



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMA PARA DIMENSIONAMENTO
DE PILARES COM MOMENTOS MÍNIMOS E FLEXÃO COMPOSTA
NORMAL**

ALESSANDRA DE BRIDA CORAL

ORIENTADOR: DANIEL DOMINGUES LORIGGIO, DR.

FLORIANÓPOLIS

2015

ALESSANDRA DE BRIDA CORAL

ALESSANDRA DE BRIDA CORAL

**DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMA PARA DIMENSIONAMENTO
DE PILARES COM MOMENTOS MÍNIMOS E FLEXÃO COMPOSTA
NORMAL**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para obtenção do diploma de graduação em Engenharia Civil.

Orientador: Daniel Domingues Loriggio, Dr.

FLORIANÓPOLIS

2015

ALESSANDRA DE BRIDA CORAL

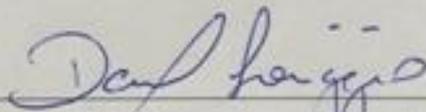
**DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMA PARA DIMENSIONAMENTO
DE PILARES COM MOMENTOS MÍNIMOS E FLEXÃO COMPOSTA
NORMAL**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para a obtenção do título de "Bacharel em Engenharia Civil", e aprovado na sua forma final pelo curso de graduação em Engenharia Civil, da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 25 de novembro de 2015.

Prof. Luiz Alberto Gomez, Dr.
Coordenador do Curso de Engenharia Civil da UFSC.

Banca examinadora:



Daniel Domingues Loriggio, Dr.
(orientador)

Departamento de Engenharia Civil, UFSC.

Professor: Narbal Ataliba Marcellino, Dr.
Departamento de Engenharia Civil, UFSC.

Engenheiro: Rodrigo Broering Koerich, M. Sc.
AltoQi

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por tantas bênçãos e pela alegria de viver.

Aos meus pais, Sandro e Vanilza, por todo apoio, mesmo de longe, todos esses anos sempre me incentivando a dar o melhor de mim, e me ajudando a superar todas as dificuldades encontradas neste caminho, sempre me mostrando que todo esforço vale a pena.

Ao meu irmão Julio, por sempre acreditar em mim e estar ao meu lado.

Ao Felipe, meu amor, meu namorado, meu melhor amigo, que sempre esteve ao meu lado, apoiando-me desde o início desta jornada, com muita paciência e sabedoria, aconselhando-me, e me fazendo rir nos momentos em que mais precisei.

Ao meu orientador Daniel, por todo conhecimento adquirido como professor, e principalmente como orientador.

RESUMO

Este presente trabalho trata do estudo de dimensionamento de pilares sujeitos a momentos mínimos e a flexão composta normal. Foi desenvolvido um programa, na linguagem de programação Xojo, que auxilia no dimensionamento destes lances de pilares. A partir dos esforços solicitantes, o programa fornece o gráfico com o traçado da envoltória de momentos mínimos de 1ª e de 2ª, e os pontos de momento de topo e base do pilar, junto com o ponto de momento fletor entre o topo e a base do pilar, quando existir.

O programa fornece, também, os valores dos esforços finais para o dimensionamento, que é feito utilizando ábacos e também o programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0.

Neste trabalho, também são apresentados uma série de exemplos, compostos por lances de pilares de diversas geometrias e esforços normais.

Palavras-chave: Xojo, momentos mínimos, dimensionamento de pilares, envoltória de momentos dos pilares.

SUMÁRIO

RESUMO	5
1. INTRODUÇÃO	8
1.1. Considerações iniciais.....	8
1.1.1. Descrição do problema.....	8
1.2. Objetivos	9
1.2.1. Objetivo principal.....	9
1.2.2. Objetivos específicos.....	9
1.3. Justificativa	10
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	11
2.1. Pilares.....	11
2.2. Dimensionamento de pilares	11
2.3. Ações	13
2.4. Imperfeições geométricas	14
2.4.1. Imperfeições globais	14
2.4.2. Imperfeições locais.....	15
2.5. Verificação dos momentos mínimos	16
2.5.1. Momentos mínimos de 1ª ordem	21
2.5.2. Momentos mínimos de 2ª ordem	23
2.6. Determinação da armadura através de ábacos.....	26
2.7. Determinação da armadura através do programa GAP-Pilar MRd v1.0.....	29
2.8. Flexão Composta.....	31
3. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA	32
3.1. Xojo	32
3.2. Dados do pilar	34
3.3. Momentos mínimos de 1ª ordem.....	34

3.4. Esbeltez	35
3.5. Momentos mínimos de 2ª ordem.....	37
3.6. Dimensionamento e momentos resistentes	38
3.7. Flexão Composta Normal	47
4. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	52
4.1. Exemplos de traçados de envoltórias.....	52
4.1.1. Exemplo 1	52
4.1.2. Exemplo 2.....	64
4.2. Exemplos de flexão composta normal.....	70
4.2.1. Exemplo 1	70
4.2.2. Exemplo 2.....	77
4.2.3. Exemplo 3.....	84
4.2.4. Exemplo 4.....	91
4.2.5. Exemplo 5.....	97
4.2.6. Exemplo 6.....	103
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÃO	109
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	111
APÊNDICES	113
Apêndice A - Programa Momentos Mínimos.....	113
Apêndice B - Programa Envoltória Resistente	123
Apêndice C - Programa Flexão Composta Normal.....	126
ÍNDICE DE FIGURAS.....	137
ÍNDICE DE TABELAS.....	141

1. INTRODUÇÃO

1.1. Considerações iniciais

A forma de se realizar cálculos estruturais foi se modificando com o passar do tempo. Antigamente, esses cálculos eram todos feitos a mão, e exigia um grande conhecimento por parte do engenheiro para que fossem utilizados em grandes obras. Atualmente, o uso de softwares para essa área da engenharia se faz presente em praticamente todos os projetos estruturais.

Com esse aumento do uso de programas computacionais para realização de projetos estruturais, cresce também o risco de erros. Com essa aparente facilidade em elaborar um projeto, alguns profissionais simplesmente inserem os dados de sua estrutura, sem se preocupar muito com a forma em que tais cálculos serão realizados.

É de extrema importância o conhecimento teórico de Engenheiros Civis que trabalham na área de estruturas, para que se evite o máximo possível erros de cálculos, e que se saiba analisar os resultados que são fornecidos por tais programas.

O trabalho faz um estudo sobre o dimensionamento de pilares com a consideração de momentos mínimos, conforme prescrição da NBR6118/2014 - Projeto de estruturas de concreto, com o uso de ferramentas computacionais. Para tanto, foi elaborado um programa na linguagem de programação Xojo.

1.1.1. Descrição do problema

Pilares com momentos mínimos são tratados no item 11.3.3.4.3 na NBR6118/2014, onde descreve que nas estruturas reticuladas usuais admite-se que o efeito das imperfeições locais esteja atendido se for respeitado o valor de momento total mínimo.

Sabe-se que, na prática, um elemento estrutural não é perfeitamente retilíneo. No item 11.3.3.4.2 da NBR6118/2014, comenta-se sobre as imperfeições locais em elementos estruturais, e diz que "no caso de dimensionamento ou verificação de um lance de pilar, deve ser considerado o efeito do desaprumo ou da falta de retilineidade do eixo do pilar".

A este momento mínimo de 1ª ordem, deverão ser acrescentados os momentos de 2ª ordem, se necessário, nos lances de pilar que não se mantiveram no limite de esbeltez estabelecido pela norma.

Através da linguagem de programação Xojo, o programa desenvolvido irá calcular os momentos mínimos de 1ª e 2ª ordem (se necessário), e traçará a envoltória de momentos mínimos do pilar, juntamente com os pontos de momentos solicitantes na flexão composta normal. O seu dimensionamento será através dos ábacos e uso da prescrição da NBR6118/2014. Será utilizado também um programa desenvolvido pelo orientador.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo principal

Desenvolver estudos sobre pilares dimensionados com a consideração dos momentos mínimos e submetidos a flexão composta normal com o uso de programa computacional desenvolvido especialmente com essa finalidade.

1.2.2. Objetivos específicos

- Estudo das prescrições normativas e dos principais métodos de dimensionamento de pilares;
- Desenvolver um programa na linguagem Xojo para aplicar os métodos estudados a resolução de pilares de seção retangular, com armadura simétrica, e índice de esbeltez menor ou igual a 90, com a consideração dos momentos mínimos e flexão composta normal;
- Utilizar os um dos métodos simplificados para cálculo dos efeitos de segunda ordem proposto pela NBR6118/2014;
- Analisar as envoltórias de momentos atuantes em pilares, verificando as indicações de norma.

1.3. Justificativa

Na área da Engenharia Civil, o uso do computador e de softwares é algo relativamente recente. Porém, essa falta de tecnologia nunca impediu que se fosse construída grandes obras de construção civil, de todos os tipos, inclusive de concreto armado.

Apesar de existirem simplificações e tabelas que auxiliam no cálculo manual de estruturas de concreto armado, num tempo admissível, e com a obtenção de resultados satisfatórios levando-se em consideração a segurança e a economia, o uso correto e consciente da tecnologia computacional pode-se reduzir muito o tempo de cálculo de estruturas e eliminar alguns erros decorrentes do cálculo manual.

Além disso, pode-se utilizar outras teorias para elaborar procedimentos de cálculo que antes eram inviáveis por serem extremamente demorados se feitos a mão.

Outro recurso importante, é a possibilidade de testar várias situações de projeto num tempo reduzido, para escolha da mais adequada.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Pilares

Segundo a NBR6118/2014, item 14.4.1.2, pilares são "Elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes." São considerados pilares quando a maior dimensão da seção transversal não ultrapasse cinco vezes a menor dimensão. Se esta condição não se aplicar, o pilar é considerado pilar-parede.

A norma dispõe, ainda, na seção 17, critérios para se determinar os esforços resistentes de elementos lineares sujeitos a solicitações normais, como pilares, vigas e tirantes.

2.2. Dimensionamento de pilares

Segundo a NBR6118/2014 "o dimensionamento das armaduras longitudinais deve conduzir a um conjunto de esforços resistentes (N_{Rd}, M_{Rd}) que constituam envoltória dos esforços solicitantes (N_{Sd}, M_{Sd}) determinados na análise estrutural".

Em seu item 17.2.2, a NBR6118/2014, descreve as hipóteses básicas que devem ser consideradas na análise dos esforços resistentes de uma seção de viga ou pilar:

"a) as seções transversais se mantêm planas após a deformação;

b) a deformação das barras passivas aderentes ou o acréscimo de deformação das barras ativas aderentes em tração ou compressão deve ser a mesma do concreto em seu entorno, ou seja, existe a solidariedade entre os materiais concreto e aço, ambos deformando simultaneamente;

c) para armaduras ativas não aderentes, na falta de valores experimentais e de análises não lineares adequadas, os valores do acréscimo das tensões para estruturas usuais de edifícios estão apresentados a seguir, devendo ainda ser divididos pelos devidos coeficientes de ponderação:

— para elementos com relação vão/altura útil igual ou menor que 35:

$$\Delta\sigma_p = 70 + f_{ck}/100\rho_p, \text{ em megapascal, não podendo ultrapassar 420 MPa}$$

— para elementos com relação vão/altura útil maior que 35:

$$\Delta\sigma_p = 70 + f_{ck}/300\rho_p, \text{ em megapascal, não podendo ultrapassar 210 MPa}$$

Onde

$$\rho_p = \frac{A_p}{b_c d_p} \quad (1)$$

Onde

$\Delta\sigma_p$ e f_{ck} são dados em megapascal (MPa);

ρ_p é a taxa geométrica da armadura ativa;

b_c é a largura útil da mesa de compressão;

d_p é a altura útil referida à armadura ativa;

d) as tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas no ELU;

e) a distribuição de tensões no concreto é feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo, definido em 8.2.10.1, com tensão de pico igual a 0,85 fcd, com fcd definido em 12.3.3. Esse diagrama pode ser substituído pelo retângulo de profundidade $y = \lambda x$, onde o valor do parâmetro λ pode ser tomado igual a:

$$\lambda = 0,8, \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}; \text{ ou}$$

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400, \text{ para } f_{ck} > 50 \text{ MPa}.$$

E onde a tensão constante atuante até a profundidade y pode ser tomada igual a:

$\alpha_c f_{cd}$, no caso da largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida;

$$0,9\alpha_c f_{cd}, \text{ no caso contrário.}$$

sendo α_c definido como:

Para concretos de classes até C50, $\alpha_c = 0,85$

Para concretos de classes de C50 até C90, $\alpha_c = 0,85 \cdot [1,0 - (f_{ck} - 50)/200]$

As diferenças de resultados obtidos com esses dois diagramas são pequenas e aceitáveis, sem necessidade de coeficiente de correção adicional.

f) a tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos diagramas tensão-deformação, com valores de cálculo definidos em 8.3.6 e 8.4.5.

g) o estado-limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios definidos na Figura 17.1 da NBR6118/2014, que apresenta os domínios de estado-limite último de uma seção transversal."

Satisfazendo essas hipóteses básicas, pode-se dimensionar o pilar no método escolhido. Para esse caso, se fará o uso de ábacos, e do programa criado no Xojo.

