



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Técnicas de Codificação de Rede na Camada Física no Domínio da Frequência

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a obtenção
do grau de Mestre em Engenharia Elétrica

Bruno Fontana da Silva
Orientador: Bartolomeu Ferreira Uchôa Filho

Florianópolis, 14 de agosto de 2015.

BRUNO FONTANA DA SILVA

**TÉCNICAS DE CODIFICAÇÃO DE
REDE NA CAMADA FÍSICA NO
DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA**

FLORIANÓPOLIS

2015

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Silva, Bruno Fontana da
Técnicas de Codificação de Rede na Camada Física no
Domínio da Frequência / Bruno Fontana da Silva ;
orientador, Bartolomeu Ferreira Uchôa Filho - Florianópolis,
SC, 2015.
98 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica.

Inclui referências

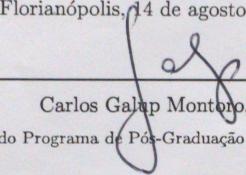
1. Engenharia Elétrica. 2. Comunicações Digitais. 3.
Sistemas Multiportadora. 4. Codificação de Rede na Camada
Física. 5. Codificação via Reticulados. I. Uchôa Filho,
Bartolomeu Ferreira. II. Universidade Federal de Santa
Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.
III. Título.

Bruno Fontana da Silva

TÉCNICAS DE CODIFICAÇÃO DE REDE NA CAMADA FÍSICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, área de concentração Comunicações e Processamento de Sinais, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

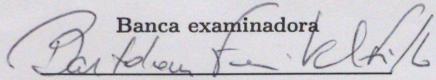
Florianópolis, 14 de agosto de 2015.



Carlos Galup Montoro, Dr.

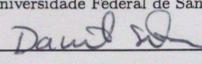
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca examinadora



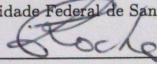
Prof. Bartolomeu Ferreira Uchôa Filho, Ph.D.

Universidade Federal de Santa Catarina



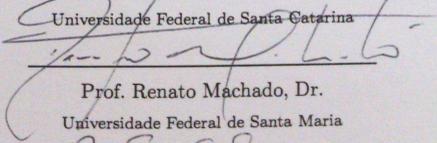
Prof. Danilo Silva, Ph.D.

Universidade Federal de Santa Catarina



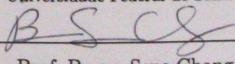
Prof. Carlos Aurélio Faria da Rocha, Dr.

Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Renato Machado, Dr.

Universidade Federal de Santa Maria



Prof. Bruno Sens Chang, Dr.

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Para meus pais, Tonio e Gilsona.

*“The most important thing in communication
is hearing what isn’t said”.*
(Peter Drucker)

Agradecimentos

Dedico este curto espaço para agradecer a contribuição de algumas pessoas que foram essenciais na conclusão deste trabalho, especialmente

a meus pais, Tonio Valdir da Silva e Gilsona Terezinha Fontana da Silva, e minha avó Maria Regina Fontana do Amaral, por todo carinho, suporte e amor incondicional, sempre constante em minha vida;

ao professor, orientador e amigo Bartolomeu Ferreira Uchôa Filho, pelos ensinamentos acadêmicos e privilégio de trabalhar sob sua orientação, pela motivação constante e principalmente pela paciência e compreensão nos diversos momentos difíceis dessa longa jornada de mestrado;

ao professor Danilo Silva, por toda sua ajuda e colaboração, exercendo papel fundamental para realização deste trabalho, e por ter paciência para repetir conceitos e compartilhar ideias durante diversas reuniões com apenas alguns minutos (porém muito longos) de conversa em alguma escala de tempo desconhecida;

a todos os demais professores do programa de pós-graduação que contribuíram para a construção do meu conhecimento, em particular aos professores Carlos Aurélio Rocha e Didier Le Ruyet, pelo incentivo, influência e inspirações durante o desenvolvimento do trabalho;

aos colegas de laboratório Rodrigo Farias, Ricardo Bohaczuk Venturelli, Paulo Ricardo Branco Silva, André José Silveira, José Clair Menezes Junior, Simara Sonaglio, Juliana Camilo Inácio, Márcio Henrique Doniak, Robinson Pizzio e Cristian Müller pela amizade, boa convivência e pelos cafézinhos com conversas fundamentais para o trabalho de todos;

ao IFSC Câmpus São José, pelo acolhimento e pela grande experiência que venho tendo junto a inúmeros colegas e excelentes profissionais, em especial aos professores da área de Telecomunicações Saul Caetano, Marcos Moecke, Arliones Hoeller, Marcelo Sobral, Pedro Armando da Silva Jr., Odilson Tadeu Valle, Rubem Toledo Bergamo, Diego Medeiros, Deise Arndt, Tiago Semprebom e muitos outros para os quais me desculpo por não citar nominalmente;

aos colegas professores substitutos do IFSC, Roberto Wanderley da Nóbrega, Ramon Mayer Martins, Fernando Cosentino e Ana Paula Negri, pela ótima convivência ao longo de jornadas simples, duplas ou até triplas;

aos amigos e colegas Túlio Alberton Ribeiro, Tomás Grimm e Rodrigo Sérgio Tiedt, não apenas pelas incontáveis e essenciais caronas ao longo do último ano, mas principalmente pelas prazerosas conversas, por suas amizades e pelo privilégio de conviver com os senhores;

a todos os alunos do IFSC-SJ aos quais tive o prazer de ministrar aulas e conviver durante os últimos dezoito meses, pelo aprendizado, pela paciência, pela dedicação de vocês e pela motivação para vencer o cansaço durante as jornadas duplas e para que eu continue me desenvolvendo cada vez mais;

a minha grande amiga Julie de Oliveira, por sua preciosa companhia durante todo esse tempo, pela compreensão nos momentos mais difíceis, pelas inúmeras conversas e discussões interessantes sobre os mais diversos assuntos, inclusive acadêmicos, e acima de tudo por sempre acreditar em mim;

ao professor e amigo do IFSC-SJ Alexandre Moreira, pelo apoio e amizade incondicional, por sempre me incentivar e motivar, pelas caronas fundamentais, pelas inspirações e pelo carinho quase paterno;

a minha amiga, colega professora, colega de laboratório e companheira de caronas, Maria Cláudia de Almeida Castro, por sua forte amizade, pelas contribuições diretas com este trabalho, pela oportunidade de convívio pessoal e profissionalmente, e por todas as conversas sempre cheias de risadas e bom humor, fossem nos bons ou maus momentos; aos amigos, colegas e professores de Santa Maria, mesmo apesar da pouca convivência nessa etapa, em especial ao companheiro de jornada Vinícius Ludwig Barbosa, pelo apoio, amizade e pelas inúmeras conversas sobre a área de pesquisa;

ao meu primo, praticamente irmão e melhor amigo Diego Fontana de Andrade, por todo seu apoio, amizade e por estar constantemente me inspirando em todos os aspectos da vida;

a todas as demais pessoas, amigos e familiares que colaboraram de alguma forma com este trabalho e com esta etapa da minha formação, muito obrigado.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica

TÉCNICAS DE CODIFICAÇÃO DE REDE NA CAMADA FÍSICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Bruno Fontana da Silva

14 de agosto de 2015

Orientador: Bartolomeu Ferreira Uchôa Filho

Área de concentração: Comunicações e Processamento de Sinais

Palavras-chave: Codificação de rede na camada física, Sistemas multiportadora, OFDM, Computa-e-encaminha

Número de páginas: xx + 98

Este trabalho investiga técnicas de codificação de rede na camada física (PNC) no domínio da frequência. Para fundamentar o trabalho, apresenta-se uma breve revisão teórica sobre a abordagem algébrica de Feng, Silva e Kschischang, conhecida como codificação de rede via reticulados (LNC) e baseada no trabalho de Nazer e Gastpar com a técnica computa-e-encaminha (C&F). Também são revisados os aspectos fundamentais de sistemas multiportadora, em particular para a Multiplexação Ortogonal por Divisão na Frequência (OFDM) e Sistemas Multiportadora com Banco de Filtros (FBMC). Após a fundamentação teórica, analisam-se trabalhos relacionados da literatura que envolvem a aplicação de PNC em sistemas OFDM. Suas principais características de implementação são discutidas e apresentadas.

Seguindo a abordagem algébrica do LNC, esta dissertação encerra trazendo uma contribuição original de estratégia PNC que estende o computa-e-encaminha para codificação de quadro em sistemas OFDM particularizada para a modulação BPSK. Nesta contribuição, cada usuário codifica sua mensagem e espalha a palavra-código no quadro OFDM.

Os usuários transmitem simultaneamente e o relay decodifica uma combinação linear das mensagens via decodificação de reticulados. Resultados numéricos mostram um bom desempenho da estratégia em uma rede bidirecional com *relay* em comparação às técnicas encontradas na literatura. Outra contribuição da dissertação é a modelagem da etapa de múltiplo acesso com sistemas FBMC, na qual mostramos a impossibilidade da aplicação direta da estratégia PNC na ausência de conhecimento dos ganhos de canais nos transmissores.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering

PHYSICAL-LAYER NETWORK CODING TECHNIQUES IN FREQUENCY DOMAIN

Bruno Fontana da Silva

August 14th, 2015

Advisor: Bartolomeu Ferreira Uchôa Filho

Area of concentration: Communications and Signal Processing

Keywords: Physical-layer network coding, Multicarrier systems, OFDM, Compute-and-forward

Number of pages: xx + 98

This work investigates physical-layer network coding (PNC) strategies in frequency domain. In order to provide background knowledge to the reader, we present a brief review of an algebraic approach for PNC, developed by Feng, Silva and Kschischang and named by the authors as lattice network coding (LNC). The LNC strategy is based on Nazer and Gastpar's compute-and-forward (C&F) technique. We also review the basic theory about multicarrier systems, in particular Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) and Filter-Bank Multicarrier Systems (FBMC). After the background introduction, we recall some results from related works in the literature involving PNC applications for OFDM systems. The main implementation aspects of the work presented in these papers are presented and discussed.

Following the guidelines from the LNC algebraic approach, this work proposes an original contribution of a PNC strategy generalizing the compute-and-forward technique to a frame coding strategy in OFDM systems with BPSK modulation. In our strategy, each user encodes its message and spreads the codeword in an OFDM frame. The users then

transmit simultaneously to a relay, which in turn decodes a linear combination of the messages using lattice decoding techniques. Numerical simulations show good performance of the proposed framework when comparing with other authors' strategies. Another contribution of our work is a multiple access model for FBMC systems, showing that it is not possible to directly apply the PNC strategy in such systems when transmitters have no knowledge of the channel state information.

Sumário

Abreviaturas	xviii
1 Introdução	1
2 Sistemas Multiportadora	5
2.1 Modelo da Transmissão do Sistema OFDM	6
2.2 Prefixo Cíclico em Sistemas OFDM	8
2.3 Deslocamento de Frequência da Portadora	9
2.4 Sistema Multiportadora com Banco de Filtros (FBMC)	12
2.5 Filtros Protótipos	15
3 Codificação de Rede na Camada Física	23
3.1 Modelo do Sistema	27
3.2 Taxas Alcançáveis	30
3.3 Codificação de Rede via Reticulados	31
4 PNC em Sistemas Multiportadora	37
4.1 PNC do Domínio da Frequência	37
4.2 G-JCNC	43
4.3 Computa-e-Encaminha no Domínio da Frequência	48
5 LNC em Sistemas Multiportadora	51
5.1 LNC em Sistemas OFDM	51
5.2 LNC em Sistemas FBMC	64
6 Resultados e Análise	73
6.1 TWRC - Um Exemplo Numérico com Canais Fixos	74
6.2 TWRC - Canais Variantes no Tempo	78

6.3	TWRC - Codificação de Subbanda	82
7	Conclusão	87
A	Estruturas Algébricas	89
A.1	Anéis	89
A.2	Módulos	92
A.3	Reticulados	93
B	Ruído Efetivo do LNC	97

Abreviaturas

APP probabilidades *a posteriori*. 43

AWGN ruído gaussiano branco aditivo. 25

BER taxa de erro de bit. 78

BPSK modulação digital de fase binária. 40

C&F computa-e-encaminha, do termo em inglês *compute-and-forward*.
27

CFO desvio de frequência da portadora, do termo em inglês *carrier frequency offset*. 10

CP prefixo cíclico. 8

DFT transformada discreta de Fourier. 6

FBMC sistemas multiportadora com banco de filtros. 12

FC&F computa-e-encaminha no domínio da frequência. 48

FER taxa de erro de quadro. 62

FFT transformada rápida de Fourier. 62

FPNC codificação de rede na camada física no domínio da frequência.
37

G-JCNC método generalizado de decodificação de canal e PNC con-
juntas. 43

ICI interferência entre subportadoras. 11

IOTA algoritmo de transformação ortogonal isotrópica. 18

ISI interferência intersimbólica. 5

- LNC** codificação de rede via reticulados. 28
- MISO** múltiplas antenas no transmissor e uma antena no receptor. 70
- MMSE** mínimo erro quadrático médio. 31
- OFDM** multiplexação ortogonal por divisão na frequência. 5
- OFDMA** múltiplo acesso por divisão ortogonal na frequência. 62
- OOB** emissão fora de banda, do termo em inglês *out-of-band emission*.
16
- OQAM** *offset*-QAM. 12
- PHYDIAS** projeto europeu de camada física para acesso dinâmico de
espectro. 20
- PID** domínio ideal principal. 92
- PNC** codificação de rede na camada física. 23
- QAM** modulação de amplitude em quadratura. 6
- QPSK** modulação digital de fase quaternária. 36
- SINR** razão sinal-para-interferência-mais-ruído. 17
- SIR** razão sinal-para-interferência. 69
- SISO** uma antena no transmissor e uma antena no receptor. 10
- SNR** razão sinal-para-ruído. 29
- SPA** algoritmo soma-produto. 43
- TWRC** rede bidirecional com relay. 23
- USRP** *Universal Soft Radio Peripheral*. 37
- xOR** soma módulo-2. 24

1

Introdução

As tecnologias de comunicação sem fio para comunicações móveis evoluíram drasticamente desde a primeira geração da telefonia celular (1G) até a atual quarta geração (4G). Mesmo assim, a expectativa dos usuários dessas tecnologias e a variedade de serviços desenvolvidos motivam a busca ininterrupta por mais avanços na ciência e tecnologia das comunicações.

Para que ocorram tais avanços, há diferentes necessidades técnicas a serem analisadas, geralmente dependentes das aplicações. Em aplicações de tempo real no contexto de comunicações, por exemplo, são demandadas taxas de transmissão de dados cada vez maiores. O parâmetro de desempenho nestes casos geralmente é o *throughput*, ou seja, a taxa percebida por um usuário terminal na sua localização corrente em uma célula.

Técnicas avançadas de processamento de sinais que exploram o uso de múltiplas antenas nos transmissores e receptores e larguras de banda cada vez maiores têm sido usadas como estratégias para aumentar a capacidade dos sistemas de comunicação. Técnicas de acesso ao meio, de multiplexagem e de diversidade também auxiliam os sistemas a (quase) alcançarem as taxas de transmissão idealizadas dos canais de comunicação.

Outro parâmetro de desempenho de igual importância é a eficiência espectral das transmissões nas bandas disponíveis. O uso e as regulamentações sobre o espectro eletromagnético o tornaram bastante escasso, demandando mecanismos mais sofisticados nas interfaces sem fio,

os quais visam otimizar o aproveitamento dessas faixas de frequência.

De acordo com [1], a aplicação lei de Moore nas comunicações mostra que as taxas de transmissão de dados dobram a cada ano, enquanto a eficiência espectral dobra a cada 2 anos. Embora positiva, essa evolução dificulta o planejamento de uso do espectro.

Modulações mais eficientes, por exemplo, costumam trazer ganhos em termos de bits/s/Hz; entretanto a necessidade de utilizar códigos corretores de erros acaba penalizando esse critério. Portanto é preciso continuar investigando novas maneiras de melhorar a eficiência dos sistemas emergentes de comunicação.

Estratégias de comunicação cooperativa beneficiam redes de comunicação sem fio há bastante tempo (veja, por exemplo [2]), oferecendo melhores coberturas, maior *throughput* e melhor desempenho em termos de taxa de erro de bit (através de ganhos de diversidade). Derivando da ideia de comunicações cooperativas, o conceito de codificação de rede, introduzido por Ahlswede *et al.* [3], traz um aumento no fluxo de informação da rede em relação às estratégias tradicionais de roteamento. Quando apropriadamente combinadas, essas duas estratégias podem trazer ganhos ainda maiores.

Neste sentido, a codificação de rede na camada física (PNC) emergiu em 2006 a partir de duas contribuições diferentes, [4] e [5]. Nessa abordagem, dois ou mais usuários enviam seus símbolos codificados simultaneamente para um nó intermediário, o qual recupera uma combinação linear a partir da superposição de sinais recebida. Essa etapa é chamada de fase de múltiplo-acesso. Em uma segunda etapa, é possível tentar a decodificação dos sinais ou realizar a difusão da mensagem aos nós de interesse.

Ambos os trabalhos defendem a ideia de que é possível se beneficiar da interferência entre usuários em vez de tratá-la como ruído. A codificação de rede na camada física questiona a abordagem tradicional das técnicas de multiplexagem de sinais para evitar colisões ou de cancelamento de interferência. Em um exemplo simples de uma rede bidirecional com *relay*, a técnica dobra o *throughput* da rede. Combi-

nada com técnicas de múltiplo acesso e com alta eficiência espectral, a codificação de rede na camada física pode oferecer espaço para muitas melhorias no desempenho das futuras gerações de comunicações móveis.

Nas tecnologias recentes de comunicações sem fio, seja para redes sem fio locais (WLAN 802.11g/n) ou telefonia celular 4G (padrões LTE ou WiMAX), é empregada a técnica de transmissão e recepção multiportadora, especificamente a Multiplexação Ortogonal por Divisão na Frequência (OFDM). A OFDM se popularizou pela simplicidade de equalização dos canais de comunicação, sendo versátil para combater multipercursos em canais com interferência intersimbólica, e pelo uso eficiente da transformada rápida de Fourier (FFT) como ferramenta de processamento de sinais essencial na sua implementação.

Neste trabalho, investigamos a aplicação de técnicas de codificação de rede na camada física no domínio da frequência, com atenção especial ao uso do sistema multiportadora OFDM. Particularmente, esta dissertação busca trabalhar com as estratégias de codificação de rede via reticulados, nas quais, tipicamente, diferentes ganhos de amplitude e fase entre os canais das subportadoras podem dificultar ou até prejudicar a decodificação em uma etapa de múltiplo-acesso do PNC.

Nos Capítulos 2 e 3, essas duas técnicas de comunicação são apresentadas de forma independente, contextualizando os principais aspectos e modelos de cada uma. Em particular, o Capítulo 3 traz uma abordagem algébrica para a codificação de rede na camada física, conhecida como codificação de rede via reticulados (LNC), fundamentada no trabalho de [6].

No Capítulo 4, alguns trabalhos relacionados envolvendo a aplicação de codificação de rede na camada física em conjunto com a técnica OFDM são revisados. Três estratégias independentes são analisadas e comentadas. Em seguida, no Capítulo 5, faz-se uma contribuição para a literatura desenvolvendo um modelo particular para a aplicação da estratégia LNC em sistemas multiportadora com modulação BPSK.

Os resultados de simulação da técnica LNC-OFDM são apresentados no Capítulo 6. Mostramos que há um bom desempenho da técnica

em relação aos trabalhos publicados na literatura. Utilizamos diferentes estratégias para obter ganhos de diversidade e ganhos de codificação, através da aplicação de códigos corretores de erro convolucionais e turbo.

Uma parte deste trabalho também discute a impossibilidade da aplicação direta da estratégia de codificação de rede na camada física em sistemas multiportadora baseados em bancos de filtros (FBMC). O Capítulo 2 inclui uma revisão teórica sobre esses sistemas, e uma modelagem da etapa de múltiplo acesso de um sistema FBMC para codificação de rede na camada física é desenvolvida no Capítulo 5.

Para nomenclatura matemática, utilizamos letras minúsculas em negrito para denotar vetores coluna e letras maiúsculas em negrito para denotar matrizes. Como exemplo, o vetor $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$ e a matriz $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N \times M}$. Os vetores \mathbf{x}^T e \mathbf{x}^H são o transposto e o hermitiano do vetor \mathbf{x} , respectivamente. Considera-se também que $\mathbf{1}_p$ e $\mathbf{0}_p$ são vetores coluna de comprimento p , nos quais o primeiro tem todas as entradas iguais a 1 e o segundo todas as entradas iguais a 0. A matriz \mathbf{I}_n representa a matriz identidade $n \times n$, que pode também ser descrita pelo operador $\text{diag}(\cdot) : \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^{n \times n}$, de forma que $\mathbf{I}_n = \text{diag}(\mathbf{1}_n)$. Os operadores $\Re(\mathbf{x}) : \mathbb{C}^N \rightarrow \mathbb{R}^N$ e $\Im(\mathbf{x}) : \mathbb{C}^N \rightarrow \mathbb{R}^N$ correspondem às partes real e imaginária de \mathbf{x} , respectivamente.

2

Sistemas Multiportadora

O uso de sistemas multiportadora é motivado pela redução do nível de interferência intersimbólica (ISI) decorrente de canais seletivos em frequência. Nesse tipo de canal, a estratégia convencional de portadora única a uma taxa de transmissão fixa sofre com o efeito da dispersão temporal do canal (multipercursos), que geralmente é mais longa do que o período de símbolo, causando o efeito de ISI. Tradicionalmente, esse problema é tratado com o uso de equalizadores no domínio do tempo ou com realimentação de decisão para compensar as distorções causadas pelas características da resposta em frequência do canal. Entretanto, a complexidade de projeto e implementação desses equalizadores (para obter um desempenho aceitável) pode tornar-se um problema no projeto de sistemas de comunicação digital.

Uma alternativa a essa estratégia, permitindo evitar o uso de equalizadores longos, é dividir a banda disponível do canal em um número maior de sub-bandas, de forma que se obtenha um número de subcanais idealmente ortogonais entre si. O número de sub-bandas é escolhido para garantir que cada subcanal possua uma banda menor que a banda de coerência do canal, garantindo um efeito de desvanecimento plano em cada sub-banda [7]. Essa estratégia é conhecida como multiplexação ortogonal por divisão na frequência (OFDM).

Além disso, com essa abordagem pode-se distribuir a potência total disponível no transmissor, de forma equilibrada entre os subcanais, a fim de maximizar a taxa de transmissão total do sistema multiportadora (soma das taxas de transmissão de cada subcanal) [8].

2.1 Modelo da Transmissão do Sistema OFDM

Considere um canal de comunicação sem fio seletivo em frequência cuja resposta ao impulso tenha espalhamento temporal definido por τ_d . Assume-se ainda que a duração de um símbolo complexo, T_s , seja menor que τ_d . O sistema OFDM considera a divisão desse canal de banda $B = 1/T_s$ em N subcanais espaçados por $F = B/N$. Caso o espaçamento entre os subcanais seja pequeno o suficiente, pode-se considerar que o desvanecimento em cada subcanal é plano.

A duração de um símbolo OFDM é portanto $T = NT_s = \frac{1}{F}$. Isso faz com que uma comunicação de dados com uma alta taxa de transmissão $\left(R_s = \frac{1}{T_s}\right)$ seja particionada em N transmissões paralelas a taxas mais baixas $\left(\frac{R_s}{N}\right)$. Essa estratégia evita o uso dos longos equalizadores encontrados nos esquemas de portadora única e permite o uso da transformada discreta de Fourier (DFT) como técnica de processamento de sinais na implementação da modulação multiportadora.

A DFT de N amostras é definida como

$$X[k] \triangleq \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{kn} = \text{DFT}_N(x[n]) \quad (2.1)$$

para $k = 0, 1, \dots, N-1$ e na qual $W_N = e^{-i\frac{2\pi}{N}}$ é a principal N -ésima raiz da unidade. Seu par inverso é dado por

$$x[n] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] W_N^{-kn} = \text{DFT}_N^{-1}(X[k]) \quad (2.2)$$

para $n = 0, 1, \dots, N-1$.

A estratégia OFDM é compatível com a transmissão de símbolos da modulação de amplitude em quadratura (QAM), e essa combinação é denominada OFDM/QAM. Sejam $S_m[k] \in \mathbb{C}$ os símbolos complexos de uma modulação digital QAM na k -ésima subportadora do m -ésimo

símbolo OFDM, no qual $k = 0, \dots, N - 1$ é o índice das subportadoras (ou subcanais) e $m = 0, \dots, M - 1$ é o índice temporal de um símbolo OFDM (ou de um bloco de N símbolos complexos). Conforme o modelo apresentado em [9], os símbolos da transmissão OFDM/QAM são descritos como

$$x[n] = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} S_m[k] \tilde{g}[n - mN] e^{i \frac{2\pi kn}{N}} \quad (2.3a)$$

$$= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} S_m[k] \zeta_{k,m}[n] \quad (2.3b)$$

na qual $\tilde{g}[n]$ corresponde à janela retangular, definida como

$$\tilde{g}[n] = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}}, & \text{se } 0 \leq n \leq N - 1 \\ 0, & \text{outros intervalos} \end{cases} \quad (2.4)$$

e $\zeta_{k,m}[n]$ é a função base de síntese definida como

$$\zeta_{k,m}[n] = \tilde{g}[n - mN] e^{i \frac{2\pi kn}{N}}. \quad (2.5)$$

Observa-se que $x[n]$ pode ser reescrito como

$$x[n] = \sum_{m=0}^{M-1} \tilde{g}[n - mN] \underbrace{\sum_{k=0}^{N-1} S_m[k] W_N^{-kn}}_{\sqrt{N} \text{DFT}^{-1}(S_m[k])}} \quad (2.6a)$$

$$= \sqrt{N} \sum_{m=0}^{M-1} \tilde{g}[n - mN] s_m[n] \quad (2.6b)$$

na qual $s_m[n] = \text{DFT}^{-1}(S_m[k])$. Observe que, para um valor fixo $m = m'$, o vetor de símbolos (amostras) $\mathbf{s}_{m'} = (s_{m'}[0] \ \cdots \ s_{m'}[N - 1])^T$ é normalizado pelo fator $\frac{1}{\sqrt{N}}$.

2.2 Prefixo Cíclico em Sistemas OFDM

A fim de eliminar a ISI causada pelo espalhamento temporal do canal, é utilizada a estratégia de inserção do prefixo cíclico (CP) concatenado com vetor de símbolos (amostras) complexos transmitidos em um símbolo OFDM/QAM. Para as análises subsequentes, considere o envio de $M = 1$ símbolo OFDM.

