Preço dêste volume — Cr$ 30,00

ARY QUINTELLA — DINIZ JUNQUEIRA

EXERCICIOS DE MATEMÁTICA

PARA A 1.ª SÉRIE DOS CURSOS NORMAIS

...TA

Dos mesmos autores:

Do Prof. ARY QUINTELLA

CURSO GINASIAL: 1.ª, 2.ª, 3.ª e 4.ª séries.

CURSO COMERCIAL BÁSICO: 1.ª, 2.ª e 3.ª séries.

CURSO COLEGIAL: 1.ª série.

CURSO DE ADMISSÃO: EXERCÍCIOS DE ARITMÉTICA (Em colaboração com o Prof. Newton O'Reilly).

ARTIGO 91: GUIA DE MATEMÁTICA

CONCURSOS DE HABILITAÇÃO: QUESTÕES DE CONCURSO NAS ESCOLAS SUPERIORES (Em colaboração com o Prof. Victalino Thomaz Alves)

CONQUISTA
"Ama-se mais o que se conquistou com mais trabalho" — ARISTÓTELES

ARY QUINTELLA — DINIZ JUNQUEIRA

MATEMÁTICA

PARA A 1.ª SÉRIE DOS CURSOS NORMAIS

361 EXERCÍCIOS

CONQUISTA
Av. 28 de Setembro, 174 — Rio de Janeiro
Brasil — 1956

ÍNDICE

PROGRAMA DOS CURSOS NORMAIS DO DISTRITO FEDERAL

MATEMÁTICA

Álgebra

UNIDADE I — PROGRESSÕES

a) *Progressões aritméticas* — Definições. Fórmula do têrmo geral. Fórmulas derivadas. Inserção de meios aritméticos. Propriedades dos têrmos eqüidistantes dos extremos. Soma dos têrmos. Exercícios.

b) *Progressões geométricas* — Definições. Fórmula do têrmo geral. Fórmulas derivadas. Inserção de meios geométricos. Soma dos têrmos. Limite dessa soma no caso da progressão ilimitada e decrescente. Têrmos eqüidistantes dos extremos. Produto dos têrmos. Exercícios.

UNIDADE II — LOGARITMOS

Definição de logaritmos. Propriedades fundamentais. Logaritmos decimais. Prática das tábuas. Cálculo por logaritmos de expressões numéricas.

Geometria

UNIDADE III — OS POLIEDROS

a) *Prisma* — Definições. Seção reta. Prismas oblíquo, reto e regular. Área lateral e total de um prisma. Volume do prisma reto. Paralelepípedo. Área total, volume e diagonal do paralelepípedo retângulo. Estudo especial do cubo. Exercícios práticos.

b) *Pirâmide* — Definições. Pirâmide regular. Áreas lateral e total, volume. Exercícios práticos. Estudo descritivo e sucinto dos poliedros regulares. Teorema de Euler.

UNIDADE IV — OS CORPOS REDONDOS

a) *Cilindro* — Definições. Cilindro de revolução. Desenvolvimento de sua superfície lateral. Áreas lateral e total, volume. Cilindro eqüilátero. Exercícios práticos.

b) *Cone* — Definições. Cone de revolução. Desenvolvimento de sua superfície lateral. Relação métrica entre seus elementos. Áreas lateral e total, volume. Exercícios práticos.

c) *Esfera* — Definições. Principais partes da esfera e da superfície esférica. Área e volume da esfera. Exercícios práticos.

Observações gerais

No desenvolvimento do estudo das progressões geométricas deve ser salientada a correlação entre suas fórmulas e as fórmulas correspondentes das progressões aritméticas, de modo que se esclareça o aluno no passo histórico para o conceito de logaritmo, devido a Napier. O estudo dos logaritmos deve ser feito visando-se sempre sua aplicação prática ao cálculo numérico.

Nos exercícios práticos sôbre poliedros e corpos redondos deve-se procurar envolver as principais relações métricas da geometria plana, estudadas no ciclo ginasial. Nas aplicações de fórmulas de áreas e volumes é conveniente dar oportunidade de utilização do cálculo logarítmico, não só para sua oportuna revisão, como também para testar sua verdadeira utilidade. Ainda no ensino desta unidade, deve-se salientar bem o estudo morfológico dos sólidos, de sorte que o aluno se habilite às futuras atividades ensinadas na cadeira de Metodologia do Cálculo.

Primeira Parte

ÁLGEBRA

1. PROGRESSÕES

2. LOGARITMOS

I — PROGRESSÕES

Definição 1 — Progressão aritmética é uma sucessão de números onde a diferença entre cada número, a partir do 2.º, e o precedente é constante.

Notação: $\div a_1 . a_2 . \ldots . a_n . \ldots$
Exemplo: $\div 3 . 7 . 11 . \ldots$

Definição 2 — Progressão geométrica é uma sucessão de números reais positivos, onde o quociente entre cada número, a partir do 2.º, e o precedente é constante.

Notação: $\div a_1 : a_2 : \ldots : a_n : \ldots$
Exemplo: $\div 3 : 3/2 : 3/4 : \ldots$

RESUMO DAS FÓRMULAS

Elementos	Aritméticas	Geométricas
Têrmo geral	$a_n = a_1 + (n-1)r$	$a_n = a_1 q^{n-1}$
Soma (limitada)	$S_n = \dfrac{(a_1+a_n)n}{2}$	$S_n = \dfrac{a_1 (q^n-1)}{q-1}$
Soma (ilimitada)	$S = \pm \infty$	$S = \dfrac{a_1}{1-q}$
Produto	....	$P_n = \sqrt{(a_1 a_n)^n}$
Razão (inserção)	$r = \dfrac{b-a}{m+1}$	$q = \sqrt[m+1]{\dfrac{b}{a}}$

A — PROGRESSÕES ARITMÉTICAS

I — *Preencha as lacunas:*

1. $a_7 - a_3 = \ldots r$

2. $a_8 = a_3 + \ldots r$

3. O 10.° têrmo da progressão : 8 . 5 ... é........

4. Escreva os têrmos gerais das progressões:

   a) $\div\ 3 . 7 . 11 . \ldots \quad a_n = \ldots.$

   b) $\div\ -2 . 3 . 8 \ldots \quad a_n = \ldots.$

   c) $\div\ \frac{1}{2} . \frac{7}{2} . \frac{13}{2} . \ldots \quad a_n = \ldots$

5. Se os têrmos de ordem n forem : a) $3 + 4n$ b) $-2 + 5n$ c) $3 - 2n$ as progressões serão:
   a) .... b) .... c) ....

6. O 1.° têrmo de uma progressão aritmética é 5 e o 3.°, 11. O 12.° têrmo será ....

7. $a_8 - a_7 = \ldots$

8. Na progressão: 3.7.11...... o 10.° têrmo é......

9. O 3.° têrmo de uma progressão aritmética é 10 e o 8.°, 40. A razão é........

10. $a_{16} = a_2 + \ldots r$

11. Sendo a o primeiro têrmo de uma progressão aritmética de razão r, o oitavo têrmo é ......

12. O vigésimo primeiro têrmo da progressão $\div\ 1 . 1\frac{1}{2} . 2 \ldots$ é........

13. Se o 3.° têrmo de uma progressão aritmética fôr 26 e o 9.°, 56, a razão será........

14. O 1.° têrmo de uma progressão aritmética é 6 e o 4.°, 24. A soma dos 10 primeiros têrmos será........

15. O 7.° têrmo de uma progressão aritmética é 14 e o 13.° é 32. A progressão é........

16. A diferença entre o 7.° e o 2.° têrmos de uma progressão aritmética é 20 e a soma do 3.° com o 5.° é 28. A progressão é........

17. Numa progressão aritmética o 1.° têrmo é 8 e a diferença entre o 20.° e o 12.° é 16. O 3.° têrmo será........

18. A diferença entre o 8.° e o 3.° têrmos de uma progressão aritmética é 15 e a soma do 2.° com o 4.° é 18. A progressão é........

19. Ache a soma dos n primeiros números naturais

20. Ache a soma dos n primeiros números ímpares

21. Ache a soma dos n primeiros números pares

22. A soma dos 200 primeiros naturais é........

23. A soma dos 50 primeiros números ímpares é....

24. A soma dos 35 primeiros números pares é......

25. A soma dos 15 primeiros números ímpares é....

26. A soma: $1+2+3+$ ...... $+82$ é igual a.......

27. A soma: $1+3+5+$ ...... $+59$ é igual a.......

28. A soma: $2+4+$ .... $+68$ é igual a.......

29. O 4.° têrmo de uma progressão aritmética é 30 e o 2.°, 18. A soma dos 10 primeiros têrmos é........

30. A soma dos n primeiros têrmos da progressão limitada: $\div$ -5. -3. ... é igual a 7. O número de têrmos da progressão é........

31. A soma do 5.° e 3.° têrmos de uma progressão aritmética é igual a 44 e a soma do 9.° têrmo com o 17.° é igual a 68. A progressão é........

32. A soma dos 12 primeiros têrmos da progressão : 2.6... é........

33. A soma dos 15 primeiros têrmos da progressão : 4.7.10... é........

34. A soma dos têrmos de uma progressão aritmética limitada é 105 e a soma do 1.° e último têrmos é 30; logo, o número de têrmos é........

35. A soma dos têrmos de uma progressão aritmética de 7 têrmos é 77. O último têrmo é 10 vêzes o 1.°. A progressão é........

II — *Resolva os problemas:*

36. A soma de três números em progressão aritmética é 18 e o produto, 162. Calcule os três números.

37. A soma de três números em progressão aritmética é 15 e a soma dos produtos 2 a 2 é 71. Achar os três números.

38. A soma de três números em progressão aritmética é 15 e a soma de seus quadrados é 93. Achar os três números.

39. A soma dos sete primeiros têrmos de uma progressão aritmética é 119 e a soma dos quinze primeiros têrmos, 495. Escreva a progressão.

40. Calcular a soma dos 20 primeiros têrmos da progressão aritmética, cujo têrmo geral tem para expressão $a_n = 3n + 5$.