2.3. Ações

Segundo Scadelai e Pinheiro (2005), nas estruturas usuais, o caminho das cargas se inicia nas lajes, seguem para as vigas e, finalmente, para os pilares, que as conduzem até a fundação.

As lajes iniciam o processo de recebimento das cargas permanentes, como o peso próprio e revestimentos, e das cargas variáveis (pessoas, máquinas, equipamentos etc.), em seguida as transmitem para as vigas de apoio.

As vigas, além do peso próprio e das cargas das lajes, podem receber cargas de paredes dispostas sobre elas e de cargas concentradas provenientes de outras vigas, levando todas essas cargas para os pilares em que estão apoiadas.

Os pilares recebem as cargas dos pavimentos superiores, acumulam as reações das vigas em cada andar e conduzem esses esforços até as fundações.

Nos edifícios com dois ou mais pavimentos, para cada pilar com mais de um tramo, e no nível de cada andar, obtém-se o subtotal de carga atuante, desde a cobertura até os pavimentos inferiores. Essas cargas, no nível de cada andar, são utilizadas para dimensionamento dos lances do pilar. A carga total é usada no projeto de fundação.

Para o dimensionamento dos elementos de uma estrutura, deve-se combinar as ações atuantes. A NBR6118/2014, descreve em seu item 11.8.1: " Um carregamento é definido pela combinação das ações que têm probabilidades não desprezíveis de atuarem simultaneamente sobre a estrutura, durante um período preestabelecido.

A combinação das ações deve ser feita de forma que possam ser determinados os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura."

Dessa forma, para cada ação aplicada, a estrutura se comporta de uma maneira diferente. O dimensionamento, portanto, deve ser realizado de modo que resista a todas as combinações de ações.

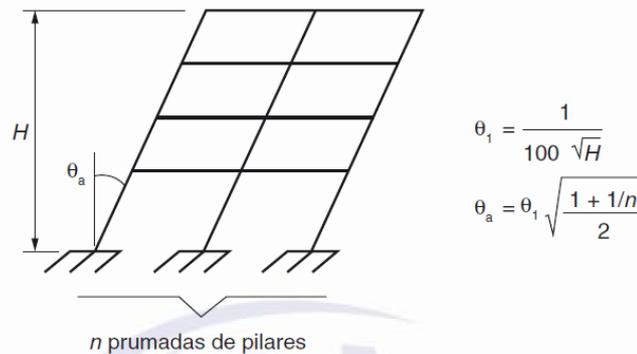
2.4. Imperfeições geométricas

O item 11.3.3.4 da NBR6118/2014, diz que "Na verificação do estado-limite último das estruturas reticuladas, devem ser consideradas as imperfeições geométricas do eixo dos elementos estruturais da estrutura descarregada. Essas imperfeições podem ser divididas em dois grupos: imperfeições globais e imperfeições locais."

2.4.1. Imperfeições globais

Segundo a norma, a análise global das estruturas, contraventadas ou não, deve se considerar um desaprumo dos elementos verticais.

Figura 1 - Imperfeições geométricas globais



Fonte: NBR6118/2014

"Onde

$\theta_{1min} = 1/300$ para estruturas reticuladas e imperfeições locais;

$\theta_{1max} = 1/200$;

$H =$ altura total da edificação, expressa em metros (m);

n = número de prumadas de pilares no pórtico plano.

"Para edifício com predominância de lajes lisas ou cogumelo, considerar $\theta_a = \theta_1$.

Para pilares isolados em balanço, deve-se adotar $\theta_1 = 1/200$.

A consideração das ações de vento e desaprumo deve ser realizada de acordo com as seguintes possibilidades:

a) Quando 30% da ação do vento for maior que a ação do desaprumo, considera-se somente a ação do vento.

b) Quando a ação do vento foi inferior a 30% da ação do desaprumo, considera-se somente o desaprumo respeitando a consideração de $\theta_{1mín}$, conforme definido acima.

c) Nos demais casos, combina-se a ação do vento e desaprumo, sem necessidade da consideração do $\theta_{1mín}$. Nessa combinação, admite-se considerar ambas as ações atuando na mesma direção e sentido como equivalentes a uma ação do vento, portanto como carga variável, artificialmente amplificada para cobrir a superposição.

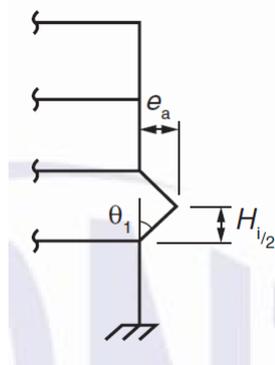
A comparação pode ser feita com os momentos totais na base da construção e em cada direção e sentido da aplicação da ação do vento, com desaprumo calculado com θ_a , sem a consideração do $\theta_{1mín}$.

O desaprumo não precisa ser considerado para os Estados Limites de Serviço."

2.4.2. Imperfeições locais

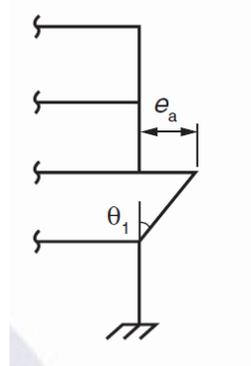
Segundo a NBR6118/2014, para dimensionamento ou verificação de um lance de pilar, deve-se considerar o efeito do desaprumo ou a falta de retilineidade do eixo do pilar.

Figura 2 - Falta de retilidade do eixo do pilar



Fonte: NBR6118/2014

Figura 3 - Falta de desaprumo do pilar



Fonte: NBR6118/2014

A norma descreve ainda, no item 11.3.3.4.2, que nos casos de estruturas reticuladas usuais, é suficiente apenas a consideração da falta de retilidade ao longo do lance do pilar.

2.5. Verificação dos momentos mínimos

Segundo Bastos (2015), para efeito de projeto, os pilares dos edifícios seguem a seguinte classificação: pilares intermediários (centrais), pilares de extremidade e pilares de canto. A cada uma dessas classificações corresponde uma situação diferente de projeto.

Usualmente a verificação de momentos mínimos se aplica aos pilares centrais de uma edificação. Isso porque, segundo Bastos (2015), nestes pilares "considera-se a compressão centrada, na situação de projeto, pois como as lajes e vigas são contínuas sobre o pilar, pode-

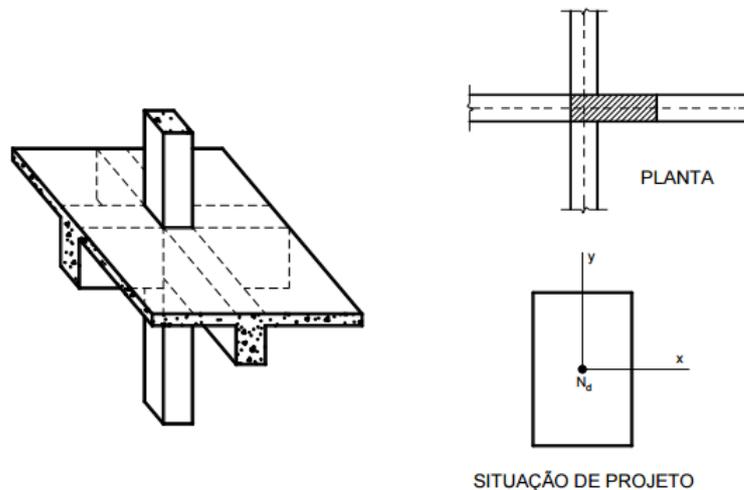
se admitir que os momentos fletores transmitidos ao pilar sejam pequenos e desprezíveis. Não existem, portanto, os momentos fletores M_A e M_B de 1ª ordem nas extremidades do pilar."

Estes pilares intermediários, podem até serem submetidos a flexão composta normal, porém estes momentos aplicados são de valores tão pequenos que o seu dimensionamento se faz necessário através dos momentos mínimos.

Hoje, com o uso de programas computacionais, a maioria dos pilares fazem parte da estrutura de contraventamento e estão submetidos à flexão composta oblíqua. Neste caso, apenas alguns pilares, nos pavimentos superiores, estarão submetidos a momentos fletores pequenos e deverão ser dimensionados com momentos mínimos.

Já alguns pilares que não fazem parte da estrutura de contraventamento podem ser considerados com compressão centrada.

Figura 4 - Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares intermediários



Fonte: BASTOS, 2015, p. 22

Ainda segundo Bastos (2015), geralmente os pilares de extremidade são os que se encontram posicionados nas bordas das edificações, podendo ser chamados de pilares laterais ou de borda. Em uma situação de projeto, o pilar de extremidade sofre flexão composta normal, decorrente da não continuidade da viga. Portanto, existem os momentos M_A e M_B de 1ª ordem em uma direção do pilar.

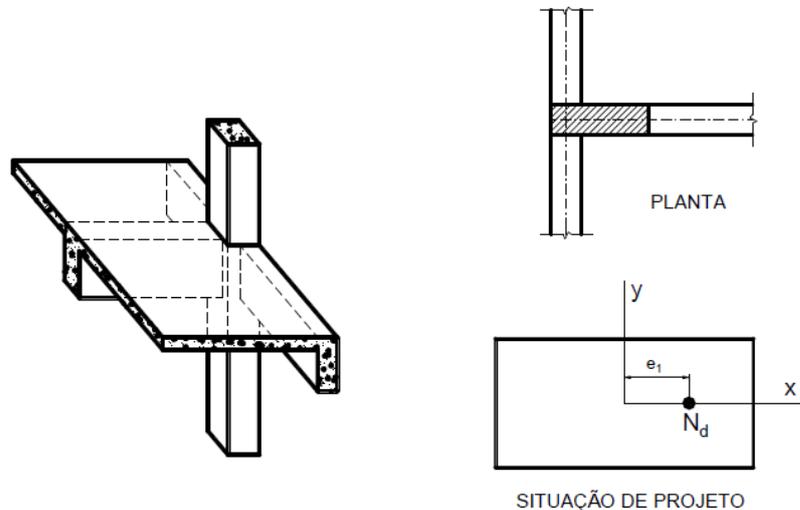
Bastos cita, ainda, que "o pilar de extremidade não ocorre necessariamente na borda da edificação, ou seja, pode ocorrer na zona interior de uma edificação, desde que uma viga não apresente continuidade no pilar."

Na direção principal x ou y do pilar, ocorrem excentricidades e_1 de 1ª ordem, nas seções de topo e de base, conforme as equações abaixo:

$$e_{1,A} = \frac{M_A}{N_d} \quad (2)$$

$$e_{1,B} = \frac{M_B}{N_d} \quad (3)$$

Figura 5 - Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares de extremidade



Fonte: BASTOS, 2015, p. 23

Os momentos fletores M_A e M_B são devidos aos carregamentos verticais sobre as vigas, e são obtidos através dos cálculos dos pilares em conjunto com as vigas, formando pórticos planos, ou, ainda, manualmente, de uma forma mais simples, aplicando-se as equações que Bastos (2015) apresenta, conforme roteiro sugerido pela norma:

$$M_{inf} = M_{eng} \frac{r_{inf}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}} \quad (4)$$

$$M_{sup} = M_{eng} \frac{r_{sup}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}} \quad (5)$$

Onde

M_{eng} = momento fletor de engastamento perfeito na ligação entre a viga e o pilar;

$r = I/\ell =$ índice de rigidez relativa;

$I =$ momento de inércia da seção transversal do pilar na direção considerada;

$\ell =$ vão efetivo do tramo adjacente da viga ao pilar extremo, ou comprimento de flambagem do pilar.