Seja uma sequência de símbolos $\mathbf{x} = (x[0] \ \cdots \ x[N-1])^T$, o prefixo cíclico é definido como $\mathbf{x}_{CP} = (x[N-L_{CP}] \ \cdots \ x[N-1])^T$, no qual L_{CP} é o comprimento do prefixo cíclico. Desta forma, um novo vetor de símbolos associado à sequência $x[n]$ é definido como

$$\tilde{\mathbf{x}} = (x[N-L_{CP}] \ \cdots \ x[N-1] \ x[0] \ \cdots \ x[N-1])^T \quad (2.7a)$$

$$= (\mathbf{x}_{CP} \ \mathbf{x})^T \quad (2.7b)$$

Considere um canal de comunicação sem fio seletivo em frequência modelado por um sistema linear discreto que é caracterizado pela resposta ao impulso de tempo discreto $h[n] = \{h[0], \dots, h[L_{CP}-1]\} \in \mathbb{C}^{L_{CP}}$, de comprimento $L_{CP} = \lceil \frac{\tau_d}{T_s} \rceil$, em que τ_d e T_s são respectivamente as durações da resposta ao impulso e de um símbolo complexo transmitido por esse canal. Suponha que $\tilde{x}[n]$ seja a sequência de entrada desse canal, associada aos elementos do vetor $\tilde{\mathbf{x}} = (\tilde{x}[0] \ \cdots \ \tilde{x}[N+L_{CP}-1])^T$.

A saída $y[n]$ do canal é definida como

$$y[n] = \tilde{x}[n] * h[n] \quad (2.8a)$$

$$= \sum_{k=0}^{L_{CP}-1} h[k] \tilde{x}[n-k] \quad (2.8b)$$

$$= \sum_{k=0}^{L_{CP}-1} h[k] x[n-k]_N \quad (2.8c)$$

$$= h[n] \circledast x[n] \quad (2.8d)$$

na qual $x[n - k]_N \triangleq x[[n - k] \bmod N]$ e \otimes representa o operador da convolução circular. A terceira igualdade vem do fato de que $\tilde{x}[n - k] = x[n - k]_N$ para $0 \leq n \leq N - 1$ sob o intervalo do somatório [7].

Como resultado do uso do CP, a convolução do sinal de entrada com o canal é transformada em uma convolução circular, permitindo o uso da seguinte propriedade da DFT:

$$\text{DFT}_N (h[n] \otimes x[n]) = H[k] X[k] \quad (2.9)$$

para $k = 0, \dots, N - 1$ e na qual $H[k] = \text{DFT}_N (h[n])$ e $X[k] = \text{DFT}_N (x[n])$ são as respostas em frequência amostradas do canal discreto e do sinal de entrada, respectivamente. As amostras correspondentes ao prefixo cíclico são descartadas na recepção (imediatamente após um processo de conversão serial para paralelo, no domínio do tempo), pois estão contaminadas pela ISI dos símbolos do bloco anterior.

Desta forma, em uma situação ideal sem ruído e com conhecimento da resposta ao impulso do canal no receptor, a equalização com um único coeficiente pode ser realizada independentemente em cada subportadora diretamente após a realização da DFT do sinal de saída do canal. Para a equalização de forçagem a zero, o sinal equalizado fica:

$$X[k] = \frac{Y[k]}{H[k]} \quad (2.10)$$

na qual $Y[k] = \text{DFT}_N (y[n])$ para $n = 0, \dots, N - 1$.

2.3 Deslocamento de Frequência da Portadora

A perfeita ortogonalidade dos canais (ou seja, entre as subportadoras) da transmissão OFDM é comprometida em situações práticas, devido a condições não ideais causadas por diversos fatores. De acordo com [7], esses fatores geralmente são:

- desvios de frequência de osciladores entre transmissores e receptores (sincronismo na frequência);
- desvios de frequência Doppler;
- erros de sincronismo no tempo.

Ou seja, em situações práticas, não é possível assegurar que as subportadoras estarão perfeitamente separadas pelo fator F no domínio da frequência [7]. Como resultado, haverá um espalhamento dos sinais de subportadoras adjacentes nas amostras consideradas pelo receptor, dando origem ao desvio de frequência da portadora, do termo em inglês *carrier frequency offset* (CFO).

De acordo com [10], para uma transmissão com uma antena no transmissor e uma antena no receptor (SISO), ponto a ponto, pode-se definir o CFO normalizado como

$$\epsilon = \frac{\Delta f}{F} \quad (2.11)$$

na qual $\Delta f = f_{Rx} - f_{Tx}$ corresponde ao desvio entre as frequências de portadora do transmissor (f_{Tx}) e do receptor (f_{Rx}), e F é o espaçamento ideal entre subportadoras.

Em [10], os autores dividem a análise do CFO em duas partes: valores inteiros de ϵ e valores fracionários de ϵ . Na modelagem matemática do sinal de comunicação, o efeito do CFO é equivalente a um deslocamento de fase no sinal transmitido $x[n]$ de $2\pi n\epsilon/N$.

Se não forem compensados, deslocamentos por valores inteiros de ϵ degradam o desempenho do sistema, mas não comprometem a ortogonalidade entre subportadoras. Já para valores fracionários, a ortogonalidade é comprometida.

Esse deslocamento de fase corresponde a um desvio de frequência de $-\epsilon$. Esse efeito é justificado pela propriedade de deslocamento na frequência da DFT [10], apresentada na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Propriedade de deslocamento na frequência da DFT.

	Sinal recebido	Efeito do CFO no sinal transmitido
Domínio do Tempo	$y[n]$	$x[n] e^{i2\pi n\epsilon/N}$
Domínio da Frequência	$Y[k]$	$X[k - \epsilon]$

Considerando o sinal $y[n]$ da Equação (2.8d), o sinal recebido da transmissão OFDM pode ser reescrito como:

$$\tilde{y}[n] = \frac{1}{\sqrt{N}} \underbrace{\sum_{k=0}^{N-1} H[k] X[k] e^{i\frac{2\pi kn}{N}}}_{DFT_N^{-1}(H[k]X[k])} \overbrace{e^{i\frac{2\pi\epsilon n}{N}}}^{W_N^{-\epsilon n}} \quad (2.12a)$$

$$= y[n] W_N^{-\epsilon n} \quad (2.12b)$$

A Equação (2.12b) é útil na compreensão do modelo matricial de um sistema OFDM em um canal com ruído aditivo que considera o efeito do CFO. A modelagem matemática completa do impacto de valores fracionários do CFO na amplitude e fase das amostras $Y[k]$ pode ser encontrada em [10].

A principal consequência do CFO no sistema OFDM/QAM é a interferência entre subportadoras (ICI). Devido ao uso das janelas retangulares, que possuem um espectro correspondente descrito pela função seno cardinal $sinc(\cdot)$, há uma diferença em termos de amplitude de apenas 13 dB entre o lóbulo principal e o primeiro lóbulo lateral. Isso influencia no nível de interferência quando a ortogonalidade é degradada com o CFO.

O uso de filtros bem localizados no tempo e na frequência é uma alternativa para combater os efeitos de degradação causados pelos desvios de frequência citados, melhorando a separação entre os canais em termos de interferência dos seus lóbulos laterais, e buscando também minimizar o espalhamento de energia do pulso no domínio do tempo

[9]. O uso de filtros protótipos com essas características é considerado em outros sistemas multiportadora, como será apresentado na próxima Seção.

2.4 Sistema Multiportadora com Banco de Filtros (FBMC)

De acordo com o teorema de Balian-Low [11], funções base com ortogonalidade complexa possuem necessariamente dispersão infinita no tempo ou na frequência. Ainda, o teorema afirma que não é possível utilizar filtros de banda limitada bem localizados no tempo com a característica $TF = 1$ na separação dos canais (como é o sistema OFDM/QAM), pois esse tipo de filtro não possui ortogonalidade complexa [9].

Para a adoção de filtros bem localizados no tempo e na frequência sem comprometer a eficiência espectral, é preciso relaxar o critério de ortogonalidade complexa e adotar a ortogonalidade real entre funções bases. Esse fato motiva o uso da modulação *offset*-QAM (OQAM), a qual separa a parte real e imaginária de símbolos complexos QAM por um deslocamento $T/2$ (meio período de símbolo) e usa uma taxa de transmissão e recepção dobrada em relação às taxas com modulações QAM convencionais.

Os sistemas multiportadora com banco de filtros (FBMC) foram propostos para remover o uso do CP (aumentando a eficiência espectral) e limitar a emissão fora de banda causada pelo emprego da janela retangular através do uso de filtros protótipos bem localizados no tempo e na frequência [9].

2.4.1 Modelo do Sistema FBMC/OQAM

A fim de utilizar a modulação OQAM, definimos a função indicadora $\mathcal{I}_{k,m}$ como:

$$\mathcal{I}_{m,k} = \begin{cases} 1, & \text{se } k+m \pmod{2} = 0 \\ 0, & \text{se } k+m \pmod{2} \neq 0. \end{cases} \quad (2.13)$$

Seja $S_{m,k} = \mathcal{I}_{m,k}S_{m,k}^I + \mathcal{I}_{m,k+1}S_{m,k}^Q \in \mathbb{R}$ um símbolo real de uma modulação digital OQAM correspondente à posição (m, k) do plano tempo-frequência discretizado. O uso da função indicadora $\mathcal{I}_{m,k}$ resulta na Tabela 2.2, a qual mostra a alocação alternada das partes real e imaginária do símbolo de uma modulação QAM $\tilde{S}_{m,k} = S_{m,k}^I + iS_{m,k}^Q \in \mathbb{C}$ entre subportadoras adjacentes e também entre símbolos multiportadora adjacentes.

Essa estratégia, que dá origem à modulação OQAM, é conhecida como *staggering* do reticulado formado no plano tempo-frequência discretizado, contornando a restrição de ortogonalidade complexa do teorema de Balian-Low [12].

Tabela 2.2: Modulação OQAM: estratégia de *staggering* no plano tempo-frequência.

m	k	$S_{m,k}$	$\phi_{m,k}$
par	par	$S_{m,k}^I$	0
par	ímpar	$S_{m,k}^Q$	$\pi/2$
ímpar	par	$S_{m,k}^Q$	$\pi/2$
ímpar	ímpar	$S_{m,k}^I$	0

Semelhante à Equação (2.3) para sistemas OFDM, o sinal banda base de tempo discreto na saída do banco de filtros de síntese em um sistema FBMC com uma antena transmissora é expresso pela seguinte equação [13]:

$$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} S_{m,k} g_{m,k}[n], \quad (2.14)$$

na qual a sequência $g_{m,k}[n]$ é uma versão deslocada (no domínio do tempo e no domínio da frequência) do filtro protótipo $g[n] \in \mathbb{R}$, descrita como

$$g_{m,k}[n] = g \left[n - m \frac{N}{2} \right] e^{i \frac{2\pi}{N} k \left(n - \frac{D}{2} \right)} e^{i \phi_{m,k}} \quad (2.15)$$

e com

$$\phi_{m,k} = \frac{\pi}{2} (k + m) \pmod{\pi}. \quad (2.16)$$

Observe que, devido à estratégia de *staggering*, apenas sinais reais são enviados em cada amostra de $S_{m,k}$ (correspondentes à parte real ou à parte imaginária do símbolo). Portanto, o filtro protótipo é projetado para satisfazer ortogonalidade no corpo real, ou seja:

$$\Re\{\langle g_{m,k}[n], g_{m',k'}[n] \rangle\} = \delta_{m,m'} \delta_{k,k'}. \quad (2.17)$$

De acordo com [13], no caso da transmissão ponto a ponto, o sinal demodulado na posição do plano tempo-frequência (m', k') após a transmissão de um usuário através de um canal sem distorções pode ser determinado usando o produto interno entre $x[n]$ e $g_{m',k'}[n]$:

$$r_{m',k'} = \langle x[n], g_{m',k'}[n] \rangle \quad (2.18a)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] g_{m',k'}^*[n] \quad (2.18b)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} S_{m,k} g_{m',k'}[n] g_{m,k}^*[n]. \quad (2.18c)$$

Para um canal de comunicação com desvanecimento seletivo em frequência e ruído aditivo, o resultado do processo de demodulação da equação anterior fica:

$$r_{m',k'} = h_{m',k'} S_{m',k'} + z_{m',k'} + \underbrace{\sum_{\substack{k=0 \\ k \neq k'}}^{N-1} \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq m'}}^{M-1} h_{m,k} S_{m,k}}_{I_{m',k'}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_{m,k}[n] g_{m',k'}^*[n], \quad (2.19)$$

na qual $z_{m',k'} \in \mathbb{C}$ é o ruído branco aditivo gaussiano, $h_{m',k'} \in \mathbb{C}$ é o coeficiente complexo do canal na subportadora k' durante o instante m' e $I_{m',k'}$ é um termo de interferência intrínseca entre símbolos e entre subportadoras (ISI/ICI). A maior parte da energia da interferência intrínseca está localizada em um subconjunto de blocos/subportadoras adjacentes ($\Omega_{m',k'}$) em torno do símbolo desejado ($S_{m',k'}$).

Assumindo ainda que o ganho do canal $h_{m',k'}$ seja um valor constante dentro do conjunto $\Omega_{m',k'}$, pode-se simplificar a equação anterior para:

$$r_{m',k'} \approx h_{m',k'} \left(S_{m',k'} + \hat{I}_{m',k'} \right) + z_{m',k'}, \quad (2.20)$$

na qual

$$\hat{I}_{m',k'} = \sum_{(m,k) \in \Omega_{m',k'}} S_{m,k} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_{m,k}[n] g_{m',k'}^*[n]. \quad (2.21)$$

De acordo com a ortogonalidade apresentada pela equação (2.17), e lembrando que $S_{m,k} \in \mathbb{R}$ para qualquer valor do par (m, k) , não há interferência real em $\hat{I}_{m',k'} = j u_{m',k'}$, ou seja, a interferência intrínseca é puramente imaginária, e podemos reescrever a equação anterior como:

$$r_{m',k'} \approx h_{m',k'} (S_{m',k'} + i u_{m',k'}) + z_{m',k'}. \quad (2.22)$$

A Figura 2.1 resume a estratégia FBMC/OQAM apresentada até aqui, ilustrando uma forma de implementação eficiente de um transmultiplexador FBMC/OQAM do transmissor utilizando bancos de filtros. Essa forma é utilizada a técnica de decomposição polifásica do filtro protótipo, e permite utilizar taxas de processamento de sinais reduzidas durante o processo de filtragem.

2.5 Filtros Protótipos

Os filtros protótipos em sistemas multiportadora determinam o grau de correlação entre os símbolos localizados no diagrama tempo-frequência.

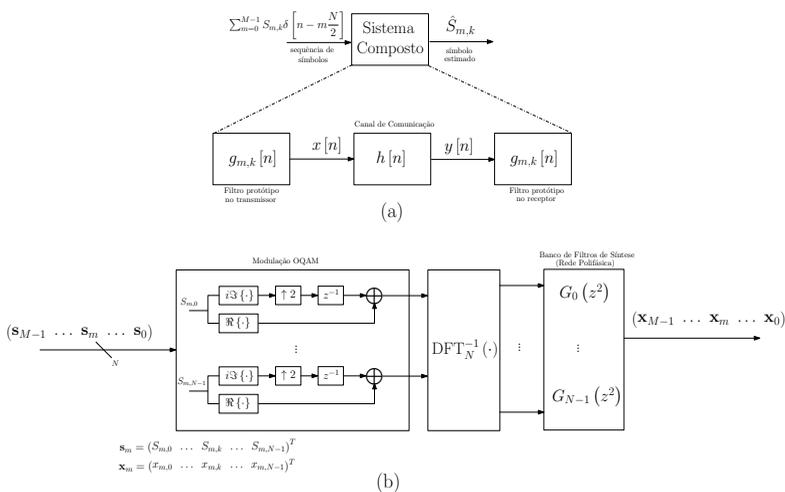


Figura 2.1: Diagramas de bloco do sistema FBMC/OQAM: (a) modelo simplificado do sistema utilizando um sistema de Gabor com filtros protótipos casados entre transmissor/receptor [12]; (b) implementação eficiente de um transmultiplexador FBMC/OQAM do transmissor utilizando bancos de filtros [9].

A escolha dos filtros deve também levar em consideração os efeitos dispersivos do canal de comunicação, sejam canais seletivos no tempo ou na frequência [12].

Em sistemas OFDM/QAM, o filtro protótipo adotado é a janela retangular. Em situações ideais, esse filtro garante a ortogonalidade complexa entre as funções de síntese e análise, simplificando o tratamento do sinal no receptor. Sistemas OFDM/QAM também consideram o uso do CP para cancelar a interferência intersimbólica.

Entretanto, em situações práticas, a ortogonalidade da janela retangular é comprometida por efeitos como assincronia de tempo/frequência, como mencionado anteriormente. Nestes casos, a característica da resposta em frequência da janela retangular prejudica o desempenho do sistema devido aos lóbulos laterais que possuem muita energia, causando ICI e emissão fora de banda, do termo em inglês *out-of-band emission* (OOB) [9], [12]. Nesta Seção, apresentamos alguns filtros

protótipos e ressaltamos algumas características desses filtros relevantes ao conteúdo deste trabalho.

Em diversos trabalhos [9],[13], a resposta ao impulso do transmultiplexador do sistema FBMC na posição (m', k') é apresentada em uma tabela considerando a localização tempo-frequência dos símbolos de interferência do sinal recebido no conjunto $\Omega_{(m', k')}$. Observa-se que os termos de interferência desta tabela tem relação direta com a escolha do filtro protótipo, e surgem do fator $\Gamma_{(\Delta m, \Delta k)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g_{(m, k)} [n] g_{(m', k')}^* [n]$, em que $\Delta m = m - m'$ e $\Delta k = k - k'$.

Pode-se mostrar que a interferência intrínseca do sistema FBMC depende da correlação entre amostras criada pela estrutura do filtro protótipo no diagrama tempo-frequência. De fato, dada a estrutura do filtro protótipo, o fator $\Gamma_{(\Delta m, \Delta k)}$ depende apenas da “distância” de pontos do reticulado entre as amostras no plano tempo-frequência discretizado. Utilizando a definição da Equação (2.15), mostramos que:

$$\Gamma_{(\Delta m, \Delta k)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g_{(m, k)} [n] g_{(m', k')}^* [n] \quad (2.23a)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g \left[n - m \frac{N}{2} \right] g \left[n - m' \frac{N}{2} \right] \quad (2.23b)$$

$$\times W_N^{-k(n - \frac{D}{2})} W_N^{k'(n - \frac{D}{2})} e^{i\phi_{m, k}} e^{-i\phi_{m', k'}} \\ = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g [n] g \left[n + \Delta m \frac{N}{2} \right] W_N^{-\Delta k(n - \frac{D}{2})} e^{i\phi_{\Delta m, \Delta k}}, \quad (2.23c)$$

na qual $\phi_{\Delta m, \Delta k} = \phi_{m, k} - \phi_{m', k'}$.

Ao calcular a razão sinal-para-interferência-mais-ruído (SINR) em uma etapa de múltiplo acesso, entretanto, observa-se que é a norma quadrática dos fatores $\Gamma_{(\Delta m, \Delta k)}$ que afeta diretamente o desempenho do sistema. Portanto, em termos de SINR, é relevante analisar as tabelas de $\|\Gamma_{(\Delta m, \Delta k)}\|^2$ para o filtro protótipo escolhido em função da localização no conjunto $\Omega_{(m', k')}$ ao redor do símbolo desejado.

2.5.1 Janela Retangular

A janela retangular separa perfeitamente os símbolos OFDM no domínio do tempo. Sua função protótipo é dada pela Equação (2.24).

$$g[n] = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}}, & \text{se } 0 \leq n \leq N - 1 \\ 0, & \text{outros intervalos} \end{cases} \quad (2.24)$$

No domínio da frequência, a função torna-se um pulso sinc e se espalha

Tabela 2.3: Valores de $\|\Gamma_{(\Delta m, \Delta k)}\|^2$ para símbolos adjacentes no tempo (Δm , nas colunas) e na frequência (Δk , nas linhas) do filtro protótipo janela retangular.

$\Delta k : \Delta m$	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
-2	0	0	0	0	0	0	0
-1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-	0	0	0
+1	0	0	0	0	0	0	0
+2	0	0	0	0	0	0	0

por todo o espectro. Entretanto, as subportadoras são ortogonais na amostragem do espectro para $k = 0, \dots, N - 1$. Portanto, a Tabela 2.3 das interferências do plano tempo-frequência de um quadro OFDM com filtro protótipo de janela retangular é completamente nula.

2.5.2 IOTA

O algoritmo de transformação ortogonal isotrópica (IOTA) é um método de projeto de filtros protótipos que utiliza funções gaussianas parametrizadas por um fator ρ a fim de obter filtros bem localizados de forma quase ótima. Um processo de ortogonalização é utilizado para evitar interferência intersimbólica entre pontos vizinhos do reticulado. As funções IOTA também respeitam o critério de Nyquist para filtros casados.

Uma forma fechada (com truncamento) para o filtro protótipo é

dada por

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{\rho, \nu_0, \tau_0}(t) &= \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{+\infty} d_{k, \rho, \nu_0} \left[g_{\rho} \left(t + \frac{k}{\nu_0} \right) + g_{\rho} \left(t - \frac{k}{\nu_0} \right) \right] \\ &\times \sum_{l=0}^{+\infty} d_{l, \frac{1}{\rho}, \tau_0} \cos \left(2\pi l \frac{t}{\tau_0} \right), \end{aligned} \quad (2.25)$$

na qual $d_{k, \rho, \nu_0, \tau_0}$ e d_{l, ρ, τ_0} são coeficientes cuja obtenção é apresentada em [14] e a função gaussiana $g_{\rho}(t)$ e os parâmetros $\rho, \nu_0, \tau_0 \geq 0$ seguem as definições

$$g_{\rho}(t) = (2\rho)^{\frac{1}{4}} e^{-\pi\rho t^2} \quad (2.26a)$$

$$2\nu_0\tau_0 = 1 \quad (2.26b)$$

$$\rho_m \leq \rho \leq \frac{1}{\rho_m} \quad (2.26c)$$

$$\rho_m \cong 0.528\nu_0^2. \quad (2.26d)$$

Para uma normalização simétrica $\tau_0 = \sqrt{2}T/2$, $\nu_0 = \sqrt{2}F/2$ e $\rho = 1$, o pulso de forma de onda de $\tilde{g}_{\rho, \nu_0, \tau_0}(t)$ é idêntico a sua transformada de Fourier.

A Tabela 2.4 apresenta os valores de interferência do plano tempo-frequência quando é utilizado um filtro protótipo IOTA em um sistema FBMC/OQAM.

Tabela 2.4: Valores simulados de $\|\Gamma_{(\Delta m, \Delta k)}\|^2$ para símbolos adjacentes no tempo (Δm , nas colunas) e na frequência (Δk , nas linhas) do filtro protótipo IOTA.

$\Delta k : \Delta l$	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
-2	0	0	0.0014	0	0.0014	0	0
-1	0.0001	0.0014	0.0520	0.1949	0.0520	0.0014	0.0001
0	0.0003	0	0.1942	–	0.1942	0	0.0003
+1	0.0001	0.0014	0.0520	0.1949	0.0520	0.0014	0.0001
+2	0	0	0.0014	0	0.0014	0	0

2.5.3 Mirabassi-Martin (PHYDIAS)

A função de Mirabassi-Martin é bem localizada e possui um rápido decaimento de energia dos lóbulos laterais [12]. Os pesquisadores do projeto europeu de camada física para acesso dinâmico de espectro (PHYDIAS) [15] utilizam o filtro protótipo de Mirabassi-Martin. A forma de construção da função protótipo é dada por:

$$g(t) = \begin{cases} a_0 + 2 \sum_{l=1}^{K_p-1} a_l \cos(2\pi lt), & |t| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{em outros casos} \end{cases} \quad (2.27)$$

na qual K_p é o fator de superposição (no tempo) do filtro e os termos a_l para $l = 0, \dots, K_p - 1$ são coeficientes auxiliares no projeto do filtro. Para formar um conjunto completo de equações, são necessárias equações auxiliares, dadas por:

$$k_l = (-1)^l a_l \quad (2.28a)$$

$$k_0 = -1 \quad (2.28b)$$

$$1 = k_l^2 + k_{K_p-l}^2 \quad (2.28c)$$

$$0 = k_0 + 2 \sum_{l=1}^{K_p-1} k_l \quad (2.28d)$$

$$\sum_{l=1}^{K_p-1} l^q k_l = 0, \quad q \geq 2, \quad q \in \{2n | n \in \mathbb{Z}\} \quad (2.28e)$$

Valores dos coeficientes a_l para diferentes fatores de superposição K_p do filtro são mostrados na Tabela 2.5, adaptada de [12]. Observe nas Tabelas 2.4 e 2.6 que os símbolos interferentes concentram-se apenas em um subconjunto de posições do plano tempo-frequência ao redor do símbolo de interesse.

Na Figura 2.2 são apresentadas as respostas ao impulso dos filtros protótipos apresentados nesta Seção: janela retangular, IOTA e PHYDIAS. Pode-se observar a influência dos lóbulos laterais no domínio da

2.5. FILTROS PROTÓTIPOS

Tabela 2.5: Tabela dos coeficientes do filtro de Mirabassi-Martin para diferentes valores de K_p , adaptada de [12].

	$K_p = 1$	$K_p = 2$	$K_p = 3$	$K_p = 4$	$K_p = 6$
a_0	1	1	1	1	1
a_1	—	0.70710678	0.91143783	0.97195983	0.99818572
a_2	—	—	0.41143783	0.70710678	0.94838678
a_3	—	—	—	0.23514695	0.70710678
a_4	—	—	—	—	0.31711593
a_5	—	—	—	—	0.06021021

Tabela 2.6: Valores simulados de $\|\Gamma_{(\Delta m, \Delta k)}\|^2$ para símbolos adjacentes no tempo (Δm , nas colunas) e na frequência (Δk , nas linhas) do filtro protótipo PHYDIAS.

$\Delta k : \Delta m$	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
-2	0	0	0	0	0	0	0
-1	0.0018	0.0156	0.0424	0.0573	0.0424	0.0156	0.0018
0	0.0045	0	0.3186	0	0.3186	0	0.0045
+1	0.0018	0.0156	0.0424	0.0573	0.0424	0.0156	0.0018
+2	0	0	0	0	0	0	0

frequência e a vantagem, em termos OOB, de utilizar um filtro bem localizado.

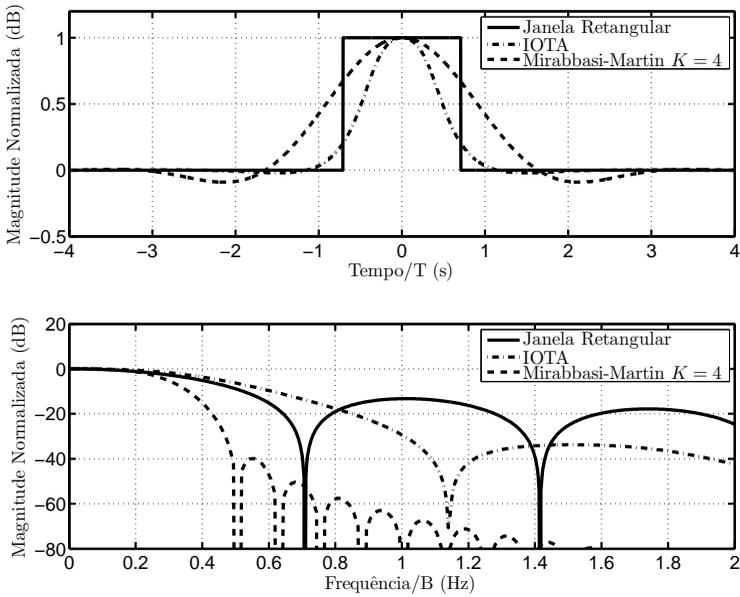


Figura 2.2: Resposta ao impulso dos filtros protótipos apresentados nesta seção.