41. Ache a soma dos 20 primeiros têrmos da progressão: $\div$ x.(x-y). ...

42. Ache o número de têrmos da uma progressão aritmética limitada cuja razão é 3 e os têrmos extremos são: $4\frac{2}{3}$ e $\frac{40}{3}$

43. Ache 4 números em progressão aritmética de modo que a soma seja 28 e o produto do 2.° pelo 3.° exceda o produto do 1.° pelo 4.° de 8 unidades.

44. Numa progressão aritmética limitada o número

de têrmos é o triplo da razão. O 1.º têrmo é -5 e o último têrmo é 5. Achar a progressão.

45. Numa progressão aritmética com números impar de têrmos, a soma dos têrmos de ordem impar é 63 e a dos têrmos de ordem par é 54. Achar n.

46. Numa progressão aritmética o último têrmo vale 10 vêzes o primeiro e o penúltimo é igual à soma do quarto com o quinto. Achar o número de têrmos.

47. O perímetro de um triângulo retângulo é 48m e os lados estão em progressão aritmética. Achar os lados.

48. Achar os valores de *a* e *r*, sabendo que a soma de *n* têrmo de uma progressão aritmética é, sempre, $\frac{n(5n+7)}{2}$, qualquer que seja n.

49. Calcular x de modo que 3x-1, x+3 e x+9, sejam têrmos sucessivos de uma progressão aritmética, na ordem enunciada. Achar a razão.

50. Ache x de modo que os números: x^2, $(x+a)^2$ e $(x+b)^2$ formem uma progressão aritmética.

51. Quantos múltiplos de 11 há entre 101 e 1 000?

52. Ache a soma dos têrmos de uma progressão aritmética que se obtém inserindo 20 meios aritméticos entre 60 e 309.

53. Um ciclista percorre 20 km na primeira hora, 17

na segunda e assim por diante, em progressão aritmética. Quanto tempo gastará para percorrer 77 km?

54. Uma pessoa quer acumular Cr$ 1.000.000,00 de capital, economizando em cada ano Cr$ 10.000,00 mais que no precedente. Inicia com Cr$ 55.000,00. Achar o número de anos.

55. A área de um triângulo retângulo mede 24 m². Achar os lados, sabendo que estão em progressão aritmética.

56. Achar os ângulos de um triângulo, que estão em progressão aritmética de razão igual a 20.º.

57. Num quadrilátero convexo os ângulos estão em progressão aritmética de razão 38.º. Calcule os ângulos.

B — PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS

I — *Preencha as lacunas:*

58. O quinto têrmo da progressão $::3:1:$ ... é........

59. O sétimo têrmo de $::9b:6a^2b^3:$ ... é..........

60. Na progressão $::\frac{1}{4}:a:64:$ ... o têrmo *a* vale .....

61. As expressões do têrmo geral das progressões:

a) $::6:4:$ ...; b) $::1:x:x^2:$ ...; c) $::\frac{n}{n+1}:\frac{n}{(n+1)^2}:$

são:
a) ....; b) ....; c) ....

62. Se o primeiro têrmo de uma progressão geométrica fôr 6 e o quinto têrmo, 24, o décimo primeiro será..........

63. A soma dos têrmos da progressão $\because \dfrac{1}{\sqrt{2}} : \frac{1}{2} : \ldots$ é..........

64. A soma dos quatro primeiros têrmos da progressão geométrica, cujo têrmo geral é $a_n = 3.2^n$ vale........

65. A soma $50 + 10 + 2 + \ldots$ vale..........

66. Se o sétimo têrmo de uma progressão geométrica fôr 384 e a razão, 29, o primeiro têrmo será......

67. Numa progressão geométrica de razão 3, cujo primeiro têrmo é 4, o têrmo que vale 324 é o ......

II — *Resolva*:

68. O terceiro têrmo de uma progressão geométrica de razão 3 é 45. Calcular o primeiro e o sexto têrmos.

69. Qual a razão de uma progressão geométrica de cinco têrmos, cujos extremos são 3 e 48?

70. Calcular o primeiro têrmo e a soma de uma progressão geométrica de cinco têrmos, onde o último têrmo é 4 e a razão, $\frac{1}{2}$.

71. Dados $a_1 = 7$, $n = 3$ e $S = 147$, calcular a_n e q.

72. Achar, aplicando a fórmula da soma, a geratriz da dízima 0,32626...

73. Achar, aplicando a fórmula da soma, a geratriz da dízima 2,3737...

74. Inserir três meios geométricos entre 14 e 224.

75. Achar os têrmos extremos de uma progressão geométrica de cinco têrmos, sendo a soma dos têrmos $147\frac{8}{9}$ e a razão, 3.

76. A soma do primeiro têrmo com o terceiro têrmo de uma progressão geométrica é 20 e a soma do primeiro com o segundo é igual a 8. Escreva a progressão.

77. A soma do primeiro e quarto têrmos de uma progressão geométrica é 56 e a soma do primeiro com o segundo é igual a 8. Escreva a progressão geométrica.

78. Numa progressão geométrica de seis têrmos a soma dos têrmos de ordem ímpar é igual a 21 e a soma dos têrmos de ordem par é 42. Escreva a progressão geométrica.

79. Ache a razão da progressão geométrica de seis têrmos cuja soma dos cinco primeiros têrmos é 21 e a soma dos cinco últimos é 60.

80. Ache o primeiro têrmo da progressão geométrica de sete têrmos cuja soma dos seis primeiros têrmos é 53 e a dos seis últimos é 124.

81. O primeiro têrmo de uma progressão geométrica é 3 125 e o último têrmo é 243. A razão é 3/5. Ache o número de têrmos.

82. O têrmo de ordem *n* de uma progressão geométrica é 2.3^{n-1}. Ache a soma dos seis primeiros têrmos da progressão.

83. A soma dos três primeiros têrmos de uma progressão geométrica é 14 e o terceiro têrmo excede o primeiro de 6. Escreva a progressão geométrica.

84. A soma de três números em progressão geométrica é 26. O excesso do maior sôbre a soma dos outros dois é 10. Ache os três números.

85. Numa progressão geométrica de sete têrmos a soma dos três primeiros é 7 e a soma dos três últimos é 112. Escreva a progressão geométrica.

86. Calcular o último têrmo e a soma dos têrmos de uma progressão geométrica de sete têrmos, onde o primeiro têrmo é 5 e a razão, 2.

87. Achar o valor de x de modo que $x+2$, $x+4$ e $x+7$ formem progressão geométrica.

88. A soma dos têrmos de uma progressão geométrica decrescente e ilimitada é 4 e a diferença entre o 2.° têrmo e o 1.° é -1. Achar o 1.° têrmo e a razão.

89. Numa progressão geométrica a soma dos cinco primeiros têrmos é 93 e a razão, 2. Calcular os dois têrmos extremos.

90. Numa progressão geométrica tem-se: $a_5 = 9$ e $q = 3$. Calcular a_1 e S_5.

91. Sendo $a_1 = 5$, $q = 3$ e $n = 4$, calcular a_4 e S_4.

92. Sendo $a_1 = 4$; $a_n = 324$ e $n = 5$; calcular q e S_5.

93. Sendo $a_1 = 7$, $n = 3$ e $S_3 = 147$, calcular a_3 e q.

94. Sendo $a_n = 54$, $n = 3$ e $S_3 = 78$, calcular a_1 e q.

95. Calcular a soma dos sete primeiros têrmos da progressão $::3:2: \ldots$

96. Achar três números em progressão geométrica, sendo 26 a sua soma e 216 seu produto.

97. Quatro números estão em progressão geométrica. O produto dos dois primeiros é 12 e o dos dois últimos, 192. Achar os números.

98. Achar três números em progressão geométrica, sendo sua soma 52 e seu produto 1.728.

99. Achar o limite de $\sqrt{x\sqrt{y\sqrt{x\sqrt{y\cdots}}}}$

100. Achar o valor da soma $\frac{1}{3}+\frac{2}{9}+\frac{3}{27}+\frac{4}{81}+\ \ldots,$ onde os numeradores formam progressão aritmética e os denominadores progressão geométrica.

101. Achar quatro números em progressão geométrica, sendo a soma dos extremos 140 e a dos meios 60.

102. Três números inteiros estão em progressão geo-

métrica. Se somarmos 4 ao segundo a progressão torna-se aritmética. Se, em seguida, somarmos 32 ao terceiro, ela volta a ser geométrica. Achar os três números.

103. Numa progressão geométrica o primeiro têrmo é $\frac{3}{4}$ da razão e o excesso do segundo têrmo sôbre o primeiro têrmo é 42. Ache a_4.

104. Numa progressão geométrica decrescente ilimitada o limite da soma de seus têrmos é $\frac{2}{3}$ e o limite do quadrado de seus têrmos é $\frac{4}{35}$. Ache o primeiro têrmo.

105. Achar quatro números em progressão geométrica, sendo a diferença entre os extremos 130 e a diferença entre os meios 30.

106. A soma dos têrmos de uma progressão geométrica ilimitada é 8 e a soma dos dois primeiros é 6. Escrever a progressão.

107. O lado de um quadrado tem 4m. Unem-se os pontos médios dos lados e obtém-se um novo quadrado. Unem-se os pontos médios dos lados do segundo quadrado e obtém-se um terceiro quadrado. E, assim, indefinidamente. Achar a soma das áreas de todos os quadrados.

II — LOGARÍTMOS

Definição — O número real positivo l é o logarítmo do número real *positivo* N na base positiva, b, diferente de 1, se $b^l = N$

***Notação*:**

Representa-se l por $\log_b N$. Isto é: $l = \log_b N$.
Assim, temos: (1) $l = \log_b N \longleftrightarrow$ (2) $b^l = N$
(1) é a forma logarítmica de l e (2) é a forma exponencial.

N chama-se o antilogarítmo de l na base b e representa por "$\text{antilog}_b N$".

***Cologarítmo*:**
É o simétrico do logarítmo: $\text{colog}_b N = -\log_b N$.

***Propriedades*:**

1. $\log_b 1 = 0$
2. $\log_b b = 1$
3. $\log_b AB = \log_b A + \log_b B$
4. $\log_b \frac{A}{B} = \log_b A - \log_b B = \log_b A + \text{colog}_b B$
5. $\log_b A^m = m \log_b A$
6. $\log_b \sqrt[m]{A} = \frac{\log_b A}{m}$

Mudança de base:

Sendo l o logaritmo de um número N numa base b, temos:

$$l = \frac{\log N}{\log b},$$

isto é, para obter o logaritmo do número na base b, divide-se o seu logaritmo decimal pelo logaritmo decimal da base.

