

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

CURSO DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

MEDICÃO DE COORDENADAS TRIDIRECIONAIS ATRAVÉS DA  
DIGITALIZAÇÃO DE IMAGENS

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA  
CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM  
ENGENHARIA MECÂNICA

JÚLIO CÉSAR DE LUCA

Florianópolis, outubro de 1990.

MEDIÇÃO DE COORDENADAS TRIDIRECIONAIS ATRAVÉS DA  
DIGITALIZAÇÃO DE IMAGENS

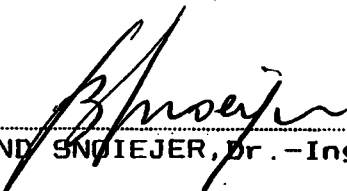
JÚLIO CÉSAR DE LUCA

ESTA DISSERTAÇÃO FOI ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO  
METROLOGIA E AUTOMAÇÃO, APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO  
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA.

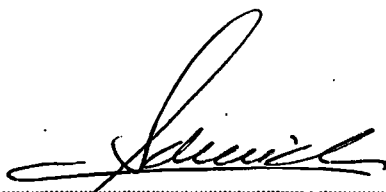


PROF. CARLOS ALBERTO SCHNEIDER, Dr.-Ing., ORIENTADOR



PROF. BEREND SNEIJER, Dr.-Ing., COORDENADOR

BANCA EXAMINADORA:



PROF. CARLOS ALBERTO SCHNEIDER, Dr.-Ing., PRESIDENTE



PROF. HERMANN ADOLF HARRY LUCKE, Dr.-Ing.



PROF. NORBERT SOEPP, Dr. Rer. Nat.

PROF. SÉRGIO MURILLO NOGUEIRA DE MELLO, M.Sc

## AGRADECIMENTOS

A Deus.

Ao Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC e ao CERTI/LABMETRO pelo apoio técnico.

Aos meus pais e irmãos pelo apoio.

Ao Prof. Carlos Alberto Schneider pela orientação.

Ao Prof. Norbert Goepp pela orientação em óptica.

As secretarias do CERTI, em especial, Rosiane pelo apoio na digitação deste texto.

Aos valorosos amigos que apoiaram direta ou indiretamente este trabalho.

## SUMÁRIO

	página
RESUMO .....	i
ABSTRACT .....	iii
GLOSSÁRIO .....	v
1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1 MEDIÇÃO POR COORDENADAS .....	1
1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO .....	3
2. O SISTEMA DE MEDIÇÃO DE COORDENADAS TRIDIRECIONAIS POR DIGITALIZAÇÃO DE IMAGENS E SEUS MÓDULOS COMPONENTES .....	7
2.1 MÓDULO DE AQUISIÇÃO DE IMAGENS (IAM) .....	9
2.1.1 Conjunto óptico do IAM .....	11
2.1.2 Câmara escura .....	17
2.2 MÓDULO DE DIGITALIZAÇÃO DE IMAGENS (IDM) .....	19
2.2.1 Sensores de aquisição de imagens .....	19
2.3 MÓDULO DE PROCESSAMENTO DE IMAGENS (IPM) .....	24
2.4 DETERMINAÇÃO DE ALGUNS PARÂMETROS DO ICMS .....	25
2.4.1 Metodologia para obtenção da função $p'(Z)$ .....	26
2.4.2 Metodologia para a determinação dos erros sistemáticos .....	28
2.4.3 Exemplo de um experimento para a determinação da função $p'(Z)$ .....	28
3. MÉTODO DA TRIANGULAÇÃO TRIDIMENSIONAL .....	31

3.1 EQUAÇÕES DO MÉTODO DA TRIANGULAÇÃO .....	32
3.2 AVALIAÇÃO DOS ERROS ATRAVÉS DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA .....	35
4. CÁLCULO DAS COORDENADAS TRIDIRECIONAIS DE UM PONTO A PARTIR DAS IMAGENS DIGITALIZADAS .....	39
4.1 METODOLOGIA DE MEDIÇÃO DE COORDENADAS E SEU MODELO MATEMÁTICO .....	39
4.1.1 Direcionamento espacial dos CS-Li .....	42
4.1.2 Transformação das coordenadas dos pontos referenciados no CS-Li para o CS-6 .....	49
4.1.3 Determinação das retas para a triangulação tridimensional .....	50
4.2 SOLUÇÃO COMPUTACIONAL .....	52
5. ANÁLISE DE ERROS DO ICMS POR SIMULAÇÃO NUMÉRICA .....	54
5.1 MODELO DE SIMULAÇÃO ADOTADO .....	54
5.2 CARACTERIZAÇÃO ESPACIAL DOS SISTEMAS SIMULADOS .....	57
5.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES .....	61
6. TRABALHO EXPERIMENTAL .....	67
6.1 MONTAGEM DO EXPERIMENTO E MEDIÇÃO DOS PARÂMETROS DO ICMS E DOS PONTOS NAS IMAGENS .....	68
6.2 PROCESSAMENTO DOS DADOS DE ENTRADA .....	74
6.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	74
7. CONCLUSÕES .....	78
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	81

## RESUMO

A tecnologia de medição por coordenadas, teve um grande avanço com a incorporação do computador às máquinas de medição por coordenadas. Estas, usualmente se utilizam de apalpadores eletromecânicos no processo de localização/medição das coordenadas de pontos. O surgimento dos sistemas de digitalização de imagens, proporcionou uma outra forma de localizar pontos e medir suas coordenadas.

O sistema de medição de coordenadas por imagens, efetua a medição das coordenadas de pontos sobre um objeto, a partir de suas imagens digitalizadas e de parâmetros do sistema, e empregando a metodologia da triangulação tridimensional.

Caracteriza-se o sistema em três módulos operacionais: módulo de aquisição de imagens, módulo de digitalização de imagens e módulo de processamento de imagens. Para cada módulo são caracterizadas/modeladas suas fontes de erros e influência destas nos erros das coordenadas dos pontos medidos.

Efetua-se o desenvolvimento do modelo matemático para o cálculo das coordenadas dos pontos em questão e, a partir deste modelo elaborou-se um programa para computador.

A análise de erros do sistema de medição de coordenadas por imagens é efetuada através de simulações numéricas, que utilizam o programa

de computador para o cálculo das coordenadas, de pontos selecionados, e dispersões destas.

É realizado um trabalho experimental, onde o sistema utiliza uma máquina fotográfica como módulo de aquisição de imagens. Os resultados experimentais comprovaram a potencialidade do sistema e do modelo de simulações numéricas utilizado.

## ABSTRACT

The coordinate measuring technology, has had a considerable improvement with the incorporation of computer to the coordinate measuring machines. These machines, usually utilize electro mechanical touchers in order to localize/measure point coordinates. The image digitalization systems appearance, has been promoting a new option to localize and measure the point coordinates.

The image coordinate measuring system, realizes the coordinate measurings of points in an object, using its digitalized images and other system parameters, and applies the tridimensional triangulation method.

This system is divided into three operational modules, as follow : image acquisition module or camera, image digitizing module and image processing module. The error sources of each module and its influences at the measured point coordinates are analyzed.

The mathematical model for any point tridirectional coordinate calculation was developed and from this model it was elaborated a software in Pascal programming language.

The image coordinate measuring system error analysis was made by numerical simulations, that used the developed software for the calculation of selected points coordinates and its dispersion.



It was realized an experimental work, where the system setup utilized a photographic machine as an image acquisition module. The experimental results have confirmed the system capability and the reliability of those results reached by utilizing the proposed numerical simulations method.

## GLOSSÁRIO

CCD	Charge Coupled Device	Dispositivo de Carga Associada
CMM	Coordinate Measuring Machine	Máquina de Medição por Coordenadas
CS-G	Coordinate System General	Sistema de Coordenadas Geral
CS-L	Coordinate System Local	Sistema de Coordenadas Local
E1	Error of Linearity	Erro de Linearidade
IAM	Image Acquisition Module	Módulo de Aquisição de Imagens
ICMS	Image Coordinate Measuring System	Sistema de Medição de Coordenadas por Imagens
IDM	Image Digitizing Module	Módulo de Digitalização de Imagens
IPM	Image Processing Module	Módulo de Processamento de Imagens
MTF	Modulation Transfer Function	Função Transferência de Modulação

## 1. INTRODUÇÃO

O aperfeiçoamento tecnológico dos sistemas mecânicos vem a exigir uma melhor performance dos sistemas de medição no controle de qualidade daqueles e/ou seus módulos. Com o advento dos sistemas de medição por coordenadas, tornou-se mais fácil e confiável o controle dimensional de peças com geometrias complexas. Os sistemas de medição por coordenadas vem sofrendo um processo de transformação tecnológica no sentido de se obter melhores características metroológicas e o máximo grau de automação no processo de medição.

O surgimento das câmeras de digitalização de imagens abre novas perspectivas à evolução dos sistemas de medição por coordenadas. Estes instrumentos possibilitam a medição de coordenadas bidirecionais de um ponto em uma imagem, sobre o plano de projeção, de uma forma rápida e automática. Isto fornece um ponto de partida para a medição das coordenadas de um ponto qualquer num sistema tridimensional de coordenadas. Trata-se de uma técnica inovadora e bastante promissora para a evolução dos sistemas de medição por coordenadas.

### 1.1 MEDIÇÃO POR COORDENADAS

O processo de medição por coordenadas caracteriza-se pela medição das coordenadas de pontos sobre uma peça e a partir destas

determina-se as dimensões de elementos geométricos da peça. A medição das coordenadas de pontos que caracterizam um determinado elemento geométrico, ou posição deste numa peça, pode ser vista como uma discretização grosseira deste. A partir das informações desta discretização pode-se caracterizar estes elementos geométricos num espaço tridimensional.

Os processos clássicos de medição de peças de geometria complexa (fig. 1.1), utilizam-se da técnica de medição por coordenadas usando sistemas convencionais de medição, ou seja: escalas, paquímetros, micrômetros, medidores diferenciais e instrumentos auxiliares para estas medições. Nestes processos, os corpos a serem medidos são posicionados sobre uma superfície padrão ou desempenho, e todas as medições de interesse são realizadas segundo um sistema de referência que tem como um dos planos coordenados aquela superfície /1/. Trata-se de um processo moroso, cansativo e cujos resultados das medições depende sobre maneira das medições realizadas pelo metrologista e da qualidade dos instrumentos de medição utilizados.

Atualmente, os sistemas mais avançados de medição por coordenadas são as Máquinas de Medir por Coordenadas (CMM). Nestas máquinas, os pontos que levam à caracterização dos elementos geométricos a serem medidos são localizados por um apalpador (fig. 1.2) que poderá ser óptico ou mecânico. Como esta máquina mede a posição espacial do apalpador, dentro de sua faixa de operação tridimensional, a mesma pode determinar as coordenadas de qualquer ponto apalpado.

Existem outros sistemas de medição por coordenadas que se utilizam de um feixe de luz na localização e medição das coordenadas de

pontos sobre uma peça /3/. A triangulação tridimensional com teodolito laser é um exemplo de um sistema deste tipo (fig. 1.3).

R

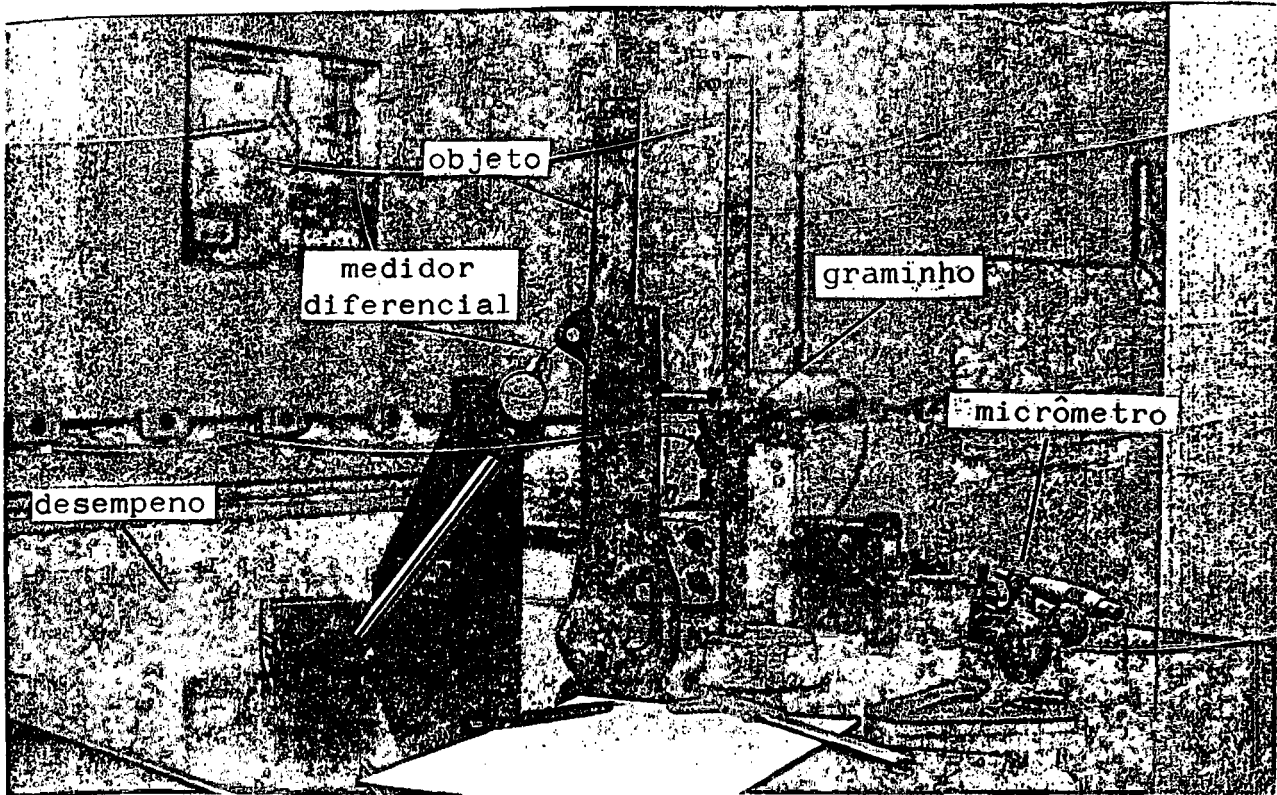


Figura 1.1 - Medição por coordenadas com instrumentação convencional

## 1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

O presente trabalho tem por objetivo a apresentação e avaliação de uma metodologia/sistema de medição tridirecional de coordenadas de pontos através da digitalização da imagem de um corpo qualquer.

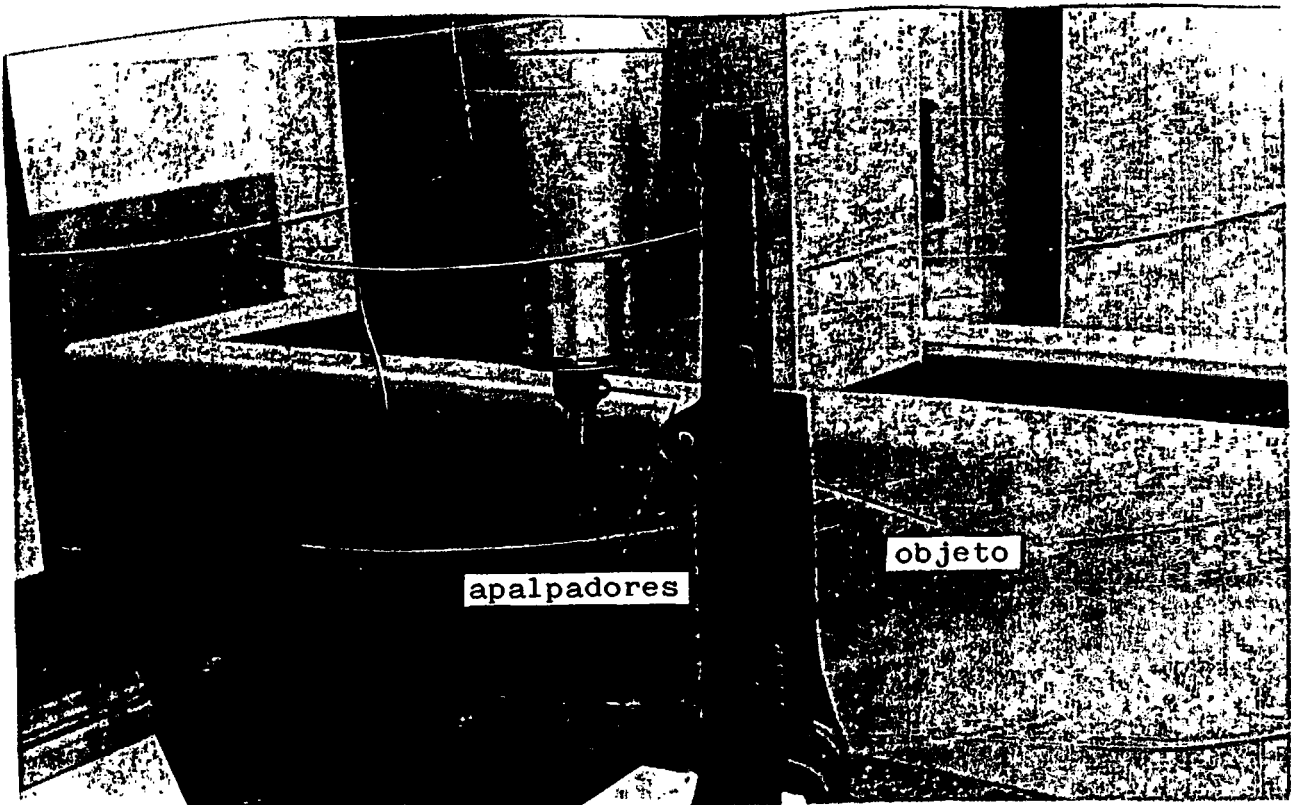


Figura 1.2 - Medição em máquina de medição por coordenadas, computadorizada

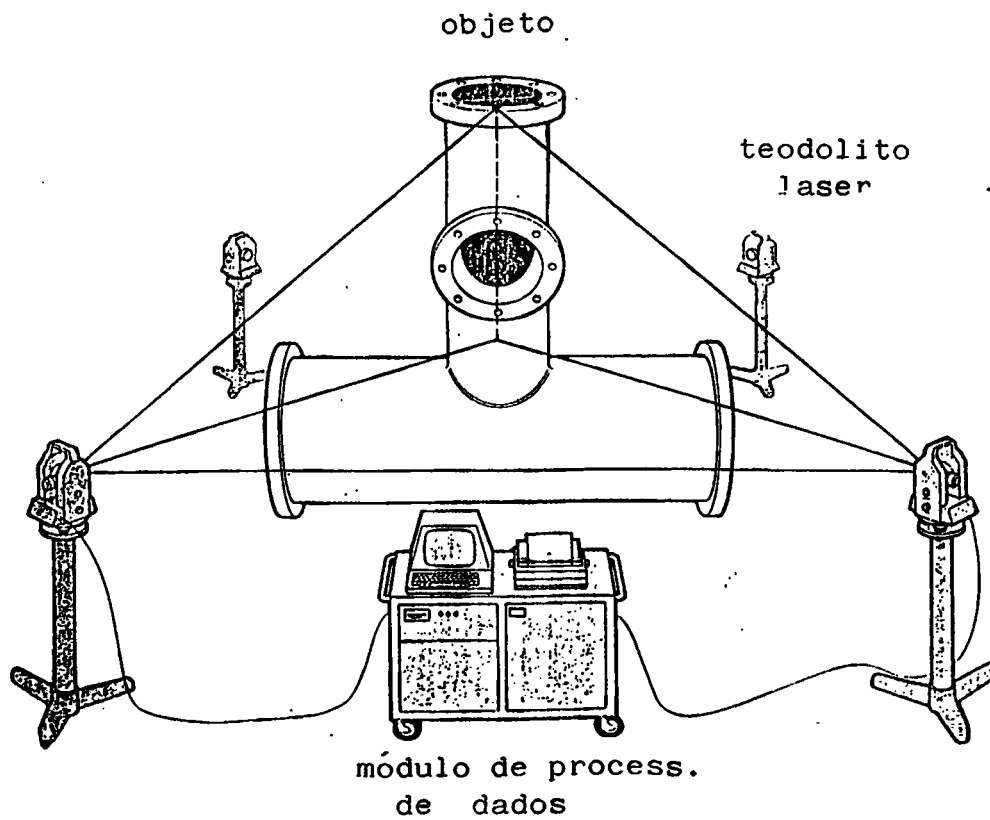


Figura 1.3 - Medição por coordenadas usando dois teodolitos

Nesta metodologia, pretende-se utilizar do método da triangulação tridimensional na determinação das coordenadas de um ponto qualquer.

Este método permite a determinação das coordenadas do ponto representativo do cruzamento de duas ou mais retas. Para a determinação das retas necessárias ao processo da triangulação pretende-se utilizar de câmeras de digitalização de imagens que definem estas retas a partir dos feixes de projeção do ponto cujas coordenadas devem ser medidas.

A apresentação e avaliação da metodologia/sistema em questão é realizada nos seguintes passos:

- revisão bibliográfica sobre sistemas de digitalização de imagens;
- apresentação de uma metodologia para a solução da triangulação tridimensional;
- desenvolvimentos analíticos necessários para a determinação das retas envolvidas na triangulação tridimensional;
- análise dos erros de cada módulo que compõem o sistema de medição e dos resultados das medições;
- trabalho experimental.

Objetiva-se também obter um sistema de medição de coordenadas com as seguintes características:

- rápido processo de medição;
- resultados com pequenos erros de medição;
- faixa de operação flexível;

- medições sem contato e automáticas;
- possibilidade de medições em campo;
- aplicável ao controle dimensional em processos automáticos de fabricação;
- facilidade operacional.

O desenvolvimento de uma estação de medição de coordenadas tridirecionais através da digitalização de imagens, como a que este trabalho se objetiva a apresentar, proporcionará mais um sistema de medição de coordenadas de ótimas características metrológicas e com uma vasta gama de aplicações.



## 2. O SISTEMA DE MEDIÇÃO DE COORDENADAS TRIDIRECIONAIS POR DIGITALIZAÇÃO DE IMAGENS E SEUS MÓDULOS COMPONENTES

O Sistema de Medição de Coordenadas por Imagens (ICMS) é dividido em três módulos funcionais (figs 2.1 e 2.2) :

- a) O Módulo de Aquisição de Imagens (IAM) é responsável pela aquisição da imagem de um objeto, projetando-a através de um conjunto de lentes no plano de projeção.
- b) O Módulo de Digitalização de Imagens (IDM) efetua a discretização (digitalização) das imagens adquiridas pelos IAM, possibilitando a determinação das coordenadas  $(x, y)$  de qualquer ponto projetado no plano de projeção do IAM.
- c) O Módulo de Processamento de Imagens (IPM) efetua os processamentos necessários para o cálculo das coordenadas tridirecionais de um ponto P qualquer no espaço com relação a um sistema de coordenadas pré-definido (fig 2.2).

Nos itens subsequentes, faz-se uma análise de cada módulo componente do ICMS, sendo enfocadas suas principais fontes de erros e características operacionais.

Além dos erros inerentes a cada módulo constituinte do ICMS, existe um erro devido a propagação não retilínea dos feixes luminosos no meio. Este erro se deve a mudanças no índice de refração do meio em que o feixe luminoso se propaga, contudo, este não será aqui considerado, visto que o ICMS será considerado como operando em ambientes sem grandes gradientes de índices de refração. Desta

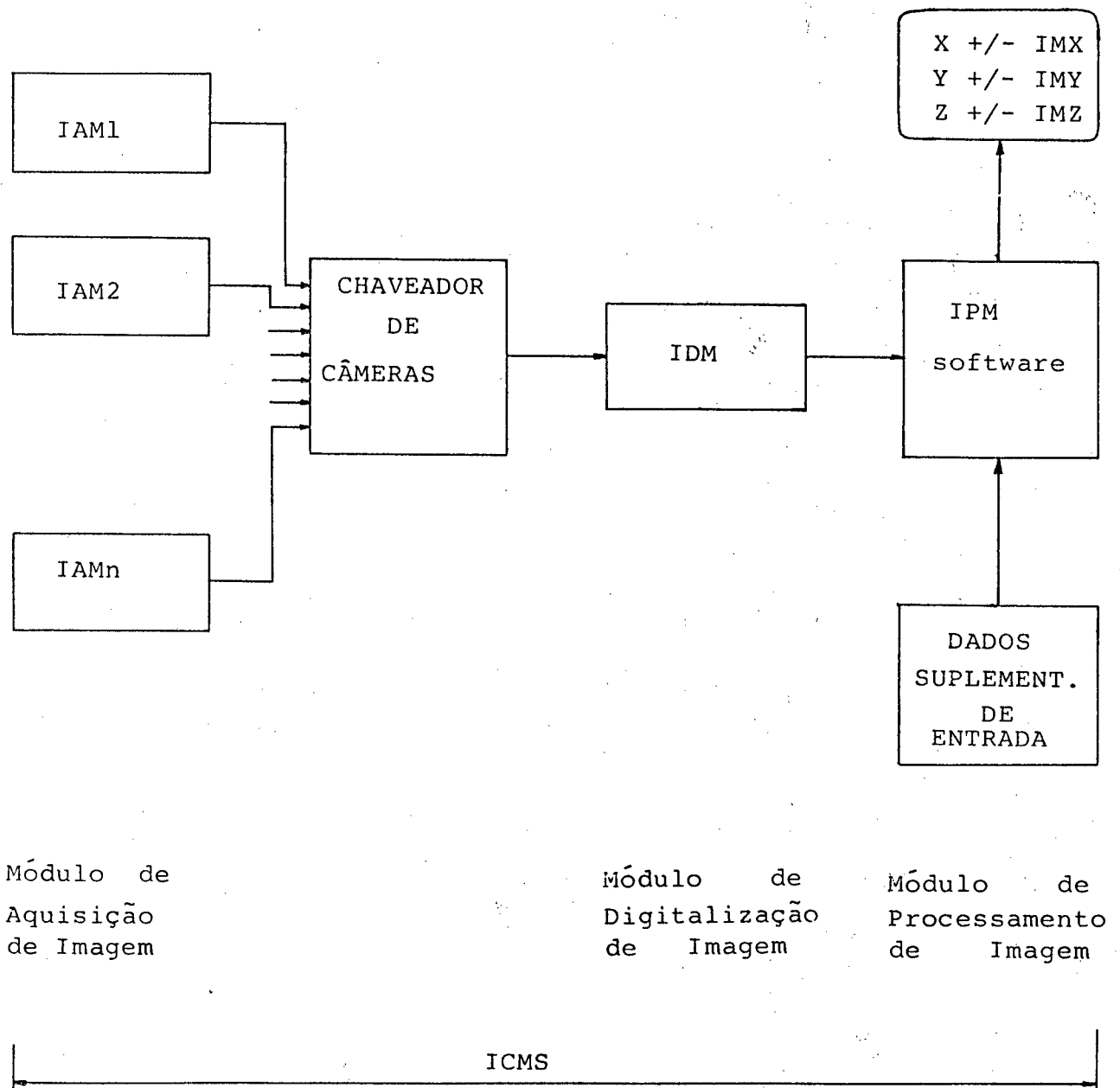


Figura 2.1 - Representação do ICMS em blocos diagrama

forma, o caminho óptico do feixe de projeção será considerado como retilíneo:

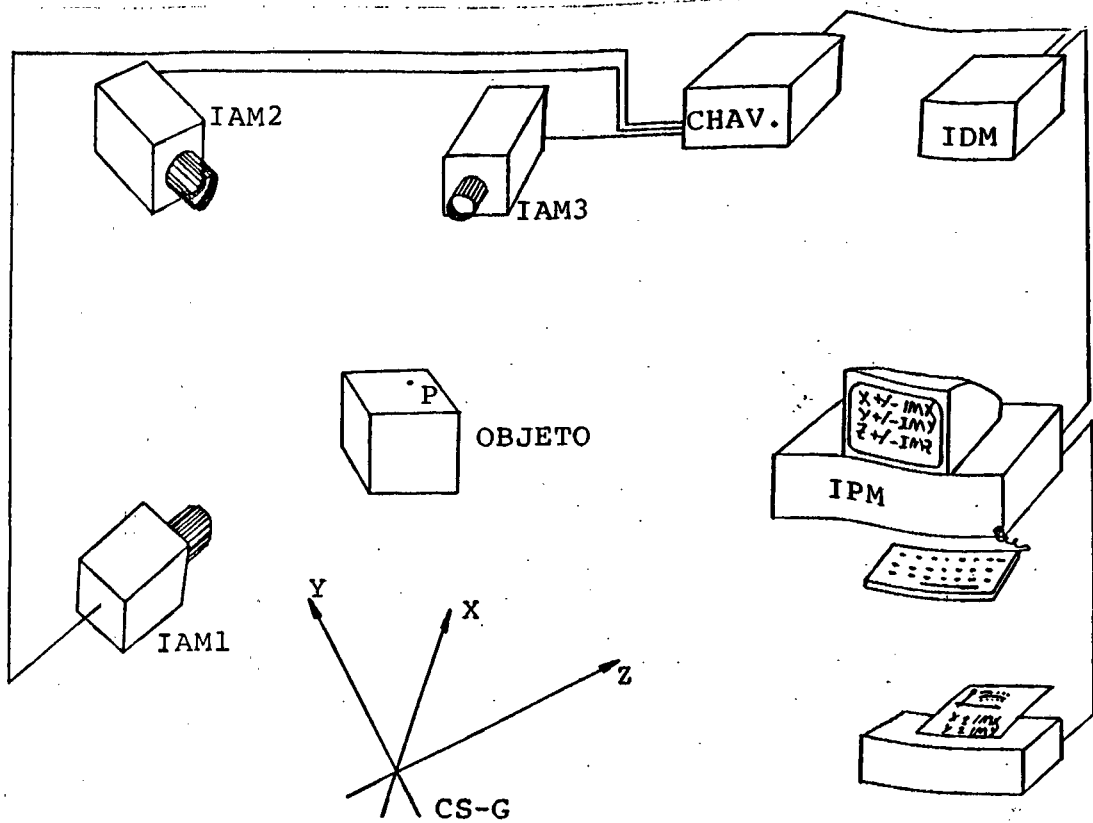


Figura 2.2 - ICMS constituído por 3 IAM.

