

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

UMA ANÁLISE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR BI-DIMENSIONAL
EM TUBOS DE CALOR DE CONDUTÂNCIA CONSTANTE

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

FABIAN FAGOTTI

FLORIANÓPOLIS, MARÇO - 1991

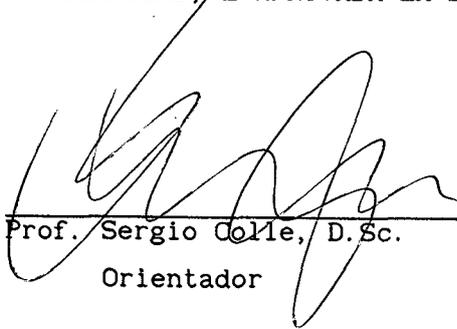
UMA ANÁLISE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR BI-DIMENSIONAL
EM TUBOS DE CALOR DE CONDUTÂNCIA CONSTANTE

FABIAN FAGOTTI

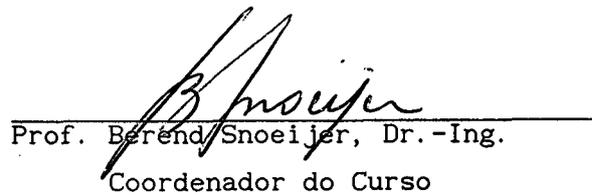
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO CIÊNCIAS
TÉRMICAS, E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO

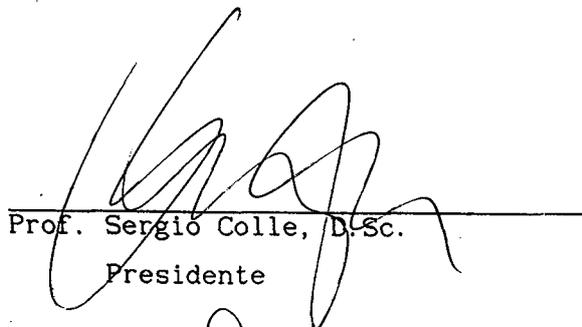


Prof. Sergio Colle, D.Sc.
Orientador



Prof. Berend Snoeijer, Dr.-Ing.
Coordenador do Curso

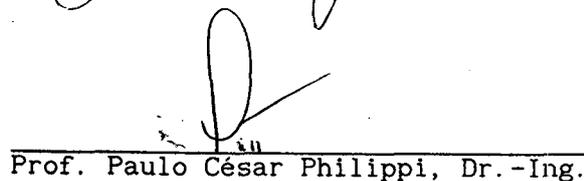
BANCA EXAMINADORA:



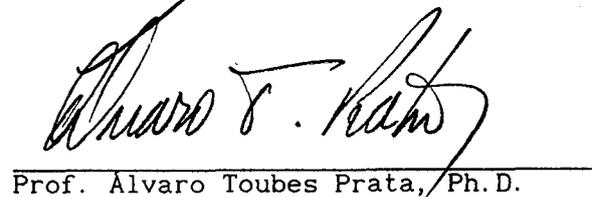
Prof. Sergio Colle, D.Sc.
Presidente



Prof. Clovis Raimundo Maliska, Ph.D.



Prof. Paulo César Philippi, Dr.-Ing.



Prof. Alvaro Toubes Prata, Ph.D.

Quem sabe que é profundo, busca a clareza; quem deseja parecer profundo para a multidão, procura ser obscuro. Pois a multidão toma por profundo aquilo cujo fundo não vê: ela é medrosa, hesita em entrar na água

W. F. Nietzsche

Pode haver passagem do saber ao compreender, ao sentir e vice-versa, do sentir ao compreender, ao saber. O elemento popular sente mas não compreende ou sabe. O elemento intelectual sabe, mas nem sempre compreende e, em especial, sente.

A. Gramsci

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Sergio Colle, cujo papel durante a elaboração desta dissertação transcendeu em muito o habitualmente esperado de um orientador. O convívio com uma pessoa de caráter tão obstinado tem me sido extremamente proveitoso na compreensão não somente do que tange à ciência, como também de minha própria entropia.

Aos integrantes do Grupo de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor (SINMEC), pelo inestimável apoio técnico e logístico.

Ao Prof. Álvaro Toubes Prata, pelo exemplo.

Aos meus amigos e familiares, a quem certamente devo em grande parte o mérito de ter concluído este trabalho. Mesmo no âmbito acadêmico, muito do que sou é decorrência do convívio com eles. Assim sendo, é a eles a quem devo o agradecimento, não somente pelo que diz respeito a este trabalho, mas principalmente pelo que creio ser humano.

ÍNDICE

RESUMO.....	vii
ABSTRACT.....	viii
SIMBOLOGIA.....	ix
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO.....	1
1.1 - Breve Histórico do Desenvolvimento de Tubos de Calor.....	1
1.2 - Princípio de Funcionamento.....	3
1.3 - Aplicações de Tubos de Calor.....	9
1.4 - Revisão Bibliográfica.....	12
1.5 - Motivação da Dissertação.....	17
CAPÍTULO 2 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	20
CAPÍTULO 3 - SOLUÇÃO ANALÍTICA.....	26
3.1 - Caso (I): Fluxo de Calor Prescrito no Evaporador e Convecção no Condensador.....	26
3.1.1 - Adimensionalização, Equações Diferenciais e Condições de Contorno.....	26
3.1.2 - Equações Integrais e Solução.....	28
3.2 - Caso (I): Modelo Modificado.....	31
3.2.1 - Equação da Temperatura para a Estrutura	

Capilar.....	32
3.2.2 - Equações Integrais e Solução.....	33
3.3 - Caso (II): Convecção no Evaporador e no Condensador..	34
3.3.1 - Adimensionalização, Equações Diferenciais e Condições de Contorno.....	35
3.3.2 - Equações Integrais e Solução.....	36
3.4 - Caso (III): Fluxo de Calor Prescrito no Evaporador e Radiação no Condensador.....	38
3.4.1 - Adimensionalização, Equações Diferenciais e Condições de Contorno.....	38
3.4.2 - Equações Integrais e Solução.....	39
 CAPÍTULO 4 - RESULTADOS, COMPARAÇÕES E DISCUSSÃO.....	 42
4.1 - Avaliação de Parâmetros.....	46
4.2 - Comparações para o Caso de Fluxo de Calor Prescrito no Evaporador e Convecção no Condensador.....	49
4.3 - Comparações para o Caso de Convecção no Evaporador e no Condensador.....	60
4.4 - Comparações para o Caso de Fluxo de Calor Prescrito no Evaporador e Radiação no Condensador.....	62
4.5 - Efeitos Condutivos Bi-Dimensionais.....	65
4.6 - Efeito da Variação dos Parâmetros que Regulam a Transferência de Calor.....	67
 CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES.....	 71
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	 74
 APÊNDICE A - CÁLCULO DAS FUNÇÕES DE GREEN.....	 79
A.1 - Função de Green para o Invólucro.....	79
A.2 - Função de Green para a Estrutura Capilar.....	83
A.3 - Função de Green para a Estrutura Capilar do Modelo Modificado.....	86
 APÊNDICE B - APLICAÇÃO DAS FUNÇÕES DE GREEN.....	 89
B.1 - Problemas de Neumann, de Dirichlet e Misto.....	89
B.2 - Aplicação das Condições de Contorno.....	91
 APÊNDICE C - EXPANSÃO PARCIAL EM AUTO-FUNÇÕES.....	 93

RESUMO

O propósito deste trabalho é estudar os efeitos da condução de calor bi-dimensional em tubos de calor de condutância constante e as conseqüências da modificação das condições impostas pelo meio exterior sobre o desempenho destes, em regime permanente.

Para tanto, é apresentada uma solução do problema utilizando um método analítico inverso, baseado no método de Ritz-Galerkin. Constatada a preponderância do processo de condução de calor, a equação de Laplace é resolvida simultaneamente no invólucro e na estrutura capilar. Com a imposição das hipóteses simplificativas cabíveis, resolve-se um problema de Neumann conjugado a um problema misto. Faz-se uso de funções de Green modificadas para o problema de Neumann, expandidas parcialmente em auto-funções. São apresentados o método de construção de tais funções, as soluções e os resultados para três condições de contorno, impostas na parede externa do tubo.

A boa concordância verificada na comparação dos resultados com dados experimentais, obtidos de trabalhos anteriores, valida a metodologia adotada. Com base nestes resultados, é levada a efeito uma análise da influência dos parâmetros que regulam a transferência de calor em tubos de calor sobre o comportamento térmico. A discrepância observada nas comparações com modelos existentes é explicada em função da relevância dos efeitos da condução de calor bi-dimensional em tubos de calor. Valendo-se do método proposto é possível uma avaliação de parâmetros que caracterizam um tubo de calor, porventura desconhecidos.

ABSTRACT

The purpose of this work is to study the two-dimensional heat conduction effects in constant conductance heat pipes and the consequences of the modifications of external conditions on their steady-state overall thermal performance.

In order to achieve this understanding, an analytical solution of the problem is carried out by means of an inverse method, based on the Ritz-Galerkin method. Once the preponderance of the heat conduction process is established, the Laplace's equation is simultaneously solved in the wall and in the wick. With the usual assumptions, a Neumann's problem and a mixed problem are solved in a conjugated way. Modified Green's functions for the Neumann's problem, partially expanded in eigenfunctions, are utilized. The method to obtain these functions is presented, as well as the solutions and the results for three different boundary conditions imposed at the wall.

The validation of the adopted methodology is accomplished by a faithful agreement between the numerical results and existing experimental data. Based on those results, an analysis of the influence of heat transfer parameters on heat pipe performance is made. The discrepancy observed in comparing this model with prior ones is explained on the basis of the strong two-dimensional heat conduction effects in heat pipes. The values of unknown heat pipe characteristic physical properties are achieved through a parameter estimation.

SIMBOLOGIA

- a - raio do tubo na interface vapor-estrutura capilar (adimensional)
- A - área (m^2)
- b - raio do tubo na interface estrutura capilar-invólucro (adimensional)
- Bi - número de Biot (adimensional)
- c - comprimento do condensador (adimensional)
- d - dimensão genérica (m)
- dA - elemento de área
- dS - elemento de comprimento
- D - região em estudo
- e - comprimento do evaporador (externo, adimensional)
- g - função de Green
- h - coeficiente de transferência de calor por convecção (W/m^2K)
- H - coeficiente de filme no interior da estrutura capilar (adimensional)
- i - comprimento do evaporador (estrutura capilar, adimensional)
- I_0 - função de Bessel modificada de primeira espécie e ordem 0
- I_1 - função de Bessel modificada de primeira espécie e ordem 1
- k - condutividade térmica (W/mK)
- K - relação entre as condutividades térmicas da estrutura capilar e da parede do tubo (adimensional)
- K_0 - função de Bessel modificada de segunda espécie e ordem 0
- K_1 - função de Bessel modificada de segunda espécie e ordem 1
- l - comprimento total do tubo de calor (adimensional)
- L - comprimento (m)
- \dot{m} - fluxo de massa (kg/m^2s)

- M - número de mérito (adimensional)
 \vec{n} - vetor normal à superfície da região em estudo
 Nr - número de radiação (adimensional)
 P - pressão (N/m^2)
 q - fluxo de calor (W/m^2)
 Q - potência térmica (W)
 r - eixo ou posição radial (m)
 R - constante universal dos gases ($8314,34 J/kmolK$)
 T - temperatura (K)
 V_s - velocidade do som
 x - eixo ou posição axial (m)
 δ - função delta de Dirac
 δ_{ij} - delta de Kronecker
 Δ - acréscimo em variável
 ε - emissividade média da superfície (adimensional)
 E - desvio quadrático
 θ - temperatura (adimensional)
 η - eixo ou posição radial (adimensional)
 κ - porosidade da estrutura capilar (adimensional)
 K - permeabilidade (m^2)
 Λ - calor latente de vaporização (J/kg)
 μ - viscosidade dinâmica (kg/ms)
 ν - viscosidade cinemática (m^2/s)
 ξ - eixo ou posição axial (adimensional)
 ρ - massa específica (kg/m^3)
 σ - constante de Stefan-Boltzmann ($5,669 \times 10^{-8} W/m^2K^4$)
 τ - tensão superficial (N/m^2)
 θ_c - ângulo de contato do menisco com a parede do capilar
 Φ - fluxo de calor (adimensional)
 ∇^2 - operador Laplaciano
 ∂D - fronteira da região D

ÍNDICES

- a - interface vapor-estrutura capilar
 b - interface estrutura capilar-invólucro
 c - condensador
 e - evaporador
 i - estrutura capilar

- l - líquido
- n - n-ésimo termo da série
- p - poro da estrutura capilar
- s - superfície externa do invólucro
- t - total
- v - vapor
- w - invólucro
- 0 - constante do problema de Neumann
- ∞ - ambiente exterior

SUPERÍNDICES

- > - para a região $\eta > \eta'$
- < - para a região $\eta < \eta'$

1 - INTRODUÇÃO

1.1 - BREVE HISTÓRICO DO DESENVOLVIMENTO DE TUBOS DE CALOR

O tubo de calor caracteriza-se essencialmente por ser um meio de transporte de calor de concepção extremamente simples, apresentando características de alto desempenho, facilidade operacional e possibilidade de atuar em sistemas de controle. Em consequência destas características notavelmente vantajosas, tem sido objeto de estudo de numerosos trabalhos desde o estabelecimento de seus princípios básicos de funcionamento por R. S. Gaugler, em um estudo para aplicação em refrigeradores domésticos para a General Motors Corporation. Tubos utilizando amônia como fluido de trabalho e com estrutura capilar de fibra de vidro são descritos por Gaugler em [1]. Neste trabalho são previstos inclusive os efeitos da introdução de gases não condensáveis sobre o funcionamento. No entanto a patente não foi aplicada em escala, somente tendo havido real incremento no estudo e aplicação de tubos de calor após a publicação do trabalho de Grover et al. [2]. Este foi desenvolvido independentemente de Gaugler, como parte do programa de energia nuclear e espacial desenvolvido no Laboratório Científico de Los Alamos. Propunha-se que tubos de aço com estrutura capilar constituída por malha metálica e com sódio como fluido de trabalho fossem aplicados como meio de transferência de calor para sistemas de potência termiônicos e termo-nucleares.

Outros centros de pesquisa onde se deu o desenvolvimento inicial de tubos de calor foram o Laboratório de Energia Atômica de Harwell, no

Reino Unido e o Centro de Pesquisas Nucleares de Ispra, na Itália. Estes foram pioneiros em pesquisa na área fora dos Estados Unidos, sendo que ambos voltaram-se para aplicações em conversores termiônicos nucleares do tipo diodo. Em decorrência disto, os metais líquidos foram os primeiros fluidos de trabalho a serem utilizados em aplicações práticas. A temperatura de operação oscilava então entre 1200 K a 2100 K.

A primeira organização privada a atuar na área foi a RCA, sob contrato com a National Aeronautics and Space Administration (NASA), no período de 1964 a 1966. Entretanto o projeto foi abandonado poucos anos depois. Ao final da década de 1960 já eram iniciadas pesquisas para aplicação em ar condicionado e em resfriamento de equipamentos e componentes eletrônicos. Desta forma a faixa de utilização passou a abranger temperaturas contíguas à ambiente. Com isto, já no início da década de 1970, surgiram as primeiras aplicações em escala economicamente viável.

O maior desenvolvimento na pesquisa de tubos de calor se deu por incentivo dos programas espaciais americano e europeu. Diversos centros demonstraram empenho na área, como por exemplo o Laboratório Científico de Los Alamos (EUA), o Instituto de Energia Nuclear e Sistemas Energéticos (Alemanha) e o Centro de Pesquisas Nucleares (França). Isto fez com que aumentasse o interesse em aplicações a temperaturas de operação moderadas, sendo os tubos utilizados para controle térmico de satélites e arrefecimento de componentes eletrônicos de alta potência dissipada. O ponto básico de interesse para utilização passou então da característica de alta condutância térmica para a de controle térmico.

Já em 1970 haviam sido publicados os primeiros trabalhos visando aplicação a temperaturas criogênicas, utilizando nitrogênio, oxigênio e hidrogênio como fluidos de trabalho. Em 1972 aparecem descrições de aplicação de tubos com hélio, operando a 4,2 K.

O primeiro experimento de operação em veículos espaciais se deu no satélite ATS-1 (1967). Já no ano seguinte, o satélite GEOS-II utilizava dois tubos de alumínio-amônia como parte atuante de seu sistema de estabilização térmica. O propósito era de minimizar os gradientes de temperatura na estrutura, detectados no modelo anterior (GEOS-I). Tubos com artérias tem sido extensivamente usados desde o ATS-5 (1969). O satélite OAO-C (1972) já utilizava tubos de calor de condutância variável com gás não condensável. Em controle térmico, no entanto, o primeiro a utilizá-los foi o CTS (1976). O TV-SAT/TDF-1 (1984) foi projetado com um total de 88 tubos de calor, com funções várias. A partir do L-SAT1 (1984)

a vida útil dos tubos em órbita passou a oscilar em torno de dez anos. Neste a potência total por eles dissipada situa-se na faixa dos 2 kW.

A partir do final da década de 1970 observou-se, além da continuidade dos níveis de qualidade e quantidade de produção científica na área nos países já citados, um aumento sempre crescente do interesse por parte de pesquisadores japoneses e soviéticos.

Na área de desenvolvimento, registra-se uma intensa pesquisa na área de tubos de calor de alta performance. Dentre estes, especial atenção tem sido dada a tubos de calor com artérias, visando a aplicação na otimização dos processos de transferência de calor em satélites.

1.2 - PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO

Em sua forma básica o tubo de calor é, em linhas gerais, simplesmente um invólucro estanque, na forma de tubo ou câmara, contendo uma estrutura capilar ou matriz porosa saturada com a fase líquida de um fluido de trabalho. A fase gasosa deste fluido preenche o espaço vazado central, sob a forma de vapor saturado. Um esquema em corte parcial é mostrado na figura (1.1).

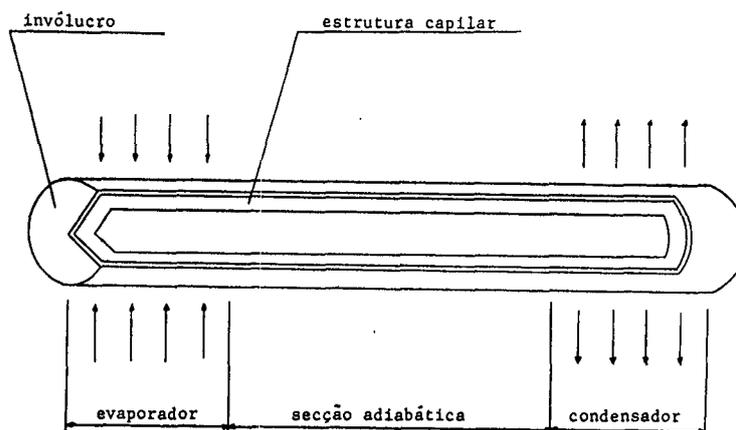


Figura (1.1) - esquema de tubo de calor em corte parcial

Deve-se notar que a disposição apresentada nesta figura é a usual, nada impedindo que o tubo tenha várias secções de absorção e rejeição de calor ou secções adiabáticas ao longo do comprimento.

A estrutura capilar pode ser formada por telas metálicas, por material sinterizado, por uma ou mais artérias sinterizadas ou de malha metálica, por ranhuras longitudinais na superfície interna do invólucro ou

ainda por combinações destes tipos. Uma descrição detalhada das vantagens e desvantagens de cada configuração pode ser encontrada em Maliska et al. [3]. Exemplos de como podem apresentar-se estas estruturas são mostrados na figura (1.2), obtida de Chi [4].

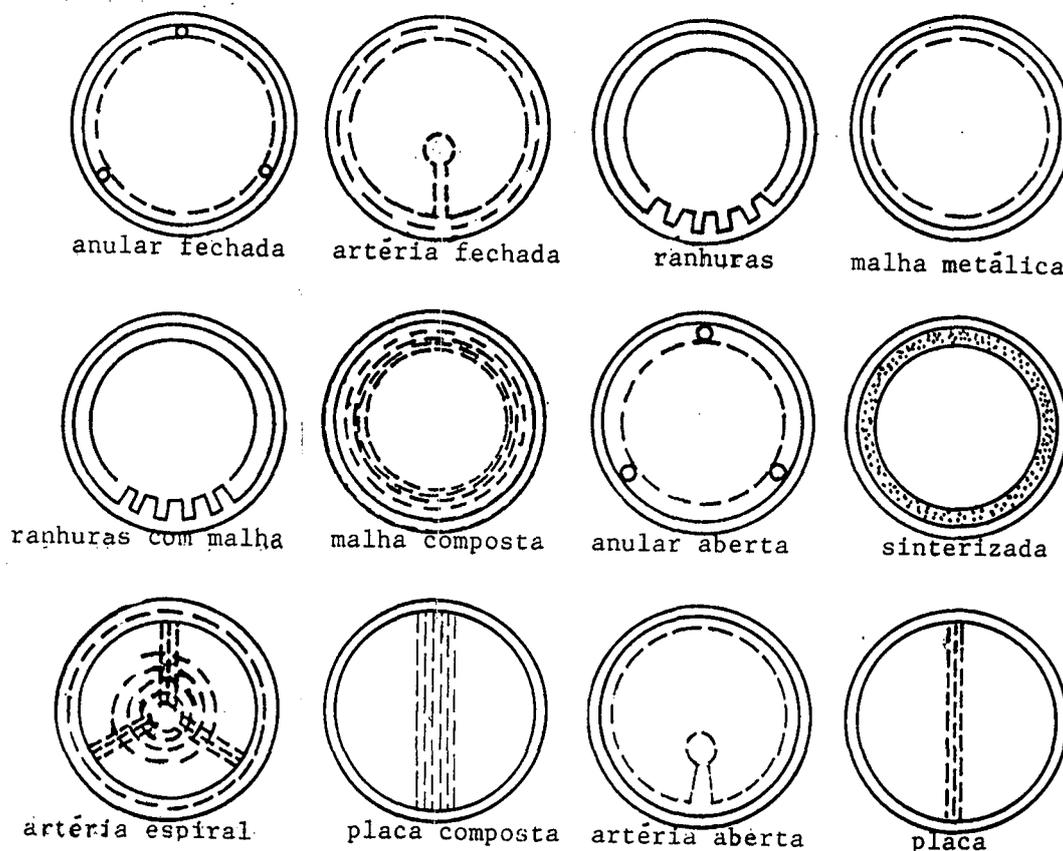


Figura (1.2) - exemplos de estrutura capilar

O princípio de funcionamento baseia-se no fato de o calor aplicado ao evaporador ser transferido por condução no invólucro e por uma combinação de condução e convecção na estrutura capilar, forçando a mudança de fase do líquido que se encontra próximo a esta fonte. Ao escoar o vapor transporta energia através da secção adiabática, voltando o fluido a condensar-se na secção adjacente à fonte fria (condensador). O calor passa então ao sorvedor pelos mesmos fenômenos que ocorrem no evaporador, porém em sentido inverso. O ciclo completo encontra-se esquematizado na figura (1.3).

A diferença entre as pressões de vapor do evaporador ao condensador força o escoamento de vapor. Esta diferença é decorrência direta da diferença de temperaturas existente entre as duas secções. O escoamento de líquido, que fecha o ciclo de transporte de calor, é consequência da mudança dos raios de curvatura dos meniscos da interface

líquido-vapor ao longo do tubo. Isto desenvolve uma pressão de bombeamento capilar, conforme mostra a figura (1.4).

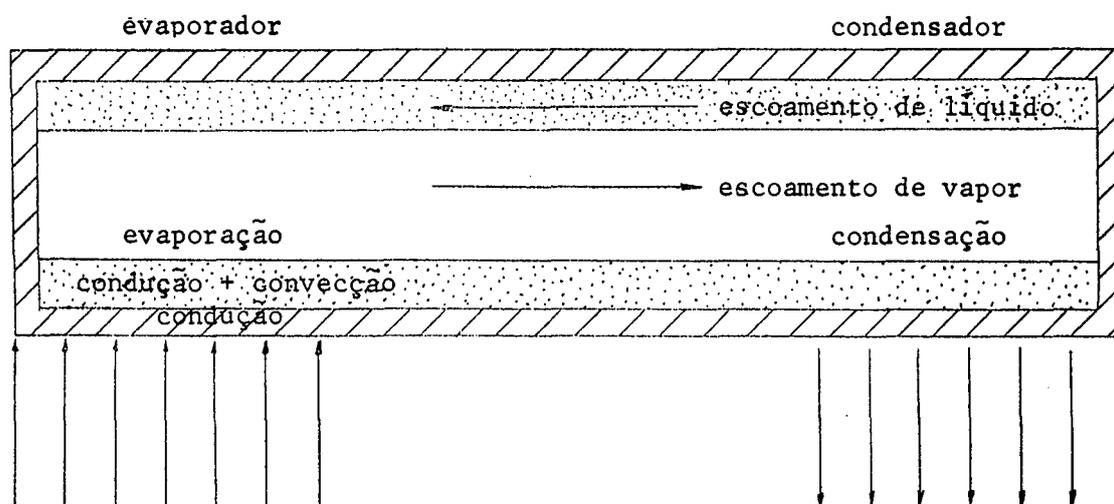


Figura (1.3) - esquema dos processos de transferência de calor

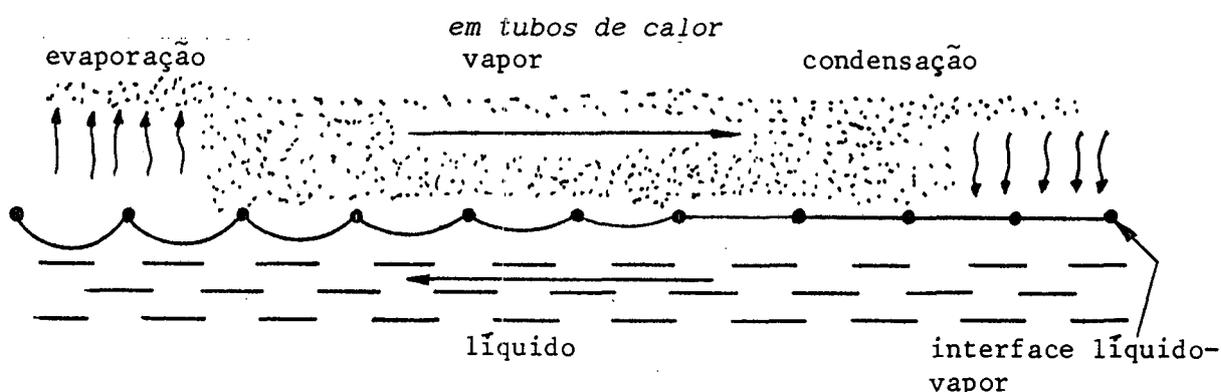


Figura (1.4) - curvatura do menisco de líquido na interface vapor-estrutura capilar

A variação desse raio ocorre em função das características do processo de mudança de fase em cada secção. No evaporador o raio é menor devido a perda de líquido por evaporação enquanto que no condensador o menisco é quase plano. Assim sendo, um bom contato entre estrutura capilar com a parede do invólucro é imprescindível, tanto para se prover uma secção de passagem para o líquido com características uniformes quanto para se eliminar resistências térmicas de contato. As dimensões dos poros, consequência direta do tipo de estrutura capilar usada, determinam desta forma as características do escoamento de líquido. Há assim um compromisso entre a baixa resistência ao escoamento, que requer poros grandes, e uma suficiente capacidade de bombeamento de fluido, que exige pequenas dimensões desses. A máxima capacidade de bombeamento é dada pela lei de

Young-Laplace, na forma seguinte

$$\Delta P_{\max} = \frac{2 \tau \cos(\vartheta)}{r_p} \quad (1.1)$$

onde τ é a tensão superficial do líquido, ϑ é o ângulo de contato do menisco com a parede do capilar e r_p é o raio médio dos poros.

A análise qualitativa da perda de carga axial do líquido pode ser feita por meio do uso da lei de Darcy

$$\frac{dP}{dx} = - \frac{\mu_l \dot{m}}{\rho_l K A_l} \quad (1.2)$$

onde μ_l é a viscosidade dinâmica, \dot{m} é o fluxo de massa, ρ_l é a massa específica e A_l é a área da secção transversal de passagem do líquido. A permeabilidade K é diretamente proporcional ao diâmetro efetivo do poro.

No projeto de tubos de calor, especial atenção deve ser dada aos limites de operação. Cada limite é governado por um fenômeno físico próprio, intrínseco as características de funcionamento. A descrição de cada combinação limite-fenômeno é dada a seguir:

(i) - limite viscoso: quando em baixas temperaturas de operação, o escoamento do vapor em tubos de calor é regido por forças viscosas, sendo o limite atingido no caso em que o fluxo de calor torna-se tal que a perda de pressão devida a estas forças iguala-se ao gradiente de pressão de vapor; por isto é interessante a utilização de fluidos de trabalho nos quais a derivada da pressão de vapor em relação a temperatura seja grande à temperatura de operação

(ii) - limite sônico: no evaporador há uma contínua adição de massa, resultante da evaporação; este limite é então atingido quando o fluxo de calor força que a velocidade do vapor seja tal que ocorra choque à saída do evaporador, onde o fluxo de massa é máximo, tendo-se assim o número de Mach é igual a unidade; tem importância fundamental no projeto de tubos utilizando metal líquido; o fluxo de calor máximo relativo a este limite é dado pela relação abaixo

$$Q_{s, \max} = A_v \rho_v \Lambda V_s \quad (1.3)$$

onde A_v é a área da secção transversal de passagem do vapor, ρ_v é a massa

específica do líquido, Λ é o calor latente de vaporização e V_s a velocidade do som no vapor

(iii) - limite de arrasto: atingido quando a velocidade do vapor torna-se tão alta que incorpora líquido ao seu escoamento de maneira tal que impossibilita o retorno de suficiente quantidade deste ao evaporador para dar continuidade de funcionamento; atinge-se então o número de Weber igual a unidade, sendo o fluxo de calor máximo descrito por

$$Q_{a, \max} = A v \left(\frac{\rho v \tau \Lambda^2}{z} \right) \quad (1.4)$$

onde z é uma dimensão característica relacionada com o comprimento de onda da perturbação induzida na superfície do líquido pelo escoamento do vapor

(iv) - limite de bombeamento capilar: em operação normal o potencial capilar ajusta-se normalmente ao fluxo de líquido; assim sendo, o limite é atingido quando a pressão de bombeamento requerida para o escoamento de líquido ultrapassa a máxima passível de ser fornecida pela estrutura capilar para uma dada temperatura, que é uma característica intrínseca da combinação fluido-estrutura; é o limite mais freqüentemente atingido

(v) - limite de ebulição: atingido quando a velocidade do processo de mudança de fase torna-se insuficiente para prover a transferência do fluxo de calor aplicado ao tubo, ocorrendo principalmente em tubos de calor com alto fluxo de calor radial.

A figura (1.5) mostra esquematicamente a distribuição de tais limites em função da temperatura de operação.

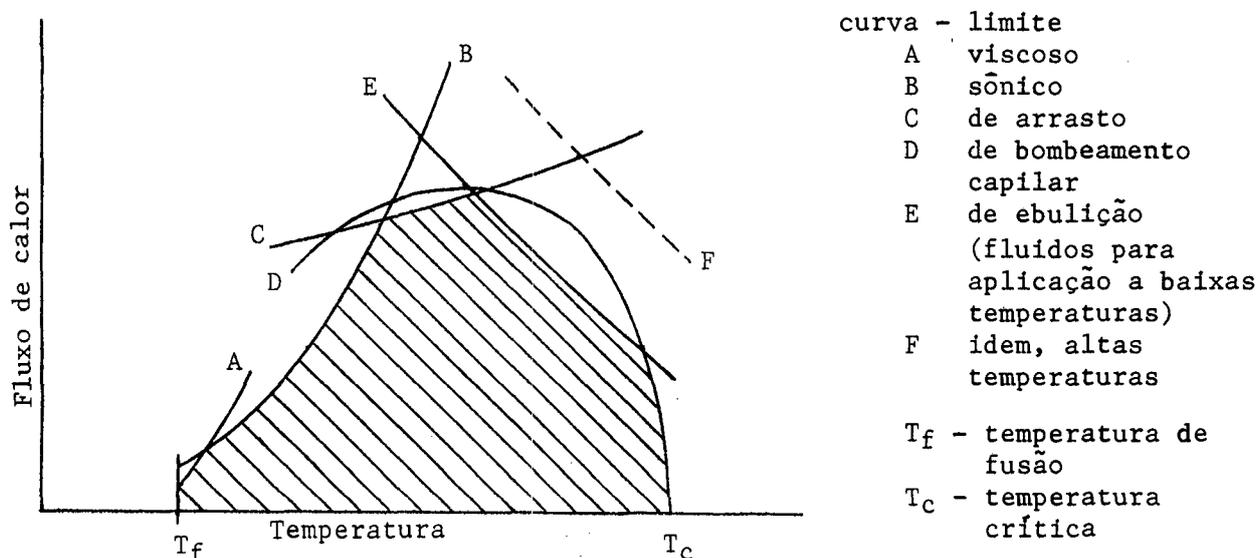


Figura (1.5) - curvas típicas de distribuição dos limites de operação em tubos de calor em função da temperatura de operação

Mais detalhes a respeito do cálculo dos limites de operação podem ser encontrados nos trabalhos de Chi [4], Ferrel et al. [5], Busse [6], Tien & Chung [7] e Dobran [8]. Uma explanação mais completa a respeito das características térmicas e hidrodinâmicas de tubos de calor é levada a efeito por Chi em [4] e Dunn & Reay em [9].

Como o processo de troca térmica envolve primordialmente mudança de fase, fluxos de calor relativamente altos podem ser transportados por baixos fluxos de massa. Em consequência disto, normalmente a condutância térmica de um tubo de calor é centenas de vezes maior que a de sistemas convencionais de até maior porte, com uma diferença de temperaturas bem menor entre a fonte e o sorvedor. Daí a sua característica de alta performance citada de início. Além disto, não há necessidade de utilização de elementos externos para operação, sendo também isentos de partes móveis. Note-se ainda a possibilidade de atuação como transformador de fluxo de calor, ao se utilizar os comprimentos do evaporador e do condensador diferentes. Também torna eficaz a troca térmica em casos onde a fonte e o sorvedor encontram-se afastados, dotando-se-o de uma secção adiabática longa. O fato de poder ser fabricado com dobras, com relativamente pouca perda de eficiência, aumenta ainda mais a sua aplicabilidade.