Em particular:

I — Para passar os logaritmos do sistema neperiano para o decimal, basta multiplicar os primeiros por 0,4342.

II — Para passar os logaritmos do sistema decimal para o neperiano, basta multiplicar os primeiros por 0,3026.

EXERCÍCIOS

Dizer qual a base, qual o logaritmo e qual o antilogaritmo escrevendo as igualdades em forma logarítmica.

108. $2^3 = 8$
109. $10^6 = 1\,000\,000$
110. $10^{1,30} = 20$
111. $10^x = A$
112. $10^{-3} = 0,001$
113. $10^0 = 1$
114. $5^4 = 625$
115. $3^{-2} = \frac{1}{9}$
116. $x^a = b$

Escrever as seguintes igualdades sob forma exponencial (quando a base não é indicada subentende-se 10):

117. $\log_4 16 = 2$
118. $\log_2 2 = 1$
119. $\log 1\,000 = 3$
120. $\log 3 = 0,477$
121. $\log_2 \frac{1}{8} = -3$
122. $\log_3 81 = 4$
123. $\log 0,01 = -2$
124. $\log_5 25 = 4$

125. Achar os logaritmos dos seguintes números na base 3:

a) 27 b) $\frac{1}{3}$ c) 1

126. Achar os logaritmos dos seguintes números na base 2:

$$8 \ ; 16 \ ; 1 \ ; \frac{1}{4} \ ; \frac{1}{32} \ ; \frac{1}{2} \text{ e } \sqrt[3]{2}$$

127. Qual a base b do sistema em que:

a) $\log_b 16 = 4$
b) $\log_b 4 = 1$
c) $\log_b 81 = 4$
d) $\log_b 144 = 2$
e) $\log_b 125 = 3$

128. Verificar as igualdades:

a) $\log 1000 + \log 100 + \log 10 + \log 1 = 6$

b) $\log 0,001 + \log 0,01 + \log 0,1 = -6$

c) $2 \log_a a + 2 \log_a \frac{1}{a} + \log_a 1 = 0 \quad (a \neq 0)$

d) $3 \log_{27} 3 - \frac{1}{3} \log_3 27 + \log_9 3 = \frac{1}{2}$

e) $4 \log_2 \sqrt{0,125} + 6 \log \frac{\sqrt{10}}{10} = -9$

f) $2 \log_4 8 + \frac{1}{3} \log_5 \frac{1}{25} - \frac{1}{2} \log_a \sqrt{a} = \frac{25}{12}$

Conhecidos $\log 2 = 0{,}3010$ e $\log 3 = 0{,}4771$, calcular:

129. $\log 8$

130. $\log 5$

131. $\log \sqrt{3}$

132. $\log \sqrt[3]{128}$

133. $\log \sqrt[5]{48}$

134. log [illegible]

135. $\log 0{,}12$

136. $\log 14{,}4$

137. $\log (16{,}2 \times 64)$

138. $\log \frac{\sqrt{243}}{\sqrt[3]{81}}$

139. $\log \frac{\sqrt[4]{36}}{4}$

140. $\log \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{2}}$

141. Ache:

a) $\log \sqrt{1000} + \log \sqrt{0{,}01}$

b) $\log (0{,}1)^4 - \log \sqrt[3]{0{,}001}$

c) $\log \sqrt{\frac{1}{10}} + \log \sqrt{10}$

d) $\log \sqrt[3]{100} - \log (0{,}01)^3$

e) $\log_2 \sqrt{8} + \log (0{,}1)^3$

f) $\log_2 (0{,}5)^3 - \log_4 \sqrt{16}$

g) $\log_5 \sqrt{125} - \log_{11} \sqrt[3]{121}$

h) $\log_8 32 + \log_7 \left(\frac{1}{49}\right)^{1/2}$

i) $\log_{b/a} a/b$

j) $\log 10 \sqrt{\sqrt{10}}$

Desenvolver por logaritmos:

142. $S = \pi R^2$

143. $S = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$

144. $v = \frac{\pi R^2 h}{3}$

145. $x = \sqrt[3]{\frac{a^2 b}{c}}$

146. $x = \frac{a^2 \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt{c}}$

147. $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

148. $T = 2 \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

149. $v = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$

Simplifique:

150. $$\frac{\log x^6 - \log x^3}{\log x^2 - \log x}$$

151. Mostre que:

$$\log \frac{\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[10]{2}}{\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt{2}} = \tfrac{1}{4} \log 5 - \tfrac{2}{5} \log 2 - \tfrac{2}{3} \log 3$$

152. Verifique a igualdade

$$\log \frac{75}{16} - 2 \log \frac{5}{9} + \log \frac{32}{243} = \log 2$$

153. Ache os logarítmos dos seguintes números:

a)	485	b)	689	c)	4 231
d)	5 829	e)	34 897	f)	236 987
g)	23,487	h)	0,2389	i)	0,097148

154. Achar os antilogarítmos de:

a)	2,5717	b)	$\bar{1}$,7623	c)	3,9901
d)	$\bar{3}$,2274	e)	2,4842	f)	0,8503

155. Achar os cologarítmos de:

a)	258	b)	7 865	c)	32 698
d)	34,76	e)	2,9836	f)	0,2748
g)	0,908574	h)	756,8	i)	0,01348

156. Achar os números cujos cologarítmos são:

a)	2,5528	b)	0,0158	c)	1,8329
d)	3,1895	e)	1,3186	f)	0,0048

157. Transformar em logarítmos negativos:

a)	$\bar{3}$,5229	b)	$\bar{1}$,6989	c)	$\bar{2}$,4771

158. Transformar em logarítmos preparados:

a)	-2,5801	b)	-2,4771	c)	-0,3010

159. Efetuar as operações:

a) $\bar{3},4142 + \bar{1},3642 + 2,1518$

b) $3 \times \bar{2},4771 + 2 \times \bar{1},8780$

c) $\bar{3},5162 \div 2$

d) $\dfrac{3}{2} \times \bar{2},8788$

e) $\bar{1},6991 \div \dfrac{3}{2}$

f) $\bar{3},1820 \div 5$

g) $\bar{3},4180 \div 1,3010$

h) $\bar{2},9798 \div \bar{1},5028$

i) $0,3084 \div \bar{1},1011$

j) $\tfrac{1}{2} \times \bar{2},5058 + 2 \times \bar{1},7348$

160. Calcular, por logarítmos:

a) $52{,}84 \times 352{,}7$

b) $(13{,}583)^3$

c) $3{,}27 \times \dfrac{2{,}81}{5{,}48}$

d) $\sqrt[4]{82{,}37} \div \sqrt[3]{5{,}832}$

e) $\dfrac{4}{3}\pi \cdot (0{,}51)^3$

f) $\dfrac{\pi\,(0{,}45)^2 \cdot 4{,}61}{3}$

g) $318{,}9 \div 27{,}531$

h) $-3{,}845 \times 1230 \times 9\,387$

i) $45\,\sqrt[3]{0{,}383}$

j) $\sqrt{\dfrac{427 \times 37\,000}{341^3}}$

k) $(0{,}45)^2 \cdot \pi$

l) $\pi \cdot (5{,}2)^2 \cdot 4{,}81$

161\. Calcular o décimo quinto têrmo de uma progressão geométrica, cujo primeiro têrmo é 5 e a razão, 4.

162\. Calcular a razão de uma progressão geométrica, cujo primeiro têrmo é 2 e o nono, 781 250.

163\. Calcular o número de têrmos de uma progressão geométrica onde o primeiro têrmo é 2, o último têrmo é 162 e a razão 3.

164\. Calcular por logaritmos, a área de um hexágono regular, cujo lado tem 2,47dm.

$$\left(\text{fórmula: } S = \frac{3\,l^2\sqrt{3}}{2.}\right)$$

165\. Calcular o volume de uma esfera, cujo diâmetro mede 2,36 cm.

166\. Sendo $\log 20 = 1{,}30103$, calcular $\log\,(0{,}08)^{\frac{1}{5}}$ (E.T.E. 1945)

167\. Achar a expressão M, cujo desenvolvimento logaritmico é:

a) $\log M = 2 \log a + 3 \log b$

b) $\log M = \frac{1}{3} \log a - 2 \log b$

c) $\log M = \frac{2}{3} \log a + 3 \operatorname{colog} b$

d) $\log M = \log a + \frac{2}{3} \operatorname{colog} b$

168\. Resolver as equações:

a) $\log\,(3x^2 - 17x+2) + \operatorname{colog}\,(x^2 - 6x+1) = \log 2$

b) $2 \log x = 1 + \log\,(2{,}4 - x)$ (E.T.E. 1947)

169\. Ache x: $\log\,(\log x) = 0$

170\. Se $x^2 + y^2 = 7xy$ prove que

$$\log\,(x + y) = \log 3 + \tfrac{1}{2} \log x + \tfrac{1}{2} \log y$$

SEGUNDA PARTE

GEOMETRIA

P R I S M A S

1. DEFINIÇÃO

PRISMA é o poliedro onde duas faces (denominadas BASES) são polígnos iguais, situados em planos paralelos, e as outras faces (denominadas FACES LATERAIS) são paralelogramos.

2. CLASSIFICAÇÃO

Os prismas podem ser:

a) OBLÍQUO — As arestas laterais são obliquas aos planos das bases.

b) RETO — As arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases.

c) REGULAR — E' o prisma reto, cujas bases são polígonos regulares. As faces laterais são então, retângulos iguais.

3. PARALELEPÍPEDO

E' o prisma, cujas bases são paralelogramos. Os paralelepípedos podem ser:

a) OBLIQUO — As seis faces são paralelogramos.

b) RETO — As bases são paralelogramos e as faces laterais são retângulos.

c) RETÂNGULO — As seis faces são retângulos.

d) CUBO — As seis faces são quadrados.

