

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECANICA

UM ESTUDO DA PRECISÃO DO MÉTODO DA VIGA VIBRANTE
APLICADO À DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES
DINÂMICAS DE ELASTÔMEROS

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA MECANICA

EDUARDO MÁRCIO DE OLIVEIRA LOPES

FLORIANÓPOLIS, MARÇO DE 1989

UM ESTUDO DA PRECISÃO DO MÉTODO DA VIGA VIBRANTE APLICADO
À DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES DINÂMICAS DE ELASTÔMEROS

EDUARDO MÁRCIO DE OLIVEIRA LOPES

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

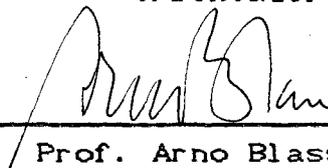
MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO VIBRAÇÕES
E RUÍDO, E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE
PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. José João de Espíndola, Ph.D.

Orientador



Prof. Arno Blass, Ph.D.

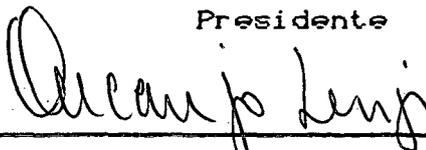
Coordenador

BANCA EXAMINADORA



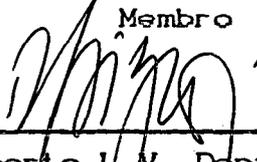
Prof. José João de Espíndola, Ph.D.

Presidente



Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D.

Membro



Prof. Adalberto L.V. Depizzolatti, Dr.

Membro

Aos meus:

Mamãe, Papai,

Maria José e Marcelo.

Sem vocês (graças de Deus),
teria sido realmente muito difícil.

"A ciência é uma função da vida.
Justifica-se apenas enquanto órgão
adequado à nossa sobrevivência.
Uma ciência que se divorciou da
vida perdeu a sua legitimação"

(Rubem Alves)

AGRADECIMENTOS

- . Ao CNPq, e à Fundação Banco do Brasil (ex-FIPEC), pelo apoio financeiro.
- . A D. Léa, Eneida e família, pela carinhosa acolhida em Florianópolis e pelo afeto que perdura.
- . Ao Prof. José João de Espíndola, a quem, muito além da valiosa e constante orientação e do aprendizado cotidiano, prezo pela amizade.
- . Ao Prof. Arcanjo Lenzi, pela boa e prestimosa colaboração, tanto nas medições efetuadas quanto nas discussões ao longo do trabalho.
- . Ao Prof. Adalberto Depizzolatti, pela enorme boa vontade e seguras orientações na aplicação das técnicas estatísticas e consequente interpretação dos resultados.
- . Aos funcionários da Akros, Divisão de Material Aeronáutica Ltda, em especial a seu gerente geral, Osny Lourenço Kruger, pelo entusiasmo e zelo na fabricação das amostras necessárias.
- . A Adriana e Simone, com grande estima, pelo dedicado, paciente e empolgado trabalho de digitação dos manuscritos e posterior impressão.
- . A Ernandes Gentil Vieira, pela ajuda nos ensaios dimensionais das amostras.
- . A Fernando Luiz de Freitas Filho, pela colaboração no processamento dos dados para fins estatísticos.
- . A Verinha, secretária querida do CPGEM, por toda a atenção e cuidados dispensados.

- . Aos demais professores e funcionários do EMC e da UFSC, não só pelo auxílio nesse trabalho como pela participação na minha formação maior de engenheiro.
- . Aos irmãos de fé e caminhada da Pastoral Universitária, na certeza de um saber a serviço da construção de uma sociedade mais justa e fraterna.
- . Aos amigos do L.V.A., de toda a Pós da UFSC e tantos outros espalhados pelo Sul e nas Gerais, pelo incentivo nosso de cada dia.
- . À turma do "mar de lama", sem nada a declarar, pois "bobeou, a gente ...".

INDICE

1. INTRODUÇÃO.....	1
2. CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE ELASTÔMEROS	
2.1 - Materiais Viscoelásticos Lineares - Modelagem Matemática.....	5
2.2 - Propriedades Dinâmicas - Dependência em Frequência e Temperatura.....	20
2.3 - Método das Variáveis Reduzidas.....	25
3. DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES DINÂMICAS DE ELASTÔMEROS	
3.1 - Método da Viga Vibrante - Norma ASTM E 756-83.....	31
3.2 - Formulário para Cálculo das Propriedades Dinâmicas de Elastômeros.....	33
3.3 - Considerações Gerais para Aplicação do Método.....	37
4. ESTUDO DA PRECISÃO DO MÉTODO DA VIGA VIBRANTE - TÉCNICAS DE ESTATÍSTICAS APLICÁVEIS	
4.1 - Introdução.....	40
4.2 - Análise de Correlação e Componentes Principais.....	42
4.2.1 - Estatísticas Amostrais Fundamentais.....	42
4.2.2 - Análise de Correlação.....	44
4.2.3 - Análise de Componentes Principais.....	45
4.3 - Intervalos de Confiança	
5. PROCEDIMENTOS PARA COLETA E SELEÇÃO DE DADOS	
5.1 - Introdução.....	52
5.2 - Confeção das Vigas Sanduíche.....	52

5.3 - Investigações Preliminares.....	54
5.3.1 - Adequação e Posicionamento dos Transdutores.....	54
5.3.2 - Características da Câmara de Climatização.....	57
5.3.3 - Comportamento Dinâmico da Viga Sanduíche.....	60
5.4 - Ensaios Finais com Vigas Sanduíche.....	69
5.4.1 - Densidades.....	69
5.4.2 - Dimensões.....	70
5.4.3 - Frequências de Ressonância e Bandas de Meia Potência.....	71
5.5 - Seleção de Dados Consistentes.....	73
6. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	75
7. CONCLUSÕES.....	117
APÊNDICE A - Notas sobre as Equações Fundamentais para Aplicação do Método das Variáveis Reduzidas.....	120
APÊNDICE B - Derivação dos Formulários de Cálculo das Propriedades Dinâmicas de Elastômeros pelo Método da Viga Vibrante.....	123
B.1 - Dinâmica de Vigas Oberst.....	123
B.2 - Dinâmica de Vigas Sanduíche.....	127
ANEXO I - Fotos referentes aos experimentos.....	134
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	136

SIMBOLOGIA

Encontram-se abaixo relacionados os símbolos de uso geral no presente trabalho. A maioria dos símbolos com subscrito e todos aqueles de uso específico são omitidos, uma vez que se acham bem definidos ao longo do texto. Isso vale, em especial, para toda a simbologia da norma ASTM E 756-83 quanto às propriedades dinâmicas e demais parâmetros, apresentada no capítulo 3.

As convenções principais também são listadas.

Símbolos Gerais

- B, B' = módulo dinâmico volumétrico
- D_n = valor absoluto máximo da diferença entre duas distribuições cumulativas, uma observada e outra hipotética
- E, E' = módulo dinâmico de elasticidade longitudinal
- e = autovetor
- f = frequência (Hz)
- G, G' = módulo dinâmico de cisalhamento
- H = espessura
- L = comprimento de um intervalo de confiança
- l = comprimento
- NS = nível de significância
- n = quantidade de unidades amostrais
- r = valor assumido pela correlação amostral
- S = matriz de valores assumidos pela covariância amostral
- s = valor assumido pela covariância amostral

T	= temperatura
T_t	= temperatura de transição
T_o	= temperatura de referência
t	= tempo
X	= variável aleatória
x	= valor assumido por uma variável aleatória
Y	= combinação linear de variáveis aleatórias
γ	= deformação ao cisalhamento
Δf	= banda de meia potência
Δ_v	= deformação volumétrica
ϵ	= deformação
ϵ_L	= deformação longitudinal
η	= fator de perda
λ	= autovalor
ρ	= densidade
σ	= tensão, também variância
τ	= tempo de relaxação
ω	= frequência
ω_t	= frequência de transição

Convenções

- O símbolo $*$ sobre qualquer variável indica quantidade complexa.
- O símbolo $\bar{\quad}$ sobre qualquer variável indica valor médio
- O símbolo [] indica matriz
- O símbolo []^T indica matriz transposta
- O símbolo | | indica valor absoluto

RESUMO

A aplicação de elastômeros no controle de vibrações e ruídos é crescente nas mais diversas áreas de engenharia. Para que sejam feitos projetos eficientes, as propriedades dinâmicas do elastômero, a saber, o módulo dinâmico de cisalhamento e o correspondente fator de perda, necessitam ser bem conhecidos, tal como sua variação em temperatura e frequência.

Existem diversos métodos para se determinarem as propriedades dinâmicas de materiais, dentre os quais o método da viga vibrante, padronizado pela norma ASTM E 756-83. Seu uso é, além de bem aceito, bastante difundido. Entretanto, as informações relativas à precisão do método são escassas, inviabilizando quaisquer previsões quanto à representatividade dos resultados.

O presente trabalho apresenta um estudo da precisão do método, a partir de um conjunto de dados coletados em ensaios de amostras adequadas, contendo um elastômero destinado a isoladores aeronáuticos. Para a consecução desse objetivo, empregam-se técnicas estatísticas de análise multivariada e intervalos de confiança. O sistema de medição utilizado, previamente investigado, é descrito.

Os resultados e conclusões, relacionados ao final, lançam luzes não só sobre a representatividade das propriedades dinâmicas determinadas, como também sobre a dispersão e relevância dos dados requeridos por norma para seu cálculo. Sugestões de estudos futuros são formuladas.

ABSTRACT

The application of elastomers in vibration and noise control increases each day in various engineering fields. Efficient designs in these areas require the knowledge of the dynamic properties of the elastomers, namely, the dynamic shear modulus and the respective loss factor, as well as their frequency and temperature dependence.

There are several techniques to evaluate the dynamic properties of materials, one of them, the vibration beam technique, standardized by ASTM E 756-83. Its use is well accepted and largely diffused. However, the informations about the accuracy of the technique are rare. This fact prevents inferences about the representativity of the results.

This dissertation presents a study of accuracy of the technique, involving a set of data obtained from tests on sandwich beams containing an elastomer for aeronautical isolators. Multivariate statistical analysis and confidence intervals are employed for this purpose. The experimental set-up, previously investigated, is described.

Results and conclusions, related at the end, highlight not only the representativity of the specified dynamic properties but the sample variance of the experimental data required too. Sugestions of future researches are formulated.

Capítulo 1 - Introdução

A utilização de elastômeros tem estado na ordem do dia, quando se trata de controlar vibrações e ruídos nas mais diversas áreas de engenharia, em especial nas áreas aeroespacial e naval. Estendendo o conceito dado por Espíndola [7], entende-se aqui que controlar vibrações e ruídos significa, na prática da engenharia, um conjunto de medições concebidas para manter as vibrações e ruídos de um sistema mecânico em níveis aceitáveis.

Dentre os métodos clássicos de controle de vibrações e ruídos sobre estruturas ou elementos vibrantes [7], três estão intimamente relacionados com o uso de elastômeros: controle pelo amortecimento, isolamento e neutralização. Em todos eles, o conhecimento preciso de dois parâmetros, o módulo dinâmico de cisalhamento e o correspondente fator de perda do elastômero, bem como de sua variação em temperatura e frequência, é de fundamental importância. São esses parâmetros, ditos propriedades dinâmicas, que permitirão a realização de projetos eficientes.

Nos casos de aplicações de elastômeros em estruturas, a caracterização dinâmica dos materiais envolvidos é pré-requisito básico para se avaliar o desempenho de tais tratamentos. Ressaltam-se dois aspectos: a seleção do elastômero adequado para a faixa de temperatura de operação da estrutura e a definição de sua espessura ótima [10].

Já em motores aeronáuticos, montados sobre isoladores elastoméricos, o módulo dinâmico de cisalhamento e o fator de perda são essenciais para se predizerem, pela via computacional, tanto as transmissibilidades do sistema assim constituído, quanto sua estabilidade dinâmica.

Da mesma forma, não há como se trabalhar a otimização da impedância de neutralizadores, cujo elemento elástico é feito de material elastomérico (quanto a suas antirressonâncias e amortecimento) sem conhecimento do comportamento mecânico desse material em temperatura e frequência. Neutralizadores desse tipo têm sido construídos para a redução de vibrações lineares e torcionais em motores alternativos e máquinas rotativas [7].

A determinação das propriedades dinâmicas de materiais é o objetivo primordial de diversos métodos [8], [11], cada qual com suas vantagens e limitações. Entretanto, o único normalizado é o método da viga vibrante, padronizado pela ASTM E 756-83 [12].

O método está baseado no levantamento experimental da resposta dinâmica de vigas engastadas, isoladas ou aos pares, ao longo de uma série de temperaturas. As vigas podem ser homogêneas, feitas do próprio material que se deseja medir, ou compostas, reunindo lâminas metálicas e do material. Materiais rígidos são avaliados em ensaios simples de vigas homogêneas, enquanto materiais flexíveis requerem pares de ensaios, envolvendo vigas homogêneas metálicas e compostas. As propriedades dinâmicas são calculadas a partir dos dados experimentais, por meio de formulário específico [12].

O emprego do método da viga vibrante na caracterização dinâmica de materiais, em especial de elastômeros, com vistas ao controle de vibrações e ruídos, constitui procedimento já longamente estabelecido, conforme se constata em Nashif [25] e Jones [8]. Nomogramas para leitura direta das propriedades dinâmicas, em função das variáveis temperatura e frequência, podem ser facilmente elaborados [11], [20], permitindo, inclusive, implementação computacional [21]. A normalização do método

possibilitou a adoção de um referencial único, de imediata aceitação [4],[22], [23].

Entretanto, em toda a bibliografia consultada, incluindo a própria norma ASTM E 756-83, as informações quanto à precisão de método são escassas, impossibilitando quaisquer previsões sobre a representatividade dos resultados obtidos. Além disso, não são destacadas, dentre as variáveis experimentais necessárias ao cálculo das propriedades dinâmicas, aquelas de maior relevância.

O objetivo da presente dissertação é realizar um estudo da precisão do método da viga vibrante, quando aplicado à determinação das propriedades dinâmicas de elastômeros. Esse estudo visa cobrir as lacunas apontadas no parágrafo anterior. Para tanto, serão coletados dados em ensaios de amostras adequadas (vigas sanduíche), contendo um elastômero destinado à fabricação de isoladores aeronáuticos. As técnicas estatísticas de análise multivariada e intervalos de confiança serão empregadas para tratamento dos dados obtidos.

O trabalho aqui desenvolvido se encontra intimamente relacionado com um esforço maior, no sentido da geração de tecnologia necessária à construção de isoladores elastoméricos para motores aeronáuticos, bem como da elaboração de "software" apropriado à predição do comportamento dinâmico do motor resilientemente montado.

O capítulo 2 apresenta a modelagem matemática empregada na descrição do comportamento dinâmico de elastômeros, bem como a consequente representação analítica e gráfica das propriedades dinâmicas, em função das variáveis temperatura e frequência.

O capítulo 3 descreve o método da viga vibrante e sua aplicação à determinação das propriedades dinâmicas de

elastômeros. As limitações do método são apontadas e discutidas.

O capítulo 4, partindo das lacunas da norma ASTM E 756-83 quanto à precisão do método, expõe as técnicas estatísticas de análise multivariada (componentes principais) e intervalos de confiança, aplicáveis ao estudo ora proposto.

O capítulo 5 reúne, não só os procedimentos experimentais adotados para coleta de dados, como também informações relativas à confecção das amostras ensaiadas. Investigações preliminares, referentes ao sistema de medição utilizado e à dinâmica das amostras, são relatadas.

O capítulo 6 relaciona, tanto os resultados experimentais obtidos, quanto os decorrentes das análises estatísticas efetuadas. Discussões relativas a esses resultados são incluídas.

O capítulo 7 apresenta as conclusões do trabalho, bem como sugestões para continuidade das pesquisas.

O apêndice A fornece algumas notas sobre a obtenção das equações fundamentais, relativas ao método das variáveis reduzidas, essencial na caracterização dinâmica de elastômeros, ao longo de amplas faixas de temperatura e frequência.

O apêndice B revê as derivações das fórmulas de norma para cálculo das propriedades dinâmicas de elastômeros, apontando as hipóteses e simplificações feitas.

Capítulo 2 - Caracterização do Comportamento Dinâmico de Elastômeros

2.1 Materiais Viscoelásticos Lineares - Modelagem Matemática

A modelagem matemática de materiais, com vistas à descrição de suas propriedades mecânicas pela via macroscópica, conduz à formulação de equações tensão-deformação (e suas derivadas temporais, caso existam!) adequadas ao uso em engenharia [7], [13]. Tais equações são ditas equações constitutivas reológicas.

Assim, a teoria clássica da elasticidade, ao tratar do comportamento dos sólidos perfeitamente elásticos, estabelece que a tensão sempre é diretamente proporcional à deformação (conforme a lei de Hooke), mas independente da taxa de deformação. Já no tratamento clássico da mecânica dos fluidos para líquidos idealmente viscosos, a tensão sempre é diretamente proporcional à taxa de deformação (lei de Newton), mas independente da deformação em si. Em ambos os casos, o material real é substituído por um representante simplificado e idealizado, tratável matematicamente. Ou seja, o material é modelado matematicamente.

Entretanto, embora o comportamento de muitos sólidos e líquidos se aproxime das leis de Hooke e Newton para deformações e taxas de deformação infinitesimais, respectivamente, em outras condições observam-se divergências. Dois tipos de divergências podem ser distinguidos [3].

Primeiro, quando deformações finitas são provocadas em sólidos (especialmente aqueles que se deformam substancialmente sem ruptura). Neste caso, as relações tensão-deformação são bem mais complicadas (deformações inelásticas). Similarmente, num

escoamento estacionário com taxas de deformação finitas, muitos fluídos comportam-se em sensível desacordo com a lei de Newton (escoamento não newtoniano). A linha divisória entre o "infinitesimal" e o "finito" depende do nível de precisão considerado e varia em larga faixa de um material para outro.

Segundo, quando, mesmo se deformações e/ou taxas de deformação são infinitesimais, materiais exibem comportamento que combine características elásticas e viscosas. Por exemplo, um corpo não de todo elástico não mantém deformação constante sob tensão constante mas deforma-se lentamente com o tempo ("creep"). Se tal corpo é submetido a uma deformação constante, a tensão necessária para mantê-la reduz gradualmente (relaxação). Por outro lado, um corpo não completamente viscoso pode, enquanto flui sob tensão constante, armazenar alguma energia, ao invés de dissipá-la toda como calor. Pode também recuperar parte de sua deformação quando a tensão é removida. Ao se aplicar em tais corpos uma tensão harmônica, a deformação nem se encontra em fase com a tensão (como ocorreria para um sólido perfeitamente elástico) nem defasada de 90° (caso se tratasse de um líquido idealmente viscoso), mas num estado intermediário. Parte da energia inicial é armazenada e recuperada a cada ciclo e parte dissipada como calor. Materiais cujo comportamento exhibe tais características são ditos viscoelásticos. Se deformações e taxas de deformação forem infinitesimais e as relações tensão-deformação puderem ser descritas por equações diferenciais lineares com coeficientes constantes, ter-se-á o comportamento viscoelástico linear.

Em boa parte dos materiais de importância prática na engenharia (metais, por exemplo), as anomalias viscoelásticas são

desprezíveis ou de menor importância. Nos polímeros (plásticos, fibras e elastômeros) [1], [2] entretanto, o comportamento mecânico é dominado pelo fenômeno viscoelástico por completo.

Uma das mais conhecidas e abrangentes representações da relação tensão-deformação para materiais viscoelásticos lineares é expressa pela seguinte equação diferencial [5], [13]:

$$\sigma + \left[\sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{\partial^n \sigma}{\partial t^n} \right] = b_0 \varepsilon + \left[\sum_{n=1}^{\infty} b_n \frac{\partial^n \varepsilon}{\partial t^n} \right] \quad (2.1)$$

onde:

σ = tensão

ε = deformação

t = tempo

a_n, b_n = constantes do material

Em geral, derivadas de todas as ordens são requeridas para materiais reais. Entretanto, um número finito de termos fornece boa aproximação em muitos casos.

A equação 2.1 acima pode ser melhor compreendida quando relacionada a modelos mecânicos equivalentes, elaborados a partir de dois elementos básicos: molas e amortecedores. Assim, um número finito de termos na equação diferencial implicará na existência de um número finito de componentes no modelo. Tomem-se os seguintes exemplos, ilustrados na figura 2.1, com as respectivas equações tensão-deformação:

a) Mola com rigidez K (fig. 2.1a):

$$\sigma = b_0 \epsilon \quad (2.2)$$

onde:

$$b_0 = \kappa K$$

$\kappa =$ constante

Comparando-se 2.1 e 2.2, nota-se que apenas b_0 é diferente de zero, tendo a constante κ dimensão do comprimento. A equação 2.2 expressa a lei de Hooke, descrevendo o comportamento dos sólidos perfeitamente elásticos.

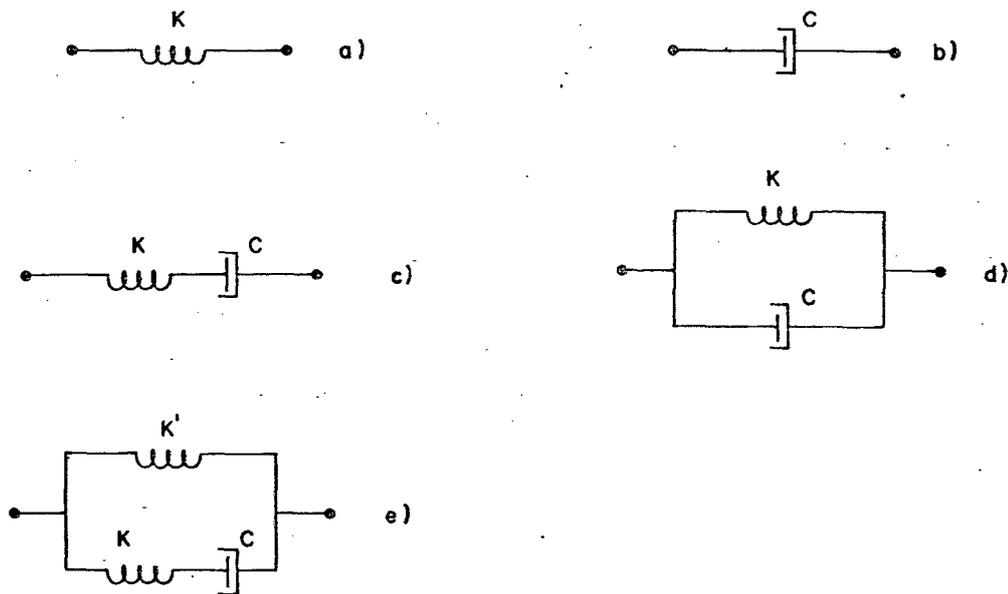


FIGURA 2.1 - Combinações de molas e amortecedores

A rigor, sabe-se que um material pode sofrer dois tipos de deformações fundamentais: deformação ao cisalhamento, onde ocorre variação de forma mas não de volume e deformação volumétrica, onde se dá o inverso (fig. 2.2a e 2.2b) [5],[7].

Imaginando o modelo da fig. 2.1a sob deformação ao

cisalhamento, tem-se de 2.2 que:

$$\sigma = b_o \gamma = G\gamma \quad (2.2a)$$

onde:

γ = deformação ao cisalhamento

G = módulo de elasticidade ao cisalhamento

Analogamente, para deformação volumétrica,

$$\sigma = B\Delta v \quad (2.2b)$$

onde:

Δv = deformação volumétrica

B = módulo de elasticidade volumétrico

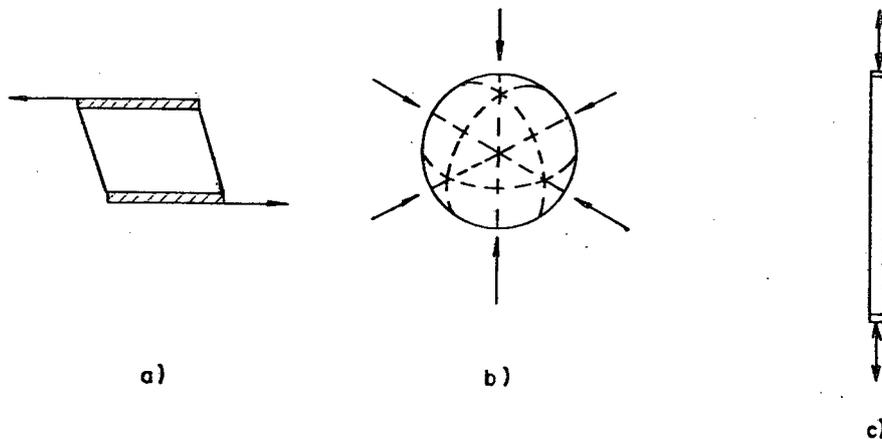


FIGURA 2.2 - Deformações elásticas

Na maioria dos casos, a deformação sofrida por um material é

um misto de cisalhamento e volumétrica, podendo uma ou outra predominar. Decorre que, conhecidos G e B , os demais módulos (isto é, razões entre tensão e deformação) que por ventura se façam necessários podem ser obtidos a partir deles. Seja, assim, a deformação longitudinal simples (tração ou compressão) da fig. 2.2c. A equação 2.2 pode ser reescrita para o caso como:

$$\sigma = E \epsilon_L \quad (2.2c)$$

onde:

ϵ_L = deformação longitudinal

E = módulo de elasticidade longitudinal (ou módulo de Young)

$$= \frac{9BG}{3B + G} \quad (2.3)$$

Os três módulos apontados acima, ou seja, módulo de elasticidade ao cisalhamento, módulo volumétrico e módulo de elasticidade longitudinal, bastam para a descrição de todos os estados de tensão e deformação de materiais homogêneos e isotrópicos.

b) amortecedor com coeficiente de viscosidade C (fig. 2.1b):

$$\sigma = b_1 \frac{d\epsilon}{dt} \quad (2.4)$$

onde:

$$b_1 = \kappa C$$

Já neste caso, somente b_1 não é nula. A equação 2.4 obedece à lei de Newton para os líquidos idealmente viscosos. Note-se a validade da redução à forma diferencial ordinária em 2.4 face ao modelo utilizado.

c) Mola e amortecedor em série (fig. 2.1c):

$$\sigma + a_1 \frac{d\sigma}{dt} = b_1 \frac{d\epsilon}{dt} \quad (2.5)$$

onde:

$$a_1 = \frac{C}{K}$$

$$b_1 = \kappa C$$

O modelo em questão, dito modelo de Maxwell, reúne, num primeiro passo, os componentes elástico e viscoso básicos, ou seja, mola e amortecedor. Trata-se, entretanto, de uma idealização falha quanto à simulação do comportamento viscoelástico linear [13],[15], o que será verificado adiante.

d) Mola e amortecedor em paralelo (fig. 2.1d):

$$\sigma = b_0 \epsilon + b_1 \frac{d\epsilon}{dt} \quad (2.6)$$

onde:

$$b_0 = \kappa K$$

$$b_1 = \kappa C$$

A equação 2.6 descreve matematicamente outra combinação simples de mola e amortecedor, referenciada como modelo de Voigt. Apresenta ainda uma aproximação grosseira dos materiais reais, conforme se comprovará a seguir.

e) Duas molas e um amortecedor (fig. 2.1e):

$$\sigma + a_1 \frac{d\sigma}{dt} = b_0 \epsilon + b_1 \frac{d\epsilon}{dt} \quad (2.7)$$

onde:

$$a_1 = \frac{C}{K}$$

$$b_0 = \kappa K'$$

$$b_1 = \kappa (K + K') \frac{C}{K}$$

Uma das mais conhecidas representações advindas da equação 2.1 é a relação tensão-deformação aqui expressa, correspondente ao modelo linear padrão [4], [13], [15]. Em que pesem ainda as dificuldades de simulação realista, o presente modelo se presta melhor à ilustração de algumas características notáveis dos materiais viscoelásticos, citadas no início desse item 2.1.

