LISA-MATEMÁTICA NA ESCOLA ELEMENTAR

3

LISA MATEMÁTICA NA ESCOLA ELEMENTAR

MATEMÁTICA MODERNA

MARIA DO CARMO ARRUDA TOLEDO

MATEMÁTICA MODERNA NA ESCOLA ELEMENTAR

3.º VOLUME

1970

LISA LIVROS IRRADIANTES S. A.

LISA — LIVROS IRRADIANTES S. A.
Rua Diogo Vaz, 291 — Cambuci
Tels. 278-2488 - 278-0015 - 278-0085
SÃO PAULO — BRASIL — 1970

NOÇÃO DE CONJUNTO E ELEMENTO

REVISÃO DOS CONCEITOS

Acreditamos que já não exista aluno algum cursando uma terceira série da Escola Primária e que não tenha a noção intuitiva de conjunto e elemento, dois têrmos básicos para a formulação da Nova Matemática e que não devem ser definidos.

Uma família é um conjunto de pessoas. O chefe da família é um ELEMENTO do conjunto; cada membro da família é um ELEMENTO do conjunto. Cada um dos elementos do conjunto família PERTENCE a êsse conjunto.

Representação dos Conjuntos

Exemplos:

MINHA FAMÍLIA	é um conjunto cujos elementos são:	papai mamãe minha irmã meu irmão eu
A SEMANA	é um conjunto cujos elementos são:	domingo segunda-feira têrça-feira quarta-feira quinta-feira sexta-feira sábado

Fig. 1

Para representarmos êsses dois exemplos de uma forma simbólica, com muito menos palavras, podemos escrever:

F = { papai, mamãe, minha irmã, meu irmão, eu}
S = {domingo, segunda-feira, têrça-feira, ... sábado }

Colocando entre chaves os elementos que formam o conjunto e empregando uma lêtra maiúscula qualquer para denominá-lo, identificamo-lo fàcilmente.

Nos exemplos acima, F representa o conjunto minha família; poderia tê-lo designado por A, B, etc. A designação pela inicial do nome do conjunto é, entretanto, muito usada. No exemplo seguinte, S é o conjunto dos dias da semana. Entre as chaves poderíamos ter escrito um a um todos os dias da semana. Como êsse conjunto já é bastante conhecido da classe, empregamos a reticência entre os primeiros e o último elemento do conjunto, já que êsse conjunto apresenta uma ordem certa na apresentação de seus elementos. Poderíamos, também, representá-lo assim:

$$S = \{ \text{dias da semana} \}$$

Logo, podemos representar um dado conjunto de duas maneiras:

1.ª) enumerando um a um todos os seus elementos;

2.ª) mencionando uma característica que todos os seus elementos possuam.

Tanto podemos usar uma forma de representar conjuntos como outra. Às vêzes, é mais conveniente usar uma, outras vêzes, outra. Por exemplo, se quisermos representar o conjunto de vogais do nosso alfabeto, podemos designá-lo por V e escrever:

$$V = \{ a, e, i, o, u \}$$

Por outro lado, querendo representar o conjunto dos rios do estado de São Paulo, é evidente que será difícil mencionar um a um todos os seus elementos e, designando-o por R, poderemos escrever:

$$R = \{ \text{rios do Estado de São Paulo} \}$$

Neste segundo exemplo, o que fizemos foi mencionar uma característica ou uma propriedade que é comum a todos os elementos do conjunto ao qual nos referimos: ser rio do Estado de São Paulo.

Entretanto, se tivéssemos querido mencionar apenas o conjunto de três dos rios do Estado de São Paulo, poderíamos escolher três dos elementos que têm essa propriedade e enumerá-los um a um:

$$R = \{ \text{Tietê, Piracicaba, Paranapanema} \}$$

ORDEM DE APRESENTAÇÃO DOS ELEMENTOS DO CONJUNTO

Como vimos, uma das maneiras de se representar um conjunto é enumerando os seus elementos um a um, entre chaves. Ao enumerá-los, é claro, temos que fazê-lo em uma certa ordem, não podemos enunciá-los todos a um só tempo. Essa ordem, porém, é indiferente. O conjunto V, das vogais, já mencionado, pode ser escrito de diferentes maneiras, entre as quais as seguintes:

$$V = \{ a, e, i, o, u \}$$
$$V = \{ u, o, i, e, a \}$$
$$V = \{ a, i, u, e, o \}$$
$$V = \{ i, e, a, u, o \}$$

A ordem de apresentação dos elementos não é importante. O que é preciso tornar claro é que não devemos enunciar o mesmo elemento mais que uma vez.

EXERCÍCIOS 1

1 — Represente entre chaves, enumerando um a um, os elementos dos seguintes conjuntos:

A = conjunto dos meses do ano.

B = conjunto das côres da bandeira brasileira.

C = conjunto dos pontos cardeais.

2 — Represente entre chaves, dando uma propriedade ou característica comum a todos os elementos de cada conjunto abaixo mencionado:

A = primavera, verão, outono, inverno.

B = norte, sul, leste, oeste.

C = a, e, i, o, u.

D = mínimo, anular, médio, indicador, polegar.

3 — Verifique se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas e escreva, dentro dos parênteses, V ou F, conforme o caso:

a) Sul é um elemento que pertence ao conjunto de pontos cardeais. ( )

b) A côr verde pertence ao conjunto das côres da bandeira brasileira. ( )

c) Primavera não pertence ao conjunto das estações do ano. ( )

d) O polegar é um elemento do conjunto dos dedos da mão. ( )

4 — Escreva, enumerando um a um, os elementos dos conjuntos:

A = Cinco animais mamíferos.

B = Algumas cidades do Estado de São Paulo.

C = Capitais do Brasil.

5 — Invente você alguns exemplos de conjuntos que conhece e represente-os entre chaves como quiser (enumerando os elementos um a um ou dando a propriedade comum).

SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

CONCEITO DE NÚMERO NATURAL

Já tivemos oportunidade de mencionar em nosso 1º volume como surgiu a idéia de número. Foi comparando conjuntos, fazendo com que cada elemento de um conjunto correspondesse a um elemento de um segundo conjunto que se fizeram as primeiras contagens. Assim fizeram os primitivos pastôres que, não tendo ainda a idéia de número e não sabendo, portanto, contar, precisavam certificar-se de que tôdas as suas ovelhas voltavam da pastagem diária. Foi devido a essa necessidade que lançaram mão do expediente de fazer corresponder a cada ovelha uma pedrinha e, na volta do rebanho, a cada pedrinha deveria corresponder uma ovelha. Dessa correspondência nasceu a idéia de *número natural*. Fazendo a comparação entre a quantidade de elementos do rebanho (conjunto de ovelhas) e a quantidade de elementos do conjunto de pedrinhas, com o tempo, o homem foi percebendo que nos dois conjuntos comparados havia uma coisa em comum: a quantidade de elementos.

Tanto fazia comparar conjuntos de ovelhas e pedrinhas como conjuntos de bois e pauzinhos, etc., quando a correspondência um-a-um se verificava, a quantidade de elementos dos conjuntos comparados permanecia a mesma. A esta propriedade deu-se o nome de *número natural*. Como existem conjuntos com uma variedade infinita na quantidade de elementos que possuem, dizemos que o conjunto dos números naturais é *infinito*.

Exemplifiquemos:

Fig. 2

Os conjuntos acima, apesar de formados por elementos de espécies diferentes, possuem alguma coisa em comum: a quantidade de elementos. Essa propriedade que os três conjuntos desenhados acima apresentam em comum é o número natural, também denominado *cardinal* dêsses conjuntos. Para todos os conjuntos com essa quantidade de elementos, o número natural correspondente recebeu o nome de *um* (em português).

Veja agora o exemplo seguinte:

Fig. 3

Todos os conjuntos desenhados acima também possuem uma propriedade em comum: têm a mesma quantidade de elementos, o mesmo número natural, agora denominado *dois*. E assim por diante, levando-se em consideração outros conjuntos que podem ser postos em correspondência um-a-um, e, segundo a quantidade de seus elementos, os números naturais correspondentes receberam os nomes de *três*, *quatro*, *cinco*, etc.

O número natural do conjunto que não possui elementos (conjunto vazio) é denominado *zero*. Logo, o número zero caracteriza o conjunto vazio.

Há, porém, entre os demais conjuntos e o conjunto vazio uma distinção que julgamos importante salientar: um casal de pombos e uma dupla de cantadores de viola, por exemplo, são conjuntos muito diferentes. Entretanto, o número natural que os caracteriza é o mesmo, é o número dois. Assim como os citados, existe uma infinidade de conjuntos que são caracterizados por êsse número natural.

Também podemos pensar em uma infinidade de conjuntos caracterizados pelo número cinco, ou um, cem, etc. E o conjunto vazio? Só existe um conjunto vazio que se caracteriza pelo número zero. O conjunto de homens com mais de 200 anos de idade e o conjunto de habitantes da Lua são o mesmo conjunto, o conjunto vazio. O conjunto vazio é único, portanto: pouco importa saber se êle é vazio de pessoas, de animais, de países, ou quaisquer outros elementos. Êle é vazio de elementos, e só.

O zero é o menor dos números naturais. Não existe o número natural maior que todos os outros porque sempre haverá um outro ainda maior, obtido juntando-se mais um elemento ao anterior.

NÚMERO E NUMERAL

É muito importante a distinção entre número e numeral.

Vimos que número natural ou simplesmente número é uma propriedade dos conjuntos (uma idéia), um ente abstrato. Numeral de um número é todo símbolo (ou conjunto de símbolos) que utilizamos para representá-lo. Logo, numeral e número não são a mesma coisa.

Para representar os números foram inventados símbolos e os que empregamos são os seguintes: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Êstes símbolos são chamados algarismos e, com êles, podemos representar qualquer número, por maior que seja.

O NUMERAL MAIS SIMPLES DE UM NÚMERO

Já vimos nos volumes anteriores e a criança que cursa a 3ª. série já deve saber que um mesmo número pode ser representado por muitos numerais. O número três, por exemplo, pode ser representado assim: 3, III, $6 \div 2$, $4 - 1$, 3×1, $2 + 1$, $9 \div 3$, $5 - 2$, $(8 + 7) \div 5$, etc.

Dentre tantos numerais evidentemente há um que é o *mais simples* de ser escrito e lido.

Para descobrir qual seria o numeral mais simples de qualquer número, nossos antepassados tiveram muito o que pensar. Em primeiro lugar, perceberam que seria contraproducente inventar um nome e um símbolo para cada número. Não haveria memória capaz de guardá-los!

Então, começaram a pensar em um *sistema* que empregasse poucos símbolos e algumas regras e com êles pudessem ser representados, com maior facilidade, qualquer número natural.

Aos poucos, as idéias foram se aclarando. Mas séculos se passaram até que o homem tivesse a idéia luminosa de utilizar a posição do algarismo no numeral. Assim, surgia o Sistema de Numeração Decimal que ainda usamos.

A partir de então, com o emprêgo dos dez símbolos antes mencionados, se pode escrever o numeral mais simples de qualquer número.

O MILHAR E A DEZENA DE MILHAR

Voltando ao ponto onde devem ter parado nossos alunos na série anterior, isto é, ao conhecimento dos números e respectivos numerais até mil, faremos com êles muitos exercícios para rever e fixar aquelas noções já aprendidas.

Como a chave do Sistema de Numeração está no valor posicional dos algarismos no numeral, continuaremos a empregar o cartaz "Valor do Lugar" para a concretização da idéia dos números e a compreensão da sua representação.

Mesmo que a classe já conheça o *Milhar*, que é assunto geralmente tratado na 2ª. série, devemos voltar a êle e mostrar, no cartaz, a sua composição.

Começaremos reunindo unidades em dezenas e, a seguir, dezenas em centenas, sempre representando o número de fichas do cartaz, conforme o lugar ocupado, pelo seu numeral mais simples.

Assim:

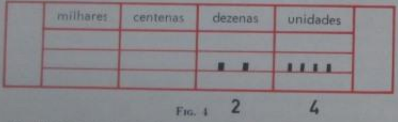


Fig. 4

O cartaz representa o número formado por dois conjuntos de dez elementos mais 4 elementos, isto é, o número vinte e quatro cujo numeral mais simples é 24.

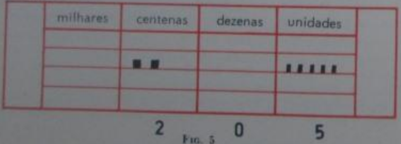


Fig. 5

O cartaz, agora, representa o número formado de 2 conjuntos de cem unidades (centenas), nenhum conjunto de dez unidades (dezenas) e 5 elementos ou unidades.

Outro exemplo:

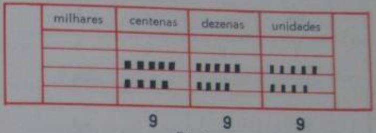


Fig. 6

Já neste exemplo, o cartaz está representando o número formado por nove conjuntos de cem elementos (centenas), nove conjuntos de dez elementos (dezenas) e nove elementos ou unidades. Se acrescentarmos mais uma ficha na ordem das unidades, teremos 10 unidades ou uma dezena. Tendo completado mais uma dezena, devemos levá-la para o seu "lugar" e o conjunto de unidades ficará vazio. Mas, tínhamos nove dezenas, com mais essa, completam-se 10 dezenas ou uma centena, que deve também passar para o "lugar" das centenas, ficando o conjunto de dezenas também vazio. Já havia nove centenas no cartaz e agora, com o acréscimo de mais uma, teremos 10 centenas ou um *Milhar*. O conjunto de centenas também ficou vazio.

O cartaz do exemplo acima passa a se apresentar assim:

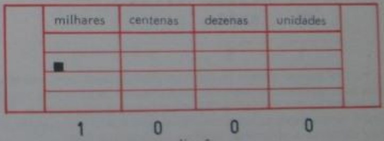


Fig. 7

Então, 1 milhar é um conjunto de 10 centenas. O número que é formado por 10 centenas, ou 999 + 1, chama-se *mil* e seu numeral mais simples é 1.000.

A seguir, iremos introduzindo o conceito e o numeral de números maiores que 1.000 e menores que 10.000, sempre utilizando o cartaz "Valor do Lugar".

Assim, mostraremos:

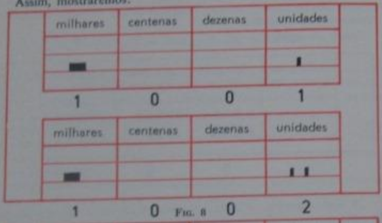


FIG. 8

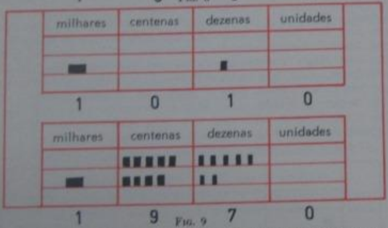


FIG. 9

Não há pressa. Iremos trabalhando paralelamente com outros aspectos do programa e teremos muito tempo (um ano escolar) para ampliar o conhecimento dos números e respectivos numerais mais simples. Conforme o campo numérico vai se ampliando, podemos ir introduzindo, em alguns exercícios e problemas, números maiores que 1.000.

Entretanto, o treino do raciocínio da criança se fará com números baixos para que todos possam entender bem.

Já na segunda metade do ano poderemos pensar em conceituar, com a classe, a dezena de milhar.

Usaremos, ainda, o cartaz "Valor do Lugar" e, agindo de modo análogo àquele que usamos para ensinar a centena e o milhar, chegaremos ao conceito e representação do número 10.000.

EXERCÍCIOS 2

Atividades para serem dadas, aos poucos, no decorrer de todo o ano escolar.

1 — O número quatro tem muitos numerais. São numerais do número quatro: 4, IV, $2 + 2$, $4 \div 1$, $6 - 2$, 4×1, $20 \div 5$, $8 - (5 - 1)$, etc.

Escreva você:

a) Exemplos de três numerais do número três;
b) Exemplos de cinco numerais do número um;
c) Exemplos de dois numerais do número nove;
d) Exemplos de quatro numerais do número zero.

2 — Escreva o numeral mais simples do número que contém duas centenas, três dezenas e oito unidades.

3 — Assinale com um V dentro dos parênteses cada uma das sentenças verdadeiras:

1.º) No número 18:

a) há 8 unidades. ( )
b) há 18 unidades. ( )
c) há 8 dezenas. ( )

2.º) No número 136:

a) há 6 unidades. ( )
b) há 36 unidades. ( )
c) há 136 unidades. ( )

3.º) 232 é o mesmo que:

a) 23 dezenas e 2 unidades. ( )
b) 23 centenas e 2 unidades. ( )
c) 232 centenas. ( )

4.º) 125 é o mesmo que:

a) 12 centenas. ( )

b) 1 centena, 2 dezenas e 5 unidades. ( )
c) 125 dezenas. ( )

5º) 105 é o mesmo que:

a) 10 centenas. ( )
b) 1 centena e 5 unidades. ( )
c) 1 centena e 5 dezenas. ( )

4 — Complete cada uma das sentenças abaixo tornando-as verdadeiras:

a) 5 dezenas + 4 unidades = 54
b) 1 dezena + 6 unidades = ...
c) 4 dezenas + 8 unidades = ...
d) 9 dezenas + 3 unidades = ...
e) 1 centena + 1 dezena = ...
f) 1 centena + 1 unidade = ...
g) 1 centena + 9 dezenas = ...
h) 1 centena + 3 dezenas + 2 unidades = ...
i) 1 centena + 7 dezenas + 3 unidades = ...
j) 1 centena + 6 dezenas + 9 unidades = ...
l) 2 centenas = ...

5 — Assinale as sentenças verdadeiras:

1.ª) No número 586:

a) há 5 centenas e 6 unidades. ( )
b) há 58 centenas e 6 unidades. ( )
c) há 5 centenas, 8 dezenas e 6 unidades. ( )

2.ª) O número cento e vinte e oito:

a) é par. ( )
b) é ímpar. ( )

6 — Complete cada uma das sentenças que seguem:

a) 2 centenas = ... unidades
b) 3 centenas = ... unidades

c) 4 centenas = ... unidades
d) 5 centenas = ... unidades
e) 6 centenas = ... unidades
f) 7 centenas = ... unidades
g) 8 centenas = ... unidades
h) 9 centenas = ... unidades
i) 10 centenas = ... unidades
j) 10 centenas = ... milhar

7 — Complete cada uma das sentenças abaixo:

a) 999 + 1 = ...
b) 1.000 + 1 = ...
c) 1.000 + 5 = ...
d) 1.000 + 9 = ...
e) 1.000 − 10 = ...
f) 1.000 + 20 = ...

8 — O número dois mil e 8 unidades pode ser representado:

a) 2.0008. ( )
b) 2.008. ( )
c) 208. ( )

Assinale a resposta certa.

9 — Complete as sentenças abaixo tornando-as verdadeiras:

a) 526 = ... centenas, ...dezenas e ..... unidades.
b) 347 = 3 ....,4 .... e 7 ....
c) 157 = 7 ...., 5 ....e 1 ....
d) 1.000 = 1 ...., ou 10 ....
e) 1.100 = 1 ....e 1 ....

10 — Termine o exercício que segue:

a) No número 1.000 existem ... centenas.
b) No número 1.000 existem .... dezenas.
c) No número 1.000 existem .... unidades.
d) No número 1.000 existe ..... milhar.

11 — Complete tornando verdadeiras as sentenças:

a) Para formar um milhar devo acrescentar .... unidades ao número 999.

b) O maior número par menor que um milhar é.........

c) O maior número ímpar menor que uma centena é ....

d) O menor número par cujo numeral mais simples é expresso com três algarismos é ....

12 — Escreva o numeral mais simples de um número que seja par, maior que vinte e menor que vinte e quatro.

13 — Escreva o numeral mais simples do menor de todos os números naturais.

14 — Escreva os numerais mais simples dos seguintes números:

a) dois mil e vinte e cinco.
b) mil duzentos e trinta e sete.
c) três mil e quarenta e seis.
d) quatro mil e quinhentos.

15 — Escreva como se lêem os numerais que seguem:

a) 2.432.
b) 1.309.
c) 5.450.
d) 3.038.

16 — Quantas dezenas há numa centena?
17 — Quantas dezenas há num milhar?
18 — Quantas centenas há num milhar?
19 — Quantas dezenas há no número cujo numeral mais simples é 240? E em 243?

20 — Escreva entre chaves os numerais de:

a) cinco números ímpares menores que 1.000.
b) dez números pares maiores que 1.000.
c) três números ímpares entre 1.000 e 1.010.

REPRESENTAÇÃO DOS NÚMEROS NATURAIS NA RETA NUMERADA

Quando a criança tiver o conceito de reta como um *conjunto infinito de pontos*, poderemos levá-la a representar o conjunto dos números naturais na reta. Ela deverá também saber que o *conjunto dos números naturais é infinito.*

Podemos, então, orientar nossos alunos no sentido de perceberem que podemos estabelecer uma relação um-a-um entre pontos da reta e o conjunto dos números naturais. Escolhemos um ponto qualquer da reta para origem e designamos êsse ponto por O. A seguir, marcamos à direita de O diversos segmentos consecutivos com a mesma medida (congruentes). Na extremidade direita de cada segmento escrevemos, respectivamente, 1, 2, 3, 4, etc. O número *zero* corresponde à origem O. Assim, a cada ponto marcado na reta, faremos corresponder um único número do conjunto dos números naturais, em sua ordem natural. E, inversamente, a cada número do conjunto dos números naturais haverá um único ponto na reta. Assim:

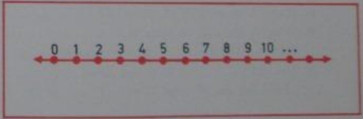


FIG. 10

A reta numerada torna bem evidente a *estrutura de ordem* existente no conjunto dos números naturais. O aluno poderá "ver" que o 3 está entre o 2 e o 4. Poderá ainda certificar-se ràpidamente que as sentenças $2 < 4$, $5 > 3$, etc., são verdadeiras. a

Observando a reta numerada a criança acabará percebendo que se um número *precede* (vem antes) outro êle *é menor* que êsse outro e que se um número *segue* (vem depois) outro é porque êle *é maior* que êsse outro.

Logo, ser maior é o mesmo que estar à direita (vir depois) e ser menor é o mesmo que estar à esquerda (vir antes) na reta numerada.

Exemplos: 6 precede 10, está à esquerda de 10, logo $6 < 10$; 8 segue 5, está à direita de 5, logo $8 > 5$.

EXERCÍCIOS 3

1 — Complete as seguintes sentenças observando ou pensando em uma reta numerada:

a) Se 6 é maior que 3, o ponto que corresponde ao 6 está à ....do ponto que corresponde ao 3.

b) Se 7 é menor que 10, o ponto correspondente a 7 está à ....do ponto correspondente ao 10.

c) 9 está entre .... e............ .

d) Entre 3 e 8 há .... números naturais.

e) Se o ponto que representa um certo número está à direita do ponto que corresponde ao 10, então êsse número é .... que 10.

2 — Represente os números naturais de 0 a 15 em uma reta numerada (ou orientada).

3 — Observe a reta numerada que você desenhou acima e complete:

a) 12 está à esquerda de 15, então 12 é ....15.

b) 14 está à direita de 11, então 14 é ....11.

c) Entre 0 e 15 há .... números naturais.

d) Zero está à .... de 1, logo zero é .... 1.

e) 15 é maior que 10, logo 15 está .... de 10.

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS

REVISÃO DO CONCEITO DAS OPERAÇÕES

Sempre que objetivamos aprofundar um conhecimento que a criança já possui, ou dar uma noção nova, devemos fazer uma boa revisão da parte já estudada para que, reavivada a memória e esclarecidos certos pontos que possam ter ficado obscuros em ocasiões anteriores, a introdução da parte nova seja natural e bem clara, não havendo solução de continuidade.

Para darmos prosseguimento ao estudo das quatro operações já iniciado em séries anteriores, daremos antes uma série de atividades visando alcançar êsse estado de prontidão para só depois prosseguirmos. Embora, nesta série, as quatro operações possam ser revistas ao mesmo tempo, trataremos delas duas a duas por uma questão de método em nosso trabalho.

A revisão dos conceitos de adição e subtração evidentemente não é uma revisão das técnicas operatórias dessas operações. Precisamos verificar se nossos alunos sabem o que é adicionar (ou subtrair) sem definir as operações, é claro, mas compreendendo com facilidade e muita clareza, o conteúdo de sentenças matemáticas que expressam essas operações. Quando a criança lê a sentença e "apanha" todo o significado daquilo que leu é porque ela conceitua todos os seus têrmos e a linguagem empregada lhe é perfeitamente clara, inteligível. Precisamos apresentar-lhe, portanto, sentenças matemáticas em que os números expressos não sejam elevados e, preferivelmente, ela possa calcular mentalmente o resultado.

Assim saberemos se a criança conceitua a operação apresentada, compreende a simbologia empregada e faz um bom emprêgo do que aprendeu sôbre numeração decimal compondo e decompondo mentalmente os números com os quais opera e representando-os pelo seu numeral mais simples. A comparação de duas sentenças matemáticas com o emprêgo dos símbolos $=$, $\neq$, $>$, $<$, é também um ótimo exercício.

EXERCÍCIOS 4

1 — Complete de modo a tornar verdadeiras, as seguintes sentenças matemáticas:

a) 2 dezenas + 6 = ...
b) 5 dezenas − 1 = ...
c) 9 dezenas + 9 = ...
d) 1 centena − 1 = ...
e) 1 centena + 20 = ...
f) 2 centenas + 3 = ...
g) 5 centenas − 5 = ...
h) 6 centenas + 9 = ...

2 — Preencha as linhas pontilhadas para que cada sentença abaixo se torne verdadeira:

a) 8 + ... = 28
b) ... + 109 = 110
c) ... + 200 = 215
d) ... + 38 = 38
e) 39 − ... = 35
f) ... − 10 = 57
g) ... − 2 = 98
h) ... − 4 = 36

3 — Coloque V ou F dentro dos parênteses, conforme você conclua que cada uma das sentenças abaixo é verdadeira ou é falsa:

a) $5 + 7 + 0 = 13$ ( )
b) $18 + 0 + 10 \neq 28$ ( )
c) $27 + 12 > 12 + 27$ ( )
d) $19 + 35 + 0 < 35 + 19 + 0$ ( )
e) $37 + 3 = 40 \Longleftrightarrow 40 - 3 = 37$ ( )

4 — Complete, tornando verdadeiras, as sentenças que seguem:

a) 55 + ... = 6 dezenas
b) 73 − ... = 7 dezenas
c) 92 + ... = 1 centena
d) 98 − ... = 9 dezenas
e) 44 + ... = meia centena
f) 106 − ... = 1 centena

5 — Complete:

a) 101 + ... = 109
b) ... + 0 = 112
c) 8 + ... = 30
d) ... − 3 = 27
e) 25 + ... = 50
f) 24 − ... = 12

6 — Coloque V ou F dentro dos parênteses, conforme sejam verdadeiras ou falsas as sentenças:

a) $24 + 6 = 50 - 10$ ( )
b) $17 + 5 \neq 12 + 12$ ( )
c) $36 - 1 < 40 - 5$ ( )
d) $32 - 2 = 28 + 2$ ( )
e) $100 - 10 = 80 + 10$ ( )
f) $95 + 3 = 100 - 2$ ( )

7 — Termine o exercício tornando verdadeiras as afirmações que seguem:

a) 12 + 6 = 20 − ...
b) 27 − 2 = 24 + ...
c) 36 + 5 = 45 − ...
d) 63 − 4 = 50 + ...
e) 100 + ... = 110 − 3
f) ... + 9 = 120 − 1
g) 93 − ... = 80 + 9
h) 110 − 5 = ... + 5

8 — Escreva um dos símbolos, =, >, <, para tornar verdadeiras as sentenças que seguem:

a) 18 + 5 ... 30 − 6
b) 10 + 15 ... 13 + 12
c) 50 − 3 ... 40 + 5
d) 50 + 5 ... 60 − 8
e) 40 + 12 ... 50 + 2
f) 90 + 15 ... 100 + 5

9 — Adicionando 9 a um número encontrei a soma 81. Que número era êsse?

A sentença matemática que corresponde ao pensamento (estrutura) expresso pelo problema é:

$\square + 9 = 81$

e $\square = 81 - 9$

ou $\square = 72$

10 — Pensei em um número. Subtraí 15 dêsse número e o resultado encontrado foi 29. Em que número pensei?

A sentença matemática correspondente é:

$\square - 15 = 29$

e $\square = 29 + 15$

ou $\square = 44$

11 — Subtraí um certo número do número 37 e encontrei para resultado o número 25. Que número eu subtraí de 37?

A sentença matemática que corresponde ao problema é:

$37 - \square = 25$

ou $25 + \square = 37$

e $\square = 37 - 25$

$\square = 12$

Todos os exercícios acima sugeridos podem ser resolvidos pela criança de 3.ª série que, nas séries anteriores, conceituou bem as duas operações que estamos tratando e aprendeu a usar a linguagem matemática (sentença matemática) para expressar seu pensamento a respeito de números e operações matemáticas, assim como, numa fase anterior de sua infância, aprendeu a expressar por meio de sentenças na linguagem corrente o seu pensamento a respeito das coisas que ia conhecendo.

Caso a criança não consiga, o que quer dizer que ela não está preparada para prosseguir seus estudos matemáticos empregando a linguagem que a matemática moderna preconiza, precisamos empregar algum tempo para prepará-la. Neste caso, os dois volumes que precedem êste, apresentam sugestões que poderão auxiliar pais e professôres no sentido de colocá-la em igualdade com as demais crianças de sua classe.

NOMENCLATURA DOS TÊRMOS DA ADIÇÃO E DA SUBTRAÇÃO

Podemos, agora, começar a rever a terminologia referente aos têrmos dessas duas operações. Recordaremos que, numa adição, os números com os quais trabalhamos para encontrar a soma (que é o resultado da operação) são os têrmos da adição. Êsses têrmos denominam-se *parcelas*. Assim:

$$\underbrace{4 + 5}_{\text{parcelas}} = \underbrace{9}_{\text{soma}}$$

$$\begin{array}{r l} 32 & \multirow{2}{*}{\} parcelas} \\ +25 & \\ \hline 57 & \text{soma} \end{array} \qquad \begin{array}{r l} 3 & \\ 2 & \text{parcelas} \\ +\ 8 & \\ \hline 13 & \text{soma} \end{array}$$

EXERCÍCIOS 5

1 — Assinale a resposta correta:

Na sentença: $130 + 20 = 150$, o número 150 é

a) parcela
b) soma
c) produto

2 — Numa adição de duas parcelas, uma das parcelas é 8 e a soma é 15. Qual é a outra parcela?

A sentença matemática é:

$8 + \square = 12$

$\square = \ldots\ldots$

3 — Numa adição de duas parcelas, uma é o dôbro da outra. A menor é 7. Qual é a soma?

Se a menor é 7, a outra é 14 (o dôbro de 7).

Resta, agora, determinar a soma:

□ = 7 + 14

□ = ...

4 — Numa adição de duas parcelas, uma é o dôbro da outra. A maior é 18. Qual é a soma?

Se a maior é 18, a menor é 9 (a metade de 18), pois se uma é o dôbro da outra, a outra é a metade daquela.

□ = ...

5 — Numa adição de três parcelas, a segunda é o triplo da primeira e a terceira é o dôbro da segunda. A primeira é 5. Qual é a soma?

1.ª → 5

2.ª → 3 × 5 (o triplo da 1.ª)

3.ª → 2 × 15 (o dôbro da 2.ª)

□ = 5 + ... + ...

□ = ...

6— Numa adição de três parcelas, a primeira é a metade da segunda e a segunda é a têrça parte da terceira. A terceira é 24. Qual é a soma?

3.ª → 24

2.ª → 24 ÷ 3 (terça parte da terceira)

1.ª → 8 ÷ 2 (metade da segunda)

□ = ...

Os têrmos da subtração também têm nomes: o primeiro, chama-se *minuendo*; o segundo é o *subtraendo* e o terceiro é denominado *diferença*. Assim:

subtraendo
↑
8 - 2 = 6
↓ ↓
minuendo diferença

28 → minuendo
− 13 → subtraendo
15 → diferença

EXERCÍCIOS 6

1 — Assinale a resposta correta:

Na sentença 100 − 4 = 96, o número 100 é:

a) subtraendo

b) minuendo

c) diferença

2 — Numa subtração, a diferença é 9 e o subtraendo é 8. Qual é o minuendo?

O têrmo desconhecido é o primeiro, minuendo, e a sentença é:

□ − 9 = 8

□ = ...

3 — Se a diferença é 5 e o minuendo é 20, qual é o subtraendo?

Agora, o têrmo desconhecido é o segundo, subtraendo, e a a sentença é:

20 − □ = 5

Como a subtração não é comutativa e não podemos realizar diretamente a operação de volta para desfazê-la, como no primeiro exemplo, é preciso, primeiro, encontrar a adição que corresponde a essa subtração. É só estabelecermos a equivalência entre ela e a adição correspondente:

20 − □ = 5 ⟺ 5 + □ = 20

A sentença de adição nos dará o valor de □

5 + □ = 20

□ = 20 − 5

□ = 15

A criança deve verificar o resultado empregando os dados do problema e o resultado encontrado.

4 — Para treinar na descoberta do subtraendo, podem ser dados exercícios para descobrir o valor de □ sendo êste, o subtraendo.

a) 12 − □ = 5

Se 12 − □ = 5 ⟺ 5 + □ = 12

5 + □ = 12

□ = 12 − ....

□ = ...

b) 22 − □ = 15

c) 28 − □ = 12

d) 34 − □ = 24

e) 42 − □ = 18

PROVAS DA ADIÇÃO E DA SUBTRAÇÃO

O resultado da adição pode ser verificado:

a) pela propriedade comutativa;

b) pela operação inversa.

Exemplos:

1 — Seja a adição: 32 + 45:

$$\begin{array}{r} 32 \\ +\ 45 \\ \hline 77 \end{array}$$

a) Verificação pela propriedade comutativa:

$$\begin{array}{r} 45 \\ +\ 32 \\ \hline 77 \end{array}$$

b) Verificação pela operação inversa:

$$\begin{array}{r} 77 \\ -45 \\ \hline 32 \end{array}$$

2 — Seja agora a adição de três parcelas: 8 + 12 + 21:

$$\begin{array}{r} 8 \\ 12 \\ +21 \\ \hline 41 \end{array}$$

a) Verificação pela propriedade comutativa:

$$\begin{array}{r} 21 \\ 12 \\ +\ 8 \\ \hline 41 \end{array} \text{ ou } \begin{array}{r} 12 \\ 8 \\ +\ 21 \\ \hline 41 \end{array} \text{ ou } \begin{array}{r} 8 \\ 21 \\ +\ 12 \\ \hline 41 \end{array} \text{ ou } \begin{array}{r} 21 \\ 8 \\ +\ 12 \\ \hline 41 \end{array} \text{ ou } \begin{array}{r} 12 \\ 21 \\ +\ 8 \\ \hline 41 \end{array}$$

NOTA: É comum fazer-se êste tipo de verificação na própria conta, adicionando de baixo para cima.

b) Verificação pela operação inversa:

Fazemos a adição de tôdas as parcelas, menos uma.
Da soma que queremos verificar, subtraímos a nova soma.
O resultado deve ser o mesmo número de parcela retirada. Assim:

$$\begin{array}{r} 8 \\ +\ 12 \\ \hline 20 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 41 \\ -\ 20 \\ \hline 21 \end{array} \rightarrow \text{que foi a parcela retirada.}$$

O resultado da subtração só pode ser verificado pela adição correspondente visto que a subtração não possui propriedades e nem operação inversa. Ela é que é a operação inversa da adição. Esta é sempre direta.

Seja a subtração: 50 − 12

$$\begin{array}{r} 50 \\ -\ 12 \\ \hline 38 \end{array}$$

Verificação pela adição correspondente:

$$\begin{array}{r} 38 \\ +\ 12 \\ \hline 50 \end{array}$$

VARIAÇÃO DO RESULTADO DE UMA ADIÇÃO EM FUNÇÃO DO ACRÉSCIMO OU DECRÉSCIMO DE UMA DAS PARCELAS

Por meio de exemplos com adições de números pequenos levaremos a criança a concluir:

a) que quando uma das parcelas é aumentada, a soma também aumenta;

b) que quando uma das parcelas é diminuída, a soma também diminui.

Assim:

— Se adicionarmos 6 a 8, qual é a soma?
— E se adicionarmos 6 a 10?

Observemos:

$$\begin{array}{r} 8 \\ +\ 6 \\ \hline 14 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 10 & = (8+2) \\ +\ 6 & \\ \hline 16 & = (14+2) \end{array}$$

Outro exemplo para exploração:

$$\begin{array}{r} 12 \\ +23 \\ \hline 35 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 15 & = (12+3) \\ +\ 23 & \\ \hline 38 & = (35+3) \end{array}$$

Assim, variando para mais uma das parcelas e escrevendo à direita da parcela que sofreu o acréscimo o outro numeral que mostra o aumento sofrido e fazendo o mesmo com a soma, a criança, pela observação de muitos exemplos, concluirá, sòzinha, que aumentando uma das parcelas de 2 unidades, a soma também aumenta de 2 unidades (1.º exemplo) aumentando uma das parcelas de 3 unidades, a soma aumenta de 3 unidades (2.º exemplo) e assim por diante.

Êste processo, denominado "indução", exerce um papel muito importante na pesquisa das verdades matemáticas (que deverão ser provadas mais tarde). Pela indução, que é um processo empírico, usamos um tipo de raciocínio pelo qual, da observação de muitos casos particulares inferimos uma lei geral.

O aluno, após a observação de muitos exemplos como os dados acima, terá generalizado, embora de uma forma empírica, qual a alteração que invariàvelmente sofrerá a soma no caso de aumentarmos uma de suas parcelas de um certo número de unidades.

A seguir, apresentaremos exercícios e problemas para que seja aplicado o nôvo conhecimento.

1 — Numa adição de duas parcelas, a soma é 132. Se aumentarmos uma das parcelas de 8 unidades, qual será a nova soma?