Nos pilares de edifícios de pavimentos, deve-se considerar a superposição dos efeitos das vigas dos diferentes níveis (conforme figura 6) na determinação dos momentos fletores de 1ª ordem. Considerando, por exemplo, o lance do pilar compreendido entre os pavimentos i e $i + 1$, os momentos fletores na base e o no topo do pilar são:

$$M_{base} = M_{sup,i} + 0,5M_{inf,i+1} \quad (6)$$

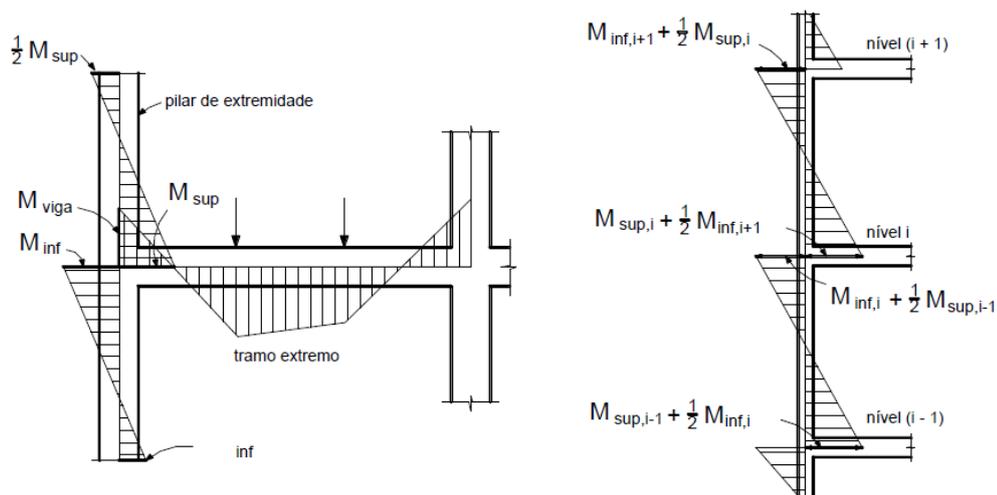
$$M_{topo} = M_{inf,i} + 0,5M_{sup,i+1} \quad (7)$$

Se os pavimentos i e $i + 1$ forem idênticos (pavimentos tipo), os momentos fletores na base e no topo serão conforme as equações abaixo:

$$M_{sup,i} = M_{inf,i+1}$$

$$M_{base} = M_{topo} = 1,5M_{sup,i} = 1,5M_{inf,i+1} \quad (8)$$

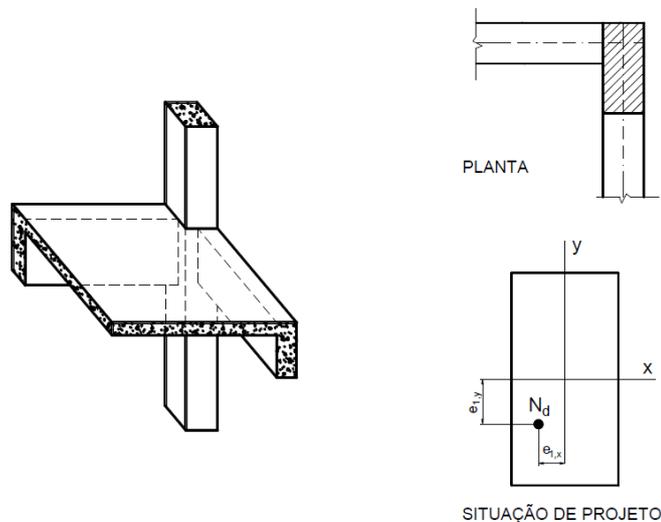
Figura 6 - Momentos fletores nos pilares de extremidade provenientes da ligação com a viga não contínua sobre o pilar



Fonte: Fusco (1981 apud BASTOS, 2015, p. 24)

Sobre a terceira classificação, os pilares de canto, segundo Bastos (2015), encontram-se geralmente posicionados nos cantos dos edifícios, conforme mostra a figura 7. Na situação de projeto, o pilar de canto é submetido a flexão composta oblíqua, decorrente da não continuidade das vigas apoiadas no pilar. Portanto, existem os momentos fletores M_A e M_B de 1ª ordem, nas duas direções principais do pilar (e_{1x} e e_{1y}). Esses momentos podem ser calculados do mesmo modo como apresentado anteriormente para pilares de extremidade.

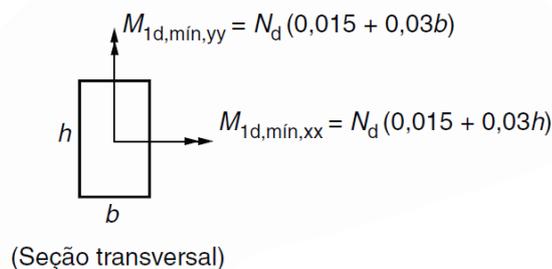
Figura 7 - Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares de canto



Fonte: BASTOS, 2015, p. 25

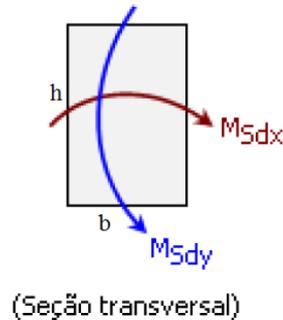
A NBR6118/2014 adota a convenção vetorial para representar os momentos atuando na seção transversal do pilar. Neste trabalho, adotou-se a convenção da tendência de giro, que também pode ser visualizada como uma excentricidade na direção do momento, que é diferente da adotada na norma, por perceber que ficaria melhor a visualização dos esforços atuantes.

Figura 8 - Simbologia de referência da NBR6118/2014



Fonte: NBR6118/2014

Figura 9 - Simbologia de referência adotada neste trabalho



Fonte: Elaborado pela autora

2.5.1. Momentos mínimos de 1ª ordem

A NBR6118/2014, em seu item 11.3.3.4.3, descreve que o efeito das imperfeições locais nos pilares, em estruturas reticuladas, pode ser substituído pela consideração do momento mínimo de primeira ordem, obtido pela expressão:

$$M_{1d,mín} = Nd (0,015 + 0,03h) \quad (9)$$

Onde

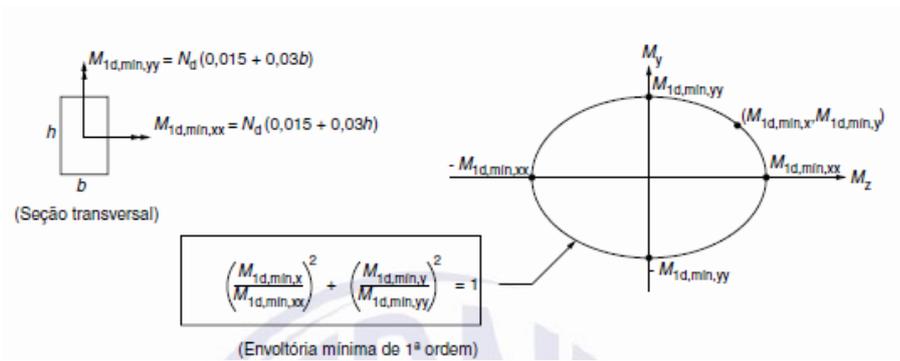
h = altura total da seção transversal na direção considerada, em metros.

Nd = força normal solicitante com o seu valor de cálculo, em kN.

Sendo respeitado esse valor de momento total mínimo, a norma admite, nas estruturas reticuladas usuais, que o efeito das imperfeições locais esteja atendido. Posteriormente, deverão ser acrescidos a este momento, os momentos de segunda ordem.

É possível se definir uma envoltória de momentos mínimos de 1ª ordem, tomada a favor da segurança, para pilares de seção retangular:

Figura 10 - Envoltória mínima de 1ª ordem



Fonte: NBR6118/2014

Como a convenção considerada neste trabalho, é diferente da adotada na norma, as equações indicadas na figura ficam sendo como:

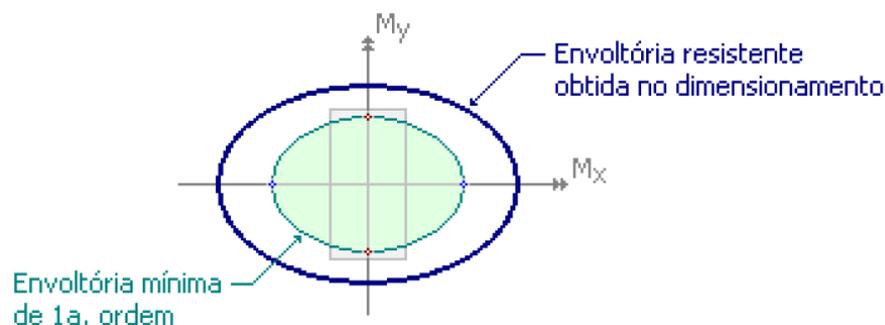
$$M_{1d,min,xx} = N_d(0,015 + 0,03b) \quad (10)$$

$$M_{1d,min,yy} = N_d(0,015 + 0,03h) \quad (11)$$

Também pelo fato de se estar usando uma convenção diferente da adotada na NBR6118/2014, haverá uma alteração no desenho da envoltória de momentos mínimos. Existe uma troca de eixos para a representação de M_x e M_y .

Neste caso, obtendo-se uma envoltória de momentos resistentes no dimensionamento adotado, que englobe a envoltória mínima de 1ª ordem, a verificação do momento mínimo pode ser considerada atendida.

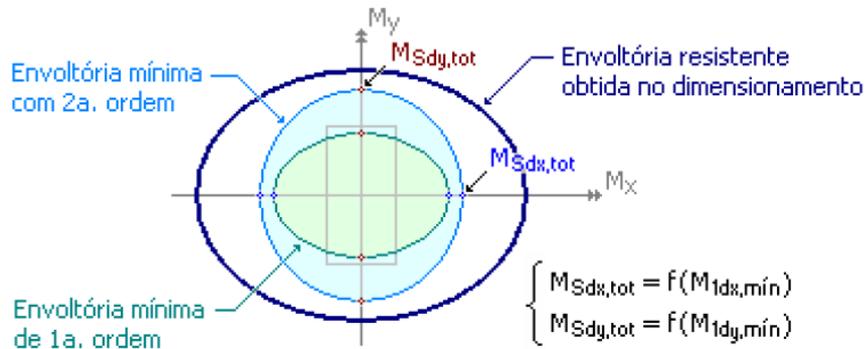
Figura 11 - Envoltória resistente aos momentos de 1ª ordem



Fonte: Comentários da NB-1 (2006)

Quando houver a necessidade de calcular os efeitos locais de 2ª ordem em alguma das direções do pilar, a envoltória de momentos resistentes deve englobar, também, a envoltória mínima de 2ª ordem.

Figura 12 - Envoltória resistente aos momentos de 2ª ordem



Fonte: Comentários da NB-1 (2006)

2.5.2. Momentos mínimos de 2ª ordem

Segundo os comentários técnicos da NB-1 (2006), os nós de uma estrutura, quando submetidos a ações das cargas verticais e horizontais, deslocam-se horizontalmente. Esses deslocamentos geram esforços de 2ª ordem, que são chamados efeitos globais de 2ª ordem. Por exemplo, um lance de pilar, que consiste em uma barra da estrutura, não mantém retilíneo seus respectivos eixos, fazendo com que apareça os efeitos locais de 2ª ordem, que inicialmente, afetam principalmente os esforços solicitantes ao longo do pilar.

O item 15.3 da NBR6118/2014 define que "A análise estrutural com efeitos de 2ª ordem deve assegurar que, para as combinações mais desfavoráveis das ações de cálculo, não ocorra perda de estabilidade nem esgotamento da capacidade resistente de cálculo.". Obrigatoriamente a não linearidade física, presente nas estruturas de concreto armado, deve ser considerada.

A NBR6118/2014 estabelece, em seu item 15.8.2, um limite de esbeltez em que se deve ou não considerar os efeitos locais de 2ª ordem, que são aqueles que se somam aos efeitos de 1ª ordem, quando a análise do equilíbrio passa a ser efetuada considerando a configuração deformada da estrutura. Quanto mais esbelto for o pilar, maior será a importância de sua consideração.

Admitindo-se um valor de esbeltez:

$$\lambda = \ell_e / i \quad (12)$$

Onde

ℓ_e = comprimento equivalente do elemento comprimido (pilar), supondo vinculação em ambas as extremidades. Este valor deve ser o menor dos seguintes valores:

$$\ell_e = \ell_0 + h \quad (13)$$

$$\ell_e = \ell \quad (14)$$

Onde

ℓ_0 = distância entre as faces internas dos elementos estruturais, supostos horizontais, que vinculam o pilar;

h = altura da seção transversal do pilar, medida no plano da estrutura em estudo;

ℓ = distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado.

Já o valor limite λ_1 é obtido a partir da seguinte equação:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5(e_1/h)}{\alpha_b} \quad (15)$$

Onde

$$35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

E onde o valor de α_b deve ser obtido conforme a seguir:

"a) para pilares biapoiados sem cargas transversais:

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40 \quad (16)$$

Sendo

$$1,0 \geq \alpha_b \geq 0,4$$

Onde

M_A e M_B são os momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar, obtidos na análise de 1ª ordem no caso de estruturas de nós fixos e os momentos totais (1ª ordem + 2ª ordem global) no caso de estruturas de nós móveis. Deve ser adotado para M_A o maior valor absoluto ao

longo do pilar biapoiado e para o M_B o sinal positivo, se tracionar a mesma face que M_A , e negativo, em caso contrário.

b) para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura:

$$\alpha_b = 1,0$$

c) para pilares em balanço:

$$\alpha_b = 0,80 + 0,20 \frac{M_C}{M_A} \geq 0,85 \quad (17)$$

Sendo

$$1,0 \geq \alpha_b \geq 0,85$$

Onde

M_A é o momento de 1ª ordem no engaste. E M_C é o momento de 1ª ordem no meio do pilar em balanço.

d) para pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo estabelecido em 11.3.3.4.3:

$$\alpha_b = 1,0''$$

Caso os efeitos de segunda ordem não possam ser desprezados, pode-se determiná-los através de alguns métodos que a NBR6118/2014 disponibiliza. Para o presente trabalho, será utilizado o método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada.

Este método é tratado no item 15.8.3.3.3 da NBR6118/2014, e pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com $\lambda \leq 90$, com seção retangular constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo. A não linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal. A não linearidade física deve ser considerada através de uma expressão aproximada de rigidez.

O momento total máximo no pilar deve ser calculado a partir da majoração do momento de 1ª ordem pela expressão:

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \kappa/v}} \geq M_{1d,A} \quad (18)$$

Para o valor da rigidez adimensional κ pode ser utilizada a expressão aproximada:

$$\kappa_{aprox} = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{Rd,tot}}{h N_d} \right) \nu \quad (19)$$

Onde

$$\nu = N_d / b \cdot h \cdot f_{cd};$$

h é a altura da seção na direção considerada;

ν é a força normal adimensional.