Considere-se, por exemplo, o caso onde um material não tensionado é submetido a uma tensão constante σ_0 a partir de um dado instante $t = t_0$. Portanto, tomando-se $t \geq t_0$ e $\epsilon(t_0) = \epsilon_0$, tem-se, para os modelos de Maxwell, Voigt e linear padrão, as seguintes equações particulares tensão-deformação, respectivamente-

te:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{b_1} t + \varepsilon_0 \quad (2.8)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{b_0} (1 - e^{-(b_0/b_1)t}) \quad (2.9)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{b_0} + \left[\varepsilon_0 - \frac{\sigma_0}{b_0} \right] e^{-(b_0/b_1)t} \quad (2.10)$$

Note-se que para o modelo de Voigt, $\varepsilon_0 = 0$ [17].

Por outro lado, se provocada uma deformação constante ε_0 em $t = t_0$, $d\varepsilon/dt = 0$ para $t \geq t_0$. Sendo $\sigma(t_0) = \sigma_0$, obtém-se, correspondentemente, as equações:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-(1/a_1)t} \quad (2.11)$$

$$\sigma = b_0 \varepsilon_0 \quad (2.12)$$

$$\sigma = b_0 \varepsilon_0 + (\sigma_0 - b_0 \varepsilon_0) e^{-(1/a_1)t} \quad (2.13)$$

Os casos analisados acima dizem respeito, pela ordem, aos fenômenos de "creep" e relaxação. As figuras 2.3 e 2.4 retratam graficamente as equações 2.8 a 2.13, onde se evidencia, de forma cristalina, a precaridade dos modelos de Maxwell e Voigt comparativamente ao modelo linear padrão no tocante ao

comportamento dos materiais reais [13], [15], [17].

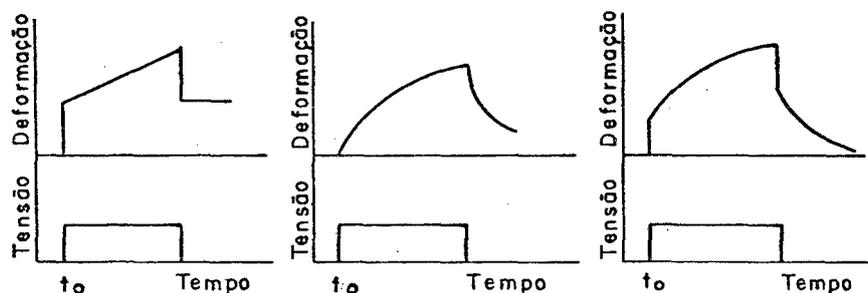


FIGURA 2.3 - Representação gráfica do fenômeno de "creep" nos elementos (a) Maxwell (b) Voigt (c) linear padrão

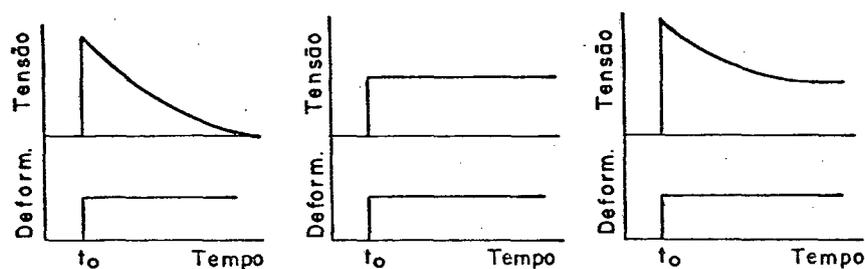


FIGURA 2.4 - Representação gráfica do fenômeno de relaxação nos elementos (a) Maxwell (b) Voigt (c) linear padrão

A razão C/K , identificada em 2.5 e 2.7 com a constante a_1 , tem dimensão de tempo e indica a taxa de decaimento da tensão em 2.11 e 2.13. Tal razão é, desse modo, usualmente referenciada como tempo de relaxação e anotada por τ .

Seja agora o modelo linear padrão submetido a uma tensão de cisalhamento harmônica do tipo $\sigma = \sigma_0 e^{i\omega t}$, onde ω é a frequência

de oscilação. Assumindo $\gamma = \gamma_0 e^{i\omega t}$, decorre de 2.7 que:

$$\sigma_0 = \frac{(b_0 + i b_1 \omega)}{(1 + i a_1 \omega)} \gamma_0 \quad (2.14)$$

ou, de outra forma,

$$\sigma_0 = G^* \gamma_0 = (G' + iG'') \gamma_0 \quad (2.15)$$

onde:

*
G = módulo complexo de cisalhamento

$$= G' + iG'' \quad (2.16)$$

G' = módulo real de cisalhamento

$$= \frac{(b_0 + a_1 b_1 \omega^2)}{(1 + a_1^2 \omega^2)} \quad (2.17)$$

G'' = módulo imaginário de cisalhamento

$$= \frac{\omega(b_1 - a_1 b_0)}{(1 + a_1^2 \omega^2)} \quad (2.18)$$

Da equação 2.15 verifica-se que a tensão aplicada pode ser separada em duas componentes, uma em fase e outra em quadratura com a deformação resultante. A componente em fase está relacionada com a energia armazenada em cada ciclo enquanto que a componente

em quadratura ligá-se à energia dissipada. Tal análise fecha com a realidade viscoelástica.

Embora o modelo linear padrão constitua uma primeira aproximação razoável, as variações de G' e G'' com a frequência retratados em 2.17 e 2.18 são bem mais rápidas do que as observadas experimentalmente [4]. Essa limitação pode ser contornada à medida que se aprimora o modelo utilizado.

Logo, retomando-se o modelo genérico descrito pela equação 2.1, dito então modelo padrão generalizado, segue-se que:

$$\sigma + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{d^n \sigma}{dt^n} = b_0 \epsilon + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \frac{d^n \epsilon}{dt^n} \quad (2.19)$$

Sob tensão cisalhante harmônica do tipo $\sigma = \sigma_0 e^{i\omega t}$, assumindo $\gamma = \gamma_0 e^{i\omega t}$, obtém-se:

$$\sigma_0 = \frac{\left[b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n (i\omega)^n \right]}{\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n (i\omega)^n \right]} \gamma_0 \quad (2.20)$$

que pode novamente ser escrita na forma

$$\sigma = G^* \gamma_0 = (G' + iG'') \gamma_0 \quad (2.21)$$

onde:

$$G' = \frac{MP + NQ}{P^2 + Q^2} \quad (2.22)$$

$$G'' = \frac{NP - MQ}{P^2 + Q^2} \quad (2.23)$$

e

$$M = b_0 - b_2 \omega^2 + b_4 \omega^4 \dots i^{2n-2} b_{2n-2} \omega^{2n-2} \quad (2.24)$$

$$N = b_1 \omega - b_3 \omega^3 + b_5 \omega^5 \dots i^{2n-2} b_{2n-1} \omega^{2n-1} \quad (2.25)$$

$$P = 1 - a_2 \omega^2 + a_4 \omega^4 \dots i^{2n-2} a_{2n-2} \omega^{2n-2} \quad (2.26)$$

$$Q = a_1 \omega - a_3 \omega^3 + a_5 \omega^5 \dots i^{2n-2} a_{2n-1} \omega^{2n-1} \quad (2.27)$$

Assim sendo, uma vez conhecidas as variações reais de G' e G'' através de procedimentos experimentais, basta ajustar as equações 2.22 e 2.23 ou similares [4] pela escolha adequada das constantes a_n e b_n .

Analogamente, todo o raciocínio desenvolvido para deformação ao cisalhamento se aplica às demais deformações.

As possibilidades da equação 2.1 apresentada estão esgotadas. Resta, contudo, uma inconveniência: a necessidade de um substancial número de constantes a_n e b_n para se modelar corretamente um dado material como exposto acima, ao longo de uma ampla faixa de frequência. Uma forma de se superar essa desvantagem seria a adoção de um outro modelo matemático linear, mais refinado, tal como o modelo de derivadas generalizadas apontado em [4] e [18].

Ocorre que nas áreas de conhecimento de vibrações e acústica,

a descrição de fenómenos em função da variável independente frequência é, não raro, de vital importância, tanto teórica quanto experimental. Em se tratando de controlar vibrações e ruídos, tal consideração, então, se acentua mais, haja vista os casos de isolamento de máquinas e estruturas, neutralização de sistemas mecânicos ou parte deles, desintonização e outros [7]. Por conseguinte, o estudo da dinâmica de sistemas vibratórios e acústicos a partir de equações de movimento no domínio da frequência é, simultaneamente, rotineiro e essencial.

Logo, é perfeitamente razoável e até desejável definir também as partes real e imaginária dos módulos complexos diretamente como funções da frequência a partir dos dados experimentais de cada material, dados já usualmente obtidos nesse domínio. Ou seja, dispensar a intermediação de relações no domínio do tempo, como se fez anteriormente, e trabalhar direto em frequência.

Deste modo, as relações tensão-deformação da elasticidade clássica são transportadas para o campo de viscoelasticidade no domínio da frequência simplesmente substituindo-se os módulos elásticos pelos correspondentes complexos. Assim, tem-se que:

$$* \quad G(\omega) = G'(\omega) + iG''(\omega) \quad (2.28)$$

onde:

- *
G = módulo complexo de cisalhamento
- G' = módulo real de cisalhamento
- G'' = módulo imaginário de cisalhamento
- ω = frequência

ou

$$* \quad G(\omega) = G'(\omega) (1 + i\eta_G(\omega)) \quad (2.29)$$

onde:

η_G = fator de perda ao cisalhamento

$$= \frac{G''}{G'} \quad (2.30)$$

O fator de perda assim definido constitui-se então numa medida relativa da energia dissipada.

Analogamente,

$$* \quad B(\omega) = B'(\omega) (1 + i\eta_B(\omega)) \quad (2.31)$$

onde:

* B = módulo complexo volumétrico

B' = módulo real volumétrico

η_B = fator de perda volumétrico

o

$$* \quad E(\omega) = E'(\omega) (1 + i\eta_E(\omega)) \quad (2.32)$$

onde:

* E = módulo complexo de elasticidade longitudinal (ou de Young)

E' = módulo real de elasticidade longitudinal

η_E = fator de perda longitudinal

O procedimento discutido acima, largamente utilizado, é conhecido como representação pelo módulo complexo [5], [6], [7],

[13].

Doravante, por simplicidade de notação, os módulos reais (também chamados dinâmicos) G' , B' e E' serão indicados apenas como G , B e E . Os módulos reais e respectivos fatores de perda são ditos propriedades dinâmicas de um material [5], [7], [8].

Demonstra-se que, para a maioria dos elastômeros, como $G \ll B$ e $\eta_B \ll \eta_G$ [5]:

$$E(\omega) = 3G(\omega) \quad (2.33)$$

$$\eta_E(\omega) = \eta_G(\omega) \quad (2.34)$$

As equações 2.33 e 2.34 indicam que os módulos complexos de cisalhamento e de elasticidade de elastômeros exibem a mesma dependência em frequência.

2.2 - Propriedades Dinâmicas - Dependência em Frequência e Temperatura

As propriedades de materiais viscoelásticos, a saber, módulo dinâmico e fator de perda, variam sensivelmente em função da temperatura, frequência (vide item anterior) e amplitude de deformação. No caso particular de materiais comportando-se linearmente (independendo, portanto, da amplitude de deformação), ressaltam-se as variáveis temperatura e frequência [6].

Para a maioria dos polímeros de interesse em controle de vibrações e ruído, o efeito típico da temperatura sobre o módulo dinâmico G (ou E) e o fator de perda η_G (ou η_E) pode ser ilustrado pela figura 2.5, onde se observam três regiões distintas: vítrea, de transição e elástica [6]. Na primeira região, o módulo

dinâmico tem seu valor máximo, decrescendo lentamente com o aumento da temperatura enquanto o fator de perda, partindo de valores extremamente baixos, cresce de forma significativa. Na região de transição, o módulo dinâmico decresce rapidamente ao passo que o fator de perda atinge um valor máximo, na assim chamada temperatura de transição (T_t) [7]. Por fim, módulo dinâmico e fator de perda assumem baixos valores e diminuem suavemente com a temperatura na região elástica.

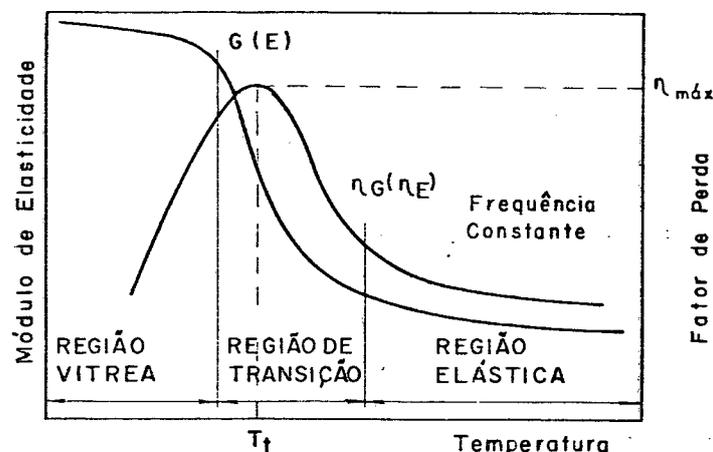


FIGURA 2.5 - Variação das propriedades dinâmicas com a temperatura

O efeito da frequência sobre as propriedades dinâmicas, embora bem menos drástico que o da temperatura, é também importante. Conforme mostra a figura 2.6, o módulo dinâmico G (ou E) aumenta continuamente com a frequência, enquanto o fator de perda cresce até um máximo, quando então começa a diminuir. O citado máximo corresponde à maior inclinação da curva do módulo dinâmico e a frequência em que ocorre é conhecida como frequência de transição (ω_t). Podem ser observadas novamente as regiões elástica, de transição e vítrea.

Um exame atencioso das figuras 2.5 e 2.6 revela que a frequência influi qualitativamente de maneira inversa à temperatura sobre as propriedades dinâmicas, a menos de um fator de escala [3], [4]. Ou seja, é necessária uma larga faixa em frequência para refletir a mesma alteração do comportamento produzida por uma faixa estreita em temperatura.

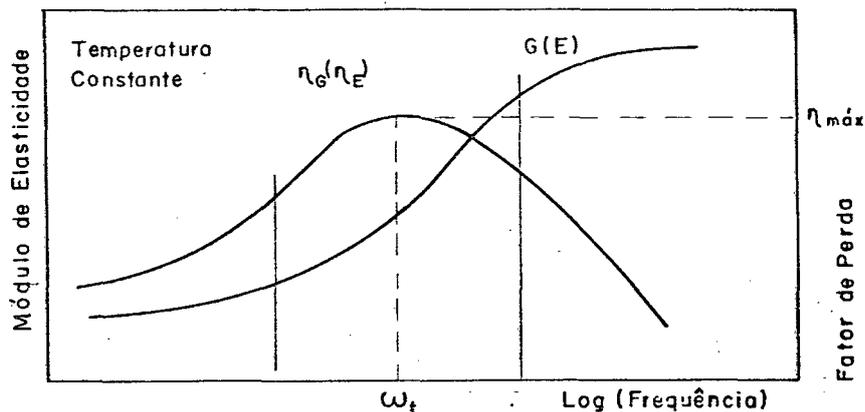


FIGURA 2.6 - Variação das propriedades dinâmicas com a frequência

Esse fenômeno de equivalência dos efeitos em temperatura e frequência é fundamental na caracterização de materiais viscoelásticos, pois, como se verá adiante, permite a transformação das propriedades dinâmicas do domínio da temperatura para o da frequência e vice-versa (método das variáveis reduzidas).

Com base no que foi exposto anteriormente, as equações 2.29 e 2.32 podem ser reescritas em notação completa como:

$$* \quad G(\omega, T) = G(\omega, T) (1 + i\eta_G(\omega, T)) \quad (2.35)$$

$$* \quad E(\omega, T) = E(\omega, T) (1 + i\eta_E(\omega, T)) \quad (2.36)$$

onde:

ω = frequência

T = temperatura

Embora as figuras aqui apresentadas ilustrem o comportamento típico, diferentes materiais terão propriedades específicas diferentes. Este fato se evidenciará principalmente pelos distintos níveis de módulo dinâmico e fator de perda nas regiões vítrea, de transição e elástica bem como pela localização de cada região em relação à temperatura e frequência. Assim sendo, pode-se falar em elastômeros de baixo e alto amortecimento [5],[7].

Os elastômeros de baixo amortecimento são aqueles cuja temperatura de transição é bem abaixo da ambiente e a frequência de transição relativamente elevada, acima da faixa comum de interesse (10 a 5.000 Hz). A figura 2.7 exhibe as características próprias desses materiais, ressaltando-se a faixa de frequência normalmente útil. Observa-se que, na referida faixa, módulo dinâmico e fator de perda são praticamente constantes. Valores típicos do fator de perda desses elastômeros situam-se entre 0.01 e 0.1. Fazem parte do grupo de baixo amortecimento: borracha natural (com e sem enchimento de negro de fumo), SBR e Neoprene.

Já para os elastômeros de alto amortecimento, frequência e temperatura de transição se situam dentro (ou perto) da faixa usual de trabalho. Em geral, o fator de perda é menos sensível à variação de frequência do que o módulo dinâmico, conforme mostra a figura 2.8. Os valores das propriedades dinâmicas são elevados, estando o fator de perda, via de regra, entre 0,1 e 2. Entre os

considerados como de alto amortecimento, podem-se citar: borracha butílica (com enchimento de negro de fumo) e thiokol.

Ainda com relação aos elastômeros de baixo e alto amortecimento, observa-se que os primeiros dispõem de elevada resiliência e grande estabilidade estrutural enquanto os segundos possuem grande rigidez (reduzida resiliência) e precária estabilidade estrutural.

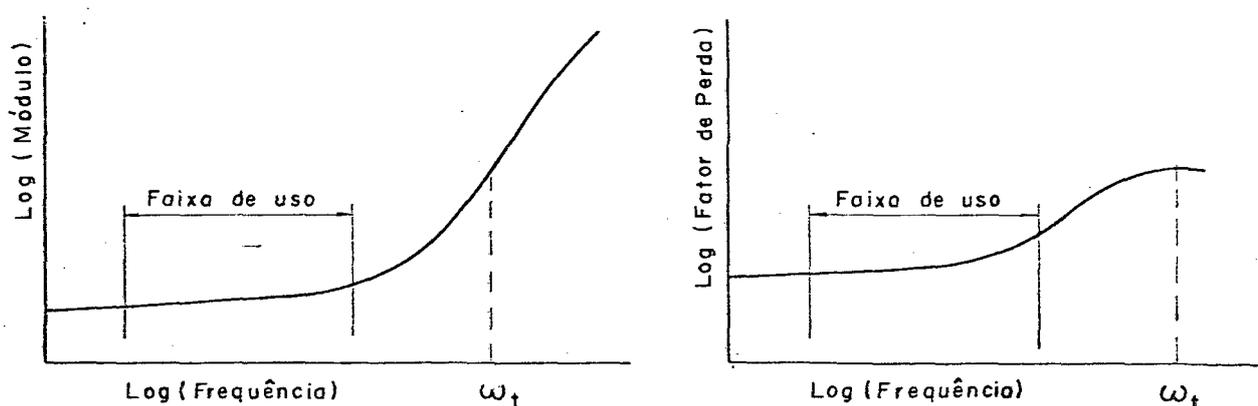


FIGURA 2.7 - Dependência em frequência de materiais de baixo amortecimento

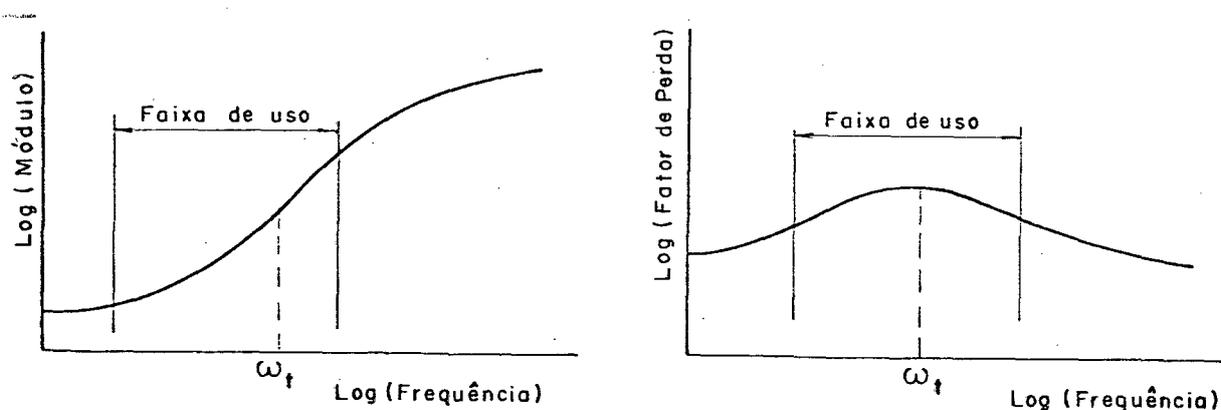


FIGURA 2.8 - Dependência em frequência de materiais de alto amortecimento

2.3 - Método das Variáveis Reduzidas

Como já colocado, o conhecimento preciso do módulo de cisalhamento (ou do de elasticidade) e do correspondente fator de perda de um elastômero ao longo de largas faixas de temperatura e frequência é de fundamental importância para sua utilização genérica em controle de vibrações e ruídos.

Apesar da grande variedade de técnicas desenvolvidas para medição das propriedades dinâmicas de polímeros, nenhuma delas cobre totalmente, com dados confiáveis, as extensões requeridas em temperatura e frequência para uma caracterização completa. Esse obstáculo pode ser transposto pela aplicação do método das variáveis reduzidas, procedimento simples e consagrado quando se trata de materiais viscoelásticos lineares [3], [5], [8], [13].

De acordo com o que foi exposto no item anterior, existe uma interrelação entre as dependências das propriedades dinâmicas em temperatura e frequência. O método das variáveis reduzidas parte do princípio de que, assumidas certas hipóteses, tal interrelação pode ser equacionada de forma simples e satisfatória, obedecendo, então, os valores do módulo dinâmico e do fator de perda ao cisalhamento em diferentes temperaturas e frequências às seguintes relações (vide Apêndice A):

$$G(\omega, T) = (T\rho/T_0\rho_0) G_0(\omega \alpha_T) \quad (2.37)$$

$$\eta_0(\omega, T) = \eta_0(\omega \alpha_T) \quad (2.38)$$

onde:

ω = frequência

T = temperatura (em escala absoluta)

T_0 = temperatura de referência (em escala absoluta)

ρ = densidade do material

ρ_0 = densidade do material à temperatura de referência

α_T = fator de deslocamento (função da temperatura absoluta)

Segundo Nashif [4], as razões T/T_0 e ρ/ρ_0 podem ser consideradas como unitárias ao longo de larga faixa de temperatura. Logo,

$$G(\omega, T) = G_0(\omega \alpha_T) \quad (2.39)$$

$$\eta_{\sigma}(\omega, T) = \eta_{\sigma_0}(\omega \alpha_T) \quad (2.40)$$

Analogamente,

$$E(\omega, T) = E_0(\omega \alpha_T) \quad (2.41)$$

$$\eta_E(\omega, T) = \eta_{E_0}(\omega \alpha_T) \quad (2.42)$$

Em palavras, as equações 2.39 e 2.41 indicam que o módulo dinâmico medido à frequência ω e a temperatura T é equivalente ao módulo dinâmico medido na frequência $\omega\alpha_T$ e temperatura T_0 . Explicação similar vale para o fator de perda.

Segue que os dados experimentais, antes dispostos em várias curvas parciais (fig. 2.9), têm então a possibilidade de serem agrupados para a confecção de duas curvas mestras (fig. 2.10), uma para o módulo dinâmico e outra para o fator de perda. Basta que se

tome uma temperatura de referência T_0 e, a partir desta, se efetue a escolha de fatores α_T apropriados, um para cada temperatura T . Cada α_T corresponde ao deslocamento em frequência equivalente à alteração em temperatura T para T_0 (vide figuras 2.9 e 2.10). Dessa forma, as variáveis ω (ou f , frequência em Hz) e T dão lugar a uma só variável composta $\omega\alpha_T$ (ou $f\alpha_T$), dita frequência reduzida, que combina ambos os efeitos de temperatura e frequência. O diagrama da figura 2.10 é conhecido como diagrama de frequência reduzida.

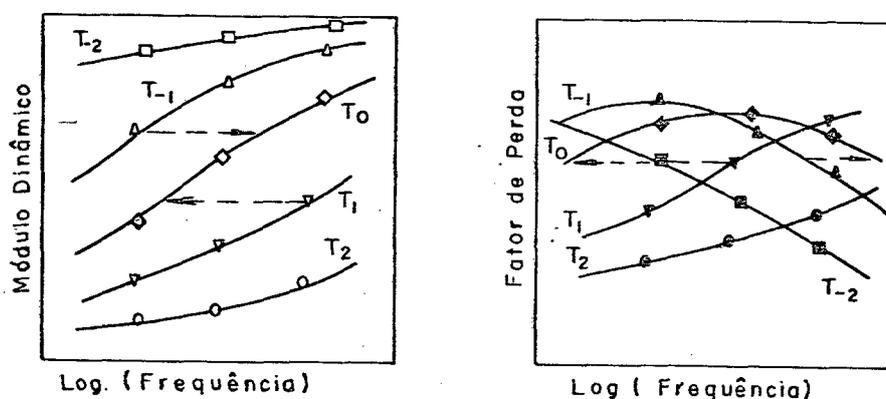


FIGURA 2.9 - Variação das propriedades dinâmicas em frequência e temperatura - Curvas experimentais parciais

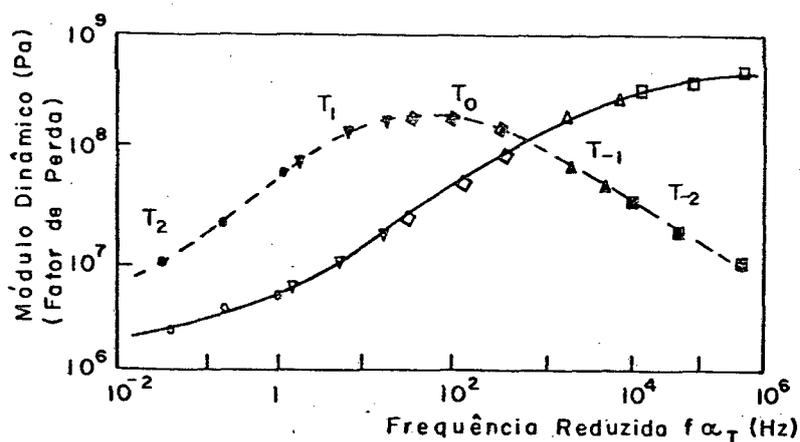


FIGURA 2.10 - Diagrama de frequência reduzida

Após a comparação dos resultados obtidos para diversos materiais, estabeleceu-se uma curva universal α_T versus $(T-T_0)$ [9],[10],[20],[21], cuja equação é

$$\log \alpha_T = \frac{-12 (T - T_0)}{291,7 + (T-T_0)} \quad (2.43)$$

onde T e T_0 são dados em Kelvin.