A estrutura do problema é:

$$\begin{array}{rl} & \text{uma parcela} \\ + & \text{outra parcela} \\ \hline & \text{soma} \rightarrow 132 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} & \text{uma parcela} + 8 \\ + & \text{outra parcela} \\ \hline & \text{nova soma} \rightarrow 132 + 8 \end{array}$$

Logo, a sentença matemática correspondente ao problema é:

$\square = 132 + 8$

$\square = 140$

2 — Ao adicionar dois números, encontrei a soma 208. Aumentei o primeiro dêles de 25 unidades e adicionei novamente. Você é capaz de dizer qual a nova soma que encontrei?

$$\begin{array}{rl} & \text{uma parcela} \\ + & \text{outra parcela} \\ \hline & \text{soma} \rightarrow 208 \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{rl} & \text{uma parcela} + 25 \\ + & \text{outra parcela} \\ \hline & \text{nova soma} \rightarrow 208 + 25 \end{array}$$

Sentença matemática:

$\square = 208 + 25$

$\square = 233$

Após alguns exemplos com tôda a estrutura do problema, como fizemos acima, o aluno já poderá estruturá-lo mentalmente e partir das sentenças matemáticas.

Seja o seguinte exemplo:

Numa adição de duas parcelas, a soma é 1.008. Aumentando-se uma das parcelas de 27 unidades, qual será a nova soma?

$\square = 1.008 + 27$

$\square = 1.035$

Anàlogamente, isto é, por indução, ensinaremos a variação de soma quando uma das parcelas é diminuída.

Seja o seguinte exemplo:

$$\begin{array}{r} 18 \\ +20 \\ \hline 38 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 18 & \\ +\ 10 & = (20-10) \\ \hline 28 & = (38-10) \end{array}$$

Outro exemplo:

$$\begin{array}{r} 63 \\ +\ 7 \\ \hline 70 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 60 & = (63-3) \\ +\ 7 & \\ \hline 67 & (70-3) \end{array}$$

A criança, pela observação dos exemplos que formos dando, notará que diminuindo uma das parcelas, a soma diminui. No primeiro exemplo, diminuímos 10 unidades de uma das parcelas e a soma ficou diminuída de 10 unidades; no segundo exemplo, diminuímos 3 unidades de uma das parcelas e a soma também ficou diminuída de 3 unidades. Faremos com que as crianças vão explorando as variações para menos, numa parcela e na soma, até que generalizem a propriedade. A partir de então, poderemos aplicá-la em exercícios e problemas.

1 — Numa adição de duas parcelas, a soma é 65. Sendo uma das parcelas diminuída de 8 unidades, qual será a nova soma?

$\square = 65 - 8$

$\square = 57$

2 — Que acontecerá a uma soma igual a 75 se uma de suas parcelas fôr diminuída de 15 unidades?

$\square = 75 - 15$

$\square = 60$

VARIAÇÃO DO RESULTADO DE UMA SUBTRAÇÃO EM FUNÇÃO DO ACRÉSCIMO OU DECRÉSCIMO DE SEUS TÊRMOS

Também agora, é por meio de alguns exemplos de subtrações que levaremos a criança a concluir:

a) aumentando o minuendo, a diferença aumenta;

b) diminuindo o minuendo, a diferença diminui;

c) aumentando o subtraendo, a diferença diminui;

d) diminuindo o subtraendo, a diferença aumenta;

e) aumentando ou diminuindo os dois têrmos de um mesmo número, a diferença não se altera.

A criança irá observando e tirando suas conclusões, caso por caso. Não haverá necessidade de ensinar todos os casos em seguida. Poderemos, por exemplo, ensinar os dois primeiros, um de cada vez, e fazer aplicações por um tempo relativamente grande (2 ou 3 semanas, por exemplo). Paralelamente, trataremos de outros pontos do programa. Bem aprendidos os dois primeiros, começaremos a explorar o 3.º caso e a seguir o 4.º Aplicaremos também por algum tempo (2 ou 3 semanas) êstes últimos casos e uma vez ou outra, os dois primeiros. O 5.º caso só será introduzido quando o conhecimento dos quatro anteriores fôr bastante satisfatório. O problema do tempo para a aprendizagem destas variações de diferença em função da variação de seus têrmos não deve preocupar muito o professor. Se não houver tempo suficiente para que sejam todos os casos conhecidos enquanto o aluno cursa a 3.ª série, não faz mal, êle aprenderá quando estiver cursando a 4.ª série. O mais importante é que a parte ensinada fique realmente aprendida e continue sendo aplicada vez por outra para que não haja esquecimento e quando se tiver de prosseguir no assunto não precisar começar tudo de nôvo.

Vamos exemplificar cada caso.

a) Acréscimo no minuendo (mesmo acréscimo na diferença):

$$\begin{array}{r} 32 \\ -12 \\ \hline 20 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rl} 42 & = (32+10) \\ -12 & \\ \hline 30 & = (20+10) \end{array}$$

b) Decréscimo no minuendo (mesmo decréscimo na diferença):

$$\begin{array}{r} 65 \\ -15 \\ \hline 50 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rl} 58 & = (65-7) \\ -15 & \\ \hline 43 & = (50-7) \end{array}$$

c) Acréscimo no subtraendo (decréscimo do mesmo número na diferença):

$$\begin{array}{r} 40 \\ -18 \\ \hline 22 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rl} 40 & \\ -28 & = (18+10) \\ \hline 12 & = (22-10) \end{array}$$

d) Decréscimo no subtraendo (acréscimo do mesmo número na diferença):

$$\begin{array}{r} 34 \\ -\ 7 \\ \hline 27 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rl} 34 & \\ -\ 5 & = (7-2) \\ \hline 29 & = (27+2) \end{array}$$

e) Acréscimo do mesmo número ao minuendo e ao subtraendo (a diferença permanece a mesma):

$$\begin{array}{r} 25 \\ -\ 10 \\ \hline 15 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rl} 30 & = (25+5) \\ -\ 15 & = (10+5) \\ \hline 15 & \end{array}$$

f) Decréscimo do mesmo número ao minuendo e ao subtraendo (a diferença permanece a mesma):

$$\begin{array}{r} 34 \\ -\ 22 \\ \hline 12 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rl} 30 & = (34-4) \\ -\ 18 & = (22-4) \\ \hline 12 & \end{array}$$

Aplicação

Conforme forem sendo aprendidos os diferentes casos, iremos aplicando em exercícios e problemas.

Alguns exemplos já resolvidos:

1 — Em uma subtração cuja diferença é 20, aumentou-se o minuendo de 5 unidades. Qual a nova diferença?

A estrutura dêste problema é:

$$\begin{array}{l} \text{Minuendo} \\ -\ \text{Subtraendo} \\ \hline \text{Diferença} \rightarrow 20 \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{l} \text{Minuendo} + 5 \\ -\text{Subtraendo} \\ \hline \text{Diferença} \rightarrow 20 + 5 \end{array}$$

Logo, a sentença matemática é:

$\square = 20 + 5$

$\square = 25$

2 — Qual será a nova diferença numa subtração em que o minuendo sofreu uma diminuição de 8 unidades e a diferença é 72?

$$\begin{array}{l} \text{Minuendo} \\ -\ \text{Subtraendo} \\ \hline \text{Diferença} \rightarrow 72 \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{l} \text{Minuendo} - 8 \\ -\ \text{Subtraendo} \\ \hline \text{Diferença} \rightarrow 72 - 8 \end{array}$$

$\square = 72 - 8$

$\square = 64$

3 — Carlos devia efetuar uma subtração e encontrar para diferença o número 37. Entretanto, ao escrever o numeral do subtraendo para efetuar o cálculo, cometeu um engano: inverteu a ordem dos algarismos e, com isso, êle ficou com 9 unidades a mais. Qual a diferença que Carlos encontrou?

$$\begin{array}{l} \text{Minuendo} \\ -\ \text{Subtraendo} \\ \hline \text{Diferença} \rightarrow 37 \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{l} \text{Minuendo} \\ -\ (\text{Subtraendo} + 9) \\ \hline \text{Diferença} \rightarrow 37 - 9 \end{array}$$

$\square = 37 - 9$

$\square = 28$

4 — Subtraindo um número de outro, a diferença é 76. Se o subtraendo fôr diminuído de 15 unidades, qual será a diferença?

$$\begin{array}{l} \text{Minuendo} \\ -\text{Subtraendo} \\ \hline \text{Diferença} \rightarrow 76 \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{l} \text{Minuendo} \\ -(\text{Subtraendo} - 15) \\ \hline \text{Diferença} \rightarrow 76 + 15 \end{array}$$

$\square = 76 + 15$

$\square = 91$

Para os casos de variação do subtraendo, quando a criança sentir uma certa dificuldade em compreender a inversão do reflexo da variação do subtraendo (diminui o subtraendo, aumenta a diferença, aumenta o subtraendo, diminui a diferença) na diferença, precisamos procurar meios concretos ou, pelo menos, mais ao alcance de sua mentalidade para aclarar suas idéias. Então, além de efetuar os cálculos fazendo as variações e mostrando o resultado em operações ao lado da primeira, para efeito de comparação, como sugerimos no início dêste capítulo, podemos lembrá-la:

a) Quando se retira mais, sobra menos.

b) Quando se retira menos, sobra mais.

Problemas e exercícios de trôco para a mesma quantia em dinheiro dada em pagamento de objetos de preços diferentes resultando trocos diferentes servirão para tornar mais evidente a variação da diferença em função da variação do subtraendo. Por exemplo, se eu der Cr$ 10,00 para pagar um abacaxi de Cr$ 1,50, receberei um certo trôco. Se o abacaxi custar mais caro que o preço estipulado acima, meu trôco será menor; se êle custar mais barato, meu trôco será maior.

5 — Dei Cr$ 20,00 para pagar um tecido e devia receber um trôco de Cr$ 6,20. O comerciante fêz-me, porém, um desconto de Cr$ 0,80. Qual foi o meu trôco?

$$\begin{array}{r} 20{,}00 \\ -\ \text{Despesa} \\ \hline 6{,}20 \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{r} 20{,}00 \\ -\ (\text{Despesa} - 0{,}80) \\ \hline 6{,}20\ +\ 0{,}80 \end{array}$$

A criança compreenderá logo que, se houve desconto, a mercadoria custou menos e sobrou mais dinheiro.

$\square = 6{,}20 + 0{,}80$

$\square = 7{,}00$

6 — Ana Lúcia recebeu Cr$ 50,00 e saiu para comprar um bôlsa que viu na vitrina sabendo que lhe sobrariam Cr$ 22,00, pois o preço estava marcado na mesma. Chegando à loja, verificou que o preço da bôlsa tinha sido aumentado em Cr$ 5,00. Quanto lhe sobrou?

$$\begin{array}{r} 50{,}00 \\ -\ \text{preço da bôlsa} \\ \hline 22{,}00 \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{r} 50{,}00 \\ -\ (\text{preço da bôlsa} + 5{,}00) \\ \hline 22{,}00\ -\ 5{,}00 \end{array}$$

$\square = 22{,}00 - 5{,}00$

$\square = 17{,}00$

7 — Mamãe saiu de casa para comprar um vestido levando o dinheiro suficiente para a compra e uma sobra de Cr$ 20,00 para uma emergência. Papai, ao vê-la sair, deu-lhe mais Cr$ 10,00. Ao chegar à loja onde vira o vestido e o preço na véspera, notou que êle tinha seu preço aumentado em Cr$ 10,00. Quanto sobrou para mamãe?

$$\begin{array}{l} \text{Dinheiro de mamãe} \\ \text{preço do vestido} \\ \hline \text{Sobra} \rightarrow 20{,}00 \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{l} (\text{dinheiro de mamãe} + 10{,}00) \\ -\ (\text{preço do vestido} + 10{,}00) \\ \hline \text{Sobra} \rightarrow 20{,}00 \end{array}$$

$\square = 20{,}00$

Não há necessidade de cálculo algum, porque a sentença matemática que a estrutura do problema oferece já dá o valor de $\square$ que é o valor procurado, isto é, a sobra do dinheiro levado para a compra.

8 — Numa subtração cuja diferença era 17, o minuendo foi diminuído de 3 unidades e o subraendo também. Qual é a nova diferença?

$$\begin{array}{l} \text{Minuendo} \\ -\ \text{Subtraendo} \\ \hline \text{Diferença} \rightarrow 17 \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{l} (\text{minuendo} - 3) \\ -\ (\text{subtraendo} - 3) \\ \hline \text{Diferença} \rightarrow 17 \end{array}$$

$\square = 17$

EXERCÍCIOS 7

1 — Coloque V ou F dentro dos parênteses conforme você ache que as sentenças são verdadeiras ou falsas. (Se não tiver certeza, experimente, usando exemplos seus.)

a) Aumentando-se uma parcela, a soma aumenta. ( )

b) Aumentando-se o minuendo, a diferença diminui. ( )

c) Aumentando-se o subtraendo, a diferença diminui. ( )

d) Diminuindo-se uma das parcelas, a soma diminui. ( )

e) Diminuindo-se o minuendo, a diferença diminui. ( )

f) Diminuindo-se o subtraendo, a diferença aumenta. ( )

g) Aumentando-se os dois têrmos de uma subtração, de uma mesma quantidade, o resto não se altera. ( )

h) Diminuindo-se os dois têrmos de uma subtração, de uma mesma quantidade, o resto diminui. ( )

2 — Complete cada uma das sentenças que seguem, de modo a torná-las verdadeiras:

a) Acrescentando 6 unidades a uma das parcelas, a soma fica ....de..................unidades.

b) Acrescentando 10 unidades ao minuendo e 10 unidades ao subtraendo, o resto..................................

c) Diminuindo uma dezena de uma parcela, a soma fica........

d) Diminuindo 13 unidades do subtraendo, a diferença fica ....

e) Se aumentarmos 8 dezenas ao subtraendo, a diferença ficará ....de..............dezenas.

f) Diminuindo-se tanto o minuendo como o subtraendo de 15 unidades, a diferença ficará..

TÉCNICAS OPERATÓRIAS DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM NÚMEROS NATURAIS MAIORES QUE 1.000 E MENORES QUE 10.000.

A adição e a subtração tiveram seu ensino iniciado na primeira série e prosseguido na segunda. Nossos primeiros volumes já se referiram a elas em seus aspectos fundamentais e, inclusive, às técnicas para operá-las. Vamos, agora, dar prosseguimento ao seu estudo tomando como ponto de partida aquêle em que paramos, no segundo volume, quando tratamos do ensino da adição com reservas de uma ordem para outra.

Nesta série, não haverá mais necessidade de concretizar no cartaz "Valor do Lugar" todos os casos quer de adição ou de subtração. A criança que aprendeu bem nas séries anteriores já dominou todo o processo e os seus fundamentos. Apenas haverá necessidade de voltar ao cartaz quando fôr notado que não houve o suficiente preparo nos anos anteriores e, neste caso, será preferível começar tudo de nôvo. Partiremos, portanto, da técnica de adicionar e subtrair números maiores que 100, o que, aliás, também já tivemos oportunidade de tratar em nosso volume anterior.

É fácil formularmos uma questão qualquer, prática, que leve à necessidade de adicionar 643 e 255, por exemplo. Como já sabemos que os números têm muitos nomes (numerais), podemos escolher os numerais dos números que serão somados de modo a auxiliar na determinação da soma.

Seja a adição sugerida acima o nosso primeiro exemplo. O aluno já deve saber efetuá-la, com o emprêgo do cartaz "Valor do Lugar" ou verbalizando todo o processo mentalmente, como vimos no segundo volume. Agora, porém, vamos empregar a técnica de renomear os numerais das parcelas, pondo em evidência as unidades que cada ordem representa sem nenhum material concreto.

Vejamos:

$$\begin{array}{r} 643 \\ +\ 235 \\ \hline \end{array} \qquad \text{ou} \qquad \begin{array}{r} 600 + 40 + 3 \\ +\ (200 + 30 + 5) \\ \hline 800 + 70 + 8 \text{ ou } 878 \end{array}$$

Neste exemplo não houve necessidade de reagrupar as diversas unidades e tudo ficou muito simples.

Vejamos um exemplo em que haja transporte das unidades para as dezenas:

$$\begin{array}{r} 368 \\ +\ 427 \\ \hline \end{array} \qquad \text{ou} \qquad \begin{array}{l} \ 300 + 60 + 8 \\ +\ (400 + 20 + 7) \\ \hline 700 + 60 + 15 \\ 700 + 80 + (10 + 5) \rightarrow \text{outro numeral de 15} \\ 700 + (80 + 10) + 5 \rightarrow \text{(propriedade associativa)} \\ 700 + 90 + 5 \text{ ou } 795 \end{array}$$

Para a criança chegar à técnica pròpriamente dita, apresentaremos o mesmo exemplo explicado acima mas já de uma forma mais curta:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 368 \\ +427 \\ \hline 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 368 \\ +427 \\ \hline 95 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 368 \\ +\ 427 \\ \hline 795 \end{array}$$

$$8 + 7 = 15 \text{ ou } 10 + 5 \qquad 10 + 60 + 20 = 90 \qquad 300 + 400 = 700$$

Por último, ela empregará mentalmente as sentenças que expressam a soma das unidades, das dezenas e das centenas, assim como as flechas que indicam onde anotar cada resultado parcial. Nesta fase final deverá, também, se acostumar a guardar de memória o transporte, para não viciar na escrita do mesmo ao alto de cada coluna, o que não é errado, apenas é deselegante, pois mostra uma certa desatenção.

Como vemos, a técnica da adição é baseada no Sistema de Numeração Decimal, nos fatos fundamentais e na propriedade associativa da operação. É um processo mecânico ao qual desejamos que o aluno chegue para facilitar a operação quando tiver de operar com números grandes mas que deve, antes de tudo, ser compreendido.

Outro exemplo, agora com reservas das dezenas para as centenas:

$$\begin{array}{r} 582 \\ +\ 254 \\ \hline \end{array} \qquad \text{ou} \qquad \begin{array}{l} \ 500 + \ 80 + 2 \\ +\ (200 + \ 50 + 4) \\ \hline 700 + 130 + 6 \\ 700 + (100 + 30) + 6 \text{ outro numeral de 130} \\ (700 + 100) + 30 + 6 \rightarrow \text{propriedade associativa} \\ 800 + 30 + 6 \text{ ou } 836 \end{array}$$

A seguir, uma forma mais curta de explicar o mesmo exemplo, escrevendo as sentenças matemáticas que expressam a soma das unidades, dezenas e centenas.

$$\begin{array}{r} 582 \\ +\ 254 \\ \hline 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 582 \\ +254 \\ \hline 36 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 582 \\ +254 \\ \hline 836 \end{array}$$

$2 + 4 = 6 \quad 80 + 50 = 130$ ou $100 + 30 \quad 100 + 500 + 200 = 800$

E a seguir a criança poderá passar para a técnica pura e simples.

O processo pode ser estendido para adicionar números tão grandes quanto quisermos. Por exemplo:

$$\begin{array}{r} 2.543 \\ +\ 1.639 \\ \hline \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 2.000 + 500 + 40 + 3 \\ +\ (1.000 + 600 + 30 + 9) \\ \hline 3.000 + 1.100 + 70 + 12 \end{array}$$

$3.000 + (1.000 + 100) + 70 + (10 + 2)$

(outro numeral de 1.100) e de 12.

$(3.000 + 1.000) + 100 + (70 + 10) + 2$ (propriedade associativa)

$4.000 + 100 + 80 + 2$ ou 4.182

Após a compreensão do processo, êste procedimento pode ser abreviado:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2.543 \\ +\ 1.639 \\ \hline 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2.543 \\ +\ 1.639 \\ \hline 82 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 2.543 \\ +\ 1.639 \\ \hline 182 \end{array}$$

$3+9=12=10+2 \quad 10+40+30=80 \quad 500+600=1.100=1.000+100$

$$\begin{array}{r} 2.543 \\ +\ 1.639 \\ \hline 4.182 \end{array}$$

$1.000 + 2.000 + 1.000 = 4.000$

A técnica de subtrair também será explicada, agora, tomando por base os princípios do Sistema de Numeração Decimal e os fatos fundamentais.

O aluno de 3.ª série já deve conhecer alguns casos mais fáceis da técnica operatória da subtração por um (ou pelos dois) dos processos: decomposição e adições iguais, processos êstes explicados no nosso segundo volume.

Vejamos agora, por qualquer dos dois processos, como podemos explicar essas técnicas de uma forma mais completa e de acôrdo com seus fundamentos matemáticos.

Seja a seguinte subtração:

$$\begin{array}{r} 546 \\ -\ 224 \\ \hline \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 500 + 40 + 6 \\ -\ (200 + 20 + 4) \\ \hline 300 + 20 + 2 \end{array} \quad \text{ou} \quad 322$$

Outro exemplo:

$$\begin{array}{r} 3.562 \\ -\ 1.201 \\ \hline \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 3.000 + 500 + 60 + 2 \\ -\ (1.000 + 200 + \ \ 0 + 1) \\ \hline 2.000 + 300 + 60 + 1 \end{array} \quad \text{ou} \quad 2.361$$

Outras vêzes, é preciso procurar ainda outros nomes ou numerais para poder prosseguir empregando a técnica acima descrita.

Seja a seguinte subtração:

$$\begin{array}{r} 8.539 \\ -\ 3.286 \\ \hline \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 8.000 + 500 + 30 + 9 \\ -\ (3.000 + 200 + 80 + 6) \\ \hline ? + 3 \end{array}$$

Sendo 80 maior que 30, estamos diante de um caso de impossibilidade da subtração. Sabemos que $30 - 80$ não é numeral de nenhum número natural. Mas, podemos encontrar outro numeral para representar o minuendo da subtração e vencer essa dificuldade: $(500 + 30)$ é o mesmo que $(400 + 130)$.

$$\begin{array}{r} 8.539 \\ -\ 3.286 \\ \hline \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 8.000 + 400 + 130 + 9 \\ -\ (3.000 + 200 + 80 + 6) \\ \hline 5.000 + 200 + 50 + 3 \end{array} \quad \text{ou} \quad 5.253$$

Outro exemplo:

$$\begin{array}{r} 4.252 \\ -\ 1.326 \\ \hline \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 4.000 + 200 + 50 + 2 \\ -\ (1.000 + 300 + 20 + 6) \\ \hline + ? \end{array}$$

Sendo 6 maior que 2, precisamos encontrar outro numeral que torne possível a subtração. Como $50 + 2$ expressa o mesmo número que $40 + 12$, isto é, $50 + 2$ e $40 + 12$ representam o mesmo número, podemos escrever:

$$\begin{array}{r} 4.252 \\ -\ 1.326 \\ \hline \end{array} \text{ é o mesmo que: } \begin{array}{r} 4.000 + 200 + 40 + 12 \\ -(1.000 + 300 + 20 + 6) \\ \hline ? + 20 + 6 \end{array}$$

$200 - 300$ também não é numeral de nenhum número natural. Mas $4.000 + 200 = 3.000 + 1.200$. Então, podemos prosseguir.

$$\begin{array}{r} 4.252 \\ -\ 1.326 \\ \hline \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 3.000 + 1.200 + 40 + 12 \\ -\ (1.000 + \ \ 300 + 20 + 6) \\ \hline 2.000 + \ \ 900 + 20 + 6 \end{array} \quad \text{ou} \quad 2.926$$

O processo pode ser abreviado para os exemplos acima, assim:

$$\begin{array}{r} 546 \\ -\ 224 \\ \hline 322 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3.562 \\ -1.201 \\ \hline 2.361 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle (4)(13)} \\ 8.5\ 3\ 9 \\ -\ 3.2\ 8\ 6 \\ \hline 5.2\ 5\ 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle (3)\,(12)\,(4)(12)} \\ 4.2\ 5\ 2 \\ -\ 1.3\ 2\ 6 \\ \hline 2.9\ 2\ 6 \end{array}$$

Se quisermos, acertados os numerais convenientes, em cada caso, poderemos efetuar a operação pelo processo das adições iguais. Assim:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle (13)} \\ 8.539 \\ -\ 3.286 \\ \hline 5.253 \end{array}$$

6 para 9, 3;
8 para 3, ?;
8 para 13, 5;

agora é preciso adicionar uma dezena ao subtraendo para compensar aquela que adicionamos ao minuendo.

$(2 + 1)$ centenas para 5 centenas, 2;
3 para 8, 5.

Muitos exemplos deverão ser dados para que a noção fique realmente aprendida.

O processo exposto para a técnica de adição é extensivo às adições de mais de duas parcelas.

Além de problemas de raciocínio bem simples e que requeiram o cálculo de adições ou subtrações cujas técnicas queremos que os alunos fixem, poderemos sugerir os exercícios que seguem.

EXERCÍCIOS 8

1 — Descubra cada uma das somas abaixo, empregando a técnica que você conhece.

a) 2.532 + 3.249
b) 1.384 + 5.243
c) 3.205 + 2.994
d) 2.186 + 3.368
e) 1.664 + 5.859
f) 2.809 + 6.950

2 – Descubra cada uma das diferenças que seguem empregando a técnica que conhece.

a) 742 – 328
b) 2.586 – 740
c) 3.214 – 1.036
d) 2.843 – 2.389
e) 5.531 – 3.615
f) 6.422 – 2.838

3 — Efetue cada uma das adições seguintes e verifique os resultados pela operação inversa.

$$\begin{array}{r} 3.642 \\ +\ 2.398 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6.483 \\ +\ 1.852 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4.059 \\ +\ 2.876 \\ \hline \end{array}$$

4 — Efetue cada uma das adições que seguem e verifique os resultados empregando a propriedade comutativa.

$$\begin{array}{r} 284 \\ 308 \\ +\ 596 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2.653 \\ 282 \\ +\ \ 58 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3.425 \\ 1.056 \\ 854 \\ +\ \ 632 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2.028 \\ 5.833 \\ 2.504 \\ +\ \ 696 \\ \hline \end{array}$$

5 — Efetue cada uma das subtrações que seguem e verifique o resultado pela adição correspondente.

$$\begin{array}{r} 632 \\ -\ 209 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1.486 \\ -\ 799 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2.304 \\ -\ 1.148 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6.243 \\ -\ 2.384 \\ \hline \end{array}$$

6 — Invente duas adições e duas subtrações. Efetue as operações que você imaginou e faça as verificações como você achar mais fácil.

7 — Se você tiver de adicionar 1.350 a 2.500, a soma será um número maior ou menor que 4.000? (Responda sem fazer o cálculo, apenas observando os numerais dos números que vão ser somados.) Verifique.

8 — A soma de 1.845 com 1.640 é maior ou menor que 3.000? Verifique.

9 — Ao efetuar a seguinte subtração: 836 - 654, a diferença encontrada é maior ou menor que 200? Verifique.

10 — A diferença entre 584 e 395 está mais próxima de 100 ou de 200?

PROPRIEDADES DA ADIÇÃO

O aluno da 3.ª série já vem tomando contato com as propriedades da adição há algum tempo. Já deve saber, inclusive, expressá-las por meio de sentenças matemáticas. Se o seu conhecimento ainda não atingiu êste estágio é aconselhável um trabalho preparatório para o prosseguimento normal das atividades que exigem essa base. No volume anterior pode ser encontrada a parte que, talvez, possa estar faltando levar ao conhecimento da criança.

Exercícios exploratórios nos levarão a concluir se a classe está ou não em condições de prosseguir.

EXERCÍCIOS 9

1 — Escreva V ou F, dentro dos parênteses, conforme você ache que cada uma das sentenças abaixo é verdadeira ou falsa.

a) $3 + 9 = 9 + 3$ ( )
b) $9 + 8 \neq 8 + 9$ ( )
c) $3 + 5 + 8 = 5 + 8 + 3$ ( )
d) $24 + 25 > 15 + 24$ ( )
e) $2.357 + 508 + 103 \neq 2.357 + 103 + 508$ ( )

2 — Complete os exercícios abaixo:

a) $(6 + 4) + 5 = 6 + (\ldots. + \ldots.)$
b) $(13 + 8) + 5 = \ldots. + (\ldots. + \ldots.)$
c) $(\ldots. + \ldots.) + 10 = 12 + (5 + \ldots.)$
d) $15 + (18 + 12) = (\ldots. + \ldots.) + \ldots.$
e) $23 + (\ldots. + \ldots.) = (\ldots. + 12) + 8$

3 — Verifique, sem efetuar os cálculos, se são verdadeiras as sentenças que seguem:

a) $15 + 0 + 18 = 15 + 18$
b) $276 + 152 + 0 + 13 = 276 + 152 + 13$
c) $5.275 + 0 + 2.830 + 0 = 5.275 + 2.830$

4 — Tôda a adição indicada pode representar um número natural?

Assim: $10 + 5$, $18 + 4$, $32 + 2$, $5 + 10$, $4 + 18$, $2 + 32$, etc.
Pense e responda.

5 — Tôda a subtração indicada pode representar um número natural?

Assim: $10 - 8$, $16 - 4$, $100 - 9$, $8 - 10$, $4 - 16$, $9 - 100$, etc.
Pense e responda.

6 — Verifique se tôdas as subtrações seguintes são possíveis:

$$\begin{array}{r}243\\-\ 181\\\hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}2.536\\-\ 862\\\hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}28\\-\ 45\\\hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}135\\-182\\\hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}5.483\\-\ 2.895\\\hline\end{array}$$

A sentença matemática que expressa a comutatividade da adição é uma conclusão lógica a que se chega a partir de duas outras sentenças nas quais a ordem dos têrmos é trocada.

Sejam as sentenças:

$$3 + 8 = 11 \quad \text{e} \quad 8 + 3 = 11$$

As duas sentenças de nosso exemplo têm por soma o número 11. Entretanto, elas não são iguais porque, na primeira, os têrmos são 3 e 8; na segunda, os têrmos são o mesmo par em outra ordem: 8 e 3. Esta observação nos leva ao seguinte raciocínio lógico:

Se $3 + 8$ é um numeral do número onze e $8 + 3$ é outro numeral do número onze, então o número que ambos representa é o mesmo. Logo, $3 + 8 = 8 + 3$

Esta última sentença põe em evidência a *propriedade* denominada *comutativa da adição.*

As sentenças que seguem expressam a mesma propriedade para essa operação:

$5 + 12 = 12 + 5$

$6 + 4 + 7 = 7 + 4 + 6 = 4 + 7 + 6 = 7 + 6 + 4 = 4 + 6 + 7 =$
$= 6 + 7 + 4$

$192 + 33 = 33 + 192$

$16 + 12 + 8 = 8 + 12 + 16$

$19 + 0 = 0 + 19$

A propriedade associativa da adição também é expressa por uma sentença matemática que é a conclusão que se tira de duas outras. Seja a adição $3 + 7 + 5$. Como a adição é uma operação binária, devemos efetuar a primeira adição $(3 + 7)$ e à primeira soma adicionar a última parcela (5), para saber a soma de $3 + 7 + 5$.

Assim: $(3 + 7) + 5 = 10 + 5 = 15$

Entretanto, se fizermos a associação dos dois últimos têrmos, encontraremos o mesmo resultado:

$$3 + (7 + 5) = 3 + 12 = 15$$

Portanto, $(3 + 7) + 5$ e $3 + (7 + 5)$ são dois numerais diferentes do número 15, logo, êles representam o mesmo número e:

$$(3 + 7) + 5 = 3 + (7 + 5)$$

A sentença acima é a expressão da *propriedade associativa da adição.*

Damos, a seguir, alguns exemplos de sentenças que exprimem essa propriedade na adição. O aluno deve verificá-las para ter a certeza de que são verdadeiras.

$(4 + 9) + 5 = 4 + (9 + 5)$

$(13 + 25) + 100 = 13 + (25 + 100)$

$18 + (32 + 53) = (18 + 32) + 53$

$115 + (25 + 36) = (115 + 25) + 36$

Existe ainda uma propriedade da adição que o aluno de 3.ª série pràticamente já conhece mas que não sabe ser ela uma propriedade. É a da existência de um único número natural que, adicionado a outro número natural reproduz êste outro. É o número zero. Vejamos:

$0 + 5 = 5 \qquad 5 + 0 = 5 \qquad 12 + 0 = 12 \qquad 0 + 12 = 12$

Zero é o único número que apresenta essa propriedade especial. Por esta característica que lhe é exclusiva na operação de adição, dizemos que o **"zero é o elemento neutro da adição"**.

EXERCÍCIOS 10

1 — Assinale a resposta correta.

Se $19 + \square = 19$, então

a) $\square = 19$
b) $\square = 1$
c) $\square = 0$

2 — Complete, tornando verdadeiras as sentenças que seguem:

a) .... + 8 = 8 + ...
b) 14 + ... = 14
c) 18 + ... = 18
d) 0 + ... = 20
e) ... + 10 = ... + 25

3 — Complete cada sentença abaixo empregando a propriedade associativa nas parcelas que tornam mais fácil o cálculo do resultado.

a) 15 + 5 + 12 = (... + ...) + ... = ... + ... = ...
b) 8 + 37 + 3 = ... + (.... + ...) = ... + ... = ...
c) 92 + 8 + 43 = ...
d) 53 + 95 + 5 = ...
e) 193 + 7 + 56 = ...

EXPRESSÕES NUMÉRICAS COM ADIÇÕES E SUBTRAÇÕES

Que os números podem ser representados pelos mais diversos numerais já não deve ser novidade aos nossos alunos de 3.ª série primária.

Em 2 + 3 (uma soma indicada) cujo numeral mais simples é 5, êles já se acostumaram a "ver" o número cinco. Em 8 − 3 (uma diferença indicada) que também tem para numeral mais simples o símbolo 5, êles têm a idéia do número cinco. Em 3 + 4 − 2, temos uma soma indicada e uma diferença indicada cujo numeral mais simples também é 5 e que, portanto, representa o número cinco.

Chamam-se *expressões numéricas* tais numerais que não são os *mais simples*. Assim, os numerais

$$\left.\begin{array}{l} 2+3 \\ 8-5 \\ 3+4-2 \end{array}\right\} \text{são expressões numéricas}$$

Quando efetuamos as operações na ordem em que aparecem indicadas na expressão numérica, encontramos o seu numeral mais simples e passamos a ter uma idéia muito clara do número que ela expressa.

A denominação *expressão numérica* é muito apropriada, pois elas *expressam* a idéia de números. Não devem ser confundidas com as sentenças matemáticas: estas, têm sentido completo, sujeito e predicado; as expressões numéricas não têm sentido completo, falta-lhes o predicado.

Exemplos:

4 + 5 é uma expressão numérica;

4 + 5 = 9 é uma sentença matemática; esta, tem sujeito e predicado: 4 mais cinco (sujeito) *é igual a* 9, (predicado) a primeira, 4 + 5 não é sentença, é a expressão de uma idéia, é um nome.

Para encontrar o numeral mais simples de uma expressão numérica em que aparecem apenas adições, subtrações ou ambas as operações, devemos efetuá-las na ordem em que elas aparecem. Assim:

Seja a expressão numérica:

8 + 2 − 5 + 4

Faremos: 8 + 2 = 10; 10 − 5 ; 5 + 4 = 9

Então, o numeral mais simples da expressão acima é 9 e ficamos sabendo que ela expressa o número nove.

Podemos precisar melhor a ordem em que as operações indicadas deverão ser efetuadas numa expressão numérica, empregando os *sinais de associação*, alguns dos quais a criança já conhece: parênteses, colchêtes e chaves. Empregaremos apenas os primeiros, nesta série (3.ª).

Assim, a expressão $13 - 3 + 8$, embora não haja necessidade de "pontuação", porque sabemos que as operações devem ser efetuadas na ordem em que aparecem, podemos pontuá-la: $(13 - 3) + 8$. Tanto a primeira forma (sem os parênteses) como a segunda (com os parênteses) expressam o mesmo número: dezoito, cujo numeral mais simples é 18.

Mas, a pontuação de uma expressão numérica é muito importante porque, como veremos, os mesmos símbolos e as mesmas operações podem representar mais de um número. Seja a seguinte expressão, não pontuada:

$$12 - 5 + 2$$

Assim, como está representada, seu numeral mais simples é 9. As operações são efetuadas na ordem em que aparecem. Poderemos pontuá-la indicando a mesma ordem $(12 - 5) + 2$ e, evidentemente, o numeral mais simples será o mesmo, 9.

Entretanto, se colocarmos os parênteses envolvendo a soma indicada $5 + 2$, teremos:

$$12 - \underbrace{(5 + 2)}_{7}$$

O numeral mais simples, neste caso, será encontrado efetuando-se a operação $12 - 7$ cujo resultado é 5. Logo, a pontuação, neste caso, mudou o resultado da expressão. Antes, ela expressava o número nove; agora, expressa o número cinco.

EXERCÍCIOS 11

Procurar o numeral mais simples para representar cada uma das expressões que seguem:

1 — $18 - 3 + 5$
2 — $(25 + 5) - 4$
3 — $25 + (5 - 4)$
4 — $(13 + 2) - (8 - 3)$

5 — $26 - 3 + (9 - 5)$
6 — $(10 - 2 + 6) - (9 - 6)$
7 — $20 - (2 + 8 + 10)$
8 — $(19 + 4 - 3) - (14 + 5)$
9 — $132 - (28 + 55)$
10 — $(147 + 235) - (100 - 17)$

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE NÚMEROS NATURAIS

REVISÃO DE CONCEITOS

O conceito de multiplicação como uma adição de parcelas iguais pode ser revisto através de exercícios como os que seguem:

EXERCÍCIOS 12

1 — Verifique se são verdadeiras ou falsas as sentenças que seguem:

a) $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$
b) $5 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4$
c) $3 \times 6 = 6 + 6 + 6$
d) $8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 5 \times 8$
e) $2 + 2 + 2 + 2 = 4 \times 2$

2 — Complete cada uma das sentenças seguintes, tornando-as verdadeiras:

a) $3 + 3 + 3 = 3 \times \ldots$
b) $8 + 8 = \ldots \times 8$
c) $4 + 4 + 4 = \ldots \times \ldots.$
d) $3 + 3 + 3 + 3 = \ldots \times \ldots$
e) $6 + 6 + 6 = \ldots \times \ldots$
f) $3 \times 7 = 7 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
g) $5 \times 6 = 6 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
h) $4 \times 9 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
i) $6 \times 7 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
j) $5 \times 8 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

A revisão do conceito de divisão como a operação que desfaz a ação praticada pela multiplicação (operação inversa da multiplicação) também será feita através de exercícios.