3

Codificação de Rede na Camada Física

O termo **codificação de rede** foi apresentado pela primeira vez na literatura através do trabalho de Alshwede *et al.* [3]. Nesse trabalho, os autores demonstraram que, se for permitido aos nós intermediários de uma rede combinarem os pacotes recebidos de diversas fontes (em vez de simplesmente utilizar a estratégia de roteamento), é possível maximizar o fluxo de informação da rede (*throughput*) em um cenário *multicast*.

A expressão **codificação de rede na camada física (PNC)** foi introduzida por Zhang, Liew e Lam [4]. Entretanto, pode-se observar que simultaneamente os autores de [4, 5, 16] propuseram trabalhos em uma direção bastante similar, a qual consiste em utilizar a superposição de sinais eletromagnéticos em um ambiente sem fio de forma benéfica em vez de tratá-la como uma situação de interferência indesejável.

O exemplo tradicional para ilustrar as vantagens de PNC é a rede bidirecional com relay (TWRC), na qual dois usuários (A e B) desejam trocar informações através de um nó intermediário (*relay* R). A Figura 3.1 apresenta as possíveis estratégias para realizar essa comunicação.

Como é possível observar, o roteamento tradicional necessita de quatro instantes de comunicação para concluir a troca. No caso da codificação de rede, essa tarefa é realizada com três instantes de comunicação, assumindo que o *relay* seja capaz de combinar os pacotes recebidos e retransmitir a combinação simultaneamente para os dois

usuários. Para isso, pode-se utilizar soma módulo-2 (xOR), por exemplo.

Utilizando a possibilidade de superposição dos sinais no ambiente sem fio, caso seja possível para o *relay* extrair essa combinação dos pacotes através de uma transmissão simultânea de ambos os usuários para o nó intermediário, pode-se economizar um instante de comunicação. Neste caso particular, com o uso da estratégia PNC, a taxa de transmissão de dados é duplicada.

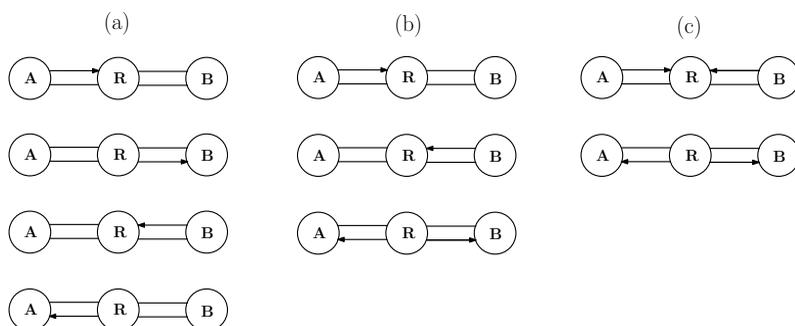


Figura 3.1: Estratégias de difusão na rede bidirecional: (a) roteamento tradicional, (b) codificação de rede e (c) codificação de rede na camada física.

Nos exemplos anteriores foram desconsiderados os efeitos de desvanecimento dos sinais, normalmente presentes no meio de comunicação sem fio. A fim de introduzir os desafios mais práticos da abordagem de codificação de rede na camada física, vamos apresentar um exemplo motivacional inspirado pelo trabalho de Silva [17].

Considere o ambiente de comunicação apresentado na Figura 3.2, onde os nós A e B são fontes de informação que desejam trocar mensagens através do nó intermediário R . Assuma desvanecimento plano e quase-estático. Na figura, $h_{AR}, h_{BR} \in \mathbb{C}$ são respectivamente os ganhos dos canais de comunicação sem fio entre os nós A e B para o *relay*. Os vetores $\mathbf{x}_A, \mathbf{x}_B \in \mathbb{C}^n$ são sinais codificados e modulados que correspondem às mensagens de pacotes binários $\mathbf{w}_A, \mathbf{w}_B \in \mathbb{F}_2^k$ dos seus respectivos usuários.

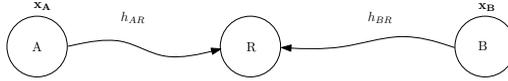


Figura 3.2: Exemplo motivacional.

Com base na estratégia mais tradicional da codificação de rede, considere que o objetivo do nó intermediário R seja extrair a combinação x_{OR} , $\mathbf{u} = \mathbf{w}_A \oplus \mathbf{w}_B$. Essa inferência deve ser feita a partir do sinal $\mathbf{y} = h_{AR}\mathbf{x}_A + h_{BR}\mathbf{x}_B + \mathbf{z}$ recebido de uma transmissão simultânea dos usuários A e B , no qual $\mathbf{z} \in \mathbb{C}^n$ é o ruído gaussiano branco aditivo (AWGN).

Para tornar o problema mais evidente, considere que os usuários utilizam a modulação 8-PSK com o mapeamento descrito a seguir:

Tabela 3.1: Mapeamento 8-PSK.

Sequência binária	Símbolo da Constelação	Sequência binária	Símbolo da Constelação
000	$s_0 (+1)$	100	$s_4 (-1)$
001	$s_1 \left(\frac{+1+i}{\sqrt{2}} \right)$	101	$s_5 \left(\frac{-1-i}{\sqrt{2}} \right)$
010	$s_2 (+i)$	110	$s_6 (-i)$
011	$s_3 \left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}} \right)$	111	$s_7 \left(\frac{+1-i}{\sqrt{2}} \right)$

Assuma também, como primeiro caso, que $h_{AR} = h_{BR} = 1$. Dessa forma, a constelação equivalente recebida pelo *relay* (livre de ruído) é apresentada pela Figura 3.3. Nessa situação, não existe ambiguidade na x_{OR} das mensagens de um mesmo símbolo da constelação estendida.

Em uma configuração de canais diferente, por exemplo $h_{AR} = -ih_{BR} = 1$, o resultado da constelação formada no *relay* é diferente, conforme mostrado na Figura 3.4. Como se pode observar, para essa configuração particular de canais, não é possível para o *relay* extrair a x_{OR} das mensagens, pois há pontos de ambiguidade.

Portanto, a estratégia do sistema PNC para canais quaisquer deve levar esses problemas em consideração a fim de garantir uma comuni-

ção confiável.

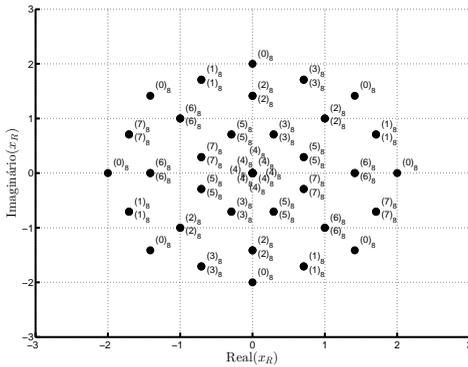


Figura 3.3: Constelação 8-PSK estendida no nó intermediário para $h_{AR} = h_{BR} = 1$. O(s) rótulo(s) dos sinais, na forma $(x)_8$, representa(m) possível(is) resultado(s) de uma operação xOR (bit a bit) na forma octal a eles associado(s). Rótulos repetidos associados a um mesmo sinal indicam ausência de ambiguidade na xOR.

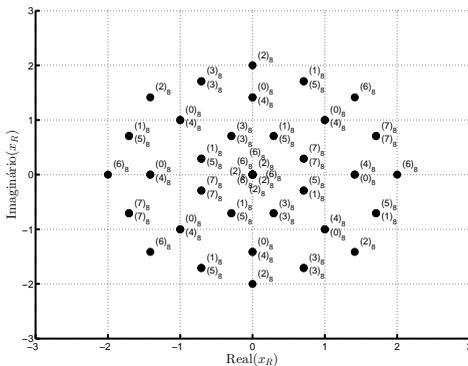


Figura 3.4: Constelação 8-PSK estendida no nó intermediário para $h_{AR} = 1$ e $h_{BR} = 1i$. O(s) rótulo(s) dos sinais, na forma $(x)_8$, representa(m) possível(is) resultado(s) de uma operação xOR (bit a bit) na forma octal a eles associado(s). Rótulos distintos associados a um mesmo sinal indicam ambiguidade na xOR.

Conforme ilustrado por Silva [17], de forma geral é necessário que o *relay* seja capaz de extrair combinações lineares sobre o anel de inteiros gaussianos $\mathbb{Z}[i]$ em vez de apenas sobre um corpo finito (caso da xOR).

Com base nesta introdução, as próximas seções deste capítulo apresentam uma abordagem algébrica no estudo de PNC, fundamentando as ideias que serão exploradas neste trabalho e os principais resultados relevantes da área já publicados na literatura.

3.1 Modelo do Sistema

Uma abordagem formal para o PNC foi apresentada por Nazer e Gastpar em [18]. Fundamentada em uma estrutura algébrica consistente no uso de reticulados, a ideia é tratar a interferência dos usuários em nós *relay* intermediários de forma benéfica em vez de destrutiva, buscando decodificar funções lineares das mensagens transmitidas de acordo com os coeficientes de canal observados.

O trabalho de Nazer e Gastpar buscou inspiração em resultados obtidos por Erez e Zamir, os quais mostraram que é possível alcançar a capacidade do canal AWGN ponto a ponto utilizando códigos de reticulados aninhados combinados com decodificação de reticulados [19].

O esquema de codificação de Nazer e Gastpar é denominado como computa-e-encaminha, do termo em inglês *compute-and-forward* (C&F). A estratégia é sumarizada pelos autores da seguinte maneira:

- cada transmissor mapeia suas mensagens, originalmente sobre um corpo finito, em uma palavra-código de um código de reticulado aninhado;
- as palavras-código do reticulado são transmitidas pelo canal;
- cada *relay* decodifica uma equação linear de palavras-código do reticulado;
- essas equações do reticulado são mapeadas de volta no espaço de

mensagens para obter a combinação linear desejada das mensagens [18].

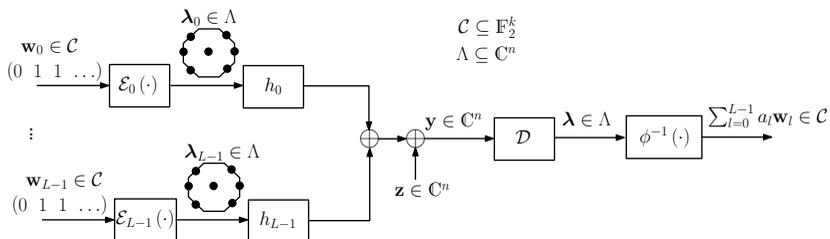


Figura 3.5: Esquema de transmissão C&F.

A Figura 3.5 ilustra resumidamente a proposta do C&F. Embora o esquema apresentado por Nazer e Gastpar seja genérico em relação à quantidade de nós *relay* da rede, limitaremos nossa análise ao estudo de caso da troca de informação entre L usuários através de apenas um nó intermediário. Outra consideração deste trabalho é que as mensagens dos usuários são binárias, ou seja, pacotes de bits de informação.

Utilizando a natureza da definição de reticulados e com uma estrutura matemática concisa, Feng, Silva e Kschischang apresentaram em [6] uma abordagem algébrica sobre o problema de codificação de rede na camada física para sistemas práticos de comunicação sem fio. Essa proposta é denominada **codificação de rede via reticulados (LNC)** pelos autores. O trabalho utiliza como base os resultados da estratégia computa-e-encaminha, de Nazer e Gastpar, e complementa com uma metodologia prática de projeto de códigos de rede sobre anéis comutativos finitos em vez de trabalhar com códigos sobre corpos finitos.

Direcionamos o leitor ao Apêndice A para uma revisão sobre estruturas algébricas e melhor compreensão das expressões e nomenclaturas utilizadas nesta Seção. A seguir, uma sequência de definições será realizada para formulação do problema e apresentação da estratégia LNC.

Conforme [17], para a descrição de um esquema PNC T -linear, considere um anel comutativo T com identidade $1 \neq 0$ e seja W um T -

módulo finito chamado de *espaço de mensagens*.

Definição 3.1 (*Mensagens e Codificadores*). Cada fonte transmissora, indexada pelo índice l , possui uma mensagem a ser transmitida, a qual definimos como $\mathbf{w}_l \in W$. Cada mensagem é codificada com seu respectivo codificador $\mathcal{E}_l : W \rightarrow \mathbb{C}^n$, o qual realiza um mapeamento do espaço de mensagens em um vetor de símbolos complexos, ou seja, $\mathbf{x}_l = \mathcal{E}_l(\mathbf{w}_l)$. Por simplicidade, consideraremos que todos os codificadores são idênticos, ou seja, $\mathcal{E}_l = \mathcal{E}$ para $l = 0, 1, \dots, L - 1$.

Definição 3.2 (*Canal de múltiplo acesso*). Seja um canal de múltiplo acesso composto por L fontes transmissoras e um único nó receptor (*relay*) sujeito a um desvanecimento plano e quase-estático e ruído gaussiano branco aditivo. Sejam ainda as entradas do canal os vetores $\mathbf{x}_0, \dots, \mathbf{x}_{L-1} \in \mathbb{C}^n$. A saída do canal é descrita pela seguinte equação:

$$\mathbf{y} = \sum_{l=0}^{L-1} h_l \mathbf{x}_l + \mathbf{z} \quad (3.1)$$

na qual $h_0, \dots, h_{L-1} \in \mathbb{C}$ são os ganhos complexos no *uplink* das respectivas fontes para o *relay* e $\mathbf{z} \sim \mathcal{CN}(0, N_0 \mathbf{I}_n)$. Por conveniência, agruparemos os ganhos dos canais no vetor $\mathbf{h} = (h_0 \ \dots \ h_{L-1})^T$.

A potência de transmissão de cada usuário é limitada com a restrição

$$P_l \leq \frac{1}{n} E [\|\mathbf{x}_l\|^2]. \quad (3.2)$$

Sem perda de generalidade, assume-se que $P_l = P$ para $l = 1, \dots, L$, uma vez que assimetrias podem ser incorporadas nos coeficientes de desvanecimento dos canais. Define-se a razão sinal-para-ruído (SNR) como

$$\text{SNR} \triangleq \frac{P}{N_0}. \quad (3.3)$$

Definição 3.3 (*Objetivo do Receptor*). Considere um nó *relay* como receptor do sinal de saída de um canal de múltiplo acesso. O objetivo

do *relay* é decodificar uma combinação T -linear de mensagens dada por

$$\mathbf{t} = \sum_{l=0}^{L-1} a_l \mathbf{w}_l \in W, \quad (3.4)$$

na qual $a_l \in T$ são os coeficientes da combinação linear, agrupados no vetor $\mathbf{a} = (a_0 \ \cdots \ a_{L-1})^T$. Para isso, o *relay* conta com um decodificador $\mathcal{D} : \mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^L \times \mathbb{T}^L \rightarrow W$, responsável por encontrar uma estimativa $\hat{\mathbf{t}} = \mathcal{D}(\mathbf{y}|\mathbf{h}, \mathbf{a})$ da combinação linear de mensagens em (3.4).

3.2 Taxas Alcançáveis

Dos resultados combinados dos trabalhos [18] e [6], alguns resultados importantes devem ser ressaltados. Para um sistema LNC de portadora simples convencional, define-se como taxa de mensagem ou eficiência espectral R_{mes} a razão entre o comprimento k da mensagem (medido em bits) e o número n de usos do canal, ou seja,

$$R_{mes} = \frac{k}{n}, \quad (3.5)$$

na qual $k = \log_2 |W|$.

Assintoticamente, Nazer e Gastpar demonstraram a existência de uma taxa computacional que limita a taxa individual de cada usuário para que exista comunicação confiável na estratégia C&F [18]. Em [6], os autores reformularam esse teorema, o qual apresentamos a seguir.

Definição 3.4 (*Taxa Computacional*). Dado $\epsilon > 0$, para um espaço de mensagens $W = (\mathbb{Z}[i]/\langle 2 \rangle)^k$, um valor de n suficientemente grande, um vetor de coeficientes de canais $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^L$ e qualquer vetor de coeficientes não-nulo $\mathbf{a} \in \mathbb{Z}[i]^L$, existe uma probabilidade de erro $\mathcal{P}_e(\mathbf{h}, \mathbf{a}) < \epsilon$ para um k que garanta que a taxa de mensagem R_{mes} seja menor do que a seguinte **taxa computacional**:

$$R_{comp}(\mathbf{h}, \mathbf{a}) \triangleq \max \log_2 \left(\frac{SNR}{\|\alpha \mathbf{h} - \mathbf{a}\|^2 SNR + |\alpha|^2} \right). \quad (3.6)$$

Ainda, o valor de α que maximiza a equação acima é

$$\alpha_{opt} = \frac{SNR}{\|\mathbf{h}\|^2 SNR + 1} \mathbf{h}^H \mathbf{a}. \quad (3.7)$$

Combinando as Equações (3.6) e (3.7), pode-se obter uma forma mais compacta para a expressão da taxa computacional, dada por

$$R_{comp}(\mathbf{h}, \mathbf{a}) = \log_2 \left(\frac{SNR}{\mathbf{a}^H \mathbf{M} \mathbf{a}} \right) \quad (3.8)$$

na qual

$$\mathbf{M} = SNR \mathbf{I}_L - \frac{SNR^2}{SNR \|\mathbf{h}\|^2 + 1} \mathbf{h} \mathbf{h}^H. \quad (3.9)$$

Pode-se mostrar que o valor ótimo de α está associado com a minimização da variância do ruído efetivo \mathbf{z}_{ef} (com vetores \mathbf{h} , \mathbf{a} conhecidos) através do uso da técnica de mínimo erro quadrático médio (MMSE). O ruído efetivo será definido posteriormente.

3.3 Codificação de Rede via Reticulados

Considere T como um sub-anel de \mathbb{C} e considere a existência de um homomorfismo $\varphi : \Lambda_c \rightarrow W$, no qual $\Lambda_c \subseteq \mathbb{C}^n$ é um T -reticulado (ou seja, um T -submódulo discreto de \mathbb{C}^n). Por sua característica de mapeamento linear, o homomorfismo φ gera uma compatibilidade entre operações lineares no espaço de mensagens e operações lineares no espaço do reticulado [17].

Dados $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2 \in W$, $\boldsymbol{\lambda}_1, \boldsymbol{\lambda}_2 \in \Lambda_c$ e $a_1, a_2 \in T$, pode-se codificar as mensagens $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2$ em dois pontos do T -reticulado, de forma que $\varphi(\boldsymbol{\lambda}_1) = \mathbf{w}_1$ e $\varphi(\boldsymbol{\lambda}_2) = \mathbf{w}_2$. Pelas propriedades do homomorfismo, também é possível compreender que as operações T -lineares entre os pontos do reticulado possuem relação direta com operações no espaço de mensagens, pois:

$$\varphi(a_1 \boldsymbol{\lambda}_1 + a_2 \boldsymbol{\lambda}_2) = a_1 \varphi(\boldsymbol{\lambda}_1) + a_2 \varphi(\boldsymbol{\lambda}_2) \quad (3.10)$$

Neste ponto, percebe-se a importância de o codificador \mathcal{E} mapear as mensagens $\mathbf{w}_0, \dots, \mathbf{w}_{L-1} \in W$ em vetores correspondentes $\mathbf{x}_0, \dots, \mathbf{x}_{L-1} \in \Lambda_c$, ou seja, no espaço T -linear do reticulado, buscando atingir o objetivo do receptor descrito na equação (3.4). Sob condições ideais (\mathbf{z} nulo e $\mathbf{h} = \mathbf{a}$), este objetivo é atingido simplesmente aplicando a definição de φ ao vetor recebido na Equação (3.1) [17].

De acordo com a definição (A.1), seja o núcleo do homomorfismo $\Lambda_f = \ker(\varphi) = \{\boldsymbol{\lambda} \in \Lambda_c : \varphi(\boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{0}\}$, o qual é também um T -reticulado. Naturalmente, $\Lambda_c \subseteq \Lambda_f$ e Λ_f é também um T -submódulo de Λ_c . De acordo também com o primeiro teorema do isomorfismo [20], o anel quociente Λ_f/Λ_c é um T -módulo congruente ao espaço de mensagens W .

Conforme explicado em [17], pode-se interpretar que as mensagens em W são mapeadas nos *cosets* de Λ_f em Λ_c , já que qualquer elemento de um *coset* $\boldsymbol{\lambda} + \Lambda_f$ é mapeado na mesma mensagem $\tilde{\varphi}(\boldsymbol{\lambda})$. A escolha do espaço de mensagens como $W \cong \Lambda_f/\Lambda_c$ permite que um esquema LNC seja especificado pelo par de T -reticulados (Λ_c, Λ_f) , sendo que esses são aninhados, pois $\Lambda_c \subseteq \Lambda_f$. Denota-se Λ_c e Λ_f como reticulados grosso e fino, respectivamente, conforme notação encontrada em [18] e no Apêndice A.

3.3.1 Codificação e Decodificação via Reticulados

Considerando canais com desvanecimento plano em bloco sujeitos a ruído aditivo, a estratégia LNC considera o uso do C&F para tratar o sinal recebido e lidar com as imperfeições do canal de múltiplo acesso. Portanto, seguem algumas definições da estratégia C&F adequadas à abordagem LNC.

Definição 3.5 (*Codificador*). O codificador $\mathcal{E} : W \rightarrow \mathbb{C}^n$ é definido como

$$\mathbf{x}_l = \mathcal{E}(\mathbf{w}_l) \triangleq \varphi^{-1}(\mathbf{w}_l) \cap \mathcal{V}_{\Lambda_f} = [\tilde{\varphi}(\mathbf{w}_l)] \pmod{\Lambda_f}, \quad (3.11)$$

na qual \mathcal{V}_{Λ_f} é a região de Voronoi do reticulado fino e $[\cdot] \pmod{\Lambda_f}$ é a

operação módulo reticulado fino (veja as Definições A.10 e A.11). Note também que $\tilde{\varphi} : W \rightarrow \mathbb{C}^n$ é um mapeamento injetor convenientemente definido para associar as mensagens às suas respectivas palavras-código de reticulado, e deve respeitar a condição $\varphi(\tilde{\varphi}(\mathbf{w}_l)) = \mathbf{w}_l$.

Definição 3.6 (*Dithering*). É comum na estratégia C&F somar intencionalmente um vetor aleatório de *dither* às palavras-código. Quando segue uma distribuição uniforme, o vetor de *dither* torna as entradas do canal de múltiplo acesso independentes das respectivas palavras-códigos. Com isso, é possível descorrelacionar o sinal desejado do ruído efetivo (a ser definido posteriormente). Para utilização de *dithering*, basta modificar o codificador da Equação (3.11) da seguinte forma:

$$\mathcal{E}(\mathbf{w}_l) \triangleq [\mathbf{d}_l + \tilde{\varphi}(\mathbf{w}_l)] \pmod{\Lambda_f} \quad (3.12)$$

na qual $\mathbf{d}_l \in \mathbb{C}^n$ é o vetor de *dither* da l -ésima fonte do sistema. Ainda, em conjunto com \mathcal{V}_{Λ_f} , o vetor \mathbf{d}_l pode ser utilizado para realizar ajustes necessários de energia da constelação transmitida [17, 6].

Definição 3.7 (*Canal módulo-reticulado com ruído aditivo*). Considere-se agora que as mensagens $\mathbf{x}_0, \dots, \mathbf{x}_{L-1}$ transmitidas pelos usuários (vide Equação (3.1)) são pontos de um T -reticulado correspondentes à codificação das mensagens dos usuários. Ao receber o sinal da Equação (3.1), o receptor escala o vetor por uma constante $\alpha \in \mathbb{C}$ e remove o efeito de *dithering*, de forma que

$$\tilde{\mathbf{y}} = \alpha \mathbf{y} - \sum_{l=1}^L a_l \mathbf{d}_l \quad (3.13a)$$

$$= \boldsymbol{\lambda}_r + \mathbf{z}_{ef} \quad (3.13b)$$

na qual $\boldsymbol{\lambda}_r = \sum_{l=0}^{L-1} a_l \mathbf{x}_l$ e \mathbf{z}_{ef} é definido como o *ruído efetivo*, dado pela equação

$$\mathbf{z}_{ef} = \sum_{l=1}^L \theta_l \mathbf{x}_l - \alpha \mathbf{z}, \quad (3.14)$$

com $\theta_l = \alpha h_l - a_l$ para $l = 1, \dots, L$.

Ao realizar esse procedimento, diz-se que o canal de múltiplo acesso é transformado em um *canal módulo-reticulado com ruído aditivo* cuja saída é representada pela Equação (3.13). Observe que a função da constante α é aproximar os ganhos complexos dos canais dos coeficientes de combinação linear $a_l \in \mathbb{Z}[i]$. A dedução da equação do ruído efetivo é apresentada com detalhes no Apêndice B.

Definição 3.8 (*Decodificação da Equação de Reticulado*). Seja $\boldsymbol{\lambda}_r$ o ponto de reticulado a ser decodificado. Seja ainda Q_{Λ_c} um quantizador para Λ_c (veja a Definição A.10), o decodificador $\mathcal{D} : \mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^L \times T^L$ é definido como [17]:

$$\hat{\mathbf{t}} = \mathcal{D}(\mathbf{y}|\mathbf{h}, \mathbf{a}, \{\mathbf{d}_l\}) \triangleq \varphi(Q_{\Lambda_c}(\tilde{\mathbf{y}})). \quad (3.15)$$

Em [18], essa combinação T -linear de pontos de reticulado é conhecida como equação de reticulado. Devido às propriedades lineares previamente discutidas do homomorfismo φ , pode-se observar que $\varphi(\boldsymbol{\lambda}_r) = \mathbf{t}$, ou seja, a equação de reticulado $\boldsymbol{\lambda}_r$ corresponde à combinação linear desejada pelo receptor.

A escolha de α e \mathbf{a} está diretamente associada à minimização da probabilidade de erro para o decodificador \mathcal{D} . Conforme apresentado por [17, 18], a probabilidade de erro da decodificação da equação de reticulado está associada com o efeito conjunto da imperfeição da quantização de \mathbf{h} em \mathbf{a} e do ruído gaussiano presente no canal de múltiplo acesso.

3.3.2 Construção de Códigos sob Reticulados

No Apêndice A, a Definição A.12 caracteriza um código de reticulados aninhados. Entretanto, essa definição não apresenta uma metodologia para construção de reticulados aninhados que possam formar códigos práticos para sistemas de comunicação.

Os trabalhos de Feng *et al.* [6] e Silva [17] apresentam critérios de projeto para códigos de reticulados aninhados e algumas construções particulares baseadas em códigos lineares, de forma que seja possível

utilizar métodos tradicionais de decodificação. Neste trabalho restringimos nossa abordagem a códigos lineares binários.