A questão chave de todo o procedimento, portanto, reside na seleção adequada de T_0 , de modo a dispor os dados experimentais em diagramas com mínima dispersão dos pontos. Tal seleção é feita através de processo iterativo entre o valor de T_0 e o diagrama resultante, até que se obtenha a boa representação desejada. Caso traçada uma curva preliminar fator de perda versus temperatura a partir das medições efetuadas, o valor da temperatura associado ao pico da curva poderá servir como guia inicial para T_0 [10].

Equações empíricas descrevendo as propriedades dinâmicas como funções da frequência reduzida (tal como ilustrado na figura 2.10) podem ser ajustadas aos dados disponíveis pelo método de mínimos quadrados, conforme [10], [21] e [22].

Apesar do valor inestimável do diagrama de frequência reduzida, seu uso para leitura direta das propriedades dinâmicas, dadas temperatura e frequência, constitui atividade tediosa. É necessário determinar α_T pela equação 2.43, calcular $\omega \alpha_T$ (ou $f \alpha_T$) e daí obter os valores do módulo dinâmico e do fator de perda. Contudo, tal inconveniência pode ser superada como descrito a seguir.

Criam-se, no próprio diagrama, duas escalas auxiliares, uma

para frequência, outra para temperatura, de acordo com a figura 2.11. Para $f = 1$ na escala de frequência (independente da unidade utilizada), $f\alpha_T = \alpha_T$. Plotam-se então os pontos de coordenadas frequência-frequência reduzida $(1, \alpha_T)$, havendo tantos valores de α_T quantos forem os de temperaturas de medição. Do mesmo modo, para $f = 10$, $f\alpha_T = 10\alpha_T$; plotam-se, daí, os pontos de coordenadas $(10, 10\alpha_T)$. Deste modo, são traçadas linhas oblíquas para cada temperatura, resultando na confecção de um nomograma, conhecido como nomograma de temperatura reduzida [4],[20].

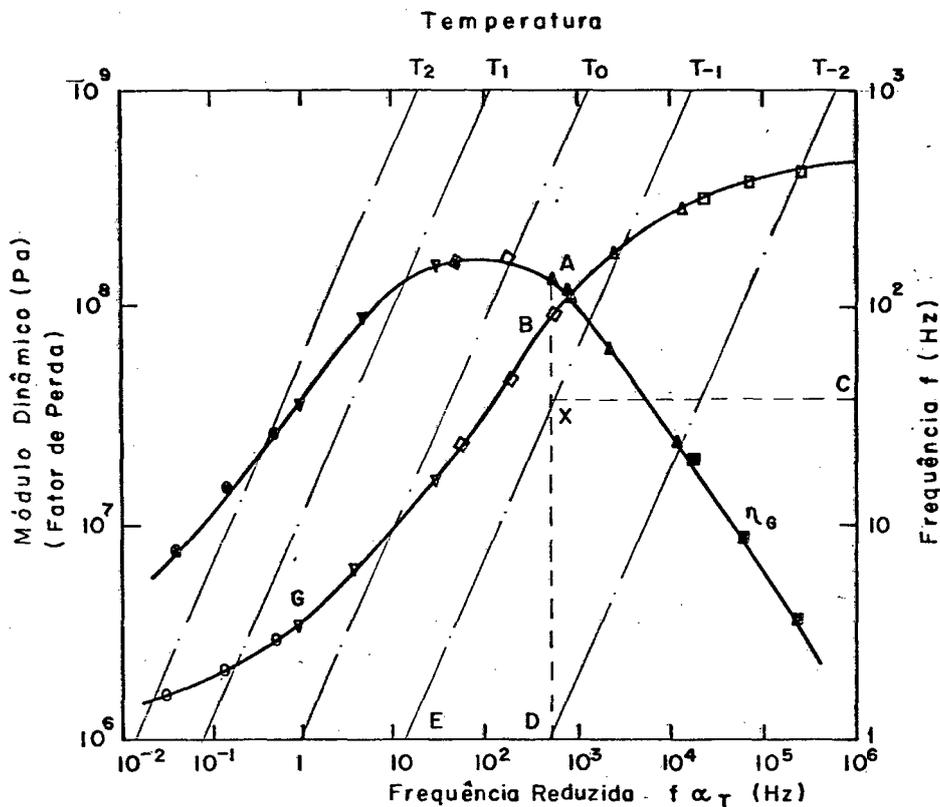


FIGURA 2.11 - Nomograma de temperatura reduzida

A utilização do nomograma é simples. Vem-se pela linha da temperatura desejada até o encontro dessa com o da frequência de interesse. O ponto de interseção X corresponde ao valor apropriado

de $f\alpha_T$, bastando então ler os valores do módulo dinâmico e do fator de perda. Todo o procedimento de obtenção do nomograma de temperatura reduzida pode ser implementado computacionalmente [21]

Com a aplicação do método das variáveis reduzidas, torna-se então possível a existência de dados ao longo de amplas faixas de frequência e temperatura, bem como a extrapolação em regiões cuja medição direta é difícil ou mesmo impossível [8]. Assim, viabiliza-se a representação pelos módulos complexos.

Capítulo 3 - Determinação das Propriedades Dinâmicas de Elastômeros

3.1 - Método da Viga Vibrante - Norma ASTM E 756-83

Existem diversos métodos [8], [11] para se determinarem as propriedades dinâmicas de materiais, dentre as quais o da viga vibrante, padronizado pela norma ASTM E 756-83 [12]. O método normalizado, limitado à obtenção de dados na faixa de comportamento linear dos materiais sob ensaio, se caracteriza pela razoável simplicidade de utilização, cobrindo uma ampla gama de frequências (50 a 5000 Hz) e temperaturas. Sua aplicação com vistas a projetos de controle de vibrações e ruído é, além de bem aceita, bastante difundida na literatura especializada [4], [22], [23].

O método consiste, basicamente, em se medirem as frequências de ressonância e respectivas bandas de meia potência de vigas (amostras) engastadas, ao longo de uma série de temperaturas de interesse. O material avaliado guiará a escolha das amostras adequadas, dentre os tipos já previamente estabelecidos pela norma (vide figura 3.1). Assim, caso se trate de materiais rígidos, lança-se mão de vigas de teste homogêneas, feitas do próprio material (figura 3.1a), conhecidas genericamente como vigas de Oberst. Para materiais flexíveis, são indicados ensaios tanto de vigas metálicas homogêneas quanto de vigas compostas metal-material (figuras 3.1b, 3.1c e 3.1d), metal este, via de regra, aço ou alumínio. [12]. Levantadas as frequências de ressonância e correspondentes bandas de meia potência para cada temperatura

desejada, podem-se calcular, por meio de formulário específico [12], o módulo dinâmico e o fator de perda para um certo par frequência de ressonância-temperatura (vide fig. 2.9).

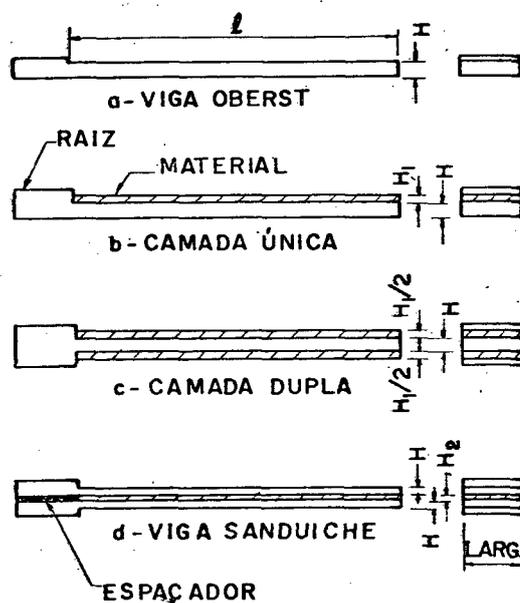


FIGURA 3.1 - Tipos de amostras estabelecidos pela norma

Portanto, a observação das várias ressonâncias da viga engastada num dispositivo adequado e convenientemente excitada indica o efeito da frequência sobre as propriedades dinâmicas. Inserindo-se viga e dispositivo numa câmara de climatização, torna-se possível a alteração da temperatura de ensaio, com o conseqüente exame do efeito dessa variável. A figura 3.2 apresenta uma montagem experimental típica para medição pelo método da viga vibrante.

As amostras das figuras 3.1b e 3.1c são comumente utilizadas para materiais com módulo dinâmico de elasticidade superior a 100 MPa, tendo como referência as regiões vítrea e de transição de tais materiais. As vigas do tipo indicado pela figura 3.1d, conhecidas como vigas sanduíche, são recomendadas para materiais

com módulos inferiores a 100 MPa [12]. Logo, a determinação das propriedades dinâmicas de elastômeros pelo método da viga vibrante se dá, comumente, pelo uso de vigas sanduíche.

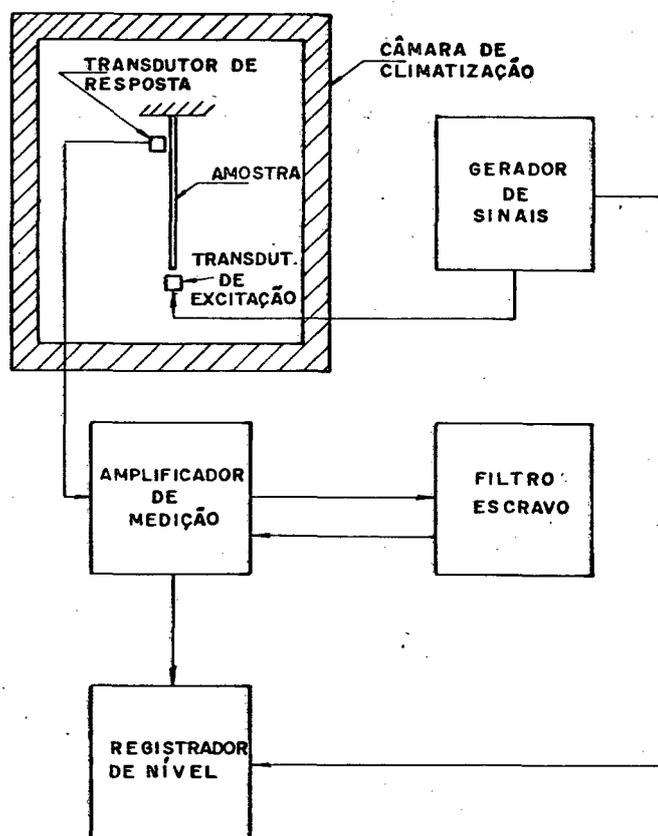


FIGURA 3.2 - Método da viga vibrante - Cadeia experimental típica

A aplicação conjunta dos métodos da viga vibrante e das variáveis reduzidas permite a caracterização completa das propriedades dinâmicas de materiais viscoelásticos em função da frequência e da temperatura.

3.2 - Formulário para Cálculo das Propriedades Dinâmicas de Elastômeros

O cômputo das propriedades dinâmicas de materiais, no presente caso elastômeros, utilizando-se vigas sanduíche, é feito

pelas seguintes equações [12]:

$$G = \frac{(A - B) - 2(A - B)^2 - 2(A\eta_s)^2}{(1 - 2A + 2B)^2 + 4(A\eta_s)^2} \cdot \frac{2 \pi G_n E H H_z}{1^2} \quad (3.1)$$

$$\eta_z = \frac{A\eta_s}{(A - B) - 2(A - B)^2 - 2(A\eta_s)^2} \quad (3.2)$$

onde:

G = módulo dinâmico de cisalhamento do elastômero (Pa)

E = módulo dinâmico de Young do metal de base da viga sanduíche (Pa)

f_n = frequência de ressonância do n -ésimo modo de uma viga Oberst engastada, semelhante às lâminas metálicas externas da viga sanduíche (Hz)

f_s = frequência de ressonância correspondente do s -ésimo modo da viga sanduíche engastada (Hz)

n, s = índice: 1, 2, 3, ... ($n = s$)

Δf_s = banda de meia potência correspondente ao s -ésimo modo da viga sanduíche engastada (Hz)

$$\eta_s = \frac{\Delta f_s}{f_s} = \quad (3.3)$$

= fator de perda da viga sanduíche (adimensional)

η_z = fator de perda ao cisalhamento do elastômero (adimensional)

H_z = espessura do elastômero (m)

H = espessura do metal de base da viga sanduíche (m)

$$I = \frac{H^2}{H} = \quad (3.4)$$

= razão entre espessuras

l = comprimento da viga sanduíche(m)

ρ_1 = densidade do elastômero (kg/m^3)

ρ = densidade do metal de base da viga sanduíche (kg/m^3)

$$D = \frac{\rho_1}{\rho} = \quad (3.5)$$

= razão entre densidades

$$A = \left[\frac{f_e}{f_n} \right]^2 (2 + D) \left[\frac{B}{2} \right] \quad (3.6)$$

$$B = \frac{1}{6(1 + D)^2} \quad (3.7)$$

C_n = coeficiente correspondente ao n-ésimo modo de uma viga Oberst engastada, sendo:

$$C_1 = 0,55959$$

$$C_2 = 3,5069$$

$$C_3 = 9,8194$$

$$C_4 = 19,242$$

$$C_5 = 31,809 \text{ e}$$

$$C_n = (\pi/2) (n - 0,5)^2, \text{ para } n > 3.$$

A norma recomenda que os parâmetros E e f_n sejam levantados experimentalmente, com o auxílio de vigas Oberst semelhantes às

lâminas metálicas externas das vigas sanduiche. A equação que relaciona ambos os parâmetros é dada por [12].

$$E = \frac{12 \rho l^4 f_n^2}{H^2 C_n^2} \quad (3.8)$$

onde:

E = módulo de Young do metal (Pa)

ρ = densidade do metal (kg/m^3)

l = comprimento da viga Oberst (m)

H = espessura da viga Oberst (m)

f_n = frequência de ressonância do n-ésimo modo da viga Oberst (Hz)

C_n = coeficiente correspondente ao n-ésimo modo de uma viga Oberst engastada

Entretanto, assumindo-se E constante (ou seja, desprezando-se a variação do módulo de elasticidade do metal de base em frequência e temperatura), a frequência f_n pode ser predita pela via teórica, estimando-se E e lançando mão da equação 3.8.

As equações 3.1 e 3.2 originam-se de expressões fundamentais derivadas por Ross, Ungar e Kerwin [24] para determinação da rigidez complexa à flexão de uma placa sanduiche, simplesmente apoiada, em movimento harmonicamente dependente no tempo. Essas expressões foram então reduzidas e desacopladas por Jones e Nashif [4], [9], [26], para se chegar às propriedades dinâmicas de materiais viscoelásticos em vigas sanduiche. Já a equação 3.8 resulta do estudo de vibrações transversais livres em vigas Euler-Bernoulli engastadas [26].

De modo a tornar mais claras as limitações das equações 3.1 e

3.2, o apêndice B apresenta as derivações correspondentes a partir da equação geral de movimento para vigas sanduíche desenvolvida por Mead e Markus [29]. No bojo dessas derivações, são feitas particularizações relativas à análise de Ross, Ungar e Kerwin e à redução de Jones e Nashif. À guisa de introdução, é deduzida, no mesmo apêndice, a equação 3.8.

3.3 - Considerações Gerais para Aplicação do Método

A aplicação do método da viga vibrante para a determinação das propriedades dinâmicas de materiais, em especial com o uso da viga sanduíche, requer atenção para algumas questões fundamentais.

A primeira delas diz respeito à avaliação do fator de perda η_s das amostras pelo método da banda de meia potência. Tal procedimento está baseado na resposta estacionária de sistemas com 1 grau de liberdade, apresentando fatores de perda bem menores que 1 [4]. Logo, além do cuidado relativo à ordem de grandeza dos fatores de perda avaliados, também a extensão da validade do método para sistemas contínuos deve ser encarada com precaução. A influência dos modos vizinhos de vibração uns com os outros pode distorcer significativamente a resposta em frequência da amostra, alterando as amplitudes próprias de cada modo e, conseqüentemente, as frequências de ressonância e bandas de meia potência. Essa afirmação é particularmente válida para sistemas com alto amortecimento e frequências de ressonância muito próximas.

Embora, a princípio, vigas com quaisquer condições de contorno possam ser utilizadas como corpos de prova nas medições,

a concentração se deu sobre as vigas engastadas. Esse fato pode ser explicado pela simplicidade dos arranjos experimentais para tais vigas, além da simulação realista de pelo menos uma extremidade [4]. Resta, assim, assegurar o efetivo engaste na outra extremidade, o que explica a existência das raízes observadas na figura 3.1 [12].

A derivação das equações 3.1 e 3.2 (vide Apêndice B) supõe que a viga sanduíche apresente modos senoidais de vibração, típicos de vigas simplesmente apoiadas. No caso de vigas engastadas, essa premissa só pode ser tomada como boa para os modos de ordem superior, ainda que auxiliada pelo uso de um coeficiente C_n correspondente (vide equação 3.1). A derivação também se apoia na hipótese de a viga sanduíche ser constituída por três lâminas interligadas, de modo a não permitir deslizamentos na interface. Na prática, torna-se necessária a utilização de uma substância que torne possível a adesão do elastômero ao metal de base da viga. O adesivo deve apresentar módulo de elasticidade bem maior que o do elastômero, bem como espessura ínfima em relação ao mesmo. Se tais cuidados não forem tomados, poderá ocorrer deformação na camada adesiva ao invés de na lâmina de elastômero.

Como consequência direta da formulação matemática subjacente, todas as medições experimentais devem se situar na faixa linear. Isto implica não só no controle do sinal de excitação como na desconsideração dos resultados relativos ao primeiro modo de vibração. Neste modo, além de se registrar um desvio significativo da hipótese de modo senoidal (vide parágrafo anterior), as amplitudes são excessivas, introduzindo efeitos não lineares nas medições [4].

Outra questão a se destacar é a importância de seleção de uma razão apropriada entre as espessuras do elastômero e do metal de base numa viga sanduíche. Essa razão está diretamente relacionada ao fator de perda da viga composta (vide considerações no segundo parágrafo deste item) e à relação sinal/ruído resultante. A norma recomenda uma relação inicial de 1:10 [12].

Capítulo 4 - Estudo de Precisão do Método da Viga Vibrante - Técnicas de Estatística Aplicáveis

4.1 Introdução

Considerem-se satisfeitas todas as hipóteses e precauções relativas à aplicação do método da viga vibrante, mencionadas no capítulo anterior. Ainda assim, duas lacunas fundamentais quanto à precisão do método podem ser apontadas na norma ASTM E 756-83. Uma delas é a inexistência de informações mínimas quanto à estrutura e sensibilidade do conjunto de dados de entrada relativos às fórmulas de cálculo das propriedades dinâmicas. No caso específico de elastômeros, dados referentes às expressões 3.1 e 3.2, a saber:

- espessuras e comprimentos
- densidades
- frequências de ressonância
- bandas de meia-potência

A outra diz respeito à não recomendação de números de vigas a serem ensaiadas em cada caso para se prever uma certa representatividade dos resultados, recomendação que deveria ser feita. Assim, para elastômeros, caberia a seguinte questão: qual o número de vigas sanduíche necessário? A primeira carência requer procedimentos de análise multivariada, em particular as análises de correlação e componentes principais. Já a segunda envolve a estimação de intervalos de confiança, baseados nas propriedades dinâmicas determinadas.

A análise multivariada é o ramo da estatística referente à

análise de dados de amostras multivariadas. Ou seja, amostras resultantes de observações simultâneas em diversas variáveis, relativas aos indivíduos de uma dada população, variáveis estas consideradas conjuntamente.

Os objetivos básicos dos métodos de análise multivariada, segundo Johnson e Wichern [37], são:

- a - redução dos dados necessários ao estudo do experimento de interesse, buscando representá-lo de forma tão simples quanto possível, sem sacrificar informações valiosas;
- b - agrupamento de indivíduos ou variáveis similares;
- c - investigação da dependência entre as variáveis;
- d - medição de relações entre as variáveis;
- e - construção e teste de hipóteses estatísticas específicas, formuladas em termos de parâmetros das populações multivariadas.

Dentro desse contexto, "a análise de correlação visa estabelecer o grau de dependência linear entre duas variáveis quaisquer na amostra (e conseqüentemente na população) em tela. Já a análise de componentes principais destina-se a explicação da estrutura de variância-covariância amostral através de umas poucas combinações lineares das variáveis originais.

As técnicas de análise multivariada acima citadas, bem como o conhecido procedimento de intervalos de confiança, são sumarizados nos itens subsequentes.

As referências [37] a [42] fornecem material suficiente para aprofundamento nos tópicos do presente capítulo.

4.2 - Análise de Correlação e Componentes Principais

4.2.1 Estatísticas Amostrais Fundamentais

Uma observação multivariada simples é a coleção de medições (em senso estatístico) em p diferentes variáveis relativas a um mesmo indivíduo (item) [37]. Antes de as medições serem feitas, seus valores, em geral, não podem ser preditos com exatidão. Logo, uma amostra multivariada decorrente de n observações efetuadas numa população p -variada é descrita pela seguinte matriz aleatória:

$$X_{(p \times n)} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{p1} & X_{p2} & \dots & X_{pn} \end{bmatrix} = [X_1, X_2, \dots, X_n] \quad (4.1)$$

Enquanto cada linha X corresponde a uma amostra univariada (portanto, variáveis com mesma distribuição da probabilidade), cada coluna diz respeito a uma observação multivariada. Linhas e colunas formam vetores aleatórios.

Os valores assumidos pelas variáveis aleatórias em X são correspondentemente representados pela matriz x , a saber:

$$x_{(p \times n)} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{p1} & x_{p2} & \dots & x_{pn} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Se os vetores coluna X_1, X_2, \dots, X_n em 4.1 representarem observações independentes, então X_1, X_2, \dots, X_n constituem uma amostra multivariada aleatória. Matematicamente, X_1, X_2, \dots, X_n formam uma amostra aleatória se sua função de densidade conjunta $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ é dada pelo produto $f(x_1) f(x_2) \dots f(x_n)$, onde $f(x_j) = f(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{pj})$ é a função de densidade do j -ésimo vetor coluna. A hipótese de uma amostra ser formada por observações independentes é fundamental para a qualidade das inferências estatísticas.

O vetor média amostral pode ser definido como [38]:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \vdots \\ \bar{X}_p \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

onde:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad (4.4)$$

Note-se que cada \bar{X}_i é uma variável aleatória [39], [40].

Em termos de valores observados, tem-se que:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \vdots \\ \bar{x}_p \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

onde:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad (4.6)$$

Similarmente, o valor da covariância amostral entre duas variáveis X_i e X_k é definido como:

$$s_{ik} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i) (x_{kj} - \bar{x}_k) \quad (4.7)$$

Quando $i = k$, $s_{ii} = s_i$ é chamada a variância amostral da variável i . Assim, a matriz de valores da covariância amostral S apresenta-se como:

$$S_{(p \times n)} = \begin{bmatrix} s_1 & s_{12} & \dots & s_{1p} \\ s_{12} & s_2 & \dots & s_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{1p} & s_{2p} & \dots & s_p \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

As matrizes amostrais \bar{x} e S , tais como definidas acima, constituem-se em estimativas imparciais para as grandezas correspondentes em termos de população [37].

4.2.2 Análise de Correlação

Conforme já mencionado, a análise de correlação tem por objetivo estabelecer o grau de dependência linear entre duas

variáveis X_i e X_k quaisquer.

O valor do coeficiente da correlação amostral é definido como [39]:

$$r_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)(x_{kj} - \bar{x}_k)}{\left[\sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 \right]^{1/2} \left[\sum_{j=1}^n (x_{kj} - \bar{x}_k)^2 \right]^{1/2}} \quad (4.9)$$

A matriz de correlação amostral resultante é dada por:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1p} \\ r_{12} & 1 & \dots & r_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{1p} & r_{2p} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

4.2.3 - Análise de Componentes Principais

Tomem-se os vetores aleatórios $[X_1, X_2, \dots, X_p]$, a matriz de covariância amostral S e as combinações lineares Y_1, Y_2, \dots, Y_p tais que:

$$Y_1 = [q_1]^T X = l_{11} X_1 + l_{21} X_2 + \dots + l_{p1} X_p$$

$$Y_2 = [q_2]^T X = l_{12} X_1 + l_{22} X_2 + \dots + l_{p2} X_p$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$Y_p = [q_p]^T X = l_{1p} X_1 + l_{2p} X_2 + \dots + l_{pp} X_p$$

(4.11)

As componentes principais amostrais são definidas como aquelas combinações lineares não-correlacionadas, cujas variâncias amostrais são máximas.

Demonstra-se então que, sendo $(\lambda_1, e_1), (\lambda_2, e_2), \dots, (\lambda_p, e_p)$ os pares de autovalores e autovetores da matriz S , a i -ésima componente principal amostral é [38]:

$$Y_i = e_{1i} X_1 + e_{2i} X_2 + \dots + e_{pi} X_p \quad (4.12)$$

onde:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$$

e_{ki} = i -ésima componente do k -ésimo autovetor

A matriz de covariância para Y_1, Y_2, \dots, Y_p passa a ser:

$$S_y = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_p \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Além disso, tem-se que a variância amostral total é:

$$\sum_{i=1}^p s_i = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p \quad (4.14)$$

A proporção da variância amostral total devida (explicada) à i -ésima componente principal é dada por:

$$p_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p}, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (4.15)$$

Logo, embora p componentes sejam requeridas para se reproduzir a variabilidade total do sistema, o cômputo dos coeficientes p_i pode indicar que grande parte dessa variabilidade pode ser contabilizada por número menor k de componentes principais.

Pode-se provar que o coeficiente de correlação entre Y_i e X_k é dado por [38]:

$$r_{Y_i, X_k} = \frac{e_{ki} \sqrt{\lambda_i}}{\sqrt{s_k}} \quad (4.16)$$

4.3 - Intervalos de Confiança

Suponha-se que uma certa variável aleatória X_i tenha distribuição normal (vide figura 4.1), com expectância desconhecida μ_i e variância conhecida σ_i^2 . Seja X_{i1}, \dots, X_{in} uma amostra univariada de X_i e \bar{X}_i a média amostral.