4. FÓRMULAS:

Poliédro	Diagonal	Área lateral	Área total	Vol.
Prisma		$2p_l \times a$	$S_l + 2S_b$	B h
Prisma regular		$2p \cdot h$	$2p(h+a)$	B h
Paral.	$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$	$2(ab + ac)$	$2(ab + ac + bc)$	abc
Cubo	$d = a\sqrt{3}$	$4a^2$	$6a^2$	a^3

EXERCICIOS

I — CUBO

1. Se a diagonal de um cubo medir $\sqrt{27}$ cm, a aresta medirá..........

2. Se a aresta de um cubo foi igual a $\sqrt{12}$ cm a diagonal medirá........

3. Calcular a área total e o volume de um cubo, cuja aresta tem 3 cm.

4. A diagonal de um cubo tem 27 cm. Achar a aresta com êrro menor que 1 cm.

5. A diagonal de uma face de um cubo mede $5\sqrt{2}$ cm. A aresta e a diagonal do cubo medem, respectivamente..........

6. A circunferência circunscrita à face de um cubo tem para comprimento 18π cm. Ache a aresta e a diagonal do cubo.

7. O circulo circunscrito à face de um cubo tem para área 16π cm². Ache a área total e o volume do cubo.

8. O apótema de uma face de um cubo mede 6 cm. Ache a área total e o volume do cubo.

9. O perímetro de uma face de um cubo é igual a 30 cm. Ache a diagonal e o volume do cubo.

10. A razão entre as medidas da diagonal da face do cubo e a diagonal do cubo é..........

11. Preencha as lacunas dos exercícios abaixo com os valores dos elementos incógnitos do cubo, sendo: a — aresta; d — diagonal do cubo; d' — diagonal da face; S_t — área total; V — volume.

	a	d'	d	S_t	V
a)	3 cm	...	...	...	...
b)	...	$2\sqrt{2}$ cm	...	...	...
c)	...	...	$5\sqrt{2}$ cm	...	...
d)	...	...	...	54 cm²	...
e)	...	...	...	...	512 cm³

12. Calcule a área total de um cubo, cuja diagonal é $\sqrt{27}$ cm.

13. A diagonal de um cubo excede a aresta de 4 cm. A aresta e a diagonal medem, respectivamente, ...

14. A área total de um cubo excede a área de uma face de 125 cm². Ache a área total e a diagonal do cubo.

15. Se aumentarmos a diagonal de um cubo de 2 cm, a área total aumentará de 40 cm². Calcular a diagonal.

16. Calcular a aresta de um cubo, sabendo que se a aumentarmos de 1 m, a área total do cubo aumentará de 42 m².

17. Calcular a aresta de um cubo sabendo que se aumentarmos de 2 cm, o volume do cubo aumentará de 26 cm³.

18. A aresta de um cubo tem 4 cm. O ponto 0 é o centro de uma face e AB, uma aresta da face oposta. Calcular os lados do triângulo AOB.

19. Ache a razão entre a área total e o volume de um cubo de aresta ingual a *a*.

20. A razão entre a área total e o volume de um cubo é igual a $\frac{1}{2}$. Ache a área total e o volume do cubo.

21. O segmento de reta determinado pelos meios de 2 arestas de um cubo, concorrentes num mesmo vértice mede 18 cm. Ache a área total e o volume do cubo.

22. A área do quadrilátero que se obtém unindo os pontos médios dos lados de uma face de um cubo é 8 m². Ache a área total e o volume do cubo.

II — PARALELEPÍPEDOS

23. Calcular a área total de um paralelepípedo retângulo, cujas dimensões medem respectivamente, 2 cm, 3 cm, 5 cm.

24. As dimensões de um paralelepípedo retângulo medem 3 dm, 4 dm e 12 dm, respectivamente. Calcular a diagonal.

25. As dimensões de um paralelepípedo retângulo são proporcionais a 3, 4 e 5. A diagonal dêste sólido mede $10\sqrt{2}$ cm. Ache as dimensões do paralelepípedo.

26. A diagonal de um paralelepípedo retângulo mede $10\sqrt{2}$ cm e duas de suas dimensões medem 6 cm e 8 cm. Calcular a terceira dimensão.

27. A diagonal de um paralelepípedo retângulo mede 13 cm e a diagonal da base, 5 cm. Calcular as dimensões, sendo a soma de tôdas as arestas igual a 76 cm.

28. A área total de um paralelepípedo retângulo é igual a 94 cm². Duas de suas dimensões são, respectivamente, 3 cm e 4 cm. Calcular a diagonal do paralelepípedo.

29. A área total de um paralelepípedo retângulo é 94 cm². Uma dimensão é igual a 3 cm e a diferença entre as outras duas é de 1 cm. Ache a diagonal.

30. As dimensões de um paralelepípedo retângulo são proporcionais a 2, 3 e 4. A sua área total é 208 cm². Calcular a diagonal.

31. As dimensões de um paralelepípedo retângulo são proporcionais a 3, 4 e 5. A sua área total é 376 cm² Calcular o volume.

32. As dimensões de um paralelepípedo retângulo estão em progressão aritmética da razão 2 e a área total é de 88 cm². Calcular o volume.

33. Calcular as dimensões de um paralelepípedo retângulo, cuja área total é 112 m², sabendo que estão em progressão geométrica de razão 2.

34. A área total de um paralelepípedo retângulo é de 28 m² e o volume, 8 m³. Calcular as dimensões, que estão em progressão geométrica.

35. Calcular o volume de um paralelepípedo retângulo cuja área total é igual a 52 m², a diagonal da base mede 5 m e a soma de tôdas as arestas é igual a 36 m.

36. O volume de um paralelepípedo retângulo é 162 m³. Calcular as dimensões que são proporcionais a 3, 4 e 5.

37. Calcular a área total de um paralelepípedo retângulo cujo volume é igual a 216 m³ e as di-

mensões estão em progressão geométrica de razão 2.

38. A soma de tôdas as arestas de um paralelepípedo retângulo é igual a 56 m. A área total é igual a $142\,m^2$ e a diagonal da base, 5 m. Calcular o volume.

39. A área do quadrilátero que se obtém unindo os meios dos lados da base de um paralelepípedo retângulo é igual a $40\,cm^2$. Um lado da base mede 8 cm e a diagonal do paralelepípedo é igual a $10\sqrt{2}$ cm. Ache o volume do paralelepípedo

III — PRISMAS

40. A área lateral de um prisma regular quadrático excede a área da base de $35\,cm^2$. A altura do prisma é igual a 3 cm. Ache a área total.

41. A soma da área lateral com a área da base de um prisma quadrático regular é igual a $85\,cm^2$. A altura mede 3 cm. Achar a área total.

42. As faces laterais de um prisma regular quadrático são quadrados de diagonal igual a $5\sqrt{2}$ cm. Ache a sua área lateral e sua área total.

43. Num prisma regular quadrático a diagonal da base mede $6\sqrt{2}$ cm e a diagonal de uma face lateral mede 10 cm. Achar a área total do prisma.

44. O apótema da base de um prisma regular quadrático mede 3 cm. A diagonal de uma face excede a altura de 2 cm. Achar a área total do prisma.

45. Achar a área total de um prisma triangular regular cujo apotema da base é igual a $2\sqrt{3}$ cm. A altura do prisma é igual a 3 cm.

46. A altura da base de um prisma triangular regular é igual a $3\sqrt{3}$ cm. A diagonal de uma face lateral do prisma é igual a 10 cm. Ache a área total.

47. O apótema da base de um prisma regular hexagonal é igual a $3\sqrt{3}$ cm. As faces laterais do prisma são quadrados. Ache a área total.

48. A área lateral de um prisma oblíquo quadrangular é igual a $100\,cm^2$. A aresta lateral mede 5 cm. A secção reta é um losango de diagonal maior igual a 8 cm. Ache a diagonal menor.

49. Ache o volume de um prisma regular quadrático, cuja área total é igual a $150\,cm^2$, sabendo-se que as faces laterais são quadradas.

50. Ache o volume de um prisma regular quadrático cuja área total é $110\,cm^2$, sabendo-se que a diagonal da base mede $5\sqrt{2}$ cm.

51. Ache o volume de um prisma regular quadrático, cuja área total é $110\,cm^2$, sabendo-se que a altura mede 3 cm.

52. Ache o volume de um prisma regular triangular, cuja altura da base é igual a $3\sqrt{3}$ cm, sabendo-se que a diagonal de uma face é igual a 10 cm.

53. Ache a área lateral e a total de um prisma regular triangular, cujo volume é igual $12\sqrt{3}$ cm^3, sabendo-se que a altura é igual a 3 cm.

54. Ache a área lateral e a total de um prisma regular triangular, cujo volume é igual a $12\sqrt{3}$ cm^3, sabendo-se que as faces laterais são quadradas.

55. Ache o volume de um prisma regular hexagonal, cuja diagonal menor da base é igual a $5\sqrt{3}$ cm, sabendo-se que a altura do prisma é igual a 4cm.

56. Ache o volume de um prisma regular hexagonal, cuja diagonal maior da base é igual a 12 cm, sabendo-se que as faces laterais são quadradas.

57. As áreas da base de 2 prismas equivalentes medem, respectivamente, 36 cm^2 e 48 cm^2. A altura do primeiro prisma é igual a 3 cm. Ache a altura do outro prisma.

58. Um prisma regular quadrático de altura igual a 48cm é equivalente a um cubo de diagonal igual a $12\sqrt{3}$ cm. Ache a área total do prisma.

59. Um prisma regular triangular de altura igual a 1cm é equivalente a um prisma regular hexagonal de apótema da base igual a $3\sqrt{3}$ cm e de altura igual a 4cm. Ache a área total do prisma triangular.

PIRÂMIDE

1. DEFINIÇÃO

E' o poliédro onde uma face (denominada base) é um polígono, e as outras faces (denominadas faces laterais) são triângulos tendo um vértice comum (chamado vértice da pirâmide).

2. PIRÂMIDE REGULAR

E' a pirâmide cuja base é um polígono regular e cujo pé da altura é o centro da base.

3. TRONCO DE PIRÂMIDE REGULAR DE BASES PARALELAS

E' a porção de uma pirâmide regular, obtida cortando a pirâmide por um plano paralelo à base e que não passe pelo vértice.