EXERCÍCIOS 13

1 — Complete as seguintes sentenças pensando na relação existente entre a multiplicação e a divisão:

a) $5 \times 8 = 40$, então $40 \div 8 = \ldots$
b) $10 \times 3 = 30$, então $30 \div 3 = \ldots\ldots$

c) $6 \times 7 = \ldots$ então $\ldots \div 7 = 6$
d) $8 \times 6 = \ldots$ então $\ldots \div 6 = 8$
e) $4 \times 9 = \ldots$ então $\ldots \div \ldots = \ldots$
f) $7 \times 7 = \ldots$ então $\ldots \div \ldots = \ldots$

2 — Complete cada uma das relações seguintes, tornando-as verdadeiras:

a) $6 \times 9 = 54 \Longleftrightarrow 54 \div \ldots = \ldots$
b) $7 \times 8 = \ldots \Longleftrightarrow \ldots \div \ldots = \ldots$
c) $9 \times 7 = \ldots \Longleftrightarrow \ldots \div \ldots = \ldots$
d) $6 \times 6 = \ldots \Longleftrightarrow \ldots \div \ldots = \ldots$
e) $9 \times 5 = \ldots \Longleftrightarrow \ldots \div \ldots = \ldots$
f) $15 \times 10 = 150 \Longleftrightarrow 150 \div 10 = \ldots$
g) $12 \times 10 = \ldots \Longleftrightarrow \ldots \div 10 = \ldots$
h) $25 \times 10 = \ldots \Longleftrightarrow \ldots \div 10 = \ldots$

3 — Relacionando a multiplicação com a divisão, descubra o valor de $\square$ em cada sentença:

a) $\square \times 3 = 21 \Longleftrightarrow 21 \div 3 = \square$ ou $\square = \ldots$
b) $\square \times 8 = 32 \Longleftrightarrow 32 \div \ldots = \Diamond$ ou $\square = \ldots$
c) $\square \times 10 = 180 \Longleftrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots$ ou $\square = \ldots$
d) $\square \times 9 = 72 \Longleftrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots$ ou $\square = \ldots$

4 — Descubra o valor de $\square$ em cada uma das sentenças abaixo. Antes de relacionar a multiplicação com a divisão, empregue a propriedade comutativa da multiplicação para que o valor desconhecido se torne o primeiro têrmo da multiplicação, como no primeiro exercício:

a) $5 \times \square = 40$
ou $\square \times 5 = 40 \Longleftrightarrow 40 \div 5 = \square$ ou $\square = \ldots$
b) $8 \times \square = 56$
ou $\square \times \ldots = \ldots \Longleftrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots$ ou $\square = \ldots$
c) $10 \times \square = 260$
ou $\ldots\ldots\ldots\ldots \Longleftrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots$ ou $\square = \ldots$
d) $9 \times \square = 63$
ou $\ldots\ldots\ldots\ldots \Longleftrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots$ ou $\square = \ldots$

5 — Empregando mentalmente a propriedade comutativa da multiplicação e a sua operação inversa, descubra o valor de $\square$:

a) $6 \times \square = 42$, então $\square = 42 \div \ldots\ldots$ ou $\square = \ldots$
b) $8 \times \square = 64$, então $\square = 64 \div \ldots\ldots$ ou $\square = \ldots$
c) $8 \times \square = 640$, então $\square = 640 \div \ldots\ldots$ ou $\square = \ldots$
d) $9 \times \square = 36$, então $\square = 36 \div \ldots\ldots$ ou $\square = \ldots$
e) $9 \times \square = 360$, então $\square = 360 \div \ldots\ldots$ ou $\square = \ldots$

6 — Valendo-se da relação existente entre a multiplicação e a divisão, descubra o valor de $\square$:

a) $\square \div 5 = 6 \Longleftrightarrow 6 \times 5 = \square$ ou $\square = \ldots$
b) $\square \div 8 = 7 \Longleftrightarrow 7 \times 8 = \square$ ou $\square = \ldots$
c) $\square \div 7 = 9 \Longleftrightarrow 9 \times \ldots = \square$ ou $\square = \ldots$
d) $\square \div 10 = 8 \Longleftrightarrow \ldots\ldots\ldots$ ou $\square = \ldots$
e) $\square \div 10 = 15 \Longleftrightarrow \ldots\ldots\ldots$ ou $\square = \ldots$

7 — Como a divisão não é comutativa, descubra primeiro as multiplicações correspondentes a cada uma delas e depois determine o valor de $\square$:

a) $36 \div \square = 9 \Longleftrightarrow 9 \times \square = 36$
sendo $9 \times \square = 36$, então $\square = 36 \div \ldots$ ou $\square = \ldots$
b) $54 \div \square = 6 \Longleftrightarrow 6 \times \square = 54$
sendo $6 \times \square = 54$, então $\square = \ldots\ldots\ldots$ ou $\square = \ldots$
c) $72 \div \square = 8 \Longleftrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
sendo $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ ou $\square = \ldots$
d) $720 \div \square = 8 \Longleftrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
sendo $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ ou $\square = \ldots$
e) $64 \div \square = 4 \Longleftrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
sendo $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ ou $\square = \ldots$

8 — Você já sabe que $5 + 5 = 2 \times 5$

Então, $\square + \square = 2 \times \square$ e $\square + \square + \square = 3 \times \square$

Transforme as seguintes adições de parcelas iguais, mas de valor desconhecido, em multiplicações:

a) $\square + \square + \square = \ldots \times \square$
b) $\square + \square = \ldots \times \ldots$
c) $\square + \square + \square + \square + \square = \ldots \times \ldots$
d) $\square + \square + \square + \square + \square + \square + \square = \ldots \times \ldots$
e) $\square + \square + \square + \square = \ldots \times \ldots$

9 — Descubra o valor de □, em cada sentença abaixo, transformando as adições de parcelas iguais nas equivalentes multiplicações:

a) □ + □ + □ = 24
3 × □ = ...
□ = ... ÷ ...
□ = ...

b) □ + □ + □ + □ = 32
... × ... = ...
□ = ... ÷ ...
□ = ...

c) □ + □ + □ = 159
... × ... = ...
□ = ...
□ = ...

d) □ + □ + □ + □ = 620
e) □ + □ + □ = 900
f) □ + □ = 1.856
g) □ + □ + □ = 3.546
h) □ + □ + □ + □ = 1.672

10 — Adicionando 5 parcelas iguais, encontrei a soma 755. Qual o valor de cada uma das parcelas?

A sentença matemática que corresponde ao enunciado do problema é:

□ + □ + □ + □ + □ = 755

Para encontrar o valor de □ (desconhecido), transformamos essa sentença na sua equivalente de multiplicação:

5 × □ = 755
□ = 755 ÷ 5
□ = 151

O aluno deverá verificar o resultado.

NOMENCLATURA DOS TÊRMOS DA MULTIPLICAÇÃO E DA DIVISÃO

Também os têrmos da multiplicação têm, cada um dêles, o seu nome. De forma geral, denominam-se *fatôres* os têrmos que vão ser multiplicados. Tanto o primeiro têrmo como o segundo têrmo podem ser assim chamados porque, sendo a operação comutativa, êles podem ocupar tanto uma posição como outra sem que o resultado se altere. O mesmo se dá com a adição, quando todos os têrmos têm a denominação geral de parcelas, por ser a adição comutativa.

Na multiplicação, porém, apesar dessa nomenclatura servir para ambos os têrmos, podemos aplicar-lhes também uma denominação especial para cada têrmo: multiplicando e multiplicador.

Multiplicando é o fator que se repete, que recebe a ação do outro que determina quantas vêzes êle deve repetir-se.

Multiplicador é o fator que exerce papel ativo na multiplicação, aquêle que ordena quantas vêzes o outro deve repetir-se.

Produto é o resultado da multiplicação.

Exemplos:

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & \text{fator} & & \\ & & & & \uparrow & & \\ a) & 3 & \times & & 10 & = & 30 \\ & \downarrow & & & & & \downarrow \\ & \text{fator} & & & & & \text{produto} \end{array}$$

ou

$$\begin{array}{cccccc} & & & \text{multiplicando} & & \\ & & & \uparrow & & \\ & 3 & \times & 10 & = & 30 \\ & \downarrow & & & & \downarrow \\ & \text{multiplicador} & & & & \text{produto} \end{array}$$

porque quando dizemos 3 × 10 é o mesmo que dizermos
10 + 10 + 10.

b) 25 → fator
$\times$ 3 → fator
75 → produto

ou

25 multiplicando
$\times$ 3 multiplicador
75 produto

porque, na operação efetuada na vertical, o número que exerce voz ativa na multiplicação é o que aparece em segundo lugar, tanto que dizemos: 3×5, etc., e não 5×3, ao efetuá-la.

Aplicação

1 — Numa multiplicação, um dos fatôres é 4 e o produto é 48. Qual é o outro fator?

A sentença matemática é:

$4 \times \square = 48$ ou $\square \times 4 = 48$ (indiferentemente)

$\square = 48 \div 4$

$\square = 12$

2 — Numa multiplicação, o multiplicador é 9 e o produto é 72. Qual é o multiplicado?

A sentença matemática é:

$9 \times \square = 72$

Agora, não é indiferente colocar-se $\square$ como primeiro ou segundo têrmo, pois, neste caso, sabemos que o têrmo desconhecido é o multiplicando e não o multiplicador. Poderá alguém argumentar: O resultado é o mesmo, por isso, não está errado escrever $\square \times 9 = 72$. E nós refutamos:- o resultado estará certo mas haverá um êrro de conceituação, o que é muito importante que não aconteça. Se a criança já tem o conceito de multiplicador e de mutiplicando, deve cada vez firmá-lo mais para não perdê-lo nunca.

3 — Numa multiplicação, o produto é 63 e o multiplicando é 7. Qual é o multiplicador?

A sentença é:

$\square \times 7 = 63$ (porque o têrmo desconhecido é o multiplicador).

Na divisão, o número que vai ser dividido é o *dividendo*, o resultado é o *quociente* e o número pelo qual se devide é o *divisor*.

Exemplo:

divisor
↑
48 ÷ 6 = 8
↓ ↓
dividendo quociente

Quando na divisão dispomos os têrmos para efetuá-la pelo processo prático, assim se distribuem êles.

dividendo
↑
48 |6 → divisor
0 8 → quociente
↓
resto

O têrmo *resto* não apareceu no exemplo dado em linha horizontal porque só quando a divisão é exata é que dispomos os têrmos daquela forma e, portanto, não há resto. A segunda disposição é mais interessante para armar a estrutura dos problemas que daremos a seguir porque tanto serve para os casos que apresentam resto como para os que não apresentam resto, isto é, tanto para as divisões aproximadas como para as exatas.

Esquematizando:

dividendo |divisor
quociente
resto

Aplicação:

1 — Descubra o dividendo de uma divisão cujo quociente é 8 e o divisor é 5.

Se o problema não cita o resto, é porque êle não existe, isto é, porque a divisão é exata.

A sentença será formulada a partir da estrutura do problema que pode ser assim esquematizada:

$\square$ |5
8

$\square = 8 \times 5$

$\square = 40$

2 — Numa divisão, o divisor é 7, o quociente é 6 e o resto é 3. Qual é o dividendo?

A estrutura do problema é:

$$\begin{array}{l|l} \square & 7 \\ \cline{2-2} 3 & 6 \end{array}$$

A sentença, fàcilmente formulada à vista do esquema da estrutura é:

$$\square = 6 \times 7 + 3$$
$$\square = 42 + 3$$
$$\square = 45$$

A criança deverá agora dividir 45 por 7 para verificar que, realmente, o quociente é 6 e o resto 3.

PROVAS DA MULTIPLICAÇÃO E DA DIVISÃO

O resultado da multiplicação pode ser verificado:

a) pela propriedade comutativa;
b) pela operação inversa.

Exemplo:

Seja a multiplicação: 36×2

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times\ 2 \\ \hline 72 \end{array}$$

a) Verificação pela propriedade comutativa:

$$\begin{array}{rl} 2 & \\ \times\ 36 & \\ \hline 12 & \rightarrow 6 \times 2 \\ 60 & \rightarrow 30 \times 2 \\ \hline 72 & \end{array}$$

b) Verificação pela operação inversa:

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ \cline{2-2} 12 & 36 \\ 0 & \end{array}$$

NOTA: Esta prova só será exigida quando a divisão (operação inversa da multiplicação) fôr um caso conhecido da classe.

O resultado da divisão só pode ser verificado pela multiplicação correspondente ou pela relação fundamental já conhecida quando a divisão não é exata, pois a divisão não possui propriedades (pelo menos por enquanto) e nem operação inversa.

1 — Seja a divisão: 52 ÷ 4

$$\begin{array}{r|l} 52 & 4 \\ \cline{2-2} 12 & 13 \\ 0 & \end{array}$$

a) Verificação pela operação inversa:

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times\ 4 \\ \hline 52 \end{array}$$

b — Verificação pela relação: dividendo = quociente × divisor + resto.

$52 = 13 \times 4 + 0$

$52 = 52 + 0$

$52 = 52$

Outro exemplo: 97 ÷ 5

$$\begin{array}{r|l} 97 & 5 \\ \cline{2-2} 47 & 19 \\ 2 & \end{array}$$

Como a divisão não é exata, não existe multiplicação correspondente mas, podemos verificá-la pela relação fundamental: dividendo = quociente × divisor + resto. Assim:

$$97 = 19 \times 5 + 2$$
$$97 = 95 + 2$$
$$97 = 97$$

TÉCNICAS OPERATÓRIAS

As técnicas operatórias tanto de multiplicação como de divisão assim como os seus fundamentos no sistema de Numeração Decimal e nas propriedades estruturais das operações foram tratados em nosso volume anterior.

Faltam apenas alguns casos cujas dificuldades na compreensão das técnicas são maiores e que trataremos a seguir.

1 — Multiplicação por um número cujo numeral mais simples é expresso com dois algarismos, ou mais.

A criança já deve estar bastante segura em multiplicações por um número expresso por um só algarismo e mulptiplicações por um múltiplo de 10 ou de 100, partes tratadas no segundo volume.

Supondo superadas essas etapas, para o que recomendamos uma boa série de exercícios objetivando dar à criança oportunidade para uma total recordação e ao professor, ensejo de descobrir e sanar possíveis falhas, estaremos em condições de reiniciar o ensino da técnica de multiplicar. Os métodos são os mesmos, as dificuldades é que são maiores para a criança, porque o numeral do multiplicador é agora expresso com dois algarismos, o que vale dizer que os produtos parciais não serão guardados de memória porque não pertencem ao conjunto de fatos básicos ou fundamentais que ela vem procurando memorizar desde a 1.ª série.

Seja o seguinte exemplo:

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times\ 32 \\ \hline \end{array} \rightarrow 32 \text{ é o mesmo que } 30 + 2 \text{ ou } 2 + 30$$

Procurando para o multiplicador um outro numeral em que êle esteja decomposto como fizemos acima, poderemos raciocinar da seguinte forma: Como 32 = 2 + 30, multiplicar 45 por 32 é o mesmo que multiplicar 45 por (2 + 30), o que podemos escrever assim:

$$45 \times 32 = (45 \times 2) + (45 \times 30)$$

O aluno já aprendeu a efetuar as duas multiplicações acima e poderá agora entender o dispositivo prático da multiplicação por 32 comparando-o com as duas multiplicações que êle já sabe efetuar. Assim:

```
   45 → é o mesmo que:     45     e     45
 × 32                     × 2          × 30
   90 ← produto parcial ──→ 90         1.350
1.350 ← produto parcial ─────────────────┘
1.440 ← produto total ou simplesmente produto
```

Outro exemplo:

```
  136 → é o mesmo que:    136     e    136
 × 24                     × 4          × 20
  544 ← produto parcial ──→ 544        2.720
2.720 ← produto parcial ─────────────────┘
3.264 ← produto
```

Após a compreensão da técnica, que é uma aplicação da propriedade distributiva da multiplicação, podemos mostrar à criança que é comum usarmos um dispositivo ainda mais prático, isto é, podemos multiplicar pelo número que é representado pelo algarismo das unidades e encontramos diretamente o primeiro produto parcial sem a necessidade de efetuar ao lado a multiplicação auxiliar, como temos feito até agora. A seguir, multiplicamos pelo número de dezenas e escrevemos o segundo produto parcial a partir do algarismo que representa dezenas (2.ª ordem) porque estamos efetuando a multiplicação por um número de dezenas e o produto, naturalmente, será constituído por dezenas. Neste caso, não há necessidade de se escrever o zero final do segundo produto parcial.

Passando para esta última disposição (a mais prática) os exemplos acima, teremos:

1.º)

```
   45
  ×32
   90 ← produto parcial de 45 por 2
 135  ← produto parcial de 45 por 3 dezenas ou 30
1.440 ← produto
```

2.º)

```
  136
  ×24
  544 ← produto parcial de 136 por 4
 272  ← produto parcial de 136 por 2 dezenas ou 20
3.264 ← produto
```


EXERCÍCIOS 14

Determine, pela técnica que você aprendeu, os seguintes produtos:

a) 25 × 34

b) 232 × 25

c) 267 × 65

d) 345 × 82

e) 109 × 24

f) 243 × 68

g) 345 × 72

h) 642 × 39

TÉCNICAS PARA DIVIDIR POR UM NÚMERO EXPRESSO POR DOIS ALGARISMOS

Os passos anteriores foram estudados no volume 2. Prosseguiremos, agora, com a técnica para dividir por um número cujo numeral mais simples apresenta dois algarismos. Logo, o divisor poderá ser decomposto em dezenas e unidades.

Seja, por exemplo, dividir 714 por 21. Passando os têrmos para a disposição prática por nós já usada, teremos:

$$\begin{array}{r|l} 714 & 21 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

Sendo a divisão a operação inversa da multiplicação, quando procuramos o quociente de 714 por 21, estamos procurando o número que multiplicado por 21 dê 714, se a divisão fôr exata. No caso de a divisão ser aproximada, estamos procurando um número que preencha a seguinte relação, já estudada no Volume 2:

$? \times 21 + \text{resto} = 714$

Por tentativas, descobriremos o número procurado:

$10 \times 21 = 210$ que é menor que 714
$20 \times 21 = 420$ que é menor que 714
$30 \times 21 = 630$ que é menor que 714
$40 \times 21 = 840$ que é maior que 714

Logo, o número que queremos encontrar é maior que 30 mas não chega a 40. Já temos uma estimativa do quociente e podemos voltar à disposição prática dos têrmos e iniciar a técnica operatória.

$$\begin{array}{rr|l} & 714 & 21 \\ \cline{3-3} 30 \times 21 = & 630 & 30 \\ \cline{2-2} & 84 & \end{array}$$

O resto é 84 e ainda pode ser dividido por 21.

Experimentemos:

$2 \times 21 = 42$ que é menor que 84
$3 \times 21 = 63$ que é menor que 84
$4 \times 21 = 84$ que é igual a 84

Logo, $84 \div 21 = 4$. Voltemos para a técnica iniciada acima:

$$\begin{array}{rr|l} & 714 & 21 \\ \cline{3-3} 30 \times 21 = & 630 & 30 + 4 = 34 \\ \cline{2-2} & 084 & \\ 4 \times 21 = & 84 & \\ \cline{2-2} & 00 & \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{rr|l} & 714 & 21 \\ \cline{3-3} 3 \times 21 = & 63 & 34 \\ \cline{2-2} & 084 & \\ 4 \times 21 = & 84 & \\ \cline{2-2} & 00 & \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r|l} 714 & 21 \\ \cline{2-2} 084 & 34 \\ 00 & \end{array}$$

Outro exemplo:

Seja agora a seguinte divisão: $918 \div 32$.

Passando para a disposição prática e fazendo uma estimativa do quociente, temos:

$$\begin{array}{r|l} 918 & 32 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

$10 \times 32 = 320$ que é menor que 918
$20 \times 32 = 640$ que é menor que 918
$30 \times 32 = 960$ que é maior que 918
Logo, o quociente está entre 20 e 30.

Prosseguindo:

$$\begin{array}{rr|l} & 918 & 32 \\ \cline{3-3} 20 \times 32 = & 640 & 20 + \\ \cline{2-2} & 278 & \end{array}$$

Vamos, agora, dividir 278 por 32. É claro que vamos encontrar um número menor que 10 porque estamos procurando o número de unidades sôltas do quociente, pois o número de dezenas já sabemos que é o 2 (ou 20 unidades). Sendo 278 bem maior que o divisor, podemos começar a pensar em 4×32, por exemplo. Entretanto, nada impede que comecemos por 1×32, o que, apenas, tornará mais longo o processo.

$4 \times 32 = 128$ que é menor que 278
$5 \times 32 = 160$ que é menor que 278

$6 \times 32 = 192$ que é menor que 278
$7 \times 32 = 224$ que é menor que 278
$8 \times 32 = 256$ que é menor que 278
$9 \times 32 = 288$ que é maior que 278

Logo, o quociente de 278 por 32 é maior que 8 e menor que 9. Com esta estimativa, poderemos continuar a técnica interrompida acima:

	918	32	ou		918	32	ou	918	32
$20 \times 32 =$	640	$20 + 8 = 28$		$2 \times 32 =$	64	28		278	28
	278				278			22	
$8 \times 32 =$	256			$8 \times 32 =$	256				
	022				022				

Aprendida a técnica, que é fácil, resta exercitar os alunos, para irem adquirindo velocidade e, com o tempo, passem para a forma mais breve. Alunos muito lentos no processo de assimilação poderão terminar a 3.ª série sem terem ainda passado para a forma breve. Não há mal nisso. O importante é que êle seja capaz de dividir por um número expresso por dois algarismos.

Apesar de haver necessidade de muito exercício para o processo ficar automatizado, é bom que êsse treino seja, pelo menos em sua maior parte, decorrente de uma necessidade. (Para resolver um problema, verificar se uma sentença é falsa ou verdadeira, completar uma sentença matemática, etc.).

Para que as dificuldades sejam vencidas com um mínimo de esfôrço, é bom que façamos um plano estabelecendo quais os divisores expressos por dois algarismos que devem ser os primeiros a ser ensinados, ou os últimos. Há diversas seriações organizadas por professôres interessados em tornar mais ameno êsse ensino.

Sugerimos a seguinte seriação:

1 — O divisor é formado por dezenas exatas: 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.

2 — O divisor é constituído por uma ou mais dezenas e uma unidade: 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81 e 91.

3 — O divisor possui duas ou mais dezenas e duas unidades: 22, 32, 42, 52, 62, 72, 82 e 92.

4 — O divisor é formado por três ou mais dezenas e três unidades: 33, 43, 53, 63, 73, 83 e 93.

5 — O divisor é constituído por quatro ou mais dezenas e quatro unidades: 44, 54, 64, 74, 84 e 94.

6 — O divisor possui cinco ou mais dezenas e cinco unidades: 55, 65, 75, 85 e 95.

7 — O divisor é formado por seis ou mais dezenas e seis unidades: 66, 76, 86 e 96.

8 — O divisor é um número formado por sete ou mais dezenas e sete unidades: 77, 87 e 97.

9 — O divisor possui oito ou nove dezenas e oito unidades: 88 e 98.

10 — O divisor é 99.

Os casos em que o valor absoluto do algarismo das unidades é maior que o valor absoluto do algarismo das dezenas são os mais difíceis porque exigem um maior número de tentativas na pesquisa do quociente. Êstes casos serão os últimos a serem ensinados. A divisão por 12, incluída nos casos mais difíceis, entretanto, poderá ser dada entre os outros casos por ser o número 12 muito empregado em questões práticas por causa do grande uso da dúzia em nossa vida quotidiana.

Nos casos de divisão por um número expresso com dois algarismos, reputamos os divisores 19, 29, etc., os mais difíceis, por serem os que mais trabalho dão na pesquisa do quociente. Os casos mais fáceis são, como vimos pela seriação acima sugerida, aquêles em que os algarismos que representam as dezenas têm valor absoluto igual ou maior que o valor absoluto do algarismo que representa as unidades.

Quando vamos ensinar os casos mais difíceis de divisão por um número cujo numeral mais simples é representado por dois algarismos, devemos começar por divisores do tipo: 23, 34, 45, etc., para depois ir aumentando a diferença entre o valor absoluto dos dois algarismos. Quanto maior essa diferença, mais difícil a técnica de dividir. Foi por isso que dissemos atrás que o divisor 19 é difícil, pois há uma enorme diferença entre o valor absoluto dos algarismos 9 e 1 e o algarismo das dezenas tem um valor absoluto muitíssimo menor que o das unidades.

As divisões por 10 e 100 já foram tratadas em nosso volume anterior sem necessidade do uso de técnica operatória. A criança deduz a regra (supressão de zeros).

PROPRIEDADES DA MULTIPLICAÇÃO

As propriedades comutativa, associativa e distributiva da multiplicação, tratadas já no segundo volume, nada têm a ser acrescentado para a 3.ª série. Apenas não podemos deixar que a criança perca o conhecimento que já teve pelo desuso das mesmas. Como estamos pretendendo que a criança conheça os fundamentos das técnicas empregadas nas operações e estas propriedades constituem êsses fundamentos, juntamente com o conhecimento do Sistema de Numeração Decimal, acreditamos que, com o emprêgo de mais algumas atividades paralelas ao estudo de outros tópicos do programa, a criança sempre as trará em mente.

No volume anterior, quando tratamos destas propriedades, sugerimos muitos exercícios para que elas fôssem fixadas. Com pequenas variações, tais exercícios servirão agora para manter atualizados os conceitos já adquiridos.

A propriedade do fechamento, que será melhor tratada na quarta série, será apenas preparada. Procuraremos levar a criança a perceber, por meio de exemplos, que a multiplicação de dois números naturais é sempre possível, o que nem sempre acontece com a divisão.

O Número Um na Multiplicação

Mandando que observem algumas multiplicações em que um dos fatôres é o número *um*, levaremos as crianças a notarem que o número *um*, na multiplicação, é um caso especial.

Alguns exemplos:

$$\begin{array}{lllll}
5 \times 1 = 5 & 1 \times 5 = 5 & \begin{array}{r} 26 \\ \times\ 1 \\ \hline 26 \end{array} & \begin{array}{r} 345 \\ \times\ 1 \\ \hline 345 \end{array} & \begin{array}{r} 1.230 \\ \times\ 1 \\ \hline 1.230 \end{array} \\
8 \times 1 = 8 & 1 \times 8 = 8 & & & \\
10 \times 1 = 10 & 1 \times 10 = 10 & & &
\end{array}$$

Pela observação de muitos exemplos como êstes, a criança terá que chegar a conclusão de que qualquer que seja o número, se êle fôr multiplicado por 1, o produto será o próprio número. Esta é uma propriedade que sòmente o número *um* possui. Como êle não atua sôbre o outro fator; será êle mesmo o produto, dizemos que o número *um* é o *elemento neutro* da multiplicação.

O zero na Multiplicação

Também o número zero é um caso especial na multiplicação.

Quando nós dizemos 4×0, por exemplo, de acôrdo com o conceito de multiplicação, podemos pensar em $0 + 0 + 0 + 0 = 0$ porque:

$4 \times 0 = 0 + 0 + 0 + 0$

Como a multiplicação é comutativa, e sendo

$4 \times 0 = 0$, podemos dizer que
$0 \times 4 = 0$

Apresentando muitos exemplos em que um dos fatôres é zero, a criança concluirá, por indução, que o produto de quaquer número por zero é zero.

RELAÇÃO DE IGUALDADE

Vamos considerar dois conjuntos: A e B

A = {Sol, Terra, Lua}

B = {Terra, Lua, Sol}

Observando-os com atenção, verificamos que êles são o mesmo conjunto, pois cada elemento de A é também elemento de B e cada elemento de B é também elemento de A.

Nestas condições, dizemos que A = B
ou: {Sol, Terra, Lua} = {Terra, Lua, Sol}

Não preenchendo essas condições, dizemos que os conjuntos são desiguais ou diferentes.

Para indicar a relação de igualdade entre dois conjuntos empregamos o símbolo = (igual) e para indicar a desigualdade entre dois conjuntos, o símbolo ≠ (diferente).

Outro exemplo: (numérico)

O numeral 5 - 2 representa o número três.

O numeral 2 + 1 também representa o número três.

Logo, 5 - 2 = 2 + 1

ou: 5 - 2 = 3

ou ainda: 3 = 2 + 1

Se dois numerais representam o mesmo número, podemos relacioná-los por meio do sinal = e dizermos que êles são iguais.

2 × 8 e 8 + 8 representam o número 16. Logo, podemos escrever a seguinte *igualdade*:

2 × 8 = 8 + 8

Exercícios de aplicação.

1 — O conjunto { 0, 1, 2, 3 } é igual ao conjunto { 1, 3, 0, 2 } porque ambos possuem os mesmos ....(elementos).

2 — Quando dizemos que um conjunto é igual a outro, queremos dizer que todo elemento do primeiro é também ....do segundo, e que todo elemento do segundo é também um .... do primeiro.

3 — Serão iguais os conjuntos { 5 } e { 5, 5, 5, 5, } ?
(Sim, são iguais porque todo elemento de { 5 } é um elemento de { 5, 5, 5, 5, } e vice-versa.

NOTA: É justamente por serem iguais os conjuntos que, num dêles, um dado elemento é representado várias vêzes e no outro êsse elemento só aparece uma vez, é que não devemos repetir os mesmos elementos para nomeá-los entre chaves.

Assim, não devemos escrever: { 5, 5, 5, 5, } mas o seu igual: { 5 }.

Em tôda a *igualdade* vale a seguinte propriedade (denominada simétrica):

Se 2 + 6 = 8, então 8 = 2 + 6

EXERCÍCIOS 15

1 — Complete:

a) Se 3 + 9 = 12, então 12 = ...
b) Se 20 = 10 + 10, então 10 + 10 = ...
c) Se 8 - 3 = 5, então 5 = ...
d) Se 9 = 10 - 1, então 10 - 1 = ...

2 — Complete:

a) Se { 2, 4, 6 } = { 6, 4, 2 }, então { 6, 4, 2 } = { ...... }
b) Se { 1, 5, 10 } = { 5, 10, 1 }, então ....
c) Se { 8, 16, 32, 64 } = { 32, 8, 64, 16 }, então ....

3 — Complete a seguinte sentença:

As sentenças dos exercícios acima mostram a propriedade .... da igualdade.

Vale também, em tôda a igualdade, mais uma propriedade denominada *transitiva*. Assim:

Se 3 + 2 = 5
e 4 + 1 = 5, então 3 + 2 = 4 + 1

Outro exemplo da propriedade transitiva de igualdade:

Se $15 - 3 = 12$
e $10 + 2 = 12$, então $15 - 3 = 10 + 2$

EXERCÍCIOS 16

1 — Complete as sentenças que seguem aplicando a propriedade transitiva da igualdade:

a) Se $8 + 7 = 15$
e $20 - 5 = 15$, então $8 + 7 =$ ....

b) Se $20 - 2 = 18$
e $9 + 9 = 18$, então ....

c) Se $100 + 20 = 120$
e $150 - 30 = 120$, então ....

2 — Aplique a propriedade transitiva da igualdade para completar as relações abaixo:

a) Se $3 \times 9 = 27$
e $9 \times 3 = 27$, então $3 \times 9 =$ ....

b) Se $7 \times 6 = 42$
e $6 \times 7 = 42$, então ....

c) Se $10 \times 12 = 120$
e $100 + 20 = 120$, então ....

d) Se $30 \div 6 = 5$
e $7 - 2 = 5$, então ....

RELAÇÃO DE DESIGUALDADE

Quando dois conjuntos não são iguais, são diferentes. A relação de diferença entre êles pode ser estabelecida pelo símbolo $\neq$.

$$\{3, 5, 6\} \neq \{0, 3, 5, 6\}$$

O mesmo se dirá quando se comparar duas expressões numéricas (numerais) que não representam o mesmo número. Assim:

$$2 + 9 \neq 9 - 2$$

O numeral $2 + 9$ representa o número 11 e $9 - 2$ representa o número 7 que, evidentemente, é diferente do número 11.
As relações dêste tipo recebem o nome de *desigualdade*.

Outros exemplos de desigualdades:

$$12 - 5 \neq 6 + 3$$
$$15 + 3 \neq 20 - 4$$
$$18 + 6 \neq 6 + 20$$

Na relação de desigualdade com os números naturais podemos ainda estabelecer qual dêles é maior e qual é o menor. Usando dois símbolos que a classe já conhece desde a primeira série, $>$ e $<$, estabelecemos a relação de desigualdade de uma forma mais precisa do que quando apenas escrevemos o símbolo $\neq$.

Assim, na desigualdade

$$10 + 5 \neq 12,$$

podemos precisar qual dos têrmos é maior (o maior dos dois números comparados) escrevendo-a assim:

$$10 + 5 > 12$$

Esta representação evidencia que o têrmo que expressa o maior número é o primeiro e, conseqüentemente, que o menor número é expresso pelo segundo têrmo.

A mesma desigualdade,

$$10 + 5 \neq 12,$$

pode ser expressa também assim, invertendo a ordem dos seus têrmos:

$$12 < 10 + 5$$

Dada a desigualdade

$$8 > 3 + 2,$$

podemos concluir que

$$3 + 2 < 8$$

EXERCÍCIOS 17

1 — Complete as seguintes sentenças tornando-as verdadeiras:

a) Se $10 > 6$, então $6 <$ ....

b) Se $12 - 3 < 10$, então $10 >$ ....

c) Se $15 + 5 > 10 + 7$, então ....

d) Se $25 - 2 < 20 + 5$, então ....

2 — Verifique se são verdadeiras ou falsas as sentenças que seguem:

a) Sabendo que $18 < 25$, posso afirmar que $25 > 18$ ( )

b) Posso afirmar que $38 + 2 > 30 + 8$ porque sei que $30 + 8$ é $< 38 + 2$. ( )

EXPRESSÕES NUMÉRICAS ENVOLVENDO AS QUATRO OPERAÇÕES

Quando as expressões numéricas envolvem as quatro operações e não possuem nenhum sinal de associação, isto é, não apresentam pontuação, empregamos a seguinte ordem para chegar ao numeral mais simples ou calcular o valor dessas expressões:

1.º) Efetuamos tôdas as multiplicações e divisões na ordem em que estão indicadas.

2.º) Efetuamos tôdas as adições e subtrações na ordem em que estão indicadas.

Se houver sinais de associação, as operações indicadas que estão envolvidas por êsses sinais serão resolvidas em primeiro lugar.

Exemplos:

a) $4 + 3 \times 8 - 5 = 4 + 24 - 5 = 23$

b) $(4 + 3) \times 8 - 5 = 7 \times 8 - 5 = 56 - 5 = 51$

c) $4 + 3 \times (8 - 5) = 4 + 3 \times 3 = 4 + 9 = 13$

d) $(4 + 3) + (8 - 5) = 7 \times 3 = 21$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1 — Qual o resultado de $(4 \times 3 \times 2) \div 8$?

$$(4 \times 3 \times 2) \div 8 = 24 \div 8 = 3$$

2 — Qual o resultado de $(25 \div 5 - 2) + 12$?

$$(25 \div 5 - 2) + 12 = (5 - 2) + 12 = 3 + 12 = 15$$

3 — Calcule o valor das seguintes expressões numéricas:

a) $8 + 15 \div 3$

$8 + 15 \div 3 = 8 + 5 = 13$

b) $12 - 5 \times 2$

$12 - 5 \times 2 = 12 - 10 = 2$

c) $(2 + 3 \times 4) \div (10 - 6 \div 2)$

$(2 + 3 \times 4) \div (10 - 6 \div 2) = (2 + 12) \div (10 - 3) = 14 \div 7 = 2$

d) $(5 + 4 \times 5) \times (18 - 32 \div 4)$
$(5 + 4 \times 5) \times (18 - 32 \div 4) = (5 + 20) \times (18 - 8) = 25 \times 10 =$
$= 250$

EXERCÍCIOS 18

1 — Descubra o numeral mais simples das seguintes expressões numéricas:

a) $16 + 35 \div 7$
b) $(15 + 27) \div 6$
c) $18 \div 6 \times 23 - 1$
d) $28 - (6 + 2 \times 3)$

2 — Calcule o valor das expressões:

a) $5 \times 8 + 6$
b) $5 + 8 \times 6$
c) $(5 + 8) \times 6$
d) $(20 + 8) \div 7$

3 — Coloque V ou F dentro dos parênteses conforme você ache que as sentenças são verdadeiras ou falsas:

a) $(5 + 3) \times 2 \neq 5 + 3 \times 2$ ( )
b) $4 \times (3 + 6) = 4 \times 9$ ( )
c) $29 - (4 + 2 \times 5) = 29 - 14$ ( )
d) $35 \div (6 \div 2 + 4) = (18 - 3) \div 3$ ( )

4 — Apenas uma das seguintes sentenças é verdadeira:

$12 + 5 \times 8$ é o mesmo que:

a) 17×8
b) $12 + 40$
c) $17 + 8$

Assinale-a.

PROBLEMAS DE APLICAÇÃO

1 — Colei mais 32 selos em meu álbum e verifiquei ter completado uma centena de selos. Quantos eu já tinha no álbum?
A sentença matemática que a estrutura do problema sugere é:

$\square + 32 = 100$
$\square = 100 - 32$ (desfazendo a adição)
$\square = 68$

Resposta: Eu já tinha 68 selos.

2 – Ganhei Cr$ 17,00 e fiquei com Cr$ 32, 00. Quanto eu tinha?

$\square + 17{,}00 = 32{,}00$
$\square = 32{,}00 - 17{,}00$ (desfazendo a adição)
$\square = 15{,}00$

Resposta: Eu tinha Cr$ 15,00.

3 — Perdi 13 figurinhas e fiquei com 27. Quantas figurinhas eu tinha?

$\square - 13 = 27$
$\square = 27 + 13$ (desfazendo a subtração)
$\square = 40$

Resposta: Tinha 40 figurinhas.

4 — Mário deu ao irmão 15 figurinhas e, assim cada um dêles passou a possuir meia centena de figurinhas. Quantas figurinhas tinha cada um dêles?
Êste problema pede duas respostas. Podemos formular com os dados fornecidos, duas sentenças, cada uma delas dizendo respeito às figurinhas de um dos irmãos:

Mário: tinha figurinhas, deu 15 e ficou com 50.

Logo,

$\square - 15 = 50$

□ = 50 + 15 (desfazendo a subtração)
□ = 65

Mário tinha 65 figurinhas.

A outra sentença:

O irmão tinha figurinhas, recebeu 15 e ficou com 50. Logo,

□ + 15 = 50
□ = 50 - 15 (desfazendo a adição)
□ = 35

O irmão de Mário tinha 35 figurinhas.

Resposta: Mário tinha 65 figurinhas e seu irmão 35.

5 — Um avicultor retirou 28 frangos de um galinheiro e os colocou em outro galinheiro para que ambos ficassem com 75 frangos. Quantos frangos haviam em cada galinheiro?

1.º galinheiro: □ - 28 = 75
□ = 75 + 28
□ = 103

2.º galinheiro: □ + 28 = 75
□ = 75 - 28
□ = 47

Resposta: Num galinheiro havia 103 frangos e no outro, 47.

6 — Pensei em um número. Subtraí 12 e multipliquei a diferença por 8. Encontrei 144 para produto. Em que número pensei?