Sabe-se que \bar{X}_i tem distribuição normal com expectância μ_i e variância σ_i^2/n , portanto $Z_i = [(\bar{X}_i - \mu_i)/\sigma_i] \sqrt{n}$ tem distribuição normal com expectância 0 e variância 1 [39]. Logo,

$$2\phi(z_i) - 1 = P \left[\bar{X}_i - \frac{z_i \sigma_i}{\sqrt{n}} \leq \mu_i \leq \bar{X}_i + \frac{z_i \sigma_i}{\sqrt{n}} \right] \quad (4.17)$$

onde:

n = quantidade de unidades amostrais

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} \quad (4.18)$$

= função densidade de probabilidade de Z_i

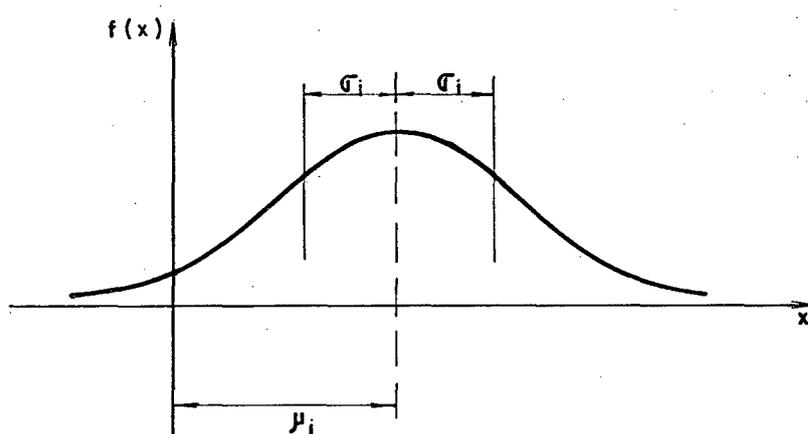


FIGURA 4.1 - Função densidade de probabilidade - Distribuição normal

A expressão 4.17 significa que $2\phi(z_i) - 1$ é igual à probabilidade de que o intervalo aleatório $(\bar{X}_i - z_i \sigma_i / \sqrt{n}, \bar{X}_i + z_i \sigma_i / \sqrt{n})$ contenha μ_i . Tal intervalo é denominado intervalo de confiança do parâmetro μ_i .

Como z_i é arbitrário, pode-se tomar a probabilidade acima igual a $1 - \alpha$. Segue-se que:

$$\phi(z_i) = 1 - \frac{\alpha}{2} \quad (4.19)$$

onde o valor de z pode ser obtido das tábuas de distribuição normal reduzida [39].

Assim, o intervalo $(\bar{X}_i - z_i \sigma_i / \sqrt{n}, \bar{X}_i + z_i \sigma_i / \sqrt{n})$ é um intervalo de confiança do parâmetro μ_i , com coeficiente $(1-\alpha)$ ou um intervalo de confiança $100(1-\alpha)$ por cento.

O comprimento L_i do intervalo de confiança anterior pode ser escrito como:

$$L_i = (\bar{X}_i + z_i \sigma_i / \sqrt{n}) - (\bar{X}_i - z_i \sigma_i / \sqrt{n}) = 2z_i \sigma_i / \sqrt{n} \quad (4.20)$$

Resolvendo-se a equação 4.19 em relação a n , tem-se que:

$$n = (2 z_i \sigma_i / L_i)^2 \quad (4.21)$$

Entretanto, σ_i^2 pode não ser conhecida, o que alterará o procedimento descrito acima. Neste caso deve-se considerar a variável aleatória

$$t_i = \frac{(\bar{X}_i - \mu_i) \sqrt{n}}{\sqrt{s_i}} \quad (4.22)$$

onde a variância amostral s_i é dada por:

$$s_i = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 \quad (4.23)$$

A variância s_i constitui uma estimativa não tendenciosa de σ_i^2 .

Pode-se provar, então, que a variável aleatória t_i tem distribuição t de Student, com $(n-1)$ graus de liberdade [39].

Muito embora o valor de t_i dependa de μ_i , sua distribuição não depende.

Logo, de maneira análoga à empregada antes, tem-se que o intervalo de confiança para μ_i , com coeficiente de confiança $(1-\alpha)$, é dado por $(\bar{X}_i - t_i \sqrt{s_i} / \sqrt{n}, \bar{X}_i + t_i \sqrt{s_i} / \sqrt{n})$. Desse modo, o coeficiente de confiança acima apresenta a mesma estrutura que o anterior, ressaltando-se as diferenças provenientes da substituição do valor conhecido de σ_i^2 por sua estimativa s_i e da obtenção de t_i das tábuas de distribuição t de Student [39].

O comprimento L_i do intervalo de confiança em tela é igual a:

$$L_i = 2 t_i \sqrt{s_i} / \sqrt{n} \quad (4.24)$$

Assim sendo, decorre que:

$$n = (2 t_i \sqrt{s_i} / L_i)^2 \quad (4.25)$$

Uma das hipóteses consideradas na exposição desenvolvida acima é a normalidade da variável aleatória X_i . Uma das formas de se verificar essa normalidade é através da aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov uni-amostal [44] à amostra univariada de X_i .

O teste de Kolmogorov-Smirnov, não-paramétrico, examina a compatibilidade entre duas funções de distribuição cumulativa contínuas: uma observada (amostral) e outra hipotética (especificada). No presente caso, a hipotética seria a normal.

O teste está baseado na estatística:

$$D_n = \max | F(x) - S_n(x) | \quad (4.26)$$

onde $S_n(x)$ é a função empírica de distribuição cumulativa de uma amostra de tamanho n , relativa a uma variável aleatória com função de distribuição cumulativa contínua $F(x)$.

Face ao valor da estatística D_n , obtém-se um dado nível de significância NS , que corresponde à probabilidade de não se considerar a existência de compatibilidade entre $S_n(x)$ e $F(x)$ quando, na verdade, ela existe. Em outras palavras, o nível de significância é a probabilidade de se cometer o chamado erro tipo I, rejeitando o que é verdadeiro.

Na realidade, o pré-requisito essencial é que a média amostral \bar{X}_i tenha distribuição normal (e não necessariamente a variável aleatória X_i). Ora, o teorema do limite central sustenta que [43]:

- a. Se a variável aleatória observada tem distribuição normal, a distribuição das médias amostrais também será normal para qualquer tamanho de amostra. "
- b. Se a variável aleatória básica é não-normal, a distribuição das médias amostrais será aproximadamente normal para grandes amostras.

Logo, não é necessário que se conheça a distribuição de uma dada variável aleatória para que se possa aplicar o procedimento de intervalos de confiança sobre ela. A única restrição é que o tamanho n da amostra seja grande. Uma regra muito usada é que a amostra deve consistir de 30 ou mais observações [43].

Capítulo 5 - Procedimentos para Coleta e Seleção de Dados

5.1 - Introdução

Tendo em vista os propósitos dessa dissertação, uma série de dados foi coletada. Esses dados foram obtidos a partir de ensaios envolvendo vigas sanduíche especialmente confeccionadas para este fim.

Antes de serem recolhidos os dados definitivos, diversas investigações preliminares se fizeram necessárias. Tais investigações visavam proporcionar um conhecimento (domínio) maior, tanto do sistema de medição utilizado para aplicação do método da viga vibrante, como dos sistemas a serem ensaiados, no caso, vigas sanduíche.

Este capítulo descreve a preparação das amostras (vigas sanduíche), relaciona as investigações preliminares efetuadas e seus resultados e, por fim, apresenta os procedimentos para coleta e seleção dos dados destinados à manipulação estatística.

5.2 - Confeção das Vigas Sanduíche

As tiras metálicas das vigas sanduíche, de aço 1020, foram fresadas e retificadas dentro das seguintes dimensões: 217 mm de comprimento livre, 25 mm de raiz, 12 mm de largura e 2,5 mm de espessura. Feita a usinagem, as tiras foram processadas numa unidade de desengraxamento usando vapor de solvente clorado (triclorotene). Logo após, receberam uma camada de "primer" e duas de adesivo, ao longo do comprimento livre, na face oposta ao ressalto das raízes. Essas aplicações, executadas com pincel,

respeitaram intervalos de uma hora entre uma e outra, de modo a permitir uma secagem adequada. Unidas as tiras duas a duas pelas raízes, através de cola estrutural e com a presença de espaçadores (vide figura 3.1), assim permaneceram, sob pressão, por 48 horas. As superfícies a serem coladas, tanto das tiras quanto dos espaçadores, estes com 0,5 mm de espessura, foram previamente jateadas com areia.

Cada esqueleto metálico constituído como relatado acima era posicionado num molde de injeção. O elastômero, já laminado e cortado em tamanhos adequados, encontrava-se numa cavidade de transferência. Dava-se, então, a injeção, com o elastômero sendo completamente vulcanizado dentro do molde, a 150° C, por dez minutos.

Dadas as recomendações da norma, as tiras metálicas deveriam, antes de comporem as vigas sanduíche, ser ensaiadas pelo método da viga vibrante, de modo a obter-lhes as frequências de ressonância. Tal procedimento foi, entretanto, abandonado, conforme será explicado no próximo item.

O elastômero escolhido para enchimento das vigas sanduíche foi o KL 58, fabricado pela AKROS - Divisão de Material Aeronáutico Ltda. Tal elastômero, uma composição baseada nas borrachas nitrílica e neoprene, é utilizado na fabricação de isoladores aeronáuticos e apresenta comportamento viscoelástico linear típico. Todas as vigas sanduíche receberam elastômero de um mesmo lote de fabricação.

O procedimento de injeção e vulcanização do elastômero num molde contendo o esqueleto metálico da viga sanduíche foge ao prescrito pela norma ASTM E 756-83. Esta recomenda a adesão do elastômero às tiras metálicas por meio de cola estrutural.

Entretanto, as vantagens do procedimento aqui adotado parecem evidentes:

- a. Melhor controle dimensional sobre o elastômero e o adesivo;
- b. Certeza da inexistência de bolhas de ar entre as superfícies das tiras e do elastômero;
- c. A densidade do elastômero é mantida constante em toda a sua extensão, já que a pressão de vulcanização também é constante.

Dada a importância de serem obtidas médias amostrais dos dados experimentais com distribuição aproximadamente normal, foram confeccionadas 31 vigas. Como explicado no item 4.3, a normalidade das médias é condição "sine qua non" para se aplicar o procedimento de intervalos da confiança.

5.3 - Investigações Preliminares

5.3.1 - Adequação e Posicionamento dos Transdutores

A norma ASTM E 756-83 recomenda que sejam utilizados, tanto na excitação das vigas sanduíche quanto na captação de sua resposta, transdutores do tipo não-contato. Assim, lançando-se mão da cadeia experimental apresentada na figura 3.2, procurou-se responder às seguintes questões:

- a. qual transdutor de resposta seria mais adequado: capacitivo ou magnético?
- b. qual a melhor disposição dos transdutores de resposta e excitação (este, obviamente, magnético) em relação à viga sanduíche, dentre as recomendadas pela literatura existente: a indicada na figura 5.1a ou na 5.1b?

Diversas curvas de resposta em frequência foram então

levantadas, a fim de se examinar as possíveis combinações. A combinação mais satisfatória, referente à curva de resposta em frequência da figura 5.2, usou dois transdutores magnéticos, dispostos como na figura 5.1b. Os transdutores guardaram entre si um afastamento de 150 mm, dentro do recomendado pela referência [45]. Já em relação à viga, o afastamento respeitado foi de 1 mm, face à análise dos gráficos de comportamento de transdutores magnéticos em função da distância da superfície monitorada, gráficos esses encontrados na referência [46].

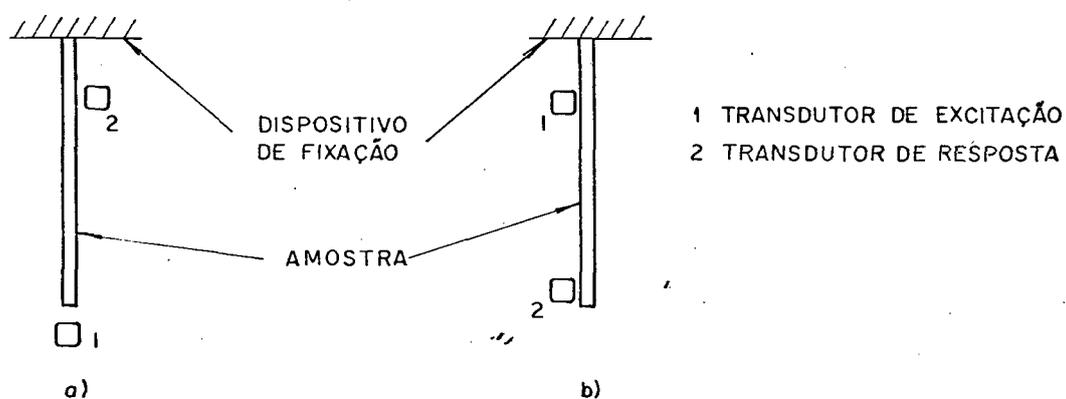


FIGURA 5.1 - Disposições recomendadas para os transdutores

Equipamentos utilizados:

Transdutores Magnéticos MM 0002 B&K

Transdutor Capacitivo MM 0004 B&K

Dispositivo de Fixação Tipo 3930 B&K

Gerador de Sinais Tipo 1027 B&K

Amplificador de Medição Tipo 2607 B&K

Filtro Escravo Tipo 5716 B&K

Registrador de Nível Tipo 2305 B&K

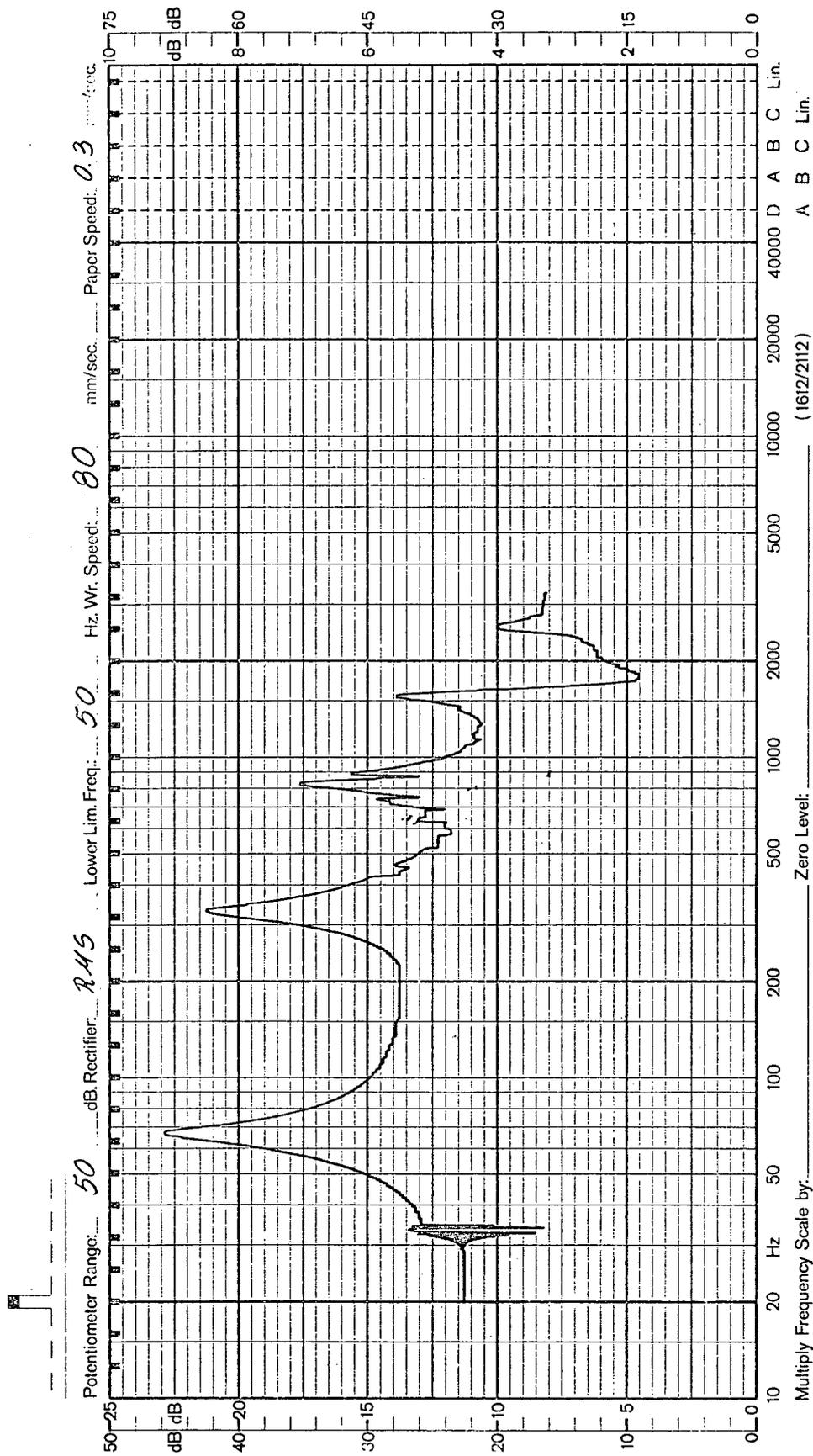


FIGURA 5.2 - Viga sanduíche - Curva de resposta em frequência

Os testes acima, além de promoverem a escolha dos transdutores adequados e indicar seu posicionamento ideal, desqualificaram a curva de resposta em frequência obtida tal como na figura 5.2 para determinação das frequências de ressonância e bandas de meia potência. Salta aos olhos a imprecisão que decorreria, se tal procedimento fosse adotado.

Durante os ensaios aqui mencionados, a câmara de climatização permaneceu desligada, com a porta aberta. A temperatura ambiente girou em torno de 24°C.

5.3.2 - Características da Câmara de Climatização

A câmara empregada para ensaios de amostras pelo método da viga vibrante é dita câmara de climatização. Sua utilização permite que se teste um certo material, ao longo de uma série de temperaturas pré-estabelecidas. O Projeto de Isoladores Aeronáuticos, da UFSC, dispõe de uma câmara de climatização, construída pela Clemar Ar Condicionado Ltda.

Seu gabinete é construído em chapa de aço galvanizado, de 0,5 mm de espessura, com dimensões externas de 1,2 x 1,0 x 1,0 m e isolamento de placas de poliuretano coladas, com 100 mm de espessura. A porta da câmara tem dimensões de 0,70 x 0,70 m, em fibra de vidro com isolamento, gaxeta aquecida e ferragens.

A base da câmara é constituída de tijolos refratários, enquanto seu interior é isolado da base com placas de poliuretano coladas, com 50 mm de espessura. Todas as frestas da câmara/base são vedadas com cola de silicone. Aplicaram-se 3 demãos de asfalto para impedir a migração de vapor d'água através da base. A base de montagem das amostras é feita de perfis de aço tipo C, chumbados

num bloco de concreto.

A temperatura interna do gabinete, controlada, apresenta um diferencial máximo em torno de 2°C , na faixa de -30°C a $+60^{\circ}\text{C}$. Um sensor interno, posicionado junto à parede lateral esquerda da câmara, a meia-altura, registra a temperatura exibida pelo indicador digital localizado no painel de controle, com precisão de décimo de grau. A variação de temperatura, contínua, é feita através de um botão apropriado, que gira sobre uma escala adequada.

Um dos ensaios preliminares realizado com a câmara procurou fazer uma aferição entre a temperatura do indicador digital e a lida com o auxílio de um termômetro Fluke, instalado junto ao dispositivo de fixação das amostras e bem próximo à viga sanduíche. A figura 5.3 mostra o gráfico de aferição resultante, compatível com o diferencial especificado pelo fabricante.

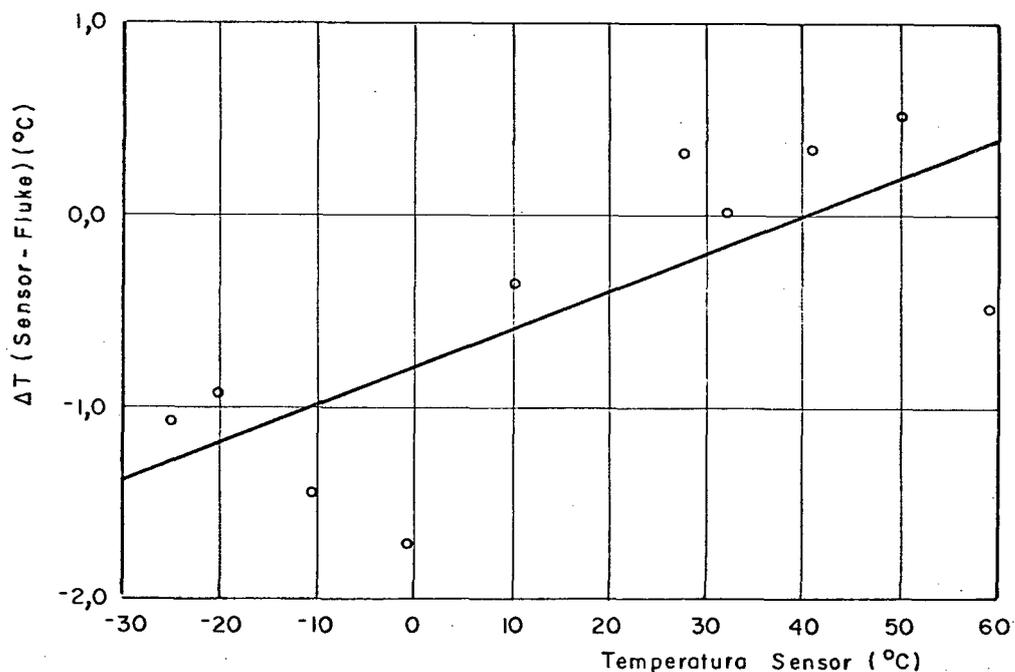


FIGURA 5.3 - Gráfico de aferição da temperatura do sensor da câmara

Um segundo teste, de primordial importância, buscou investigar o tempo necessário para uma relativa estabilização das propriedades dinâmicas do elastômero, ao se realizar a troca de uma temperatura para outra. O teste consistiu em, uma vez atingida uma nova temperatura, se acompanhar a variação das propriedades dinâmicas com o tempo, até ser alcançada uma certa estabilidade. Entende-se aqui como "certa estabilidade", os valores do módulo de cisalhamento e fator de perda uma hora após iniciadas as medições. Esse tempo foi tomado arbitrariamente, face às características da câmara e às dimensões da viga composta. Em três temperaturas prosseguiu-se até duas horas. Apenas dados relativos ao segundo modo foram levantados, de modo a se garantir um bom acompanhamento do processo. Foram feitas observações de -20°C a $+60^{\circ}\text{C}$ em intervalos regulares de 10°C . Como a temperatura de -30°C é atingida bem antes do início de todos os ensaios (a câmara é ligada à noite e os testes são iniciados pela manhã), não foram efetuadas medições nessa temperatura. A montagem experimental de que se lançou mão é descrita pela figura 5.4.

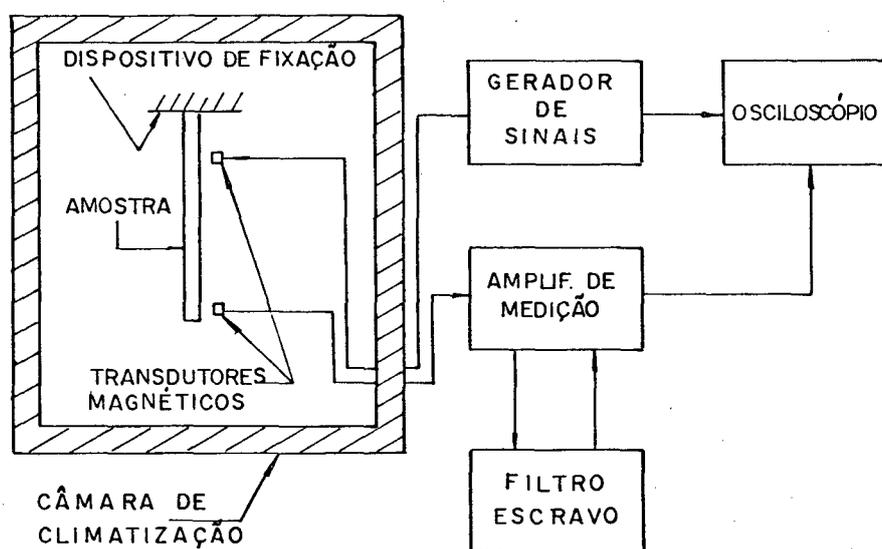


FIGURA 5.4 - Método da viga vibrante - Montagem experimental

Equipamentos utilizados:

Transdutores Magnéticos MM 0002 B&K
Dispositivo de Fixação Tipo 3930 B&K
Gerador de Sinais Tipo 1027 B&K
Amplificador de Medição Tipo 2607 B&K
Filtro Escravo Tipo 5716 B&K
Osciloscópio Iwatsu SS 5702
Câmara de Climatização

As figuras 5.5 e 5.6 ilustram as variações de módulo de cisalhamento e do correspondente fator de perda do elastômero com o tempo, respectivamente. O exame dessas figuras permite estabelecer um tempo médio de estabilização relativa entre 10 e 20 minutos, sem erro significativo.

Outras informações sobre a câmara de climatização do Laboratório de Vibrações e Acústica, podem ser obtidas na referência [47].

5.3.3 - Comportamento Dinâmico da Viga Sanduíche

Alguns ensaios foram conduzidos na busca de um maior e melhor conhecimento do comportamento da viga sanduíche.

Um desses ensaios visou determinar a variação do módulo de elasticidade do aço utilizado nas tiras metálicas em função da temperatura. Para tanto, foi confeccionada uma amostra em forma de viga Oberst, de comprimento livre 217 mm, 12 mm de largura e 2,5 mm de espessura. Aplicado o método da viga vibrante, com o auxílio da montagem experimental descrita pela figura 5.4, foi obtido o gráfico da figura 5.7.