4. FÓRMULAS:

Poliédro	Área lateral	Área total	Volume
Pirâmide qualquer		$S_l + S_b$	$\frac{Bh}{3}$
Pirâmide regular	pa	p (a + a')	$\frac{Bh}{3}$
Tronco de pirâmide regular de bases paralelas	(p + p') a		$\frac{h}{3}(B+b+\sqrt{Bb})$

EXERCICIOS

60. A aresta lateral de uma pirâmide regular mede 15cm e a aresta da base, 18cm. Calcular o apótema da pirâmide.

61. Preencher com as medidas dos elementos indicados no alto da coluna, as lacunas abaixo, sendo: a — apótema da pirâmide; r — raio da base; f — aresta lateral; h — altura; l — lado da base.

I — Pirâmide quadrangular:

a	r	f	h	l
17	8	...	...	...
...	...	...	12	10
...	...	15	...	18

II — Pirâmide triangular

a	r	f	h	l
$4\sqrt{3}$	...	...	6	...
...	$2\sqrt{3}$	$\sqrt{97}$	...	...

62. Calcular a área da seção feita numa pirâmide quadrangular regular por um plano paralelo à base. A distância da seção à base é igual a 1/3 da altura e o perímetro da base tem 12cm.

63. Calcular a altura de uma pirâmide onde uma seção feita a 2 cm da base tem área equivalente a 1/4 da área da base.

64. A área da base de uma pirâmide hexagonal regular de 16 cm de altura é $108\sqrt{3}$ cm². Corta-se a pirâmide por um plano paralelo à base de modo que a área da seção seja metade da área da base. Achar o lado da seção e a distância da seção ao vértice.

65. A área da base de uma pirâmide hexagonal regular tem 1 800 dm² e a altura, 3 m. Determinar o lado de uma seção paralela à base, feita a 12 dm do vértice.

66. O lado da base de uma pirâmide hexagonal regular tem 7m e a altura 35m. Corta-se essa pirâmide por um plano paralelo à base aos 2/7 do vértice. Calcular o perímetro da seção e os segmentos que determina sôbre uma aresta lateral.

67. A altura de uma pirâmide de base retangular mede 3m. A diagonal da base tem 13m e o perímetro 34m. Calcular o volume da pirâmide.

68. Calcular a área total de uma pirâmide hexagonal regular, cuja altura mede 3m e o lado da base, 6m.

69. O apótema de uma pirâmide regular é igual ao semiperímetro da base, e esta é um quadrado inscrito num circulo de 8m de raio. Carcular a área total.

70. O triedro V, do tetraedro VABC, é trirretângulo. O triângulo ABC é equilátero e tem 2m de lado. Calcular o volume do tetraedro.

71. O lado da base de uma pirâmide triangular regular mede 3m. A área lateral é o quádruplo da área da base. Calcular o volume.

72. O volume de uma pirâmide quadrangular regular mede $11{,}520m^3$, e a aresta da base, 2,4m. Calcular a altura e o apótema da pirâmide.

73. Calcular a área lateral e o volume de uma pirâmide hexagonal regular cuja aresta lateral tem 5cm e a aresta da base, 4cm.

74. Calcular, com êrro menor que $1cm^3$, o volume de uma pirâmide triangular regular, cujo apótema tem 15cm e a altura, 12cm.

75. Calcular a área total e o volume de uma pirâmide quadrangular regular, sendo conhecidas as medidas do apótema da pirâmide e da altura, respectivamente, 10cm e 8cm.

76. O apótema da base de uma pirâmide triangular regular mede 1cm. A altura da pirâmide é igual ao seperimetro da base. Calcular o volume.

77. Calcular, por logaritmos, o volume do tetraedro regular, cuja aresta tem 1,45cm.

78. Calcular, por logaritmos, o volume do octaedro regular, cuja aresta tem 4,5m.

79. Calcular, por logaritmos, o volume do tetraedro, cuja base é um triângulo equilátero do lado 4cm e cujas arestas laterais medem 5cm.

80. O volume de uma pirâmide quadrangular regular é de $144dm^3$ e a altura é o dôbro do lado da base. Calcular o lado de uma seção feita a 4dm do vértice por um plano paralelo à base.

POLIEDRO REGULAR

Definição: Um poliedro é regular quando suas faces são polígonos regulares iguais e seus ângulos poliédricos são, também, iguais.

TEOREMA DE EULER

Em todo poliédro convexo o número de faces mais o número de vértices é igual ao número de arestas mais 2; isto é

$$F + V = A + 2 \,.$$

TEOREMA

Em todo poliedro regular o dôbro do número de arestas é igual ao produto do número de lados de cada face pelo número de faces e igual ao produto do número de vértices pelo número de arestas concorrentes em cada vértice, isto é

$$2\,A = n\,F = p\,V$$

EXERCICIOS

81. Um poliedro convexo tem 5 faces quadrangulares e 2 pentagonais; logo, o número de arestas será........ e o de vértices...........

82. Um poliedro convexo tem 6 faces quadrangulares e duas hexagonais; logo, o número de arestas será........ e o de vértices...........

83. Um poliedro convexo apresenta faces triangulares e pentagonais. Se são ao todo 8 faces e o poliedro tem 9 vértices, achar o número de faces de cada espécie.

84. Um poliedro convexo tem 3 faces quadrangulares e duas triangulares logo, o número de arestas será........ e o de vértices..........

85. Uma pirâmide pentagonal tem ...... vértices, arestas e ...... faces.

86. Um poliedro com 6 faces triangulares (ditriedro) tem ...... arestas e .... vértices.

87. Um poliedro convexo tem 16 arestas e o número de faces é igual ao de vértices. O número de faces é........ (Cecil Thiré).

88. O número de véstices de um poliedro convexo que tem 12 faces quadrangulares é......

89. O icosaedro regular tem ...... vértices e ...... arestas.

90. Um poliedro convexo tem 30 arestas. O n.º de vértices é 3/5 do n.º de faces. Calcular o n.º de faces.

91. Achar a área de um tetraedro regular cuja altura mede $2\sqrt{3}$ cm.

92. Achar a área de um octaedro regular, cuja diagonal tem 2 cm.

93. Achar a área de um tetraedro regular, cujo volume mede $144\sqrt{2}$ cm^3.

94. Achar o volume de um octaedro regular, que tem 108 dm^2 de área.

95. Achar o número de faces que concorrem em cada vértice dos poliedros regulares:

    1) cubo;
    2) tetraedro;
    3) octaedro;
    4) dodecaedro e
    5) icosaedro.

CILINDRO DE REVOLUÇÃO

1. DEFINIÇÃO

E' o sólido limitado por uma superfície cilíndrica de revolução e por dois planos perpendiculares ao eixo.

2. SEÇÃO MERIDIANA

E' a seção plana que contém o eixo.

3. CILINDRO EQUILÁTERO

E' o cilindro de revolução cuja seção meridiana é um quadrado.

4. FÓRMULAS:

Sólido	Área lateral	Área total	Volume
Cilindro de revolução	$2\pi Rg$	$\pi R(g+R)$	$\pi R^2 h$
Cilindro equilátero	$4\pi R^2$	$6\pi R^2$	$2\pi R^3$

EXERCICIOS

CILINDRO

96. Um cilindro de revolução tem 3m de altura e o círculo da base tem 0,1m de raio. Calcular as áreas lateral e total.

Resp.: $1,89m^2$ e $1,95m^2$

97. Calcular o raio da base de um cilindro de revolução, cuja altura tem 1m e a área lateral, $18,84m^2$

Resp.: 3 m

98. A área total de um cilindro de revolução tem $4,3332m^2$ e o raio da base, 0,3m. Calcular a altura.

Resp.: 2 m

99. O volume de um cilindro equilátero tem $16\pi m^3$. Calcular o raio e a altura.

Resp.: 2m e 4m

100. Calcular o raio e a altura de um cilindro de revolução, cuja área lateral tem $70m^2$ e o volume, $35m^3$

Resp:. 1 m e 11,1 m

101. A área da seção meridiana de um cilindro equilátero tem $36m^2$. Calcular o volume.

Resp.: $169,56\ cm^3$

102. A área lateral de um cilindro equilátero mede $16\pi\,cm^2$. Calcular o raio.

Resp.: 2 cm

103. Calcular a área total e o volume de um cilindro equilátero, cuja área da seção meridiana vale $64dm^2$.

Resp.: $301{,}44dm^2$ e $401{,}92dm^3$

104. A área lateral de um cilindro de revolução é igual à área da base. Calcular o volume, sabendo que a altura tem 5dm.

Resp.: $1570\ dm^3$

105. Calcular o volume de um cilindro de revolução, cuja área lateral é igual à área da base e no qual a área da seção meridiana mede $4\ cm^2$.

Resp.: $12{,}56\ cm^3$

106. O raio da base de um cilindro de revolução mede 2 cm e a seção meridiana é equivalente à base. Calcular a área total.

Resp.: $64{,}56\ cm^2$.

107. Preencha as lacunas com os valores dos elementos dos seguintes cilindros de revolução:

r	h	S	St	V
...	...	60π	78π	...
...	...	192π	...	768π
...	4	....	...	88
...	5	....	48π	....
r	r	....	...	....

108. Um retângulo de 4m de largura e 5m de comprimento gira em tôrno do lado maior. Calcular a área lateral e o volume do sólido gerado.

Resp.: 40π e 80π

109. Ache as áreas lateral, total e o volume de um cilindro de revolução, cuja seção meridiana tem para perimetro 28cm. A geratriz do cilindro é igual aos $\frac{3}{4}$ do diâmetro da base.

110. O desenvolvimento da superfície lateral de um cilindro de revolução é um quadrado de área igual a $36\pi^2\ cm^2$. Ache as áreas lateral, total e o volume do cilindro.

111. A seção meridiana de um cilindro de revolução tem para área $48\ cm^2$ e para perímetro 28 cm. Ache as áreas lateral, total e volume do cilindro.

112. A seção meridiana de um cilindro equilátero tem $36cm^2$ de área. Ache as áreas lateral, total e volume do cilindro.

113. Unindo-se os meios dos lados da seção meridiana de um cilindro equilátero obtém-se um quadrilátero cuja área é $8cm^2$. Ache as áreas lateral, total e o volume do cilindro.

114. Unindo-se os meios dos lados da seção mediriana de um cilindro de revolução obtém-se um quadrilátero cuja área é $24cm^2$. A altura do cilindro é igual a 8cm. Ache as áreas lateral, total e o volume do cilindro.

