

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE ENGENHARIAS DA MOBILIDADE
CURSO DE ENGENHARIA NAVAL

EDGAR FRANCISCO GUIMARÃES DE OLIVEIRA

INFLUÊNCIA DOS DEFEITOS GEOMÉTRICOS EXISTENTES NO CASCO
ESTRUTURAL DE UM SUBMARINO NA PROFUNDIDADE MÁXIMA DE OPERAÇÃO

JOINVILLE

2015

EDGAR FRANCISCO GUIMARÃES DE OLIVEIRA

INFLUÊNCIA DOS DEFEITOS GEOMÉTRICOS EXISTENTES NO CASCO
ESTRUTURAL DE UM SUBMARINO NA PROFUNDIDADE MÁXIMA DE OPERAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado como requisito parcial
para obtenção do título de bacharel
em Engenharia Naval, no curso de
Engenharia Naval da Universidade
Federal de Santa Catarina.
Orientador: Prof. Dr. Thiago Pontin
TANCREDI

Joinville

2015

EDGAR FRANCISCO GUIMARÃES DE OLIVEIRA

INFLUÊNCIA DOS DEFEITOS GEOMÉTRICOS EXISTENTES NO CASCO
ESTRUTURAL DE UM SUBMARINO NA PROFUNDIDADE MÁXIMA DE OPERAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado como requisito parcial
para obtenção do título de bacharel
em Engenharia Naval, no curso de
Engenharia Naval da Universidade
Federal de Santa Catarina.

Trabalho aprovado. Joinville, 04 de dezembro de 2015:

Thiago Pontin Tancredi
Orientador

Carlos Mauricio Sacchelli
Convidado 1

Vitor Takashi Endo
Convidado 2

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, pela saúde, persistência e por sempre me resguardar e amparar nos momentos difíceis.

Aos meus pais Mário Luiz e Terezinha, que nunca mediram esforços para proporcionar a conclusão de mais essa etapa em minha vida. Agradeço por todo amor e preocupação que sempre tiveram comigo.

Aos meus irmãos Osmar e Maria Luiza, por toda fidelidade, apoio e incentivo que sempre me deram.

À minha noiva, companheira e amada Suellen que sempre esteve ao meu lado e foi minha sustentação durante toda a graduação. Agradeço por todo amor, respeito e confiança que sempre me proporcionou.

À toda minha família e amigos que sempre me apoiaram e motivaram à realização dessa graduação.

Ao meu professor e orientador Thiago Pontin Tancredi pelo comprometimento, responsabilidade e sabedoria que me proporcionou durante esse trabalho e também durante toda a graduação. Agradeço pelas palavras de incentivo e pela importante contribuição em minha formação.

RESUMO

Os primeiros submarinos foram projetados e construídos com intuito de se obter vantagens estratégicas nos conflitos entre nações, tornando-se após a Segunda Guerra Mundial o meio de ataque e defesa com melhor razão custo/benefício. Por ter raio de ação e operação praticamente ilimitados, os submarinos com Propulsão Nuclear representam grande poder de defesa e dissuasão das poucas nações que os possuem. Considerando que mais de 90% do nosso petróleo é extraído do mar e que mais de 95% do comércio exterior é transportado por via marítima, um submarino com tais características torna-se essencial para defesa e garantia da soberania do país. Diante dos aspectos estratégicos e tecnológicos, o Brasil desde 2012 possui um programa para desenvolvimento e construção de uma unidade com propulsão nuclear. Por operar em grandes profundidades e por longos períodos de tempo, esse tipo de submarino necessita de adequada resistência estrutural para suportar altas pressões impostas pelo ambiente. Face ao exposto, esse trabalho tem o intuito de verificar as pressões críticas relacionadas aos modos de falha atuantes no qual a estrutura é sujeita durante operação em imersão. Da mesma forma, pretende-se caracterizar a influência dos defeitos geométricos de fabricação impostos pelos processos de construção dos cascos resistentes. Para tal, faz-se o uso de equações analíticas disponíveis na literatura, assim como simulação numérica utilizando o Método dos Elementos Finitos de arranjos estruturais comuns a estas estruturas em diferentes profundidades de operação. Como conclusão dos estudos realizados pode-se verificar que os defeitos geométricos induzidos pelos processos de fabricação tendem a comprometer consideravelmente a resistência estrutural do casco podendo, eventualmente, reduzir em mais de 50% sua capacidade de imersão, sendo assim de fundamental importância sua caracterização.

Palavras-chave: Submarino, Flambagem, Casco resistente, Defeitos.

ABSTRACT

The first submarines were designed and built with purpose of obtain strategic advantages in the conflict between nations, becoming after World War II the means of attack and defense with best cost / benefit ratio. By having action ray and operation practically unlimited, the submarines with nuclear propulsion represent a major power of defense and deterrence of the few nations that have them. Considering that over of 90% of our oil is extracted from the sea and more that 95% of foreign trade is transported by sea, a submarine with these characteristics it is essential to defense and assurance of country's sovereignty. Given the strategic and technological aspects, the Brazil since 2012 has a program to development and construction of a unit with nuclear propulsion. By operating at great depths and for long periods of time, this kind of submarine requires adequate structural strength to withstand the high pressures imposed by the ambient. Given the above, this work aims to verify the critical pressures related to failure modes active to which the structure will be subject during operating in immersion. Similarly, we intend to characterize the effect of manufacturing defects imposed by the processes of construction of hulls for structural strength resistant hull. To this end, it is the use of analytical equations available in the literature, as well as numerical simulation using Finite Element Method of common structural arrangements of these structures in different operating depths. As conclusion of the studies it can be seen that geometric defects induced by manufacture processes tend to compromise considerably the structural strength of the hull may, possibly, reduce by more than 50% immersing capacity, thus being of fundamental importance characterization.

Keywords: Submarine, Buckling, Resistant hull, Defects.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Típica estrutura do casco de pressão de um submarino.....	14
Figura 2: Submarino Bushnell.....	17
Figura 3: Submarino Nautilus	18
Figura 4: Submarino Plongeur	18
Figura 5: Submarino Plongeur	19
Figura 6: Narval	20
Figura 7: Submarino de Esquadra	21
Figura 8: Submarino IKL 209	22
Figura 9: Aços de alta resistência da classe HY.....	26
Figura 10: Propriedades das Ligas de Alumínio	26
Figura 11: Propriedades das Ligas de Titânio	26
Figura 12 :Propriedades dos Compósitos.....	27
Figura 13: Propriedades dos Nanotubos de Carbono	27
Figura 14: Utilização dos aços classe HY de alta resistência pela Marinha dos Estados Unidos na construção de submarinos e submersíveis	29
Figura 15: Curva Tensão-Deformação de elementos fabricados a frio e a quente com e sem presença de tensão residual.	34
Figura 16: Comportamento de um cilindro sob pressão externa.....	35
Figura 17: Flambagem global e entre reforçadores.....	36
Figura 18: Modos de Flambagem de um Cilindro com reforçadores: (a) Flambagem Local (axissimétrico); (b) Flambagem Local (assimétrico); (c) Instabilidade Geral (Colapso Global).	42
Figura 19: Curva S-N para junta soldada de aço HY-80 em água salgada	45
Figura 20: Curva S-N do aço HY-80 em ambiente atmosférico, sem soldagem.....	45
Figura 21: Evolução do comprimento circunferencial das trincas em função do tempo de ensaio.....	47
Figura 22: Discretização da estrutura com elementos de 1.5 metros cada.....	51
Figura 23: Graus de liberdade restringidos pela condição de Simetria	52
Figura 24: Comportamento da Pressão Crítica à Flambagem do cilindro.....	53
Figura 25: Erro em função do tamanho de cada elemento	53
Figura 26: Comportamento do cilindro após ocorrência da falha	54
Figura 27: Comportamento do cilindro após ocorrência da falha com 11900 elementos	54
Figura 28: Formação de lóbulos longitudinais e circunferenciais pós-flambagem.....	55
Figura 29: Formação de um lóbulo longitudinal pós-flambagem	55
Figura 30: Modelagem da geometria de uma seção do casco e dos reforçadores no ANSYS	56
Figura 31: Elemento <i>Linear Strain Tetrahedron</i> utilizado para discretização da geometria	57
Figura 32: Geometria discretizada com elementos de 0,35 metros e configurações do pré-processamento	57
Figura 33: Aplicação do carregamento hidrostático e condição de contorno na geometria.....	58
Figura 34: Primeiro modo de flambagem da seção e o valor da pressão crítica	59
Figura 35: Quarto modo de flambagem da seção.....	60
Figura 36: Seção do casco localizada entre dois reforçadores transversais	61
Figura 37: Flambagem da seção entre reforçadores para a condição de engaste nas extremidades com a formação de 23 lóbulos circunferenciais.....	61
Figura 38: Condição onde as extremidades são suportadas por simples apoio	62

Figura 39: Circunferências excêntricas	63
Figura 40: Discretização da Seção com 228676 elementos de 0,1m cada.	64
Figura 41: Resultado das simulações para uma excentricidade de 1,34 mm	64
Figura 42: Resultado das simulações para uma excentricidade de 4,02 mm	65
Figura 43: Resultado das simulações para uma excentricidade de 6,7 mm	65
Figura 44: Comportamento da Pressão Crítica à Flambagem de acordo com a excentricidade.	66
Figura 45: Redução da profundidade de operação de acordo com a distância entre centros.	66
Figura 46: Seção transversal do casco resistente de submarino com conformação oval	67
Figura 47: Flambagem da seção para razão $a/b=1,005$ e utilização de um plano de simetria.	68
Figura 48: Flambagem da seção para razão $a/b=1,02$ e utilização de dois planos de simetria.	69
Figura 49: Flambagem da seção do casco resistente para razão $a/b=1,03$	69
Figura 50: Flambagem da seção do casco resistente para razão $a/b=1,05$	70
Figura 51: Comportamento da Pressão Crítica à Flambagem	71
Figura 52: Redução da Profundidade máxima de operação	71
Figura 53: Representação de meia Seção do Casco Resistente	72
Figura 54: Discretização da Geometria do Casco Resistente em elementos de 0,35 metros	73
Figura 55: Flambagem de uma única seção do casco discretizado em elementos de 0,35 m.	74
Figura 56: 1° Modo de Flambagem do Casco Resistente	74
Figura 57: 2° Modo de Flambagem do Casco Resistente	75
Figura 58: Discretização do Casco Resistente com 355324 elementos de 0,1 m cada	75
Figura 59: Flambagem do Casco Resistente com $e = 1,34mm$	76
Figura 60: Flambagem do Casco Resistente com $e = 4,02mm$	76
Figura 61: Flambagem do Casco Resistente com $e = 6,7mm$	77
Figura 62: Pressão Crítica de Flambagem no Caco Resistente devido Excentricidade	77
Figura 63: Redução da Profundidade de Operação devido Excentricidade	78
Figura 64: Efeito da falta de circularidade na caverna do casco resistente.	79
Figura 65: Discretização do casco resistente em 178015 elementos e utilização de dois planos de simetria.....	80
Figura 66: Pressão crítica de flambagem no casco resistente devido conformação oval.	80
Figura 67: Redução da profundidade de operação devido conformação oval do casco	81
Figura 68: 1° Modo de Flambagem da seção do casco resistente para razão $a/b=1,005$	81
Figura 69: 1° Modo de Flambagem da seção do casco resistente para razão $a/b=1,03$	81
Figura 70: 1° Modo de flambagem da seção do casco resistente para razão $a/b=1,05$	82
Figura 71: Casco apresentando excentricidade e ovalização	82
Figura 72: Redução da Pressão Crítica de Flambagem	83
Figura 73: Redução da Profundidade Máxima de Operação do Submarino	84
Figura 74: 1° Modo de flambagem do casco resistente para $e = 1,34mm$ e razão $a/b=1,005$	84
Figura 75: 1° Modo de flambagem do casco resistente para $e = 4,02$ mm e razão $a/b=1,02$	85
Figura 76: 1° Modo de flambagem do casco resistente para $e = 5,36$ mm e razão $a/b=1,03$	85
Figura 77: 1° Modo de flambagem do casco resistente para $e = 6,7$ mm e razão $a/b=1,05$	86
Figura 78: Redução da profundidade de operação de acordo com a Excentricidade.	88
Figura 79: Redução da Profundidade máxima de operação devido Ovalização	89
Figura 80: Locais de ocorrência da falha na seção devido excentricidade e ovalização	89
Figura 81: Redução da Pressão Crítica de Flambagem devido aos erros geométricos aplicados	90
Figura 82: Alteração no local de aplicação da excentricidade e provável local de falha devido sobreposição dos erros geométricos	91

Figura 83: 21° modo de flambagem do Casco Resistente com $e = 4,02mm$	95
Figura 84: 9° modo de flambagem do Casco Resistente com $e = 6,7mm$	96
Figura 85: 19° Modo de Flambagem da seção do casco resistente para razão $a/b=1,03$	97
Figura 86: 18° Modo de flambagem da seção do casco resistente para razão $a/b=1,05$	98
Figura 87: 21° Modo de flambagem do casco resistente para $e = 1,34mm$ e razão $a/b=1,005$	99
Figura 88: 10° Modo de flambagem do casco resistente para $e = 6,7 mm$ e razão $a/b=1,05$	100

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Composição química (%) do aço HY-80	28
Tabela 2: Propriedades Mecânicas do aço HY-80	28
Tabela 3: Comportamento da Pressão Crítica à Flambagem do cilindro	52
Tabela 4: Variação da Pressão crítica à Flambagem de acordo com as distâncias entre a e b	70
Tabela 5: Redução da Pressão Crítica de Flambagem devido Excentricidade.....	77
Tabela 6: Redução da Pressão Crítica de Flambagem devido Conformação Oval	80
Tabela 7: Redução da pressão crítica de flambagem devido falha geométrica no casco	83
Tabela 8: Redução na Profundidade Máxima de Operação devido Excentricidade e Ovalização	88
Tabela 9: Redução da pressão crítica de flambagem devido a sobreposição das falhas geométricas no casco resistente.....	90

LISTA DE SÍMBOLOS

<i>D</i>	Diâmetro
<i>r</i>	Raio
<i>t</i>	Espessura
<i>L</i>	Comprimento do cilindro
<i>n</i>	Número de lóbulos circunferenciais
<i>m</i>	Número de lóbulos na direção longitudinal
σ	Tensão teórica elástica de flambagem
<i>E</i>	Módulo de elasticidade
ν	Coefficiente de Poisson
<i>p_c</i>	Pressão crítica à flambagem
<i>p_h</i>	Pressão hidrostática
<i>e</i>	Excentricidade radial
<i>R_o</i>	Raio externo do casco
<i>L_f</i>	Espaçamento entre os anéis reforçadores
<i>L_b</i>	Comprimento do casco entre anteparas
<i>I_e</i>	Momento de Inércia
<i>e_f</i>	Distância da espessura média do casco até o topo do perfil de reforço

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
2	METODOLOGIA.....	16
3	HISTÓRICO DOS SUBMARINOS.....	17
4	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	23
4.1	Materiais utilizados para fabricação do casco resistente de submarinos.....	23
4.2	Corrosão geral.....	25
4.3	Propriedades dos materiais.....	25
4.4	Propriedades do aço HY-80.....	27
4.5	Soldabilidade do aço HY-80.....	30
5	FALHAS ESTRUTURAIS NO CASCO RESISTENTE DE SUBMARINOS.....	31
5.1	Flambagem elástica de cilindros.....	33
5.1.1	Cilindro sem perfis reforçadores transversais.....	38
5.1.2	Cilindro com anéis reforçadores transversais.....	41
5.2	Fadiga.....	43
5.2.1	Fadiga de alto ciclo.....	44
5.2.2	Fadiga de baixo ciclo.....	45
5.2.3	Fadiga do casco resistente de submarinos.....	46
6.	MÉTODOS COMPUTACIONAIS.....	49
6.1	Método dos Elementos Finitos – MEF.....	49
6.2	Estudo analítico e computacional de um cilindro sem reforçadores transversais sujeito à pressão externa.....	49
6.2.1	Avaliação analítica da pressão crítica de flambagem.....	50
6.2.2	Avaliação computacional da pressão crítica de flambagem.....	50
6.3	Conceitos de projeto.....	55
6.4	Modelagem geométrica de uma seção do casco resistente.....	55
6.4.1	Pressão de colapso do casco resistente.....	58
6.4.2	Flambagem global entre compartimentos.....	59
6.4.3	Flambagem entre reforçadores.....	60
6.5	Influência das imperfeições iniciais à resistência do casco resistente.....	62
6.5.1	Casco não concêntrico - Excentricidade.....	63
6.5.2	Casco com Conformação Oval.....	67
6.6.	Modelagem geométrica do casco resistente.....	72
6.6.1	Casco resistente - Geometria sem falhas.....	73
6.6.2	Casco resistente com desvio da geometria perfeita - Excentricidade.....	75
6.6.3	Casco Resistente com desvio da geometria perfeita – Conformação Oval.....	78
6.6.4	Sobreposição dos defeitos no casco resistente – Excentricidade e Ovalização.....	82
7	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	87
7.1	Cálculo analítico e computacional de cilindro sem reforçadores.....	87
7.2	Influência das falhas geométricas no casco.....	87
7.3	Casco resistente com sobreposição das falhas geométricas.....	90
8	CONCLUSÃO.....	92
	REFERÊNCIAS.....	93
	ANEXOS.....	95

1 INTRODUÇÃO

Um submarino é, por definição, uma embarcação de dissuasão que opera na maior parte do tempo submerso. Nessa condição, o casco estrutural está sujeito a uma pressão hidrostática externa, que depende da profundidade na qual está operando.

A partir dos anos de 1800 passaram a surgir várias concepções de submarinos, que continuaram evoluindo e chamando cada vez mais a atenção de grandes nações. Nesta época, as nações líderes no campo de submarinos eram a França, (com um total de quarenta e quatro submarinos), a Inglaterra (com dez) e os Estados Unidos da América (com sete).

A primeira Guerra Mundial trouxe grande desenvolvimento tecnológico para a área, propiciando intensa transformação nos submarinos, os quais passaram a experimentar grandes velocidades de operação e considerável raio de ação, passando a atuar de forma eficiente na ofensiva de combate (GUERRA, 1964). A segunda Guerra Mundial marca a passagem para o progresso da tecnologia moderna dos submarinos.

Atualmente, os submarinos são forças imprescindíveis para a composição de defesa marítima de uma nação. O moderno submarino atômico constitui uma devastadora arma de destruição. Com um raio de ação praticamente ilimitado e capacidade de operar em imersão por longo tempo, é 800 vezes mais eficaz do que o submarino com o qual a Alemanha Nazista quase venceu a segunda Guerra Mundial.

Como representado na Figura 1, os submarinos são tipicamente compostos por uma combinação de cilindros, cones e calotas de proa e popa reforçados com anéis e anteparas transversais. Para melhorar o desempenho operacional, eventualmente, um casco hidrodinâmico não resistente pode revestir o casco de pressão, também chamado de casco resistente (SREELATHA; MATHAI, 2012).

Figura 1: Típica estrutura do casco de pressão de um submarino



Fonte: Mackay (2007)

Em estruturas de paredes finas utilizadas nos mais diversos setores da engenharia, muitas vezes a “flambagem” é o principal modo de falha atuante. No caso de submarinos, outro ponto importante a ser observado é a falha por fadiga. Os submarinos durante sua operação navegam em diferentes profundidades, estando seu casco sujeito a variações de tensão. Essas alterações dos níveis de tensão podem ser consideradas como esforços cíclicos, que eventualmente causam o surgimento e a propagação de trincas, levando às falhas estruturais causadas pela fadiga do material.

Da mesma forma, os processos de fabricação também carecem de uma atenção especial, visto que introduzem defeitos que podem comprometer o correto funcionamento, podendo, eventualmente, levar ao colapso da estrutura. Um exemplo são as técnicas de soldagem, que induzem uma mudança nas características dos materiais devido ao alto gradiente de temperatura aos quais são submetidos os aços, bem como a adição de elementos de liga (MACKAY, 2007).

A estrutura do casco resistente de um submarino, como representada na figura 1, é projetada para, de forma primária, suportar cargas de compressão associadas à pressão hidrostática durante a operação em imersão. As altas pressões ao qual o casco é submetido geram tensões, que por sua vez, eventualmente induzem a ocorrência da flambagem.

Atualmente, cada vez mais nações, incluindo o Brasil, passam a contar com a operação de submarinos nucleares para garantia da soberania e defesa de suas águas jurisdicionais. Tendo em vista que experimentam maiores profundidades de operação, esses submarinos além da flambagem, apresentam também a fadiga como potencial modo de falha devido ao ciclo de operação ao qual são naturalmente sujeitos.

Neste contexto, o presente trabalho tem como objetivo principal, investigar a influência dos defeitos geométricos existentes no casco estrutural à redução da profundidade máxima de operação de um submarino. Para alcançar esse objetivo, este trabalho propõe:

- Estudar a flambagem em elementos simples, de modo a proporcionar maior conhecimento acerca destes fenômenos;
- Avaliar as pressões críticas à flambagem em diferentes configurações dos cascos por meio de modelos analíticos e computacionais;
- Contrastar possíveis diferenças entre os modelos analisados;
- Analisar o efeito dos defeitos de fabricação (excentricidade de ovalização) os cascos cilíndricos para a ocorrência dos modos de falha.

2 METODOLOGIA

A presente seção corresponde à descrição da metodologia para a realização do estudo proposto, de forma a atender os objetivos principais e específicos estabelecidos.

Segundo Severino (2007), a pesquisa experimental toma o próprio objeto em sua concretude como fonte e coloca em condições técnicas de observação e manipulação experimental nas bancadas e pranchetas de um laboratório, onde são criadas condições adequadas para seu tratamento. Para tanto, o pesquisador seleciona determinadas variáveis e testa suas relações funcionais, utilizando padrões de controle.

Primeiramente, com intuito de proporcionar maior entendimento dos fenômenos envolvidos no contexto do trabalho, é realizado um estudo de informações técnicas e científicas existentes na literatura. Inicia-se pela descrição detalhada do tema e do problema a ser abordado, apresentando os fundamentos conceituais e as formulações que os descrevem. Esses dados serão coletados de livros e publicações referentes ao tema. Posteriormente, é realizada uma análise do efeito da flambagem em elementos simples através das principais literaturas e abordagens analíticas sobre o tema. Igualmente, através de uma análise utilizando métodos computacionais (elementos finitos) procura-se investigar e contrastar possíveis diferenças dos resultados alcançados.

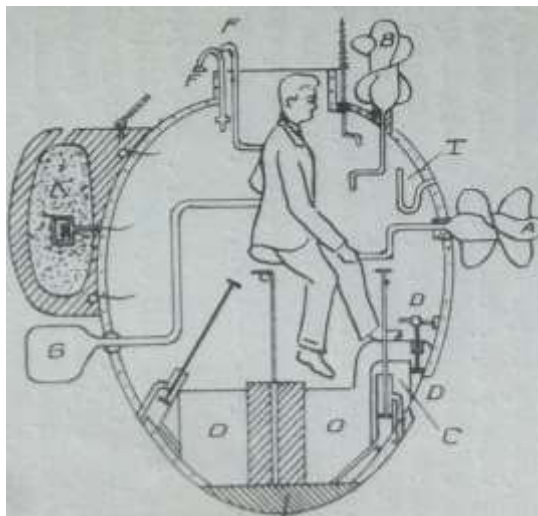
Com a aplicação de formulações analíticas aliada a análise computacional usando o Método dos Elementos Finitos (MEF) pretende-se estudar o comportamento do problema apresentado. O software utilizado para desenvolvimento da análise computacional será o ANSYS® versão 15.0 e 16.0 (SWANSON, 1970). É um programa comercial de simulação de engenharia que se baseia em elementos finitos para representar os fenômenos de diversas aplicações.

A análise computacional via ANSYS® será utilizada com o intuito de verificar as possíveis diferenças encontradas entre os modelos analítico e numérico, assim como analisar as influências que os defeitos impostos pelos processos de fabricação exercem no comportamento da estrutura.

3 HISTÓRICO DOS SUBMARINOS

Embora a história antiga mencione algumas tentativas de operações submersas em tempos de guerra, antes do século XVII o trabalho do homem embaixo d'água se limitou a experimentos com formas elementares de sinos de mergulho. Segundo Guerra (1964), foi somente em 1624 que o holandês Cornelius Van Drebbel inventou e construiu o primeiro submarino propellido a remos, podendo submergir até 4,5 metros de profundidade. Mas foi somente em 1775 que surgiu o famoso barco de Bushnell (Figura 2), torpedeiro submarino pioneiro, que deu origem a guerra torpédica. Bushnell foi o primeiro a defender a necessidade de um casco forte para resistir à pressão hidrostática decorrente da imersão.

Figura 2: Submarino Bushnell

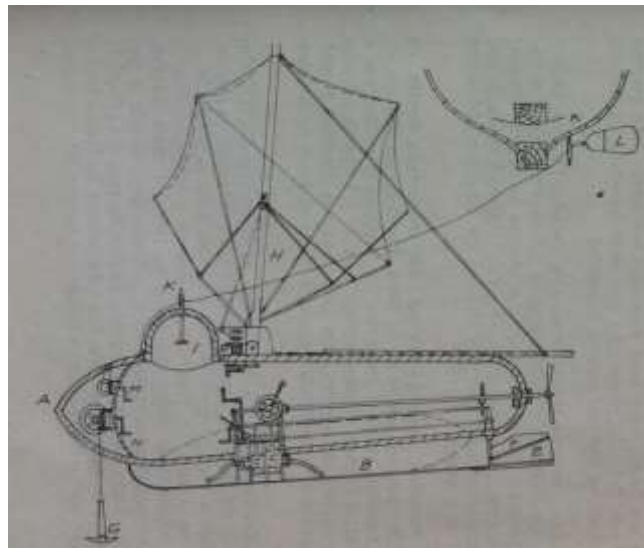


Fonte: Guerra (1964)

Uma distinção é feita pela literatura francesa a respeito dos veículos capazes de submergir. De um lado o submarino puro e de outro o que se dizia submersível. O primeiro tinha forma de torpedo ou gota, mais adequado à navegação submersa, como o Ictineo II; enquanto o outro era um navio de superfície capaz de submergir, como o Narval (BOGOSIAN NETO, 2005). Ainda segundo Guerra (1964), a diferenciação entre esses conceitos é feita de acordo com o tempo de imersão ou autonomia submersa.

Pouco tempo depois, em 1801, Robert Fulton lançou seu primeiro submarino, denominado Nautilus (Figura 3). Utilizando sistemas de propulsão com hélice de popa e um conjunto mastro e vela, o qual podia ser operado de dentro do submersível, podendo atingir uma profundidade de oito metros e navegar submerso com velocidade de até três nós, sendo projetado segundo o princípio de Arquimedes (GUERRA, 1964).

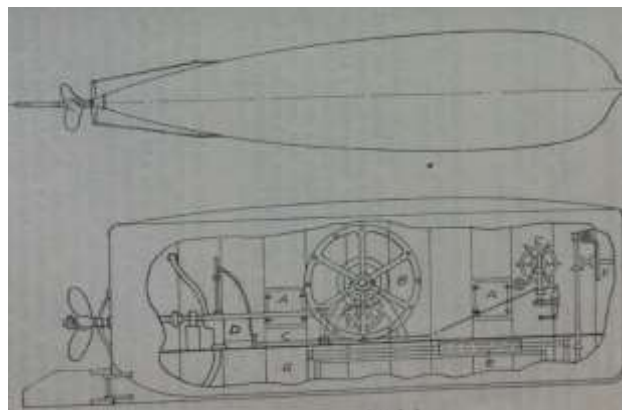
Figura 3: Submarino Nautilus



Fonte: Guerra (1964)

Em 1850 Bauer projetou vários submarinos e construiu duas unidades, uma delas o Plongeur (Figura 4), que introduziu o efetivo controle e governo no plano vertical, se tornando a primeira aplicação real do princípio de variação de peso para este fim.

Figura 4: Submarino Plongeur

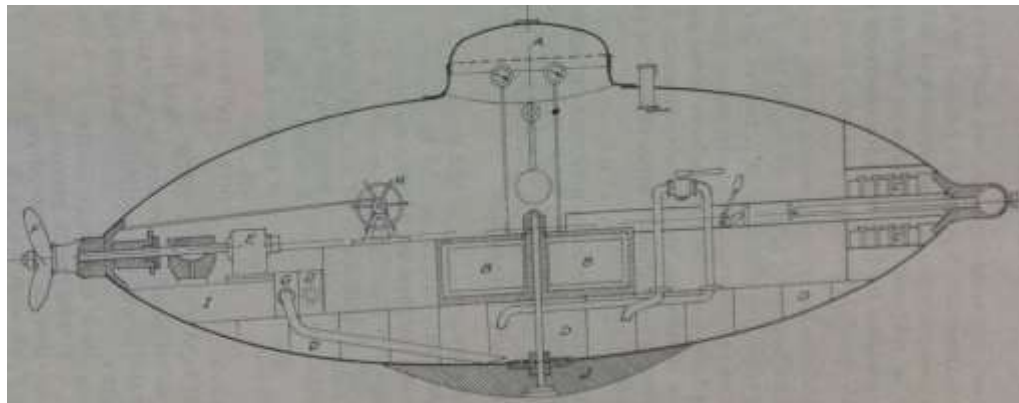


Fonte: Guerra (1964)

Em 1864 foi lançado o Ictínio II, primeiro submarino com propulsão mecânica. Sua importância, também se deve ao fato de utilizar peróxido de hidrogênio como combustível. (BOGOSIAN NETO, 2005).

Em 1887, Holland começou os trabalhos com o projeto do seu primeiro submarino. O barco possuía pouco menos de quatro metros de comprimento e contava com um motor de explosão de 4 HP (2982,8 W). Em seguida, surgiram os submarinos de Noerdenfeldt (Figura 5) com 38 metro de comprimento, deslocamento imerso de 245 toneladas, máquina a vapor de 1000 HP (745700 W), velocidade na superfície de 15 nós e 5 nós em imersão. Introduziu a utilização de torpedos auto propelidos carregados em tubos externos. Não obteve sucesso operando em imersão a devido falta de controle no plano vertical e também pela presença de superfície livre nos tanques.

Figura 5: Submarino Noerdenfeldt



Fonte: Guerra (1964)

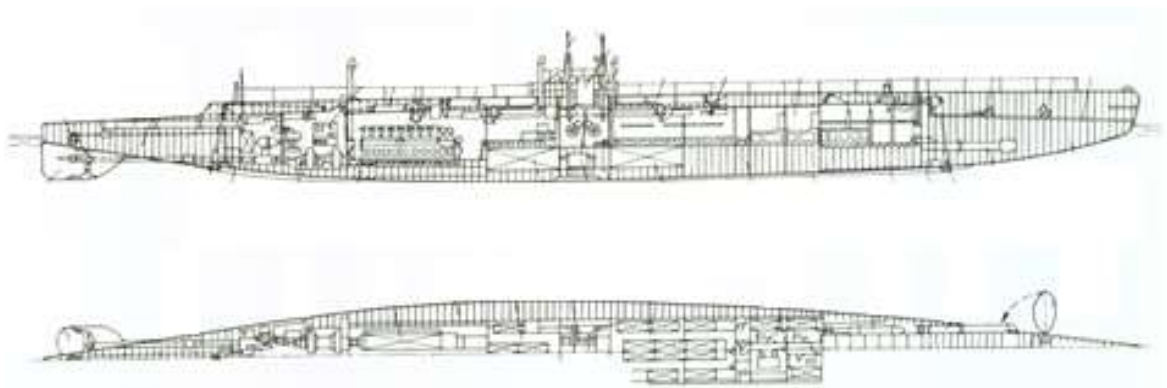
A França, uma das nações líderes no campo dos submarinos no começo do século, construiu e operou o submarino Gymnote com dezoito metros de comprimento e totalmente construído em aço. A instalação propulsora consistia de um motor elétrico de 55 HP e baterias acumuladoras. Posteriormente a França encomendou o submarino Gustave-Zédé, o qual apresentava várias evoluções em relação ao seu antecessor, possuindo 48,8 metros de comprimento e equipados com dois motores com 360 HP (268452 W) e baterias acumuladoras, além de três torpedos (GUERRA, 1964).