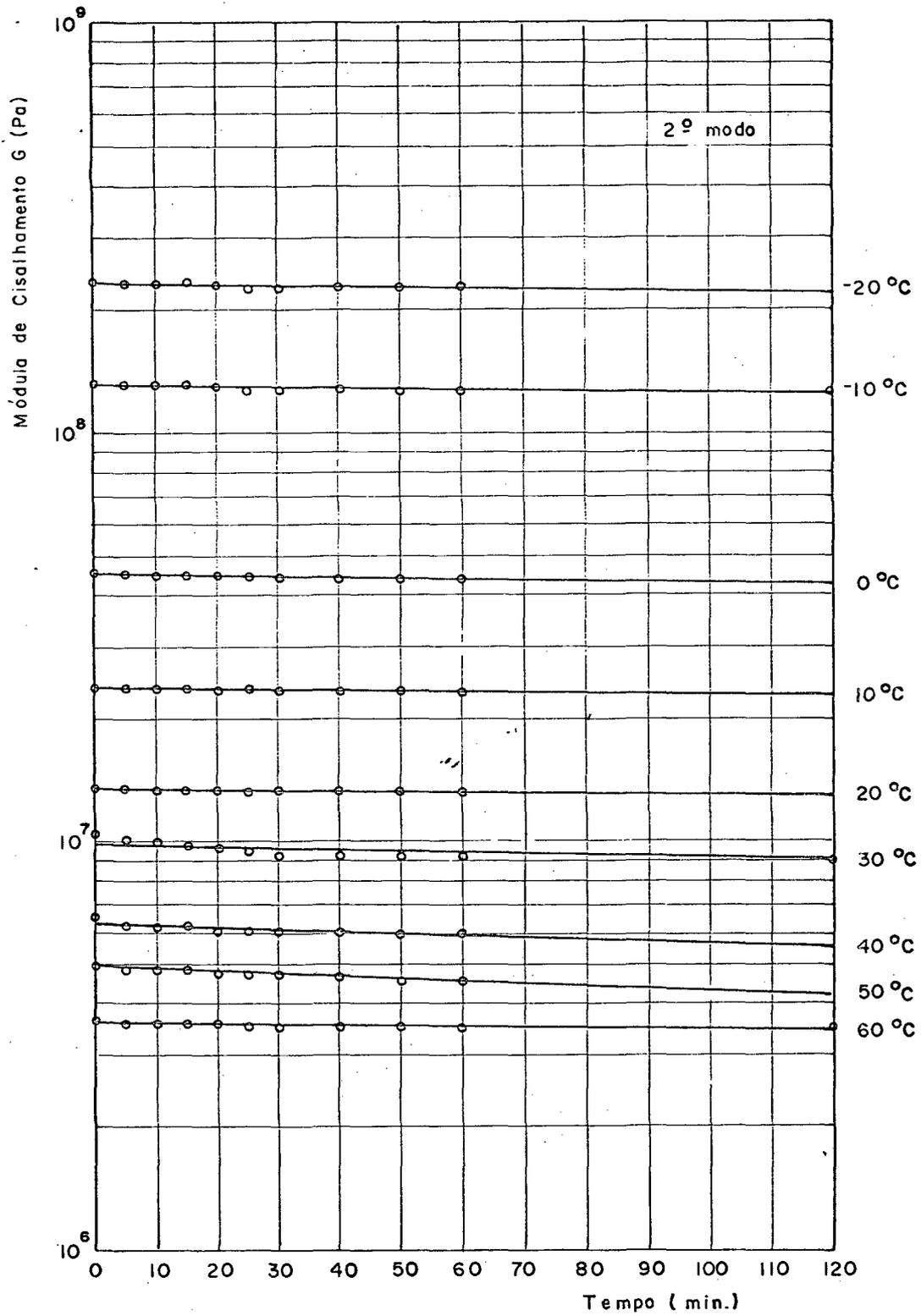
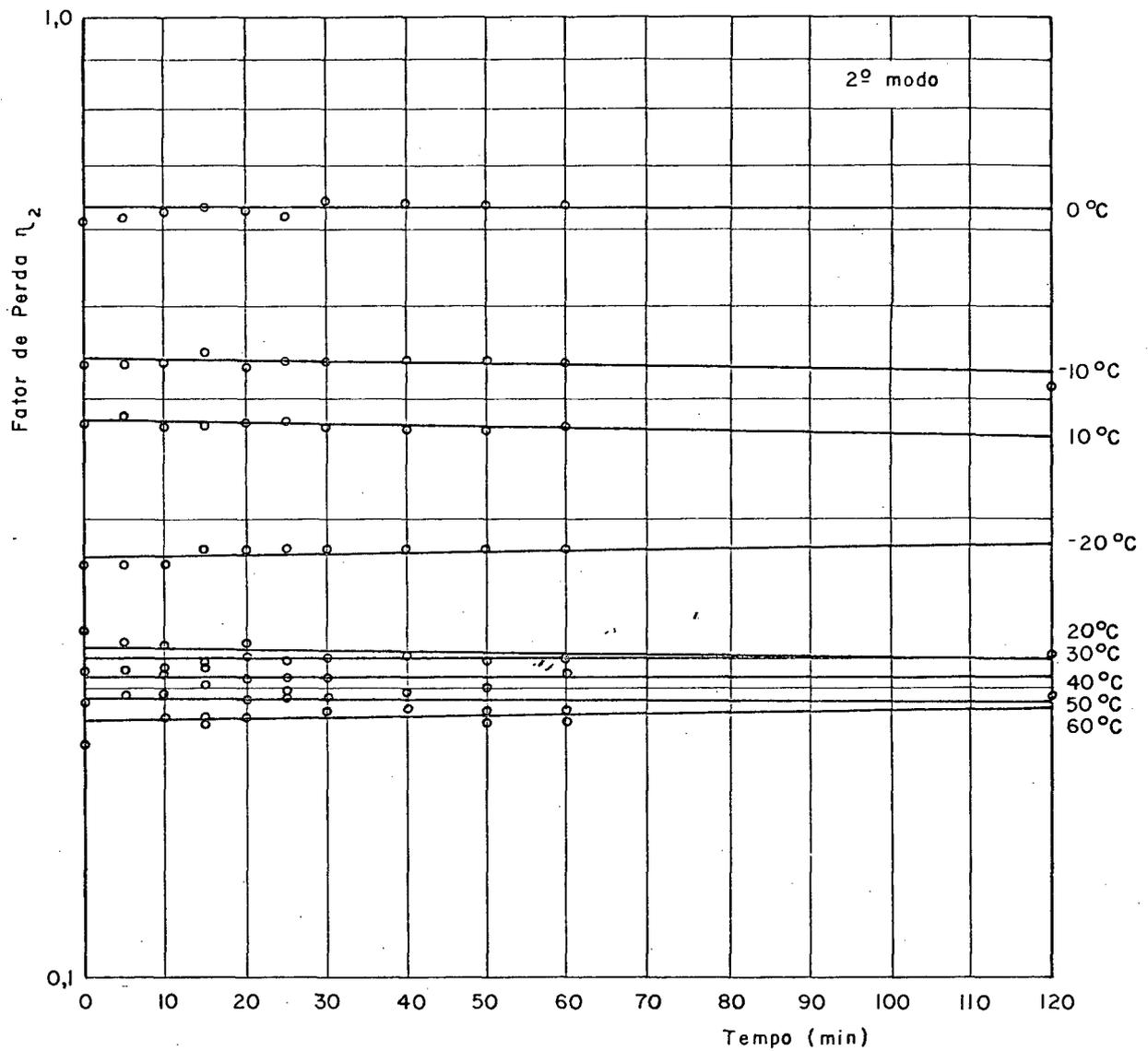


FIGURA 5.5 - Curva de estabilização do módulo de cisalhamento G

FIGURA 5.6 - Curva de estabilização do fator de perda η_2

Conforme se observa na figura 5.7, a variação do módulo de elasticidade com a temperatura para o segundo, terceiro e quarto modos da tira metálica é da ordem de $\pm 2,5\%$ em torno do valor de 200 GPa, clássico para o aço. Isto permite que se calcule a frequência natural da tira metálica f_n pela via teórica, através da equação 3.8, com estreita margem de erro. Elimina-se, assim, a determinação experimental de f_n , prevista em norma.

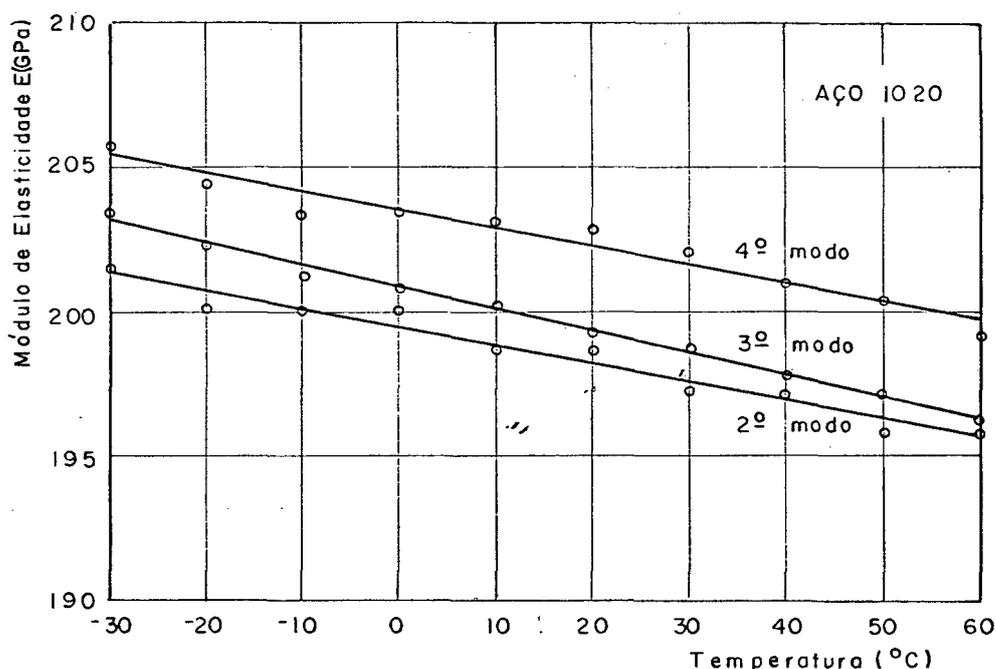


FIGURA 5.7 - Módulo de elasticidade do aço 1020 versus temperatura

Outro ensaio, efetuado a 24°C , visou caracterizar perfeitamente os modos de vibração de uma viga sanduíche. Nesse ensaio, a cadeia experimental, mostrada na figura 5.8, contou com dois acelerômetros de duas gramas cada, um como referência e outro móvel. A resposta, medida pelo acelerômetro móvel, foi dividida por aquela do acelerômetro fixo. Os resultados das medições são apresentadas na figura 5.9.

A amostra utilizada nos testes relatados em 5.3.1 foi a mesma empregada aqui, permitindo, assim, a avaliação conjunta das figuras 5.2 e 5.9. Dessa avaliação, concluiu-se que o presente ensaio serviu para separar, além de quaisquer dúvidas, os reais modos da viga de outros fenômenos comuns a ensaios desse tipo.

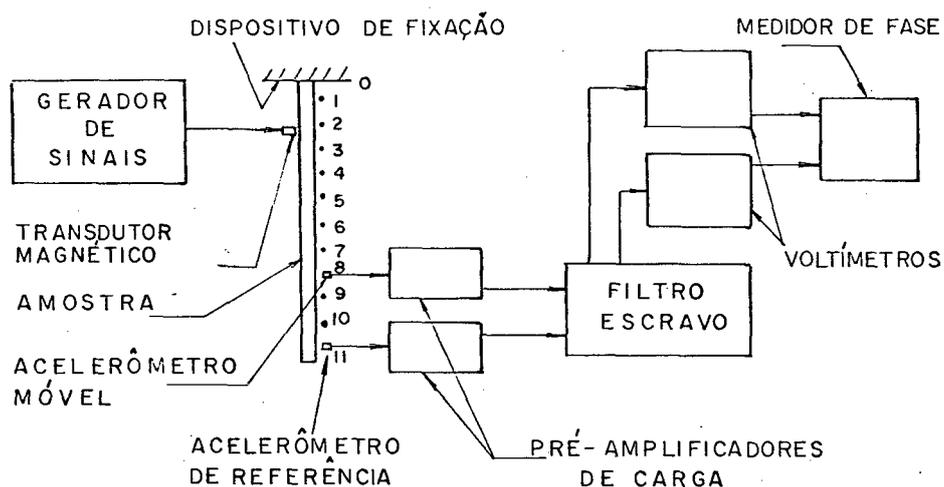


FIGURA 5.9 - Análise modal - Cadeia experimental

Equipamentos utilizados:

Acelerômetros Piezoelétricos Tipo 4375 B&K

Transdutor Magnético Tipo MM 0002 B&K

Dispositivo de Fixação Tipo 3930 B&K

Gerador de Sinais Tipo 1027 B&K

Pré-Amplificadores de Carga Tipo 2635 B&K

Filtro Escravo Tipo 5716 B&K

Voltímetros Tipo 2425 B&K

Medidor de Fase Tipo 2971 B&K

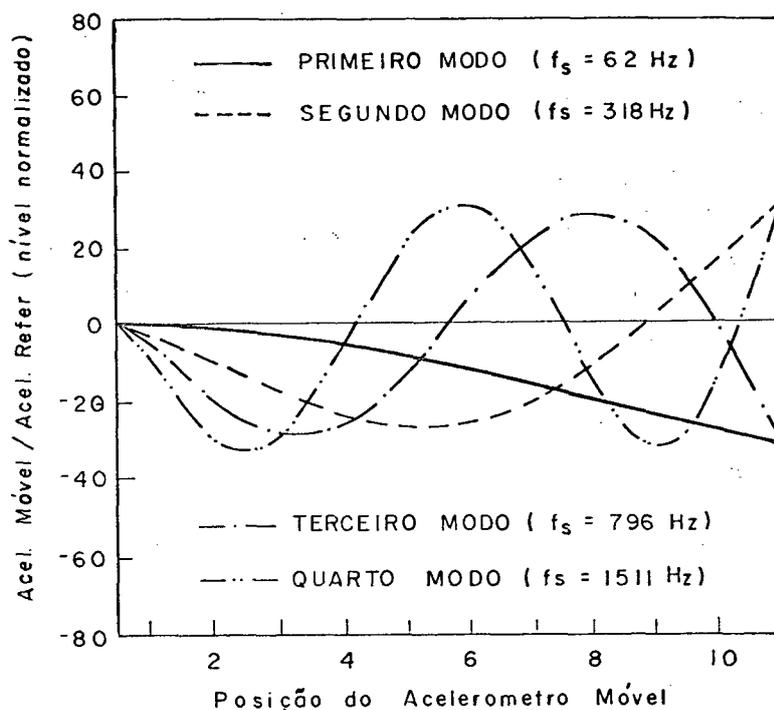


FIGURA 5.9 - Viga sanduíche - Modos de vibração

Por fim, realizou-se um ensaio destinado a examinar a influência dos modos vizinhos de vibração da viga sanduíche uns com os outros. Para isso, foi montada a cadeia experimental da figura 5.10. O ensaio consistiu em serem determinadas a amplitude de vibração (velocidade, é claro) e a fase na ressonância de um dado modo e em frequências próximas a essa, guardando espaçamentos regulares. De posse desses dados, foram construídos os diagramas de Nyquist das figuras 5.11, 5.12 e 5.13, para o segundo, terceiro e quarto modos, respectivamente. Através da mesma montagem da figura 5.10, foram também levantadas, pelo método da viga vibrante, as frequências de ressonância de cada modo da viga e respectivos fatores de perda. A temperatura de medição, controlada pela câmara, foi de 30°C.

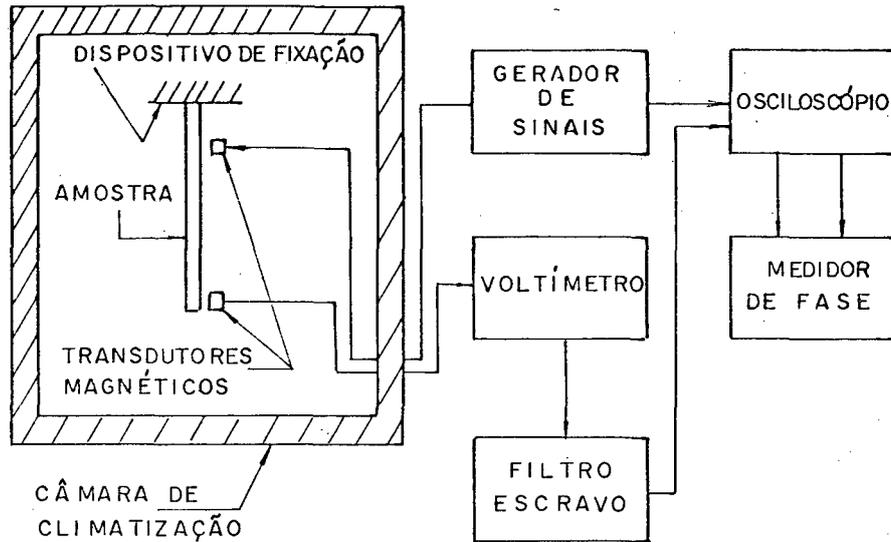


FIGURA 5.10 - Obtenção dos diagramas de Nyquist - Cadeia experimental

Equipamentos utilizados:

Transdutores Magnéticos MM 0002 B&K

Dispositivo de Fixação Tipo 3030 B&K

Gerador de Sinais Tipo 1027 B&K

Filtro Escravo Tipo 5716 B&K

Voltímetro Tipo 2425 B&K

Medidor de Fase Tipo 2971 B&K

Osciloscópio Iwatsu SS 5702

Câmara de Climatização

A tabela 1, a seguir, confronta os valores das frequências de ressonância e fatores de perda determinados pelo método normalizado e os obtidos com o auxílio dos diagramas de Nyquist. As diferenças observadas são desprezíveis, contrariando as expectativas relatadas no capítulo 3.

Modo	f_s (Norma)	f_s (Nyquist)	η_s (Norma)	η_s (Nyquist)
2	343,5	342,5	0,061	0,056
3	868,8	868,8	0,045	0,050
4	1609,3	1609,3	0,047	0,048

Tabela 1 - Viga Sanduíche - Frequências de Ressonância e Fatores de Perda a 30°C

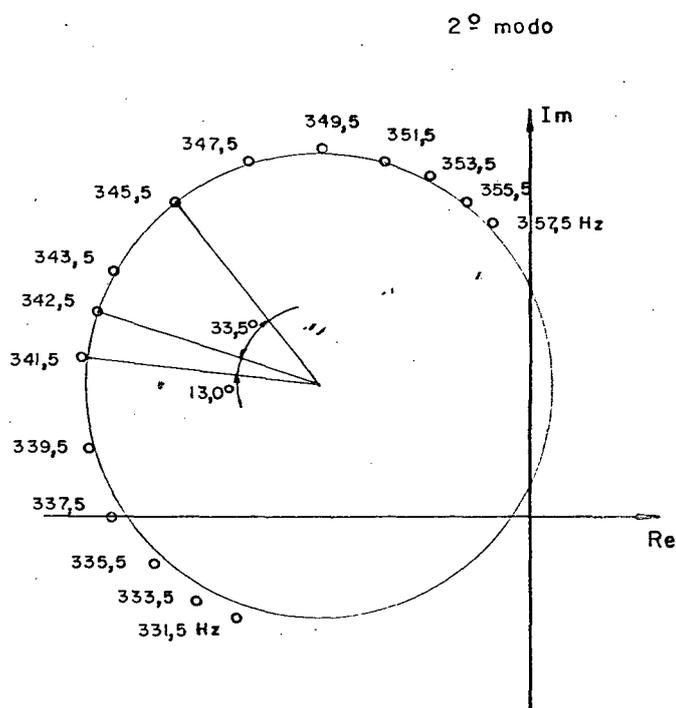


FIGURA 5.11 - Viga sanduíche - Diagrama de Nyquist relativo ao 2º modo

Uma descrição completa da utilização dos diagramas de Nyquist para a determinação de frequências de ressonância e fatores de perda de sistemas contínuos é encontrada na referência [48].

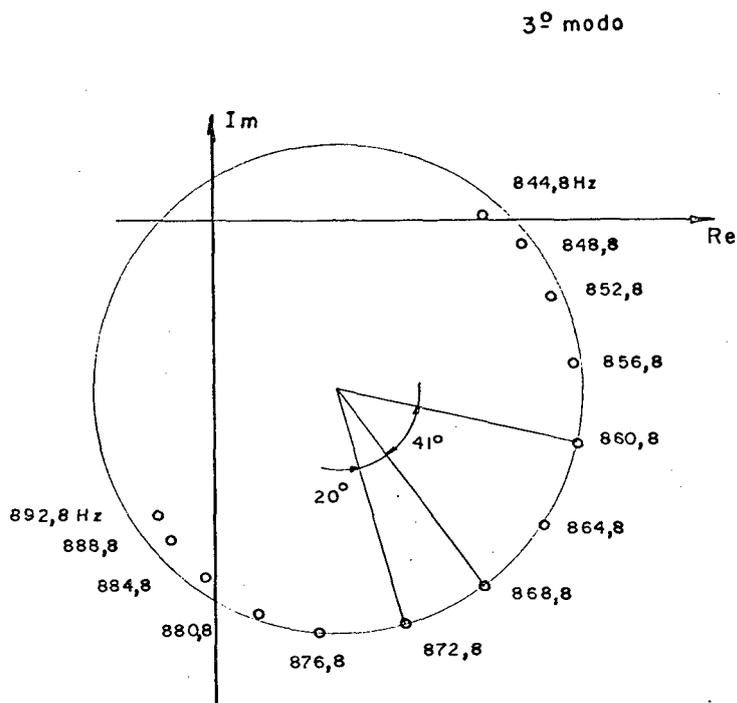


FIGURA 5.12 - Viga sanduíche - Diagrama de Nyquist relativo ao 3º modo

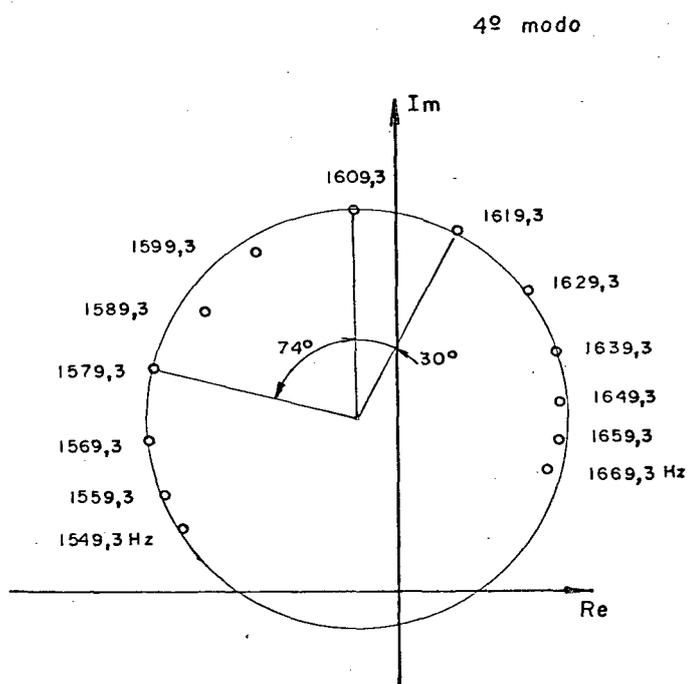


FIGURA 5.13 - Viga sanduíche - Diagrama de Nyquist relativo ao 4º modo

5.4 - Ensaio Finais com Vigas Sanduíche

Tendo em vista a exposição do capítulo 3 e as investigações preliminares aqui relatadas, os dados a serem colhidos experimentalmente foram:

- . densidades dos materiais da viga sanduíche
- . dimensões das vigas
- . frequências de ressonância e correspondentes bandas de meia potência.

Destes, apenas as densidades não foram relacionadas para análise estatística, uma vez que foram tomadas como constantes para todas as vigas.

A seguir, são descritos os procedimentos para coleta dos dados experimentais definitivos.

5.4.1 - Densidades

As densidades de aço 1020 e do elastômero KL 58 foram consideradas constantes ao longo da faixa de temperatura de medição para todas as vigas ensaiadas.

A densidade do aço 1020 foi determinada tomando-se a massa e o volume da viga Oberst citada no item 5.3.3, onde:

$$\begin{aligned}
 \text{massa (viga Oberst)} &= 58,1 \text{ g} \\
 \text{volume (viga Oberst)} &= 7,542 \text{ cm}^3 \\
 \Rightarrow \rho \text{ (massa / volume)} &= 7,70 \text{ g/cm}^3 \\
 &= 7,70 \times 10^3 \text{ kg/m}^3
 \end{aligned}$$

A massa da viga Oberst foi lida numa balança Marte, de

fabricação nacional, pertencente ao Laboratório de Mecânica dos Solos da UFSC. O volume foi calculado a partir do levantamento das dimensões da viga Oberst, utilizando-se um paquímetro Mitutoyo, procedente do Japão e pertencente ao Laboratório de Metrologia da UFSC.

Já a densidade do elastômero KL 58 foi obtida pelo levantamento da massa e do volume de uma amostra especial. Tal amostra foi confeccionada pela injeção e vulcanização do elastômero no molde citado no item 5.2, sem a presença do esqueleto metálico da viga composta. Entretanto, foi mantida a mesma pressão de vulcanização. Assim sendo, o elastômero ocupou totalmente a cavidade do molde, tomando a forma de uma viga sanduíche.

$$\begin{aligned} \text{massa (elastômero)} &= 23,8499 \text{ g} \\ \text{volume (elastômero)} &= 17,8 \text{ ml} = 17,8 \text{ cm}^3 \\ \Rightarrow \rho_1 \text{ (massa/volume)} &= 1,340 \text{ g/cm}^3 \\ &= 1,340 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

A massa dessa amostra foi medida numa balança de precisão Mettler H 10, de fabricação suíça enquanto o volume foi determinado com o auxílio de uma proveta graduada. Ambos, balança e proveta, pertencem ao Laboratório de Química da UFSC.

5.4.2 - Dimensões

As espessuras das tiras metálicas e da lâmina de elastômero das vigas sanduíche foram medidas com o auxílio de um microscópio projetor ausJena - 241, procedente da Alemanha Oriental. As

medições foram feitas em quatro pontos distintos e pré-determinados ao longo do comprimento da viga, sendo tomados os valores médios. A dispersão das leituras com relação à média foi pequena, girando em torno de 3%.

De acordo com as ponderações de Jones e Henderson [11], foi exigido que a relação entre as espessuras das tiras metálicas de cada viga (maior pela menor) fosse menor ou igual a 1,01. Esse cuidado se explica pela necessidade de se garantir que não houvesse diferença significativa entre as frequências naturais das tiras. Uma vez atendido o critério acima, foi selecionado, arbitrariamente, o maior valor de espessura da tira.

O comprimento livre das vigas foi determinado através de um paquímetro japonês Mitutoyo.

Tanto o microscópio projetor quanto o paquímetro pertencem ao Laboratório de Metrologia da UFSC.

A variação das dimensões com a temperatura foi desprezada.

5.4.3 - Frequências de Ressonância e Bandas de Meia Potência

O procedimento detalhado para determinação das frequências de ressonância e bandas de meia potência das vigas sanduíche pelo método da viga vibrante foi o seguinte:

- a. Inicialmente, uma vez colocada cada viga no dispositivo de fixação, conferia-se o posicionamento dos transdutores.
- b. Introduzidos viga e dispositivo dentro da câmara de climatização, selecionava-se a temperatura de -30°C .
- c. Obtida a temperatura de -30°C e respeitado o tempo de estabilização relativa das propriedades dinâmicas (conforme relatado no item 5.3.2), iniciavam-se as medições, através da

montagem indicada na figura 5.4. O sinal de excitação senoidal, fornecido pelo gerador de sinais, tinha sua frequência alterada manualmente. O sinal de resposta, filtrado, era monitorado no amplificador de medição, numa escala graduada em dB. As formas de ambos os sinais eram controladas no osciloscópio. As frequências de ressonância de cada modo da viga, bem como as frequências correspondentes às bandas de meia potência, eram lidas no mostrador digital do gerador de sinais. Note-se que, para sistemas lineares, a frequência de excitação é igual à frequência de resposta.

- d. Determinados os dados numa dada temperatura, passava-se para a próxima, em intervalos regulares de 10°C e respeitando o tempo de estabilização relativa.

Os ensaios foram conduzidos de -30°C a $+60^{\circ}\text{C}$, na faixa de frequência de 100 Hz a 2000 Hz. O limite inferior em frequência se deveu à desconsideração do primeiro modo de vibração das vigas (vide capítulo 3), enquanto que o superior é explicado pela faixa de confiabilidade dos transdutores magnéticos.

Tendo em vista as faixas de frequência e temperatura acima citadas e a resposta dinâmica das vigas (de má qualidade em torno de 0°C), os resultados das medições se concentraram nas seguintes temperaturas e modos de vibração:

-30°C , segundo e terceiro modos

-20°C , segundo e terceiro modos

-10°C , segundo modo

0°C , segundo modo

10°C , segundo modo

20°C , segundo e terceiro modos

30°C a 60°C , segundo, terceiro e quarto modos.

