N},$$

$$f_{Ma} = 25.783 \text{ mm} \Rightarrow \text{fatores de carga (detalhes em /56/).}$$

Na figura 6.13 tem-se os resultados obtidos ao aplicar as equações (6.5), (6.6) e (6.7) aos dados do problema. A incerteza da deformação tangencial,  $\Delta \epsilon_{\theta\theta}$ , foi estimada numericamente no ponto de deformação máxima, combinando quadraticamente os erros na deformação devido a cada uma das variáveis independentes. O erro devido a cada variável é assumido como sendo a maior diferença absoluta de deformação entre o valor esperado e o resultado obtido quando se atribui o limite máximo e o mínimo à variável.



**Fig. 6.13 :** Valores de deformação tangencial obtidos analiticamente, o erro estimado e os dados do experimento.

## 6.2.2 MEDIÇÃO DA DEFORMAÇÃO MÁXIMA DA PEÇA PELA EXTENSOMETRIA

O sistema de medição e a metodologia para a determinação da deformação máxima, que ocorre em  $x = 0 \text{ mm}$ , são análogos aos do item (6.1.2) à exceção da configuração em 1/4 de ponte de Wheatstone ativa. Assim, para um deslocamento  $u_a = 20 \mu\text{m}$  medido no ponto de aplicação da carga, obteve-se:

$$\epsilon_{\theta\theta} = (20.7 \pm 0.5) \mu\text{m/m}$$

## 6.2.3 MEDIÇÃO DO CAMPO DE DESLOCAMENTOS CARTESIANOS COM HOLOGRAFIA ELETRÔNICA

Como a componente do deslocamento na direção axial (ao longo da espessura) é pequena em relação às outras, optou-se por uma medição bidimensional, simplificando

consideravelmente o processo de medição. Na figura 6.14 é mostrada a disposição dos pares de iluminação e dos sistemas de coordenadas na montagem óptica.

Os mapas de fase foram adquiridos independentemente para cada par de iluminação e podem ser vistos, já tratados, na figura 6.15. A determinação do valor absoluto da OF seguiu o mesmo procedimento descrito em 6.1.3. A malha da discretização tem intervalo de  $2\text{ mm}$  nas duas direções.

A solução do sistema:

$$\begin{bmatrix} P_{xx} & P_{zx} \\ P_{xz} & P_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} OF_x \\ OF_z \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

onde:

$P_{xx}, P_{zx} \Rightarrow$  componentes do vetor de sensibilidade predominante em  $x$ ;

$P_{xz}, P_{zz} \Rightarrow$  ídem para  $z$ ;

$OF_x, OF_z \Rightarrow$  OF dos mapas de sensibilidade predominante em  $x$  e  $z$ .