### 2.1 MÓDULO DE AQUISIÇÃO DA IMAGEM (IAM)

O IAM ou câmara, é constituído (figs 2.3 e 2.4) basicamente por um conjunto óptico (objetiva), câmara escura e plano de projeção da imagem. Este módulo efetua a captação/aquisição dos feixes luminosos, provenientes de um objeto, cujo caminho óptico esteja contido no cone de captação da objetiva do IAM (fig 2.3). Estes feixes incidem, desta forma, no plano de projeção da imagem dos IAM (fig 2.5). Na sequência são caracterizados os elementos que compõem o IAM.

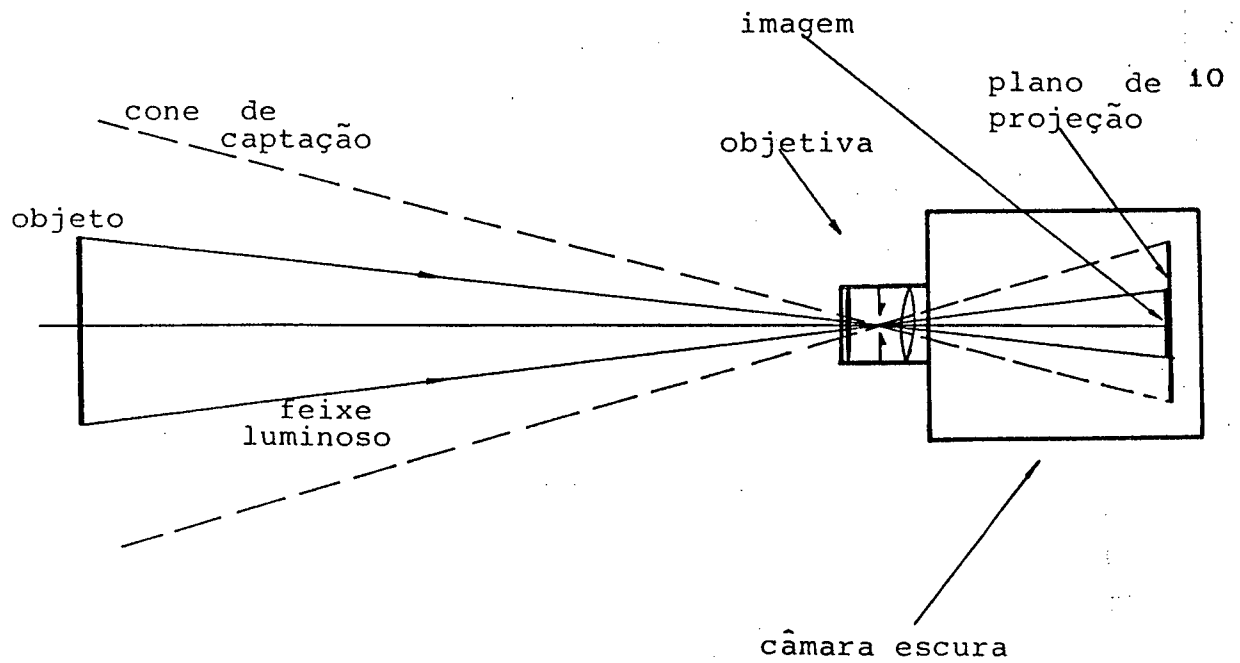


Figura 2.3 - Projecção da imagem em um IAM

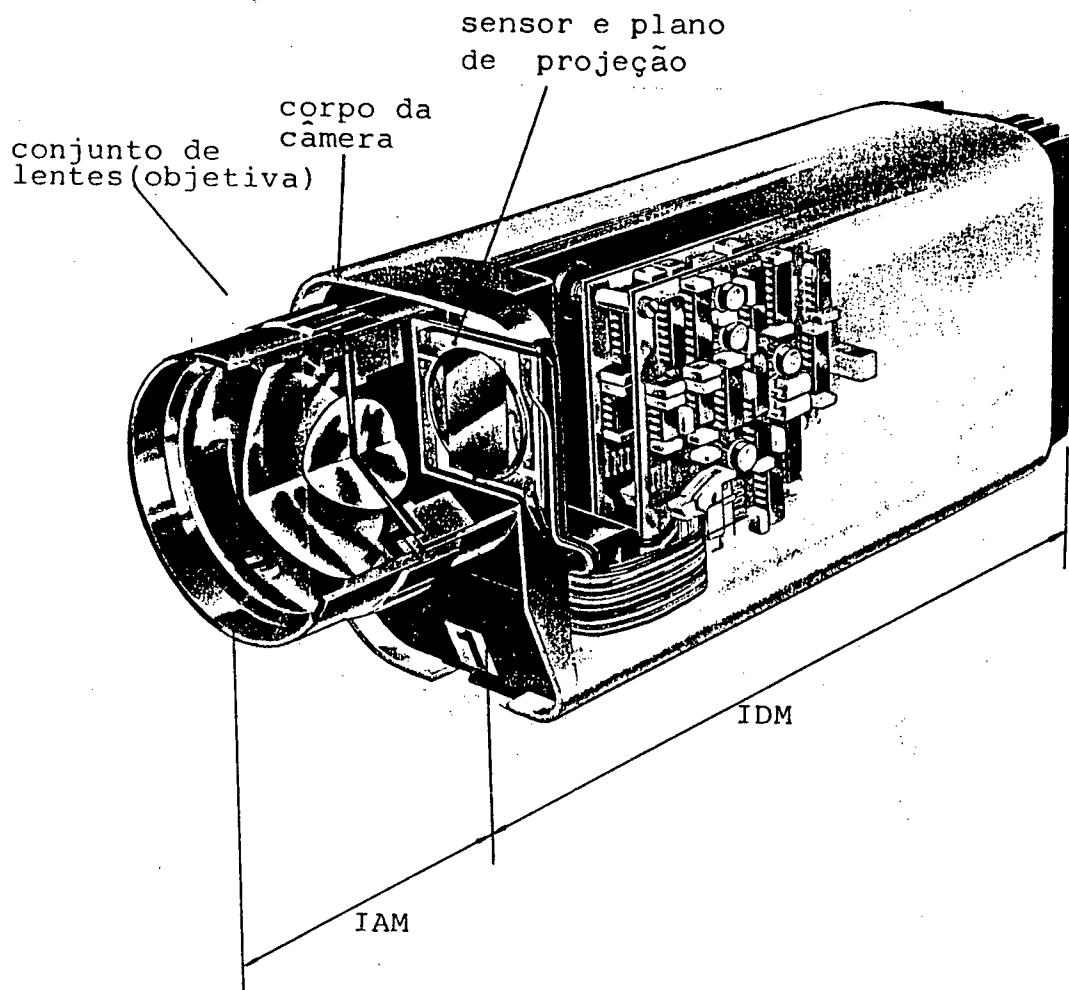


Figura 2.4 - IAM com IDM integrado

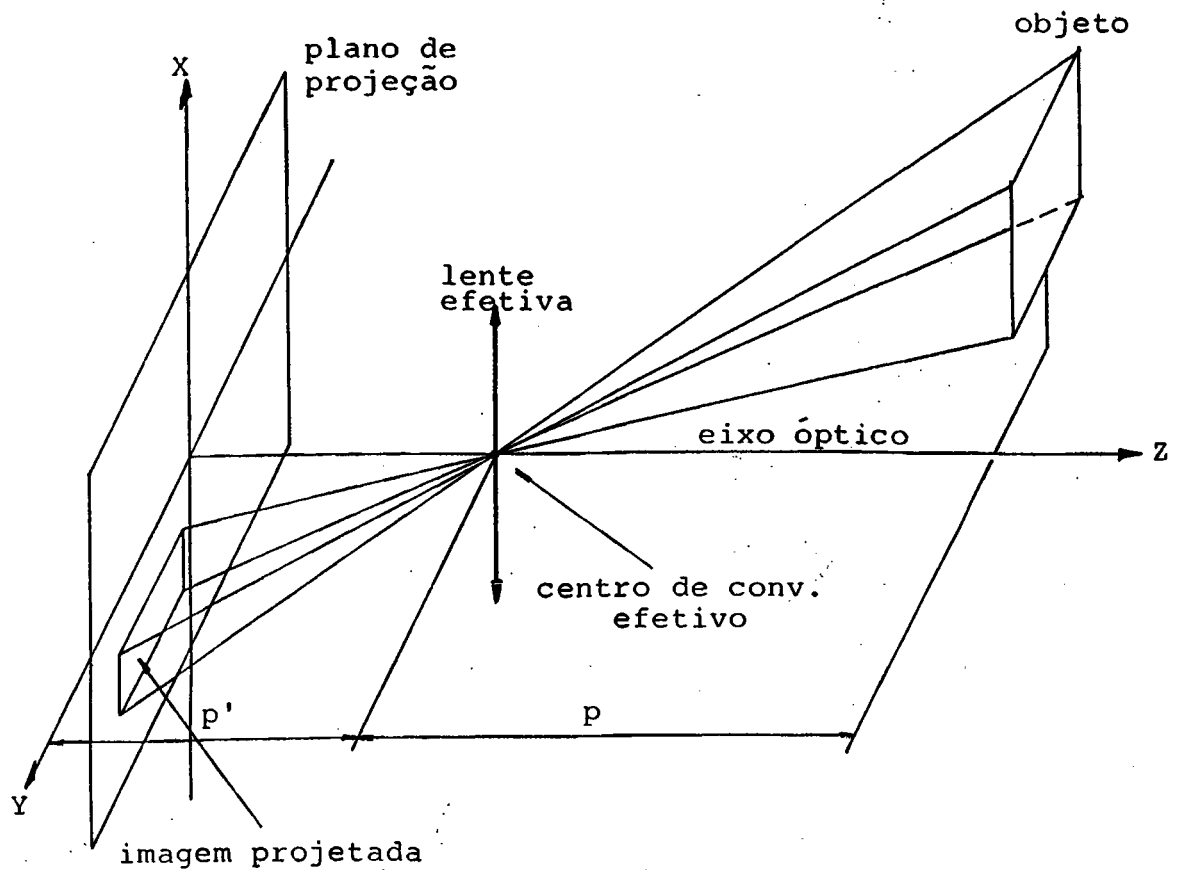


Figura 2.5 - Projeção de uma imagem no plano de projeção

### 2.1.1 Conjunto óptico do IAM

A qualidade da imagem projetada no plano de projeção da câmera depende sobretudo da qualidade da objetiva utilizada. A performance de uma objetiva /5,15,19,20,21,22/ pode ser caracterizada por uma série de parâmetros : MTF, linearidade, aberrações, função  $p'(Z)$  e número  $f$ , que na sequência são abordados:

- a) A Função Transferência de Modulação (MTF) /4,8,16/ é o parâmetro que melhor caracteriza a performance de um conjunto óptico, especialmente em termos de resolução. O valor ideal de MTF, normalizado para uma frequência espacial igual a zero, é igual 1.00 ; na prática, com o auxílio de uma instrumentação especial,

pode-se levantar o gráfico do MTF versus frequência espacial - em linhas/mm (fig 2.6). O MTF é utilizado também para descrever a resolução de filmes fotográficos e outros sensores que efetuam a aquisição de imagens, sendo um parâmetro importante na caracterização da resolução destes elementos.

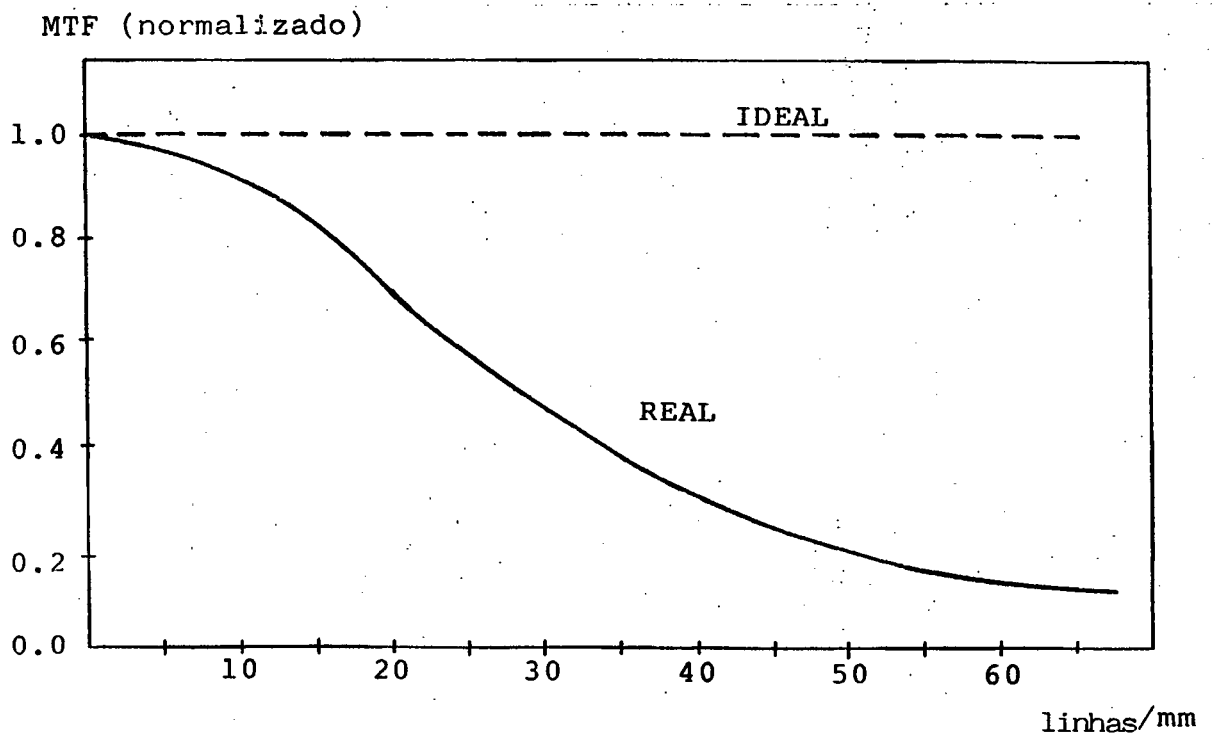


Figura 2.6 - Curva típica de MTF

b) O Erro de Linearidade (E1) no processo de projeção de uma imagem, pode ser caracterizado a partir das equações da óptica paraxial /5,16/. Num conjunto óptico, este erro é caracterizado pela variação da magnificação (M) de uma imagem para diferentes arranjos espaciais objeto/câmera.

A seguir apresenta-se o equacionamento que permite a determinação da posição da imagem com relação a posição do objeto gerador desta (fig 2.7), segundo a óptica geométrica, e reduzindo-se o conjunto óptico para uma lente efetiva :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \quad (2.1)$$

$$p' = \frac{f \cdot p}{p - f} \quad (2.2)$$

$$M = -\frac{p'}{p} = -\frac{f}{(p - f)} \quad (2.3)$$

Como a posição de uma imagem focalizada pode ser calculada pelas equações que regem a óptica geométrica, tem-se pelo princípio de Scheimpflug /41/ :

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{p}{p'} \cdot \operatorname{tga} \quad (2.4)$$

de 2.2 e 2.4 obtém-se :

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{(p - f)}{f} \cdot \operatorname{tga} \quad (2.5)$$

$$l = \frac{f \cdot L \cdot \operatorname{tga}}{(p - f) \cdot \operatorname{tg}\theta} \quad (2.6)$$

da figura 2.7 obtém-se :

$$\frac{l \cdot \operatorname{tg}\theta}{p' + l \cdot \operatorname{tg}\theta} = \frac{l'}{p'} \quad (2.7)$$

logo,

$$l' = \frac{p' \cdot l \cdot \operatorname{tg}\theta}{p' + l \cdot \operatorname{tg}\theta} \quad (2.8)$$

e :

$$l' = f(l) = g(L) \quad (2.9)$$

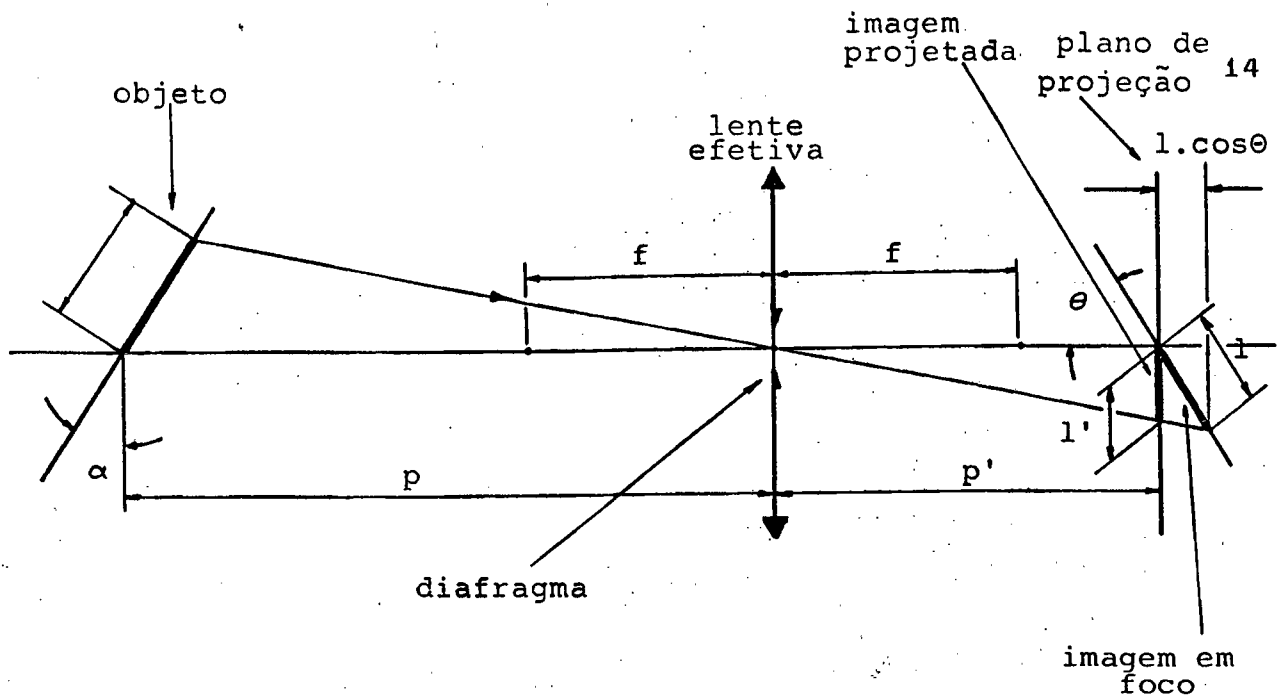


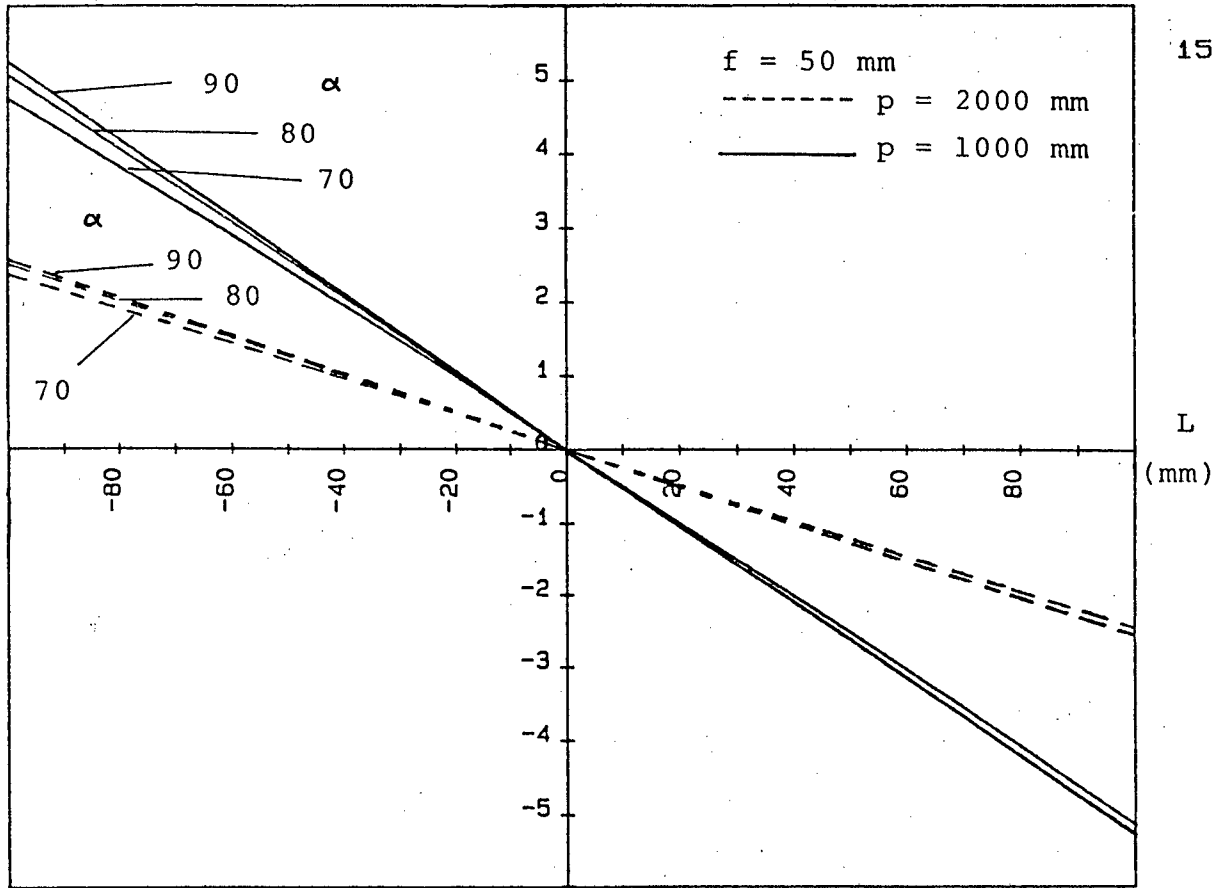
Figura 2.7 - Geometria da projeção no plano de projeção de um IAM e segundo a óptica paraxial

A partir da equação 2.8 obtém-se, como exemplo, os gráficos (fig 2.8)  $l'$  versus  $L$  para duas configurações distintas, (a) e (b), do sistema objeto/imagem (fig 2.7). O EI pode ser definido como o máximo desvio entre a curva  $g(L)$  e a reta  $r(L)$  ajustada aos pontos desta curva /27/. Para o ajuste desta reta de referência utiliza-se o método dos mínimos quadrados. Para as configurações (a) e (b), apresenta-se também os gráficos da diferença entre as curvas  $g(L)$  e  $r(L)$  (fig 2.9).

- c) As aberrações causam imperfeições nas imagens projetadas. Com os avanços da óptica geométrica, estas aberrações foram corrigidas de modo a causarem defeitos menores que os grãos dos filmes fotográficos mais comuns, portanto, causando erros desprezíveis.
- d) A função ponto de observação  $p'(Z)$ , onde  $Z$  é a distância do plano de projeção ao objeto, define a distância entre o plano de projeção da imagem e o 2º plano principal da objetiva, pode ser deduzida a partir da utilização de equações obtidas da óptica geométrica /39/.



$g(L)$  mm



15

Figura 2.8 - Curvas de magnificação imagem/objeto

$g(L) - r(L)$  mm

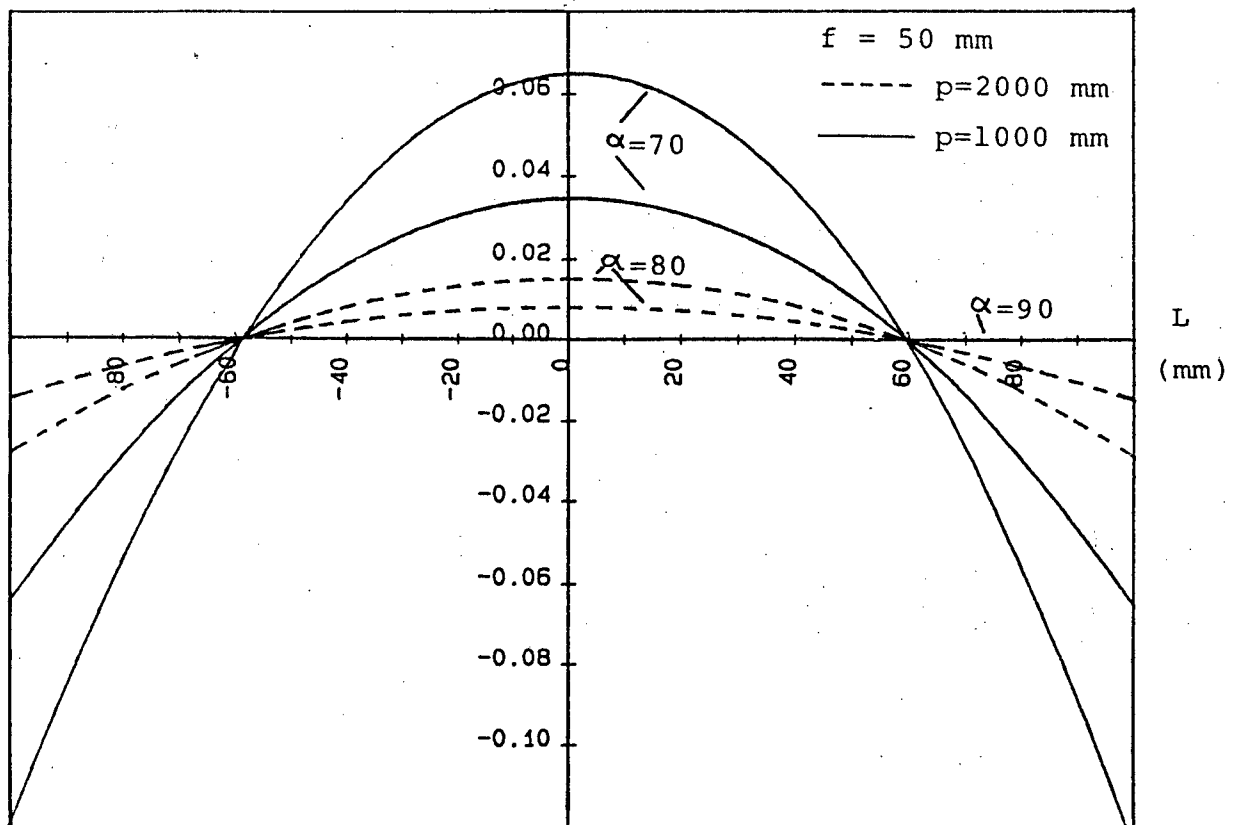


Figura 2.9 - Diferença entre a curva de magnificação  $g(L)$  e a reta ajustada  $r(L)$

A seguir apresenta-se a fórmula /39/ desta função para o sistema <sup>16</sup> óptico, por exemplo, de uma objetiva de máquina fotográfica :

$$p'(Z) = \frac{2 \cdot f \cdot Z}{(Z - i) \cdot \left[ 1 + \sqrt{1 - \frac{4 \cdot f}{Z - i}} \right]} \quad (2.10)$$

onde : i - distância entre os planos principais das lentes

f - distância focal do sistema óptico

quando  $Z \gg f$ , pode-se aproximar 2.10 para :

$$p'(Z) = f \cdot \left[ 1 + \frac{f + i}{Z} \right] \quad (2.11)$$

e) O número de abertura (f#) é um parâmetro importante na especificação de uma objetiva, que é caracterizado pela razão entre a distância focal e o diâmetro da mesma. Um número f pequeno é desejável visto que isto caracteriza uma menor atenuação da luz captada pela objetiva, possibilitando com isto uma maior flexibilidade de operação da câmera (IAM), especialmente em ambientes com menor nível de iluminação.