Construção A

O T -reticulado grosso da Construção A é obtido sobre um código linear binário $\mathcal{C}(n, k)$ de taxa $R_m = k/n$. Define-se o reticulado grosso como:

$$\Lambda_c = \{\boldsymbol{\lambda} \in T^n : \sigma(\boldsymbol{\lambda}) \in \mathcal{C}\}, \quad (3.16)$$

na qual $\sigma : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{F}_2^n$ é um mapeamento injetivo.

Para ilustrar esse conceito, considere por exemplo $T = \mathbb{Z}$. Conforme explicado por Silva [17], para um reticulado grosso $\Lambda_c = 2\mathbb{Z}^n \subseteq \Lambda_f$, é possível concluir que $\Lambda_f/\Lambda_c \cong (\mathbb{Z}/\langle 2 \rangle)^k \cong \mathcal{C}$.

Ao aplicar o homomorfismo $\varphi : \Lambda_f \rightarrow \mathcal{C}$, observamos que há uma equivalência entre os mapeamentos $\varphi(\boldsymbol{\lambda}) = \sigma(\boldsymbol{\lambda})$, uma vez que o espaço de mensagens W do código de reticulados aninhados foi considerado como o próprio código \mathcal{C} . Assim, ao mapear as palavras-código para o espaço de mensagens, é possível utilizar o método de decodificação tradicional associado ao código \mathcal{C} .

Pode-se considerar a **Construção A Complexa** para o caso em que $T^n \subseteq \mathbb{Z}[i]$. Entretanto, neste caso é preciso considerar que $\Lambda_c \triangleq \pi T^n$, em que π é um primo em T .

Construção A Levantada

Na Construção A Levantada, um $\mathbb{Z}[i]$ -reticulado $\Lambda = \Lambda_c + i\Lambda_c$ é construído, apropriando-se da ortogonalidade entre os planos real e imaginário.

Para isso, considera-se o uso de um código linear $\bar{\mathcal{C}} = \mathcal{C} + i\mathcal{C} \subseteq \mathbb{Z}[i]/\langle 2 \rangle$, de forma que $\bar{\mathcal{C}}$ é um $\mathbb{Z}[i]/\langle 2 \rangle$ -módulo. O reticulado fino é definido como:

$$\Lambda_c = \{\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{Z}[i]^n : \sigma(\boldsymbol{\lambda}) \in \bar{\mathcal{C}}\}, \quad (3.17)$$

na qual $\sigma : \mathbb{Z}[i] \rightarrow \mathbb{Z}[i]/\langle 2 \rangle$.

A decodificação de mínima distância após aplicação do homomorfismo φ torna-se mais simples e pode ser realizada de forma independente, uma vez que pode-se interpretar $\Re(\boldsymbol{\lambda}), \Im(\boldsymbol{\lambda}) \in T$ como duas palavras-código independentes.

Castro, Silva e Uchôa-Filho [21] apresentaram resultados de simulação utilizando a Construção A Levantada com codificação turbo e modulação digital de fase quaternária (QPSK).

Construção D

A Construção D é baseada em um conjunto de códigos aninhados. Silva e Silva [22] publicaram uma estratégia de decodificação multi-estágio com métrica modificada de Viterbi para decodificação de reticulados baseando-se na Construção D Levantada e obtiveram resultados de eficiência espectral de 3 bits por dimensão complexa para a modulação 16-QAM e 5 bits por dimensão complexa para a modulação 64-QAM.

4

PNC em Sistemas Multiportadora

Este Capítulo apresenta uma revisão de literatura de trabalhos relacionados sobre codificação de rede na camada física no domínio da frequência e aplicada a sistemas multiportadora. As Seções 4.1 e 4.2 revisam publicações utilizando a filosofia de PNC para obtenção da xOR de pacotes binários em sistemas OFDM. A Seção 4.3 revisa trabalhos em que a estratégia C&F é aplicada no domínio da frequência.

4.1 PNC do Domínio da Frequência

A primeira publicação que mostra resultados práticos de implementação da técnica de PNC é o trabalho de Lu *et al.* [23]. Considerando a rede bidirecional, os autores utilizam a estratégia de extrair o mapeamento xOR da superposição de símbolos no *relay*, conforme a motivação original em [4]. Entretanto, a fim de lidar com problemas práticos de assincronia no domínio do tempo, os autores adotam o uso do sistema OFDM para realizar a transmissão de sinais dos usuários para o *relay* durante a etapa de múltiplo acesso. A combinação de PNC com mapeamento xOR no *relay* em conjunto com um sistema multiportadora (especificamente OFDM) foi denominada pelos autores como codificação de rede na camada física no domínio da frequência (FPNC) [23].

A implementação da FPNC em [23] foi realizada na plataforma de rádio definido por software conhecida como *Universal Soft Radio Pe-*

ripheral (USRP). Embora a codificação de rede na camada física seja uma ideia natural em termos de exploração da superposição de sinais eletromagnéticos no meio físico, existem algumas dificuldades práticas em sua implementação. Conforme relatado por Lu *et al.*, algumas dessas dificuldades envolvem a assincronia de símbolos no domínio do tempo, atrasos temporais causados por canais com desvanecimento seletivo em frequência e desvios de frequência de portadora [23]. Além disso, é necessário que o *relay* faça a estimação dos ganhos dos canais de comunicação entre os nós dos usuários e o nó intermediário.

Para lidar com os aspectos práticos, os autores de [23] propõem uma modificação “moderada” do projeto do pré-âmbulo de pacote do protocolo 802.11a/g OFDM PHY. Essas modificações incluem o projeto de símbolos de treinamento curtos e longos. Os símbolos de treinamento curtos são utilizados para ajustes de recuperação dos instantes de amostragem no *relay*, detectando os limiares de início e fim dos símbolos de treinamento longos através de um procedimento de correlação cruzada. Os símbolos de treinamento longos são utilizados subsequentemente para realizar a estimação de canal e compensação do desvio de frequência dos usuários.

Além disso, durante a transmissão dos pacotes de dados, subportadoras piloto também auxiliam o rastreamento das variações dinâmicas dos ganhos dos canais de comunicação. Nota-se que, nas modificações propostas por [23], é necessário evitar superposição durante a estimação de canal (consequentemente não há superposição de símbolos para os símbolos de treinamento longos nem entre subportadoras piloto).

Deste ponto em diante neste trabalho, limitaremos nossa análise do FPNC às questões de modelagem e estratégia de modulação e demodulação dos símbolos. Os demais aspectos práticos de implementação poderão ser consultados no trabalho original dos autores em [23].

4.1.1 Transmissão e Decodificação do FPNC

Assumindo a ausência de efeitos de assincronia (veja mais informações na Seção 4.1.2), para o modelo de rede bidirecional apresentada na

Figura 4.1, o sinal recebido pelo nó *relay* durante a etapa de múltiplo acesso da transmissão do m -ésimo símbolo OFDM de cada usuário é descrito pela seguinte equação:

$$Y_m[k] = H_{A,m}[k] X_{A,m}[k] + H_{B,m}[k] X_{B,m}[k] + Z_m[k] \quad (4.1)$$

na qual $k = 0, \dots, N - 1$ representa o índice de subportadora de um símbolo OFDM, $H_{A,m}[k], H_{B,m}[k] \in \mathbb{C}$ representam os ganhos complexos dos canais de comunicação dos usuários A e B (respectivamente) para o *relay*, $X_{A,m}[k], X_{B,m}[k] \in \mathbb{C}$ são os símbolos transmitidos nessa etapa pelos usuários A e B (respectivamente) e $Z_m[k] \in \mathbb{C}$ é o ruído aditivo de comunicação na recepção do nó *relay*.

O objetivo da estratégia FPNC é extrair do sinal $Y_m[k]$ a combinação xOR dos bits transmitidos pelos usuários em cada subportadora k . Naturalmente, para garantir uma comunicação confiável, é comum adotar uma estratégia de codificação de canal nas mensagens transmitidas. O trabalho de Lu *et al.* [23] considera o uso de codificação de canal *link a link*, levando em conta que o *relay* pode remover o efeito do ruído caso sua decodificação seja realizada corretamente.

No FPNC, os autores consideram o uso de códigos convolucionais

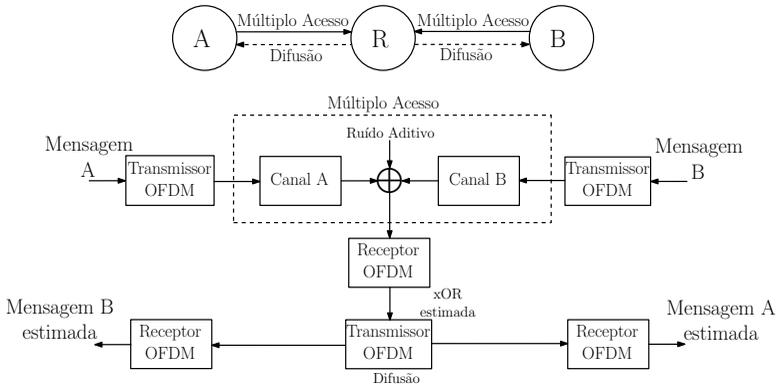


Figura 4.1: Rede bidirecional considerada na proposta da FPNC [23].

lineares e idênticos em ambos os nós dos usuários A e B , aplicados independentemente em cada subportadora ao longo do quadro de informação que será transmitido.

Definição 4.1 (*Codificação FPNC na rede bidirecional*). Seja $\mathcal{C}(\cdot)$ um codificador linear de taxa $R_c = K/M$ que mapeia os vetores $\mathbf{w}_A[k]$, $\mathbf{w}_B[k] \in \mathbb{F}_2^K$ da k -ésima subportadora dos usuários A e B da rede bidirecional nos vetores (palavras-código) $\mathbf{c}_A[k]$, $\mathbf{c}_B[k] \in \mathbb{F}_2^M$, respectivamente. Sejam também $\mathbf{C}_A, \mathbf{C}_B \in \mathbb{F}_2^{M \times N}$ as matrizes que agrupam as palavras-código de todas as subportadoras de cada usuário, de forma que

$$\mathbf{C}_A = (\mathbf{c}_A[0] \quad \cdots \quad \mathbf{c}_A[N-1])^T \quad (4.2a)$$

$$\mathbf{C}_B = (\mathbf{c}_B[0] \quad \cdots \quad \mathbf{c}_B[N-1])^T. \quad (4.2b)$$

Em uma transmissão simultânea de um quadro (símbolos OFDM) de cada usuário A e B na etapa de múltiplo acesso da estratégia PNC, o objetivo do nó *relay* é extrair das amostras recebidas na superposição a matriz $\mathbf{C}_{A \oplus B} \in \mathbb{F}_2^{M \times N}$, que contém a soma módulo-2 das palavras-código dos usuários em cada subportadora, ou seja

$$\mathbf{C}_{A \oplus B} = (\mathbf{c}_A[0] \oplus \mathbf{c}_B[0] \quad \cdots \quad \mathbf{c}_A[N-1] \oplus \mathbf{c}_B[N-1])^T. \quad (4.3)$$

Observe que antes da transmissão OFDM dos usuários, as palavras-código descritas pelas Equações (4.2) precisam ser moduladas para os vetores de símbolos $\mathbf{x}_A[k] = \varphi(\mathbf{c}_A[k])$ e $\mathbf{x}_B[k] = \varphi(\mathbf{c}_B[k])$, em que $\varphi(\cdot)$ é a função que mapeia as palavras-códigos em um vetor de símbolos com elementos retirados da constelação escolhida para a modulação digital.

Lu *et al.* adotam em [23] a modulação digital de fase binária (BPSK), simplificando o mapeamento da palavra-código para função $\varphi(x) = 2x - 1$ e criando uma regra simples de demodulação para o caso de ruído aditivo gaussiano em $Z_m[k]$. Essa regra define o valor de taxa log-verossimilhança (LLR) de acordo com a combinação formada

pelos ganhos de canais a partir das mensagens transmitidas (constelação estendida), e é apresentada na Tabela 4.1. Devido à linearidade do código, é possível mostrar que:

$$\mathbf{x}_R[k] = \varphi(\mathbf{c}_A[k] \oplus \mathbf{c}_B[k]) \quad (4.4a)$$

$$= \varphi(\mathcal{C}(\mathbf{w}_A[k]) \oplus \mathcal{C}(\mathbf{w}_B[k])) \quad (4.4b)$$

$$= \varphi(\mathcal{C}(\mathbf{w}_A[k] \oplus \mathbf{w}_B[k])). \quad (4.4c)$$

Tabela 4.1: Mapeamento xOR com modulação BPSK no FPNC (adaptado de [23]).

Mensagens ($c_{A,m}[k], c_{B,m}[k]$)	Símbolos ($X_{A,m}[k], X_{B,m}[k]$)	Constelação Estendida	LLR <i>hard</i> para $X_{R,m}[k]$
(0, 0)	(-1, -1)	$-H_{A,m}[k] - H_{B,m}[k]$	-1
(0, 1)	(-1, +1)	$-H_{A,m}[k] + H_{B,m}[k]$	+1
(1, 0)	(+1, -1)	$H_{A,m}[k] - H_{B,m}[k]$	+1
(1, 1)	(+1, +1)	$H_{A,m}[k] + H_{B,m}[k]$	-1

É assumido também que os decodificadores de canal de todos os nós da rede sejam idênticos independentemente da etapa do PNC, garantindo que qualquer mistura (xOR) de palavra-código seja também uma palavra-código válida do *codebook* que pode ser transmitida através da mesma constelação.

4.1.2 Estimação e Assincronia

O uso de FPNC introduz desafios práticos para a estimação de canal e em situações de falta de sincronismo entre transmissores e o *relay*.

Em relação à estimação de canal, a proposta de [23] é obter a primeira estimativa do canal através dos símbolos de treinamento longos. Para cada canal da rede bidirecional, o símbolo de treinamento longo proposto é composto por dois símbolos OFDM idênticos enviados em sequência.

A estimação de canal $\tilde{H}_{A,m}[k]$ é realizada como uma média aritmética entre as estimativas do primeiro e do segundo símbolo OFDM de

treinamento, $\hat{H}_{A,m}[k]$ e $\hat{H}_{A,m+1}[k]$, respectivamente. Assumindo um canal com desvanecimento *quasi*-estático, os autores da FPNC apresentam as seguintes equações para a primeira estimativa do canal:

$$\hat{H}_{A,m}[k] \triangleq \frac{Y_{A,m}^{tr}[k]}{X_{A,m}^{tr}[k]} \quad (4.5a)$$

$$\hat{H}_A[k] \triangleq \frac{1}{2} \left(\hat{H}_{A,m}[k] + \hat{H}_{A,m+1}[k] \right) \quad (4.5b)$$

nas quais $X_{A,m}^{tr}$ e $Y_{A,m}^{tr}$ são o símbolo de treinamento transmitido na k -ésima subportadora (conhecido no destino) e a amostra complexa correspondente recebida pelo destino.

Para considerar a variabilidade do canal dentro de um mesmo quadro de transmissão (ou seja, entre símbolos OFDM), subportadoras piloto podem ser utilizadas para rastrear as variações do canal dentro da transmissão do quadro. Com base no protocolo IEEE 802.11, os autores propõem o uso de 2 subportadoras piloto por símbolo OFDM de cada usuário (considerando o padrão $N = 64$). As subportadoras piloto dos usuários não devem ter superposição no domínio da frequência, de forma que um dos usuários não envia símbolos na posição dos pilotos do outro. A atualização a partir desse rastreamento pode ser realizada com ajustes lineares dos ganhos das subportadoras no interior da banda do canal [23].

Em relação ao problema de desvio de frequência entre cada usuário em relação ao nó *relay*, uma dificuldade maior surge na generalização do problema. Sejam ϵ_A e ϵ_B os CFOs dos usuários A e B em relação ao nó *relay*, respectivamente, para a FPNC não é possível fazer o cancelamento completo do CFO dos usuários no receptor durante a etapa de múltiplo acesso, mesmo com estimação perfeita de ϵ_A e ϵ_B .

Para o caso $\epsilon_A \neq \epsilon_B$, cancelar completamente o CFO do usuário A causa aumento da interferência intersimbólica dos símbolos do usuário B e vice-versa. Em [23], os autores tratam o problema compensando parcialmente o CFO de ambos os usuários pelo valor da média aritmética entre ϵ_A e ϵ_B .

Uma análise mais detalhada do combate aos desvios de frequência para FPNC é encontrada em [24], onde Wang e Liew utilizam métodos iterativos baseados nos algoritmos de maximização do valor esperado (EM) e propagação de crença (BP) para rastreamento do desvio de frequência e decodificação de canal conjuntamente. Os autores referem-se ao procedimento conjunto como “método EM-BP”.

4.2 G-JCNC

Outra abordagem para o uso de PNC no domínio da frequência considerando uma rede bidirecional é encontrada nos trabalhos de Wübben e Lang [25]. Denominado método generalizado de decodificação de canal e PNC conjuntas (G-JCNC), ele combina o cálculo de probabilidades *a posteriori* (APP) para as palavras-código recebidas no *relay* com o algoritmo soma-produto (SPA). O algoritmo BP utilizado por Wang e Liew [24] pode ser considerado um caso particular do algoritmo SPA [26].

Para PNC na rede bidirecional (com uma etapa de múltiplo acesso), Wübben e Lang definem três casos de decodificação baseados em APPs:

- (a) **SCD** (Decodificação de Canal Separada), em que as palavras-códigos dos usuários A e B, respectivamente \mathbf{c}_A e \mathbf{c}_B , são decodificadas no *relay* separadamente de forma independente. Com as estimativas independentes das palavras de cada usuário ($\hat{\mathbf{c}}'_A$ e $\hat{\mathbf{c}}'_B$, respectivamente), é possível combinar as mensagens com a soma módulo-2, ou seja,

$$\hat{\mathbf{c}}_{A\oplus B} = \hat{\mathbf{c}}'_A \oplus \hat{\mathbf{c}}'_B. \quad (4.6)$$

- (b) **JCNC** (Decodificação de Canal e PNC Conjuntas), no qual as APPs são utilizadas para decodificar diretamente a soma módulo-2 das palavras-código superpostas no *relay*, ou seja, a combinação

$$\hat{\mathbf{c}}_{A\oplus B} = \widehat{\mathbf{c}_A \oplus \mathbf{c}_B}. \quad (4.7)$$

- (c) **G-JCNC** (Decodificação de Canal e PNC Conjuntas Generalizada), o qual considera a decodificação conjunta das palavras-código dos usuários A e B , ou seja, decodificar conjuntamente o vetor

$$\hat{\mathbf{c}}_{AB} = (\hat{\mathbf{c}}_A \quad \hat{\mathbf{c}}_B). \quad (4.8)$$

Isso é realizado utilizando um algoritmo soma-produto generalizado (G-SPA) sobre o corpo de Galois \mathbb{F}_{D^2} , em que D é o tamanho da constelação utilizada pelos usuários A e B .

Para fins de comparação, com base nos resultados apresentados pelos autores em [25], considerar-se-á neste trabalho apenas o G-JCNC, decodificação que apresenta melhor desempenho em relação ao JCNC e SCD. Chama-se a atenção para o fato de que até o momento da publicação deste trabalho, a abordagem do G-JCNC foi apresentada na literatura apenas para o caso da rede bidirecional.

Assim como no caso FPNC, a aplicação do G-JCNC em sistemas multiportadora OFDM/QAM é uma extensão natural, visto que as mensagens serão codificadas de forma independente em cada subportadora através do quadro que se deseja enviar. Ou seja, na k -ésima subportadora cada usuário $l \in \{A, B\}$ possuirá uma mensagem codificada $\mathbf{c}_l[k]$.

4.2.1 Transmissão e Decodificação

Em um sistema semelhante ao da Figura 4.1, Wu *et al.* [27] consideram a rede bidirecional em que os usuários A e B desejam trocar informação através do nó *relay* intermediário. Assume-se que todos os nós possuem apenas uma antena e adotam o sistema multiportadora OFDM/QAM para transmissão e recepção.

Definição 4.2 (*Codificação G-JCNC na rede bidirecional [27]*). As m -ésimas mensagens binárias dos usuários A e B , $\{\mathbf{b}_{A,m}, \mathbf{b}_{B,m}\} \in \mathbb{F}_2^{k_c}$, são codificadas com o mesmo codificador linear $\mathcal{C}(\cdot)$, cuja taxa é R_C . As palavras-código resultantes desses usuários são $\mathbf{c}_{A,m} = \mathcal{C}(\mathbf{b}_{A,m})$ e $\mathbf{c}_{B,m} = \mathcal{C}(\mathbf{b}_{B,m})$, respectivamente.

Após a codificação, cada usuário mapeia suas palavras-código nos símbolos OFDM $\{\mathbf{x}_{A,m}, \mathbf{x}_{B,m}\} \in \mathbb{C}^N$ através da função de mapeamento (modulação) $\varphi(\cdot)$, resultando em $\mathbf{x}_{A,m} = \varphi(\mathbf{c}_{A,m})$ e $\mathbf{x}_{B,m} = \varphi(\mathbf{c}_{B,m})$. Os símbolos OFDM $\mathbf{x}_{A,m}$ e $\mathbf{x}_{B,m}$ são enviados simultaneamente pelos usuários para o nó *relay*.

O vetor recebido pelo *relay* para uma transmissão de símbolos OFDM na etapa de múltiplo acesso é dado por:

$$\mathbf{y}_R = \mathbf{E}_A \mathbf{H}_A \mathbf{x}_A + \mathbf{E}_B \mathbf{H}_B \mathbf{x}_B + \mathbf{z}_R \quad (4.9a)$$

$$= \underbrace{\Lambda_A \mathbf{x}_A + \Lambda_B \mathbf{x}_B}_{\text{sinal desejado}} + \underbrace{\bar{\Lambda}_A \mathbf{x}_A + \bar{\Lambda}_B \mathbf{x}_B}_{\text{ICI}} + \mathbf{z}_R, \quad (4.9b)$$

na qual

\mathbf{H}_l corresponde à matriz diagonal $N \times N$ de ganhos complexos do canal (no domínio da frequência) entre o usuário $l \in \{A, B\}$ e o *relay*;

\mathbf{E}_l corresponde à ICI do usuário $l \in \{A, B\}$ causada pelo CFO, e é descrita como $\mathbf{E}_l = \mathbf{F} \mathbf{E}_l^{TD} \mathbf{F}^H$, na qual \mathbf{E}_l^{TD} é uma matriz diagonal correspondente ao CFO do usuário $l \in \{A, B\}$, cujos elementos da diagonal são dados por $[\mathbf{E}_l^{TD}]_{k,k} = W_N^{-k\epsilon_l}$ para $k = 0, \dots, N-1$, e \mathbf{F} corresponde à notação matricial ($N \times N$) da DFT de N pontos, sendo sua respectiva inversa \mathbf{F}^H ($\mathbf{F} \mathbf{F}^H = \mathbf{I}_N$);

\mathbf{z}_R corresponde ao vetor de AWGN presente na antena do *relay*.

Observe que na presença de CFO, ou seja, para $\epsilon_l \neq 0$, a matriz de canal equivalente é dada por

$$\mathbf{E}_l \mathbf{H}_l = \Lambda_l + \bar{\Lambda}_l \quad (4.10)$$

para $l \in \{A, B\}$. A matriz Λ_l corresponde a uma matriz de canal diagonal desejada (sem ICI), enquanto $\bar{\Lambda}_l$ corresponde à uma matriz com diagonal nula que carrega a interferência entre subportadoras causada pelo CFO.

Entretanto, na ausência de CFO ($\epsilon_l = 0, \forall l \in \{A, B\}$) é possível simplificar o modelo da equação (4.9a) para:

$$\mathbf{y}_R = \mathbf{H}_A \mathbf{x}_A + \mathbf{H}_B \mathbf{x}_B + \mathbf{z}_R \quad (4.11)$$

pois $\mathbf{E}_l = \mathbf{I}_N$, $\mathbf{\Lambda}_l = \mathbf{H}_l$ e $\bar{\mathbf{\Lambda}}_l = \text{diag}(\mathbf{0}_N)$.

Observe que a partir da Equação (4.9a) da Definição 4.2 o subscrito m foi omitido por simplicidade de notação, visto que para qualquer vetor transmitido/recebido considerado ao longo do quadro, a codificação é aplicada de forma independente para cada símbolo OFDM.

4.2.2 Implementação em Rádio Definido por *Software*

No trabalho de Wu *et al.* [27], os autores apresentam resultados de uma demonstração em rádio definido por *software* da técnica G-JCNC em transmissão de tempo real. A plataforma considerada foi constituída por nós utilizando sistemas de comunicação Lyrtech idênticos. A etapa de radiodifusão consiste no transceptor de rádio-frequência MAX2829 e em conversores analógico-digital e digital-analógicos. O processamento digital em banda base pode ser realizado de forma particionada combinando FPGAs e processadores digitais de sinais. O leitor poderá encontrar mais detalhes sobre os procedimentos de implementação no trabalho original em [27].

Ressalta-se aqui a estratégia dos autores de elaborar uma estrutura de quadro de rádio para o G-JCNC, inspirada no padrão LTE. Um quadro OFDM é dividido em 10 subquadros idênticos, e cada subquadro é composto por 2 *slots* de 6 símbolos OFDM. Portanto, no total, os autores usam quadros de 120 símbolos OFDM, cuja duração total é de $T_{quadro} = 30,7$ ms.

Wu *et al.* consideram o uso de dois sinais de sincronismo, um primário (PSCH) e outro secundário (SSCH), enviados estrategicamente nos subquadros 1 e 6. Ambos os sinais são simetricamente distribuídos ao redor do valor DC em 62 subportadoras, deixando as demais com

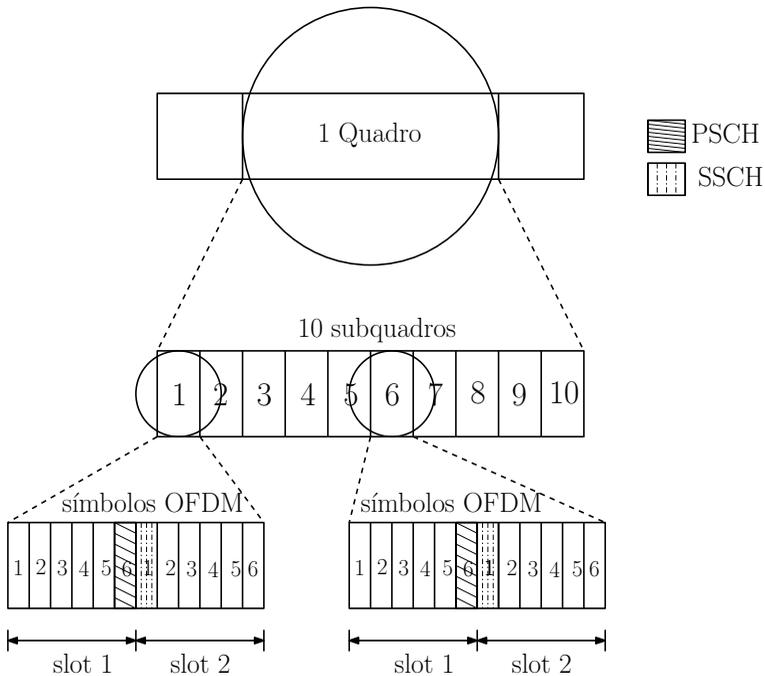


Figura 4.2: Estrutura de quadro da implementação do G-JCNC na USRP, destacando os sinais de sincronismo PSCH e SSCH (Figura adaptada de [27]).

valores nulos. Para estimação de canal, os autores consideram um padrão de subportadoras piloto ortogonal entre os usuários A e B , muito semelhante à proposta de [23] para o FPNC.