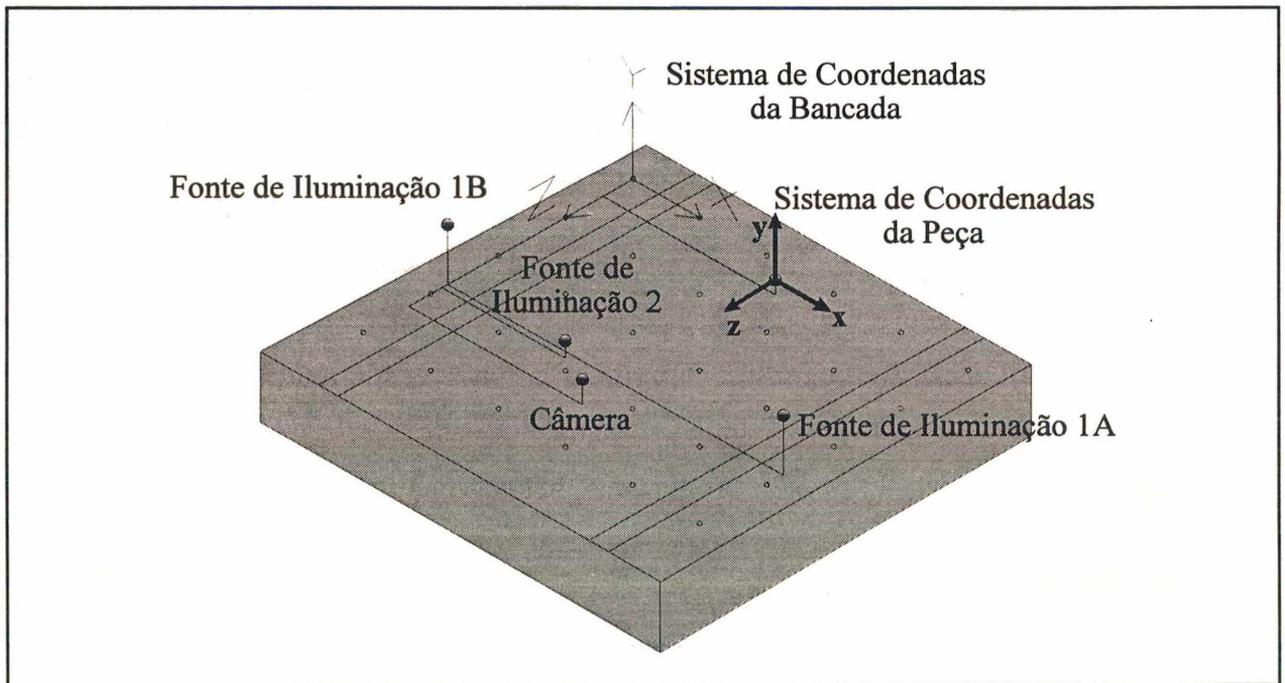
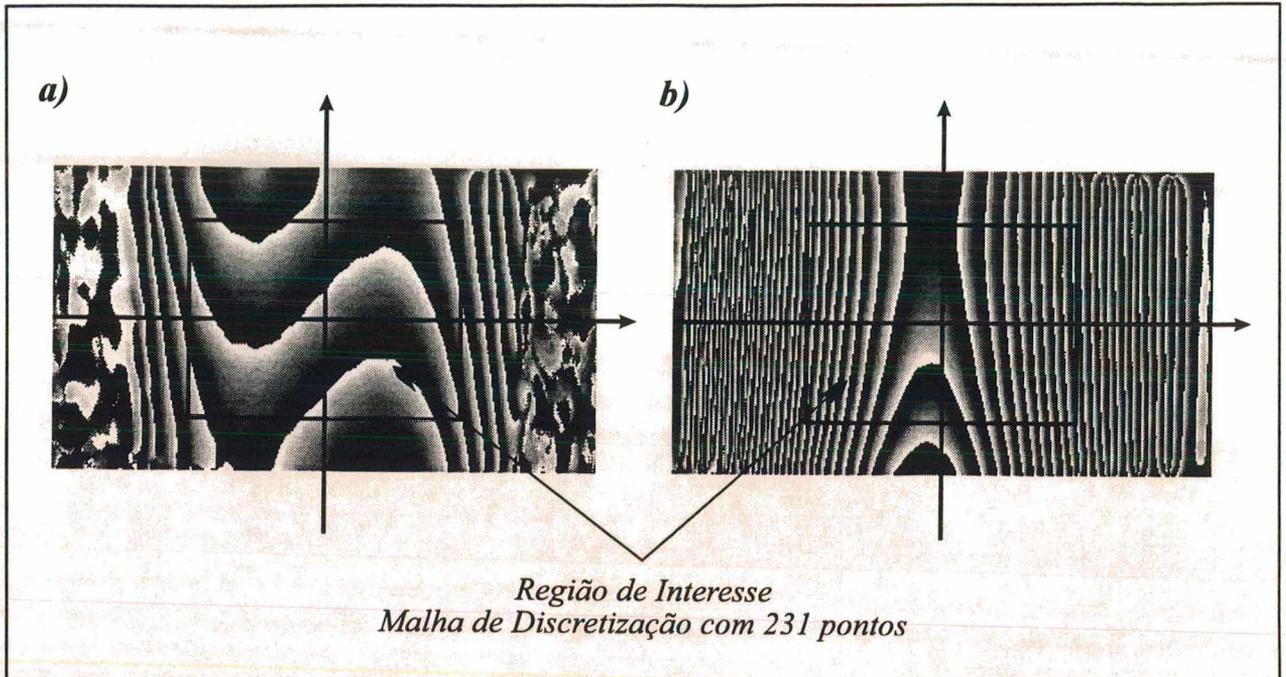
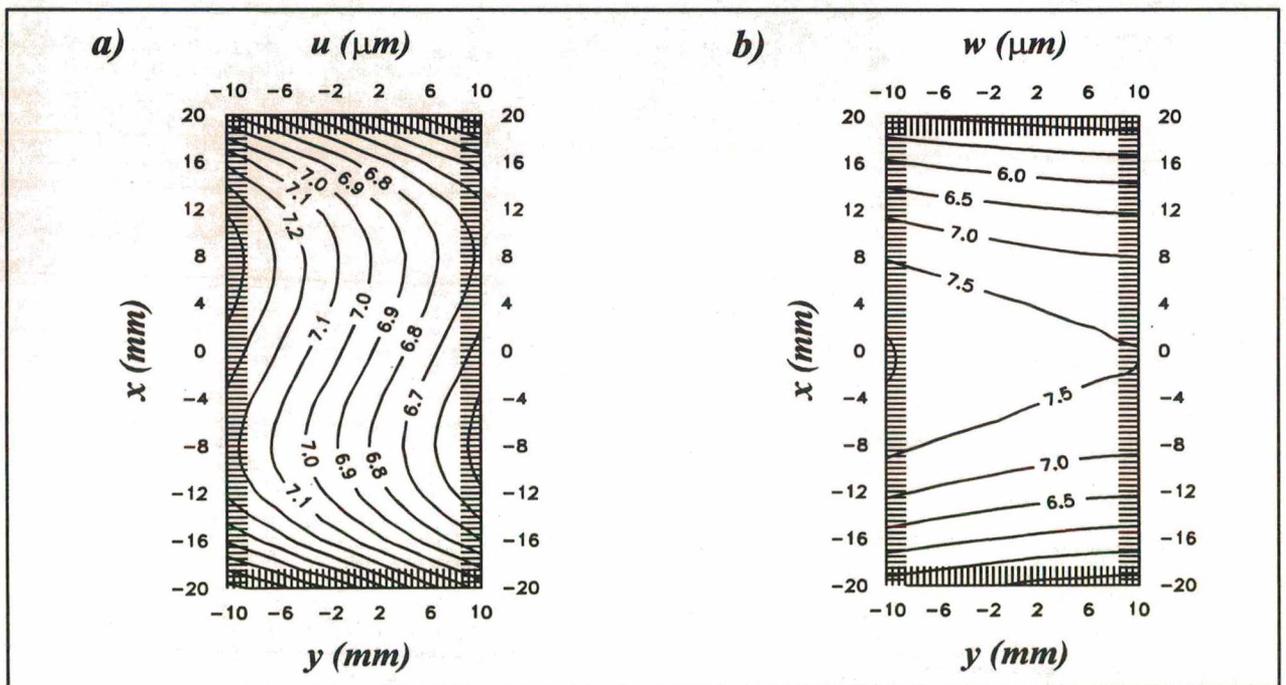