A sentença matemática é:

(□ - 12) × 8 = 144
□ - 12 = 144 ÷ 8 (desfazendo a multiplicação)
□ - 12 = 18
□ = 18 + 12 (desfazendo a subtração)
□ = 30

Resposta: Pensei no número 30.

7 — Pensei em um número e o dividi por 3. Ao quocienete, adicionei 8 e obtive o número 32. Em que número pensei?

Sentença matemática:

(□ ÷ 3) + 8 = 32
□ ÷ 3 = 32 - 8 (desfazendo a adição)
□ ÷ 3 = 24
□ = 24 × 3 (desfazendo a divisão)
□ = 72

Resposta: Pensei no número 72.

8 — Qual é o número cujo dôbro é 132?

2 × □ = 132
□ = 132 ÷ 2
□ = 66

Resposta: É o número 66.

9 — Qual é o número que multiplicando por 7 resulta 763?

□ × 7 = 763
□ = 763 ÷ 7
□ = 109

Resposta: É o número 109.

10 — Qual é o número que quando dividido por 15 dá 12 para quociente?

□ ÷ 15 = 12
□ = 12 × 15
□ = 180

Resposta: É o número 180.

11 — Uma pessoa comprou uma geladeira por Cr$ 680,00. Deu Cr$ 280,00 de entrada e pagará o restante em 5 prestações mensais iguais. Quanto deverá pagar por mês?

A estrutura do problema é a seguinte: 5 vêzes a prestação mensal, mais a entrada, corresponde ao valor total da compra. Logo, a sentença matemática correspondente é:

(5 × □) + 280,00 = 680,00

$5 \times \square = 680{,}00 - 280{,}00$
$5 \times \square = 400{,}00$
$\square = 400{,}00 \div 5$
$\square = 80{,}00$

Resposta: Pagará por mês Cr\$ 80,00.

12 — Comprei um lenço e uma gravata por Cr\$ 15,00. A gravata custou o dôbro do que custou o lenço. Quanto paguei por cada uma das peças?

Podemos representar por $\square$ a peça mais barata (lenço).

A gravata, que custou o dôbro do ienço, será representanda por $(\square + \square)$.

O problema possui uma "estrutura" de divisão em partes desiguais e podemos esquematizar essa estrutura assim:

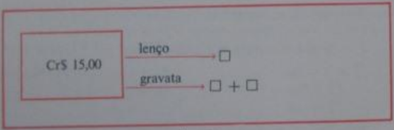


Fig. 11

A sentença matemática é:

$\square + (\square + \square) = 15{,}00$
ou: $\square + \square + \square = 15{,}00$
ou ainda: $3 \times \square = 15{,}00$
$\square = 15{,}00 \div 3$
$\square = 5{,}00$ (preço do lenço)
$2 \times \square = 2 \times 5{,}00 = 10{,}00$ (preço da gravata)

Resposta: Paguei Cr\$ 5,00 pelo lenço e Cr\$ 10,00 pela gravata.

13 — Tenho 45 balas e desejo reparti-las entre dois meninos que conheço. A um dêles darei o dôbro das balas que irei dar ao outro. Quantas balas darei a cada um?

Também êste problema tem estrutura de repartição em partes desiguais.

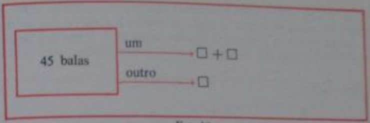


Fig. 12

A sentença matemática é:

$\square + \square + \square = 45$
ou: $3 \times \square = 45$
$\square = 45 \div 3$
$\square = 15$
$2 \times \square = 2 \times 15 = 30$

Respostas: Darei 30 balas a um e 15 balas ao outro.

14 — Carlos e Alberto são irmãos. Carlos tem o triplo da idade de Alberto e os dois juntos têm 20 anos. Descubra a idade de cada um dos irmãos.

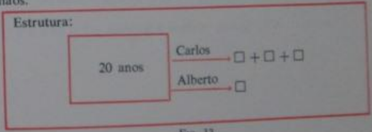


Fig. 13

A sentença é:

$\square + \square + \square + \square = 20$
$4 \times \square = 20$
$\square = 20 \div 4$
$\square = 5$ (idade de Alberto)
$3 \times \square = 3 \times 5 = 15$ (idade de Carlos)

Respostas: Carlos tem 15 anos e Alberto tem 5.

15 — Um cêsto contém 63 laranjas para serem repartidas entre três pessoas, da seguinte forma: a segunda receberá o dôbro das laranjas que deverá receber a primeira; a terceira receberá o dôbro das laranjas que receberá a segunda. Quantas laranjas deverá receber cada pessoa?

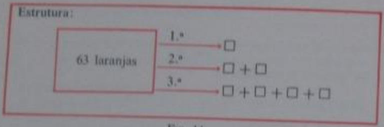


Fig. 14

A sentença matemática é:

$$\square + \square + \square + \square + \square + \square + \square = 63$$

$$7 \times \square = 63$$

$$\square = 63 \div 7$$

$$\square = 9 \text{ (1.ª pessoa)}$$

$$2 \times \square = 2 \times 9 = 18 \text{ (2.ª pessoa)}$$

$$4 \times \square = 4 \times 9 = 36 \text{ (3.ª pessoa)}$$

Resposta: A 1.ª pessoa receberá 9 laranjas, a 2.ª, 18 e a 3.ª, 36.

MÚLTIPLOS E DIVISORES

RELAÇÃO "SER MÚLTIPLO DE"

O conceito de "múltiplo" de um número deverá ser introduzido lentamente e a partir de uma sentença que expresse uma multiplicação fundamental.

Muitos exercícios exploratórios de situações em que os múltiplos se tornam evidentes serão dados às crianças informalmente, com o emprêgo de produtos que já conhecem de memória, objetivando preparar-lhe o espírito para o conceito que será introduzido bem mais tarde.

Por exemplo:

Dada a sentença matemática

$$3 \times 2 = 6$$

levaremos a criança a descobrir que "se 3 vêzes 2 é igual a 6, então podemos pensar em um conjunto de 6 elementos quaisquer que deve conter exatamente 3 subconjuntos de 2 elementos".

Seja um conjunto de 6 triângulos:

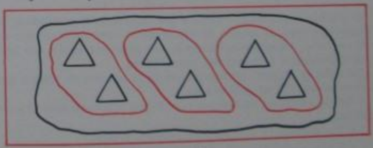


FIG. 15

Verificamos de imediato que 3 vêzes 2 triângulos são 6 triângulos e que o conjunto representado pelo produto (6 triângulos) "contém" exatamente 3 subconjuntos de 2 triângulos cada um. Êstes "estão contidos" naquele.

Abstraindo a qualidade dos elementos (triângulos, no caso) e deixando apenas a sentença $3 \times 2 = 6$, cremos poder dizer, sempre partindo da idéia de que êsse produto pode ser associado a conjuntos de elementos quaisquer, que 6 contém 2 exatamente 3 vêzes.

Alterando a ordem dos fatôres e pensando de modo análogo, teremos:

$$2 \times 3 = 6$$

Voltando ao exemplo dos conjuntos de triângulos teremos agora:

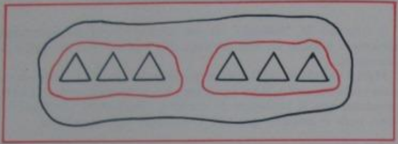


FIG. 16

2 vêzes 3 triângulos são 6 triângulos. Logo, o conjunto representado pelo produto (6 triângulos) "contém" exatamente 2 subconjuntos de 3 triângulos cada um.

Abstraindo a espécie dos elementos, isto é, deixando apenas a parte numérica que expressa a sentença acima, ficaremos com a sentença: $2 \times 3 = 6$. Então, sempre tendo em mente que êsse produto pode ser associado a elementos quaisquer, podemos dizer que 6 contém 3 exatamente 2 vêzes.

O produto é, portanto, o número que representa a quantidade de elementos resultante da reunião de subconjuntos com igual número de elementos, isto é, o conjunto representado pelo produto é aquêle que contém os subconjuntos representados pelos fatôres.

Esta idéia de "conter" exatamente um certo número de vêzes é que será associada à de "ser múltiplo de".

Voltando à sentença matemática com a qual iniciamos esta série de raciocínios:

$3 \times 2 = 6$, então, 6 contém 2 exatamente 3 vêzes.
e $2 \times 3 = 6$, então, 6 contém 3 exatamente 2 vêzes.

Diremos que 6 é "múltiplo" de 2 e de 3 porque um conjunto de 6 elementos pode sempre ser decomposto exatamente em subconjuntos de 2 ou de 3 elementos.

EXERCÍCIOS 19

1 — Complete as sentenças que seguem:

a) $3 \times 4 = 12$, então 12 contém exatamente ... três vêzes.

b) $4 \times 3 = 12$, então ... contém exatamente três ...

c) $5 \times 4 = 20$, então ... contém exatamente 4 e 5.

d) $18 = 2 \times 9$, então ... contém exatamente ... e ...

2 — Pensando em: $4 \times 8 = 32$, posso afirmar que 4 e 8 estão contidos exatamente em 32. Certo ou errado?

3 — Assinale as sentenças verdadeiras:

a) 36 contém 9 um número exato de vêzes.

b) 6 está contido exatamente em 30.

c) 35 não contém exatamente 7 porque $7 \times 5 = 35$.

d) 9 está contido um número exato de vêzes em 45.

4 — Escreva entre chaves um conjunto cujos elementos sejam os números que estão contidos exatamente em 10:

{ 1, . . . , . . . , . . . }

5 — Represente entre chaves um conjunto de cinco elementos quaisquer que gozem da seguinte propriedade: conter exatamente o número 8.

{. . . ., ..., ..., ..., ... }

RELAÇÃO "SER DIVISOR DE"

Quando a criança fôr capaz de, dado um produto qualquer, associar a idéia de produto à de "ser múltiplo" dos fatôres dêsse produto, podemos começar a introduzir o conceito inverso: "ser divisor de".

Assim: se $3 \times 6 = 18$, 18 é múltiplo de 6 e 18 é múltiplo de 3.

E, relacionando a multiplicação dada com a correspondente divisão:

$$3 \times 6 = 18 \Longleftrightarrow 18 \div 6 = 3$$

$$\text{ou} \quad 18 \div 3 = 6$$

Vemos, agora, que 6 e 3 são divisores de 18.

Logo, 18 é múltiplo de 6 e 6 é divisor de 18; 18 é múltiplo de 3 e 3 é divisor de 18.

Com exercícios encaminhados neste sentido, a criança não só compreenderá que, numa multiplicação, podemos associar a idéia de produto à de "ser múltiplo", como a de fator à de "ser divisor".

Outro exemplo:

$$\underset{\text{fator}}{4} \times \underset{\text{fator}}{9} = \underset{\text{produto}}{36} \Longleftrightarrow 36 \div \underset{\text{divisor}}{9} = 4$$

$$\text{ou} \quad 36 \div \underset{\text{divisor}}{4} = 9$$

Logo, como a multiplicação é comutativa, qualquer dos fatôres pode ser considerado como divisor do produto.

Conhecidas as relações entre os dois fatôres e o produto e transferidas para a nova terminologia, múltiplo e divisor, podemos passar a escolher pares de números em que um é múltiplo do outro e, conseqüentemente, êste outro é divisor do primeiro.

Seja o par 10 e 5: 10 é múltiplo de 5 e 5 é divisor de 10.

EXERCÍCIOS 20

1 — Estabeleça as relações "ser múltiplo de" e "ser divisor de" com os seguintes pares de números:

a) 12 e 3: se ... é múltiplo de 3, 3 é .... de 12.
b) 5 e 15: se ... é divisor de 15, 15 é .... de 3.
c) 4 e 16: se ... é divisor de ...., ... é ... de .....
d) 28 e 7: se ... é múltiplo de ... , ... é ... de ...
e) 5 e 30: se ... é .... de 30, 30 é .... de .....
f) 6 e 36: se ... é .... de 36, 36 é .... de .....

2 — Dê três exemplos de múltiplos:

a) de 3: ....
b) de 5: ....
c) de 8: ....
d) de 10: ....

3 — Dê três exemplos de divisores:

a) de 12: ....
b) de 20: ....
c) de 18: ....
d) de 15: ....

RELAÇÕES COM O "UM", COM O PRÓPRIO NÚMERO E COM O "ZERO"

Se $1 \times 8 = 8$, 8 é múltiplo de 1 e 8 é múltiplo de 8.
Se $5 \times 1 = 5$, 5 é múltiplo de 1 e 5 é múltiplo de 5.
Se $1 \times 9 = 9$, 9 é múltiplo de 1 e 9 é múltiplo de 9.

Através de muitos exemplos, levaremos a criança a induzir (embora empiricamente) que:

a) qualquer número é múltiplo de 1.
b) qualquer número é múltiplo dêle mesmo.

A seguir, seguindo o mesmo processo, levaremos a criança a concluir que "zero" é múltiplo de qualquer número, inclusive dêle mesmo.

Assim:

$4 \times 0 = 0$ (zero é múltilpo de 4)
$0 \times 3 = 0$ (zero é múltiplo de 3)
$5 \times 0 = 0$ (zero é múltiplo de 5)

OUTRAS RELAÇÕES — GRÁFICOS

É também interessante que mostremos às crianças que um conjunto se pode relacionar com outro conjunto. Por exemplo, podemos relacionar o conjunto dos alunos de uma classe com o conjunto de notas por êles obtidas em uma prova de Matemática.

Suponhamos que o conjunto de alunos de uma certa classe é formado por 40 elementos. As notas, vamos supor que sejam de 0 a 10 e considerados sempre valôres inteiros.

Podemos relacionar o número de alunos que obtiveram nota 0, 1, 2, etc., por meio de um gráfico, assim:

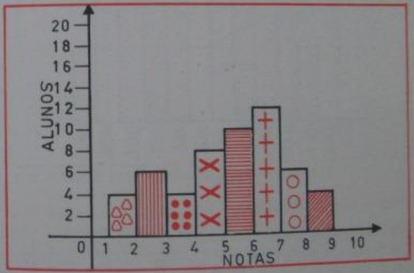


Fig. 17

Duas retas se interceptam num ponto que chamaremos O. A parte da reta que ocupa a posição horizontal representará as notas, de 0 a 10. A parte da reta que ocupa a posição vertical representará o número de alunos, de acôrdo com as notas obtidas.

A simples observação do gráfico nos dá imediatamente uma visão da relação representada: muitos alunos obtiveram notas médias (4, 5 e 6); poucos alunos obtiveram notas muito baixas ou muito altas; não houve nota zero e nem nota 9 ou 10; o maior grupo de alunos, por notas, foi o grupo que obteve nota 6.

Colocando uma régua horizontalmente sôbre a altura de cada retângulo, poderemos "ler", na linha vertical quantos alunos obtiveram nota 1, nota 2, etc.

EXERCÍCIOS 21

1 — O gráfico abaixo mostra a relação entre o conjunto de meses do ano e o conjunto de dias em que houve aulas em uma dada escola.

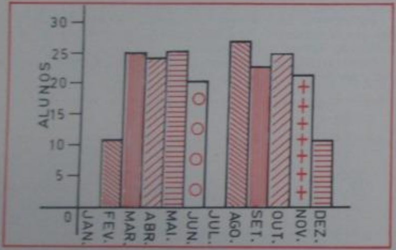


FIG. 18

Veja se consegue descobrir:

a) Em fevereiro houve ... de aulas.

b) No mês de março houve aula ... dias.

c) O mês de ....foi aquêle que teve maior número de dias de aulas.

d) Em .... e .... não houve aula nas escolas primárias.

e) Os meses de .... e .... tiveram o mesmo número de dias de aulas.

2 — Procure interpretar o gráfico abaixo para completar as sentenças que seguem:

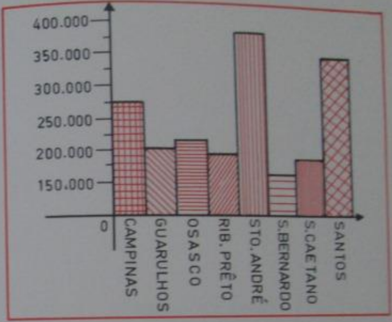


FIG. 19

Cidades do Estado de São Paulo com mais de 150.000 habitantes no ano de 1966.

a) A cidade mais populosa do Estado de S. Paulo em 1966 era ....

b) Santo André tinha, já em 1966, quase .... habitantes.

c) Campinas tinha mais de .... habitantes.

d) Santos já ultrapassava os .... habitantes.

e) A classificação das oito cidades com mais de .... habitantes era ....

NÚMEROS RACIONAIS

CONCEITO

O conceito de número racional, na Escola Primária, deve ser intuitivo.

Devemos levar a criança a perceber que os números naturais nem sempre são suficientes para responder a certas situações criadas por problemas de nossa vida quotidiana.

Por exemplo, se tivermos que repartir 8 laranjas para 4 pessoas, para sabermos quantas laranjas serão dadas a cada pessoa, efetuaremos a divisão: $8 \div 4 = 2$ e saberemos que cada pessoa deverá receber 2 laranjas. Entretanto, se tivermos de repartir uma barra de chocolate entre 2 pessoas, dando a ambas partes iguais, o problema já não é tão fácil. Qual o quociente da divisão $1 \div 2$? Cada pessoa não receberá nenhuma barra de chocolate, mas, parte da barra. Logo, o quociente não será um número natural, mas um número diferente que não é nenhum daqueles números já conhecidos como números naturais.

Surge, assim, uma nova espécie de número: o número fracionário. Vejamos como representá-lo:

O quociente de $6 \div 3$ é 2. Logo, $6 \div 3$ e 2 são dois numerais diferentes que representam o mesmo número. O mesmo se dá com $40 \div 5$ e 8, são numerais diferentes, mas o número que êles representam é o mesmo.

Voltando ao caso da barra de chocolate que devia ser dividida entre duas pessoas: $1 \div 2$ é o numeral do número fracionário metade, ou um meio, pois o quociente de $1 \div 2 =$ um meio. Êste quociente pode também ser representado pelo numeral: $\frac{1}{2}$.

Portanto, $\frac{1}{2}$* é o quociente de $1 \div 2$ e dizemos que $1 \div 2$ e 1/2* são numerais do mesmo número.

O quociente de $1 \div 3$ pode ser representado pelo numeral 1/3. Logo, $1 \div 3$ e 1/3* representam o mesmo número.

$4 \div 2$, 2 e 4/2 são numerais de um mesmo número.

* É indiferente escrever-se o traço que caracteriza a fração em linha horizontal ou inclinada. Empregamos, por isso, as duas formas. Para o principiante, porém, é preferível a primeira forma (horizontal).

Número racional é todo número que pode ser escrito sob a forma de fração: 1/3, 1/5, 5/2, 2/3, 3/2, etc.

Então, os números fracionários são números racionais, pois todos os números fracionários podem ser escritos sob a forma de fração.

6/3, 6 ÷ 3 e 2 são três numerais diferentes que representam o mesmo número racional. Mas, 2 é o numeral mais simples de um número natural. Então os números naturais são também números racionais.

Resumindo:

a) Todos os números racionais podem ser representados sob a forma de fração.

b) Um número fracionário é um número racional.

c) Um número natural é um número racional.

Exercícios para revisão de conceitos adquiridos nas séries anteriores e fixação dos conceitos agora introduzidos.

EXERCÍCIOS 22

1 — As partes hachuradas (sombreadas) das figuras abaixo representam números fracionários. Escreva, para cada figura, o numeral correspondente ao número fracionário representado por ela:

Fig. 20

2 — Pense em alguns números fracionários e represente-os com figuras, como no exercício acima, escrevendo os seus numerais.

3 — Ganhei uma torta e recortei-a em 4 partes iguais. Dei 2/4 a mamãe e comi 2/4. Quanto sobrou da torta? (se fôr preciso, faça um desenho para entender melhor)

4 — Na figura seguinte, quanto falta para hachurar? (procure no dicionário o que quer dizer hachurar).

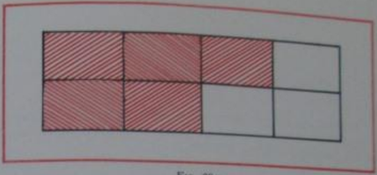


Fig. 20a

5 — Rui comeu 1/4 de uma barra de chocolate e seu irmão comeu 2/4. Quanto sobrou?

6 — Escreva abaixo de cada desenho o numeral que representa a parte hachurada em cada um:

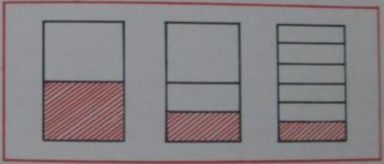


Fig. 21

7 — Observando os desenhos acima, complete as sentenças:

a) São precisos ... quartos para equivaler a 1/2.

b) São precisos ... sextos para equivaler a 1/2.

c) Então, 1/2 é o dôbro de ... e 1/2 é o triplo de ...

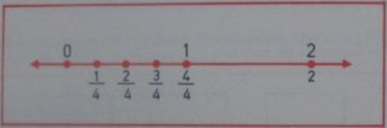
8 — Dividi um tablete de chocolate em 3 partes iguais e dei duas dessas partes a mamãe. Que fração do chocolate ela recebeu?

EQUIVALÊNCIA ENTRE PARTES DA UNIDADE

Já vimos que um mesmo número racional pode ter vários numerais. Tivemos oportunidade, no volume 2, de ressaltar, empregando desenhos, que 1/2 equivale a 2/4, por exemplo.

Vejamos, agora, na reta numerada, a representação dos números fracionários menores que a unidade.

Seja a reta abaixo, numerada de 0 a 2:



Dividindo a parte da reta correspondente a um intervalo em 4 partes iguais, cada uma das novas partes representará o quociente da divisão 1 ÷ 4 ou 1/4. A partir de 0, o primeiro ponto corresponde ao número racional 1/4, o segundo ponto ao número racional 2/4 e o terceiro ponto ao número racional 3/4.

De 0 a 1 existem 4/4 e ao ponto 1 corresponde o número racional 4/4.

Desenhemos novamente a reta numerada para dividir cada um dos intervalos em 4 partes iguais.

Assim:

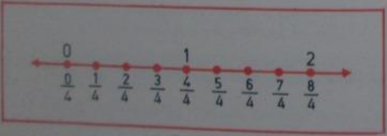


FIG. 23

Vemos que 8/4 corresponde ao número natural 2. Logo, 2 é também um número racional.

Podemos ainda observar que o número racional 5/4 ou 5 ÷ 4 representa 1 intervalo todo e mais 1/4.

Pela representação dos números racionais na reta numerada, vemos que o ponto que corresponde ao número representado por 2/4 é o mesmo ponto que divide a distância de 0 a 1 ao meio. Logo, o número 1/2 corresponde ao mesmo ponto que 2/4. Dizemos que 1/2 equivale a 2/4 ou que 1/2 e 2/4 são frações equivalentes porque representam o mesmo número racional.

Agora, empregando a reta numerada acima, podemos comparar números racionais:

1/4 < 2/4	2/4 = 1/2	5/4 > 4/4
2/4 < 3/4	4/4 = 1	5/4 > 1
4/4 > 3/4	8/4 = 2	7/4 < 8/4
3/4 > 1/4		7/4 < 2

EXERCÍCIOS 23

1 — Desenhe uma reta numerada de 0 a 2. A seguir divida cada intervalo em 3 partes iguais e escreva os numerais dos números racionais que correspondem a cada ponto.

Assim:

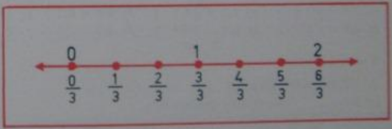


FIG. 24

Agora, complete as sentenças que seguem empregando um dos sinais: =, >, <.

a) 1/3 ... 2/3	*b*) 2/3 ... 1	*c*) 5/4 ... 6/3
d) 3/3 ... 1/3	*e*) 2/3 ... 4/3	*f*) 6/3 ... 2
g) 1 ... 3/3	*h*) 4/3 ... 1	*i*) 4/3 ... 5/3

2 — Observando a linha numérica acima, verifique se são verdadeiras ou falsas as sentenças:

a) 2/3 < 1	*b*) 1/3 > 2/3	*c*) 3/3 = 1
d) 4/3 > 1	*e*) 4/3 < 1	*f*) 1 < 5/3
g) 3/3 < 6/3	*h*) 1 > 3/3	*i*) 2 = 6/3

3 — Os numerais 1 e 4/4 são equivalentes?

Vejamos no gráfico abaixo:

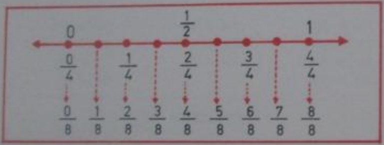


Fig. 25

4 — Observe a reta numerada acima e coloque V ou F dentro dos parênteses conforme você ache que as sentenças são verdadeiras ou falsas:

a) 2/4 = 4/8 ( )	*b*) 1/2 ≠ 2/4 ( )	*c*) 4/8 = 1/2 ( )
d) 3/4 = 6/8 ( )	*e*) 4/4 < 8/8 ( )	*f*) 2/8 = 1/4 ( )

5 — Complete:

a) 1/2, 2/4 e 4/8 são frações ....
b) 3/4 e ..... são frações equivalentes.
c) 2/4 e 4/8 são frações ....
d) 3/4 e ... não são frações equivalentes.

ADIÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS

Para facilitar o ensino da adição de números racionais, dividiremos em duas partes o nosso trabalho. Primeiro, trataremos da adição em que as parcelas são representadas por frações de mesmo denominador.
Seja, por exemplo, o seguinte problema:
Ganhei uma barra de chocolate e comi 2/4 na hora do lanche e 1/4 depois do jantar. Que fração da barra de chocolate já comi?

☐ = 2/4 + 1/4
☐ = ...

Para que a criança entenda a operação, podemos representar as partes na linha numérica, assim:

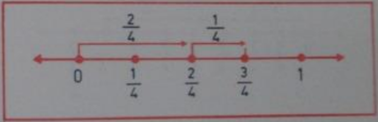


Fig. 26

2/4 + 1/4 = 3/4

Quando ela tiver compreendido bem a técnica da adição de frações com o mesmo denominador, não terá mais necessidade de representar a operação na linha numérica. Colocará o resultado após adicionar as partes representadas por cada uma das parcelas.

Outro exemplo: Um problema simples em que o aluno, para resolvê-lo, deva partir da sentença:

☐ = 1/5 + 3/5
☐ = ...

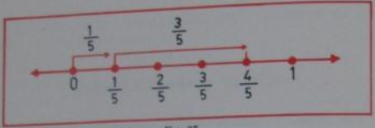


Fig. 27

$1/5 + 3/5 = 4/5$

A regra deve ser deduzida pelo aluno.

A seguir, daremos adições em que uma das parcelas é um número natural.

Seja o seguinte problema:

Para ir de minha casa à escola, caminho um quilômetro e 3/4 de quilômetro. Que porção de quilômetros percorro para ir à escola?

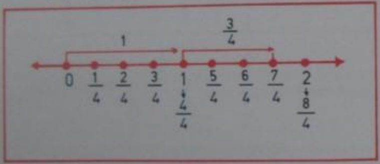


Fig. 28

$\square = 1 + 3/4$
$\square = 1\ 3/4$ ou $7/4$

O aluno aprenderá que $1 + 3/4$ é $1\ 3/4$ (1 quilômetro e 3/4 de quilômetro) ou 7/4, e vice-versa. Não haverá regras. O cálculo será pela compreensão do processo de adição. O conceito de adição é o mesmo de quando aprendeu adicionar números naturais.

EXERCÍCIOS 24

1 — Descubra o valor da soma:

a) $2/3 + 1/3 =$ ....

b) $1/4 + 2/4 =$ ... .
c) $2/5 + 1/5 + 2/5 =$ ....
d) $3/10 + 1/10 + 2/10 =$ ....

2 — Efetue as adições que seguem:

a) $3 + 3/4 =$
b) $2/5 + 2 =$ ....
c) $(2 + 1) + 3/5 =$ .... + ... = ...
d) $(3/8 + 2/8) + 5 =$ .... + ... = ...

SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS

A subtração de números racionais é a operação inversa da adição de números racionais.

Para introduzirmos a técnica da subtração de números racionais, faremos como fizemos com a adição. Primeiro trataremos das subtrações em que os têrmos são frações de mesmo denominador. Depois, os casos em que um dos têrmos é um número natural.

Para isso, apresentaremos um pequeno problema que exija, para a sua solução, o caso da subtração que queremos introduzir.

Seja o seguinte problema: Carlos comprou 3/4 de um requeijão. Comeu 1/4. Que parte do requeijão ainda ficou?

□ = 3/4 − 1/4
□ = 2/4

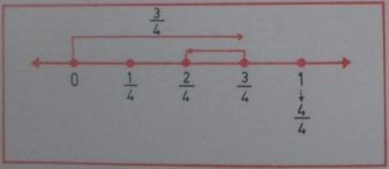


Fig. 29

Outro exemplo:

Comemos 2/3 de um bôlo na hora do lanche. Que parte do bôlo restou?

□ = 1 − 2/3
ou □ = 3/3 − 2/3
□ = 1/3

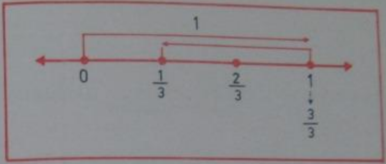


Fig. 30

Seja agora:

2 − 4/5 = ...
ou 10/5 − 4/5 = 6/5

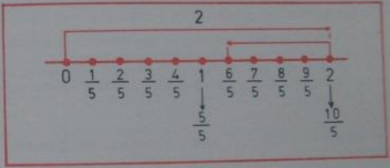


Fig. 31

O PLURAL E O SINGULAR DAS SENTENÇAS MATEMÁTICAS COM NÚMEROS RACIONAIS

Já vimos que as sentenças matemáticas têm, como as de linguagem comum, variação em número, isto é, têm singular e plural. Tivemos, também, oportunidade de mostrar que a própria criança, em se tratando de números naturais, poderia concluir a regra para passar uma sentença matemática expressa no singular para o plural e vice-versa. Assim, supomos que criança já sabe que, dada uma sentença matemática no singular, para expressá-la no plural, a regra é *multiplicar*, e, ao contrário, dada a sentença no plural, para encontrar o singular, a regra é *dividir*.

Vejamos, agora, o plural e o singular das sentenças matemáticas que têm por têrmos frações. Antes, porém, procuremos saber quando uma sentença dêste tipo está no singular. Para tanto, formulemos um problema bem simples: O preço de um queijo é Cr$ 5,00. Qual o valor de 1/4 dêsse queijo?

A sentença matemática que expressa a afirmação que o problema nos apresenta é:

1 queijo → Cr$ 5,00 (singular)

Mas, a pergunta refere-se a quarto do queijo, logo, devemos pensar nesse mesmo queijo dividido em quartos, isto é, 1 queijo é o mesmo que 4/4 do queijo. Já vimos que 1 e 4/4 são numerais diferentes do mesmo número racional. Logo, se

1 queijo → Cr$ 5,00 (singular),

4/4 do queijo → Cr$ 5,00 (agora, plural, pois são 4 partes iguais de queijo e não mais um todo).

1/4 do queijo → Cr$ 5,00 ÷ 4 = Cr$ 1,25 (singular)

Como acabamos de ver, as regras de plural e singular são as mesmas que a criança já deduziu. O que mudou foi apenas o conceito que temos a respeito.

Singular: quando tratamos apenas com números naturais, o singular é um e qualquer outro número natural é plural de um (com exceção do zero que expressa a inexistência de elementos). No caso das frações, aquilo que era "um" e, portanto, singular, passa a ser mais de um ou plural, quando se pensa em têrmos de frações. O queijo, de nosso exemplo, era singular, era um queijo. Quando precisamos procurar saber o valor de 1/4 dêsse queijo, tivemos de imaginá-lo repartido em 4 porções iguais, logo, passou a ser plural. O singular, agora, é 1/4 ou uma porção. O mesmo se dirá quando tivermos de pensar no inteiro repartido em têrços, quintos, décimos, etc., quando o singular será 1/3, 1/5, 1/10, etc., e os respectivos plurais, 3/3, 5/5, 10/10, etc.

Seja agora, o seguinte problema: Comprei 2/3 de uma melancia por Cr$ 1,20. Quanto teria gasto se tivesse comprado a melancia tôda?

A sentença matemática que traduz a afirmação expressa pelo problema é:

2/3 da melancia → Cr$ 1,20 (plural, pois são 2 porções)

1/3 da melancia → Cr$ 1,20 ÷ 2 = Cr$ 0,60 (singular)

3/3 ou 1 melancia → 3 × Cr$ 0,60 = Cr$ 1,80 (plural, enquanto pensarmos na melancia dividida em têrços; será singular se passarmos a pensar nos 3/3 como um todo, 1 melancia inteira).

Aplicação dos conhecimentos sôbre números racionais em problemas e questões práticas.

EXERCÍCIOS 25

1 — Complete as sentenças que seguem, tornado-as verdadeiras:

a) 1/2 de 24 laranjas = ... laranjas
b) 1/2 de 30 = ...
c) 1/4 de Cr$ 12,00 = Cr$ ....
d) 1/4 de 28 = ...
e) 1/3 de 15 ovos = ... ovos
f) 1/3 de 27 = ...

2 — Descubra o valor de: □

a) □ = 2/4 + 1/4
b) □ = 3/5 + 2/5
c) □ = 1/6 + 2/6 + 2/6

d) ☐ = 2 + 2/3
e) ☐ = 3/5 − 2/5
f) ☐ = 1 − 2/3
g) ☐ = 2 − 3/4
h) ☐ = 9/10 − 6/10

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1 — Um andarilho percorreu 1/5 de uma estrada pela manhã e 2/5 na parte da tarde. Que parte da estrada o andarilho já percorreu?

☐ = 1/5 + 2/5
☐ = 3/5

2 — João comeu 2/10 de uma torta e Carlos comeu 3/10. Que parte da torta os meninos comeram?

☐ = 2/10 + 3/10
☐ = 5/10

3 — Mamãe gastou 2/5 de uma lata de óleo no jantar. Quanto sobrou para o dia seguinte?

☐ = 1 − 2/5
ou ☐ = 5/5 − 2/5
☐ = 3/5

4 — No domingo passado, papai trouxe um queijo muito gostoso. Comemos 1/4 dêle com a sobremesa do almôço e 2/4, na hora do lanche. Quanto sobrou para o dia seguinte?

☐ = 1 − (1/4 + 2/4)
☐ = 1 − 3/4
ou ☐ = 4/4 − 3/4
☐ = 1/4

Crianças há que preferem subtrair duas vêzes, o que é a mesma coisa. Neste caso, o problema será resolvido assim:

☐ = (1 − 1/4) − 2/4
ou ☐ = (4/4 − 1/4) − 2/4
☐ = 3/4 − 2/4
☐ = 1/4

5 — Uma pessoa recebe mensalmente Cr$ 720, 00. Quanto receberá essa pessoa em 1/3 do mês?

A sentença matemática que expressa tudo o que o problema afirma é:

1 mês → 720,00 (singular)
ou 3/3 de mês → 720,00 (plural)
1/3 de mês → 720,00 ÷ 3 = 240,00

6 — Se eu paguei Cr$ 2,70 por 3/4 de quilograma de manteiga, qual é o preço de um quilograma dessa manteiga?

3/4 → Cr$ 2,70 (plural)
1/4 → Cr$ 2,70 ÷ 3 = Cr$ 0,90 (singular)
4/4 → 4 × Cr$ 0,90 = Cr$ 3,60 (plural)

7 — Verinha leu 1/4 de um livro em um dia. No dia seguinte, ela leu mais 2/4. Quanto falta para Verinha acabar de ler o livro?

(1/4 + 2/4) + ☐ = 1
3/4 + ☐ = 1
☐ = 1 − 3/4
ou ☐ = 4/4 − 3/4
☐ = 1/4

O problema acima foi resolvido pensando de uma forma direta na estrutura do problema: a parte lida em um dia + a parte lida em outro dia + o que falta para ler (☐) é igual a 1 livro todo.

Poderíamos resolvê-lo pensando de modo inverso: a parte não lida (☐) é igual a 1 livro todo − as duas partes já lidas. Assim:

☐ = 1 − (1/4 + 2/4)
☐ = 1 − 3/4
ou ☐ = 4/4 − 3/4
☐ = 1/4

Pode, ainda, ser resolvido pensando desta mesma maneira inversa mas fazendo duas subtrações, como mostramos no problema n.º 6 desta série.

FRAÇÃO ORDINÁRIA E FRAÇÃO DECIMAL

Apresentando muitos exemplos de frações e comentando o significado de cada uma delas, poderemos levar a criança a um nôvo conceito: as frações podem ser ordinárias e decimais.

Sem falar em potência de 10 no denominador das frações ordinárias porque a criança ainda não conhece êsse assunto, faremos uma relação de muitas frações, incluindo algumas decimais. Depois, durante a leitura que poderemos fazer das mesmas e as observações sôbre o seu valor, etc., chamaremos a atenção da classe para os denominadores de algumas delas (10, 100, 1.000, etc.) e contaremos que tais frações são denominadas decimais.

Por exemplo:

3/5, 2/3, 1/10, 2/10, 3/4, 1/100, 2/6, 4/1.000, 7/5, etc.

Diremos que tôdas essas frações representam números racionais. Entretanto, algumas delas são denominadas frações decimais porque seus denominadores são os números 10, 100 ou 1.000.

Separando as frações que são decimais (1/10, 2/10, 1/100 e 4/1.000), explicaremos que elas são frações, como as outras, mas por seus denominadores serem muito especiais, são também denominadas *frações decimais*. As outras, da nossa série acima, que não são decimais, são denominadas *frações ordinárias*.

Quando a criança souber distinguir bem uma fração decimal de uma ordinária, faremos uma recordação do sistema de numeração por nós empregado, dando ênfase ao valor posicional dos algarismos. Poderemos empregar, para a revisão, o cartaz "Valor do Lugar", tão usado nas séries anteriores.

Faremos a criança lembrar que, por êsse princípio, um algarismo escrito à esquerda de outro representa unidades dez vêzes maiores que as dêsse outro. Por exemplo, em 24, o algarismo 4 representa unidades. Se êste algarismo (4) estivesse escrito no lugar do algarismo 2, representaria 4 dezenas, isto é, representaria um valor 10 vêzes maior que o representado por êle no lugar em que está.

REPRESENTAÇÃO DECIMAL DAS FRAÇÕES DECIMAIS

Mostraremos, a seguir, que as frações decimais podem ser representadas por um nôvo numeral. A fração 2/10, por exemplo, também pode ser representada assim: 0,2.