Em 1896, após um concurso de projetos, o governo Francês apresentou um novo tipo denominado submersível. O então chamado Narval (Figura 6) possuía uma instalação de máquinas para propulsão na superfície e carregamento das baterias, além de outra usada apenas para navegação em imersão. Possuía casco duplo, sendo armado com torpedos. Seu raio de ação

era de 242 milhas a 12 nós e 625 milhas náuticas a 8 nós. Quando imerso, os valores se modificavam para 25 milhas a 8 nós, ou 70 milhas a 5 nós (BOGOSIAN NETO, 2005).

Segundo Bogosian Neto (2005), existiam na época divergências quanto às possibilidades e papéis dos veículos submersíveis. Em 1914, três cruzadores são postos a pique pelo pequeno submarino costeiro U-9, fato que provoca uma mudança na forma de ver o papel dos submersíveis. A partir desse momento, o submarino é considerado arma de grande poder ofensivo. Como consequência, passa-se a exigir imersão rápida, reserva de flutuabilidade para aumento da velocidade na superfície e maior deslocamento.

Figura 6: Narval



Fonte: <http://www.gwpda.org/naval/images/narvalholland31aplan.jpg>

Conforme Bogosian Neto (2005), durante o período da Grande Guerra foram utilizadas versões de submersíveis, pois os submarinos ainda apresentavam autonomia limitada, e portanto, constituía-se uma arma ineficiente. Já no período da Segunda Guerra Mundial, pode-se notar a operação desses dois tipos de veículos: grandes submersíveis para ataque da frota marítima e barcos menores para fazerem a proteção costeira. Ainda nesse período, os EUA lançaram os submarinos de esquadra (Figura 7), os quais operavam na superfície até o momento em que avistavam inimigos, quando então imergiriam para aproximação e ataque.

Figura 8: Submarino IKL 209



Fonte: <http://www.naval.com.br/blog/2011/01/21/making-off-do-submarino-tikuna/>,
10/08/2015.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Na presente seção serão abordados e discutidos os conceitos e teorias envolvendo os potenciais modos de falhas relacionados ao casco resistente de um submarino, assim como os materiais e processos utilizados para a fabricação.

4.1 Materiais utilizados para fabricação do casco resistente de submarinos

As maiores profundidades dos oceanos são encontradas no Oceano Pacífico, num local conhecido como Fossa das Marianas, aonde as profundidades chegam aos 11034 metros.

A profundidade média dos oceanos fica em torno de 4830 a 6440 metros, porém, atualmente os grandes submarinos podem alcançar aproximadamente 610 metros de mergulho (ROSS, 2011). A razão para isso é que, a pressão externa no casco aumenta com a variação da altura de coluna d'água. Para alcançar maiores profundidades de operação, torna-se necessário um incremento na espessura de parede do casco. Porém, com a utilização de materiais estruturais comuns para construção, como o aço doce, que é um aço com baixo teor de carbono e baixos teores de liga, o casco necessitaria de um considerável aumento na espessura de parede e, eventualmente, não teria reserva de flutuabilidade, afundando rapidamente.

Segundo Ross (2011), para cascos de pressão que não requerem mergulhos a grandes profundidades, é adequada a utilização de aço doce para construção, pois são relativamente baratos e fáceis de soldar. No caso de embarcações que necessitam resistir a altas pressões, o material mais adequado para substituir o aço doce é o aço de alta resistência, os quais apresentam maiores dificuldades no processo de soldagem e necessitam de alívio de tensões através de tratamentos térmicos.

Outros materiais que apresentam uma melhor relação resistência e peso, comparados ao aço doce, incluem ligas de alumínio, titânio, plástico reforçado com vidro, plástico reforçado com fibra de carbono, compósitos com matriz de metal e cerâmicas.

No caso de submarinos, o desenvolvimento de melhorias nas propriedades dos aços foi impulsionado pela necessidade de maiores profundidades de mergulho para que se mantivessem invisíveis aos radares de detecção. Os materiais utilizados para a construção dos cascos necessitam de resistência para suportar às altas pressões, assim como de características para

resistir a outros fatores impostos pelo ambiente nas condições de operação. Tais fatores incluem (ROSS, 2011):

- Resistência à corrosão;
- Alta razão entre resistência mecânica e massa específica - Isso é importante para que a estrutura possua uma fluabilidade positiva e ganhe capacidade para transporte de carga;
- Custos dos materiais;
- Processos de fabricação - Viável manufatura do material selecionado e do projeto estrutural.
- Resistência a baixas temperaturas e também proteção contra chamas;
- Ductilidade elevada – Deve ser capaz de deformar-se plasticamente sem romper;
- Tenacidade – Boa capacidade de absorção de impactos;
- Soldabilidade – Apresente boa soldabilidade com pequena área termicamente afetada e com boas propriedades na região da solda;
- Conformabilidade – Deve apresentar boa conformabilidade mecânica para fabricação de diferentes peças;
- Alto valor na tensão de escoamento;
- Módulo de elasticidade elevado – Proporcionar rigidez à estrutura.

O último item dessa relação é muito importante para a resistência estrutural do casco. Uma adequada rigidez pode evitar eventuais deformações na estrutura, as quais são críticas quando chegam a afetar a circularidade do casco resistente. Um casco cilíndrico perfeitamente circular suporta apenas compressão constante causada pela pressão externa. Porém, no momento em que existam desvios da geometria perfeita, surgem momentos fletores induzidos pelas tensões de flexão, reduzindo consideravelmente a resistência estrutural do casco.

Infelizmente, assim como acontece em diversos outros projetos especiais, não há um único material que atenda a todos os requisitos específicos e, portanto, faz-se necessário a utilização de materiais alternativos em áreas que requeiram características distintas, sem comprometer a operacionalização da estrutura.

Segundo Ross (2011), atualmente os principais materiais utilizados no projeto de cascos de pressão são:

- Aços de alta resistência;
- Ligas de alumínio;

- Ligas de titânio;
- Compósitos.

4.2 Corrosão geral

A corrosão é um fator de grande influência para estruturas que operam no ambiente marinho, reduzindo sua vida operacional e consumindo altos custos de manutenção. O ataque em superfícies submersas é governado principalmente pela taxa de difusão do oxigênio através das camadas de ferrugem e organismos marinhos.

A corrosão sob tensão é uma falha localizada que ocorre quando em ação conjunta de tensão e de corrosão no material, sendo mais severa do que os efeitos de cada uma atuando isoladamente. Segundo Gentil (1996), algumas das variáveis que instigam a ocorrência desse tipo de corrosão são: as composições das ligas, tensão interna ou aplicada, ambiente corrosivo, temperatura e tempo. Embora isso seja um problema para as estruturas, é algo que pode ser previsto e tratado de forma adequada.

4.3 Propriedades dos materiais

A seguir são apresentadas as propriedades de vários tipos de materiais que são ou podem ser utilizados para construção do casco resistente de submarinos. As figuras 9 a 13 apresentam as características desses materiais. Segundo Ross (2011), o aço HY80 é o mais utilizado para construção do casco de submarinos e geralmente também é utilizado em aplicações comerciais que incluem vasos de pressão, tanques de armazenamento e navios mercantes. Tais ligas tornam-se atrativas pela sua disponibilidade, baixo preço, fácil processamento e alta razão resistência/massa específica. Apresentam como desvantagem a vulnerabilidade à corrosão quando utilizados juntamente com outras classes de materiais. Outro problema recorrente é a impossibilidade ou dificuldade de se obter propriedades homogêneas entre o metal de base e o material fundido após o processo de soldagem.

Figura 9: Aços de alta resistência da classe HY

Material	Densidade Específica (t/m³)	Módulo de Young (GPa)	Limite de Resistência à compressão (Mpa)
HY-80	7.8	207	550
HY-100	7.8	207	690
HY-130	7.8	207	890
HY-180	7.8	207	1240

Fonte: Ross (2011)

Figura 10: Propriedades das Ligas de Alumínio

Material	Densidade Específica (t/m³)	Resistência à Tração (MPa)	Limite de Resistência 0,2% (Mpa)	Módulo de Young (GPa)
5086-H116	2.8	290	207	70
6061-T6	2.8	310	276	70
7075-T6	2.9	572	503	70
7075-T73	2.9	434	400	70
L65	2.8		390	70

Fonte: Ross (2011)

Como mostra a Figura 11, ligas de titânio possuem alta razão resistência/densidade e são materiais ideais para o projeto de cascos de pressão onde a carga útil é uma importante característica. Porém, necessitam de técnicas especiais para processamento e apresentam um elevado custo quando comparados aos aços e ligas de alumínio, o que acaba limitando sua utilização na construção dessas estruturas.

Figura 11: Propriedades das Ligas de Titânio

Material	Densidade (g/cm³)	Resistência à Tração (MPa)	Limite de Resistência (MPa)
6-4 Liga (recozido)	4.5	896	827
6-2-1-1 Liga	4.5	869	724
6-4 Liga STOA	4.5	870	830
C. P. Grade 2	4.5	345	276

Fonte: Ross (2011)

Segundo Ross (2011), o compósito mais utilizado para fabricação de estruturas marítimas é o plástico de vidro reforçado (GRP). Além de ter uma boa relação resistência/peso o seu custo é baixo quando comparado com outros compósitos. Compósitos de matriz metálica apresentam muitas vantagens em relação ao GRP (plástico de vidro reforçado) e FRP (fibra

reforçada com vidro/polímero), porém, estão em fases de desenvolvimento, apresentando alto custo e limitação à fabricação de pequenas peças. As figuras 12 e 13 apresentam as propriedades dos compósitos com possíveis aplicações para construção de estruturas de submarinos. Segundo Ross (2011), compósitos, cerâmicas e nanotubos de carbono ainda necessitam de estudos para adequação de uso em submarinos.

Figura 12 :Propriedades dos Compósitos

Material	Densidade (g/cm ³)	Fração Volumétrica de Fibra	Módulo de Young (GPa)	Limite de Resistência à compressão (Mpa)
GRP (Epoxi/S-vidro UD*)	2.1	0.67	65	1200
GRP (Epoxi/S-vidro Filamento enrolado)	2.1	0.67	50	1000
CFRP (Epoxi/HS UD)	1.7	0.67	210	1200
CFRP (Epoxi/HS Filamento enrolado)	1.7	0.67	170	1000
MMC (6061 Al/SiC fibra UD)	2.7	0.5	140	3000
MMC (6061 Al/ fibra alumina UD)	3.1	0.5	190	3100

*Unidirecional

Fonte: Ross (2011)

Figura 13: Propriedades dos Nanotubos de Carbono

Material	Módulo de Young (GPa)	Resistência à Tração (GPa)	Densidade (kg/m ³)
Nanotubo de Carbono	940	150	1350

Fonte: Ross (2011)

4.4 Propriedades do aço HY-80

Os aços “HY” são aços que apresentam um alto limite de escoamento e são designados por “High Yield Steels”. O HY-80 é uma liga de aço de alta resistência que possui um limite de escoamento de aproximadamente 550 Mpa (80 ksi). Ainda pertencem a família HY os aços HY-100, com tensão de escoamento de 690 MPa e o HY-130, com tensão de escoamento em 900 MPa. Segundo Lins Junior (2013), os aços da série “HY” foram desenvolvidos a partir da segunda guerra mundial buscando-se propriedades que pudessem atender aos requisitos necessários da operacionalização de estruturas navais. O resultado foi um aço com aproximadamente duas vezes maior capacidade de resistir aos esforços quando comparados aos aços até então utilizados na fabricação dessas estruturas. Seus baixos níveis de carbono juntamente com tratamento de têmpera e revenimento propiciam um significativo aumento na

resistência e na dureza, o que caracteriza uma estrutura martensítica. Da mesma forma, a soldabilidade do aço também foi melhorada, o que representa característica indispensável para a fabricação de cascos de submarinos, navios e plataformas.

As tabelas a seguir foram retiradas de catálogos da ASM INTERNATIONAL (2006) e apresentam, respectivamente, a composição química e as propriedades mecânicas do aço de alta resistência da classe *HY*. ASM é uma sociedade científica 100% dedicada à ciência dos materiais e à engenharia.

Tabela 1: Composição química (%) do aço HY-80

Elementos	Espessura, polegadas (milímetros)		
	Até 1,26 (32)	De 1,26 (32) até (76)	Mais de 3 (76)
	HY-80	HY-80	HY-80
Carbono	0,12-0,18	0,13-0,18	0,13-0,18
Manganês	0,10-0,4	0,10-0,4	0,10-0,4
Fósforo	0,015 máx.	0,015 máx.	0,015 máx.
Enxofre	0,008 máx.	0,008 máx.	0,008 máx.
Silício	0,15-0,38	0,15-0,38	0,15-0,38
Níquel	2,00-3,25	2,5-3,5	3-3,5
Cromo	1,00-1,80	1,40-1,80	1,50-1,90
Molibdênio	0,20-0,60	0,35-0,60	0,50-0,65

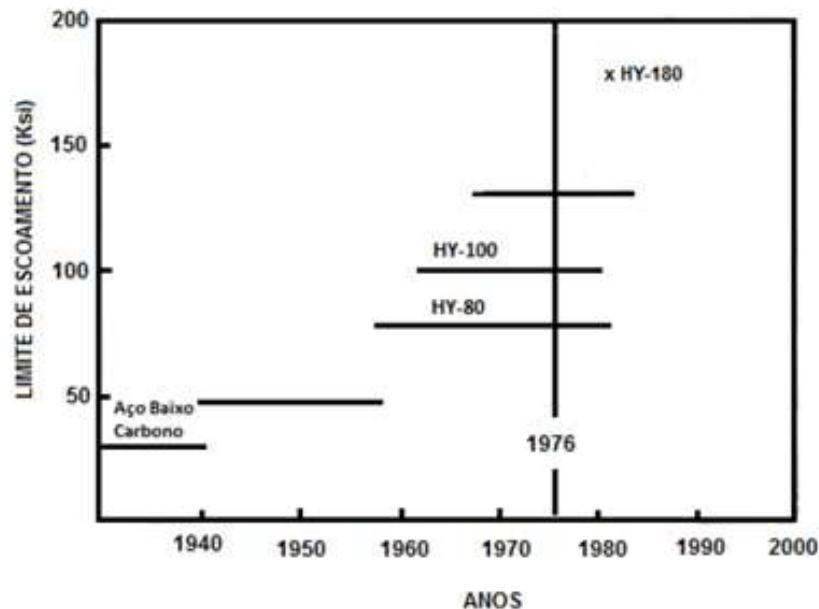
Tabela 2: Propriedades Mecânicas do aço HY-80

	Espessura Nominal (mm)	
	HY-80	
	Menos que 19	Mais de 19
Limite de Escoamento (Mpa)	552 a 690	552 a 686
Elongamento em 50 mm - Mínimo (%)	19	20
Redução de Área Mínima (%)	50	*
Módulo de Elasticidade (GPa)	200	200

Segundo Masubuchi (1980), a demanda pela construção de submarinos por parte da Marinha dos Estados Unidos foi a principal motivação para o estudo e desenvolvimento dos aços da classe HY com alto valor no limite de escoamento.

Antes dos anos de 1940, submarinos de combate eram fabricados com aços de baixo carbono, um material com tensão de escoamento de cerca de 220 MPa (32000 psi). Entre os anos de 1940 e 1958, os aços HTS – High Strength Steel com 344.7 MPa (50000 psi) de limite de escoamento foram usados na construção de muitas estruturas submarinas. A partir de 1958, diante da necessidade de operação em maiores profundidades, o aço HY-80 com tratamento de têmpera e revenimento apresentando um limite de escoamento mínimo de 552 MPa (80000 psi), foi pela primeira vez utilizado na fabricação de cascos de submarinos. Alguns anos depois, o aço HY-100 com 689 MPa (100000 psi) de limite de escoamento e bastante similar ao HY-80 foi introduzido para os mesmos fins. Segundo Masubuchi (1980) e Ross (2011), atualmente os aços da família HY são os mais utilizados para a fabricação dos cascos resistentes de submarinos. A Figura 14 representa o uso desses aços no decorrer dos anos pela Marinha dos Estados Unidos para construção de submarinos e submersíveis.

Figura 14: Utilização dos aços classe HY de alta resistência pela Marinha dos Estados Unidos na construção de submarinos e submersíveis.



Fonte: Masubuchi (1980)

4.5 Soldabilidade do aço HY-80

Apesar de possuir boa soldabilidade, alguns cuidados especiais devem ser tomados durante a soldagem do aço HY-80, tais como controle do grau de restrição das juntas, a realização de preaquecimento, o controle de temperatura entre passes, a especificação do tipo de deposição, a realização de tratamentos térmicos de alívio de tensões entre outros. Estes cuidados visam à prevenção de possíveis defeitos característicos a estes tipos de aços como trincas induzidas por hidrogênio (LINS JUNIOR, 2013).

Os consumíveis para a soldagem do aço HY-80 devem ser de baixo hidrogênio, devido a sua suscetibilidade de trincas a frio, bem como devem permitir obter um metal de solda com propriedades mecânicas similares do metal base.

Segundo Lins Junior (2013), a soldagem dos aços da família HY era feita com consumíveis que permitissem obter metais de solda com resistência mecânica muito superior à do metal base. Esses consumíveis, sempre altamente ligados, induziam o aparecimento de trincas. Por esse motivo passou-se a utilizar consumíveis que resultassem na obtenção de um metal de solda com limite de escoamento e resistência mecânica similares do metal base. Na prática, adotam-se consumíveis de soldagem que forneçam metais de solda em que a razão do limite de escoamento e do limite de resistência mecânica seja menor que 0,9 (valor característico dos aços temperados e revenidos) diminuindo o risco de instabilidade plástica durante o serviço.

Durante o processo de soldagem, as regiões adjacentes à solda sofrem um aquecimento a temperaturas acima da crítica por um período capaz de provocar a austenitização parcial ou total da região. Com o resfriamento rápido ocorre a formação de martensita não revenida e extremamente frágil, propiciando o aparecimento de trincas devido basicamente ao fenômeno de fissuração a frio ou trinca induzida por hidrogênio com alta propensão à fratura frágil (LINS JUNIOR, 2013).

5 FALHAS ESTRUTURAIS NO CASCO RESISTENTE DE SUBMARINOS

Estruturas de casca fina enrijecidas por reforçadores estão entre os principais arranjos utilizados em projetos navais. As similaridades entre essas estruturas de casca fina utilizadas em diversas áreas como em estruturas navais, aeroespaciais e algumas estruturas civis propiciam que os avanços em alguns desses grupos poderão, de certa forma, serem aplicados aos outros.

Cilindros com a relação entre diâmetro e espessura (D/t) relativamente baixa são geralmente chamados de tubos, enquanto que cilindros com grande razão D/t são designados por cascas.

Tubos e cascas podem estar sujeitos à compressão axial, flexão, torção ou ainda pressões internas ou externas, os quais podem provocar falhas e levar ao colapso da estrutura.

Segundo Chang (2012), um dos problemas recorrentes nessas estruturas é a falha por flambagem, fenômeno que ocorre em peças esbeltas quando submetidas a um carregamento de compressão, e é considerado um fenômeno de instabilidade. Deste modo, a estrutura pode perder sua estabilidade sem atingir a tensão de escoamento.

A estabilidade está diretamente relacionada ao conceito de equilíbrio de uma estrutura, caracterizada pelos deslocamentos dos seus pontos. Segundo Fonseca (2005), a instabilidade pode surgir pela ocorrência de uma bifurcação de equilíbrio (instabilidade bifurcacional) ou pela ocorrência de um ponto limite. A tensão em que ocorre o colapso da estrutura pode ser significativamente menor à correspondente tensão de escoamento do material, podendo ser ocasionado pela sensibilidade às imperfeições geométricas. Muitas vezes, a pressão necessária para causar essa instabilidade (levar à flambagem) de uma estrutura de parede fina é apenas uma fração da pressão necessária para alcançar o limite de escoamento do material.

Para evitar a ocorrência desses fenômenos na estrutura de um submarino torna-se necessário a utilização de anéis reforçadores transversais espaçados longitudinalmente ao longo do casco.

Ao contrário dos navios de superfície de grande porte, nos submarinos, os reforçadores transversais são os principais membros estruturais que suportam o casco e mantêm a integridade da estrutura. Podem ser externos ao casco (ocupando a região entre o casco resistente e o casco hidrodinâmico), gerando maior estabilidade estrutural ao sistema do que quando soldados na

parte interna. Segundo Ross (2011), reforçadores internos são mais eficientes do que reforçadores instalados externos ao casco. Quando instalados externamente ao casco permitem melhor utilização do espaço interno. Porém, sofrem maior corrosão pelo ambiente e os efeitos dos carregamentos dinâmicos são maiores (MACKAY, 2007). Adicionalmente aos reforçadores, utilizam-se anteparas internas e externas ao casco resistente.

Em um cilindro circular de parede fina, as falhas estruturais relacionadas com a flambagem ocorrem de forma elástica ou inelástica. A primeira, ocorre sob tensões inferiores ao limite de proporcionalidade do material. A segunda, sob tensões superiores a este limite. O comportamento dos corpos na flambagem elástica difere do comportamento na flambagem inelástica (RADHA; RAJAGOPALAN, 2006). Na realidade, após o material ultrapassar seu limite de proporcionalidade, a flambagem ocorre inelasticamente.

Nas estruturas de submarinos, a falha por flambagem geralmente acontece nos seguintes locais:

- Nos anéis reforçadores,
- Entre reforçadores
- Entre compartimentos.

Dentre os tipos de carregamentos envolvidos neste fenômeno estão: compressão axial uniforme e pressão axial uniforme ou então uma combinação desses. Alguns dos fatores que induzem a flambagem podem ser identificados como deformações pré-existentes, imperfeições geométricas e cargas excêntricas.

Segundo Mackay (2007), a falha em cada modo é dependente da relação entre raio e espessura do casco, relação raio do casco e espaçamento entre reforçadores, área transversal do reforçador e área transversal do casco, além da relação tensão deformação dos materiais envolvidos.

Com intuito de prever a falha por flambagem, alguns cientistas e estudiosos desenvolveram expressões para as pressões críticas que ocasionam tal fenômeno. As pressões críticas de flambagem elástica para cilindros enrijecidos com ou sem anéis reforçadores, foram primeiramente derivadas a partir das soluções de equações de equilíbrio ou através dos métodos de energia.

Von Mises em 1929 estendeu a análise da estabilidade de estruturas circulares sobre pressão externa para cascos cilíndricos ou tubos e apresentou uma equação que descreve a pressão crítica de flambagem em cascos cilíndricos sem utilização de anéis reforçadores. A pressão de Von Mises entre compartimentos se tornou uma ferramenta padrão para o projeto de

cascos cilíndricos sem reforçadores, aproximando-se da pressão de flambagem elástica. Kendrick em 1965 propôs uma pequena modificação da pressão de Von Mises, onde assume uma deformação na forma de onda na direção axial do cilindro e acrescenta esse termo na equação geral.

Pouco antes, com o intuito de representar a pressão crítica para flambagem de um cilindro com anéis reforçadores, Bryant em 1954 utilizando métodos de energia e versões modificadas das pressões de Bresse e simplificações da pressão de Von Mises, obteve uma expressão que ficou conhecida como a “pressão de Bryant” para a flambagem elástica global de cilindros com anéis reforçadores.

A flambagem, diferentemente das falhas usuais, ocorre num plano ortogonal ao plano de ação da força (no caso, compressão). Além disso, diferentemente do escoamento, a flambagem não apresenta sinais estruturais na iminência de sua ocorrência, tornando-a uma falha estrutural que exige uma atenção especial.

5.1 Flambagem elástica de cilindros

O fenômeno de flambagem é o principal modo de falha associado às estruturas com casco cilíndrico de parede fina, quando submetidos a carregamentos externos.

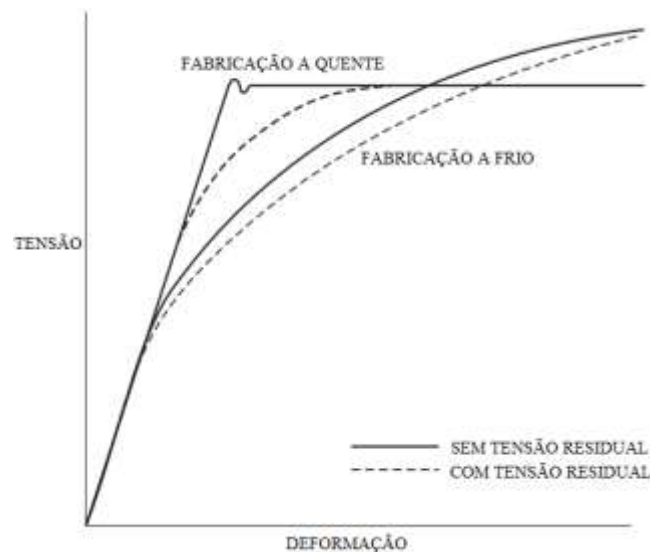
Os métodos tradicionais para projeto dessas estruturas envolvem o cálculo da carga crítica de flambagem para uma estrutura perfeita, ou seja, a carga de flambagem elástica clássica. As formulações analíticas existentes resultam do trabalho de muitos pesquisadores, dentre eles estão Bresse 1859, Von Mises (1929), Bryant (1954), Wilson (1956A/B/C) e Kendrick 1953a, 1965, 1970, 1979, 1982, 1985.

O comportamento de um elemento tubular é influenciado pelo seu processo de fabricação quando em tubos ou quando fabricado a partir de placas. A distinção é importante, principalmente por causa das diferenças de imperfeições geométricas e os níveis de tensões residuais que resultam dos dois métodos de produção. De uma forma geral, os cilindros fabricados a partir de placas apresentam imperfeições consideravelmente maiores (de diâmetro, falta de circularidade e falta de linearidade).

A curva de tensão-deformação básica de uma seção tubular pode ser tanto linear até atingir uma tensão limite de elasticidade, com deformação plástica subsequente, ou linear até um limite proporcionalmente menor que a tensão de escoamento, com subsequente gradual transição não linear até a falha. Esses dois modelos constitutivos gerais de tensão-deformação

são ilustrados na Figura 15. A presença de tensões residuais altera as relações de tensão-deformação como representado pelas curvas tracejadas da Figura 15. Geralmente, cilindros submetidos a processos com altas temperaturas, como no processo de soldagem, possuem acentuadas curvas tensão-deformação, enquanto cilindros fabricados a frio apresentam curvas com comportamento gradual.

Figura 15: Curva Tensão-Deformação de elementos fabricados a frio e a quente com e sem presença de tensão residual.



Fonte: Ziemian (2010)

As tensões residuais surgem dos efeitos de resfriamento depois dos processos de união das placas por soldagem ou após operações de dobramento das chapas. Essas tensões residuais longitudinais em cilindros podem resultar em plasticidade não uniforme através da espessura da parede. Por isso, a forma exata da curva de tensão-deformação, o limite de proporcionalidade e a resistência à deformação de um elemento cilíndrico tubular tornam-se imprevisíveis (ZIEMIAN, 2010).

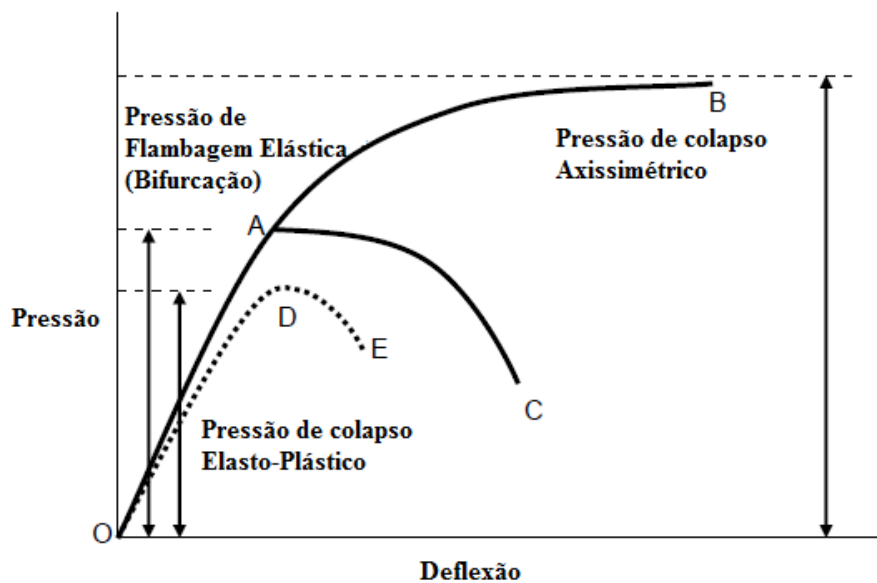
A avaliação das cargas críticas de flambagem é bastante sensível às relações geométricas da estrutura, onde nos tubos cilíndricos se apresentam com uma grande relação D/t e L/D . Os cilindros podem ser fabricados com procedimentos diferentes, que resultam em diferentes magnitudes e padrões de tensões residuais longitudinais e circunferenciais. Como em qualquer elemento estrutural, as tensões residuais podem desempenhar um papel importante na determinação da carga crítica de flambagem. O método de produção dos cilindros e as tolerâncias aceitáveis também influenciam o grau de imperfeições iniciais que estarão presentes.

Segundo Ziemian (2010), testes e teorias demonstram que a carga de flambagem elástica em cilindros de parede fina é muito sensível às imperfeições geométricas, e em alguns casos, às condições de contorno modeladas. Ainda segundo o autor, testes realizados com cilindros sob carregamentos axiais resultaram em falhas por flambagem para intensidade de cargas consideravelmente menores do que a capacidade elástica obtida de forma teórica. Essas discrepâncias são geralmente atribuídas às imperfeições geométricas e condições de contorno mal modeladas.

Um cilindro perfeitamente circular, enrijecido com anéis reforçadores e sujeito à pressão externa uniforme vai sofrer deformação axissimétrica, onde os deslocamentos são constantes em torno de qualquer secção circunferencial. Segundo Kendrick (1970, apud MACKAY, 2007, p. 57) inicialmente, a deformação radial se comporta de forma linear sendo proporcional à pressão aplicada. Com o aumento da pressão essa relação deixa de ser linear. Eventualmente a pressão externa vai se aproximar de um valor limite, onde um pequeno incremento irá resultar em uma grande deflexão radial.

Na prática, a pressão de flambagem axissimétrica raramente é atingida, pois o ponto de bifurcação da flambagem ocorre antes, como pode ser visto na Figura 16. A curva OAB representa a pressão de colapso axissimétrico.

Figura 16: Comportamento de um cilindro sob pressão externa



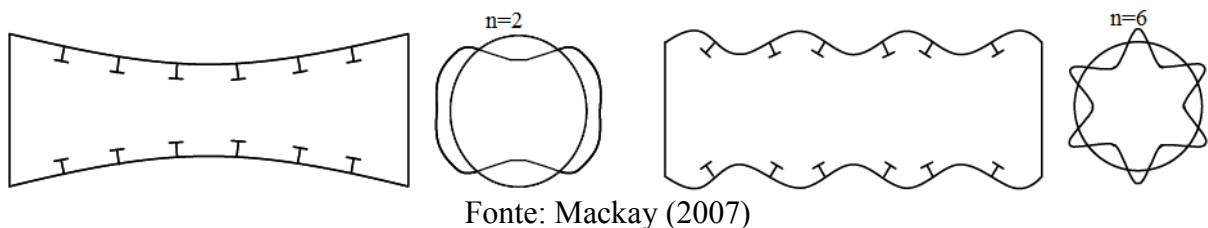
Fonte: Faculdade de Engenharia Civil e Geodésica (2005).

Na carga de bifurcação o cilindro torna-se instável e qualquer pequena perturbação causará grandes deflexões. A flambagem representada pela curva OAC da Figura 16 ocorre de

uma forma não axissimétrica, onde as deflexões acontecem nas direções axiais e circunferenciais.