Um outro parâmetro importante, o defocus /21/, caracterizado pela ineficiente focalização de um objeto, é uma outra fonte de erros, caracterizada pela falta de nitidez da imagem projetada. O plano onde a imagem é focalizada, usualmente não é coincidente com o plano de projeção (fig 2.7).

Em dependência da abertura do diafragma da objetiva, existe o que se conhece por "profundidade de foco" ou "campo focal". Esta profundidade de foco é inversamente proporcional a abertura do diafragma e deve ser suficiente para que todo o objeto esteja aparentemente focalizado no plano de projeção do IAM. Isto se deve ao fato de que, ao se diminuir a quantidade de feixes que atingem o plano de projeção, consegue-se uma melhor nitidez dos pontos da imagem que a priori não estão contidos no plano de focalização desta.

### 2.1.2 Câmara escura

Na câmara escura do IAM, localiza-se o plano onde é projetada a imagem captada pela objetiva.

Esta câmara tem por função : evitar a infiltração de feixes luminosos que não aqueles que passam pela objetiva do IAM, proporcionar o alinhamento entre o eixo óptico da objetiva e o vetor normal do plano de projeção e alojar os mecanismos/circuitos de medição da luminosidade (fotometria) que chega ao plano de projeção e de regulação do tempo de exposição desta imagem, entre outras.

O ponto de intersecção do eixo óptico com o plano de projeção (fig 2.10) define a origem do sistema de referência de cada IAM. Um erro na determinação deste ponto leva ao aparecimento de erros sistemáticos nos valores das coordenadas  $x$  e  $y$ , expressos pelos parâmetros  $E_{sx}$  e  $E_{sy}$ , respectivamente.

O ângulo ideal entre o vetor eixo óptico e o vetor normal ao plano de projeção é igual a  $0^\circ$ , uma não coincidência entre estes vetores leva a erros sistemáticos de cosseno na medição das coordenadas  $x$  e  $y$ , expressos pelos parâmetros  $E_{cx}$  e  $E_{cy}$ , respectivamente.

Da figura 2.10 tem-se que :

$\theta$  - ângulo de incidência de um feixe luminoso;

$\Delta\alpha$  - erro angular no plano, com referência ao eixo  $X$ ;

$\Delta\beta$  - erro angular no plano, com referência ao eixo  $Y$ ;

$x_i$  e  $y_i$  - coordenadas  $(x, y)$  no sensor qdo  $\Delta\alpha$  e  $\Delta\beta = 0$ ;

$x_m$  e  $y_m$  - coordenadas  $(x, y)$  no sensor qdo  $\Delta\alpha$  e  $\Delta\beta \neq 0$ ;

$v$  - vetor eixo óptico;

- $v_p$  - vetor normal ao plano de projeção;  
 $c$  - centro ideal do plano de projeção;  
 $c'$  - intersecção entre  $v$  e o plano do sensor;  
 $E_{sx}$  e  $E_{sy}$  - erro na posição do centro do sensor.

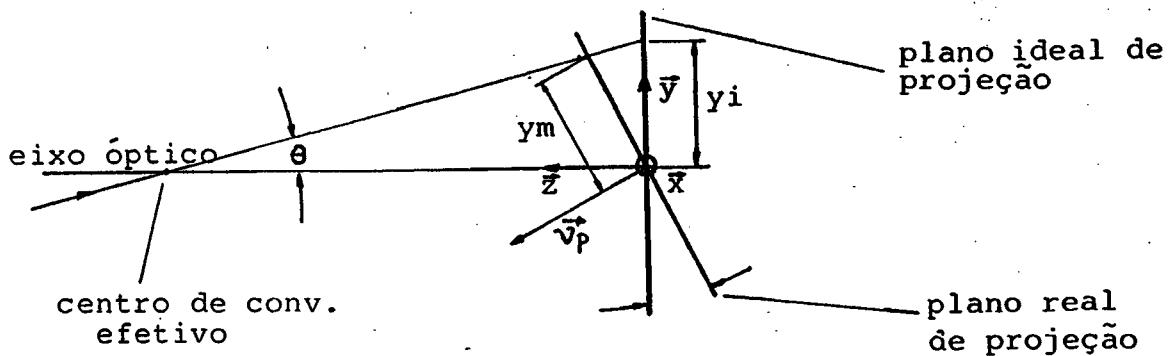
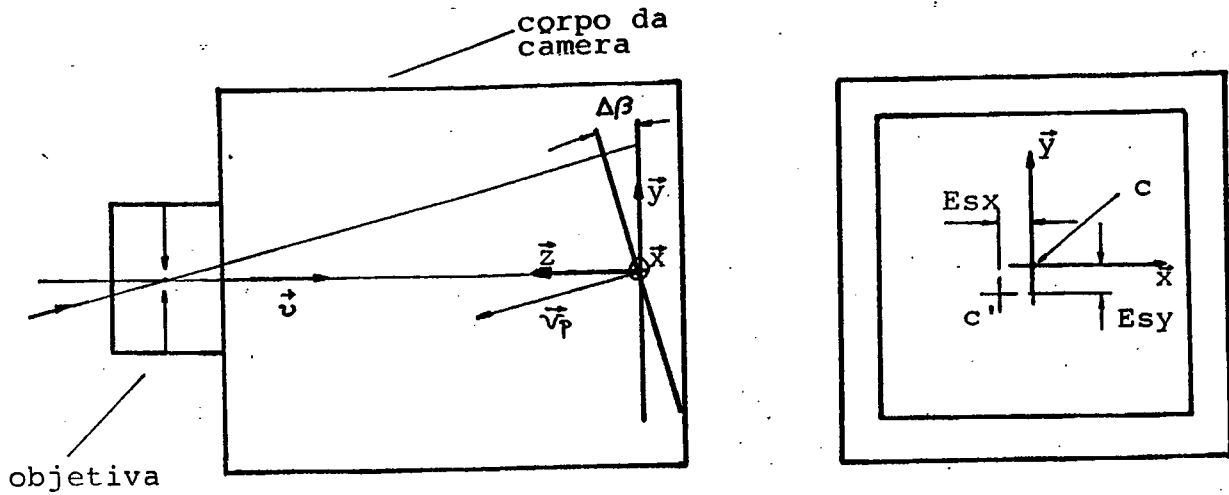


Figura 2.10 - Erros causados pelo posicionamento incorreto do plano de projeção com relação ao eixo óptico

Neste caso, tem-se como erros de cosseno :

$$\begin{aligned}
 y_i &= y_m \cdot (\cos\Delta\beta + \sin\Delta\beta \cdot \text{tg}\theta) \\
 x_i &= x_m \cdot (\cos\Delta\alpha + \sin\Delta\alpha \cdot \text{tg}\theta)
 \end{aligned}$$

onde,

$$\begin{aligned}
 E_x &= E_{cx} + E_{sx} \\
 E_y &= E_{cy} + E_{sy}
 \end{aligned}$$

logo,

$$\begin{aligned} Ecy &= ym \cdot (1 - (\cos\Delta\beta + \sin\Delta\beta \cdot \operatorname{tg}\theta)) \\ Ecx &= xm \cdot (1 - (\cos\Delta\alpha + \sin\Delta\alpha \cdot \operatorname{tg}\theta)) \end{aligned}$$

para  $\Delta\alpha = \Delta\beta = 0$ , tem-se  $Ecx = Ecy = 0$ .

Logo, define-se o erro sistemático total  $(Ex, Ey)$  na medição das coordenadas dos pontos projetados, causado pela posição incorreta do plano de projeção em relação ao eixo óptico da objetiva :

$$Ex = Ecx + Esx$$

$$Ey = Ecy + Ecy$$

## 2.2 MÓDULO DE DIGITALIZAÇÃO DE IMAGENS (IDM)

O IDM efetua a digitalização de imagens /35,36/, o que fornece as informações a medição das coordenadas  $(x, y)$  de qualquer ponto projetado no plano de projeção. A maneira com que a imagem é digitalizada /35,36/ pelo IDM, depende basicamente do tipo de sensor utilizado. O plano de projeção da imagem (fig 2.11) é usualmente corporificado pelo plano do sensor.

### 2.2.1 Sensores de aquisição de imagens

Definem-se aqui dois tipos de sensores de aquisição de imagens:

a) O FOTOSENSOR de Carga Associada (CCD), que transforma a energia luminosa dos feixes luminosos incidentes em níveis proporcionais de tensão elétrica (fig 2.12).

Estes sensores funcionam continuamente, ou seja, são controlados por um circuito que efetua sua varredura (scanning), de tempos em tempos, em função da intensidade média de luz incidente.

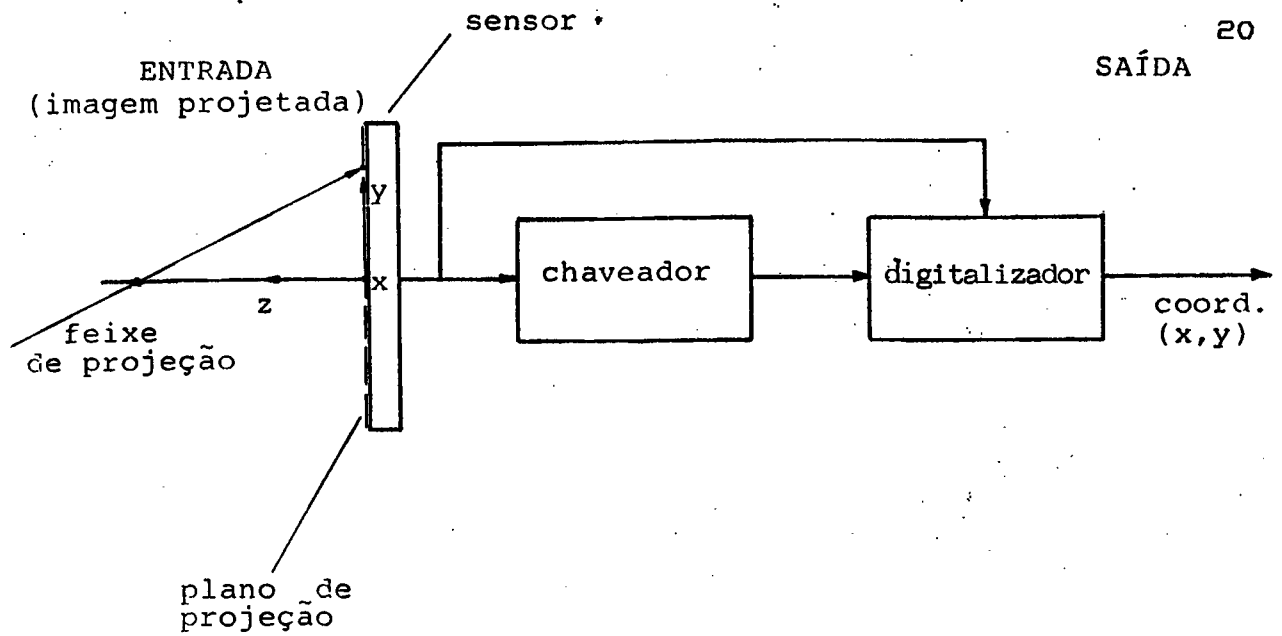


Figura 2.11 - IDM com sensor incorporando o plano de projeção

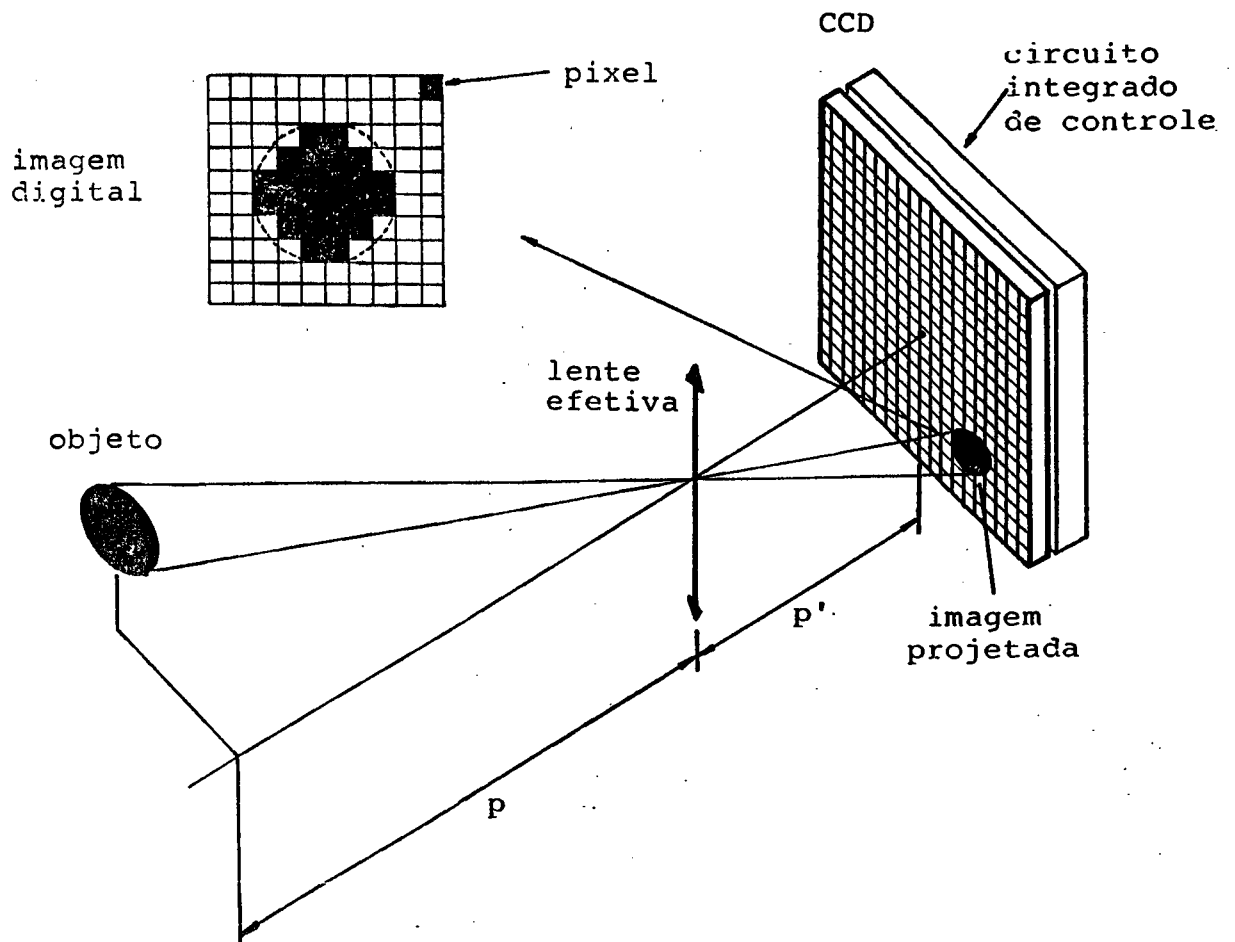


Figura 2.12 - Imagem projetada e digitalizada em um sensor CCD

b) Os filmes fotográficos, registram permanentemente a imagem sobre eles projetada pela, transformação de elementos químicos sensíveis a luz, como os sais de prata, por isso são de única exposição.

A qualidade de uma imagem digitalizada, depende basicamente da resolução e da capacidade de distinção dos níveis de intensidade luminosa do sensor do IDM (fig 2.13).

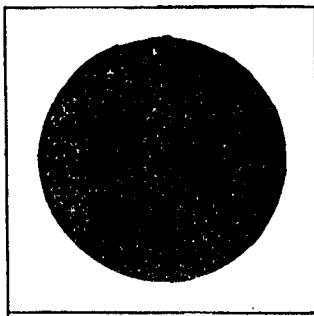
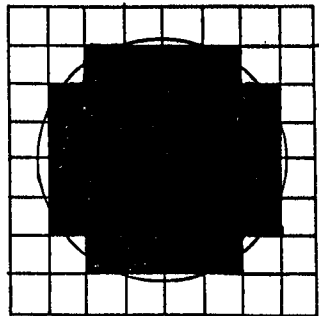
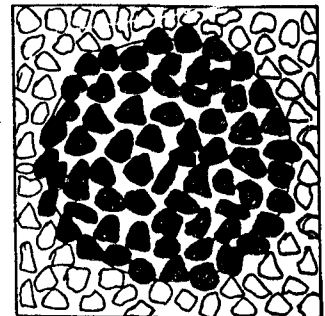


imagem projetada  
sobre o plano



registro em um  
CCD



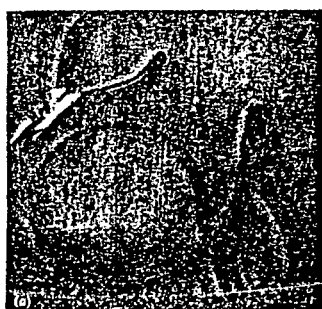
registro em um  
filme fotográfico

Figura 2.13 - Caracterização da resolução nos sensores  
CCD e filme fotográfico

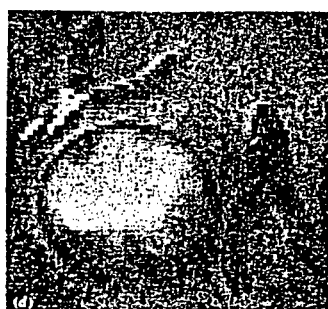
Nos CCDs, a menor unidade sensora é conhecida por pixel e geralmente possui forma retangular. O tamanho da menor aresta de um pixel, graças as tecnologias de miniaturização fotoquímica, pode chegar a ordem de 5  $\mu\text{m}$  /13,14/.

Nos filmes fotográficos esta unidade sensora é conhecida por grão e seu tamanho é caracterizado pelo número ISO do filme.

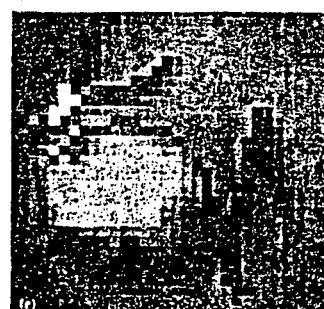
Num sensor, quanto maior o número de unidades sensoras e maior a capacidade que estas possuem em distinguir níveis de intensidade luminosa, também denominados níveis de cinza (fig 2.14), maior será a capacidade deste em distinguir as imagens em termos de formas e tons.



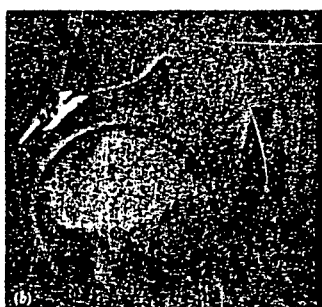
512 x 512



64 x 64



32 x 32



64 níveis  
(512 x 512)



8 níveis  
(512 x 512)



2 níveis  
(512 x 512)

Figura 2.14 - Imagens digitalizadas em CCDs com diferentes níveis de cinza e unidades sensoras (pixel)



A digitalização de imagens, utilizando como sensor um filme fotográfico, pode ser realizada com diferentes recursos :

- projeção da imagem registrada, sobre uma mesa digitalizadora /43/ e posterior medição manual das coordenadas (x,y) dos pontos de interesse nesta;
- medição das coordenadas dos pontos de interesse, diretamente sobre o filme onde esta registrada a imagem, utilizando, por exemplo, um microscópio de medição;
- projeção da imagem registrada, sobre a mesa de uma plotadora (fig 2.15) e posterior varredura desta por um fotodetector adaptado em uma pena /42/.

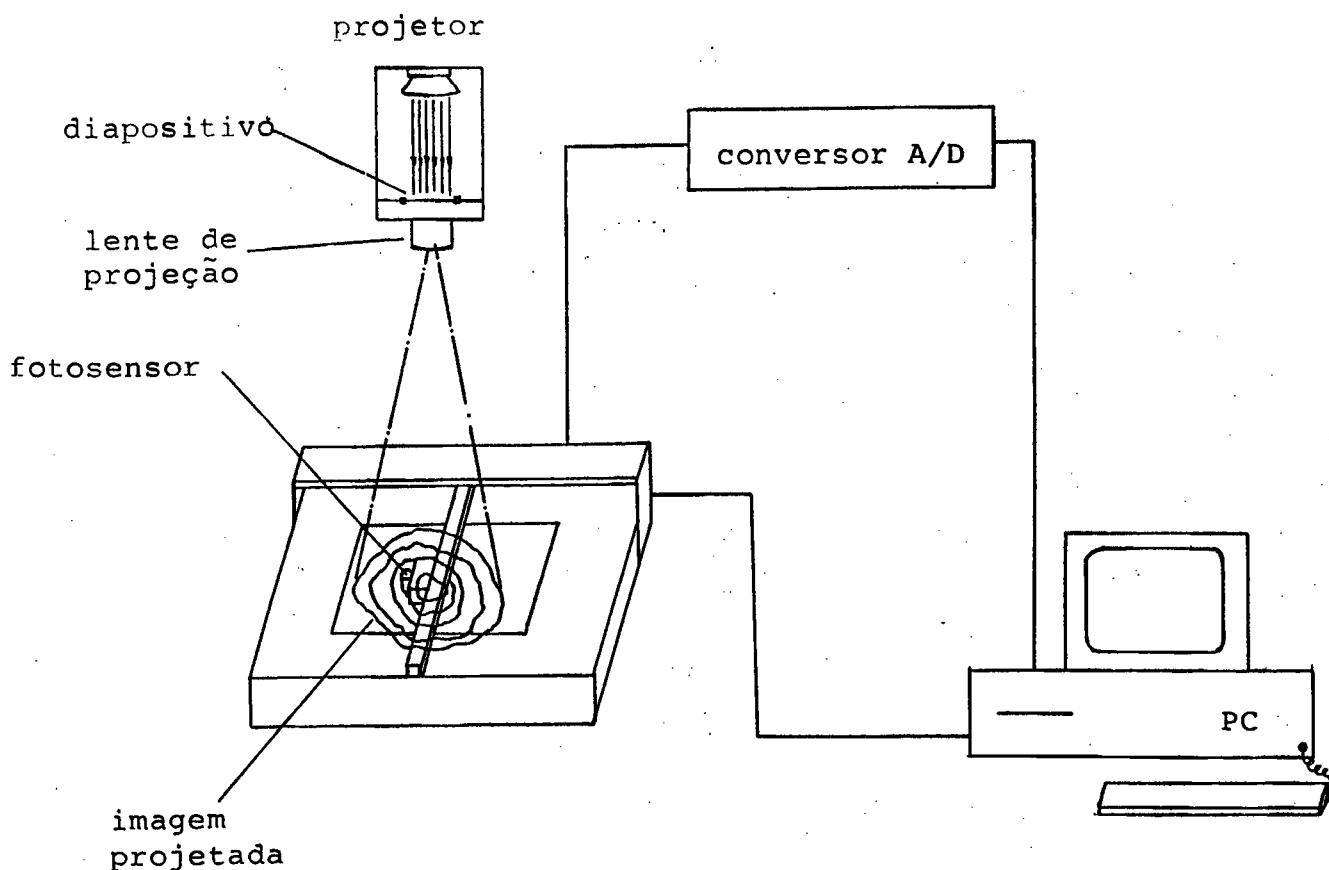


Figura 2.15 - Digitalização de uma imagem projetada sobre a mesa de uma plotadora

Para os IDMs que utilizam de sensores do tipo CCD, a digitalização é efetuada por circuitos eletrônicos que efetuam a conversão analógica/digital das informações contidas em cada pixel /13,14/, e as medições das coordenadas são efetuadas por um cursor que é posicionado sobre o ponto de interesse, na tela do monitor acoplado a câmera.

No processo de digitalização de uma imagem, os sensores do tipo CCD apresentam uma grande vantagem sobre os filmes fotográficos. Enquanto o CCD efetua a digitalização de imagens praticamente em tempo real, os filmes fotográficos necessitam de um tempo bastante grande que envolve revelação e leitura das coordenadas dos pontos projetados, num processo bastante moroso. Além disto, os IDMs que se utilizam de sensores CCD podem ser acoplados a unidades de chaveamento que permitem a utilização de um único circuito de tratamento das informações digitalizadas nestes CCDs (figs 2.1 e 2.11).

### 2.3 MÓDULO DE PROCESSAMENTO DE IMAGENS (IPM)

Este módulo recebe as informações obtidas das imagens digitalizadas /34/ pelo IDM, e com outros dados suplementares de entrada, processa /34/ estas informações utilizando-se de um software específico, e fornece como saídas os resultados das coordenadas tridimensionais de pontos P selecionados no objeto.

No caso de utilizar um IDM com sensor do tipo CCD, que forneça um grande número de informações digitais, o IPM deve ser constituído por um microcomputador com grande velocidade de processamento (com

coprocessador aritmético), grande capacidade de memória e periféricos para apresentação dos resultados da medição : plotadora, impressora e vídeo.

Na utilização de IDM com sensor do tipo filme fotográfico, onde são medidas somente as coordenadas  $(x,y)$  dos pontos de interesse registrados neste, pode-se utilizar um microcomputador de menor velocidade de processamento e capacidade de memória, contudo, é interessante que este possua um coprocessador aritmético para que sejam reduzidos ao máximo os erros de truncamento nos cálculos.

Os resultados das medições são apresentados em termos de coordenadas tridimensionais  $(X,Y,Z)$  dos pontos P medidos em vários ciclos, acompanhadas da incerteza da medição /27/.

#### 2.4 DETERMINAÇÃO DE ALGUNS PARÂMETROS DO ICMS

Os erros nas medições efetuadas pelo ICMS são ocasionados pelos erros do IAM e do IDM, visto que o IPM efetua somente o processamento das informações levantadas por estes.

Em virtude da complexidade da determinação dos erros do ICMS pela teoria da propagação de erros /27/, estes são obtidos a partir de simulações numéricas (capítulo 5).

Na sequência apresenta-se a metodologia de obtenção da função  $p'(Z)$  e dos erros sistemáticos  $(E_x, E_y)$ , e o exemplo da obtenção experimental da função  $p'(Z)$  para a câmera que será utilizada no trabalho experimental.

### 2.4.1 Metodologia para obtenção da função $p'(Z)$

No experimento para o levantamento da função  $p'(Z)$  - (fig 2.16), a câmera do ICMS é fixada a uma distância  $Z$  (distância objeto/plano de projeção) de um reticulado padrão. Esta deve ser fixada de tal forma que o plano do reticulado fique o mais perpendicular possível em relação ao eixo óptico da objetiva, evitando-se assim erros de cosseno.