O momento $M_{1d,A}$ e o coeficiente α_b têm as mesmas definições apresentadas anteriormente. Sendo $M_{1d,A}$ o valor de cálculo de 1ª ordem do momento M_A .

Em um processo de dimensionamento, toma-se $M_{Rd,tot} = M_{Sd,tot}$. Em um processo de verificação, onde a armadura é conhecida, $M_{Rd,tot}$ é o momento resistente calculado com essa armadura e com $N_d = N_{Sd} = N_{Rd}$.

Este processo apresentado é iterativo. Usualmente, duas ou três iterações são suficientes quando se optar por um cálculo iterativo.

O processo aproximado, em um caso de dimensionamento, recai na formulação direta dada abaixo:

$$a \cdot M_{Sd,tot}^2 + b \cdot M_{Sd,tot} + c = 0 \quad (20)$$

Onde

$$a = 5 \cdot h \quad (21)$$

$$b = h^2 \cdot N_d - \frac{N_d \cdot \ell_e^2}{320} - 5 \cdot h \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \quad (22)$$

$$c = -N_d \cdot h^2 \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \quad (23)$$

$$M_{Sd,tot} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \quad (24)$$

2.6. Determinação da armadura através de ábacos

Para o presente trabalho, se fará uso dos ábacos para dimensionamento de seções retangulares de concreto armado à flexão composta normal, dos professores Kleyser Ribeiro, MSc e Daniel Domingues Loriggio, Dr.

Para a utilização dos ábacos, é necessário calcular os valores de v_d , μ_{dx} e μ_{dy} , conforme as equações:

$$v_d = \frac{N_d}{f_{cd} \cdot b \cdot h} \quad (25)$$

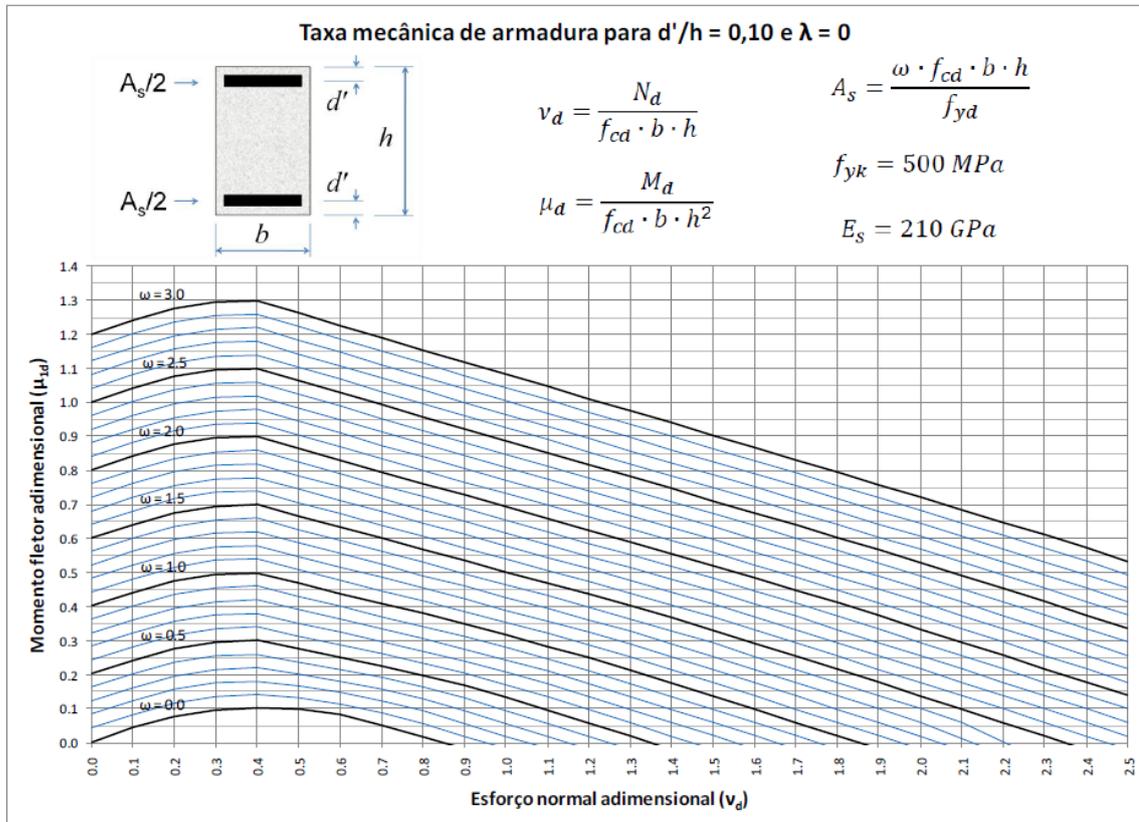
$$\mu_d = \frac{M_d}{f_{cd} \cdot b \cdot h^2} \quad (26)$$

Com esses valores determinados, encontra-se, através dos ábacos, um valor para ω , que aplicando na equação abaixo, chega-se a uma área de armadura necessária.

$$A_s = \frac{\omega \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h}{f_{yd}} \quad (27)$$

Abaixo segue exemplo de um dos ábacos que podem ser utilizados no dimensionamento. O ábaco da figura 13 corresponde a um valor de d'/h igual a 0,10.

Figura 13 - Ábaco para dimensionamento de pilares



Fonte: RIBEIRO (2011)

O dimensionamento é realizado na direção com menor dimensão do pilar, e é verificado na outra (maior dimensão do pilar). E deve ser feito para várias combinações de carregamento.

Com a determinação da armadura a ser utilizada no pilar, é possível traçar a envoltória resistente, e inseri-la no gráfico em que estão traçadas as envoltórias de momentos mínimos de 1ª e 2ª ordem. Deve-se garantir que a envoltória resistente tenha valores maiores que os outros valores em todos os pontos do gráfico. Ou seja, a envoltória resistente deve englobar todos os momentos indicados no gráfico. O procedimento para a obtenção da envoltória resistente é tratado no item 17.2.5 da NBR6118/2014.

Segundo a norma, nas situações de flexão oblíqua, simples ou composta, pode ser adotada a aproximação dada pela expressão de interação:

$$\left(\frac{M_{Rd,x}}{M_{Rd,xx}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_{Rd,y}}{M_{Rd,yy}}\right)^\alpha = 1 \quad (28)$$

Onde

" $M_{Rd,x}$ e $M_{Rd,y}$ são as componentes do momento resistente de cálculo em flexão oblíqua composta, segundo os dois eixos principais de inércia x e y, da seção bruta, com um esforço normal resistente de cálculo N_{Rd} igual à normal solicitante N_{Sd} . Esses são os valores que se deseja obter;

$M_{Rd,xx}$ e $M_{Rd,yy}$ são os momentos resistentes de cálculo segundo cada um dos referidos eixos em flexão composta normal, com o mesmo valor de N_{Rd} . Esses valores são calculados a partir do arranjo e da quantidade de armadura em estudo;

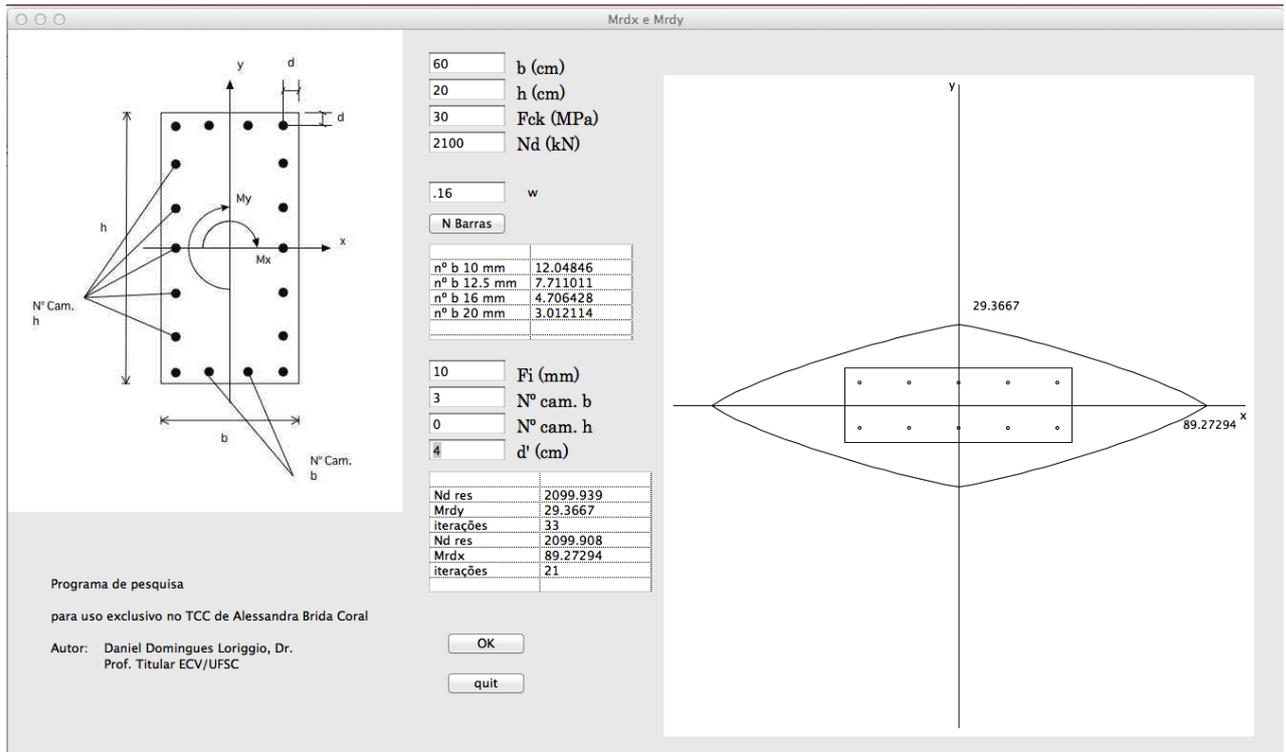
α é um expoente cujo valor depende de vários fatores, entre eles o valor da força normal, a forma da seção, o arranjo da armadura e de suas porcentagens. Em geral pode ser adotado $\alpha = 1$, a favor da segurança. No caso de seções retangulares, pode-se adotar $\alpha = 1,2$."

É importante ressaltar que os ábacos fornecem valores muito imprecisos, e que dificilmente é possível chegar ao valor exato de momento resistente. A análise de um ábaco por pessoas diferentes, por exemplo, podem dar resultados diferentes.

2.7. Determinação da armadura através do programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0

Foi desenvolvido pelo professor orientador Daniel Domingues Loriggio, Dr., para uso exclusivo deste trabalho, o programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0, desenvolvido no xoyo, e que fornece um resultado de momentos resistentes nas direções x e y de uma forma mais precisa que a utilização do ábaco.

Abaixo tem uma figura da janela do programa, com um exemplo devidamente executado:

Figura 14 - Programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0

Fonte: programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0 elaborado pelo orientador

Na parte de cima, tem a inserção dos dados da seção do pilar, do esforço normal de cálculo e do f_{ck} do concreto. Abaixo, se inserir um valor previamente encontrado no ábaco, a primeira tabela nos fornece um número de barras para cada diâmetro assinalado. Este é um valor aproximado do que seria necessário para a seção resistir aos esforços.

Escolhendo-se um arranjo considerado adequado para a seção, entra-se com o diâmetro da armadura longitudinal (ϕ), o número de camadas de armadura em cada lado da seção transversal, e o d' , considerando o cobrimento, o diâmetro do estribo, e o diâmetro da armadura longitudinal.

Com essas informações, e com um processo iterativo, o programa fornece o valor dos momentos resistentes nas direções principais x e y . E no desenho ao lado, tem-se o detalhamento da seção, conforme o número de barras adotado, e o desenho da envoltória de momentos resistentes.

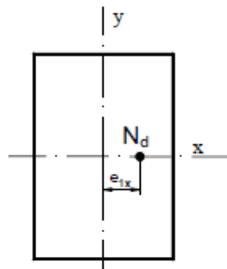
2.8. Flexão Composta

Segundo Bastos (2015), a flexão composta é a atuação conjunta de força normal e momento fletor sobre o pilar, e pode ocorrer dois casos: flexão composta normal (ou reta) e flexão composta oblíqua.

Na flexão composta normal existe a força normal e um momento fletor em uma direção, tal que $M_{dx} = e_{1x} \cdot N_d$.

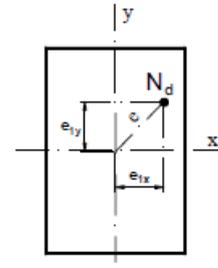
Na flexão composta oblíqua existe a força normal e dois momentos fletores, relativos às duas direções principais do pilar, tal que $M_{1d,x} = e_{1x} \cdot N_d$ e $M_{1d,y} = e_{1y} \cdot N_d$.

Figura 15 - Flexão composta normal



Fonte: BASTOS (2015)

Figura 16 - Flexão composta oblíqua



Fonte: BASTOS (2015)

Neste trabalho, serão dimensionados pilares submetidos apenas à flexão composta normal, e não à flexão composta oblíqua.

3. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA

3.1. Xojo

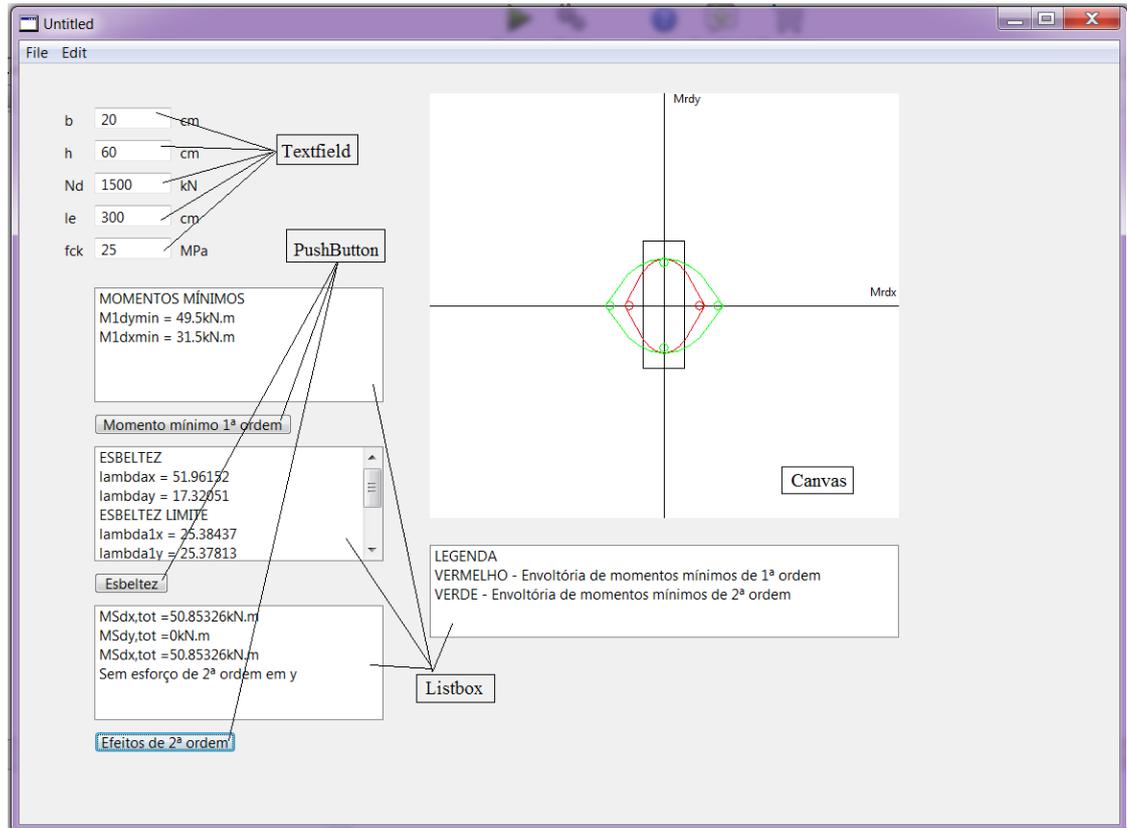
Xojo é uma linguagem moderna de programação, feito com um rico conjunto de objetos para interface de usuários.

Os objetos podem ser arrastados para a janela do programa, e deve-se atribuir funções a cada um deles.

Os principais objetos utilizados neste programa foram:

- "Textfield": campo de texto editável, onde se insere os dados para os cálculos posteriores;
- "Listbox": caixa de listagem rolável, usado para exibir uma ou mais colunas de informação. No caso deste programa, os resultados dos cálculos;
- "PushButton": botão simples que ativa os métodos inseridos nele. Ou seja, inicializa o processo de cálculo;
- "Canvas": para implementação gráfica. Utilizado para desenho e gráficos.

Figura 17 - Identificação dos objetos



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Para tornar a visualização melhor, foram criados três programas. O primeiro, calcula-se apenas os momentos mínimos de 1ª e 2ª ordens, traçando as envoltórias. O segundo, utiliza-se para o dimensionamento de pilares submetidos apenas a momentos mínimos. Além do cálculo dos momentos mínimos, com inserção do momento máximo de 2ª ordem no programa, e com o valor do d' estimado, tem-se os valores dos esforços adimensionais para a utilização dos ábacos no dimensionamento.

Ao se encontrar os valores dos momentos resistentes, este mesmo programa traça a envoltória de momentos resistentes.

O terceiro programa é igual ao segundo, porém com a adição do estudo de flexão composta normal, pode-se informar os momentos atuantes no topo e base do pilar, e o programa calcula o ponto intermediário, se existir, e insere estes pontos no gráfico, juntamente com as envoltórias mínimas, e logo depois é possível traçar a envoltória de momentos resistentes.

3.2. Dados do pilar

Inicialmente, para os cálculos do dimensionamento do pilar, na janela inicial do primeiro programa, deve-se entrar com os dados do pilar: Sua seção (base e altura) em centímetros, o esforço normal em kilonewtons, comprimento equivalente do lance em centímetros, o f_{ck} em megapascal.

Figura 18 - Inserção dos dados do pilar

The screenshot shows a software window titled "Untitled" with a menu bar containing "File" and "Edit". The main area contains several input fields and buttons. The input fields are labeled: "b" (20 cm), "h" (60 cm), "Nd" (1500 kN), "le" (300 cm), and "fck" (25 MPa). Below these are three buttons: "Momento mínimo 1ª ordem", "Esbeltez", and "Efeitos de 2ª ordem". There are also three empty rectangular boxes for output or additional data.

Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

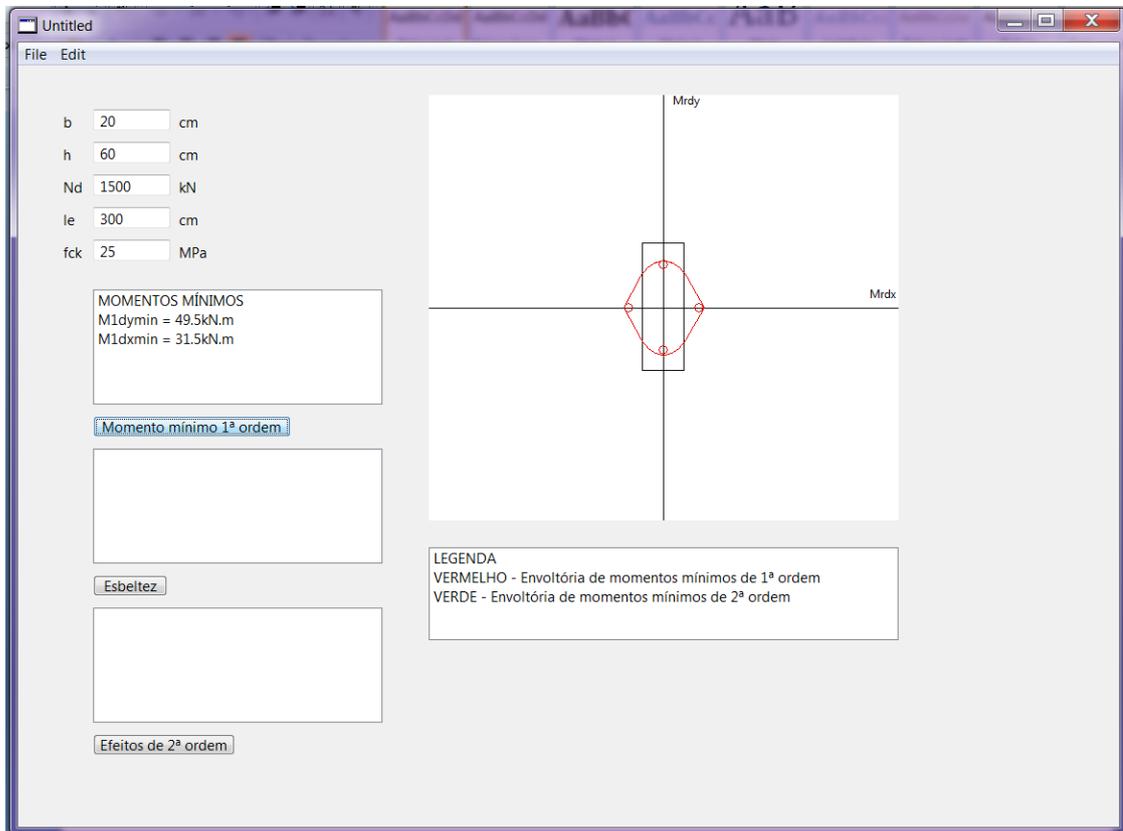
3.3. Momentos mínimos de 1ª ordem

Para o cálculo dos momentos mínimos de 1ª ordem, conforme descrito na revisão bibliográfica, criou-se um método dentro do programa. Posteriormente, esse método é associado a um botão, para que se concretize a ação.

Após a entrada de dados, o programa calcula os momentos mínimos de 1ª ordem nas direções x e y, e traça a envoltória de momentos mínimos, juntamente com o desenho da

seção do pilar. A envoltória e a seção do pilar, são desenhados com utilização de parâmetros de escala, para facilitar a visualização, conforme mostra a figura do programa abaixo.

Figura 19 - Cálculo dos momentos mínimos de 1ª ordem



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

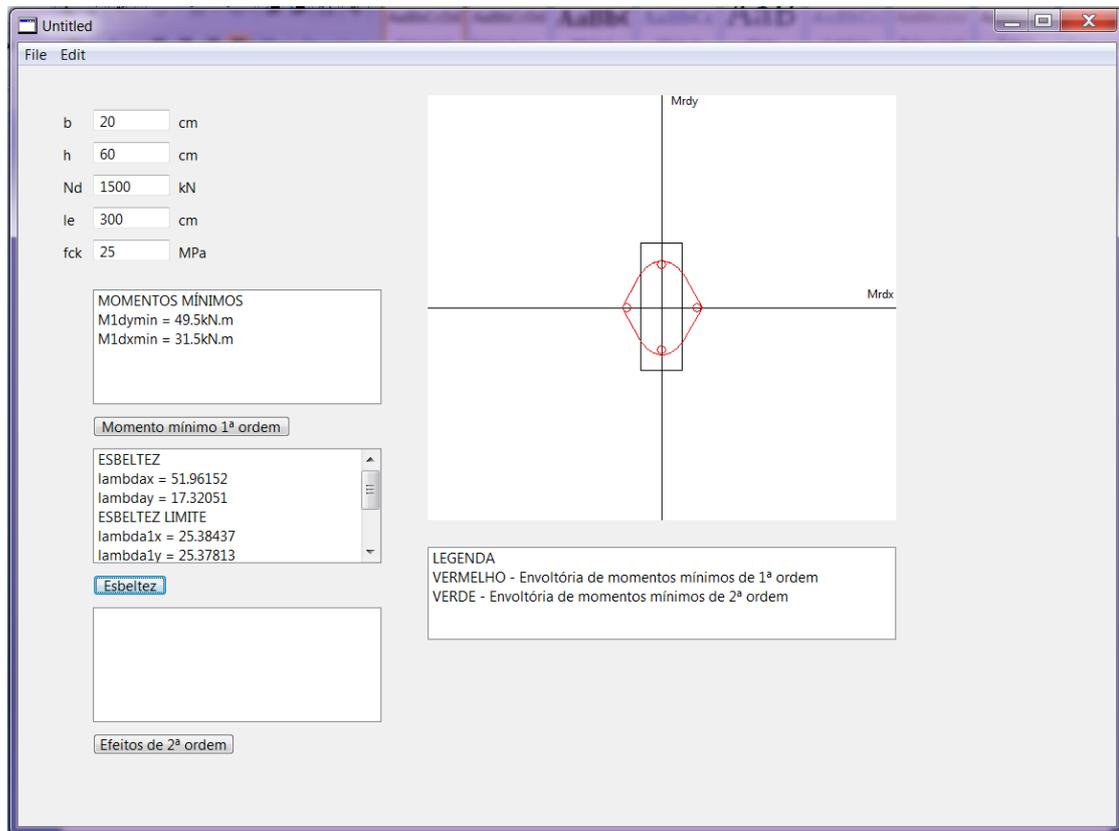
3.4. Esbeltez

Com um segundo botão, com seus devidos métodos para que se inicie a ação de cálculo, é possível calcular a esbeltez do pilar nas direções x e y. Tem-se também o valor da esbeltez limite, e o próprio programa é capaz de analisar e comparar estes resultados e informar se é necessário calcular os efeitos de segunda ordem nas direções x e y.

Tais cálculos seguem as premissas já descritas na revisão bibliográfica, segundo a prescrição da NBR6118/2014.

Na figura abaixo mostra-se o cálculo automático da esbeltez do pilar na direção x e y, e a esbeltez limite também nas duas direções.

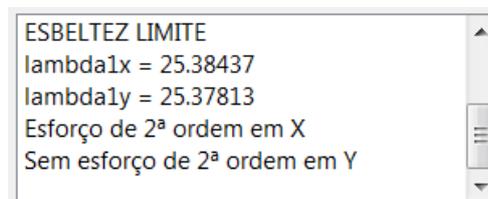
Figura 20 - Cálculo da esbeltez



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Rolando-se a barra do listbox que fornece o cálculo da esbeltez, tem-se a resposta automática do programa, que mostra em que direção é necessário se considerar os efeitos locais de 2ª ordem.