O número de lóbulos circunferenciais originados após a ocorrência da falha é denotado n , enquanto na direção longitudinal do cilindro são denotados por m . Existem inúmeras combinações de modos de flambagem circunferenciais e longitudinais para uma dada geometria de cilindro, com uma pressão de deformação associada a cada combinação de n e m . Para pequenos valores de n (aproximadamente 2 a 4) o modo de colapso tende a ser global, com deflexão entre as anteparas. Para grandes valores de n ($n \geq 10$) a deflexão tende a ocorrer entre os anéis reforçadores. Os modos de flambagem global e entre reforçadores para um cilindro são representados na Figura 17.

Figura 17: Flambagem global e entre reforçadores



As pressões de flambagem são normalmente calculadas para cilindros perfeitamente circulares fabricados com materiais linear-elásticos e, portanto, representam a máxima pressão externa que pode ser resistida pela estrutura perfeita. Porém, alguns fatores podem ter grande influência na resposta final da estrutura. Esses fatores de redução de resistência podem ser induzidos por processos de fabricação (imperfeições geométricas), tensões residuais e incorreto entendimento das condições de carga e apoio.

Um casco de pressão é tipicamente construído com placas laminadas de aço de alta resistência, a qual é dobrada a frio para obter a forma circular do casco. Da mesma forma, os reforçadores com perfil “T” recebem a mesma conformação. As placas de aço são soldadas ao longo da circunferência e do comprimento formando as seções. Segundo Faulkner (1977, apud MACKAY, 2007, p. 8), os processos de fabricação de dobragem a frio e soldagem induzem tensões residuais, bem como distorção local e global da geometria estrutural.

Os fatores que influenciam na resistência final da estrutura são:

- **Tensão residual**

As tensões residuais são as tensões que permanecem em equilíbrio na estrutura após esta ser deformada plasticamente. São muitas vezes acompanhadas por imperfeições geométricas

associadas que podem, adicionalmente, reduzir a resistência (BARBOSA, 2009). Em cascos de pressão, são oriundas principalmente do processo de dobragem a frio e da soldagem das chapas e perfis.

- **Tensão residual devido conformação a frio**

A conformação a frio é o termo usado para descrever a deformação plástica de um material que resulta na forma desejada. O efeito da conformação a frio sobre a resistência de uma estrutura é dependente da combinação de material e da geometria.

Na construção dos cascos, a conformação é seguida pela deformação plástica a frio das chapas com uma curvatura maior que o raio de curvatura desejado. Após a liberação da estrutura o momento resultante faz com que a seção sofra um retorno elástico, assumindo sua forma final. O momento elástico é de sinal oposto ao momento resultante e ocorre tipicamente na zona elástica do material.

- **Tensão residual devido processos de soldagem**

Segundo Faulkner (1977, apud MACKAY, 2007, p. 10), tensões residuais são originadas em estruturas soldadas após arrefecimento e contração da região sob união. A distorção do casco é em forma de onda entre os reforçadores e o deslocamento máximo tipicamente corresponde a 10% da espessura do casco.

Os efeitos das tensões residuais podem reduzir a rigidez e a resistência da estrutura, levando a uma falha precoce quando da aplicação de cargas. Para o casco de pressão as tensões residuais de compressão na direção circunferencial são as mais preocupantes pela sua influência na carga crítica de flambagem.

Simulações realizadas por Lennon e Das em 1997 concluíram que as tensões residuais originadas nos processos de soldagem são, localmente, maiores do que as tensões residuais oriundas dos processos de conformação. Esses autores relatam que devido aos processos de soldagem e dobragem a frio, a força crítica de flambagem para cilindros sob pressão externa reforçados com anéis e longarinas foi reduzida em 23-27,5%, comparados a cilindros semelhantes que passaram por processos de alívio das tensões.

Da mesma forma, as imperfeições geométricas são características dos processos de fabricação e são prejudiciais para a resistência crítica de flambagem pela sua contribuição para o comportamento com não linearidade geométrica.

Uma das imperfeições geométricas de um casco cilíndrico é a falta de circularidade do anel, a qual pode ser determinante para o modo de colapso do casco, dependendo de sua magnitude e formato. Caso exista uma falta de circularidade no casco, o carregamento atuante sobre o anel deixa de ser apenas a compressão advinda da coluna de água e passa a incluir momentos fletores, os quais reduzem drasticamente a resistência estrutural.

Outro defeito originado nos processos de fabricação é a excentricidade do casco. Uma descrição escalar da magnitude dessa excentricidade é tomado com relação ao desvio máximo a partir do raio médio do cilindro perfeito. Segundo Mackay (2007), cascos de pressão são tipicamente projetados para apresentar uma excentricidade máxima de 0,5% do raio médio do casco e são construídos com uma tolerância de um terço deste valor. O colapso entre reforçadores é governante quando as imperfeições geométricas iniciais são pequenas, enquanto para imperfeições iniciais maiores o colapso global é dominante.

5.1.1 Cilindro sem perfis reforçadores transversais

Segundo Ross (2011), para um cilindro axialmente comprimido os modos de instabilidade são flambagem total da coluna e flambagem local nas paredes, cada um dos quais pode ocorrer de forma elástica ou inelástica. O tipo de deformação para o qual um determinado cilindro é susceptível depende da razão entre o comprimento e o raio, L/r , e a relação do diâmetro para a espessura da parede do cilindro, D/t . A flambagem global da coluna é controlada pela razão L/r , enquanto a flambagem local é dependente da relação D/t .

A flambagem de elementos cilíndricos sob compressão axial foi primeiramente analisada por Lorenz em 1908 e alguns anos depois, de forma mais precisa, por Timoshenko em 1910, Southwell em 1914, e Flugge em 1932, onde as soluções encontradas tinham como base a teoria de pequena deformação. Porém, testes demonstraram que os cilindros falharam para cargas menores do que as previstas pelas soluções teóricas iniciais.

Em 1934, Donnell percebeu que uma análise linear era inadequada e sugeriu a necessidade de um método de análise que seria responsável por grandes deformações. A primeira solução considerando grandes deflexões foi obtida por von Kármán e Tsien em 1941 ZIEMIAN (2010). A partir disso, outras investigações foram realizadas destacando-se o estudo de Donnell e Wan em 1950, que mostrou que as imperfeições iniciais são responsáveis por grande parte das discrepâncias entre a teoria linear e resultados experimentais.

Segundo Ziemian (2010), em cilindros curtos, a tensão crítica depende das relações L/D , D/t e das condições de contorno adotadas. Cilindros longos apresentam uma tensão crítica dependente apenas da razão D/t . As relações a seguir apresentam as equações típicas para o cálculo da tensão de flambagem em placas e colunas.

A tensão teórica elástica de flambagem (MPa) em placas é dada por:

$$\sigma = k * \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2) \left(\frac{L}{t}\right)^2} \quad (1)$$

A tensão (MPa) para flambagem da coluna é dada por:

$$\sigma = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L}{r}\right)^2} \quad (2)$$

As tensões clássicas para flambagem citadas acima são valores teóricos para cilindros sem a presença de imperfeições geométricas. Como mencionado anteriormente, testes realizados mostraram que cilindros podem falhar com tensões até 30% menores que as previstas teoricamente. Essas discrepâncias ocorrem devido à instabilidade pós flambagem dos cascos, o que os torna extremamente sensíveis a pequenas imperfeições iniciais, como desvio da geometria perfeita ou tensões residuais na estrutura.

Segundo Ziemian (2010), quando sujeitos à flexão, o comportamento da flambagem em cilindros difere de quando carregados axialmente, pois estes apresentam um gradiente de tensão que não ocorre quando em cargas axiais, tendendo a ovalizar a seção transversal. Donnell em 1934 descobriu que a tensão de flambagem elástica em flexão é um pouco maior que a tensão crítica para a compressão axial.

Já considerando um casco cilíndrico sujeito a uma pressão externa uniforme, a resistência do casco é dependente das relações geométricas L/t e D/t , assim como das características físicas do material utilizado e da falta de circularidade do casco em relação a sua forma circular perfeita. A falha do casco pode ocorrer devido ao escoamento ou flambagem em tensões consideravelmente menores que o limite de escoamento do material (ZIEMIAN, 2010).

Windenburg e Trilling em 1934 propuseram a utilização de um fator K que indica o provável modo de falha do cilindro (instabilidade elástica, instabilidade inelástica ou escoamento). O fator é dado por:

$$k = \left(\frac{D}{t}\right)^{0.75} \sqrt{\frac{L}{D} * \frac{\sigma}{E}} \quad (3)$$

Onde L é o comprimento entre compartimentos ou entre os extremos do cilindro e D é o diâmetro na espessura média da seção circular. Segundo o fator proposto, a instabilidade elástica ocorre para valores de $K > 1.2$, a instabilidade inelástica na faixa entre 0.8 a 1.2 e o escoamento ocorreria para $K < 0.8$.

Segundo Ziemian (2010), as soluções para as pressões críticas de flambagem elástica de cilindros com comprimento finito foram desenvolvidas a partir dos anos de 1900. Os precursores das soluções foram Southwell em 1915 e em seguida von Mises nos anos de 1931 e 1933.

No decorrer dos anos, essas soluções foram aprimoradas para representar de forma mais realistas as condições de contorno e fornecer equações simples que se aproximassem da solução exata englobando um maior intervalo de proporções geométricas dos cilindros. No entanto, a solução desenvolvida por von Mises é considerada a mais recomendada devido ao seu equacionamento mais simples e também por apresentar de forma mais conservadora os resultados.

A equação de von Mises para pressão hidrostática é dada por:

$$p_c = \frac{2E(t/D)}{n^2 + (\lambda^2/2) - 1} \left\{ \frac{(t/D)^2}{3(1-\nu^2)} [(n^2 + \lambda^2)^2 - 2n^2 + 1] + \frac{\lambda^4}{(n^2 + \lambda^2)^2} \right\} \quad (4)$$

Onde $\lambda = \frac{\pi D}{2L}$

$t =$ Espessura do casco (m);

$n =$ Número de lóbulos circunferenciais;

$D =$ Diâmetro do casco (m);

$\nu =$ Coeficiente de poisson do material;

$E =$ Módulo de Elasticidade do material (MPa).

O efeito das imperfeições iniciais nas pressões críticas para flambagem foram estudados por Timoshenko e Gere no ano de 1961, onde desenvolveram uma equação para determinar a pressão elástica crítica de um cilindro de comprimento infinito que apresentasse uma

excentricidade definida. A pressão hidrostática p_h para a qual o cilindro começa a falhar pode ser determinada a partir de:

$$p_h^2 - \left[\frac{2\sigma_y t}{D} + \left(1 + \frac{1.5De_0}{t} \right) p_c \right] p_h + \frac{2\sigma_y t}{D} p_c = 0 \quad (5)$$

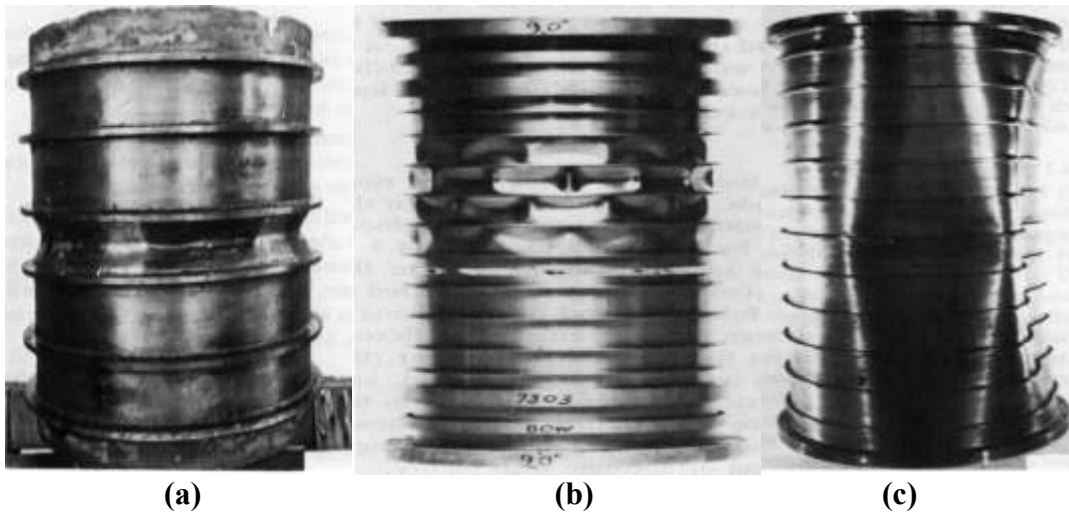
Onde e_0 representa a falta de circularidade e é igual a $(D_{max} - D_{min})/D = 4e/D$, em que e é a excentricidade radial. O termo p_c é a pressão crítica determinada pela equação (4). O uso da equação (5) é aplicável apenas quando o modo de flambagem ocorre para $n=2$ (onde n é o número de lóbulos formados na flambagem). Para situações onde o modo de flambagem se apresenta com $n > 2$, deve ser utilizada a equação desenvolvida por Kendrick (1953), a qual é discutida a seguir.

5.1.2 Cilindro com anéis reforçadores transversais

Segundo Ziemian (2010), anéis reforçadores transversais são comumente utilizados para aumentar a resistência de flambagem local no cilindro quando sujeitos a pressão externa. Em condições estáticas, um cilindro com reforçadores instalados transversalmente ao casco pode falhar em um dos modos mostrados na Figura 18, sendo eles:

- a) Colapso axissimétrico do casco entre anéis reforçadores. Este modo é uma combinação de escoamento e flambagem axissimétrica e caracteriza-se por dobras em torno da circunferência do casco.
- b) Flambagem assimétrica ou lobular do casco entre anéis reforçadores. Este modo caracteriza-se pela formação de duas ou mais depressões de lóbulos em torno da circunferência.
- c) Instabilidade geral ou colapso global do cilindro. A ocorrência deste modo no cilindro é fortemente influenciada pela sua forma, momento de inércia, circularidade dos anéis reforçadores e a razão entre o comprimento e raio. O casco e os reforçadores defletem juntos.

Figura 18: Modos de Flambagem de um Cilindro com reforçadores: (a) Flambagem Local (axissimétrico); (b) Flambagem Local (assimétrico); (c) Instabilidade Geral (Colapso Global).



Fonte: Ziemian (2010)

Segundo Ziemian (2010), se os reforçadores forem suficientemente capazes de suportar os carregamentos aplicados, as falhas ocorrerão em um dos dois primeiros modos de instabilidade. Reforçadores menos resistentes, por outro lado, ocasionarão a falha no terceiro modo de instabilidade. Ainda relata o autor que para cilindros sob carregamentos axiais, os anéis reforçadores não são eficientes. Porém, quando em flexão são mais eficazes, pois reduzem a ovalização antes da flambagem local. Anéis reforçadores geralmente são utilizados para aumentar a carga crítica de flambagem local de cilindros sujeitos à pressão externa. O espaçamento crítico dos anéis reforçadores para casos de carregamentos hidrostáticos pode ser obtido pela relação de $L/D = 2.1\sqrt{D/t}$.

A instabilidade elástica de cilindros com a presença de anéis reforçadores foi avaliada por estudiosos e cientistas a partir dos anos de 1900 através de diferentes teorias. A solução mais aceitável é a apresentada por Kendrick em 1953, cujas previsões teóricas foram confirmadas experimentalmente por Reynolds em 1957. Outra solução bastante utilizada em projetos é a desenvolvida por Bryant em 1954, como apresentada a seguir em (ZIEMIAN, 2010):

$$p_c = \frac{2E}{D/t} \frac{\lambda^4}{(n^2 + (\lambda^2/2) - 1)(n^2 + \lambda^2)^2} + \frac{EI_e(n^2 - 1)}{L_f R_0 R_c^2} \quad (7)$$

Onde $\lambda = \frac{\pi D}{2L}$;

- $R_0 =$ Raio externo do casco (m);
 $n =$ Número de lóbulos circunferenciais;
 $L_f =$ Espaçamento entre os anéis reforçadores (m);
 $L_b =$ Comprimento do casco entre anteparas; (m)
 $I_e =$ Momento de Inércia (m^4).

Da mesma forma como discutido anteriormente para cilindros sem a presença de reforçadores transversais, os efeitos das imperfeições iniciais também foram avaliados para os cilindros com anéis reforçadores e sujeitos a pressão externa. Os estudos do efeito da falta de circularidade do casco e seus reforçadores foram primeiramente analisados por Kendrick (1953) e posteriormente por Hom em 1962, que desenvolveu uma expressão para a tensão introduzida no reforço e pode ser obtida por:

$$\sigma = \pm \frac{16}{\pi} \left[\frac{E e_f e}{D^2} (n^2 - 1) \frac{p}{p_c - p} \right] \quad (8)$$

Onde

- $n =$ Número de lóbulos circunferenciais;
 $e_f =$ Distância da espessura média do casco até o topo do perfil de reforço (m);
 $p_c =$ Pressão crítica para cilindro perfeito com reforçadores transversais (MPa);
 $e =$ Excentricidade radial a partir de um círculo perfeito (m);
 $p =$ Pressão aplicada (MPa).

5.2 Fadiga

A fadiga é o modo de falha que decorre da aplicação de esforços cíclicos na estrutura. Em aplicações usuais de engenharia podem ser citados diversos componentes que são submetidos a carregamentos cíclicos ou tensões variando no tempo, dentre outros (KOPAVNICK, 2006):

- Carregamentos cíclicos decorrentes da variação de pressão na fuselagem de um avião, bem como em suas asas;

- Ciclos com alto gradiente de temperatura, como por exemplo, em vasos de pressão;
- Variação da pressão hidrostática durante imersão e emersão no casco resistente de um submarino.

A fadiga pode ser avaliada segundo duas abordagens. A primeira considera a nucleação da trinca, onde para avaliação da fadiga de alto ciclo utiliza-se a curva S-N e para fadiga de baixo ciclo faz-se uso da curva ϵ -N (elevadas deformações). Outra abordagem se baseia na mecânica da fratura, onde se considera a pré-existência de trincas e sua propagação na estrutura. Segundo kopavnick (2006), o casco resistente de submarinos caracteriza-se por apresentar fadiga de baixo ciclo (baixo ciclo e elevados carregamentos).

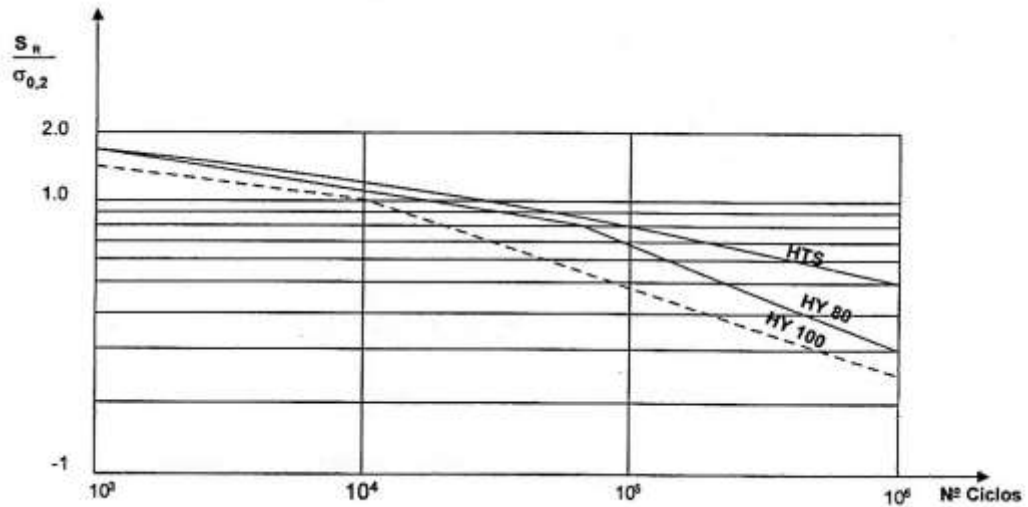
5.2.1 Fadiga de alto ciclo

Quando submetidos a ciclos sob tensão elevada, os componentes estruturais podem, eventualmente, falhar por fadiga apresentando formação de trincas, as quais podem se propagar e ocasionar o colapso da estrutura. Um baixo número de ciclos até ocorrer a fratura está diretamente relacionado a um alto nível de tensão aplicada.

Os diferentes níveis de tensão podem ser representados através de uma curva denominada curva S-N, onde N é o número de ciclos para a fratura. No diagrama S-N podem ser identificadas três regiões. Uma zona caracterizada pela fadiga de alto ciclo associada a baixos níveis de tensão, onde a falha não ocorre abaixo de ciclos da ordem de $N = 10^7$. A segunda zona caracteriza-se por um nível de tensão bastante elevado e uma vida de curta duração. Por fim, a terceira zona ocorre para níveis intermediários de tensões, onde se têm vida limitada. No regime de alto ciclo, as deformações se apresentam em sua grande maioria na zona elástica, com uma baixa presença de deformações no regime plástico (KOPAVNICK, 2006).

As Figuras 19 e 20 decorrem de estudos realizados por Heller em 1962 e também analisados por kopavnick (2006) e apresentam as curva S-N do aço HY-80 (comumente utilizado para fabricação de submarinos) em duas diferentes condições. A figura 19 apresenta o material na presença de uma junta soldada e sob ação de água do mar. Já a figura 20 apresenta o comportamento do material em ambiente atmosférico sem a presença de juntas soldadas.

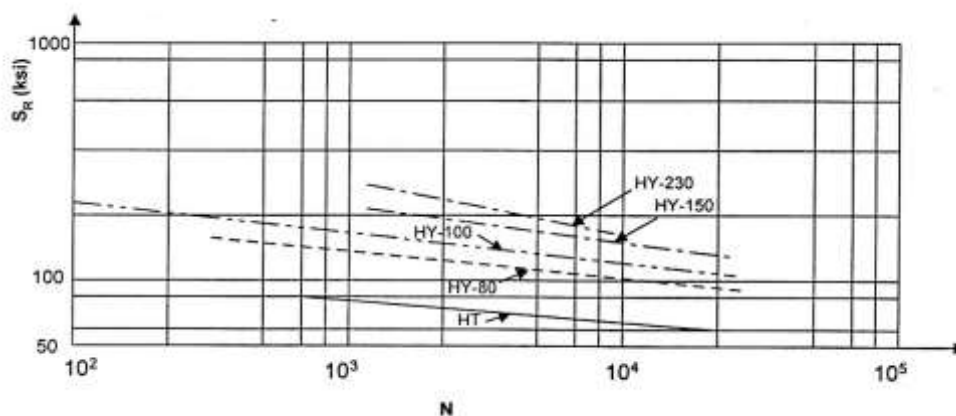
Figura 19: Curva S-N para junta soldada de aço HY-80 em água salgada



Fonte: kopavnick (2006)

Assim como observou kopavnick (2006), ao se analisar a curva da Figura 20 é possível notar que a magnitude da tensão que causaria fadiga no aço HY-80 em ambiente atmosférico para 10^4 ciclos é de 100 ksi, enquanto na condição soldada e em contato com a água salgada, a magnitude da tensão que causaria a fadiga do material, seria de aproximadamente 90 ksi, ou seja, 10% inferior ao obtido para o material base em ambiente atmosférico.

Figura 20: Curva S-N do aço HY-80 em ambiente atmosférico, sem soldagem



Fonte: kopavnick (2006)

5.2.2 Fadiga de baixo ciclo

A fadiga de baixo ciclo associa-se a cargas relativamente altas que originam não apenas deformações elásticas, mas também alguma deformação plástica a cada ciclo. Como

consequência, a vida em fadiga é relativamente baixa e ocorre na faixa de 10^4 a 10^5 ciclos (CALLISTER, 1991).

Usualmente, os resultados dos ensaios de fadiga de baixo ciclo são apresentados num gráfico que relaciona o intervalo de deformação plástica $\Delta\varepsilon$ com o número de ciclos. O tipo de comportamento visualizado nessas curvas é ocasionado por pontos de concentração de tensão, como por exemplo, entalhes.

Essa curva, também conhecida por curva de Coffin-Manson, pode ser caracterizada pela existência de três zonas de fadiga. A primeira, na qual a deformação plástica é predominante, ocorre numa região de fadiga de baixo ciclo. De forma inversa, caracteriza-se a zona de predominância das deformações elásticas, onde ocorre a fadiga de alto ciclo. Existe também a região intermediária, situada em torno do ponto de interseção entre as duas outras zonas.

5.2.3 Fadiga do casco resistente de submarinos

A fadiga no casco resistente de submarinos passou a ser estudada com maior atenção a partir da década de 60, quando se deu o desenvolvimento de submarinos com propulsão nuclear.

Conforme relata Kopavnick (2006), informações da literatura indicam que foram poucos os submarinos construídos durante a Segunda Guerra Mundial que atingiram um número de mergulhos superior a 10.000 ciclos. Estes submarinos eram embarcações de superfície com capacidade de submersão por curtos períodos de tempo. Esse fato decorre de suas instalações propulsoras, as quais eram baseadas em circuitos diesel-elétrico e alimentadas por baterias quando submersos. As baterias tinham de ser frequentemente carregadas pelos geradores a diesel na superfície. Essas operações de imersão e submersão ocasionavam variação dos níveis de tensão na estrutura do casco resistente, podendo, eventualmente, ocasionar o surgimento de trincas e posterior propagação de acordo com o número de ciclos aos quais eram submetidos.

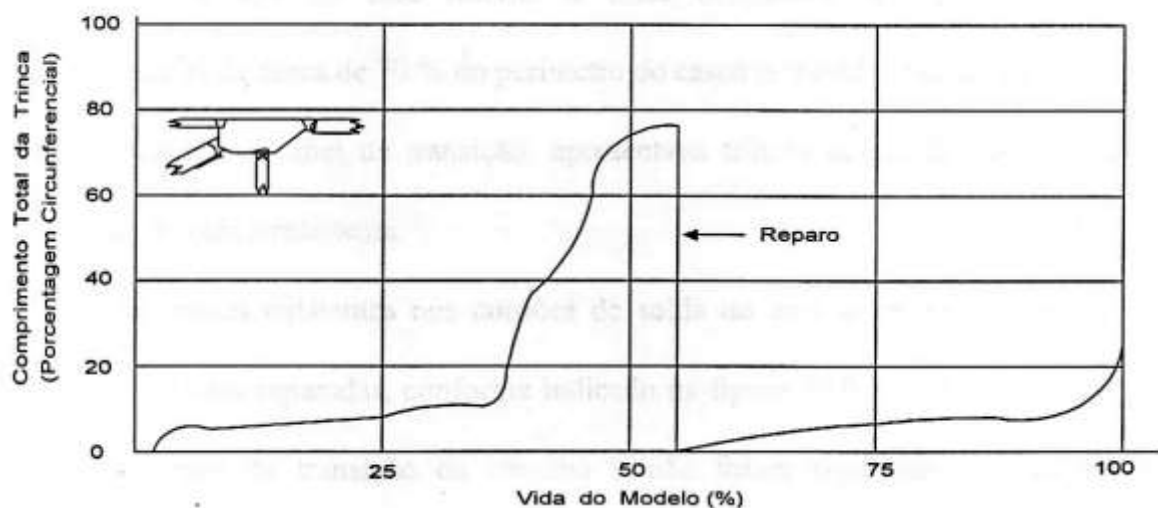
Tipicamente, a falha por fadiga em submarinos ocorre nas regiões de descontinuidades estruturais, onde surgem concentrações de tensões devido a uma mudança brusca de geometria. Segundo Kopavnick (2006), a união do casco cilíndrico com o casco cônico, assim como a união cone-cone representam regiões que podem ser consideradas críticas. Tendo em vista que os deslocamentos nestas regiões necessitam ocorrer de forma similar para que seja garantida a compatibilidade, surgem então grandes esforços que dão origem a um alto nível de tensão na estrutura.

Estudos para verificação do comportamento de propagação de trincas em casco resistentes de submarinos foram realizados por Dunham e Kilpatrick. Os experimentos foram

realizados com modelos sob ação de pressão externa cíclica, com profundidade máxima de 250 metros de coluna d'água.

Durante o ensaio de Dunham, as trincas que surgiam eram analisadas e reparadas para dar continuidade aos experimentos. No teste, a perda de estanqueidade do modelo ocorreu num tempo relativo a 53% do período total de duração do experimento em uma região de união conecilindro. Como cita o Kopavnick (2006), as trincas no casco comportam-se com um crescimento circunferencial e na direção da espessura do chapeamento, até o momento em que numa certa posição circunferencial atingem toda a espessura do casco resistente, causando a perda da estanqueidade. A figura 21 ilustra a evolução do comprimento circunferencial das trincas em função do tempo total de ensaio.

Figura 21: Evolução do comprimento circunferencial das trincas em função do tempo de ensaio.



Fonte: Kopavnick (2006)

Ainda segundo Kopavnick (2006), durante o experimento, as trincas vão sendo nucleadas circunferencialmente em pontos dos cordões de solda ou em suas bordas. Essas trincas evoluem no sentido da circunferência ao longo do comprimento dos cordões de solda, assim como no sentido radial, ou ao longo da espessura do chapeamento. Dessa forma, podem atingir a totalidade do perímetro circunferencial do cordão de solda ou alcançar a espessura do chapeamento, ocasionando a perda de estanqueidade.

Já o experimento realizado por Kilpatrick utilizou dois modelos de cascos resistentes com as mesmas dimensões, os quais apresentavam reforços similares a anteparas na região central e foram submetidos à ação da pressão externa cíclica. Ao longo do ensaio, as soldas de união das anteparas com o casco eram inspecionadas através de técnicas não destrutivas.

Ao longo dos diversos ciclos do ensaio, as trincas surgiram nas bordas dos cordões de solda, na face interna do casco. Quando submetidas a tensões cíclicas, tendem a crescer circunferencialmente e ao longo da espessura, aumentando em tamanho, comprimento e profundidade (KOPAVNICK, 2006). Os resultados do experimento realizado por Kilpatrick corroboram os resultados obtidos por Dunham em seus ensaios.

6. MÉTODOS COMPUTACIONAIS

Há muito tempo a compreensão e análise de sistemas mecânicos na engenharia tem sido realizada através da derivação de equações diferenciais relacionando as variáveis de interesse com princípios físicos básicos tais como equilíbrio, conservação da energia, conservação da massa, leis da termodinâmica, equações de Newton, dentre outras. No entanto, uma vez formulada, a solução dos modelos matemáticos resultantes torna-se muitas vezes impossível, principalmente quando se trata de equações diferenciais parciais não lineares. Apenas problemas relativamente simples envolvendo uma geometria regular e com condições de contorno bem definidas possibilitam resolução analítica.

Os métodos computacionais surgem com o intuito de facilitar a compreensão de diversos fenômenos até então não explorados de maneira adequada ou sem representação realística devido às diversas simplificações adotadas.

6.1 Método dos Elementos Finitos – MEF

O método dos elementos finitos (MEF) ou finite element method (FEM) é uma técnica de discretização de um determinado modelo em componentes de geometria simples, designados assim como elementos finitos. A resposta de cada elemento é expressa em termos de um número finito de graus de liberdade caracterizados como o valor de uma função desconhecida a um conjunto de pontos nodais. A resposta do modelo matemático é considerada como sendo aproximadamente a resposta do modelo discreto obtida pela ligação do conjunto de todos os elementos.

6.2 Estudo analítico e computacional de um cilindro sem reforçadores transversais sujeito à pressão externa

Com o intuito de se adquirir conhecimento sobre o funcionamento do software comercial ANSYS, utilizado para as análises numéricas neste relatório, faz-se nesta seção uma análise do comportamento da pressão crítica para a ocorrência da flambagem num casco cilíndrico sem reforçadores transversais.

As dimensões do cilindro e as propriedades do material são as seguintes:

• Comprimento	40 m
• Diâmetro	4 m
• Espessura	30 mm
• E	210 GPa
• ν	0.3

6.2.1 Avaliação analítica da pressão crítica de flambagem

Primeiramente, para nortear os resultados do cálculo numérico obtém-se de forma analítica com o auxílio da equação abaixo (equação 5) a respectiva pressão crítica à flambagem do cilindro. Essa equação foi desenvolvida por von Mises e é apresentada e discutida de forma mais detalhada na seção 5.1.1 deste relatório.