Para alguns valores de  $Z$ , dentro da faixa de operação em que a câmera será utilizada, efetua-se uma ou mais aquisições da imagem do reticulado.

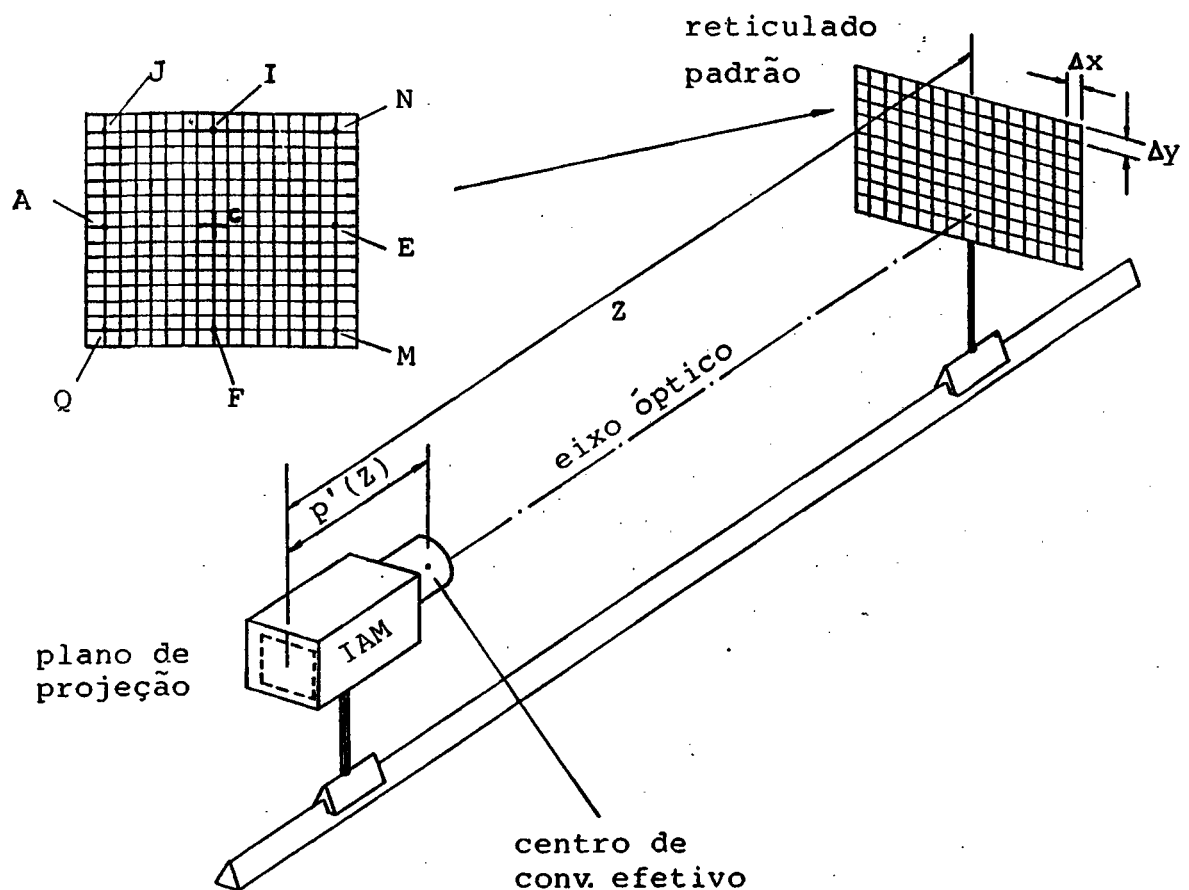


Figura 2.16 - Experimento para a obtenção da função  $p'(Z)$

Na montagem experimental são utilizados :

- suporte de fixação da câmera;
- trilho de fixação do suporte da câmera;
- reticulado padrão (quadriculado de dimensões conhecidas);
- escala ou outro sistema de medição dimensional.

A seguir, apresenta-se o procedimento algébrico para a obtenção experimental da função  $p'(Z)$  (fig 2.17) :

- determina-se a distância entre dois pontos quaisquer no reticulado;
- determina-se a distância entre estes mesmos pontos, projetados no plano de projeção;
- procede-se ao cálculo de  $p'(Z)$ -(fig 2.16), usando a equação que segue :

$$p'(Z) = \frac{\overline{ab} \cdot Z}{\overline{AB} + \overline{ab}} \quad (2.13)$$

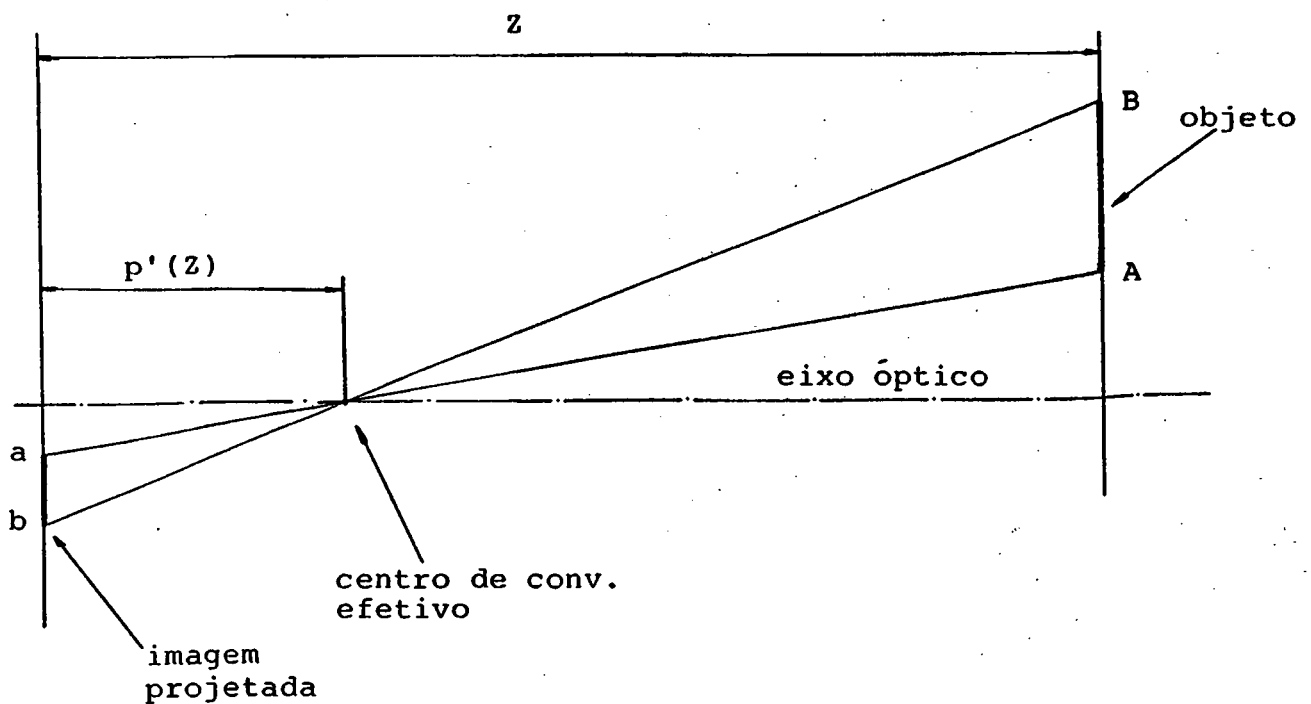


Figura 2.17 - Geometria do cálculo de  $p'(Z)$

#### 2.4.2 Metodologia para a determinação dos erros sistemáticos

Para a obtenção dos erros sistemáticos ( $E_x, E_y$ ), determina-se teoricamente as coordenadas ( $x, y$ ) de um ponto qualquer projetado e efetua-se a medição das coordenadas deste mesmo ponto com relação ao centro geométrico do plano de projeção do IAM. A diferença entre a média de várias medições efetuadas e o valor teórico fornecerá os valores de  $E_x$  e  $E_y$ .

#### 2.4.3 Exemplo de um experimento para a determinação da função $p'(Z)$

Como reticulado padrão, é utilizado um reticulado, desenhado numa folha de transparência por uma plotadora /38/ com um erro máximo de  $\pm 25$   $\mu\text{m}$ , segundo manual de instruções do fabricante.

Realizou-se o levantamento da função  $p'(Z)$  da objetiva de uma câmera fotográfica dentro da faixa de operação em que esta será utilizada no trabalho experimental (distância  $Z$  variando de 700 a 1200mm). Nesta faixa de operação, registrou-se a imagem do reticulado padrão em filme diapositivo, para três valores de  $Z$  (700, 1000 e 1160 mm).

Para cada posição  $Z$  (distância plano de projeção/objeto), foram medidos alguns vetores sobre o diapositivo revelado (com auxílio de um microscópio de medição), e sobre o reticulado padrão.

A partir destas medições (fig 2.18), e utilizando-se a equação 2.12, obteve-se os valores  $p'(Z)$  para cada vetor, e calculou-se as médias e dispersões (fig 2.19).

dist.obj./inagem (nm)		700	1000	1160
vet	no ret (nm)	no dispositivo (nm)		
AC	82.74	7.03	4.69	3.97
JC	118.76	10.08	6.72	5.69
IC	85.20	7.23	4.82	4.08
NC	118.80	10.06	6.71	5.68
EC	82.80	7.00	4.68	3.95
MC	118.95	10.06	6.73	5.68
FC	85.40	7.23	4.84	4.09
QC	118.90	10.08	6.74	5.69

Figura 2.18 - Vetores medidos no reticulado padrão e no sensor do IDM

dist.obj./inagem (nm)	700	1000	1160
vetores			
AC	54.78	53.64	53.05
JC	54.77	53.55	53.04
IC	54.75	53.54	53.01
NC	54.65	53.46	52.93
EC	54.57	53.44	52.82
MC	54.58	53.55	52.87
FC	54.64	53.63	53.02
QC	54.71	53.65	52.98
MEDIA	54.68	53.56	52.97
DM(95%)	0.19	0.19	0.19

Figura 2.19 - Pontos da função  $p'(Z)$

Pelos pontos calculados  $p'(Z)$ , ajustou-se uma função do tipo :  
 $p'(Z) = A + B/Z$ , que caracteriza o comportamento de sistemas ópticos segundo a equação 2.11 .

Com a função experimental  $p'(Z)$ , elaborou-se um gráfico com a dispersão da medição (fig 2.20), para valores de  $Z$  entre 700 e 1200 mm. Ainda na figura 2.20, traçaram-se dois gráficos teóricos da função  $p'(Z)$  obtida por ajuste numérico segundo a equação 2.11, obtendo-se um parâmetro de comparação entre o comportamento das curvas teóricas e a experimental.

Observou-se um comportamento semelhante entre estas curvas, o que vem a confirmar a validade dos resultados experimentais.

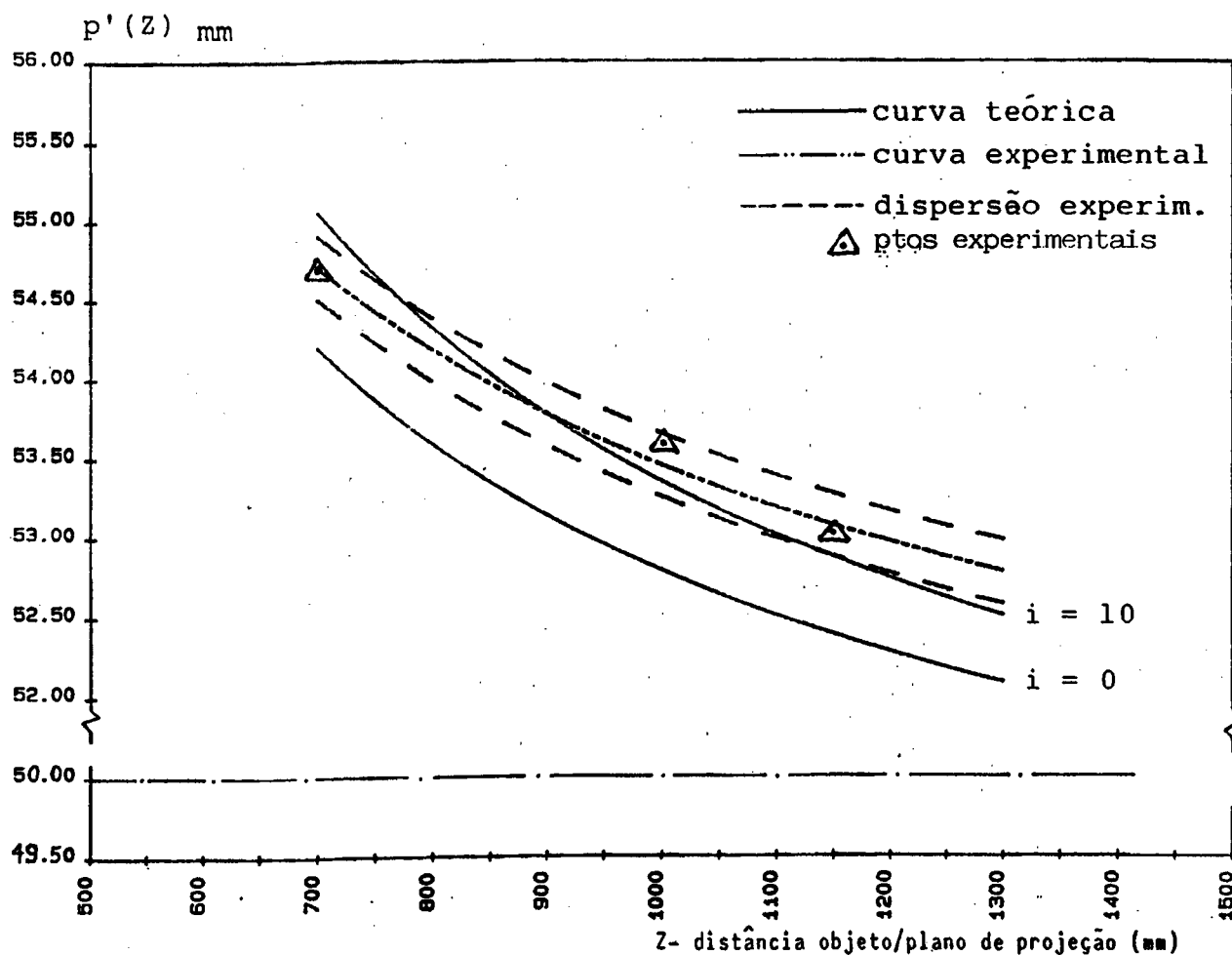


Figura 2.20 - Curvas teórica e experimental da função  $p'(Z)$



### 3. MÉTODO DA TRIANGULAÇÃO TRIDIMENSIONAL

A triangulação tridimensional é um método que permite a determinação das coordenadas de um ponto, caracterizado pela intersecção de duas ou mais retas, num espaço tridimensional (3D).

A aplicação do método da triangulação tem sido intensificada nos últimos anos, especialmente dentro da metrologia óptica /10,12,17,18/, com o surgimento de sistemas de discretização de imagens.

O método básico utilizado /9,11/, tem uma formulação baseada no método dos mínimos quadrados, para a solução do problema da triangulação tridimensional, e pode ser aplicado também no caso das retas envolvidas não se interseccionarem no espaço 3D, ou seja, serem reversas.

A seguir, apresenta-se uma breve revisão sobre o método de triangulação tridimensional a ser utilizado na determinação das coordenadas de um ponto P num espaço 3D. Efetuam-se também simulações numéricas para a avaliação dos erros inerentes ao processo de localização de um ponto, quando existem erros nos parâmetros que caracterizam as retas envolvidas na triangulação 3D.

### 3.1 EQUAÇÕES DO MÉTODO DE TRIANGULAÇÃO

A solução do problema da triangulação tridimensional, leva à determinação das coordenadas do ponto representativo do cruzamento, reverso ou não, de duas ou mais retas.

Num espaço bidimensional (2D), duas retas ( $r_1$  e  $r_2$ ) de coeficientes angular ( $\theta_1$  e  $\theta_2$ ) diferentes, possuem um ponto de intersecção  $P(X_P, Y_P)$  - (fig 3.1) bem definido e facilmente determinável, da seguinte forma :

$$X_P = X_{B_2} + K \cdot \cos\theta_2$$

$$Y_P = Y_{B_2} + K \cdot \sin\theta_2$$

onde :

$$K = \frac{(Y_{B_2} - Y_{B_1}) \cdot \cos\theta_1 - (X_{B_2} - X_{B_1}) \cdot \sin\theta_1}{\sin(\theta_1 - \theta_2)}$$

Quando estende-se o problema da triangulação para um espaço 3D, a menos de se tratar de um caso ideal, as duas ou mais retas envolvidas, não terão um ponto de intersecção, por serem reversas.

Nos casos em que as  $N$  retas se cruzam reversamente, determina-se, com bons resultados, as coordenadas do ponto representativo do cruzamento reverso, aplicando o método dos mínimos quadrados (fig 3.2) /9/.

O equacionamento do método de triangulação tridimensional, pelo método dos mínimos quadrados, segue os seguintes passos de cálculo:

- a) determinação analítica da distância ( $d_i$ ) de um ponto  $P(X_P, Y_P, Z_P)$  a uma reta ( $r_i$ ), a partir dos parâmetros que caracterizam esta (vetor direção  $a_i(A_{X_i}, A_{Y_i}, A_{Z_i})$  e ponto  $B_i(B_{X_i}, B_{Y_i}, B_{Z_i})$ );

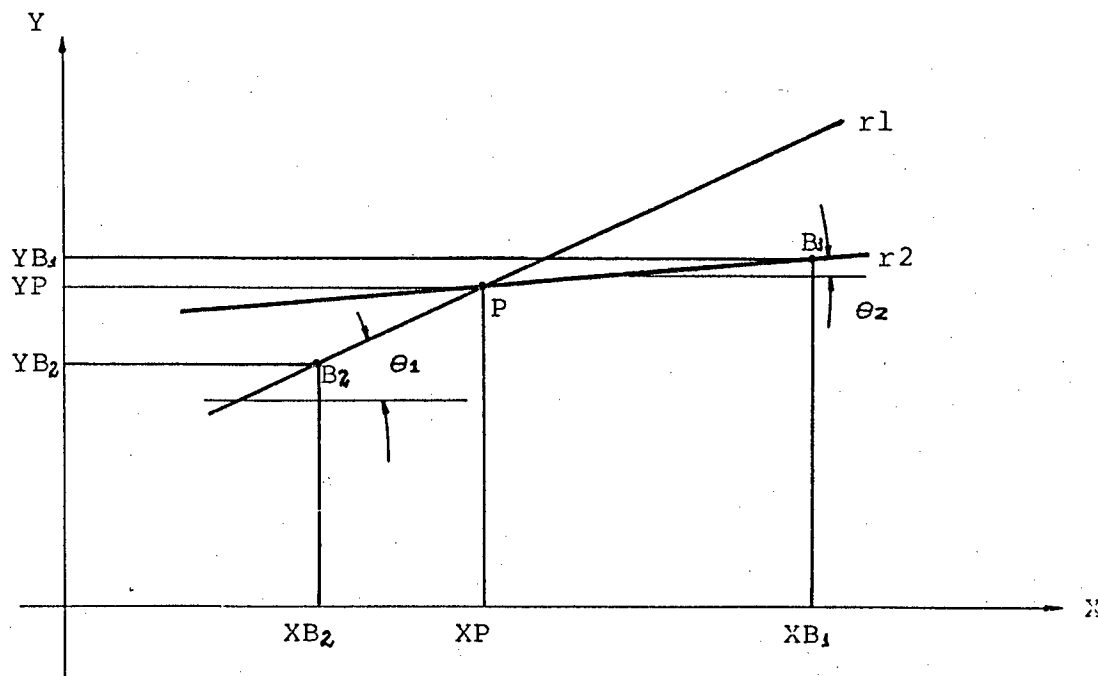


Figura 3.1 - Determinação das coordenadas de um ponto P pela triangulação bidimensional

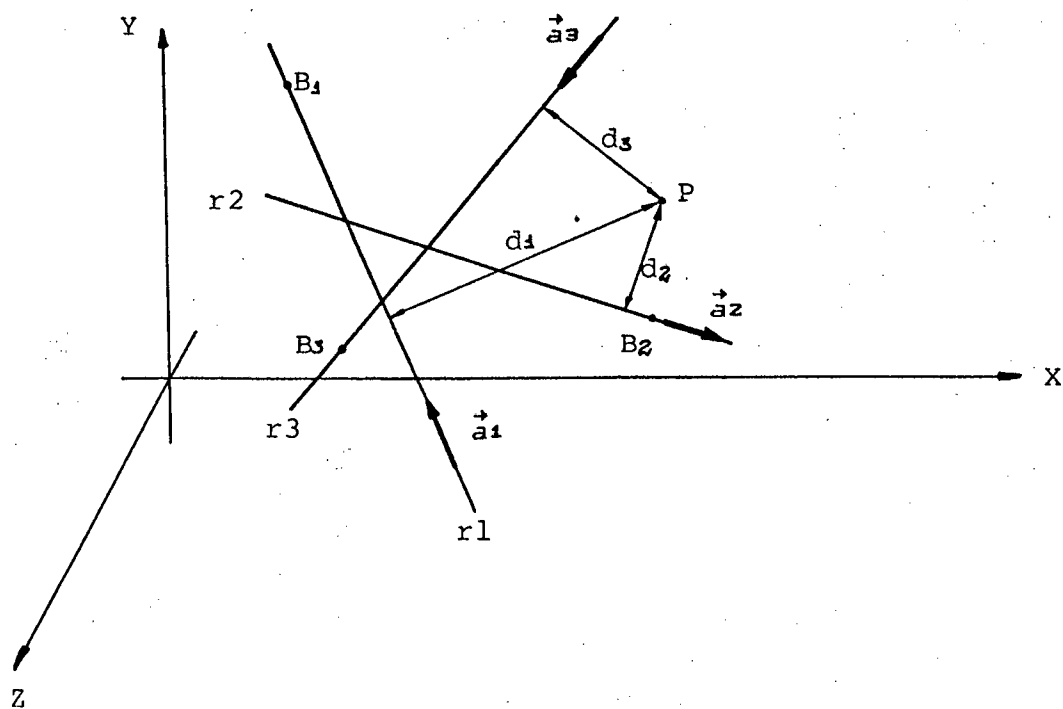


Figura 3.2 - Determinação das coordenadas de um ponto P pela triangulação tridimensional

b) determinação analítica do somatório quadrático (D) das distâncias  $d_i$  das N retas ao ponto arbitrado :

$$D = \sum_{i=1}^N d_i^2 \quad (3.1)$$

c) determinação do ponto de mínimo D, com relação as coordenadas (X,Y,Z), obtido quando iguala-se a zero a primeira derivada parcial de D, com relação a cada coordenada no espaço 3D :

$$\frac{\partial D}{\partial X} = \frac{\partial D}{\partial Y} = \frac{\partial D}{\partial Z} = 0 \quad (3.2)$$

d) organização das equações obtidas a partir de 3.2, na forma de matriz coeficiente [S], matriz coordenada do ponto [P] e matriz solução [R]. A solução deste sistema fornece as coordenadas do ponto P representativo do cruzamento reverso. Analiticamente, a partir de 3.2, tem-se :

$$[S]*[P] = [R] \quad (3.3)$$

onde :

$$[S] = \begin{bmatrix} \sum AX_i^2 - N & \sum AX_i \cdot AY_i & \sum AX_i \cdot AZ_i \\ \sum AX_i \cdot AY_i & \sum AY_i^2 - N & \sum AY_i \cdot AZ_i \\ \sum AX_i \cdot AZ_i & \sum AY_i \cdot AZ_i & \sum AZ_i^2 - N \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$[P] = \begin{bmatrix} XP \\ YP \\ ZP \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} \sum AB_i \cdot AX_i - BX_i \\ \sum AB_i \cdot AY_i - BY_i \\ \sum AB_i \cdot AZ_i - BZ_i \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

logo, obtem-se a matriz solução [P] como segue :

$$[P] = [S]^{-1} * [R] \quad (3.8)$$

### 3.2 AVALIAÇÃO DOS ERROS ATRAVÉS DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA

A simulação numérica objetiva a avaliação da influência dos erros aleatórios dos parâmetros que caracterizam uma reta ( $a_i$  e  $B_i$ ), nos erros das coordenadas do ponto  $P(X_P, Y_P, Z_P)$ , calculadas pelo método da triangulação tridimensional.

Para as simulações em questão, utilizou-se uma configuração espacial com  $N$  retas que se interceptam, idealmente, em um ponto  $PI$  (fig 3.3), estimando-se um erro máximo ( $E_{MAX}$ ) para os parâmetros que caracterizam as retas e calculou-se as coordenadas do ponto  $P$ , em vários ciclos, pelo método da triangulação tridimensional. Por simplicidade, adotou-se o ponto de intersecção  $PI$  das  $N$  retas como sendo a origem do CS-G.

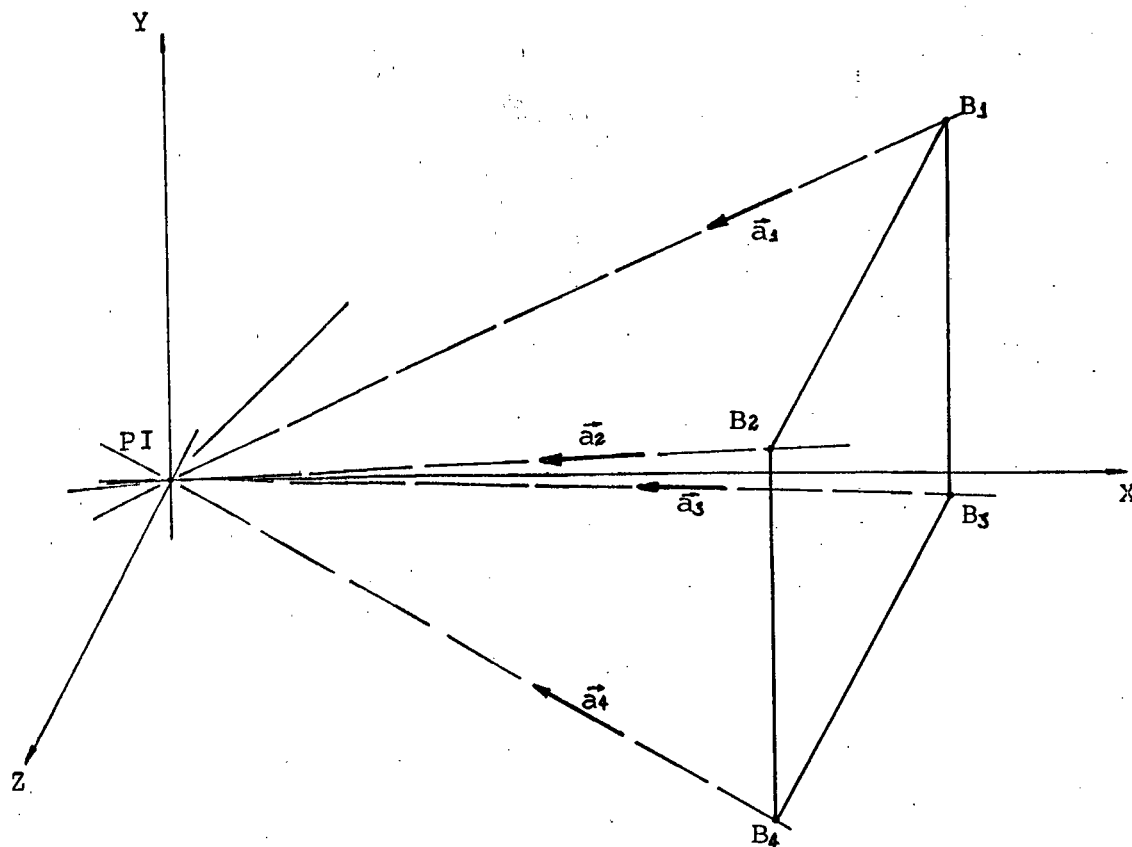


Figura 3.3 - Intersecção de quatro retas na origem do sistema de coordenadas

Os erros (E) são obtidos a partir de números randômicos da seguinte maneira:

$$E = E_{\max} \cdot (1 - (N1rand + N2rand)) \quad (3.9)$$

onde :

N1rand e N2rand são números randômicos gerados em computador. Com este procedimento, obtém-se os valores do E entre +/-  $E_{\max}$ , segundo uma distribuição normal.