115. A área lateral de um cilindro de revolução é igual a área da base. Ache a área total e o volume do cilindro, sabendo-se que a geratriz é igual a 3cm.

116. Um retângulo, cujo perímetro mede 32m, girando em tôrno de cada um dos lados diferentes gera dois sólidos. Os volumes dêsses sólidos medem respectivamente 360π m³ e 600π m³. Calcucular a base e a altura do retângulo.

Resp.: 6m e 10m

117. Achar a área da superfície lateral de um tanque de gasolina de forma cilíndrica com capacidade de 48 000 litros, e cujo diâmetro tem 10m.

Resp.: 19,20 m²

118. Os volumes dos dois sólidos gerados pela revolução de um retângulo em tôrno dos lados desiguais são inversamente proporcionais aos comprimentos dos lados do mesmo retângulo. Provar.

119. Uma geratriz de um cilindro circular oblíquo forma um ângulo de 60° com o plano da base. A área total do cilindro é de 72π m² e o diâmetro da base tem 8m. Calcular o volume.

120. Calcular o volume do cilindro inscrito em um prisma hexagonal regular. A área da base do prisma é representada, em dm², pelo número $6\sqrt{3}$ e a altura tem comprimento igual ao semiperímetro da base.

Resp.: 18π dm³

121. O quadrado circunscrito à base de um cilindro de revolução tem 36m² de área. A altura do cilindro vale 5/3 do diâmetro da base. Calcular a área lateral e o volume.

Resp.: 188,4m² e 282,6m³

122. Calcular a área total de um cilindro de revolução, cuja diagonal do retângulo gerador mede 10m e o raio da base, 8m.

Resp.: 301,44m² e 703,36m³

123. Calcular as dimensões do retângulo gerador de um cilindro de revolução, cuja área lateral tem 37,68m² e o volume, 37,68m³.

Resp.: 2m e 3m

124. Calcular o volume do cilindro circunscrito a um cubo de 512dm³ de volume.

Resp.: 256π dm³

125. Calcular a área total de um cilindro de revolução em que cada uma das bases tem 12,56m² de área e a altura, 5m.

Resp.: 87,92 m³

126. Calcular a altura de um cilindro de revolução, cuja área total mede 251,2m² e o comprimento da circunferência de uma das bases, 31,4m.

127. O raio da base de um cilindro é igual ao lado do triângulo inscrito num circulo de raio $R = 3$ e sua altura é igual ao lado do quadrado inscrito no mesmo cículo. Calcular o volume. (F. Fil U.D.F. — 1946).

Resp.: $9\pi\sqrt{6}$

128. Calcular a superfície lateral de um cilindro sabendo que o volume é 12π e a diagonal da seção por um plano que contém o eixo é 5. (F. Fil. de de São Bento — S. Paulo — 1949).

1. DEFINIÇÃO

E' o sólido limitado por uma superfície cônica de revolução simples (de uma fôlha) e por um plano perpendicular ao eixo que intercepta tôdas as suas geratrizes e não passa pelo seu vértice.

2. CONE EQUILÁTERO

E' o cone de revolução cuja seção meridiana é um triângulo equilátero.

3. TRONCO DE CONE DE REVOLUÇÃO DE BASES PARALELAS

E' a porção de um cone de revolução obtida cortando-se o cone por um plano paralelo à sua base e não passando pelo seu vértice.

4. FÓRMULAS:

Sólido	Área lateral	Área total	Volume
Cone de revolução	πRg	$\pi R\,(g+R)$	$\frac{\pi r^2 h}{3}$
Cone equilátero	$2\pi R^2$	$3\pi R^2$	$\frac{\pi r^3 \sqrt{3}}{3}$
Tronco de cone de revolução de bases paralelas	$\pi\,(r+r')\,g$		$\frac{\pi h}{3}\,(r^2 + r'^2 + rr')$

EXERCÍCIOS

129. O diâmetro da base de um cône de revolução mede 10cm e a geratriz mede 13cm. Calcular a altura.

Resp.: 12 cm

130. Calcular o raio da base e a altura de um cône de revolução, cuja área total vale $600\pi\,cm^2$ e cuja geratriz tem 25 cm.

Resp.: 15 e 20

131. Calcular o volume do cône equilátero, cuja circunferência da base mede 25,12cm.

Resp.: $\dfrac{64\pi\sqrt{3}}{3}$

132. Preencha as lacunas com os elementos assinalados na coluna, nos seguintes cônes de revolução:

r	g	h	S_l	St	V
6	...	8	....	....	...
...	13	...	65π	....	...
4	...	...	$16\pi\sqrt{10}$	....	...
5	...	...	....	....	50π
...	...	4	....	....	48π

133. Calcular o volume gerado por um triângulo retângulo que gira em tôrno da hipotenusa e cujos catetos têm 15cm e 20 cm, respectivamente.

Resp.: $1\,200\,\pi$

134. Calcular o volume de um cône equilátero, cuja área da seção meridiana mede $9dm^2$.

135. Calcular o volume de um cône equilátero, cuja altura tem 3 dm.

136. O diâmetro da base de um cône de revolução mede 8cm e a área de sua seção meridiana mede $12cm^2$. Calcular sua área lateral.

137. Calcular a área lateral de um cône de revolução em que a circunferência da base mede 37,68cm e a altura é 2/3 do diâmetro da base.

138. Calcular a geratriz de um cône, cuja área lateral tem $31{,}4dm^2$ e a área da base, $12{,}56dm^2$.

139. A área lateral de um cône de revolução é igual ao dôbro da área da base. A altura do cône é igual a $5\sqrt{3}$ cm. Ache a área total e o volume do cône.

140. A seção meridiana de um cône de revolução tem de área $12cm^2$. A soma do diâmetro da base com a altura do cône é igual a 10cm. Ache as áreas lateral, total e volume do cône.

141. O ângulo do setor do desenvolvimento da superfície lateral de um cône de revolução é 288°. O raio da base do cône é igual a 16cm. Ache as áreas lateral, total e volume do cône.

142. Num cône equilátero a altura é igual a $3\sqrt{3}$ cm. Ache as áreas lateral, total e o volume do cône.

143. A área da seção meridiana de um cône equilátero é igual a $9\sqrt{3}\,cm^2$. Ache as áreas lateral, total e o volume do cône.

144. Num cône de revolução de altura igual a 9cm, a geratriz excede o raio da base de uma unidade. Ache as áreas lateral, total e o volume do cône.

145. O perímetro da seção meridiana de um cône de revolução é igual a 32cm. O raio da base do cône é igual a 6cm. Ache as áreas lateral, total e o volume do cône.

146. Na base de um cône de revolução está inscrito um hexágono regular, cuja diagonal menor mede $3\sqrt{3}$ cm. A geratriz do cône é igual a 5cm. Ache a área total e o volume do cône.

147. Num cône de revolução a área total é o triplo da área da base. A altura é igual a $3\sqrt{3}$ cm. Ache a área total e o volume do cône.

148. Unindo-se os meios dos lados da seção meridiana de um cône equilátero obtém-se um triângulo de área igual $4\sqrt{3}$. Ache a área total e o volume do cône.

149. Um triângulo retângulo que tem $6cm^2$ de área e 5cm de hipotenusa, gira em tôrno do maior cateto. Calcular o volume do sólido gerado.

150. Um quadrado de lado 6cm gira em tôrno da diagonal. Calcular a área lateral e o volume do sólido gerado.

151. Calcular o volume gerado pela revolução de um trângulo equilátero em tôrno de um dos lados, tendo cada um dêstes 6cm.

152. Calcular o volume gerado pela revolução de um triângulo de lados 10cm, 17cm e 21cm, girando em tôrno do maior lado.

153. Um cilindro e um cône de revolução são equivalentes e assentam sôbre a mesma base, cujo raio é de 24cm. A altura do cilindro é de 6cm. Calcular a área lateral da parte do cône que é exterior ao cilindro.

154. Calcular a área total de um cône gerado por um triângulo retângulo cuja área é de $24m^2$ e a hipotenusa tem 10m, quando gira em tôrno do cateto maior.

155. A diferença entre os raios dos círculos das bases de um tronco de cône reto é 2cm e a altura 1dm. Calcular o volume dêsse tronco, sabendo que a razão entre as áreas das bases é 4/9. (E. Aeronáutica — 1945).

156. Calcular o volume de um tronco de cône, cujos raios das bases medem, respectivamente, 5m e 8m, e cuja geratriz mede 5m (F. Fil. Un. D.F. — 1947).

157. Corta-se um cône de revolução de altura h por um plano paralelo à base. A que distância do vértice deve estar o plano para que a razão da área da seção para a área da base seja m? (F.C.E. da U. Paraná 1951).

ESFERA

Superfície esférica é o lugar geométrico dos pontos do espaço equidistantes de um ponto 0.

Esfera é o conjunto de todos os pontos interiores a uma superfície esférica acrescido dos pontos dessa superfície.

Denominações das porções da superfície esférica

1. *Fuso*: é qualquer uma das porções da superfície esférica determinadas pelas faces de um diedro cuja aresta é um diâmetro.

2. *Zona esférica*: é a porção da superfície esférica compreendida entre dois paralelos que interceptam a superfície.

3. *Calota esférica*: é um zona esférica de uma só base.

Denominações das porções da esfera

1. *Cunha esférica*: é qualquer uma das porções da esfera determinadas pelas faces de um diedro cuja aresta é um diâmetro.

2. *Segmento esférico*: é a porção de uma esfera compreendida entre dois planos paralelos que interceptam a esfera.

Porções da Superfície Esférica		*Porções da Esfera*	
Área da esfera	$S = 4\pi r^2$	Volume da Esfera	$V = \frac{4\pi R^3}{3}$
Zona esférica	$S = 2\pi rh$	Cuuha esférica	$V = \frac{\pi R^3 n^\circ}{270^\circ}$
Calota	$S = 2\pi rh = \pi c^2$		
Fuso	$F = \frac{\pi R^2 n^\circ}{90^\circ}$	Segmento esférico	$V = 1/6 \pi h^3 + \frac{1}{2} \pi h (m^2 + n^2)$

EXERCÍCIOS

158. Calcular a área da seção feita numa esfera de 15cm de raio por um plano que dista 9cm do centro.

159. Uma superfície esférica de raio igual a 5cm é cortada por um plano. O comprimento da circunferência da seção é de 18,84cm. Calcular a distância da seção ao centro.