Em relação ao uso do sistema multiportadora OFDM, alguns parâmetros diferem um pouco do padrão LTE. Considera-se o espaçamento entre subportadoras de 4,88 kHz em vez do valor de 15 kHz adotado pelo LTE, devido ao uso do oscilador interno das plataformas. Enquanto há a possibilidade de utilizar 43 bandas diferentes de frequência para o LTE, a plataforma de Wu *et al.* opera apenas nas bandas ISM (2,4 – 2,5 GHz e 5,4 – 5,8 GHz), e os autores adotam a frequência de portadora de $f_c = 2,484$ GHz para os testes.

4.3 Computa-e-Encaminha no Domínio da Frequência

De acordo com nosso conhecimento, a primeira e única aplicação direta da estratégia C&F no domínio da frequência é o trabalho de [28]. Nesse trabalho, Huang, Tunali e Narayanan assumem o uso de um sistema multiportadora ortogonal (tal como OFDM) para lidar com canais que causam interferência intersimbólica.

Os autores consideram codificação via reticulado independente em cada subportadora a fim de decodificar equações de reticulados em um *relay* de uma rede bidirecional. Além da restrição de $L = 2$ usuários, os autores também assumem conhecimento dos ganhos de canal nos transmissores para aplicação da estratégia de alocação de potência “*water-filling*”.

A estratégia é citada pelos autores como “abordagem no domínio da frequência”. Entendemos que o termo “abordagem” se refere ao C&F, e mencionaremos essa estratégia como computa-e-encaminha no domínio da frequência (FC&F).

O FC&F considera um conjunto \mathcal{L} de códigos de reticulados aninhados definido pela sequência de tuplas

$$\{(\Lambda_f(0), \Lambda_c(0)), \dots, (\Lambda_f(N-1), \Lambda_c(N-1))\},$$

em que $\mathcal{L}(k) = (\Lambda_f(k), \Lambda_c(k))$ representa o código de reticulados aninhados utilizado na k -ésima subportadora, o qual é formado pelo reticulado fino $\Lambda_f(k)$ e pelo reticulado grosso $\Lambda_c(k)$, para $k = 0, 1, \dots, N-1$. Ainda, a dimensão dos reticulados é definida como $\dim_{\mathbb{C}}(\Lambda_c(k)) = \dim_{\mathbb{C}}(\Lambda_f(k)) = n$ para $n \geq 1$ e para qualquer k .

O vetor de símbolos transmitidos pelo l -ésimo usuário na k -ésima subportadora, para $l \in \{A, B\}$ e $k = 0, \dots, N$, é definido como

$$\tilde{\mathbf{x}}_l[k] = \sqrt{\frac{P_l(k)}{P_\lambda(k)}} ([\mathbf{t}_l[k] - \mathbf{d}_l[k]] \bmod \Lambda_c(k)), \quad (4.12)$$

na qual $\mathbf{t}_l[k]$ e $\mathbf{d}_l[k]$ são a palavra-código e o vetor de *dithering* na k -ésima subportadora, respectivamente, e $P_l(k)$ e $P_{\lambda_c}(k)$ são a potência alocada e o momento de segunda ordem do reticulado grosso na k -ésima subportadora, respectivamente.

Após uso da DFT⁻¹ e DFT nos transmissores e receptor, respectivamente, o sinal recebido pelo *relay* na k -ésima subportadora é dado por:

$$\tilde{\mathbf{y}}_R[k] = \tilde{h}_A(k) \tilde{\mathbf{x}}_A[k] + \tilde{h}_B(k) \tilde{\mathbf{x}}_B[k] + \tilde{\mathbf{z}}_R[k], \quad (4.13)$$

na qual $\tilde{h}_A(k), \tilde{h}_B(k) \in \mathbb{C}$ são os ganhos dos canais dos usuários A e B , respectivamente, e $\tilde{\mathbf{z}}_R[k] \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_n)$ é o AWGN, para $k = 0, \dots, N-1$. A estratégia considera o uso de um prefixo cíclico nos transmissores e sua devida remoção no receptor, porém não deixa isso explícito nas equações por ser uma técnica consagrada utilizada em canais seletivos em frequência.

A estratégia de alocação de potência *water-filling* busca resolver o problema de otimização

$$\mathbf{max} \left(\sum_{k=0}^{N-1} R_l(k) \right), \text{ para } l \in \{A, B\}, \quad (4.14)$$

na qual $R_l(k)$ é a taxa de mensagem do l -ésimo usuário através da k -ésima subportadora.

A Equação (4.14) está sujeita às seguintes restrições:

$$R_l(k) \leq \frac{1}{2N} \log_2 \left(\frac{1}{2} + \frac{|\tilde{h}_l(k)|^2 P_l(k)}{\sigma^2} \right) \text{ para } l \in \{A, B\} \quad (4.15)$$

$$|\tilde{h}_A(k)|^2 P_A(k) = |\tilde{h}_B(k)|^2 P_B(k) \quad (4.16)$$

$$3NP \geq \sum_{k=0}^{N-1} P_A(k) + \sum_{k=0}^{N-1} P_B(k) + \sum_{k=0}^{N-1} P_R(k) \quad (4.17)$$

$$P_l(k) \geq 0, \text{ para } l \in \{A, B, R\}. \quad (4.18)$$

para $k = 0, \dots, N-1$ e nas quais P_R corresponde à potência de trans-

missão do *relay* para os usuários durante a fase de difusão e P é um limite arbitrário de potência.

Ao respeitar a condição (4.16) no *relay*, é possível decodificar a equação $\mathbf{t}(k) = [\mathbf{t}_A(k) + \mathbf{t}_B(k)] \bmod \Lambda_c(k)$ com alta confiabilidade desde que os usuários respeitem a taxa de mensagem da condição (4.15).

Em seus resultados, os autores mostram que o limitante de capacidade da codificação separada é inferior ao limitante da codificação conjunta entre subportadoras. A interpretação desse resultado vem do fato de, ao restringir a codificação independente por subportadoras e utilizar a estratégia de alocação de potência “*water-filling*”, é possível que os transmissores determinem a alocação de muita energia em canais muito desvanecidos, desfavorecendo outros canais com pouco desvanecimento. Naturalmente essa interpretação depende da característica de resposta em frequência dos canais da rede.

5

LNC em Sistemas Multiportadora

Neste capítulo, apresentamos uma contribuição original desta dissertação. Trata-se da extensão da estratégia LNC aplicada a sistemas multiportadora. Na Seção 5.1, a técnica de codificação de rede via reticulados é estendida dentro do contexto do sistema OFDM. Resultados de simulação dessa extensão serão apresentados no Capítulo 6.

A Seção 5.2 usa a modelagem matemática do sistema FBMC apresentada no Capítulo 2 dentro do contexto de PNC e demonstra um problema fundamental de interferência que impede a aplicação direta da codificação de rede para esses sistemas.

5.1 LNC em Sistemas OFDM

Neste trabalho, duas estratégias são apresentadas: **codificação de bloco** e **codificação de sub-banda**. Diferentemente da estratégia FC&F, que realiza apenas decodificação independente por subportadora, a codificação de bloco consiste em utilizar o quadro OFDM completo como palavra-código, permitindo o uso de códigos longos e explorando a diversidade entre subportadoras. A codificação de sub-banda agrupa algumas subportadoras e considera codificação e decodificação independente em cada sub-banda.

5.1.1 Codificação LNC de Bloco em Sistemas OFDM

Considere agora uma rede com L transmissores e um único receptor (*relay*) em uma etapa de múltiplo acesso na qual os canais entre cada transmissor e o *relay* são caracterizados como com desvanecimento seletivo em frequência. Para combater o desvanecimento, os usuários adotam o sistema OFDM em todas as suas transmissões e recepções.

Definição 5.1 (*Tamanho do quadro e taxa de mensagem*). Os parâmetros $K, N, M \in \mathbb{N}^*$ representam o comprimento de mensagem, o número de subportadoras e a quantidade de símbolos OFDM do quadro, respectivamente, com a restrição $M \geq K$. Considere K, N e M fixos para todos os usuários; neste caso, todas as fontes transmitem com a mesma taxa de mensagem, R_m , definida como

$$R_m = \frac{K}{M}. \quad (5.1)$$

Nesta seção faz-se a proposta de um código particular de reticulados aninhados que permite o uso da estratégia de codificação em bloco. O código permite o uso da modulação BPSK e de códigos binários lineares tais como turbo e convolucional.

Definição 5.2 (*Taxas Alcançáveis*). Conforme [28] sobre a estratégia FC&F, definimos a taxa computacional $R_{C,k}$ da k -ésima subportadora em um sistema OFDM. Essa taxa representa um limite superior para as taxas de mensagens (por subportadora) de cada usuário para o *relay*. Adaptada de [6], a taxa computacional (otimizada) na k -ésima subportadora é dada por

$$R_{C,k}(\mathbf{h}_k, \mathbf{a}_k) = \log_2 \left(\frac{\text{SNR}}{\mathbf{a}_k^H \mathbf{M}_k \mathbf{a}_k} \right), \quad (5.2)$$

em que

$$\mathbf{M}_k = \text{SNR} \mathbf{I}_L - \frac{\text{SNR}^2}{\text{SNR} \|\mathbf{h}_k\|^2 + 1} \mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H, \quad (5.3a)$$

$$\mathbf{h}_k = (H_0[k] \quad \dots \quad H_{L-1}[k])^T, \quad (5.3b)$$

$$\mathbf{a}_k = (a_0[k] \quad \dots \quad a_{L-1}[k])^T, \quad (5.3c)$$

e $H_l[k] \in \mathbb{C}$ e $a_l[k] \in \mathbb{Z}[i]$ são o ganho complexo do canal e o coeficiente de combinação linear do l -ésimo usuário na k -ésima subportadora, respectivamente.

Adaptado de [21], o limitante teórico inferior do C&F considera *outage* (erro de quadro) para o evento

$$R_m > \sum_k R_{C,k}(\mathbf{h}_k, \mathbf{a}_k). \quad (5.4)$$

Ou seja, para que haja comunicação confiável, a capacidade do canal OFDM deve ser maior que a taxa de mensagem dos usuários.

Definição 5.3 (*Códigos Binários Lineares*). Seja $\mathcal{C}(KN, NM)$ um código binário linear de taxa de $R_m = KN/NM = K/M$. Seja também $\mathcal{C} : \mathbb{F}_2^{KN} \rightarrow \mathbb{F}_2^{NM}$ o mapeamento injetivo entre as mensagens e palavras-código, de forma que o *codebook* é definido como

$$\mathcal{C} = \{\mathbf{c} \in \mathbb{F}_2^{NM} : \mathbf{c} = \mathcal{C}(\mathbf{w}), \mathbf{w} \in \mathbb{F}_2^{KN}\}. \quad (5.5)$$

Definição 5.4 (*Código de Reticulados Aninhados*). Com base na Construção A Complexa, o código de reticulados aninhados $\mathcal{L}(\Lambda_f, \Lambda_c) = \Lambda_f \cap \mathcal{V}_{\Lambda_c}$, com $\Lambda_c \subseteq \Lambda_f$, é definido pelo seguinte par de reticulados:

$$\Lambda_c = \left\{ 2\mathbb{Z}[i]^{NM} \cup \{2\mathbb{Z}[i] + 1 + 1i\}^{NM} \right\} \quad (5.6a)$$

$$\Lambda_f = \left\{ \boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{Z}[i]^{NM} : \sigma(\boldsymbol{\lambda}) \in \mathcal{C} \right\} \quad (5.6b)$$

na qual o reticulado fino Λ_f é construído sobre o anel comutativo $T = \mathbb{Z}[i]^{NM}$ e $\sigma(\cdot)$ é uma projeção natural de $\mathbb{Z}[i]^{NM} \rightarrow \frac{\Lambda_f}{\Lambda_c}$.

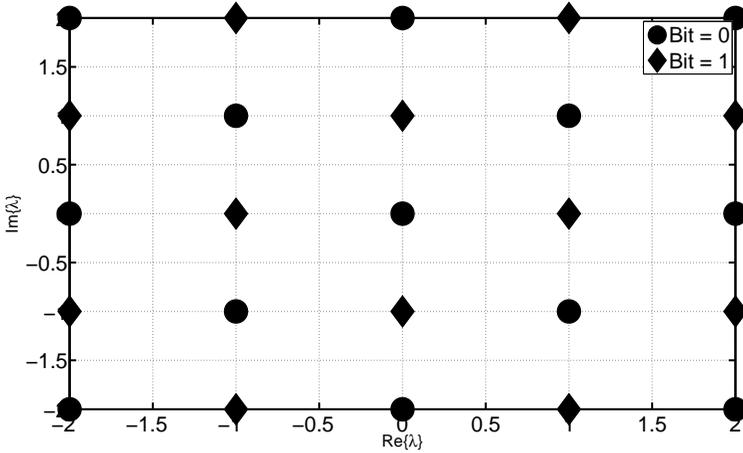


Figura 5.1: Reticulados grosso Λ_c (bolas) e fino Λ_f (todos os pontos) sob perspectiva bidimensional e código \mathcal{C} trivial de taxa 1.

Definição 5.5 (*Mensagens e Codificação*). Cada usuário possui uma mensagem $\mathbf{w}_l \in W$ para ser transmitida por um canal de múltiplo acesso, em que W é o espaço de mensagens com dimensão $\dim(W) = KN$. As mensagens são codificadas em seus respectivos vetores de sinais $\tilde{\mathbf{x}}_l$ pela função $\mathcal{E} : W \rightarrow \mathbb{C}^{NM}$ definido como:

$$\tilde{\mathbf{x}}_l = \mathcal{E}(\mathbf{w}_l) = \varphi^{-1}(\mathbf{w}_l) \cap \mathcal{V}_{\Lambda_c} = [\tilde{\varphi}(\mathbf{w}_l)] \pmod{\Lambda_f}. \quad (5.7)$$

na qual $\varphi : \Lambda_c \rightarrow W$ é um homomorfismo entre o espaço de mensagens e o sub-anel T . Ainda, o uso de *dithering* pode ser adotado conforme a Equação (3.12). A função $\mathcal{E}(\cdot)$ é definida como:

$$\mathcal{E}(\mathbf{w}_l) = a\mathcal{C}(\mathbf{w}_l) + \mathbf{d} \quad (5.8)$$

na qual $a \in \mathbb{R}$ é um ajuste de potência e \mathbf{d} é o vetor de dither. Definindo $a = 1$ e $\mathbf{d} = -\frac{1}{2}\mathbf{1}$, pode-se ajustar a potência de transmissão para um etapa de múltiplo acesso de $L = 2$ usuários utilizando constelação BPSK. Neste trabalho o vetor de *dither* é considerado constante

e idêntico para todos os usuários.

Para uma transmissão OFDM, a mensagem codificada é dividida em vários símbolos OFDM através de um conversor serial-paralelo. Para constituir um quadro OFDM de tamanho $N \times M$, apenas N símbolos complexos são transmitidos em cada símbolo OFDM, durante M transmissões em sequência.

Definição 5.6 (*Quadro OFDM e Conversão Serial-Paralelo*). As entradas do canal de múltiplo acesso são os quadros OFDM codificados dos usuários, descritos por matrizes $\mathbf{X}_l \in \mathbb{R}^{N \times M}$. Pode-se escrever \mathbf{X}_l como uma sequência de símbolos OFDM:

$$\mathbf{X}_l = (\mathbf{x}_{l,0} \quad \dots \quad \mathbf{x}_{l,M-1}) \quad (5.9)$$

em que $\mathbf{x}_{l,m}$ é o m -ésimo símbolo OFDM transmitido pelo usuário l , para $m = 0, 1, \dots, M-1$ e $l = 0, 1, \dots, L-1$. Ainda, o elemento $\mathbf{x}_{l,m}[k]$ desse símbolo representa a amostra transmitida na k -ésima subportadora do l -ésimo usuário para $k = 0, 1, \dots, N-1$.

O mapeamento entre $\tilde{\mathbf{x}}_l$ e \mathbf{X}_l ocorre com a transformação linear de vetorização, $\text{vec}(\cdot) : \mathbb{R}^{N \times M} \rightarrow \mathbb{R}^{NM}$, a qual empilha as colunas de uma matriz formando um único vetor. Portanto, \mathbf{X}_l denota matematicamente o resultado da conversão paralelo-série do transmissor OFDM, expressa como:

$$\tilde{\mathbf{x}}_l = \text{vec}(\mathbf{X}_l). \quad (5.10)$$

Da mesma forma, denotamos $\text{vec}^{-1}(\cdot) : \mathbb{R}^{NM} \rightarrow \mathbb{R}^{N \times M}$ como a operação inversa que realiza o mapeamento equivalente à conversão série-paralelo.

Definição 5.7 (*Potência e Razão Sinal-para-Ruído*). A potência de transmissão de cada usuário é limitada, com a restrição $P_l \leq \frac{E \left[\|\mathbf{x}_{l,m}\|^2 \right]}{N}$, assumindo distribuição uniforme independente e identicamente distribuída para $\mathbf{x}_{l,m}$. Neste trabalho, considera-se que $P_l = P$, para $l =$

$0, \dots, L - 1$. Definimos então o termo razão sinal-ruído como:

$$\text{SNR} \triangleq \frac{P}{N_0}, \quad (5.11)$$

em que N_0 é a densidade espectral de potência das entradas do ruído aditivo gaussiano branco (AWGN).

Definição 5.8 (*Canais de Comunicação*). Os canais de comunicação entre os L transmissores e o *relay* são modelados com desvanecimento seletivo em frequência. Os ganhos de cada suportadora do canal entre o l -ésimo usuário e o *relay*, obtidos pela DFT $_N$ da resposta ao impulso do canal, são apresentados na matriz

$$\mathbf{H}_l = \text{diag} (H_l [0] \quad \dots \quad H_l [N - 1]), \quad (5.12)$$

na qual $H_l [k]$ representa o ganho da k -ésima subportadora do respectivo canal.

De acordo com [23], para que não haja problemas de sincronismo e interferência intersimbólica na etapa de múltiplo acesso, é necessário respeitar a condição denominada pelos autores “espalhamento temporal dentro do prefixo cíclico”. Dados os espalhamentos temporais das respostas ao impulso dos canais dos L usuários, descritos pelo vetor $\boldsymbol{\tau} = [\tau_0, \dots, \tau_{L-1}]$, o comprimento do prefixo cíclico deve combater o espalhamento mais longo, tal que

$$L_{CP} \geq \left\{ \left[\frac{\tau^\star}{T_s} \right] : \tau^\star = \max_n \tau [n] \right\}. \quad (5.13)$$

Definição 5.9 (*Canal OFDM de Múltiplo-Acesso*). O sinal recebido pelo *relay*, após removido o prefixo cíclico, é uma superposição dos quadros OFDM e pode ser descrito como:

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}_l \mathbf{X}_l + \mathbf{Z}, \quad (5.14)$$

em que $\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ é o ruído AWGN modelado como uma matriz

aleatória Gaussiana simétrica com entradas independentes e densidade espectral de potência plana e igual a N_0 , a qual é constante em todas as frequências.

O objetivo do decodificador de reticulado $\mathcal{D}(\mathbf{Y}|\mathbf{H}, \mathbf{A})$ é obter uma equação de reticulado $\mathbf{v} \in \mathbb{Z}[i]^{NM}$. A matriz $\mathbf{A} = (\bar{\mathbf{a}}_0 \dots \bar{\mathbf{a}}_{L-1})$ agrupa os vetores com os coeficientes de combinação linear $\bar{\mathbf{a}}_l \in \mathbb{C}^N$, cujas entradas são definidas como $\bar{\mathbf{a}}_l[k] = a_l[k]$, enquanto a matriz $\mathbf{H} = (\mathbf{H}_0 \dots \mathbf{H}_{L-1})$ agrupa as matrizes diagonais com os ganhos de canal das subportadoras dos L usuários.

A equação de reticulado é descrita como

$$\mathbf{v} = \left[\sum_{l=0}^{L-1} \text{vec}(\bar{\mathbf{a}}_l \otimes \mathbf{1}_M^T) \circ \bar{\mathbf{x}}_l \right] \pmod{\Lambda_c}, \quad (5.15)$$

na qual o operador \otimes corresponde ao produto de Kronecker e \circ corresponde à operação do produto de Hadamard (multiplicação elemento a elemento).

Definição 5.10 (*Objetivo do Decodificador*). Uma equação de reticulado deve corresponder unicamente à combinação linear de mensagens dos usuários, $\mathbf{t} \in \mathbb{F}_2^{NK}$, definida como

$$\mathbf{t} = \bigoplus_{l=0}^{L-1} \mathbf{w}_l, \quad (5.16)$$

na qual \bigoplus é o somatório sobre o espaço de mensagens. Observe que na Equação (5.16) é arbitrado que os coeficientes de combinação linear no espaço de mensagens são todos iguais a 1, equivalente a realizar a xOR das mensagens dos usuários. Nesta proposta, a função φ que realiza esse homomorfismo é definida pela seguinte Equação:

$$\varphi(\mathbf{v}) = (\mathbf{v} \pmod{1 + 1i}) \pmod{2} \quad (5.17)$$

sendo que a igualdade

$$\varphi(\mathbf{v}) = \mathcal{C}(\mathbf{t}) = \bigoplus_{l=0}^{L-1} \mathbf{c}_l \quad (5.18)$$

é possível devido à linearidade da estrutura de reticulados e do código \mathcal{C} .

Definição 5.11 (*Decodificação no Relay*). Aplicando diretamente a estratégia do C&F no contexto do sinal recebido na Equação (5.14), obtém-se

$$\mathbf{y} = \text{vec}(\boldsymbol{\alpha} \otimes \mathbf{1}_M^T) \circ \text{vec}(\tilde{\mathbf{Y}}) - \sum_{l=0}^{L-1} \text{vec}(\bar{\mathbf{a}}_l \otimes \mathbf{1}_M^T) \circ \text{vec}(\mathbf{d}_l \otimes \mathbf{1}_M^T), \quad (5.19)$$

na qual $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_0 \ \dots \ \alpha_{N-1})^T$. Os elementos de $\boldsymbol{\alpha}$ são otimizados no sentido do MMSE. A Equação para calcular os valores ótimos é [6]:

$$\alpha_k = \frac{\text{SNR}}{\|\mathbf{h}_k\|^2 \text{SNR} + 1} \mathbf{h}_k^H \mathbf{a}_k \quad (5.20a)$$

$$\mathbf{h}_k = (H_0[k] \ \dots \ H_{L-1}[k])^T. \quad (5.20b)$$

A escolha de $\bar{\mathbf{a}}_l$ é feita de forma a maximizar a taxa computacional (minimizando os termos $\mathbf{a}_k^H \mathbf{M}_k \mathbf{a}_k$) e garantir uma combinação linear útil a todos os usuários. A existência de soluções em que $\bar{\mathbf{a}}_l$ é não-nulo para $N = 1$ (caso de portadora simples, considerando canais planos) é apresentada em [6]. Neste trabalho, o mesmo método é adotado, otimizando a taxa computacional por subportadora e garantindo que cada coeficiente $a_l[k] \bmod 1 + i$ seja mapeado em um elemento não-nulo pertencente ao espaço de mensagens.

O algoritmo da Figura 5.2 ilustra o processo de otimização. Neste algoritmo, as subrotinas *decomposição_cholesky*(\cdot) e *redução_base*(\cdot) correspondem aos processos de decomposição de Cholesky $\mathbf{M} = \mathbf{L}^H \mathbf{L}$ (com \mathbf{L} sendo triangular superior) e redução de base de matrizes geradoras de reticulado, respectivamente. Alguns algoritmos para redução de base

Entrada: Matriz de canais \mathbf{H} e razão sinal-para-ruído SNR

Saída: Matrizes com coeficientes de escala $\boldsymbol{\alpha}$ e coeficientes de combinação \mathbf{A}

```

1 início
2   para  $k \leftarrow 0$  até  $N - 1$  faça
3      $\mathbf{M}_k = SNR \mathbf{I}_L - \frac{SNR^2}{SNR \|\mathbf{h}_k\|^2 + 1} \mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H$ ;
4     % decomposição de Cholesky  $\mathbf{M} = \mathbf{L}^H \mathbf{L}$ :
5      $\mathbf{L} = decomposição\_cholesky(\mathbf{M})$ ;
6     % algoritmo de redução de base de reticulado:
7      $\mathbf{B} = (\mathbf{b}_0 \ \dots \ \mathbf{b}_{L-1}) = redução\_base(\mathbf{L})$ ;
8     % vetor de coeficientes recebe coluna de menor
9     norma da base reduzida:
10     $\mathbf{a}_k = \mathbf{b}_0$ ;
11     $\boldsymbol{\alpha}[k] = \frac{SNR}{\|\tilde{\mathbf{h}}_k\|^2 SNR + 1} \mathbf{h}_k^H \mathbf{a}_k$ ;
12     $\mathbf{A}[k, :] = \mathbf{a}_k^T$ ;
13 fim
14 fim

```

Figura 5.2: Algoritmo de otimização MMSE de $\boldsymbol{\alpha}$ e escolha dos coeficientes de combinação linear.

como a redução de Gauss (apenas para reticulados de posto 2, como no caso da rede bidirecional) e Lenstra-Lenstra-Lovász (LLL) podem ser utilizados [29].

A motivação do uso de algoritmos de redução de reticulado é minimizar o termo $\mathbf{a}_k^H \mathbf{M}_k \mathbf{a}_k$, uma vez que a decomposição de Cholesky leva a um problema similar ao problema do vetor mais curto para a base \mathbf{L} , pois $\mathbf{a}_k^H \mathbf{M}_k \mathbf{a}_k = \mathbf{a}_k^H \mathbf{L}^H \mathbf{L} \mathbf{a}_k = \|\mathbf{L} \mathbf{a}_k\|^2$, na qual $\mathbf{L} \mathbf{a}_k$ é um ponto do reticulado [6].

De [18], mostra-se que a equação de reticulado estimada é

$$\hat{\mathbf{v}} = [Q_{\Lambda_f}([\mathbf{y}] \bmod \Lambda_c)] \bmod \Lambda_c \quad (5.21a)$$

$$= [Q_{\Lambda_f}([\mathbf{v} + \mathbf{z}_{ef}] \bmod \Lambda_c)] \bmod \Lambda_c, \quad (5.21b)$$

na qual $\mathbf{z}_{ef} \in \mathbb{C}^{NM}$ é o ruído efetivo. Para o caso apresentado, o ruído efetivo correspondente ao sinal da k -ésima subportadora durante a transmissão do m -ésimo símbolo OFDM é:

$$\mathbf{z}_{ef}[k + (m - 1)N] = \sum_{l=0}^{L-1} (\boldsymbol{\alpha}[k] \mathbf{H}_l[k, k] - \bar{\mathbf{a}}_l[k]) \mathbf{X}_l[m, k] + \mathbf{Z}[k, m]. \quad (5.22)$$

O desenvolvimento da Equação (5.21a) para (5.21b) é similar ao do trabalho de Nazer & Gastpar [18], o qual pode ser consultado no Apêndice B.