Para o caso de pressão hidrostática, a equação de von Mises para um cilindro sem reforçadores transversais pode ser aproximada por:

$$p_c = \frac{2E(t/D)}{n^2 + (\lambda^2/2) - 1} \left\{ \frac{(t/D)^2}{3(1-\nu^2)} [(n^2 + \lambda^2)^2 - 2n^2 + 1] + \frac{\lambda^4}{(n^2 + \lambda^2)^2} \right\} \quad (4)$$

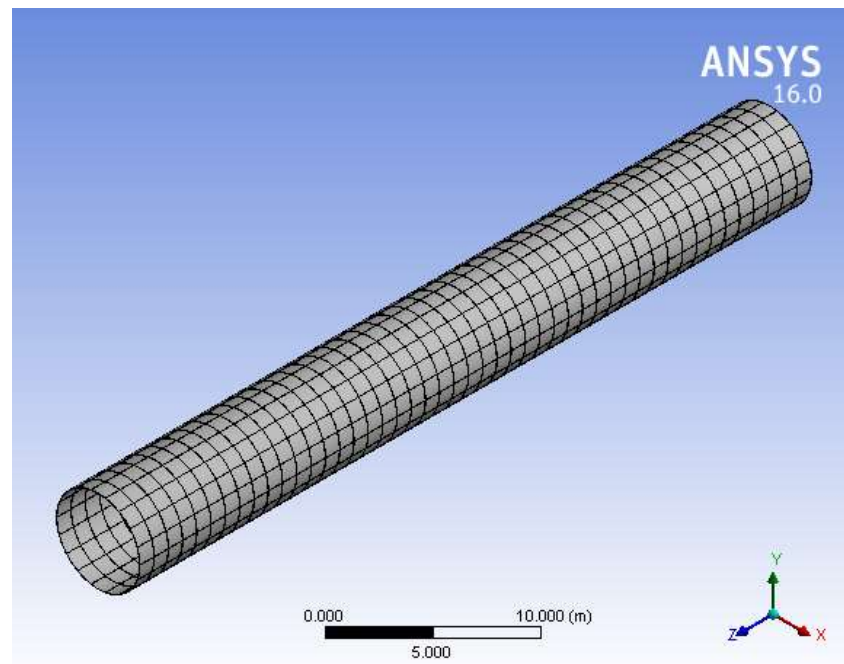
$$\text{Onde } \lambda = \frac{\pi D}{2L}$$

Com a aplicação das dimensões do cilindro e as características dos materiais na equação (4) obtém-se uma pressão crítica à flambagem de $p_c=39160$ Pa.

6.2.2 Avaliação computacional da pressão crítica de flambagem

Com o intuito comparar os cálculos analíticos feitos anteriormente, foi realizada uma análise computacional utilizando o método dos elementos finitos pelo software Ansys Workbench®. Para a simulação computacional, primeiramente foi modelado o cilindro e posteriormente realizada a discretização da estrutura. Para tal, optou-se pela utilização do elemento hexaédrico, o qual possui uma função interpoladora que obedece uma função de grau quadrático, tendo assim, boa capacidade para representar gradientes de tensão em cada elemento e na estrutura.

Figura 22: Discretização da estrutura com elementos de 1.5 metros cada.

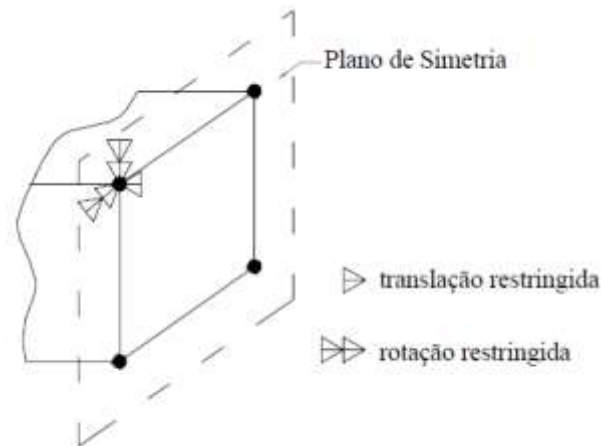


Fonte: Autor

Para diminuir o custo computacional de processamento a estrutura foi modelada com a utilização de um plano de simetria (Figura 23), o qual consiste na restrição de um grau de liberdade de translação normal ao plano e restrição de dois graus de liberdade de rotação. Essa estratégia permitiu a modelagem de apenas metade do cilindro, e conseqüentemente, a redução proporcional do número de elementos. A utilização de plano de simetria no Ansys pode ser feita de duas formas.

Uma, onde os graus de liberdade na estrutura são restringidos de forma “manual” e a outra forma consiste na utilização da ferramenta de pré-processamento *Symmetry Region* do próprio software. De forma inversa, o tempo de processamento aumenta consideravelmente com a redução no tamanho dos elementos. Assim, deve-se analisar a influência desses parâmetros com relação ao grau de precisão desejado nos resultados e também ao tempo disponível para processamento.

Figura 23: Graus de liberdade restringidos pela condição de Simetria



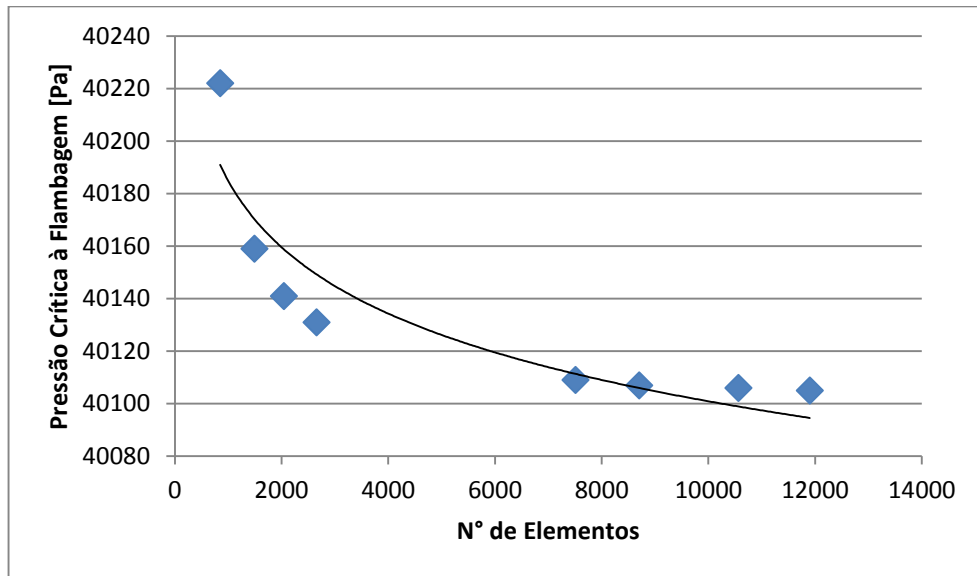
Fonte: Documentação Ansys

Com o intuito de se aproximar ao máximo da pressão crítica obtida de forma analítica fez-se um estudo de convergência de malha, onde os resultados são apresentados na Figura 24. Percebesse que à medida que se diminui o tamanho de cada elemento na discretização existe a tendência do resultado computacional se aproximar do valor calculado anteriormente de forma analítica, o qual corresponde a uma $p_c=39160 Pa$.

Tabela 3: Comportamento da Pressão Crítica à Flambagem do cilindro

Tamanho Elemento (m)	Nº Elemento	PCRÍTICA (Pa)	PANALÍTICA (Pa)	Erro (%)
2	846	40222	39160	2,640%
1,5	1488	40159	39160	2,488%
1,25	2044	40141	39160	2,444%
1,1	2656	40131	39160	2,420%
0,65	7506	40109	39160	2,366%
0,6	8700	40107	39160	2,361%
0,54	10560	40106	39160	2,359%
0,51	11900	40105	39160	2,356%

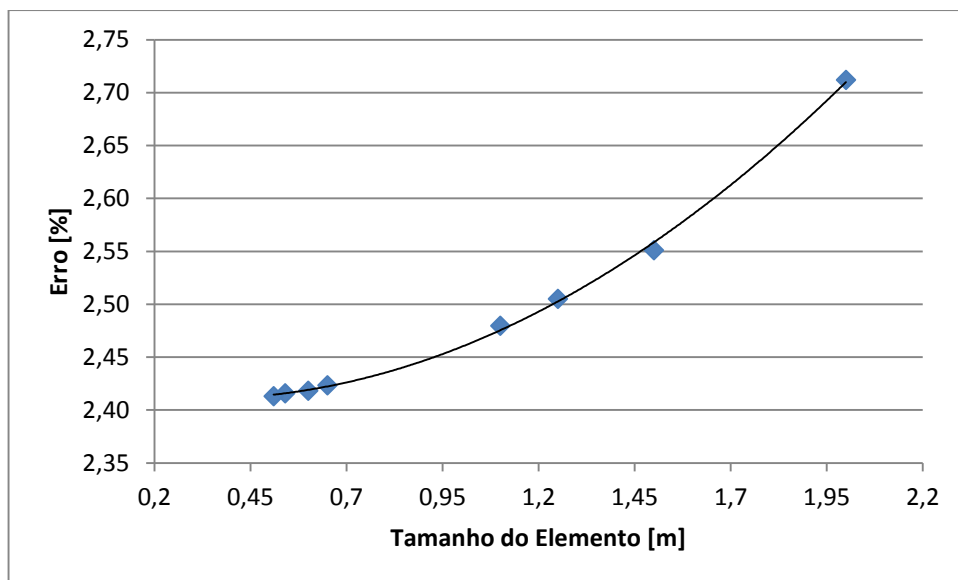
Figura 24: Comportamento da Pressão Crítica à Flambagem do cilindro



Fonte: Autor

A Figura 25 representa o comportamento do erro proveniente do modelo computacional quando comparado ao valor teórico calculado anteriormente.

Figura 25: Erro em função do tamanho de cada elemento



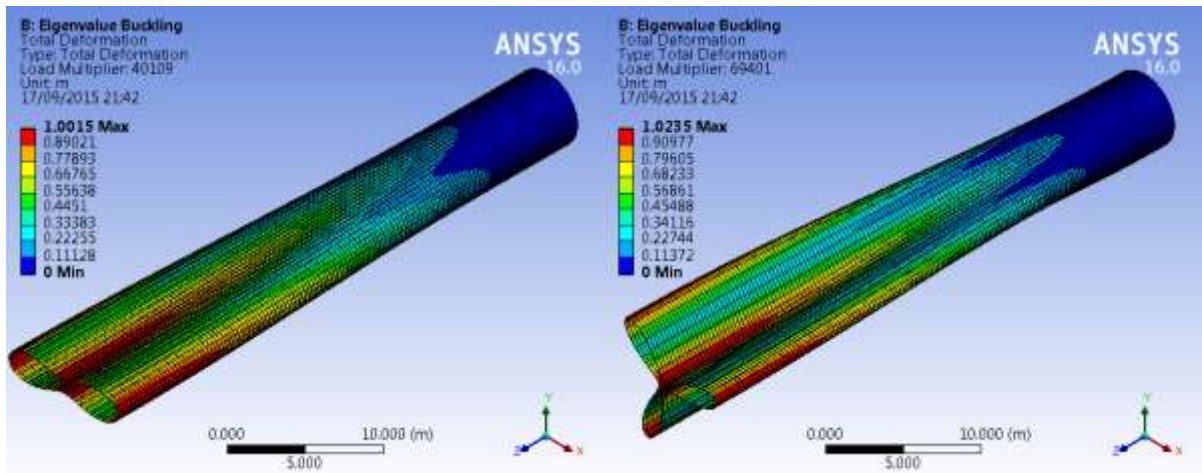
Fonte: Autor

Ao se analisar as figuras acima, torna-se evidente que os erros associados ao modelo computacional são diretamente proporcionais ao tamanho do elemento utilizado para discretização da estrutura, ou seja, quanto menor o número de elementos, maior é o tamanho de

cada elemento e, conseqüentemente, menos precisa será a qualidade de respostas no pós-processamento.

As Figuras 26 e 27 representam o cilindro após colapso nos dois primeiros modos de flambagem com a formação de dois e três lóbulos transversais.

Figura 26: Comportamento do cilindro após ocorrência da falha

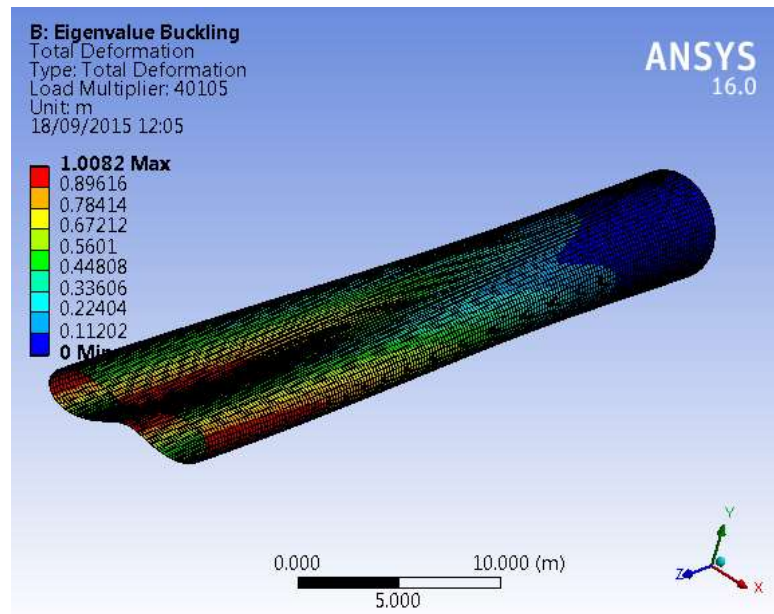


(a) Formação de dois lóbulos transversais

(b) Formação de três lóbulos transversais

Fonte: Autor

Figura 27: Comportamento do cilindro após ocorrência da falha com 11900 elementos

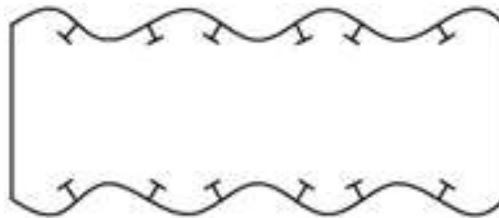


Fonte: Autor

6.3 Conceitos de projeto

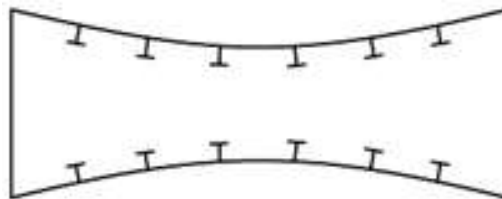
Um casco cilíndrico reforçado transversalmente pode flambar elasticamente sob pressão externa de diferentes formas. A Figura 28 representa um casco com vários lóbulos longitudinais e muitos lóbulos circunferenciais, sendo característica de um cilindro fortemente enrijecido. Esse tipo de flambagem é designado por flambagem entre reforçadores ou instabilidade de casca. Já a Figura 29 representa um casco com a formação de apenas um lóbulo longitudinal pós flambagem caracterizando um cilindro fracamente enrijecido, podendo ser designada por flambagem global (SREELATHA; MATHAI, 2012).

Figura 28: Formação de lóbulos longitudinais e circunferenciais pós-flambagem



Fonte: Mackay (2007)

Figura 29: Formação de um lóbulo longitudinal pós-flambagem



Fonte: Mackay (2007)

6.4 Modelagem geométrica de uma seção do casco resistente

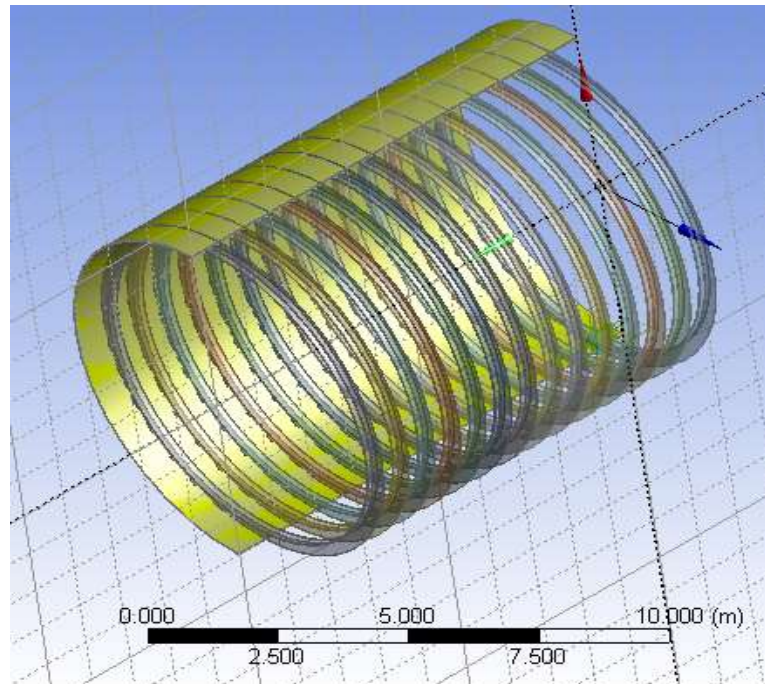
A geometria a ser utilizada para análise refere-se a uma porção do casco resistente de um submarino sugerido por Faulkner em 1983 em seu estudo *A força de colapso e projeto de submarinos* e também analisado por Sreelatha (2012) e Tomasin e Tancredi (2014). O modelo é de aço com coeficiente de Poisson de 0.3 e com reforçadores em perfil *T*. As dimensões do casco são mostradas abaixo.

- Distância entre Anteparas 10 m
- Raio Interno do Casco 4 m

• Espessura do Casco	0.034 m
• Altura da alma do Reforçador	0.308 m
• Espessura da alma do Reforçador	0.018 m
• Altura do Flange do Reforçador	0.028 m
• Largura do Flange do Reforçador	0.2505 m
• Distância entre Reforçadores	0.664 m

O pacote de elementos finitos do software ANSYS foi utilizado para modelagem e análise da estrutura. A seção do casco juntamente com os reforçadores transversais foi então modelada utilizando-se as ferramentas do próprio software, como pode ser visualizado na Figura 30.

Figura 30: Modelagem da geometria de uma seção do casco e dos reforçadores no ANSYS



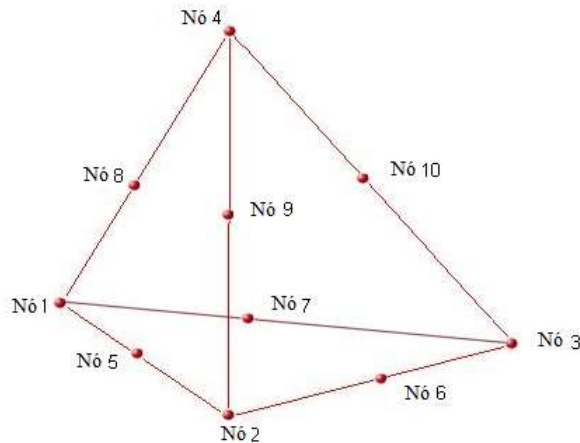
Fonte: Autor

Para a discretização da geometria (geração da malha) foram utilizados os recursos disponíveis no software para escolha do tipo de elemento, bem como seu tamanho e características. A seleção desses parâmetros terá grande influência no tempo de processamento dos dados e na qualidade de respostas obtidas no pós-processamento.

O elemento selecionado para discretização da geometria foi o *Linear Strain Tetrahedron* ou Tetraedro de tensões lineares. Esse elemento possui 10 nós em suas arestas e vértices, contendo cada nó três graus de liberdade e apresenta grande habilidade para representação de geometrias mais complexas. Além disso, sua função interpoladora possui grau quadrático,

podendo representar muito bem o campo de deslocamentos, deformações e, conseqüentemente, o campo de tensões dentro de cada elemento. Como o elemento possui nós intermediário nas arestas (Figura 31) e as tensões variam ponto a ponto dentro do elemento, este torna-se adequado para análises que envolvam um alto gradiente de tensão.

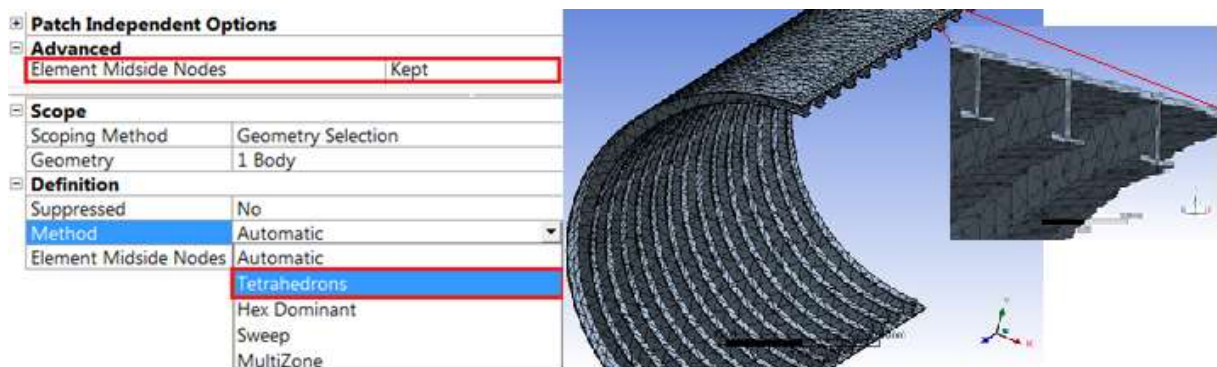
Figura 31: Elemento *Linear Strain Tetrahedron* utilizado para discretização da geometria



Fonte: Adaptada pelo autor

A geometria discretizada pode ser visualizada na Figura 32. A escolha do tipo de elemento e o grau da sua função de interpolação são opções de configurações no software utilizado, o qual não havendo interferência do usuário, acaba gerando automaticamente esses parâmetros, que nem sempre são os mais adequados para o tipo de análise. A escolha do elemento *Tetrahedron* e do grau quadrático da função interpoladora são realizados, respectivamente, pelas opções de configuração *Method* e pela opção *Kept* na aba *Mesh* do ANSYS, como mostrado na figura 32.

Figura 32: Geometria discretizada com elementos de 0,35 metros e configurações do pré-processamento

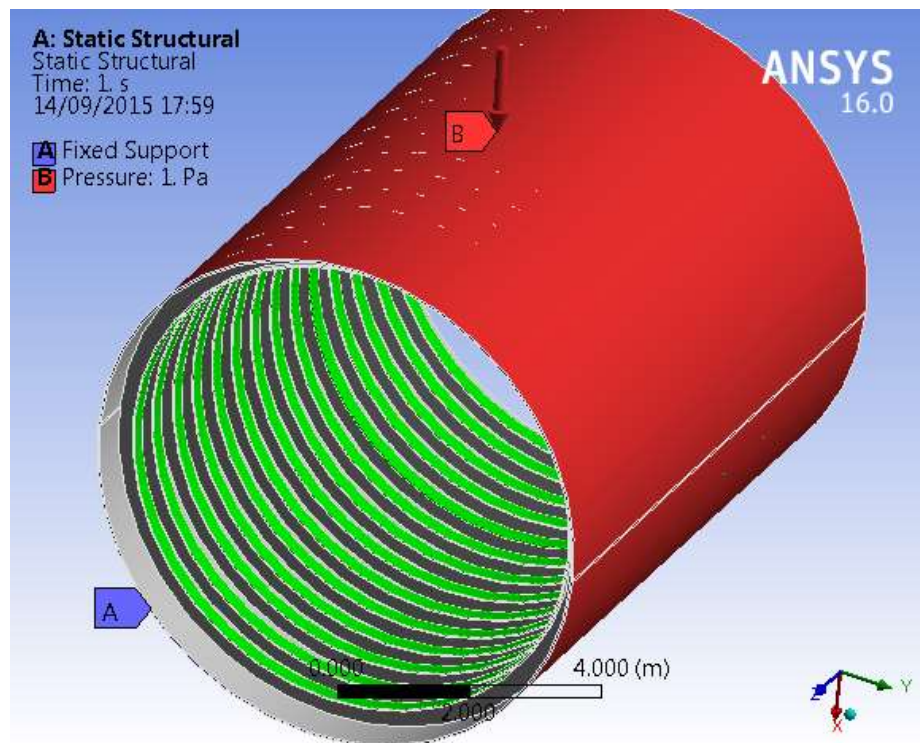


Fonte: Autor

6.4.1 Pressão de colapso do casco resistente

Após a modelagem da seção do casco resistente do submarino, seguida pela preparação do software quanto às configurações de pré-processamento e pela discretização da geometria, é realizada, então, a análise do comportamento da estrutura quanto ao modo de falha por flambagem quando da aplicação de uma pressão externa, como representado pela Figura 33.

Figura 33: Aplicação do carregamento hidrostático e condição de contorno na geometria



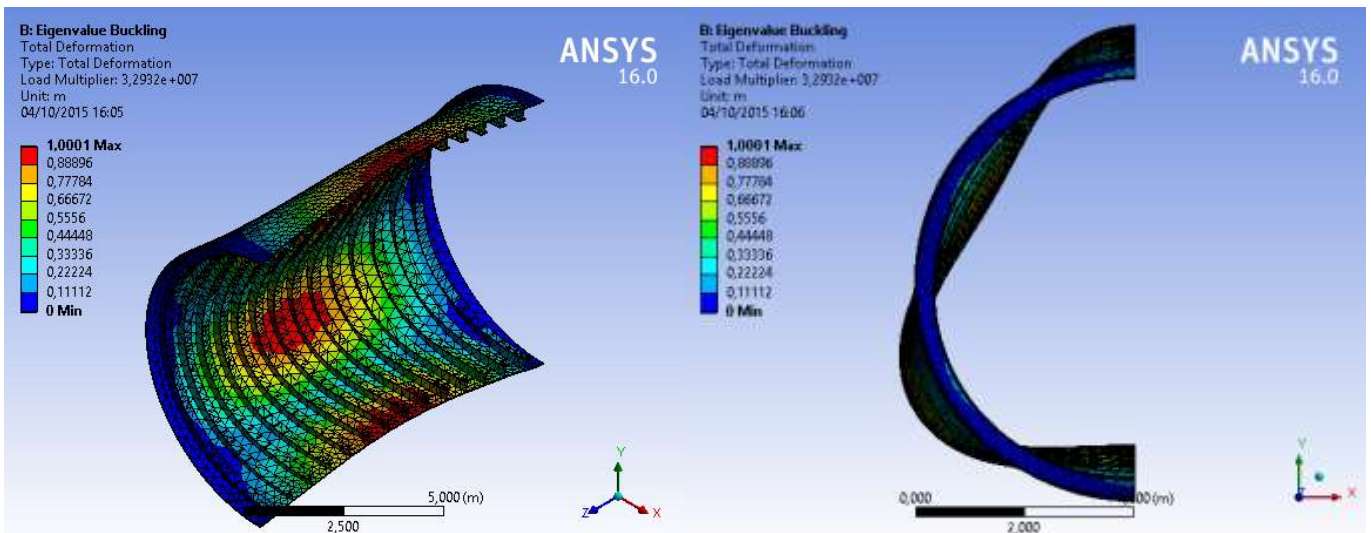
Fonte: Autor

Essa análise é realizada através do módulo *Linear Buckling* do programa ANSYS. Nos próximos tópicos verifica-se o modo de falha para flambagem global e para flambagem entre os reforçadores transversais, bem como para as condições de contorno bi-engastado e bi-apoiado das extremidades do casco.

6.4.2 Flambagem global entre compartimentos

A flambagem da seção entre anteparas foi analisada para a condição de contorno bi engastada nas extremidades do casco. Conforme Mackay (2007), o número de lóbulos circunferenciais originados após a ocorrência da falha para o caso de flambagem global tende a ser entre $2 \leq n \leq 4$. A figura 34 apresenta o primeiro modo de flambagem da seção juntamente com seu respectivo valor da pressão de colapso. Nota-se a existência de três lóbulos circunferenciais originados no primeiro modo da flambagem, corroborando a afirmação de Mackay (2007). Nesse caso, a menor pressão hidrostática (1° modo) que levaria ao colapso da estrutura seria equivalente a 32.93 MPa.

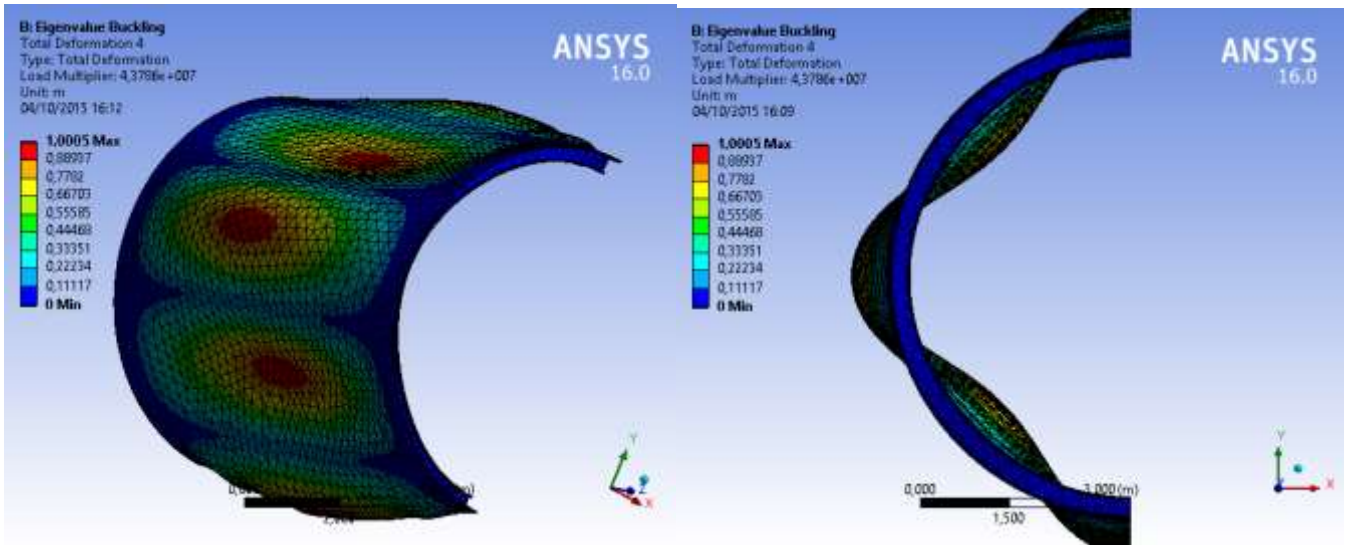
Figura 34: Primeiro modo de flambagem da seção e o valor da pressão crítica



Fonte: Autor

Já a Figura 35 representa o 4° modo de ocorrência da flambagem na estrutura. A pressão de colapso nesse caso sofre um grande incremento, passando para 43.78 MPa com a formação de quatro lóbulos transversais no casco.

Figura 35: Quarto modo de flambagem da seção

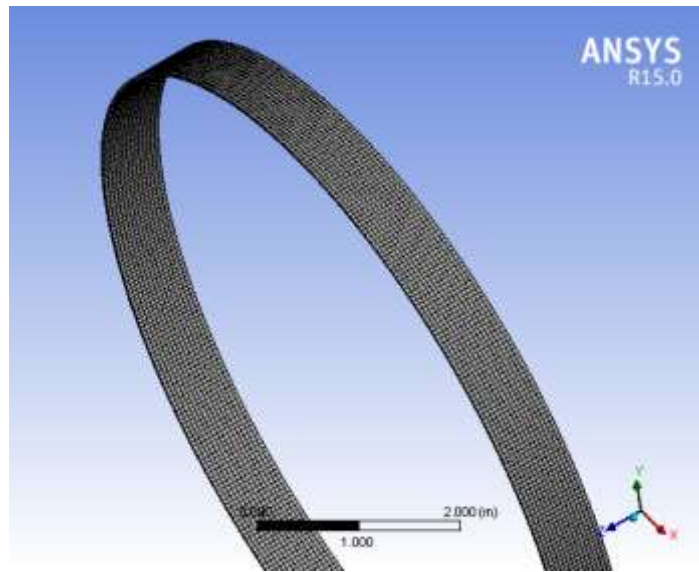


Fonte: Autor

6.4.3 Flambagem entre reforçadores

Da mesma forma como realizado no tópico anterior, faz-se nesta seção a verificação da pressão crítica à flambagem do casco entre os reforçadores. Para tal, foi modelada uma seção do casco localizada entre dois reforçadores transversais, com espaçamento de 664 mm entre eles (Figura 36). Optou-se aqui pela utilização de um elemento *hexahedral*. Esse elemento representa um custo computacional maior quando comparado ao *Tetrahedron*, devido ao maior número de nós situados nas arestas de cada elemento. Porém, como a geometria foi representada em apenas um vão (664 mm) e, conseqüentemente, muito menos elementos foram gerados, a escolha não ocasionou custo de processamento elevado. Além disso, sua função interpoladora também obedece a uma função de grau quadrático, tendo boa capacidade para representar gradientes de tensão no elemento e na estrutura.