0,2 é outro numeral da fração 2/10.

A vírgula marca o algarismo das unidades e como 2/10 é menor que a unidade, isto é, como não há unidade no número representado, escreve-se o zero antes da vírgula.

No cartaz "Valor do Lugar":

	dezenas	unidades	décimos	
		0,	2	

Fig. 32

Mostraremos ainda que 3/10 = 0,3 e 5/10 = 0,5, etc.

A seguir, a criança poderá completar, para fixar o nôvo conhecimento:

a) 4/10 = 0, . . .
b) 1/10 = 0, . . .
c) 6/10 = ...
d) 8/10 = ...
e) 7/10 = ...
f) 9/10 = ...

ADIÇÃO COM NUMERAIS DECIMAIS

Seja a seguinte questão:

Marta comeu 0,3 de um tablete de chocolate e deu 0,4 para o irmão comer. Que parte do chocolate comeram os meninos?

$\square = 0{,}3 + 0{,}4$

$\square = \ldots\ldots$

Explicaremos que a adição de números racionais expressos sob a forma decimal já é conhecida da classe.

É só escrever os numerais uns sob os outros, tendo o cuidado de escrever unidade sob unidade e décimo sob décimo e adicionar como se fôssem números naturais. Automàticamente, escrevendo-se os numerais do modo exposto acima, a vírgula será escrita embaixo de vírgula pois ela estará sempre entre as unidades e os décimos.

A técnica da operação acima será:

$$\begin{array}{r} 0{,}3 \\ +\ 0{,}4 \\ \hline 0{,}7 \end{array}$$

Muitos exercícios para fixar esta primeira parte, isto é, a escrita de frações decimais com denominador 10, menores que a unidade, sob a forma decimal e adições para compreensão da técnica.

EXERCÍCIOS 26

1 — Represente sob a forma decimal e calcule a soma:

a) $3/10 + 1/10 + 4/10 = 0{,}3 + 0{,}1 + 0{,}4 =$

$$\begin{array}{r} 0{,}3 \\ 0{,}1 \\ +\ 0{,}4 \\ \hline 0{,}8 \end{array}$$

Resposta: A soma é 0,8.

b) $5/10 + 2/10 + 2/10 = \ldots$

c) $1/10 + 4/10 = \ldots$

d) $6/10 + 1/10 + 1/10 = \ldots$

2 — Um trem percorreu 0,2 da distância que devia percorrer e parou em uma estação. A seguir, percorreu 0,4 e tornou a parar. Que parte da distância que devia percorrer êle já venceu?

Sentença matemática:

$\square = 0{,}2 + 0{,}4$

$\square = \ldots\ldots\ldots\ldots$

3 — Escreva, por extenso, como se devem ler as seguintes frações decimais:

a) 0,3 = três décimos

b) 0,5 = ... décimos

c) 0,8 = ...

d) 0,6 = ...

e) 0,9 = ...

4 — Compare os valôres dos numerais decimais abaixo escrevendo entre êles um dos sinais (=, > ,<):

a) 0,3 ... 0,4

b) 0,8 ... 0,5

c) 0,5 ... 0,4

d) 0,9 ... 0,6

e) 0,7 ... 0,4

NOTA: Se alguma criança tiver ainda dúvidas quanto ao valor expresso pelos numerais decimais e não conseguir resolver os exercícios acima, podemos representá-los na linha numérica:

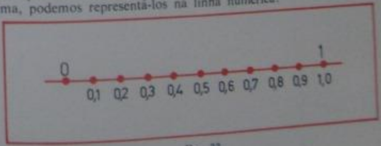


Fig. 33

Assim, ela "verá" que 0,3 < 0,4, por exemplo, pelas setas que poderá desenhar acima da reta marcando tais distâncias. Assim:

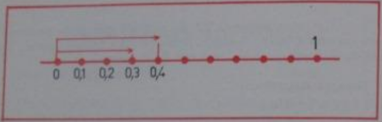


FIG. 34

5 — Escreva V ou F, dentro dos parênteses, conforme você ache que cada sentença abaixo é verdadeira ou falsa:

a) $4/10 = 0,4$ ( )
b) $0,3 < 0,6$ ( )
c) $0,5 \neq 5/10$ ( )
d) $6/10 = 0,6$ ( )
e) $0,9 > 0,4$ ( )

SUBTRAÇÃO COM NUMERAIS DECIMAIS

Lembrando a classe que a subtração desfaz o que a adição faz, isto é, que a subtração é a operação inversa da adição, apresentaremos algumas equivalências para serem completadas:

a) $0,3 + 0,4 = 0,7 \Longleftrightarrow 0,7 - 0,4 = \ldots$
b) $0,4 + 0,1 = \ldots \Longleftrightarrow \ldots - 0,1 = 0,4$
c) $0,2 + 0,5 = \ldots \Longleftrightarrow \ldots - \ldots = \ldots$
d) $0,6 + 0,2 = \ldots \Longleftrightarrow \ldots - \ldots = \ldots$

Êstes exercícios servirão para a criança perceber que o conceito das operações continua o mesmo com o aumento do campo numérico.
A seguir, ensinaremos a técnica da subtração como sendo a mesma da subtração de números naturais: apenas tomar o cuidado de escrever décimo sob décimo e unidade sob unidade. Assim:

$$\begin{array}{r} 0,7 \\ -\ 0,3 \\ \hline 0,4 \end{array}$$

Após alguns exercícios de subtração em que os numerais empregados só expressam décimos, passaremos a ensinar a escrita da *unidade* sob a forma decimal.

Seja o seguinte exercício:

Vamos descobrir o valor de $\square$ na sentença:

$\square + 0,4 = 1$
$\square = 1 - 0,4$

Para efetuar a subtração indicada, temos necessidade de conhecer outro numeral para 1, de forma que possamos escrever unidade embaixo de unidade e décimo em baixo de décimo. Para tanto, faremos com que lembrem que 1 *unidade* é o mesmo que 10 *décimos*.

Para efetuar o cálculo acima indicado (1 – 0,4), precisamos reduzir 1 unidade a 10 décimos. Marcando, no numeral do número 10 o algarismo das unidades com a vírgula, teremos:

$$\begin{array}{r} 1{,}0 \\ -\ 0{,}4 \\ \hline 0{,}6 \end{array}$$

Logo, □ = 0,6.

Agora, vejamos se os alunos serão capazes de descobrir o valor de □ nas seguintes equivalências:

a) □ + 0,3 = 1 ⟺ □ = 1 – 0,3
□ = . . .

b) □ + 0,5 = 1 ⟺ □ = ...
□ = ...

c) 0,4 + □ = 1 ⟺ □ = ...
□ = ...

d) 0,7 + □ = 1 ⟺ □ = ...
□ = ...

FRAÇÕES DECIMAIS IMPRÓPRIAS

Diremos aos nossos alunos que, até aqui, êles trabalharam com frações decimais menores que a unidade (próprias) e que podem ser escritas sob a forma decimal (numeral decimal), assim: 4/10 = 0,4. Agora, iremos trabalhar também com frações impróprias (maiores ou iguais à unidade) e que também podem ser escritas sob a forma decimal.

Vimos, na última parte de subtração, que, para subtrair décimos de uma unidade, tivemos de transformá-la em 10 décimos e marcar o algarismo 1 com a vírgula decimal à direita, para mostrar que o numeral 10 não se referia a 10 unidades, mas a 10 décimos ou 1 unidade e nenhum décimo.

Sejam agora os seguintes exemplos:

12/10 = 1,2 ou 1 unidade e 2 décimos porque dez dos doze décimos formam uma unidade (ou 1 inteiro)

15/10 = 1,5 ou 1 unidade e 5 décimos (ou 1 inteiro e 5 décimos)

10/10 = 1,0 ou 1 unidade (ou 1 inteiro)

23/10 = 2,3 ou 2 unidades e 3 décimos (ou 2 inteiros e 3 décimos)

50/10 = 5,0 ou 5 unidades (ou 5 inteiros)

EXERCÍCIOS 27

1 — Complete as sentenças que seguem escrevendo cada fração decimal na sua forma decimal. (numeral decimal)

a) 13/10 = . . .	*b)* 22/10 = . . .	*c)* 20/10 = . . .
d) 24/10 = . . .	*e)* 35/10 = . . .	*f)* 80/10 = . . .
g) 32/10 = . . .	*h)* 56/10 = . . .	*i)* 67/10 = . . .
j) 40/10 = . . .	*l)* 62/10 = . . .	*m)* 100/10 = . . .

2 — Zilda leu 0,3 de um livro à noite. No dia seguinte, ela leu mais 0,5 do livro. Quanto falta ainda para Zilda terminar a leitura do livro?

Sentença matemática:

$(0,3 + 0,5) + \square = 1$
$\dots + \square = \dots$
$\square = \dots$
$\square = \dots$

3 — Para atingir o pico de um morro, fizemos 0,5 do percurso de automóvel e 0,2 a pé. Para atingirmos o alto do morro deveremos ainda tomar um "bondinho". Que parte do percurso faremos de "bondinho"?

Sentença matemática:

$(0,5 + 0,2) + \square = \dots$
$\dots + \square = \dots$
$\square = \dots$
$\square = \dots$

4 — Ganhei meia dúzia de cadernos no início das aulas. Já gastei 3,5 dos cadernos nos meus trabalhos escolares. Quanto me resta?

Sentença matemática:

$3,5 + \square = 6$
$\square = 6 - 3,5$
$\square = \dots$

5 — Descubra o valor de $\square$ em cada sentença:

a) $\square = 0,4 + 0,3 + 2,8$
$\square = \dots$

b) $\square = 6,2 - 2,8$
$\square = \dots$

c) $3,2 + 2,5 + \square = 9$
$\dots + \square = \dots$
$\square = \dots$
$\square = \dots$

6 — Escreva como se lê cada um dos numerais decimais:

a) 0,4 = quatro . . . . .
b) 0,6 = ...
c) 1,2 = 1 unidade e . . . . . .
d) 2,9 = ...
e) 15,7 = ...

CENTÉSIMOS

As frações decimais que têm denominador 100 (centésimos) também podem ser escritas sob a forma decimal (numerais decimais). Assim:

18/100 = 0,18 25/100 = 0,25 6/100 = 0,06

O aluno já sabe que a vírgula marca o algarismo das unidades e que o algarismo escrito à sua direita representa os décimos (décima parte da unidade). Basta lembrá-los que o algarismo escrito à direita dos décimos representa os centésimos (centésima parte da unidade ou décima parte do décimo). Assim:

24/100 = 0,24 (vinte e quatro centésimos)

No Cartaz "Valor do Lugar":

dezenas	unidades	décimos	centésimos
	0,	2	4
	0,	0	8
	1,	1	5
1	2,	0	6

Fig. 35

0,24 = 2 décimos e 4 centésimos
0,08 = 8 centésimos
1,15 = 1 unidade, 1 décimo e 5 centésimos
12,06 = 1 dezena, 2 unidades e 6 centésimos.

Assim, a criança compreenderá perfeitamente que, quando a fração decimal é própria (menor que uma unidade), não há nenhuma unidade para ser anotada e então se escreve o "zero" antes da vírgula para expressar a fração sob a forma decimal.

EXERCÍCIOS 28

1 — Escreva sob a forma decimal as seguintes frações:

a) 12/100 = 0, . . . *b*) 28/100 = 0, . . . *c*) 35/100 = ...
d) 66/100 = ... *e*) 5/100 = ... *f*) 8/100 = ...
g) 39/100 = ... *h*) 6/100 = ... *i*) 1/100 = ...

2 — O senhor José era brasileiro e viveu 0,24 de sua vida na roça, cuidando da lavoura. Mudou-se para a cidade onde viveu 0,53 de sua vida. A seguir, transferiu residência para um país vizinho ao nosso e lá viveu até a morte. Que parte de sua vida o Sr. José viveu fora do Brasil?

0,24 + 0,53 + □ = 1 (vida)
. . . . . . + □ = ...
□ = ...
□ = ...

3 — Descubra o valor desconhecido em cada uma das sentenças que seguem:

a) □ + 0,25 = 0,80
□ = ...
□ = ...

b) 0,32 + □ = 0,91
□ = ...
□ = ...

4 — José percorre 0,56 da distância de sua casa à escola para chegar em casa de Clóvis, seu colega, que lhe fará companhia daí para a frente. Que parte do seu caminho José faz em companhia do amigo?

0,56 + □ = 1 (percurso ou caminho)
□ = 1 − 0,56
□ = ...

Como o aluno já sabe 1 = 100/100 ou 01,00, não será difícil efetuar a subtração, como se fôsse subtração de números naturais. (Não deixar a criança se esquecer de que os números naturais e os fracionários pertencem a um conjunto mais amplo que é o dos números racionais).

5 — Verifique se as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas e coloque V ou F, conforme o caso, dentro dos parênteses:

a) 0,8 > 0,5 ( )
b) 1,2 > 0,2 ( )
c) 1,40 = 1,04 ( )
d) 0,5 = 0,50 ( )
e) 0,7 ≠ 0,07 ( )
f) 1,60 > 1,6 ( )
g) 4,8 = 4,80 ( )
h) 5,3 > 0,3 ( )
i) 3,80 < 3,8 ( )

6 — Mamãe comprou 2 litros de álcool. Já gastou 1,75. Que parte do litro de álcool mamãe ainda tem?

□ + 1,75 = 2 (litros)
□ = 2 . . . . . .
□ = ...

7 — Já li 0,65 do meu livro de ciências. Quanto ainda me falta para ler?

0,65 + □ = ...
□ = ...
□ = ...

8 — Mamãe comprou 3 litros de leite. Gastou 1,25 para fazer um doce e 1,3 na hora do lanche. Quanto leite ainda resta?

(1,25 + 1,3) + □ = 3
. . . + □ = ...
□ = ...
□ = ...
□ = ...

9 — Pense e complete:

a) Faltam 0, . . . para 0,8 completar 1 unidade.
b) Faltam 0, . . . para 0,25 completar 1 unidade.

c) 0,38 + . . . = 1
d) 2,75 + . . . = 3

10 — Desenhe um quadrado e o divida em 10 partes iguais. Cada parte será 1/10 ou 0,1 do quadrado desenhado. Pinte 0,2 do desenho de vermelho e 0,7 de azul. Que parte do desenho ficou sem pintar?

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO COM NUMERAIS DECIMAIS

MULTIPLICAÇÃO

1.º Caso: Um dos fatôres é um número natural.

Começaremos o ensaio da multiplicação de decimais com alguns exercícios exploratórios partindo do conceito da multiplicação. (O mesmo da multiplicação de números naturais.)

1 — Vamos completar:

a) $0{,}2 + 0{,}2 + 0{,}2 = \ldots \times 0{,}2$

$$\begin{array}{r} 0{,}2 \\ 0{,}2 \\ +\ 0{,}2 \\ \hline \ldots \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 0{,}2 \\ \times\ 3 \\ \hline \ldots \end{array}$$

b) $0{,}4 + 0{,}4 + 0{,}4 + 0{,}4 = \ldots \times 0{,}4$

$$\begin{array}{r} 0{,}4 \\ 0{,}4 \\ 0{,}4 \\ +\ 0{,}4 \\ \hline \ldots \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 0{,}4 \\ \times\ \ldots \\ \hline \ldots \end{array}$$

c) $0{,}5 + 0{,}5 + 0{,}5 = \ldots \times \ldots$

$$\begin{array}{r} 0{,}5 \\ 0{,}5 \\ +\ 0{,}5 \\ \hline \ldots \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 0{,}5 \\ \times\ \ldots \\ \hline \ldots \end{array}$$

Dêsses exemplos, a criança tirará não só o conceito de multiplicação de números racionais escritos sob a forma decimal como também entenderá a técnica para multiplicar um número cujo numeral é decimal por um número natural qualquer. Não há necessidade de mandar contar "casas" decimais, como uma regra. A criança deverá saber que quando

as parcelas são décimos, a soma representará décimos. Se a soma representa décimos, precisará separar com a vírgula, no numeral da soma, um algarismo à direita das unidades, algarismo êste que representará os décimos que excederem as unidades completas.

Sendo a multiplicação nada mais que uma adição de parcelas iguais, claro será que o produto de décimos por um número natural qualquer será constituído por décimos e a colocação da vírgula terá a mesma justificativa que na adição de décimos.

2.º Caso: Um dos fatôres é 10, 100 ou 1.000.

1.º) Procuraremos fazer com que as crianças se lembrem da técnica que aprenderam para multiplicar um número natural por 10, 100 ou 1.000, acrescentando um, dois ou 3 zeros à direita do número a ser multiplicado. Esta parte da multiplicação de números naturais foi tratada por nós no volume 2.

2.º) Faremos também com que os alunos se lembrem que quando multiplicamos décimos, centésimos ou milésimos por um número natural, o produto é respectivamente, um número expresso em décimos, centésimos ou milésimos.

Feitas as revisões, poderemos começar a ensinar o nôvo caso. Seja, por exemplo, $10 \times 2{,}45$.

Pelo que sabemos da técnica de multiplicar um número por 10, podemos acrescentar um zero ao multiplicando. Mas, sabemos também que 2,45 sendo um numeral decimal que expressa centésimos (além da parte inteira), o produto também deve ter duas casas decimais, isto é, a vírgula deve passar para a direita do algarismo 4 para que o produto seja um número cuja parte decimal expresse centésimos.

Assim:

$10 \times 2{,}45 = 24{,}50$

Se a multiplicação fôr por 100 ou 1.000 agiremos da mesma forma: acrescentaremos os zeros (2 ou 3) e colocaremos a vírgula à direita duas ou três casas porque o produto é da mesma espécie do multiplicando.

Assim:

$100 \times 1{,}48 = 148{,}00$

$1.000 \times 2{,}54 = 2.540{,}00$

Com o tempo, após muitos exercícios, mostraremos que 148,00, por exemplo, é outro numeral de 148 e que, se quisermos, não precisaremos colocar os zeros e só mudaremos a vírgula para a direita. Antes, porém, é bom que a criança acrescente os zeros e acerte a vírgula para, depois, ela mesma descobrir como fazer para chegar no mesmo resultado apenas com a movimentação da vírgula.

INTRODUÇÃO A TÉCNICA DE DIVIDIR DECIMAIS

Exercícios para fixação da técnica de multiplicar e introdução à técnica de dividir. (Esta será melhor explicada no volume seguinte. Aqui, daremos apenas a introdução).

EXERCÍCIOS 29

1 — Observe as relações entre multiplicações e divisões. Partindo dessa observação, veja se consegue completar os exercícios seguintes:

a) $2 \times 0{,}4 = 0{,}8 \Longleftrightarrow 0{,}8 \div 0{,}4 = 2$ (operação inversa)

$$\begin{array}{r} 0{,}4 \\ \times\ 2 \\ \hline 0{,}8 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 0{,}8 & 0{,}4 \\ \cline{2-2} \dots & 2 \end{array}$$

(divisão de décimos por décimos)

Não há necessidade de cortar as vírgulas, o que, entretanto, poderá ser feito, se o professor quiser. O que importa é que o aluno entenda que:

1.º) Multiplicando décimo por um número natural, o produto será décimo;

2.º) Sendo a divisão a operação inversa da multiplicação, ao efetuá-la, desfazendo a operação de multiplicar, décimos dividido por décimos darão um número natural para quociente. (Desde que o dividendo seja maior que o divisor, o que acontecerá sempre, nesta primeira parte de nosso ensino, quando vamos dar divisões que correspondam a um produto de décimos por número natural.)

b) $4 \times 0{,}2 = \dots \Longleftrightarrow \dots \div 0{,}2 = \dots$

$$\begin{array}{r} 0{,}2 \\ \times\ 4 \\ \hline \dots \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \dots & 0{,}2 \\ \cline{2-2} & \dots \end{array}$$

c) $5 \times 0{,}4 = \dots \Longleftrightarrow \dots \div 0{,}4 = \dots$

$$\begin{array}{r} 0{,}4 \\ \times\ 5 \\ \hline \dots \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \dots & 0{,}4 \\ \cline{2-2} & \dots \end{array}$$

d) $3 \times 0{,}72 = \dots \Longleftrightarrow \dots \div 0{,}72 = \dots$

$$\begin{array}{r} 0{,}72 \\ \times\ 3 \\ \hline \dots \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \dots & 0{,}72 \\ \cline{2-2} & \dots \end{array}$$

e) $6 \times 0{,}52 = \dots \Longleftrightarrow \dots \div 0{,}52 = \dots$

$$\begin{array}{r} 0{,}52 \\ \times\ 6 \\ \hline \dots \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \dots & 0{,}52 \\ \cline{2-2} & \dots \end{array}$$

2 — Pense que os números fracionários são números racionais e os números naturais também. Assim, tôdas as propriedades que você estudou para os números naturais valem para os números fracionários. Agora, complete as sentenças:

a) O produto $4 \times 0{,}5$ equivale ao produto $0{,}5 \times \dots$

b) O produto $6 \times 1{,}2$ equivale ao produto $1{,}2 \times \dots$

c) $2 \times 0{,}75$ equivale a $0{,}75 \times \dots$

d) $5 \times 2{,}5$ equivale a $\dots$

e) $3{,}76 \times 8 = 8 \times \dots$

3 — Complete:

a) $0{,}15 + 0{,}15 + 0{,}15 = \dots \times 0{,}15$

$$\begin{array}{r} 0{,}15 \\ 0{,}15 \\ +\ 0{,}15 \\ \hline \dots \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 0{,}15 \\ \times\ \dots \\ \hline \dots \end{array}$$

b) $0{,}75 + 0{,}75 + 0{,}75 + 0{,}75 = \dots \times 0{,}75$

$$\begin{array}{r} 0{,}75 \\ 0{,}75 \\ 0{,}75 \\ +\ 0{,}75 \\ \hline \dots \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 0{,}75 \\ \times\ \dots \\ \hline \dots \end{array}$$

4 — Observe as equivalências e aprenda a dividir centésimos por centésimos:

a) $3 \times 0{,}16 = 0{,}48 \Longleftrightarrow 0{,}48 \div 0{,}16 = 3$

$$\begin{array}{r} 0{,}16 \\ \times\ 3 \\ \hline \ldots\ldots \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 0{,}48 & 0{,}16 \\ \cline{2-2} \ldots & 3 \end{array}$$

(divisão de centésimos por centésimos)

b) $4 \times 0{,}12 = 0{,}48 \Longleftrightarrow 0{,}48 \div 0{,}12 = \ldots\ldots$

$$\begin{array}{r} 0{,}12 \\ \times\ 4 \\ \hline \ldots\ldots \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 0{,}48 & 0{,}12 \\ \cline{2-2} & \ldots\ldots \end{array}$$

c) $5 \times 0{,}25 = 1{,}25 \Longleftrightarrow 1{,}25 \div 0{,}25 = \ldots\ldots$

$$\begin{array}{r} 0{,}25 \\ \times\ 5 \\ \hline \ldots\ldots \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1{,}25 & 0{,}25 \\ \cline{2-2} & \ldots\ldots \end{array}$$

Como já procuramos, através de exercícios, mostrar que a propriedade comutativa vale também para a multiplicação dos números fracionários, vamos aproveitar êsse conhecimento para ampliar a técnica operatória com os numerais decimais:

Seja o seguinte produto: $0{,}5 \times 3$

Agora, o multiplicador é expresso em décimos e como iremos dizer à criança que ela deve repetir o fator 3 (multiplicando) 0,5 vêzes? Ela não entenderá que um número possa ser repetido meia vez (0,5 é igual a 1/2). Então, para não fugir ao conceito de multiplicação como uma adição de parcelas iguais, mas generalizando êsse conceito, mostraremos que:

Sendo $0{,}5 \times 3 = 3 \times 0{,}5$ (propriedade comutativa da multiplicação), a técnica pode ser a mesma já conhecida:

$0{,}5 \times 3$ pode ser calculado assim: $\begin{array}{r} 0{,}5 \\ \times\ 3 \\ \hline 1{,}5 \end{array}$

O mesmo se fará no caso dos centésimos:

$0{,}18 \times 4 = 4 \times 0{,}18$

Logo, $0{,}18 \times 4$ pode ser calculado assim: $\begin{array}{r} 0{,}18 \\ \times\ 4 \\ \hline 0{,}72 \end{array}$

Estendamos, agora, tais casos às divisões correspondentes:

Sejam as equivalências:

a) $0{,}3 \times 3 = 0{,}9 \Longleftrightarrow 0{,}9 \div 0{,}3 = 3$

ou $0{,}9 \div 3 = 0{,}3$

$$\begin{array}{r} 0{,}3 \\ \times\ 3 \\ \hline 0{,}9 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 0{,}9 & 0{,}3 \\ \cline{2-2} & 3 \end{array} \qquad \text{ou} \qquad \begin{array}{r|l} 0{,}9 & 3 \\ \cline{2-2} & 0{,}3 \end{array}$$

E chamaremos a atenção de nossos alunos para:

1.º) Décimos ÷ décimos = número natural (já sabiam)

2.º) Décimos ÷ número natural = décimos

b) $0{,}28 \times 3 = 0{,}84 \Longleftrightarrow 0{,}84 \div 0{,}28 = 3$

ou $0{,}84 \div 3 = 0{,}28$

$$\begin{array}{r} 0{,}28 \\ \times\ 3 \\ \hline \ldots \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 0{,}84 & 0{,}28 \\ \cline{2-2} & \ldots \end{array} \qquad \text{ou} \qquad \begin{array}{r|l} 0{,}84 & 3 \\ \cline{2-2} & \ldots \end{array}$$

Encaminharemos, a seguir, a atenção dos alunos para os mesmos fatos acima enunciados a respeito de décimos, agora, relacionados a centésimos.

EXERCÍCIOS 30

1 — Complete cada uma das sentenças abaixo e efetue as adições e as multiplicações de cada uma delas ao lado para verificar se realmente seus resultados são iguais:

a) $0{,}18 + 0{,}18 + 0{,}18 + 0{,}18 = \ldots\ldots \times 0{,}18$
b) $0{,}75 + 0{,}75 + 0{,}75 = \ldots \times \ldots$
c) $2{,}3 + 2{,}3 + 2{,}3 = \ldots \times \ldots$
d) $1{,}55 + 1{,}55 = \ldots \times \ldots$

2 — Complete cada uma das equivalências abaixo e efetue as multiplicações e divisões que cada uma delas apresenta: (duas divisões para cada multiplicação).

a) $0{,}32 \times 4 = \ldots \Longleftrightarrow \ldots \div 4 = 0{,}32$

ou $\ldots \div 0{,}32 = 4$

b) $0{,}85 \times 4 = \ldots \Longleftrightarrow \ldots \div 0{,}85 = 4$
ou $\ldots \div 4 = 0{,}85$

c) $2{,}5 \times 5 = \ldots \Longleftrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots$
ou $\ldots\ldots\ldots\ldots$

3 — Observe as multiplicações e divisões que você já efetuou com os numerais decimais e conclua se as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas:

a) O produto de um número natural por décimos é expresso em décimos.

b) O produto de centésimos por um número natural é expresso em centésimos.

c) O quociente de um número expresso em décimos por outro também expresso em décimos é um número natural.

d) O quociente de centésimos por centésimos é um número natural.

4 — Descubra o valor do $\square$ em cada sentença:

a) $\square \times 0{,}5 = 8{,}5$
$\square = \ldots$
$\square = \ldots$

b) $0{,}8 \times \square = 6{,}4$
$\square = \ldots$
$\square = \ldots$

c) $\square \div 0{,}25 = 4$
$\square = 4 \times \ldots$
$\square = \ldots$

d) $\square \div 5{,}2 = 20{,}8$
$\square = \ldots$
$\square = \ldots$

O PLURAL E O SINGULAR DAS SENTENÇAS MATEMÁTICAS

Agora que os alunos já conhecem os casos mais simples de multiplicação e divisão de números expressos por numerais decimais (décimos e centésimos), podemos ampliar o conceito de plural e singular das sentenças matemáticas. Sejam os seguintes problemas:

1 — Mamãe aproveitou 4 retalhos de 0,45 de metro para fazer uma blusa. Com quantos metros ela fêz a blusa?

1 retalho → 0,45 do metro (singular)
4 retalhos → $4 \times 0{,}45$
4 retalhos → 1,80 do metro (ou 1 metro e 80 centésimos do metro).

2 — A professôra comprou 4,5 fôlhas de cartolina para fazer 9 cartazes de Matemática. Que parte da fôlha cada cartaz gastará?

9 cartazes → 4,5 (plural)
1 cartaz → $4{,}5 \div 9$
1 cartaz → 0,5 ou meia fôlha de cartolina.

O plural e o singular das sentenças matemáticas empregando numerais decimais vão ser muito aplicados em problemas quando já a classe tiver conhecimento do Sistema Métrico Decimal. Por enquanto, para não apresentarmos situações forçadas, poderemos ir treinando a criança assim:

EXERCÍCIOS 31

1 — Passe para o plural as seguintes sentenças matemáticas.

a) 1 pedaço de bolo → 0,25 (singular)
5 pedaços → .... (plural)

b) 1 vestido → 2,25 do metro (singular)
3 vestidos → .... (plural)

c) 1 livro → Cr$ 5,80 (singular)
10 livros → .... (plural)

d) 1 metro → Cr$ 2,50 (singular)
4 metros → ....(plural)

2 — Passe para o singular as seguintes sentenças matemáticas:

a) 3 vestidos → 7,5 do metro (plural)
1 vestido → ....(singular)

b) 5 livros → Cr$ 15,00
1 livro → ....

c) 6 camisas → 10,8 do metro (plural)
1 camisa → ....(singular)

MILÉSIMOS

Passaremos agora a mostrar à criança que, num numeral decimal, se escrevermos mais um algarismo à direita daquele que representa centésimos, o nôvo algarismo passará a representar milésimos (décima parte dos centésimos).

No cartaz "Valor do Lugar", será assim:

	dezenas	unidades	décimos	centésimos	milésimos	
		0,	1	2	5	
		6,	0	3	6	
	1	2,	8	4	7	
	2	5,	0	0	5	

Fig. 36

E teremos:

0,125 = 1 décimo, 2 centésimos e 5 milésimos (ou 125 milésimos).
6,036 = 6 unidades, 3 centésimos e 6 milésimos (ou 6 unidades e 36 milésimos).
12,847 = 1 dezena, 2 unidades, 8 décimos, 4 centésimos e 7 milésimos (ou 12 unidades e 847 milésimos).
25,005 = 2 dezenas, 5 unidades e 5 milésimos (ou 25 unidades e 5 milésimos).

EXERCÍCIOS 32

1 — Escreva como se lê cada um dos numerais decimais abaixo:

a) 0,245 = 245 . . . . .
b) 0,506 = ...
c) 0,029 = ...
d) 0,003 = ...

e) 2,135 = ...
f) 6,054 = ...
g) 3,008 = ...

2 — Complete escrevendo os correspondentes numerais decimais:

a) 5/10 = 0, . . .	*b*) 27/100 = . . .	*c*) 8/100 = . . .
d) 18/10 = ...	*e*) 136/100 = . . .	*f*) 206/100 = . . .
g) 135/1.000 = . . .	*h*) 83/1.000 = . . .	*i*) 5/1.000 = . . .

3 — Complete as relações e as operações: (use as técnicas conhecidas)

a) 8 × 0,23 = . . . ⟺ . . . ÷ 0,23 = 8 (divisão de centésimos por centésimos)
ou . . . ÷ 8 = 0,23 (divisão de centésimos por número natural)

b) 4 × 0,125 = . . . ⟺ . . . ÷ 0,125 = 4 (divisão de milésimos por milésimos)
ou . . . ÷ 4 = 0,125 (divisão de milésimos por número natural)

c) 5 × 0,042 = . . . ⟺ . . . ÷ 0,042 = 5
ou . . . ÷ 5 = 0,042

4 — Pense bem e complete as sentenças que seguem:

a) O produto 0,26 × 8 equivale ao produto 8 × . . .

b) O produto 5 × 0,128 equivale ao produto 0,128 × . . .

c) O produto de milésimos por um número natural é expresso em . . . .

d) O resultado da divisão de dois números expressos em milésimos é . . . .

Os outros casos de operações com números racionais expressos sob a forma decimal serão estudados no volume seguinte.

SISTEMA LEGAL DE UNIDADES DE MEDIR

CONCEITO DE MEDIR E DE MEDIDA

Quando alguém nos pergunta quantos metros mede a frente de nossa casa, "quantos quilos" pesamos ou quantos litros de água comporta o depósito de água de nossa casa, não podemos *contar* os metros, os quilos ou os litros para responder às perguntas que nos foram feitas. Precisamos realizar uma operação, que não é a de contar, para estarmos em condições de respondê-las. Isto porque as grandezas referidas naquelas perguntas não são objetos cujos elementos são contáveis, isto é, a largura da frente de nossa casa não é constituída por partes "destacáveis" e que possam ser contadas, assim como o nosso pêso ou capacidade em litros de um reservatório de água. Assim, precisamos realizar uma operação denominada operação de "medir" para podermos saber responder àquelas perguntas. A operação de "medir" ou "medição" consiste em comparar a grandeza que queremos avaliar com outras grandezas, de mesma espécie, que são as *unidades*. O resultado da operação de medir é a *medida*. A medida é um número, é o resultado da comparação da grandeza que estamos medindo com a unidade de medida.

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL
METRO E SEUS SUBMÚLTIPLOS

Começaremos a realizar operações de medir (que não são operações entre números) começando por procurar as medidas de certos comprimentos conhecidos: medir a largura da sala de aula, o comprimento do corredor, a altura do quadro-negro, a distância de uma porta a outra, o comprimento de pedaços de tecido, rendas, fitas, etc. Para isso, empregaremos inicialmente o "metro" como unidade de medida e que dificilmente alguém da sala de aula pode desconhecer.

Qualquer criança já deve ter presenciado a mãe comprando algum tecido em loja e o balconista "medindo" a fazenda com um "metro".

Porém, nem sempre a pessoa que vai à loja para comprar um tecido, por exemplo, precisa de metros completos. Às vêzes ela quer alguns metros e um pouco mais. Para medir comprimentos menores que o metro existem outras unidades menores e que "estão contidas no metro 10, 100 ou 1.000 vêzes." São elas: o *decímetro* (10 vêzes menor que o metro), o *centímetro* (100 vêzes menor que o metro) e o *milímetro* (1.000 vêzes menor que o metro).

Assim, 1 metro equivale a 10 decímetros, ou a 100 centímetros ou a 1.000 milímetros. Podemos, portanto, dizer:

1 metro = 10 decímetros = 100 centímetros = 1.000 milímetros.

A seguir contaremos que os nomes dessas unidades podem ser escritos abreviadamente. Mas, tais abreviaturas são padronizadas e não podem ser feitas conforme o gôsto de cada um: devem ser sempre com letras minúsculas, não levam ponto no final e nem *s* para designar plural.

Exemplos:

1 metro, escreve-se 1 *m*
5 metros, escreve-se 5 *m*
1 decímetro, escreve-se 1 *dm*
8 decímetros, escreve-se 8 *dm*
1 centímetro, escreve-se 1 *cm*

10 centímetros, escreve-se 10 *cm*
1 milímetro, escreve-se 1 *mm*
50 milímetros, escreve-se 50 *mm*

Como vimos nos exemplos acima, os símbolos que representam o metro e as unidades menores que o metro (submúltiplos) são os seguintes, para qualquer medida:

UNIDADES	SÍMBOLOS	VALOR EM METROS
metro	m	1 m
decímetro	dm	0,1 m
centímetro	cm	0,01 m
milímetro	mm	0,001 m

FIG. 37

EXERCÍCIOS 33

1 — Complete as sentenças que seguem escrevendo as medidas com símbolos:

a) 5 metros = 5 . . . .
b) 15 centímetros = . . .
c) 18 decímetros = . . .
d) 10 metros = ...
e) 13 decímetros = . . .
f) 12 centímetros = . . .
g) 26 milímetros = . . .
h) 19 centímetros = . . .
i) 27 centímetros = . . .

2 — Escreva por extenso as medidas expressas nas sentenças seguintes:

a) 25 *m*: ....
b) 18 *dm*: ....
c) 5 *cm*: ....
d) 6 *mm*: ....
e) 24 *cm*: ....
f) 17 *dm*: ....

REPRESENTAÇÃO DECIMAL DOS SUBMÚLTIPLOS DO METRO

Sendo o decímetro 1/10 ou 0,1 do metro, quando queremos usar os numerais decimais para expressar medidas de comprimento, os decímetros ocupam o lugar dos décimos, primeira casa à direita da vírgula.

Assim: 3,5 m (3 metros e 5 decímetros).

EXERCÍCIOS 34

1 — Escreva como se lêem as seguintes medidas:

a) 2,4 m = . . . m e . . . dm

b) 2,5 m = ...

c) 8,3 m = ...

d) 0,8 m = 8 . . . (não há m)

Da mesma forma, sendo o centímetro 1/100 ou 0,01 do metro, quando usamos os numerais decimais para exprimir medidas de comprimento, os centímetros ocupam o lugar dos centésimos, à direita dos decímetros.

Assim: 2,45 m (2 metros e 45 centímetros)

2 — Complete, mostrando como se lêem, as medidas:

a) 6,15 m = . . . m e . . . cm

b) 8,26 m = ...

c) 22,25 m = ...

d) 0,35 m = 35 . . . (não há m)

Mostrando ainda que por ser o milímetro 1/1.000 ou 0,001 do metro, êle pode ocupar o lugar dos milésimos, quando queremos expressar medidas de comprimento, ensinaremos que:

5,245 m é o mesmo que 5 metros e 245 milímetros.

3 — Complete as sentenças:

a) 6,125 m = . . . m e 125 . . .

b) 2,048 m = ...

c) 15,009 m = ...

d) 0,565 m = 565 . . . . . (não há m)

e) 0,075 m = ...

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1 — Uma senhora comprou 3,4 m de tricoline, 6,8 m de morim e 2,5 m de brim. Quantos metros de tecido ela comprou?

$\square = 3{,}4 + 6{,}8 + 2{,}5$ (operação que o aluno já sabe efetuar)

$\square = 12{,}7$

NOTA: — Deixamos de escrever o símbolo do metro na sentença matemática porque tôdas as parcelas são da mesma espécie (metros) e a adição se fará apenas com os numerais dos números que expressam as medidas tornando-se mais econômico (no sentido de tempo gasto) escrever apenas a parte numérica, efetuar os cálculos e escrever o símbolo da unidade empregada apenas na resposta completa.