Após o processo de escalonamento dos coeficientes, é necessário realizar a decodificação do código binário da palavra-código associada à equação de reticulado estimado pelo receptor LNC. Essa palavra código corresponderá à xOR das palavras-código transmitidas pelos usuários.

Em códigos turbo e convolucionais, é necessário uma métrica correspondente a cada bit para a decodificação iterativa. Em particular, na modulação BPSK, essa métrica está associada à distância euclidiana dos símbolos recebidos associados em relação ao símbolos correspondentes aos bits 0 e 1. Os algoritmos de decodificação utilizam os valores de LLR de cada amostra recebida para decisão do bit estimado em cada posição da palavra-código.

Para o reticulado proposto na Figura 5.1, basta identificar a distância euclidiana para os dois pontos mais próximos correspondentes aos bits 0 e 1. Esse procedimento é realizado de forma independente em cada elemento de \mathbf{y} , e é ilustrado na Figura 5.3.

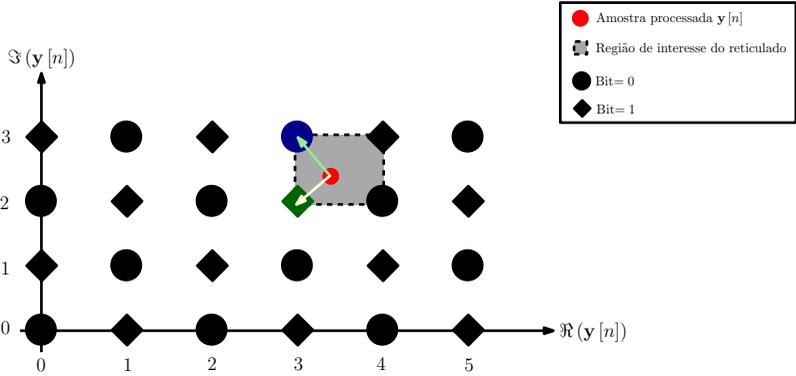


Figura 5.3: Decodificação no *relay*: distâncias euclidianas para entrada dos decodificadores iterativos.

5.1.2 Codificação LNC Independente por Sub-bandas para Sistemas OFDM

Na seção anterior, restringimos a proposta LNC-OFDM para a modulação BPSK, a fim de permitir diferentes ganhos de amplitude e fase dos canais de cada usuário entre as subportadoras.

Entretanto, ao considerar estratégias como a de [21], a qual utiliza modulação QPSK a partir da Construção A Levantada, a seletividade em frequência do canal (observada também na diferença dos ganhos de desvanecimento de canal entre as subportadoras) pode prejudicar decodificação na aplicação da estratégia computa-e-encaminha no domínio da frequência.

Nesta seção, apresentamos uma proposta para flexibilizar a estratégia de codificação de bloco sem restringir à decodificação independente por subportadora, mas generalizando para decodificação independente por sub-banda.

O objetivo é viabilizar a aplicação do LNC com modulações maiores, como no trabalho [21], com algum grau de liberdade no número de subportadoras utilizado para cada palavra-código independente.

Como motivação, considere a tecnologia de banda larga para acesso

sem fio com mobilidade conhecida como WiMAX. As características do WiMAX são descritas no padrão IEEE 802.16e-2005. O padrão prevê a adoção da técnica de múltiplo acesso por divisão ortogonal na frequência (OFDMA) e flexibilidade no tamanho da transformada rápida de Fourier (FFT) (N escalável de 128 a 2048) e na largura de banda dos canais (B variável de 1,25 a 20 MHz), de forma que o espaçamento entre subportadoras seja $F = 10,9375$ kHz.

No WiMAX, com OFDMA, um subconjunto de subportadoras é alocado para cada estação móvel, formando um subcanal. A formação de um subcanal consiste no mapeamento da informação da estação móvel em suas respectivas subportadoras. Esse mapeamento pode ser realizado de acordo com diferentes técnicas de permutação: distribuída (FUSC e PUSC) ou adjacente (AMC) [30].

Na permutação distribuída, há uma distribuição pseudo-aleatória das subportadoras na formação do subcanal, buscando obter melhores desempenhos através do ganho de diversidade em frequência oferecido na divisão do espectro. Essa técnica inclui os métodos *Full Usage of the SubChannels* (FUSC) e *Partial Usage of Subchannels* (PUSC). No método FUSC, 48 subportadoras são igualmente distribuídas ao longo do espectro para formar o subcanal. O método PUSC é similar, mas divide todas as subportadoras em 6 grupos (em sub-bandas não necessariamente contíguas) e realiza permutações independentes dentro de cada grupo.

Na estratégia adjacente, a formação do subcanal acontece com agrupamentos de subportadoras adjacentes. O método envolvido neste caso é denominado *adaptive modulation and coding* (AMC). Essa técnica não faz proveito do uso de diversidade do espectro para as mensagens alocadas em um único subcanal. Isso causa degradação em termos de taxa de erro de quadro (FER).

Em termos de codificação de rede na camada física sob a abordagem LNC, é possível aplicar a codificação independente por sub-banda proposta na seção 5.1.1 sob o ponto de vista de divisão do espectro OFDMA. Neste caso, a seção anterior apresenta um caso particular

em que toda a banda é alocada para dois usuários e a permutação FUSC pseudo aleatória ocorre com o embaralhamento do *interleaving* dos códigos turbo, enquanto os códigos convolucionais sem *interleaving* assemelham-se ao método AMC.

Uma formulação mais genérica é codificar independentemente em N_c subcanais (sub-bandas ou grupos de subportadoras), dividindo o espectro em $N_c = N/N_g$ subcanais, no qual N_g é o número de subportadoras agrupadas para formação de um subcanal. Para o caso de $N_g = N$, volta-se ao caso da Seção 5.1.1. É interessante mencionar que o trabalho [28] é uma aplicação de C&F com codificação independente por subportadora, ou seja com $N_c = N$ subcanais ($N_g = 1$).

Entretanto, combinando $N_g < N$ e a permutação AMC (agrupando suportadoras adjacentes), há a possibilidade de se trabalhar com subcanais dentro da banda de coerência do espectro e considerar que os ganhos de subportadora de um subcanal particular são aproximadamente iguais. Isso permite aumentar a eficiência espectral em cada sub-banda considerando a Construção A Levantada descrita na Seção 3.3.2 e no trabalho [21].

Uma forma simples de projeto, alinhada com a computação da FFT, é considerar

$$N_g = 2^\beta, \quad (5.23)$$

na qual $\beta \in \mathbb{N}$ é um fator de agrupamento com limites $0 \leq \beta \leq \log_2 N$. Dessa forma, o número de sub-bandas N_c será determinado pela escolha do parâmetro β , de forma que

$$N_c = \frac{N}{2^\beta}. \quad (5.24)$$

A Figura 5.4 ilustra o processo de decodificação de sub-banda formando subcanais a partir do agrupamento de 2 subportadoras adjacentes ($\beta = 1$). Palavras-código podem então ser associada a cada subcanal de forma independente. A investigação da taxa de erro de quadros OFDMA em uma situação PNC, condicionada a escolha de β , é apresentada nos resultados de simulação da Seção 6.3.

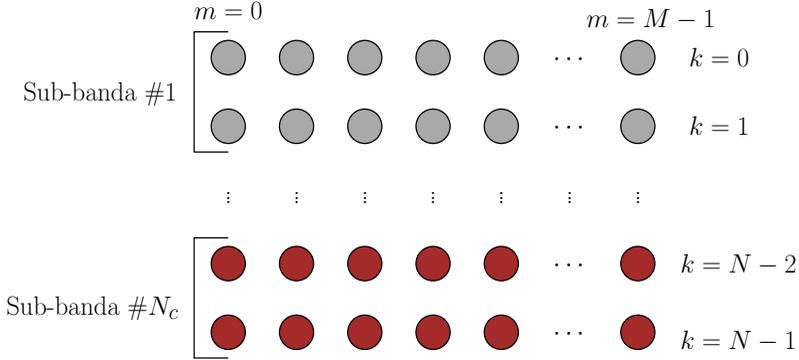


Figura 5.4: Exemplo de codificação por sub-banda com $\beta = 1$.

5.2 LNC em Sistemas FBMC

Utilizando a modelagem matemática desenvolvida na seção 2.4, considere uma rede com múltiplos nós em que L usuários transmitem para um nó *relay* intermediário R e cada nó é equipado com apenas uma antena. Nesta estratégia, as transmissões são realizadas utilizando o sistema multiportadora FBMC/OQAM com N subportadoras através de um quadro de comprimento M . Por simplicidade, assume-se codificação de bloco, na qual as mensagens são codificadas ao longo do quadro FBMC/OQAM e de forma independente entre as subportadoras. O modelo FBMC da camada física é baseado no trabalho [13].

5.2.1 Múltiplo Acesso em Sistemas FBMC/OQAM

O sinal banda base de tempo discreto na saída do banco de filtros de síntese do l -ésimo usuário é dado por:

$$x_l[n] = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} X_{l,(m,k)} g_{l,(m,k)}[n] \quad (5.25)$$

no qual $X_{l,(m,k)} \in \mathbb{R}$ são os símbolos transmitidos pelo l -ésimo usuário na k -ésima subportadora, durante a transmissão do m -ésimo símbolo

FBMC/OQAM, e $g_{l,(m,k)}$ é a versão deslocada do filtro protótipo do l -ésimo usuário.

Para um sistema com canais de comunicação sem distorção, o sinal $y[n]$ recebido pelo nó *relay* na etapa de múltiplo acesso é dado por:

$$y[n] = \sum_{l=0}^{L-1} x_l[n]. \quad (5.26)$$

Assumindo o uso de filtros protótipos idênticos para todos os usuários, *i.e.*, $g_{l,(m,k)} = g_{(m,k)}$ para $l = 0, \dots, L-1$, e utilizando os resultados das Equações (2.18) a (2.22) da Seção 2.4 para caso FBMC/OQAM SISO, o símbolo desejado na localização (m', k') é obtido pelo produto interno do sinal recebido com a função de base $g_{(m',k')}[n]$ correspondente:

$$r_{(m',k')} = \langle y[n], g_{(m',k')}[n] \rangle \quad (5.27a)$$

$$= \left\langle \sum_{l=0}^{L-1} x_l[n], g_{(m',k')}[n] \right\rangle \quad (5.27b)$$

$$= \sum_{l=0}^{L-1} \langle x_l[n], g_{(m',k')}[n] \rangle \quad (5.27c)$$

$$= \sum_{l=0}^{L-1} r_{l,(m',k')}. \quad (5.27d)$$

Na última linha da equação anterior observamos o resultado da linearidade do produto interno. A Equação (5.27d) mostra que, na etapa de múltiplo acesso, o sinal obtido após o produto interno com a função de base correspondente à localização de símbolo (m', k') é uma superposição do produto interno dos sinais de cada usuário com a função de base $g_{(m',k')}[n]$. Portanto, podemos utilizar esse resultado para expandir a Equação (5.27d) para o caso de um canal seletivo em frequência

com ruído aditivo:

$$r_{(m',k')} = \sum_{l=0}^{L-1} \left(h_{l,(m',k')} x_{l,(m',k')} + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq k'}}^{N-1} \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq m'}}^{M-1} h_{l,(m,k)} x_{l,(m,k)} \right) \times \underbrace{\sum_{n=-\infty}^{\infty} g_{(m,k)}[n] g_{(m',k')}^*[n]}_{\Gamma_{\Delta m, \Delta k}} + z_{(m',k')} \quad (5.28a)$$

$$r_{(m',k')} \approx \sum_{l=0}^{L-1} \left(h_{l,(m',k')} \left(x_{l,(m',k')} + \underbrace{\sum_{\Omega_{(m',k')}} x_{l,(m,k)} \Gamma_{\Delta m, \Delta k}}_{\hat{I}_{l,(m',k')}} \right) \right) + z_{(m',k')} \quad (5.28b)$$

$$r_{(m',k')} \approx \underbrace{\sum_{l=0}^{L-1} h_{l,(m',k')} x_{l,(m',k')}}_{\text{sinhal PNC desejado}} + \underbrace{\sum_{l=0}^{L-1} h_{l,(m',k')} \hat{I}_{l,(m',k')}}_{\text{ICI/ISI do sistema FBMC}} + \underbrace{z_{(m',k')}}_{\text{ruído aditivo}} \quad (5.28c)$$

na qual $\Delta k = k - k'$ e $\Delta m = m - m'$.

Observe que na aproximação da Equação (5.28b), considera-se que a energia da interferência intersimbólica e entre subportadoras causada pelo fator de superposição do filtro protótipo está concentrada em um conjunto de símbolos $\Omega_{(k',m')}$, o qual contém apenas um número restrito de símbolos localizados em posições de tempo-freqüência (m, k) ao redor do símbolo de interesse (m', k') . Note também que, nessa equação, se considera o ganho $h_{l,(m',k')}$ do canal constante sobre o somatório dentro do subconjunto $\Omega_{(m',k')}$.

Para o caso da modulação OQAM, ao considerar um filtro protótipo com ortogonalidade real, conforme apresentado pela Equação (2.17), a interferência $\hat{I}_{l,(m',k')}$ é puramente imaginária, ou seja, $\hat{I}_{l,(m',k')} =$

$ib_{l,(m',k')}$. A Equação (5.28c) pode ser então reescrita como:

$$r_{(m',k')} \approx \sum_{l=0}^{L-1} h_{l,(m',k')} (x_{l,(m',k')} + ib_{l,(m',k')}) + z_{(m',k')}. \quad (5.29)$$

5.2.2 Razão Sinal-para-Interferência-mais-Ruído

Para o sinal obtido na Equação (5.28c), definimos a SINR como:

$$SINR = \frac{P}{Q + N} \quad (5.30)$$

na qual P é a variância do sinal PNC desejado, Q é a variância do sinal considerado como interferência (ISI/ICI) e N é a densidade espectral de potência do ruído aditivo.

Definem-se também as variâncias supracitadas como:

$$P \triangleq \bar{E} \left[(d_{(m,k)} - \bar{d}_{(m,k)}) (d_{(m',k')} - \bar{d}_{(m',k')})^* \right] \quad (5.31a)$$

$$Q \triangleq \bar{E} \left[(\tilde{I}_{(m,k)} - \bar{\tilde{I}}_{(m,k)}) (\tilde{I}_{(m',k')} - \bar{\tilde{I}}_{(m',k')})^* \right] \quad (5.31b)$$

$$N \triangleq \bar{E} \left[(z_{(m,k)} - \bar{z}_{(m,k)}) (z_{(m',k')} - \bar{z}_{(m',k')})^* \right] \quad (5.31c)$$

nas quais $\bar{E}[\cdot]$ é o operador do valor esperado, $\bar{x} = \bar{E}[x]$ é o valor esperado da variável aleatória x e os sinais $d_{(m',k')}$ e $\tilde{I}_{(m',k')}$ são definidos como:

$$d_{(m,k)} \triangleq \sum_{l=0}^{L-1} h_{l,(m,k)} x_{l,(m,k)} \quad (5.32a)$$

$$\tilde{I}_{(m,k)} \triangleq \sum_{l=0}^{L-1} h_{l,(m,k)} \hat{I}_{l,(m,k)}. \quad (5.32b)$$

Para desenvolver um modelo prático da SINR, consideramos neste trabalho as seguintes **hipóteses**:

- (a) todas as variáveis aleatórias possuem momento de primeira ordem (média) nulo;

- (b) descorrelação entre todos os sinais gerados pelas fontes de informação l , ou seja,

$$\bar{E} \left[x_{l,(m,k)} x_{l',(m,k)}^* \right] = \bar{E} \left[x_{l,(m,k)} \right] \bar{E} \left[x_{l',(m,k)}^* \right] \quad \forall l \neq l';$$

- (c) descorrelação entre símbolos de mesma fonte entre subportadoras e blocos distintos de tempo, *i.e.*,

$$\bar{E} \left[x_{l,(m,k)} x_{l',(m',k')}^* \right] = \bar{E} \left[x_{l,(m,k)} \right] \bar{E} \left[x_{l',(m',k')}^* \right] \quad \forall (m,k) \neq (m',k');$$

- (d) descorrelação entre os canais de comunicação dos diferentes usuários para o *relay*,

$$\bar{E} \left[h_{l,(m,k)} h_{l',(m,k)}^* \right] = \bar{E} \left[h_{l,(m,k)} \right] \bar{E} \left[h_{l',(m,k)}^* \right] \quad \forall l \neq l';$$

- (e) descorrelação entre as fontes e os ganhos dos canais de comunicação,

$$\bar{E} \left[x_{l,(m,k)} h_{l',(m',k')}^* \right] = \bar{E} \left[x_{l,(m,k)} \right] \bar{E} \left[h_{l',(m',k')}^* \right] \quad \forall (\Delta l, \Delta k, \Delta m);$$

- (f) o ruído aditivo é um processo WSS de média nula independente e identicamente distribuído.

Com base nas hipóteses apresentadas e definindo

$$\bar{E} \left[x_{l,(m',k')} x_{l',(m',k')}^* \right] \triangleq P_{l,(m',k')}, \quad (5.33a)$$

$$\bar{E} \left[h_{l,(m',k')} h_{l',(m',k')}^* \right] \triangleq \sigma_{h_{l,(m',k')}}^2, \quad (5.33b)$$

$$\bar{E} \left[z_{(m',k')} z_{(m',k')}^* \right] \triangleq \sigma_z^2, \quad (5.33c)$$

pode-se concluir que

$$P = \sum_{l=0}^{L-1} \sigma_{h_{l,(m',k')}}^2 P_{l,(m',k')} \quad (5.34a)$$

$$Q = \sum_{l=0}^{L-1} \left(\sigma_{h_l, (m', k')}^2 \left(\sum_{(m, k) \in \Omega_{(m', k')}} P_{l, (m', k')} \|\Gamma_{(\Delta m, \Delta k)}\|^2 \right) \right) \quad (5.34b)$$

$$N = \sigma_z^2. \quad (5.34c)$$

O resultado geral da SINR do sinal recebido para o sistema PNC baseado em FBMC/OQAM é portanto:

$$SINR = \frac{\sum_{l=0}^{L-1} \sigma_{h_l, (m', k')}^2 P_{l, (m', k')}}{\sum_{l=0}^{L-1} \left(\sigma_{h_l, (m', k')}^2 \left(\sum_{(m, k) \in \Omega_{(m', k')}} P_{l, (m', k')} \|\Gamma_{(\Delta m, \Delta k)}\|^2 \right) \right) + \sigma_z^2} \quad (5.35)$$

no qual observa-se a dependência da escolha do filtro protótipo e de sua boa localização no tempo e na frequência através do fator $\|\Gamma_{(\Delta m, \Delta k)}\|^2$.

Um **caso particular** a ser analisado é a transmissão com distribuição uniforme de potência (entre usuários e para todas as subportadoras ao longo de todo o quadro) e com canais constantes ao longo de um quadro, cujos ganhos dos canais dependem apenas da subportadora considerada, independentemente do usuário. Dessa forma, considerando $P_{l, (m', k')} = P_S$ para qualquer tupla (l, m', k') e $\sigma_{h_l, (m', k')}^2 = \sigma_{h, k'}^2$, a Equação (5.35) é simplificada para:

$$SINR_{unif} = \frac{L\sigma_{h, k'}^2 P_S}{L\sigma_{h, k'}^2 P_S \sum_{(m, k) \in \Omega_{(m', k')}} \|\Gamma_{\Delta m, \Delta k}\|^2 + \sigma_z^2}. \quad (5.36)$$

Fazendo uma análise particular da Equação (5.36) para o caso de alta SNR, ou seja, $\sigma_z^2 \approx 0$, podemos analisar a razão sinal-para-interferência (SIR) e obter o seguinte resultado:

$$SIR_{unif} = \frac{1}{\sum_{(m, k) \in \Omega_{(m', k')}} \|\Gamma_{(\Delta m, \Delta k)}\|^2} \quad (5.37a)$$

$$SIR_{unif} \text{ (dB)} = -10 \log_{10} \left(\sum_{(m,k) \in \Omega_{(m',k')}} \|\Gamma_{(\Delta m, \Delta k)}\|^2 \right) \quad (5.37b)$$

Das Equações (5.37), observa-se a dependência da escolha do filtro protótipo no nível de interferência intersimbólica e entre subportadoras no sinal recebido pelo *relay* durante a etapa de múltiplo acesso. Devido às hipóteses de decorrelação consideradas, o resultado de análise de SIR apresentado para a equação do sinal recebido no esquema PNC é o mesmo para qualquer sistema FBMC/OQAM de SISO ou múltiplas antenas no transmissor e uma antena no receptor (MISO).

5.2.3 Cancelador de Interferência FBMC/QAM

A variância de ISI/ICI para um sistema FBMC/OQAM utilizando o filtro protótipo do projeto PHYDIAS é dada por

$$\sum_{(m,k) \in \Omega_{(m',k')}} \|\Gamma_{(\Delta m, \Delta k)}\|^2 \approx 0,9836 \quad (5.38)$$

ou aproximadamente 0,07 dB.

Em um sistema FBMC/QAM, devido à decimação por dois da tabela de interferência de $\Gamma_{(\Delta m, \Delta k)}$, é possível mostrar que o nível de interferência intrínseca devido à variância de ISI/ICI é menor, e seu valor é

$$\sum_{(m,k) \in \Omega_{(m',k')}} \|\Gamma_{(\Delta m, \Delta k)}\|^2 \approx 0,1771 \quad (5.39)$$

ou aproximadamente $-7,5$ dB. Entretanto, ao utilizar a modulação QAM, a condição de ortogonalidade real proposta na Equação (2.17) não é mais válida e o uso da técnica de *staggering* torna-se irrelevante.

Neste sentido, o trabalho [31] propõe uma estratégia FBMC/QAM utilizando um cancelador de interferência iterativo. Os autores apresentam estratégias para sistemas FBMC/QAM SISO e FBMC/QAM MIMO (2×2) utilizando tanto constelações 4-QAM quanto 16-QAM.

Um cancelador de interferência “*genie-aided*” pode eliminar completamente a interferência da Equação (5.28c) adaptadas para um sistema FBMC/QAM.

Entretanto, não conhecemos até o presente momento um bom decodificador de tentativa que possa fazer uma estimativa confiável do termo

$$\sum_{l=0}^{L-1} h_{l,(m',k')} x_{l,(m',k')}, \quad (5.40)$$

para que a interferência possa ser gerada e então removida efetivamente no receptor. O objetivo de estimar a superposição de símbolos não-equalizados é bastante similar ao próprio decodificador PNC.

Dessa forma, apesar de o sistema FBMC/QAM apresentar um nível de interferência intrínseca menor, a quantidade de ICI/ISI presente no sistema impede a aplicação da estratégia PNC para esse sistema multiportadora.

6

Resultados e Análise

Este capítulo apresenta simulações numéricas da aplicação da técnica LNC em sistemas multiportadora. A Seção 6.1 apresenta um exemplo numérico para ilustrar o processo de decodificação PNC no domínio da frequência.

A Seção 6.2 leva em consideração a estratégia de codificação de quadro da Seção 5.1.1 e nela são apresentadas simulações numéricas de taxa de erro de quadro para um canal variante no tempo, considerando desvanecimento em bloco com um tempo de coerência de M símbolos OFDM.

Os resultados apresentados na Seção 6.3 utilizam a estratégia de codificação de sub-banda em sistemas OFDM discutida na Seção 5.1.2. Comparações com a estratégia de codificação de quadro também são apresentadas.

O principal parâmetro de desempenho avaliado foi a taxa de erro de quadro (FER) na recepção do *relay* (durante a etapa de múltiplo acesso) em função da razão energia de bit por densidade espectral de potência de ruído E_b/N_0 . Para adequar as simulações com diferentes taxas de códigos corretores de erro, definimos:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{\text{SNR}}{R_m}. \quad (6.1)$$

Nas simulações, foram utilizados códigos convolucionais com número de memórias $\nu = 3$ e códigos turbo com 6 iterações de decodificação. A estratégia de *interleaving* foi adotada para a codificação turbo,

a fim de explorar a diversidade do canal. A Tabela 6.1 apresenta os polinômios geradores desses códigos, na forma octal.

Tabela 6.1: Parâmetros de Simulação

Código	Gerador
Convolutacional $R_m = 1/3$	$(13, 15, 17)_8$
Convolutacional $R_m = 1/5$	$(17, 17, 13, 15, 15)_8$
Turbo $R_m = 1/3$	$(13, 15)_8, (13)_8$
Turbo $R_m = 1/5$	$(25, 33, 37)_8, (25)_8$

São apresentados em algumas figuras limitantes teóricos inferiores do C&F adaptado de [21], os quais consideram *outage* para o evento $R_m > \sum_k R_{C,k}(\mathbf{h}_k, \mathbf{a}_k)$, conforme mencionado na Equação (5.4). Esses limitantes recebem o termo N&G em suas legendas, em referência aos pesquisadores Nazer e Gastpar.

6.1 TWRC - Um Exemplo Numérico com Canais Fixos

Os resultados desta seção consideram simulações de uma rede bidirecional utilizando a estratégia de codificação de quadro apresentada na Seção 5.1.1.

Considerando $L = 2$, os canais utilizados para os usuários foram baseados nos exemplos de [28, 32], sendo $\mathbf{h}_0 = (1 \ 0.5)^T$ e $\mathbf{h}_1 = (1 \ 0.3 \ 0.4)^T$ os ganhos de multipercurso dos canais. Para simplificar a demonstração, consideraremos a DFT de 16 pontos desses canais, sendo $\mathbf{H}_0 = \text{DFT}_{16}(\mathbf{h}_0)$ e $\mathbf{H}_1 = \text{DFT}_{16}(\mathbf{h}_1)$. A Figura 6.1 apresenta um gráfico ilustrando os ganhos de amplitude dos canais de cada usuário. Para ressaltar a simetria do canal utilizado, fazemos o índice de subportadora variar de $k = -8, \dots, 7$.

Considerando $\text{SNR} = 15$ dB, a Tabela 6.2 apresenta os valores de

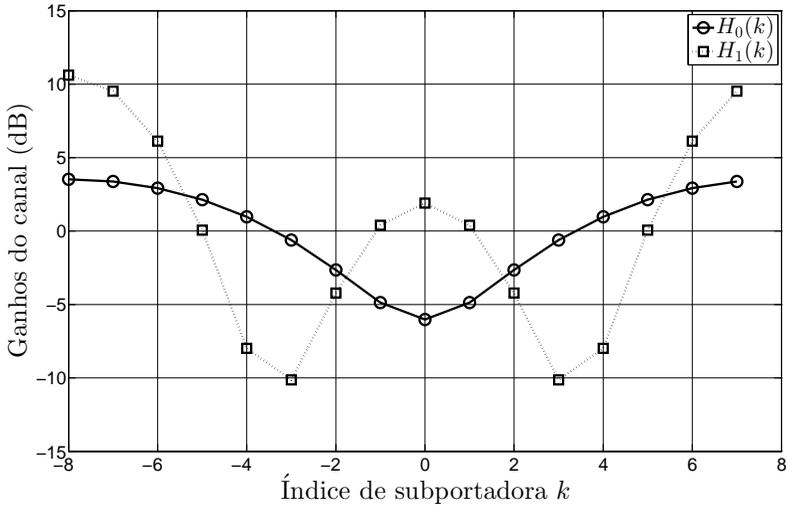


Figura 6.1: Ganhos dos canais em cada subportadora.

escalonamento obtidos para o vetor α e para os coeficientes de combinação linear $\bar{\mathbf{a}}_0$ e $\bar{\mathbf{a}}_1$ em cada subportadora.