Aliado a isto tudo, há ainda a possibilidade de contruí-lo com constituintes que possibilitem a sua operação no modo de condutância variável, bem como no de diodo térmico. A técnica de variação da condutância mais utilizada é a de adição de gás não-condensável. O reservatório deste é diretamente ligado ao condensador. A secção do condensador ocupado pelo gás torna-se inativo, por não ocorrer condensação do fluido de trabalho. Como o comprimento da região inativa é regulado pela pressão de vapor, e esta pelo fluxo de calor transportado, tem-se um comprimento efetivo do condensador proporcional ao fluxo de calor. Desta forma o valor da condutância térmica do tubo de calor varia em função da potência a ele imposta. Também é usada a regulagem da condutância por meio de mecanismos de retroalimentação elétricos ou, mais raramente, mecânicos. As mesmas características de controle podem ser obtidas com tubos de calor com excesso de líquido, porém com complicações adicionais. Outras técnicas de variação da condutância, utilizadas menos freqüentemente, são de controle do fluxo de líquido ou de vapor. No entanto, o controle de fluxo de líquido é mais utilizado em diodos térmicos.

Existem também outras concepções de tubos de calor, embora com aplicação mais rara. Como exemplo podem ser citados os tubos de calor

rotativos (Gray [10]), eletrohidrodinâmicos (Jones [11]), com dois fluidos de trabalho (Tien [12]), em forma de placa (Fleishman & Marcus [13]), coaxiais (Tolubinskiy & Shevchuk [14]), magnetohidrodinâmicos, flexíveis, tipo diodo térmico, osmóticos e eletro-osmóticos (Dunn & Reay [9]).

1.3 - APLICAÇÕES DE TUBOS DE CALOR

Em decorrência de o tubo de calor funcionar como um trocador de calor de eficiência incomparavelmente alta face aos usuais, a gama de situações em engenharia em que a sua utilização apresenta-se vantajosa é bastante vasta. Tal característica é acentuada pelo fato de a sua faixa de utilização operacional estar intimamente ligada ao fluido de trabalho. A priori este pode ser qualquer fluido volátil à temperatura de operação, desde que compatível quimicamente com o invólucro e a estrutura capilar. Assim sendo, pode ser utilizado tanto na faixa correspondente a criogenia, com fluidos de trabalho gasosos à temperatura ambiente, quanto na de altíssimas temperaturas, com metais líquidos. Há notícia de aplicações com temperatura de operação desde 4 K até 2300 K, citadas em [9].

A tabela (1.1), obtida de Groll [15], mostra a faixa usual de utilização dos fluidos de trabalho mais comuns, materiais com eles compatíveis e fluxos de calor obteníveis.

São características desejáveis no fluido de trabalho altos valores do calor latente de vaporização, condutividade térmica, tensão superficial, molhabilidade em relação ao meio poroso e de pressão de vapor na faixa de temperatura de operação, aliados a pequenos valores de viscosidade. Uma avaliação qualitativa da eficiência de um fluido de trabalho pode ser feita com o número de mérito, dado pela equação a seguir.

$$M = \frac{\rho_l \tau_l \Lambda}{\mu_l} \quad (1.5)$$

Dentre as aplicações de tubos de calor conhecidas, destacam-se as que seguem:

- em satélites: no controle térmico e arrefecimento de componentes (sensores, baterias, sistemas óticos, etc.), isothermalização e controle de temperatura de painéis porta-equipamentos, dissipação de calor ou junção

Tabela 1.1 - *Fluidos de trabalho, materiais para invólucro e estrutura capilar, temperatura de operação e fluxos de calor para tubos de calor*

FLUIDO DE TRABALHO	INVÓLUCRO E EST. CAPILAR	TEMPERATURA DE OPERAÇÃO (°C)	FLUXOS DE CALOR (W/cm ²)	
			AXIAL	RADIAL
hidrogênio	alumínio e ligas, aço inox	-255 a -245	10 a 20	
oxigênio	idem	-210 a -130	10 a 20	0,1 a 1
nitrogênio	idem	-200 a -160	idem	
metano	idem	-180 a -110	20 a 40	0,5 a 2
etano	idem	-120 a -20	idem	
freons	idem, cobre e ligas, níquel	-170 a 0	15 a 30	
amônia	alumínio e ligas, aço inox, níquel	-60 a 50	150 a 400	5 a 15
acetona	idem, cobre e ligas	-50 a 150	75 a 200	
metanol	cobre e ligas, aço inox, níquel	-40 a 150	idem	
água	cobre e ligas, níquel, titânio	50 a 300	500 a 1500	20 a 100
dowtherms	cobre e ligas, aço inox	150 a 300		
éter	idem	200 a 400		
fenílico				
mercúrio	aço inox	250 a 550	500 a 3000	
potássio	aço inox, níquel,	600 a 800	1000 a 3000	50 a 150
sódio	idem	700 a 1100	2000 a 8000	75 a 250
lítio	aço inox, nióbio, titânio	1300 a 1600	10000 a 15000	
prata	titânio	1800 a 2000		

térmica de componentes ao radiador, equalização de condições de insolação não simétricas, isothermalização da estrutura, conexão fonte-painel, proteção de componentes em condições críticas (lançamento, reentrada na atmosfera, etc.), atuando como diodo térmico, etc.; sua aplicação é vantajosa por aliar alta eficiência a pouco peso e dimensões reduzidas, além de não depender da ação da gravidade

- dissipação e transporte de calor de alta eficiência em equipamentos eletro-eletrônicos (transformadores, disjuntores, etc.) ou em componentes eletrônicos

- placas-base isotérmicas para equipamentos eletrônicos

- isothermalização de superfícies negras em equipamentos para medição de emissividade

- controle térmico de equipamentos óticos de laser e detectores de infra-vermelho

- isothermalização de fornos, desumificadores, secadores, etc.

- transporte de calor em coletores solares, plantas de dessalinização e reatores nucleares

- concentrador de energia em conversores e emissores termiônicos ou geradores termoelétricos, no resfriamento destes ou na minimização de gradientes térmicos

- recuperação de energia; como, por exemplo, de gases de exaustão de exaustão de processos industriais ou de ar exaurido em sistemas de ar condicionado

- otimização dos processos de transferência de calor de aquecedores ou condicionadores de ar de pequeno porte

- pré-resfriadores em condicionadores de ar de médio e grande porte

- trocadores de calor de alta eficiência

- otimização da transferência de calor em máquinas térmicas

- pré-aquecimento do combustível ou da mistura em motores de combustão, otimizando o processo de combustão e diminuindo a emissão de poluentes com reaproveitamento de energia

- máquinas térmicas de ciclo Stirling e Brayton

- resfriamento de pás de turbinas e eixos de rotores e motores elétricos

- resfriamento de peças ou ferramentas, em usinagem de precisão

- isothermalização de moldes de injeção e fundição

- controle térmico em tratamento térmico de materiais

- regeneradores de turbinas a gás

- isothermalização de banhos de eletro-deposição

- processo de gaseificação de carvão
- otimização do processo de liquefação de gases
- otimização de reatores químicos
- estabilização de temperatura em calorímetros
- controle e estabilização de temperatura em grandes superfícies
- aproveitamento de energia geotérmica
- aparelhos de cirurgia criogênicos
- resfriamento de sistemas de frenagem de grande porte.

Mais dados e maiores esclarecimentos a respeito destas e de outras aplicações de tubos de calor podem ser encontradas nos trabalhos de Chi [4], Dunn & Reay [9], Groll [15] e Feldman [16].

1.4 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Desde o início do desenvolvimento de tubos de calor verificou-se a necessidade de se desenvolver um modelo matemático que estabelecesse com precisão as suas características de desempenho e limitações operacionais. O primeiro que se tem notícia é devido a Cotter [17], extremamente simplificado quanto a forma de descrição dos fenômenos físicos relevantes, porém analítico. Resolvem-se as equações da conservação da massa e quantidade de movimento uni-dimensionais, com os perfis de velocidades considerados conhecidos. Outro modelo bastante primário para análise dos processos de transferência de calor e massa em tubos de calor é apresentado por Chi em [4].

Sun & Tien também obtiveram uma solução analítica em [18], para tubos com temperatura do vapor constante, considerando condução axial de calor no invólucro e radial na estrutura capilar. Esta última é suposta completamente saturada e com baixo número de Reynolds do escoamento de líquido. Foram levados em conta os casos de fluxo de calor prescrito ou convecção no evaporador com convecção no condensador. Não foram obtidos bons resultados para fluxos de calor altos, por não ter sido considerada a hipótese de ocorrência de mudança de fase no interior da estrutura capilar. Tal fenômeno é de ocorrência bastante freqüente, pelo que se pode deduzir da literatura. Este problema foi resolvido por Sun & Tien em [19], considerando o mesmo modelo, porém com o processo de transferência de calor entre a estrutura capilar e o vapor sendo regido por um coeficiente de filme efetivo na secção do evaporador. Bons resultados são obtidos na

comparação com os dados experimentais apresentados. A concordância observada provavelmente não ocorreria se, no tubo de calor usado na experimentação, as espessuras de parede fossem maiores ou a diferença entre as condutividades térmicas da parede e efetiva do meio poroso não fosse tão grande. Possivelmente também seriam observadas diferenças maiores na comparação com dados experimentais caso os fluxos de calor na interface vapor-estrutura capilar fossem tais que invalidassem a hipótese de separação das secções internamente de modo igual as externas. Estas conclusões são discutidas no capítulo 4 do presente trabalho. A presença de gases não condensáveis é encarada de forma semelhante a do modelo de separação nítida de gás e vapor (flat-front model), apresentado por Dunn & Reay [9], que desconsidera o efeito de difusão entre ambos. Assim sendo, este último somente mostra-se útil para cálculos em projetos preliminares, por ser de fácil solução, apesar de não apresentar resultados precisos. Tal fato explica a discrepância entre os resultados apresentados em [19] e os dados experimentais, para o caso de tubos com presença de gases não condensáveis.

A análise sobre os efeitos da presença de gases não condensáveis proposta no trabalho anterior já difere em muito da levada a efeito por Edwards & Marcus em [20]. Neste baseiam-se a maioria dos trabalhos para determinação do comportamento térmico de tubos de calor de condutância variável. São levados em conta os efeitos de difusão entre o vapor e o gás não condensável; desta forma apresenta resultados que concordam bastante bem com os dados experimentais. No entanto não é considerado o comportamento do evaporador na análise, nem tampouco os efeitos de condução de calor radial, sendo o processo condutivo modelado uni-dimensionalmente. Também o fenômeno da difusão é modelado como uni-dimensional, sendo as equações da conservação da energia, da difusão e da conservação da massa resolvidas reduzindo-se-as a um conjunto de duas equações diferenciais de primeira ordem. Isto se torna possível assumindo-se a hipótese de igualdade local entre as temperaturas da parede e da estrutura capilar. Para a solução poder ser levada a efeito é imperativo o conhecimento prévio da temperatura do evaporador. O fenômeno da condução de calor é relaxado por hipóteses simplificativas bastante restritivas, com a utilização de coeficientes globais de transferência de calor, da mesma forma que nos trabalhos citados a seguir. Porém, por característica intrínseca das equações obtidas, o tempo de computação para se atingir a convergência do problema é um tanto alto.

No modelo de Somogyi & Yen [21] somente considera-se o

comportamento do vapor, sujeito a aproximações de camada limite. É utilizado o método de Karman-Pohlhausen para solução das equações da conservação da massa, das espécies e da quantidade de movimento. Os perfis de fluxo de calor para o vapor são impostos a priori. Obtém-se assim a distribuição de temperatura na superfície da estrutura capilar por meio de relações diretas de condução uni-dimensional. Já Rohani & Tien em [22] consideram o processo de transferência de calor do meio exterior ao vapor somente radial. São resolvidas conjuntamente as equações da conservação da massa, da quantidade de movimento, de espécies químicas e da energia, via método de diferenças finitas. Levam-se em conta nos resultados os efeitos de adição de gás. O trabalho de Tien & Rohani [23] é continuação do anterior, porém fixa o objetivo do estudo sobre o efeito do gradiente de pressão do vapor no desempenho de tubos de calor. Tal qual em [22] e no trabalho de Rohani & Tien [24], que segue a mesma linha de análise, a metodologia seguida em [23] não leva em consideração a condução axial de calor. Utiliza-se de um coeficiente de filme equivalente para descrever o processo de transferência de calor do exterior ao vapor. Como é notado neste último, o objetivo principal destes cinco trabalhos é a análise da interação entre vapor e gás não condensável, e não propriamente dos processos de transferência de calor.

Também foram desenvolvidos modelos para estudo unicamente do escoamento de vapor. Na análise proposta por Bankston & Smith em [25], resolvem-se numericamente as equações completas de Navier-Stokes, considerando axi-simetria, regime permanente, escoamento laminar e perfis de condensação e evaporação conhecidos. É utilizada a aproximação de baixa velocidade do vapor para a solução analítica, o que facilita em muito a obtenção da solução; no entanto a hipótese é por demais restritiva. Demonstra por fim a necessidade da consideração dos efeitos bi-dimensionais no escoamento de vapor. Ooijen & Hoogendoorn [26] valem-se de um esquema de diferenças finitas para a solução das equações da conservação da massa e da quantidade de movimento. O escoamento é considerado bi-dimensional, incompressível e laminar, para um tubo de calor do tipo placa plana. Busse & Prenger em [27] estudaram o escoamento subsônico de vapor, laminar e bi-dimensional, com aproximação de camada limite. As equações da conservação da massa e da quantidade de movimento são resolvidas analiticamente. Com as mesmas hipóteses admitidas em [25], a menos da aproximação de baixa velocidade, Narayana [28] utiliza-se de um esquema numérico em que se permite que as restrições sejam mais relaxadas que nesse. Apesar disso, os perfis de evaporação e condensação são

considerados constantes, o que não se comprova quer teórica, quer experimentalmente para a maioria dos tubos de calor. Uma análise numérica do escoamento bi-dimensional e laminar do vapor em um tubo de calor anular é levada a efeito por Faghri em [29]. As equações resolvidas e o método utilizado são similares aos de [28]. Uma extensão desse é apresentada por Faghri em [30], considerando suplementarmente a equação da conservação da energia para o vapor. São estudados os casos bi-dimensional incompressível, de solução numérica, e uni-dimensional compressível, de solução analítica. Os resultados de ambos mostram boa concordância entre si. Já o trabalho de Busse & Loehrke [31] baseia-se em [27], adicionando a hipótese de compressibilidade do vapor. A solução é analítico-numérica, e tão somente para o condensador. Como extensão de [27], um coeficiente de atrito com a estrutura capilar empírico é obtido, sendo útil para predição da distribuição de pressões.

Visando o estabelecimento teórico do limite sônico de tubos de calor, um modelo é proposto por De Michele & Davis [32] no qual os eixos coordenados se baseiam nas linhas de corrente do escoamento de vapor. As hipóteses simplificativas são as mesmas de [28], porém com a consideração de inexistência de gradientes de pressão radiais ou de efeitos viscosos. O processo de transferência de calor é descrito do mesmo modo que por Rohani & Tien em [22], sendo as equações resolvidas via método Newton-Raphson. Na mesma linha de estudo, um procedimento analítico para um modelo bem mais simplificada para o estudo do escoamento de vapor uni-dimensional é apresentado por Levy & Chou [33]. Consideram-se as equações de conservação da massa, energia e quantidade de movimento. Este segue a linha de pesquisa de Levy [34], no qual pela primeira vez é resolvido o escoamento compressível de tubos de calor. Chega-se neste trabalho a um sistema de cinco equações diferenciais ordinárias de primeira ordem, resolvidas com a utilização do método Runge-Kutta. Busse em [6] utiliza uma metodologia aproximada, para um modelo de solução analítica. Outros limites de operação são também analisados. O esquema de cálculo de [33] foi posteriormente estendido por Dobran em [8], que parece ter o modelo analítico mais completo para estudo do limite sônico. São levadas em consideração as características do escoamento compressível e a termodinâmica do vapor. A exemplo do modelo anterior, os efeitos condutivos não tomam parte da análise, partindo-se da consideração de perfis de condensação e evaporação conhecidos. Issacci et al. em [35] analisam numericamente um modelo transiente para o estudo da entrada em operação de tubos de calor de condutância constante. São resolvidas

simultaneamente as equações da conservação da massa, da energia e de estado. Somente o vapor é modelado, considerando-se conhecidos os fluxos de calor para este. A solução é obtida via diferenças finitas.

Uma análise sobre as características de operação de tubos de calor, tanto em regime permanente quanto transiente, é apresentada por Groll & Zimmermann em [36]. Rajakumar & Krishnaswamy [37], propuseram um modelo similar ao de [19]. O objetivo do trabalho foi de obter respostas no domínio de frequências, para o estudo do comportamento dinâmico de tubos de calor de condutância constante. Também trabalhando na mesma linha, Shukla [38] considera difusão de massa nas interfaces gás-vapor e gás-líquido, na seção correspondente ao condensador e reservatório de gás. Os processos de transferência de calor são descritos de modo similar ao dos trabalhos de Sun & Tien. A temperatura da estrutura capilar é considerada constante em cada passo axial e igual à temperatura do vapor. Resolve-se o problema por diferenças finitas e, tal como em [20], somente o condensador é modelado.

No trabalho de Hijikata et al. [39], são considerados os efeitos bi-dimensionais de transporte de massa e difusão em um termosifão de dupla fase. Porém a transferência de calor radial é ainda caracterizada por um coeficiente de filme, englobado ao coeficiente de troca de calor para o meio exterior ao condensador. A solução é analítica e demonstra a efetividade dos efeitos bi-dimensionais nos fenômenos de difusão de massa. O modelo também desconsidera o evaporador, considerando-se a priori determinada a ação deste. Lutsenko em [40] somente leva em conta a condução radial no invólucro e na estrutura capilar, fixando o objetivo de seu estudo no comportamento do escoamento de vapor e delegando a este o encargo do transporte de calor axialmente. São comparados os resultados teóricos e experimentais, com satisfatória concordância. As equações são resolvidas numericamente. Bobco em [41] chega a um modelo simples e funcional de um tubo de calor de condutância variável, para uso em modelagem nodal de veículos espaciais, porém com as mesmas limitações do modelo de Edwards & Marcus [20]. São requeridas adicionalmente a determinação de duas constantes empíricas, ambas sem um significado físico claro. No entanto consegue-se diminuir em muito o tempo de computação, como consequência de o fluxo de calor interno ao tubo ser determinado por meio de relações algébricas simples, desacopladas das equações da conservação da massa e da energia.

Faghri & Chen em [42] resolvem via diferenças finitas um modelo bem mais completo, considerando os efeitos de transporte de calor e massa

bi-dimensionais em tubos de calor de condutância constante. São levados em conta ainda os efeitos de compressibilidade do vapor e dissipação viscosa conjugadas. São resolvidas simultaneamente e de modo conjugado as equações completas de condução no invólucro e na estrutura capilar e de conservação de massa, quantidade de movimento e energia no vapor, para o caso de fluxos de calor constantes aplicados ao evaporador e condensador. A análise feita foi ampliada no trabalho de Chen & Faghri [43], no qual é considerada a possibilidade de múltiplas fontes de calor. Os resultados são comparados com dados experimentais, sendo a concordância muito boa para o caso de fonte única. Outro modelo bastante completo, também com solução numérica, é apresentado por Hall & Doster em [44]. Considera-se a possibilidade e existência das três fases do fluido de trabalho. São resolvidas as equações da continuidade, energia, quantidade de movimento e estado para o líquido e a mistura vapor-gás não condensável, a equação da continuidade para este último, da continuidade, energia e estado para o sólido, da energia para a parede do tubo e uma equação para a pressão capilar, para um tubo de calor de metal líquido operando em regime transiente.

Peterson & Tien em [45], baseados no modelo proposto por Hijikata et al. [39], resolvem o mesmo caso para um tubo de calor, com praticamente as mesmas hipóteses simplificativas. Analisam o condensador sendo resfriado tanto por convecção quanto por radiação. Chega-se a resultados bastante conclusivos a respeito do fenômeno da difusão de massa na interface vapor-gás de tubos de calor. São apresentadas soluções do modelo com utilização de uma esquema numérico bi-dimensional e valendo-se de um método integral. Com este são resolvidos os casos de difusão uni e bi-dimensional. Os resultados apresentados neste trabalho foram posteriormente expandidos por Peterson & Tien em [46], para o caso de se considerar efeitos gravitacionais e de convecção natural. Tais trabalhos são bastante conclusivos a respeito determinação da bi-dimensionalidade dos efeitos da difusão mássica entre gás e vapor em tubos de calor de condutância variável.

1.5 - MOTIVAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Uma revisão dos trabalhos relacionados torna evidente a inexistência de um modelo de tubo de calor de solução analítica, aplicável

a casos em que as condutividades térmicas e as dimensões das partes constituintes não limitem a sua validade. Não foram encontradas também modelos com possibilidade de determinação dos perfis de temperatura e de fluxo de calor em todas as secções do tubo, qualquer que seja a posição radial. Tais características, como já observado por Ferrel et al. em [47], são essenciais para o projeto de tubos de calor.

Já que, de um modo geral, em aplicações usuais os tubos de calor encontram-se integrados a estruturas sólidas. Desta forma, torna-se interessante na sua modelagem a redução do problema térmico a funções incógnitas, tais como distribuições de temperatura e fluxos térmicos na fronteiras. Devido ao uso destas distribuições auxiliares, a formulação é dita indireta. Assim sendo, o método integral para processo estacionário apresenta-se como uma técnica de solução bastante vantajosa. Com a sua utilização é possível variar-se as condições de contorno de problema sem alteração do núcleo das equações integrais. Isto se dá pelo fato de as integrais de área serem transformadas para de linha, desde que conhecidas a geometria dos contornos e condições na fronteira. O uso de funções de Green para o estudo proposto mostra ser de grande valia, principalmente pela flexibilidade que dá ao processo de solução. Apesar de fugir ao escopo deste trabalho, há de se assinalar a facilidade de adaptação a problemas em que a geometria é complexa.

Tal revisão também mostra a existência de poucos trabalhos experimentais em que sejam disponíveis os dados necessários à simulação numérica, o que dificulta a corroboração do modelo. Apesar disto, as hipóteses simplificativas a ele impostas são todas comprovadas em diversos trabalhos, ainda que não em conjunto.

Estes fatos foram constatados na revisão da literatura de Maliska et al. [3], em um trabalho encomendada à Fundação de Ensino de Engenharia em Santa Catarina (FEESC) pelo Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE). Visava-se neste trabalho a verificação da possibilidade de desenvolvimento de tecnologia para a fabricação de tubos de calor nacionais para fins espaciais, de onde surgiu a oportunidade para a execução desta dissertação.

O objetivo do desenvolvimento do presente trabalho foi de início estabelecido a obter-se um modelo analítico para descrever o comportamento térmico de tubos de calor que possibilitasse:

- a determinação dos parâmetros de desempenho de tubos de calor para uma gama de casos mais abrangente que a exequível via utilização do modelo de [19], além de avaliar este último

- o cálculo de temperaturas e fluxos de calor para quaisquer posições (admitindo variações axiais e radiais) e com precisão maior que a dos modelos existentes, para fins de adaptação do modelo a outros estudos

- modelar tubos de calor para fins de projeto

- a adaptação fácil do modelo a uma ampla variedade de condições de contorno

- o projeto integrado de tubos de calor em arquitetura de satélites, com determinação apurada das características de desempenho.

2 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

No presente trabalho é resolvido o problema de condução de calor em um tubo de calor de condutância constante, para os seguintes casos de troca de calor na superfície externa do invólucro nas secções correspondentes ao evaporador e ao condensador, respectivamente:

caso (I) - fluxo de calor constante e convecção

caso (II) - convecção e convecção

caso (III) - fluxo de calor constante e radiação para um ambiente isotérmico.

As hipóteses simplificativas admitidas são as seguintes:

- (i) - o regime é estacionário
- (ii) - o processo de condução de calor é bi-dimensional, tanto no invólucro quanto na estrutura capilar
- (iii) - a temperatura do vapor é constante
- (iv) - nenhum limite de operação é atingido durante o funcionamento
- (v) - a troca térmica entre o vapor e a estrutura capilar é caracterizada por um coeficiente de filme efetivo constante
- (vi) - a transferência de calor no interior da estrutura capilar é caracterizada por uma condutividade térmica efetiva
- (vii) - as condutividades térmicas do material do invólucro e efetiva da estrutura capilar saturada são conhecidas e consideradas constantes
- (viii) - não há resistência térmica de contato entre o invólucro e a estrutura capilar
- (ix) - as extremidades do tubo são isoladas, ou nelas a troca de calor com o ambiente é desprezível, face a que ocorre nas paredes

externas.

Consideram-se conhecidos e constantes o fluxo de calor no evaporador para os casos (I) e (III), os coeficientes de transferência de calor por convecção no evaporador para o caso (II) e no condensador para os casos (I) e (II) e a emissividade média da superfície do condensador para o caso (III).

As características geométricas da região em estudo estão esquematizadas na figura (2.1).

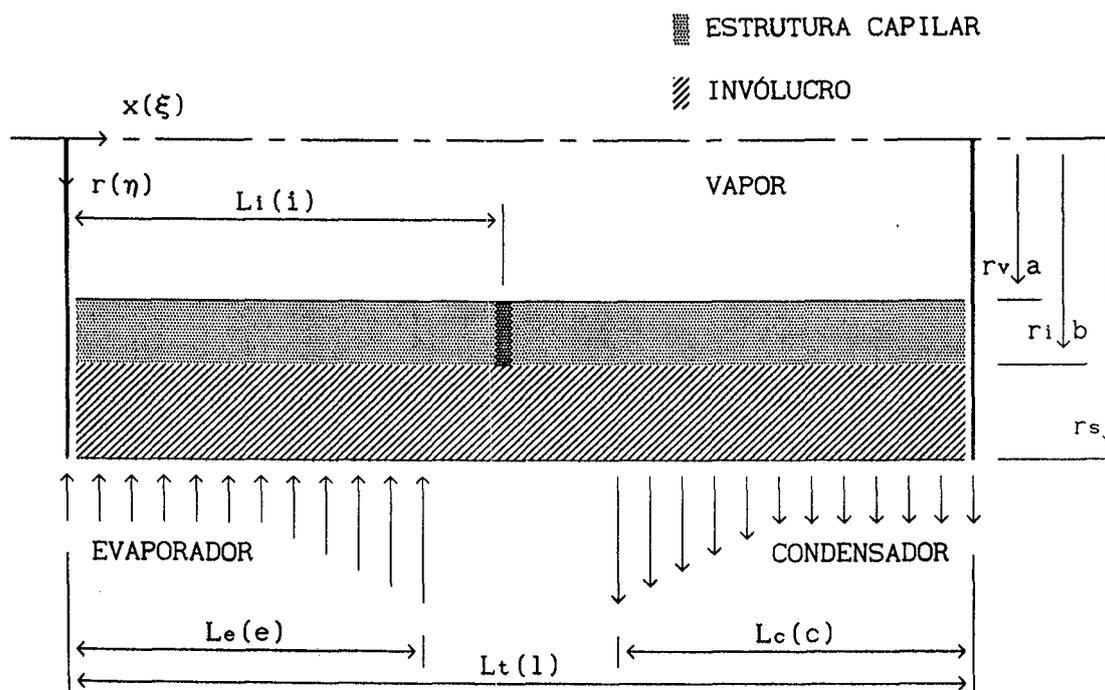


Figura (2.1) - características geométricas do tubo de calor em estudo

O método de solução permite que se considere regime transiente, apesar do assumido na hipótese (i). A segunda hipótese é usada em função da axi-simetria do problema na formulação aqui desenvolvida. A terceira é válida para baixos fluxos de calor, como pode ser constatado nos trabalhos de Sun & Tien [18], Rohani & Tien [22] e Rohani & Tien [24]. Também pode ser admitida quando as diferenças de temperatura entre o evaporador e o condensador são pequenas, conforme observado em [24]. A hipótese (iv) é usual em trabalhos similares. A adoção da hipótese (v) é feita com base nos resultados apresentados nos trabalhos de Ferrel et al. [5], Sun & Tien [19], Allingham & Mc Entire [48], Sukhatme & Rohsenow [49], Davis & Ferrel [50], Kamotani [51], Shibayama & Morooka [52], Morooka et al. [53], Udell

(i) - Invólucro

$$\nabla^2 T_w = 0 \quad (2.1)$$

$$-k_w \frac{\partial T_w}{\partial r}(x, r_s) = -q_e \quad (0 \leq x \leq L_e) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial T_w}{\partial r}(x, r_s) = 0 \quad (L_e \leq x \leq L_t - L_c) \quad (2.3)$$

$$-k_w \frac{\partial T_w}{\partial r}(x, r_s) = h_c [T_w(x, r_s) - T_\infty] \quad (L_t - L_c \leq x \leq L_t) \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial T_w}{\partial x}(0, r) = \frac{\partial T_w}{\partial x}(L_t, r) = 0 \quad (r_b \leq r \leq r_s) \quad (2.5)$$

(ii) - Estrutura capilar

$$\nabla^2 T_i = 0 \quad (2.6)$$

$$-k_i \frac{\partial T_i}{\partial r}(x, r_b) = h_i [T_v - T_w(x, r_b)] \quad (0 \leq x \leq L_i) \quad (2.7)$$

$$T_i(x, r_a) = T_v \quad (L_i \leq x \leq L_t) \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial T_i}{\partial x}(0, r) = \frac{\partial T_i}{\partial x}(L_i, r) = \frac{\partial T_i}{\partial x}(L_t, r) = 0 \quad (r_a \leq r \leq r_b) \quad (2.9)$$

Considera-se nas expressões (2.5) e (2.9) a suposição (ix), anteriormente formulada, e que a estrutura capilar não conduz axialmente em $x = L_i$, o que simplifica em muito a obtenção da função de Green.

(iii) - Equação da conservação da energia aplicada globalmente à superfície externa do invólucro

$$\int_0^{L_e} q_e dx = \int_{L_t - L_c}^{L_t} h_c [T_w(x, r_s) - T_\infty] dx \quad (2.10)$$

Como consequência do assumido na hipótese (viii), pode-se admitir as duas relações subseqüentes

(iv) - Continuidade de temperatura e fluxo de calor na interface invólucro-estrutura capilar

$$T_w(x, r_b) = T_i(x, r_b) \quad (2.11)$$

$$k_w \frac{\partial T_w}{\partial r}(x, r_b) = k_i \frac{\partial T_i}{\partial r}(x, r_b) \quad (2.12)$$

O operador Laplaciano em coordenadas cilíndricas é expresso na forma abaixo.

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad (2.13)$$

Para o caso (II) as equações e condições de contorno são idênticas, a exceção de que no evaporador a condição de contorno fica alterada para

$$-k_w \frac{\partial T_w}{\partial r}(x, r_s) = h_e [T_w(x, r_s) - T_{\infty e}] \quad (0 \leq x \leq L_e) \quad (2.14)$$

sendo que a expressão da equação da conservação da energia assume a forma que segue.

$$\int_0^{L_e} h_e [T_{\infty e} - T_w(x, r_s)] dx = \int_{L_t - L_c}^{L_t} h_c [T_w(x, r_s) - T_{\infty c}] dx \quad (2.15)$$

O mesmo vale para o caso (III), mudando a condição de contorno no condensador para

$$-k_w \frac{\partial T_w}{\partial r}(x, r_s) = \sigma \varepsilon [T_w(x, r_s)^4 - T_{\infty}^4] \quad (L_t - L_c \leq x \leq L_t) \quad (2.16)$$

com a equação da conservação da energia sendo alterada para a expressão seguinte.

$$\int_0^{L_e} q_e dx = \int_{L_t-L_c}^{L_t} \sigma \varepsilon [T_w(x, r_s)^4 - T_\infty^4] dx \quad (2.17)$$

3 - SOLUÇÃO ANALÍTICA

Nesta secção é resolvido analiticamente o problema da determinação das características de comportamento térmico de tubos de calor de condutância constante. As condições de contorno para o evaporador e no condensador são prescritas para três casos distintos. São apresentados o procedimento analítico para a determinação das variáveis de interesse e os conjuntos de equações resultantes, necessários para o cálculo destas variáveis.

3.1 - CASO (I): FLUXO DE CALOR PRESCRITO NO EVAPORADOR E CONVECÇÃO NO CONDENSADOR

Resolve-se aqui um modelo para um tubo de calor ao qual são impostos fluxo de calor no evaporador e convecção no condensador. Supõe-se conhecidos e constantes tal fluxo e o coeficiente de transferência de calor por convecção, bem como a temperatura do ambiente ao qual o condensador é exposto.

3.1.1 - ADIMENSIONALIZAÇÃO, EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E CONDIÇÕES DE CONTORNO

Como primeiro passo procede-se a adimensionalização do problema,

com a definição das seguintes variáveis

$$\eta = \frac{r}{r_s}, \quad \xi = \frac{x}{r_s}, \quad \theta = \frac{(T - T_\infty)}{T_\infty}, \quad \Phi = -\frac{q r_s}{k_w T_\infty} \quad (3.1)$$

e dos parâmetros especificados a seguir.

$$\begin{aligned} a &= \frac{r_a}{r_s}, & b &= \frac{r_b}{r_s}, & l &= \frac{L_t}{r_s}, & e &= \frac{L_e}{r_s}, & c &= \frac{L_c}{r_s}, \\ i &= \frac{L_i}{r_s}, & K &= \frac{k_l}{k_w}, & Bi &= \frac{h r_s}{k_w} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Substituindo-se estas definições nas equações (2.1) a (2.3) e não se considerando a hipótese (v) enunciada no capítulo anterior (a generalização é mostrada na secção seguinte), têm-se as equações diferenciais e condições de contorno associadas abaixo.

(i) - Invólucro

$$\nabla^2 \theta_w = 0 \quad (3.3)$$

$$-\frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi, 1) = \Phi e \quad (0 \leq \xi \leq e) \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi, 1) = 0 \quad (e \leq \xi \leq 1-c) \quad (3.5)$$

$$-\frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi, 1) = Bi_c \theta_s(\xi) \quad (1-c \leq \xi \leq 1) \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(0, \eta) = \frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(1, \eta) = 0 \quad (b \leq \eta \leq 1) \quad (3.7)$$

(ii) - Estrutura capilar

$$\nabla^2 \theta_i = 0 \quad (3.8)$$

$$\theta_1(\xi, a) = \theta_v \quad (0 \leq \xi \leq 1) \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(0, \eta) = \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(1, \eta) = 0 \quad (a \leq \eta \leq b) \quad (3.10)$$

(iii) - Equação da conservação da energia

$$-\Phi_e e = B i_c \int_{1-c}^1 \theta_s(\xi) d\xi \quad (3.11)$$

(iv) - Continuidade da temperatura e fluxo de calor na interface invólucro-estrutura capilar

$$\theta_w(\xi, b) = \theta_1(\xi, b) \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi, b) = K \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(\xi, b) \quad (3.13)$$

Os problemas a valores de contorno estabelecidos acima correspondem a um único problema conjugado, que pode desta forma ser resolvido por meio de uma função de Green modificada para o problema de Neumann.