Fig. 6.14 : Disposição espacial dos pares de iluminação.



**Fig. 6.15 :** Mapas de fase obtidos com sensibilidade predominante em  $x$  e  $z$ , partes a) e b), respectivamente.



**Fig. 6.16 :** Componentes do campo cartesiano de deslocamento obtido.

montado a partir de (2.16), é:

$$\begin{aligned} u &= \lambda \left( \frac{-p_{zz} OF_x + p_{xz} OF_z}{-p_{xx} p_{zz} + p_{xz} p_{zx}} \right) \\ w &= \lambda \left( \frac{p_{zx} OF_x - p_{xx} OF_z}{-p_{xx} p_{zz} + p_{xz} p_{zx}} \right) \end{aligned} \quad (6.9)$$

que calculada em cada ponto da malha resulta no campo de deslocamentos apresentados na figura 6.16. A forma das curvas de nível resultantes apontam a ocorrência de uma rotação do anel sobreposta aos movimentos devido às deformações. Ainda que teoricamente este tipo de movimento não devesse ocorrer, sabe-se que experimentalmente eles estão presentes em quase todos os casos, sendo muito difícil evitá-los. Além do mais, conforme discutido no capítulo 5, movimentos de corpo rígido com estas magnitudes não devem causar erros significativos na obtenção das deformações.