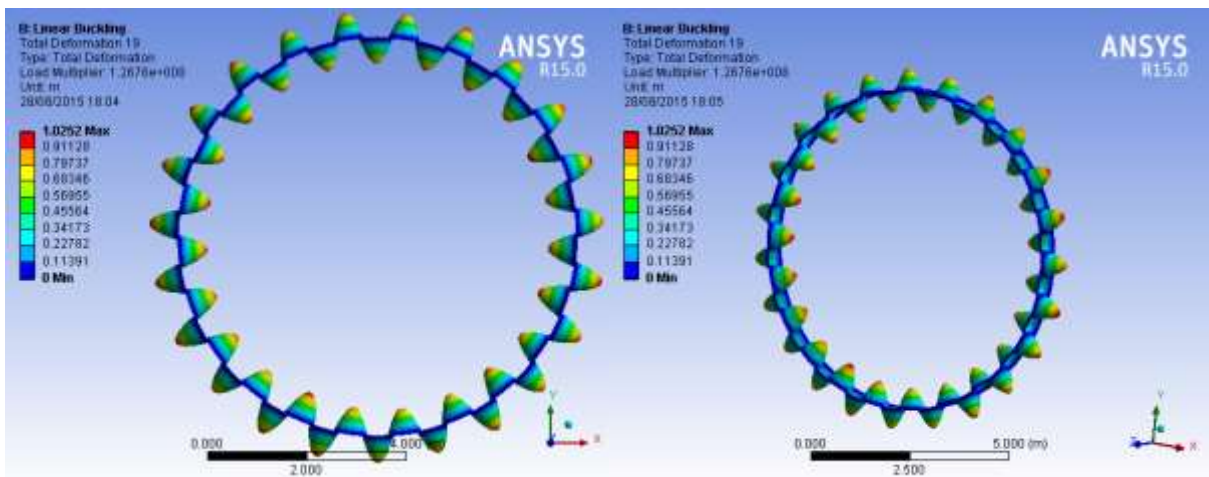
Figura 36: Seção do casco localizada entre dois reforçadores transversais



Fonte: Autor

Para a condição de engaste nas extremidades a resistência do casco apresentou uma pressão crítica à flambagem bastante elevada quando comparada a análise da seção localizada entre anteparas, sendo equivalente a 126.76 MPa. Conforme mostra a Figura 37, o número de lóbulos circunferenciais originados após a ocorrência da flambagem foi de 23.

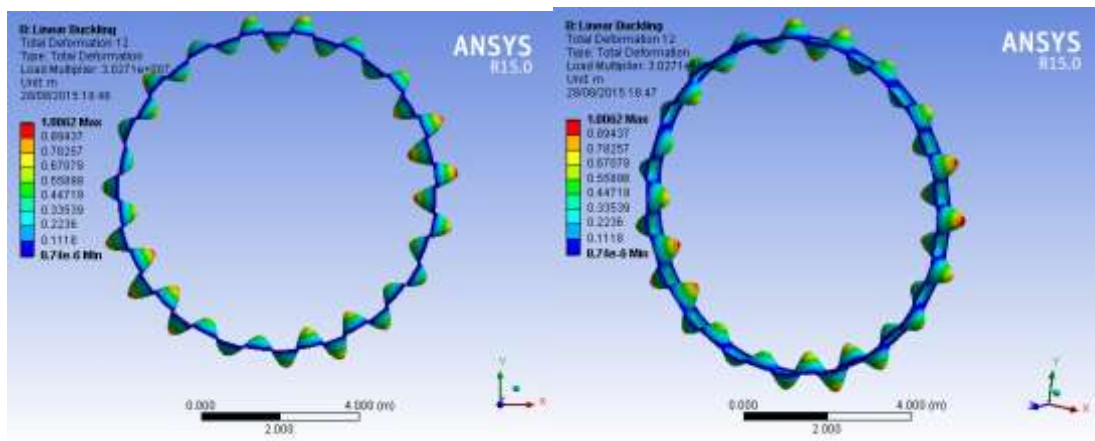
Figura 37: Flambagem da seção entre reforçadores para a condição de engaste nas extremidades com a formação de 23 lóbulos circunferenciais



Fonte: Autor

A mesma avaliação é realizada para a condição onde as extremidades são suportadas por simples apoio (Figura 38). Nesse caso, ocorre uma grande redução na pressão crítica à ocorrência da flambagem, ou seja, a capacidade de submersão do submarino estaria sendo prejudicada. A pressão crítica à flambagem nessa situação é de 30.27 MPa, representando uma redução de 76% comparada com a condição de engaste nas extremidades. Segundo Sreelatha; Mathai (2012), para essa configuração as extremidades possuem maior flexibilidade e um maior comprimento efetivo e a falha ocorre com menor número de ondas (lóbulos) circunferenciais. Após a simulação computacional a estrutura apresentou dezenove lóbulos circunferenciais originadas após o colapso, como visto abaixo.

Figura 38: Condição onde as extremidades são suportadas por simples apoio



Fonte: Autor

6.5 Influência das imperfeições iniciais à resistência do casco resistente

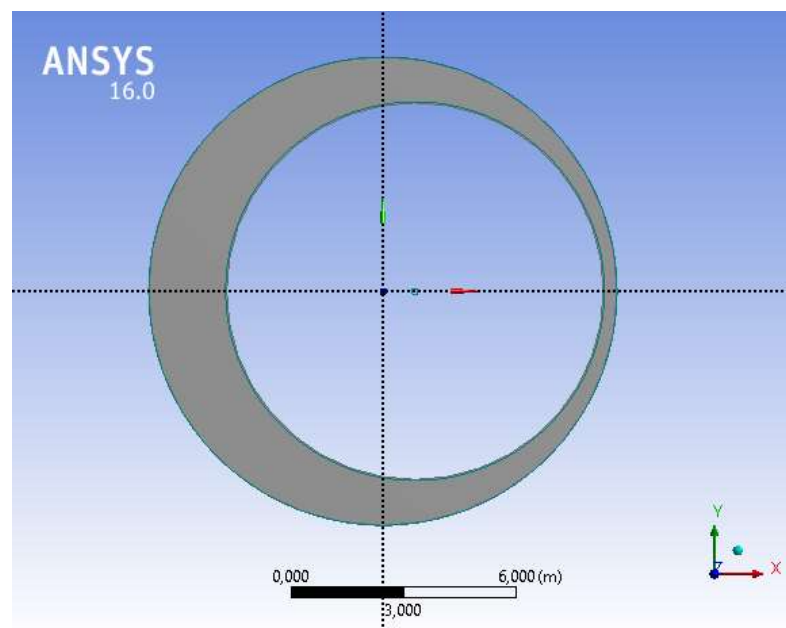
As pressões de flambagem são normalmente calculadas para cilindros perfeitamente circulares fabricados com materiais linear-elásticos e, portanto, representam a máxima pressão externa que pode ser resistida pela estrutura perfeita. Porém, alguns fatores podem ter grande influência na resposta final da estrutura. Esses fatores de redução da resistência podem ser induzidos por processos de fabricação (imperfeições geométricas), imperfeições no material, tensões residuais e deformações iniciais pré flambagem. Existem, na literatura, estudos realizados recentemente por Sreelatha e Mathai (2012) e Tomasin e Tancredi (2014) buscando a compreensão das cargas críticas à flambagem do casco resistente de submarinos e quais as influências das imperfeições para a resistência estrutural do casco. Tendo como parâmetro o estudo de Tomasin e Tancredi (2014), serão abordadas e discutidas nos próximos tópicos

algumas das imperfeições geométricas decorrentes dos processos de fabricação, bem como suas influências no comportamento da estrutura à flambagem.

6.5.1 Casco não concêntrico - Excentricidade

Uma das imperfeições geométricas de um casco resistente de submarino que pode ser resultante dos processos de fabricação é a excentricidade das circunferências que formam o anel (Figura 39). Dependendo da magnitude e formato da falha, essa pode ser determinante para o modo de colapso do casco. Uma descrição escalar da magnitude dessa excentricidade é tomado com relação ao desvio máximo a partir do raio médio do cilindro perfeito.

Figura 39: Circunferências excêntricas



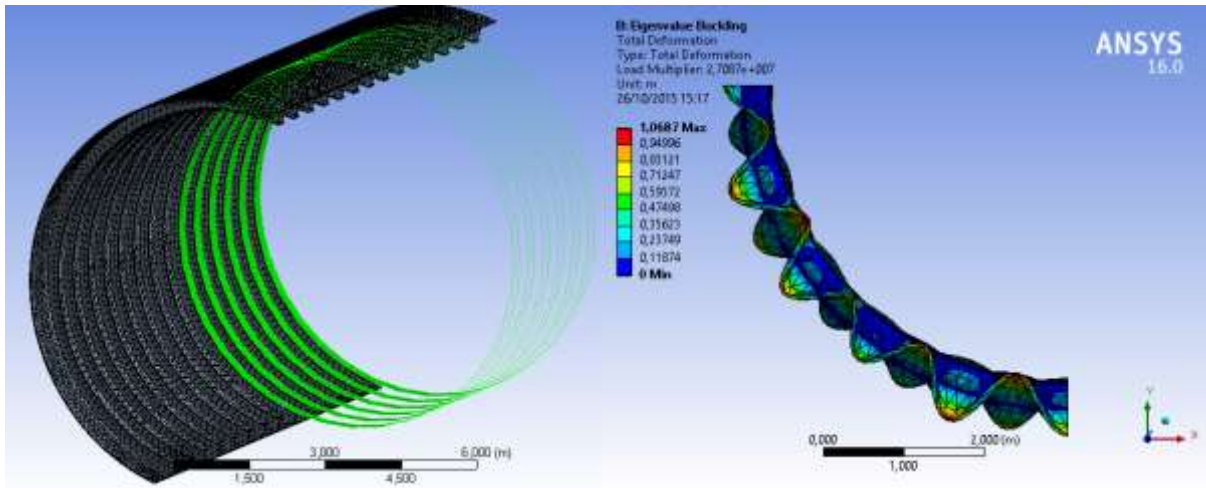
Fonte: Autor

Segundo Mackay (2007), cascos de pressão são tipicamente projetados para apresentar uma excentricidade máxima de 0,5% do raio médio do casco e são construídos com uma tolerância de um terço deste valor.

Dessa forma, a seção do casco apresentando desvios dos centros foi então modelada e analisada com auxílio do software ANSYS. A excentricidade foi analisada de forma gradativa, variando-se desde a forma circular perfeita até uma distância equivalente a 0,167% ou $1/3 \cdot 0,5\%$ do raio médio do cilindro perfeito (4,017 m). A geometria foi discretizada em elementos

tetraédricos de 0,1 metros e os resultados das simulações podem ser observados nas figuras 40 a 43 e também na Tabela 3.

Figura 40: Discretização da Seção com 228676 elementos de 0,1m cada.

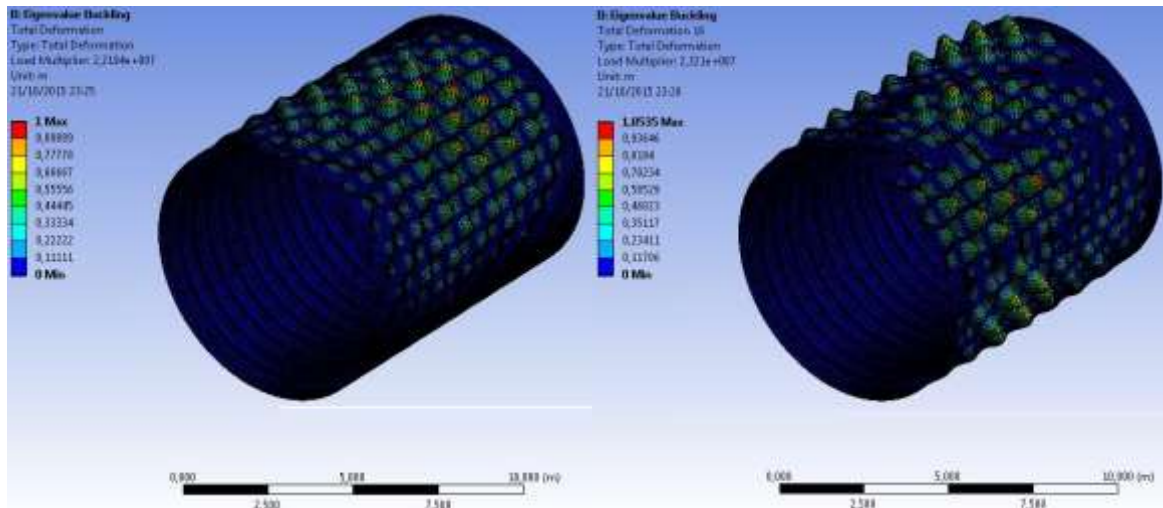


(a) Malha gerada

(b) Falha do casco sem erro (27,08Mpa)

Fonte: Autor

Figura 41: Resultado das simulações para uma excentricidade de 1,34 mm



(a) 1º modo de flambagem

(b) 16º modo de flambagem

Fonte: Autor

Figura 42: Resultado das simulações para uma excentricidade de 4,02 mm

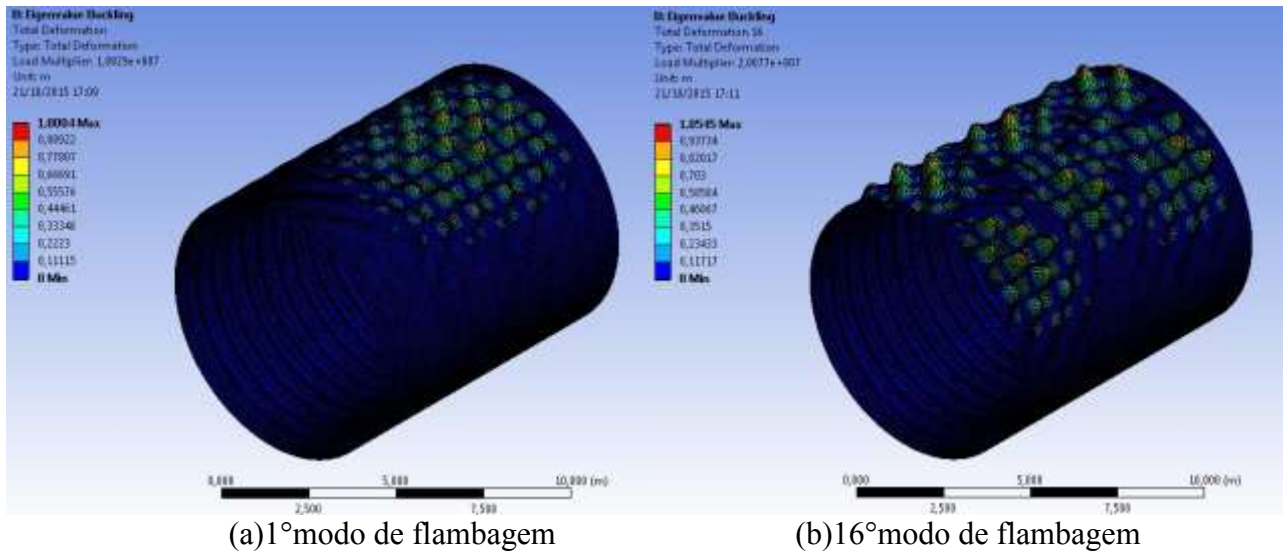


Figura 43: Resultado das simulações para uma excentricidade de 6,7 mm

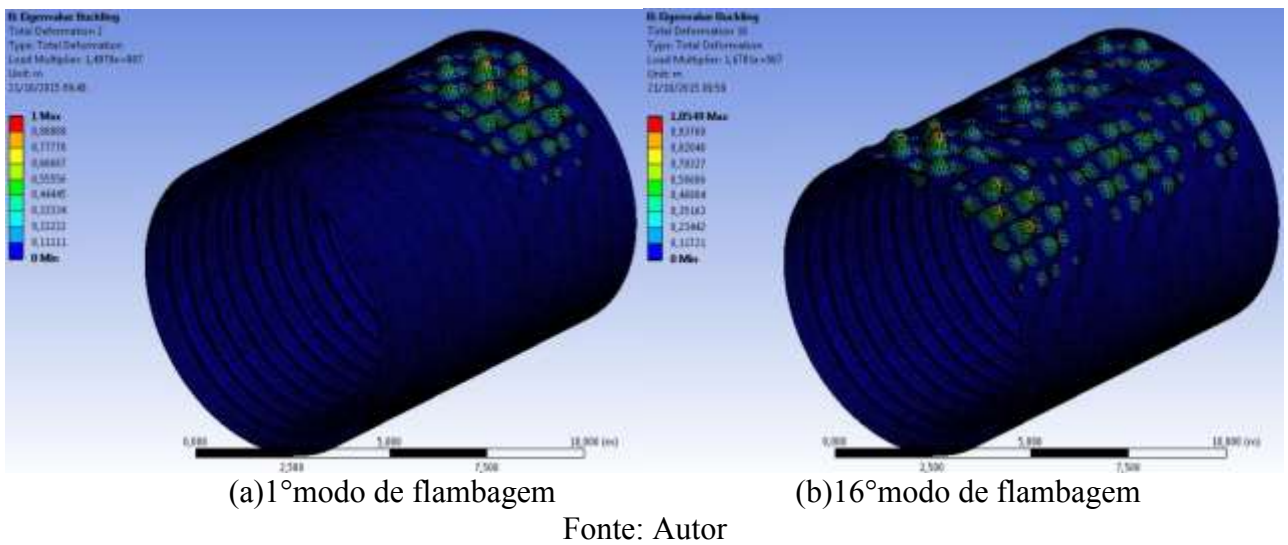
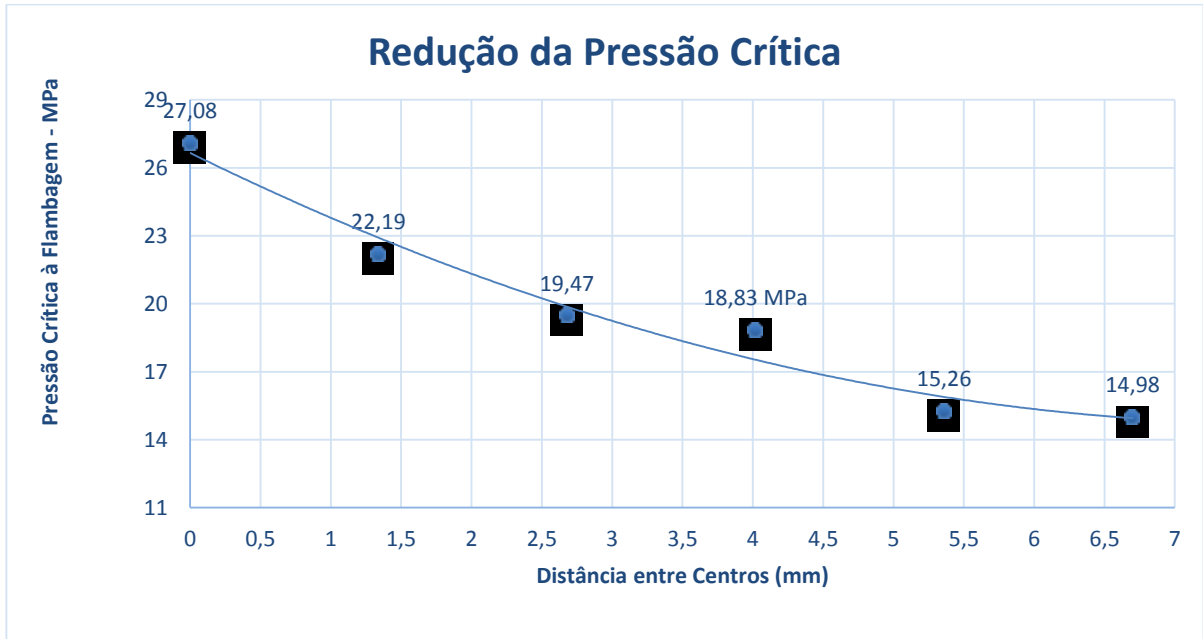


Tabela 3 – Variação da Pressão crítica à Flambagem de acordo com a excentricidade.

Distância entre centros [mm]	Pressão Crítica à Flambagem - [Mpa]	Redução da P_{CRIT} %	Redução da Profundidade Máxima de Operação - [m]
0	27,08	0	2683,0
1,34	22,19	18,06%	2196,7
2,68	19,47	28,10%	1926,2
4,02	18,83	30,47%	1862,6
5,36	15,26	43,65%	1507,5
6,7	14,98	44,68%	1479,7

Figura 44: Comportamento da Pressão Crítica à Flambagem de acordo com a excentricidade.



Fonte: Autor

Figura 45: Redução da profundidade de operação de acordo com a distância entre centros.



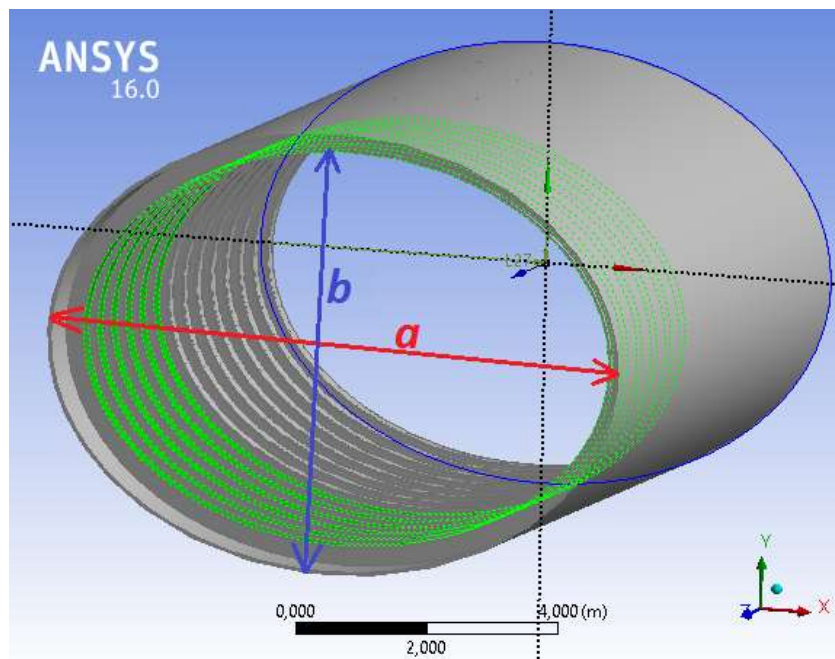
Fonte: Autor

Diante dos resultados das simulações, pode-se notar a grande influência que um pequeno desvio da forma perfeita, nesse caso como separação dos centros dos anéis (circunferências excêntricas) e consequente redução na espessura de parede de um dos bordos, causa à resistência estrutural do casco de pressão num submarino. A pressão crítica à flambagem, ou seja, a máxima profundidade de submersão do submarino é reduzida em mais de 12 MPa. Como pode ser visto nas figuras, a região do casco que tende a flambar primeiro é, justamente, o bordo em que teve a diminuição da espessura de parede devido à excentricidade, evidenciando assim, a grande sensibilidade nos desvios da forma perfeita.

6.5.2 Casco com Conformação Oval

Outro defeito geométrico recorrente na construção dos cascos resistentes de submarinos é a falta de circularidade da circunferência (Figura 46). Devido às dificuldades impostas pelos processos de fabricação utilizados na construção dos cascos, torna-se evidente a possibilidade de que haja algum desvio da geometria perfeita. Diante desse fato, é oportuna a compreensão dos efeitos ocasionados para a resistência estrutural do submarino com relação ao principal modo de falha atuante, a flambagem.

Figura 46: Seção transversal do casco resistente de submarino com conformação oval

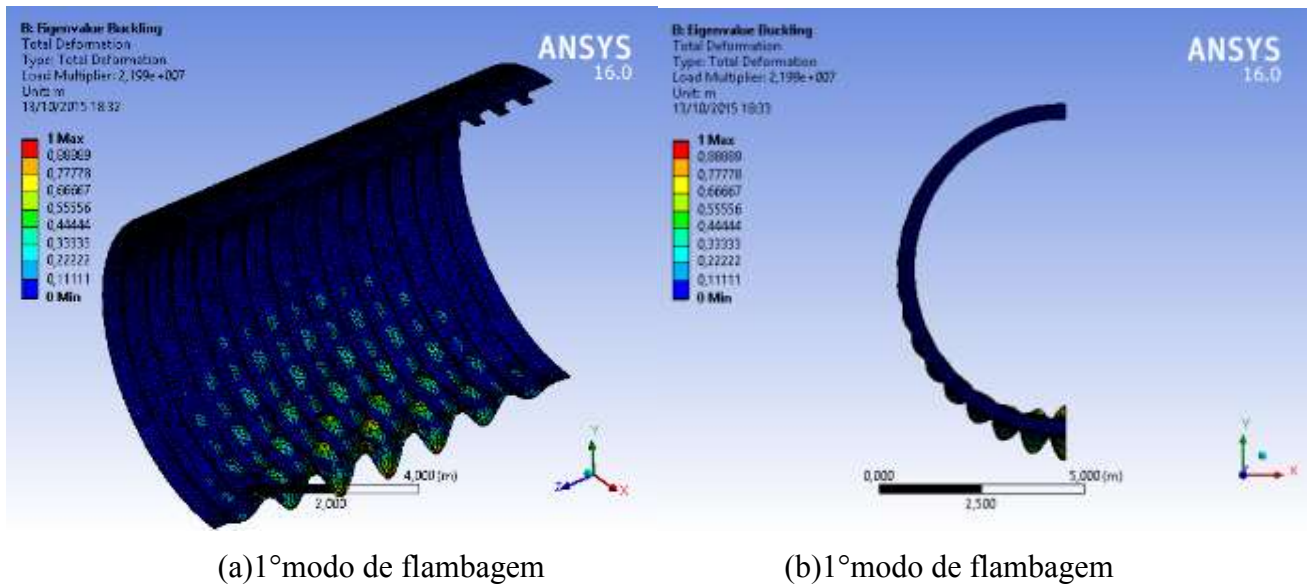


Fonte: Autor

Nesta seção, realiza-se a simulação do casco para diferentes medidas de desvio da geometria perfeita (ovalização do casco), mais uma vez, tomando-se como parâmetro o estudo de Tomasin e Tancredi (2014).

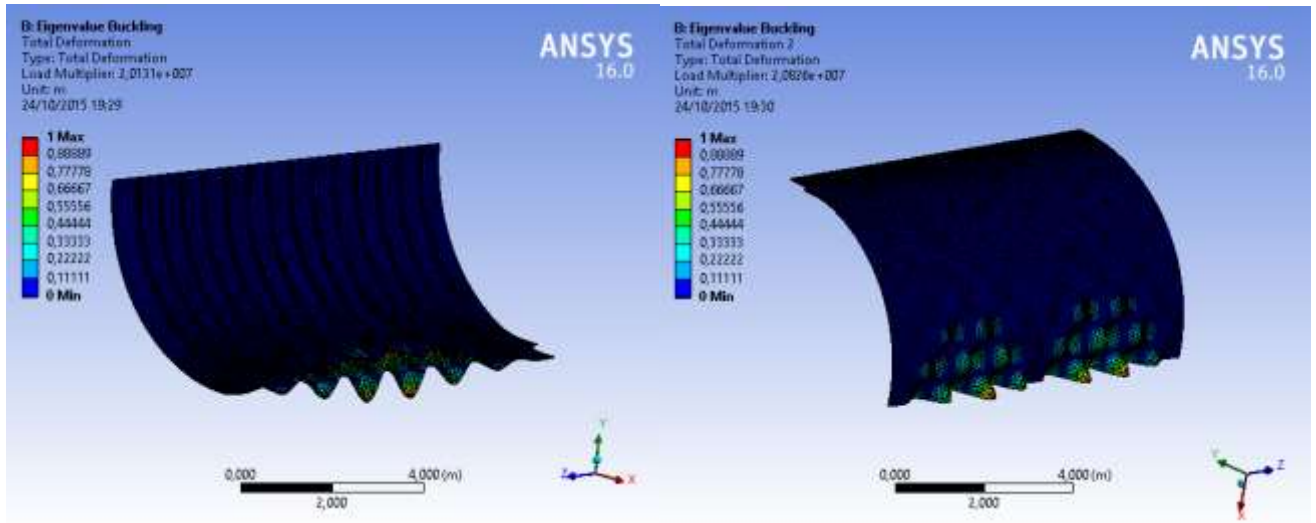
Neste caso, diferentemente da seção anterior que tratava da excentricidade dos cascos, a espessura de chapa é mantida sempre constante. Dessa forma, é possível realizar as simulações utilizando-se de até dois planos de simetria, o que reduz substancialmente o custo computacional. A geometria foi discretizada com elementos de 0,1m e as imagens a seguir apresentam os resultados das simulações para os diferentes desvios.

Figura 47: Flambagem da seção para razão $a/b=1,005$ e utilização de um plano de simetria.



Fonte: Autor

Figura 48: Flambagem da seção para razão $a/b=1,02$ e utilização de dois planos de simetria.

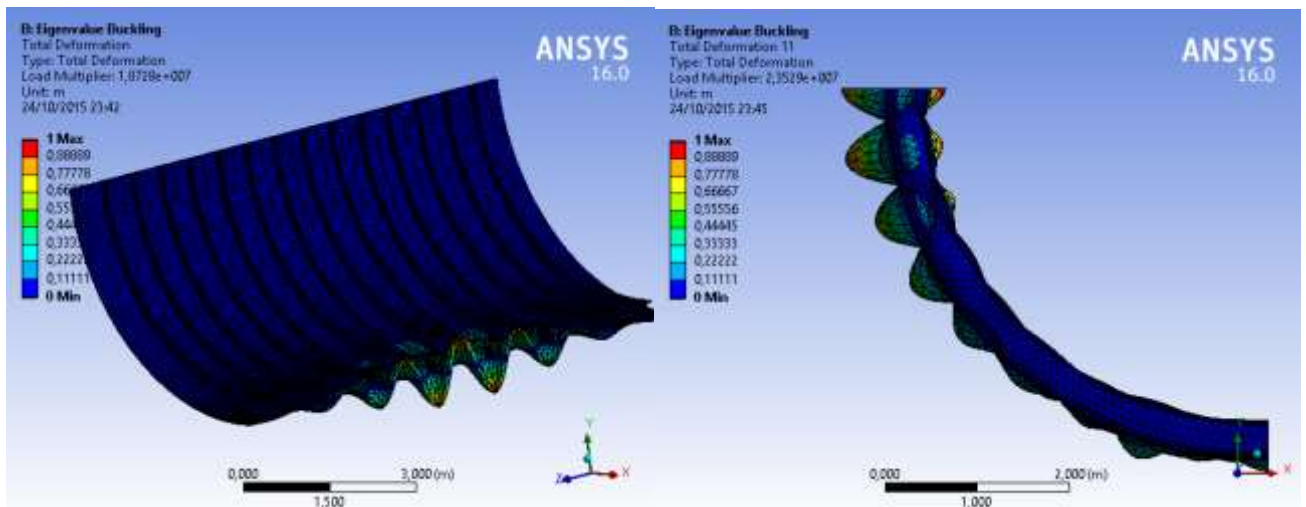


(a) 1º modo de flambagem

(b) 2º modo de flambagem

Fonte: Autor

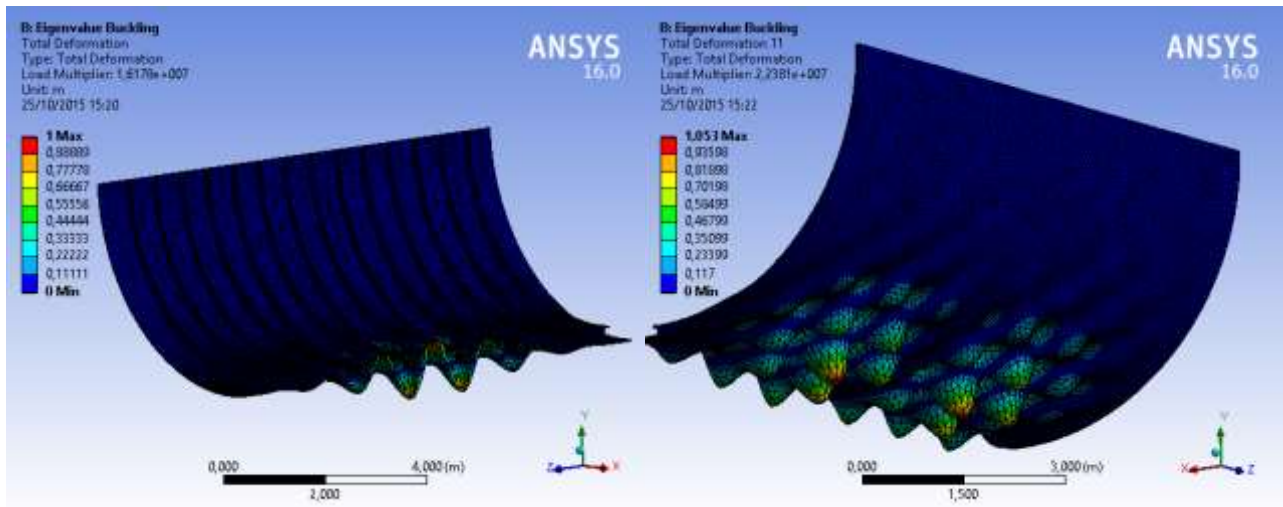
Figura 49: Flambagem da seção do casco resistente para razão $a/b=1,03$.