3.1.2 - EQUAÇÕES INTEGRAIS E SOLUÇÃO

A equação diferencial (3.3) com as suas respectivas condições de contorno, (3.4) a (3.7), corresponde a um problema de Neumann, que será resolvido com o uso de funções de Green. De acordo com Stakgold [63], tal problema tem solução única, a menos de uma constante, somente se satisfizer a relação

$$\int_{\mathbb{D}} \nabla^2 T dA = \int_{\partial \mathbb{D}} \frac{\partial T}{\partial \underline{n}} dS \quad (3.14)$$

onde \mathbb{D} é a região em estudo, $\partial \mathbb{D}$ a sua fronteira e \underline{n} a normal a esta

fronteira. Tal equação implica na condição de que a diferença entre o calor total recebido e o calor total cedido pelas fontes deva ser igual ao fluxo líquido de calor na fronteira. Este último é necessariamente nulo, como consequência da equação da conservação da energia aplicada ao problema, (3.11). Assim sendo, em regime permanente, a equação da conservação da energia é a própria condição de compatibilidade do problema de Neumann. Já a equação diferencial (3.8) com suas respectivas condições de contorno, (3.9) e (3.10), perfaz um problema misto. Este, segundo o autor supracitado, sempre tem solução única, sendo também resolvida com o uso de funções de Green. De acordo com o descrito no apêndice B e levando-se em conta a segunda identidade de Green, as soluções explícitas para o cálculo do campo de temperaturas são

(i) - Invólucro

$$\theta_w(\xi, \eta) = -\Phi_e \int_0^e g_w^<(\xi, \eta | \xi', 1) d\xi' - \text{Bic} \int_{1-c}^1 g_w^<(\xi, \eta | \xi', 1) \theta_s(\xi') d\xi' - \\ b \int_0^1 g_w^>(\xi, \eta | \xi', b) \frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi', b) d\xi' + \theta_0 \quad (0 \leq \xi \leq 1) \quad (3.15)$$

(ii) - Estrutura capilar

$$\theta_i(\xi, \eta) = b \int_0^1 g_i^<(\xi, \eta | \xi', b) \frac{\partial \theta_i}{\partial \eta}(\xi', b) d\xi' + \\ a \int_0^1 \frac{\partial g_i^>}{\partial \eta}(\xi, \eta | \xi', a) \theta_v d\xi' \quad (0 \leq \xi \leq 1) \quad (3.16)$$

onde g_w e g_i são respectivamente as funções de Green para o invólucro e a estrutura capilar e θ_0 é a constante do problema de Neumann.

Como pode ser observado em (3.15) e (3.16), para o cálculo de θ_w e θ_i necessita-se do fluxo de calor na interface estrutura capilar-invólucro, além das temperaturas do vapor e externa do invólucro. Desta forma, para tornar exequível a resolução do problema, de início tais funções incógnitas são expandidas em séries de Fourier, nas mesmas auto-funções da expansão parcial da função de Green (vide apêndice C). Estas apresentam-se como segue.

$$\theta_s(\xi) = \theta_w(\xi, 1) = C_0 + \sum_{m=1}^{\infty} C_m \cos(\alpha_m \xi) \quad (3.17)$$

$$\Phi_b(\xi) = -K \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(\xi, b) = -\frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi, b) = K \sum_{m=1}^{\infty} B_m \cos(\alpha_m \xi) \quad (3.18)$$

As equações a serem utilizadas para o cálculo dos coeficientes destas séries e, conseqüentemente, para obtenção da solução do problema são as seguintes.

$$\theta_1(\xi, b) = \theta_w(\xi, b) \quad (3.19)$$

$$\theta_s(\xi) = \theta_w(\xi, 1) \quad (3.20)$$

Substituem-se então as equações (3.15) a (3.18) e os valores de g_{w0} , g_{i0} , g_{wn} e g_{in} , que constam no apêndice A, em (3.19) e (3.20). Com as séries truncadas em N termos, são feitas então as projeções escalares ortogonais aos cossenos das expressões resultantes, de acordo com a definição a seguir.

$$\int_0^1 F(\xi) \cos(\alpha_n \xi) d\xi \quad (3.21)$$

Tem-se assim duas equações e três incógnitas, θ_w , θ_1 e θ_v . Agregando-se ao conjunto de equações obtido a equação da conservação da energia (3.11), chega-se finalmente ao seguinte sistema de equações lineares

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_v = \theta_0 \\ C_0^I Co + B_n^I B_n + C_n^I C_n = D_n^I \quad (n=1, 2, \dots, N) \\ Co = \theta_0 \\ C_0^{II} Co + B_n^{II} B_n + C_n^{II} C_n = D_n^{II} \quad (n=1, 2, \dots, N) \\ C_0^0 Co + \sum_{m=1}^N C_m^0 C_m = D^0 \end{array} \right. \quad (3.22)$$

nas incógnitas θ_0 , θ_v , Co , C_n e B_n . As $N + 1$ primeiras equações são conseqüência das projeções escalares ortogonais de (3.19), as $N + 1$ seguintes vêm de (3.20) e a última corresponde a (3.11), sendo que os coeficientes são definidos por

$$C_0^I = -2 B_1 c \operatorname{sen}[\alpha_n (1 - c)] / (\alpha_n^3 b l D_{wn})$$

$$B_n^I = - (D_{11n} + K D_{w1n}) / (\alpha_n D_{wn})$$

$$D_{11n} = I_0(\alpha_n b) K_0(\alpha_n a) - I_0(\alpha_n a) K_0(\alpha_n b)$$

$$D_{w1n} = I_0(\alpha_n b) K_1(\alpha_n) + I_0(\alpha_n) K_0(\alpha_n b)$$

$$C_n^I = \text{Bic} \{c - \text{sen}[2 \alpha_n (1 - c)] / (2 \alpha_n)\} / (\alpha_n^2 b + 1 D_{wn})$$

$$D_n^I = - 2 \Phi_e \text{sen}(\alpha_n e) / (\alpha_n^3 b + 1 D_{wn})$$

$$C_0^{II} = - 2 \text{Bic} D_{w2n} \text{sen}[\alpha_n (1 - c)] / (\alpha_n^2 + 1 D_{wn})$$

$$D_{w2n} = I_0(\alpha_n) K_1(\alpha_n b) + I_1(\alpha_n b) K_0(\alpha_n)$$

$$B_n^{II} = - K / (\alpha_n^2 D_{wn})$$

$$C_n^{II} = 1 + \text{Bic} D_{w2n} \{c - \text{sen}[2 \alpha_n (1 - c)] / (2 \alpha_n)\} / (\alpha_n b + 1 D_{wn})$$

$$D_n^I = - 2 \Phi_e D_{w2n} \text{sen}(\alpha_n e) / (\alpha_n^2 b + 1 D_{wn})$$

$$C_0^0 = - \text{Bic} c$$

$$C_n^0 = \text{Bic} \text{sen}[\alpha_n (1 - c)] / \alpha_n$$

$$D_0^0 = \Phi_e e$$

com D_{wn} e D_{1n} tendo as suas expressões explicitadas no apêndice A. Tal sistema linear é suficiente para resolver-se o problema do cálculo dos coeficientes das séries (B_n , C_0 e C_n), da temperatura do vapor e da constante do problema de Neumann. Por conseguinte, todas as variáveis do problema ficam determinadas. Deve-se notar que a necessidade do uso da equação da conservação da energia advém do fato que a temperatura do vapor é uma incógnita adicional do problema.

3.2 - CASO (I): MODELO MODIFICADO

Como foi constatado por Sun & Tien em [19], um modelo que adote somente as hipóteses citadas no item anterior, não apresenta bons resultados para o caso de ser considerável o efeito do fenômeno de mudança de fase no interior da estrutura capilar. A fim de levar-se em conta este efeito, assume-se a mesma hipótese do trabalho acima citado, todavia com um grau de liberdade adicional. Considera-se que uma secção da estrutura capilar na parte correspondente ao evaporador, de comprimento a priori desconhecido, tenha a transferência de calor para o vapor caracterizada

por um coeficiente de filme efetivo. Com isto as equações que regem o problema são as mesmas do caso anterior, a menos da substituição da equação (3.9) pelas equações advindas da adimensionalização de (2.7) e (2.8), descritas pelas equações seguintes

$$-\frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(\xi, a) = H [\theta_v - \theta_w(\xi, b)] \quad (0 \leq \xi \leq i) \quad (3.23)$$

$$\theta_1(\xi, a) = \theta_v \quad (i \leq \xi \leq 1) \quad (3.24)$$

onde o coeficiente H é definido como segue.

$$H = \frac{h_i r_s}{k_w} \quad (3.25)$$

Impõe-se ainda as condições de contorno expressas pelas igualdades seguintes.

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(0, \eta) = \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(i, \eta) = \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(1, \eta) = 0 \quad (a \leq \eta \leq b) \quad (3.26)$$

A fim de se ter as condições necessárias para a obtenção da solução do problema, adicionalmente só é necessário o cálculo da nova função de Green para a estrutura capilar, o que é feito no apêndice A.

Uma outra maneira de se encarar o problema é resolver o campo de temperaturas bi-dimensional no evaporador da estrutura capilar. Considera-se então um coeficiente de filme somente para a troca térmica entre a superfície do evaporador da estrutura capilar e o vapor. A função de Green para tal problema adicional seria similar à do problema do invólucro, já que o problema correspondente também seria de Neumann. Entretanto, a seqüência de cálculo para obtenção das equações escalares e o correspondente sistema de equações lineares permaneceria o mesmo.

3.2.1 - EQUAÇÃO DA TEMPERATURA PARA A ESTRUTURA CAPILAR

A equação da temperatura para a estrutura capilar na secção

correspondente ao intervalo ($i \leq \xi \leq 1$) é obtida dō mesmo modo que no caso anterior, fazendo-se uso da equação (3.16). Levando-se em conta a modificação das dimensões do domínio, desta forma tem-se a seguinte relação para θ_1

$$\theta_1(\xi, \eta) = b \int_i^1 g_1^<(\xi, \eta | \xi', b) \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(\xi', b) d\xi' + a \int_i^1 \frac{\partial g_1^>}{\partial \eta}(\xi, \eta | \xi', a) \theta_v d\xi' \quad (i \leq \xi \leq 1) \quad (3.27)$$

da equação (3.23), valendo-se da igualdade (3.12), tem-se adicionalmete a equação que segue.

$$\theta_1(\xi, b) = \theta_v - \frac{b}{H a} \frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi, b) \quad (0 \leq \xi \leq 1) \quad (3.28)$$

3.2.2 - EQUAÇÕES INTEGRAIS E SOLUÇÃO

A equação integral que resulta de (3.20) continua a mesma na atual formulação, já que a única modificação imposta ao modelo foi na parte correspondente a geometria da estrutura capilar. Já a equação (3.19) deve ser alterada, tendo-se em vista as modificações nas definições de temperatura da estrutura capilar, equações (3.27) e (3.28). As projeções ortogonais de (3.19) então assumem a forma abaixo.

$$\int_0^1 \theta_w(\xi, b) \cos(\alpha_n \xi) d\xi = \int_0^1 \left[\theta_v - \frac{b}{H a} \frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi, b) \right] \cos(\alpha_n \xi) d\xi + \int_i^1 \theta_1(\xi, b) \cos(\alpha_n \xi) d\xi \quad (3.29)$$

As séries são truncadas em N termos e são tomadas então as equações escalares resultantes das projeções da equação anterior, do modo descrito em (3.21). Adota-se o mesmo procedimento para a equação (3.20) e adiciona-se ao conjunto a relação obtida da equação da conservação da energia (3.11). Forma-se assim um sistema linear do tipo

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_0 + \sum_{m=1}^N B_0^I B_m = \theta_v \\ C_0^I C_0 + \sum_{m=1}^N B_{nm}^I B_m + C_n^I C_n = D_n^I \quad (n=1, 2, \dots, N) \\ C_0 = \theta_0 \\ C_0^{II} C_0 + B_n^{II} B_n + C_n^{II} C_n = D_n^{II} \quad (n=1, 2, \dots, N) \\ C_0^0 C_0 + \sum_{m=1}^N C_m^0 C_m = D^0 \end{array} \right. \quad (3.31)$$

nas incógnitas θ_0 , θ_v , C_0 , C_n e B_n . As $N + 1$ primeiras equações são decorrentes de (3.19), as $N + 1$ da seqüência vêm de (3.29) e a última é a própria equação (3.11), sendo que

$$B_0^I = [K b / (H a) - b \ln(b/a)] \operatorname{sen}(\alpha_n i) / (1 - \alpha_n)$$

$$C_0^I = B_0^I \operatorname{sen}[\alpha_n (1 - c)] / (\alpha_n^3 b D_{wn})$$

$$B_{nm}^I = K l D_{wn} / (\alpha_n D_{wn}) + K b [i + \operatorname{sen}(2 \alpha_n i) / (2 \alpha_n)] / (2 H a) +$$

$$K b \sum_{m=1}^N (1 - \delta_{mn}) \{ \operatorname{sen}[(\alpha_m + \alpha_n) i] / (\alpha_m + \alpha_n) +$$

$$\operatorname{sen}[(\alpha_m - \alpha_n) i] / (\alpha_m - \alpha_n) \} / (H a) +$$

$$b \ln(b/a) \sum_{m=1}^N \operatorname{sen}(\alpha_m i) \operatorname{sen}(\alpha_n i) / [(1 - i) \alpha_m \alpha_n] +$$

$$\sum_{k=1}^N 2 D_{12k} \left[\sum_{m=1}^N \Psi(m, k) \right] \Psi(n, k) / [(1 - i) \alpha_{ik} D_{ik}]$$

$$D_{12n} = I_0(\alpha_{in} b) K_0(\alpha_{in} a) - I_0(\alpha_{in} a) K_0(\alpha_{in} b)$$

$$\Psi(m, n) = \operatorname{sen}[(\alpha_m + \alpha_n) i] [\cos(\alpha_{im} i) - \operatorname{sen}(\alpha_{im} i)] [2 (\alpha_m + \alpha_n)] +$$

$$\operatorname{sen}[(\alpha_m - \alpha_n) i] [\cos(\alpha_{im} i) + \operatorname{sen}(\alpha_{im} i)] / [2 (\alpha_m - \alpha_n)]$$

$$C_n^I = B_0^I \{ c - \operatorname{sen}[2 \alpha_n (1 - c)] / (2 \alpha_n) \} / (2 \alpha_n^2 D_{wn})$$

$$D_n^I = \Phi_e \operatorname{sen}(\alpha_n e) / (\alpha_n^3 b l D_{wn})$$

e os coeficiente restantes são os mesmos descritos em (3.22)

3.3 - CASO (II): CONVECÇÃO NO EVAPORADOR E NO CONDENSADOR

No presente ítem resolve-se o modelo proposto para um tubo de

calor em que a troca térmica com o exterior, tanto no evaporador quanto no condensador, se dá através de convecção. Supõe-se conhecidos e constantes os coeficientes de transferência de calor por convecção da superfície do tubo para o exterior em ambas as extremidades do tubo, da mesma forma que as temperaturas dos ambientes a que estas estão expostos.

3.3.1 - ADIMENSIONALIZAÇÃO, EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E CONDIÇÕES DE CONTORNO

De acordo com as hipóteses formuladas, define-se o número de Biot e a temperatura adimensionalizada do ambiente ao qual o evaporador está exposto, como segue

$$Bie = \frac{h_e r_s}{k_w}, \quad \theta_{\infty e} = \frac{T_{\infty e} - T_{\infty c}}{T_{\infty c}} \quad (3.31)$$

de modo a complementar a adimensionalização do problema, continuando válidas as definições de (3.1) e (3.2). As equações que governam o problema tomam então a forma subsequente.

(i) - Invólucro

$$\nabla^2 \theta_w = 0 \quad (3.32)$$

$$-\frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi, 1) = Bie [\theta_s(\xi) - \theta_{\infty e}] \quad (0 \leq \xi \leq e) \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi, 1) = 0 \quad (e \leq \xi \leq 1-c) \quad (3.34)$$

$$-\frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi, 1) = Bic \theta_s(\xi) \quad (1-c \leq \xi \leq 1) \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(0, \eta) = \frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(1, \eta) = 0 \quad (b \leq \eta \leq 1) \quad (3.36)$$

(ii) - Estrutura capilar

$$\nabla^2 \theta_1 = 0 \quad (3.37)$$

$$-\frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(\xi, a) = H [\theta_v - \theta_w(\xi, b)] \quad (0 \leq \xi \leq i) \quad (3.38)$$

$$\theta_1(\xi, a) = \theta_v \quad (i \leq \xi \leq 1) \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(0, \eta) = \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(i, \eta) = \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(1, \eta) = 0 \quad (a \leq \eta \leq b) \quad (3.40)$$

(iii) - Equação da conservação da energia

$$Bie \int_0^e [\theta_{\omega e} - \theta_s(\xi)] d\xi = Bic \int_{1-c}^1 \theta_s(\xi) d\xi \quad (3.41)$$

As equações da continuidade da temperatura e do fluxo de calor na interface invólucro-estrutura capilar, (3.12) e (3.13), continuam válidas.

3.3.2 - EQUAÇÕES INTEGRAIS E SOLUÇÃO

As modificações impostas em relação ao item 3.2 são somente as condições de contorno concernentes ao invólucro. Desta forma, as equações de temperatura para a estrutura capilar continuam com a forma apresentada em (3.27) e (3.28). Além disto, as funções de Green para o presente caso são idênticas as do anterior, como consequência das propriedades a elas inerentes. Com isto, a equação da temperatura para o invólucro muda para

$$\begin{aligned} \theta_w(\xi, \eta) = & Bie \int_0^e g_w^<(\xi, \eta | \xi', 1) [\theta_s(\xi') - \theta_{\omega e}] d\xi' - \\ & Bic \int_{1-c}^1 g_w^<(\xi, \eta | \xi', 1) \theta_s(\xi') d\xi' - \\ & b \int_0^1 g_w^>(\xi, \eta | \xi', b) \frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi', b) d\xi' + \theta_0 \quad (0 \leq \xi \leq 1) \quad (3.42) \end{aligned}$$

Substituem-se então as equações da temperatura (3.27), (3.28) e (3.42), atinentes ao caso em questão, nas equações (3.19) e (3.20). Tomando-se as projeções escalares ortogonais das igualdades resultantes e juntando-se a estas a equação da conservação da energia (3.41), obtém-se o sistema linear abaixo

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_0 + \sum_{m=1}^N B_0^I B_m = \theta_v \\ C_0^I Co + \sum_{m=1}^N B_{nm}^I B_m + C_n^I C_n = D_n^I \quad (n=1,2,\dots,N) \\ Co = \theta_0 \\ Co + B_n^{II} B_n + C_n^{II} C_n = D_n^{II} \quad (n=1,2,\dots,N) \\ C_0^0 Co + \sum_{m=1}^N C_m^0 C_m = D^0 \end{array} \right. \quad (3.43)$$

nas incógnitas θ_0 , θ_v , Co , C_n e B_n . As $N + 1$ primeiras equações são resultantes das projeções escalares ortogonais de (3.19), as $N + 1$ seguintes são decorrentes de (3.20) e a última é consequência de (3.41), sendo

$$C_0^I = - \{B_{ie} \text{sen}(\alpha_n e) - B_{ic} \text{sen}[\alpha_n (1 - c)]\} / (\alpha_n^3 b D_{wn})$$

$$C_n^I = - \{B_{ie} [e + \text{sen}(2 \alpha_n e) / (2 \alpha_n)] + B_{ic} \{c - \text{sen}[2 \alpha_n (1 - c)]\}\} / (2 \alpha_n^2 b D_{wn})$$

$$D_n^I = B_{ie} \theta_{\omega e} \text{sen}(\alpha_n e) / (\alpha_n^3 b D_{wn})$$

$$C_n^{II} = 1 + D_{w2n} \{B_{ic} \{c - \text{sen}[2 \alpha_n (1 - c)]\} / (2 \alpha_n)\} - B_{ie} \{e + \text{sen}[2 \alpha_n e] / (2 \alpha_n)\} / (\alpha_n b l D_{wn})$$

$$D_n^{II} = - 2 D_{w2n} [B_{ie} \text{sen}(\alpha_n e)] / (\alpha_n^2 b l D_{wn})$$

$$C_0^0 = B_{ie} e + B_{ic} c$$

$$C_n^0 = \{B_{ie} \text{sen}(\alpha_n e) - B_{ic} \text{sen}[\alpha_n (1 - c)]\} / \alpha_n$$

$$D_0^0 = B_{ie} \theta_{\omega e} e$$

sendo os coeficientes restantes definidos do mesmo modo que no caso anterior.

3.4 - CASO (III): FLUXO DE CALOR PRESCRITO NO EVAPORADOR E RADIAÇÃO NO CONDENSADOR

Nesta secção modela-se o comportamento de um tubo de calor no qual a troca térmica com do ambiente no evaporador se dá por meio de uma fonte de fluxo de calor constante e no condensador através de radiação para um ambiente isotérmico à temperatura T_∞ . Considera-se que o condensador seja uma superfície cilíndrica de emissividade média ε , constante.

3.4.1 - ADIMENSIONALIZAÇÃO, EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para a solução do presente caso, a adimensionalização dos parâmetros geométricos segue a adotada anteriormente. Todavia, novas definições para adimensionalizar-se a temperatura e fluxo térmico são mais coerentes, tomando a forma

$$\theta = \frac{T k_w}{q_e r_s}, \quad \phi = - \frac{q}{q_e} \quad (3.44)$$

com a definição de um número adimensional de radiação, na forma

$$Nr = \frac{\sigma \varepsilon r_s^4 q_e^3}{k_w^4} \quad (3.45)$$

As equações adimensionalizadas pertinentes ao caso em questão são as seguintes.

(i) - Invólucro

$$\nabla^2 \theta_w = 0 \quad (3.46)$$

$$- \frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi, 1) = -1 \quad (0 \leq \xi \leq e) \quad (3.47)$$

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi, 1) = 0 \quad (e \leq \xi \leq 1-c) \quad (3.48)$$

$$-\frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi, 1) = Nr [\theta_s(\xi)^4 - \theta_\infty^4] \quad (1-c \leq \xi \leq 1) \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(0, \eta) = \frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(1, \eta) = 0 \quad (b \leq \eta \leq 1) \quad (3.50)$$

(ii) - Estrutura capilar

$$\nabla^2 \theta_1 = 0 \quad (3.51)$$

$$\theta_1(\xi, a) = \theta_v \quad (0 \leq \xi \leq 1) \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(0, \eta) = \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(1, \eta) = 0 \quad (a \leq \eta \leq b) \quad (3.53)$$

(iii) - Equação da conservação da energia

$$\int_0^e d\xi = \int_{1-c}^1 Nr [\theta_s(\xi)^4 - \theta_\infty^4] d\xi \quad (3.54)$$

3.4.2 - EQUAÇÕES INTEGRAIS E SOLUÇÃO

Seguindo a mesma metodologia adotada para a obtenção das equações da temperatura nos casos anteriores, chega-se as equações apresentadas a seguir.

As equações integrais neste caso são semelhantes as descritas na secção 3.1, já que optou-se por mantê-lo no modelo mais simples, em decorrência da falta de dados para corroboração dos resultados. As equações utilizadas para a solução do problema resultam da substituição de (3.55) e (3.56) em (3.19) e (3.20), as quais se adiciona a equação (3.54), de maneira análoga aos casos anteriores.

(i) - Invólucro

$$\begin{aligned} \theta_w(\xi, \eta) &= \int_0^e g_w^<(\xi, \eta | \xi', 1) d\xi' - \\ Nr \int_{1-c}^1 g_w^<(\xi, \eta | \xi', 1) [\theta_s^4(\xi') - \theta_w^4] d\xi' - \\ b \int_0^1 g_w^>(\xi, \eta | \xi', b) \frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi', b) d\xi' + \theta_0 \quad (0 \leq \xi \leq 1) \end{aligned} \quad (3.55)$$

(ii) - Estrutura capilar

$$\begin{aligned} \theta_i(\xi, \eta) &= b \int_0^1 g_i^<(\xi, \eta | \xi', b) \frac{\partial \theta_i}{\partial \eta}(\xi', b) d\xi' + \\ a \int_0^1 \frac{\partial g_i^>}{\partial \eta}(\xi, \eta | \xi', a) \theta_v d\xi' \quad (0 \leq \xi \leq 1) \end{aligned} \quad (3.56)$$

Pelo fato de tais equações conterem termos em θ_s^4 , sendo portanto não-lineares, a técnica de solução empregada nos casos anteriores não é tão facilmente aplicável no presente caso. Assim sendo, optou-se pelo uso da técnica de perturbação das equações, do mesmo modo utilizado por Colle em [64]. A aplicação desta consiste em se obter equações de perturbação de todas as variáveis do problema, no caso θ_0 , θ_v , θ_s e Φ_b , advindas das equações resultantes de (3.19) e (3.20) e iteragir até que os acréscimos tendam a se anular, de modo análogo ao processo Newton-Raphson para solução de equações não-lineares. As equações obtidas são lineares nas perturbações dos coeficientes ΔC_0 , ΔC_n e ΔB_n , sendo as séries truncadas em N termos. As equações resultantes da projeção escalar de (3.19) e (3.20) em $\cos(0)$ conduzem a $\theta_v = C_0 = \theta_0$. Com isto a equação matricial para o processo iterativo toma a forma seguinte

$$\begin{bmatrix} [C_{mn}^I]_{N \times N} & [B_{mn}^I]_{N \times N} & [C_0^I]_{N \times 1} \\ [C_{mn}^{II}]_{N \times N} & [B_{mn}^{II}]_{N \times N} & [C_0^{II}]_{N \times 1} \\ [C_n^0]_{1 \times N} & [0]_{1 \times N} & [C^0]_{1 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\Delta C_n]_{N \times 1} \\ [\Delta B_n]_{N \times 1} \\ [\Delta C_0]_{1 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [D_n^I]_{N \times 1} \\ [D_n^{II}]_{N \times 1} \\ [D^0]_{1 \times 1} \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

nas incógnitas C_0 , C_n e B_n . As primeiras N equações correspondem as projeções escalares ortogonais de (3.19), as N equações seguintes advêm de

(3.20) e a última corresponde à equação da conservação da energia (3.54). O vetor [D] corresponde as igualdades implícitas a serem verificadas, ou seja, as próprias equações (3.19), (3.20) e (3.54). ΔC_n , ΔB_n e ΔC_0 são os acréscimos a serem aplicados aos respectivos coeficientes. Os termos das matrizes restantes são definidos da forma subsequente.

$$C_{mn}^I = \delta_{mn} + 4 \text{ Nr } G_{wn} \int_{1-c}^1 \theta_s(\xi')^3 \cos(\alpha_m \xi') \cos(\alpha_n \xi') d\xi'$$

$$B_{mn}^I = - \delta_{mn} K / (\alpha_n^2 D_{wn})$$

$$C_0^I = 4 \text{ Nr } G_{wn} \int_{1-c}^1 \theta_s(\xi')^3 \cos(\alpha_n \xi') d\xi'$$

$$G_{wn} = 2 [I_0(\alpha_n) K_1(\alpha_n b) + I_1(\alpha_n b) K_0(\alpha_n)] / (\alpha_n l D_{wn})$$

$$D_n^I = - C_n + G_{wn} \left[\Delta e n(\alpha_n e) / \alpha_n - \text{Nr} \int_{1-c}^1 [\theta_s(\xi')^4 - \theta_\infty^4] \cos(\alpha_n \xi') d\xi' \right] +$$

$$K B_n / (\alpha_n^2 D_{wn})$$

$$C_{mn}^{II} = 4 \text{ Nr } G_{in} \int_{1-c}^1 \theta_s(\xi')^3 \cos(\alpha_m \xi') \cos(\alpha_n \xi') d\xi'$$

$$B_{mn}^{II} = - \delta_{mn} G_{win}$$

$$C_0^{II} = 4 \text{ Nr } G_{in} \int_{1-c}^1 \theta_s(\xi')^4 \cos(\alpha_n \xi') d\xi'$$

$$D_n^{II} = G_{in} \left[\Delta e n(\alpha_n e) / \alpha_n - \text{Nr} \int_{1-c}^1 [\theta_s(\xi')^4 - \theta_\infty^4] \cos(\alpha_n \xi') d\xi' + B_n \right]$$

$$G_{win} = [I_0(\alpha_n b) K_0(\alpha_n a) - I_0(\alpha_n a) K_0(\alpha_n b)] / (\alpha_n D_{in}) +$$

$$K [I_0(\alpha_n b) K_1(\alpha_n) + I_1(\alpha_n) K_0(\alpha_n b)] / (\alpha_n D_{wn})$$

$$G_{in} = 2 / (\alpha_n^2 b l D_{wn})$$

$$C_n^0 = 4 \text{ Nr} \int_{1-c}^1 \theta_s(\xi')^3 \cos(\alpha_n \xi') d\xi'$$

$$C_0^0 = 4 \text{ Nr} \int_{1-c}^1 \theta_s(\xi')^3 d\xi'$$

$$D_0^0 = e - \text{Nr} \int_{1-c}^1 [\theta_s(\xi')^4 - \theta_\infty^4] d\xi'$$

Todas as integrais dos termos acima são calculadas numericamente.

4 - RESULTADOS, COMPARAÇÕES E DISCUSSÃO

As comparações relativas ao caso (I), ou seja, de tubos de calor com fluxo de calor constante aplicado ao evaporador e convecção no condensador, são apresentadas relativamente ao modelo de Sun & Tien em [18] e [19]. São plotados também os dados experimentais para perfis de temperatura externa encontrados na literatura, dos tubos (i) a (ix), (xi) e (xii). Para o caso (II), de tubos de calor operando com convecção no evaporador e no condensador, foi possível a comparação somente com o modelo proposto em [18]. Em função da inexistência de dados experimentais disponíveis, não pôde ser feita a comparação com estes para os casos (II) e (III), este último de tubos em funcionamento com fluxo de calor constante aplicado ao evaporador com radiação no condensador. Da mesma maneira, não foram encontrados outros modelos com os quais analogias com relação ao proposto neste trabalho seja exequível.

A tabela (4.1) apresenta os valores dos parâmetros característicos dos tubos de calor mencionados nesta secção. A relação tubo-referência é a seguinte.

- (i) a (iii) - Sun & Tien [19]
- (iv) a (vi) - Virto & Codina [65]
- (vii) e (viii) - Shibayama & Morooka [52]
- (ix) - Morooka et al. [53]
- (x) - Faghri & Chen [42]
- (xi) e (xii) - Ferrel et al. [47]
- (xiii) - Peterson & Tien [66]
- (xiv) - Busse [6]

Tabela 4.1 - Parâmetros geométricos e físicos dos tubos de calor em estudo

tubo	Lt(m)	Lc(m)	Le(m)	Li(m)	rs(mm)	rb(mm)	ra(mm)
(i)	0,610	0,290	0,122	0,250	11,11	9,460	7,620
(ii)	0,610	0,290	0,122	0,250	11,11	9,460	7,620
(iii)	0,610	0,320	0,198	0,210	11,11	9,460	7,620
(iv)	0,600	0,300	0,150	0,150	30,00	20,00	17,71
(v)	0,600	0,300	0,150	0,150	30,00	20,00	17,71
(vi)	0,600	0,300	0,150	0,150	30,00	20,00	17,71
(vii)	0,480	0,068	0,048	0,048	16,00	14,00	11,20
(viii)	0,480	0,068	0,048	0,048	16,00	14,00	10,95
(ix)	0,500	0,189	0,048	0,048	16,00	14,00	12,15
(x)	0,600	0,300	0,200	0,200	12,04*	10,04*	8,600
(xi)	0,406	0,102	0,089	0,310	30,16	24,55	12,70
(xii)	0,406	0,102	0,089	0,310	30,16	24,55	12,70
(xiii)	1,500	1,000	0,300	0,000	7,100*	6,400*	5,700
(xiv)	0,500	0,350	0,150	0,000	5,000	4,500	4,000

tubo	kw(W/mK)	ki(W/mK)	hc(W/m ² K)	hi(W/m ² K)	Q(W)	T _∞ (K)
(i)	375,0	2,180	7504,3	7557,7	436,7	373,15
(ii)	375,0	0,929	1730,3	2404,2	131,9	337,59
(iii)	375,0	0,929	2101,1	2404,2	71,8	337,59
(iv)	16,70	2,000	120,00*	1000,0	129,0	293,5*
(v)	16,70	5,000	120,00*	2000,0	248,0	293,15*
(vi)	16,70	7,000	120,00*	2400,0	308,0	293,15*
(vii)	21,00	6,380	830,00*	7200,0	181,1	273,15*
(viii)	21,00	5,810	500,00*	1750,0	67,4	273,15*
(ix)	21,00	1,400	340,00*	1860,0	120,0	278,15*
(x)	19,00	1,900	7500,0*	7500,0*	1647,0	373,15
(xi)	113,0	13,00	1550,0*	22000,0*	302,4	337,59
(xii)	113,0	13,00	1500,0*	46000,0*	668,0	337,59
(xiii)	68,00	2,500*	0,780(ε)			243,00
(xiv)	50,00*	25,30*	0,750(ε)*			

* - parâmetro avaliado

A menos de citação em contrário, os dados da tabela (4.1) foram obtidos diretamente de indicação do trabalho de origem. A avaliação do coeficiente de filme interno ao evaporador, para casos em que este não é dado, foi feita conforme o proposto em [52] e [53], de acordo com a equação que segue.

$$h_i = \left\{ \frac{d_i}{k_i} + \left(1 + \frac{\rho_v}{\rho_l} \right) \frac{T_v \sqrt{2 \pi R_2 T_v}}{\rho_v \alpha \Lambda^2} s \right\}^{-1} \quad (4.1)$$

Para uma estrutura capilar de material sinterizado tem-se

$$s = 10 \quad (\kappa \leq 0,4)$$

$$s = 2/(3\kappa - 1) \quad (\kappa \geq 0,4)$$

$$d_i = d_p/2$$

e para uma malha metálica valem as relações seguintes.

$$s = C_e [(W + d_s)/W]^2$$

$$d_i = 1,18 dt$$

Nesta equação h_i é o coeficiente de filme, d_i é a espessura da camada da estrutura capilar saturada, k_i é a condutividade térmica efetiva da estrutura capilar, ρ_v e ρ_l são respectivamente as massas específicas do vapor e do líquido saturados e T_v a temperatura do vapor. R é a constante termodinâmica do gás, α e C_e são coeficientes empíricos adimensionais concernentes ao processo de evaporação superficial na estrutura capilar. Estes últimos são dependentes, respectivamente, de parâmetros geométricos e do tipo da estrutura capilar e da combinação fluido de trabalho-estrutura capilar. De acordo com os autores citados, os valores médios para estes coeficientes nos tubos em questão podem ser considerados $C_e = 3,3$ e $\alpha = 0,03$. Λ é o calor latente de vaporização, κ a porosidade da estrutura capilar, d_p o diâmetro médio das partículas para estrutura sinterizada, d_s o diâmetro dos fios, dt a espessura da malha metálica e W o espaçamento entre dois fios da malha. Todas as propriedades físicas são avaliadas à temperatura T_v . A validade desta expressão foi confirmada no trabalho de Imura et al. [56].