Considerando que apenas as parcelas de erros devido às OF's são significativas /111/ e, além disto, iguais nos dois mapas, a aplicação da teoria da combinação de erros às equações (6.9) resulta em:

$$\begin{aligned} \Delta u &= \left( \frac{\sqrt{p_{zz}^2 + p_{xz}^2}}{-p_{xx} p_{zz} + p_{xz} p_{zx}} \right) \lambda \Delta OF \\ \Delta w &= \left( \frac{\sqrt{p_{zx}^2 + p_{xx}^2}}{-p_{xx} p_{zz} + p_{xz} p_{zx}} \right) \lambda \Delta OF \end{aligned}$$

onde:

$$\Delta u, \Delta w \Rightarrow \text{IR's das componentes do deslocamento;}$$

Na origem e adotando  $\Delta OF = 0.1$ , obtém-se  $\Delta u = 0.04 \mu m$  e  $\Delta w = 0.03 \mu m$ .

#### 6.2.4 DEFORMAÇÕES TANGENCIAIS OBTIDAS

A malha adaptada à superfície foi gerada de modo que  $\alpha_1$  coincidesse, teoricamente, com a direção tangencial de um sistema de coordenadas cilíndricas associado ao anel. Com isto, a

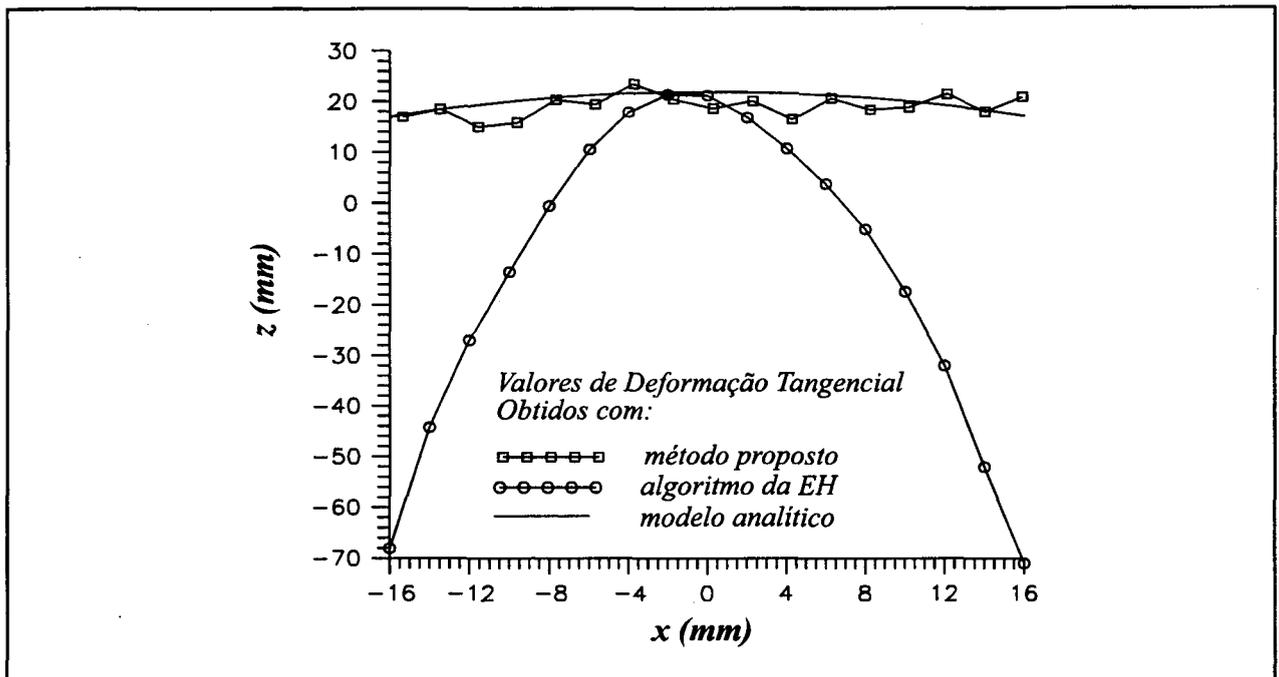


Fig. 6.17 : Resultados de deformação tangencial obtidos na linha média do anel ( $y = 0$  mm).

deformação,  $\epsilon_{11}$ , calculada pelo método proposto é a deformação tangencial,  $\epsilon_{\theta\theta}$ , que se está interessado.