5.5 - Seleção de Dados Consistentes

Colhidos os dados experimentais e determinadas as propriedades dinâmicas, foram confeccionados, pela via computacional, pares de gráficos semelhantes aos ilustrados nas figuras 5.14 e 5.15 para cada viga ensaiada. Segundo Rogers e Nashif [10] e King [21], o gráfico frequência de ressonância versus temperatura é importante, porque os dados geralmente se dispõem ao longo de suaves curvas paralelas para cada modo observado. Já no gráfico fator de perda versus temperatura, os dados assumem a forma de uma parábola invertida, permitindo o ajuste de uma curva suave. Assim, ambos os gráficos podem ser utilizados para seleção dos pontos (dados) consistentes, pontos esses numerados sequencialmente face à ordem de medição nos ensaios.

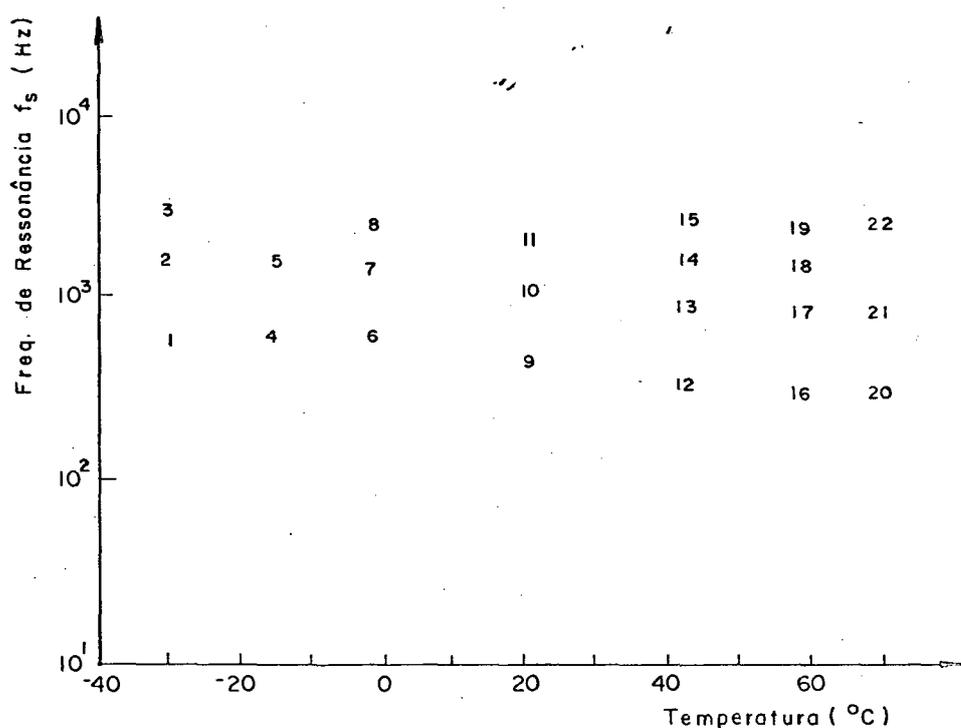


FIGURA 5.14 - Gráfico de orientação frequência de ressonância f_s versus temperatura

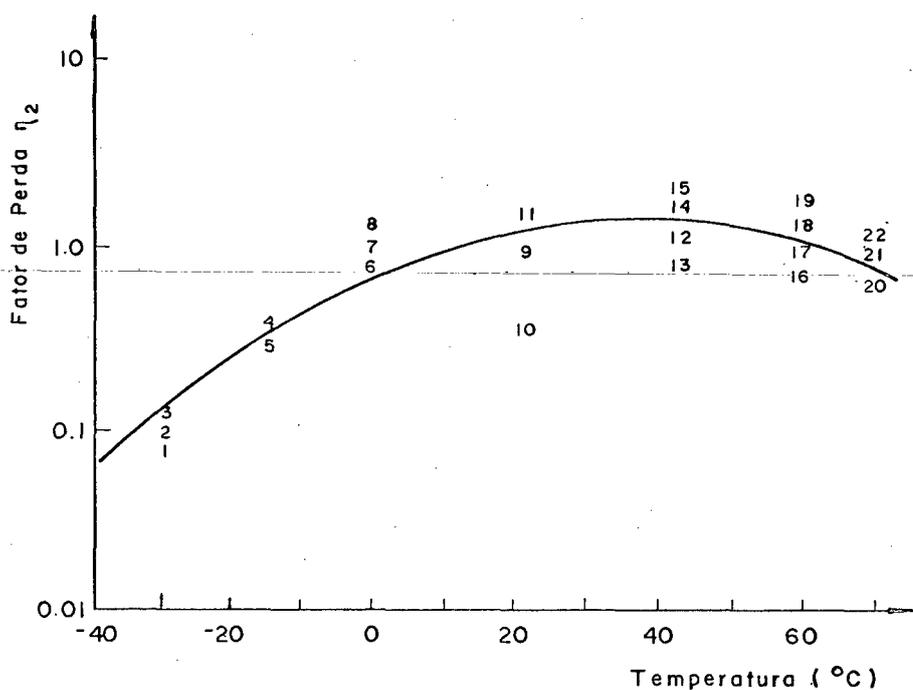


FIGURA 5.15 - Gráfico de orientação fator de perda η_2 versus temperatura

Analisados os gráficos como descrito acima e escolhidos os dados confiáveis, passou-se à análise estatística. O capítulo seguinte faz a apresentação e discussão dos resultados obtidos.

Capítulo 6 - Apresentação e Discussão dos Resultados

O presente capítulo se dedica à análise dos dados contidos nas tabelas 2 a 32, relacionadas, bem como as tabelas subsequentes, ao final. Esses dados, tal como descrito no capítulo anterior, foram coletados a partir de uma série de medições nas vigas sanduíche, bem como através do posterior processamento numérico das informações experimentais, tanto para cálculo das propriedades dinâmicas do elastômero quanto para a seleção dos valores consistentes.

Duas observações quanto às tabelas supra-citadas são imediatas: o posicionamento da temperatura de transição do elastômero em 0 °C e o não aproveitamento dos dados referentes às medições efetuadas a partir de 20 °C, no terceiro e quarto modos de vibração das vigas.

O posicionamento da temperatura de transição do elastômero em 0°C, explica a má qualidade da resposta dinâmica das vigas em torno dessa temperatura.

Os dados desconsiderados foram apontados pelos gráficos fator de perda do elastômero versus temperatura, uma vez que os gráficos frequência de ressonância versus temperatura não indicaram nada de incomum.

Uma hipótese, a ser testada, para o não aproveitamento dos dados nas temperaturas e modos relatados acima, seria a simulação deficiente de engaste oferecida pelo dispositivo de fixação utilizado. A deficiência estaria aí se evidenciando por se encontrar o elastômero na sua região elástica.

Entretanto, os dados coletados são qualitativa e quantitativamente suficientes para que se possa efetuar a

caracterização dinâmica de quaisquer elastômeros. Logo, permanecem as motivações do estudo ora desenvolvido.

As tabelas 33, 34 e 35 apresentam as médias, desvios padrões e coeficientes de variação amostrais dos dados coletados, segundo a abordagem univariada. O coeficiente de variação, definido como sendo o quociente do desvio padrão pela média, expresso percentualmente, indica a dispersão relativa dos dados.

Nota-se que os valores médios dos parâmetros dimensionais se aproximam satisfatoriamente daqueles pré-estabelecidos para a confecção das amostras, quais sejam, 217 mm de comprimento, 2,5 mm de espessura das tiras e 0,5 mm de espessura do elastômero.

Ressaltam-se, da tabela 35, as pequenas, ou até ínfimas, dispersões relativas dos parâmetros dimensionais e das frequências de ressonância, tanto das tiras quanto das vigas, em contraposição aos significativos coeficientes de variação relativos às larguras das bandas de meia potência e às propriedades dinâmicas do elastômero. Larguras de banda e fatores de perda concentram suas maiores dispersões para as temperaturas negativas.

Interessa, entretanto, que se levantem informações quanto à interdependência dos dados obtidos experimentalmente, a saber, espessuras das tiras metálicas e do elastômero, comprimento e frequência de ressonância das vigas e largura das bandas de meia potência, assim como quanto à sua variância conjunta (ou seja, do ponto de vista multivariado). Tais informações se destinam a avaliar a relevância dessas variáveis.

O exame das correlações fornece algumas pistas preliminares. Os quadros 1 e 2 mostram os coeficientes de correlação para as temperaturas de -20°C e 40°C , ambos relativos ao segundo modo de vibração. Os coeficientes relacionados constituem

representantes adequados dos demais, face ao que será exposto nos parágrafos seguintes.

	H	H ₂	l	f ₂	Δf _s
H	1.00	-0.62	0.01	0.02	-0.42
H ₂	-0.62	1.00	0.16	0.16	0.50
l	0.01	0.16	1.00	-0.40	0.28
f _s	0.02	0.16	-0.40	1.00	0.16
Δf _s	-0.42	0.50	0.28	0.16	1.00

Quadro 1 - Coeficientes de correlação dos dados experimentais a -20 °C

	H	H ₂	l	f ₂	Δf _s
H	1.00	-0.62	0.01	0.15	0.18
H ₂	-0.62	1.00	0.16	-0.35	-0.33
l	0.01	0.16	1.00	-0.86	-0.79
f _s	0.15	-0.35	-0.86	1.00	0.74
Δf _s	0.18	-0.33	-0.79	0.74	1.00

Quadro 2 - Coeficientes de correlação dos dados experimentais a 40 °C

A espessura das tiras revela-se correlacionada com a espessura do elastômero através de coeficientes expressivos, constantes e negativos ao longo de todas as temperaturas de ensaio. O procedimento de fabricação das amostras e o fato de se considerar as variáveis dimensionais constantes com a temperatura (vide capítulo 5) explicam tais coeficientes. Já ambas as espessuras e o comprimento das vigas encontram-se completamente descorrelacionados, o que não constitui surpresa.

O comprimento das vigas, como era esperado, apresenta relevante correlação negativa com a frequência de ressonância.

Igualmente previsíveis, face ao comportamento dinâmico das vigas sanduíche em temperatura, são os progressivos índices de correlação positiva entre a frequência de ressonância e a largura de banda a partir da temperatura de transição.

Em decorrência do que foi exposto nos dois parágrafos anteriores, de 30°C em diante são registrados pronunciados coeficientes de correlação negativa entre o comprimento das vigas e a largura de banda.

A aplicação da técnica de componentes principais possibilita revelações interessantes quanto à variância conjunta.

Os quadros 3, 4 e 5 ilustram as componentes principais obtidas a partir das variáveis correspondentes aos dados experimentais, para as temperaturas de -30°C , -10°C e 40°C , segundo modo de vibração, bem como a proporção da variância amostral total devida a cada uma.

Pelo que se observa desses quadros, representativos dos demais, a componente 1 responde sozinha pela dispersão conjunta dos dados experimentais coletados fora do intervalo de -20°C a 10°C . Dentro desse intervalo, a componente 2 também colabora,

embora em papel secundário, na explicação da variância amostral.

Ora, a componente 2, embora combinando linearmente frequência de ressonância e largura de banda, é amplamente caracterizada por essa última. Enquanto a largura de banda apresenta um coeficiente de correlação em torno de 1.0, com a componente 2, para todas as temperaturas, o índice máximo para a frequência de ressonância é da ordem de -0.2 (-20°C, segundo modo).

A componente 1 também resulta de uma combinação linear entre a frequência de ressonância e a largura de banda. Ocorre aqui, entretanto, uma preponderância da frequência de ressonância, com coeficientes de correlação sempre iguais a 1.0. Já a largura de banda oscila em sua participação. Nas temperaturas negativas, revela-se fracamente correlacionada com a componente 1. Em 0°C e 10°C, não há correlação. A partir de 20°C, o coeficiente de correlação começa a crescer, atingindo, em 60°C, um máximo de 0.84.

Componente	Combinação Linear	Proporção (%)
1	$1.00 f_s + 0.05 \Delta f_s$	94.2
2	$-0.05 f_s + 1.00 \Delta f_s$	5.8
3	$0.01 H_2 + 1.00 l$	0.0
4	$-0.56 H + 0.82 H_2$	0.0
5	$0.82 H + 0.56 H_2$	0.0

Quadro 3 - Componentes principais a -30 °C

Componente	Combinação Linear	Proporção (%)
1	$0.97 f_{\text{e}} - 0.24 \Delta f_{\text{e}}$	63.7
2	$0.24 f_{\text{e}} + 0.97 \Delta f_{\text{e}}$	36.3
3	1.00 1	0.0
4	$-0.60 H + 0.80 H_2$	0.0
5	$0.80 H + 0.60 H_2$	0.0

Quadro 4 - Componentes principais a -10 °C

Componente	Combinação Linear	Proporção (%)
1	$0.99 f_{\text{e}} + 0.12 \Delta f_{\text{e}}$	98.9
2	$-0.12 f_{\text{e}} + 0.99 \Delta f_{\text{e}}$	1.1
3	$0.03 H - 0.04 H_2 + 1.00 1$	0.0
4	$-0.58 H + 0.81 H_2 + 0.05 1$	0.0
5	$0.81 H + 0.58 H_2$	0.0

Quadro 5 - Componentes principais a 40 °C

Decorre dessas análises que frequência de ressonância e largura de banda são as variáveis chave na explicação da dispersão dos dados experimentais, tomados conjuntamente.

Considerem-se agora as médias amostrais relativas às propriedades dinâmicas, exibidas na tabela 33. Quantas vigas sanduíche necessitariam ser ensaiadas de modo que as médias amostrais de tais propriedades estivessem contidas em intervalos de confiança pré-estabelecidos?

A tabela 36, tomando como referência o fator de perda do elastômero, relaciona as quantidades de unidades amostrais necessárias para serem garantidos intervalos de confiança da ordem de $\pm 20\%$ em torno dos valores médios. O valor de n_1 corresponde a intervalos de confiança de 90% e n_2 , intervalos de 80%.

O fator de perda é tomado como parâmetro de referência por apresentar maiores coeficientes "de variação do que o módulo de cisalhamento. Ou seja, constitui parâmetro de maior criticidade.

A ordem de grandeza especificada para os intervalos de confiança foi arbitrada face ao que se considerou como razoável em termos de projetos de controle de vibrações e ruídos.

Da tabela em foco, constata-se que, para intervalos com no mínimo de 90% de confiança em todas as temperaturas, onze unidades amostrais são requeridas. Já para intervalos de 80%, há uma redução para sete unidades.

A aplicação do procedimento de intervalos de confiança é validada tanto pelo número de vigas sanduíche ensaiadas (31) quanto pelos níveis de significância obtidos.

Amostra: KL58 001						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.519				Espessura H ₂ (mm) : 0.583		
Comprimento l (mm) : 216.85						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	276	607	15	4.111E8	0.226
	3	774	1688	45	1.025E9	0.221
- 20	2	276	582	35	2.163E8	0.35
	3	774	1546	60	3.937E8	0.159
- 10	2	276	516	70	7.954E7	0.451
0	2	276	435	116	2.986E7	0.737
10	2	276	373	51	1.560E7	0.372
20	2	276	350	33	1.106E7	0.285
30	2	276	337	23	8.766E6	0.227
40	2	276	327	17	7.122E6	0.192
50	2	276	317	12	5.583E6	0.161
60	2	276	310	11	4.563E6	0.172

TABELA 2 - Amostra 1 - Dados coletados

Amostra: KL58 002						
Propriedades da Tira Metálica			Propriedades do Elastômero			
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340			Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700			
Espessura H (mm) : 2.538			Espessura H ₂ (mm) : 0.573			
Comprimento l (mm) : 216.90						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	278	608	12	3.217E8	0.144
	3	779	1700	36	8.809E8	0.152
- 20	2	278	571	37	1.718E8	0.291
	3	779	1523	80	3.336E8	0.199
- 10	2	278	524	93	7.288E7	0.607
0	2	278	452 "	107	3.367E7	0.652
10	2	278	378	58	1.493E7	0.429
20	2	278	358	33	1.211E7	0.27
30	2	278	342	24	8.38076E6	0.242
40	2	278	333	17	6.935E6	0.194
50	2	278	323	14	5.414E6	0.191
60	2	278	315	12	4.270E6	0.196

TABELA - 3 - Amostra 2 - Dados coletados

Amostra: KL58 003						
Propriedades da Tira Metálica			Propriedades do Elastômero			
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340			Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700			
Espessura H (mm) : 2.529			Espessura H ₂ (mm) : 0.560			
Comprimento l (mm) : 216.80						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G(Pa)	η_2
- 30	2	278	587	11	2.544E8	0.117
	3	777	1695	48	1.077E9	0.256
- 20	2	278	576	27	1.974E8	0.253
	3	777	1546	63	3.831E8	0.169
- 10	2	278	539	70	1.000E8	0.508
0	2	278	462	86	4.140E7	0.516
10	2	278	395	60	1.997E7	0.397
20	2	278	380	28	1.681E7	0.195
30	2	278	350	23	1.062E7	0.2
40	2	278	329	16	7.064E7	0.179
50	2	278	319	13	5.548E6	0.172
60	2	278	311	11	4.409E6	0.173

TABELA 4 - Amostra 3 - Dados coletados

Amostra: KL58 004						
Propriedades da Tira Metálica			Propriedades do Elastômero			
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340			Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700			
Espessura H (mm) : 2.531			Espessura H ₂ (mm) : 0.584			
Comprimento l (mm) : 217.30						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	277	574	13	2.016E8	0.116
	3	774	1643	49	7.102E8	0.183
- 20	2	277	558	89	1.469E8	0.307
	3	774	1489	64	2.979E8	0.151
- 10	2	277	504	80	6.788E7	0.503
0	2	277	433 "	107	2.993E7	0.671
10	2	277	371	48	1.520E7	0.355
20	2	277	347	33	1.049E7	0.294
30	2	277	332	23	7.912E6	0.243
40	2	277	322	18	6.321E6	0.221
50	2	277	312	14	4.833E6	0.210
60	2	277	304	13	3.711E6	0.239

TABELA 5 - Amostra 4 - Dados coletados

Amostra: KL58 005						
Propriedades da Tira Metálica			Propriedades do Elastômero			
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340			Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700			
Espessura H (mm) : 2.505			Espessura H ₂ (mm) : 0.596			
Comprimento l (mm) : 216.90						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	275	581	11	2.394E8	0.108
	3	769	1589	29	5.261E8	0.088
- 20	2	275	566	39	1.708E8	0.333
	3	769	1460	41	2.717E8	0.088
- 10	2	275	513	70	7.933E7	0.448
0	2	275	435	106	3.161E7	0.659
10	2	275	379	45	1.769E7	0.313
20	2	275	353	33	1.212E7	0.273
30	2	275	339	23	9.531E6	0.217
40	2	275	328	17	7.655E6	0.184
50	2	275	318	13	6.065E6	0.66
60	2	275	309	12	4.721E6	0.184

TABELA 6 - Amostra 5 - Dados coletados

Amostra: KL58 006						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.549				Espessura H ₂ (mm) : 0.535		
Comprimento l (mm) : 217.25						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	279	587	10	2.548E8	0.111
	3	780	1679	38	9.553E8	0.189
- 20	2	279	575	18	1.971E8	0.171
	3	780	1565	56	4.189E8	0.162
- 10	2	279	535	57	9.734E7	0.549
0	2	279	461	90	3.912E7	0.549
10	2	279	392	34	1.888E7	0.226
20	2	279	374	31	1.476E7	0.227
30	2	279	350	22	1.013E7	0.194
40	2	279	332	17	7.145E6	0.186
50	2	279	320	14	5.364E6	0.186
60	2	279	312	12	4.259E6	0.190

TABELA 7 - Amostra 6 - Dados coletados

Amostra: KL58 007						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.515				Espessura H ₂ (mm) : 0.593		
Comprimento l (mm) : 217.20						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	275	584	11	2.531E8	0.113
	3	770	1680	46	9.966E8	0.219
- 20	2	275	573	30	1.964E8	0.272
	3	770	1500	30	3.263E8	0.072
- 10	2	275	538	72	1.038E8	0.521
0	2	275	459 "	104	4.073E7	0.637
10	2	275	386	57	1.908E7	0.386
20	2	275	357	33	1.283E7	0.265
30	2	275	340	23	9.632E6	0.216
40	2	275	322	16	6.617E6	0.192
50	2	275	311	12	4.952E6	0.177
60	2	275	303	11	3.816E6	0.199

TABELA 8 - Amostra 7 - Dados coletados

Amostra: KL58 008						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.549				Espessura H ₂ (mm) : 0.544		
Comprimento l (mm) : 217.05						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	279	584	14	2.301E8	0.143
	3	782	1666	41	8.131E8	0.176
- 20	2	279	566	24	1.633E8	0.203
	3	782	1542	50	3.661E8	0.132
- 10	2	279	533	86	8.477E7	0.621
0	2	279	442	119	2.973E7	0.764
10	2	279	375	55	1.473E7	0.407
20	2	279	349	36	9.899E6	0.324
30	2	279	338	25	8.094E6	0.254
40	2	279	328	19	6.538E6	0.222
50	2	279	319	14	5.223E6	0.192
60	2	279	313	11	4.389E6	0.172

TABELA 9 - Amostra 8 - Dados coletados

Amostra: KL58 009						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.538				Espessura H_2 (mm) : 0.585		
Comprimento l (mm) : 217.15						
T (°C)	Modo	f_n (Hz)	f_s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	278	592	10	2.757E8	0.108
	3	778	1666	57	7.978E8	0.232
- 20	2	278	577	30	1.967E8	0.272
	3	778	1552	43	3.991E8	0.113
- 10	2	278	542	65	1.069E8	0.464
0	2	278	467	101	4.301E7	0.613
10	2	278	392	60	3.040E7	0.353
20	2	278	370	30	1.496E7	0.222
30	2	278	352	25	1.128E7	0.213
40	2	278	327	17	6.941E6	0.196
50	2	278	316	14	5.259E6	0.197
60	2	278	308	11	4.115E6	0.187

TABELA 10 - Amostra 9 - Dados coletados

Amostra: KL58 010						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.576				Espessura H ₂ (mm) : 0.506		
Comprimento l (mm) : 217.15						
T (°C)	Modo	f_n (Hz)	f_s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	281	594	9	2.731E8	0.108
	3	789	1691	34	9.756E8	0.177
- 20	2	281	580	32	1.895E8	0.318
	3	789	1494	38	2.721E8	0.091
- 10	2	281	539	81	8.660E7	0.605
0	2	281	443	118	2.797E7	0.764
10	2	281	380	41	1.984E7	0.335
20	2	281	353	33	9.688E6	0.294
30	2	281	341	22	7.778E6	0.223
40	2	281	332	16	6.429E6	0.183
50	2	281	322	13	5.016E6	0.178
60	2	281	314	12	3.953E6	0.196

TABELA 11 - Amostra 10 - Dados coletados

Amostra: KL58 011						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.566				Espessura H ₂ (mm) : 0.539		
Comprimento l (mm) : 217.00						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	281	592	8	2.575E8	0.087
	3	787	1688	37	9.156E8	0.173
- 20	2	281	581	26	1.984E8	0.247
	3	787	1627	37	5.750E8	0.125
- 10	2	281	548	61	1.080E8	0.452
0	2	281	478	98	2.095E7	0.405
10	2	281	423	63	2.623E7	0.386
20	2	281	373	22	1.417E7	0.163
30	2	281	364	23	1.234E7	0.183
40	2	281	340	18	8.081E6	0.182
50	2	281	326	15	5.919E6	0.187
60	2	281	314	12	4.231E6	0.192

TABELA 12 - Amostra 11 - Dados coletados

Amostra: KL58 012						
Propriedades da Tira Metálica			Propriedades do Elastômero			
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340			Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700			
Espessura H (mm) : 2.536			Espessura H ₂ (mm) : 0.4704			
Comprimento l (mm) : 217.20						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	277	587	12	2.548E8	0.127
	3	777	1666	41	8.428E8	0.175
- 20	2	277	570	36	1.744E8	0.316
	3	777	1488	40	2.936E8	0.094
- 10	2	277	531	60	9.547E7	0.409
0	2	277	449	112	3.426E7	0.700
10	2	277	379	56	1.645E7	0.399
20	2	277	353	35	1.129E7	0.297
30	2	277	356	23	8.320E6	0.233
40	2	277	325	16	6.565E6	0.190
50	2	277	316	13	5.217E6	0.182
60	2	277	309	11	4.225E6	0.181

TABELA 13 - Amostra 12 - Dados coletados

Amostra: KL58 013						
Propriedades da Tira Metálica			Propriedades do Elastômero			
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340			Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700			
Espessura H (mm) : 2.584			Espessura H ₂ (mm) : 0.534			
Comprimento l (mm) : 217.40						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _e (Hz)	Δf_e (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	282	600	12	2.989E8	0.147
	3	790	1629	22	5.756E8	0.074
- 20	2	282	564	20	1.494E8	0.159
	3	790	1492	39	2.719E8	0.091
- 10	2	282	537	43	9.802E7	0.291
0	2	282	470	103	4.002E7	0.635
10	2	282	420	48	2.537E7	0.293
20	2	282	377	27	1.472E7	0.197
30	2	282	355	23	1.061E7	0.197
40	2	282	333	18	6.793E6	0.203
50	2	282	321	14	5.041E6	0.195
60	2	282	316	12	4.355E6	0.187

TABELA 14 - Amostra 13 - Dados coletados

Amostra: KL58 014						
Propriedades da Tira Metálica			Propriedades do Elastômero			
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340			Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700			
Espessura H (mm) : 2.551			Espessura H ₂ (mm) : 0.523			
Comprimento l (mm) : 217.30						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	279	598	15	3.297E8	0.208
	3	780	1629	28	6.437E8	0.105
- 20	2	279	561	16	1.557E8	0.133
	3	780	1501	39	3.010E8	0.097
- 10	2	279	538	61	9.894E7	0.448
0	2	279	470 "	102	4.116E7	0.641
10	2	279	393	74	1.807E7	0.508
20	2	279	364	39	1.246E7	0.308
30	2	279	339	23	8.124E6	0.23
40	2	279	330	18	6.733E6	0.203
50	2	279	322	14	5.565E6	0.18
60	2	279	314	12	4.458E6	0.182

TABELA 15 - Amostra 14 - Dados coletados

Amostra: KL58 016						
Propriedades da Tira Metálica			Propriedades do Elastômero			
Densidade ρ (kg/m ³): 1340			Densidade ρ_1 (kg/m ³): 7700			
Espessura H (mm): 2.575			Espessura H ₂ (mm): 0.561			
Comprimento l (mm): 216.95						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	282	596	16	2.583E8	0.17
	3	790	1627	22	5.533E8	0.069
- 20	2	282	583	25	1.977E8	0.227
	3	790	1584	69	4.223E8	0.179
- 10	2	282	520	56	7.837E7	0.348
0	2	282	459 "	117	3.520E7	0.728
10	2	282	382	60	1.579E7	0.432
20	2	282	353	39	1.025E7	0.347
30	2	282	332	21	6.821E6	0.241
40	2	282	323	18	5.469E6	0.241
50	2	282	315	14	4.338E6	0.224
60	2	282	307	11	3.265E6	0.221

TABELA 16 - Amostra 15 - Dados coletados

Amostra: KL58 016						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.545				Espessura H ₂ (mm) : 0.549		
Comprimento l (mm) : 216.90						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	279	593	15	2.754E8	0.172
	3	782	1624	25	5.987E8	0.085
- 20	2	279	554	23	1.361E8	0.174
	3	782	1480	83	2.672E8	0.194
- 10	2	279	532	72	8.911E7	0.501
0	2	279	442	99	3.151E7	0.612
10	2	279	391	60	1.837E7	0.408
20	2	279	365	38	1.297E7	0.297
30	2	279	339	24	8.318E6	0.24
40	2	279	328	20	6.581E6	0.233
50	2	279	317	17	4.970E6	0.242
60	2	279	307	12	3.613E6	0.219