Seguindo a sistemática apresentada, por exemplo, por Wakao & Kaguei [67], uma correção da condutividade térmica da estrutura capilar é possível de ser feita. Pode-se assim levar em conta os efeitos convectivos

no transporte de calor na estrutura capilar. Porém, mesmo para os tubos (xi) e (xii), nos quais tais tais efeitos são mais pronunciados, tais correções resultaram insignificantes.

Outra equação para o cálculo do coeficiente de filme é apresentada em [48]. No entanto, esta não pôde ser utilizada, em virtude da dificuldade em se dispor de alguns dados a respeito da estrutura capilar para os tubos de calor em questão, necessários na equação citada.

Boas aproximações para o cálculo de k_1 , para quando o valor deste não é disponível, são apresentadas em [59] e [62], para o caso de malhas metálicas, e em [57] para estruturas capilares de fibras metálicas sinterizadas. Avaliações mais grosseiras, porém aplicáveis a outros tipos de estrutura capilar podem ser obtidas em [4].

Para os tubos (vii) a (ix) considerou-se a condutividade térmica da parede do tubo igual a do material da estrutura capilar. Optou-se pela utilização da relação que segue, por ter sido utilizada nos trabalhos relativos aos tubos citados, ao invés das publicadas em [57] e [59]

$$k_1 = k_l \left\{ \frac{k_l + k_w - (1 - \kappa)(k_l - k_w)}{k_l + k_w + (1 - \kappa)(k_l - k_w)} \right\} \quad (4.2)$$

$$\kappa = 1 - \frac{1,05 N \pi d}{4} \quad (4.3)$$

onde k_l é a condutividade térmica do líquido saturado, N o número de camadas de malha e d o diâmetro dos fios da malha. Os valores de k_l , N e d são conhecidos e k_1 foi obtido de tabelas.

Para os tubos (iv) a (vi), obteve-se a condutividade térmica do invólucro de tabela e a condutividade térmica efetiva da estrutura capilar k_1 foi tirada dos gráficos apresentados pelos próprios autores. O coeficiente de filme no evaporador foi calculado segundo a equação (4.1). Os valores de k_1 dados são bastante próximos dos respectivos valores calculados segundo a equação (4.2).

Os valores do coeficiente de transferência de calor por convecção, h_c , e da temperatura da região externa ao condensador, T_∞ , para os tubos (iv) a (ix) foram avaliados segundo a sistemática apresentada na secção 4.1.

Por fim, os parâmetros geométricos não disponíveis foram avaliados em função das dimensões de tubos de calor semelhantes aos quais tal avaliação se fez necessária.

4.1 - AVALIAÇÃO DE PARÂMETROS

Além da necessidade de se determinar o número de termos a serem utilizados nas séries das variáveis do problema, faz-se necessária a avaliação de outros parâmetros, como consequência de os valores destes não constarem das respectivas referências.

Com relação ao número de termos das séries, o critério adotado para convergência foi de que as diferenças relativas entre os resultados, para um determinado número de termos e seu subsequente, não ultrapassasse 0,1%. Estas diferenças são causadas pelas oscilações características da série de Fourier em torno da função que está sendo aproximada.

Para a maioria dos casos estudados, boa convergência já é obtida ao se utilizar 20 termos. A figura (4.1) mostra a variação dos resultados obtidos para o tubo (iv).

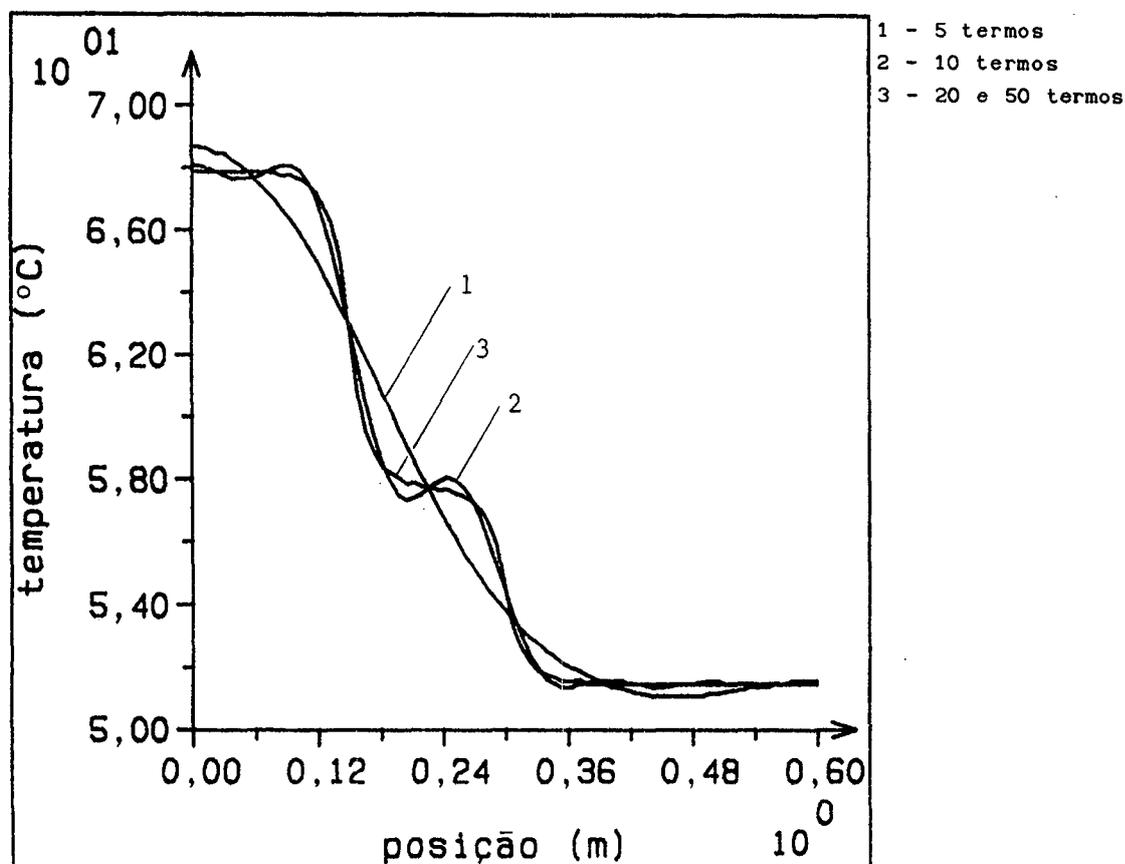


Figura (4.1) - distribuição de temperatura em função do número de termos das séries, tubo (iv), caso (I)

Em se tratando de outros parâmetros, a metodologia utilizada foi a de se variar simultaneamente dois parâmetros inter-relacionados, um dos

quais é conhecido. O valor do parâmetro a ser avaliado é considerado aquele que faça com que o desvio quadrático seja mínimo, justamente para o valor dado do outro parâmetro. Define-se o desvio quadrático relativo aos dados experimentais pela relação

$$E = \sum_{n=1}^N (T_{tn} - T_{en})^2 \quad (4.4)$$

onde N é o número de pontos experimentais, T é a temperatura e os índices são relativos, respectivamente, aos valores teóricos e experimentais.

Por exemplo, na avaliação do comprimento interno do evaporador, é conhecido o coeficiente de filme, h_i . Constroem-se então os gráficos de erro em função de L_i e h_i . O valor de L_i é tomado como aquele que faz com que o erro seja mínimo para o valor de h_i dado. Esta sistemática pôde ser adotada para os tubos (i) a (ix), para os quais o valor deste parâmetro pode ser obtido na referência de origem.

As figuras (4.2) e (4.3) mostram os gráficos para os tubos (ii) e (xi), na aplicação do método utilizado para a avaliação do comprimento interno do evaporador.

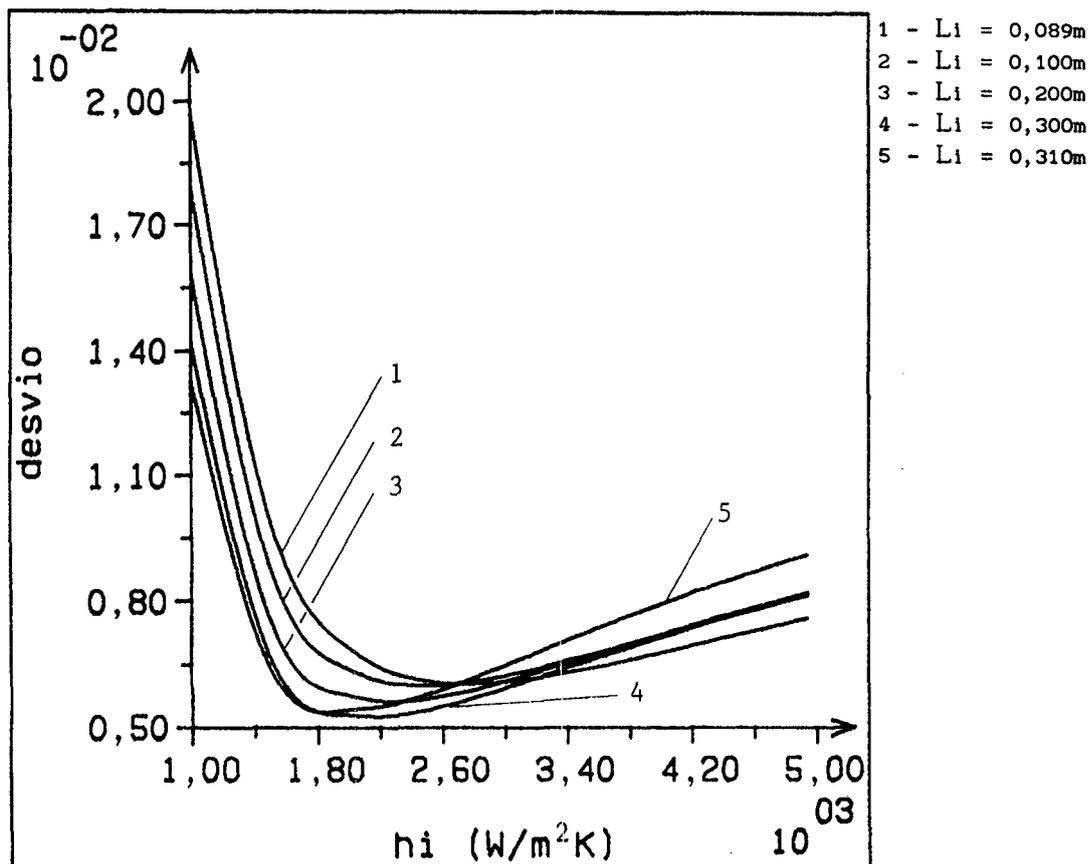


Figura (4.2) - curvas de erro na avaliação de L_i , tubo (i), caso (I)

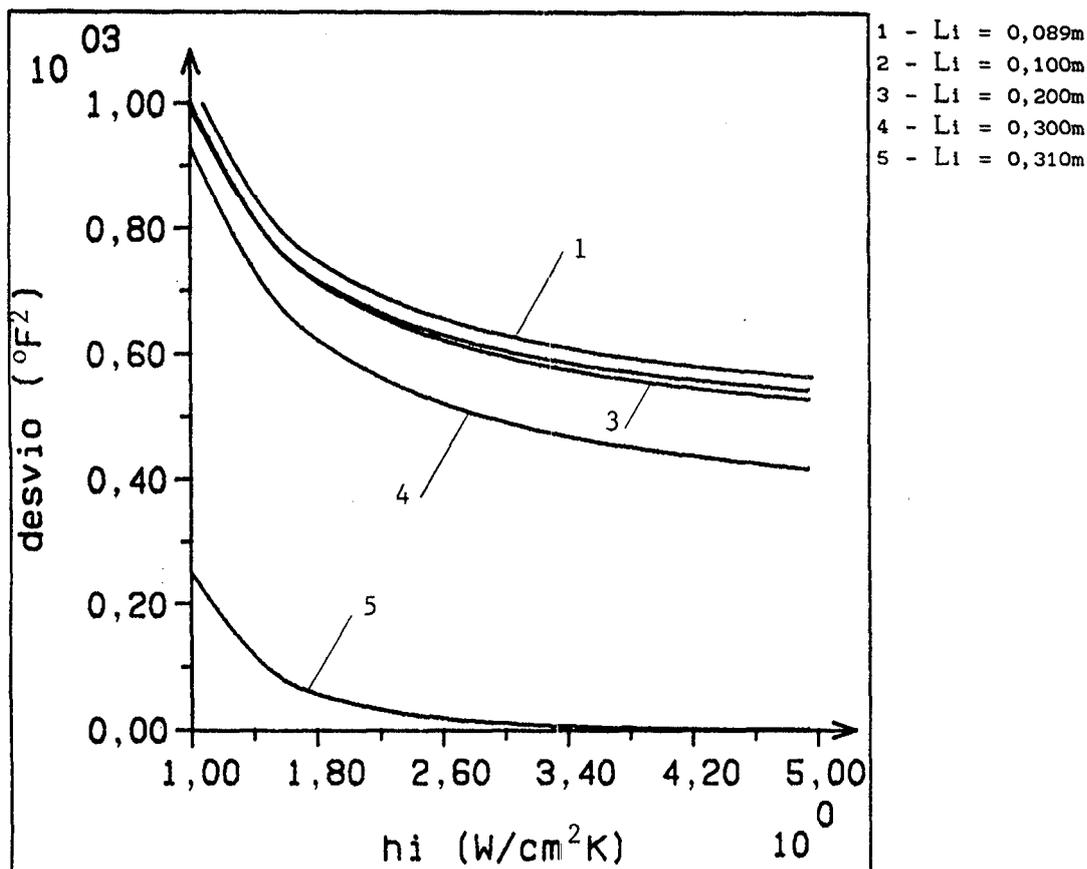


Figura (4.3) - idem figura (4.2), tubo (xi)

A partir da análise dos gráficos, pode-se concluir que o parâmetro L_i tem influência bastante diferenciada sobre os resultados obtidos na simulação. Por exemplo, os efeitos são insignificantes sobre os perfis de temperatura obtidos para os tubos (iv) a (ix) e bastante pronunciados sobre os resultados apresentados para os tubos (i) a (iii), (xi) e (xii). As diferenças entre as curvas de erro da figura (4.3) são maiores em que na figura (4.2) em função de nela avaliar-se os erros utilizando temperaturas não em valores adimensionais, como na figura (4.2), mas em $^{\circ}F$.

Para os tubos (xi) e (xii) não foram dados os valores de h_i na referência. O procedimento aplicado foi de se considerar os valores de h_i e L_i iguais aos da combinação que tornasse mínimo o erro. Obteve-se assim o ajuste mostrado nas figuras (4.13) e (4.14). Posteriormente foi feito o cálculo de h_i pela equação (4.1), obtendo-se, respectivamente, $22250 \text{ W/m}^2\text{K}$ e $46500 \text{ W/m}^2\text{K}$, que correspondem a um desvio em torno de 1% para ambos os casos. Estes valores foram também confirmados com o uso de outras equações. Tal concordância demonstra a validade do método adotado para avaliação de parâmetros.

4.2 - COMPARAÇÕES PARA O CASO DE FLUXO DE CALOR PRESCRITO NO EVAPORADOR E CONVECÇÃO NO CONDENSADOR

São apresentadas a seguir as comparações entre os resultados obtidos com o modelo aqui proposto, o modelo apresentado em [19] e os dados experimentais para os tubos (i) a (ix), (xi) e (xii).

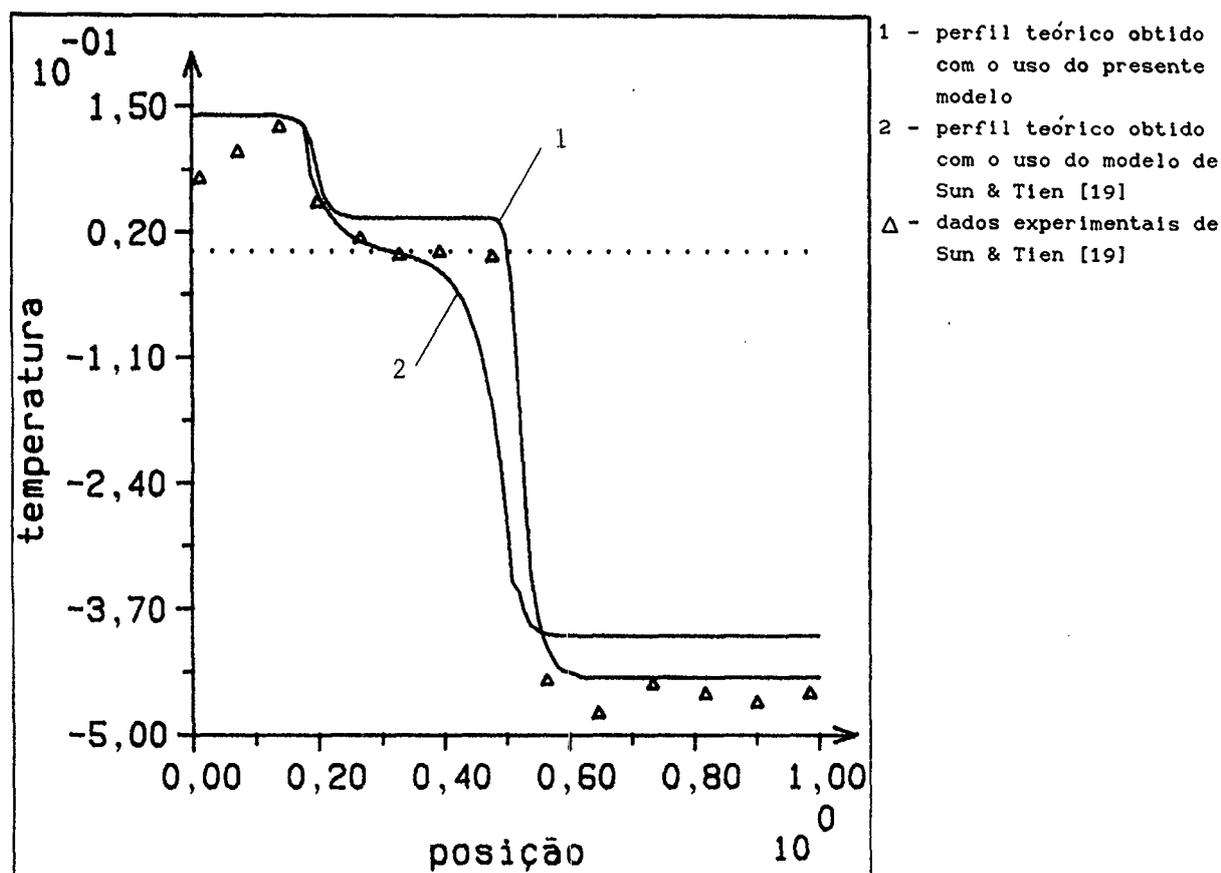


Figura (4.4) - comparação do presente modelo com o de Sun e Tien [19], tubo (i), caso (I)

Nas figuras (4.4) a (4.6) optou-se por apresentar os resultados segundo a adimensionalização mostrada a seguir

$$\theta = \frac{T_s(x) - T_v}{q_e r_s k_i \ln(r_i/r_v)} \quad (4.5)$$

$$\xi = x/Lt \quad (4.6)$$

que foi também utilizada na referência de origem. Objetiva-se com isto obter-se uma melhor visualização dos resultado, pelo fato das diferenças para temperaturas em valores dimensionais resultarem muito pequenas. Evita-se também uma ampliação dos erros de leitura dos dados experimentais.

As diferenças observadas nas comparações com os dados experimentais no condensador dos tubos (vii) a (ix), figuras (4.10) a (4.12), poderia ser minimizada desde que fosse alterado o valor de h_1 . Entretanto, optou-se por apresentar os resultados com os valores deste parâmetro mostradas na tabela 4.1, que constam nos respectivos trabalhos de origem. A discrepância não pôde ser explicada pelo autor.

A diferença entre os resultados dos dois modelos, flagrante nas figuras (4.7) a (4.14), pode ser explicada pelo fato de o modelo aqui exposto considerar efeitos de condução bi-dimensional. Tais efeitos são pequenos para os tubos (i) a (iii), por estes terem condutividade térmica da parede do tubo extremamente alta face a da estrutura capilar. O mesmo não se verifica para os outros tubos.

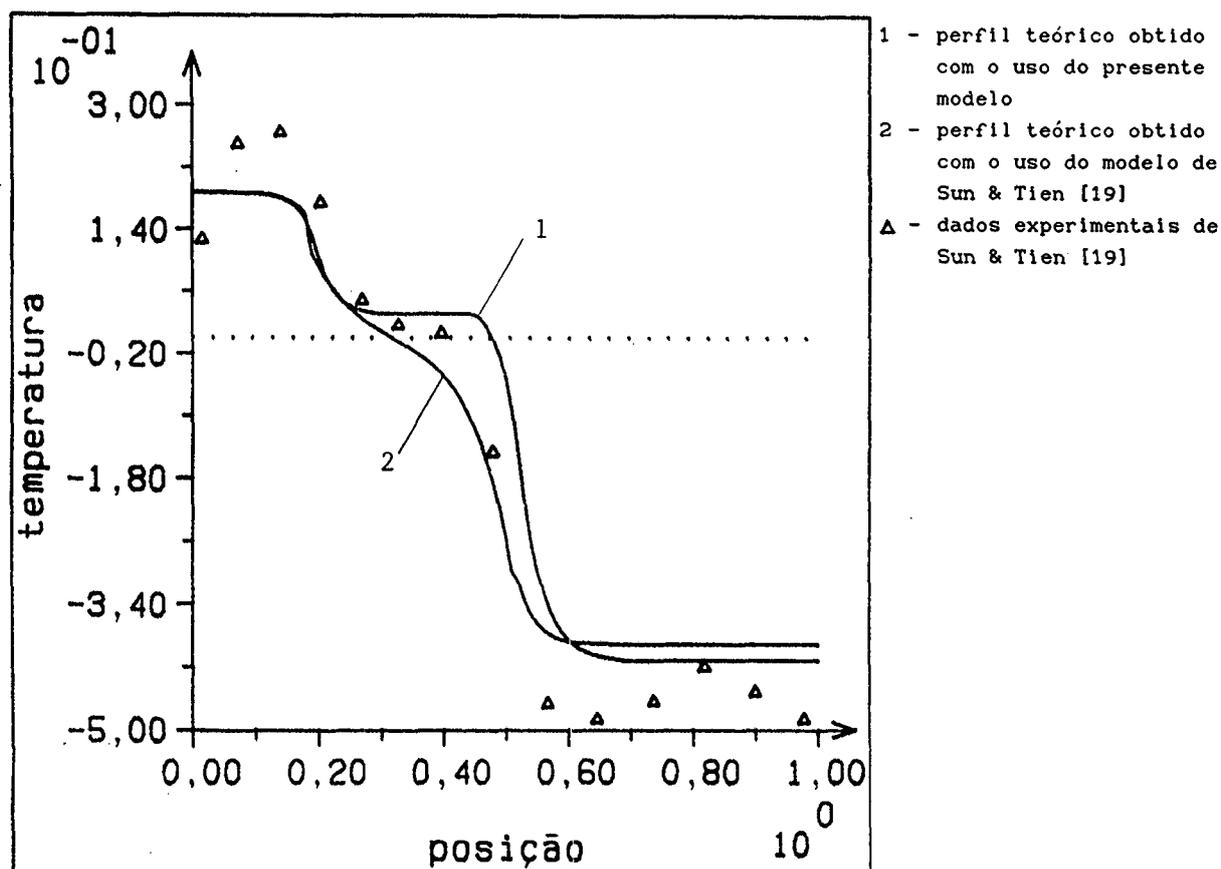


Figura (4.5) - idem figura (4.4), tubo (ii)

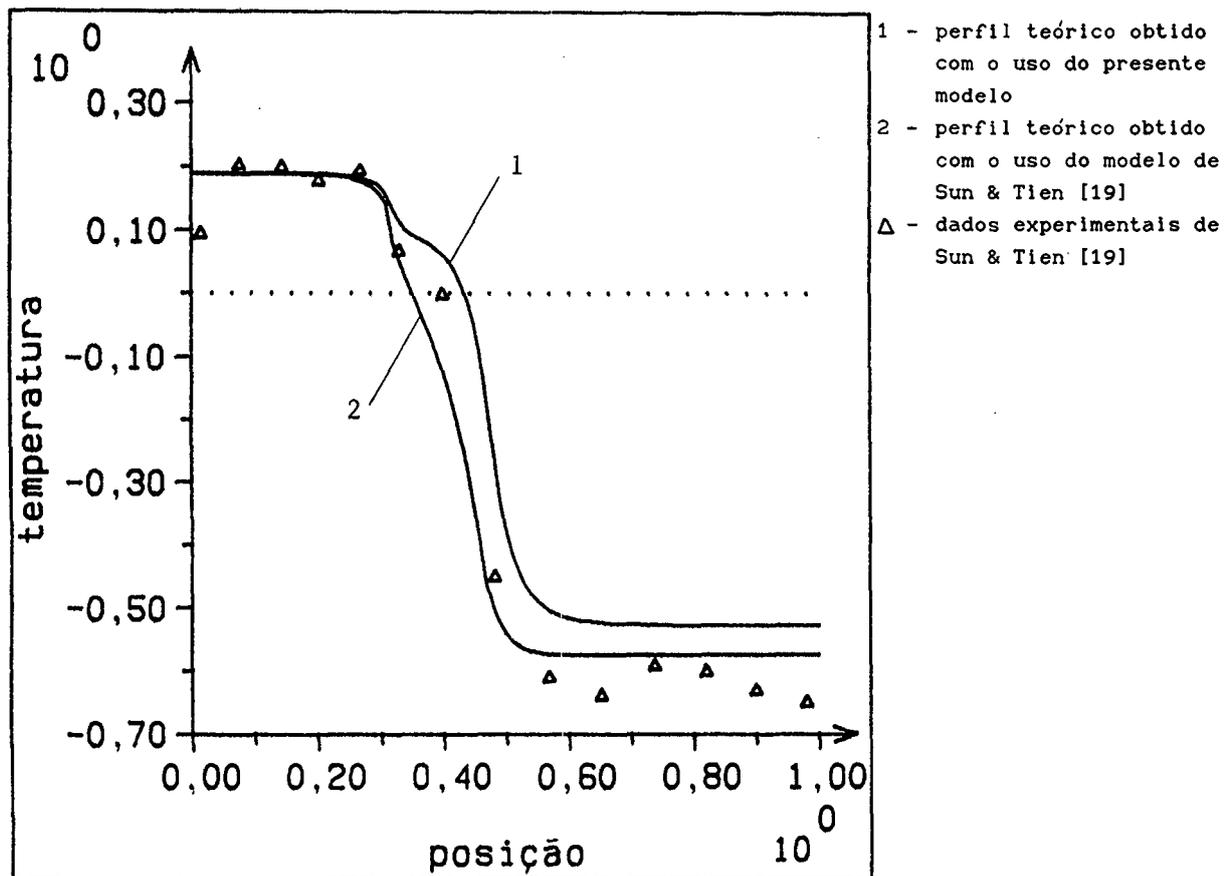


Figura (4.6) - idem figura (4.4), tubo (iii)

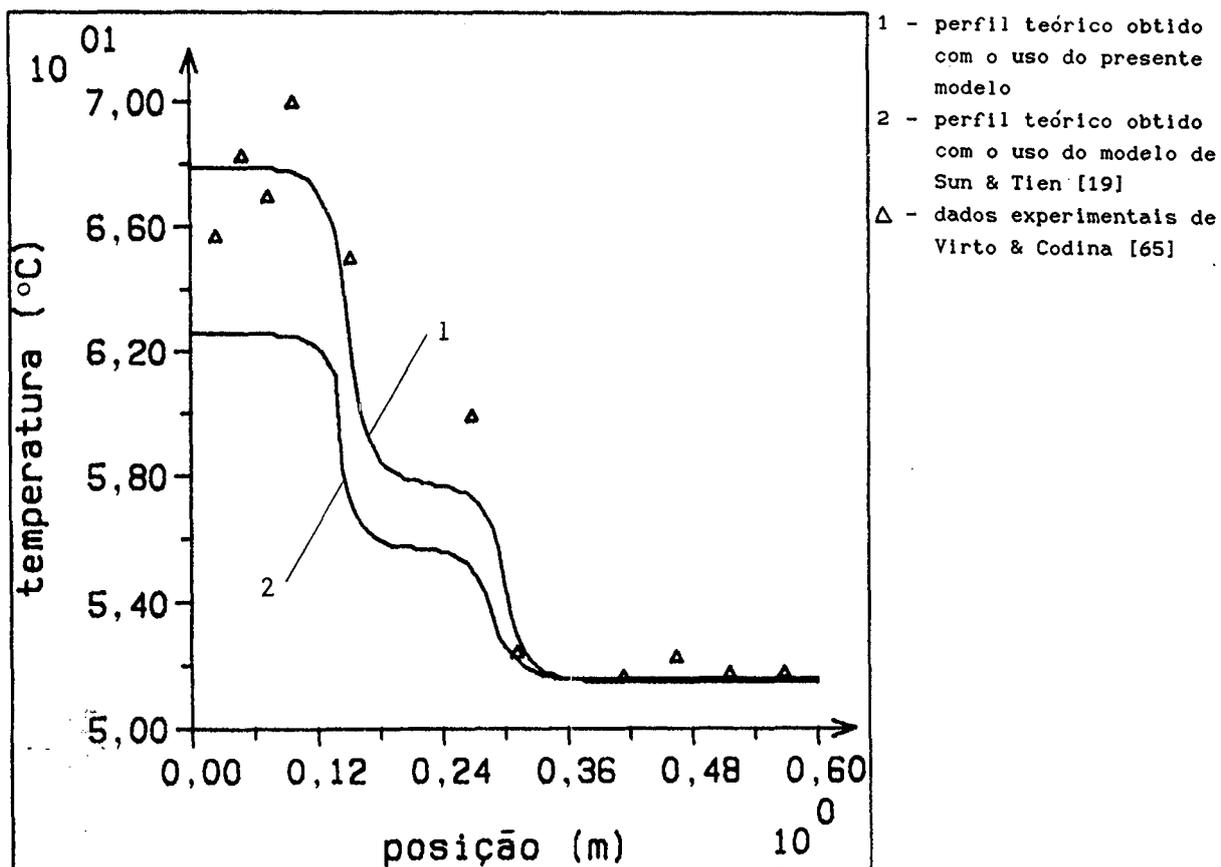


Figura (4.7) - idem figura (4.4), tubo (iv)

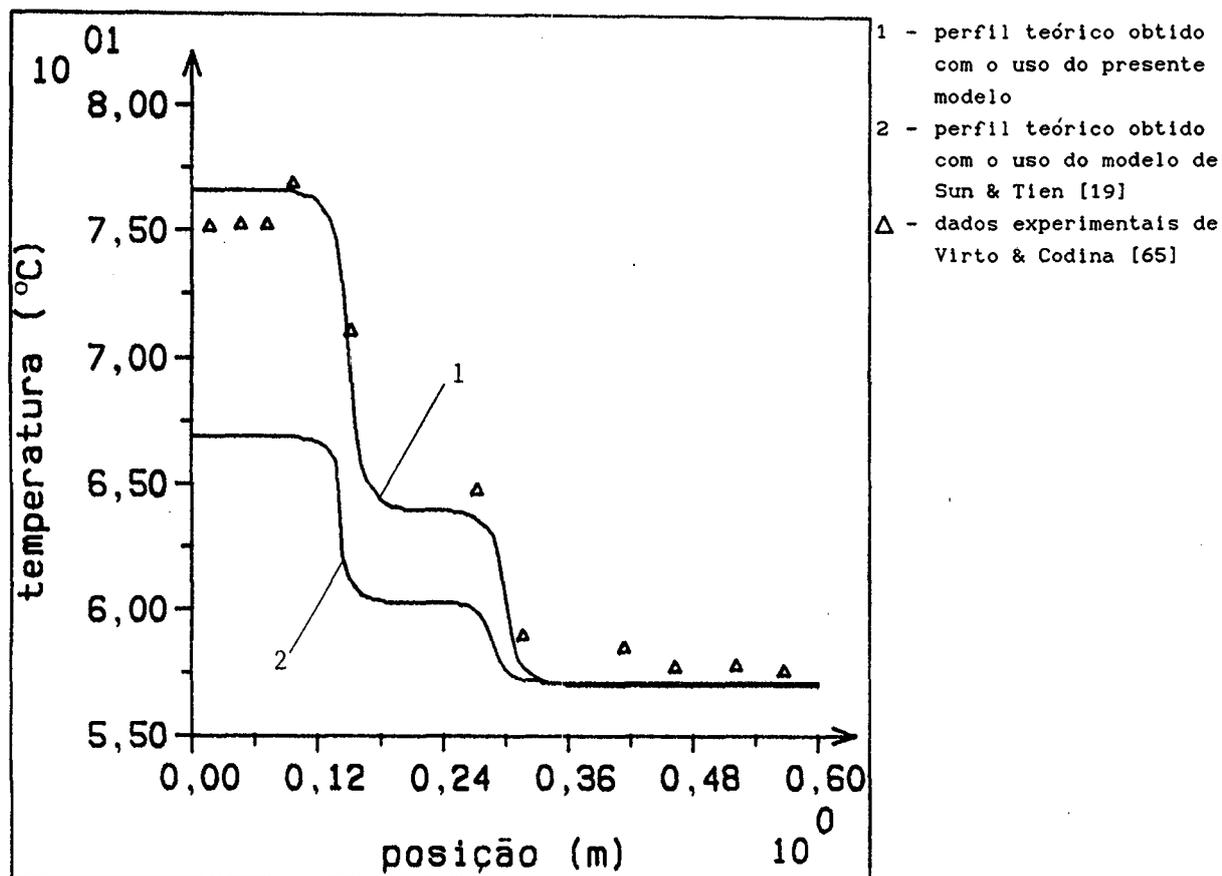


Figura (4.8) - idem figura (4.4), tubo (v)