No gráfico da figura 6.17 tem-se os valores de  $\epsilon_{11}$ , obtidos numa região de interesse do anel. Para facilitar a análise comparativa, os valores esperados de deformação tangencial neste trecho (figura 6.13) foram transportados para o gráfico. No ponto de deformação máxima a medição forneceu  $\epsilon_{\theta\theta\max} = \epsilon_{11\max} = (19 \pm 4) \mu\text{m}/\text{m}$  enquanto o valor esperado teoricamente era de  $\epsilon_{\theta\theta\max} = (21.0 \pm 1.5) \mu\text{m}/\text{m}$ . A incerteza foi estimada graficamente pela envoltória da curva real.

A terceira curva apresentada na figura 6.17 assume que a diferença de profundidade, causada pela curvatura da superfície ao longo da região de interesse (em torno de 3 mm), não é grande o suficiente para ser considerada. Isto significa que  $\epsilon_{\theta\theta} \approx \epsilon_{xx}$  calculada pelo algoritmo implementado na EH. Para a deformação máxima  $\epsilon_{\theta\theta\max} = \epsilon_{xx\max} = (21 \pm 4) \mu\text{m}/\text{m}$ .

### 6.2.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Como se pode ver pelos resultados obtidos com o algoritmo da EH, a curvatura influencia drasticamente os resultados, necessitando de uma formulação que a considere. O método proposto mostrou-se muito ruidoso também neste experimento, causando uma dispersão maior que a variação da própria GM na região de interesse. Entretanto, ele conduz a resultados da ordem de grandeza esperada, que é muito baixa e, portanto, bem mais suscetível aos ruídos.

No ponto de deformação máxima os resultados apresentam uma boa concordância com a medição extensométrica. Deve ser ressaltado que neste ponto os sistemas de coordenadas cartesiano e local coincidem e, como era esperado, o resultado do método da EH converge para os demais.

## *CAPÍTULO 7*

### *CONCLUSÕES*

A metodologia para medição de deslocamentos, deformações e tensões em superfícies não planas através da holografia eletrônica, proposta neste trabalho, mostrou ser uma contribuição significativa na busca de um método prático e relativamente genérico para ser implementado na estação holográfica. O caráter prático do método é atribuído ao fato de sua estrutura básica (fig 4.1) ser simples e modular. O uso de uma formulação baseada na definição de deformação e, portanto, aplicável a qualquer superfície, lhe confere um certo grau de generalidade, limitado pelos aspectos práticos da holografia eletrônica - formação e visibilidade das franjas - e pelo algoritmo de geração da malha adaptada à superfície implementado no método atual.

Por outro lado, do ponto de vista da confiabilidade, os resultados experimentais obtidos indicam que muito trabalho ainda deve ser feito para reduzir os níveis de erros nas medições. Os principais problemas são o alto nível do erro aleatório nas medições de deformação e de erro sistemático na medição da forma geométrica. Felizmente, a modularidade do método permite alterar suas partes específicas visando melhores resultados quantitativos, simultaneamente, preservando o fluxo de informações, que é simples devido à estrutura básica do método. Por exemplo, é possível gerar uma malha adaptada à superfície por um programa de projeto auxiliado por computador em lugar do algoritmo de geração da malha adaptada à superfície, ou, substituir o interferômetro de iluminação dupla por um de iluminação simples, se estas situações forem mais convenientes ou conduzirem a melhores resultados, sem, contudo, modificar consideravelmente o método.

Outro aspecto relevante do trabalho é o método de medição da forma geométrica: a topografização. Embora este tenha sido empregado neste trabalho como um meio para se obter informações necessárias no processo de medição das deformações, sua utilização como um sistema de medição na qual a forma geométrica é o objetivo, é viável desde que os erros sistemáticos sejam compensados.

## 7.1 RESULTADOS GERADOS PELO TRABALHO

Os principais resultados produzidos neste trabalho são:

- a) uma metodologia integrada e genérica para a medição de deslocamentos, deformações e tensões em superfícies não planas usando a HE;
- b) um programa de computador para geração de malhas adaptadas às superfícies e os respectivos sistemas de coordenadas locais, que são a versão discretizada dos sistemas de coordenadas curvilíneos;
- c) um programa de computador para processar os dados experimentais (mapas de fase) provenientes da estação holográfica e obter a forma geométrica e o campo de deslocamentos cartesianos;
- d) um programa de computador que calcula, através da formulação discretizada, as deformações e tensões na superfície segundo o sistema de coordenadas local (ponto a ponto), a partir dos dados obtidos com os programas dos itens **b)** e **c)**.
- e) uma racionalização na abordagem teórica da medição de formas geométricas com a holografia eletrônica, estabelecendo uma terminologia metrologicamente mais adequada e que é adaptável à topografização por meio de outros princípios;
- f) uma análise qualitativa das principais fontes de erros da metodologia;

Estes resultados garantem o cumprimento das metas estabelecidas inicialmente.