(a) 1º modo de flambagem

(b) 11º modo de flambagem

Fonte: Autor

Figura 50: Flambagem da seção do casco resistente para razão $a/b=1,05$.

(a) 1º modo de flambagem

(b) 11º modo de flambagem

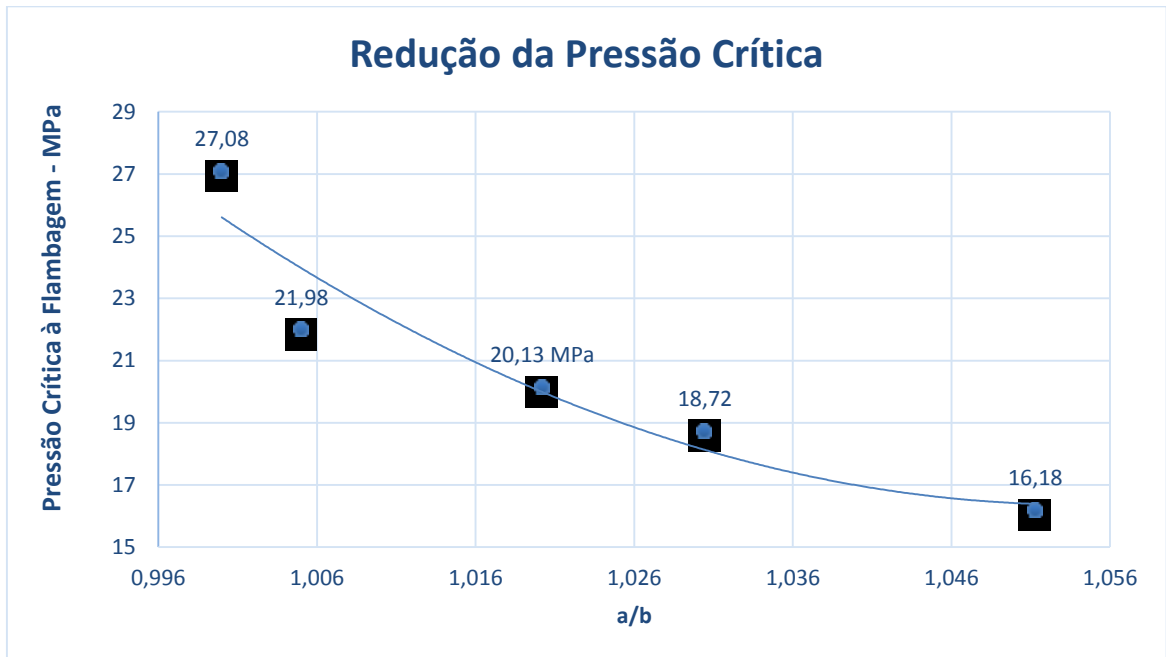
Fonte: Autor

Com base nas Figuras 47 a 52 é possível notar a considerável influência que um pequeno desvio da geometria (ovalização), com relação a uma geometria perfeita causa na resposta da estrutura quanto à flambagem, sendo este o principal modo de falha atuante no casco resistente de submarinos.

Tabela 4: Variação da Pressão crítica à Flambagem de acordo com as distâncias entre a e b

a [m]	b [m]	a/b	Pressão Crítica à Flambagem – [Mpa]	Redução da Pressão	Redução na Profundidade de Operação – [m]
4	4	1,000	27,08	-	2683,0
4,01	3,99	1,005	21,98	18,8%	2175,8
4,04	3,96	1,020	20,13	25,7%	1991,9
4,06	3,94	1,030	18,72	30,9%	1851,6
4,1	3,9	1,0513	16,18	40,3%	1599,0

Figura 51: Comportamento da Pressão Crítica à Flambagem



Fonte: Autor

Figura 52: Redução da Profundidade máxima de operação

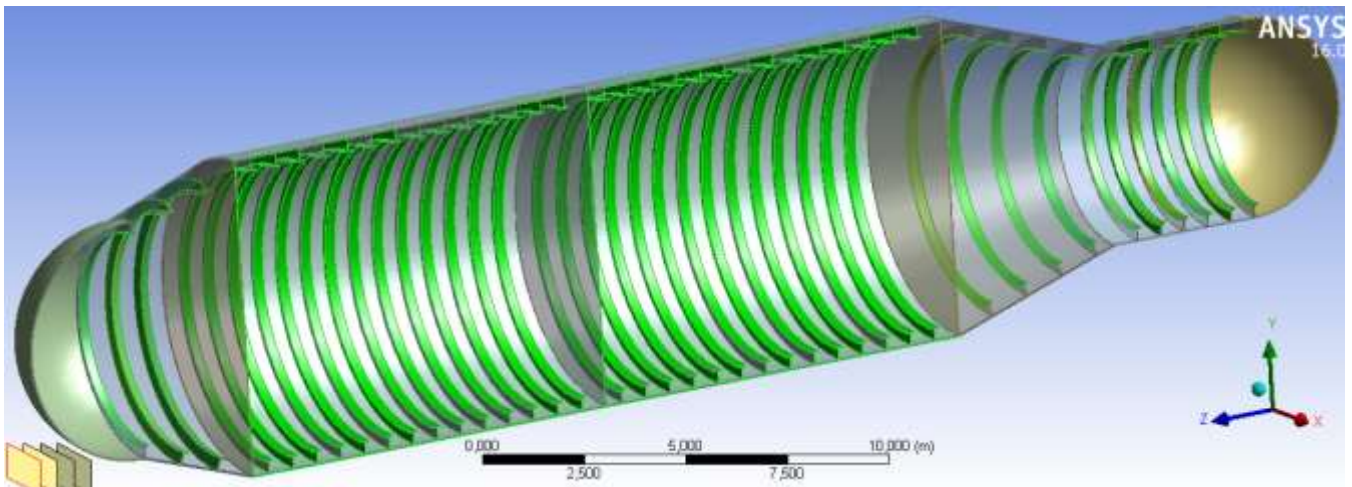


Fonte: Autor

6.6. Modelagem geométrica do casco resistente

Com o intuito de verificar qual seria a influência dos defeitos incorporados durante os processos de fabricação à resistência estrutural do casco de pressão em um submarino, modelou-se a estrutura do casco como representado na Figura 53. O modelo segue o padrão das dimensões utilizadas nas seções do corpo médio paralelo simuladas anteriormente.

Figura 53: Representação de meia Seção do Casco Resistente



Fonte: Autor

O casco resistente modelado para simulação é composto por duas seções no corpo médio paralelo constantes de 10 metros de comprimento cada, além das intersecções entre cilindro-cone e ainda calotas esféricas de proa e popa. Os reforçadores transversais possuem a mesma área de seção dos reforçadores utilizados nas simulações anteriores. As dimensões do casco resistente são:

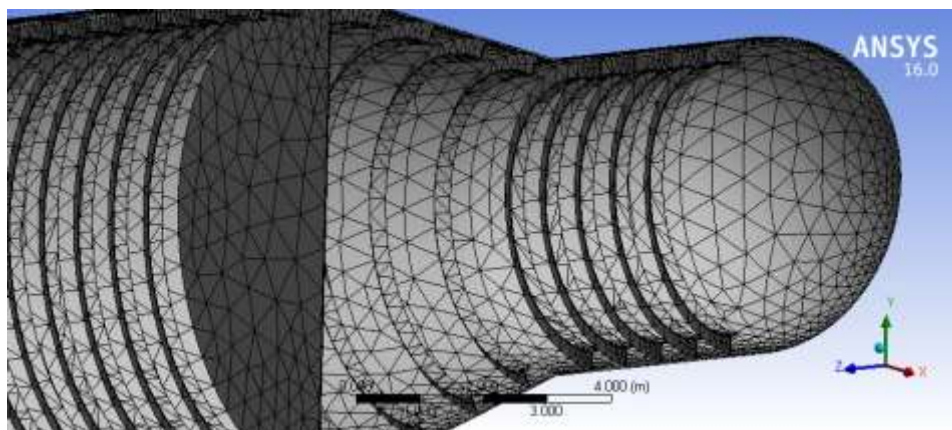
- | | |
|-----------------------------------|----------|
| • Comprimento Total | 37 m |
| • Distância entre Anteparas | 10 m |
| • Raio Interno do Casco | 4 m |
| • Espessura do Casco | 0.034 m |
| • Altura da alma do Reforçador | 0.308 m |
| • Espessura da alma do Reforçador | 0.018 m |
| • Altura do Flange do Reforçador | 0.028 m |
| • Largura do Flange do Reforçador | 0.2505 m |
| • Distância entre Reforçadores | 0.664 m |

6.6.1 Casco resistente - Geometria sem falhas

A partir do modelo de casco resistente apresentado no item anterior é realizada a simulação computacional para verificação da pressão crítica de flambagem e posterior comparação dos resultados com o modelo de seção analisada nos capítulos anteriores deste relatório.

O modelo foi simulado considerando uma geometria livre de eventuais erros geométricos causados pelos processos de fabricação. Sua geometria foi discretizada em 75342 elementos do tipo *Linear Strain Tetrahedron* com tamanho de 0,35 m em todo o casco. Além disso, utilizou-se plano de simetria para minimizar o custo computacional.

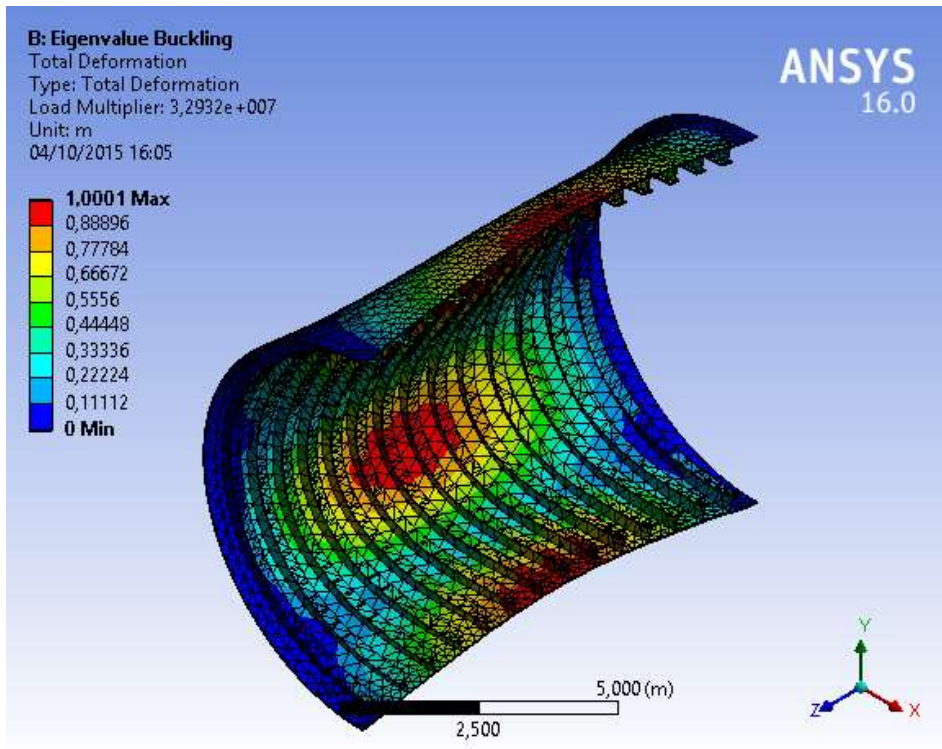
Figura 54: Discretização da Geometria do Casco Resistente em elementos de 0,35 metros



Fonte: Autor

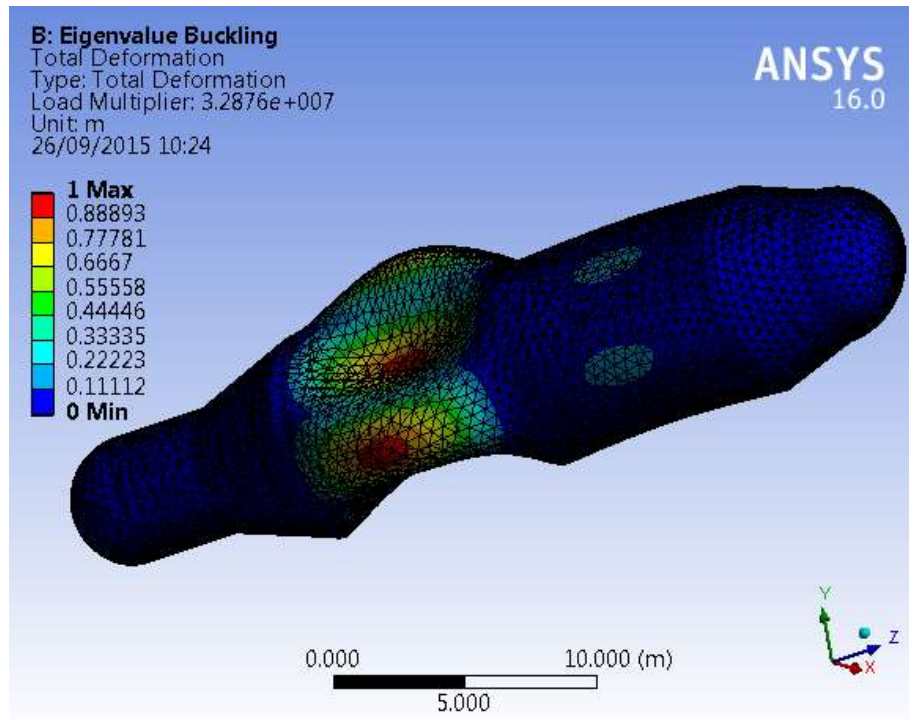
Os resultados das simulações computacionais (Figura 55 a 57) apontaram uma similaridade bastante grande entre o comportamento do casco resistente e da seção simulada com as extremidades restringidas no que diz respeito ao modo de falha por flambagem. As simulações do casco resistente indicaram uma pressão crítica de flambagem em 32,87 Mpa, enquanto na simulação da seção com engaste nas extremidades o resultado apontou 32,93 Mpa como pressão crítica de falha. Na verdade, o resultado já era esperado, pois na simulação do casco resistente as anteparas foram utilizadas como um ponto de suporte para o casco (*fixed support* - restrição dos movimentos em seus nós), aproximando-se bastante da situação de engaste nas extremidades utilizadas para simulação de uma única seção do casco.

Figura 55: Flambagem de uma única seção do casco discretizado em elementos de 0,35 m.



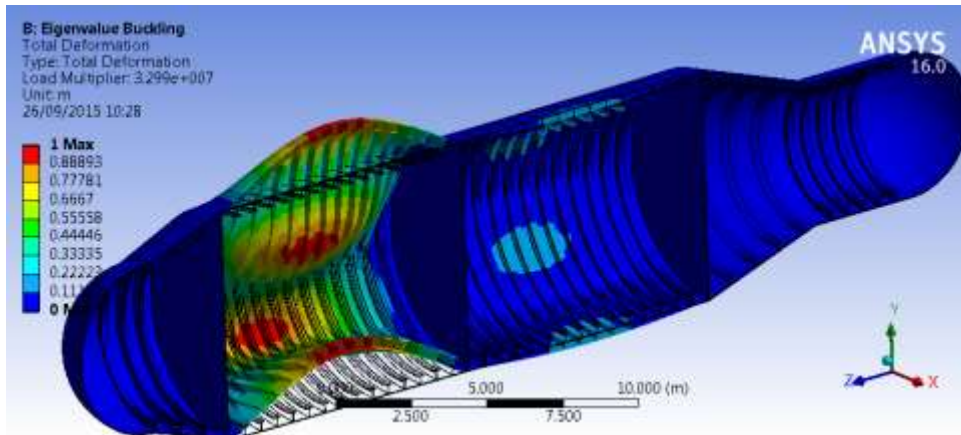
Fonte: Autor

Figura 56: 1º Modo de Flambagem do Casco Resistente



Fonte: Autor

Figura 57: 2º Modo de Flambagem do Casco Resistente



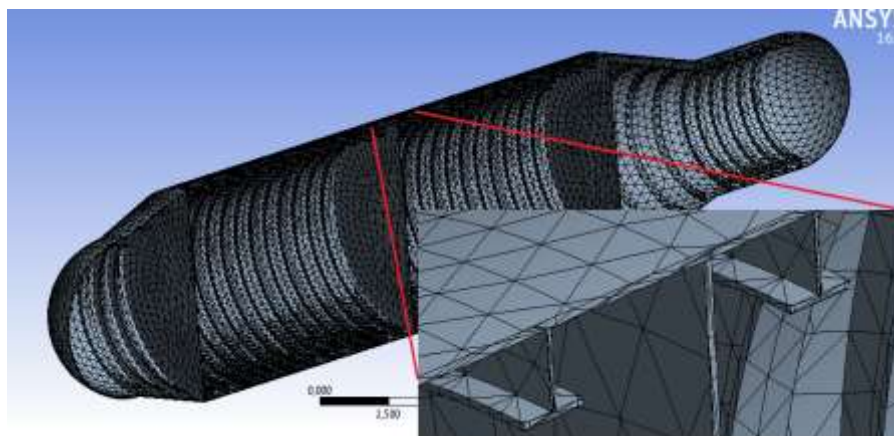
Fonte: Autor

6.6.2 Casco resistente com desvio da geometria perfeita - Excentricidade

Como mencionado anteriormente, alguns defeitos originados durante as diversas etapas dos processos de fabricação dos cascos resistentes de submarinos podem contribuir substancialmente para a redução da capacidade de submersão, interferindo diretamente em um dos seus principais atributos operacionais – a camuflagem de radares inimigos nas elevadas profundidades.

Devido ao fato da pressão crítica de flambagem ser proporcional ao quadrado do comprimento, utilizou-se, aqui, um refino de malha nas seções do corpo médio paralelo. Os elementos dessas seções foram gerados com tamanho de 0,1m, enquanto nos compartimentos adjacentes foram utilizados elementos com 0,35 metros (Figura 58). A utilização de um plano de simetria foi uma estratégia novamente adotada para redução do custo computacional.

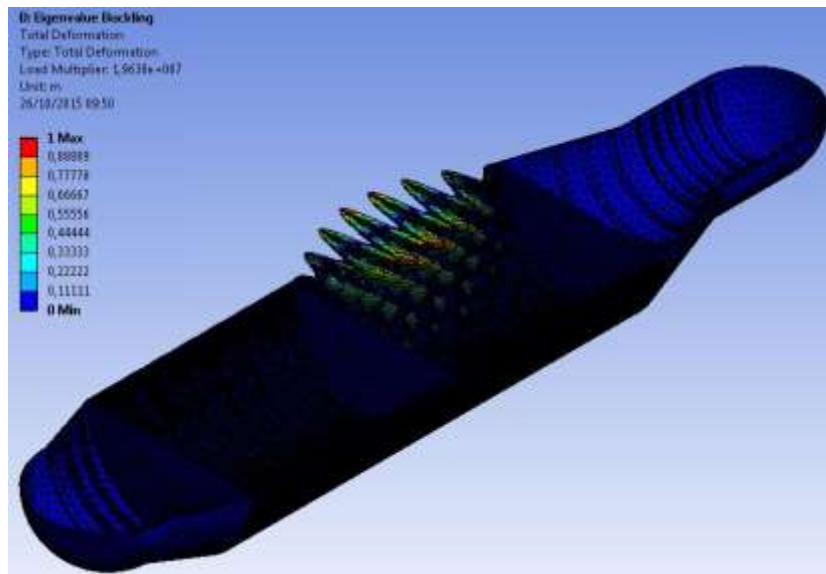
Figura 58: Discretização do Casco Resistente com 355324 elementos de 0,1 m cada



Fonte: Autor

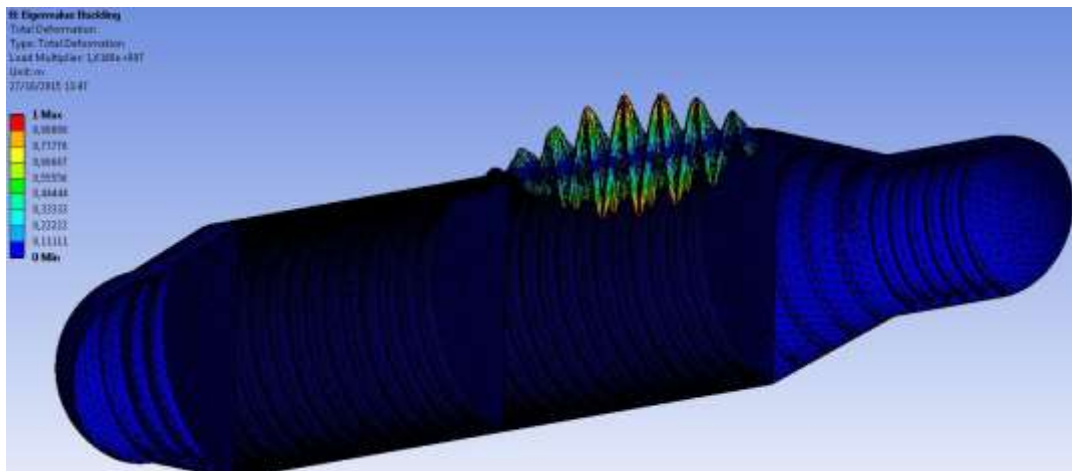
Da mesma forma como discutido no item 6.5.1 deste relatório onde é realizada a análise da seção do casco com circunferências excêntricas, faz-se aqui uma discussão similar, porém, com a simulação do casco resistente. Foram analisadas excentricidades correspondentes aos desvios para as quais tipicamente os cascos são construídos. Esses desvios ou tolerâncias correspondem ao valor de um terço de 0,5% do raio médio da circunferência. As imagens a seguir representam os resultados das falhas por flambagem do casco resistente.

Figura 59: Flambagem do Casco Resistente com $e = 1,34mm$



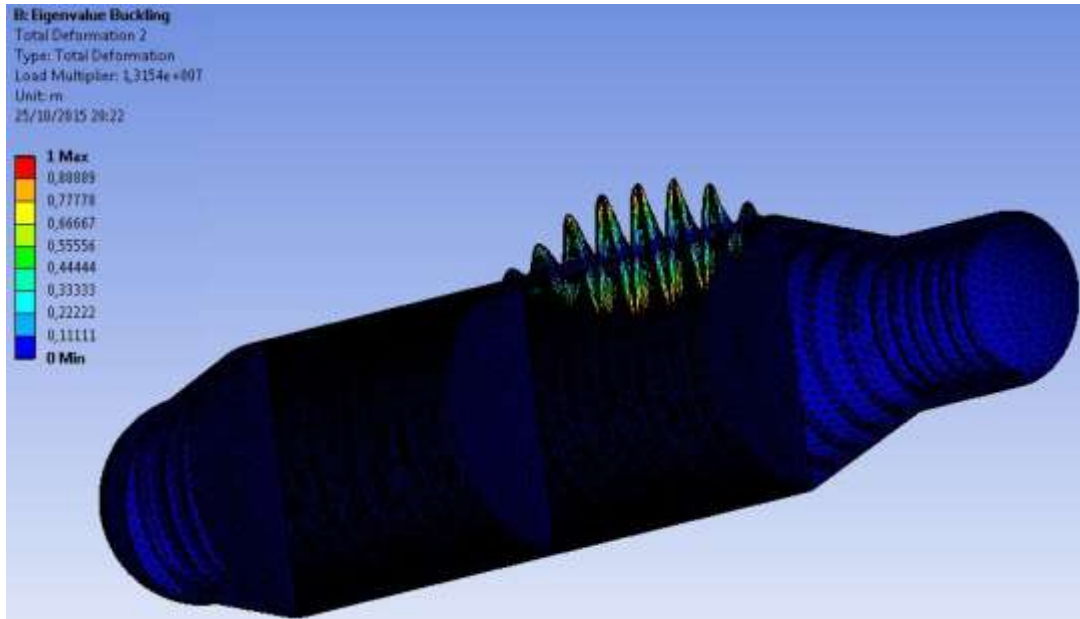
Fonte: Autor

Figura 60: Flambagem do Casco Resistente com $e = 4,02mm$



Fonte: Autor

Figura 61: Flambagem do Casco Resistente com $e = 6,7\text{mm}$

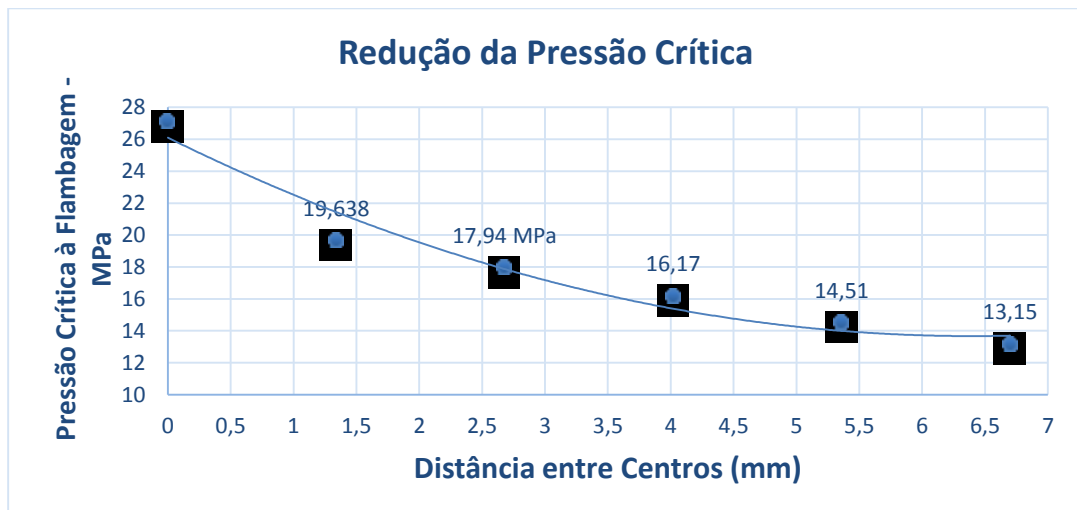


Fonte: Autor

Tabela 5: Redução da Pressão Crítica de Flambagem devido Excentricidade

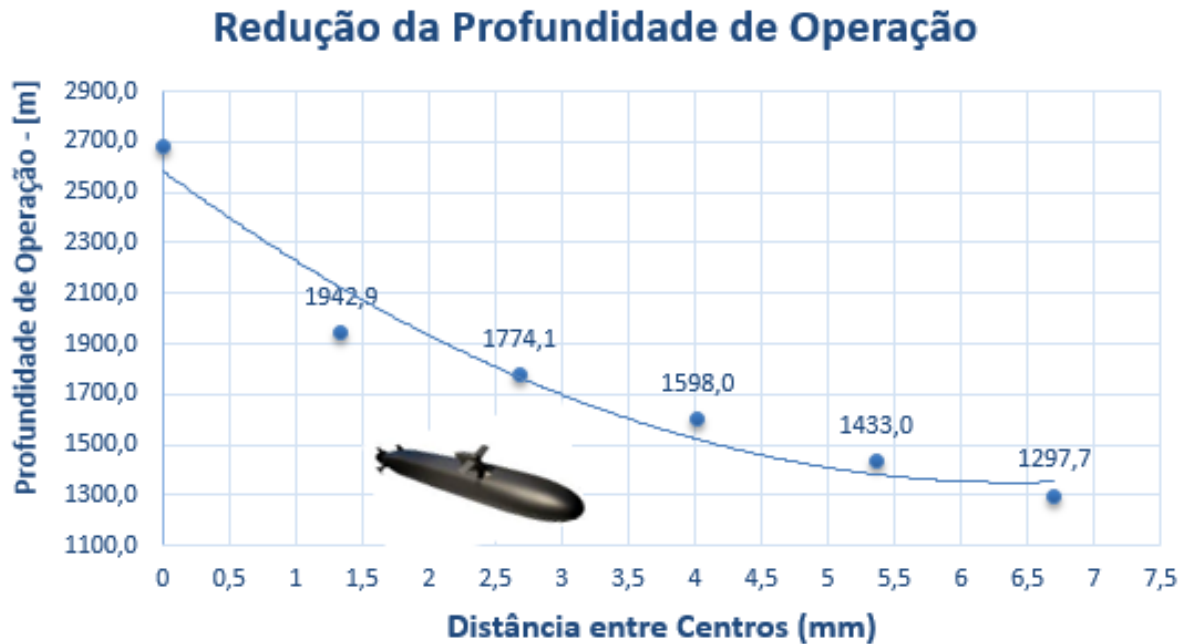
Distância entre centros [mm]	Pressão Crítica à Flambagem - [Mpa]	Redução da P_{CRIT} %	Redução da Profundidade de Operação [m]
0	27,08	-	2683,0
1,34	19,64	27,5%	1942,9
2,68	17,94	33,8%	1774,1
4,02	16,17	40,3%	1598,0
5,36	14,51	46,4%	1433,0
6,7	13,15	51,4%	1297,7

Figura 62: Pressão Crítica de Flambagem no Caco Resistente devido Excentricidade



Fonte: Autor

Figura 63: Redução da Profundidade de Operação devido Excentricidade



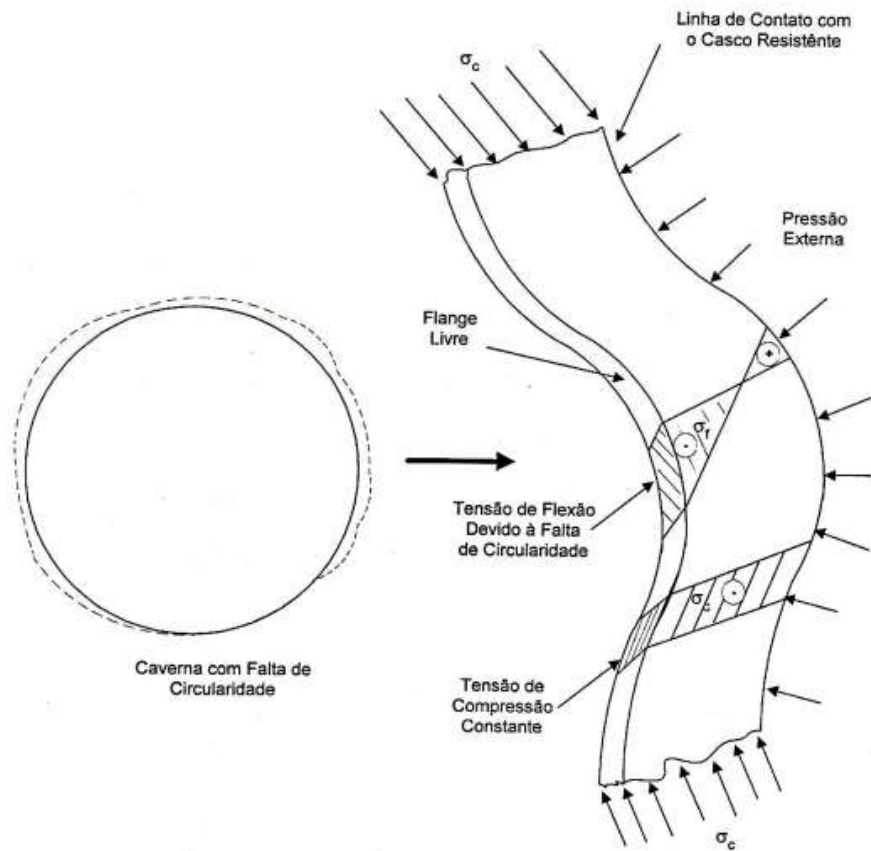
Fonte: Autor

6.6.3 Casco Resistente com desvio da geometria perfeita – Conformação Oval

Neste tópico será realizada a avaliação dos efeitos da falta de circularidade do casco à pressão crítica de flambagem. Assim como discutido nos tópicos anteriores a respeito da perda de resistência estrutural do casco devido aos desvios da geometria perfeita originados durante os processos de construção do casco, a ovalização também tende a representar considerável parcela da redução na capacidade de submersão.