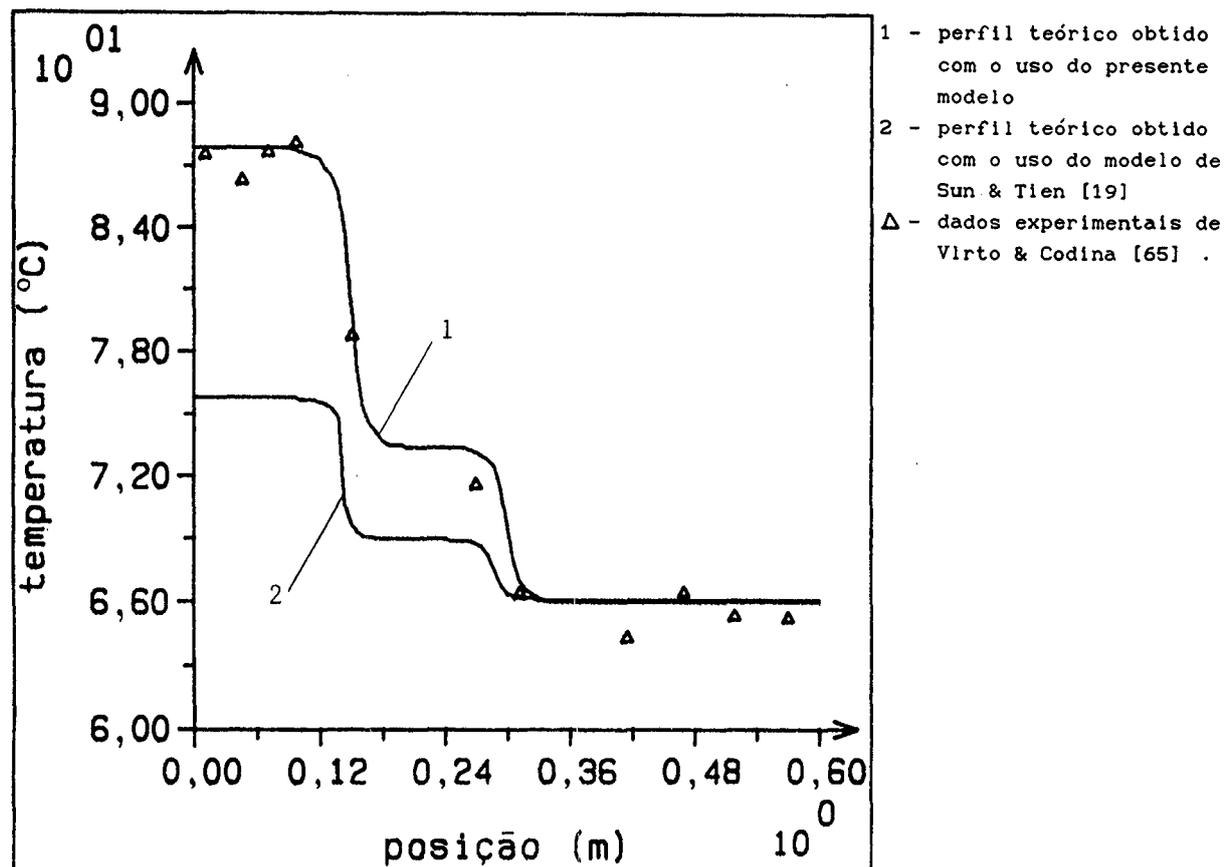


Figura (4.9) - idem figura (4.4), tubo (vi)

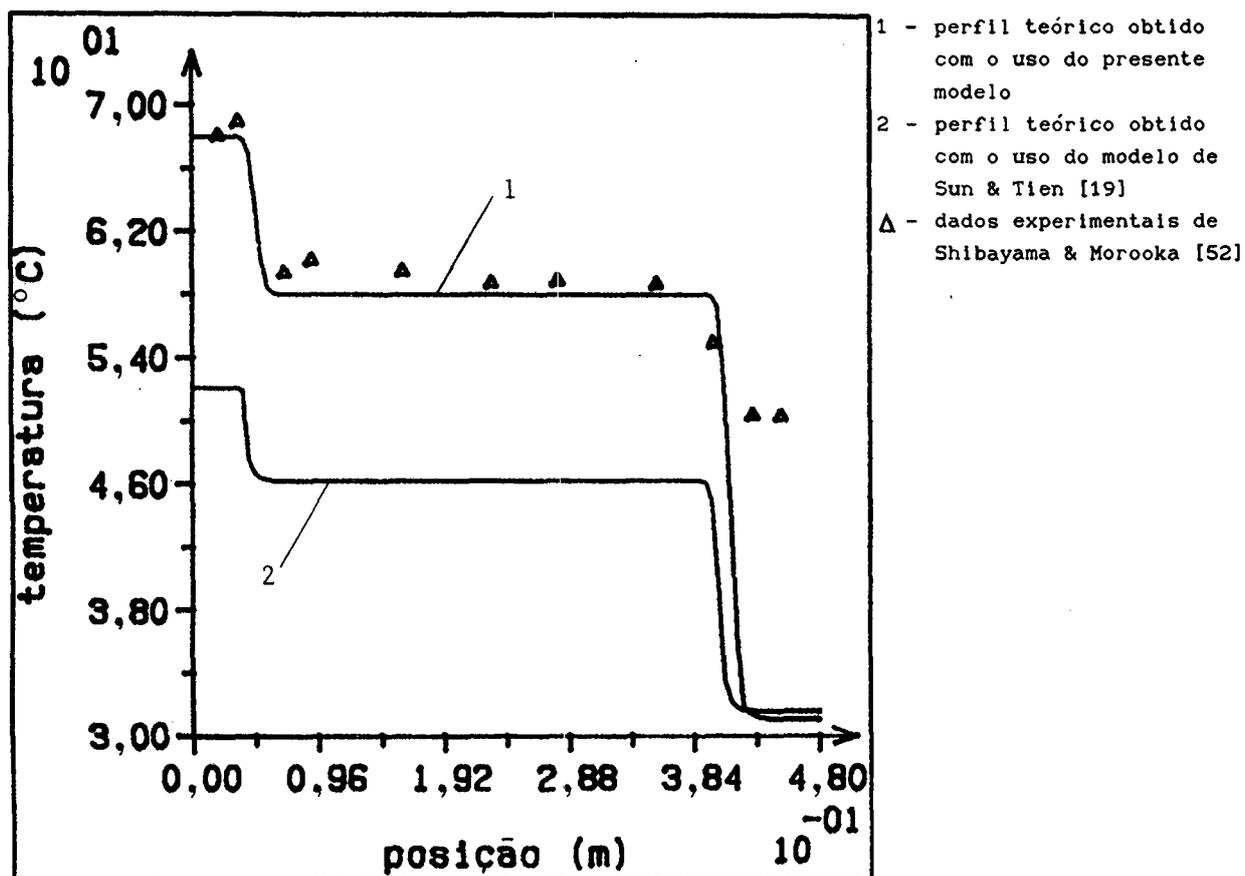


Figura (4.10) - idem figura (4.4), tubo (vii)

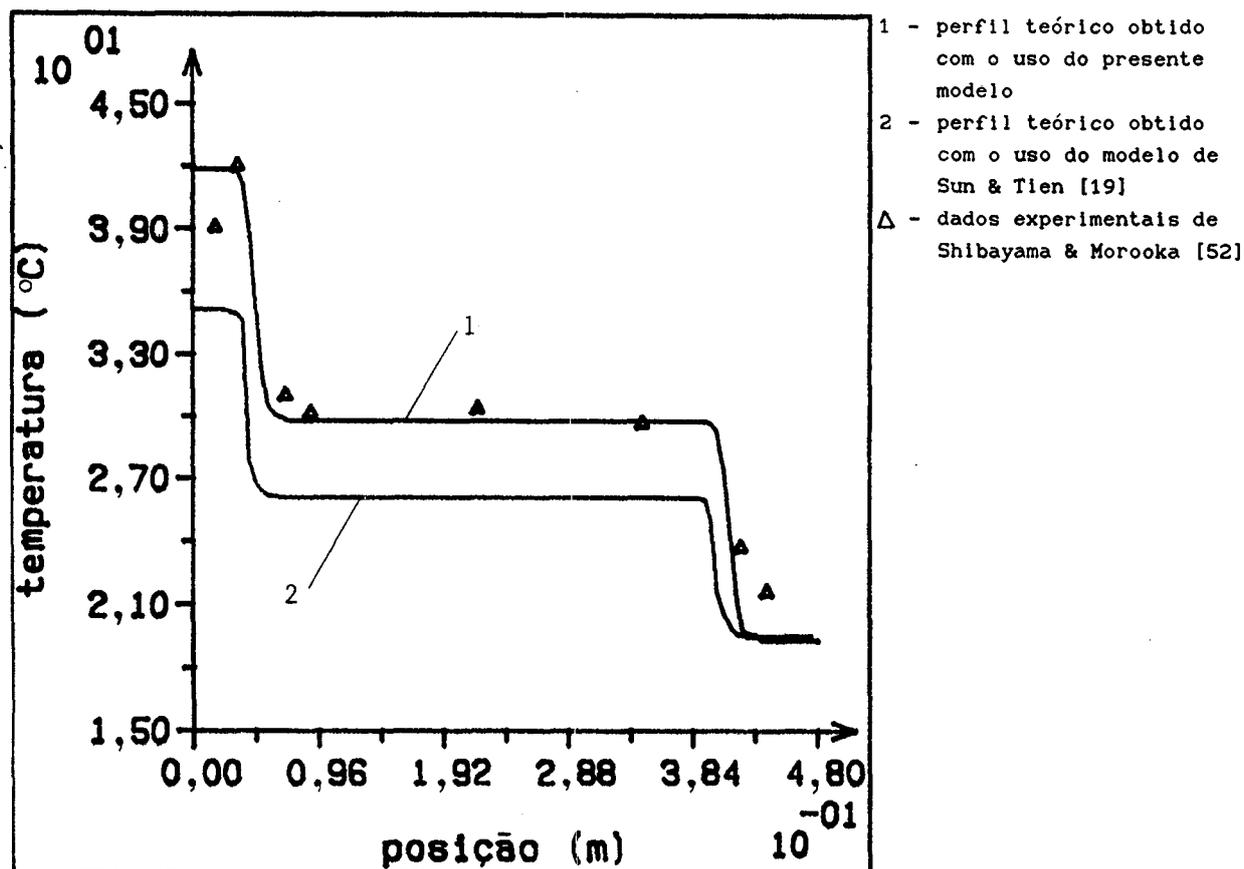


Figura (4.11) - idem figura (4.4), tubo (viii)

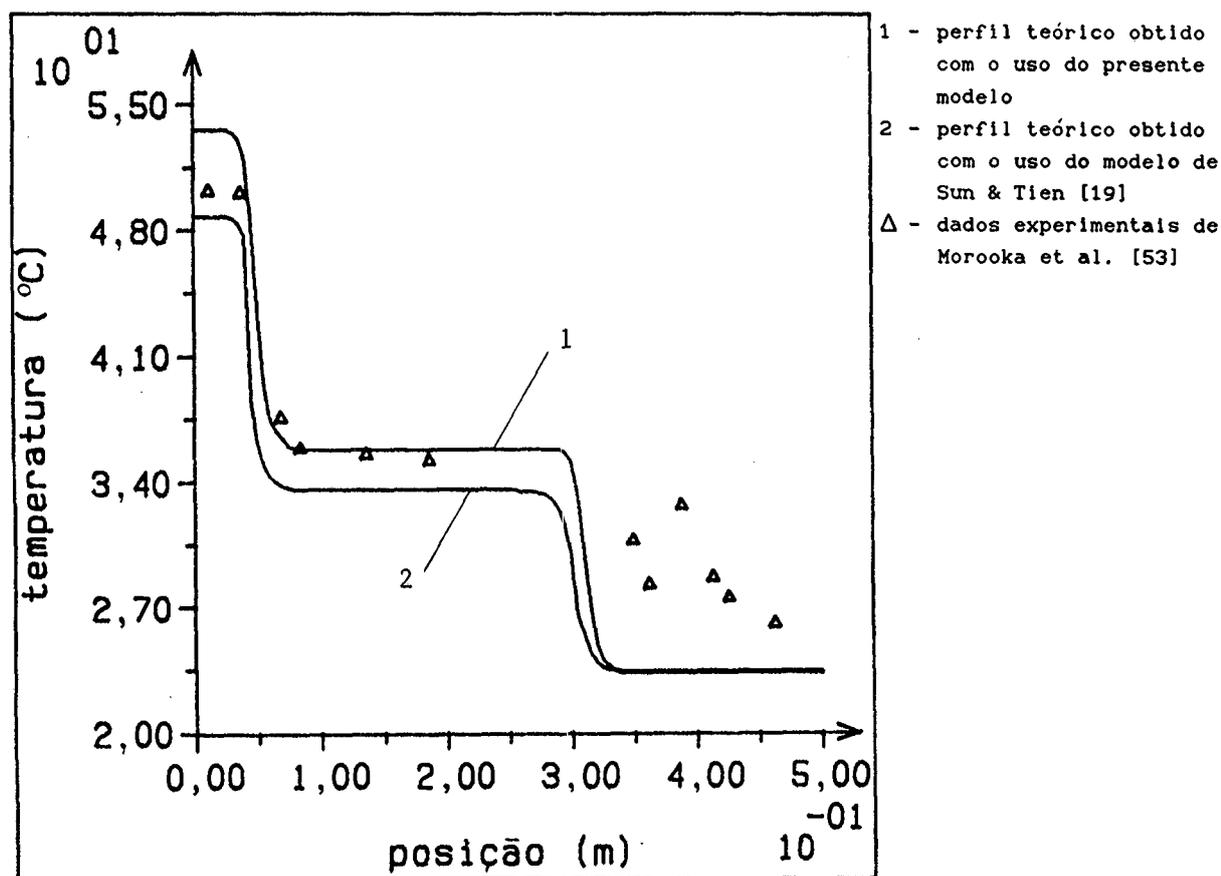


Figura (4.12) - idem figura (4.4), tubo (ix)

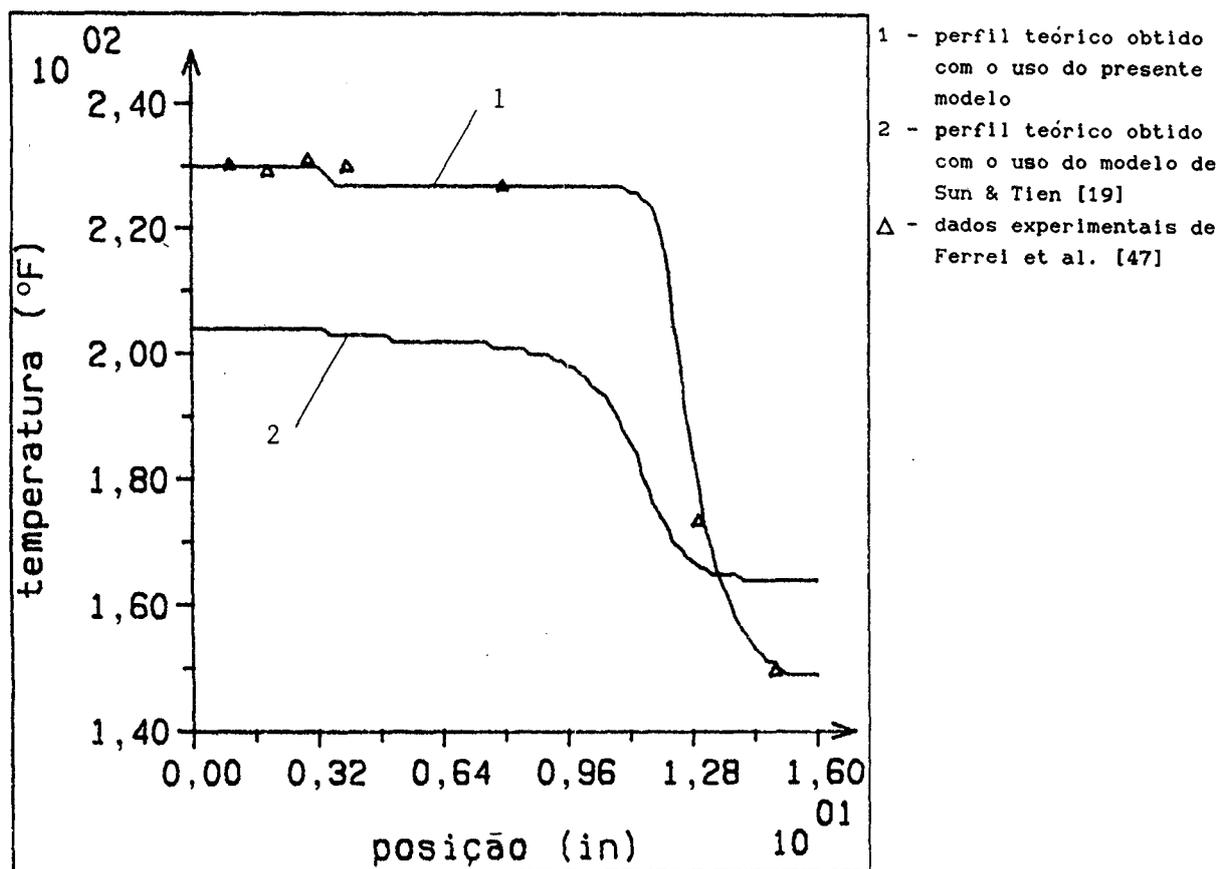


Figura (4.13) - idem figura (4.4), tubo (xi)

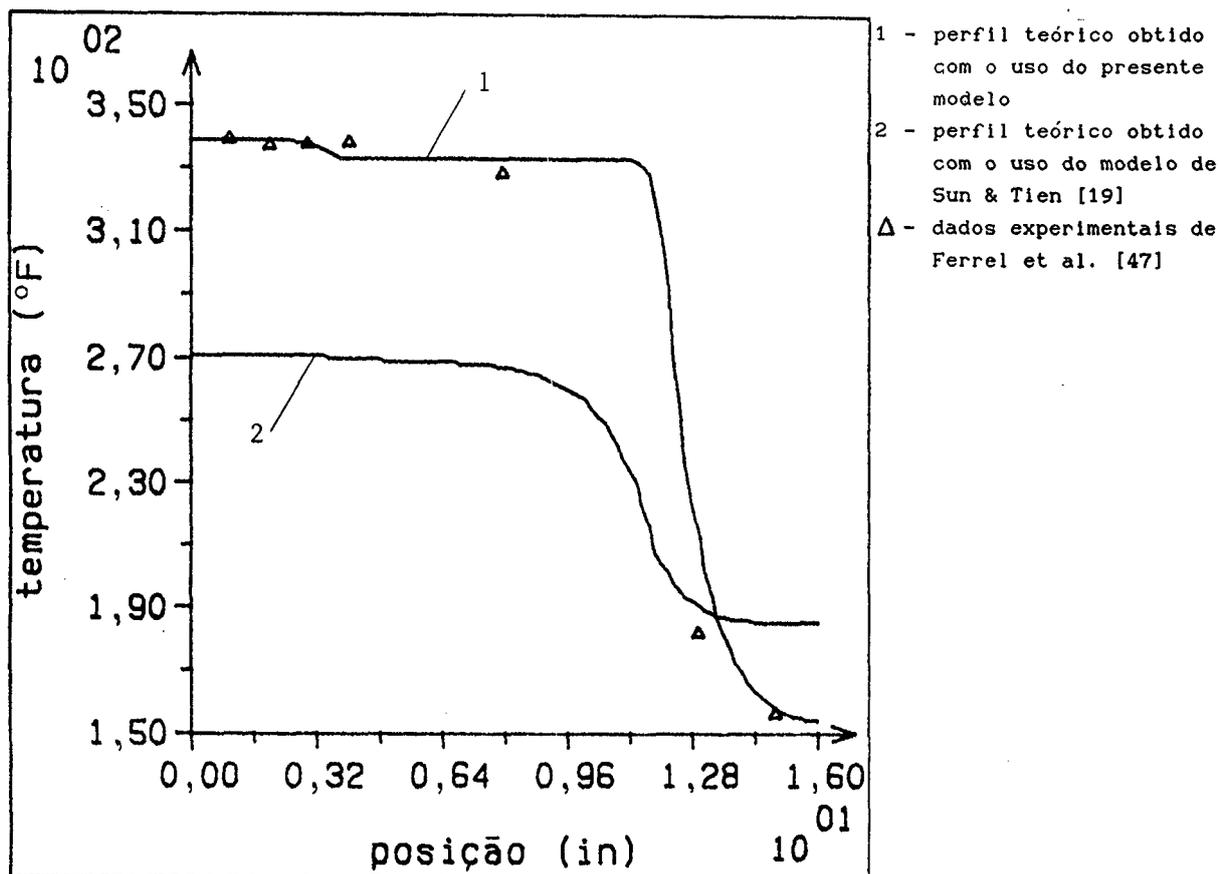


Figura (4.14) - idem figura (4.4), tubo (xii)

O fato de o coeficiente de transferência de calor h_c ser muito alto, como no caso dos tubos (i) a (iii), tende a minimizar as diferenças entre os perfis de temperatura para as soluções uni e bi-dimensionais. A causa disto é que assim faz-se com que a condução de calor no invólucro se dê predominantemente na direção axial, de modo a suprir o fluxo de calor determinado pelo alto valor de h_c . O problema físico torna-se então mais aproximado das suposições de [19]. Deve-se ainda levar em consideração que os valores de h_c da ordem dos descritos para os tubos (i) a (iii) somente são passíveis de serem obtidos no caso de se ter mudança de fase no ambiente do condensador. Isto não é absolutamente regra geral em se considerando aplicações práticas de tubos de calor. Segundo este modelo o tubo de calor tende a operar mais próximo da condição isotérmica que no caso real.

Pode-se concluir que a solução aqui exposta apresenta melhores resultados que a de [19], tanto para os valores locais de temperatura quanto para a tendência da sua distribuição, como atestam as figuras (4.13) e (4.14).

A hipótese de não haver transferência de calor internamente à

secção adiabática também não é verificada, como é demonstrado pelas figuras (4.15) a (4.17). Nelas são mostrados os fluxos de calor transferidos radialmente nas interfaces vapor-estrutura capilar, Φ_a , estrutura capilar-invólucro capilar, Φ_b e invólucro-exterior, Φ_s , calculados para os tubos (ii), (v) e (x). Tais fluxos são adimensionalizados dividindo-se o seu valor local pelo do fluxo de calor imposto no evaporador.

Da análise destas figuras infere-se que a adoção da hipótese de fluxo de calor constante nas interfaces das secções do evaporador e do condensador e nulo para a secção adiabática, tal qual assumido em [28], não se justifica para uma ampla gama de tubos de calor.

Observa-se uma desproporcionalidade no fluxo de calor para o vapor no evaporador para o tubo da figura (4.17), tendo-se Φ_s maior que Φ_b . Isto advém do fato de se ter proporcionalmente muito calor conduzido axialmente no invólucro, o que tende a diminuir o conduzido radialmente na estrutura capilar. Como era de se esperar, tal fato não é observado nos demais tubos, onde os efeitos da condução de calor bi-dimensional mostram-se mais presentes.

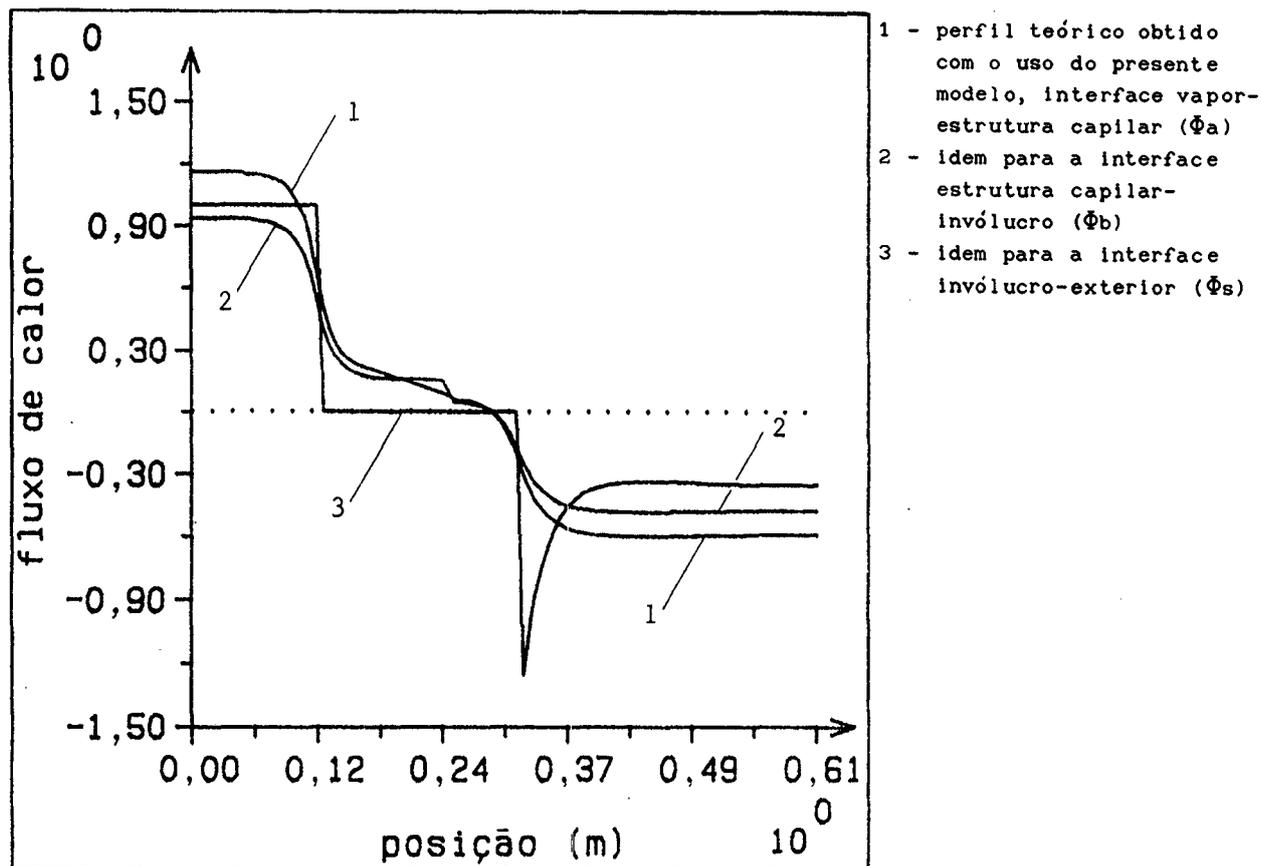


Figura (4.15) - distribuição de fluxo de calor para as três interfaces, tubo (ii), caso (I)

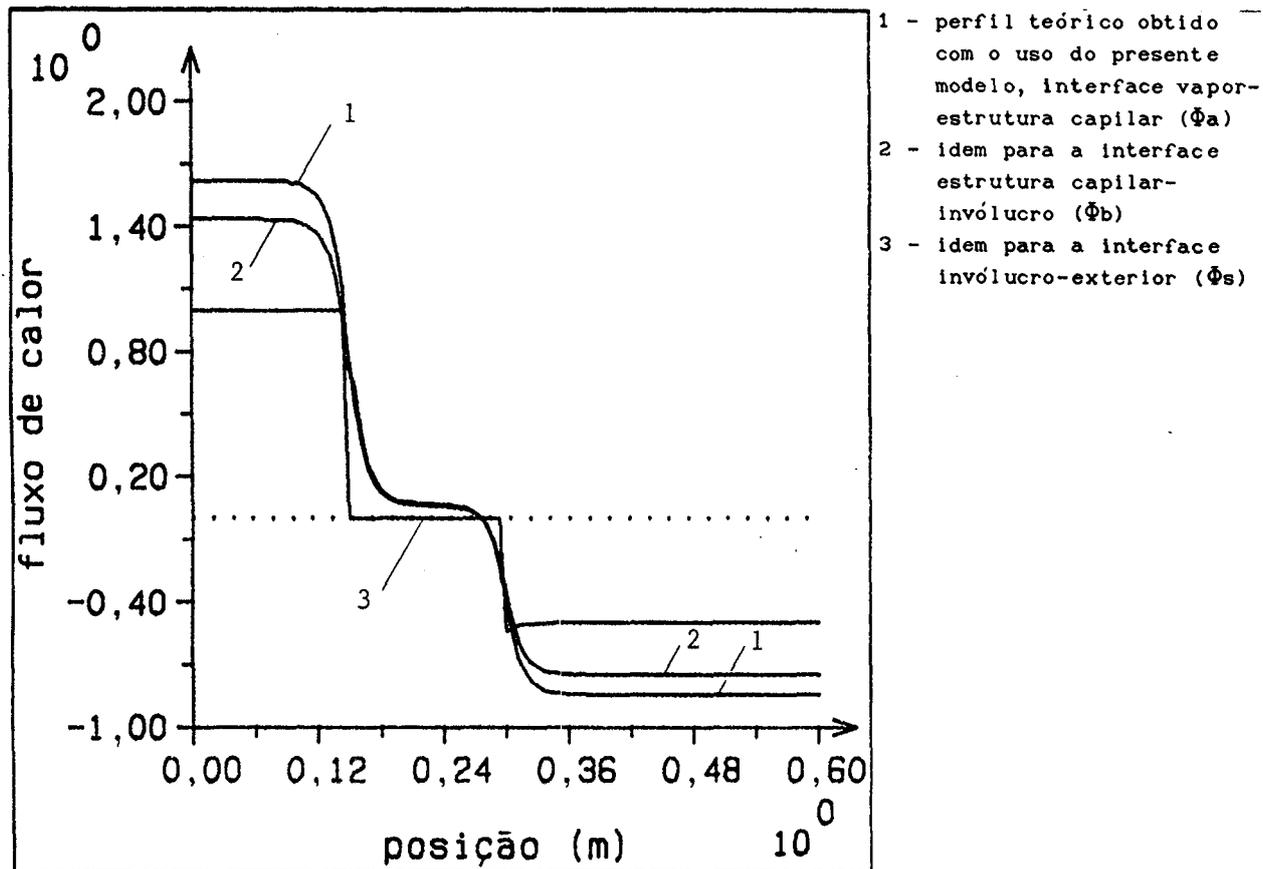


Figura (4.16) - idem figura (4.15), tubo (v)

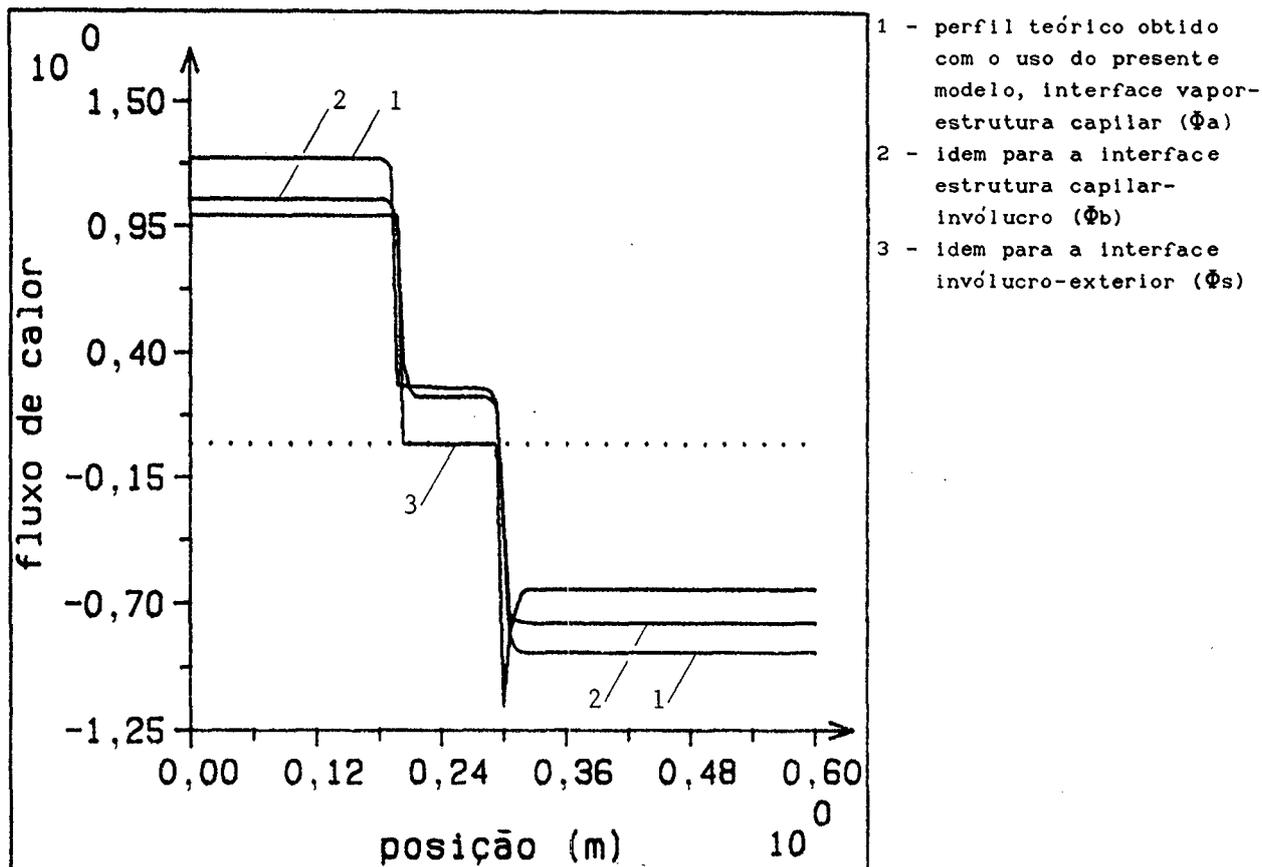


Figura (4.17) - idem figura (4.15), tubo (x)

O vale na distribuição de fluxo de calor, observado no início do condensador, ocorre pelo fato de h_c ser constante e a temperatura decrescer continuamente nesta região. Em termos gerais, este vale será tão mais pronunciado quanto maior for o valor de h_c .

Para a determinação do fluxo de calor transferido para o vapor, fêz-se necessário o cálculo da temperatura da estrutura capilar na interface com o vapor. De acordo com a equação (3.16), tem-se a equação abaixo.

$$\begin{aligned} \theta_1(\xi, \eta) = & \frac{b \ln(\eta/a)}{(1-i)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n \operatorname{sen}(\alpha_n \xi)}{\alpha_n} - \\ & \frac{2}{(1-i)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0(\alpha_n \eta) K_0(\alpha_n a) - I_0(\alpha_n a) K_0(\alpha_n \eta)}{D_{in} \alpha_n} \times \\ & \cos[\alpha_n (\xi - i)] \sum_{m=1}^{\infty} B_m \Psi(m, n) + \theta_v \end{aligned} \quad (4.7)$$

Por conseguinte, para o fluxo de calor adimensionalizado na direção radial valem as expressões seguintes.

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(\xi, a) = -\frac{b}{a} \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos(\alpha_n \xi) \quad (0 \leq \xi \leq i) \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(\xi, a) = & \frac{b}{a(1-i)} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n \operatorname{sen}(\alpha_n i)}{\alpha_n} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos[\alpha_n (\xi - i)]}{D_{in} \alpha_n} \right] \times \\ & \sum_{m=1}^{\infty} B_m \Psi(m, n) \quad (i \leq \xi \leq 1) \end{aligned} \quad (4.9)$$

As figuras (4.18) e (4.19) mostram a comparação dos resultados da simulação numérica dos tubos (ii) e (iii), via modelo apresentado em [18] e utilizando-se o modelo aqui apresentado.