Figura 21 - Listbox do cálculo da esbeltez



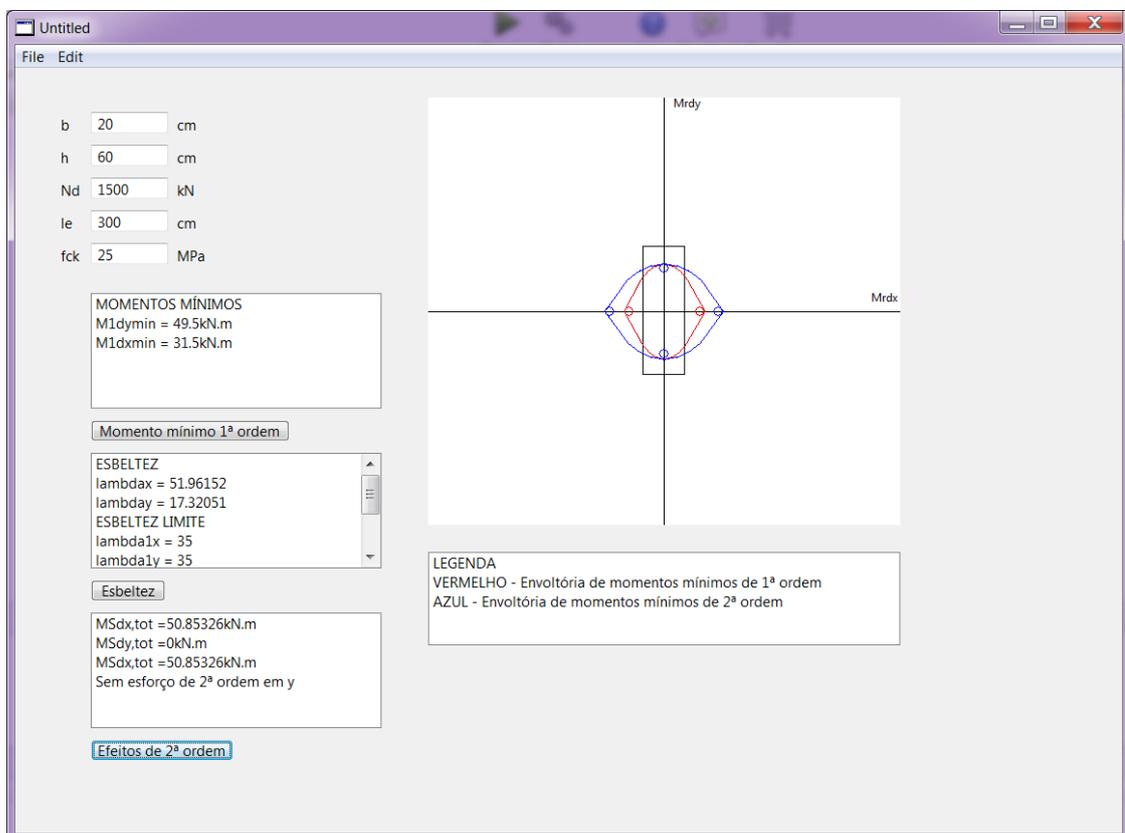
Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

3.5. Momentos mínimos de 2ª ordem

Com o botão que indica essa função, se ativa o cálculo dos momentos mínimos de 2ª ordem, nas direções x e y. Traçando, também, a envoltória mínima de segunda ordem, no mesmo gráfico em que se tem o desenho da seção do pilar, e a envoltória mínima de 1ª ordem.

A envoltória dos momentos mínimos de 2ª ordem, segue o mesmo parâmetro de escala da envoltória dos momentos mínimos de 1ª ordem, para que se tenha o traçado em escala, e se possa visualizar estes esforços.

Figura 22 - Cálculo dos efeitos locais de 2ª ordem



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Percebe-se na imagem acima, que o programa fornece automaticamente os valores dos momentos mínimos de 2ª ordem nas direções x e y. E como não há a necessidade de se calcular esses efeitos na direção y, o valor é mostrado como zero, e no traçado da envoltória, que também é feito automaticamente, esse ponto fica no mesmo local do momento mínimo de 1ª ordem em y.

No listbox dos efeitos de 2ª ordem, percebe-se dois valores para $M_{Sdx,tot}$ e $M_{Sdy,tot}$, isso porque os valores que aparecem embaixo são resultados da convergência, e necessitam ser iguais aos calculados inicialmente, conforme visto na revisão bibliográfica. Para este caso, na direção y, como não há necessidade de cálculo dos esforços de segunda ordem, só aparece a devida mensagem, ao invés do cálculo da convergência.

3.6. Dimensionamento e momentos resistentes

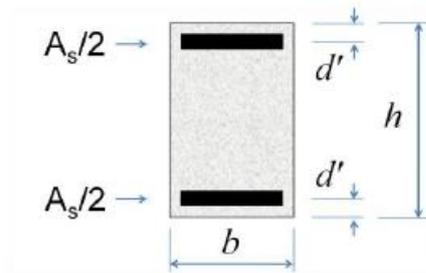
Para o dimensionamento e traçado da envoltória de momentos resistentes, utiliza-se o segundo programa. O dimensionamento é realizado para a pior situação de combinação de ação (N_d, M_{Sd}). Com os dados da pior combinação, é possível calcular os valores de ν_d e μ_d , e assim realizar o dimensionamento na direção de menor dimensão do pilar, e depois verificar na outra direção. Com os valores de momento fletor adimensional (μ_d) e esforço normal adimensional (ν_d), encontra-se no ábaco um valor para ω . Com a equação descrita abaixo, calcula-se o valor da área de armadura necessária para se resistir ao momento. Escolhendo uma armadura para o pilar, faz-se o processo inverso, e acha o momento resistente para a armadura efetiva a ser utilizada.

$$A_s = \frac{\omega \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h}{f_{yd}} \quad (29)$$

Ao se fazer uma verificação apenas de momentos mínimos de 1ª e 2ª ordens, o maior momento para o cálculo de μ_d é o momento com 2ª ordem.

Quando a verificação é para a flexão composta normal, levam-se em conta um momento máximo em sua base, e um momento máximo no seu topo. Esses momentos devem ser considerados na determinação dos momentos resistentes, pois a envoltória resistente deve englobar, além dos momentos mínimos de 1ª e 2ª ordens, os momentos na base e no topo do pilar submetido a uma flexão composta normal.

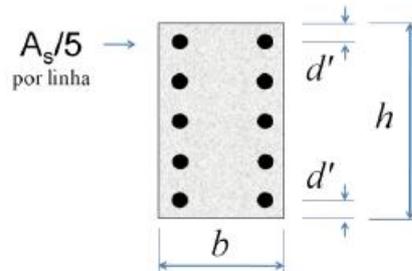
Figura 23 - Tipo de arranjo para análise do ábaco na direção x



Fonte: RIBEIRO (2011)

Com o arranjo de armadura definido à partir do dimensionamento feito para a direção x, faz-se uso de outros ábacos para encontrar o momento resistente em y.

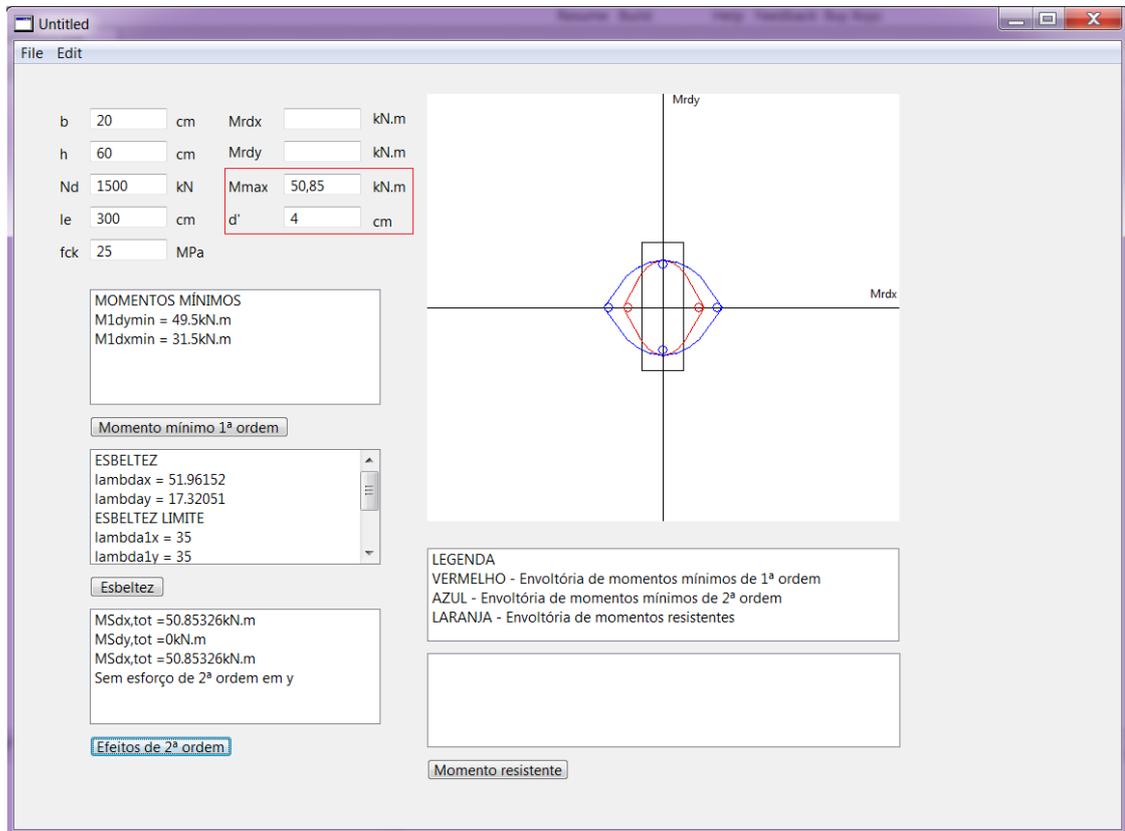
Figura 24 - Tipo de arranjo para análise do ábaco na direção y



Fonte: RIBEIRO (2011)

Abaixo tem-se a figura da janela do programa, em que insere-se o momento máximo na direção x, e o d' a ser utilizado, para que se obtenha os valores para escolha do ábaco.

Figura 25 - Inserção dos dados de momento e d'

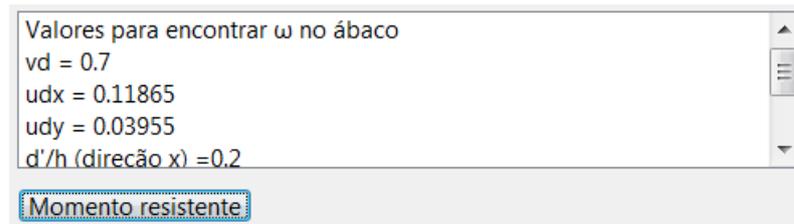


Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Como neste caso está se verificando apenas os momentos mínimos, o momento máximo a ser utilizado no dimensionamento é o momento mínimo de 2ª ordem na direção x, $M_{Sdx,tot} = 50,85 \text{ kN.m}$. Considerando um cobrimento de 3 cm, estribo com $\phi = 5 \text{ mm}$, e estimando-se a armadura longitudinal de $\phi = 10 \text{ mm}$, encontra-se um valor para d' igual a: $3 \text{ cm} + 0,5 \text{ cm} + (1 \text{ cm}/2) = 4 \text{ cm}$.

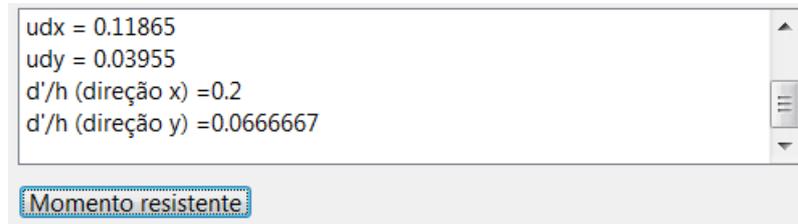
O botão "momento resistente", fornece os valores para a utilização do ábaco necessário para a realização do dimensionamento.