Conforme consta no livro *Principles of Naval Architecture*, em uma geometria circular perfeita e com reforçadores uniformes, a única força atuante no casco é a compressão. Se, porém, existirem desvios da circularidade, surgem então um estresse adicional resultante dos momentos fletores induzidos (Figura 64). Esse estresse ou tensão, quando sobreposto à tensão de compressão imposta pela pressão hidrostática pode causar falha prematura na estrutura.

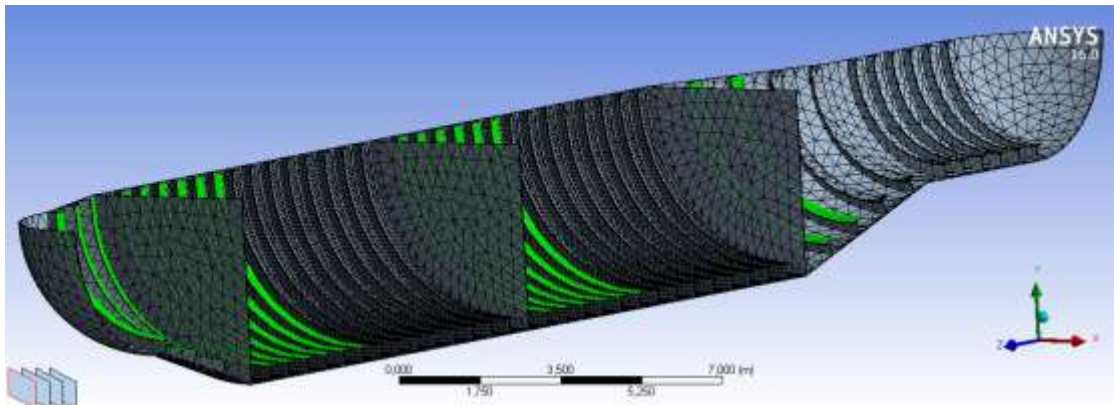
Figura 64: Efeito da falta de circularidade na caverna do casco resistente.



Fonte: kopavnick (2006)

Para simulação no ANSYS a geometria do casco foi discretizada em 178015 elementos (*Linear Strain Tetrahedron*). Novamente, devido ao fato da pressão crítica de flambagem ser proporcional ao quadrado do comprimento, utilizou-se um refino de malha nas seções do corpo médio paralelo. Os elementos dessas seções foram gerados com tamanho de 0,1m, enquanto nas outras regiões do casco foram utilizados elementos maiores, com 0,35 m de comprimento. Além disso, utilizou-se aqui dois planos de simetria, o que proporciona redução do número de elementos na malha e, conseqüentemente, redução do tempo de processamento do modelo. Dessa forma, o casco resistente é representado somente com $\frac{1}{4}$ de seu formato original, como mostra a Figura 65.

Figura 65: Discretização do casco resistente em 178015 elementos e utilização de dois planos de simetria



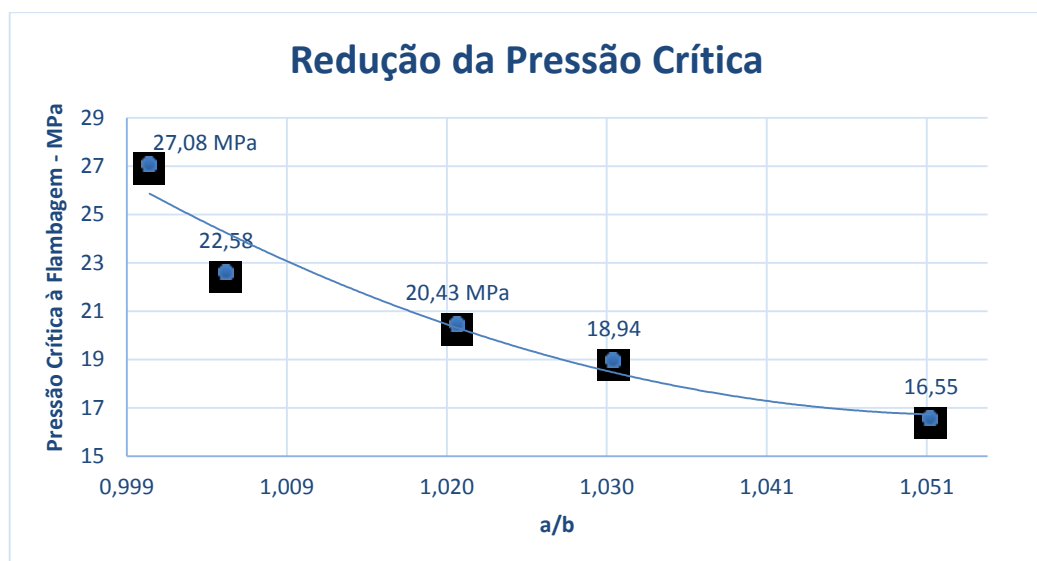
Fonte: Autor

A tabela a seguir representa as razões entre a e b e suas respectivas pressões críticas à flambagem do casco de pressão, assim como a redução na profundidade máxima de operação do submarino.

Tabela 6: Redução da Pressão Crítica de Flambagem devido Conformação Oval

a [m]	b [m]	a/b	Pressão Crítica à Flambagem - [MPa]	Redução da Pressão Crítica	Redução da Profundidade de Operação [m]
4	4	1,000	27,08	-	2683,0
4,01	3,99	1,005	22,58	16,6%	2235,5
4,04	3,96	1,020	20,43	24,6%	2021,7
4,06	3,94	1,030	18,94	30,1%	1873,2
4,1	3,9	1,051	16,55	38,9%	1635,8

Figura 66: Pressão crítica de flambagem no casco resistente devido conformação oval.



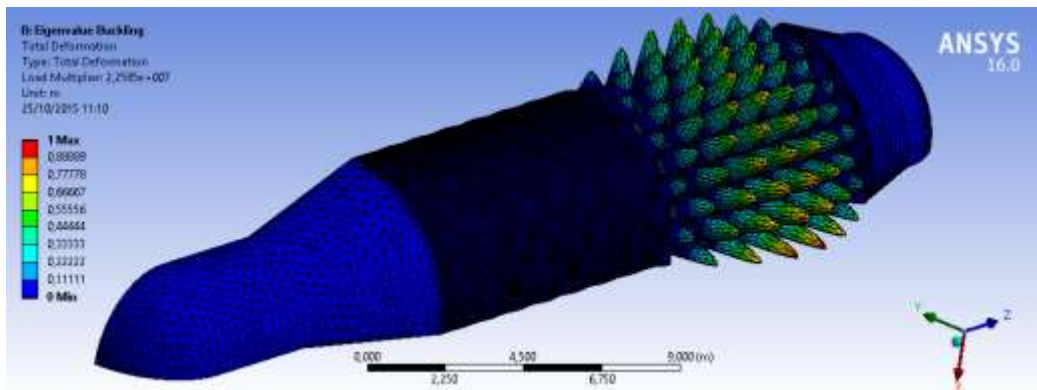
Fonte: Autor

Figura 67: Redução da profundidade de operação devido conformação oval do casco



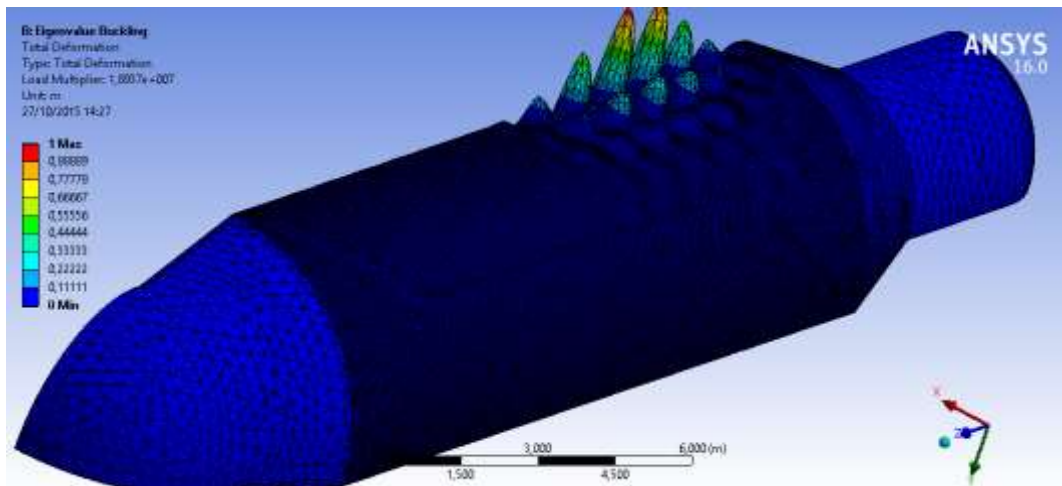
Fonte: Autor

Figura 68: 1º Modo de Flambagem da seção do casco resistente para razão a/b=1,005



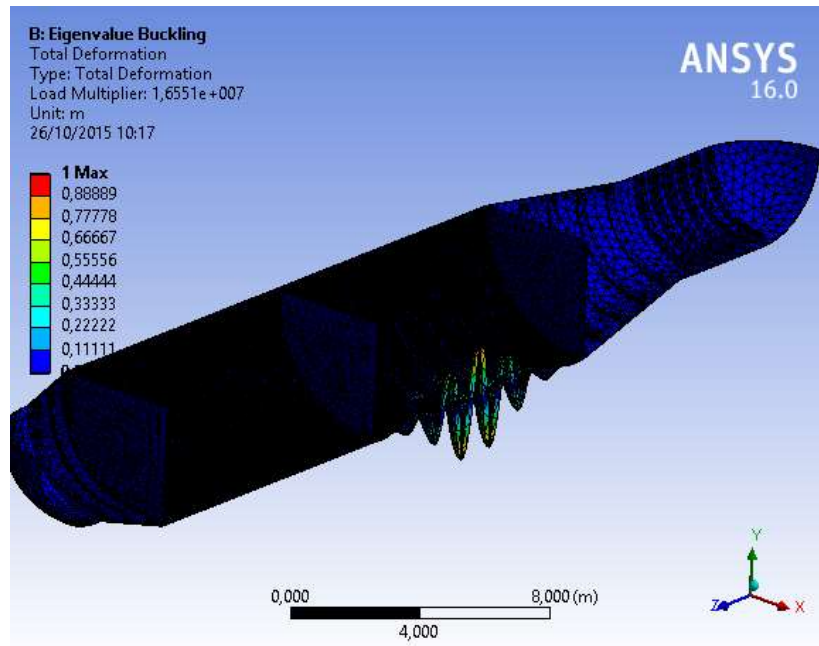
Fonte: Autor

Figura 69: 1º Modo de Flambagem da seção do casco resistente para razão a/b=1,03



Fonte: Autor

Figura 70: 1º Modo de flambagem da seção do casco resistente para razão $a/b=1,05$

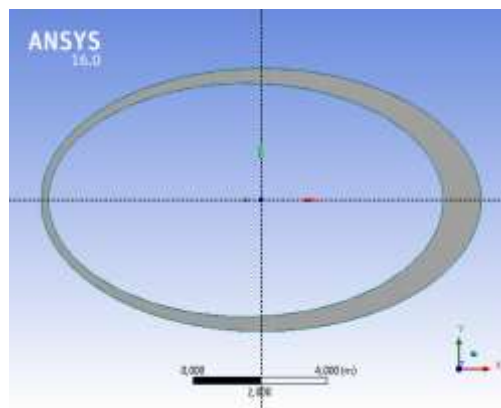


Fonte: Autor

6.6.4 Sobreposição dos defeitos no casco resistente – Excentricidade e Ovalização

Até então, foram verificados, de forma desacoplada, quais os efeitos causados no casco resistente devido aos defeitos impostos pelos processos de fabricação – Excentricidade e Ovalização. Nesta seção, faz-se uma análise da influência que esses dois defeitos, agora sobrepostos (Figura 71), ocasionam para a pressão crítica de flambagem da estrutura e, conseqüentemente, para a redução na profundidade máxima de operação do submarino.

Figura 71: Casco apresentando excentricidade e ovalização



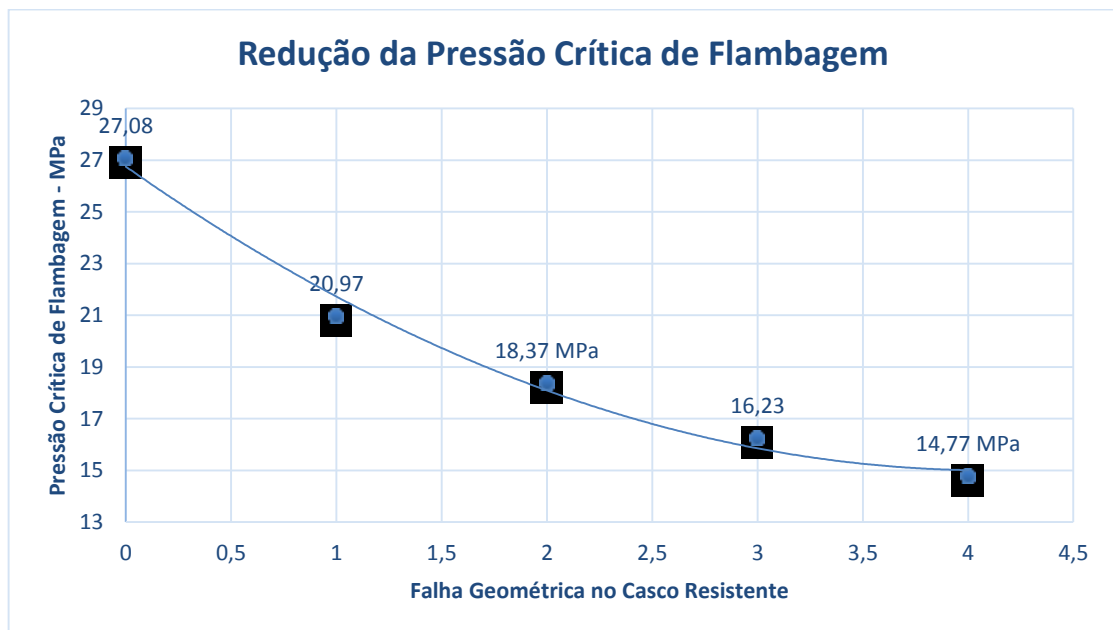
Fonte: Autor

O casco resistente do submarino em estudo foi então modelado com a inclusão dos defeitos acima mencionados. As dimensões dos defeitos de excentricidade e ovalização foram agrupadas em pares e com aumento gradativo, de forma a proporcionar uma comparação com os resultados anteriores. O primeiro caso foi simulado com uma excentricidade de 1,34 mm entre os centros das circunferências, enquanto a ovalização foi adicionada conforme a razão entre as distâncias de a/b igual a 1,005, e assim sucessivamente até a excentricidade de 6,7 mm e ovalização de a/b igual a 1,05. Os resultados são apresentados nas Figuras e na Tabela abaixo.

Tabela 7: Redução da pressão crítica de flambagem devido falha geométrica no casco

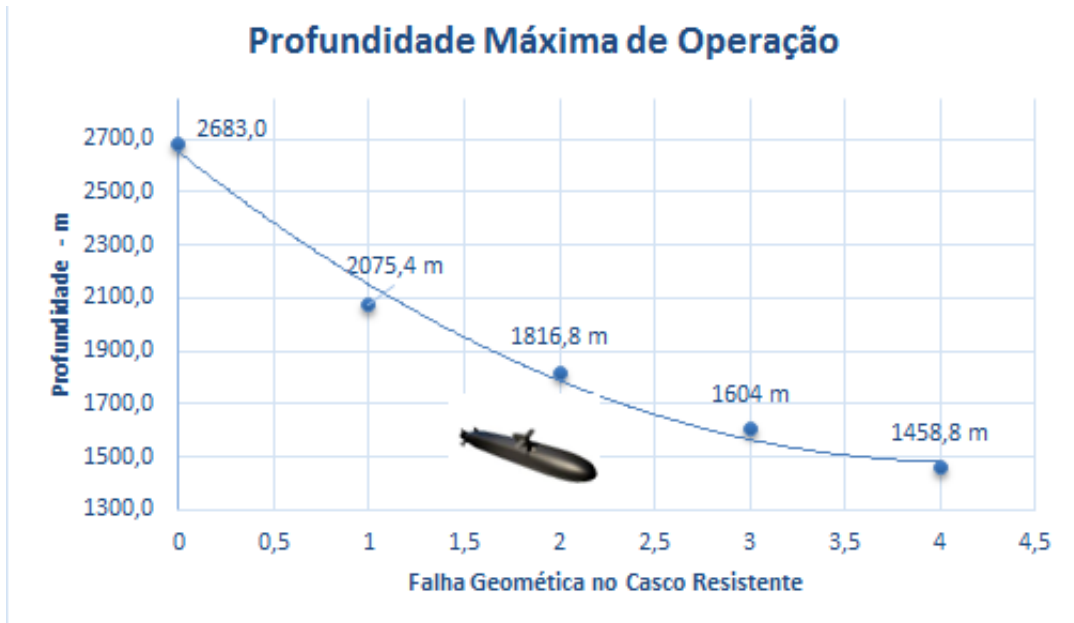
	Falha Geométrica Excentricidade - Ovalização	Pressão Crítica à Flambagem - [Mpa]	Redução da P_{CRIT} %	Profundidade Máxima de Operação [m]
0	0	27,08	-	2683,0
1	1,34 - 1,005	20,97	22,6%	2075,4
2	4,02 - 1,02	18,37	32,2%	1816,8
3	5,36 - 1,03	16,23	40,1%	1604,0
4	6,7 - 1,05	14,77	45,5%	1458,8

Figura 72: Redução da Pressão Crítica de Flambagem



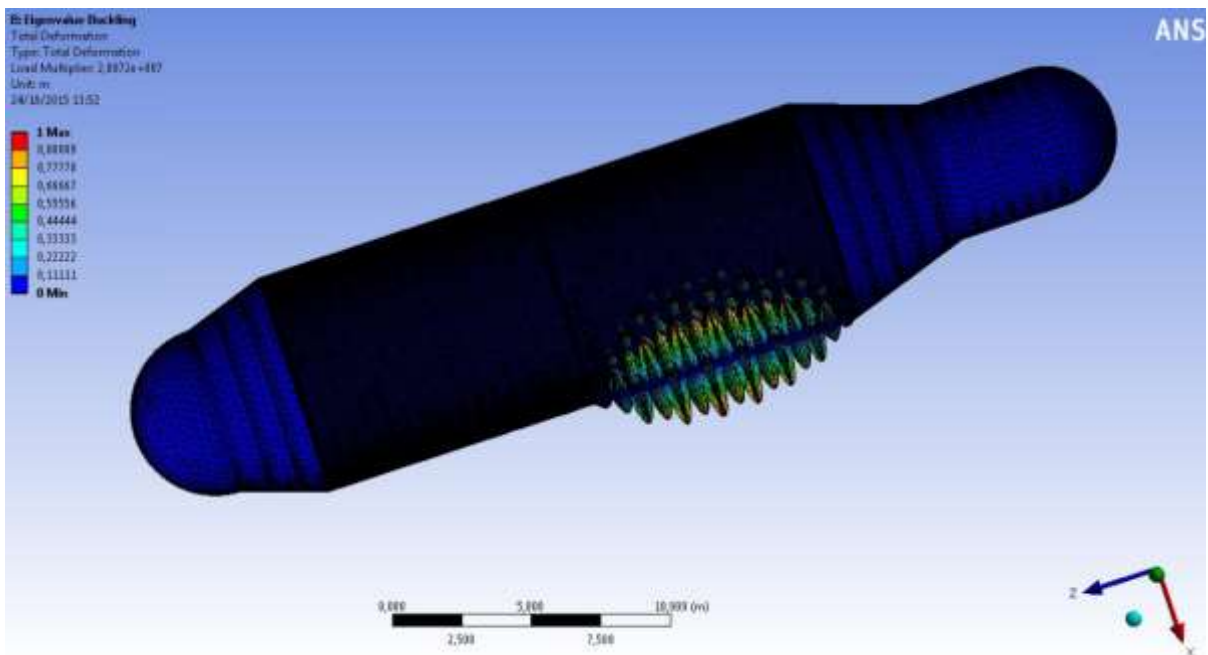
Fonte: Autor

Figura 73: Redução da Profundidade Máxima de Operação do Submarino



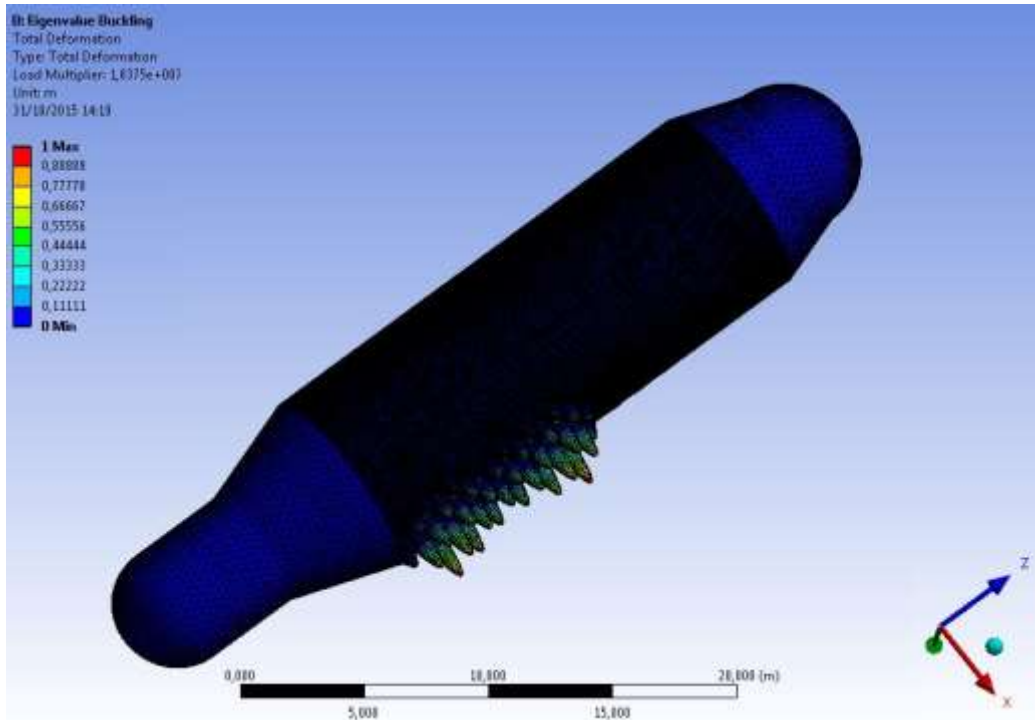
Fonte: Autor

Figura 74: 1º Modo de flambagem do casco resistente para $e = 1,34\text{mm}$ e razão $a/b=1,005$



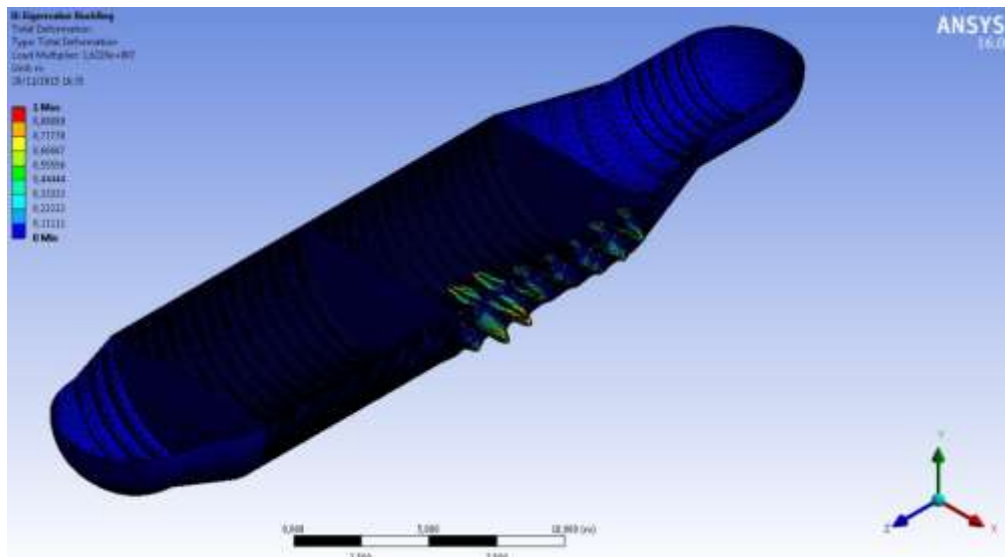
Fonte: Autor

Figura 75: 1º Modo de flambagem do casco resistente para $e = 4,02$ mm e razão $a/b=1,02$



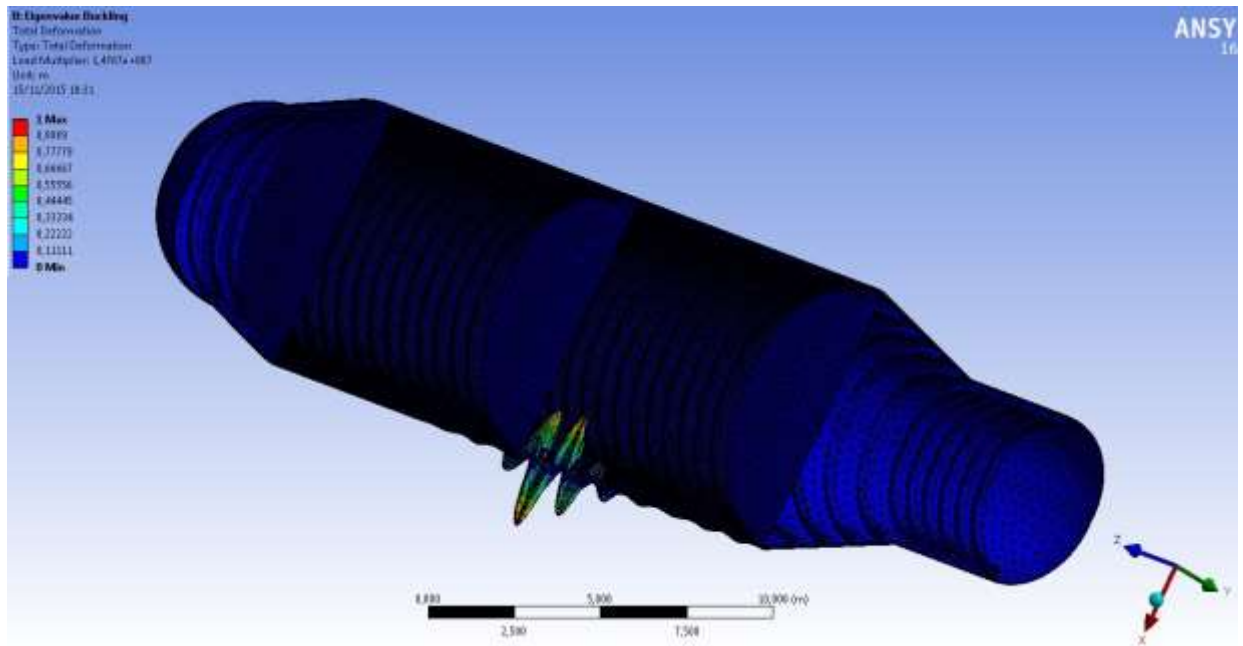
Fonte: Autor

Figura 76: 1º Modo de flambagem do casco resistente para $e = 5,36$ mm e razão $a/b=1,03$



Fonte: Autor

Figura 77: 1º Modo de flambagem do casco resistente para $e = 6,7$ mm e razão $a/b=1,05$



Fonte: Autor

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção é realizada a síntese dos principais resultados referente as análises realizadas no decorrer do trabalho.

7.1 Cálculo analítico e computacional de cilindro sem reforçadores

A primeira aplicação do Método dos Elementos Finitos no trabalho foi para análise da pressão crítica de flambagem em um cilindro sem reforçadores transversais. Com o intuito de analisar e comparar os resultados, a mesma avaliação foi realizada através da equação analítica (4) contida no texto e desenvolvida por von Mises. Essa equação prediz qual a pressão crítica de flambagem do cilindro. Os resultados se mostraram bastante próximos, sendo a diferença entre os dois métodos minimizada através de um refino na malha de análise. A diferença entre os resultados obtidos pela equação e pelo método computacional ficou em 2,35% sendo a pressão crítica obtida por cada um, respectivamente, 39160 Pa e 40105 Pa.

7.2 Influência das falhas geométricas no casco

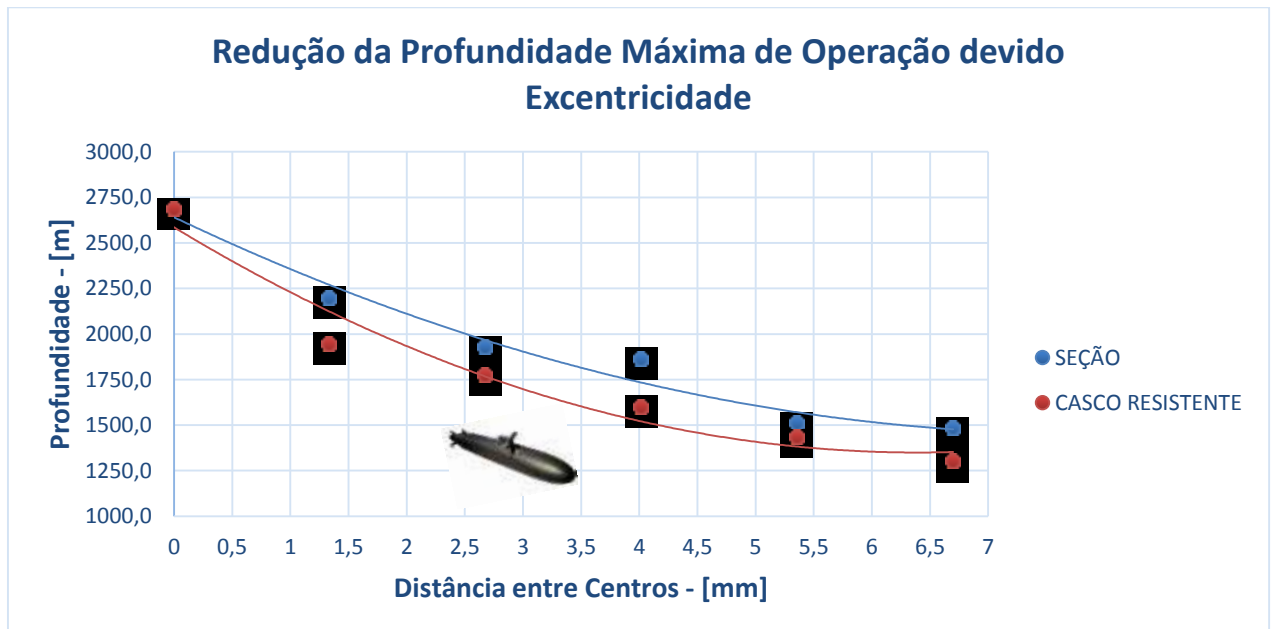
Posteriormente, foi analisado no trabalho a verificação da influência dos erros geométricos para a resistência estrutural de uma única seção do casco, assim como para o casco resistente completo. O primeiro erro analisado foi a excentricidade das circunferências que formam o anel, seguido pela análise da influência de ovalização. Os erros foram adicionados nos modelos de forma isolada. A Tabela 8 faz uma síntese das reduções na profundidade máxima de operação de acordo com o incremento nas falhas (excentricidade e ovalização), tanto para o caso de uma única seção do casco, quanto para o casco resistente completo.