Foram realizadas simulações para dois sistemas distintos, a partir de quatro retas que se interceptam idealmente em um ponto.

Os dados de entrada que caracterizam as retas utilizadas nas simulações foram os seguintes:

a) sistema 1 :

	vetor direção (ai)	ponto (Bi)
reta1:	A1(200, 200, -200)	B1(200, 200, -200)
reta2:	A2(200, 200, 200)	B2(200, 200, 200)
reta3:	A3(200, -200, -200)	B3(200, -200, -200)
reta4:	A4(200, -200, 200)	B4(200, -200, 200)
ponto de intersecção: PI(0,0,0)		

b) sistema 2 :

	vetor direção (ai)	ponto (Bi)
reta1:	A1(200, 0, 0)	B1(200, 0, 0)
reta2:	A2(0, 200, 0)	B2(0, 200, 0)
reta3:	A3(0, 0, -200)	B3(0, 0, -200)
reta4:	A4(0, 0, 200)	B4(0, 0, 200)
ponto de intersecção: PI(0,0,0)		

As simulações foram efetuadas utilizando-se um programa de computador específico, cujas informações de entrada são o número N de retas utilizadas na triangulação, a caracterização espacial de cada reta, a estimativa dos limites máximos dos erros dos parâmetros de entrada e o número de ciclos de simulação.

Obteve-se como resultados das simulações (fig 3.4) : a posição média de P e as dispersões dos resultados para 30 ciclos de cálculo.

EMAX estimados		Coord.	Sistema 1		Sistema 2	
PCs B	vet a		Média 30 valores	Dispersao	Média 30 valores	Dispersao
0.005	0.000	X	0.0001	0.0024	0.0001	0.0032
		Y	0.0002	0.0028	0.0002	0.0028
		Z	-0.0003	0.0028	-0.0003	0.0024
0.010	0.000	X	0.0009	0.0044	0.0001	0.0060
		Y	-0.0006	0.0052	-0.0003	0.0054
		Z	-0.0006	0.0054	-0.0004	0.0054
0.100	0.000	X	-0.0025	0.0480	-0.0004	0.0650
		Y	0.0005	0.0414	0.0039	0.0662
		Z	0.0027	0.0560	0.0001	0.0494
0.500	0.000	X	0.0345	0.2448	0.0229	0.3242
		Y	-0.0175	0.2034	0.0392	0.2892
		Z	-0.0447	0.2950	-0.0329	0.2146
0.000	0.005	X	0.0001	0.0028	0.0001	0.0032
		Y	-0.0002	0.0022	-0.0002	0.0026
		Z	-0.0003	0.0028	0.0001	0.0022
0.000	0.010	X	0.0005	0.0042	-0.0004	0.0060
		Y	-0.0006	0.0048	-0.0005	0.0064
		Z	0.0001	0.0064	0.0009	0.0038
0.000	0.100	X	-0.0020	0.0440	0.0080	0.0528
		Y	-0.0031	0.0488	0.0146	0.0506
		Z	-0.0020	0.0588	-0.0061	0.0400
0.000	0.500	X	-0.0043	0.2114	0.0342	0.2106
		Y	-0.0167	0.2200	0.0460	0.3134
		Z	0.0189	0.0189	0.0096	0.2506

Figura 3.4 - Resultado das simulações para os sistemas 1 e 2

Analisando-se os resultados das simulações observou-se que:

- os erros nas coordenadas do ponto P são linearmente proporcionais as amplitudes dos erros máximos dos parâmetros de entrada.
- os erros nas coordenadas do ponto P, possuem grande dependência do arranjo espacial das retas envolvidas.



#### 4. CÁLCULO DAS COORDENADAS TRIDIRECIONAIS DE UM PONTO A PARTIR DAS IMAGENS DIGITALIZADAS

O equacionamento proposto, tem por objetivo o cálculo das coordenadas de um ponto P sobre um objeto observado por duas ou mais câmeras (IAM).

Neste equacionamento, apresenta-se o modelo matemático empregado na obtenção das retas definidas pelos feixes de projeção do ponto P em cada IAM. Para a obtenção destas retas, são utilizadas as informações obtidas a partir das imagens digitalizadas e de outros dados suplementares de entrada.

Definidas as retas, de cruzamento representativo do ponto P, aplica-se o método da triangulação tridimensional para obtenção das coordenadas deste.

##### 4.1 METODOLOGIA DE MEDIÇÃO DE COORDENADAS E SEU MODELO MATEMÁTICO /23,24/

Para a determinação das coordenadas de um ponto qualquer no espaço 3D pelo método da triangulação tridimensional, é necessário determinar os parâmetros que definem, pelo menos, duas retas que se cruzem, reversamente ou não, de forma a representar este ponto P.

Pelo método proposto, estas retas são determinadas a partir das informações obtidas pelo sistema de digitalização de imagem (IAM + IDM).

No desenvolvimento do método, são definidos dois sistemas de coordenadas :

- a) Sistema Global de Coordenadas (CS-G): é o sistema de coordenadas ao qual são referenciadas as coordenadas do ponto P a ser medido. Com relação a este sistema são localizados os IAMi.
- b) Sistema Local de Coordenadas (CS-L): é o sistema de coordenadas de cada IAMi, e segundo o qual são referenciadas as coordenadas  $(x,y)_i$  do ponto projetado  $p_i$  e a função ponto de observação  $p'(Z)_i$ .

A determinação dos parâmetros que caracterizam as retas envolvidas na triangulação, exige que se conheça a posição espacial de cada IAMi no CS-G e as coordenadas  $(x,y)$  dos pontos P projetados, com referência ao CS-Li.

O modelo matemático desenvolvido (fig 4.1) tem a seguinte sequência de cálculos:

- a) Determinação dos vetores  $x_i$ ,  $y_i$  e  $z_i$  que caracterizam as direções dos eixos coordenados do iésimo sistema de coordenadas local (CS-Li) e da origem  $O_i$  deste com referência ao CS-G ;
- b) Transformação das coordenadas  $(x,y)_i$  /25,26/ do ponto projetado  $p_i$ , no plano de projeção de cada IAMi, do CS-Li para o CS-G, utilizando-se a matriz de transformação  $[T]_i$ , que é definida pelas componentes dos vetores normalizados  $x_i$ ,  $y_i$  e  $z_i$ ;



- coordenadas de três ou mais pontos auxiliares ( $Q_j$ ), com referência ao CS-G, que serão utilizados no cálculo da localização espacial do CS-Li de cada IAMi, como será visto adiante;
- coordenadas  $q_{ij} = (x, y)_{ij}$  dos pontos auxiliares  $Q_j$  projetados no plano de projeção de cada IAMi, com referência ao CS-Li;
- função ponto de observação ( $P'_{i}$ ) de cada IAMi, com referência ao CS-Li;
- coordenadas  $(x, y)_i$  dos pontos P projetados ( $P_i$ ), com referência aos CS-Li.

#### 4.1.1 Direcionamento espacial dos CS-Li

A posição espacial de cada câmera (IAMi) com referência ao CS-G, é geometricamente definida por seu respectivo CS-Li e pelas coordenadas de seu ponto de observação ( $P'_i$ ). Para a definição geométrica dos CS-Li com referência ao CS-G, é necessário que sejam determinados seus vetores eixos coordenados ( $x_i$ ,  $y_i$  e  $z_i$ ) e a origem  $O_i$  destes.

O procedimento geométrico para a determinação dos vetores eixos coordenados utiliza-se dos seguintes cálculos (fig 4.1) :

a) Cálculo dos vetores normais ( $\vec{\mu}_{ij}$ ) que definem a direção das retas que ligam os pontos  $Q_j$  aos pontos  $P'_i$  :

$$\begin{aligned} \vec{\mu}_{ij} &= P'_i - Q_j & (4.1) \\ \vec{\mu}_{ij} &= (X_i - QX_j, Y_i - QY_j, Z_i - QZ_j) \end{aligned}$$

normalizando  $\vec{\mu}_{ij}$ ,

$$\begin{aligned} n\vec{\mu}_{ij} &= \vec{\mu}_{ij} / |\vec{\mu}_{ij}| & (4.2) \\ |\vec{\mu}_{ij}| &= \sqrt{(QX_i - QX_j)^2 + (QY_i - QY_j)^2 + (QZ_i - QZ_j)^2} \end{aligned}$$

- b) Cálculo do módulo do vetor  $v_{ij}$ , que é definido pela distância entre o  $P'i$  e  $q_{ij}$  de cada  $IAMI$  :

$$|\vec{v}_{ij}| = \sqrt{x_{ij}^2 + y_{ij}^2 + \rho'(Z)^2} \quad (4.3)$$

como a direção do vetor  $v_{ij}$  é a mesma do vetor normal  $n_{ij}$ , define-se geometricamente :

$$\vec{v}_{ij} = n_{ij} \cdot |\vec{v}_{ij}| \quad (4.4)$$

- c) Obtenção das coordenadas dos pontos projetados  $q_{ij}$  com referência ao CS-G.

A partir dos vetores  $v_{ij}$ , pode-se obter as coordenadas dos pontos  $q_{ij}$  com referência ao CS-G:

$q_{ij}$  (CS-Li) -- transformação -->  $Q_{ij}$  (CS-G)

sabe-se que:

$$\vec{v}_{ij} = Q_{ij} - P'i = (v_x, v_y, v_z)_{ij} \quad (4.5)$$

$$Q_{ij} = P'i + v_{ij}$$

logo:

$$Q_{ij} = (X_i + v_{xij}, Y_i + v_{yij}, Z_i + v_{zij}) \quad (4.6)$$

- d) Determinação geométrica do plano de projeção (figs 4.2 e 4.3) de cada  $IAMI$  com relação ao CS-G, a partir das coordenadas dos pontos  $Q_{ij}$ .

Com, pelo menos, três pontos conhecidos  $Q_{ij}$  no plano de projeção de cada  $IAMI$ , pode-se caracterizar geometricamente este com referência ao CS-G. A caracterização espacial deste plano (fig 4.2) é obtida determinando-se um vetor normal ( $n_i = z_i$ ) e um ponto (qualquer ponto  $Q_{ij}$ ) pertencente ao mesmo.

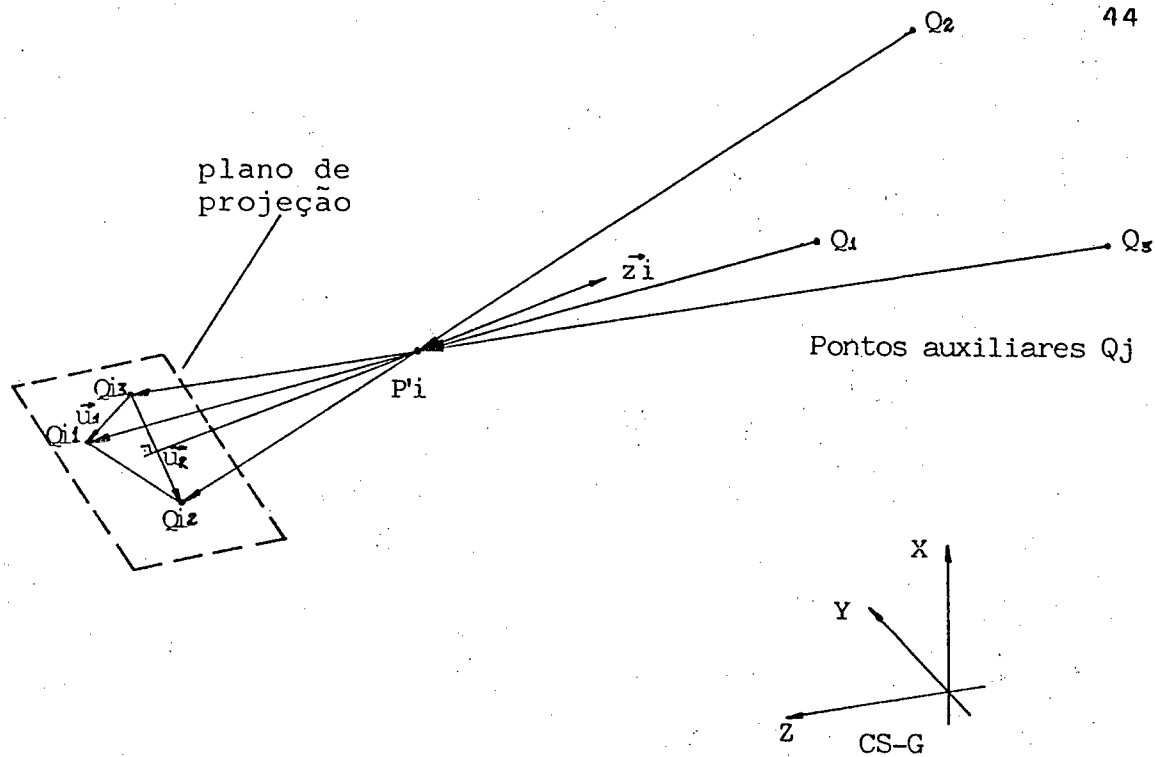


Figura 4.2 - Método para a localização do plano de projeção de cada IAMi

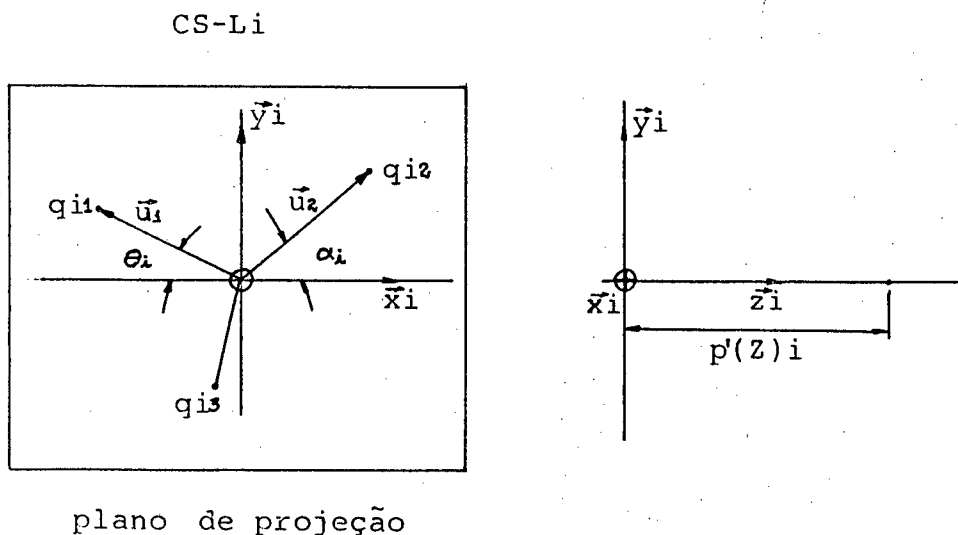


Figura 4.3 - Pontos qij projetados no plano de projeção do IAMi

Da figura 4.2, determina-se o vetor  $z_i$  a partir do produto vetorial normalizado de  $u_1$  por  $u_2$ :

$$\vec{z}_i = n (\vec{u}_1 \times \vec{u}_2) \quad (4.7)$$

onde:

$$\begin{aligned} \vec{u}_1 &= Q_{i1} - Q_{i3} \\ \vec{u}_2 &= Q_{i2} - Q_{i3} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Pelo produto vetorial dos vetores  $u_1$  e  $u_2$  pode-se obter os vetores  $z_i$  ou  $-z_i$ , dependendo da ordem em que o produto é feito. Para determinar a direção correta de  $z_i$ , adotou-se a seguinte metodologia (fig 4.4) :

- determinam-se os vetores  $z_i$  e  $-z_i$ ; calculando-se o primeiro e fazendo-se o segundo na direção oposta a este (giro de  $180^\circ$ );
- como os vetores eixos coordenados são unitários e as funções  $p'(Z)_i$  são conhecidas, calcula-se a origem ( $O_i$ ) de cada CS- $L_i$  para  $z_i$  e  $-z_i$ , obtendo-se desta forma dois pontos diferentes ( $O_i$  e  $O_i'$ ) para a origem.
- utilizando-se de um ponto auxiliar  $Q_j$  qualquer, que pode ser observado pelos IAMI, calcula-se os vetores definidos por este ponto e os dois pontos origem, tendo-se desta forma dois vetores ( $QO_i$  e  $QO_i'$ ) diferentes.
- da figura 4.4, observa-se que se o módulo do vetor  $QO_i'$  for maior que o módulo do vetor  $QO_i$ , a origem correta do CS- $L_i$  será o ponto  $O_i'$ , senão, será o ponto  $O_i$ . Na sequência deste trabalho, a origem correta será denominada por  $O_i$ .

Esta metodologia baseia-se no fato de que o feixe de projeção de um ponto  $Q$  qualquer só pode atingir o plano de projeção de um IAMI após ter passado pelo ponto de observação  $P_i$ .

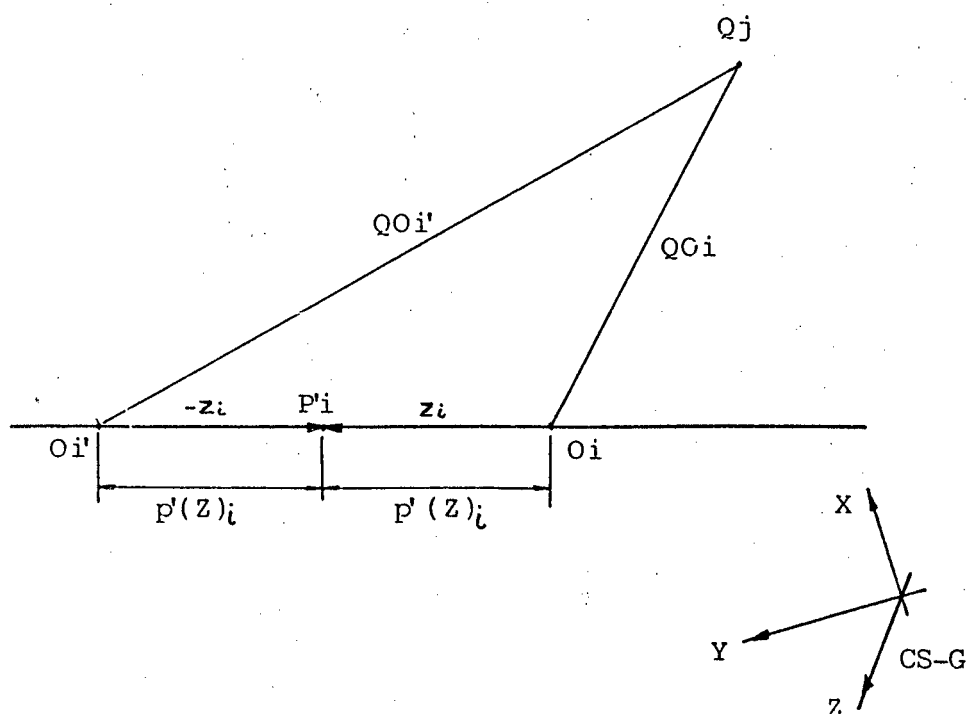


Figura 4.4 - Metodologia para determinação da direção do vetor  $z_i$

e) Determinação dos vetores eixos coordenados  $x_i$  e  $y_i$

Utilizando-se as coordenadas dos pontos de observação  $P_i$ , o vetor  $z_i$  e a função  $p'(z)_i$ , pode-se calcular os vetores  $x_i$  e  $y_i$  de cada IAMI com referência ao CS-G (fig 4.1) :

$$P_i - O_i = p'(z)_i \cdot \vec{z}_i \quad (4.9)$$

logo,

$$O_i = P_i - p'(z)_i \cdot \vec{z}_i$$

$$O_i = (X_i, Y_i, Z_i) - (Zx_i, Zy_i, Zz_i) \cdot p'(z)_i$$

Um exemplo de direcionamento espacial de 3 CS-Li pelo método descrito, é visto na figura 4.5 .



sabe-se que :

$$\begin{aligned}\vec{x}_i \cdot \vec{z}_i &= 0 \\ \vec{x}_i \cdot (Q_{i1} - O_i) &= |\vec{x}_i| |Q_{i1} - O_i| \cdot \cos\theta_i \\ \vec{x}_i \cdot (Q_{i2} - O_i) &= |\vec{x}_i| |Q_{i2} - O_i| \cdot \cos\alpha_i\end{aligned}\quad (4.11)$$

onde,

$$\begin{aligned}\cos\theta_i &= \frac{x_{i1}}{\sqrt{x_{i1}^2 + y_{i1}^2}} & \sin\theta_i &= \frac{y_{i1}}{\sqrt{x_{i1}^2 + y_{i1}^2}} \\ \cos\alpha_i &= \frac{x_{i2}}{\sqrt{x_{i2}^2 + y_{i2}^2}} & \sin\alpha_i &= \frac{y_{i2}}{\sqrt{x_{i2}^2 + y_{i2}^2}}\end{aligned}\quad (4.12)$$

como  $x_i$  e  $y_i$  são vetores unitários :

$$|\vec{x}_i| = |\vec{z}_i| = 1$$

montando-se o sistema de 4.11, tem-se :

$$ZX_i \cdot XX_i + ZY_i \cdot XY_i + ZZ_i \cdot XZ_i = 0$$

$$(QX_{i1} - O_{i1}) XX_i + (QY_{i1} - O_{i2}) XY_i + (QZ_{i1} - O_{i3}) ZZ_i = \sqrt{x_{i1}^2 + y_{i1}^2} \cdot \cos\theta_i$$

$$(QX_{i2} - O_{i1}) XX_i + (QY_{i2} - O_{i2}) XY_i + (QZ_{i2} - O_{i3}) ZZ_i = \sqrt{x_{i2}^2 + y_{i2}^2} \cdot \cos\alpha_i$$

na forma de matriz :

$$\begin{bmatrix} ZX_i & ZY_i & ZZ_i \\ (QX_{i1}-O_{i1}) & (QY_{i1}-O_{i2}) & (QZ_{i1}-O_{i3}) \\ (QX_{i2}-O_{i1}) & (QY_{i2}-O_{i2}) & (QZ_{i2}-O_{i3}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} XX_i \\ XY_i \\ XZ_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{x_{i1}^2 + y_{i1}^2} \cdot \cos\theta_i \\ \sqrt{x_{i2}^2 + y_{i2}^2} \cdot \cos\alpha_i \end{bmatrix}$$

$$[C]_i \cdot [X]_i = [RX]_i$$

logo, para determinar  $x_i = [RX]_i$ , faz-se :

$$[X]_i = [C]_i^{-1} \cdot [RX]_i$$

o mesmo procedimento é adotado para o calculo de  $y_i$ , neste caso, tem-se  $[RY]_i$  :

$$[RY]_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{x_{i1}^2 + y_{i1}^2} \cdot \sin\theta_i \\ \sqrt{x_{i2}^2 + y_{i2}^2} \cdot \sin\alpha_i \end{bmatrix}$$

$$[Y]_i = \begin{bmatrix} YX_i \\ YY_i \\ YZ_i \end{bmatrix}$$

$$[Y]_i = [C]_i^{-1} \cdot [RY]_i$$

Um exemplo de direcionamento espacial de 3 CS-Li pelo método descrito, é visto na figura 4.5 .

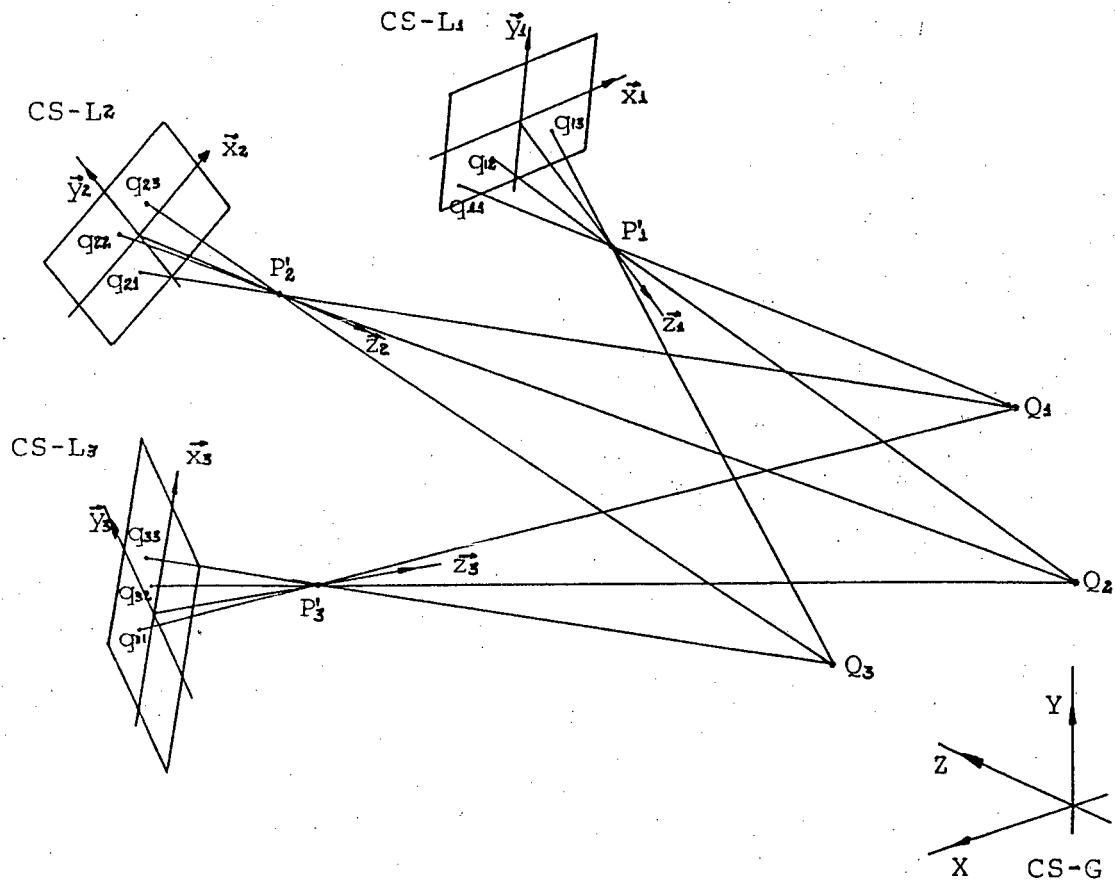


Figura 4.5 - Configuração espacial na localização de tres IAM com referência ao CS-G

#### 4.1.2 Transformação das coordenadas dos pontos referenciados no CS-Li para o CS-G

Pelo fato dos vetores normalizados dos eixos coordenados dos CS-Li  $[x_i, y_i, z_i]$  serem os cossenos diretores dos CS-Li em relação ao CS-G, eles definem a matriz transformação  $[T]_i$  de coordenadas de um sistema para o outro /25,26/. Portanto, para transformar as coordenadas de um ponto qualquer referenciado no CS-Li para as coordenadas deste com referência ao CS-G faz-se :

$$[\text{Ponto}]_{\text{CS-G}} = [T]_i \cdot \begin{vmatrix} \text{Ponto} \\ \text{projetado} \end{vmatrix}_{\text{CS-Li}}$$

da mesma forma,

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_j_{\text{CS-G}} = [T]_i \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix}_{ij}_{\text{CS-Li}}$$

onde :

$$[T]_i = \begin{bmatrix} XX & YX & ZX \\ XY & YY & ZY \\ XZ & YZ & ZZ \end{bmatrix}$$

#### 4.1.3 Determinação das retas para a triangulação tridimensional

Para cada  $IAM_i$  e ponto  $P$  (projetado), tem-se uma reta  $r_i$  (fig 4.6). Desta forma, num ICMS com  $i$  IAMs, na medição das coordenadas de um ponto  $P$  serão utilizadas  $i$  retas  $r_i$  na triangulação tridimensional.