160. Achar o raio da seção feita numa esfera de 26cm de diâmetro, sabendo-se que o plano da seção dista 5cm do centro.

161. Os raios de duas seções paralelas da mesma esfera situadas do mesmo lado do centro medem, respectivamente, 5cm e 12cm e a distância entre as seções é de 7cm. Achar o raio da esfera.

162. Os raios de duas esferas concêntricas medem, respectivamente, 5cm e 3cm. Calcular a área da seção feita na esfera maior por um plano tangente à menor.

163. Os raios de duas seções paralelas da mesma esfera, situadas de lados opostos em relação ao centro medem, respectivamente, 6cm e 8cm. A distância entre as seções é de 14cm. Calcular o raio da esfera.

164. O raio da base de uma calota esférica mede 12cm e a altura, 9cm. Calcular o raio da esfera.

165. Calcular a distância polar de um círculo mínimo distante 2cm do centro de uma esfera de 4cm de raio.

166. O raio de um círculo máximo mede 12cm e a distância polar 15cm. Calcular o raio da esfera.

167. Uma seção feita a 6cm do centro de uma esfera, tem 8cm de raio. Calcular a distância polar do círculo da seção.

168. Calcular a distância polar de um círculo máximo de uma esfera de 10cm de raio.

169. O círculo da seção feita a 3,5dm do centro de uma esfera tem 15dm para distância polar. Calcular o raio da esfera.

170. Numa esfera de 6,5m de raio faz-se uma seção, cuja circunferência tem 5m de distância polar. Calcular o raio da seção.

171. Calcular o raio de uma seção plana de uma esfera, sendo as distâncias polares do círculo da seção respectivamente iguais a 4cm e $4\sqrt{3}$ cm.

172. Achar a área total e o volume de uma esfera, cujo diâmetro tem 6cm.

173. O volume de uma esfera é de 288π m^3. Calcular a área.

174. Um triângulo e um quadrado estão circunscritos a um círculo de raio igual a 2cm de tal modo que uma das alturas do triângulo é paralela a um dos lados do quadrado. Calcular os volumes gerados pelas três figuras quando fazem uma rotação completa em tôrno da altura do triângulo.

175. Calcular a área de um fuso de 45° em uma esfera de 2cm de raio.

176. Numa esfera de $144 cm^2$ de área, tem-se um fuso de $36 cm^2$ de área. Calcular o ângulo do fuso.

177. A diferença entre os raios de duas esferas é de 5cm e o fuso de 9° da primeira é equivalente ao fuso de 64° da segunda. Calcular os raios.

178. Dadas 2 esferas e sendo o raio R, da maior, igual ao dôbro do raio r, da menor, sabendo-se, ainda, que o fuso de 60° na maior tem a mesma área de uma zona de 1,5m de altura, na outra, calcular R, da maior esfera. (Fac. Nacional de Arquitetura, 1948).

179. Uma seção a 2cm do centro de uma esfera, determina duas calotas, cujas áreas estão entre si na na razão 3/4. Calcular o raio da esfera.

180. Calcular a área de uma superfície esférica, onde o comprimento de uma semi-circunferência de círculo máximo é de 12,56 cm.

181. Calcular a área da superfície esférica e o volume da esfera inscrita em um cubo com $216 cm^2$ de área total.

182. A área de uma superfície esférica é de $113{,}04 cm^2$. Calcular o volume do espaço compreendido entre essa esfera e o cubo circunscrito.

183. Numa esfera de raio igual a 16cm considera-se uma zona, cujas bases têm respectivamente 6cm e 8cm de raio. Calcular a área de zona quando fica situada em um mesmo hemisfério e quando situada nos dois hemisférios.

184. Numa esfera de raio 5cm, o fuso de 36° é equivalente a uma zona da mesma esfera. Calcular a altura da zona.

185. O volume de uma esfera é de $36\pi\ cm^3$. Calcular a área da zona, cuja altura é dois terços do raio da esfera.

TERCEIRA PARTE

TIPOS DE PROVAS REALIZADAS NA ESCOLA NORMAL CARMELA DUTRA E INSTITUTO DE EDUCAÇÃO DO DISTRITO FEDERAL

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

Prova de Matemática do mês de Abril (1955)

I) *Preencha as lacunas abaixo*:

1. Se as faces laterais de um prisma são retângulos iguais o prisma é .... e se tôdas as suas faces são quadrados, o prisma é ....

2. Um poliedro é regular quando .... e o único prisma que é um poliedro regular é ....

3. Um prisma é obliquo quando .... e nos prismas retos a altura coincide com ....

4. As seções planas feitas por planos paralelos num prisma são .... e são iguais às bases quando ....

5. Num prisma o número de arestas é igual .... da base e um prisma pentagonal tem .... arestas.

II) *Resolva os problemas:*

6. A área da base de um prisma regular hexagonal mede $216\sqrt{3}\,cm^2$. A diagonal de uma face lateral mede 15cm. Ache a área total do prisma.

7. A área total de um prisma regular triangular é igual a $(24 + 2\sqrt{3})\,cm^2$. A aresta lateral é o dôbro da aresta da base. Ache as arestas laterais e da base do prisma.

III) *Questão Teórica:*

8. Deduza a fórmula da área de um prisma hexagonal regular em função do apótema da base, sabendo-se que as suas faces laterais são quadrados.

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

Prova de Matemática do mês de Maio (1955)

I) *Preencha as lacunas abaixo:*

(10 pontos cada).

1. As diagonais de um paralelepípedo .... e são iguais quando.......... ....

2. A seção de um paralelepípedo por um plano que corta 2 faces opostas é .... e os triedros de um cubo são ....

3. Dois prismas são equivalentes quando .... e o volume de um prisma varia............. à área da base e à altura.

4. Se 2 prismas têm bases equivalentes, os seus volumes variam .... alturas e as faces de um romboedro são ....

5. A área lateral de um cubo de aresta a é .... e a área lateral de um paralelepípedo retângulo é ....

II) *Resolva os problemas:*

6. Ache o volume de um prisma regular quadrangular cuja área lateral excede a área da base de $36\,cm^2$. A aresta lateral do prisma mede 5 cm. Valor: 15 pontos.

7. A área total de um paralelepípedo retângulo é igual a $94\,cm^2$. A diagonal da face, cujo perímetro é igual a 14 cm, mede 5 cm. Ache o volume. Valor: 15 pontos.

III) *Questão teórica:*

8. Ache o volume de um cubo em função da diagonal de uma face. (Valor: 20 pontos).

ESCOLA NORMAL CARMELA DUTRA

1.ª Prova Parcial de Matemática

1.ª Questão: Enunciar e demonstrar a propriedade relativa ao logarítmo de uma potência.

2.ª Questão: Conhecendo log a = 0,80326
log b = 4,20430

Calcular o log da expressão

$$x = \frac{\sqrt[5]{b^2}}{10\ a^3}$$

3.ª Questão: Numa progressão aritmética, a soma dos três primeiros têrmos é igual a -6. O produto dos 4.° e 5.° têrmos é igual a 28. Escrever a progressão.

ESCOLA NORMAL CARMELA DUTRA

1.ª Prova Parcial de Matemática

1) Instituir a fórmula que permite realizar a inserção de meios geométricos. Valor: 20 pontos.

2) Calcular por logaritmos a seguinte expressão

$$y = \frac{3,7\ \sqrt[3]{0,2938}}{0,8726}$$

Valor: 40 pontos

3) Numa progressão aritmética a soma dos 2.º e 4.º têrmos excede de 6 unidades a soma dos 1.º e 3.º têrmos. Sabendo que a soma dos 6 primeiros têrmos é -3, calcular o 10.º têrmo.

Valor: 40 pontos

ESCOLA NORMAL CARMELA DUTRA

1.ª Prova Parcial — 1955

1.ª Questão: Estabeleça a fórmula que dá o produto dos n primeiros têrmos de uma progressão geométrica.

2.ª Questão: Calcule o valor de x nas seguintes igualdades

a) $\log_{\frac{1}{2}} 16 = x$ b) $\log_x 64 = -\frac{2}{3}$

c) Desenvolva, por logarítmos

$$y = \frac{a\sqrt{b}}{2c^2}$$

3.ª Questão: O 6.º têrmo de uma progressão aritmética é -2 e a soma dos sete primeiros têrmos é $-\frac{70}{3}$. Calcule o 20.º têrmo da progressão.

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

1.ª Prova Parcial 22 de junho de 1951

I) *Complete as afirmações seguintes:*

1. A soma dos 30 primeiros números ímpares é.......
2. O logarítmo de 7/5 no sistema de base 5/7 é.......
3. O trigésimo primeiro têrmo da progressão: 1,2, é............
4. O logarítmo decimal de $1/10^3$ é..........
5. O limite da soma dos têrmos da progressão: $\frac{a+1}{a} : \frac{a+1}{2a} : \frac{a+1}{4a}$ ... é ....
6. Sendo log 2 = 0,30103, resulta colog 8 = ...
7. Dada a progressão :: $\frac{1}{2}$: a : 18: ..., o têrmo *a* vale............
8. Sendo *a* o primeiro têrmo de uma progressão aritmética de razão *r*, o oitavo têrmo é............
9. A soma dos têrmos de uma progressão aritmética é 105 e a soma do primeiro e do último têrmo é 30,

O número de têrmos é..............

10. Se prepararmos o logarítmo — 2,70451, obteremos ....

11. A soma dos têrmos de uma progressão aritmética de 7 têrmos é 77. O último têrmo é 10 vêzes o primeiro. Escreva a progressão.

12. O primeiro têrmo de uma progressão geométrica é 6 e o quinto têrmo é 24. Calcular o décimo primeiro têrmo.

13. A soma de três números em progressão geométrica é 28 e o produto dêsses três números é 512. Calcule êsses três números.

14. Sendo $\log 2 = 0{,}30103$ e $\log 7 = 0{,}84510$, calcule os seguintes logarítmos:

$$\log 49 =$$

$$\log 14 =$$

$$\log \sqrt{5} =$$

$$\log \frac{7}{2} =$$

$$\log 0{,}07 =$$

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

Prova de Setembro de Matemática (1955)

Complete:

1. Um poliedro convexo tem 6 faces quadrangulares e duas hexagonais; logo, o número de arestas será........ e o de vértices........