TABELA 17 - Amostra 16 - Dados coletados

Amostra: KL58 017						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.573				Espessura H ₂ (mm) : 0.536		
Comprimento l (mm) : 216.90						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G(Pa)	η_2
- 30	2	282	594	14	2.564E8	0.153
	3	790	1663	26	7.241E8	0.101
- 20	2	282	555	18	1.301E8	0.133
	3	790	1490	69	2.654E8	0.160
- 10	2	282	531	71	8.387E7	0.481
0	2	282	450	117	3.121E7	0.740
10	2	282	376	46	1.430E7	0.342
20	2	282	356	39	1.494E7	0.338
30	2	282	338	26	7.535E6	0.274
40	2	282	327	19	5.884E6	0.237
50	2	282	319	14	4.756E6	0.204
60	2	282	311	12	3.681E6	0.214

TABELA 18 - Amostra 17 - Dados coletados

Amostra: KL58 018						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.535				Espessura H ₂ (mm) : 0.588		
Comprimento l (mm) : 216.70						
T (°C)	Modo	f_n (Hz)	f_s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	279	590	8	2.553E8	0.091
	3	780	1678	31	8.665E8	0.129
- 20	2	279	581	23	2.090E8	0.211
	3	780	1643	48	6.597E8	0.167
- 10	2	279	542	60	1.072E8	0.418
0	2	279	468 //	118	4.101E7	0.735
10	2	279	389	76	1.838E7	0.524
20	2	279	361	40	1.280E7	0.320
30	2	279	339	26	8.783E6	0.257
40	2	279	328	19	6.981E6	0.218
50	2	279	318	14	5.448E6	0.192
60	2	279	309	12	4.151E6	0.203

TABELA 19 - Amostra 18 - Dados coletados

Amostra: KL58 019						
Propriedades da Tira Metálica			Propriedades do Elastômero			
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340			Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700			
Espessura H (mm) : 2.541			Espessura H ₂ (mm) : 0.541			
Comprimento l (mm) : 217.10						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	278	586	8	2.519E8	0.087
	3	779	1652	26	7.686E8	0.107
- 20	2	278	570	33	1.740E8	0.298
	3	779	1488	44	2.864E8	0.106
- 10	2	278	539	65	1.004E8	0.476
0	2	278	445	118	3.101E7	0.757
10	2	278	379	55	1.577E7	0.395
20	2	278	350	39	1.019E7	0.345
30	2	278	329	24	6.798E6	0.272
40	2	278	322	18	5.768E6	0.229
50	2	278	313	15	4.499E6	0.229
60	2	278	306	12	3.567E6	0.220

TABELA 20 - Amostra 19 - Dados coletados

Amostra: KL58 020						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.576				Espessura H ₂ (mm) : 0.530		
Comprimento l (mm) : 218.60						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	283	577	11	1.803E8	0.096
	3	793	1672	46	7.339E8	0.185
- 20	2	283	567	23	1.502E8	0.184
	3	793	1504	43	2.788E8	0.101
- 10	2	283	593	73	8.911E7	0.512
0	2	283	452	111	3.177E7	0.693
10	2	283	377	66	1.385E7	0.499
20	2	283	356	38	1.022E7	0.332
30	2	283	341	25	7.779E6	0.257
40	2	283	332	18	6.414E6	0.210
50	2	283	323	14	5.119E6	0.192
60	2	283	316	12	4.164E6	0.193

TABELA 21 - Amostra 20 - Dados coletados

Amostra: KL58 021						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.546				Espessura H ₂ (mm) : 0.570		
Comprimento l (mm) : 216.95						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _e (Hz)	Δf_e (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	279	590	10	2.555E8	0.104
	3	781	1668	36	8.029E8	0.146
- 20	2	279	575	32	1.831E8	0.283
	3	781	1524	86	2.292E6	0.214
- 10	2	279	524	84	7.922E7	0.563
0	2	279	442	116	3.086E7	0.732
10	2	279	379	54	1.608E7	0.387
20	2	279	350	34	1.579E7	0.215
30	2	279	334	24	7.699E6	0.256
40	2	279	324	18	6.142E6	0.223
50	2	279	315	14	4.824E6	0.208
60	2	279	306	12	3.581E6	0.225

TABELA 22 - Amostra 21 - Dados coletados

Amostra: KL58 022						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.553				Espessura H ₂ (mm) : 0.565		
Comprimento l (mm) : 217.10						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G(Pa)	η_2
- 30	2	279	598	12	3.011E8	0.142
	3	783	1676	34	8.538E8	0.145
- 20	2	279	581	29	2.033E8	0.274
	3	783	1538	68	3.538E8	0.174
- 10	2	279	550	59	1.161E8	0.438
0	2	279	465	98	4.086E7	0.594
10	2	279	395	16	1.579E7	0.215
20	2	279	377	30	1.579E7	0.215
30	2	279	360	24	1.225E7	0.194
40	2	279	335	17	7.786E6	0.179
50	2	279	323	14	5.912E6	0.178
60	2	279	313	11	4.468E6	0.172

TABELA 23 - Amostra 22 - Dados coletados

Amostra: KL58 023						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.550				Espessura H ₂ (mm) : 0.589		
Comprimento l (mm) : 216.85						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	280	601	11.5	3.066E8	0.132
	3	783	1663	38	7.354E8	0.140
- 20	2	280	587	28	2.207E8	0.268
	3	783	1571	107	4.011E8	0.289
- 10	2	280	452	36	9.298E7	0.225
0	2	280	452	94	3.663E7	0.561
10	2	280	381	54	1.670E7	0.382
20	2	280	355	36	1.143E7	0.305
30	2	280	342	24	9.117E6	0.232
40	2	280	331	17	7.285E6	0.190
50	2	280	322	13	5.879E6	0.169
60	2	280	312	12	4.409E6	0.193

TABELA 24 - Amostra 23 - Dados coletados

Amostra: KL58 024						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.544				Espessura H ₂ (mm) : 0.553		
Comprimento l (mm) : 216.95						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	279	566	11	1.676E8	0.091
	3	781	1644	39	6.863E8	0.146
- 20	2	279	557	20	1.438E8	0.154
	3	781	1502	38	3.032E8	0.092
- 10	2	279	526	63	8.629E7	0.420
0	2	279	440	104	3.068E7	0.648
10	2	279	377	52	1.543E7	0.378
20	2	279	348	35	9.883E6	0.317
30	2	279	335	25	7.736E6	0.263
40	2	279	323	18	5.899E6	0.227
50	2	279	315	15	4.751E6	0.222
60	2	279	306	12	3.532E6	0.224

TABELA 25 - Amostra 24 - Dados coletados

Amostra: KL58 025						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³): 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³): 7700		
Espessura H (mm): 2.535				Espessura H ₂ (mm): 0.606		
Comprimento l (mm): 218.20						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	275	583	9	2.422E8	0.083
	3	769	1655	30	7.892E8	0.109
- 20	2	275	569	33	1.851E8	0.268
	3	769	1486	44	3.094E8	0.099
- 10	2	275	516	80	8.236E7	0.507
0	2	275	395	100	2.128E7	0.677
10	2	275	353	56	1.255E7	0.468
20	2	275	331	36	8.546E6	0.376
30	2	275	316	23	6.083E6	0.304
40	2	275	307	14	4.710E6	0.224
50	2	275	300	10	3.687E6	0.195
60	2	275	295	9	2.983E6	0.209

TABELA 26 - Amostra 25 - Dados coletados

Amostra: KL58 026						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.569				Espessura H ₂ (mm) : 0.571		
Comprimento l (mm) : 217.70						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	280	580	12	2.084E8	0.110
	3	783	1598	28	4.984E8	0.083
- 20	2	280	565	34	1.551E8	0.273
	3	783	1541	103	3.508E8	0.266
- 10	2	280	508	77	6.818E7	0.481
0	2	280	398	120	1.837E7	0.858
10	2	280	355	51	1.111E7	0.439
20	2	280	333	28	7.452E6	0.306
30	2	280	324	21	6.068E6	0.264
40	2	280	314	16	4.612E6	0.246
50	2	280	305	12	3.383E6	0.236
60	2	280	299	10	2.603E6	0.246

TABELA 27 - Amostra 26 - Dados coletados

Amostra: KL58 027						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.536				Espessura H ₂ (mm) : 0.556		
Comprimento l (mm) : 218.20						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G(Pa)	η_2
- 30	2	275	606	16	4.753E8	0.295
	3	769	1595	33	5.657E8	0.111
- 20	2	275	549	21	1.411E8	0.163
	3	769	1495	88	3.127E8	0.222
- 10	2	275	509	88	7.012E7	0.594
0	2	275	394	97	1.924E7	0.673
10	2	275	358	53	8.074E7	0.329
20	2	275	333	32	8.074E6	0.329
30	2	275	320	22	6.070E6	0.274
40	2	275	306	15	4.082E6	0.251
50	2	275	298	11	3.029E6	0.234
60	2	275	293	8	2.399E6	0.207

TABELA 28 - Amostra 27 - Dados coletados

Amostra: KL58 028						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.541				Espessura H ₂ (mm) : 0.540		
Comprimento l (mm) : 218.14						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	275	579	18	2.368E8	0.195
	3	771	1505	24	3.329E8	0.062
- 20	2	275	566	41	1.703E8	0.385
	3	771	1494	42	3.134E8	0.106
- 10	2	275	502	110	5.834E7	0.763
0	2	275	392	102	1.806E7	0.724
10	2	275	364	65	6.822E7	0.444
20	2	275	327	39	6.822E6	0.444
30	2	275	310	21	4.436E6	0.325
40	2	275	303	14	3.517E6	0.260
50	2	275	296	11	2.631E6	0.259
60	2	275	292	8	2.145E6	0.225

TABELA 29 - Amostra 28 - Dados coletados

Amostra: KL58 029						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.544				Espessura H ₂ (mm) : 0.583		
Comprimento l (mm) : 217.95						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	276	588	10	2.699E8	0.108
	3	774	1675	42	9.395E8	0.192
- 20	2	276	567	44	1.661E8	0.381
	3	774	1489	76	2.990E8	0.181
- 10	2	276	509	94	6.865E7	0.618
0	2	276	394	101	1.928E7	0.702
10	2	276	350	59	1.084E7	0.520
20	2	276	326	35	6.917E6	0.406
30	2	276	313	21	4.997E6	0.307
40	2	276	303	14	3.605E6	0.264
50	2	276	295	10	2.553E6	0.252
60	2	276	291	8	2.048E6	0.244

TABELA 30 - Amostra 29 - Dados coletados

Amostra: KL58 030						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.545				Espessura H ₂ (mm) : 0.586		
Comprimento l (mm) : 218.15						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	276	574	12	2.075E8	0.109
	3	773	1632	60	6.697E8	0.218
- 20	2	276	558	32	1.532E8	0.254
	3	773	1502	76	3.207E8	0.186
- 10	2	276	494	92	5.976E7	0.578
0	2	276	396	98	2.007E7	0.671
10	2	276	357	58	6.391E7	0.393
20	2	276	322	32	6.391E6	0.393
30	2	276	310	19	4.644E6	0.294
40	2	276	303	14	3.673E6	0.261
50	2	276	295	11	2.613E6	0.273
60	2	276	291	8	2.106E6	0.239

TABELA 31 - Amostra 30 - Dados coletados

Amostra: KL58 031						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Densidade ρ (kg/m ³) : 1340				Densidade ρ_1 (kg/m ³) : 7700		
Espessura H (mm) : 2.571				Espessura H ₂ (mm) : 0.571		
Comprimento l (mm) : 217.90						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf_s (Hz)	G(Pa)	η_2
- 30	2	279	583	14	2.219E8	0.134
	3	782	1664	45	7.737E8	0.179
- 20	2	279	570	28	1.717E8	0.235
	3	782	1540	47	3.644E8	0.120
- 10	2	279	520	66	8.061E7	0.424
0	2	279	431	124	2.685E7	0.808
10	2	279	356	57	1.129E7	0.487
20	2	279	335	37	7.778E6	0.393
30	2	279	318	22	5.216E6	0.309
40	2	279	308	15	3.823E6	0.268
50	2	279	302	12	3.026E6	0.259
60	2	279	295	8	2.138E6	0.233

TABELA 32 - Amostra 31 - Dados coletados

Médias Amostrais dos Dados Coletados						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Espessura H (mm) : 2.547				Espessura H_2 (mm) : 0.562		
Comprimento l (mm) : 217.25						
T (°C)	Modo	f_n (Hz)	f_s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	278	589	12.0	2.654E8	0.133
	3	780	1652	36.6	7.622E8	0.149
- 20	2	278	570	28.9	1.747E8	0.251
	3	780	1523	58.3	3.465E8	0.148
- 10	2	278	524	71.5	8.676E7	0.491
0	2	278	441	107	3.120E7	0.673
10	2	278	379	54.5	2.231E7	0.394
20	2	278	353	34.0	1.123E7	0.300
30	2	278	336	23.1	8.125E6	0.246
40	2	278	323	16.9	6.102E6	0.216
50	2	278	314	13.2	4.723E6	0.205
60	2	278	306	11.0	3.688E6	0.204

TABELA 33 - Médias amostrais dos dados coletados

Desvios Padrões Amostrais dos Dados Coletados						
Propriedades da Tira Metálica				Propriedades do Elastômero		
Espessura H (mm) : 0.0191				Espessura H ₂ (mm) : 0.0247		
Comprimento l (mm) : 0.474						
T (°C)	Modo	f _n (Hz)	f _s (Hz)	Δf _s (Hz)	G (Pa)	η ₂
- 30	2	2.41	10.1	2.55	6.075E7	0.0471
	3	6.74	40.0	9.82	1.727E8	0.0529
- 20	2	2.41	9.24	7.31	2.473E7	0.0700
	3	6.74	42.7	20.8	8.673E7	0.0545
- 10	2	2.41	19.7	15.4	1.488E7	0.104
0	2	2.41	25.9	9.79	7.768E6	0.0899
10	2	2.41	17.2	11.1	1.688E7	0.0753
20	2	2.41	15.8	4.23	2.871E6	0.0667
30	2	2.41	13.8	1.59	2.069E6	0.0371
40	2	2.41	10.4	1.62	1.300E6	0.0280
50	2	2.41	9.20	1.56	1.051E6	0.0305
60	2	2.41	7.86	1.52	8.269E5	0.0228

TABELA 34 - Desvios padrões amostrais dos dados coletados

Coeficientes de Variação Amostrais dos Dados Coletados (%)						
Propriedades da Tira Metálica			Propriedades do Elastômero			
Espessura H (mm) : 0.75			Espessura H_2 (mm) : 4.40			
Comprimento l (mm) : 0.22						
T (°C)	Modo	f_n (Hz)	f_s (Hz)	Δf_s (Hz)	G (Pa)	η_2
- 30	2	0.87	1.71	21.3	22.9	35.4
	3	0.86	2.42	26.8	22.7	35.5
- 20	2	0.87	1.62	25.3	14.2	27.9
	3	0.86	2.80	35.7	25.0	36.8
- 10	2	0.87	3.76	21.5	17.2	21.2
0	2	0.87	5.87	9.15	24.9	13.4
10	2	0.87	4.54	20.4	75.7	19.1
20	2	0.87	4.48	12.4	25.6	22.2
30	2	0.87	4.11	6.88	25.5	15.1
40	2	0.87	3.22	9.59	21.3	13.0
50	2	0.87	2.93	11.8	22.3	14.9
60	2	0.87	2.57	13.8	22.4	11.2

TABELA 35 - Coeficientes de variação amostrais dos dados coletados

Intervalos de Confiança $L (\eta_2 \pm 0,20 \eta_2)$							
T(°C)	Modo	η_2	L	D_n	NS	n_1	n_2
- 30	2	0.133	0.0532	0.182	0.257	11	7
	3	0.149	0.0596	0.125	1.000	11	7
- 20	2	0.251	0.100	0.111	1.000	7	5
	3	0.148	0.0592	0.136	0.999	11	7
- 10	2	0.491	0.196	0.119	1.000	5	4
0	2	0.673	0.269	0.111	1.000	3	2
10	2	0.394	0.158	0.102	1.000	5	3
20	2	0.300	0.120	0.111	1.000	5	4
30	2	0.246	0.098	0.084	1.000	4	2
40	2	0.216	0.0864	0.146	0.520	3	2
50	2	0.205	0.0820	0.179	0.276	4	2
60	2	0.204	0.0816	0.128	1.000	3	2

TABELA 36 - Intervalos de confiança para o fator de perda do elastômero

Capítulo 7 - Conclusões e Sugestões de Estudos Futuros

Algumas observações de caráter geral, a título de conclusão, merecem ser feitas sobre o método da viga vibrante e sua aplicação na caracterização dinâmica de elastômeros, com vistas a projetos de controle de vibrações e ruídos. Em particular, ressaltam-se as considerações oriundas do estudo em tela.

A primeira observação diz respeito às fórmulas de cálculo do módulo de cisalhamento e do respectivo fator de perda. Essas fórmulas se apoiam na hipótese de que as vigas sanduíche engastadas possuam modos senoidais de vibração. Tal aproximação tem validade questionável para os modos comumente enfocados pelo presente método. Sugere-se um estudo comparativo entre a abordagem adotada pela norma ASTM para cálculo das propriedades dinâmicas e aquelas desenvolvidas por Oravsky e outros [32], Rao [33], Mead [34] e Miles e Reinhall [35], melhor particularizadas ao caso de vigas sanduíche engastadas.

Outra questão a destacar é quanto à confecção das amostras. A técnica de injeção e vulcanização diretas, aqui utilizada, impõe-se como superior ao procedimento apontado pela norma, uma vez que permite maior domínio sobre as causas de defeitos.

No lado experimental, a medição das frequências de ressonância e das larguras de banda de meia potência das vigas sanduíche pela técnica analógica, embora confiável, tem alguns senões a serem comentados. Essa técnica, indicada pela norma, é extremamente dependente de quem realiza as medições, no tocante à

qualidade dos resultados. Além disso, dada a sua lentidão, podem surgir gradientes de temperatura indesejáveis nas amostras sob movimento vibratório, decorrentes da energia dissipada internamente como calor. Recomenda-se a implantação de um sistema digital integrado para medição e processamento dos dados. Esse sistema consistiria, basicamente, de um gerador de varredura senoidal, excitando as amostras com sinais transientes, sendo a resposta, então, recolhida num analisador de Fourier portátil, com dois canais, interfaceado, por sua vez, a um microcomputador de linha PC. Os primeiros passos nessa direção já estão sendo dados.

Quanto à distorção da resposta em frequência das vigas sanduíche, devido à influência dos modos vizinhos de vibração uns com os outros, nada de significativo foi apontado pela verificação realizada. Conseqüentemente, não se constataram alterações relevantes em termos da frequência de ressonância e da largura de banda de meia potência.

Também como decorrência de investigações efetuadas, sustenta-se que, sendo desprezível a variação do módulo de elasticidade do metal de base das amostras com a temperatura, a frequência de ressonância das tiras externas pode ser levantada teoricamente. Esse procedimento substitui, com evidentes vantagens, a determinação experimental recomendada pela norma.

Entrando no mérito específico do estudo de precisão do método aqui desenvolvido, algumas conclusões interessantes também se fazem pertinentes.

Do ponto de vista univariado, os parâmetros dimensionais e as frequências de ressonância apresentam-se bem comportados quanto à sua dispersão, enquanto largura de banda e propriedades dinâmicas exibem expressivos coeficientes de variação.

Tomando-se os dados obtidos experimentalmente e analisando-os simultaneamente, chega-se à constatação de que a frequência de ressonância das vigas e a largura de banda se destacam como variáveis chave na explicação da variância conjunta. Isso implica num maior controle sobre a determinação de ambas, o que reforça a adoção da técnica digital. Sugere-se um estudo posterior que procure quantificar a influência das variáveis supra-citadas sobre as propriedades dinâmicas.

Considerando-se o fator de perda do elastômero como o parâmetro mais crítico (maior dispersão univariada), evidencia-se a necessidade de se ensaiar um mínimo de onze vigas sanduíche para se garantirem intervalos de confiança da ordem de 90%. Para intervalos de confiança de 80%, um total de sete vigas é requerido.

O não aproveitamento das medições efetuadas a partir de 20°C, terceiro e quarto modos, ofusca de um certo tanto o brilho das conclusões anteriores, pois impossibilita uma generalização maior. São sugeridos testes envolvendo um outro dispositivo de fixação com melhor simulação de engaste (maior rigidez) para possível superação desse obstáculo.

Entretanto, como já afirmado anteriormente, os dados aproveitados são, tanto em quantidade quanto em qualidade, perfeitamente suficientes para uma posterior caracterização dinâmica do elastômero sob investigação.

Além do mais, o presente estudo não deixa dúvidas quanto à imposição de lotes estatísticos para se assegurar uma dada representatividade aos resultados decorrentes da aplicação do método da viga vibrante.

Apêndice A - Notas sobre as Equações Fundamentais para
Aplicação do Método das Variáveis Reduzidas

Levantadas algumas suposições simples, a interrelação observada entre as dependências das propriedades dinâmicas de materiais viscoelásticos em temperatura e frequência pode ser estabelecida.

Assuma-se inicialmente que a tensão experimentada por um dado material possa ser distribuída por uma variedade de mecanismos moleculares, cada qual relaxando independente e exponencialmente com o tempo. Esse esquema é equivalente a um modelo de Maxwell generalizado (fig. A.1) [19].

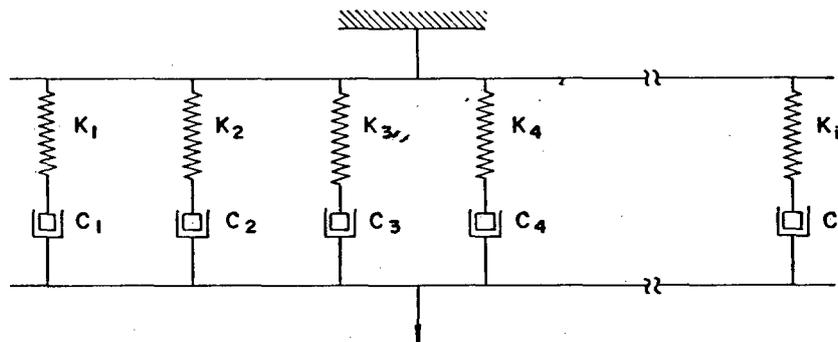


FIGURA A.1 - Modelo de Maxwell generalizado

Portanto, partindo-se da equação 2.5, tem-se, para um i -ésimo mecanismo sob deformação harmônica ao cisalhamento, que:

$$\sigma_i = [G'_i(\omega) + i G''_i(\omega)] \gamma_i \quad (\text{A.1})$$

onde:

$$G'_i(\omega) = \frac{G_i \omega^2 \tau_i^2}{(1 + \omega^2 \tau_i^2)} \quad (\text{A. 2})$$

$$G''_i(\omega) = \frac{G_i \omega \tau_i}{(1 + \omega^2 \tau_i^2)} \quad (\text{A. 3})$$

$$G_i = \kappa K_i \quad (\text{A. 4})$$

$$\tau_i = \frac{C_i}{K_i} \quad (\text{A. 5})$$

Para o modelo generalizado, a tensão resultante σ será a soma das tensões parciais σ_i enquanto que a deformação resultante γ e as deformações parciais γ_i são iguais entre si. Ou seja,

$$\sigma = \sum_i \sigma_i \quad (\text{A. 6})$$

$$\gamma = \gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_i \quad (\text{A. 7})$$

Logo,

$$\sigma = G(\omega)[1 + i\eta_o(\omega)] \gamma \quad (\text{A. 8})$$

onde:

$$G(\omega) = \sum_i G'_i(\omega) \quad (\text{A. 9})$$

$$\eta_o(\omega) = \frac{\sum_i G''_i(\omega)}{\sum_i G'_i(\omega)} \quad (\text{A. 10})$$

Considere-se agora que as contribuições G_i de cada mecanismo são proporcionais à temperatura absoluta T e a densidade ρ e que todos os tempos de relaxamento τ_i tenham a mesma dependência em temperatura, isto é, quando a temperatura é alterada, cada τ_i é multiplicado por um mesmo fator α_T [3], [5], [19]. Segue-se que as propriedades dinâmicas em duas temperaturas T_0 e T serão relacionadas por:

$$G(\omega, T) = (T\rho/T_0\rho_0) G_0(\omega \alpha_T) \quad (\text{A.11})$$

$$\eta_G(\omega, T) = \eta_{G_0}(\omega \alpha_T) \quad (\text{A.12})$$

onde:

ρ = densidade na temperatura absoluta T

ρ_0 = densidade na temperatura absoluta de referência T_0

α_T = fator de deslocamento (função da temperatura T)

As propriedades dinâmicas G e η_G enquanto funções de $\omega \alpha_T$ à temperatura T_0 (ou seja, G_0 e η_{G_0}) são chamadas variáveis reduzidas, ao passo que $\omega \alpha_T$ é conhecida como frequência reduzida.

Por simplicidade de notação, as equações A.11 e A.12 podem ser reescritas como:

$$G(\omega, T) = (T\rho/T_0\rho_0) G(\omega \alpha_T) \quad (\text{A.13})$$

$$\eta_G(\omega, T) = \eta_G(\omega \alpha_T) \quad (\text{A.14})$$

Os materiais que obedecem às equações A.13 e A.14 são ditos termoreologicamente simples [8], [9].

Apêndice B - Derivação das Fórmulas de Cálculo das Propriedades
Dinâmicas de Elastômeros pelo Método da Viga Vibrante

B.1 - Dinâmica de Vigas Oberst

A equação de movimento de uma viga Euler-Bernoulli sob vibração transversal livre (fig. B.1) é dada, lançando-se mão das leis de Newton, por [26]:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right] + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{B.1})$$

onde:

v = movimento transversal da viga

E = módulo dinâmico de elasticidade longitudinal

I = momento de inércia da seção transversal da viga

ρ = densidade do material da viga

A = área da seção transversal da viga

x = posição

t = tempo

As hipóteses assumidas para a dedução da equação B.1 são:

- O plano xy é o plano principal de vibração.
- Há um eixo longitudinal da viga (contido, pois, em xy) que não sofre tração nem compressão durante a deformação, dito eixo neutro.
- Seções transversais da viga permanecem planas e normais ao eixo neutro quando da vibração, isto é, a deformação transversal ao cisalhamento é desprezada.

- d. O material é linearmente elástico e a viga é homogênea em qualquer seção transversal.
- e. As tensões σ_y e σ_z nos eixos y e z , respectivamente, são desprezíveis em relação a σ_x .

Tais hipóteses se aplicam bem para vigas longas e finas.