## 7.2 ANÁLISE GLOBAL DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os resultados experimentais não permitem conclusões definitivas e genéricas sobre o método porque são apenas alguns exemplos de aplicação, sem o objetivo de avaliar exaustivamente o seu desempenho metrológico. Porém, alguns aspectos observados durante os experimentos e em seus resultados indicam que:

- a) é metrológica e operacionalmente viável medir de modo integrado a forma, os deslocamentos, as deformações e as tensões de superfícies genéricas;

- b) a formulação apresentada no método de topografização conduz a resultados experimentalmente compatíveis com os esperados;
- c) os erros de linearidade do modelo simplificado são elevados e podem limitar a utilização do interferômetro de iluminação dupla para a topografização;
- d) o deslocamento manual das fontes de iluminação dificulta a execução do experimento e aumenta os erros, sendo indicado o uso de microposicionadores controlados diretamente pelo computador;
- e) a implementação do método de topografização é simples, no entanto, dispositivos especiais devem ser desenvolvidos para garantir o correto posicionamento dos elementos envolvidos na medição;
- f) a forma de cálculo das deformações adotada é muito suscetível aos erros de medição da forma geométrica e dos deslocamentos;
- g) o método proposto gera resultados com ordens de grandeza corretas, ainda que contenham parcelas significativas de erros aleatórios.

As sugestões de melhorias apresentadas mexem com partes específicas dos módulos do método, contudo, sua estrutura geral é mantida intacta.

### 7.3 SUGESTÕES PARA CONTINUIDADE DO TRABALHO

Entende-se que os próximos passos na busca de uma metodologia de deformações testada e comprovada para ser implementada na estação holográfica são:

- 1º) uma análise quantitativa de erros a partir das fontes levantadas no capítulo 5, identificando os fatores que causam as maiores parcelas de erros bem como avaliando as soluções alternativas, como o uso de um interferômetro com iluminação simples para a topografização e de um método de interpolação que suavize mais os dados experimentais, como por exemplo "*splines*", com o objetivo de se chegar a uma configuração teoricamente ideal;
- 2º) implementação experimental da metodologia já otimizada com o objetivo de avaliar seu desempenho metrológico;

3º) desenvolver interfaces de comunicação com o usuário e implementar a técnica na estação holográfica.

Sugere-se também abrir uma outra frente de trabalho em direção à aplicação de métodos ópticos na medição de formas geométricas, a idéia básica é desenvolver um estudo comparativo entre os principais métodos de topografização.

## ***CAPÍTULO 8***

### ***REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS***

- /1/ GONÇALVES Jr., A. A.           **Sistema Integrado de Holografia Eletrônica**  
KAPP, W. A.                           Manual de Instruções SINTE 3.0  
MANZOLLI, A.                       Fundação CERTI, 1993.
- /2/ GONÇALVES Jr., A. A.           **Sistema Integrado de Holografia Eletrônica**  
KAPP, W. A.                           Manual do Módulo Mecânico da Estação Holográfica  
MANZOLLI, A.                       Fundação CERTI, 1994.
- /3/ DATA TRANSLATION, Inc.   **DT-IRIS User Manual SP0215**  
  Manual do Sistema de Processamento de Imagens,  
  USA, 1987.
- /4/ GONÇALVES Jr., A. A.           **Concepção Básica de uma Estação de Medição**  
KAPP, W. A.                           **de Deslocamentos, Deformações e Tensões por**  
RODACOSKI, M. R.                   **Princípios Holográficos**  
  Publicação Interna, Fundação CERTI, 1991.
- /5/ GONÇALVES Jr., A. A.           **Um Sistema Prático para Aplicação da**  
KAPP, W. A.                           **Holografia Eletrônica na Análise**  
MANZOLLI, A.                       **Experimental de Tensões**  
  Anais COBEM, 1991.