Os valores dos elementos de α também são apresentados na Figura 6.2, enquanto os coeficientes são apresentados na Figura 6.3.

A Figura 6.4 apresenta resultados de taxa de erro de quadro rea-

Tabela 6.2: Valores calculados dos coeficientes de combinação linear e fator de escala com canais fixos e $N = 16$.

k	$\alpha [k]$	$\mathbf{a}_0 [k]$	$\mathbf{a}_1 [k]$	$\mathbf{H}_0 [k]$	$\mathbf{H}_1 [k]$
-8	0.61876	1	1	1.5	1.7
-7	$0.62993 + 0.12278i$	1	1	$1.4619 - 0.19134i$	$1.56 - 0.39765i$
-6	$0.66942 + 0.25196i$	1	1	$1.3536 - 0.35355i$	$1.2121 - 0.61213i$
-5	$0.75777 + 0.38274i$	1	1	$1.1913 - 0.46194i$	$0.83196 - 0.56001i$
-4	$-0.92399 - 0.46199i$	-1	-1	$1 - 0.5i$	$0.6 - 0.3i$
-3	$0.3616 - 1.1183i$	-1i	-1i	$0.80866 - 0.46194i$	$0.60235 + 0.0056789i$
-2	$-0.13464 + 1.1656i$	1i	1i	$0.64645 - 0.35355i$	$0.78787 + 0.18787i$
-1	$1.9447 + 0.61612i$	1	$2 + 1i$	$0.53806 - 0.19134i$	$1.0057 + 0.16804i$
+0	-1.0727	-1	-1	0.5	1.1
+1	$1.9447 - 0.61612i$	1	$2 - 1i$	$0.53806 + 0.19134i$	$1.0057 - 0.16804i$
+2	$-0.13464 - 1.1656i$	-1i	-1i	$0.64645 + 0.35355i$	$0.78787 - 0.18787i$
+3	$0.3616 + 1.1183i$	1i	1i	$0.80866 + 0.46194i$	$0.60235 - 0.0056789i$
+4	$-0.92399 + 0.46199i$	-1	-1	$1 + 0.5i$	$0.6 + 0.3i$
+5	$0.75777 - 0.38274i$	1	1	$1.1913 + 0.46194i$	$0.83196 + 0.56001i$
+6	$0.66942 - 0.25196i$	1	1	$1.3536 + 0.35355i$	$1.2121 + 0.61213i$
+7	$0.62993 - 0.12278i$	1	1	$1.4619 + 0.19134i$	$1.56 + 0.39765i$

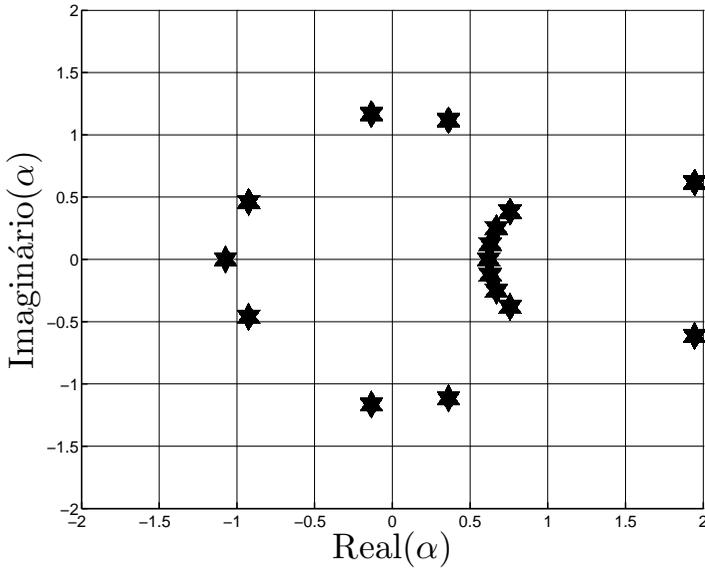


Figura 6.2: Constantes de escala do sinal.

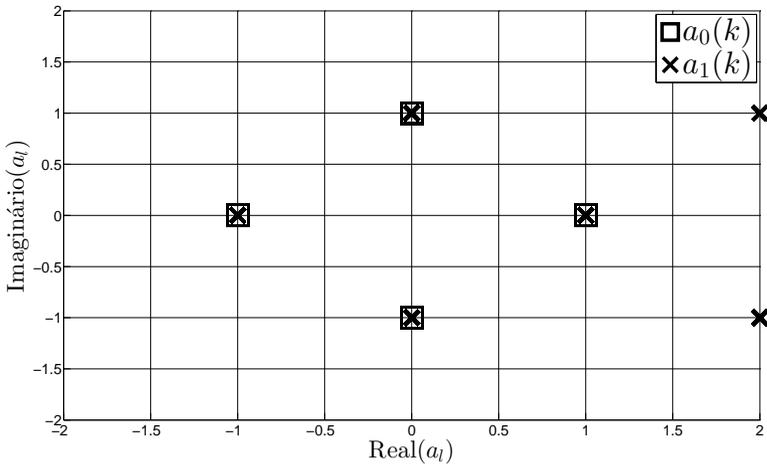


Figura 6.3: Coeficientes de combinação linear.

lizando simulações para diferentes valores de SNR com os canais fixos supracitados. Os códigos convolucionais e turbo da Tabela 6.1 foram utilizados.

Para as simulações de taxa de erro de quadro desta dissertação, cada ponto nas curvas foi obtido com simulações de Monte-Carlo com um limite 20000 quadros transmitidos por usuário para o *relay* em cada ponto.

O limitante teórico de *outage* também é apresentado em linhas verticais para cada taxa de código. Observe que ao fixar os canais, a condição da Equação (5.4) torna-se invariante.

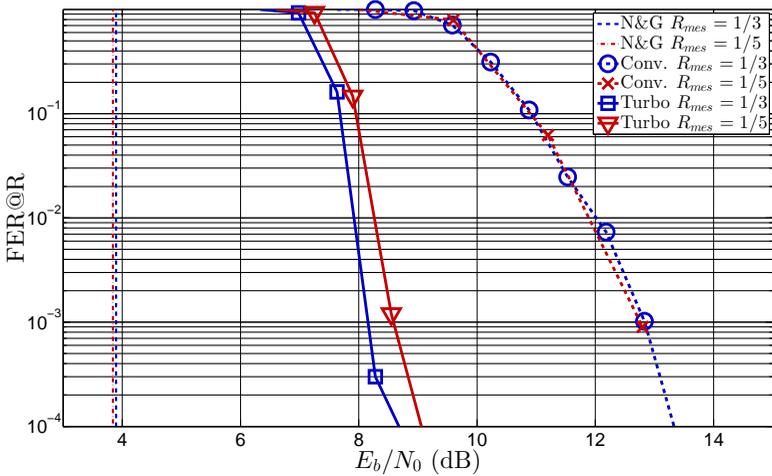


Figura 6.4: Resultados de $FER \times E_b/N_0$ para $N = 16$ e $M = 120$, com canais fixos conforme a Figura 6.1.

Na Figura 6.4 pode-se observar que os limitantes computa-e-encaminha para os canais apresentados ficam em torno de $E_b/N_0 = 3,8$ dB. Os códigos turbo utilizados se distanciam do limitante por uma diferença de aproximadamente 5 dB, com uma taxa de erro de quadro de 10^{-4} , enquanto os convolucionais estão a quase 10 dB de diferença para o mesmo valor de FER.

6.2 TWRC - Canais Variantes no Tempo

Utilizamos simulações numéricas de Monte-Carlo para avaliar o desempenho da estratégia LNC para OFDM em uma rede com $L = 2$ usuários (bidirecional), $N = 128$ subportadoras e $M = 120$ símbolos OFDM por quadro. Os canais de comunicação entre usuários e o *relay* são modelados com desvanecimento Rayleigh e $L_{CP} = 5$ taps independentes com variância $\sigma_h^2 = 1/L_{CP}$.

A Figura 6.5 apresenta uma comparação entre o desempenho dos códigos convolucional e turbo para duas taxas de mensagem diferentes. A Figura também contém a curva para decodificação LNC com código trivial de taxa $R_m = 1$, mostrando que o esquema não apresenta bom desempenho sem a aplicação de um codificador binário. Na Figura 6.6, é apresentado o desempenho em termos de taxa de erro de bit (BER) para os mesmos pontos de simulação da Figura 6.5.

Observa-se que o código turbo explora bem a diversidade do canal devido ao entrelaçamento dos bits codificados ao longo do quadro OFDM, obtendo o mesmo grau de diversidade do limitante inferior. Em termos de energia de bit, as simulações mostram que o código de taxa 1/5 traz ganhos em relação ao de taxa 1/3. O código turbo de taxa 1/5 está distante de 6.6 dB do limitante inferior para uma FER de 1%. Para o código turbo de taxa 1/3, essa diferença é de 9.7 dB.

A Figura 6.7 compara a estratégia LNC desenvolvida neste trabalho com as técnicas de codificação de rede [3] e FPNC [23] para uma taxa de mensagem fixa ($R_m = 1/5$). Ressalta-se que, para a simulação das duas últimas, considerou-se o uso dos mesmos códigos com detecção suave baseada na informação das LLRs dos bits considerados.

Observa-se que para o código turbo a estratégia LNC apresenta uma perda de desempenho de aproximadamente 3.3 dB em relação à técnica de codificação de rede para o valor de FER de 10%, enquanto o FPNC possui uma perda de aproximadamente 2.5 dB no mesmo caso. Com valores menores de FER, analisando para perda de quadro de 0.1%, a diferença entre as três técnicas é mais próxima, em torno de 1 dB,

6.2. TWRC - CANAIS VARIANTES NO TEMPO

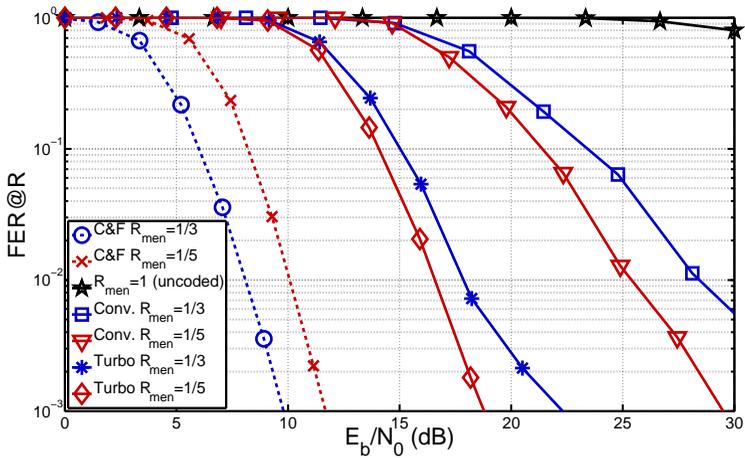


Figura 6.5: Taxa de erro de quadro para os códigos convolucional e turbo de taxas $R_m = 1/3$ e $R_m = 1/5$, com $M = 120$ e $N = 128$. A curva $R_m = 1$ corresponde ao esquema sem aplicação de códigos binários.

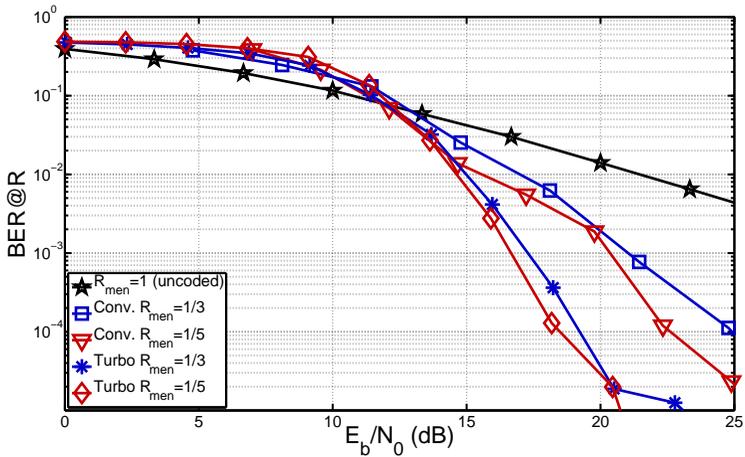


Figura 6.6: Taxa de erro de bit para os códigos convolucional e turbo de taxas $R_m = 1/3$ e $R_m = 1/5$, com $M = 120$ e $N = 128$. A curva $R_m = 1$ corresponde ao esquema sem aplicação de códigos binários.

mantendo a relação de desempenho.

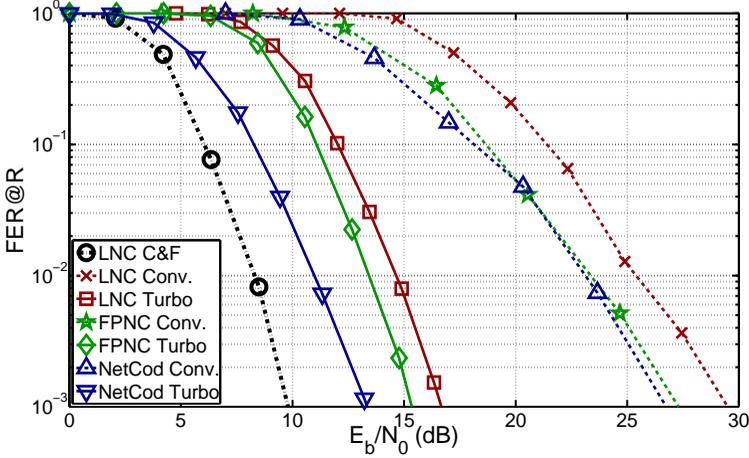


Figura 6.7: Comparação de taxa de erro de quadro entre as estratégias OFDM-LNC, FPNC e Codificação de Rede tradicional para um código turbo de taxa $R_m = 1/5$ com 6 iterações de decodificação.

Ressalta-se que na rede bidirecional as estratégias LNC e FPCN utilizam apenas um instante de transmissão para a etapa de múltiplo acesso, enquanto a estratégia de codificação de rede necessita de dois instantes de transmissão para comunicação individual de cada usuário com o *relay*. Outro aspecto a ser destacado é que a técnica LNC foi generalizada para L usuários na etapa de múltiplo acesso, em que a maior complexidade da decodificação está em encontrar os melhores vetores $\mathbf{a}_k \in \mathbb{C}^L$ que maximizam as taxas computacionais de cada subportadora.

É importante destacar que a técnica apresentada na Seção 5.1.1 exige que os coeficientes de combinação linear $(\bar{\mathbf{a}}_0[k], \bar{\mathbf{a}}_1[k]) \pmod{1+i}$ sejam ambos não-nulos para qualquer subportadora (qualquer valor de k). Em um cenário no qual o *relay* possui algum tipo de *buffer* ou memória para guardar pacotes dos usuários, essa restrição poderia ser removida, permitindo que em alguns casos o *relay* decodifique paco-

tes de apenas um ou outro usuário, ou seja, $\bar{\mathbf{a}}_l[k] = 0$ para alguma combinação de l e k permitida pelo sistema.

Como não há controle sobre o valor dos coeficientes na saída do algoritmo de redução de base, uma modificação é realizada na linha 6 do algoritmo da Figura 5.2, de forma que, para o caso particular da rede bidirecional, essa decisão é ilustrada no algoritmo da Figura 6.8.

```
1 para  $j \leftarrow 0$  até 1 faça
2   se  $\mathbf{b}_j[n] \bmod 1 + i \neq 0 \forall n \in \{0, 1\}$  então
3     % caso  $j$ :
4      $\mathbf{a}_k = \mathbf{b}_j$ ;
5     interrompe para;
6   senão se  $j = 1$  então
7     % caso 2:
8      $\mathbf{a}_k = \mathbf{b}_1 + i\mathbf{b}_0$ ;
9   fim
10 fim
```

Figura 6.8: Modificação da Linha 6 do algoritmo da Figura 5.2.

Como pode-se observar na Figura 6.8, há três casos de escolha de coeficientes a partir da saída do algoritmo de redução de base:

Caso 0: o melhor vetor de coeficientes \mathbf{b}_0 (mais curto, com maior $R_{C,k}$) é escolhido;

Caso 1: o segundo vetor de coeficientes \mathbf{b}_0 (segundo mais curto, com segunda maior $R_{C,k}$) é escolhido;

Caso 2: uma combinação de \mathbf{b}_0 e \mathbf{b}_1 é realizada, de forma que nenhum elemento de \mathbf{a}_k seja nulo.

As Figuras 6.9 e 6.10 mostram uma estatística de frequência de escolha dos coeficientes baseada nos casos supracitados e correspondem aos pontos das simulações das Figuras 6.5 e 6.4, respectivamente.

É possível observar que, com canais fixos, não há variação na escolha, uma vez que o algoritmo de redução de base só depende da SNR (ou E_b/N_0 , igualmente) e dos ganhos dos canais. Já com canais de ganhos aleatórios, observa-se que há uma tendência mais forte da escolha do caso 2 para baixos valores de E_b/N_0 . Já para altos valores de E_b/N_0 , há uma tendência de convergência para um equilíbrio na distribuição de frequência de escolha entre os três casos.

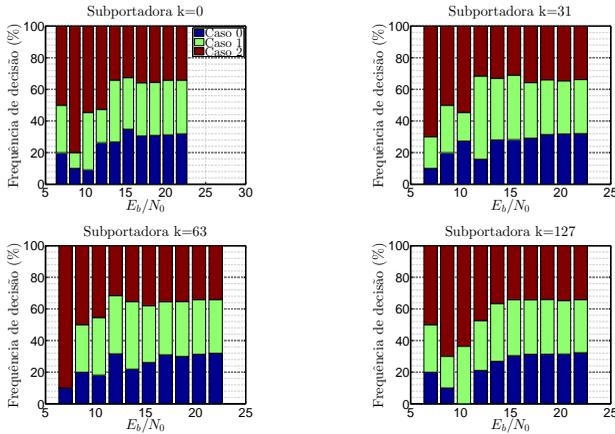


Figura 6.9: Frequências dos diferentes casos de escolha dos coeficientes nas subportadoras $k \in \{0, 31, 63, 127\}$ correspondentes aos pontos de simulação da Figura 6.5 (canais variantes no tempo, código Turbo $R_m = 1/5$ com 6 iterações de decodificação).

6.3 TWRC - Codificação de Subbanda

Nesta Seção, são apresentados resultados de simulação para a estratégia de codificação independente por sub-banda, desenvolvida na Seção 5.1.2.

Para modulação BPSK, o canal de $N = 128$ subportadoras foi subdividido em $N_c = 2^\beta$ subcanais, para $\beta \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. O comprimento das mensagens em cada subcanal foi $K = 24$. Após a codificação das N_c mensagens utilizando um código linear binário $\mathcal{C}(n, k)$,

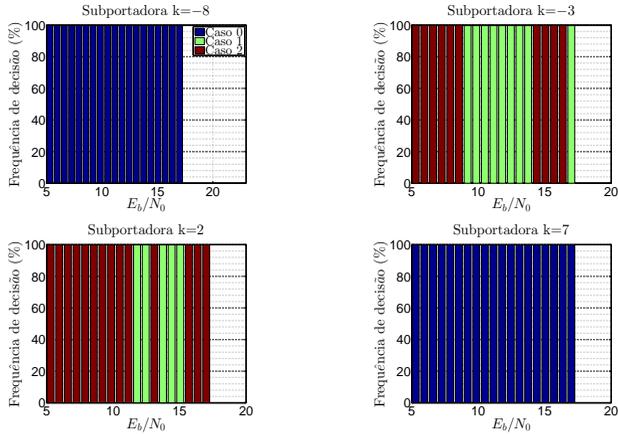


Figura 6.10: Freqüências dos diferentes casos de escolha dos coeficientes nas subportadoras $k \in \{-8, -3, 2, 7\}$ correspondentes aos pontos de simulação da Figura 6.4 (canais fixos, código Turbo $R_m = 1/5$ com 6 iterações de decodificação).

o quadro de palavras-código de dimensão $(n/k)K \times N_c$ é reorganizado para uma transmissão utilizando $N = 128$ subportadoras.

As Figuras 6.11 e 6.12 apresentam os resultados em termos de FER e de BER, respectivamente, para a estratégia LNC baseada em modulação BPSK. Para essa simulação, foram escolhidos os melhores coeficientes de combinação linear em cada subportadora. Nessas simulações, foi utilizada a modificação de algoritmo da Figura 6.8, a fim de garantir que a combinação linear obtida seja útil para ambos os usuários.

Através da Figura 6.11, observa-se que o desempenho da estratégia de codificação de bloco (um caso particular da codificação de sub-banda BPSK para $\beta = \log_2 N$) é superior à codificação independente por sub-banda na estratégia BPSK. A codificação de bloco explora completamente a diversidade do canal seletivo em frequência, enquanto a codificação de sub-banda não possui o mesmo grau de diversidade.

Já as Figuras 6.13 e 6.14 mostram resultados de simulação para uma adaptação do trabalho [21], utilizando a Construção A Levantada para transmissão com a constelação QPSK. Nesse caso, cada quadro

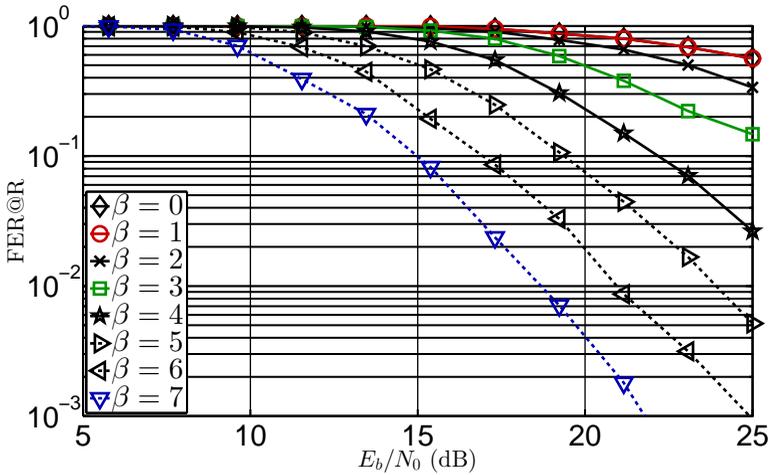


Figura 6.11: Taxa de erro de quadro para os códigos turbo de taxas $R_m = 1/5$ para diferentes valores de β , com $K = 24$ e $N = 128$, usando N pares de coeficientes otimizados.

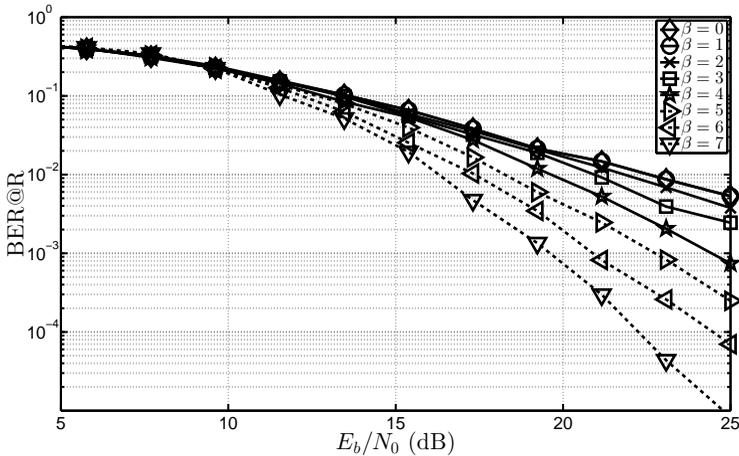


Figura 6.12: Taxa de erro de bit para os códigos turbo de taxas $R_m = 1/5$ para diferentes valores de β , com $K = 24$ e $N = 128$, usando N pares de coeficientes otimizados.

$M \times N$ carrega o dobro de bits ($2MN$ bits), uma vez que cada símbolo complexo enviado é composto por 2 bits codificados ortogonais e independentes.

A codificação de sub-banda foi utilizada para $\beta \in \{0, 1, 2\}$. A escolha dos coeficientes não utiliza a modificação de algoritmo da Figura 6.8. São escolhidos N_c pares de coeficientes, um para cada sub-banda. Para entrada do algoritmo da Figura 5.2 com $\beta > 0$, utilizam-se médias dos ganhos de canal das subportadoras de cada sub-banda.

Observa-se na Figura 6.13 que o desempenho da estratégia de codificação independente por subportadora (um caso particular da codificação de sub-banda para $\beta = 0$) atinge uma taxa de erro de quadro cada vez menor com o aumento de E_b/N_0 . Entretanto, ao aplicar a codificação de sub-banda com $\beta = 1$ (formando um subcanal a cada 2 subportadoras adjacentes), há uma saturação no desempenho de FER. Com $\beta = 2$, a curva apresenta uma não linearidade, mostrando que não é possível realizar comunicação confiável neste caso.

Entende-se que esse problema ocorre devido às rotações dos ganhos dos canais entre subportadoras. Ao forçar uma aproximação inadequada por coeficientes constantes baseado em um ganho médio dos canais, o erro causado pelo ruído efetivo pode prejudicar a decodificação. Além do mais, os coeficientes escolhidos podem ser inadequados para algumas subportadoras, uma vez que a estratégia [21] decodifica as mensagens reais e imaginárias de forma independente, e rotações podem causar ambiguidades.

Ressalta-se também que, ao não utilizar a modificação de algoritmo da Figura 6.8, não há garantias de que a combinação linear será útil para ambos os usuários, mesmo para o caso de codificação independente por subportadora ($\beta = 0$).

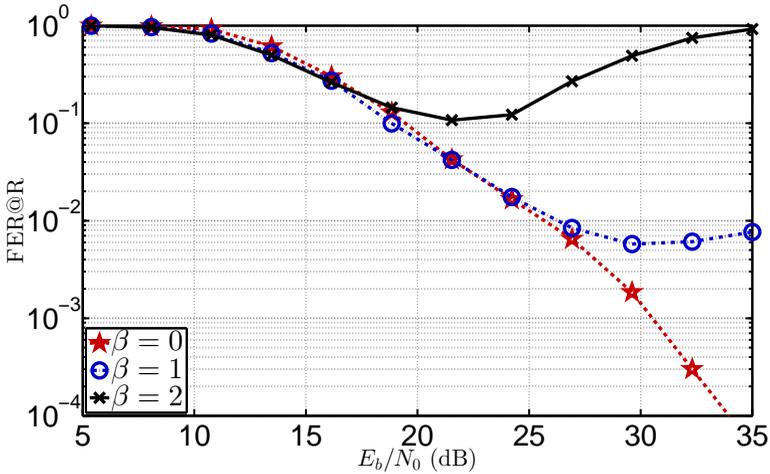


Figura 6.13: Taxa de erro de quadro adaptando a estratégia [21] de para modulação QPSK com os códigos turbo de taxas $R_m = 1/5$ para diferentes valores de β , com $K = 24$ e $N = 128$, usando N pares de coeficientes otimizados sem a modificação de algoritmo da Figura 6.8.