2. Um poliedro convexo apresenta faces triangulares e pentagonais. Se são ao todo 8 faces e o poliedro tem 9 vértices, achar o número de faces de cada espécie.
Resp.:...... triangulares e......pent.

3. As dimensões de um paralelepípedo têm, respectivamente 8dm, 6dm e 5dm. A área total é.........

4. Num paralelepípedo retângulo a diagonal da base tem 8cm e a diagonal do sólido tem 10cm. Logo, a altura terá.......cm.

5. A área total de um cubo mede 150 dm², logo o volume será...........

6. Se a diagonal de um cubo medir 5dm, a medida da aresta, a menos de 1mm será..........

7. Num prisma quadrangular regular o lado da base tem 4 dm e a altura, 5 dm. Logo, a área total será...........

Resolva:

8. Um paralelepípedo retângulo tem 208 dm^2 de área total e as dimensões são proporcionais aos números 2, 3 e 4. Calcular o volume.

9. A diagonal do quadrado da face de um cubo tem 2 dm. Calcular o volume do cubo.

10. Calcular o volume de um prisma triangular, cuja altura tem comprimento igual ao perímetro da base e o apótema desta tem 3 dm.

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

4.ª Prova Mensal *Nome:*......................

QUESTÕES (10 pontos cada uma)

1. Tem faces pentagonais regulares o............ regular, e cada ângulo sólido de um octaedro regular tem................ faces.

2. Chama-se cilindro de revolução ....
....
e chama-se cône equilátero ....
....

3. O desenvolvimento da superfície lateral de um cilindro de revolução é.........................
e o do côno de revolução é ....
....

4. Diz-se que um prisma regular está inscrito num cilindro de revolução quando ....
....
e o cône de revolução pode ser considerado o limite de ....
....

5. Se um poliedro convexo tiver 4 faces triangulares e 2 hexagonais, o número de arestas será........ e o de vértices será............

PROBLEMAS: (até 15 pontos cada um)

6. O perímetro da seção meridiana de um cilindro de revolução é 14 cm e a área dessa seção é 12 cm^2. Calcule o volume do cilindro sabendo, ainda, que a sua altura é a maior dimensão da seção meridiana.

7. Calcule a área lateral do cône de 1,5m de altura, sabendo que a soma da geratriz e do raio da base é igual a 2,5 m.

QUESTÃO TEÓRICA (até 20 pontos) — Deduza a expressão do volume do cône de revolução.

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

2.ª Prova parcial 27 de novembro de 1950

I) *Complete as afirmações seguintes*:

1. Se o volume de um cubo mede $8m^3$, sua aresta mede........cm.

2. Meridiano da esfera é..........................

3. Se a diagonal de um cubo mede $2\sqrt{3}$ cm, sua aresta mede........cm.

4. A seção meridiana de um cilindro de revolução é................

5. O logarítmo de b^3 na base b é..........

6. A soma de todos os inteiros desde 1 até 200 (inclusive) é............

7. A soma de todos os têrmos da progressão :: 1/2 : : 1/2 : ...... é..........

8. Se log 3 = 0,47712 e log x = 2,47712, conclui-se que x = ...

9. O logarítmo decimal de $1\,000^2$ é............

10. Se a superfície lateral de um cilindro de revolução é um quadrado, cujo lado mede 6π cm, o raio da base dêsse cilindro mede ....cm.

11. Calcular a área lateral de um cône de revolução, cujo raio da base mede 5cm e cuja altura mede 12cm.

12. Calcular a área total de uma pirâmide quadrangular regular de 3cm de altura e 8cm de aresta da base.

13. Calcular o volume do cilindro equilátero, cuja área da seção meridiana mede $0{,}09\text{m}^2$.

14. Achar a área total e o volume de um cubo, cuja diagonal mede $0{,}8\sqrt{3}$ cm.

15. Calcular, por logarítmo, o volume da esfera, cujo raio mede 0,357 cm.

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

2.ª Prova parcial — 12 de novembro de 1951

I) *Preencha convenientemente os claros existentes nas afirmações seguintes:*

1. Se o terceiro têrmo de uma progressão aritmética é 10 e o oitavo 40, a razão é...........

2. O limite da soma dos têrmos da progressão $\div\div\ 3 : 1 : 1/3 :$ .... é ....

3. 4 é o logarítmo de 81 na base.............

4. Se $\log x = 1{,}76284$, $\log \sqrt[4]{x} =$ ....

5. Se a diagonal de um cubo é 27cm, a aresta dêsse cubo é........cm.

6. A área total do paralelepípedo retângulo de dimensões 2cm, 3cm e 5cm é............. cm^2.

7. Se a área da seção meridiana de um cilindro equilátero é 36cm^2, o raio da base é.......... cm.

8. Se a aresta lateral de uma pirâmide regular mede

10cm e a aresta da base 12cm, o apótema dessa pirâmide mede..........cm.

9. A área total do octaedro regular, cuja aresta mede 3cm é............cm^2.

10. O raio da base de um cilindro equilátero, cuja área lateral é 4π cm^2, é............cm.

11. Calcular a área lateral e o volume da pirâmide hexagonal regular de 5cm de aresta e 4cm de aresta da base.

12. Calcular o volume de um cilindro de revolução, cuja área lateral é igual a área da base, sabendo-se que a área da seção meridiana é $4cm^2$.

13. Calcular, por logarítmos, o volume do tetraedro regular, cuja aresta mede 23,487cm.

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

2.ª Prova parcial 10 de novembro de 1952

I) *Preencha convenientemente os claros existentes nas afirmações seguintes:*

1. A soma dos 50 primeiros números ímpares é.......

2. O limite da soma dos têrmos da progressão:

   :: 3 : 2 1/2 : ... é...........

3. O logarítmo de 3 no sistema de base $\sqrt{3}$, é........

4. Da equação 3 log x - 1 = 0 tira-se : x =

5. O logarítmo decimal do produto $10\sqrt[4]{10}$ é..........

6. Um poliedro convexo limitado por 12 faces quadrangulares, tem...................... vértices.

7. Sendo 96 cm^2 a área total de um cubo, sua diagonal mede..........cm.

8. O apótema de uma pirâmide hexagonal regular mede 4cm e sua área lateral $18cm^2$. Logo, a aresta da base dessa pirâmide mede ....

9. A área da seção meridiana de um cilindro equilátero mede $4 cm^2$. O volume dêsse cilindro é .... cm^3.

10. O diâmetro da base de um cône de revolução mede 10cm e sua geratriz mede 13cm. A altura dêsse cône mede............ cm.

II) *O apótema da base de uma pirâmide triangular regular mede 1cm. Sua altura é igual ao semi-perímetro da base. Calcular seu volume.*

III) *Calcular, por logarítmos, o volume do tetraedro regular, cuja aresta mede 1,45cm.*

IV) *O raio da base de um cilindro de revolução mede 2cm e a seção meridiana dêsse cilindro é equivalente à sua base. Calcular a área total dêsse cilindro (Utilizar o valor de π = 3,14).*

V) *O diâmetro da base de um cône de revolução mede 8cm e a área de sua superfície lateral (Utilizar o valor π = 3,14).*

ESCOLA NORMAL CARMELA DUTRA

2.ª Prova Parcial de Matemática de 1953

1.ª QUESTÃO

Estabelecer a fórmula da soma dos *n* primerios têrmos de uma progressão geométrica.

(Valor 30 pontos)

2.ª QUESTÃO

Calcular, por logarítmos, a expressão:

$$a = \frac{36{,}47 \sqrt[3]{0{,}98764}}{(7{,}0324)^2}$$

(Valor 35 pontos)

3.ª QUESTÃO

O apótema da base de um prisma hexagonal regular é de 3cm. A altura é igual ao perímetro da base.

Determinar a área total e o volume.

(Valor 35 pontos)

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

2.ª Prova parcial — 20 de novembro de 1954

Complete com as respostas convenientes as seguintes questões:

1. Se o nono têrmo de uma progressão aritmética é 37 e a razão é 4, o 1.º têrmo é..............
2. Se o sétimo têrmo de uma progressão geométrica é 192 e o terceiro é 12, a razão é..............
3. Se o log A = 1,4385, o $\text{colog}^3/\,A$ =
4. Se a área total de um cubo é 0,54 cm^2, a aresta dêsse cubo mede .... cm.
5. 2 é o logaritmo de 2 na base..........
6. Se a área da seção meridiana de um cône reto de revolução é 24 cm^2 e o raio da base é 3 cm, a altura do cône é..........cm.
7. Se a área de uma face lateral de um prisma re-

gular é 48 cm^2 e a aresta da base é 6 cm, a altura do prisma é................ cm.

8. Se a área de uma face lateral de uma pirâmide regular é de 9 cm^2 e o apótema da pirâmide é 3cm, a aresta da base é............cm.
9. Em um poliedro convexo com 16 arestas e 10 vértices, o n.º de faces é............
10. Se um cône e um cilindro são equivalentes e têm o mesmo raio da base, a altura do cône é........ da altura do cilindro.

RESOLVA:

A geratriz de um cône de revolução mede 20 cm e o diâmetro da base 24 cm. Calcule o seu volume.

Um cilindro reto tem 48π cm^2 de área total e sua geratriz mede 5 cm. Calcule o raio da base.

O volume de um pirâmide quadrangular regular é 1296 cm^3 a altura da pirâmide mede 12 cm. Calcule a área lateral.

A área lateral de um prisma triangular regular é de 36 cm^2 e o perímetro de uma de suas faces laterais é igual 14 cm. Calcule o seu volume.

Impresso nas OFICINAS GRÁFICAS ESPÍRITO SANTO LTDA.
Rua Barão de S. Felix, 11-A — RIO DE JANEIRO

Preço dêste volume — Cr$ 30,00

EXERCICIOS DE MATEMÁTICA

CONQUISTA

ARY QUINTELLA — DINIZ JUNQUEIRA

EXERCICIOS DE
MATEMÁTICA

PARA A 1.ª SÉRIE DOS CURSOS NORMAIS

TA