- /6/ COUTINHO, G. S.                    **Análise Numérico-Experimental de Tensões**  
GONÇALVES Jr, A. A.                **Combinando Elementos Finitos e a Holografia**  
   **Eletrônica**  
Anais COBEM, 1993.
- /7/ SCIAMAMARELLA, C. A.        **An Optical Technique to Measure**  
BHAT, G.                                **Micro Displacement**  
GONÇALVES Jr., A.                **Publicação Interna, Illinois Institute, USA, 1990.**
- /8/ GONÇALVES Jr., A. A.        **Use of a Fringe Order Interpolation Function**  
SCHNEIDER, C. A.                **to Compute Displacement, Rotations and Strains**  
   **from Holographic Interferometry Data**  
Publicação Interna, Fundação CERTI, 1990.
- /9/ GONÇALVES Jr., A. A.        **Medição de Deslocamentos e Deformações em**  
   **em um Disco sob Compressão Diametral Através**  
   **da Holografia Eletrônica**  
Anais do COBEM, 1991.
- /10/ COUTINHO, G. S.                **Técnicas Híbridas para Análise de Tensões**  
   **Combinando Elementos Finitos e Holografia**  
   **Eletrônica - Uma Contribuição**  
Dissertação de Mestrado, LABMETRO, UFSC, 1993
- /11/ CREATH, K.                    **Phase-Shifting Speckle Interferometry**  
Applied Optics, Vol. 24, pg. 3053-3058, 1985
- /12/ JONES, R.                        **Holographic and Speckle Interferometry**  
WYKES, C.                              Cambridge University Press, 1989

- /13/ VEST, C. M. **Holographic Interferometry**  
John Wiley and Sons, 1979
- /14/ HECHT, E. **Optics**  
ZAJAC, A. Addison-Wesley Publishing Company, Inc.,  
Massachusetts, USA, 1974.
- /15/ KHORANA, B. M. **Phase Measuring Fiber Optic ESPI System:**  
JOENATHAN, C. **Phase Step Caibration and Error Sources**  
Anais do SPIE, Vol. 1554B, pg. 56 - 63, 1991.
- /16/ GONÇALVES Jr., A. A. **Análise de Mapas de Franjas**  
Apostila: Curso de Análise Experimental de Tensões,  
LABMETRO, UFSC, 1993.
- /17/ KINNSTAETTER, K. **Accuracy of Phase Shifting Interferometry**  
LOHMANN, A. W. Applied Optics, Vol 27, pg. 5082, Dez, 1988.  
SCHWIDER, J.  
STREIBL, N.
- /18/ VROOMAN, H. A. **Image Processing Algorithms for the Analysis**  
MAAS, A. A. M. **of Phase-Shifted Speckle Interference Patterns**  
Applied Optics, Vol. 30, pg. 1636, maio, 1991.
- /19/ GONÇALVES Jr., A. A. **Automatização da Medição de Deslocamentos pela**  
**Holografia Interferométrica**  
Dissertação de Mestrado, LABMETRO, UFSC, 1984.

- /20/ GONÇALVES Jr., A. A. **Medição de Microdeslocamentos Tridimensionais e Deformações pela Holografia Interferométrica Autocalibrada**  
Tese de Doutorado, LABMETRO, UFSC, 1989.
- /21/ SCHNEIDER, C. A. **Metrologia**  
GONÇALVES Jr., A. A. Apostila de Curso, LABMETRO, UFSC, 1987.
- /22/ GONÇALVES JR., A. A. **Generalized Least Squares Approach to Compute Displacements, Strains and Rotations from Combined Single and/or Double Illumination Holographic Interferometry**  
Publicação Interna, LABMETRO, UFSC, 1993.
- /23/ GONÇALVES Jr., A. A. **Generalização da Técnica da Dupla Iluminação para Medição de Deslocamentos e Deformações na Holografia Eletrônica**  
Publicação Interna, LABMETRO, UFSC, 1992.
- /24/ POPOV, E. P. **Introdução à Mecânica dos Sólidos**  
São Paulo, Ed. Edgard Blücher Ltda, 1978
- /25/ SELKE, C. A. C. **Placas e Cascas - Notas de Aula**  
Disciplina de Placas e Cascas, UFSC, 1992.
- /26/ BOLDRINI, J. L. **Álgebra Linear**  
COSTA, S. I. R. 3ª ed., São Paulo, Ed. HARBRA.  
FIGUEIREDO, V. L.  
WETSLER, H. G.