Figura 26 - Valores para utilização do ábaco



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

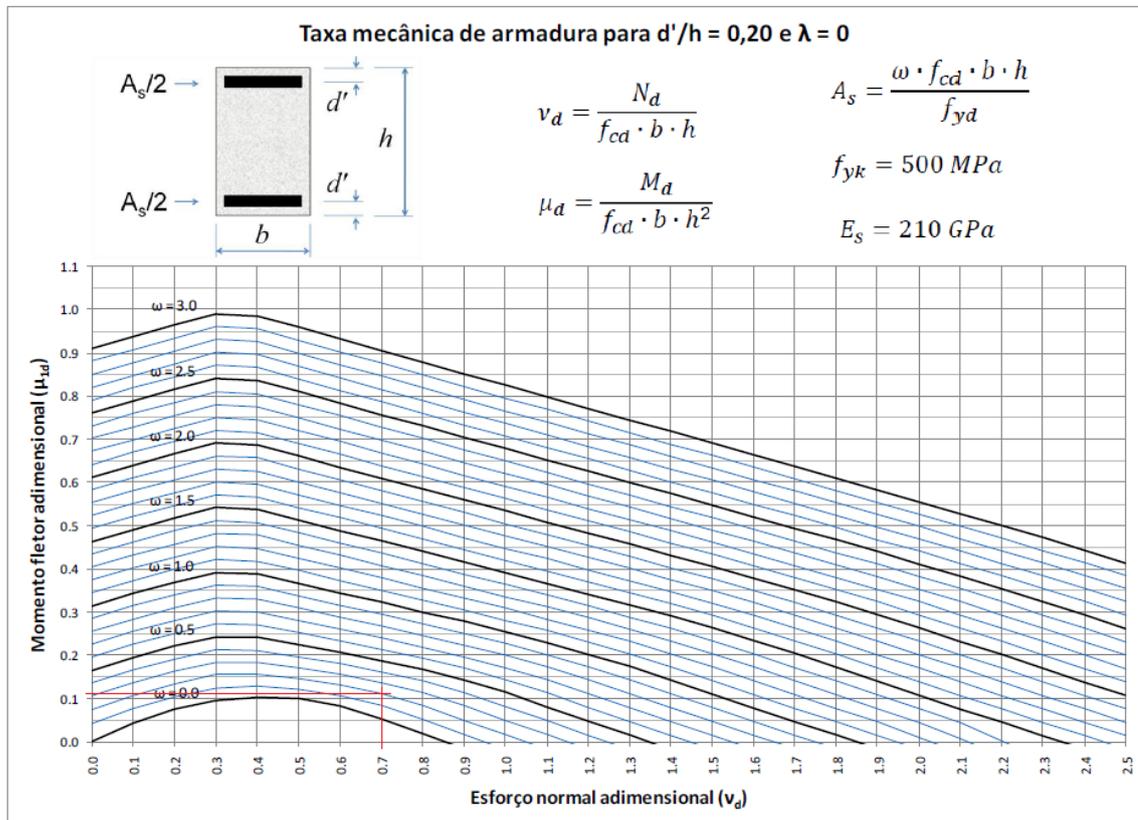
Figura 27 - Valores para utilização do ábaco



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Como o programa fornece, será utilizado o ábaco com $d'/h = 0,20$ para a direção x, conforme a figura abaixo:

Figura 28 - Ábaco para dimensionamento



Fonte: RIBEIRO (2011)

O ábaco fornece um valor para ω igual a 0,20. Inserindo esse valor na equação (27), tem-se o valor para a área de armadura necessária, conforme abaixo:

$$A_s = \frac{\omega \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h}{f_{yd}}$$

$$A_s = \frac{0,20 \cdot 17857,14 \cdot 0,2 \cdot 0,6}{434782,61}$$

$$A_s = 9,86 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 9,86 \text{ cm}^2$$

Porém, deve-se considerar o item 17.3.5.3.1 da NBR6118/2014, que estabelece um mínimo de área de armadura que deve ser utilizada:

$$A_{s,min} = \left(0,15 \cdot \frac{N_d}{f_{yd}} \right) \geq 0,004 \cdot A_c$$

O aço a ser utilizado é o CA50, por isso $f_{yd} = \frac{500000}{1,15} = 434782,61 \text{ kN/m}^2$

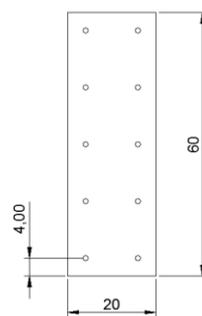
Sendo assim,

$$A_{s,min} = \left(0,15 \cdot \frac{1500 \text{ kN}}{434782,61 \text{ kN/m}^2} \right) = 5,175 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 5,175 \text{ cm}^2$$

$$0,004 A_c = 0,004 \cdot 20 \cdot 60 = 4,8 \text{ cm}^2$$

Portanto, a armadura necessária é o maior destes três valores, no caso 9,86 cm². Adotando-se um arranjo de armadura de 10 barras de diâmetro 12,5 mm cada uma, tem-se a área de armadura efetiva na seção sendo igual a 12,27 cm². Com a equação (27), encontra-se um novo valor de ω .

Figura 29 - Detalhamento da seção



$$A_s = 12,27 \text{ cm}^2$$

Fonte: Elaborado pela autora

$$A_s = \frac{\omega \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h}{f_{yd}}$$

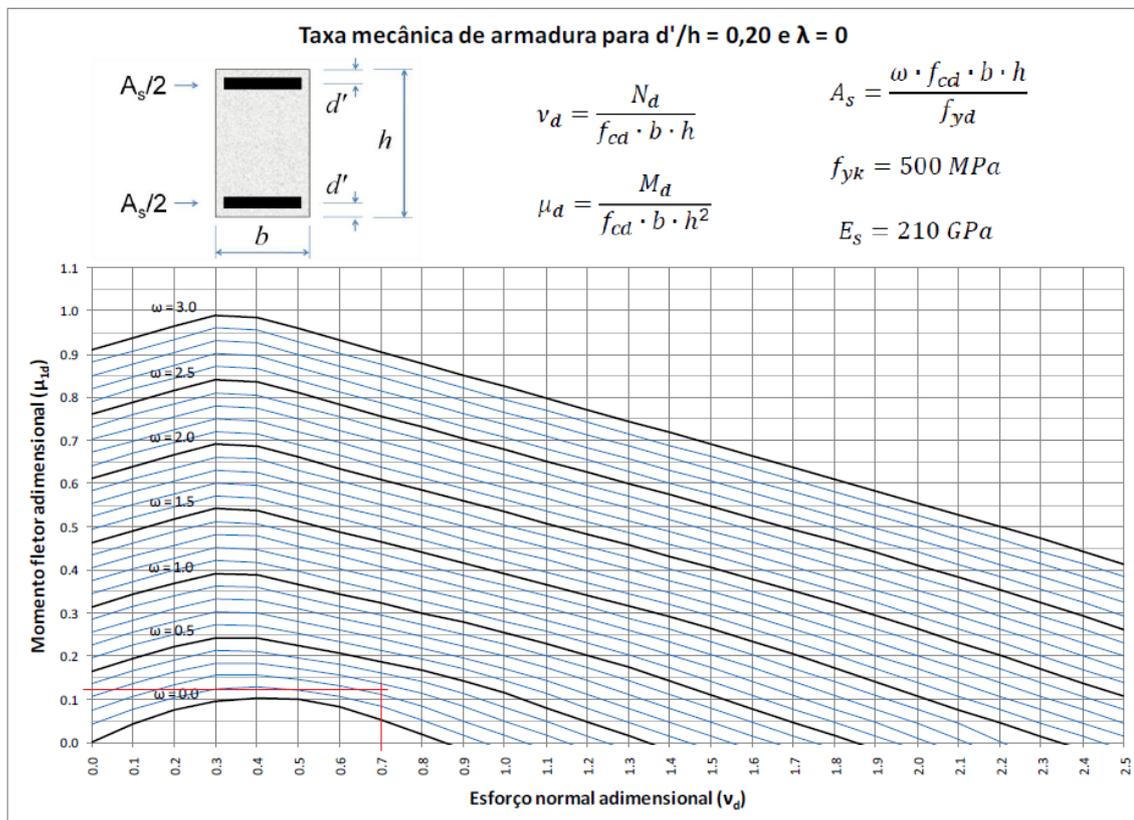
$$12,27 \cdot 10^{-4} = \frac{\omega \cdot 17857,14 \cdot 0,2 \cdot 0,6}{434782,61}$$

$$\omega = 0,25$$

Utilizando o mesmo ábaco mostrado acima, mas agora entrando-se com os valores de ω e v_d , encontra-se um valor para μ_d .

Como no dimensionamento adotou-se barras longitudinais com $\phi = 12,5 \text{ mm}$, o valor de d' passa a ser 4,125 cm e não mais 4 cm como estimado anteriormente, portanto o ábaco utilizado está contra a segurança.

Figura 30 - Ábaco para dimensionamento



Fonte: RIBEIRO (2011)

Como mostra o ábaco acima, o valor para μ_d é aproximadamente a 0,13. Inserindo esse valor na equação (26) encontra-se o momento resistente da direção x.

$$\mu_d = \frac{M_d}{f_{cd} \cdot b \cdot h^2}$$

$$0,13 = \frac{M_d}{17857,14 \cdot 0,6 \cdot 0,2^2}$$

$$0,13 = \frac{M_d}{17857,14 \cdot 0,206^2}$$

$$M_{Rdy} = 167,14 \text{ kN.m}$$

Conhecendo-se os valores de momentos resistente nas duas direções, é possível traçar a envoltória de momentos resistentes, utilizando a equação (28).

Onde

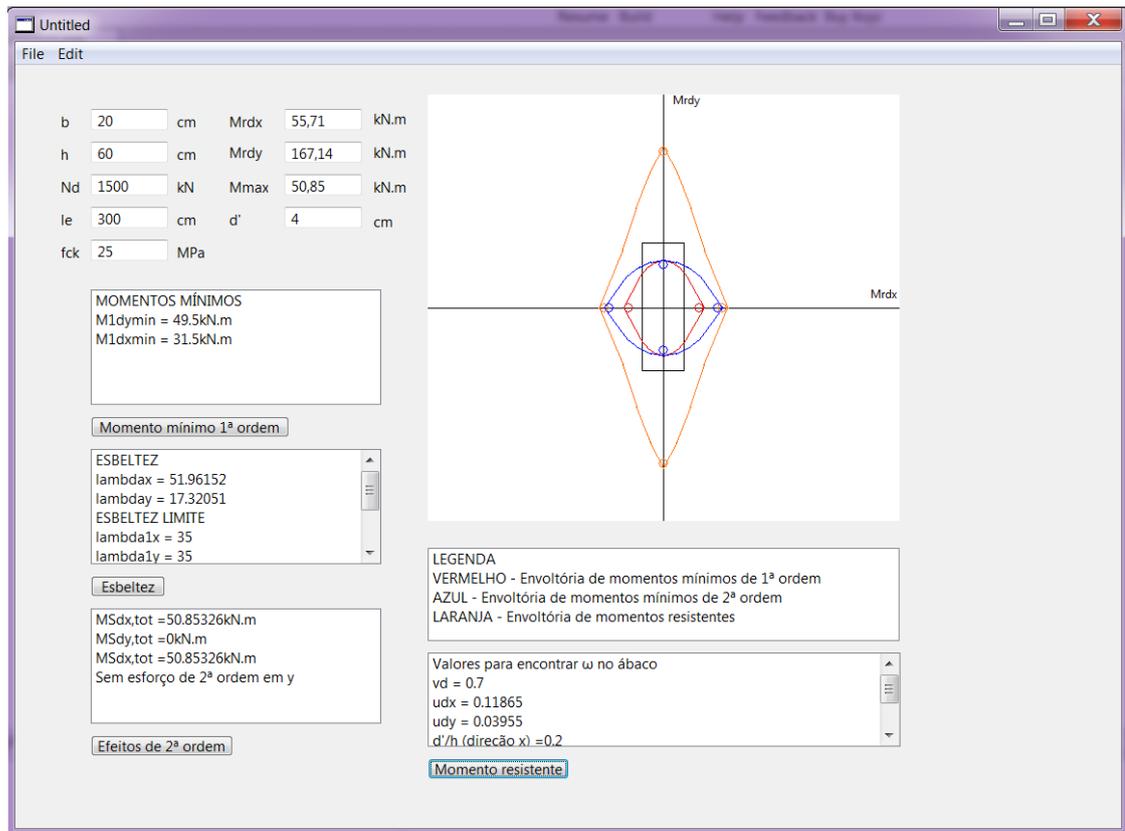
$M_{Rd,xx}$ e $M_{Rd,yy}$ são os momentos resistentes de cálculo calculados pelo processo descrito acima;

$$\alpha = 1,2;$$

$M_{Rd,x}$ e $M_{Rd,y}$ são os valores que queremos encontrar.

O programa feito, já calcula essa envoltória automaticamente, basta inserir os momentos resistentes que foram encontrados. Na figura abaixo, tem-se a inserção dos valores de momentos resistentes, e ao clicar no botão "Momento resistente", é traçada a envoltória de momentos resistentes.