A metodologia de cálculo utilizada em [18] é idêntica à utilizada [19], a menos da consideração de que a transferência de calor no interior do evaporador é representada por um coeficiente de filme equivalente. A comparação dos resultados obtidos nesta simulação é feita em relação aos apresentados pelo presente modelo, considerando-se tanto $L_i = 0$ quanto como tendo o valor avaliado segundo o apresentado na secção (4.1). As figuras (4.5) e (4.6) referem-se aos mesmos tubos simulados, só que de acordo com o modelo aprimorado.

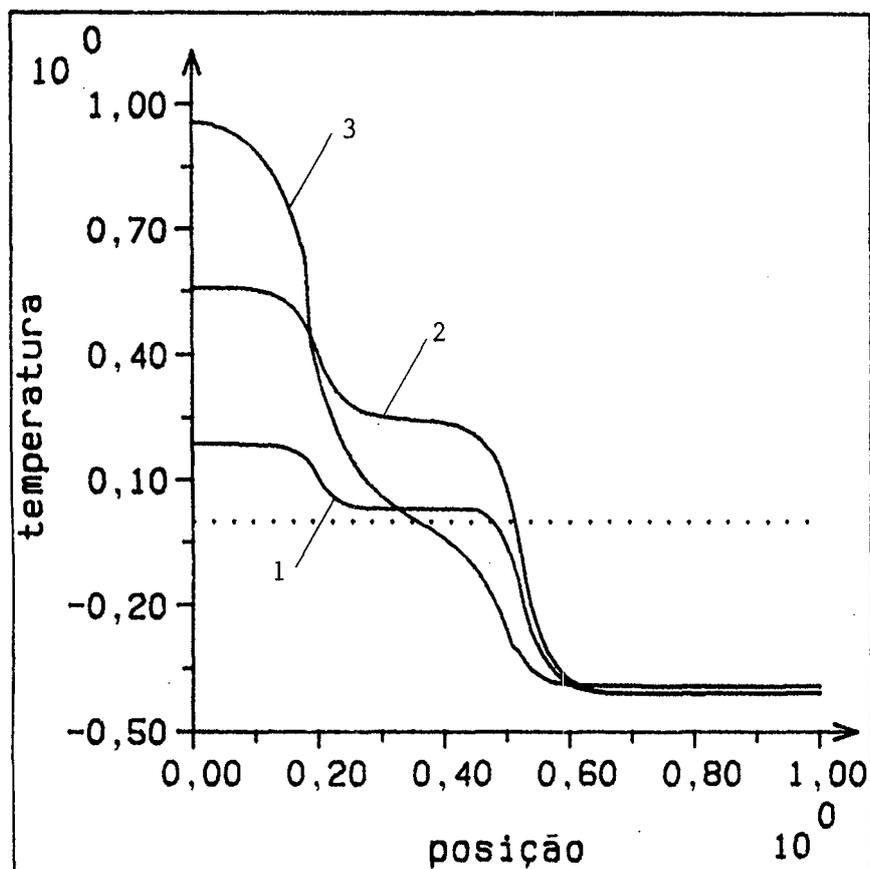


Figura (4.18) - comparação do presente modelo com o de Sun & Tien [18], tubo (ii), caso (I)

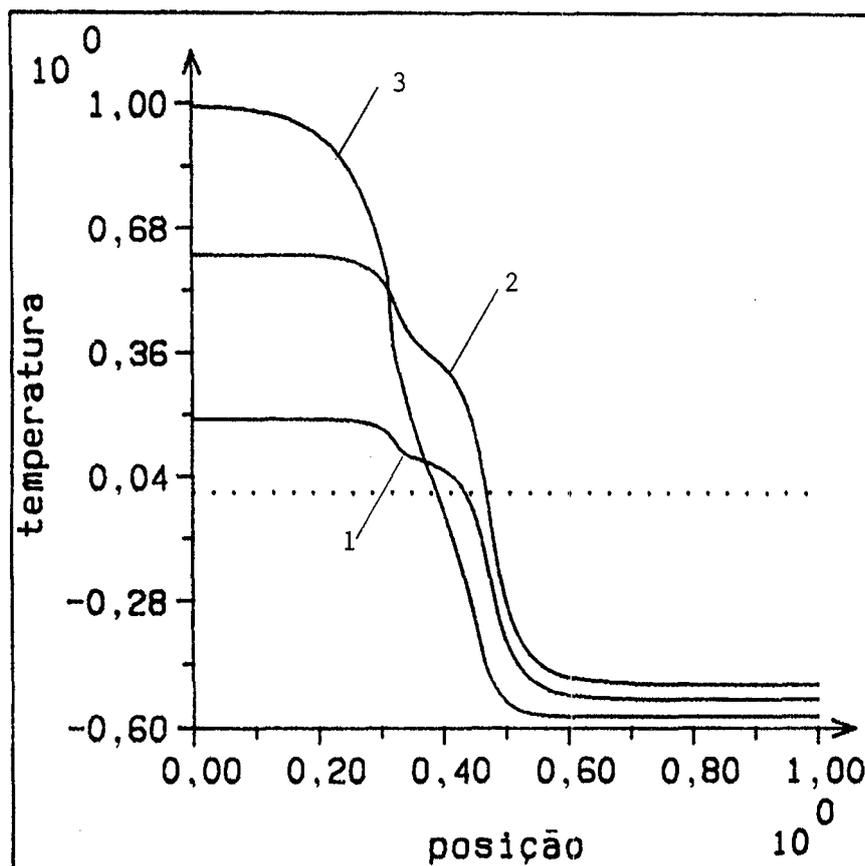


Figura (4.19) - idem figura (4.18), tubo (iii)

A partir destas comparações conclui-se que a não consideração de h_i no modelo de Sun & Tien [19] explicita ainda mais as distorções decorrentes do fato de não serem levados em conta os efeitos de condução de calor bi-dimensional.

4.3 - COMPARAÇÕES PARA O CASO DE CONVECÇÃO NO EVAPORADOR E NO CONDENSADOR

Nesta secção são comparados os resultados da solução aqui desenvolvida com a de Sun & Tien [18], para o caso acima descrito. Também são apresentados os resultados da comparação do desempenho dos tubos de calor operando segundo as condições impostas para os casos (II) em relação à operação segundo as condições para o caso (I). As figuras (4.20) a (4.22) mostram os perfis de temperatura externa para os tubos (i) a (iii) respectivamente, operando segundo as condições impostas para o caso (I) e para o caso (II).

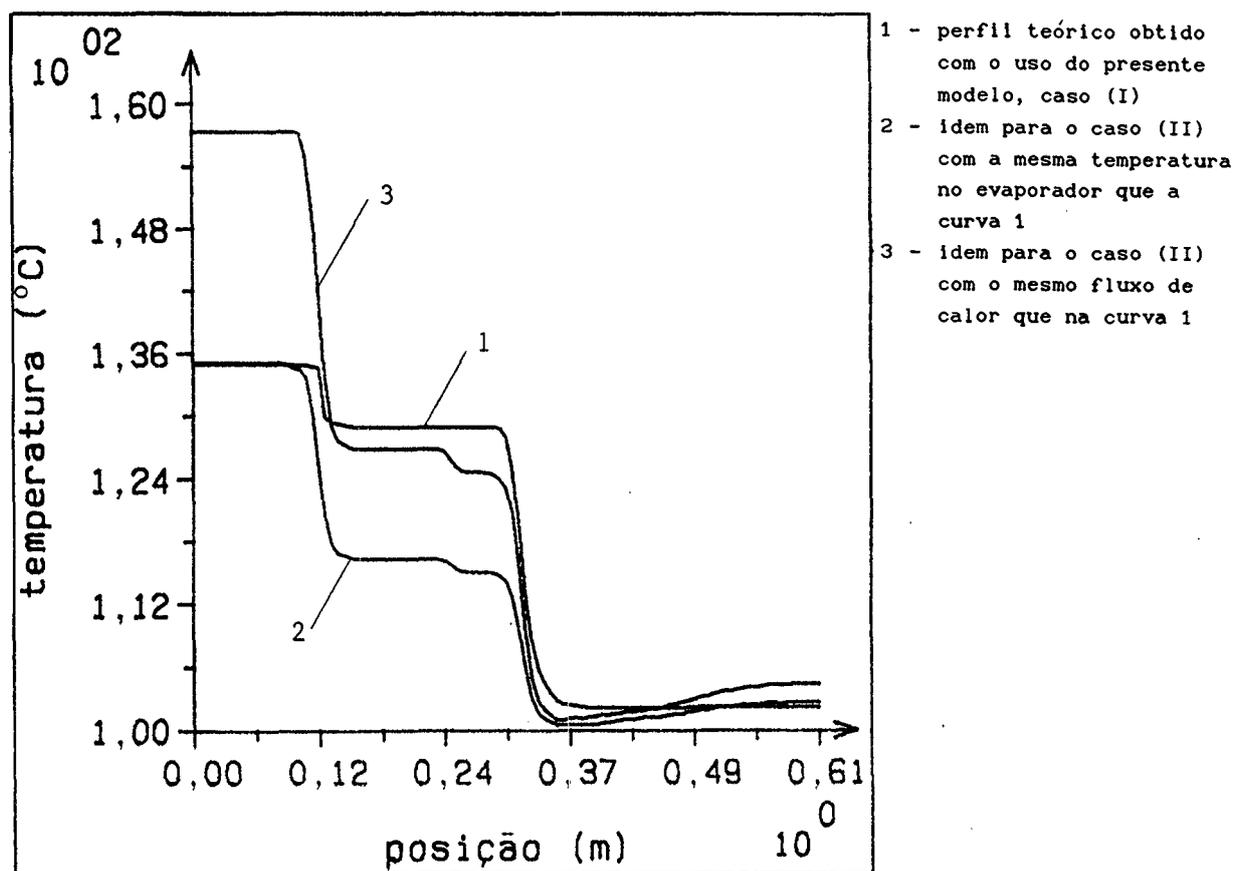


Figura (4.20) - comparação de desempenho para os casos (I) e (II), tubo (i)

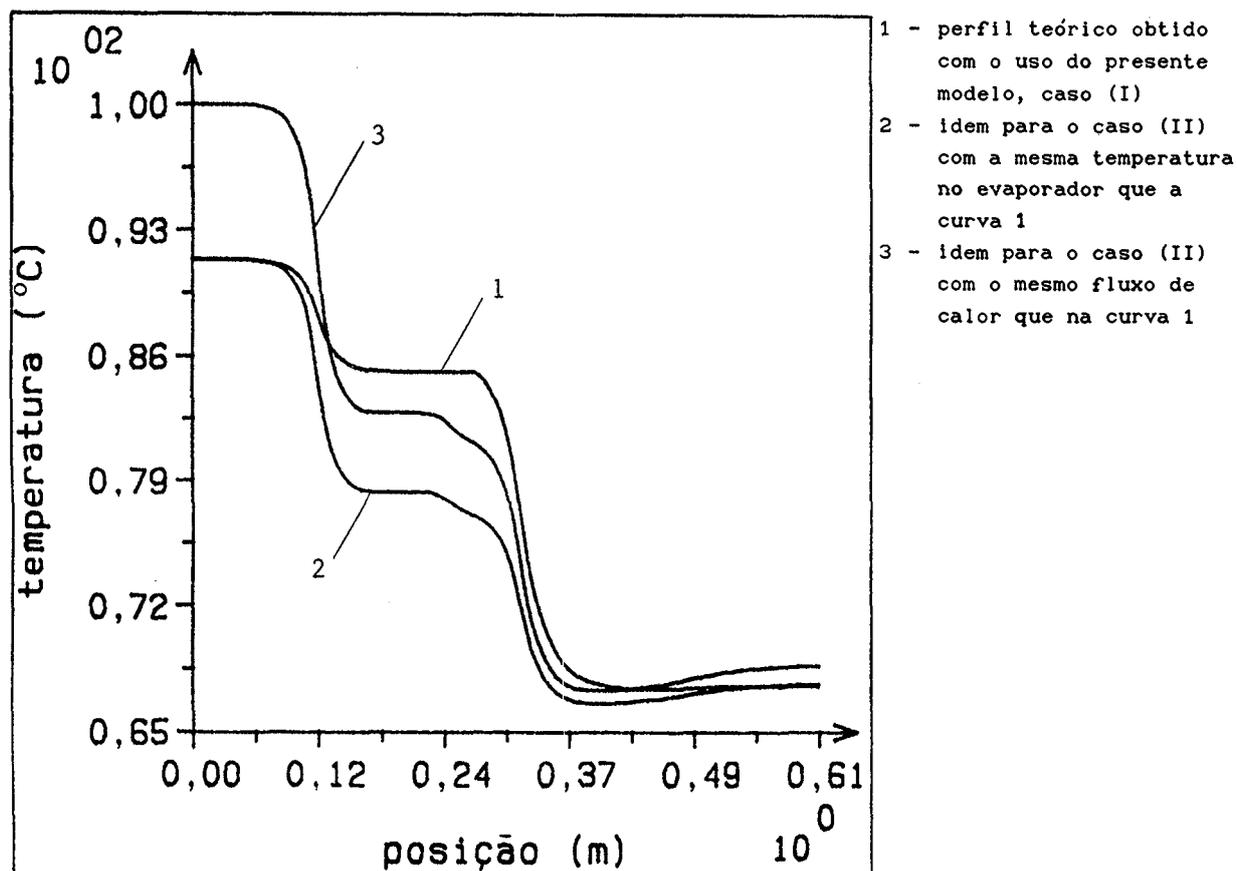


Figura (4.21) - idem figura (4.20), tubo (ii)

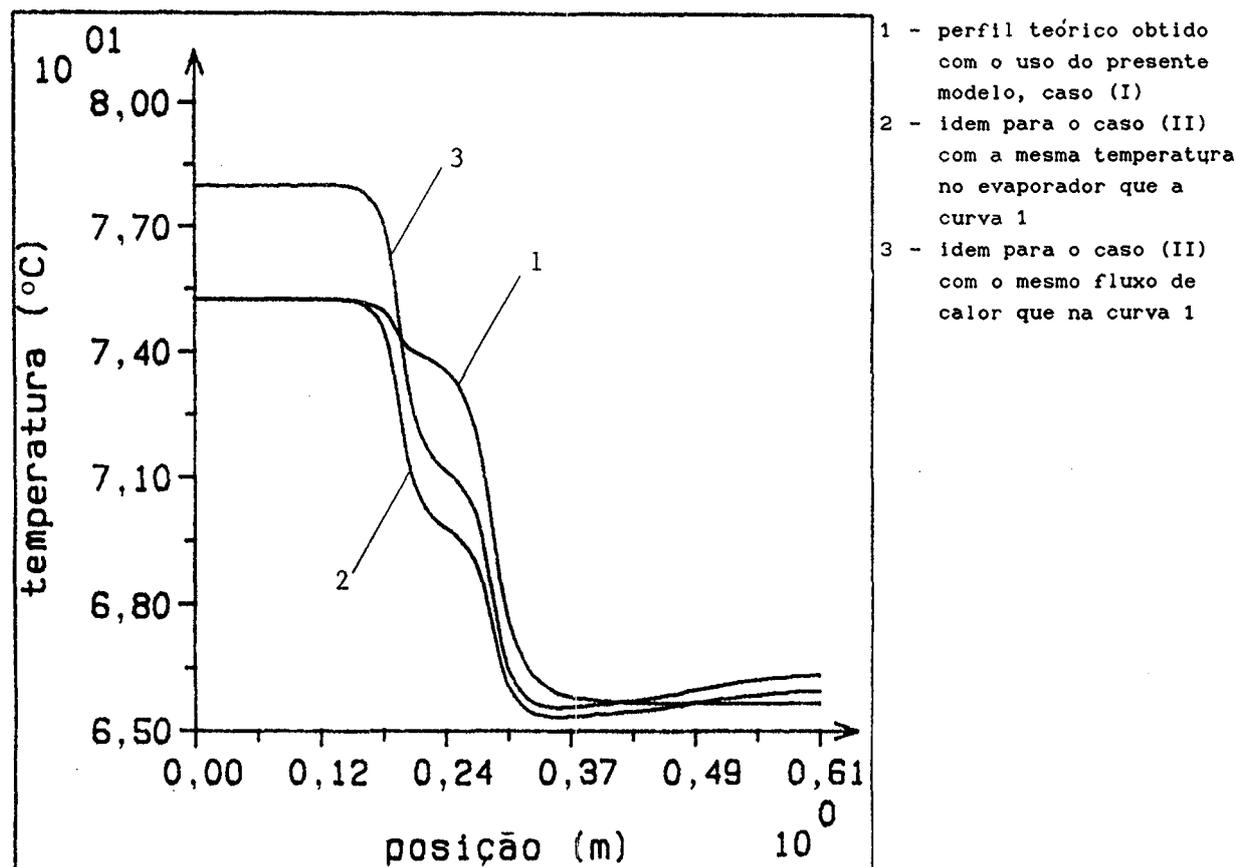


Figura (4.22) - idem figura (4.20), tubo (iii)

Para o caso (II) considera-se tanto o perfil para mesmo fluxo de calor quanto o para mesma temperatura no evaporador obtidos do caso (I). Os perfis para o caso (II) são obtidos variando-se a temperatura do ambiente imposto ao evaporador. O coeficiente de transferência de calor para este ambiente, h_e , foi considerado o mesmo do condensador, h_c .

Os valores do fluxo de calor transferido para o caso de mesma temperatura no evaporador são de 270,0 W, 99,8 W e 57,1 W, respectivamente para os tubos das figuras (4.20), (4.21) e (4.22). Note-se que estes fluxos são sempre menores que os correspondentes para o tubo de calor operando segundo as condições do caso (I). A diferença relativa entre os fluxos de calor apresenta-se proporcional ao valor absoluto do fluxo. Para o mesmo calor transportado, a diferença de temperatura entre os extremos do tubo de calor é maior com as condições impostas no caso (II). Constatando-se que este comportamento se repete para os outros tubos simulados, pôde-se concluir que a operação de tubos de calor com fluxo de calor prescrito é mais vantajosa, tanto sob o aspecto de isothermalização quanto de máxima transferência de calor.

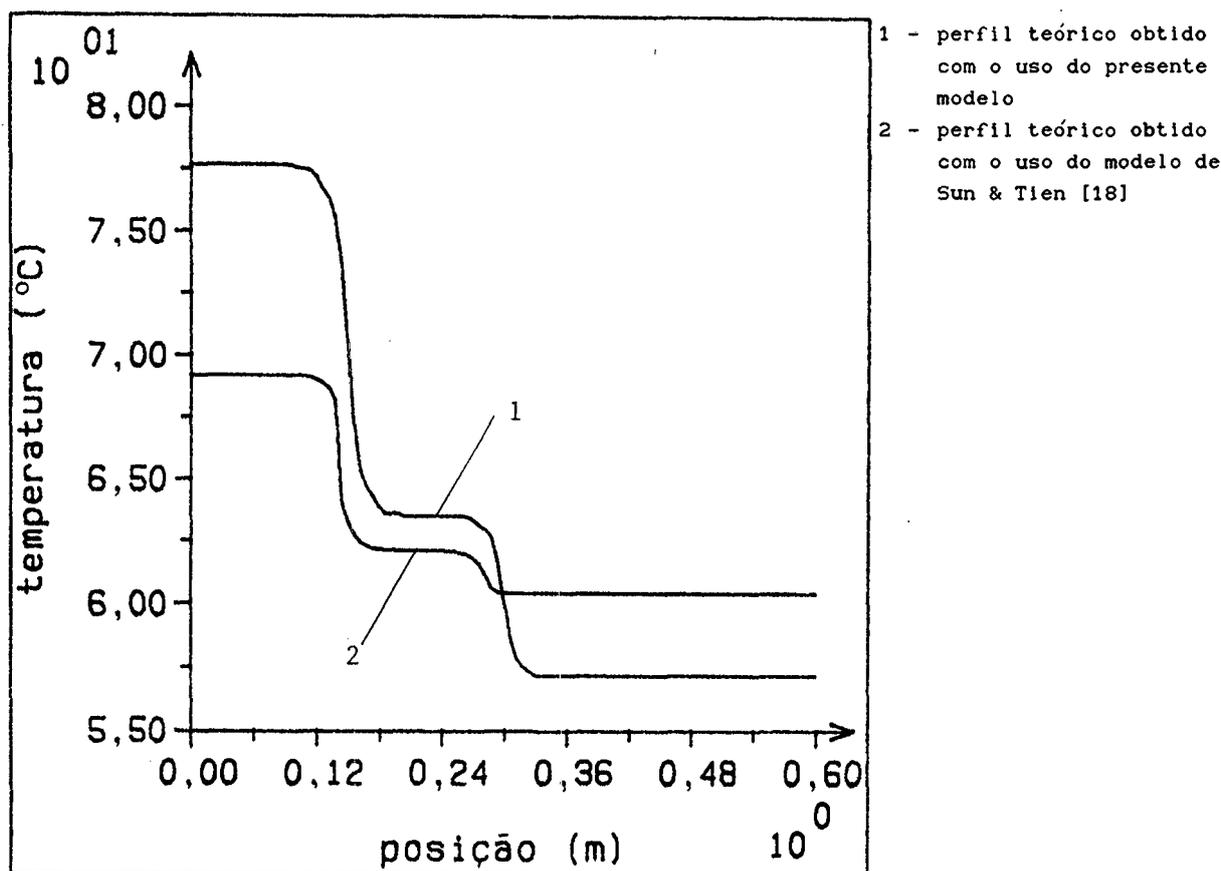


Figura (4.23) - comparação do presente modelo com o de Sun & Tien [18], tubo (v), caso (II)

As figuras (4.23) e (4.24) mostram a comparação da solução proposta com a de [18], para os tubos (v) e (vi), com as condições do caso (II), operando sob o fluxo de calor dado na tabela (4.1). Os coeficientes de transferência de calor por convecção para o meio exterior no condensador e no evaporador foram considerados iguais.

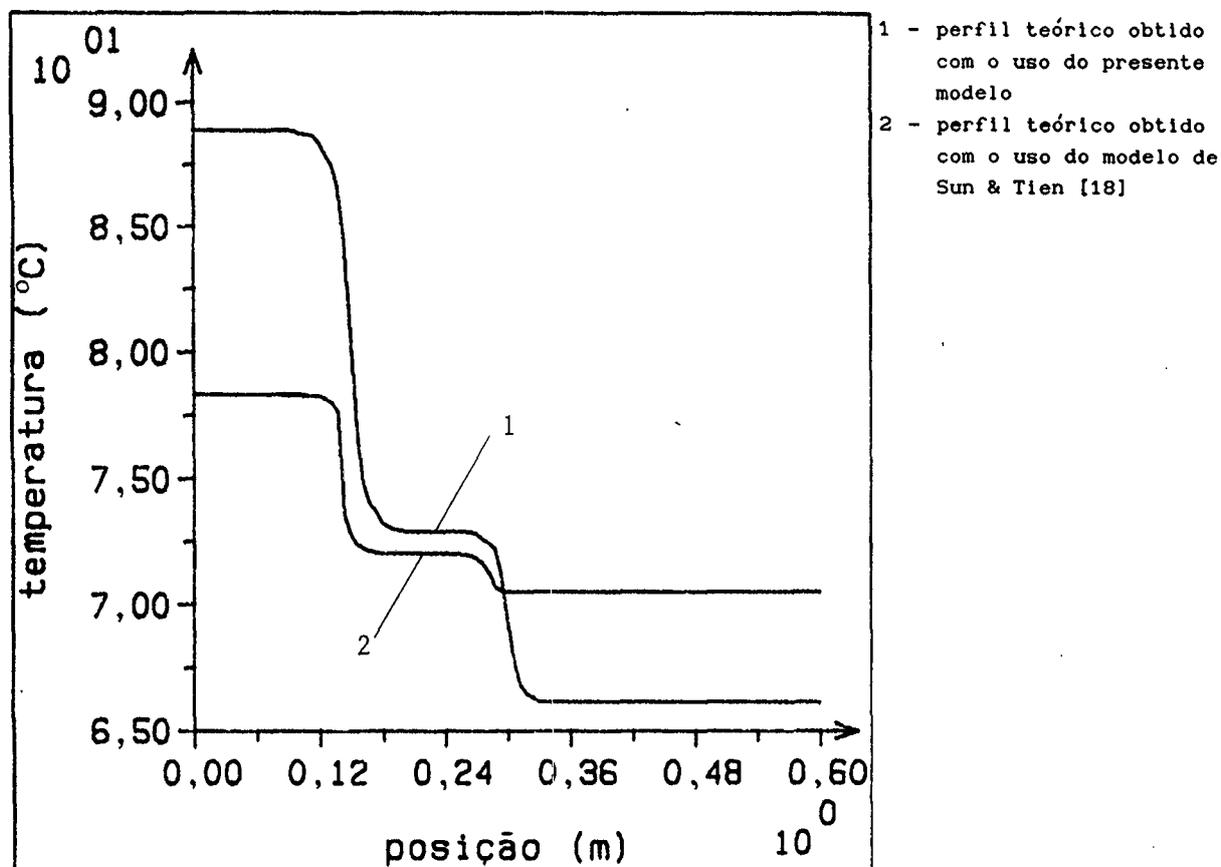


Figura (4.24) - idem figura (4.23), tubo (vi)

Para o caso dos tubos (i) a (iii), pelo fato dos efeitos bi-dimensionais não serem relevantes, o desvio entre os perfis obtidos para os dois modelos é pequeno. Para os demais, o comportamento é similar ao dos tubos das figuras anteriores.

4.4 - COMPARAÇÕES PARA O CASO DE FLUXO DE CALOR PRESCRITO NO EVAPORADOR E RADIAÇÃO NO CONDENSADOR

Pelo fato do presente modelo ser o único de conhecimento do autor para simulação global de tubos de calor operando segundo a condição acima estabelecida, nenhuma comparação similar as anteriores é possível.

Todavia observou-se que os resultados apresentados são praticamente idênticos para a simulação destes tubos segundo esta condição e a imposta para o caso (I), com o coeficiente de transferência de calor h_c calculado segundo a equação (4.10), de acordo com a sistemática apresentada por Chi em [4].

$$h_c = \sigma \varepsilon \frac{(T_s^4 - T_\infty^4)}{(T_s - T_\infty)} \quad (4.10)$$

Ao se valer da equação acima, necessita-se do conhecimento prévio da temperatura externa do tubo no condensador. Deste modo, a razão de se utilizar a metodologia apresentada na secção 3.4 é de que nesta tal variável não é um valor que deva ser estabelecido a priori. Qualquer possível avaliação prévia é naturalmente desprovida de exatidão, em virtude da dependência direta das condições globais de funcionamento. Evidentemente tal linearização não é aplicável a casos nos quais as diferenças de temperatura entre o tubo e o exterior é alta.

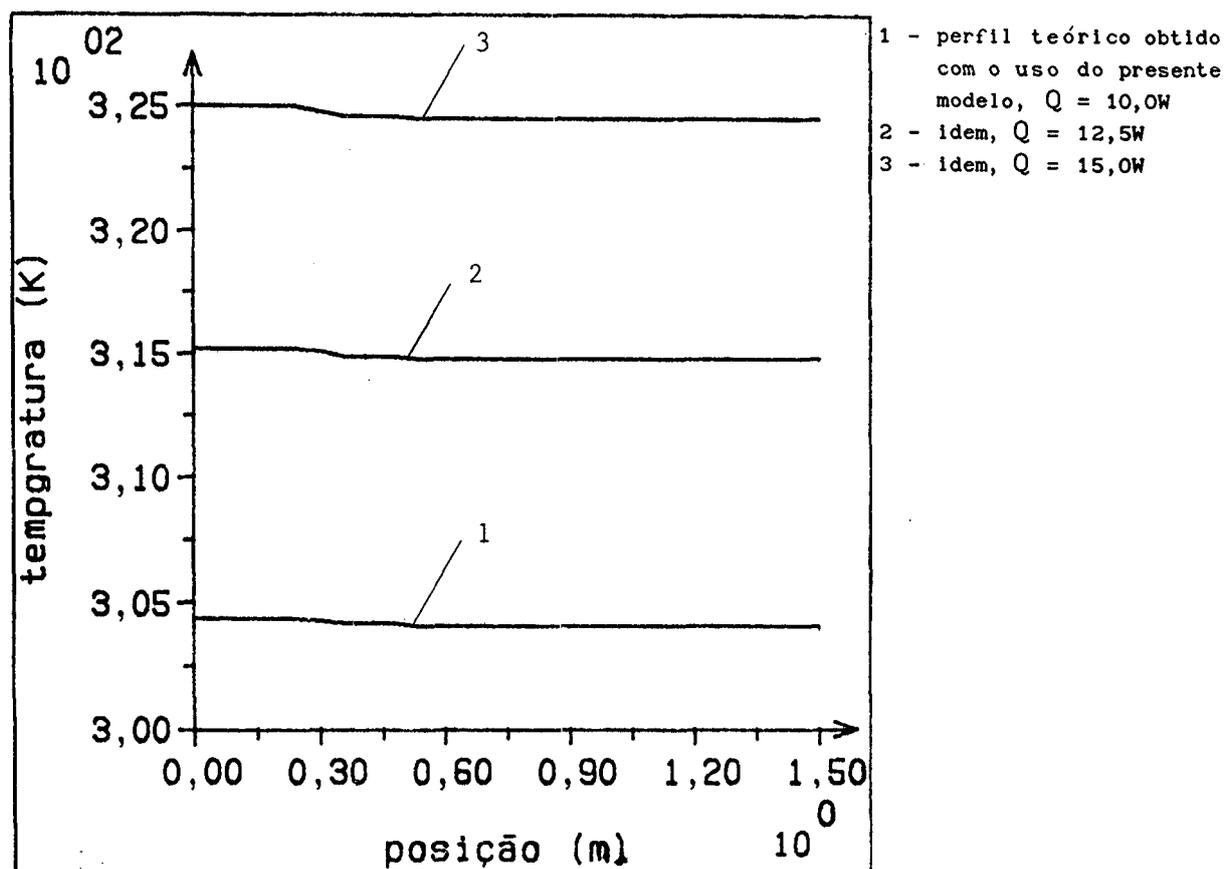


Figura (4.25) - perfis de temperatura, tubo (xiii), caso (III)

As figuras (4.25) e (4.26) mostram, respectivamente, os perfis de temperatura externos para os tubos de calor (xiii) e (xiv). São considerados os valores de fluxo de calor aplicados ao evaporador de 10 W, 12,5 W e 15 W para o primeiro e 800 W, 1000 W e 1200 W para o segundo.

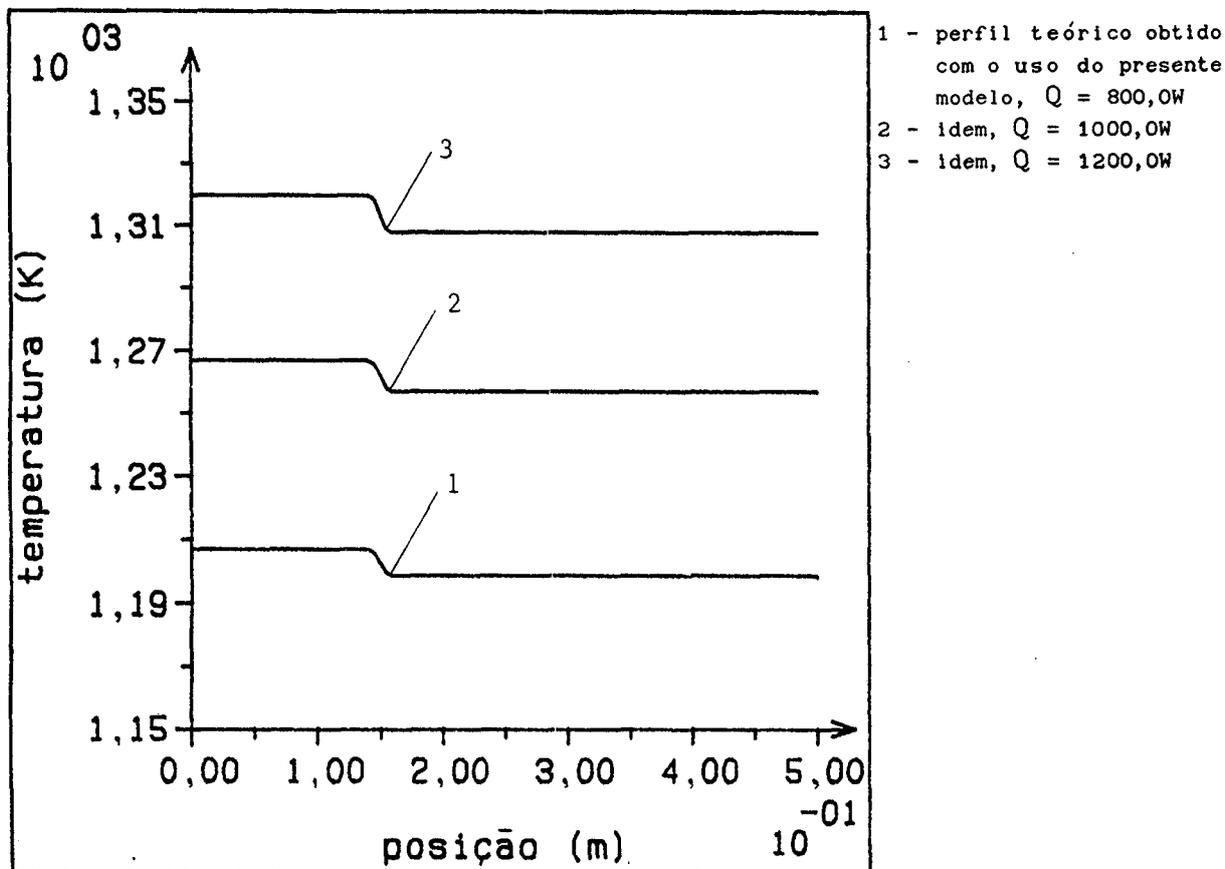


Figura (4.26) - idem figura (4.25), tubo (xiv)

É interessante notar que foi imposto que o termo D^0 da equação (3.57), correspondente a equação da conservação da energia, fosse nulo em todas iterações. Entretanto foi verificada a efetividade desta relação ao se atingir a convergência. Tal procedimento torna o processo iterativo bem mais rápido do que em se permitindo tal termo variar livremente. Em alguns casos esta apresenta-se como a única forma de possibilitar a convergência.

4.5 - EFEITOS CONDUTIVOS BI-DIMENSIONAIS

A figura (4.27) mostra a variação do fluxo de calor na interface vapor-estrutura capilar para três valores de k_i , a saber, 10%, 50% e 100% de k_w para o tubo (x). Nela pode-se notar que os efeitos da condução axial

conjugada na estrutura capilar são tão maiores quanto maior for o valor de k_1 , como era de se esperar. Os resultados são apresentados da mesma forma das figuras (4.15) a (4.17).