- /27/ SPIEGEL, M. R.                    **Manual de Fórmulas e Tabelas Matemáticas**  
Coleção Schaun, Ed. McGRAW-HILL, 1973.
- /28/ BORESI, A. P.                    **Elasticity in Engineering Mechanics**  
LYNN, P. P.                            Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs,  
New Jersey, 1974.
- /29/ KRAUS, H.                        **Thin Elastic Shells**  
John Wiley & Sons Inc., New York, USA, 1967.
- /30/ MALVERN, L. E.                **Introduction to the Mechanics of a Continuous  
Medium**  
Prentice-Hall, New Jersey, USA, 1969.
- /31/ SCHNEIDER, C. A.              **Metrologia Dimensional Básica**  
Apostila de Curso, LABMETRO, UFSC, 1985.
- /32/ LUCA, J. C.                      **Medição de Coordenadas Tridirecionais Através  
da Digitalização de Imagens**  
Dissertação de Mestrado, LABMETRO, UFSC, 1990.
- /33/ KOBAYASHI, A. S.              **Handbook on Experimental Mechanics**  
Prentice-Hall, 1987
- /34/ ABRANSON, N.                  **The Making and Evaluation of Holograms**  
Academic Press, London, 1981.
- /35/ YONEMURA, M.                **Holographic Contour Generation by Spatial  
Frequency Modulation**  
Applied Optics, Vol 21, N° 20, pg. 3652 - 3658, 1982.



- /44/ VERA, R. R.  
KERR, D. **Displacement and Shape Information Using  
Eletronic Speckle Contouring**  
Anais do SPIE, julho de 1993.
- /45/ RASTOGI, P. K.  
PLUFG, L. **Real Time Holographic Phase Organization  
Technique to Obtain Customized Contouring  
of Diffuse Surfaces**  
Applied Optics, Vol 30, nº 13, pg. 1603 - 1610, 1991.
- /46/ CREATH, K. **Holographic Contour and Deformation Measuring  
Using a 1.4 Milion Element Detector Array**  
Applied Optics, Vol 28, nº11, pg. 2170 - 2175, 1989.
- /47/ JOENATHAN, C.  
PFISTER, B.  
TIZIANI, H. J. **Contouring by Eletronic Speckle Pattern  
Interferometry Employing Dual Beam Illumination**  
Applied Optics, Vol 29, nº 13, pg. 1905 - 1911, 1990.
- /48/ PLUFG, L.  
RASTOGI, P. K. **Broad Range Holographic Contouring of Diffuse  
Surfaces by Dual Bean Illumination: Study of  
Two Related Techniques**  
Anais do SPIE, Vol 1554B, 1991.
- /49/ BERGQUIST, B. D.  
MONTGOMERY, P. **Contouring by Eletronic Speckle Pattern  
Interferometry (ESPI)**  
Optics in Engineering Measurement, Vol 599,  
pg. 189 - 195, 1985.
- /50/ FUNDAÇÃO CERTI **Relatório de Calibração da Máquina de Medir  
por Coordenadas ZM 550 CAA**  
Relatório Interno de Calibração nº 0093/94,  
Fund. CERTI, Florianópolis, abril/94.

- /51/ DIN/ISO **Norma DIN/ISO 1101 - Medição de Planicidade**
- /52/ KAPP, W. A. **Análise de Erros do Método de Deslocamento de Fase a 4 Passos**  
Relatório Interno, Fund. CERTI, 1994.
- /53/ TRONCOSO, L. H. S. **Análise das Perturbações Externas nas Medições com a Estação Holográfica**  
Publicação Interna, Fund CERTI, 1994.
- /54/ TRONCOSO, L. H. S. **Desenvolvimento de um Sistema Ativo de Estabilização para Holografia Eletrônica**  
Exame de Qualificação, LABMETRO, UFSC, 1994.
- /55/ KAPP, W. A. **Medição de Deformações Usando o Sistema Integrado de Holografia Eletrônica (SINTHE)**  
Relatório Interno, Fund. CERTI, 1994.
- /56/ ASSUITI, C. H. **Medição de Deformações num Anel sob Compressão Interna**  
Relatório Interno, Fund. CERTI, 1994.
- /57/ COOK, R. D. **Advanced Mechanics of Materials**  
YOUNG, W. C. Macmillan Publishing Company, New York, USA, 1985.
- /58/ ROARK, R. J. **Formulas for Stress and Strain**  
YOUNG, W. C. McGRAW-HILL Inc, USA, 1975.