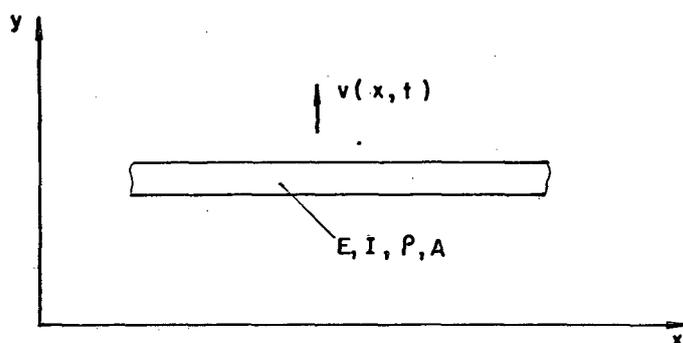


FIGURA B.1 - Viga Euler - Bernoulli genérica sob vibração transversal

Considerando-se a viga uniforme ao longo do comprimento e o movimento transversal como harmônico, dado pela equação:

$$v(x,t) = V(x) e^{i\omega t} \quad (\text{B.2})$$

tem-se que a equação B.1 pode ser reduzida a:

$$\frac{d^4 V}{dx^4} - \lambda^4 V = 0 \quad (\text{B.3})$$

onde:

$$\lambda^4 = \frac{\rho A \omega^2}{EI} = \frac{4\pi^2 \rho A f^2}{EI} \quad (\text{B.4})$$

A solução geral da equação B.3 pode ser escrita na forma:

$$V(x) = V_1 \sinh(\lambda x) + V_2 \cosh(\lambda x) + V_3 \sin(\lambda x) + V_4 \cos(\lambda x) \quad (\text{B.5})$$

Para uma viga engastada (fig. B.2), surgem as seguintes condições de contorno:

$$V(0) = 0 \quad (\text{B.6})$$

$$\left. \frac{dV}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (\text{B.7})$$

$$\left. \frac{d^2V}{dx^2} \right|_{x=l} = 0 \quad (\text{B.8})$$

$$\left. \frac{d^3V}{dx^3} \right|_{x=l} = 0 \quad (\text{B.9})$$

Fazendo-se as devidas substituições, chega-se a:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \lambda & 0 & \lambda & 0 \\ \lambda^2 \sinh(\lambda l) & \lambda^2 \cosh(\lambda l) & -\lambda^2 \sin(\lambda l) & -\lambda^2 \cos(\lambda l) \\ \lambda^3 \cosh(\lambda l) & \lambda^3 \sinh(\lambda l) & -\lambda^3 \cos(\lambda l) & \lambda^3 \sin(\lambda l) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

Para que o conjunto de equações homogêneas acima tenha solução não trivial, o determinante da matriz de dimensão 4 deve ser zero. Tal imposição conduz à seguinte equação característica:

$$\cos(\lambda l) \cosh(\lambda l) + 1 = 0$$

(B.11)

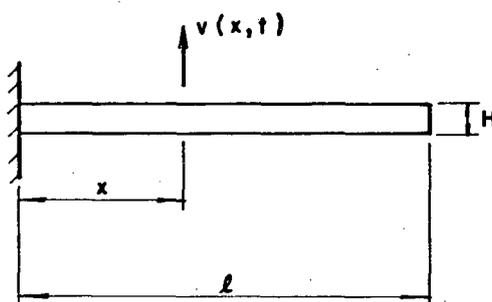


FIGURA B.2 - Viga Euler - Bernoulli engastada sob vibração transversal

Uma vez obtidas as n raízes λ_l que satisfaçam à equação B.11, cuja solução se dá pela via numérica, o módulo de elasticidade longitudinal E para uma viga Oberst de seção transversal retangular e espessura H pode ser calculado por:

$$E = \frac{12\rho l^4 f_n^2}{H^2 C_n^2} \quad (\text{B.12})$$

onde:

$$C_n = \frac{(\lambda_n l)^2}{2\pi} \quad (\text{B.13})$$

n = modo de vibração

A equação B.12 corresponde à equação 3.8.

B.2 Dinâmica de Vigas Sanduíche

Pela abordagem de Mead e Markus [20], a equação diferencial que descreve o movimento de uma viga sanduíche (figura B.3) para o caso de vibrações transversais livres pode ser escrita como:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{*}{g} (1 + Y) \right] \frac{\partial^2 w}{\partial x^4} + \frac{m}{Dt} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{*}{g} \right] \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{B.14})$$

onde:

w = movimento transversal da viga

$$m = \rho_1 H_1 + \rho_2 H_2 + \rho_3 H_3 = \quad (\text{B.15})$$

= massa por unidade de comprimento da viga

$$D_t = \frac{1}{12} (E_1 H_1^3 + E_3 H_3^3) \quad (\text{B.16})$$

$$\frac{*}{g} = \frac{G_2 l^2}{H_2} \left[\frac{1}{E_1 H_1} + \frac{1}{E_3 H_3} \right] \quad (\text{B.17})$$

$$Y = \frac{d^2}{D_t} \cdot \frac{E_1 H_1 E_3 H_3}{E_1 H_1 + E_3 H_3} \quad (\text{B.18})$$

$$d = H_2 + \frac{1}{2} (H_1 + H_3) \quad (\text{B.19})$$

ρ_1, ρ_2, ρ_3 = densidades das lâminas 1, 2 e 3

H_1, H_2, H_3 = espessuras das lâminas 1, 2 e 3

E_1, E_3 = módulo dinâmico de elasticidade longitudinal das lâminas 1 e 3

*
 G_2 = módulo de cisalhamento complexo da lâmina 2

l = comprimento da viga

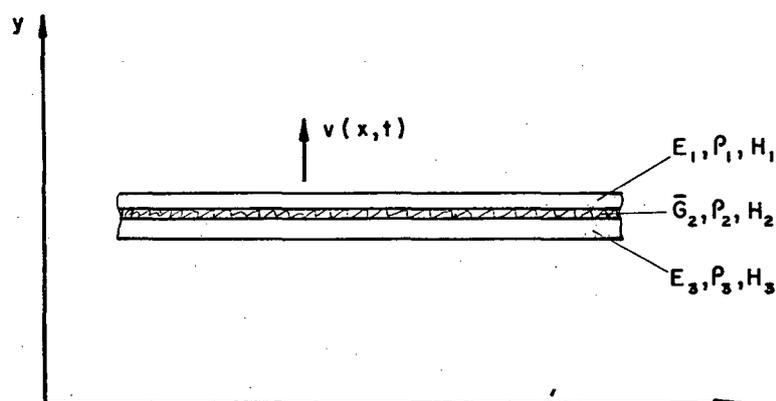


FIGURA B.3 - Viga sanduíche genérica sob vibração transversal

As hipóteses consideradas para a obtenção da equação B.14, igualmente assumidas no trabalho de Ross, Ungar e Kerwin para determinação da rigidez complexa à flexão [24], são [34]:

- A lâmina intermediária deforma-se somente ao cisalhamento com comportamento viscoelástico linear, tendo, portanto, módulo de cisalhamento complexo $G_2^* = G_2(1 + i\eta_2)$, onde η_2 é o fator de perda da lâmina.
- As lâminas externas são elásticas e isotrópicas, não sofrendo deformação ao cisalhamento normal a suas superfícies.
- As forças de inércia do movimento transversal de flexão são dominantes, desprezando-se, assim, os efeitos de inércia

longitudinal e rotatória em todas as lâminas.

d. Todos os pontos em uma normal à superfície da viga apresentam o mesmo deslocamento transversal.

e. Não há escorregamento entre as lâminas.

Sendo a viga sanduíche um sistema amortecido, considere-se o movimento transversal da viga dado por:

$$w(x,t) = W(x) e^{i\omega^* t} \quad (\text{B.20})$$

com:

$$\omega^* = \omega^2 (1 + i\eta) \quad (\text{B.21})$$

onde:

ω^* = frequência natural complexa da viga composta

ω = frequência natural real da viga composta

η = fator de perda da viga composta

Levando-se B.20 em B.14, tem-se que:

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} - \frac{\omega^*}{g}(1 + Y) \right] \frac{d^4 W}{dx^4} + \frac{m\omega^{*2}}{D} \left[\frac{d}{dx^2} - \frac{\omega^*}{g} \right] W = 0 \quad (\text{B.22})$$

Assumindo, tal como Ross, Ungar e Kerwin [24], os modos de vibração como senoidais (vigas simplesmente apoiadas [24],[27]), segue-se que:

$$W_0(x) = W_0 \sin(p_0 x) \quad (\text{B.23})$$

onde:

$$p_s = \frac{s\pi}{1} \quad (\text{B. 24})$$

s = modo de vibração

Levando B.23 em B.22, resulta que:

$$p_s^6 + g^* (1 + Y) p_s^4 - \frac{m\omega_s^{*2}}{D_t} (p_s^2 + g^*) = 0 \quad (\text{B. 25})$$

Como:

$$G_2^* = G_2 (1 + i\eta_2) \quad (\text{B. 26})$$

onde:

G_2^* = módulo complexo de cisalhamento da lâmina 2

G_2 = módulo dinâmico de cisalhamento da lâmina 2

η_2 = fator de perda da lâmina 2

pode-se escrever que:

$$g^* = g(1 + i\eta_2) \quad (\text{B. 27})$$

onde:

$$g = \frac{G_2 l^2}{H_2} \left(\frac{1}{E_1 H_1} + \frac{1}{E_3 H_3} \right) \quad (\text{B. 28})$$

Assim, substituindo-se B.21 e B.27 na equação complexa B.25, chega-se ao seguinte conjunto de equações:

$$p_\sigma^6 + g(1 + Y)p_\sigma^4 - \frac{m\omega_\sigma^2}{D_t} (p_\sigma^2 + g - g\eta\eta_2) = 0 \quad (\text{B. 29})$$

$$g\eta_2(1 + Y)p_\sigma^4 - \frac{m\omega_\sigma^2}{D_t} (p_\sigma^2 \eta + g\eta + g\eta_2) = 0 \quad (\text{B. 30})$$

Solucionando então as equações B.29 e B.30 simultaneamente para g e η_2 e considerando-se $\rho_1 = \rho'_3 = \rho$, $E_1 = E_3 = E$, $H_1 = H_3 = H$ [4] e anotando doravante ρ_2 por ρ_1 e $G_2 = G$ (de modo a atender as convenções da norma ASTM E 756-83), obtém-se, após algumas manipulações algébricas, que:

$$G_2 = G = \frac{(A-B) - 2(A-B)^2 - 2(A\eta)^2}{(1-2A + 2B)^2 + 4(A\eta)^2} \cdot \frac{E H H_2 C'_n}{l^2} \quad (\text{B. 31})$$

$$\eta_2 = \frac{A\eta}{(A-B) - 2(A-B)^2 - 2(A\eta)^2} \quad (\text{B. 32})$$

onde:

$$A = \left[\frac{\omega}{\omega'_n} \right]^2 (2 + DT) \left[\frac{B}{2} \right] \quad (\text{B. 33})$$

$$B = \frac{1}{6(1+D)^2} \quad (\text{B. 34})$$

$$D = \frac{\rho_1}{\rho} \quad (\text{B. 35})$$

$$T = \frac{H_2}{H} \quad (\text{B. 36})$$

$$C'_n = \frac{\pi n^2}{4} = \quad (\text{B. 37})$$

= coeficiente correspondente ao n-ésimo modo de uma viga Oberst simplesmente apoiada

$$\omega'_n = 2\pi f'_n = \quad (\text{B. 38})$$

= frequência natural de uma viga Oberst de densidade ρ e espessura H , simplesmente apoiada

Os valores de C'_n e f'_n podem ser determinados de maneira análoga à apresentada no item B.1 para vigas Oberst engastadas.

Para sistemas com amortecimento histerético, as frequências naturais reais correspondem às frequências de ressonância. Assim, pela derivação das equações B.31 e B.32, pode-se concluir

então que as equações 3.1 e 3.2 são válidas, em senso estrito, para vigas sanduíche simplesmente apoiadas. Portanto, a utilização de 3.1 e 3.2 para vigas com outras condições de contorno pela simples substituição do coeficiente C_n (vide capítulo 3) constitui boa aproximação somente para os modos superiores de vibração.

Análises mais detalhadas da dinâmica de vigas sanduíche podem ser encontradas nas referências [27] a [35].

Anexo I - Fotos Referentes aos Experimentos

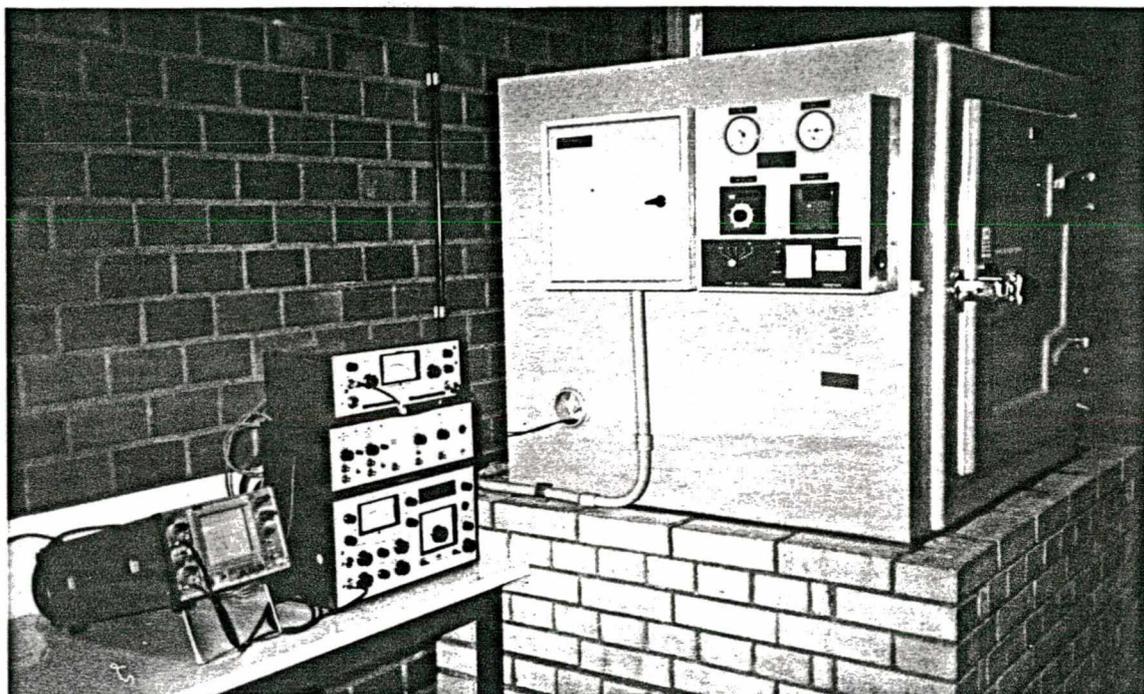


Figura I.1 - Método da viga vibrante - Montagem experimental externa à câmara de climatização

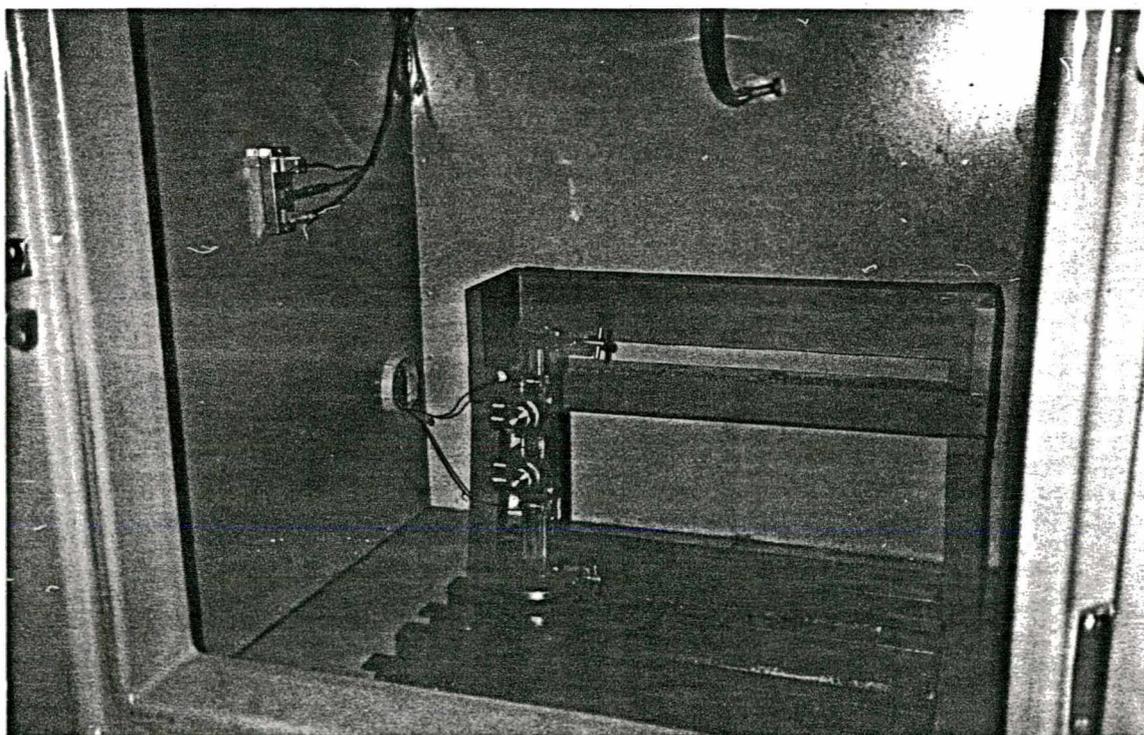


Figura I.2 - Método da viga vibrante - Montagem experimental interna à câmara de climatização

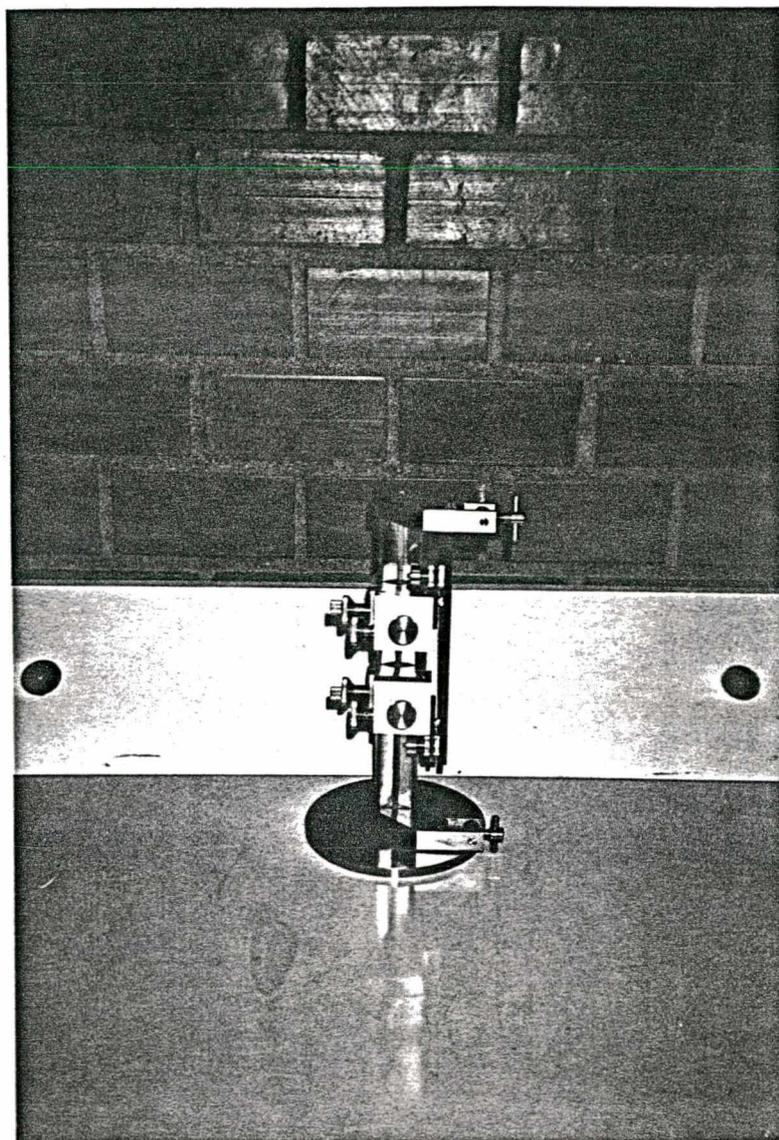


Figura I.3 - Dispositivo de fixação das amostras (com transdutores magnéticos e amostra)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Mano, Eloisa B., "Introdução a Polímeros", Edgard Blucher, 1985.
- [2] Di Benedetto, A.T., "The Structure and Properties of Materials", Mc Graw Hill, 1967.
- [3] Ferry, John D., "Viscoelastic Properties of Polymers", 3rd Edition, John Wiley & Sons, 1980.
- [4] Nashif, A.D., Jones, D.I.G. e Henderson, J.P., "Vibration Damping", John Wiley & Sons, 1985.
- [5] Snowdon, J.C., "Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems", John Wiley & Sons, 1968.
- [6] Jones, D.I.G., "Viscoelastic Materials for Damping Applications", Damping Applications for Vibration Control, American Society of Mechanical Engineers, 1980, 27-51.
- [7] Espíndola, J.J. "Apostila de Controle de Vibrações", Curso de Mestrado em Eng. Mecânica, Lab. de Vibrações e Acústica, UFSC, 1985.
- [8] Jones, D.I.G., "Temperature-Frequency Dependence of Dynamic Properties of Damping Materials", Journal of Sound and Vibration, 1974, 33(4), 451-470.
- [9] Rogers, L., "On Modeling Viscoelastic Behavior", Shock and Vibration Bulletin, 1981,51.
- [10] Rogers, L. e Nashif, A.D., "Computerized Processing and Empirical Representation of Viscoelastic Materials Property and Preliminary Constrained Layer Damping Treatment Design", Shock and Vibration Bulletin, 1981,51.

- [11] Jones, D.I.G. e Henderson, J.P., "Specification of Damping Material Performance", Shock and Vibration Bulletin, 1978, 48.
- [12] ASTM E 756-83 "Standard Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials", 1983.
- [13] Lazan, B.J., "Damping of Materials and Members in Structural Mechanics", 1st edition, Pergamon Press Inc, 1968.
- [14] Fung, Y.C., "Foundations of Solid Mechanics", Prentice Hall, Inc, 1965.
- [15] Fung, Y.C., "A First Course in Continuum Mechanics", Prentice Hall, Inc, 1969.
- [16] Espindola, J.J., "Apostila de Fundamentos de Vibrações", Curso de Mestrado em Eng. Mecânica, Lab. de Vibrações e Acústica, UFSC, 1985.
- [17] Pollard, H.F., "Sound Waves in Solids", Pion Limited, 1977
- [18] Bagley, R.L. e Torvik, P.J., "A Generalized Derivative Model for an Elastomer Damper", Shock and Vibration Bulletin, 1979, 49.
- [19] Ferry, J.D., Fitzgerald, E.R., Grandine, L.D. e Williams, M.L. "Temperature Dependence of Dynamic Properties of Elastomers; Relaxation Distributions", Industrial and Engineering Chemistry, 1952, April.
- [20] Jones, D.I.G., "A Reduced-Temperature Nomogram for Characterization of Damping Material Behavior", Shock and Vibration Bulletin, 1978, 48.
- [21] King Jr., C.S., "Computerized and Graphic Representation of Viscoelastic Material Property Data", Air Force Materials Library, Wright Patterson Air Force Base, Ohio, August, 1979.

- [22] Hanson, W.J. e Hampel, G.A., "A Performance Comparison of Vibration Damping Materials", Sound and Vibration, 1984.
- [23] Drake, M.L., "Passive Damping: Has its Time Finally Come?", Mechanical Engineering, 1985, December.
- [24] Ross, D., Ungar, E.E., e Kerwin Jr., E.M., "Damping of Plate Flexural Vibrations by Means of Viscoelastic Laminae", Structural Damping, American Society of Mechanical Engineers, 1959, 49 a 87.
- [25] Nashif, A.D., "Materials for Vibration Control in Engineering", Shock and Vibration Bulletin, 1973, 43, 145-151.
- [26] Craig, Jr., R.R., "Structural Dynamics - An Introduction to Computer Methods", John Wiley & Sons, 1981.
- [27] Di Taranto, R.A., "Theory of Vibratory Bending for Elastic and Viscoelastic Layered Finite-Length Beams", Journal of Applied Mechanics, 1965, December, 881-886.
- [28] Di Taranto, R. A. e Blasingame, W., "Composite Damping of Vibrating Sandwich Beams", Journal of Engineering for Industry, 1967, November, 633-638.
- [29] Mead, D.J. e Markus, S., "The Forced Vibration of a Three-Layer, Damped Sandwich Beam with Arbitrary Boundary Conditions", Journal of Sound and Vibration, 1969, 10(2), 163-175.
- [30] Mead, D.J. e Di Taranto, R.A., "Resonance Response Criteria of a Damped Three-Layered Beam", Journal of Engineering for Industry, 1972, February, 174-180.
- [31] Markus, S. e Valaskova, O., "On Eigenvalue Boundary Problems of Transversely Vibrating Sandwich Beams", Journal of Sound and Vibration, 1972, 23(4), 423-432.

- [32] Oravsky, V., Markus, S. e Simkova, O., "A New Approximate Method of Finding the Loss Factors of a Sandwich Cantilever", Journal of Sound and Vibration, 1974, 33(3), 335-352.
- [33] Rao, D.K., "Frequency and Loss Factors of Sandwich Beams Under Various Boundary Conditions", Journal of Mechanical Engineering Science, 1978, Vol. 20, nº 5.
- [34] Mead, D.J., "A Comparison of Some Equations for the Flexural of Damped Sandwich Beams", Journal of Sound and Vibration, 1982, 83(3), 363-377.
- [35] Miles, R.N. e Reinhall, P.G., "An Analytical Model- for the Vibration of Laminated Beams Including the Effects of Both Shear and Thickness Deformation in the Adhesive Layer", Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, 1986, January, Vol. 108, 56-64.
- [36] Lazan, B.J., "Energy Dissipation Mechanisms in Structures, with Particular Reference to Material Damping", Structural Damping, American Society of Mechanical Engineers, 1959, 2 a 34.
- [37] Johnson, R.A. e Wichern, D.W., "Applied Multivariate Statistical Analysis", 2nd Edition, Prentice-Hall, Inc, 1988.
- [38] Dempster, A.P., "Elements of Continuous Multivariate Analysis" Addison - Wesley Publishing Co, 1969.
- [39] Mayer, P.L., "Probabilidade - Aplicações à Estatística", 2ª edição, Livros Técnicos e Científicos Editora, 1983.
- [40] Papoulis, A., "Probability, Random Variables, and Stochastic Processes", 2nd Edition, McGraw-Hill, Inc, 1984.

- [41] Bouroche, J.M. e Saporta, G., "Análise de Dados", Zahar Editores, 1982.
- [42] Depizzolatti, A.L.V., "A Análise de Correspondências e a Tabela de Contingência de Conceitos versus Departamentos da Universidade Federal de Santa Catarina", UFSC, 1988.
- [43] Stevenson, W. J., "Estatística Aplicada à Administração", Harper & Row do Brasil, 1981.
- [44] Gibra, Isaac N., "Probability and Statistical Inference for Scientists and Engineers", Prentice - Hall, Inc., 1973.
- [45] Bruel & Kjaer, "Complex Modulus Apparatus Type 3930, Instructions and Applications Manual", 1968, October.
- [46] Bruel & Kjaer, "Electronic Instruments, Master Catalogue 1988".
- [47] Ferreira, Rogério T. S., "Relatório Técnico Preliminar de Aceitação da Câmara de Ensaios", UFSC, 1986, Junho.
- [48] Ewins, D. J., "Modal Testing: Theory and Practice", Research Studies Press Ltd, 1984 (Reprinted with amendments in 1986).