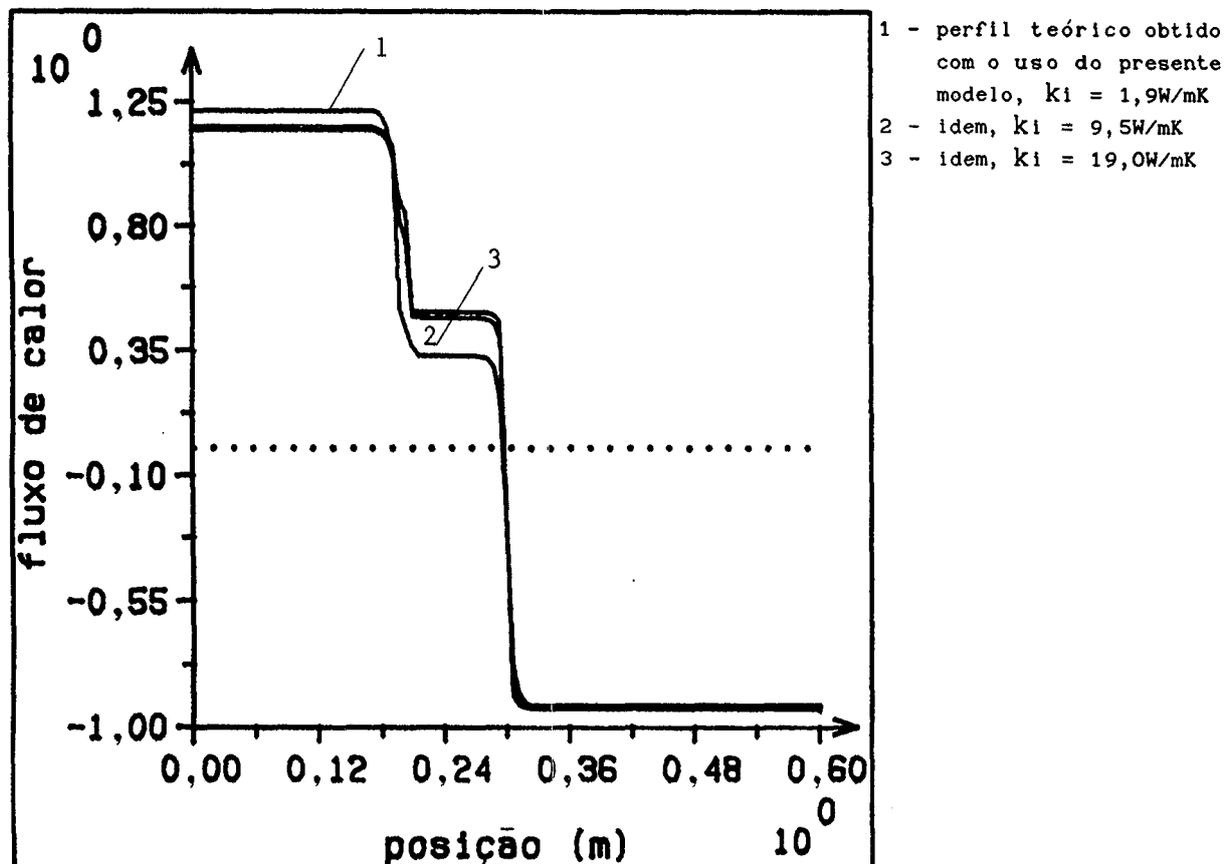


Figura (4.27) - distribuição de fluxo de calor radial para três valores de k_1 , tubo (x), caso (I)

Os fluxos de calor radiais internos ao evaporador e ao condensador são menores para maiores valores de k_1 , em virtude de se ter assim maiores quantidades de calor transportado axialmente. Isto também obriga que o fluxo de calor na secção diabática assuma um valor maior. Neste caso, para o menor valor de k_1 , o fluxo de calor para o vapor tem aproximadamente 30% do valor na superfície externa do evaporador.

A análise desta figura comprova a relevância do fluxo de calor na parte correspondente à secção adiabática da interface vapor-estrutura capilar. Demonstra-se assim a não pertinência da hipótese de equivalência das dimensões das secções internas e externas do tubo de calor. Da mesma forma, mostra-se falha a consideração de não haver calor conduzido axialmente na estrutura capilar.

A figura (4.28) mostra o comportamento térmico do tubo (x) ao se variar k_w , para 100%, 200% e 500% do valor citado na tabela 4.1.

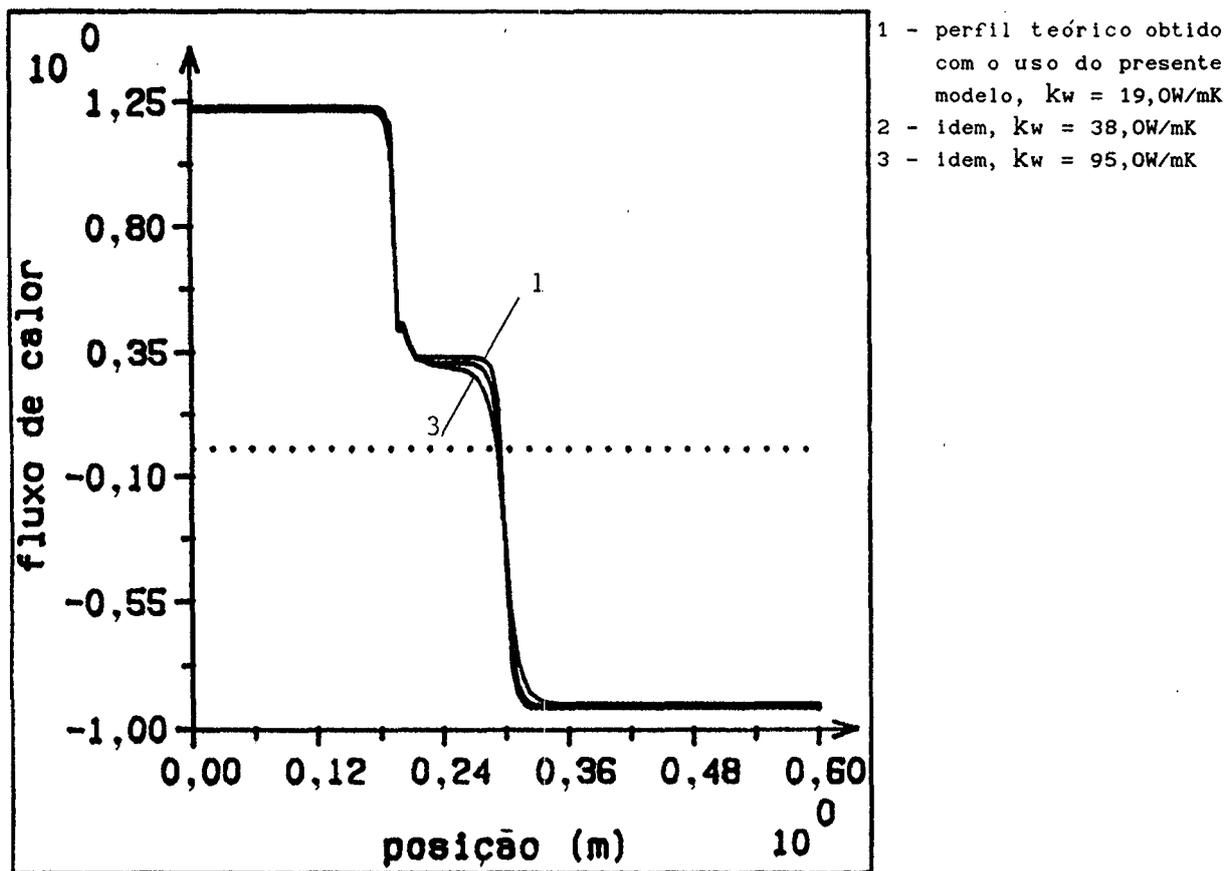


Figura (4.28) - distribuição de fluxo de calor radial para três valores de k_w , tubo (x), caso (I)

Os efeitos condutivos bi-dimensionais tornam-se tanto mais fortes quanto maior for k_w , como já foi constatado por Faghri & Chen em [42]. É visível a fraca influência da variação de k_w no desempenho, na faixa usual de variação deste parâmetro em aplicações práticas de tubos de calor. Com isto infere-se que os efeitos condutivos bi-dimensionais tornam-se importantes à medida que as condutividades térmicas tornam-se comparáveis. Invalida-se assim o uso da solução de [19], para tubos de calor em que as condutividades térmicas do invólucro e efetiva da estrutura capilar são comparáveis. Como pode ser inferido das figuras (4.23) e (4.24), o mesmo vale para casos com fluxos de calor altos.

4.6 - EFEITO DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS QUE REGULAM A TRANSFERÊNCIA DE CALOR

A figura (4.29) mostra, para o tubo (vi), a influência da

variação do coeficiente de filme efetivo no evaporador, h_i , na determinação dos perfis de temperatura externa. Pode-se notar que seus efeitos se mostram bem mais marcantes na determinação da temperatura do evaporador que na do restante do tubo.

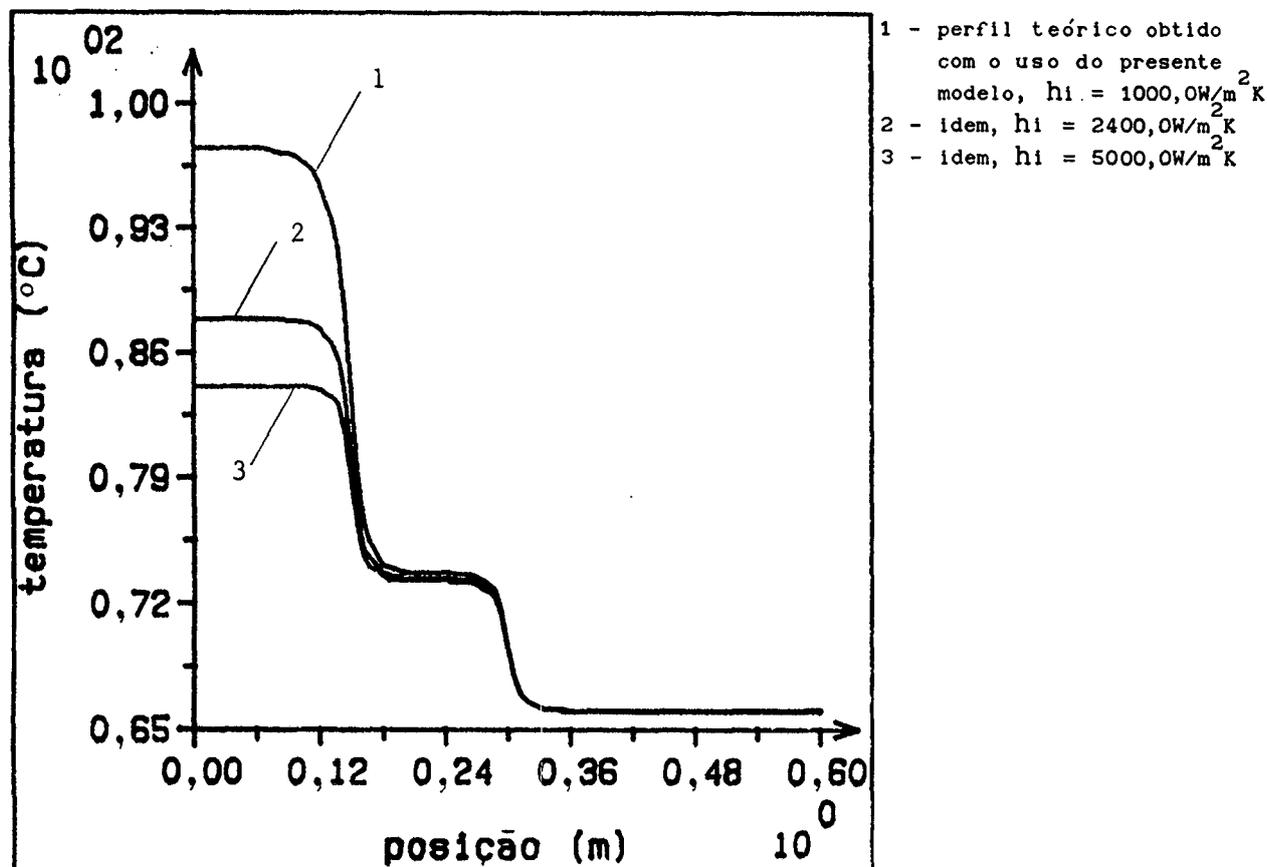
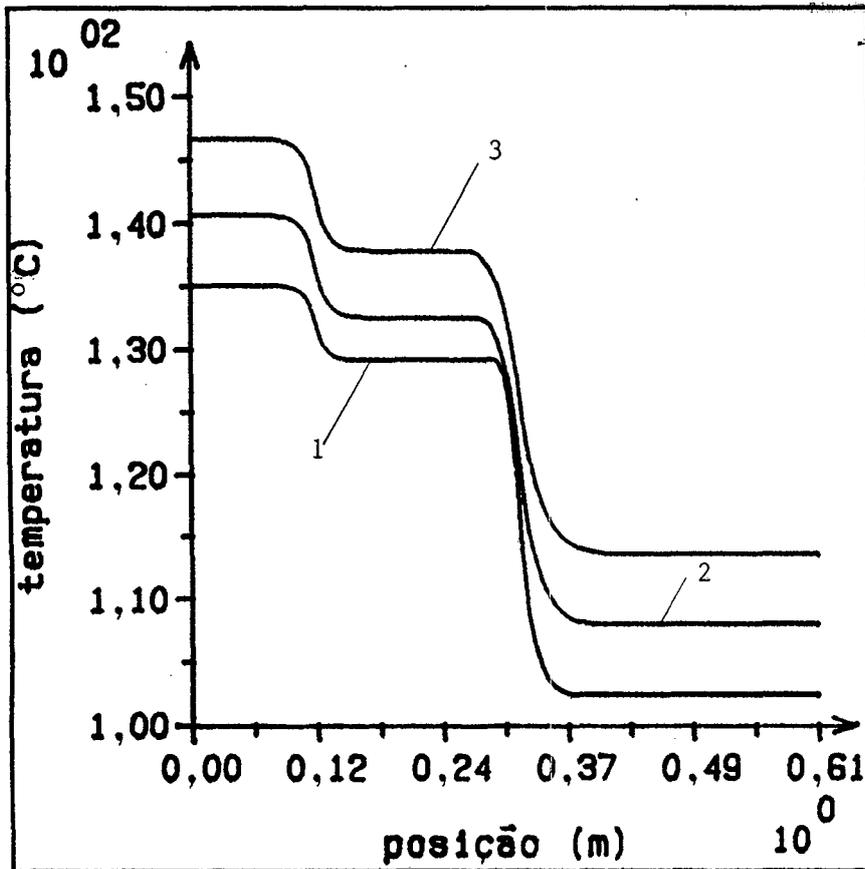


Figura (4.29) - distribuição de temperatura externa para três valores de h_i , tubo (vi), caso (I)

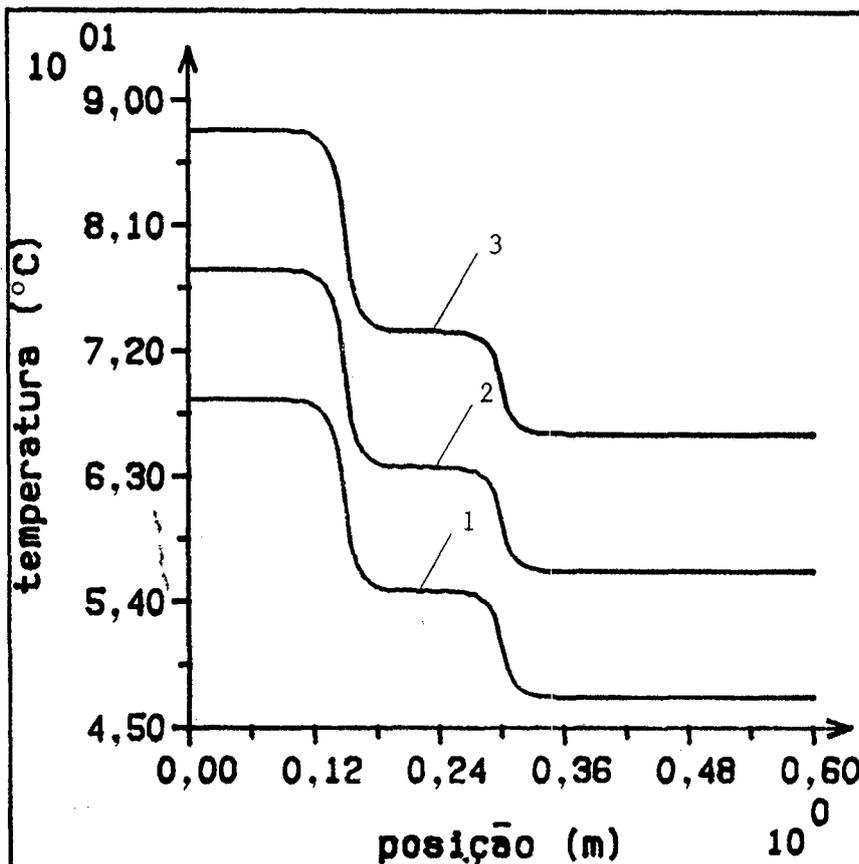
Conclui-se também que o aumento de h_i , intensificando da evaporação no interior da estrutura capilar, tende a aproximar o tubo de calor da condição de isoterma. Isto é bastante desejável no caso de aplicações práticas. Deve-se ressaltar que tal comportamento se repete para todos os tubos simulados.

As figuras (4.30) e (4.31) mostram a modificação da distribuição de temperatura no exterior dos tubos (i) e (vi), ao se variar o valor do coeficiente de transferência de calor por convecção, h_c . É interessante notar a diferença sensível entre as influências da variação deste parâmetro no desempenho, em casos diversos. Para o tubo de calor da figura (4.30) nota-se uma variação bem menor da temperatura externa do condensador em relação ao coeficiente de transferência de calor por convecção, ao contrário do tubo da figura (4.31).



- perfil teórico obtido com o uso do presente modelo, $h_c = 7504,3 \text{ W/m}^2 \text{ K}$
- 2 - idem, $h_c = 2500,0 \text{ W/m}^2 \text{ K}$
- 3 - idem, $h_c = 1500,0 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

Figura (4.30) - distribuição de temperatura externa para três valores de h_c , tubo (i), caso (I)



- 1 - perfil teórico obtido com o uso do presente modelo, $h_c = 200,0 \text{ W/m}^2 \text{ K}$
- 2 - idem, $h_c = 150,0 \text{ W/m}^2 \text{ K}$
- 3 - idem, $h_c = 118,0 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

Figura (4.31) - idem figura (4.30), tubo (vi)

Pode-se concluir então que a utilização de valores altos de h_c torna o comportamento térmico dos tubos de calor mais próximo do obtido com o modelo de [19]. Como já foi dito, isto também se vale em casos de tubos de baixa relação k_i/k_w . Quando estas duas condições são verificadas, os processos de condução de calor ficam essencialmente uni-dimensionais.

A figura (4.32) mostra a influência da variação de k_i no desempenho do tubo (x). As características desta figura repetem-se para todos os tubos simulados. De sua análise pode-se concluir que pequenos acréscimos no valor de k_i induzem a sensíveis melhorias quanto ao desempenho. Isto se aplica a casos onde este parâmetro apresenta valores compatíveis com aqueles obtidos em tubos de calor para aplicações fora da faixa correspondente a metais líquidos.

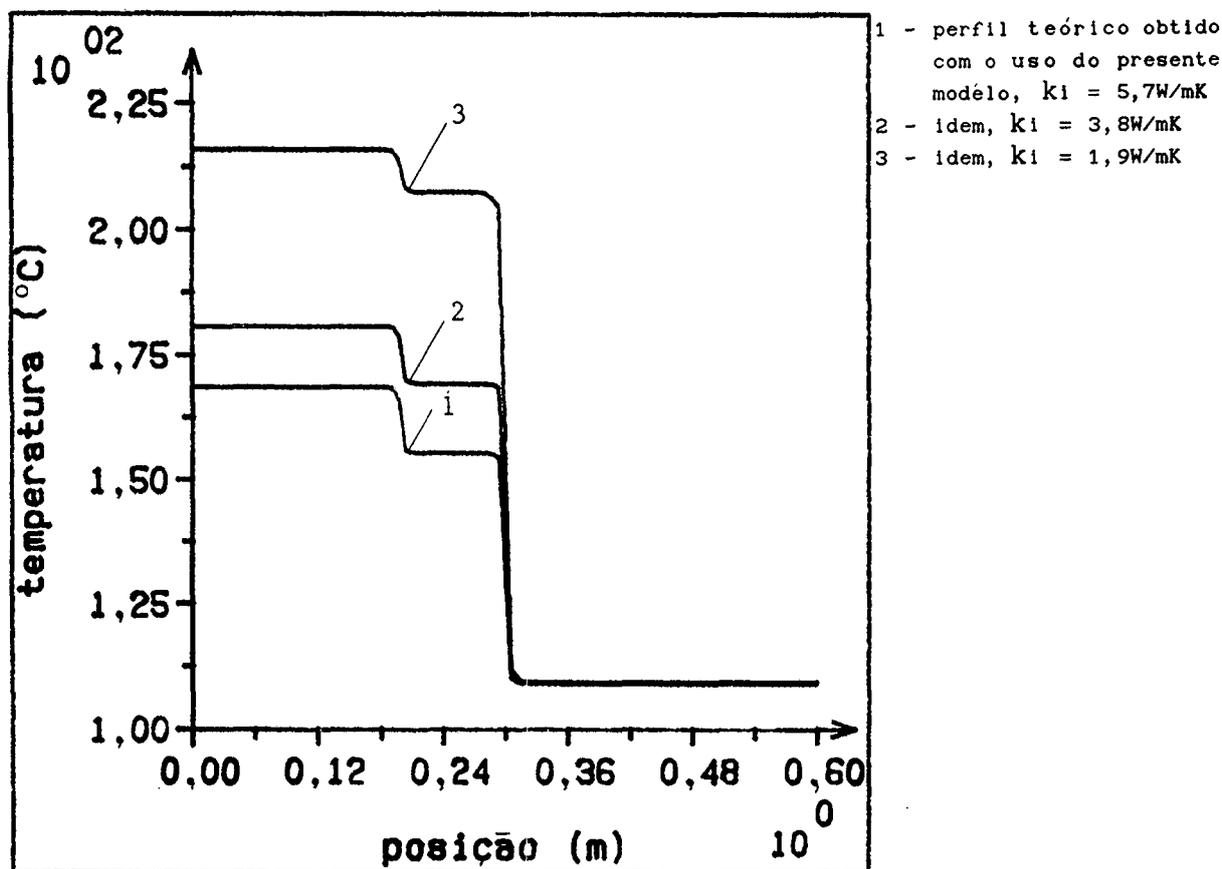


Figura (4.32) - distribuição de temperatura externa para três valores de k_i , tubo (x), caso (I)

O fato de a influência da variação de k_i praticamente não se manifestar no condensador ocorre em função de se ter um valor de h_c muito alto. Para valores moderados de h_c , a variação de k_i alteraria todo o perfil de temperaturas, ao contrário de variações de h_i , que tem influência fraca fora do evaporador.

5 - CONCLUSÕES

O método proposto para solução do modelo apresenta a vantagem sobre os demais de permitir que sejam consideradas todas as secções do tubo na simulação. Além disso torna possível a obtenção dos valores de temperatura e fluxo de calor não só para uma coordenada radial definida, mas para qualquer posição em que estes sejam requeridos. Tal característica torna o modelo atraente para aplicação em estudos nos quais esta generalidade faz-se necessária.

O modelo distingue-se por ser analítico e de solução simples e rápida em termos computacionais. Em decorrência disto, adapta-se facilmente como parte constituinte de uma análise global de sistemas que tenham tubos de calor como componente. Estas características, como já notado por Bobco em [41], são decididamente necessárias na análise de sistemas para aplicações em controle térmico. Com isto a solução aqui apresentada mostra ser potencialmente de grande valia como um "building block" de um programa maior de simulação.

Os resultados apresentados pela solução do modelo aqui proposto mostram uma concordância bem melhor com dados experimentais que o de Sun & Tien [19], em uma ampla gama de casos testados para o caso (I). Fica demonstrado, a partir da análise destas simulações, a importância da consideração de efeitos bi-dimensionais no processo de condução de calor em tubos de calor. Em decorrência desta constatação, é de se esperar que esta vantagem também seja obtida com relação ao proposto no trabalho de Sun & Tien [18] para o caso (II). Isto é consequência da similitude entre as soluções para os casos (I) e (II), tanto concernentes ao presente

trabalho quanto nos de Sun & Tien. Entretanto, não foram possíveis comparações com dados experimentais para os casos (II) e (III), em virtude da inexistência destes na literatura aberta.

A solução também mostra ser útil para fins de determinação de características de desempenho de tubos de calor, bem como para a avaliação de parâmetros desconhecidos via ajuste a dados experimentais. A partir da análise dos resultados da avaliação do comprimento interno ao evaporador, concluiu-se que este é a priori desconhecido, não sendo precisa a sua avaliação a partir do comprimento externo. Observou-se também uma influência bastante diferenciada do valor do comprimento interno do evaporador L_i sobre as características de desempenho. Contudo não foi possível deduzir em função de que parâmetros varia L_i .

Para os tubos (xi) e (xii) constatou-se que o valor do coeficiente de filme no evaporador, obtido da avaliação de parâmetros, é confirmado ao se utilizar as equações para cálculo desta grandeza encontradas na literatura. Deste modo, a metodologia de avaliação de parâmetros descrita na secção 4.1 é validada.

Concluiu-se que, na faixa usual dos valores dos parâmetros que regulam os processos de transferência de calor, a condutividade térmica da estrutura capilar e o coeficiente de filme interno ao evaporador são os parâmetros de influência mais relevante sobre o desempenho. A partir da análise dos fluxos de calor internos ao tubo, pôde-se inferir que a divisão do tubo de calor em evaporador, secção adiabática e condensador no seu interior, de maneira idêntica as correspondentes secções na superfície exterior, não é absolutamente precisa. Pôde-se ainda verificar que a influência da variação dos parâmetros sobre os perfis de temperatura é bem mais relevante que sobre as distribuições de fluxo de calor.

Em se verificando que o fluxo de calor na interface vapor-estrutura capilar tem valor considerável ao longo de todo o comprimento, para o caso geral, confirma-se a hipótese da não existência de uma secção adiabática no sentido estrito em tubos de calor.

Também verificou-se que a hipótese, adotada em alguns trabalhos, de se ter os fluxos de calor no evaporador e no condensador com valores constantes na interface estrutura capilar-vapor é bastante falha.

Todos os casos foram simulados em programas em linguagem Fortran, em um computador IBM 3090. O tempo de CPU dispendido no processamento de cada caso, para vinte termos utilizado nas séries, é da ordem de décimos de segundo para os casos (I) e (II). Para o caso (III), devido ao processo iterativo, este tempo varia muito de caso para caso.

Contudo, para os tubos (xiii) e (xiv) o tempo de computação não ultrapassou um segundo, correspondendo a seis iterações. Estes foram os valores máximos, considerando-se a convergência atingida quando da verificação de um acréscimo máximo em cada variável em uma dada iteração menor que 0,01% do valor absoluto desta mesma variável.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - Gaugler, R. S., "Heat Transfer Device", *US patent 2350348*, 1944
- [2] - Grover, G. M., Cotter, T. P. & Erikson, G. F., "Structures of Very High Thermal Conductance", *Journal of Applied Physics*, **35** (6): 1990-1991, 1964
- [3] - Maliska, C. R., Colle, S., Weingaertner, W., Fagotti, F. & Santiago, R. C., "Estudos para o Desenvolvimento de Tubos de Calor para Aplicações em Satélites Brasileiros", *Relatório Preparado para o Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE*, Departamento de Engenharia Mecânica, UFSC, 1989
- [4] - Chi, S. W., "Heat Pipe Theory and Practice, A Sourcebook", *Hemisphere Publishing Corporation*, Washington, 1976
- [5] - Ferrel, J. K., Alexander, E. G. & Piver, W. T., "Vaporization Heat Transfer in Heat Pipe Wick Materials", *AIAA paper 72-256*, 1972
- [6] - Busse, C. A., "Theory of the Ultimate Heat Transfer Limit of Cylindrical Heat Pipes", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **16**: 169-186, 1973
- [7] - Tien, C. L. & Chung, K. S., "Entrainment Limits in Heat Pipes", *AIAA Journal*, **17** (6): 643-646, 1979
- [8] - Dobran, F., "Suppression of the Sonic Heat Transfer Limit in High-Temperature Heat Pipes", *ASME Journal of Heat Transfer*, **111**: 605-610, 1989
- [9] - Dunn, P. & Reay, D. A., "Heat Pipes", *Pergamon Press*, Oxford, 1976
- [10] - Gray, V. H., "The Rotating Heat Pipe - A Wickless Hollow Shaft for Transferring High Heat Fluxes", *ASME paper 69-HT-19*, 1969

- [11] - Jones, T. B., "Electrohydrodynamic Heat Pipe", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 16: 1045-1048, 1973
- [12] - Tien, C. L., "Two Component Heat Pipe", *AIAA paper 69-631*, 1969
- [13] - Fleishman, G. L. & Marcus, B. D., "Flat Plate (Vapor Chamber) Heat Pipe", *AIAA paper 75-7728*, 1975
- [14] - Tolubinskiy, V. I. & Shevchuk, Y. N., "High-Temperature Heat Pipes (Survey)", *Heat Transfer - Soviet Research*, 20 (1): 79-88, 1988
- [15] - Groll, M., "Heat Pipe Technology for Spacecraft Thermal Control", *Proceedings of the Spacecraft Thermal and Environmental Control Systems Symposium*, 61-70, 1978
- [16] - Feldman, K. T., "Heat Pipes", *NASA CR-2508*, Midwest Research Institute, 1975
- [17] - Cotter, T. P., "Theory of Heat Pipes", *LA-3246-MS*, Los Alamos Scientific Laboratory, 1965
- [18] - Sun, K. H. & Tien, C. L., "Simple Conduction Model for Theoretical Steady-State Heat Pipe Performance", *AIAA Journal*, 10 (8): 1051-1057, 1972
- [19] - Sun, K. H. & Tien, C. L., "Thermal Performance Characteristics of Heat Pipes", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 18: 363-380, 1975
- [20] - Edwards, D. K. & Marcus, B. D., "Heat and Mass Transfer in the Vicinity of the Vapor-Gas Front in a Gas Loaded Heat Pipe", *ASME Journal of Heat Transfer*, 94: 155-162, 1972
- [21] - Somogyi, D. & Yen, H. H., "An Aproximate Analysis of the Diffusing Flow in a Self-Controlled Heat Pipe", *ASME Journal of Heat Transfer*, 95: 93-100, 1973
- [22] - Rohani, A. R. & Tien C. L., "Steady Two-Dimensional Heat and Mass Transfer in the Vapor-Gas Region of a Gas-Loaded Heat Pipe", *ASME Journal of Heat Transfer*, 95: 377-382, 1973
- [23] - Tien, C. L. & Rohani, A. R., "Analysis of the Effects of Vapor Pressure Drop on Heat Pipe Performance", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 17: 61-67, 1974
- [24] - Rohani, A. R. & Tien, C. L., "Minimum Heat Transfer Limit in Simple and Gas-Loaded Heat Pipes", *AIAA Journal*, 13 (4): 530-532, 1975
- [25] - Bankston, C. A. & Smith, H. J., "Vapor Flow in Cylindrical Heat Pipes", *ASME Journal of Heat Transfer*, 95: 371-376, 1973
- [26] - Ooijen, H. & Hoogendoorn, C. J., "Vapor Flow Calculations in a Flat-Plate Heat Pipe", *AIAA Journal*, 17 (11): 1251-1259, 1979
- [27] - Busse, C. A. & Prenger, F. C., "Numerical Analysis of the Vapor

- Flow in Cylindrical Heat Pipes", *Proceedings of the 5th Heat Pipe Conference*, 1: 214-219, 1984
- [28] - Narayana, K. B., "Vapor Flow Characteristics of Slender Cylindrical Heat Pipes - A Numerical Approach", *Numerical Heat Transfer*, Part A, 10: 79-93, 1986
- [29] - Faghri, A., "Vapor Flow Analysis in a Double-Walled Concentric Heat Pipe", *Numerical Heat Transfer*, Part A, 10: 583-595, 1986
- [30] - Faghri, A., "Performance Characteristics of a Concentric Annular Heat Pipe, Part II Vapor Analysis", *ASME Journal of Heat Transfer*, 111: 851-857, 1989
- [31] - Busse, C. A. & Loehrke, "Subsonic Pressure Recovery in Cylindrical Condensers", *ASME Journal of Heat Transfer*, 111: 533-537, 1989
- [32] - De Michele, D. W. & Davis, M. V., "Vapor Transport Limits of Liquid Metal Heat Pipes", *Nuclear Technology*, 15: 366-383, 1972
- [33] - Levy, E. K. & Chou, S. F., "The Sonic Limit in Sodium Heat Pipes", *ASME Journal of Heat Transfer*, 95: 218-223, 1973
- [34] - Levy, E. K., "Theoretical Investigation of Heat Pipes Operating at Low Vapor Pressure", *ASME Journal of Engineering for Industry*, 90: 547-552, 1968
- [35] - Issacci, F., Catton, I. & Ghoniem, N. M., "Startup Transient Modeling of Flow in Heat Pipes", *Proceedings of the 9th International Heat Transfer Conference*, 33-38, 1990
- [36] - Groll, M. & Zimmermann, P., "Das Stationäre und Instationäre Betriebsverhalten von Wärmerohren", *Wärme und Stoffübertragung*, 4: 39-47, 1971
- [37] - Rajakumar, A. & Krishnaswamy, P. R., "Experimental Frequency Domain Dynamics of Heat Pipes", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 21: 1333-1339, 1978
- [38] - Shukla, K. N., "Transient Response of a Gas-Controlled Heat Pipe", *AIAA Journal*, 19 (8): 1063-1070, 1981
- [39] - Hijikata, K., Chen, S. J. & Tien, C. L., "Non Condensable Gas Effect on Condensation in a Two-Phase Closed Thermosyphon", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 27 (8): 1319-1325, 1984
- [40] - Lutsenko, V. I., "A Conjugate Problem of the Calculation of High-Temperature Heat Pipe Parameters", *Heat Transfer - Soviet Research*, 18 (2): 136-142, 1986
- [41] - Bobco, R. P., "Variable Conductance Heat Pipes: A First Order Model", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 1 (1): 35-42,