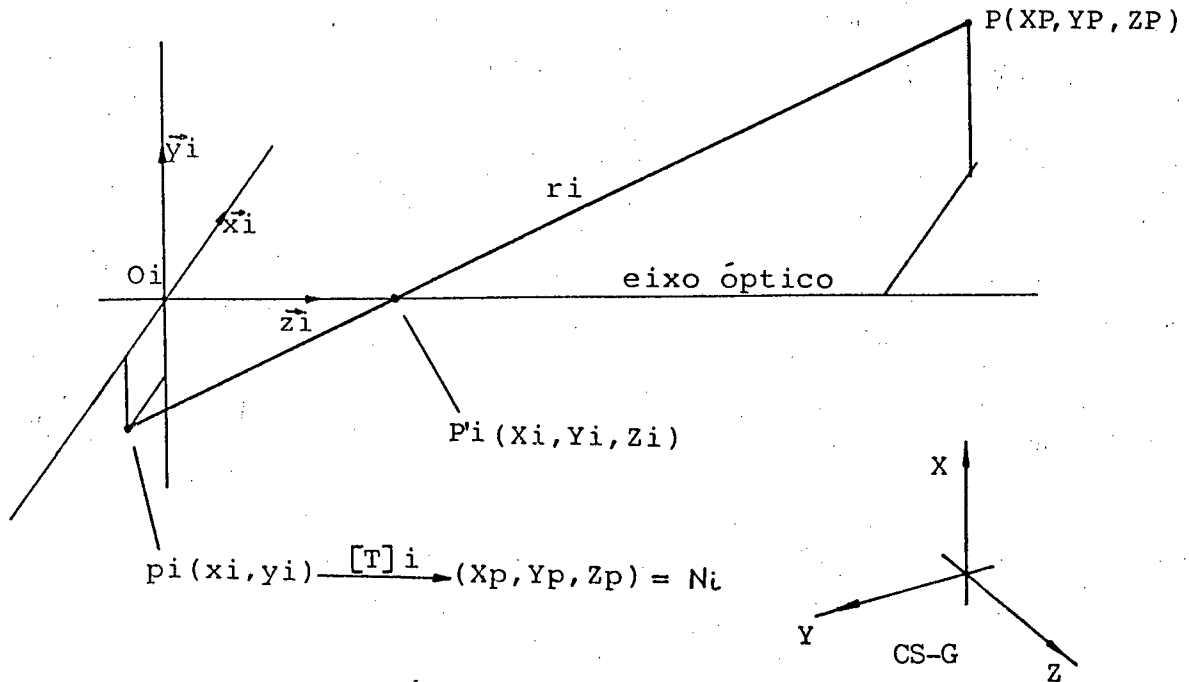


Figura 4.6 - Obtenção de uma reta  $r_i$  para a triangulação tridimensional

A definição paramétrica das retas utilizadas na triangulação tridimensional é feita a partir dos pontos  $(x,y)_i$  e  $P'_i$  referenciados no CS-G, como segue :

$$(x,y)_i \text{ -- [T]i -- } (X_p, Y_p, Z_p)_i = N_i$$

$$P'_i = (X_i, Y_i, Z_i)$$

$$r_i = P'_i + (N_i - P'_i) \cdot t$$

de onde obtém-se os parâmetros que definem a reta  $r_i$  :

$$a_i = N_i - P'_i = (X_p - X_i, Y_p - Y_i, Z_p - Z_i)$$

$$B_i = P'_i = (X_i, Y_i, Z_i)$$

A representação geométrica da medição de coordenadas, num ICMS com três IAMi, pode ser vista na figura 4.7 .

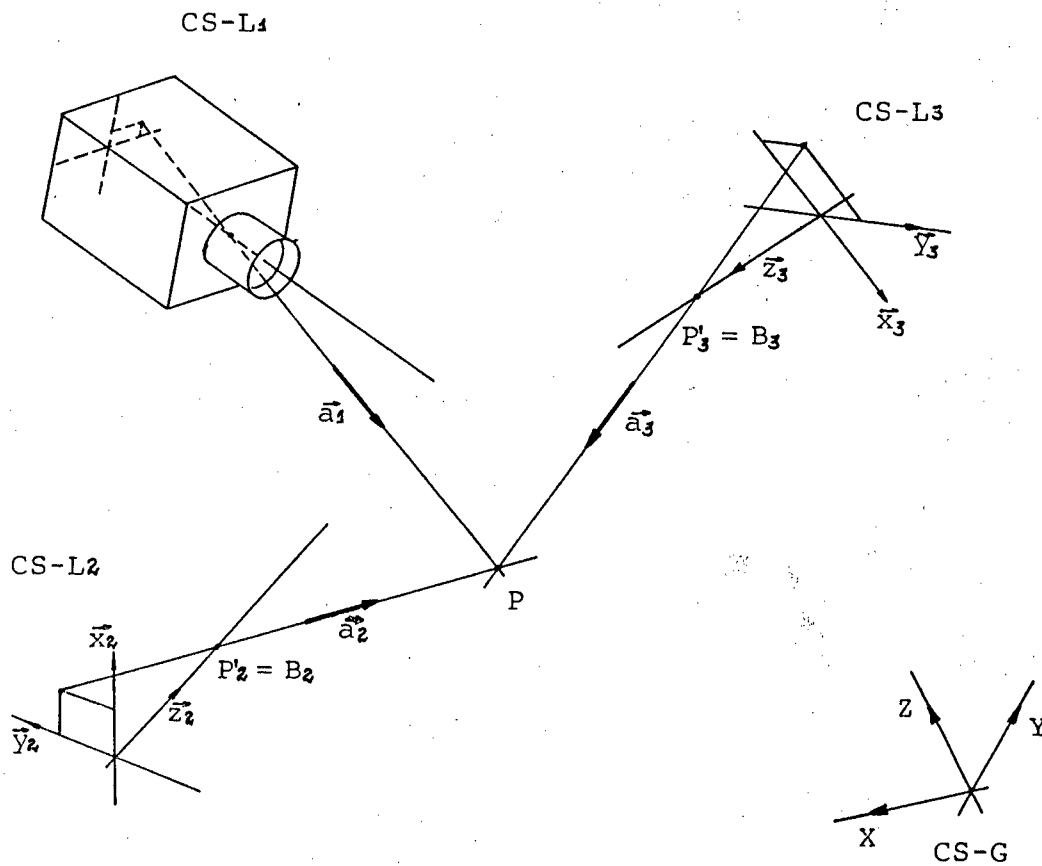


Figura 4.7 - Medição das coordenadas de P em um ICMS com quatro IAMs

#### 4.2 SOLUÇÃO COMPUTACIONAL

A medição das coordenadas de um ponto P pelo método proposto/ICMS, requer uma série de cálculos em processo iterativo e múltiplo, para minimização de erros aleatórios. Desta forma, tornou-se imprescindível o desenvolvimento de um programa de computador, cujas etapas básicas podem ser vistas no fluxograma da figura 4.8.

O programa desenvolvido, sintetiza o modelo matemático apresentado e efetua o tratamento estatístico/matemático que vai desde a triangulação tridimensional até o processamento das coordenadas do ponto medido pelo ICMS, para obtenção da média e dispersão dos N ciclos de medição.

Este programa viabiliza a simulação numérica do ICMS, permitindo assim a análise da propagação de erros, como será visto no capítulo seguinte.

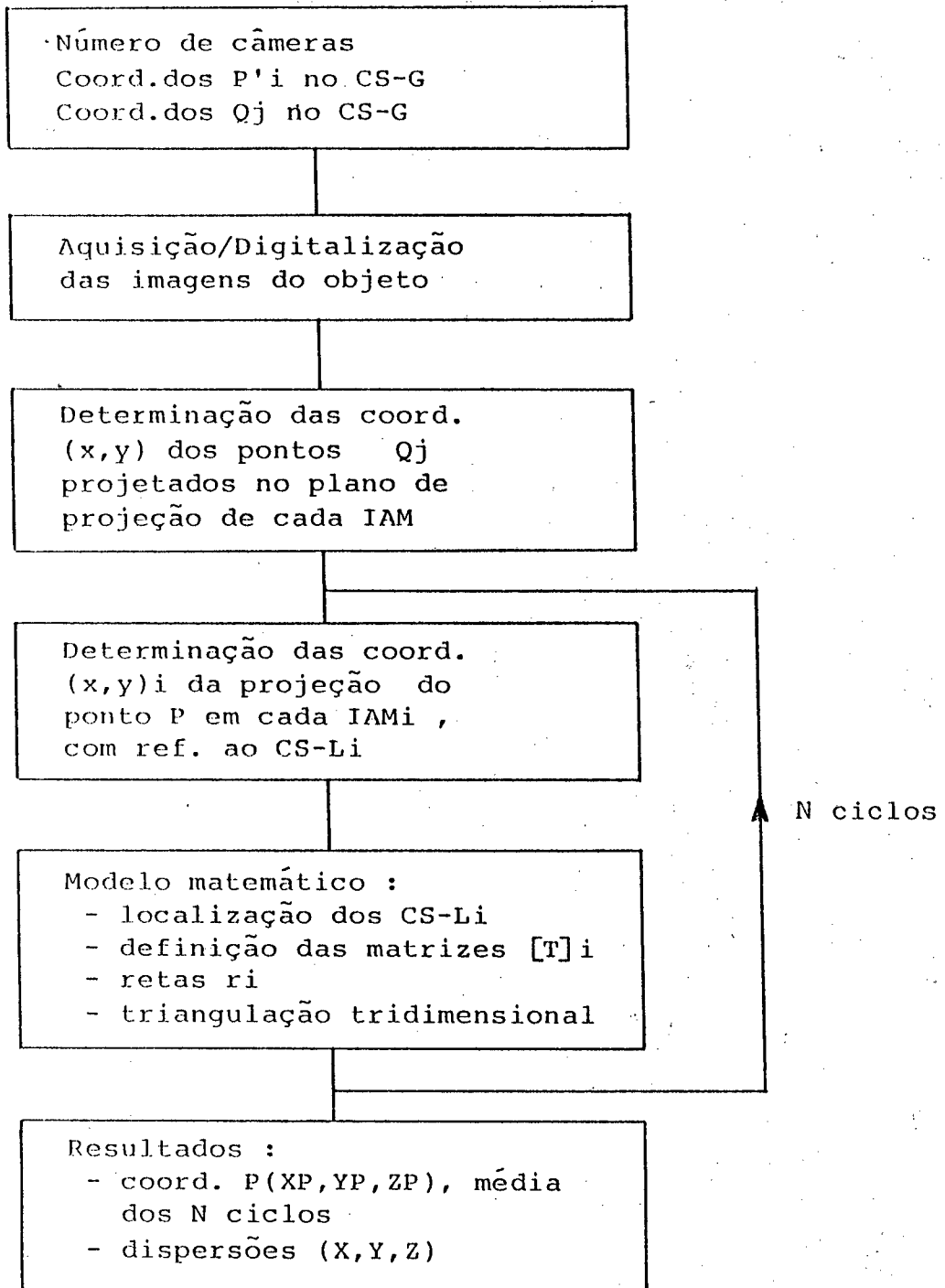


Figura 4.3 - Estrutura básica do programa de computador do ICMS

## 5. ANÁLISE DE ERROS DO ICMS POR SIMULAÇÃO NUMÉRICA

A metodologia proposta para a medição de coordenadas envolve uma série bastante longa e complexa de cálculos, para a obtenção das coordenadas tridimensionais do ponto P. Esta metodologia efetua também um tratamento estatístico, que vai desde a utilização do método dos mínimos quadrados na triangulação tridimensional, até o cálculo da média e dispersão das coordenadas calculadas. Em função disto, propõe-se avaliar os erros em ICMS com diferentes configurações espaciais de suas câmeras, através de simulação numérica.

Foram realizadas simulações que levam em consideração os erros que afetam os dados de entrada, dentro de limites estimados bastante realistas. Estas simulações são efetuadas utilizando-se o programa de computador desenvolvido e sintetizado no capítulo 4, de uma forma modificada.

O modelo adotado para as simulações numéricas (fig 5.1) é apresentado em termos de : modelo de simulação, caracterização espacial dos ICMS simulados, simulação propriamente dita e análise dos resultados.

### 5.1 MODELO DE SIMULAÇÃO ADOTADO

Nestas simulações, estimou-se a faixa limite máxima de erros ( $E_{MAX}$ ) que podem aparecer nos parâmetros de entrada do ICMS.



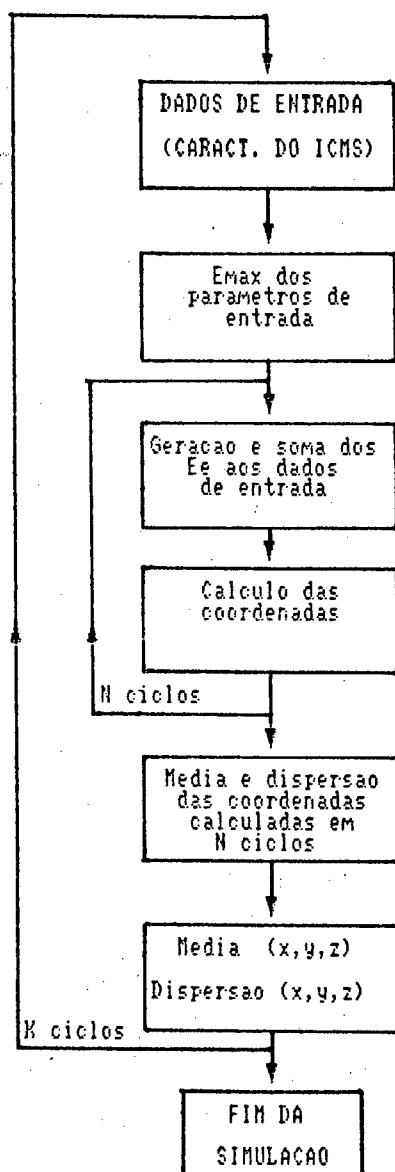


Figura 5.1 - Fluxograma das simulações numéricas

Utilizou-se um procedimento de cálculos que gerasse os erros de forma aleatória dentro da faixa de  $\pm E_{max}$  ( $E_e$ ), para cada parâmetro de entrada, segundo uma distribuição normal, como descrito no capítulo 3.

Procedeu-se ao processamento dos dados de entrada com a parcela de erro embutida, em vários ciclos de cálculos obtendo-se a média das coordenadas calculadas com suas respectivas dispersões das medições para 95% de enquadramento /27/ .

Com este procedimento, determina-se até que ponto determinada faixa de  $E_{MAX}$  de cada parâmetro de entrada, influência nos erros dos resultados ( $E_r$ ).

As simulações numéricas dos ICMS tem como parâmetros de entrada e resultados:

a) Parâmetros de entrada :

- coord. dos pontos auxiliares :  $Q_j (QX_j, QY_j, QZ_j)$
- coord. dos pontos de observação :  $P'_i (X_i, Y_i, Z_i)$
- coord. dos pontos  $Q_j$  projetados :  $q_{ij} (x_{ij}, y_{ij})$
- função ponto de observação :  $p'(Z)_i$
- faixa de  $E_{MAX}$  dos parâmetros de entrada apresentado

b) Resultados :

- vetores dos CS-Li :  $x_i (XX_i, XY_i, XZ_i)$   
 $y_i (YX_i, YY_i, YZ_i)$   
 $z_i (ZX_i, ZY_i, ZZ_i)$
- coord. da origem dos CS-Li :  $O_i (OX_i, OY_i, OZ_i)$
- coord. do ponto P :  $P (XP, YP, ZP)$

Nas simulações, os dados de entrada são utilizados, em cada ciclo, somando-se suas respectivas parcelas de erro  $E_e$ , como segue:

$$Q_j = (QX_j, QY_j, QZ_j) + E_e(Q_j) \times (1, 1, 1)$$

$$P'_i = (X_i, Y_i, Z_i) + E_e(P'_i) \times (1, 1, 1)$$

$$q_{ij} = (x_{ij}, y_{ij}) + E_e(q_{ij}) \times (1, 1)$$

$$p'(Z)_i = p'(Z)_i + E_e(p'(Z)_i)$$

As simulações foram realizadas seguindo-se os seguintes passos (fig 5.1) :

- a) Fornecimento dos dados de entrada.
- b) Realização de vários ciclos de simulação onde, em cada ciclo :  
são gerados os  $E_e$ , acrescidos os  $E_e$  aos dados de entrada e calculados as coordenadas de P para estes dados de entrada.
- c) Cálculo da média e dispersão das coordenadas calculadas do ponto P.

## 5.2 CARACTERIZAÇÃO ESPACIAL DOS SISTEMAS SIMULADOS

Foram realizadas simulações numéricas para dois ICMS com configurações espaciais diferentes dos IAMi. No primeiro ICMS simulado adotou-se os vértices de um tetraedro regular (fig 5.2) como os pontos de observação ( $P_i$ ), e como vetores observação ( $z_i$ ), aqueles definidos pelas retas que ligam os vértices deste tetraedro ao centro geométrico do mesmo.

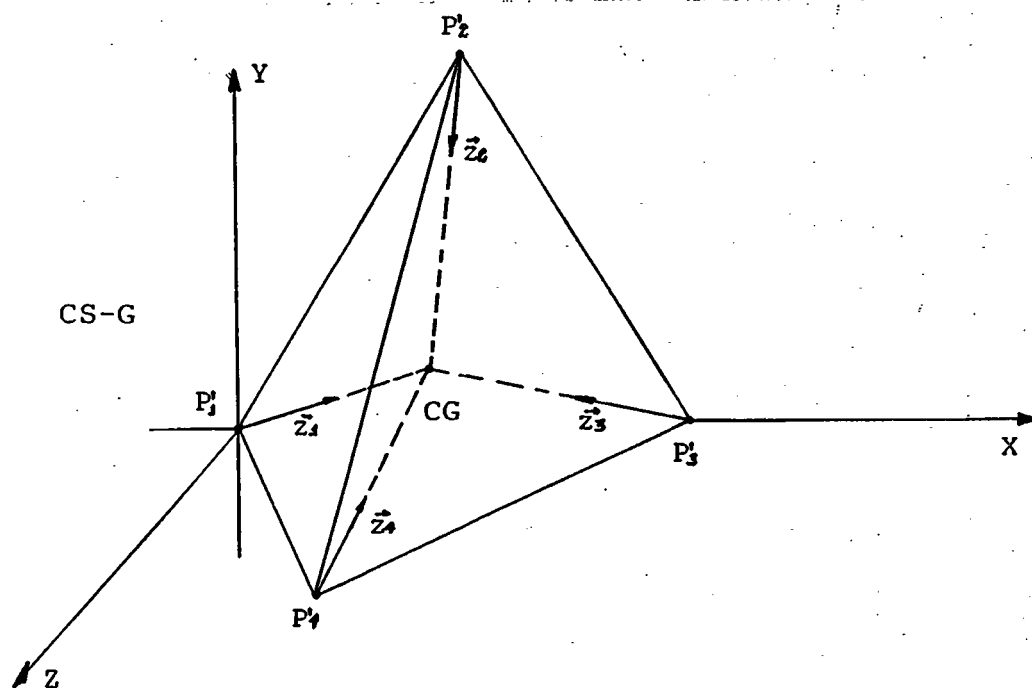


Figura 5.2 - Configuração espacial do sistema 1

No segundo sistema simulado, utiliza-se como pontos de observação os vértices de um quadrilátero (fig 5.3) e como vetores observação aqueles das retas que unem os pontos de observação à origem do CS-G.

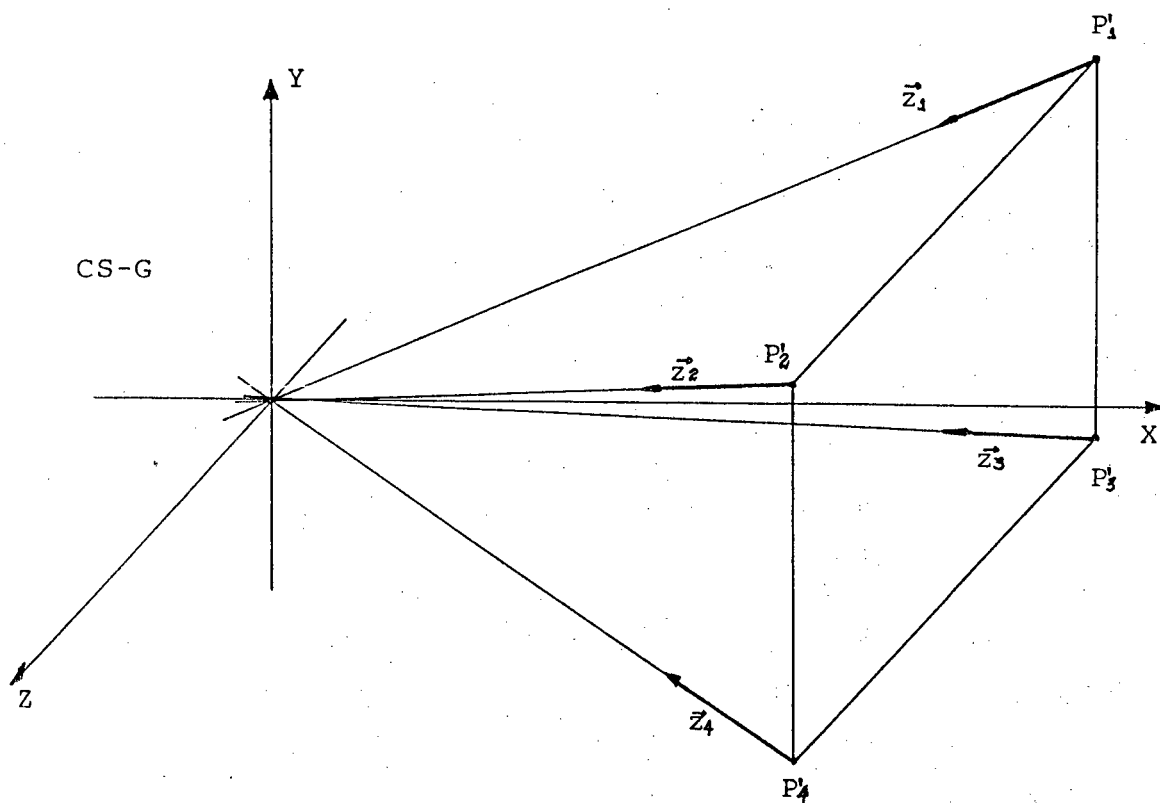


Figura 5.3 - Configuração espacial do sistema 2

Em ambas simulações, foram estabelecidos dados de entrada que levassem a obtenção de uma solução ideal, ou seja, na triangulação tridimensional as retas possuem um ponto de intersecção ideal. Para cada parâmetro de entrada, no programa de simulação, foram adotados valores de  $E_{MAX}$  (fig 5.4) dentro de faixas bastante realistas.

E <sub>max</sub> Simulação	P <sub>i</sub>	OBS <sub>i</sub>	p'(z) <sub>i</sub>	(x,y) <sub>i,i</sub>
1 2 3 4	0.1 1.0 3.0	0.0	0.0	0.000
5 6 7 8	0.0	0.5 1.0 3.0	0.0	0.000
9 10 11 12	0.0	0.0	0.1 0.2 0.3 0.5	0.000
13 14 15 16	0.0	0.0	0.0	0.005 0.010 0.020 0.050

Figura 5.4 - Tabela dos E<sub>max</sub> estipulados para cada parâmetro de entrada

Os dados de entrada utilizados foram os seguintes:

a) sistema 1:

- n<sup>o</sup> de IAMs : 4
- coordenadas dos pontos Q<sub>j</sub> no CS-G: Q<sub>1</sub> (500,250,450)  
Q<sub>2</sub> (480,280,400)  
Q<sub>3</sub> (400,290,380)
- coordenadas dos pontos de obs. : P'<sub>1</sub>(0,0,0)  
P'<sub>2</sub>(500,500√3,0)  
P'<sub>3</sub>(1000,0,0)  
P'<sub>4</sub>(500,500/√3,1000√2/3)
- coord. dos ptos projetados (x,y): tabela da figura 5.5
- função ponto de observação p'(Z)<sub>i</sub> : p'(Z)<sub>i</sub> = 56.64

b) sistema 2

- nº de IAMs : 4

- coordenadas dos pontos  $Q_j$ :  $Q_1 (0,100,100)$

$Q_2 (0,0,-200)$

$Q_3 (-100,-100,50)$

- coordenadas dos pontos de obs. :  $P'_1(1000,500,500)$

$P'_2(1000,500,-500)$

$P'_3(1000,-500,-500)$

$P'_4(1000,-500,500)$

- coord. dos pto's projetados  $(x,y)$  : tabela da figura 5.5

- função ponto de observação  $p'(Z)_i$  :  $p'(Z)_i = 56.64$

i \ j	1		2		3	
	x	y	x	y	x	y
1	-2.882	-4.707	7.566	1.030	-4.346	1.267
2	0.000	6.309	-5.519	-6.760	1.153	-1.413
3	3.741	3.054	-8.551	1.745	0.000	-5.818
4	-6.309	0.000	5.915	-4.830	1.551	6.334

i \ j	1		2		3	
	x	y	x	y	x	y
1	-3.276	-2.780	0.091	-0.491	3.855	-3.303
2	-0.728	0.420	1.555	0.881	5.493	5.977
3	-0.118	-4.295	1.729	0.034	6.006	1.988
4	0.000	1.057	0.533	0.231	2.640	-0.035

Figura 5.5 - Coordenadas  $(x,y)_{ij}$  dos pontos  $q_{ij}$  projetados - sistemas 1 e 2

### 5.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

Os resultados das simulações dos sistemas 1 e 2 são apresentados na forma de tabelas (fig 5.6) e gráficos (figs 5.7 a 5.10 para o sistema 1 e 2) onde se relaciona os  $E_{MAX}$  de cada parâmetro de entrada com as respectivas dispersões das coordenadas do ponto medido (DMX, DMY, DMZ).

A partir das tabelas e gráficos de erros das coordenadas do ponto P medido pelos ICMS simulados, constatou-se que as dispersões são uma função linear da variação dos  $E_{MAX}$  para cada parâmetro de entrada. Assim, pode-se obter os  $E_r$  das coordenadas medidas por um ICMS pela combinação dos  $E_r$  calculados para os  $E_{MAX}$  de cada um dos dados de entrada, de forma individual.