2 — Preciso de 5 metros de fita para enfeitar uma caixa e já tenho 2,8 m. Quantos metros ainda me faltam?

$2{,}8 + \square = 5$

$\square = 5 - 2{,}8$

$\square = 2{,}2$

3 — Sabendo que um metro de sêda custa Cr\$ 2,50, descubra o preço de 10 metros dessa sêda.

1 m → 2,50 (singular)

10 m → 10 × 2,50 = 25,00 (plural)

O símbolo de nossa moeda deverá aparecer na resposta completa.

4 — Marina comprou 3,50 m de lã por Cr\$ 28,00. Qual o preço de 1 metro dessa lã?

3,50 m → 28,00 (plural)

1 m → 28,00 ÷ 3,50

1 m → . . . .

O aluno já sabe dividir centésimo por centésimo. O quociente será um número natural. Assim:

$$\begin{array}{rl} 28{,}00 & \underline{|\ 3{,}50\quad} \\ 8 \times 350 = \underline{2800} & \ \ 8 \text{ cruzeiros} \\ 0000 & \end{array}$$

(porque o dividendo era dessa espécie)

O aluno também já sabe que 8 cruzeiros pode ser escrito simbòlicamente assim: Cr$ 8,00.

Poderemos efetuar a divisão acima cortando um zero em cada têrmo e mostrando aos alunos que o quociente será o mesmo e a técnica simplificada:

$$\begin{array}{rl} 28{,}0\cancel{0} & \underline{|\ 3{,}5\cancel{0}\quad} \\ 8 \times 3{,}5 = 28\ 0 & \ \ 8 \text{ cruzeiros ou Cr\$ } 8{,}00 \\ 000 & \end{array}$$

EXERCÍCIOS 35

1 — Escreva com símbolos empregando o metro como unidade:

a) 5 metros e 8 decímetros = ...
b) 12 metros e 5 decímetros = ...
c) 6 decímetros = ...
d) 8 metros e 25 centímetros = ...
e) 10 metros e 83 centímetros = ...
f) 25 centímetros = ...
g) 6 centímetros = ...

2 — Observe o quadro de unidades de medida que você conhece. Depois, complete as sentenças abaixo:

m	dm	cm	mm	
1	5			= 1 m + 5 dm ou 1,5 m
2	2	5		= 2 m + 2 dm + 5 cm ou 2,25 m
0	6	4	5	= 0 m + 6 dm + 4 cm + 5 mm ou 0,645 m

Fig. 38

a) 2,75 m = 2 m + . . .dm + . . .cm
b) 0,48 m = ...
c) 8,9 m = ...
d) 0,225 m = ...
e) 6,108 m = ...

3 — Responda sim ou não entre os parênteses:

a) 1 m é o mesmo que 10 dm? ( )
b) 10 dm equivale a 1 m? ( )
c) 100 cm é o mesmo que 1 m? ( )
d) 10 dm equivale a 100 cm? ( )
e) Uma mesma medida só é expressa por um numeral? ( )
f) A mesma medida pode ser expressa por mais de um numeral? ( )

4 — Complete as sentenças que seguem tornando-as verdadeiras:

a) 1,2 m = ... dm
b) 1,2 m = ... cm
c) 1,2 m = ... mm
d) 0,75 m = ... dm
e) 0,75 m = ... cm
f) 0,75 m = ... mm

5 — Empregando o quadro abaixo complete as sentenças que seguem tornando-as verdadeiras:

	m	dm	cm	mm	

a) 1 m = . . . dm *b*) 1 m = . . . cm *c*) 1 m = . . . mm
d) 0,5 m = . . . dm *e*) 0,5 m = . . . cm *f*) 0,5 m = . . . mm
g) 2,68m = . . . dm *h*) 5,35m = . . . cm *i*) 1,050 m = . . . mm
j) 65 dm = . . . m *l*) 183cm = . . . m *m*) 2.648mm = . . m

Fig. 39

6 — Os 0,25 de uma peça de fazenda medem 7,50 m. Quanto mede a peça tôda?

A sentença matemática é:

0,25 da peça → 7,50 m (plural)

1 peça → 7,50 ÷ 0,25 (divisão de centésimos por centésimos)

1 peça → 30 m

$$\begin{array}{rl} 7{,}50 & \underline{|\ 0{,}25\quad} \\ 3 \times 25 = \underline{75} & \ \ 30 \\ 0\ 00 & \end{array}$$

MÚLTIPLOS DO METRO

Tendo a criança já aprendido muitas coisas sôbre o metro (unidade fundamental de comprimento) e seus principais submúltiplos, poderemos iniciar o ensino de seus múltiplos. Antes, porém, é preciso que ela saiba que tais unidades, maiores que o metro não são apenas para complicar e tornar mais difícil o seu estudo sôbre as medidas de comprimento. Elas existem porque são necessárias. Levamos, então, a criança a imaginar a medição de uma longa estrada com "um metro", por exemplo. O trabalho seria enorme. Para medir estradas, distâncias de um local a outro, praças de esporte, etc., existem unidades maiores que o metro e que facilitam a medição nesses casos.

As unidades maiores que o metro são denominadas "múltiplos" do metro por "conterem" o metro 10, 100 ou 1.000 vêzes. São elas:

O *decâmetro*, que contém o metro 10 vêzes;
o *hectômetro*, que contém o metro 100 vêzes;
o *quilômetro*, que contém o metro 1.000 vêzes.

Podemos resumir as noções que pretendemos dar sôbre os múltiplos do metro, seus valôres em relação ao metro e os símbolos que os representam no seguinte quadro:

UNIDADES	SÍMBOLOS	VALOR EM METROS
decâmetro	dam	10 m
hectômetro	hm	100 m
quilômetro	km	1.000 m

Fig. 40

EXERCÍCIOS 36

1 — Complete as seguintes sentenças, tornando-as verdadeiras:

a) 1 quilômetro = ... metros
b) 1 hectômetro = ... metros
c) 1 decâmetro = ... metros

d) 1/2 km = ... m
e) 1/2 hm = ... m
f) 1/2 dam = ... m
g) 10 m = ... dam
h) 10 m = ... hm
i) 100 m = ... hm

2 — Complete as equivalências:

a) 1 dam ⟺ . . . m
b) 100 m ⟺ . . . . dam
c) 1 hm ⟺ . . . . m
d) 1.000 m ⟺ . . . km
e) 1 km ⟺ . . . . hm

3 — Escreva V ou F dentro dos parênteses conforme você ache que as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas:

a) 1 km = 1.000 m ( ) *b*) 0,5 km = 500 m ( )
c) 10 m > 1 dam ( ) *d*) 1 dam = 10 m ( )
e) 10 dam = 1 hm ( ) *f*) 0,5 dam < 5 m ( )
g) 1 hm ≠ 100 m ( ) *h*) 50 m = 0,5 hm ( )
i) 9 dam < 1 hm ( ) *j*) 10 hm = 1 km ( )

4 — Escreva entre chaves o conjunto dos nomes dos submúltiplos do metro.

5 — Escreva entre chaves o conjunto dos nomes dos múltiplos do metro.

MUDANÇA DE UNIDADE

A criança já deve ter compreendido que uma mesma medida pode ser expressa em metros, quilômetros, decímetros, etc. Depende da unidade empregada na operação de medir. É claro que quanto menor fôr a unidade empregada, maior será o número que representará a medida. Se medirmos o comprimento de uma sala com o metro, o resultado será alguns metros. Entretanto, se essa mesma sala fôr medida com o centímetro, o resultado será um número enorme de centímetros. Portanto, existem muitos numerais para expressar a mesma medida. Assim, uma estrada pode ter a medida de seu comprimento expressa em quilômetros, metros, decímetros, etc.

Exemplo: Se uma estrada mede 12,8 km, podemos também dizer que ela mede 12.800 m, ou 128 hm, etc.

Isso porque: 12,8 km = 12.800 m

ou 12,8 km = 128 hm

O quadro que daremos abaixo torna muito fácil as mudanças de unidade para encontrar diferentes numerais para uma mesma medida. Bastará deslocar a vírgula para a direita ou para a esquerda colocando-a junto à unidade desejada. Não podemos, porém, deixar a criança esquecer-se de colocar zeros para preencher as posições vazias. O uso do quadro facilita o mecanismo das mudanças e, com o tempo, a criança não precisará mais dêle, fazendo, mentalmente, o deslocamento da vírgula. Devemos deixá-la usá-lo enquanto precisar "enxergar" as diferentes unidades para movimentar a vírgula. Ela mesma o abandonará quando se tornar desnecessário.

Seja, por exemplo, o seguinte exercício:

2,235 dam = ... dm

	km	hm	dam	m	dm	cm	mm	
			2	2	3	5		

Fig. 41

Teremos: 2,235 dam = 223,5 dm

EXERCÍCIOS 37

1 — Complete cada uma das sentenças abaixo tornando-as verdadeiras:

a) 12,25 m = . . . dm
b) 8,48 m = . . . cm
c) 23,76 m = . . . mm
d) 15,35 m = . . . dam
e) 10,5 m = . . . cm
f) 224,3 cm = . . . m
g) 15,39 hm = . . . km
h) 2,12 km = . . . m
i) 0,76 dam = . . . m

2 — Aproveite o quadro acima para ajudá-lo na leitura das medidas expressas abaixo. Escreva como se lê:

a) 5,08 m = . . . m e 8 . . .
b) 0,32 m = 32 . . . .
c) 2,550 km = 2 . . . e 550 . . .
d) 0,375 km = 375 . . . . .
e) 2,76 dam = 2 . . . e 76 . . .
f) 15,72 dm = 15 . . . e 72 . . .
g) 234,8 cm = 234 . . . e 8 . . .
h) 18,85 dam = 18 . . . e 85 . . .
i) 92,68 km = 92 . . . e 68 . . .

3 — Papai mandou um empregado medir a frente da horta com um metro e êle encontrou 80 m. Papai resolveu conferir a medida e usou uma trena de 10 m. Quantos dam êle deve ter encontrado ao medir a horta novamente?

80 m ⟺ . . . dam

4 — Duas ruas medem, respectivamente, 2,650 km e a outra, 12,5 hm. Quantos metros uma é mais longa que a outra?

uma rua → 2,650 km = ... m

outra rua → 12,5 hm = ... m

□ = ...

5 — Empregue o quadro das unidades de comprimento para ter certeza da resposta correta. Responda:

a) Quantos metros há em 1,5 km?

b) Um metro, quantos centímetros são?

c) Meio metro, quantos decímetros tem?

d) Quantos decímetros há em 1 hectômetro?

e) Um decâmetro, quantos decímetros são?

f) Quantos metros há em 2,45 km?

6 — Verifique se são verdadeiras ou falsas as sentenças que seguem:

a) 2.400 m = 2,4 km ( )

b) 2,75 m $\neq$ 275 cm ( )

c) 3,48 dam > 3,48 m ( )

d) 0,75 cm < 7,5 dm ( )

e) 0,756 km = 756 m ( )

7 — Desenhe um segmento de reta medindo 1,5 dm. A seguir complete as sentenças abaixo:

a) O segmento que desenhei mede 1,5 . . . .

b) 1,5 dm = . . . cm.

c) Então o segmento desenhado mede . . . cm.

d) 1,5 dm = . . . mm.

e) Posso também dizer que o segmento que desenhei mede . . . . mm.

8 — Para medir uma curva do tipo das que estão desenhadas abaixo é preciso que usemos uma fita métrica. Se você quiser medi-las e não tiver uma fita métrica, acerte bem um barbante sôbre ela e depois meça o barbante com a régua. Será uma medida aproximada, muito sujeita a êrro, mas será uma medida que dará a você uma idéia do comprimento de cada curva. Meça-as como puder, e complete:

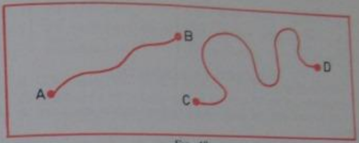


FIG. 42

a) A curva AB mede . . . .

b) A curva CD mede . . . . . .

9 — Uma curva formada por segmentos de reta já é mais fácil de medir. Você mede cada segmento, separadamente, e depois procura a soma de suas medidas. Esta, será a medida de tôda a curva. Meça a curva do desenho abaixo:

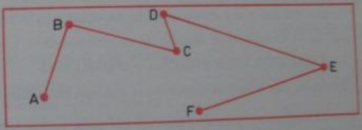


FIG. 43

AB mede . . . . .cm
BC mede . . . . .cm
CD mede . . . . .cm
DE mede . . . . .cm
EF mede . . . . .cm

A curva AF (também denominada *linha poligonal*) mede . . . . .cm.

10 — Desenhe uma linha poligonal qualquer e meça-a. Anote o resultado da medição.

CONCEITO DE PERÍMETRO

Entendemos por perímetro a soma das medidas dos lados de um polígono.

A palavra perímetro significa a medida ao redor ou a medida do limite de uma figura.

Para determinar o perímetro de uma curva qualquer, fechada ou não, anotamos as medidas dos lados e, a seguir, tomamos a soma dessas medidas. Esta é o perímetro da curva. Interessa-nos, porém, a determinação do perímetro de figuras geométricas planas conhecidas da classe.

Os alunos já devem ter algum conhecimento sôbre polígonos e, em especial, sôbre quadriláteros e triângulos. Só assim poderemos introduzi-los no conceito de perímetro e êles poderão aplicar os novos conhecimentos e medidas de comprimento que aprenderam em questões de ordem prática e mesmo em problemas.

Supondo que têm êstes conhecimentos, iremos começar pelo perímetro do triângulo.

EXERCÍCIOS PARA FIXAÇÃO — PROBLEMAS

(Resolvidos, para mostrar as estruturas e as sentenças matemáticas).

1 — O triângulo é o polígono que possue três lados, você já sabe. Meça cada lado dos triângulos abaixo e determine o perímetro de cada um dêles:

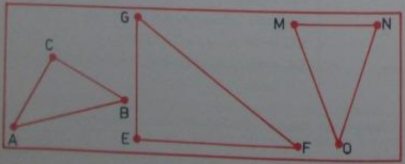


FIG. 44

Fig. 1 $\left\{\begin{array}{l}\overline{AB} \text{ mede } 3\text{ cm}\\ \overline{BC} \text{ mede } 2\text{ cm}\\ \overline{CA} \text{ mede } 2\text{ cm}\end{array}\right.$ Fig. 2 $\left\{\begin{array}{l}\overline{EF} = 4\text{ cm}\\ \overline{FG} = 5\text{ cm}\\ \overline{GE} = 3\text{ cm}\end{array}\right.$ Fig. 3 $\left\{\begin{array}{l}\overline{MN} = 2\text{ cm}\\ \overline{NO} = 3\text{ cm}\\ \overline{OM} = 3\text{ cm}\end{array}\right.$

a) O triângulo ABC mede $3 + 4 + 2$ ou 9 cm de perímetro.
b) O triângulo EFG mede $4 + 5 + 3$ ou 12 cm de perímetro.
c) O perímetro do triângulo MNO mede 8 cm.

2 — Um triângulo é *equilátero*, isto é, todos os seus lados têm a mesma medida. Se um dos lados dêsse triângulo mede 12,5 cm, qual é o seu perímetro?

1 lado → 12,5 cm (singular)
3 lados → $3 \times 12{,}5 = 37{,}5$ cm (plural)
ou Perímetro → 37,5 cm

Resposta: O perímetro mede 37,5 cm.

3 — O perímetro de um triângulo equilátero mede 54 cm. Quanto mede cada um de seus lados?

Perímetro → 54 cm
ou 3 lados → 54 cm (plural)
1 lado → $54 \div 3 = 18$ cm (singular)

Resposta: Cada um dos lados mede 18 cm.

4 — Um pátio em forma de triângulo equilátero vai ser murado. Cada lado do pátio mede 24 metros. Qual será a despesa com o muro se cada metro vai custar Cr$ 5,40?

1.ª estrutura do problema:

NOTA: O segmento de reta tem sido representado com um traço em cima das lêtras que indicam as suas extremidades. Para indicar a medida dos segmentos, ou escrevermos por extenso, como temos feito até aqui, ou usamos as lêtras das extremidades do segmento sem o traço em cima, como fizemos para as figs. 1 e 2, ou escrevemos um "m" antes da designação do segmento que ficará entre parênteses. Por exemplo: medida do $\overline{AB}$, ou simplesmente AB ou ainda, m (AB).

1 lado → 24 m (singular)

3 lados → 3 × 24 = 72 m (plural)

ou perímetro → 72 m

2.ª estrutura do problema:

1 metro → Cr$ 5,40 (singular)

72 metros → 72 × 5,40 = Cr$ 388,80 (plural)

72 metros → Cr$ 388,80

Resposta: A despesa será de Cr$ 388,80.

5 — O quadrado tem os seus quatro lados congruentes, você já deve saber. Qual será o perímetro de um quadrado cujo lado mede 3,25 dm?

1 lado → 3,25 dm (singular)

4 lados → 4 × 3,25 dm = 13 dm (plural)

ou perímetro → 13 dm

Resposta: O perímetro será 13 dm.

6 — Para colocar rodapé em uma sala quadrada de 5,75 m de lado, quanto se gastará, se cada metro fica em Cr$ 3,50?

1.ª estrutura:

1 lado → 5,75 m (singular)

4 lados → 4 × 5,75 m = 23 m (plural)

ou perímetro → 23 m

2.ª estrutura:

1 m → Cr$ 3,50 (singular)

23 m → 23 × Cr$ 3,50 = Cr$ 80,50 (plural)

Resposta: Gastar-se-á Cr$ 80,50.

7 — Um retângulo mede 2,5 m de comprimento e 0,8 m de largura. Qual é a medida de seu perímetro?

O desenho da figura ajuda a entender a estrutura do problema:

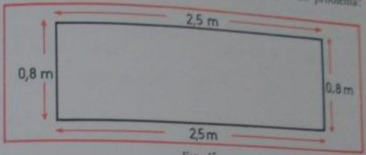


Fig. 45

Tendo êsse retângulo dois lados que medem 0,8 m e dois lados que medem 2,5 m, podemos escrever a seguinte sentença chamando o perímetro de □:

□ = (2 × 0,8) + (2 × 2,5)
□ = 1,6 + 5
□ = 6,6

Resposta: O perímetro mede 6,6 m.

Como o conceito de perímetro é "a soma das medidas dos lados", haverá algum aluno que prefira escrever:

□ = 2,5 + 2,5 + 0,8 + 0,8
□ = 6,6

Não haverá mal algum, pois o raciocínio está correto, parte de um conceito correto. É um outro caminho que leva ao mesmo fim.

8 — O perímetro de um retângulo mede 72 dm. A largura mede 16 dm. Quanto mede o seu comprimento?

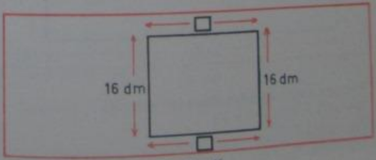


Fig. 46

Agora conhecemos o perímetro, e chamaremos de $\square$ o comprimento, que não é conhecido.

A sentença matemática é:

$(2 \times \square) + (2 \times 16) = 72$
$(2 \times \square) + 32 = 72$
$2 \times \square = 72 - 32$
$2 \times \square = 40$
$\square = 40 \div 2$
$\square = 20$

Haverá quem prefira fazer assim, o que é a mesma coisa:

$\square + \square + 16 + 16 = 72$
$2 \times \square + 32 = 72$
$2 \times \square = 72 - 32$
$2 \times \square = 40$
$\square = 40 \div 2$
$\square = 20$

Resposta: O comprimento do retângulo mede 20 dm.

9 — Um terreno retangular medindo 10 m de largura por 32,6 m de fundo, vai ser cercado com 5 voltas de arame. Quantos metros de arame serão necessários?

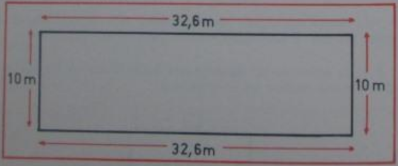


FIG. 47

$P_{\square}$ será a designação de perímetro do retângulo.
$P_{\square} = (2 \times 32{,}6) + (2 \times 10)$
$P_{\square} = 65{,}2 + 20$
$P_{\square} = 85{,}2$ m

2.ª estrutura:

1 volta → 85,2 m (singular)
5 voltas → $5 \times 85{,}2$ (plural)
5 voltas → 426 m

Resposta: Serão necessários 426 m de arame.

10 — O comprimento de um retângulo é o dôbro de sua largura. O seu perímetro mede 52,2 dm. Qual a medida de cada um de seus lados?

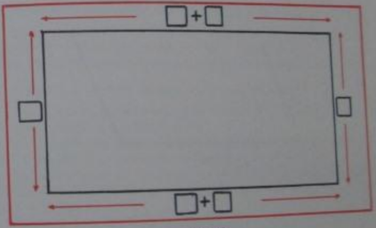


FIG. 48

A sentença matemática é:

$\square + \square + \square + \square + \square + \square = 52{,}2$
$6 \times \square = 52{,}2$
$\square = 52{,}2 \div 6$
$\square = 8{,}7$
largura → $\square = 8{,}7$ dm
comprimento → $2 \times \square = 2 \times 8{,}7 = 17{,}4$ dm

Resposta: Os lados do retângulo medem 8,7 dm e 17,4 dm.

11— Determine o perímetro das figuras abaixo (trapézio e paralelogramo). Dê as respostas expressando as medidas encontradas em metros.

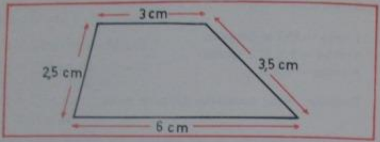


Fig. 49

trapézio

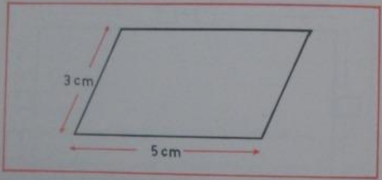


Fig. 50

paralelogramo

P⏢ = 6 + 4 + 3 + 3,5
P⏢ = 16,5 cm
16,5 cm = 0,165 m

P▱ = (2 + 3) × (2 × 5)
P▱ = 6 + 10
P▱ = 16 cm
16 cm = 0,16 m

Resposta: O perímetro do trapézio mede 0,165 m e o do paralelogramo mede 0,16 m.

MEDIDAS DE CAPACIDADE

Para medir líquidos como a água, o leite, o álcool, etc., nós usamos o *litro* como unidade fundamental de medida. Também para medir corpos gasosos como o ar, o oxigênio, etc., empregamos o litro como unidade de medida.

O símbolo empregado para representar o litro é *l*.

Como para medir os líquidos e os gases nós empregamos como unidades de medidas recipientes que são "capazes" de conter certa quantidade dêles, dizemos que estamos empregando unidades de "capacidade".

O litro é a unidade fundamental de capacidade.

Assim como o metro (unidade fundamental de comprimento), o litro tem múltiplos e submúltiplos.

Os *múltiplos* do litro "contém" o litro 10, 100 ou 1.000 vêzes. São êles: o *decalitro*, o *hectolitro* e o *quilolitro*.

Os *submúltiplos* do litro são unidades menores que o litro, "estão contidos" no litro 10, 100 ou 1.000 vêzes. São êles: o *decilitro*, o *centilitro* e o *mililitro*.

Assim como o litro tem um símbolo que o designa, os múltiplos e os submúltiplos também têm os seus.

Podemos resumir em um quadro os símbolos empregados para as unidades de capacidade e os seus valôres em "relação ao litro".

	UNIDADES	SÍMBOLOS	VALOR EM LITROS
MÚLTIPLOS	quilolitro	kl	1.000 l
	hectolitro	hl	100 l
	decalitro	dal	10 l
UNIDADE	litro	l	1 l
SUB-MÚLTIPLOS	decilitro	dl	0,1 l
	centilitro	cl	0,01 l
	mililitro	ml	0,001 l

Fig. 51

EXERCÍCIOS 38

1 — Complete as sentenças que seguem tornando-as verdadeiras:

a) O litro é a unidade ....de ....
b) O litro serve para medir ....
c) O símbolo do litro é ....
d) As unidades maiores que o litro são os .... do litro.
e) Os múltiplos do litro são: ....
f) As unidades menores que o litro são os .... do litro
g) Os submúltiplos do litro são: ....

2 — Complete as equivalências abaixo escrevendo os símbolos das unidades correspondentes:

a) decalitro ⟺ .....   *b*) decilitro ⟺ ....
c) hectolitro ⟺ .....   *d*) centilitro ⟺
e) quilolitro ⟺ .....   *f*) mililitro ⟺ .....

3 — Coloque V ou F conforme você ache que as sentenças que seguem são verdadeiras ou falsas:

a) 10 *l* é o mesmo que 1 *dal* ( )
b) 10 *dl* é o mesmo que 1 *l* ( )
c) 1 *l* equivalente a 100 *cl* ( )
d) 1 *kl* equivale a 1.000 *l* ( )
e) 1/2 *l* $<$ 5 *dl* ( )
f) 1 *l* $=$ 10 *dl* ( )
g) 5 *cl* $>$ 1 *dl* ( )
h) 50 *l* $\neq$ 1/2 *hl* ( )

4 — Assinale a resposta correta:

500 litros é o mesmo que:

a) 50 *dl*   *b*) 1/2 *hl*   *c*) 1/2 *kl*

MUDANÇA DE UNIDADE

É muito provável que a criança, a esta altura de nosso trabalho, já tenha percebido que as *unidades de capacidade* variam de 10 em 10, como as unidades de comprimento. Logo, seus numerais são representados como os das medidas de comprimento. Pode, também, a mesma medida ter vários numerais diferentes.

Exemplos:

1º) 2 *l* é o mesmo que 20 *dl* ou 200 *cl*.

2º) 3,4 *l* é o mesmo que 0,34 *dal* ou 34 *dl*.

O quadro abaixo vai auxiliar muito a criança no deslocamento da vírgula para a direita ou para a esquerda para as mudanças de unidades.

Suponhamos que queremos expressar 8,132 *l* em centilitros.

	kl	hl	dal	l	dl	cl	ml	
				8	1	3	2	

Fig. 52

Teremos: 8,132 *l* = 813,2 *cl*

Se quisermos expressar 15,5 *l* em *hl*, faremos assim:

	kl	hl	dal	l	dl	cl	ml	
		0	1	5	5			

Fig. 53

Teremos: 15,5 *l* = 0,155 *hl*

EXERCÍCIOS 39

1 — Transforme cada numeral abaixo num numeral com a unidade pedida, sem mudar o seu valor:

a) 4,8 *l* = ... *dl* *b)* 4,8 *l* = ... *cl* *c)* 4,8 *l* = ... *ml*
d) 12,4 *l* = ... *dal* *e)* 12,4 *l* = ... *hl* *f)* 12,4 *l* = ... *kl*

2 — Escreva como se lê cada um dos numerais abaixo:

a) 1,5 *l* = . . . *l* e . . . *dl*
b) 2,8 *l* = ...
c) 8,43 *l* = ...
d) 12,05 *l* = ...
e) 5,132 *l* = ...
f) 0,73 *l* = ...
g) 0,128 *l* = ...

3 — Escreva V ou F conforme você ache que cada uma das sentenças abaixo é verdadeira ou falsa:

a) 2,5 *dal* = 25 *l* ( ) *b)* 0,5 *dal* = 1/2 *dal* ( )
c) 50 *l* > 5 *dal* ( ) *d)* 5 *l* < 1 *dal* ( )
e) 10 *dl* = 1 *l* ( ) *f)* 1/2 *l* = 5 *dl* ( )

4 — Um sitiante vende 18,5 *l* de leite por dia. Quantos litros êle vende em 10 dias?

1 dia → . . . *l* (singular)
10 dias → 10 × . . . (plural)
10 dias → . . . . *l*

5 — Quantos litros de álcool serão necessários para acabar de encher um reservatório com capacidade para 500 *l* e que já contém 108,75 *l*?

□ + 108,25 = 200
□ = 200 − 108,25
□ = ...

6 — De um reservatório com 50 litros de vinho, foram vendidos 4,5 *l* e 23,75 *l*. Quantos litros ainda restam no reservatório?

□ = 50 − (4,5 + 23,75)
□ = 50 − 28,25
□ = ...

7 — Papai comprou 4,05 *l* de vinho em um garrafão e passou-o para garrafas de 3,45 *l*. Quantas garrafas papai precisou empregar?

□ × 0,45 = 4,05
□ = 4,05 ÷ 0,45 (divisão de centésimos por centésimos)
□ = ...

8 — Uma dona de casa comprou uma lata com 18 *l* de óleo para cozinhar. Já gastou 0,5 do óleo. Quantos litros lhe restaram?

1 lata → 18 *l* (singular)
0,5 → 0,5 × 18 (plural)
0,5 → 9 *l*

9 — Descubra o valor de □ nas seguintes sentenças:

a) 16,5 *l* + □ = 30 *l*
b) □ − 2,75 *l* = 12,25 *l*
c) 2,25 *l* ÷ □ = 10
d) □ × 8 = 134,4 *l*

10 — Escreva o conjunto dos nomes dos múltiplos e dos submúltiplos do litro, colocando o litro entre êles.

MEDIDAS DE PÊSO

Há grandezas que não podem ser medidas com as unidades conhecidas da classe (o metro, o litro, seus múltiplos ou submúltiplos). Se precisarmos determinar o pêso de uma mercadoria, de um objeto ou de uma pessoa, por exemplo, aquelas unidades de medida de nada nos servirão.

Para calcular o pêso de um corpo qualquer, precisamos realizar uma operação denominada *pesagem*. Tal operação só é possível quando temos um aparelho apropriado para êste tipo de medição, aparelho êsse denominado *balança*.

As balanças são aparelhos já bastante conhecidos das crianças em idade escolar por serem de uso obrigatório em quitandas, mercearias, farmácias, etc. Poderemos, se possível, exercitar nossos alunos em pesagens com os tipos mais usuais de balanças, na escola ou fora da escola.

A *unidade fundamental* empregada para medir o pêso das coisas é o *quilograma* cuja abreviatura é *kg*.

Na prática, porém, a principal unidade empregada é o *grama*, que é a milésima parte do quilograma.

A palavra quilograma é pouco usada, na prática, quando é comum dizer-se *quilo* ao invés de quilograma, tornando a palavra mais curta.

O quilograma é a unidade fundamental de *massa*. *Pêso* e massa não querem dizer exatamente a mesma coisa. Entretanto, costuma-se usar os dois têrmos como sinônimos, na prática.

EXERCÍCIOS 40

1 — Complete as sentenças abaixo, tornando-as verdadeiras:

a) Balanças são aparelhos que servem para medir ....

b) A unidade fundamental de massa é o ....

c) A abreviatura do quilograma é ....

d) O grama é a .... parte do quilograma.

e) Quilo, na prática, é o mesmo que ....

f) O grama é a unidade .... de massa.

g) A abreviatura de grama é ....

h) O grama "está contido" no quilograma ..... vêzes.

i) O quilograma "contém" o grama .... vêzes.

2 — Complete as equivalências relacionando o kg e o g:

a) 1 kg = 1.000 g ⟺ 1 g = 1/1.000 do ....

b) 0,001 kg = 1 g ⟺ 1 kg = ...g

3 — Coloque V ou F dentro dos parênteses conforme você ache que as sentenças são verdadeiras ou falsas:

a) Se 1.000 g = 1 kg, então 1 g = 1/1.000 do kg ( )

b) Se 1 kg = 1.000 g, então 0,5 kg = 500 g ( )

c) Se 1.000 = 1 kg, então 2 kg = 2.000 ( )

MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS DO GRAMA

O grama é a unidade de massa que possue múltiplos e submúltiplos. Os *múltiplos* são as unidades maiores que o grama e se destinam às "grandes" pesagens. Os *submúltiplos* do grama são as unidades menores que o grama e destinam-se às "pequenas" pesagens.

Os múltiplos do grama "contêm" o grama 10, 100 ou 1.000 vêzes. São êles: o *decagrama* (dag), o *hectograma* (hg) e o *quilograma* (kg).

Os submúltiplos do grama "estão contidos" no grama 10, 100, ou 1.000 vêzes. São êles: o *decigrama* (dg), o *centigrama* (cg) e o *miligrama* (mg).

O quadro abaixo pode resumir tudo o que foi dito sôbre as unidades de massa:

	UNIDADES	SÍMBOLOS	VALOR EM GRAMAS
MÚLTIPLOS	quilograma	kg	1.000g
	hectograma	hg	100g
	decagrama	dag	10g
UNID. PRINC.	grama	g	1g
SUB-MÚLTIPLOS	decigrama	dg	0,1g
	centigrama	cg	0,01g
	miligrama	mg	0,001g

FIG. 54

EXERCÍCIOS 41

1 — Complete as sentenças abaixo escrevendo os numerais equivalentes:

a) 1 kg = ...g   *b*) 2 kg = ...g
c) 5 kg = ...g   *d*) 10 kg = ...g
e) 1,5 kg = ...g   *f*) 5,5 kg = ...g
g) 1.500 g = ...kg   *h*) 2.500 g = ...kg

2 — Escreva V ou F dentro dos parênteses conforme você ache que cada uma das sentenças que seguem são verdadeiras ou falsas:

a) 3,5 kg = 3.500 g ( )   *b*) 5.800 g = 5,8 kg ( )
c) 2.080 g = 2,8 kg ( )   *d*) 500 g > 0,5 kg ( )
e) 0,5 kg ≠ 1/2 kg ( )   *f*) 200 g < 0,5 kg ( )
g) 2.345 g = 2,345 kg ( )   *h*) 6,3 kg = 630 g ( )

3 — Comprei 0,5 kg de biscoitos por Cr$ 1,50. Qual o preço de 1 kg.

0,5 kg → Cr$ 1,50 (plural)
1 kg → Cr$ 1,50 ÷ 0,5
1 kg → Cr$ 3 ,00

4 — Se um quilograma de presunto custa Cr$ 12,00, qual será o preço de 1,650 kg?

1 kg → Cr$ 12,00 (plural)
1,650 kg → 1,650 × 12,00 (plural)
1,650 kg → ....

5 — Mamãe e eu vamos levar bolachas a um asilo. Se ela me der 800 gramas das bolachas que comprou, cada uma de nós poderá levar 6,5 kg de bolachas ao asilo. Quantos quilogramas cada uma de nós comprou?

Mamãe: □ − 800 g = 6.500 g (o mesmo que 6,5 kg)
□ = 6.500 + 800
□ = 7.300 g ou 7,3 kg

Eu: □ + 800 g = 6.500 g
□ = 6.500 − 800
□ = 5.700 g ou 5,7 kg

6 — Descubra o valor de □:

a) 4,5 kg × □ = Cr$ 31,50
b) □ × 0,65 kg = Cr$ 58,50
c) □ − 1,35 g = 5,32 g
d) 10 g − □ = 6,245 g

7 — Escreva entre chaves o conjunto de múltiplos e submúltiplos do grama.

8 — Use o quadro abaixo para facilitar as mudanças de unidades. Observe os dois exemplos e complete os exercícios seguintes:

Exemplos: 1º) 3,8 kg = ...dag

	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg	
	3	8	0					

Fig. 55

3,8 kg = 380 dag

2º) 645 cg = ...dag

	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg	
			0	6	4	5		

Fig. 56

645 cg = 0,645 dag

a) 2,326 kg = ... dg
b) 0,154 kg = ... hg
c) 2.565 g = ... kg
d) 1.086 g = ... hg
e) 54,6 dag = ...cg
f) 50,45 dag = ...mg
g) 643,2 g = ...hg
h) 0,6 kg = ...dg

9 — Verifique se são verdadeiras as afirmações seguintes:

a) 34,4 g = 3,44 dag
b) 2,68 hg $\neq$ 2,86 hg
c) 0,405 kg < 0,450 kg
d) 13,8 hg = 1.380 kg

e) 0,95 kg $\neq$ 95 dag
f) 25,68 g = 256,8 dg
g) 346,9 cg > 3,469 g
h) 2.340 mg = 2,34 g

10 — Sabendo que 0,85 kg de um certo produto custam Cr$ 4,25, qual será o preço de 2,5 kg?

0,85 → Cr$ 4,25 (plural)
1 kg → 4,25 ÷ 0,85
1 kg → Cr$ 5,00 (singular)
2,5 kg → 5 × 2,5
2,5 kg → Cr$ 12,50 (plural)

A TONELADA E O QUINTAL

Quando temos de medir pesos muito grandes, tais como cargas de caminhões, de vagões de estrada de ferro ou de navios cargueiros, o quilograma se torna uma unidade muito pequena e a medida dêsses pesos resulta em números exageradamente grandes.

Para casos como os acima citados, usamos dois múltiplos especiais do quilograma, a *tonelada* e o *quintal*.

A tonelada é uma unidade 1.000 vêzes maior que o quilograma, isto é, a tonelada equivale a 1.000 quilogramas. Seu símbolo é *t*.

O quintal é 100 vêzes maior que o quilograma. Seu símbolo é *q*.

EXERCÍCIOS 42

1 — Complete as sentenças que seguem:

a) A tonelada é ...... vêzes maior que o quilograma.
b) O quilograma é a .... parte da tonelada.
c) Meia tonelada são .... quilogramas.
d) 1/4 de tonelada são .... quilogramas.
e) O quintal é .... vêzes maior que o quilograma.
f) 1/100 do quintal equivale a um ....
g) *t* é o símbolo da .... e *q* é o símbolo do ....

2 — Descubra as relações entre o quintal e a tonelada e vice-versa:

a) O quintal corresponde a .... quilogramas.
b) A tonelada é .... vêzes maior que o quintal.
c) Para completar uma tonelada, são necessários .... quintais.
d) O quintal é a ...... parte da tonelada.

3 — Descubra os resultados das seguintes operações e dê as respostas em quilogramas:

a) 5.308 kg − 4,5 t = ...
b) (24,7 q + 358,8 kg) − 1,43 t = ...
c) 10 t − (5,346 q + 2,3 t) = ...

4 — Para transportar uma carga de 5,75 t, um caminhão cobra Cr$ 0,24 por quilograma. Quanto se pagará de frete?

5,75 t = ... kg
1 kg → Cr$ 0,24 (singular)
.......kg → ... × 0,24
........kg → Cr$ ....

MEDIDA DE TEMPO

Todos sabemos que o "passar" do tempo precisa ser medido. Para que seja medido o passar do tempo, são necessárias unidades que servirão de medida. Tais unidades, na sua maioria, são já do conhecimento dos alunos de 3ª. série.

A unidade de tempo que a criança toma conhecimento em primeiro lugar é o *dia*, tempo que a terra leva para dar uma volta completa ao ao redor de si mesma.