1987

- [42] - Faghri, A. & Chen, M. M., "A Numerical Analysis of the Effects of Conjugate Heat Transfer, Vapor Compressibility and Viscous Dissipation in Heat Pipes", *Numerical Heat Transfer, Part A*, **16**: 389-405, 1989
- [43] - Chen, M. M. & Faghri, A., "An Analysis of the Vapor Flow and the Heat Conduction Through the Liquid-Wick and Pipe Wall in a Heat Pipe with Single or Multiple Heat Sources", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **33** (9): 1945-1955, 1990
- [44] - Hall, M. L. & Doster, J. M., "A Sensitivity Study of the Effects of Evaporation/Condensation Accommodation Coefficients on Transient Heat Pipe Modeling", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **33** (3): 465-481, 1990
- [45] - Peterson, P. F. & Tien, C. L., "Numerical and Analytical Solutions for Two-Dimensional Gas Distribution in Gas-Loaded Heat Pipes", *ASME Journal of Heat Transfer*, **111**: 598-604, 1989
- [46] - Peterson, P. F. & Tien, C. L., "Mixed Double -Diffusive Convection in Gas-Loaded Heat Pipes", *ASME Journal of Heat Transfer*, **111**: 78-83, 1990
- [47] - Ferrel, J. K., Cosgrove, J. H. & Carnesale, A., "An Analytical Model for the Prediction of Operating Limits of Heat Pipes", ORO-3411-12, North Carolina State University, 1969
- [48] - Allingham, W. D. & McEntire, J. A., "Determination of Boiling Film Coefficient for a Heated Horizontal Tube in Water-Saturated Wick Material", *ASME Journal of Heat Transfer*, **83**: 71-76, 1961
- [49] - Sukhatme, S. P. & Rohsenow, W. M., "Heat Transfer During Film Condensation of a Liquid Metal Vapor", *ASME Journal of Heat Transfer*, **88**: 19-28, 1966
- [50] - Davis, W. R. & Ferrel, J. K., "Evaporative Heat Transfer of Liquid Potassium in Porous Media", *AIAA paper 74-719*, 1974
- [51] - Kamotani, Y., "Effects of One-Sided Heat Input and Removal on Axially Grooved Heat-Pipe Performance", *AIAA paper 77-191*, 1977
- [52] - Shibayama, S. & Morooka, S., "Study on a Heat Pipe, 2nd Report", *Bulletin of the JSME*, **22** (171): 1243-1250, 1979
- [53] - Morooka, S., Kuroki, T. & Waki, T., "Study on a Heat Pipe, 3rd Report", *Bulletin of the JSME*, **24** (196): 1811-1819, 1981
- [54] - Udell, K. S., "Heat Transfer in Porous Media Heated from Above with Evaporation, Condensation and Capillary Effects", *ASME Journal of Heat Transfer*, **105**: 485-492, 1983

- [55] - Udell, K. S., "Heat Transfer in Porous Media Considering Phase Change and Capillarity - The Heat Pipe Effect", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 28 (2): 485-494, 1985
- [56] - Imura, H., Kozai, H., Hayashida, S. & Takashima, K., "Heat Transfer Characteristics in Screen-Wick Heat Pipes", *JSME International Journal*, Series II, 31 (1): 88-97, 1988
- [57] - Singh, B. S., Dybbs, A. & Lyman, F. A., "Experimental Study of the Effective Thermal Conductivity of Liquid Saturated Sintered Fiber Metal Wicks", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 16: 145-155, 1973
- [58] - Shibayama, S. & Morooka, S., "Study on a Heat Pipe", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 23: 1003-1013, 1980
- [59] - Phillips, J. R., Chow, L. C. & Grosshandler, W. L., "Thermal Conductivity of Metal Cloth Heat Pipe Wicks", *ASME Journal of Heat Transfer*, 109: 775-781, 1987
- [60] - Yamamoto, T. & Tanaka, Y., "Experimental Study of Sodium Heat Pipes", *JSME International Journal*, Series II, 30 (269): 1776-1782, 1987
- [61] - Kuskov, G. V., Maydanik, Y. F. & Pastukhov, V. G., "Investigation of Thermal Conductivities of Heat-Pipe Wicks", *Heat Transfer - Soviet Research*, 19 (6): 119-128, 1988
- [62] - Chang, W. S., "Porosity and Effective Thermal Conductivity of Wire Screens", *ASME Journal of Heat Transfer*, 112: 5-9, 1990
- [63] - Stakgold, I., "Boundary Value Problems of Mathematical Physics", Vols. I & II, *The MacMillan Company*, New York, 1967
- [64] - Colle, S., "A General Solution for the Heat Transfer in Arrays of Radiative Fins of Arbitrary Shape", *ASME paper 83-HT-57*, 1983
- [65] - Virto, L. & Codina, E., "Heat Transfer in Metallic Screen Wicks with Phase Change at the Boundary", *Proceedings of Euromech*, 183-188, 1981
- [66] - Peterson, P. F. & Tien, C. L., "Temperature-Distribution Analysis for Variable-Conductance Multi-Pipe Radiators", *Proceedings of the 9th International Heat Transfer Conference*, 433-438, 1990
- [67] - Wakao, N. & Kaguei, S., "Heat and Mass Transfer in Packed Beds", *Gordon and Breach Science Publishers Inc.*, New York, 1982

APÊNDICE A - CÁLCULO DAS FUNÇÕES DE GREEN

As funções de Green definidas a seguir são todas integradas circunferencialmente, tendo-se em vista a axi-simetria do problema. Uma descrição completa a respeito da teoria e da metodologia de obtenção de funções de Green pode ser encontrada em Stakgold [63]

A.1 - FUNÇÃO DE GREEN PARA O INVÓLUCRO

A função de Green do problema do invólucro é a solução da equação diferencial abaixo

$$-\nabla^2 g_w = \frac{\delta(\eta - \eta') \delta(\xi - \xi')}{\eta} - \frac{2}{1 - b^2} \quad (\text{A.1})$$

onde g_w é a função de Green integrada em θ , η representa o Jacobiano da transformação de coordenadas cartesianas para cilíndricas e o termo $2/(1 - b^2)$ resulta da integração em θ do inverso do volume da região (vide apêndice B), ou seja, $2\pi/V$. As condições de contorno associadas são dadas pelas expressões a seguir.

$$\frac{\partial g_w}{\partial \xi'}(\xi, \eta | 0, \eta') = \frac{\partial g_w}{\partial \xi'}(\xi, \eta | 1, \eta') = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial g_w}{\partial \eta}(\xi, \eta | \xi', b) = \frac{\partial g_w}{\partial \eta}(\xi, \eta | \xi', 1) = 0 \quad (\text{A.3})$$

De acordo com o apêndice C, a expansão parcial em auto-funções de ξ , associada as condições de contorno (A.2), dá a seguinte solução para (A.1)

$$g_w(\xi, \eta | \xi', \eta') = g_{w0}(\eta, \eta') + \sum_{n=1}^{\infty} g_{wn}(\eta, \eta') \cos(\alpha_n \xi) \cos(\alpha_n \xi') \quad (\text{A.4})$$

onde α_n é dado pela expressão abaixo.

$$\alpha_n = \frac{n \pi}{1} \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (\text{A.5})$$

A aplicação de (A.4) à equação (A.1) resulta na expressão subsequente

$$- \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta} \left(\eta \frac{dg_{wn}}{d\eta} \right) - \alpha_n^2 g_{wn} \right] \cos(\alpha_n \xi) \cos(\alpha_n \xi') = \frac{\delta(\eta - \eta') \delta(\xi - \xi')}{\eta} - \frac{2\eta}{1(1-b^2)} \quad (\text{A.6})$$

multiplicando-se a expressão anterior por $\cos(\alpha_0 \xi) = \cos(0) = 1$ e integrando de 0 a 1 em ξ' , obtém-se

$$- \frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta} \left(\eta \frac{dg_{w0}}{d\eta} \right) 1 = \frac{\delta(\eta - \eta')}{\eta} - \frac{2}{(1-b^2)} \quad (\text{A.7})$$

fazendo-se o mesmo para $\cos(\alpha_n \xi)$ chega-se à equação abaixo.

$$- \left[\frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta} \left(\eta \frac{dg_{wn}}{d\eta} \right) - \alpha_n^2 g_{wn} \right] \frac{1}{2} = \frac{\delta(\eta - \eta')}{\eta} \quad (\text{A.8})$$

Da equação (A.7), se $\eta \neq \eta'$

$$- \frac{d}{d\eta} \left(\eta \frac{dg_{w0}}{d\eta} \right) 1 = \frac{2\eta}{1(1-b^2)} \quad (\text{A.9})$$

cuja integração resulta na seguinte.

$$g_{w0} = \frac{\eta^2}{2 \cdot 1 \cdot (1 - b^2)} + A_0 \ln(\eta) + B_0 \quad (\text{A. 10})$$

Das condições de contorno (A.3) obtêm-se as relações

$$\frac{dg_{w0}^<}{d\eta}(b, \eta') = 0 \quad (\eta < \eta') \quad \frac{dg_{w0}^>}{d\eta}(1, \eta') = 0 \quad (\eta > \eta') \quad (\text{A. 11})$$

que, aplicadas em (A.10), conduzem ao que segue

$$g_{w0}^<(\eta, \eta') = \frac{\eta^2}{2 \cdot 1 \cdot (1 - b^2)} - \frac{b^2}{1 \cdot (1 - b^2)} \ln(\eta) + B_0^< \quad (\text{A. 12})$$

$$g_{w0}^>(\eta, \eta') = \frac{\eta^2}{2 \cdot 1 \cdot (1 - b^2)} - \frac{1}{1 \cdot (1 - b^2)} \ln(\eta) + B_0^> \quad (\text{A. 13})$$

Note-se que é intrinsecamente verificada a condição de salto da derivada de g_{w0} , equação (A.14).

$$\frac{dg_{w0}^>}{d\eta}(\eta, \eta') - \frac{dg_{w0}^<}{d\eta}(\eta, \eta') = - \frac{1}{1 \cdot \eta}, \quad (\text{A. 14})$$

Valendo-se agora da condição de continuidade de g_{w0} em $\eta = \eta'$, equação (A.15)

$$g_{w0}^>(\eta, \eta') = g_{w0}^<(\eta, \eta') \quad (\text{A. 15})$$

obtém-se uma relação entre $B_0^<$ e $B_0^>$. A condição de simetria da função de Green é descrita pela equação

$$\int_b^1 \eta g_{w0}(\eta, \eta') d\eta = 0 \quad (\text{A. 16})$$

que pode ser escrita na forma seguinte.

$$\int_b^{\eta'} \eta g_{w0}^<(\eta, \eta') d\eta + \int_{\eta'}^1 \eta g_{w0}^>(\eta, \eta') d\eta = 0 \quad (\text{A. 17})$$

Substituindo-se na equação anterior os valores calculados em (A.12) e (A.13), tem-se o valor de $Bo^<$ a menos de uma constante. Substituindo-se-o em (A.12), (A.13) e (A.15), chega-se as expressões finais para $gwo^<$ e $gwo^>$.

$$gwo^<(\eta, \eta') = \frac{\eta^2 + \eta'^2}{2 \cdot 1 \cdot (1 - b^2)} - \frac{\ln(\eta') + b^2 \ln(\eta)}{1 \cdot (1 - b^2)} \quad (A.18)$$

$$gwo^>(\eta, \eta') = \frac{\eta^2 + \eta'^2}{2 \cdot 1 \cdot (1 - b^2)} - \frac{\ln(\eta) + b^2 \ln(\eta')}{1 \cdot (1 - b^2)} \quad (A.19)$$

Da equação (A.8), para $\eta \neq \eta'$, tem-se

$$\frac{d^2 g_{wn}}{d\eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{dg_{wn}}{d\eta} - \alpha_n^2 g_{wn} = 0 \quad (A.20)$$

que é uma equação de Bessel modificada de ordem 0 em $(\alpha_n \eta)$, cuja solução geral é do tipo

$$g_{wn}(\eta, \eta') = [A_n I_0(\alpha_n \eta) + B_n K_0(\alpha_n \eta)] \quad (A.21)$$

sendo I_0 e K_0 as funções de Bessel modificadas de ordem zero de primeira e segunda espécies, respectivamente. Das condições de contorno (A.3) tem-se que o que segue.

$$\frac{dg_{wn}^<}{d\eta}(b, \eta') = 0 \quad (\eta < \eta') \quad \frac{dg_{wn}^>}{d\eta}(1, \eta') = 0 \quad (\eta > \eta') \quad (A.22)$$

Aplicando-se (A.21) em (A.22) chega-se a

$$g_{wn}^<(\eta, \eta') = A_n^{<*} [I_0(\alpha_n \eta) K_1(\alpha_n b) + I_1(\alpha_n b) K_0(\alpha_n \eta)] \quad (A.23)$$

$$g_{wn}^>(\eta, \eta') = A_n^{>*} [I_0(\alpha_n \eta) K_1(\alpha_n) + I_1(\alpha_n) K_0(\alpha_n \eta)] \quad (A.24)$$

sendo I_1 e K_1 as funções de Bessel modificadas de primeira ordem e primeira e segunda espécies, respectivamente. Utilizando-se das condições de salto de derivada e da continuidade das funções de Green em $\eta = \eta'$, descritas a seguir

$$\frac{dg_{wn}^>}{d\eta}(\eta, \eta') - \frac{dg_{wn}^<}{d\eta}(\eta, \eta') = - \frac{2}{1 \eta'} \quad (A.25)$$

$$g_{wn}^>(\eta, \eta') = g_{wn}^<(\eta, \eta') \quad (A.26)$$

com (A.23) e (A.24) chega-se ao seguinte sistema de equações

$$\begin{cases} A_{11} An^{>*} - A_{12} An^{<*} = 0 \\ A_{21} An^{>*} - A_{22} An^{<*} = - \frac{2}{1 \eta' \alpha_n} \end{cases} \quad (A.27)$$

em $An^{<***}$ e $An^{>*}$, onde os coeficientes são dados na forma abaixo.

$$A_{11} = I_0(\alpha_n \eta') K_1(\alpha_n) + I_1(\alpha_n) K_0(\alpha_n \eta')$$

$$A_{12} = I_0(\alpha_n \eta') K_1(\alpha_n b) + I_1(\alpha_n b) K_0(\alpha_n \eta')$$

$$A_{21} = I_1(\alpha_n \eta') K_1(\alpha_n) - I_1(\alpha_n) K_1(\alpha_n \eta')$$

$$A_{22} = I_1(\alpha_n \eta') K_1(\alpha_n b) - I_1(\alpha_n b) K_1(\alpha_n \eta')$$

Resolvendo-se (A.27) e substituindo-se os resultados obtidos nas equações (A.23) e (A.24), tem-se as expressões finais.

$$g_{wn}^<(\eta, \eta') = \{2 [I_0(\alpha_n \eta') K_1(\alpha_n) + I_1(\alpha_n) K_0(\alpha_n \eta')] \times [I_0(\alpha_n \eta) K_1(\alpha_n b) + I_1(\alpha_n b) K_0(\alpha_n \eta)]\} / (1 D_{wn}) \quad (A.28)$$

$$g_{wn}^>(\eta, \eta') = \{2 [I_0(\alpha_n \eta') K_1(\alpha_n b) + I_1(\alpha_n b) K_0(\alpha_n \eta')] \times [I_0(\alpha_n \eta) K_1(\alpha_n) + I_1(\alpha_n) K_0(\alpha_n \eta)]\} / (1 D_{wn}) \quad (A.29)$$

$$D_{wn} = I_1(\alpha_n) K_1(\alpha_n b) - I_1(\alpha_n b) K_1(\alpha_n) \quad (A.30)$$

A.2 - FUNÇÃO DE GREEN PARA A ESTRUTURA CAPILAR

De modo similar ao caso anterior, a função de Green nesta região é a solução da equação diferencial seguinte

$$-\nabla^2 g_1 = \frac{\delta(\eta - \eta') \delta(\xi - \xi')}{\eta} \quad (\text{A. 31})$$

onde g_1 é a integral da função de Green em θ . Tem-se por condições de contorno as igualdades que seguem.

$$\frac{\partial g_1}{\partial \xi'}(\xi, \eta | 0, \eta') = \frac{\partial g_1}{\partial \xi'}(\xi, \eta | 1, \eta') = 0 \quad (\text{A. 32})$$

$$g_1(\xi, \eta | \xi', a) = \frac{\partial g_1}{\partial \eta'}(\xi, \eta | \xi', b) = 0 \quad (\text{A. 33})$$

Substituindo g_1 por sua expansão parcial (vide apêndice C), tem-se

$$g_1(\xi, \eta | \xi', \eta') = g_{10}(\eta, \eta') + \sum_{n=1}^{\infty} g_{1n}(\eta, \eta') \cos(\alpha_n \xi) \cos(\alpha_n \xi') \quad (\text{A. 34})$$

expressão que, substituída em (A.31), resulta em

$$-\sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta} \left(\eta \frac{dg_{1n}}{d\eta} \right) - \alpha_n^2 g_{1n} \right] \cos(\alpha_n \xi) \cos(\alpha_n \xi') = \frac{\delta(\eta - \eta') \delta(\xi - \xi')}{\eta} \quad (\text{A. 35})$$

multiplicando-se a expressão acima por $\cos(\alpha_0 \xi) = \cos(0) = 1$ e integrando de 0 a 1 em ξ' , chega-se a

$$-\frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta} \left(\eta \frac{dg_{10}}{d\eta} \right) 1 = \frac{\delta(\eta - \eta')}{\eta} \quad (\text{A. 36})$$

o mesmo procedimento para $\cos(\alpha_n \xi)$ conduz à relação seguinte.

$$-\left[\frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta} \left(\eta \frac{dg_{1n}}{d\eta} \right) - \alpha_n^2 g_{1n} \right] \frac{1}{2} = \frac{\delta(\eta - \eta')}{\eta} \quad (\text{A. 37})$$

Da equação (A.36), se $\eta \neq \eta'$ chega-se à expressão

$$-\frac{d}{d\eta} \left(\eta \frac{dg_{10}}{d\eta} \right) 1 = 0 \quad (\text{A. 38})$$

cuja integração conduz a

$$g_{10}(\eta, \eta') = A_0 \ln(\eta) + B_0 \quad (\text{A. 39})$$

aplicando-se as condições de contorno (A.33) para g_{10} tem-se

$$g_{10}^<(a, \eta') = 0 \quad (\eta < \eta') \quad \frac{dg_{10}^>}{d\eta}(b, \eta') = 0 \quad (\eta > \eta') \quad (\text{A. 40})$$

de onde conclui-se o que segue.

$$g_{10}^< = A_0^< \ln(\eta/a) \quad g_{10}^> = B_0^> \quad (\text{A. 41})$$

Usando-se então as condições de salto da derivada e de continuidade para g_{10} , chega-se finalmente as expressões de $g_{10}^<$ e $g_{10}^>$.

$$g_{10}^<(\eta, \eta') = [\ln(\eta/a)]/1 \quad (\text{A. 42})$$

$$g_{10}^>(\eta, \eta') = [\ln(\eta'/a)]/1 \quad (\text{A. 43})$$

Da equação (A.37), para $\eta \neq \eta'$, tem-se

$$\frac{d^2 g_{1n}}{d\eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{dg_{1n}}{d\eta} - \alpha_n^2 g_{1n} = 0 \quad (\text{A. 44})$$

em função de esta equação ser idêntica a do caso anterior, (A.20), g_{1n} para a estrutura capilar tem a mesma forma que (A.21). Com a aplicação das condições de contorno (A.33) para g_{1n} , que tomam a forma

$$g_{1n}^<(a, \eta') = 0 \quad (\eta < \eta') \quad \frac{dg_{1n}^>}{d\eta}(1, \eta') = 0 \quad (\eta > \eta') \quad (\text{A. 45})$$

chega-se a

$$g_{1n}^<(\eta, \eta') = A_n^{<*} [I_0(\alpha_n \eta) K_0(\alpha_n a) - I_0(\alpha_n a) K_0(\alpha_n \eta)] \quad (\text{A. 46})$$

$$g_{1n}^>(\eta, \eta') = A_n^{>*} [I_0(\alpha_n \eta) K_1(\alpha_n b) + I_1(\alpha_n b) K_0(\alpha_n \eta)] \quad (\text{A. 47})$$

usando-se as condições de salto de derivada e de continuidade com as expressões (A.46) e (A.47), chega-se a um sistema de equações idêntico a (A.27), com os coeficientes determinados como segue.

$$A_{11} = I_0(\alpha_n \eta') K_1(\alpha_n b) + I_1(\alpha_n b) K_0(\alpha_n \eta')$$

$$A_{12} = I_0(\alpha_n \eta') K_0(\alpha_n a) - I_0(\alpha_n a) K_0(\alpha_n \eta')$$

$$A_{21} = I_1(\alpha_n \eta') K_1(\alpha_n b) - I_1(\alpha_n b) K_1(\alpha_n \eta')$$

$$A_{22} = I_1(\alpha_n \eta') K_0(\alpha_n a) + I_1(\alpha_n a) K_1(\alpha_n \eta')$$

Resolvendo-se o sistema linear e substituindo-se os resultados em (A.46) e (A.47), obtém-se as expressões finais da função de Green para a estrutura capilar.

$$g_{in}^<(\eta, \eta') = \{2 [I_0(\alpha_n \eta') K_1(\alpha_n b) + I_1(\alpha_n b) K_0(\alpha_n \eta')] \times \\ [I_0(\alpha_n \eta) K_0(\alpha_n a) - I_0(\alpha_n a) K_0(\alpha_n \eta)]\} / (1 D_{in}) \quad (A.48)$$

$$g_{in}^>(\eta, \eta') = \{2 [I_0(\alpha_n \eta') K_0(\alpha_n a) - I_0(\alpha_n a) K_0(\alpha_n \eta')] \times \\ [I_0(\alpha_n \eta) K_1(\alpha_n b) + I_1(\alpha_n b) K_0(\alpha_n \eta)]\} / (1 D_{in}) \quad (A.49)$$

$$D_{in} = I_0(\alpha_n a) K_1(\alpha_n b) + I_1(\alpha_n b) K_0(\alpha_n a) \quad (A.50)$$

A.3 - FUNÇÃO DE GREEN PARA A ESTRUTURA CAPILAR DO MODELO MODIFICADO

A equação para obtenção da função de Green para o presente caso é a mesma que no caso anterior, a menos das condições de contorno (A.32), que tomam a forma seguinte.

$$\frac{\partial g_1}{\partial \xi'}(\xi, \eta | i, \eta') = \frac{\partial g_1}{\partial \xi'}(\xi, \eta | 1, \eta') = 0 \quad (A.51)$$

Valendo-se do mesmo procedimento do caso anterior, chega-se a uma equação similar a (A.35), com a forma

$$- \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta} \left(\eta \frac{dg_{1n}}{d\eta} \right) - \alpha_{1n}^2 g_{1n} \right] \cos(\alpha_{1n} \xi) \cos(\alpha_{1n} \xi') = \frac{\delta(\eta - \eta') \delta(\xi - \xi')}{\eta} \quad (\text{A.52})$$

onde

$$\alpha_{1n} = \frac{n \pi}{(1 - i)} \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (\text{A.53})$$

multiplicando-se (A.52) por $\cos[\alpha_0 (\xi - i)] = \cos(0) = 1$ e integrando de 0 a 1 em ξ' , tem-se

$$- \frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta} \left(\eta \frac{dg_{10}}{d\eta} \right) (1 - i) = \frac{\delta(\eta - \eta')}{\eta} \quad (\text{A.54})$$

o mesmo procedimento com $\cos[\alpha_n (\xi - i)]$ conduz à expressão seguinte.

$$- \left[\frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta} \left(\eta \frac{dg_{1n}}{d\eta} \right) - \alpha_{1n}^2 g_{1n} \right] \frac{(1 - i)}{2} = \frac{\delta(\eta - \eta')}{\eta} \quad (\text{A.55})$$

Da equação (A.54), se $\eta \neq \eta'$

$$- \frac{d}{d\eta} \left(\eta \frac{dg_{10}}{d\eta} \right) (1 - i) = 0 \quad (\text{A.56})$$

procedendo-se de modo análogo ao caso anterior, tem-se as expressões finais para $g_{10}^<$ e $g_{10}^>$.

$$g_{10}^<(\eta, \eta') = [\ln(\eta/a)] / (1 - i) \quad (\text{A.57})$$

$$g_{10}^>(\eta, \eta') = [\ln(\eta'/a)] / (1 - i) \quad (\text{A.58})$$

Desenvolvendo a equação (A.55), de modo a obter-se uma equação semelhante a (A.44), e aplicando-se as condições de contorno pertinentes ao caso em questão, (A.33) e (A.51), chega-se as expressões que seguem.

$$g_{1n}^<(\eta, \eta') = A_n^{<*} [I_0(\alpha_{1n} \eta) K_0(\alpha_{1n} a) - I_0(\alpha_{1n} a) K_0(\alpha_{1n} \eta)] \quad (\text{A.59})$$

$$g_{in}^>(\eta, \eta') = A_n^{>*} [I_0(\alpha_{in} \eta) K_1(\alpha_{in} b) + I_1(\alpha_{in} b) K_0(\alpha_{in} \eta)] \quad (A.60)$$

Os coeficientes do sistema linear, idêntico a (A.27), que resulta da aplicação das condições de continuidade e salto da derivada são os seguintes.

$$A_{11} = I_0(\alpha_{in} \eta') K_1(\alpha_{in} b) + I_1(\alpha_{in} b) K_0(\alpha_{in} \eta')$$

$$A_{12} = I_0(\alpha_{in} \eta') K_0(\alpha_{in} a) - I_0(\alpha_{in} a) K_0(\alpha_{in} \eta')$$

$$A_{21} = I_1(\alpha_{in} \eta') K_1(\alpha_{in} b) - I_1(\alpha_{in} b) K_1(\alpha_{in} \eta')$$

$$A_{22} = I_1(\alpha_{in} \eta') K_0(\alpha_{in} a) + I_1(\alpha_{in} a) K_1(\alpha_{in} \eta')$$

Resolvendo-se este sistema linear e aplicando-se os resultados obtidos a (A.59) e (A.60), tem-se as expressões finais para a função de Green da estrutura capilar modificada.

$$g_{in}^<(\eta, \eta') = \{2 [I_0(\alpha_{in} \eta') K_1(\alpha_{in} b) + I_1(\alpha_{in} b) K_0(\alpha_{in} \eta')] \times [I_0(\alpha_{in} \eta) K_0(\alpha_{in} a) - I_0(\alpha_{in} a) K_0(\alpha_{in} \eta)]\} / [(1 - i) D_{in}] \quad (A.61)$$

$$g_{in}^>(\eta, \eta') = \{2 [I_0(\alpha_{in} \eta') K_0(\alpha_{in} a) - I_0(\alpha_{in} a) K_0(\alpha_{in} \eta')] \times [I_0(\alpha_{in} \eta) K_1(\alpha_{in} b) + I_1(\alpha_{in} b) K_0(\alpha_{in} \eta)]\} / [(1 - i) D_{in}] \quad (A.62)$$

APÊNDICE B - APLICAÇÃO DAS FUNÇÕES DE GREEN

Neste apêndice são tecidos comentários a respeito da aplicação da teoria das funções de Green e da metodologia de cálculo ao problema em questão. A figura (B.1) mostra um esquema do domínio em estudo.

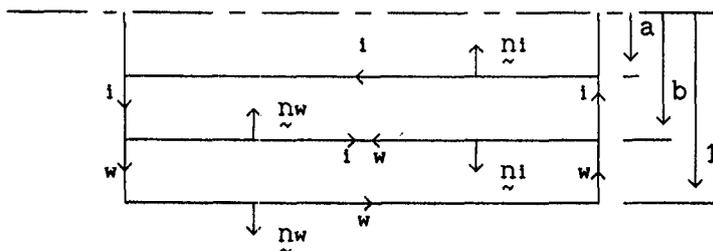


Figura (B.1) - esquema do domínio

B.1 - PROBLEMAS DE NEUMANN, DE DIRICHLET E MISTO

Seja D uma região normal no espaço R^n , ou seja, aberta e simplesmente conexa e ∂D o seu contorno, constituído por curvas e superfícies regulares. Caracterizando-se o seguinte problema

$$\nabla^2 u = \varphi(x)$$

(B.1)

com as condições no contorno definidas genericamente por

$$\frac{\partial u}{\partial \tilde{n}_i} \Big|_{\partial D_i} = \phi_i(x) \qquad u \Big|_{\partial D_j} = \psi_j(x) \quad (i \neq j) \qquad (B.2)$$

sendo ∂D_i e ∂D_j superfícies não coincidentes, cujo conjunto forma o contorno de D ; se somente existirem condições do tipo (i), diz-se que o problema é de Neumann, se encontrarem-se somente condições do tipo (j), o problema é dito de Dirichlet e se ambos os tipos coexistirem, tem-se um problema misto.

Para o problema com $\varphi(x) = \phi(x) = \psi(x) = 0$, se a única solução for uma constante real para o problema de Neumann, a respectiva função de Green existe e é única, a menos de uma constante real. Para os problemas de Dirichlet e misto, se a única solução for a trivial, as respectivas funções de Green existem e são univocamente determinadas. Obtém-se tais funções da solução do seguinte problema a valores no contorno modificado

$$-\nabla^2 g(x, \xi) = \delta(x, \xi) - \frac{\Gamma}{V|_D} \qquad (B.3)$$

com as condições no contorno definidas por

$$\frac{\partial g}{\partial \tilde{n}_i} \Big|_{\partial D_i} = g \Big|_{\partial D_j} = 0 \quad (i \neq j) \qquad \forall x \in \partial D \qquad (B.4)$$

sendo $\Gamma = 1$ para o problema de Neumann e $\Gamma = 0$ para os problemas de Dirichlet e misto.

Aplicando-se a segunda identidade de Green, a solução geral do problema composto por (B.1) e (B.2) toma a forma a seguir

$$u(x) = \int_D g(x, \xi) \varphi(\xi) d\xi + \sum_j \int_{\partial D_j} \frac{\partial g}{\partial \tilde{n}_j}(x, \xi) \psi_j(\xi) dS_j(\xi) + \sum_i \int_{\partial D_i} g(x, \xi) \phi_i(\xi) dS_i(\xi) + \Gamma u_0 \qquad (B.5)$$

ondê u_0 é a constante do problema de Neumann. Este ainda requer ainda uma condição de consistência, descrita pela expressão seguinte.

$$\int_{\partial D} \phi(x) \, dA = \int_D \varphi(x) \, dx = 0 \quad (\text{B.6})$$

B.2 - APLICAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Os problemas para o invólucro e para a estrutura capilar correspondem à solução da equação de Laplace, portanto

$$\varphi(x) = 0 \quad (\text{B.7})$$

para ambos os casos. Como o problema para o invólucro impõe a distribuição de fluxo na fronteira na forma

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi, 1) &= \phi_1(\xi) & \frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(\xi, b) &= \phi_2(\xi) \\ \frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(0, \eta) &= \frac{\partial \theta_w}{\partial \eta}(1, \eta) = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

é portanto caracteristicamente um problema de Neumann. Tendo-se em vista a figura (B.1), chega-se à solução particular de (B.5) para a temperatura do invólucro, θ_w , que se apresenta da forma abaixo.

$$\theta_w(\xi, \eta) = \int_0^1 g(\xi, \eta | \xi', 1) \phi_1(\xi') \, d\xi' + \int_0^1 g(\xi, \eta | \xi', b) \phi_2(\xi') \, d\xi' \quad (\text{B.8})$$

Para a estrutura capilar as condições de contorno são

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(\xi, b) &= \phi_3(\xi) & \theta_1(\xi, a) &= \psi_1(\xi) \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(0, \eta) &= \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}(1, \eta) = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

sendo portanto caracteristicamente um problema misto. Tem-se então, de (B.5), a expressão particular para a temperatura da estrutura capilar, θ_1 , descrita pela expressão a seguir.

$$\theta_1(\xi, \eta) = \int_0^1 g(\xi, \eta | \xi', b) \phi_3(\xi') d\xi' + \int_0^1 \frac{\partial g}{\partial \eta}(\xi, \eta | \xi', a) \psi_1(\xi') d\xi' \quad (\text{B.10})$$

Para o cálculo das temperaturas nas formas explícitas, (B.9) e (B.10), é necessário o estabelecimento prévio das funções ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 e ψ_1 . Estas são a priori desconhecidas, só podendo ser determinadas a partir da solução do problema. Em decorrência disto, optou-se pela utilização de um método inverso para obter-se tal solução. Esse consiste em aplicar-se as equações disponíveis aos contornos, de modo a obter-se equações que descrevam as condições impostas em função das incógnitas ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 e ψ_1 . Só a partir do cálculo das condições de contorno torna-se possível valer-se das equações generalizadas, visando o cálculo das variáveis de interesse no domínio completo.

APÊNDICE C - EXPANSÃO PARCIAL EM AUTO-FUNÇÕES

No caso dos problemas em questão, há a possibilidade de resolvê-los por meio de separação de variáveis. Assim sendo, a aplicação deste método ao problema (A.1) conduz ao problema subsequente.

$$g(\xi, \eta) = H(\eta) \Xi(\xi) \quad (\text{C.1})$$

$$\frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta} \left(\eta \frac{dH}{d\eta} \right) + \frac{\lambda^2}{\eta^2} H = 0 \quad \frac{dH}{d\eta}(1) = \frac{dH}{d\eta}(b) = 0 \quad (\text{C.2})$$

$$\frac{d^2 \Xi}{d\xi^2} + \lambda^2 \Xi = 0 \quad \frac{d\Xi}{d\xi}(0) = \frac{d\Xi}{d\xi}(1) = 0 \quad (\text{C.3})$$

A solução do problema descrito por (C.3) resulta no que segue.

$$\Xi_n(\xi) = \cos(\alpha_n \xi) \quad \alpha_n = \frac{n \pi}{1} \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (\text{C.4})$$

A sistemática adotada para o cálculo da função de Green segue o método de Ritz. Este basicamente visa a aproximação da solução por meio de seqüências completas de funções linearmente independentes, que satisfaçam as condições de contorno impostas. A expressão (C.4) foi a função escolhida para se levar a efeito a expansão parcial, por questão de simplicidade. Pode-se então inferir que

$$g_w(\xi, \eta) = \sum_{n=0}^{\infty} g_{wn}(\eta) \cos(\alpha_n \xi) \quad (\text{C.5})$$

onde

$$g_{wn} = \frac{1}{\|\Xi_n\|^2} \int_0^1 g_w \Xi_n(\xi) d\xi \quad (\text{C.6})$$

$$\|\Xi_n\|^2 = \int_0^1 \Xi_n^2(\xi) d\xi = \frac{1}{2} \quad (\text{C.7})$$

desta forma o problema fica restrito ao cálculo de g_{wn} , que é um problema uni-dimensional, devido a utilização da condição de axi-simetria. Para a estrutura capilar, como a única mudança básica se dá nas condições de contorno de (C.2), o método se aplica da mesma forma, obtendo-se para g_i a expressão abaixo.

$$g_i(\xi, \eta) = \sum_{n=0}^{\infty} g_{in}(\eta) \cos(\alpha_n \xi) \quad (\text{C.8})$$