A seguir representa-se as equações paramétricas das retas  $E_r$  versus  $E_{MAX}$  para cada parâmetro de entrada, onde  $B(B_x, B_y, B_z)$  é o coeficiente linear e  $A(A_x, A_y, A_z)$  o angular :

$$\begin{aligned} E_r(P') &= (B_x, B_y, B_z)_{P'} + (A_x, A_y, A_z)_{P'} \cdot E_{MAX P'} \\ E_r(p'(Z)) &= (B_x, B_y, B_z)_{p'(Z)} + (A_x, A_y, A_z)_{p'(Z)} \cdot E_{MAX p'(Z)} \quad (5.3) \\ E_r(Q) &= (B_x, B_y, B_z)_Q + (A_x, A_y, A_z)_Q \cdot E_{MAX Q} \\ E_r(x, y) &= (B_x, B_y, B_z)_{(x, y)} + (A_x, A_y, A_z)_{(x, y)} \cdot E_{MAX(x, y)} \end{aligned}$$

De onde, obtém-se da teoria da propagação de erros /27/, a equação para o cálculo do  $E_r$  das coordenadas do ponto medido, a partir da combinação das parcelas individuais de  $E_r$ , obtidas para o  $E_{MAX}$  de cada parâmetro de entrada, individualmente :

$$E_r(\text{comb}) = E_r(P')^2 + E_r(p'(Z))^2 + E_r(Q)^2 + E_r(x, y)^2 \quad (5.4)$$

SIMUL.	COORD.	SISTEMA 1		SISTEMA 2	
		Média 30 valores	Dispersões	Média 30 valores	Dispersões
1	X	499.999	0.066	-99.970	0.060
	Y	288.678	0.050	-99.977	0.090
	Z	400.082	0.050	49.963	0.064
2	X	500.004	0.326	-99.959	0.240
	Y	288.657	0.242	-99.966	0.336
	Z	400.078	0.276	49.951	0.280
3	X	500.014	0.916	-100.064	0.612
	Y	288.606	0.856	-99.962	0.846
	Z	400.232	0.792	49.911	0.728
4	X	500.235	2.594	-99.691	1.542
	Y	288.426	1.272	-99.928	2.372
	Z	400.094	1.436	50.182	2.042
5	X	499.999	0.010	-99.976	0.054
	Y	288.675	0.026	-99.974	0.028
	Z	400.081	0.014	49.957	0.024
6	X	499.997	0.020	-99.988	0.106
	Y	288.681	0.058	-99.975	0.072
	Z	400.082	0.022	49.961	0.052
7	X	499.995	0.052	-100.000	0.300
	Y	288.677	0.116	-99.979	0.182
	Z	400.080	0.076	49.958	0.164
8	X	-499.999	0.104	-100.060	0.506
	Y	288.647	0.236	-99.989	0.290
	Z	400.106	0.138	49.985	0.298
9	X	499.998	0.002	-99.966	0.120
	Y	288.671	0.018	-99.963	0.060
	Z	400.081	0.006	49.957	0.046
10	X	499.999	0.006	-99.963	0.194
	Y	288.677	0.046	-99.971	0.096
	Z	400.081	0.000	49.955	0.074
11	X	499.998	0.008	-99.980	0.326
	Y	288.670	0.064	-99.980	0.164
	Z	400.081	0.000	49.962	0.126
12	X	288.664	0.110	-99.944	0.602
	Y	400.081	0.000	-99.962	0.302
	Z	499.999	0.022	49.948	0.232
13	X	288.674	0.020	-99.984	0.074
	Y	400.081	0.036	-99.989	0.052
	Z	500.001	0.056	49.965	0.058
14	X	288.671	0.048	-99.964	0.166
	Y	400.073	0.086	-99.969	0.080
	Z	500.003	0.104	49.972	0.106
15	X	288.664	0.074	-100.022	0.340
	Y	400.077	0.170	-99.984	0.180
	Z	500.000	0.240	49.960	0.234
16	X	500.000	0.240	-100.024	0.006
	Y	288.646	0.230	-100.021	0.450
	Z	400.103	0.446	49.939	0.556
Valor ideal (500, 288.675, 400.083)				Valor ideal (99.974, -99.977, 49.960)	

Figura 5.6 - Tabela dos resultados das simulações numéricas nos sistemas 1 e 2



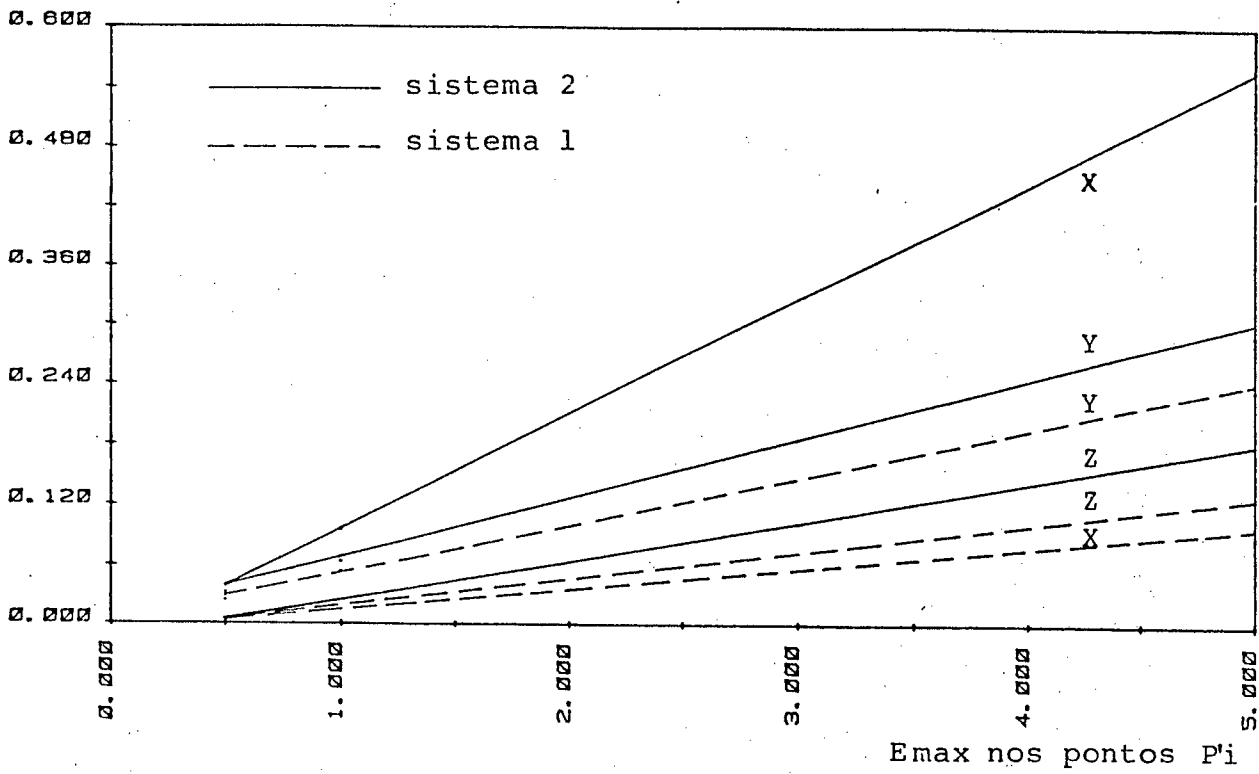


Figura 5.7 - Relação entre as dispersões das coordenadas do ponto P e o Emax das coordenadas de P'i

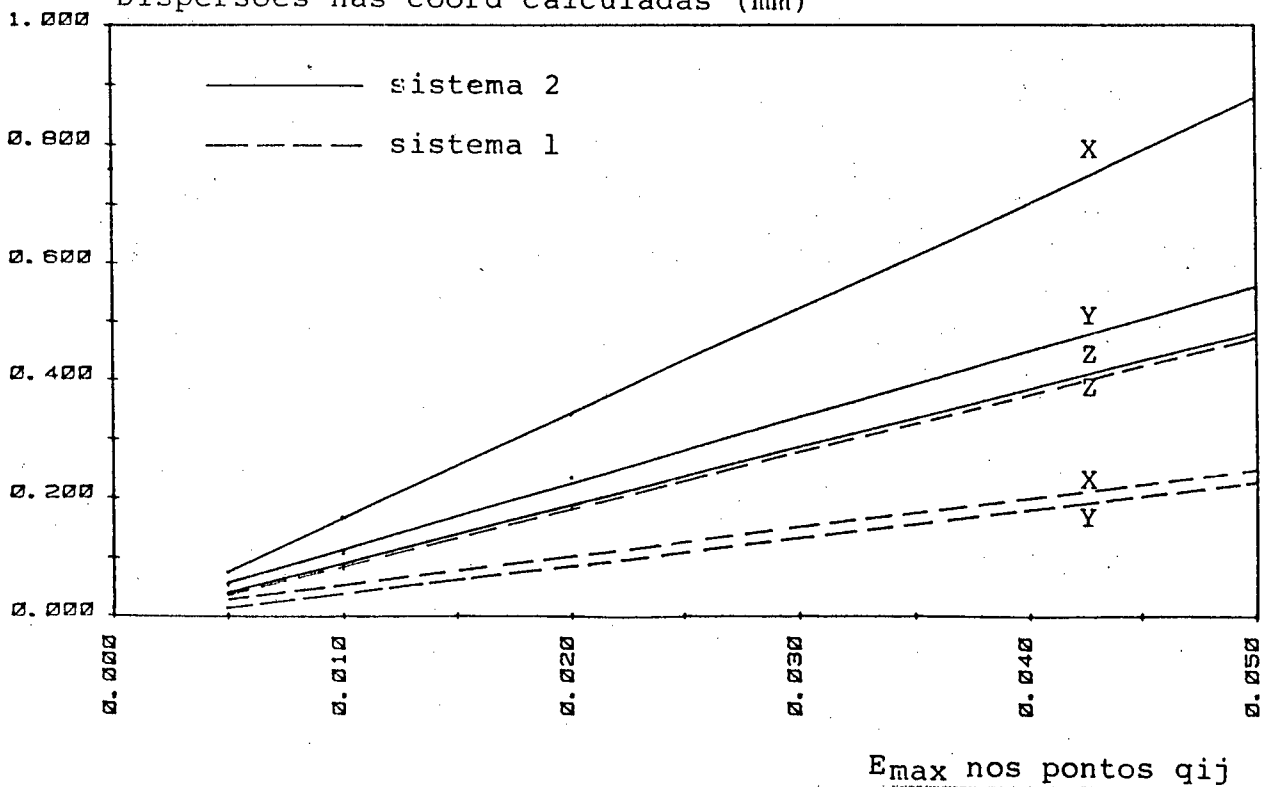


Figura 5.8 - Relação entre as dispersões das coordenadas do ponto P e o Emax das coordenadas de qij

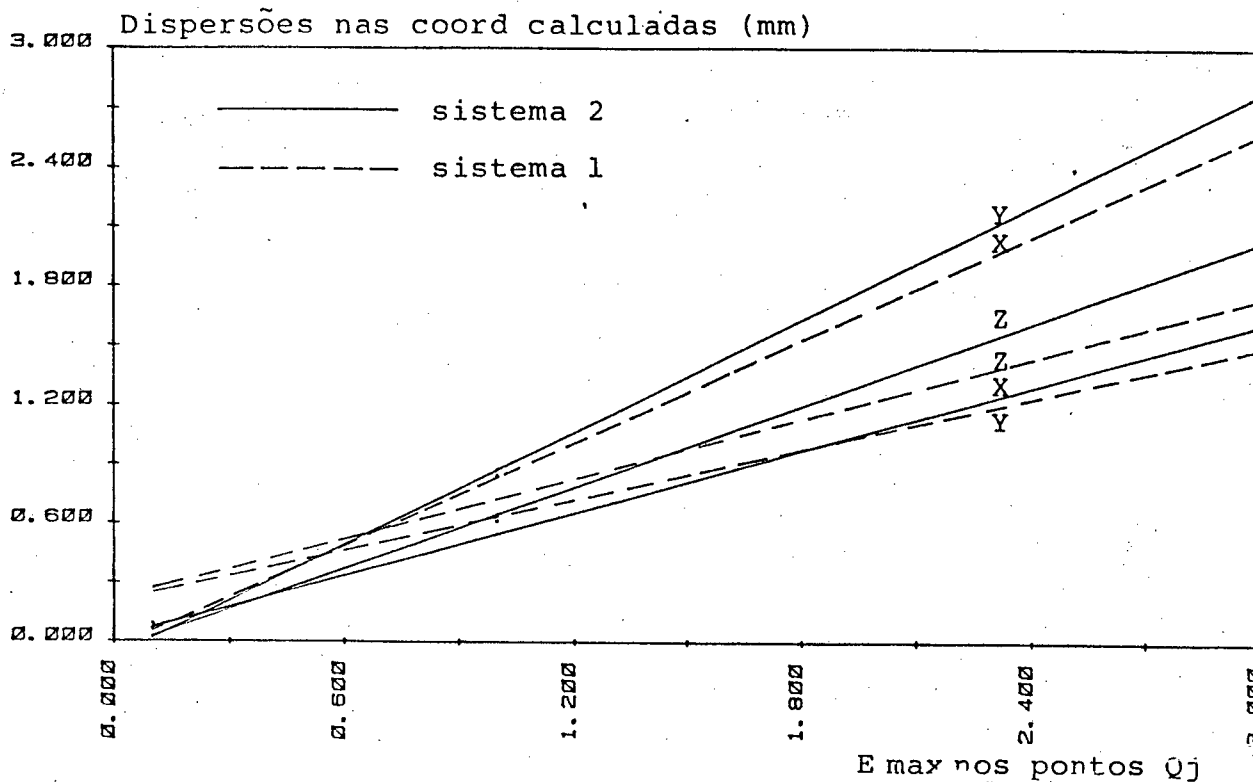


Figura 5.9 - Relação entre as dispersões das coordenadas do ponto P e o Emax das coordenadas de Qj

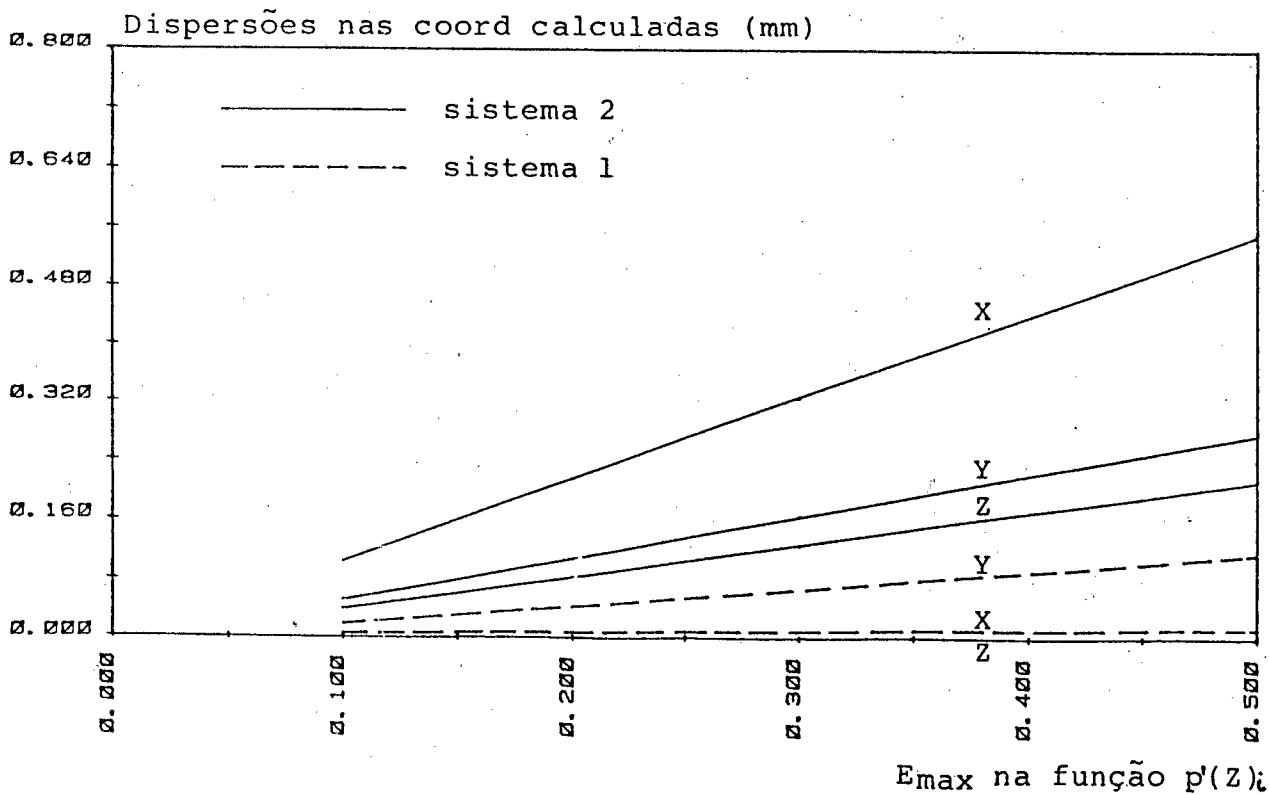


Figura 5.10 - Relação entre as dispersões das coordenadas do ponto P e o Emax da função p'(Z)

A seguir, apresenta-se um exemplo da combinação dos  $Er$  individuais para a obtenção do  $Er$  combinado das coordenadas calculadas de um ponto.

- obtidos por simulação numérica :

$$Er(0.2, 3, 1, 0.005) = (0.378, 0.468, 0.314)$$

$$Er(0.2, 0, 0, 0.000) = (0.097, 0.048, 0.037) = Er_1$$

$$Er(0.0, 3, 0, 0.000) = (0.154, 0.106, 0.080) = Er_2$$

$$Er(0.0, 0, 1, 0.000) = (0.306, 0.423, 0.308) = Er_3$$

$$Er(0.0, 0, 0, 0.005) = (0.042, 0.026, 0.027) = Er_4$$

- obtido pela combinação das parcelas individuais :

$$Er(0.2, 3, 1, 0.005) = \sqrt{Er_1^2 + Er_2^2 + Er_3^2 + Er_4^2}$$

$$Er(0.2, 3, 1, 0.005) = (0.358, 0.439, 0.321)$$

Com este e outros exemplos, constatou-se a aplicabilidade da equação 5.4, o que vem a reduzir sobremaneira o número de simulações necessárias para a obtenção das relações entre os  $Er$  das coordenadas de um ponto e os  $E_{MAX}$  dos parâmetros de entrada, caracterizando-se assim um método bastante bom na análise da propagação dos erros.

Da análise dos resultados das simulações constatou-se que:

- a) A relação entre os erros dos parâmetros de entrada e os erros dos resultados possuem uma correlação bastante linear.
- b) É bastante viável adotar-se uma metodologia de simulações onde determina-se a relação entre a variação dos erros de cada parâmetro de entrada e os erros dos resultados calculados, de

forma individual. E, a partir da combinação das parcelas individuais dos erros, obter-se o erro geral do resultado.

c) Notou-se que o arranjo espacial do ICMS (função do posicionamento das câmeras), exerce grande influência sobre as dispersões das coordenadas dos pontos medidos.

d) Para ambos os sistemas simulados obteve-se, em ordem decrescente, a influência dos erros dos parâmetros de entrada no erros dos resultados finais :  $Er(x,y) > Er(Q) > Er(P') > Er(p'(Z))$ .

A metodologia de análise da combinação dos erros do ICMS, por simulação numérica, mostrou-se bastante versátil na obtenção dos erros dos resultados. Pode-se obter uma equação que caracteriza os erros de um ICMS a partir das parcelas de erros de cada parâmetro de entrada, com um número reduzido de simulações.

## 6. TRABALHO EXPERIMENTAL

Realizou-se um trabalho experimental, para a avaliação da apresentada metodologia de medição das coordenadas de um ponto P, e a comparação dos resultados experimentais com aqueles obtidos por uma máquina de medição por coordenadas (CMM) e nas simulações numéricas.

A montagem do experimento foi efetuada em uma CMM (fig 6.1), que permite a medição de alguns parâmetros do sistema de medição de coordenadas por imagens (ICMS). Este sistema, utiliza-se de uma máquina fotográfica, como módulo de aquisição de imagens (IAM) alternativo.

São efetuadas medições das coordenadas de pontos marcados sobre uma placa de referência (figs 6.1 e 6.2), utilizando-se a CMM e o ICMS. Desta forma, pôde-se proceder a comparação entre as medidas efetuadas pelos dois sistemas.

O experimento é realizado fixando-se a máquina fotográfica em três posições diferentes, simulando-se assim um ICMS com três IAMs.

De modo a facilitar a montagem, o levantamento das informações, o processamento dos dados de entrada e a apresentação dos resultados das medições efetuadas pelo ICMS, adotam-se as seguintes etapas dentro do trabalho experimental /28/ :

- montagem do experimento e aquisição das imagens;
- levantamento dos dados entrada;

- processamento dos dados;
- análise dos resultados.

## 6.1 MONTAGEM DO EXPERIMENTO E MEDIÇÃO DOS PARÂMETROS DO ICMS E DOS PONTOS NAS IMAGENS

O experimento é montado sobre a mesa de uma CMM /2/, onde é fixada a máquina fotográfica /40/ e a placa de referência/objeto. Com o auxílio da CMM, são medidos os parâmetros que possibilitam a determinação das coordenadas dos pontos de observação  $P_i$  e a marcação/medição das coordenadas dos pontos auxiliares  $Q_j$ , na placa de referência/objeto, com relação ao CS-G. Foram marcados vários pontos, tendo sido selecionados três para serem utilizados no processo de localização dos CS-Li, e posteriormente serem medidos pelo ICMS.

A CMM também efetua as medições que permitem a localização espacial de cada CS-Li (figs 6.3, 6.4 e 6.5), com referência ao CS-G, fornecendo desta forma, um parâmetro de comparação com os CS-Li localizados por cálculos.

Em cada posição da câmera, foram determinados os vetores eixos coordenados  $z_i$  e  $y_i$  (figs 6.6 e 6.7) dos CS-Li e as coordenadas do ponto de intersecção ( $P_i$ ) do eixo óptico da objetiva da câmera com o plano frontal do corpo desta.

A partir destas medidas, determina-se a posição espacial do vetor  $x_i$  e as coordenadas da origem  $O_i$  e do ponto de observação  $P_i$  de cada CS-Li, como segue :