A **unidade legal** de tempo é o **segundo.** Entretanto, por ser esta uma unidade muito pequena (1/86.400 do dia solar), não vamos partir dela para o ensino das outras unidades. Partimos do dia, que a criança conhece intuitivamente pela sucessão dia-noite.

Assim, partindo do dia como a unidade de tempo, levaremos ao conhecimento de sua relação com outras unidades maiores (espaços maiores de tempo).

O *mês* tem 30 dias (mês comercial), logo, o dia é 30 vêzes menor que o mês.

Então, 1 dia é 1/30 do mês.

A *semana* tem 7 dias, logo, o dia é 7 vêzes menor que a semana.

Portanto, 1 dia é 1/7 da semana.

O *ano* é o tempo que a terra gasta para dar uma volta completa ao redor do Sol. São necessários 365 dias e algumas horas para "passar" o tempo correspondente a um ano. Cada quatro anos, reunidas as sobras das horas de cada ano, completa-se mais um dia e o ano passa a ter 366 dias. Êste ano que tem um dia a mais chama-se ano *bissexto*.

O *ano comercial*, isto é, a unidade de tempo denominada ano, nas atividades comerciais, é considerado como sendo o tempo correspondente a 360 dias. Então, em relação ao ano comercial, o dia é 360 vêzes menor que o ano, ou 1/360 do ano.

Há, ainda, alguns períodos do ano que são conhecidos com denominações especiais: o período correspondente a seis meses ou meio ano é denominado *semestre*; o período de três meses, ou um quarto do ano é denominado *trimestre*; *bimestre* é um período de 2 meses.

As unidades de tempo menores que o dia são: a *hora*, o *minuto* e o *segundo*.

1 dia = 24 horas e 1 hora = 1/24 do dia.

1 hora = 60 minutos e 1 minuto = 1/60 da hora.

1 minuto = 60 segundos e 1 segundo = 1/60 do minuto

NOTAÇÃO CORRETA DAS UNIDADES DE TEMPO

As unidades de tempo não têm uma relação decimal, como as unidades do Sistema Métrico Decimal. Vimos que o ano tem 12 meses (se a relação fôsse decimal, seriam 10), o mês tem 30 dias (e não 10), a hora tem 60 minutos (e não 10), etc. É preciso que o aluno perceba isto, perceba que a relação entre as unidades de tempo não é decimal. Logo, não se deve escrever uma medida de tempo empregando a vírgula decimal. Por exemplo: 8,20 h é uma notação errada, pois o numeral 8,20 expressa a seguinte medida de tempo: 8 horas e 20 centésimos da hora. Vejamos quantos minutos são os 20 centésimos da hora: 20/100 = 1/5 e 1/5 de 60 minutos são 12 minutos. Então 8,20 h é o mesmo que 8 horas e 12 minutos. Mas, não é pensando em 8 horas e 12 minutos que algumas pessoas escrevem 8,20 h, mas sim para expressar 8 h e 20 min. Como vemos, a notação com a vírgula é errada e, além do mais, contraria a regulamentação oficial a respeito das unidades de tempo e respectivas representações simbólicas.

Os símbolos oficiais para as medidas de tempo são:

dia = d
hora = h
minuto = min
segundo = s

Fig. 57

Exemplo:

Escrevemos 3 h 42 min 5 s e *não* 3 h 42' 5". Não usaremos a vírgula decimal para expressar medidas de tempo.

EXERCÍCIOS 43

1 — Um dia, que fração é do mês?
2 — Cinco dias, que fração do mês é?
3 — Um mês, que fração é do ano?
4 — Cinco meses, que fração do ano é?
5 — Sete semanas, quantos dias são?
6 — Quantas horas são 3 dias?

7 — 8 horas, quantos minutos são?
8 — 15 minutos quantos segundos são?
9 — Uma hora e meia, quantos minutos são?
10 — Uma hora, quantos segundos são?
11 — Complete os exercícios abaixo:

a) Uma hora = ... minutos ou .... segundos
b) Um dia = ... horas ou .... minutos
c) Um quarto do dia = ... horas ou .... minutos
d) Dez dias = ... horas
e) Oito horas = ... minutos ou .... segundos

12 — Complete, tornando verdadeiras, as sentenças abaixo:

a) Mauro trabalhou na fábrica durante um trimestre. Logo, êle trabalhou ... meses ou ... dias.

b) Papai trabalha 8 h por dia. Papai trabalha .... horas nos 6 dias úteis da semana.

c) O mês de abril tem 30 dias. Uma empregada começou a trabalhar em nossa casa no dia 22 de abril e trabalhou até 5 de maio. Ela trabalhou ..... dias.

13 — Se Roberto trabalhasse durante todo o mês êle receberia Cr$ 540,00. Como êle deixou de trabalhar 5 dias, quanto deve receber?

30 dias → Cr$ 540,00 (plural)
1 dia → Cr$ 540,00 ÷ 30 = Cr$ 18,00 (singular)
25 dias → 25 × Cr$ 18,00 = Cr$ 450,00 (plural)

14 — Um operário ganha Cr$ 240,00 por mês e guarda 1/5 do ordenado todos os meses. Quanto êle consegue economizar em um ano?

1.ª estrutura:

5/5 do mês → Cr$ 240,00 (plural)
1/5 do mês → Cr$ 240,00 ÷ 5 = Cr$ 48,00 (singular)

2.ª estrutura:

1 mês → Cr$ 48,00 (singular)
12 meses → 12 × Cr$ 48,00 = Cr$ 576,00 (plural)
ou 1 ano → Cr$ 576,00

15 — Um trabalhador braçal ganha Cr$ 0,95 por hora de serviço e trabalha 8 horas por dia. Quanto êle receberá em um bismestre em que trabalhou todos os dias?

1.ª estrutura:

1 hora → Cr$ 0,95 (singular)
8 horas → 8 × Cr$ 0,95 = Cr$ 7,60 (plural)
ou 1 dia → Cr$ 7,60

2.ª estrutura:

1 dia → Cr$ 7,60 (singular)
60 dias → 60 × Cr$ 7,60 = Cr$ 456,00 (plural)
ou 1 bimestre → Cr$ 456,00

O CRUZEIRO COMO MOEDA NACIONAL

O CRUZEIRO E O CENTAVO

O nosso dinheiro passou por uma transformação de valor há não muito tempo: fevereiro de 1967. Nessa ocasião a nossa unidade monetária, *cruzeiro*, passou a se chamar cruzeiro nôvo, até que nos esquecêssemos completamente do seu valor antigo (que era 1.000 vêzes menor) e que tivéssemos cédulas e moedas de acôrdo com o nôvo padrão.

A 15 de maio de 1970, o "cruzeiro nôvo" deixou oficialmente de existir, voltando a unidade padrão do sistema monetário brasileiro a denominar-se simplesmente "cruzeiro", com a representação gráfica Cr$.

O *centavo* é o único submúltiplo do cruzeiro: vale 100 vêzes menos que a unidade monetária fundamental, cruzeiro.

Sendo o valor do centavo igual a $\frac{1}{100}$ ou 0,01 da unidade, a sua representação é decimal, e valem, portanto, todos os conceitos e propriedades que valem para os numerais decimais, inclusive as técnicas operatórias usuais.

REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA

A representação simbólica de nosso dinheiro deve ser sempre por um numeral decimal, isto é, mesmo que se deseje representar cruzeiros exatos, a representação numérica deve deixar bem clara a não existência de centavos além dos cruzeiros expressos naquele valor. Para tanto, é preciso que se acrescente a vírgula e os dois zeros para preencher os "lugares" dos décimos e dos centésimos. Assim Cr$ 8,00 (oito cruzeiros), por exemplo.

OPERAÇÕES COM TÊRMOS EXPRESSOS EM DINHEIRO

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

As adições e subtrações cujos têrmos expressam quantias em dinheiro não oferecem dificuldade alguma, tanto que, se assim desejarmos, podemos ensiná-las a crianças que ainda desconhecem os numerais decimais. Basta adicionarmos ou subtrairmos unidades de cruzeiros a unidades de cruzeiros, dezenas de cruzeiros a dezenas de cruzeiros, etc. Ao escrevermos os têrmos das operações para efetuá-las, segundo as técnicas aprendidas em capítulos anteriores, os centavos serão necessàriamente escritos sob centavos e as operações (adição e subtração) serão efetuadas como se os têrmos fôssem números naturais.

É óbvio que, se adicionamos quantias em dinheiro, a soma é dinheiro, e se subtraímos dinheiro de dinheiro, a diferença é dinheiro. Pensando assim, a criança não terá dificuldade em colocar a vírgula decimal nos resultados dessas operações para separar os cruzeiros dos centavos e representar corretamente tais resultados.

MULTIPLICAÇÃO

Para multiplicarmos quantias em dinheiro operamos exatamente de acôrdo com as técnicas aprendidas para a multiplicação de numerais decimais.

Como apenas tratamos de dois casos de multiplicação de decimais, neste volume, por faltarem ainda fundamentos para serem ensinados os outros casos, restringiremos as multiplicações por números que expressam quantias em dinheiro a êsses dois casos. No volume 4, trataremos dos outros.

1.º caso: O multiplicador é um número natural qualquer.

Vimos, no capítulo referente ao assunto, que multiplicar um número expresso sob a forma decimal por um número natural é o mesmo que repeti-lo tantas vêzes quantas forem o número de unidades do multiplicador. Conseqüentemente, o produto é da mesma espécie do multiplicando. Se êste fôr expresso até à ordem dos centésimos, (tiver duas ordens decimais) o produto também terá e é preciso que se coloque a vírgula decimal separando a ordem das unidades da ordem dos décimos. Logo, não haverá dificuldade em multiplicar quantias em dinheiro por um número natural qualquer. Exemplifiquemos:

1 — 5 × Cr$ 38,00

$$\begin{array}{r} 38,00 \\ \times\ 5 \\ \hline 190,00 \end{array}$$

(2 ordens decimais)

2 — 18 × Cr$ 45,00

$$\begin{array}{r} 45,00 \\ \times\ 18 \\ \hline 36000 \\ 4500 \\ \hline 810,00 \end{array}$$

(2 ordens decimais)

3 — 12 × Cr$ 15,80

$$\begin{array}{r} 15,80 \\ \times\ 12 \\ \hline 31\ 60 \\ 158\ 0 \\ \hline 189,60 \end{array}$$

(2 ordens decimais)

4 — 2,5 × Cr$ 9,00

Êste exemplo nos oferece uma multiplicação em que ambos os têrmos são numerais decimais. Entretanto, podemos efetuar a operação considerando que a quantia em dinheiro é um número inteiro de cruzeiros e podemos efetuar: 2,5 × 9 porque Cr$ 9,00 é o mesmo que 9 cruzeiros. Assim, um dos fatôres passa a ser expresso por um número natural. (9,00 é outro numeral equivalente a 9).

O nosso exemplo, 2,5 × Cr$ 9,00 passa a ser expresso assim: 2,5 × 9 ou 9 × 2,5 por ser a multiplicação comutativa.

E teremos:

$$\begin{array}{r} 2,5 \\ \times\ 9 \\ \hline 22,5 \end{array}$$

(uma ordem decimal)

Como um dos fatôres dessa multiplicação representa quantia em dinheiro, o produto também representa dinheiro e, por uma questão de legislação sôbre a representação simbólica de nossa moeda, deverá ter duas ordens decimais para expressar os centavos que são centésimos do cruzeiro. Assim, o produto acima 22,5 deverá passar a ser escrito assim: 22,50 ou Cr$ 22,50.

5 — 2,15 × Cr$ 6,00.

Pelas mesmas razões expostas acima, efetuaremos a multiplicação assim:

$$\begin{array}{r} 2,15 \\ \times\ 6 \\ \hline 12,90 \end{array}$$

(duas ordens decimais)

E o produto é Cr$ 12,90.

6 — 1,345 × Cr$ 8,00.

Ainda, pelas mesmas razões acima mencionadas, efetuaremos:

$$\begin{array}{r} 1{,}345 \\ \times\ 8 \\ \hline 10{,}760 \end{array} \text{ (três ordens decimais)}$$

O produto representa uma quantia em dinheiro expressa com três ordens decimais e a nossa moeda não considera frações menores que 0,01 do cruzeiro. Assim, as ordens que ultrapassarem a segunda (centésimos), serão simplesmente canceladas porque não expressam valor algum em dinheiro. Assim: Cr$ 10,760 ou Cr$ 10,76.

7 — 0,215 × Cr$ 7,00

$$\begin{array}{r} 0{,}215 \\ \times\ 7 \\ \hline 1{,}505 \end{array}$$

(três ordens decimais) A última será suprimida.

O produto será Cr$ 1,50.

8 — 2,45 × Cr$ 3,50.

Êstes casos ficarão, como já dissemos atrás, para ocasião mais oportuna. É muito fácil mandar o aluno contar as "casas" decimais dos fatôres para marcar a vírgula no "lugar" correto, no produto. Êste procedimento, porém, tem uma explicação que não pode ser dada ainda. E não devemos dar regras para efetuar cálculos enquanto a criança não possue condições para entender os "porquês" das mesmas.

Logo, quando um fator fôr expresso por um numeral decimal e o outro tiver de expressar quantia em dinheiro, devemos evitar que essa quantia contenha também centavos.

2.° caso: O multiplicador é 10, 100 ou 1.000.

Êste caso não oferece dificuldade. O aluno deverá agir exatamente como quando aprendeu a multiplicação de um decimal por êsses números.

Exemplos:

1 — 10 × Cr$ 3,00 = Cr$ 30,00
2 — 10 × Cr$ 2,80 = Cr$ 28,00
3 — 10 × Cr$ 5,45 = Cr$ 54,50

4 — 10 × Cr$ 0,28 = Cr$ 2,80
5 — 100 × Cr$ 12,00 = Cr$ 1.200,00
6 — 100 × Cr$ 8,80 = Cr$ 880,00
7 — 100 × Cr$ 0,95 = Cr$ 95,00
8 — 1.000 × Cr$ 6,00 = Cr$ 6.000,00
9 — 1.000 × Cr$ 2,50 = Cr$ 2.500,00
10 — 1.000 × Cr$ 0,35 = Cr$ 350,00

DIVISÃO

A divisão de quantias em dinheiro deve também restringir-se aos casos ensinados da divisão de decimais: decimal por um número inteiro e decimal por decimal com o mesmo número de ordens decimais.

1.° caso: O divisor é um número natural e o dividendo é uma quantia em dinheiro.

Seja o seguinte exemplo:

Cr$ 18,40 ÷ 5

Faremos com que a criança recorde que, por exemplo:

$$2{,}45 \times 2 = 4{,}90 \Longleftrightarrow 4{,}90 \div 2 = 2{,}45$$

Logo, centésimos ÷ número natural = centésimos, isto é, um número cujo numeral expressa centésimos, quando dividido por um número natural, dá para quociente um número cujo numeral também deve expressar duas ordens decimais ou centésimos.

Voltando ao nosso primeiro exemplo: Cr$ 18,40 ÷ 5 está enquadrado no caso que procuramos fazer com que a criança recordasse: centésimos no dividendo, centésimos no quociente, por ser o divisor um número inteiro ou natural.

E temos:

			ou		
	18,40	5		18,40	5
3 × 5 =	15	3,68		3 4	3,68
	034			40	
6 × 5 =	30			0	
	040				
8 × 5 =	40				
	00				

O quociente representa, portanto, Cr$ 3,68.

2.º caso: O divisor é um número racional expresso sob a forma decimal.

Seja o seguinte exemplo:

Cr$ 13,12 ÷ 0,82

Levaremos novamente a criança a recordar a relação existente entre a multiplicação e a divisão nos casos em que um dos fatôres é um número racional expresso com duas casas decimais:

$$2 \times 3{,}45 = 6{,}90 \Longleftrightarrow 6{,}90 \div 3{,}45 = 2$$

Logo, dividindo centésimos por centésimos, teremos para quociente um número natural. (Sem necessidade da vírgula decimal, portanto.)

Voltemos ao nosso exemplo: Cr$ 13,12 ÷ 0,82 é exatamente um caso como o da relação acima: centésimo ÷ centésimo = número natural. Portanto, efetuando a divisão pela técnica que sabemos, teremos no quociente um número inteiro de cruzeiros, sem a vírgula decimal. Poderemos colocá-la depois, e devemos fazê-lo, em obediência à legislação existente sôbre o assunto. Iremos colocá-la, entretanto, no lugar das unidades (à direita de todo o numeral que representa o quociente) e, a seguir, escreveremos os dois zeros para indicar que o número de cruzeiros é inteiro e não há centavos. Assim:

13,12 | 0,82 (centésimos por centésimos)
1 × 82 = 8 2 — 16 cruzeiros ou Cr$ 16,00
4 92
6 × 82 = 4 92
0 00

Outro exemplo: Cr$ 30,00 ÷ 2,5

Neste exemplo, o número de ordens decimais é menor no divisor. É fácil, porém, fazer com que fiquem iguais e tenhamos um caso igual ao estudado. Como o dividendo (Cr$ 30,00) é um número cujo numeral apresenta zeros no final apenas para atender às exigências da legislação, podemos suprimir o último zero sem que o valor por êle expresso se altere. Já sabemos que 30,00 = 30,0 = 30 (três numerais diferentes para representar um só número). Logo, ao empregar a técnica de dividir

podemos usar qualquer dos três numerais, conforme a nossa conveniência. No caso do nosso exemplo, convém-nos o segundo numeral: 30,0.

E teremos:

30,0~~0~~ | 2,5 (décimos por décimos)
1 × 25 = 25 — 12 cruzeiros ou Cr$ 12,00
050
2 × 25 = 50
00

Mais um exemplo: Cr$ 35,75 ÷ 2,5

Neste exemplo, não podemos agir como no anterior, isto é, não podemos transformar o numeral do dividendo em outro equivalente com uma só casa decimal, pois o seu último algarismo é significativo. Então, faremos a alteração no numeral do divisor: 2,5 e 2,50 são numerais do mesmo número e podemos, portanto, para conveniência nossa, optar pelo segundo numeral, 2,50. Assim:

35,75 | 2,50 (centésimos por centésimos)
1 × 250 = 25 0 — 14
10 75
4 × 250 = 10 00
00 75

Diremos que o quociente é 14 cruzeiros ou Cr$ 14,00. Logo, a vírgula deverá ficar à direita do algarismo 4. Como há um resto na divisão, poderemos acrescentar-lhe um zero, após marcar o lugar da vírgula, e dividir êsse resto que transformamos em décimos de cruzeiro ao acrescentar-lhe um zero, pois um número 10 vêzes maior representa uma medida cuja unidade é 10 vêzes menor. Assim:

35,75 | 2,50
1 × 250 = 25 0 — 14,3 ou 14,30 cruzeiros ou Cr$ 14,30
10 75
4 × 250 = 10 00
00 750
3 × 250 = 750
000

As divisões de cruzeiros por milésimos obedecem aos mesmos princípios. Entretanto, a técnica de divisão por um número expresso por três algarismos deve ficar para mais tarde, a não ser nos casos como o que acabamos de expor, quando o último algarismo do divisor é zero e a divisão por 250 é quase que uma divisão por 25.

EXERCÍCIOS 44

1 — Nossa professôra comprou 34 livros para a nossa classe por Cr$ 187,00. Qual o preço de cada livro?

34 livros → Cr$ 187,00 (plural)
1 livro → ?

2 — Um livro e um caderno custaram juntos Cr$ 17,00. O livro custou Cr$ 9,00 mais que o caderno. Qual o preço de cada um?

Estrutura do problema:

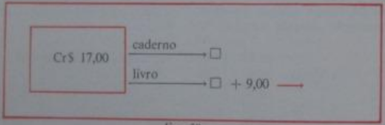


FIG. 58

Sentença matemática:

$\square + (\square + 9{,}00) = 17{,}00$
ou $(\square + \square) + 9{,}00 = 17{,}00$
ou $2 \times \square = 17{,}00 - 9{,}00$
$2 \times \square = 8{,}00$
$\square = 8{,}00 \div 2$
$\square =$ ....

3 — Para a festa de formatura de meu irmão Cláudio, mamãe comprou-lhe: 1 camisa por Cr$ 23,50; 1 par de sapatos por Cr$ 32,00; um par de meias por Cr$ 2,80 e um par de abotoaduras por Cr$ 5,50. Pagou essa compra com 7 notas de Cr$ 10,00. Qual foi o seu trôco?

$\square = 70{,}00 - (23{,}50 + 32{,}00 + 2{,}80 + 5{,}50)$
$\square = 70{,}00 -$ ....
$\square =$ ....

4 — Papai comprou 6,5 m de tecido para fazer um terno por Cr$ 92,30. A como pagou o metro do tecido?

5 — Se uma pessoa trabalhou 4,5 dias e recebeu Cr$ 40,50, quanto receberia se tivesse trabalhado o mês todo?

4,5 dias → Cr$ 40,50 (plural)
1 dia → .... (singular)
30 dias → .... (plural)
ou 1 mês → ....

Muitos outros exercícios e problemas empregando a nossa moeda foram sugeridos no desenvolvimento de outros assuntos. É preciso, porém, cuidado ao apresentar as questões para evitar que, para resolver um dado exercício, a criança depare com um caso ainda não estudado. Para evitar que isto aconteça, sugerimos que esta parte do programa (a Moeda Nacional) seja tratada, por partes, desde o início do ano escolar. Antes do estudo do Sistema Métrico Decimal, o aluno que aprendeu a trabalhar com os numerais decimais, poderá já terminar êste estudo para ficar apto a resolver um maior número de problemas.

CONJUNTO DE PONTOS

IDÉIA DE PONTO E DE CONJUNTO DE PONTOS

Para darmos a idéia de *pontos*, já dissemos, poderemos mandar que nossos alunos façam, com a ponta do lápis, pequenas marcas no papel. Faremos, com o giz, a mesma coisa no quadro. Diremos, então, que essas marcas representam pontos. Quanto menor a marca deixada no papel ou no quadro, melhor ela representará o ponto, pois a idéia que devemos ter do ponto é a de um corpo imensamente pequeno, tão pequeno que não o vemos. A marca deixada pelo lápis no papel é um desenho, um modêlo de ponto. É para que o imaginemos.

A seguir, daremos a idéia de conjunto de pontos, desenhando, no quadro, conjuntos assim:

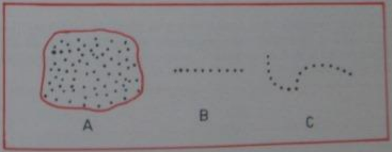


Fig. 59

Os conjuntos A, B, e C são conjuntos de pontos. Podemos desenhar quantos pontos quisermos em qualquer dêles. Assim, os conjuntos de pontos são infinitos. Cada ponto é um elemento do conjunto de pontos.

A LINHA RETA

O aluno de 3.ª série já saberá representar uma reta com o auxílio de uma régua. Assim:

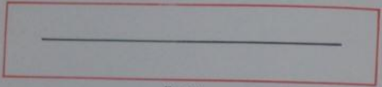


Fig. 60

O conceito de reta é primitivo, isto é, reta é um têrmo não definido, por ser fundamental no estudo da Geometria, assim como o ponto.

Já sabe também, o aluno, que pode marcar quantos pontos quiser sôbre a reta desenhada. Pondo em evidência êste fato, existirem tantos pontos quantos quisermos na reta, levaremos a criança a "sentir" que a linha reta é um conjunto de pontos e que êste conjunto é infinito. Assim:

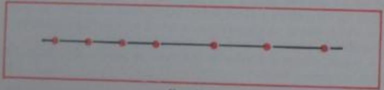


Fig. 61

A régua possibilita que desenhemos uma parte da reta, pois podemos imaginá-la prolongada indefinidamente, até mesmo além da fôlha do desenho, em ambos os sentidos. Costuma-se indicar isto representando a reta assim:

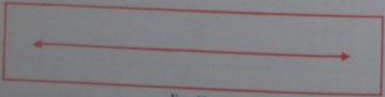


Fig. 62

As setas nas extremidades da porção da reta que desenhamos são para indicar que ela é infinita nos dois sentidos.

Tôda reta pode ser designada por dois de seus pontos. Desenhada uma reta, podemos marcar dois pontos quaisquer sôbre ela e designá-los por lêtras maiúsculas.

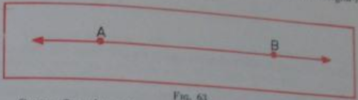


Fig. 63

Como não existe outra reta que possa ser desenhada passando pelos pontos A e B além da que temos desenhada, podemos designá-la assim: $\overleftrightarrow{AB}$ (lê-se: reta AB).

O conjunto de pontos que constitui uma reta é infinito, já vimos. Logo, quando a representamos por meio do desenho não podemos supor que ela tenha origem (começo) e extremidade (fim). A dupla seta tem por fim tornar isto bem claro.

EXERCÍCIOS 45

1 — Desenhe um conjunto de pontos.

2 — Observando a reta abaixo, complete as sentenças que seguem:

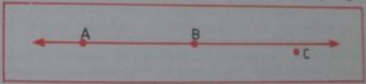


Fig. 64

a) Para designar a reta acima podemos escrever ....

b) O ponto A pertence à reta ....

c) O ponto C .... à $\overleftrightarrow{AB}$.

d) O ponto B .... à $\overleftrightarrow{AB}$.

3 — Complete as seguintes sentenças:

a) A reta é um conjunto ....de pontos.

b) Numa reta existem tantos pontos quantos ....

c) A reta é um conjunto cujos elementos são ....

d) Uma reta não tem origem nem ....

SEGMENTO DE RETA

Observando a representação de uma reta sôbre a qual estão marcados dois pontos M e N, distintos, como na ilustração abaixo, poderemos rever ou completar o conceito de segmento de reta.

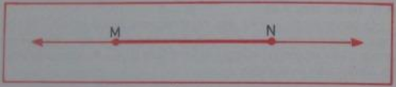


Fig. 65

Os pontos M e N e todos os pontos entre êles constituem uma porção bem definida da reta; essa porção é um subconjunto de $\overleftrightarrow{MN}$, está contida nela. Pois bem, um subconjunto da reta formado por dois pontos quaisquer e todos os pontos entre êles é denominado *segmento de reta*. Designamos o segmento acima empregando as mesmas lêtras que designam os pontos que são as extremidades do segmento. Assim: $\overline{MN}$ (lê-se: segmento MN).

Como vimos, o segmento de reta também é um conjunto de pontos. Mas é um conjunto finito. Sua origem é um dos pontos que o delimitam e sua extremidade é o outro. Êstes pontos são também chamados *fronteira* do segmento.

O segmento está contido na reta que o contém. Em nosso exemplo acima, $\overline{MN}$ está contido (é sub-conjunto) em $\overleftrightarrow{MN}$ ou, $\overleftrightarrow{MN}$ contém $\overline{MN}$.

Seja o segmento $\overline{AB}$ contido na reta $\overleftrightarrow{AB}$ e os pontos P e Q. Podemos observar as seguintes relações:

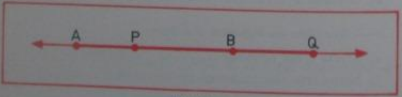


Fig. 66

a) $\overline{AB}$ está contido em $\overleftrightarrow{AB}$.

b) O ponto P é um elemento de $\overline{AB}$[1] e de $\overleftrightarrow{AB}$. Logo, P pertence tanto ao segmento $\overline{AB}$ como à reta $\overleftrightarrow{AB}$.

c) O ponto Q pertence à reta $\overleftrightarrow{AB}$.

d) O ponto Q não pertence ao segmento $\overline{AB}$.

Como os segmentos têm fronteiras, podemos medi-los. Quando dizemos que medimos um segmento AB, na realidade nós medimos a distância entre os pontos A e B. Para isso, usaremos uma régua graduada. O resultado da medida será um número que expressa quantas unidades (centímetros, decímetros, metros, etc.) o segmento contém.

Os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BA}$ do desenho acima são o mesmo segmento e, portanto, são iguais. Há, entretanto, muitos outros segmentos que têm a mesma medida que $\overline{AB}$ ou $\overline{BA}$. Êsses outros, embora com a mesma medida, não são iguais a $\overline{AB}$, pois um segmento só é igual a êle mesmo. São denominados segmentos *congruentes* aquêles que têm a mesma medida.

EXERCÍCIOS 46

1 — Desenhe e designe uma reta por dois de seus pontos, X e Y.

2 — Designe o segmento de reta que o seu desenho mostra.

3 — A reta abaixo representada servirá para ajudar você a completar as afirmações seguintes:

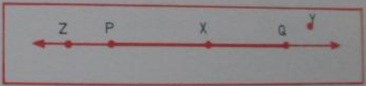


Fig. 67

a) O segmento cujas extremidades são os pontos P e Q é designado ....

b) $\overline{PQ}$ está contido em ....

c) $\overleftrightarrow{PQ}$ contém ....

d) X é um ponto de .... e ao mesmo tempo de ....

e) X pertence à reta ....

f) X pertence ao segmento ....

g) Z não pertence a ....

h) Z pertence a ....

---

1 — Usando a notação $\overline{AB}$ é desnecessário o emprêgo da palavra segmento, do mesmo modo que usando a notação $\overleftrightarrow{AB}$ é desnecessária a palavra reta, pois $\overline{AB}$ significa já segmento AB e $\overleftrightarrow{AB}$ significa reta AB, conforme foi dito antes. Apenas para reforçar o sentido das afirmações acima é que repetimos êsses têrmos.

i) Y .... a $\overline{PQ}$.

j) Y ....a $\overleftrightarrow{PQ}$.

4 — Um segmento de reta é um conjunto de ....

5 — Complete: $\overline{PQ}$ = ...

6 — Dois segmentos com a mesma medida são denominados segmentos ....

7 — Meça com a régua graduada em centímetros os seguintes segmentos e depois complete as sentenças abaixo:

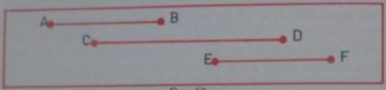


Fig. 68

a) $\overline{AB}$ mede .... centímetros.

b) $\overline{EF}$ mede .... centímetros.

c) Medida de $\overline{AB}$ .... medida de $\overline{EF}$.

d) $\overline{CD}$ mede .... centímetros.

e) Medida de $\overline{CD}$ .... medida de $\overline{AB}$.

f) Medida de $\overline{EF}$ .... medida de $\overline{CD}$.

g) $\overline{AB}$ é congruente a ....

h) $\overline{EF}$ não é congruente a ....

DESIGNAÇÃO DE RETAS

Poderemos mostrar aos nossos alunos que, sendo a reta um conjunto de pontos, ela pode ser designada por lêtras de nosso alfabeto, como qualquer outro conjunto.

Temos designado a reta por dois quaisquer de seus pontos, assim:

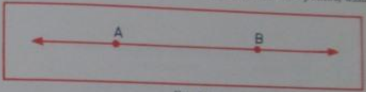


Fig. 69

Dizemos que a reta acima é a reta AB, ou, simplesmente, $\overleftrightarrow{AB}$. Podemos também designá-la por uma única lêtra minúscula, ou seja, por reta r, assim:

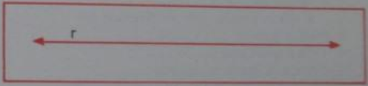


Fig. 70

Já tivemos oportunidade de dizer que, sendo a reta um conjunto e os pontos, elementos dêsse conjunto, achamos muito mais lógico que, no primeiro exemplo, a designação fôsse feita com lêtras minúsculas e, no segundo, com maiúsculas. Entretanto, para seguir uma norma que se não é geral, pelo menos é quase geral, designamos a reta de uma das duas maneiras apresentadas nos desenhos.

EXERCÍCIOS 47

Você vê, abaixo, a representação de três retas, cada uma delas com dois de seus pontos assinalados e designados por lêtras. Pensando em tudo que já aprendeu sôbre retas e segmentos, observe os modelos de retas e complete:

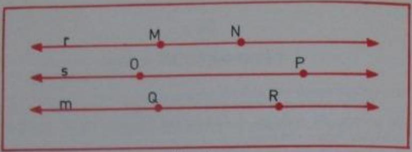


Fig. 71

1 — A reta r pode ser também designada assim: ....
2 — $\overline{MN}$ mede .... centímetros.
3 — $\overleftrightarrow{OP}$ também pode ser designada por reta ....
4 — $\overline{OP}$ é um segmento da reta ....
5 — A medida de $\overline{OP}$ é .... centímetros.
6 — $\overline{OP}$ está contido em ....
7 — $\overleftrightarrow{MN}$ contém ....
8 — A reta m também pode ser designada por ....
9 — $\overline{QR}$ é parte de ....
10 — $\overline{QR}$ é subconjunto de ....
11 — A reta m contém o segmento ....
12 — O segmento QR está contido em ....
13 — A $\overleftrightarrow{MN}$ é um conjunto .... de pontos.
14 — Podemos medir ....
15 — Não podemos medir ....

RETAS CONCORRENTES

Como o aluno de 3.ª série primária não conhece ainda operações entre conjuntos, daremos uma noção intuitiva de retas concorrentes e retas paralelas. Desenhando duas retas que se interceptam (cruzam-se), levaremos a criança ao conhecimento do que sejam retas concorrentes.

Assim:

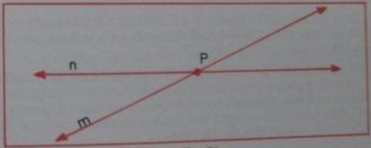


Fig. 72

Observando as retas *m* e *n*, lembraremos que: a reta m é um conjunto infinito de pontos. P é um de seus pontos. A reta n é um conjunto infinito de pontos. P é também um de seus pontos. Assim, P é o único ponto que pertence tanto a uma como a outra reta. As retas que se cruzam apresentam essa particularidade: possuem um ponto em comum. (Daremos muitos exemplos como o da ilustração empregando outras posições e outras lêtras para designar as retas e o ponto de intersecção). A seguir, diremos que as retas que apresentam essa característica são denominadas *concorrentes*. Portanto, as retas *m* e *n* da ilustração são retas concorrentes.

RETAS PARALELAS

Também, pela observação de muitos exemplos é que levaremos à criança o conceito de retas paralelas. Sejam as retas r e s do desenho abaixo:

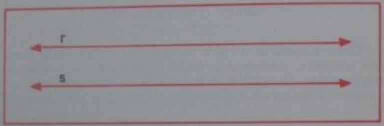


Fig. 73

Serão concorrentes as retas r e s? Por quê? Prolongando-as em um ou em outro sentido haverá possibilidade de r e s se interceptarem? Por quê?

Se as retas não são concorrentes, elas são denominadas *paralelas*.

As retas paralelas nunca se encontram e por isso o conjunto de pontos de uma delas é completamente diverso do conjunto de pontos da outra. Não existe nenhum ponto que pertença ao mesmo tempo a uma e a outra reta, quando elas são paralelas.

EXERCÍCIOS 48

1 — Desenhe duas retas concorrentes e duas retas paralelas. Designe-as como quiser.

2 — Complete, tornando verdadeiras, as sentenças:

a) Quando duas retas são concorrentes elas .... um ponto que é ao mesmo tempo pertencente a ambas.

b) Quando duas retas são paralelas elas .... ponto em comum.

3 — Complete:

a) Se duas ou mais retas se interceptam em um certo ponto, elas são denominadas retas ....

b) Se duas ou mais retas não se interceptam, elas são denominadas retas ....

4 — Verifique qual desenho mostra retas concorrentes e qual mostra retas paralelas. Escreva abaixo de cada ilustração a denominação do grupo de retas representado.

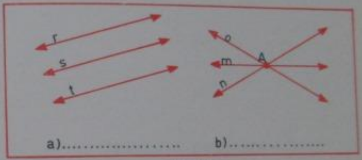


Fig. 74

a) .... *b*) ....

NOTA: Duas ou mais retas paralelas entre si formam um feixe de retas paralelas. As retas concorrentes em um mesmo ponto também constituem feixes de retas concorrentes.

CURVAS — POLÍGONOS

CURVAS SIMPLES E NÃO SIMPLES

O conceito de curvas como conjuntos de pontos já deve ter sido introduzido na segunda série e nós tratamos dêste assunto em nosso volume 2. Segundo êsse conceito, um segmento de reta é uma curva simples, pois as não simples se cruzam.

Exemplo de curvas (ou linhas) simples:

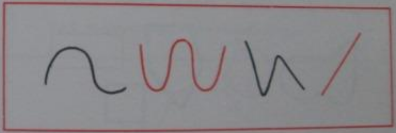


Fig. 75

Exemplo de curvas (ou linhas) não simples:

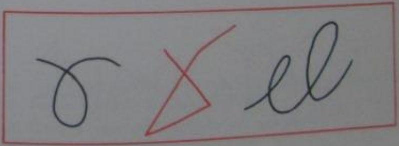


Fig. 76

CURVAS FECHADAS SIMPLES E NÃO SIMPLES

Também as curvas fechadas, simples ou não, devem ter sido conceituadas na série anterior. Se não o foram, o professor encontrará subsídios (inclusive exercícios para fixação e aplicação) no volume anterior.

A curva fechada não simples é aquela que não é simples, isto é, aquela cujo traçado se intercepta uma ou mais vêzes.

Exemplos de curvas fechadas simples:

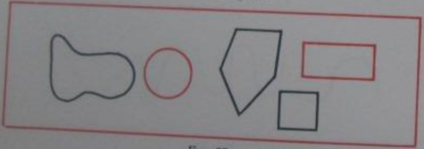


Fig. 77

Exemplos de curvas fechadas não simples:

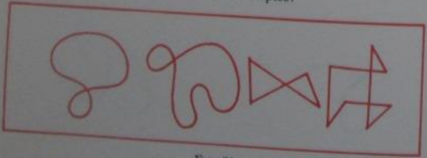


Fig. 78

POLÍGONOS — CONCEITO E TERMINOLOGIA

O conceito de polígonos, já introduzido na segunda série, deve ser agora revisto.

Polígonos são curvas fechadas simples especiais formadas por segmentos de retas e ainda pelas regiões interiores das mesmas. O polígono não é apenas a curva especial de que falamos, mas a curva e a sua região interior. Os polígonos são, portanto, figuras geométricas constituídas por dois conjuntos de pontos: o conjunto de todos os pontos interiores à curva e o conjunto de todos os pontos que constituem a própria curva. Êste último é também denominado ponto da fronteira.

Os segmentos de reta que constituem a curva fechada ou a fronteira são os *lados* do polígono. Os pontos de encontro dos lados são denominados *vértices* do polígono.

Exercícios exploratórios:

1 — Você vê abaixo uma curva fechada simples.