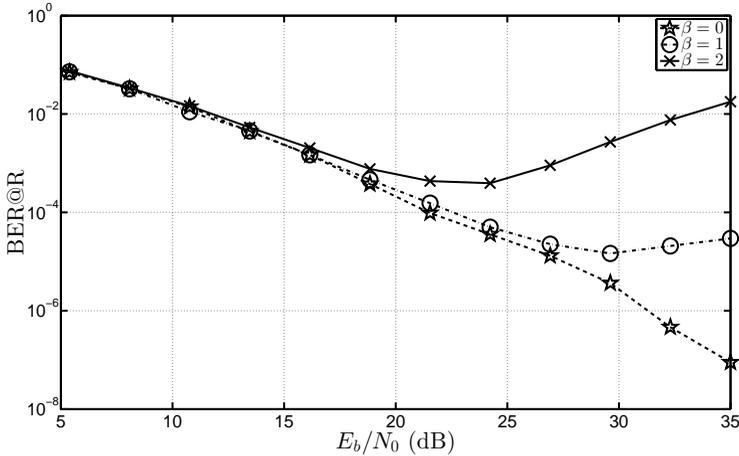


Figura 6.14: Taxa de erro de bit adaptando a estratégia [21] para os códigos turbo de taxas $R_m = 1/5$ para diferentes valores de β , com $K = 24$ e $N = 128$, usando N pares de coeficientes otimizados sem a modificação de algoritmo da Figura 6.8.

7

Conclusão

Esta dissertação apresentou uma investigação sobre técnicas de codificação de rede na camada física no domínio da frequência. Em particular, foi estudada a aplicação de PNC em sistemas OFDM. Três trabalhos relacionados foram revisados. Desses, dois consideram uma rede bidirecional com *relay* e buscam a obtenção da xOR das mensagens dos usuários no nó intermediário através do processamento da superposição dos sinais em uma etapa de múltiplo acesso. O terceiro é um aplicação direta da técnica computa-e-encaminha com codificação independente em cada subportadora do quadro OFDM.

Esta dissertação propôs o uso da técnica LNC no domínio da frequência para sistemas OFDM com modulação BPSK. Com a escolha adequada dos reticulados aninhados e algumas modificações nas funções de mapeamento e decodificação dos símbolos no *relay*, mostramos que é possível extrair combinações lineares dos sinais complexos (equações de reticulado) e mapeá-las em combinações lineares das mensagens, obtendo naturalmente a xOR das mensagens transmitidas.

A codificação das mensagens dos usuários é aplicada ao longo de todo o quadro OFDM, permitindo explorar a diversidade do canal. O uso de códigos turbo com entrelaçadores e decodificação iterativa traz ganhos de diversidade e de codificação que aproximam as curvas de desempenho de taxa de erro de quadro para até 5 dB de diferença do limite inferior de Nazer e Gastpar.

Uma proposta de codificação independente de sub-banda no domínio da frequência, inspirada pelas técnicas de permutação de sub-

portadora do padrão WiMAX, também foi apresentada. Essa técnica generaliza a codificação independente por subportadora e permite reduzir a computação de coeficientes de combinação linear para o número de subcanais que o espectro foi subdividido. Minimizar a complexidade da computação dos coeficientes traz perda de desempenho nas curvas de taxa de erro de frame, conforme apresentado na seção de resultados.

Outra contribuição foi a modelagem de uma etapa de múltiplo acesso para sistemas FBMC e o cálculo da SINR, demonstrando a impossibilidade da aplicação direta da estratégia PNC nos sistemas FBMC atuais.

Algumas sugestões para trabalhos futuros são:

- (i) encontrar estratégias de codificação via reticulados no domínio da frequência para modulações maiores ou para a Construção D, buscando tratar os problemas de ambiguidade das rotações dos canais de forma benéfica;
- (ii) explorar a aplicação de conhecimento parcial dos canais no transmissor para aplicação de técnicas como *water-filling*, rotacionando os símbolos antes da transmissão e fazendo alocação de potência com restrições lineares em cada subportadora;
- (iii) explorar outras técnicas de comunicação ou de cancelamento de interferência intersimbólica bidimensional para viabilizar o uso do sistema FBMC em redes com PNC, eliminando a necessidade do uso de prefixo cíclico.

A

Estruturas Algébricas

Este apêndice apresenta algumas definições preliminares sobre as estruturas algébricas utilizadas em nosso estudo de codificação de rede na camada física. As definições algébricas aqui encontradas recorrem às referências bibliográficas [17], [18] e [20]. Os demais teoremas, provas e exemplos para a compreensão das estruturas algébricas abordadas nesta seção são deixados ao interesse do leitor e podem ser consultadas nas referências citadas.

A.1 Anéis

Definição A.1 (*Anéis*). Um anel R é um conjunto associado a duas operações binárias, $+$ e \times (adição e multiplicação, respectivamente), que satisfaz três axiomas:

1. $(R, +)$ é um grupo abeliano;
2. \times é associativo;
3. as propriedades distributivas valem em R .

De agora em diante, omitir-se-á o operador \times , denotando a equivalência $ab = a \times b$.

Definição A.2 (*Divisores de Zero*). Sejam $a, b \in R : a \neq 0, b \neq 0$; diz-se que a é um divisor de zero se $ab = 0$.

Existem algumas classificações que agrupam certos tipos de anéis:

Comutativos O anel R é dito comutativo se a multiplicação for comutativa.

Com Identidade Diz-se que o anel possui um elemento identidade (1) se houver um elemento $1 \in R$ tal que $1a = a1 = a$ para todo $a \in R$.

Domínios Integrais Um anel comutativo R com identidade é chamado domínio integral se para todo $a, b \in R$ em que $ab = 0$, ou $a = 0$ ou $b = 0$. Alternativamente, domínios integrais são anéis que não possuem divisores de zero.

Divisores São anéis com identidade em que cada elemento não-nulo é uma unidade, ou seja, se $a \in R$, existe um elemento $a^{-1} \in R$ tal que $aa^{-1} = 1$. Estruturas algébricas classificadas simultaneamente como domínios integrais e divisores são chamadas *corpos*.

Na teoria de grupos, um homomorfismo é um mapeamento entre conjuntos que preserva a operação de grupo. Da mesma forma, existe a definição de homomorfismo de anéis como um mapeamento que preserva as operações de adição e multiplicação do anel.

Definição A.3 (*Homomorfismo entre anéis*). Sejam R e S anéis, e os elementos $a, b \in R$. Definimos um homomorfismo entre anéis como um mapeamento $\phi : R \rightarrow S$ que satisfaz às seguintes propriedades:

1. $\phi(a + b) = \phi(a) + \phi(b)$
2. $\phi(ab) = \phi(a)\phi(b)$

Para o caso particular em que o mapeamento ϕ é uma função bijetora de R em S , ϕ é chamado de isomorfismo entre anéis.

Um elemento importante de homomorfismos entre anéis é o conjunto de elementos que mapeia para zero, conhecido como *kernel*. O *kernel* de um homomorfismo entre anéis $\phi : R \rightarrow S$ é definido como:

$$\ker(\phi) = \{r \in R : \phi(r) = 0\} \tag{A.1}$$

Há uma categoria importante de subconjuntos de anéis conhecida como **ideais**. Um subconjunto não vazio de um anel é definido como um ideal se for fechado na adição e na multiplicação “dentro-fora”.

Definição A.4 (Ideais). Se I é um subconjunto de R fechado na adição, diz-se que I é um ideal de R se, para $a \in I$ e $r \in R$, $ar \in I$ e $ra \in I$. Um ideal I gerado por um único elemento x , ou seja, $I = \langle x \rangle$, é dito um *ideal principal*. Um anel em que todo ideal é principal é conhecido como um *anel ideal principal*.

Grupos quociente encontram diversas aplicações no estudo da álgebra, e são de extrema importância na sua aplicação em códigos corretores de erro. Analogamente, há igual importância no estudo do que chamamos de *anéis quociente*, construídos através de ideais. Para um anel R com ideal I , seja a operação de congruência módulo- $I \cong_I$ em R definida por

$$a \cong_I b \text{ se e somente se } a - b \in I. \quad (\text{A.2})$$

A operação de congruência módulo- I é uma relação de equivalência. A classe de equivalência de $a \in R$ é dada por:

$$a + I \triangleq \{a + r : r \in I\}, \quad (\text{A.3})$$

ou seja, os cosets aditivos $a + I$ de I em R .

Definição A.5 (*Anéis quociente*). O anel quociente R/I (R módulo I) é o anel obtido pela definição das operações de adição e multiplicação sobre os cosets de I em R ,

$$(a + I) + (b + I) = (a + b) + I \quad (\text{A.4a})$$

$$(a + I)(b + I) = (ab) + I, \quad (\text{A.4b})$$

as quais são operações bem definidas. A identidade aditiva de R/I é $0 + I = I$ e a identidade multiplicativa é $1 + I$. Ainda, $R/R = \{0 + R\}$ é um anel quociente trivial e $R/\{0\} = \{\{r\} : r \in R\}$ é isomorfo ao anel todo.

Definição A.6 (*Domínios Ideais Principais*). Um domínio integral em que todos os ideais são principais é chamado domínio ideal principal (PID).

Um exemplo de PID são \mathbb{Z} . Os inteiros gaussianos $\mathbb{Z}[i]$ e de Eisenstein $\mathbb{Z}[\omega]$ são exemplos de PID no contexto de reticulados complexos. Seja T um PID e $\pi \in T$. É conhecido então que o quociente $T/\langle\pi\rangle$ é um anel ideal principal.

A.2 Módulos

Considere agora que R representa sempre um anel comutativo com identidade aditiva 0 e identidade multiplicativa 1 , em que $1 \neq 0$.

Definição A.7 (*Módulo*). Um R -módulo é um conjunto U associado a uma operação binária $+$: $U \times U \rightarrow U$ e uma função f : $R \times U \rightarrow U$ (denominada multiplicação escalar, cuja imagem é definida como $f(r, u) = ru$) que satisfaz as seguintes propriedades:

1. U é um grupo abeliano sob $+$;
2. $(r + s)u = ru + su$;
3. $r(u + v) = ru + rv$;
4. $(rs)u = r(su)$;
5. $1u = u$,

para todo $r, s \in R$ e $u, v \in U$.

Módulos estão para anéis assim como espaços vetoriais estão para corpos. De fato, F -módulos são o mesmo que espaços vetoriais sobre F , se F é um corpo. Da mesma forma, \mathbb{Z} -módulos são o mesmo que grupos abelianos (considerando a multiplicação por escalar definida como adição iterativa).

Definição A.8 (*Submódulos*). Seja M um R -módulo, e $N \subseteq M$. Diz-se que N é um R -submódulo de M se N for fechado sobre operações com elementos do anel R , tal que $rn \in N$ para todo $r \in R$ e $n \in N$.

A analogia com espaços vetoriais também pode ser utilizada aqui, na qual, se F é um corpo, um F -submódulo é apenas um subespaço de F .

Definição A.9 (*Módulos gerados finitamente*). Seja M um R -módulo e $A \subseteq M$. Seja $\langle A \rangle$ o menor submódulo de M contendo A , denominado submódulo gerado por A . Se $M = \langle A \rangle$ para algum subconjunto finito A , então M é dito finitamente gerado.

A.3 Reticulados

Uma estrutura de reticulado Λ é um arranjo periódico de pontos. Esse arranjo pode ser completamente caracterizado por uma matriz geradora. Para um arranjo de pontos complexos, a matriz geradora é definida como uma base vetorial \mathbf{B} formada por m vetores, ou seja, $\mathbf{B} \triangleq (\mathbf{b}_1 \ \dots \ \mathbf{b}_m) \in \mathbb{C}^{n \times m}$, na qual m é o posto e n é a dimensão de \mathbf{B} , respectivamente [29].

Dessa forma, o reticulado Λ é definido como

$$\Lambda = \{\mathbf{B}\mathbf{a} : \mathbf{a} \in \mathbb{Z}[i]^m\} \quad (\text{A.5})$$

Pode-se observar que um ponto $\boldsymbol{\lambda}$ qualquer do reticulado Λ pode ser obtido como uma combinação linear dos vetores da base \mathbf{B} com coeficientes inteiros gaussianos do vetor $\mathbf{a} = (a_1 \ \dots \ a_m)^T$,

$$\boldsymbol{\lambda} = \sum_{l=1}^m a_l \mathbf{b}_l \quad (\text{A.6})$$

e que a base \mathbf{B} não é única para qualquer Λ . Nesse aspecto, a definição de reticulados é similar à propriedade de códigos lineares, a qual garante que a soma de duas palavras código é também uma palavra código

pertencente ao espaço de palavras código (*codebook*).

Definição A.10 (Quantizadores para Reticulado e Região de Voronoi). Um quantizador para reticulado é um mapeamento $Q_\Lambda(\cdot)$ que mapeia um vetor $\lambda' \in \mathbb{C}^n$ para o ponto de reticulado mais próximo de λ' (“vizinho mais próximo”), e é definido como

$$Q_\Lambda(\lambda') = \arg \min_{\lambda \in \Lambda} \|\lambda' - \lambda\|^2 \quad (\text{A.7})$$

Define-se como **região de Voronoi de um ponto $\lambda \in \Lambda$ do reticulado** (\mathcal{V}_λ) o conjunto de todos os pontos que quantizam para λ . Ou seja,

$$\mathcal{V}_\lambda = \{\lambda' : Q_\Lambda(\lambda') = \lambda\}. \quad (\text{A.8})$$

Ainda, define-se como **região fundamental de Voronoi do reticulado** (\mathcal{V}) o conjunto de todos os pontos que quantizam para a origem do sistema (vetor nulo), ou seja,

$$\mathcal{V} = \{\lambda' : Q_\Lambda(\lambda') = \mathbf{0}\}. \quad (\text{A.9})$$

Definição A.11 (Módulo-Reticulado). Denota-se como $[\lambda'] \bmod \Lambda$ o erro de quantização de $\lambda' \in \mathbb{C}^n$ com respeito ao reticulado Λ ,

$$[\lambda'] \bmod \Lambda = \lambda' - Q_\Lambda(\lambda'). \quad (\text{A.10})$$

A operação módulo com respeito ao reticulado corresponde a um vetor de erro residual entre o vetor λ' e o ponto vizinho (pertencente ao reticulado) mais próximo. Para quaisquer vetores $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{C}^n$ e $\Lambda_c \subseteq \Lambda_f$, a operação $\bmod \Lambda_c$ satisfaz às seguintes propriedades:

$$[\lambda_1 + \lambda_2] \bmod \Lambda_c = [[\lambda_1] \bmod \Lambda_c + \lambda_2] \bmod \Lambda_c \quad (\text{A.11a})$$

$$[Q_{\Lambda_f}(\lambda_1)] \bmod \Lambda_c = [Q_{\Lambda_f}([\lambda_1] \bmod \Lambda_c)] \bmod \Lambda_c \quad (\text{A.11b})$$

$$[a\lambda_1] \bmod \Lambda_c = [a[\lambda_1] \bmod \Lambda_c] \bmod \Lambda_c \quad \forall a \in \mathbb{Z} \quad (\text{A.11c})$$

$$\beta[\lambda_1] \bmod \Lambda_c = [\beta\lambda_1] \bmod \beta\Lambda_c \quad \forall \beta \in \mathbb{C} \quad (\text{A.11d})$$

Definição A.12 (Códigos de Reticulados Aninhados). Sejam os reticulados Λ_c e Λ_f , esses são ditos aninhados se $\Lambda_c \subset \Lambda_f$. Diz-se que Λ_c é o reticulado grosso e Λ_f é o reticulado fino. Define-se um código de reticulados aninhados \mathcal{L} como todos os pontos de Λ_f que caem na região fundamental de Voronoi do reticulado Λ_c , \mathcal{V}_c . A Equação (A.12) a seguir apresenta a definição matemática do código \mathcal{L} ,

$$\mathcal{L}(\Lambda_c, \Lambda_f) = \Lambda_f \cap \mathcal{V}_c = \{\mathbf{x} : \mathbf{x} = \boldsymbol{\lambda} \bmod \Lambda_c, \boldsymbol{\lambda} \in \Lambda_f\}. \quad (\text{A.12})$$

A taxa do código \mathcal{L} é dada por

$$R_{\mathcal{L}} = \frac{1}{n} \log_2 |\mathcal{L}| = \frac{1}{n} \log_2 \left(\frac{\text{Vol}(\mathcal{V}_c)}{\text{Vol}(\mathcal{V}_f)} \right) \quad (\text{A.13})$$

na qual $\text{Vol}(\mathcal{V}_c)$ e $\text{Vol}(\mathcal{V}_f)$ representam os volumes das regiões fundamentais de Voronoi dos reticulados grosso Λ_c e fino Λ_f , respectivamente.

B

Ruído Efetivo do LNC

Seja o vetor $\tilde{\mathbf{y}}$ obtido pelo processamento da saída de um canal de múltiplo acesso, o objetivo do decodificador de reticulado $\mathcal{D}(\tilde{\mathbf{y}}|\mathbf{h}, \mathbf{a})$ é obter uma equação de reticulado \mathbf{v} tal que

$$\mathbf{v} = \left[\sum_{l=1}^L a_l \mathbf{x}_l \right] \text{ mod } \Lambda_c \quad (\text{B.1})$$

que corresponda (unicamente) à combinação de mensagens apresentada na Equação (3.4),

$$\mathbf{t} = \sum_{l=1}^L a_l \mathbf{w}_l \in W.$$

Para estimar a equação de reticulado \mathbf{v} , é necessário quantizar $\tilde{\mathbf{y}}$ com respeito ao reticulado Λ_f e obter o erro residual de quantização (mod Λ_c). Ou seja, desenvolvendo esse procedimento temos que o procedimento realizado pelo decodificador é:

$$\hat{\mathbf{v}} = [Q_{\Lambda_f}(\tilde{\mathbf{y}})] \text{ mod } \Lambda_c \quad (\text{B.2a})$$

$$= \left[Q_{\Lambda_f}(\underbrace{[\tilde{\mathbf{y}}] \text{ mod } \Lambda_c}_{\mathbf{v} + \text{termo de ruído}}) \right] \text{ mod } \Lambda_c. \quad (\text{B.2b})$$

Seja $\theta_l = \alpha h_l - a_l$; desenvolvendo o termo no argumento da função

de quantização, tem-se que:

$$[\tilde{\mathbf{y}}] \bmod \Lambda_c = \left[\sum_{l=1}^L \alpha h_l \mathbf{x}_l + \alpha \mathbf{z} \right] \bmod \Lambda_c \quad (\text{B.3a})$$

$$= \left[\sum_{l=1}^L a_l (\mathbf{x}_l - \mathbf{d}_l) + \theta_l \mathbf{x}_l + \alpha \mathbf{z} \right] \bmod \Lambda_c \quad (\text{B.3b})$$

$$= \left[\sum_{l=1}^L a_l ([\mathbf{c}_l + \mathbf{d}_l] \bmod \Lambda_c - \mathbf{d}_l) + \theta_l \mathbf{x}_l + \alpha \mathbf{z} \right] \bmod \Lambda_c \quad (\text{B.3c})$$

$$= \left[\sum_{l=1}^L a_l \mathbf{c}_l + \sum_{l=1}^L \theta_l \mathbf{x}_l + \alpha \mathbf{z} \right] \bmod \Lambda_c \quad (\text{B.3d})$$

$$= [\mathbf{v} + \mathbf{z}_{ef}] \bmod \Lambda_c \quad (\text{B.3e})$$

na qual $\mathbf{z}_{ef} = \sum_{l=1}^L \theta_l \mathbf{x}_l + \alpha \mathbf{z}$ é o ruído efetivo da estratégia de decodificação da equação de reticulado. Reescrevendo (B.2), temos

$$\hat{\mathbf{v}} = [Q_{\Lambda_f}(\mathbf{v} + \mathbf{z}_{ef})] \bmod \Lambda_c. \quad (\text{B.4})$$

Portanto, utilizando a decodificação de reticulado, a probabilidade de erro $\Pr[\hat{\mathbf{v}} \neq \mathbf{v}]$ está relacionada com a capacidade do ruído efetivo de deslocar o ponto desejado $\mathbf{v} \in \mathcal{L}(\Lambda_c, \Lambda_f)$ para fora da sua respectiva região de Voronoi [18]. As regiões de decisão das equações de reticulado do decisor $\mathcal{D}(\tilde{\mathbf{y}}|\mathbf{h}, \mathbf{a})$ estão portanto relacionadas com as regiões de Voronoi das palavras do *codebook*. Outra forma de descrever a probabilidade de erro é apresentada por [17], sendo $P_e(\mathbf{h}, \mathbf{a}) = \min_{\alpha \in \mathbb{C}} \Pr[Q_{\Lambda_c}(\mathbf{n}) \notin \Lambda_f]$.

Referências Bibliográficas

- [1] H. Takagi and B. H. Walke, *Spectrum requirement planning in wireless communications: model and methodology for IMT-Advanced*. John Wiley & Sons, Ltd., 2008.
- [2] A. Sendonaris, E. Erkip, and B. Aazhang, “User cooperation diversity: Parts I and II,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 55, pp. 1927–1948, November 2003.
- [3] R. Ahlswede, N. Cai, S.-Y. R. Li, and R. W. Yeung, “Network information flow,” *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 46, pp. 1204–1216, July 2000.
- [4] S. Zhang, S. C. Liew, and P. P. Lam, “Hot Topic : Physical-Layer Network Coding,” in *MobiCom '06 Proceedings of the 12th annual international conference on Mobile computing and networking*, pp. 358–365, 2006.
- [5] B. Nazer and M. Gastpar, “Computing over multiple-access channels with connections to wireless network coding,” in *IEEE International Symposium on Information Theory*, pp. 1354–1358, IEEE, July 2006.
- [6] C. Feng, D. Silva, and F. R. Kschischang, “An Algebraic Approach to Physical-Layer Network Coding,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 59, pp. 7576–7596, November 2013.
- [7] A. Goldsmith, *Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2005.

- [8] J. Proakis and M. Salehi, *Digital Communications*. McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 5 ed., 2007.
- [9] B. S. Chang, *New Precoding and Equalization Techniques for Multicarrier Systems*. PhD thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2012.
- [10] Y. S. Cho, J. Kim, W. Y. Yang, and C. G. Kang, *MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB*. Wiley-IEEE Press, 2010.
- [11] R. Balian, “Un principe d’incertitude fort en théorie du signal ou en mécanique quantique,” *C.R. Acad. Sc. Paris*, no. 292, pp. 1357–1362, 1981.
- [12] A. Şahin, I. Güvenc, and H. Arslan, “A Survey on Multicarrier Communications: Prototype Filters, Lattice Structures, and Implementation Aspects,” *IEEE Communications Surveys and Tutorials*, vol. 16, pp. 1312–1338, December 2013.
- [13] R. Zakaria and D. L. Ruyet, “A Novel Filter-Bank Multicarrier Scheme to Mitigate the Intrinsic Interference: Application to MIMO Systems,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 11, pp. 1112–1123, March 2012.
- [14] P. Siohan and C. Roche, “Cosine-Modulated Filterbanks Based on Extended Gaussian Functions,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 48, pp. 3052–3061, November 2000.
- [15] M. Bellanger, *FBMC physical layer: a primer*. June 2010. em <http://www.ict-phydyas.org/>.
- [16] P. Popovski and H. Yomo, “The Anti-Packets Can Increase the Achievable Throughput of a Wireless Multi-Hop Network,” in *IEEE International Conference on Communications (ICC), 2006*, pp. 3885–3890, IEEE, June 2006.

- [17] D. Silva, “Codificação de Rede na Camada Física via Reticulados,” in *XXXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBrT 2013*, September 2013.
- [18] B. Nazer and M. Gastpar, “Compute-and-forward: Harnessing interference through structured codes,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 57, pp. 6463–6486, October 2011.
- [19] U. Erez and R. Zamir, “Achieving $1/2 \log(1 + \text{SNR})$ on the AWGN channel with lattice encoding and decoding,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, pp. 2293–2314, October 2004.
- [20] D. S. Dummit and R. M. Foote, *Abstract Algebra*. Wiley, 3 ed., 2003.
- [21] M. C. A. Castro, D. Silva, and B. F. Uchôa-Filho, “Códigos Turbo para Codificação de Rede na Camada Física sobre Inteiros Gausianos,” in *XXXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBrT 2013*, September 2013.
- [22] P. R. B. da Silva and D. Silva, “Design of Lattice Network Codes Based on Construction D,” in *International Telecommunications Symposium - ITS 2014*, August 2014.
- [23] L. Lu, T. Wang, S. C. Liew, and S. Zhang, “Implementation of Physical-layer Network Coding,” in *Proc. IEEE ICC 2012 - Wireless Communications Symposium*, pp. 4734–4740, IEEE, June 2012.
- [24] T. Wang and S. C. Liew, “Joint Phase Tracking and Channel Decoding for OFDM Physical-Layer Network Coding,” December 2013.
- [25] D. Wubben and Y. Lang, “Generalized Sum-Product Algorithm for Joint Channel Decoding and Physical-Layer Network Coding in Two-Way Relay Systems,” in *IEEE 2010 Global Telecommunications Conference (GLOBECOM 2010)*, IEEE, December 2010.

- [26] F. R. Kschischang, B. J. Frey, and H. A. Loeliger, “Factor Graphs and the Sum-Product Algorithm,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, February 2001.
- [27] M. Wu, F. Ludwig, M. Woltering, D. Wubben, A. Dekorsy, and S. Paul, “Analysis and Implementation for Physical-Layer Network Coding with Carrier Frequency Offset,” in *18th International ITG Workshop on Smart Antennas (WSA), 2014*, VDE, March 2014.
- [28] Y. C. Huang, N. E. Tunali, and K. R. Narayanan, “On the exchange rate for bi-directional relaying over inter-symbol interference channels,” in *IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM), 2011*, pp. 1–5, IEEE, December 2011.
- [29] D. Wübben, D. Seethaler, J. Jaldén, and G. Matz, “Lattice reduction: a survey with applications in wireless communications,” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 28, pp. 70–91, May 2011.
- [30] S. E. A. Fatah and S. A. Mawjoud, “Mobile WiMAX: System performance in terms of distributed and adjacent subcarrier permutation modes in ITU-R vehicular A channel,” in *IEEE International Conference on Future Communication Networks (ICFCN), 2012*, pp. 41–46, IEEE, April 2012.
- [31] R. Zakaria and D. L. Ruyet, “Intrinsic interference reduction in a filter bank-based multicarrier using QAM modulation,” *Physical Communication*, vol. 11, pp. 15–24, June 2014.
- [32] Y. C. Huang, N. E. Tunali, and K. R. Narayanan, “A compute-and-forward scheme for gaussian bi-directional relaying with inter-symbol interference,” *IEEE Transactions on Communications*, pp. 1011–1019, April 2013.