Tabela 8: Redução na Profundidade Máxima de Operação devido Excentricidade e Ovalização

Redução da Profundidade Máxima de Operação - [m]					
EXCENTRICIDADE			OVALIZAÇÃO		
Distância entre centros [mm]	SEÇÃO	CASCO RESISTENTE	Ovalização a/b	SEÇÃO	CASCO RESISTENTE
0	2683,0	2683,0	1	2683,0	2683,0
1,34	2196,7	1942,9	1,005	2175,8	2235,5
2,68	1926,2	1774,1	1,02	1991,9	2021,7
4,02	1862,6	1598,0	1,03	1851,6	1873,2
5,36	1507,5	1433,0	1,05	1599,0	1635,8
6,7	1479,7	1297,7	-	-	-

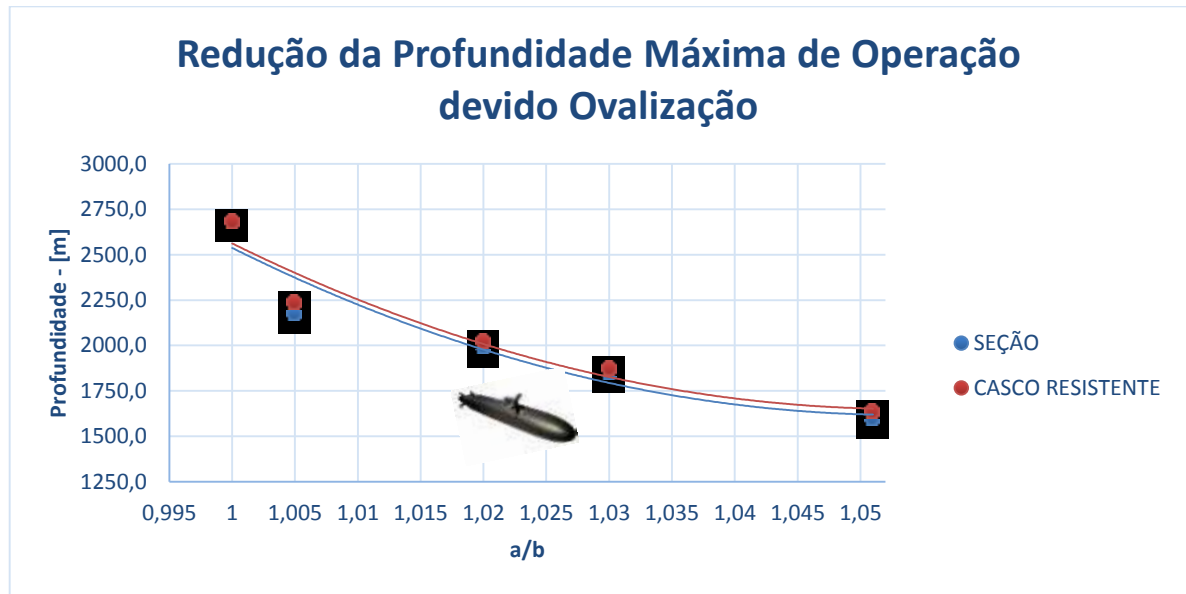
A Figura 78 representa a redução da máxima profundidade de operação do submarino devido ao erro de excentricidade, considerando uma seção do casco e também o casco resistente completo. Nota-se a grande influência destes erros geométricos na capacidade de operação. Da mesma forma, a Figura 79 representa a redução da máxima profundidade de operação do submarino devido ao erro de ovalização no casco.

Figura 78: Redução da profundidade de operação de acordo com a Excentricidade.



Fonte: Autor

Figura 79: Redução da Profundidade máxima de operação devido Ovalização

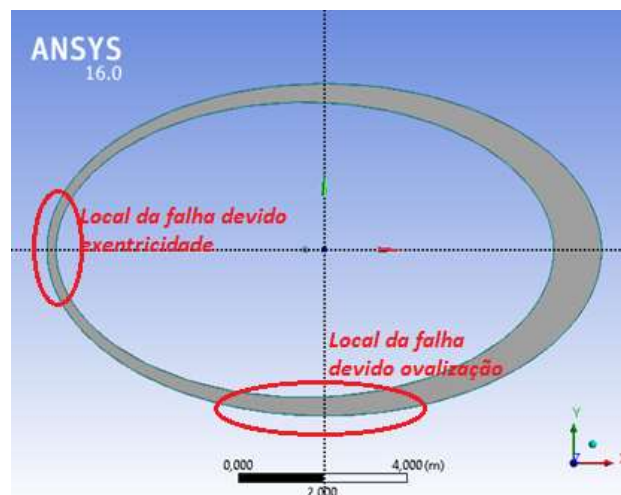


Fonte: Autor

As Figuras acima representam a queda abrupta na profundidade máxima em que o submarino estaria apto a operar, reduzindo em mais de 50%, no caso da falha por excentricidade, sua capacidade de submersão.

A Figura 80 representa os locais de ocorrência da falha devido aos erros geométricos contidos na estrutura. Pode-se notar que o ponto preferencial de falha devido a excentricidade é sempre o bordo onde houve a redução na espessura de parede. Já a falha ocasionada pela ovalização da seção ocorre, primeiramente, na região inferior da seção.

Figura 80: Locais de ocorrência da falha na seção devido excentricidade e ovalização



Fonte: Autor

7.3 Casco resistente com sobreposição das falhas geométricas

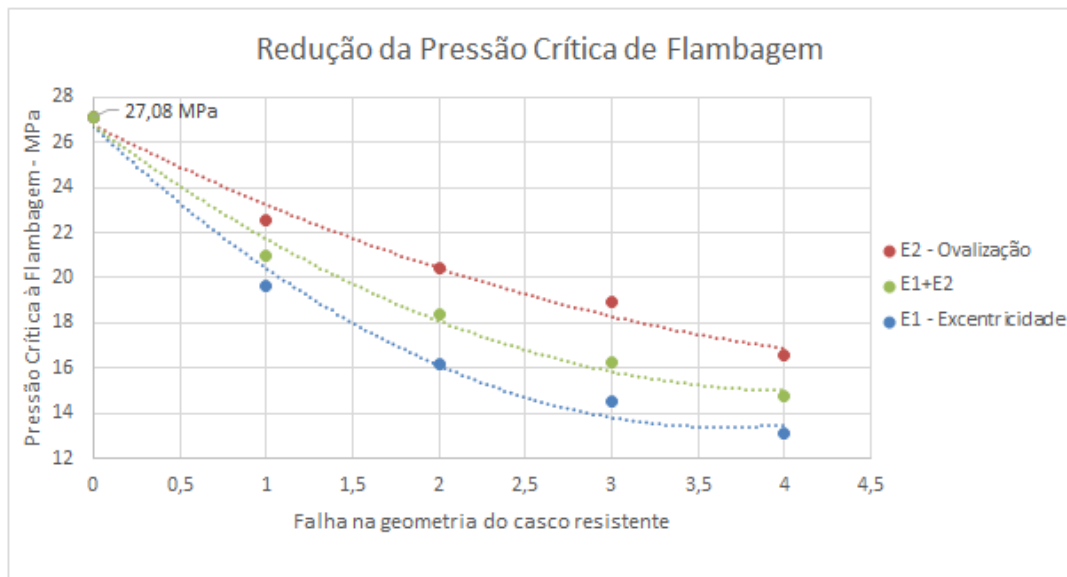
Com o intuito de verificar o comportamento da estrutura, quando essa for sujeita aos erros (excentricidade e ovalização) de forma conjunta, simulou-se, assim como nos casos anteriores, o casco resistente completo. A Tabela 9 representa a redução da pressão crítica, bem como a redução na capacidade máxima de operação com que a estrutura irá flambar de acordo com o incremento nas falhas.

Tabela 9: Redução da pressão crítica de flambagem devido a sobreposição das falhas geométricas no casco resistente

	Falha Geométrica Excentricidade & Ovalização	Pressão Crítica à Flambagem - [Mpa]	Redução da P _{CRIT} %	Profundidade Máxima de Operação [m]
0	0	27,08	-	2683,0
1	1,34 & 1,005	20,97	22,6%	2075,4
2	4,02 & 1,02	18,37	32,2%	1816,8
3	5,36 & 1,03	16,23	40,1%	1604,0
4	6,7 & 1,05	14,77	45,5%	1458,8

Ao contrário do que intuitivamente seria plausível de se esperar, o efeito das falhas acopladas não veio a amplificar o fenômeno de flambagem no casco resistente. A Figura 81 faz uma comparação dos efeitos das falhas geométricas aplicadas de forma individual e também sobrepostas no casco resistente.

Figura 81: Redução da Pressão Crítica de Flambagem devido aos erros geométricos aplicados

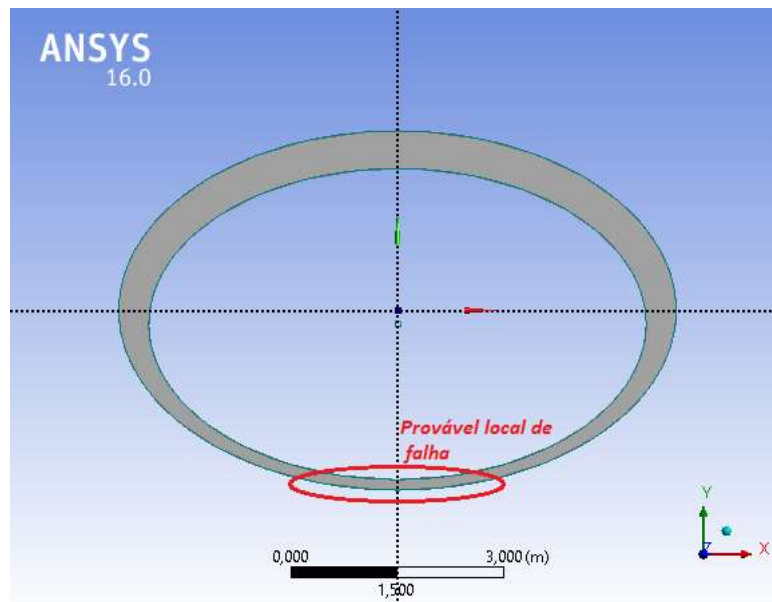


Fonte: Autor

Uma das hipóteses para esse comportamento, ao invés de uma amplificação dos resultados devido a atuação conjunta dos dois erros, é o fato de a excentricidade ter sido aplicada fora da região de provável flambagem devido ao erro de conformação oval (Figura 80), ou vice e versa.

Se, porém, os erros geométricos fossem adicionados ao casco em certas regiões, de forma a combinar os locais preferenciais para a ocorrência da falha (Figura 83), as reduções nas pressões críticas à flambagem poderiam, eventualmente, apresentar uma amplificação no fenômeno em questão, reduzindo ainda mais a pressão crítica para ocorrência da flambagem.

Figura 82: Alteração no local de aplicação da excentricidade e provável local de falha devido sobreposição dos erros geométricos



Fonte: Autor

8 CONCLUSÃO

Neste trabalho buscou-se caracterizar a influência que, pequenos erros geométricos, adicionados na estrutura do casco resistente de submarinos durante os processos de fabricação possuem na resistência estrutural do casco.

O modo de falha governante em um submarino quando em operação de imersão é a flambagem, sendo causada pela ação da pressão hidrostática no casco e vindo a ocorrer de forma instantânea. Os erros geométricos introduzidos na estrutura do casco foram analisados através de simulações computacionais.

O primeiro erro analisado foi a excentricidade das circunferências que formam o anel do casco, o qual ocasiona uma redução na espessura da chapa em um dos bordos. O segundo erro analisado foi a ovalização do casco, onde é mantida constante a espessura da chapa em toda a circunferência.

A inclusão desses erros representou uma redução da pressão crítica à ocorrência da flambagem no casco resistente de 51,4% referente a excentricidade de 6,7mm e 38,9% referente a ovalização com razão a/b de 1,05. Isso, conseqüentemente, acarretou numa drástica redução na capacidade máxima de imersão do submarino, o que caracteriza seu principal requisito operacional.

A mesma análise foi realizada com os erros sendo simultaneamente aplicados ao casco resistente. Os resultados, ao contrário do que se esperava, não apresentaram uma amplificação dos efeitos na pressão crítica de flambagem, permanecendo, em todos os casos, com um valor intermediário entre os dois erros quando analisados de forma isolada.

Para trabalhos futuros recomenda-se a análise do casco resistente sob diferentes combinações dos erros estruturais, sendo estes aplicados em diferentes regiões do anel de forma a sobreponem seus efeitos.

REFERÊNCIAS

- ASM INTERNACIONAL (Society for Materials Engineers and Scientists). The Materials Information Society (Org.). *Worldwide Guide to Equivalent Irons and Steels*. 5. ed. United States of America: Asm Internacional, 2006.
- BARBOSA, Geraldo Magela. *Processo de Dobramento de Chapas Metálicas*. Exacta, São Paulo, v. 7, n. 1, p.1-12, mar. 2009.
- BOGOSIAN Neto, Sdepan. *Projeto de Concepção de um Navio Patrulha de Formas não Convencionais com características Submersíveis: Viabilidade e Manobrabilidade*. 2005. 390 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.
- CALLISTER, William D. *Materials science and engineering: an introduction*. New York: J. Wiley, 1991.
- CHANG, W. J. Y. *Estudo de Flambagem em Colunas de Plataformas Semissubmersíveis*. 2012. 116 f. Monografia (Graduação) - Curso de Engenharia Naval e Oceânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.
- CONSTOCK, J. P., Principles of Naval Architecture, The Society of Naval Architects and Marine Engineers, N. Y., 1967
- FONSECA, E. M. M.; Oliveira, C. A. M.; Melo, F. Q. *Fenômenos de Instabilidade em Elementos Tubulares Submetidos à Compressão*. Revista de Mecânica Experimental. 2005.
- GENTIL, Vicente. *Corrosão*. 3. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 1996.
- GUERRA, Yapery T. B. *A Evolução Técnica do Submarino*. São Paulo: Escritório Técnico de Construção Naval, 1964.
- HELLER, S. R. “*A Personal Philosophy of Structural Design of Submarine Pressure Hulls*”, Naval Engineers Journal, v. 74, n.2, pp. 223-233, May 1962.
- KOPAVNICK, Teilor Maciel. *Comportamento Estrutural de Cascos Resistentes de Submarinos: Uma Análise de Fadiga*. 2006. 317 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Naval e Oceânica, Fundação Coordenação de Projetos, Pesquisas e Estudos Tecnológicos, Rio de Janeiro, 2006.
- LINS JUNIOR, Amilton de Sousa. *Avaliação das Propriedades Mecânicas de Juntas Soldadas de Aço HY-80*. 2013. 108 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica e Tecnologia de Materiais, Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Rio de Janeiro, 2013.
- MACKAY, John R. *Structural Analysis and Design of Pressure Hulls: The State of the Art and Future Trends*. Atlanta: Defence R&d Canada – Atlantic, 2007.
- MASUBUCHU, Koichi. *Analysis of Welded Structures*. New York: Pergammon Press, 1980.
- RADHA, P.; RAJAGOPALAN, K. *Ultimate strength of submarine pressure hulls with failure governed by inelastic buckling*. Elsevier, Chennai, p.1-5, 7 mar. 2016.

ROSS, Carl T. F. *Pressure Vessels: External Pressure Technology*. 2. ed. Cambridge: Woodhead Publishing In Materials, 2011.

SEVERINO, Antonio Joaquim. *Metodologia do trabalho científico*. 23. ed. São Paulo: Cortez, 2007.

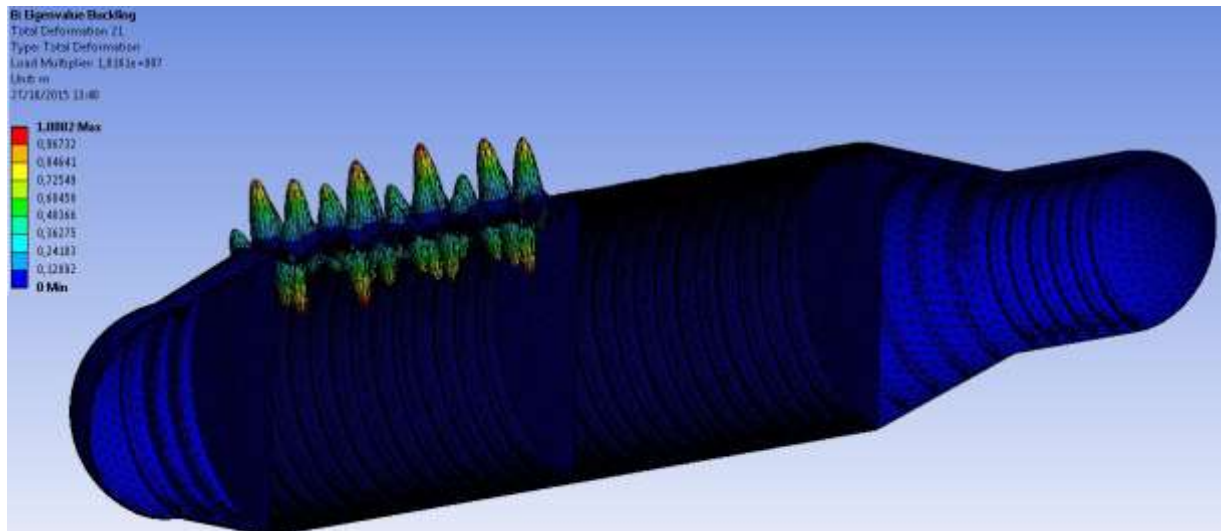
SREELATHA P.R.; MATHAI, Alice. *Linear and Nonlinear Buckling Analysis of Stiffened Cylindrical Submarine Hull*. Kothamangalam, International Journal of Engineering Science and Technology (ijest). Jun. 2012.

TOMASIN, Fabíola; TANCREDI, Thiago Pontin. *Imperfections' influence in the structural resistance of submarines*. In: ESSS Conference & Ansys Users Meeting, 1., 2014, São Paulo. Apresentação de Trabalho/Conferência ou palestra. São Paulo: ESSS, 2014. p. 1 - 24.

ZIEMIAN, Ronald D. *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*. 6. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2010.

ANEXOS

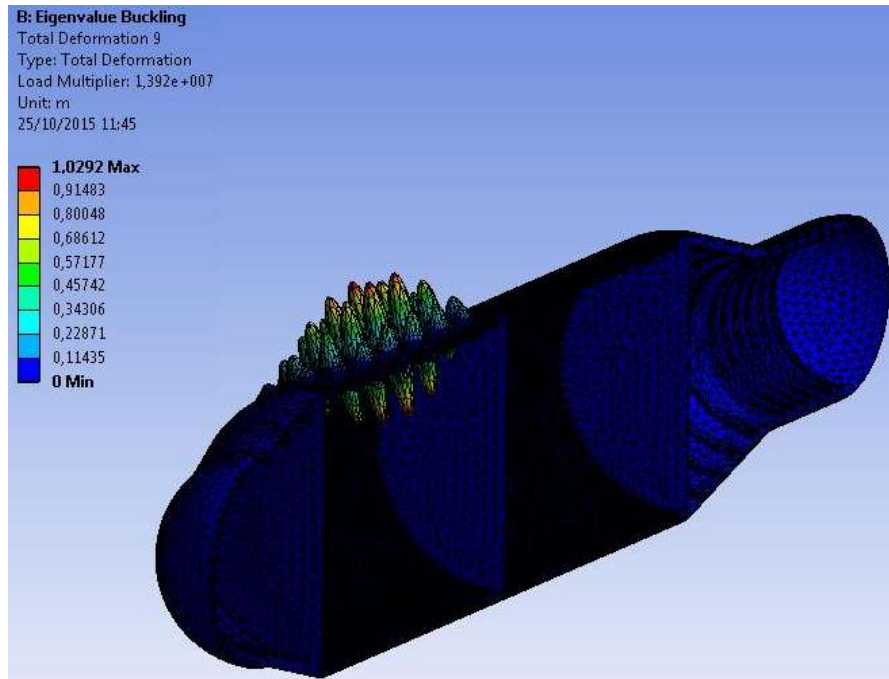
ANEXO A – 21° modo de flambagem do casco resistente com uma excentricidade de 4,02 mm

Figura 83: 21° modo de flambagem do Casco Resistente com $e = 4,02mm$ 

Fonte: Autor

ANEXO B – 9º modo de flambagem do casco resistente para uma excentricidade de 6,7 mm

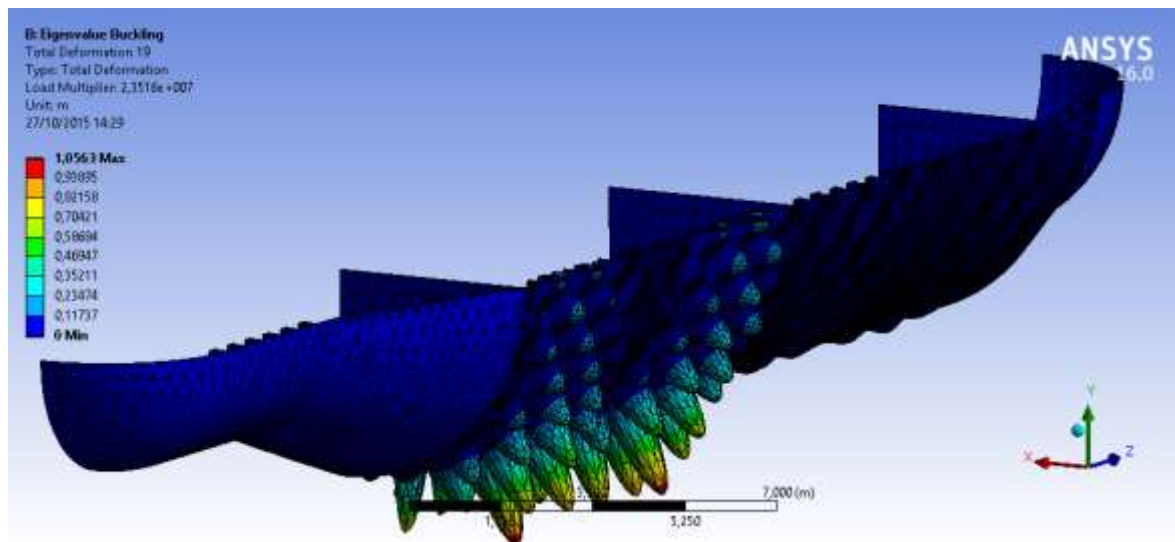
Figura 84: 9º modo de flambagem do Casco Resistente com $e = 6,7\text{mm}$



Fonte: Autor

ANEXO C – 19º modo de flambagem do casco resistente para uma ovalização com razão $a/b=1,03$

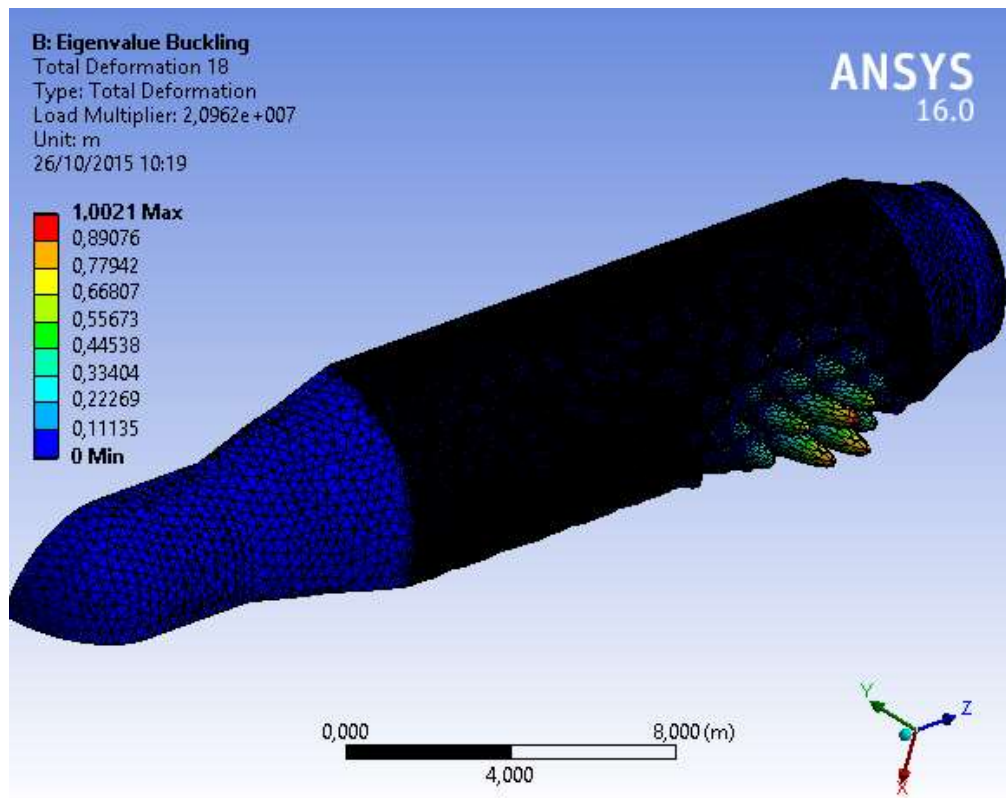
Figura 85: 19º Modo de Flambagem da seção do casco resistente para razão $a/b=1,03$



Fonte: Autor

ANEXO D – 19° modo de flambagem do casco resistente para uma ovalização com razão $a/b=1,05$

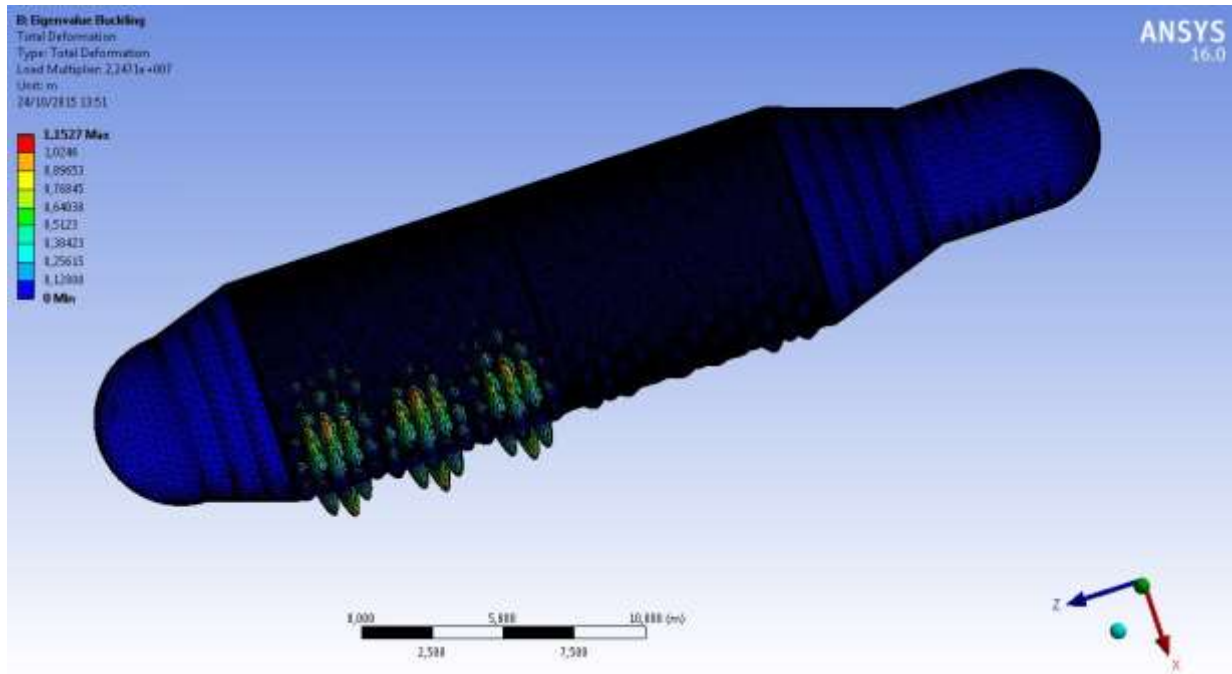
Figura 86: 18° Modo de flambagem da seção do casco resistente para razão $a/b=1,05$



Fonte:

ANEXO E – 21° modo de flambagem do casco resistente para uma excentricidade de 1,34 mm associado a uma ovalização com razão $a/b=1,005$

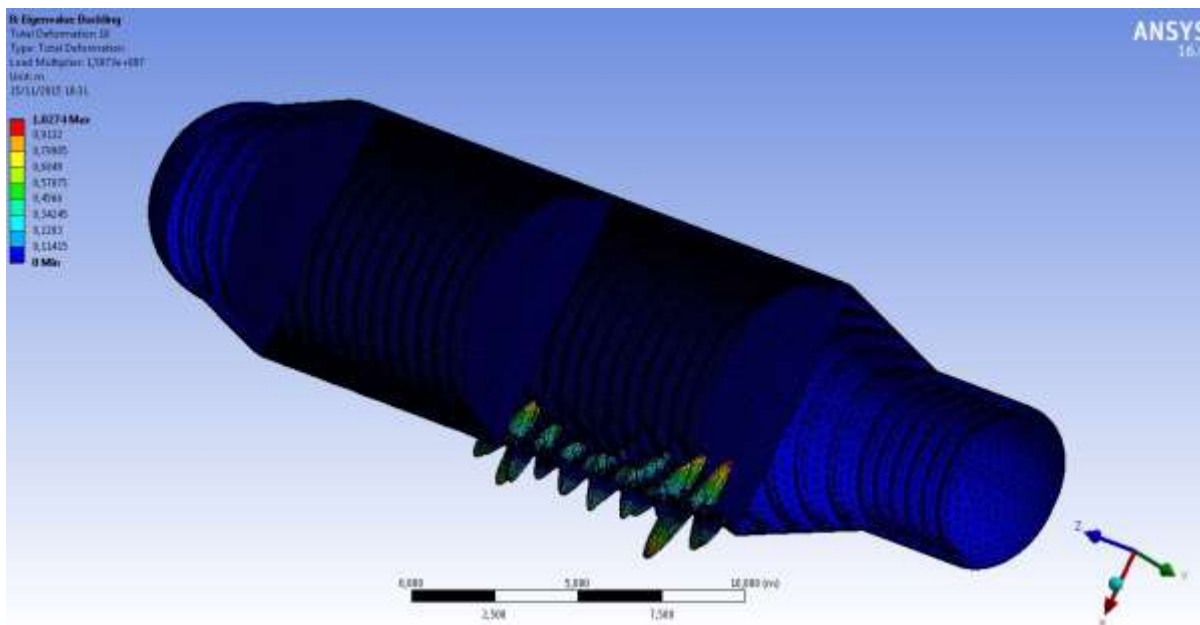
Figura 87: 21° Modo de flambagem do casco resistente para $e = 1,34\text{mm}$ e razão $a/b=1,005$



Fonte: Autor

ANEXO F – 10° modo de flambagem do casco resistente para uma excentricidade de 6,7 mm associado a uma ovalização com razão $a/b = 1,05$

Figura 88: 10° Modo de flambagem do casco resistente para $e = 6,7$ mm e razão $a/b = 1,05$



Fonte: Autor