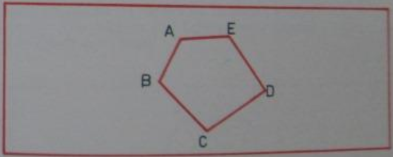


Fig. 79

a) Pinte a região interior da curva fechada simples e a curva também. Assim, você terá pintado o polígono ABCDE.

b) Quantos lados tem o polígono que você pintou?

c) Quantos vértices tem êsse polígono?

2 — Desenhe um polígono de quatro lados e pinte-o. (Devem também ser pintados os lados porque estamos pedindo pára pintar o polígono e não a sua região interior apenas.)

3 — Desenhe um polígono de 3 lados. Pinte-o.

4 — Quantos vértices tem o polígono de 3 lados? (triângulo)

5 — Quantos vértices tem o polígono de 4 lados? (quadrilátero)

6 — Pode existir um polígono de 2 lados? Experimente.

DIAGONAL DE UM POLÍGONO

Quando a criança estiver bem familiarizada com os lados e os vértices de um polígono, podemos introduzir um nôvo conceito: o conceito de diagonal de um polígono.

Seja o polígono abaixo:

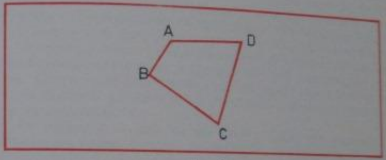


FIG. 80

Se ligarmos o vértice A ao vértice C por meio do segmento AC, diremos que êsse segmento é uma diagonal do polígono ABCD. Fazendo o mesmo em relação aos vértices B e D, teremos a diagonal $\overline{BD}$, do mesmo polígono. Um polígono de 4 lados só tem 2 diagonais. Vejamos agora um polígono de 5 lados:

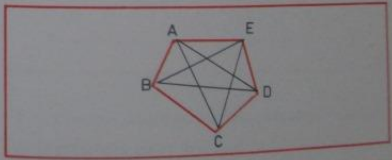


FIG. 81

Ligando o vértice A a C e a D, teremos duas diagonais, $\overline{AC}$ e $\overline{AD}$; ligando o vértice B a D e a E, teremos mais duas, $\overline{BD}$ e $\overline{BE}$; ligando o vértice C ao vértice E, teremos mais uma diagonal, $\overline{CE}$.

Mandaremos, depois, a criança contar as diagonais dos polígonos desenhados acima. O de 4 lados tem apenas 2 diagonais; o de 5 lados tem 5 diagonais.

É claro que não iremos fazer a criança contar as diagonais de polígonos com muitos lados. Esta foi apenas uma curiosidade, pois o nosso objetivo é, simplesmente, levar a criança a distinguir os segmentos do polígono que são diagonais dos que são lados.

CLASSIFICAÇÃO DOS POLÍGONOS QUANTO AO NÚMERO DE LADOS

Poderemos agora contar aos nossos alunos que os polígonos, conforme o número de seus lados, recebem nomes especiais. Se tiver três lados, será *triângulo*; se tiver quatro lados, será *quadrilátero*. Empregando o flanelógrafo, por exemplo, iremos colando diversos modelos de triângulos e de quadriláteros para que a classe os vá classificando.

A seguir, poderemos contar que um polígono de cinco lados é denominado *pentágono* e que um polígono de seis lados é denominado *hexágono*. Com o emprêgo de desenhos ou flanelógrafo, iremos fazendo com que os diferentes polígonos sejam classificados e conhecidas as respectivas denominações.

Os polígonos de mais de seis lados poderão, por enquanto, ser denominados assim: polígono de sete lados, de oito lados, etc.

EXERCÍCIOS 49

1— Pinte os polígonos abaixo da seguinte maneira: de azul, os triângulos; verdes os quadriláteros; amarelos os pentágonos e vermelhos os hexágonos.

FIG. 82

2 — Complete as seguintes sentenças, tornando-as verdadeiras:

a) O polígono de quatro lados chama-se ....

b) O .... é um polígono de três lados.

c) Pentágono é o polígono de .... lados.

d) O polígono de seis lados é o ....

3 — Desenhe um triângulo e um quadrado. Designe os vértices do triângulo por A, B, C e os vértices do quadrado por M, N, O, P. A seguir, trace as suas diagonais e complete as sentenças seguintes:

a) O quadrilátero tem .... diagonais.

b) As diagonais do quadrilátero que desenhei são .... e .....

c) O triângulo .... diagonais.

QUADRILÁTEROS

PARALELOGRAMOS

Os alunos já conhecem os quadriláteros e sabem que êles são polígonos de quatro lados. Há, entretanto, muitas formas diferentes de quadriláteros. Vamos, agora, estudar alguns quadriláteros muito conhecidos e que têm nomes especiais.

Antes, porém, precisamos recordar as retas paralelas, retas que não se interceptam, que já tivemos oportunidade de tratar em páginas anteriores.

Observemos as retas abaixo representadas pelo desenho:

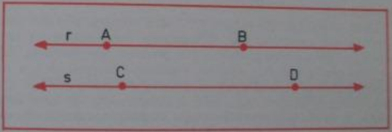


Fig. 83

As retas *r* e *s* são paralelas, pois elas não se interceptam no desenho e nem fora dêle, quando as prolongamos, de um ou outro lado.

As retas *r* e *s* podem ser designadas assim, como também já vimos: $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{CD}$, isto é, a reta *r* é a mesma $\overleftrightarrow{AB}$ e a reta *s* é a mesma $\overleftrightarrow{CD}$.

Se $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{CD}$ são paralelas, os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ também são.

Pois bem, tôda vez que os lados opostos de um quadrilátero forem segmentos paralelos, como veremos nos desenhos abaixo, dizemos que êsses quadriláteros são também *paralelogramos*.

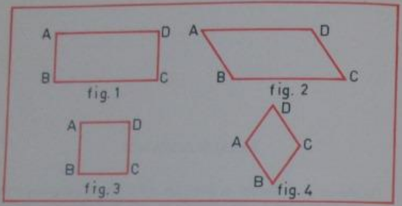


FIG. 84

Todos os polígonos desenhados acima são quadriláteros, pois todos êles possuem quatro lados. Mas, além de serem quadriláteros, são também *paralelogramos*. Vejamos porque:

Em cada uma das figuras desenhadas, os lados opostos são paralelos. O segmento AD é paralelo ao segmento BC, em todos os quadriláteros desenhados, o mesmo acontecendo em relação aos lados representados por $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$.

Como as crianças que cursam a 3.ª série primária não têm ainda elementos para comprovar que os segmentos que formam os lados opostos pertencem a retas paralelas e que, portanto, são paralelos, daremos essas noções de forma intuitiva, mandando observar dois a dois tais segmentos e reforçando sempre o conceito de retas paralelas. Com algum esfôrço e bastante habilidade, convenceremos, de uma forma intuitiva, os nossos pequenos alunos, que os polígonos acima são quadriláteros muito especiais porque têm uma propriedade comum: a de ter os lados opostos paralelos. São os *paralelogramos*.

TRAPÉZIOS

As ilustrações seguintes também nos mostram polígonos de quatro lados. São, portanto, tais polígonos, quadriláteros. Não são, porém, paralelogramos.

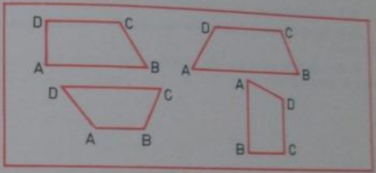


FIG. 85

Observando cada uma das figuras acima quanto ao paralelismo de seus lados opostos, vemos que $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são paralelos, em tôdas as figuras, o mesmo não acontecendo com os outros dois lados. Logo, tais figuras não possuem a propriedade comum a todos os paralelogramos que enunciamos atrás e não são, portanto, paralelogramos. São denominados *trapézios* os quadriláteros cuja característica é: ter apenas dois lados opostos paralelos. Os outros dois lados, quando prolongados, se interceptam em um dos sentidos.

EXERCÍCIOS 50

1 — Desenhe um paralelogramo e um trapézio. A seguir, responda:

a) Qual desenho é o paralelogramo? Por quê?

b) Qual é o trapézio? Por quê?

c) Que diferença você nota entre paralelogramo e trapézio?

2 — Examine um retângulo com bastante atenção e depois complete as sentenças que seguem:

a) O retângulo .... um paralelogramo.

b) O retângulo .... um trapézio.

3 — Coloque V ou F dentro dos parênteses conforme você ache que as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas:

a) O retângulo é um paralelogramo porque seus lados são paralelos aos pares. ( )

b) O quadrado não é um paralelogramo. ( )

c) O trapézio tem dois lados que são paralelos entre si e dois que não o são. ( )

d) Os lados do quadrado são paralelos dois a dois, logo, o quadrado é paralelogramo. ( )

RESPOSTAS ÀS QUESTÕES INCOMPLETAS DO 3.º VOLUME

EXERCÍCIOS 1

1 — A = {janeiro, fevereiro, etc., até dezembro}
B = {verde, amarelo, azul e branco}
C = {norte, sul, leste, oeste}

2 — A = {estações do ano}
B = {pontos cardeais}
C = {vogais}
D = {dedos da mão}

3 — *a*) V; *b*) V; *c*) F; *d*) V.

4 — A = {cão, gato, boi, cavalo, morcêgo} e muitos outros.
B = {Campinas, Jundiaí, Americana, Piracicaba, Bauru} e muitos outros.
C = {Brasília}, que é um conjunto unitário. O Brasil só possui uma capital.
Guanabara, S. Paulo, Belo Horizonte, etc., são capitais de estados brasileiros.

5 — Cada aluno formulará os conjuntos que desejar e os representará entre chaves.

EXERCÍCIOS 2

1 — *a*, *b*, *c*, *d*) Muitas respostas para cada caso.

2 — 238.

3 — 1.º) *b*; 2.º) *c*; 3.º) *a*; 4.º) *b*; 5.º) *b*.

4 — *a*) resolvido; *b*) 16; *c*) 48; *d*) 93; *e*) 110; *f*) 101; *g*) 190; *h*) 132; *i*) 173; *j*) 169; *l*) 200.

5 — 1.º) *c*; 2.º) *a*.

6 — *a*) 200; *b*) 300; *c*) 400; *d*) 500; *e*) 600; *f*) 700; *g*) 800; *h*) 900; *i*) 1.000; *j*) 1.

7 — *a*) 1.000; *b*) 1.001; *c*) 1.005; *d*) 1.009; *e*) 990; *f*) 1.020.

8 — *b*.

9 — *a*) 5; 2; 6; *b*) centenas; dezenas; unidades; *c*) unidades; 5 dezenas; centenas; *d*) milhar; centenas; *e*) milhar; centena.

10 — *a*) 10; *b*) 100; *c*) 1.000; *d*) 1.

11 — *a*) 1; *b*) 998; *c*) 99; *d*) 100.

12 — 22.

13 — 0.

14 — *a*) 2.025; *b*) 1.237; *c*) 3.046; *d*) 4.500.

15 — *a*) dois mil quatrocentos e trinta e dois; *b*) mil trezentos e nove; *c*) cinco mil quatrocentos e cinqüenta; *d*) três mil e trinta e oito.

16 — 10.

17 — 100.

18 — 10.

19 — 24; 24.

20 — *a*, *b*, *c*) Muitas respostas.

EXERCÍCIOS 3

1 — *a*) direita; *b*) esquerda; *c*) 8; 10; *d*) 4; *e*) maior.

2 — 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

3 — *a*) menor que; *b*) maior que; *c*) 14; *d*) esquerda; menor que; *d*) à direita.

EXERCÍCIOS 4

1 — *a*) 26; *b*) 49; *c*) 99; *d*) 99; *e*) 120; *f*) 203; *g*) 495; *h*) 609.

2 — *a*) 20; *b*) 1; *c*) 15; *d*) O; *e*) 4; *f*) 67; *g*) 100; *h*) 40.

3 — *a*) F; *b*) F; *c*) F; *d*) F; *e*) V.

4 — *a*) 5; *b*) 3; *c*) 8; *e*) 8; *f*) 6; *g*) 6.

5 — *a*) 8; *b*) 112; *c*) 22; *d*) 30; *e*) 25; *f*) 12.

6 — *a*) F; *b*) V; *c*) F; *d*) V; *e*) V; *f*) V.

7 — *a*) 2; *b*) 1; *c*) 4; *d*) 9; *e*) 7; *f*) 110; *g*) 4; *h*) 100.

8 — *a*) $<$; *b*) $=$; *c*) $>$; *d*) $>$; *e*) $=$; *f*) $=$.

9 — 72 (resolvido).

10 — 44 (resolvido).

11 — Resolvido.

EXERCÍCIOS 5

1 — b.

2 — 4.

3 — 21.

4 — 27.

5 — 50.

6 — 36.

EXERCÍCIOS 6

1 — b.

2 — 17.

3 — 15 (resolvido).

4 — *a*) 7; *b*) 7; *c*) 16; *d*) 10; *e*) 24.

EXERCÍCIOS 7

1 — *a*) V; *b*) F; *c*) V; *d*) V; *e*) V; *f*) V; *g*) V; *h*) F.

2 — *a*) aumentada; 6; *b*) não se altera; *c*) diminuída de uma

dezena ou 10 unidades; *d*) aumentada de 13 unidades; *e*) diminuída; 8; *f*) inalterada.

EXERCÍCIOS 8

1 — *a*) 5.781; *b*) 6.627; *c*) 6.199; *d*) 5.554; *e*) 7.523; *f*) 9.759.

2 — *a*) 414; *b*) 1.846; *c*) 2.178; *d*) 454; *e*) 1.916; *f*) 3.584.

3 — 6.040; 6.040 − 2.398 = 3.642; 8.335; 8.335 − 1.852 = 6.483; 6.935; 6.935 − 2.876 = 4.059.

4 — 1.188; 596 + 308 + 284 = 1.188; 2.993; 58 + 282 + 2.653 = 2.993; 5.967; 632 + 854 + 1.056 + 3.425 = 5.967; 11.061; 696 + 2.504 + 5.833 + 2.028 = 11.061.

5 — 423; 423 + 209 = 632; 687; 687 + 799 = 1.486; 1.156; 1.156 + 1.148 = 2.304; 3.859; 3.859 + 2.384 = 6.243.

6 — Muitas respostas.

7 — Menor.

8 — Maior.

9 — Menor.

10 — 200.

EXERCÍCIOS 9

1 — *a*) V; *b*) F; *c*) V; *d*) V; *e*) F.

2 — *a*) (4 + 5); *b*) 13 + (8 + 5); *c*) (12 + 5); 10; *d*) (15 + 18) + 12; *e*) (12 + 8); 23.

3 — *a*) sim; *b*) sim; *c*) sim.

4 — Sim.

5 — Sim.

6 — Não; a 3.ª e a 4.ª subtrações não são possíveis porque os subtraendos são maiores que os respectivos minuendos.

EXERCÍCIOS 10

1 — *c*.

2 — *a*) 0; 0; *b*) 0; *c*) 0; *d*) 20; *e*) 25; 10.

3 — *a*) (15 + 5) + 12 = 20 + 12 = 32; *b*) 8 + (37 + 3) = 8 + 40 = 48; *c*) (92 + 8) + 43 = 100 + 43 = 143; *d*) 53 + (95 + 5) = 53 + 100 = 153; *e*) (193 + 7) + 56 = 200 + 56 = 256.

EXERCÍCIOS 11

1 — 20

2 — 26

3 — 26

4 — 10

5 — 27

6 — 11

7 — 0

8 — 1

9 — 49

10 — 299

EXERCÍCIOS 12

1 — Resolvidos.

2 — *a*) 3; *b*) 2; *c*) 3 × 4; *d*) 4 × 3; *e*) 3 × 6; *f*) 7 + 7 + 7; *g*) 6 + 6 + 6 + 6 + 6; *h*) 9 + 9 + 9 + 9; *i*) 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7; *j*) 8 + 8 + 8 + 8 + 8.

EXERCÍCIOS 13

1 — *a*) 5; *b*) 10; *c*) 42; 42; *d*) 48; 48; *e*) 36 ÷ 9 = 4; *f*) 49; 49 ÷ 7 = 7.

2 — *a*) 9; 6; *b*) 56; 56 ÷ 8 = 7; *c*) 63; 63 ÷ 7 = 9; *d*) 36; 36 ÷ 6 = 6; *e*) 45; 45 ÷ 5 = 9; *f*) 15; *g*) 120; 120; 12; *h*) 250; 250; 25.

3 — *a*) 7; *b*) 8; 4; *c*) 180 ÷ 10 = □; 18; *d*) 72 ÷ 9 = □; 8.

4 — *a*) 8; *b*) 8; 56; 56 ÷ 8 = □; 7; *c*) □ × 10 = 260; 260 ÷ 10 = □; 26; *d*) □ × 9 = 63; 63 ÷ 9 = □; 7.

5 — *a*) 6; 7; *b*) 8; 8; *c*) 80; 8; 80; *d*) 9; 4; *e*) 9; 40.

6 — *a*) 30; *b*) 56; *c*) 7; 63; *d*) 8 × 10 = □ ; 80; 15 × 10 = = □; 150.

7 — *a*) 9; 4; *b*) 54 ÷ 6; 9; *c*) 8 × □ = 72; 8× □ = 72; então □ = 72 ÷ 8; 9; *d*) 8 × □ = 720; 8 × □ = 720, então □ = 720 ÷ 8; 90; *e*) 4 × □ = 64; 4 × □ = 64, então □ = 64 ÷ 4; 16.

8 — *a*) 3; *b*) 2 × □; *c*) 5 × □; *d*) 7 × □; *e*) 4 × □.

9 — *a*) 24; 24 ÷ 3; 8; *b*) 4× □ = 32; 32 ÷ 4; 8; *c*) 3 × □ = 159; 159 ÷ 3; 53; *d*) 155; *e*) 300; *f*) 928; *g*) 1.182; *h*) 418.

10 — Resolvido.

EXERCÍCIOS 14

a) 850; *b*) 5.800; *c*) 17.355; *d*) 28.290; *e*) 2.616; *f*) 16.524; *g*) 24.840; *h*) 25.038.

EXERCÍCIOS 15

1 — *a*) 3 + 9; *b*) 20; *c*) 8 – 3; *d*) 9.

2 — *a*) {2, 4, 6}; *b*) {5, 10, 1} = {1, 10, 5}; *c*) {32, 8, 64, 16} = = {8, 16, 32, 64}.

3 — Simétrica.

EXERCÍCIOS 16

1 — *a*) 20 – 5; *b*) 20 – 2 = 9 + 9; *c*) 100 + 20 = 150 – 30

2 — *a*) 9 × 3; *b*) 7 × 6 = 6 × 7; *c*) 100 × 12 = 100 + 20; *d*) 30 ÷ 6 = 7 – 2

EXERCÍCIOS 17

1 — *a*) 10; *b*) 12 – 3; *c*) 10 + 7 < 15 + 5; *d*) 20 + 5 > > 25 – 2

2 — São verdadeiras.

EXERCÍCIOS 18

1 — *a*) 21; *b*) 7; *c*) 68; *d*) 16.

2 — *a*) 46; *b*) 53; *c*) 78; 4.

3 — *a*) V; *b*) V; *c*) V; *d*) V.

4 — *b*.

EXERCÍCIOS 19

1 — *a*) 4; *b*) 12; quatro vêzes; *c*) 20; *d*) 18; 2 e 9.

2 — Certo.

3 — *a*, *b*, *d*) A 3.ª sentença (*c*) é falsa.

4 — {1, 2, 5, 10}.

5 — {16, 24, 40, 64, 80}. Há uma infinidade de respostas que satisfazem a esta questão porque existe um número infinito de múltiplos para o número oito.

EXERCÍCIOS 20

1 — *a*) 12; divisor; *b*) 5; múltiplo; *c*) 4; 16; 16; múltiplo; 4; *d*) 28; 7; 7; divisor; 28; *e*) 5; divisor; múltiplo; 5; *f*) 6; múltiplo; 6.

2 — *a*) 6, 12, 15. E muitos outros. (infinitos).
b) 10, 20, 30. " "
c) 16, 24, 64. " "
d) 0, 10, 20. " "

3 — *a*) Várias respostas. Uma delas: 1, 2, 3;
b) Várias respostas. Uma delas: 5, 10, 20
c) Várias respostas. Uma delas: 3, 6, 9.
d) Várias respostas. Uma delas: 5, 5, 15.

EXERCÍCIOS 21

1 — *a*) 10.
b) 25.

c) Agôsto.
d) Janeiro e julho.
e) Março e outubro.

2 — *a*) Sto. André.
b) 400.000.
c) 250.000.
d) 350.000.
e) 150.000; Sto André, Santos, Campinas, Osasco, Guarulhos, Ribeirão Prêto, S. Caetano, S. Bernado.

EXERCÍCIOS 22

1 — *a*) $\frac{2}{4}$; *b*) $\frac{1}{4}$; *c*) $\frac{4}{6}$; *d*) $\frac{7}{10}$.

2 — Diferentes respostas. Depende dos exemplos dados.

3 — Nada.

4 — $\frac{5}{8}$.

5 — $\frac{1}{4}$.

6 — *a*) $\frac{1}{2}$; *b*) $\frac{1}{4}$; *c*) $\frac{1}{6}$.

7 — *a*) dois; *b*) três; *c*) $\frac{1}{4}$; *d*) $\frac{1}{6}$.

8 — $\frac{2}{3}$.

EXERCÍCIOS 23

1 — *a*) $<$; *b*) $<$; *c*) $<$; *d*) $>$; *e*) $<$; *f*) $=$; *g*) $=$; *h*) $>$; *i*) $<$.

2 — Verdadeiras: *a*, *c*, *d*, *f*, *g*, *i*; falsas: *b*, *e*, *h*.

3 — Sim.

4 — *a*) V; *b*) F; *c*) V; *d*) V; *e*) F; *f*) V.

5 — *a*) equivalentes; *b*) $\frac{6}{8}$; *c*) equivalentes; *d*) qualquer fração que não corresponda ao ponto que está em correspondência com a fração $\frac{3}{4}$ na reta numerada.

NOTA: Há um número infinito de frações equivalentes a $\frac{3}{4}$ e que serviriam de respostas à questão *b* do n.º 5, como veremos adiante (4.º volume). Entretanto, como o conhecimento da criança sôbre frações é ainda muito reduzido, acreditamos que seja essa a fração que deverá ocorrer-lhe. Aceitaremos outra, que seja equivalente a $\frac{3}{4}$ caso a criança se lembre de alguma: $\frac{9}{12}$, $\frac{12}{16}$, $\frac{15}{20}$, etc.

EXERCÍCIOS 24

1 — *a*) $\frac{3}{3}$ ou 1; *b*) $\frac{3}{4}$; *c*) $\frac{5}{5}$ ou 1; *d*) $\frac{6}{10}$.

2 — *a*) $3\frac{3}{4}$; *b*) $2\frac{2}{5}$; *c*) $3 + \frac{3}{5} = 3\frac{3}{5}$; *d*) $\frac{5}{8} + 5 = 5\frac{5}{8}$.

EXERCÍCIOS 25

1 — *a*) 12; *b*) 15; *c*) Cr$ 3,00; *d*) 7; *e*) 5; *f*) 9.

2 — *a*) $\frac{3}{4}$; *b*) $\frac{5}{5}$ ou 1; *c*) $\frac{5}{6}$; *d*) $2\frac{2}{3}$; *e*) $\frac{1}{5}$; *f*) $\frac{1}{3}$; *g*) $\frac{5}{4}$; *h*) $\frac{3}{10}$.

EXERCÍCIOS (26)

1 — *a*) resolvido; *b*) 0,5 + 0,2 + 0,2 = 0,9; *c*) 0,1 + 0,4 = 0,5; *d*) 0,6 + 0, 1 + 0, 1 = 0, 8.

2 — 0,6.

3 — *a*) resolvido; *b*) cinco; *c*) oito décimos; *d*) seis décimos; *e*) nove décimos.

4 — *a*) <; *b*) >; *c*) >; *d*) >; *e*) >.

5 — *a*) V; *b*) V; *c*) F; *d*) V; *e*) V.

EXERCÍCIOS (27)

1 — *a*) 1,3; *b*) 2,2; *c*) 2,0; *d*) 2,4; *e*) 3,5; *f*) 8,0; *g*) 3,2; *h*) 5,6; *i*) 6,7; *j*) 4,0; *l*) 6,2; *m*) 10,0.

2 — 0,8 + □ = 1; □ = 1 - 0,8; □ = 0,2.

3 — 1; 0,7 + □ = 1; □ = 1 - 0,7; □ = 0,3.

4 — □ = 2,5.

5 — *a*) 3,5; *b*) 3,4; *c*) 3,3.

6 — *a*) décimos; *b*) seis décimos; 2 décimos; 2 unidades e 9 décimos; *e*) 15 unidades e 7 décimos.

EXERCÍCIOS (28)

1 — *a*) 0,12; *b*) 0,28; *c*) 0,35; *d*) 0,66; *e*) 0,05; *f*) 0,08; *g*) 0,39; *h*) 0,06; *i*) 0,01.

2 — 0,77 + □ = 1; □ = 1 - 0,77; □ = 0,23.

3 — *a*) □ = 0,80 - 0,25; □ = 0,55; *b*) □ = 0,91 - 0,32; □ = 0,59.

4 — 0,44.

5 — *a*) V; *b*) V; *c*) F; *d*) V; *e*) V; *f*) F; *g*) V; *h*) V; *i*) F.

6 — □ = 2 - 1,75; □ = 0,25.

7 — 1; □ = 1 - 0,65; □ = 0,35.

8 — 2,55 + □ = 3; □ = 3 - 2,55; □ = 0,45.
9 — *a*) 0,2; *b*) 0,75; *c*) 0,62; *d*) 0,25.
10 — 0, 1.

EXERCÍCIOS (29)

1 — *a*) 0 (resto da divisão); *b*) 0,8; 0,8; 4; *c*) 2,0; 2,0; 5; *d*) 2,16; 2,16; 3; *e*) 3,12; 3,12; 6.
2 — *a*) 4; *b*) 6; *c*) 2; *d*) 2,5 × 5; *e*) 3,76.
3 — *a*) 3; 0,45; 3; 0,45; *b*) 4; 3,00; 4; 3,00.
4 — *a*) 0,48; 0; *b*) 4; 0,48; 4; *c*) 5; 1,25; 5.

EXERCÍCIOS (30)

1 — *a*) 4; *b*) 3 × 0,75; *c*) 3 × 2,3; *d*) 2 × 1,55.
2 — *a*) 1,28; 1,28; *b*) 3,40; 3,40; *c*) 12,5; 12,5 ÷ 5 = 2,5; 12,5 ÷ 2,5 = 5.
3 — *a*) V; *b*) V; *c*) V; *d*) V.
4 — *a*) □ = 8,5 ÷ 0,5; □ = 17; *b*) □ = 6,4 ÷ 0,8; □ = 8; *c*) □ = 4 × 0,25; □ = 1,00 ou 1; *d*) □ = 20,8 × 5,2; □ = 108,16.

EXERCÍCIOS (31)

1 — 5 × 0,25 = 1,25; *b*) 3 × 2,25 = 6,75; *c*) 10 × Cr$ 5,80 = = Cr$ 58,00; *d*) 4 × Cr$ 2,50 = Cr$ 10,00.
2 — *a*) 7,5 ÷ 3 = 2,5; *b*) Cr$ 15,00 ÷ 5 = Cr$ 3,00; *c*) 10,8 ÷ 3 = 3,6.

EXERCÍCIOS (32)

1 — *a*) Milésimos; *b*) 506 milésimos; *c*) 29 milésimos; *d*) 3 milésimos; *e*) 2 unidades (ou 2 inteiros) e 135 milésimos; *f*) 6 unidades (ou 6 inteiros) e 54 milésimos; *g*) 3 unidades (ou 3 inteiros) e 8 milésimos.

2 — *a*) 5; *b*) 0,27; *c*) 0,08; *d*) 1,8; *e*) 1,36; *f*) 2,06; *g*) 0,135; *h*) 0,083; *i*) 0,005.

3 — *a*) 1,84; 1,84; *b*) 0,500; 0,500; *c*) 0,210; 0,210.

4 — *a*) 0,26; *b*) 5; *c*) milésimos; *d*) um número natural.

EXERCÍCIOS (33)

1 — *a*) 5 *m*; *b*) 15 *cm*; *c*) 18 *dm*; *d*) 10 *m*; *e*) 13 *dm*; *f*) 12 *cm*; *g*) 26 *mm*; *h*) 19 *cm*; *i*) 27 *cm*.
2 — *a*) 25 metros; *b*) 18 decímetros; *c*) 5 centímetros; *d*) 6 milímetros; *e*) 24 centímetros; *f*) 17 decímetros.

EXERCÍCIOS (34)

1 — *a*) 2 *m* e 4 *dm*; *b*) 2 *m* e 5 *dm*; *c*) 8 *m* e 3 *dm*; *d*) 8 *dm*.
2 — *a*) 6 *m* e 15 *cm*; *b*) 8 *m* e 26 *cm*; *c*) 22 *m* e 25 *cm*; *d*) 35 *cm*.
3 — *a*) 6 *mm*; *b*) 2 *m* e 48 *mm*; *c*) 15 *m* e 9 *mm*; *d*) 565 *mm*; *e*) 75 *mm*.

EXERCÍCIOS (35)

1 — *a*) 5,8 *m*; *b*) 12,5 *m*; *c*) 0,6 *m*; *d*) 8,25 *m*; *e*) 10,83 *m*; *f*) 0,25 *m*; *g*) 0,06 *m*.
2 — *a*) 7; 5; *b*) 0 *m* + 4 *dm* + 8 *cm*; *c*) 8 *m* + 9 *dm*; *d*) 0 *m* + 2 *dm* + 2 *cm* + 5 *mm*; *e*) 6 *m* + 1 *dm* + 0 *cm* + 8 *mm*.
3 — *a*) sim; *b*) sim; *c*) sim; *d*) sim; *e*) não; *f*) sim.
4 — *a*) 12; *b*) 120; *c*) 1.200; *d*) 7,5; *e*) 75; *f*) 750.
5 — *a*) 10; *b*) 100; *c*) 1.000; *d*) 5; *e*) 50; *f*) 500; *g*) 26,8; *h*) 535 *i*) 1.050; *j*) 6,5; *l*) 1,83; *m*) 2,648.
6 — Resolvido.

EXERCÍCIOS (36)

1 — *a*) 1.000; *b*) 100; *c*) 10; *d*) 500; *e*) 50; *f*) 5; *g*) 1; *h*) 0,1; *i*) 1.
2 — *a*) 10; *b*) 10; *c*) 100; *d*) 1; *e*) 10.
3 — *a*) V; *b*) V; *c*) F; *d*) V; *e*) V; *f*) F; *g*) F; *h*) V; *i*) V; *j*) V.
4 — {decímetro, centímetro, milímetro}.
5 — {decâmetro, hectômetro, quilômetro}.

EXERCÍCIOS (37)

1 — *a*) 122,5; *b*) 848; *c*) 23.760; *d*) 1.535; *e*) 1.050; *f*) 2.243; *g*) 1,539; *h*) 2.120; *i*) 7,6.
2 — *a*) 5 *cm*; *b*) *cm*; *c*) *km*; *m*; *d*) *m*; *e*) *dam*; *dm*; *f*) *dm*; *mm*; *g*) *cm*; *mm*; *h*) *dam*; *dm*; *km*; *dam*.
3 — 0,8.
4 — 1.400 *m*.
5 — *a*) 1.500 *m*; *b*) 100 *cm*; *c*) 5 *dm*; *d*) 1.000 *dm*; *e*) 100 *dm*; *f*) 2.450 *m*.
6 — Verdadeiras: *a*, *c*, *e*; falsas; *b*, *d*.
7 — *a*) *dm*; *b*) 15; *c*) 15; *d*) 150; *e*) 150.
8 — Desnecessárias porque serão medidas aproximadas e, portanto, sujeitas a variações.
9 — 2; 3; 1; 5; 4; 15.
10 — Depende da poligonal.

EXERCÍCIOS (38)

1 — *a*) fundamental; capacidade; *b*) capacidade; *c*) *l*; *d*) múltiplos; *e*) decalitro, hectolitro, quilolitro; *f*) submúltiplos; *h*) decilitro, centilitro, mililitro.
2 — *a*) *dal*; *b*) *dl*; *c*) *hl*; *d*) *cl*; *e*) *kl*; *f*) *ml*.
3 — *a*) V; *b*) V; *c*) V; *d*) V; *e*) F; *f*) V; *g*) F; *h*) F.
4 — c.

EXERCÍCIOS (39)

1 — *a*) 48; *b*) 480; *c*) 4.800; *d*) 1,24; *e*) 0,124; *f*) 0,0124.
2 — *a*) 1; 5; *b*) 2*l* e 8 *dl*; *c*) 8*l* e 43*cl*; *d*) 12*l* e 5*cl*; *e*) 5*l* e 132 *ml*; *f*) 73 *cl*; *g*) 128 *ml*.
3 — *a*) V; *b*) V; *c*) F; *d*) V; *e*) V; *f*) V.
4 — 18,5*l*; 18,5*l*; 185*l*.

5 — 91,75 *l*.

6 — 21,75*l*.

7 — 9.

8 — Resolvido.

9 — *a*) 13,5*l*; *b*) 15*l*; *c*) 0,225*l*; *d*) 16,8*l*.

10 — 16,8*l*.

EXERCÍCIOS 40

1 — *a*) pesos; *b*) quilograma; *c*) *kg*; *d*) milésima; *e*) quilograma; *f*) principal; *g*) *g*; *h*) 1.000; *i*) 1.000.

2 — *a*) *Kg*; *b*) 1.000.

3 — *a*) V; *b*) V; *c*) V.

EXERCÍCIOS 41

1 — *a*) 1.000; *b*) 2.000; *c*) 5.000; *d*) 10.000; *e*) 1.500; *f*) 5.500; *g*) 1,500 ou 1,5; *h*) 2,500 ou 2,5.

2 — *a*) V; *b*) V; *c*) F; *d*) F; *e*) F; *f*) V; *g*) V; *h*) F.

3 — Resolvido.

4 — Cr$ 19,80.

5 — Mamãe comprou 7,3 *Kg* e eu, 5,7 *Kg*.

6 — *a*) Cr$ 7,00; *b*) Cr$ 90,00; *c*) 6,67*g*; *d*) 3,755 *g*.

7 — {*Kg*, *hg*, *dag*, *g*, *dg*, *cg*, *mg*}.

8 — *a*) 23.260; *b*) 1,54; *c*) 2,565; *d*) 10,86; *e*) 54.600; *f*) 504.500; *g*) 6,432; *h*) 6.000.

9 — Verdadeiras: *a*, *b*, *c*, *f*, *h*; falsas: *d*, *e*, *g*.

10 — Resolvido.

EXERCÍCIOS 42

1 — *a*) 1.000; *b*) milésima; *c*) 500; *d*) 250; *e*) 100; *f*) *Kg*; *g*) tonelada; quintal.

2 — *a*) 100; *b*) 10; *c*) 10; *d*) décima.

3 — *a*) 808 *Kg*; *b*) 1.398,8 *Kg*; *c*) 7.165,4 *Kg*.

4 — Cr$ 1.380,00.

EXERCÍCIO 43

1 — $\frac{1}{30}$.

2 — $\frac{5}{30}$.

3 — $\frac{1}{12}$.

4 — $\frac{5}{12}$.

5 — 49.

6 — 72.

7 — 480.

8 — 900.

9 — 90.

10 — 3.600.

11 — *a*) 60; 3.600; *b*) 24; 1.440; *c*) 6; 360; *d*) 240; *e*) 480; 28.80

12 — *a*) 3; 90; *b*) 48; *c*) 14.

13 — Resolvido.

14 — Resolvido.

15 — Resolvido.

EXERCÍCIOS 44

1 — Cr$ 5,50.

2 — Cr$ 4,00 e Cr$ 13,00.

3 — Cr$ 6,20.

4 — Cr$ 14,20.
5 — Cr$ 270,00.

EXERCÍCIOS 45

1 — Muitas respostas.
2 — *a*) $\overleftrightarrow{AB}$; *b*) AB; *c*) não pertence; *d*) pertence.
3 — *a*) infinito; *b*) quisermos; *c*) pontos; *d*) extremidade.

EXERCÍCIOS 46

1 — 

2 — $\overline{XY}$.
3 — *a*) $\overline{PQ}$; *b*) $\overrightarrow{PQ}$; *c*) $\overline{PQ}$; *d*) $\overline{PQ}$; $\overleftrightarrow{PQ}$; *e*) $\overleftrightarrow{PQ}$; *f*) $\overline{PQ}$; *g*) $\overline{PQ}$; *h*) $\overleftrightarrow{PQ}$; *i*) não pertence;
4 — pontos.
5 — $\overline{QP}$.
6 — congruentes.
7 — *a*) 3 *cm*; *b*) 3 *cm*; *c*) é igual à; *d*) 5 *cm*; *e*) é maior que; *f*) é menor que; *g*) $\overline{EF}$; *h*) $\overline{CD}$.

EXERCÍCIOS 47

1 — $\overleftrightarrow{MN}$.
2 — 2 *cm*.
3 — *s*.
4 — *s*.
5 — 4.
6 — $\overleftrightarrow{OP}$.
7 — $\overline{MN}$.
8 — $\overleftrightarrow{QR}$.
9 — $\overleftrightarrow{QR}$.

10 — $\overleftrightarrow{QR}$.
11 — $\overline{QR}$.
12 — $\overleftrightarrow{QR}$.
13 — infinito.
14 — segmentos.
15 — retas.

EXERCÍCIOS 48

1 — Várias respostas.
2 — *a*) têm; *b*) não têm.
3 — *a*) concorrentes; *b*) paralelas.
4 — *a*) paralelas; *b*) concorrentes.

EXERCÍCIOS 49

1 — Desnecessárias.
2 — *a*) quadrilátero; *b*) triângulo; *c*) cinco; *d*) hexágono.
3 — *a*) duas; *b*) $\overline{MO}$ e $\overline{NP}$; *c*) não tem.

EXERCÍCIOS 50

1 — *a*) O primeiro; porque possui os lados opostos paralelos; *b*) o segundo; porque só tem dois lados opostos que são paralelos; *c*) a diferença está em que o paralelogramo tem todo os lados opostos paralelos, dois a dois, e o trapézio só tem 2 lados paralelos.
2 — *a*) é; *b*) não é.
3 — *a*) V; *b*) F; *c*) V; *d*) V.

ÍNDICE DO 3.º VOLUME

LISA-MATEMÁTICA
NA
ESCOLA ELEMENTAR