$$x_i = y_i \times z_i$$



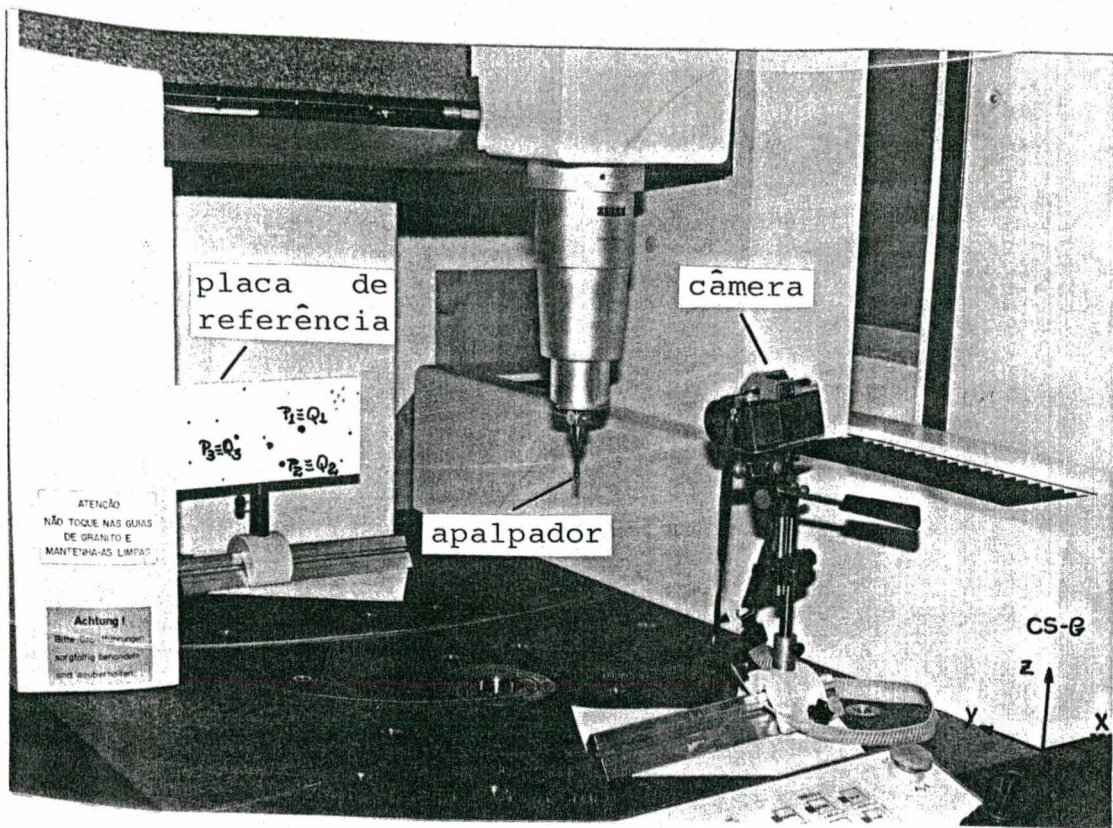


Figura 6.1 - Panorâmica do experimento

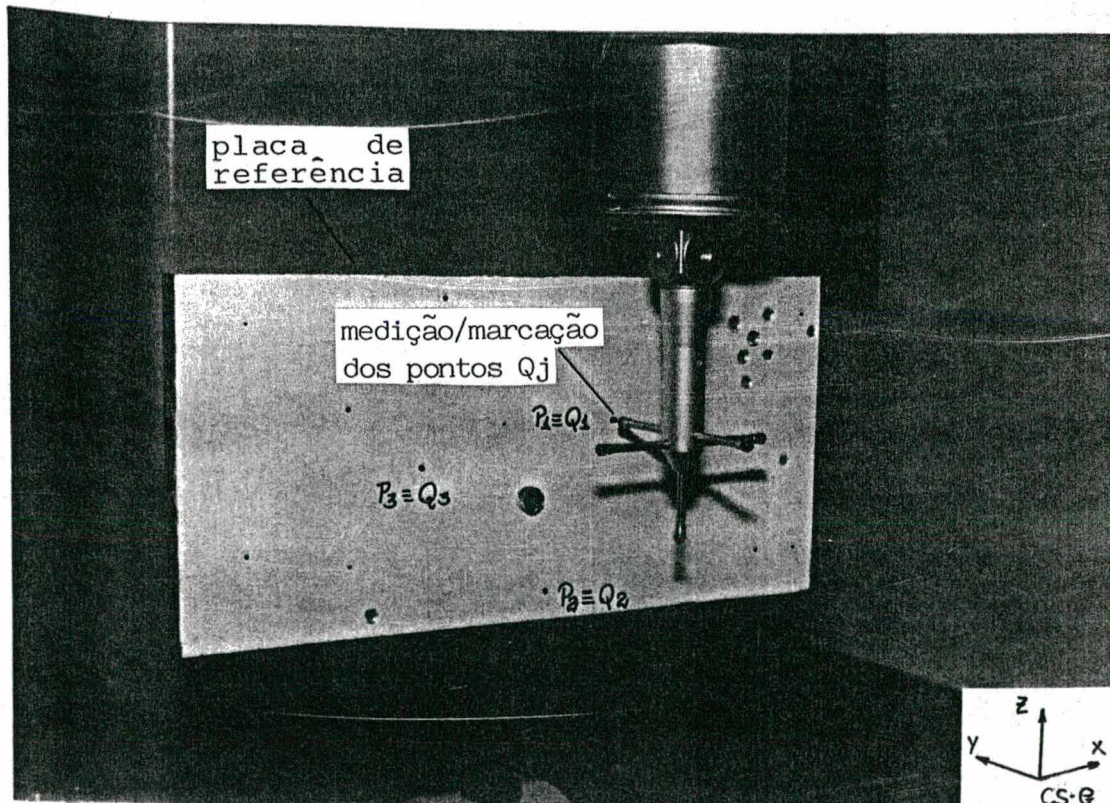


Figura 6.2 - Marcação/localização dos pontos  $Q_j$  com auxílio da CMM



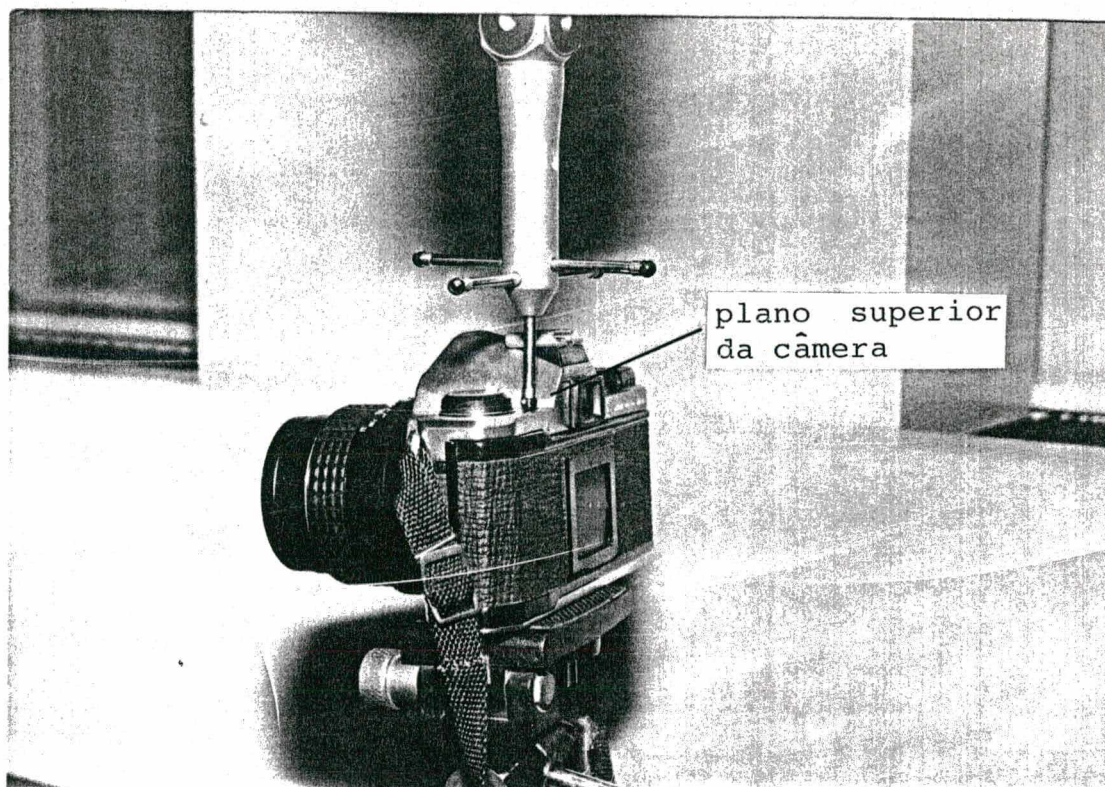


Figura 6.3 - Localização do eixo coordenado  $y_1$  com auxílio da CMM

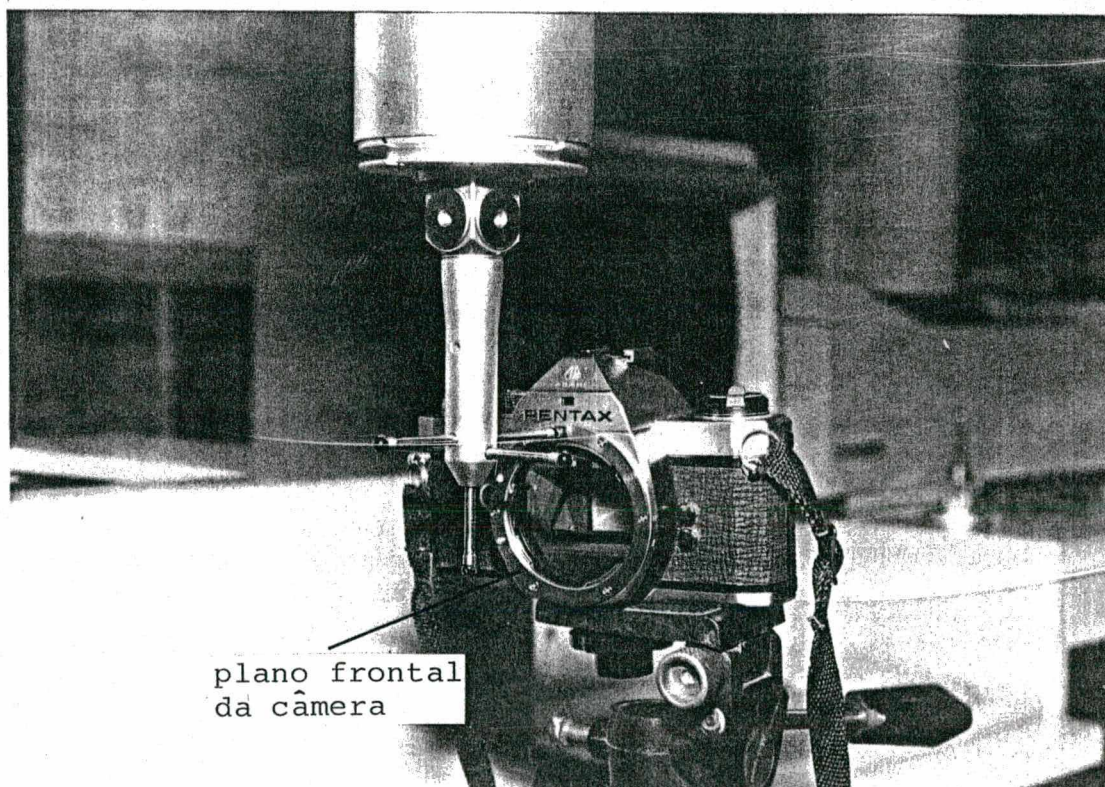


Figura 6.4 - Localização do eixo coordenado  $z_1$  com auxílio da CMM



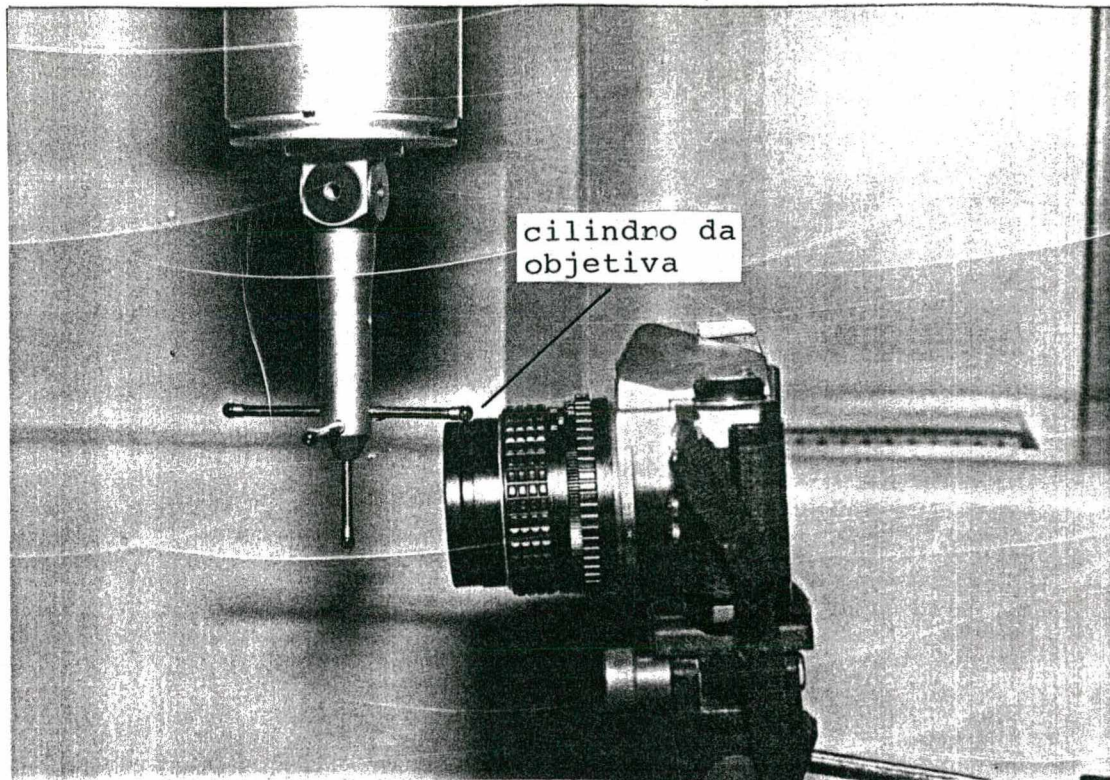


Figura 6.5 - Localização do eixo óptico da objetiva com auxílio da CMM

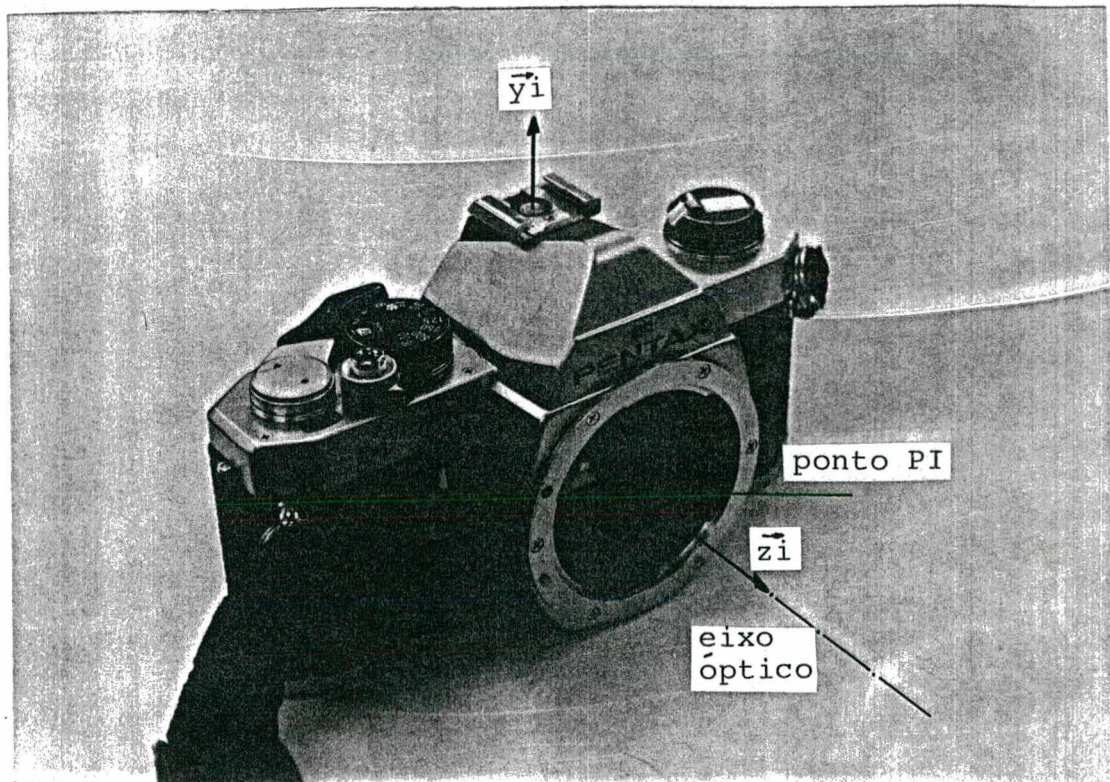


Figura 6.6 - Parâmetros medidos pela CMM em cada posição do IAM

$$O_i = P_{li} - D \cdot z_i$$

$$P'_i = O_i + p'(Z)_i \cdot z_i$$

onde :

D - distância entre o plano do sensor e o plano PA frontal do corpo da câmera.

$p'(Z)$  - função ponto de observação do conjunto de lentes da objetiva da câmera, obtida experimentalmente como visto no capítulo 2.

COORD. P' i	COORD.			
	i	X	Y	Z
y <sub>i</sub>	1	0.0037	-0.0395	0.9992
	2	-0.0060	-0.0401	0.9992
	3	-0.007	0.0646	0.9979
z <sub>i</sub>	1	-0.115	0.9925	0.0401
	2	0.110	0.9931	0.0407
	3	0.834	0.9974	-0.0641
P <sub>li</sub> (mm)	1	19.575	-204.6807	185.9475
	2	-138.564	-213.8935	185.6410
	3	-122.205	-208.3330	255.9444

Figura 6.7 - Resultados das medições realizadas pela CMM em cada posição do IAM

O procedimento de aquisição das imagens da placa de referência/objeto, consiste em :

- Posicionamento da câmera (IAM<sub>i</sub>) sobre a mesa da CMM, de forma a permitir que esta possa observar a placa de referência/objeto.
- Registro da imagem da placa de referência/objeto para cada posição em que a câmera é fixada; efetuando-se duas ou mais fotos, para que se possa escolher a melhor delas para a medição das coordenadas (x,y) dos pontos projetados.

Por este procedimento, registra-se as imagens da placa de referência/objeto em um filme fotográfico, neste caso, do tipo diapositivo.

As coordenadas  $(x, y)$  dos pontos projetados, são medidas sobre os diapositivos (fig 6.8), com o auxílio de um microscópio de medição /30/. Estas medições são efetuados em cinco ciclos, com o intuito de reduzirem-se os erros aleatórios.

	CI-CLO	j	P'1		P'2		P'3	
			x	y	x	y	x	y
Q.j (nm)	1	1	-1.918	0.838	-2.940	0.678	-5.825	1.160
		2	1.343	5.480	0.720	5.913	-2.065	6.365
		3	5.593	1.373	5.650	1.243	2.850	1.715
	2	1	-1.925	0.838	-2.935	0.678	-5.843	1.165
		2	1.345	5.483	0.715	5.913	-2.058	6.370
		3	5.585	1.368	5.655	1.248	2.843	1.710
	3	1	-1.905	0.840	-2.930	0.665	-5.825	1.175
		2	1.325	5.480	0.730	5.900	-2.035	6.365
		3	5.593	1.375	5.655	1.240	2.865	1.695
	4	1	-1.913	0.833	-2.933	0.673	-5.820	1.158
		2	1.348	5.488	0.723	5.908	-2.060	6.358
		3	5.593	1.378	5.653	1.253	2.850	1.718
	5	1	-1.925	0.883	-2.935	0.670	-5.823	1.175
		2	1.330	5.478	0.720	5.910	-2.043	6.380
		3	5.580	1.373	5.650	1.250	2.863	1.715
MÉDIA	1	-1.917	0.836	-2.935	0.673	-5.827	1.167	
	2	1.338	5.842	0.722	5.909	-2.052	6.368	
	3	5.589	1.373	5.653	1.247	2.854	1.711	
DISP.	1	0.019	0.007	0.010	0.014	0.022	0.019	
	2	0.022	0.010	0.014	0.012	0.014	0.012	
	3	0.013	0.010	0.007	0.012	0.022	0.022	

Figura 6.8 - Resultados das medições das coordenadas dos pontos  $q_{ij}$  com referência ao CS-L1

## 6.2 PROCESSAMENTO DOS DADOS DE ENTRADA

Comparando-se as coordenadas  $(x,y)$  medidas dos pontos projetados com as mesmas obtidas por simulação numérica, constatou-se uma parcela de erro sistemático  $(E_x, E_y) = (0.209, 0.048)$  mm. Desta forma, na tabela da figura 6.8, já estão compensados estes erros.

A partir das informações obtidas das imagens registradas nos diapositivos (médias das coordenadas  $(x,y)$  dos pontos auxiliares projetados) e as coordenadas dos pontos de observação  $P_i$ , procede-se aos cálculos para a localização dos CS-Li (fig 6.9) e determinação das coordenadas dos pontos  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  (fig 6.10), com o auxílio do programa de computador desenvolvido.

Com as coordenadas  $(x,y)$  dos pontos  $P$  projetados ( $p_{ij} = q_{ij}$ ) no plano de projeção de cada IAMi, medidas em cinco ciclos, efetuaram-se cinco ciclos de cálculos das coordenadas destes pontos  $P$ , de onde obteve-se (fig 6.11) : a média, dispersão e o erro sistemático destas com relação as coordenadas destes mesmos pontos medidos pela CMM (tomados como valor verdadeiro).

## 6.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados experimentais foram considerados bons em comparação com os valores verdadeiros medidos pela CMM e aqueles obtidos nas simulações numéricas.

Observou-se que a localização dos CS-Li por cálculos (fig 6.9), levou a resultados bons em relação à localização destes pela CMM (fig 6.7).

COORD.		X	Y	Z
Parâmetro	i			
xi (mm)	1	0.9933	0.1156	0.0009
	2	0.9939	-0.1101	0.0015
	3	0.9994	-0.0335	0.0091
yi (mm)	1	0.0037	-0.0399	0.9992
	2	-0.0060	-0.0403	0.9992
	3	-0.0069	-0.0643	0.9979
zi (mm)	1	-0.1156	-0.9925	0.0401
	2	0.1099	0.9931	0.0407
	3	0.0340	0.9974	-0.0640
Oi (mm)	1	24.8121	-329.7589	184.1278
	2	-143.5075	-259.0021	183.7543
	3	-123.7210	-253.6317	258.8617
P'i (mm)	1	18.5144	-275.5715	186.3152
	2	-137.5430	-204.6684	186.1091
	3	-121.8886	-199.0653	255.3491

Figura 6.9 - Localização dos CS-Li para cada posição do IAM

As coordenadas dos pontos P (figs 6.10 e 6.11), determinadas pelo ICMS, apresentaram erros pequenos, apesar das grandes dispersões das medições das coordenadas (x,y) dos pontos projetados (fig 6.9) e a simplicidade do IAM utilizado. Constatou-se, o que já havia sido observado nas simulações numéricas, que os maiores erros foram detectados nas coordenadas da direção Y, em função de ter sido esta direção a de menor ângulo com a direção do eixo de observação do IAM.



CICLO	PONTOS MEDIDOS (mm)	COORD.	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>
1	X		-34.002	-75.316	-130.660
	Y		407.233	408.029	410.583
	Z		204.294	145.478	197.315
2	X		-33.962	-75.229	-130.683
	Y		407.472	407.474	-410.664
	Z		204.325	145.534	197.352
3	X		-33.962	-75.217	-130.672
	Y		407.563	407.365	410.525
	Z		204.256	145.539	197.380
4	X		-33.932	-75.251	-130.684
	Y		407.584	407.409	410.434
	Z		204.304	145.520	197.357
5	X		-33.940	-75.169	-130.685
	Y		407.652	408.601	410.254
	Z		204.163	145.394	197.409
VALOR VERDADEIRO CONVENCIONAL	X		-34.0063	-75.2983	-130.4733
	Y		408.4004	409.1090	409.8735
	Z		204.1517	145.4588	197.4241

Figura 6.10 - Resultados dos cálculos das coordenadas de 3 pontos P

PONTOS (mm)		P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	ORDEM DA GRANDEZA DOS ERROS
MÉDIA	X	-33.956	-75.236	-130.677	
	Y	407.501	407.776	410.488	
	Z	204.268	145.493	197.363	
E.S.T.	X	0.110	0.061	-0.204	+/- 0.2
	Y	-0.899	-1.333	0.615	+/- 1.3
	Z	-0.116	0.034	0.061	+/- 0.1
D.S.P.	X	0.067	0.130	0.026	+/- 0.074
	Y	0.391	1.832	0.365	+/- 0.863
	Z	0.154	0.144	0.084	+/- 0.127

Figura 6.11 - Resultados das medições dos pontos P

Nos resultados das medições dos três pontos P, obteve-se a seguinte ordem de grandeza dos erros (fig 6.11) :

- erro sistemático (X,Y,Z) = +/- (0.20 , 1.30 , 0.10) mm
- dispersões ICMS (X,Y,Z) = +/- (0.07 , 0.83 , 0.13) mm
- dispersões simul. (X,Y,Z) = +/- (0.05 , 0.42 , 0.11) mm

Como observado, as dispersões das coordenadas calculadas, nas direções X e Z, foram praticamente iguais aquelas obtidas num sistema simulado de igual configuração espacial, o que confirma a validade da metodologia desenvolvida e também das simulações da forma como foram propostas/realizadas.

Na direção Y, nota-se uma diferença considerável entre as dispersões das coordenadas medidas pelo ICMS e calculadas pela simulação. Isto se deve à grande dispersão na coordenada Y do ponto P<sub>m</sub>, provavelmente causada por algum erro na experimentação.

Ressalta-se que o principal fator gerador de erros nos resultados são os erros de medição dos pontos projetados (x,y), cujas incertezas das medições podem ser reduzidos sobremaneira para utilização de sistemas de aquisição/digitalização de imagens em tempo real, calibrados e providos de um conjunto óptico de qualidade.

## 7. CONCLUSÕES

A potencialidade do sistema de medição de coordenadas por imagens (ICMS), torna este universal na medição de coordenadas tridimensionais de quaisquer pontos sobre um objeto.

A partir dos resultados obtidos no trabalho experimental e nas simulações numéricas, foi possível delinear a influência dos parâmetros de entrada e seus erros, nas coordenadas calculadas dos pontos P.

Observou-se que a localização espacial das câmeras no sistema, define seu volume de trabalho e exerce uma influência bastante grande nos erros das coordenadas dos pontos medidos.

Através da utilização do programa de computador que calcula as coordenadas de P, adequado à simulação numérica, pôde-se avaliar metrologicamente algumas configurações deste sistema de medição, e determinar o melhor arranjo espacial, dentre alguns sistemas, das câmeras para uma aplicação específica, além de determinar as faixas prováveis de erros daquelas coordenadas.

Ressalta-se a grande morosidade das medições quando são utilizadas câmeras fotográficas como módulos de aquisição de imagens, na constituição deste sistema. A utilização de sistemas de aquisição/digitalização em tempo real (por exemplo, câmeras CCD), reduziria sobremaneira as faixas de erros aleatórios, por viabilizar um maior número de medições num tempo bem menor.



Algumas características do sistema que merecem destaque são:

- flexibilidade operacional e do volume de trabalho. O volume de trabalho do sistema, que é definido pela intersecção dos cones de observação das câmeras, adapta-se facilmente ao objeto a ser medido, já que pode ser alterado pelo simples reposicionamento de suas câmeras;
- grau de automação/integrabilidade. Este sistema de medição pode ser facilmente integrado a um computador, possibilitando desta forma, a automação do processo de medição;
- medição sem contato, já que o sistema utiliza módulos de aquisição que apenas captam as imagens de pontos a serem medidos, sobre um objeto;
- facilidade de simulação numérica e predição das faixas de erros dos resultados. A simulação numérica deste sistema, mostrou-se uma arma bastante poderosa para o cálculo das coordenadas de pontos e predição das faixas de erros de configurações específicas do mesmo;
- viabilidade econômica de implantação. Com aproximadamente US\$ 30,000.00, pode-se configurar um sistema de medição de coordenadas por imagens, constituído por : 4 câmeras CCD, chaveador de câmeras, placa de digitalização de imagens e microcomputador mais periféricos. Um valor relativamente baixo para um sistema de medição de coordenadas tridirecionais, com as potencialidades descritas.

A seguir, são enumeradas algumas possíveis aplicações do sistema:

- medição por coordenadas de peças de geometrias complexas. O sistema, através da medição das coordenadas de pontos, pode

efetuar a medição de qualquer geometria, visível pelas N câmeras, segundo a filosofia da medição por coordenadas;

- automação e controle de qualidade de processos de fabricação. O sistema pode ser adaptado a processos de fabricação, citam-se como exemplos : aplicação à automação do processo de soldagem /31,32/, qualificação de robos industriais /37/ e inspeção de diversos processos de fabricação /33/;
- medicina. Adaptado a sistemas especialistas em biomédica/12/, o sistema pode trabalhar num processo de realimentação (feed back) dimensional e conduzir as partes mais criteriosas das cirurgias.

Como propostas de estudos de novas aplicações para o sistema, lista-se :

- medição de velocidade, cuja grandeza é função do capacidade e velocidade do ICMS, de corpos em deslocamento dentro da volume de trabalho ou campo de visão das N câmeras do sistema;
- localização de objetos (com aplicações à robótica, sistemas inteligentes de visão, sistemas de posicionamento e localização de peças, etc).

Para a otimização dos resultados das medições de coordenadas de pontos sobre um objeto, propõe-se a elaboração de um programa de computador que efetue a simulação numérica de sistemas com diferentes localizações espacial das câmeras, para a escolha da configuração que mais se adapta à aplicação específica da medição em questão.

## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [ 1 ] Schneider, C.A. Metrologia Dimensional Básica, Apostila curso graduação, EMC/UFSC, Florianópolis, 1988.
- [ 2 ] ZEISS Máquina de Medição por Coordenadas, ZEISS-ZMC 550, Manual do usuário, 1988.
- [ 3 ] WILD & LEITZ Sistema RS 2000 de Medição Remota, Catalogo, 1989.
- [ 4 ] Smith, W.J. Modern Optical Engineering, McGraw-Hill, N.Y., 1966.
- [ 5 ] Halliday, D. Resnick, R. Física IV, Ed. Livros Técnicos e Científicos, RJ, 1978.
- [ 6 ] EROS EROS, Catalogo de lentes, 1989.
- [ 7 ] Seixas, J.J. Geometria das Fotografias, Apostila de Fórmulas Fundamentais, UFPE, 1978.
- [ 8 ] Benke, K.K. T Mckellar, B.H.J. Modulation Transfer Function of Photorefractive Emulsion : The Small Angle Approximation in Radiative Transfer Theory, Applied Optics, jan/1990.
- [ 9 ] Gonçalves Jr, A.A. Uma Solução Estatística para o Problema da Triangulação, SID-projeto extra, 1987.
- [10] Tanwar, L.S. An Electro Optical Sensor for Microdisplacement and Control, Journal Physics E Instrumentation vol.17, 1984.
- [11] Jones, R. Rowbothan, L. Pritchett, M. Optical Triangulation Using a CCD Array with Sub Pixel Resolution, Optics Group, Cambridge, CB4 4DW.
- [12] SELSPOT SELSPOT, 3D Motion Analysis, SELSPOT Today, jan-april 1989.
- [13] EG & G Image Sensing Products Databook, 1987.
- [14] FAIRCHILD WESTON CCD Imaging Databook, 1989.
- [15] JML Lentes para Câmeras de Digitalização de Imagens, Catalogo, 1989.

- [16] Lisuka, K. Engineering Optics, Springer Series in Optical Sciences, 1987.
- [17] IMEKO Precision Measurement on Position Sensitive Photodetectors, vol 7 - Nº 4, oct-dec 1989.
- [18] Fu, K.S. Robotics : Control, Sensing, Vision and Intelligence, McGraw Hill, N.Y., 1987.  
Gonzalez, R.C.  
Lee, C.S.G.
- [19] Photonics Spectra Lens Design by the Numbers, Artigo, Jun/1988.
- [20] Harding, K.G. Optical Consideration for Machine Vision, Industrial Technology Institute, P.O.Box 1485, Ann Arbor, Michigan 48106.
- [21] Legge, G.E. et all Tolerance to Visual Defocus, Journal Optical Society of America, Artigo, vol 4, Nº 5, may 1987.
- [22] Hecht, E. Shawm's Outline Series, Theory and Problems, McGraw Hill, N.Y., 1975.
- [23] SHAWM Manual de Fórmulas e Tabelas Matemáticas, coleção Shawm, McGraw Hill, 1973.
- [24] Simmons, G.F. Cálculo com Geometria Analítica, McGraw Hill, 1987.
- [25] Magalhães, L.P. Computação Gráfica, Papirus - UNICAMP, Campinas, 1986.
- [26] Da Rosa, E. CAD/CAM, Apostila Curso de Pós Graduação, EMC-UFSC, 1987.
- [27] Schneider, C.A. Sistemas de Medição, Apostila Curso de Pós Graduação, EMC-UFSC, 1987.
- [28] Schneider, C.A. Técnicas da Pesquisa Experimental, Apostila Curso de Pós Graduação, EMC-UFSC, 1987.
- [29] SID Micro Computador PC-XT SID, Manual do Operador, 1987.
- [30] JENA Microscópio de Medição, Manual do usuário, LABMETRO-UFSC.

- [31] Meas. World Lowering Test Costs with 3D Solder-joint Inspection, Test and Measurement World, jan 1990.
- [32] Meas. World Automating Solder Joint Inspec., Measurement World, oct 1989.
- [33] T.T.E. Image Understanding for Machine Vision, ADB Vision Systems, Technology Transfer Express, Nº37, 120F, pp 28-34, sep 1986.
- [34] Mascarenhas, N.D.A. Processamento de Imagens : Técnicas, Potencial de Aplicações e Atividades Atuais no INPE, São José dos Campos-SP, 1987.
- [35] T & M. World The Right Way to Use Image Analysers, Test and Measurement World, sep 1988.
- [36] Laser Focus Eletronic Imaging Technology, Laser Focus, may 1988.
- [37] Robotix The Industrial Robot, 16th ISIR / Robotix, oct/1986.
- [38] Hewlett Packard Plotter HP 7550, Manual Técnico, 1988.
- [39] Goepp, N. óptica Geométrica, Apostila do Curso de Pós Graduação, UFSC, 1990.
- [40] PENTAX Máquina Fotográfica, modelo PENTAX ASAHI MX, Japan.
- [41] Koch, K.P. et al Koordinatenmessung mit einem laser triangulationstaster, Feinwerktechnik & Messtechnik, 96(6) : 253-256, 1988.
- [42] Gonçalves Jr, A.A. Automatização da Medição de Deslocamentos pela Holografia Interferométrica, Dissertação, EMC/UFSC - 1984.
- [43] Gonçalves Jr, A.A. Medição de Microdeslocamentos Tridimensionais e Deformações pela Holografia Interferométrica Autocalibrada, Tese de doutorado, EMC/UFSC - 1989.