Figura 32 - Envoltória de momentos resistentes



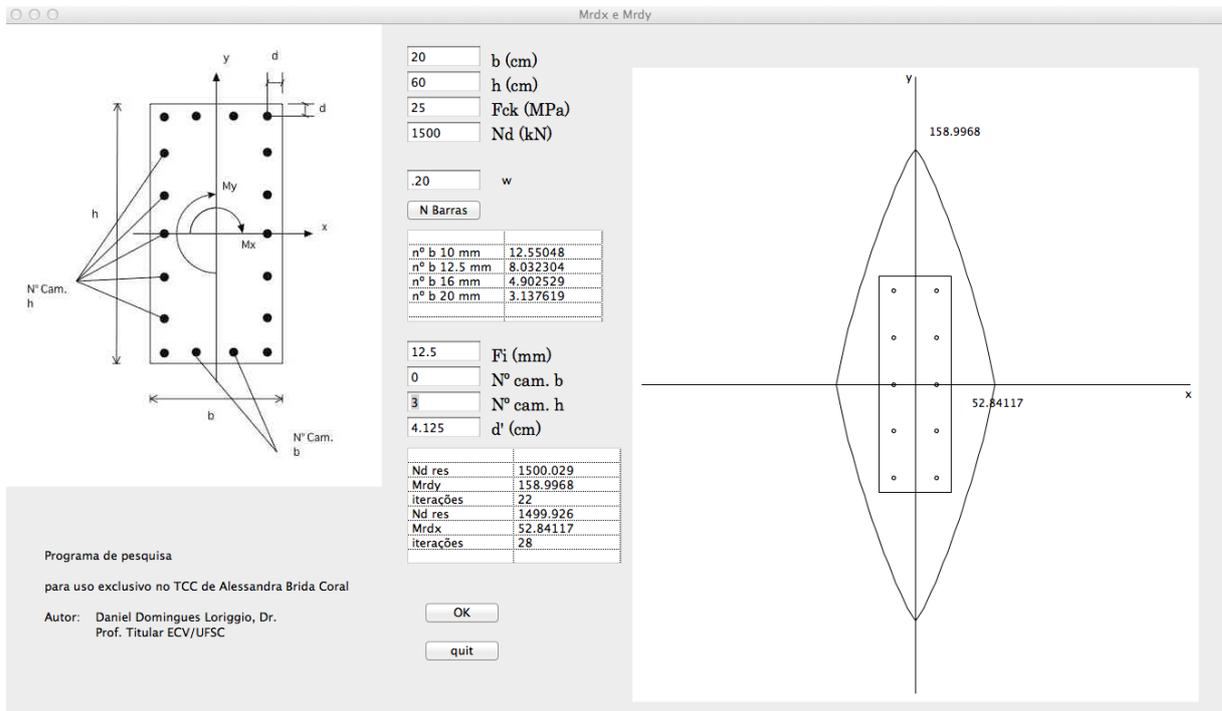
Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Como a envoltória de momentos resistentes engloba as envoltórias mínimas de 1ª e 2ª ordem, o dimensionamento é considerado adequado para a seção.

Com o uso do programa "GAP-Pilar M_{Rd} v1.0", pode-se obter uma precisão maior na determinação dos momentos resistentes M_{Rdx} e M_{Rdy} .

No programa, entra-se com os dados do pilar, e o valor de ω encontrado inicialmente, para que o programa forneça uma estimativa do número de barras que deve ser usado para cada diâmetro específico.

Figura 33 - Determinação dos momentos resistentes



Fonte: programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0 elaborado pelo orientador

Como foi determinado, o dimensionamento se dá com 10 barras de $\phi = 12,5 \text{ mm}$. Inserindo o valor do diâmetro das barras escolhidas e o número de camadas na direção de "h" (maior lado da seção do pilar), tem-se ao lado o desenho do detalhamento do pilar. Insere-se também o valor exato de d' , com o dimensionamento já determinado, que no caso é 4,125 cm.

Junto com o detalhamento do pilar, o programa traça a envoltória de momentos resistentes, nas direções x e y, que tem como valor 52,84 kN.m e 158,99 kN.m, respectivamente.

Analisando estes valores, percebe-se que há uma diferença significativa entre os que foram encontrados através do uso dos ábacos. Isso mostra claramente a falta de precisão em se utilizar os ábacos, e que na realidade os momentos resistentes para esse dimensionamento são menores que os determinados anteriormente, porém suficientes.

3.7. Flexão Composta Normal

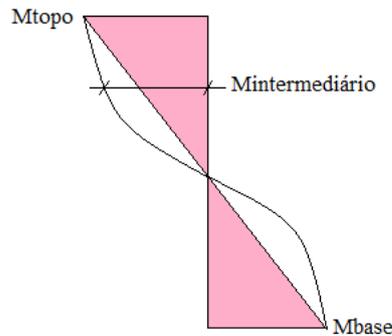
Para a análise à flexão composta normal, utiliza-se o terceiro programa. Como explicado anteriormente, este calcula o ponto intermediário, quando necessário, e insere os

pontos de momento de topo, base e intermediário no gráfico, junto com as envoltórias mínimas.

Para verificar um pilar submetido a flexão composta normal, entra-se com os momentos de topo e base no programa. Este traça, automaticamente, os pontos no gráfico, conforme a direção principal em que os momentos estão atuando.

A próxima análise, é o cálculo da esbeltez, em que verifica-se a necessidade de calcular os efeitos locais de 2ª ordem, onde tem-se o valor do momento fletor intermediário entre o topo e a base do pilar. Se existir esse ponto intermediário, o momento fletor atuante no lance do pilar fica conforme a figura abaixo:

Figura 34 - Momento intermediário



Fonte: Elaborado pela autora

O cálculo da esbeltez limite, nesta etapa, é diferente da etapa mostrada anteriormente. Ao invés de usar o momento mínimo no cálculo da esbeltez, vai-se usar ou o momento de topo ou o momento de base.

Por se ter valores para $M_{S1d,A}$ e $M_{S1d,B}$, o valor de α_b é diferente de 1,0. E é determinado pela equação (16). O valor de $M_{S1d,A}$ é o maior, em módulo, entre M_{topo} e M_{base} .

O valor da esbeltez limite λ_1 passa a ser:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \cdot \left(\frac{M_{S1d,A} / N_{Sd}}{b} \right)}{\alpha_b} \quad (30)$$

E o valor de α_b deve ser obtido conforme a seguir para pilares biapoiados sem cargas transversais:

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40$$

Sendo

$$1,0 \geq \alpha_b \geq 0,4$$

Onde

M_A e M_B são os momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar, obtidos na análise de 1ª ordem no caso de estruturas de nós fixos e os momentos totais (1ª ordem + 2ª ordem global) no caso de estruturas de nós móveis. Deve ser adotado para M_A o maior valor absoluto ao longo do pilar biapoiado e para o M_B o sinal positivo, se tracionar a mesma face que M_A , e negativo, em caso contrário.

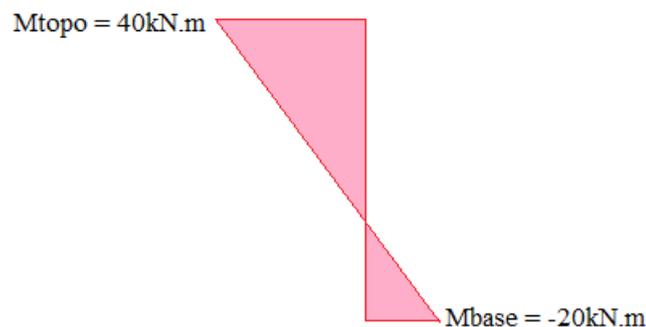
Se considerarmos um momento de topo e base no exemplo que está sendo mostrado aqui, poderemos ter esta análise automática pelo programa.

Considerando um $M_{topo} = 40 \text{ kN.m}$ e $M_{base} = -20 \text{ kN.m}$ tem-se:

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} = 0,60 + 0,40 \frac{-20}{40}$$

$$\alpha_b = 0,40$$

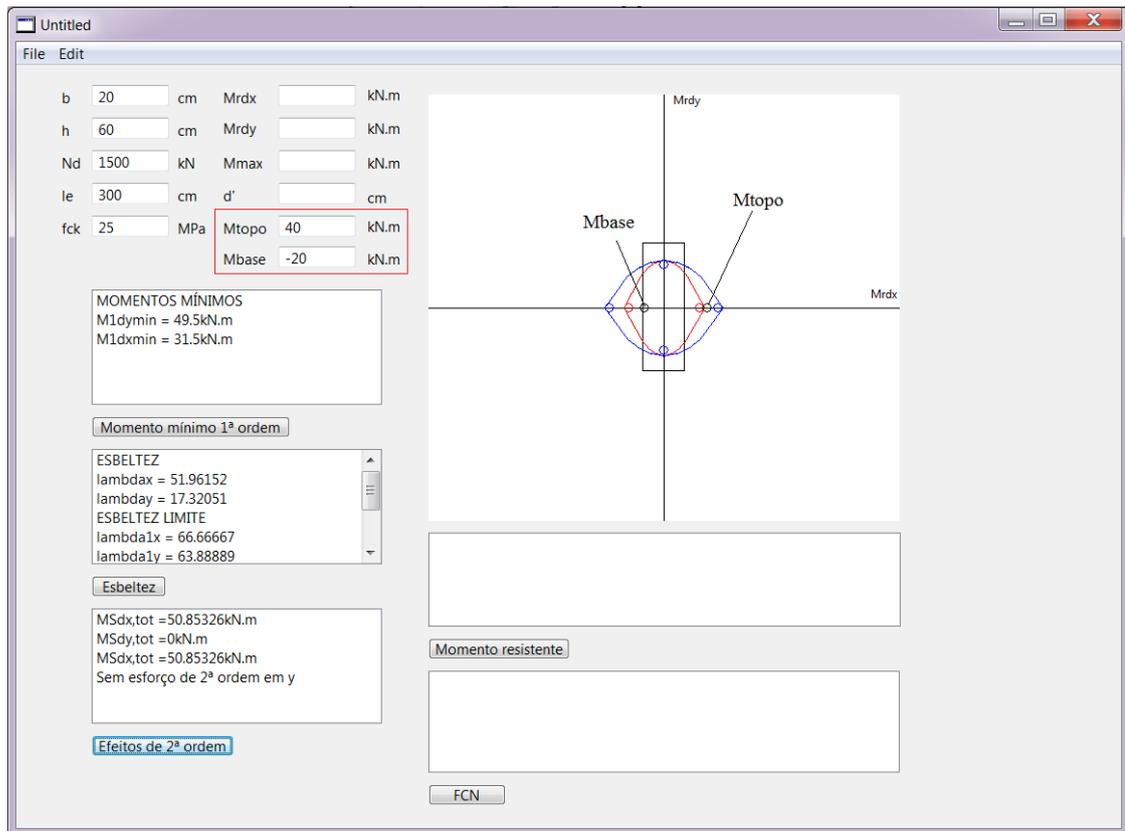
Figura 35 - Mtopo e Mbase



Fonte: elaborado pela autora

Inserindo estes valores no programa:

Figura 36 - Inserção dos momentos de topo e base



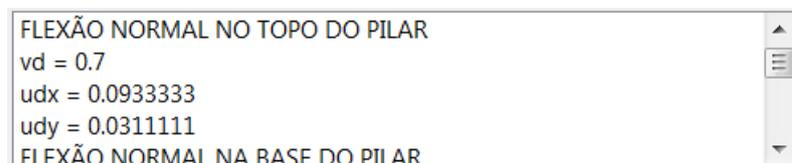
Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Percebe os pontos dos momentos nos extremos do pilar já inseridos no gráfico. Pela análise da esbeltez, percebe-se que não houve a necessidade de se considerar os efeitos locais de 2ª ordem, portanto não há o ponto intermediário neste exemplo.

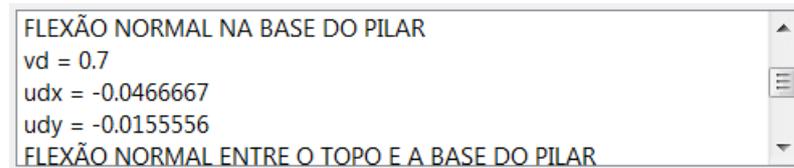
Se houvesse a necessidade deste cálculo, o programa calcula automaticamente, e já insere este ponto também no gráfico.

Com o botão "FCN", o programa fornece os esforços finais para o dimensionamento:

Figura 37 - Flexão normal no topo do pilar



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Figura 38 - Flexão normal na base do pilar

```
FLEXÃO NORMAL NA BASE DO PILAR
vd = 0.7
udx = -0.0466667
udy = -0.0155556
FLEXÃO NORMAL ENTRE O TOPO E A BASE DO PILAR
```

Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Se houvesse o momento fletor entre o topo e a base do pilar, haveria também os esforços finais para o dimensionamento na flexão normal entre o topo e a base do pilar.

A partir deste ponto, usa-se o maior valor dos momentos solicitantes para o dimensionamento do pilar. Neste caso, o momento mínimo de 2ª ordem. Se alguns dos momentos de base ou topo fossem maior que o momento de 2ª ordem, estes que seriam utilizados para o cálculo dos esforços finais de dimensionamento.

Como o momento de topo ($M_{S1d,A}$) é menor que o momento de segunda ordem em x ($M_{Sdx,tot}$), a armadura longitudinal do pilar deve ser dimensionada de modo que sua resistência (N_{Rd} , M_{Rdx} e M_{Rdy}) atenda os esforços mínimos já calculados anteriormente.

Portanto, o dimensionamento continuará sendo o que já foi determinado acima.

4. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

4.1. Exemplos de traçados de envoltórias

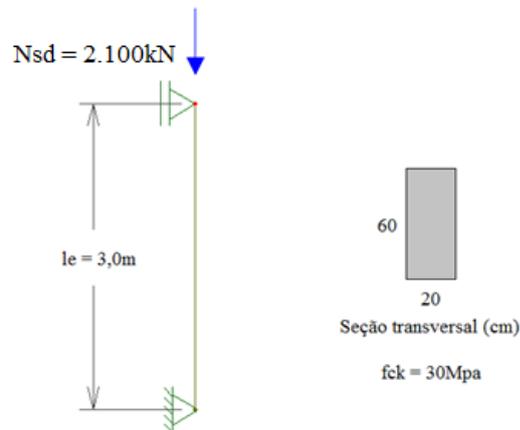
Com a utilização do programa, serão mostrados exemplos de pilares submetidos a apenas momentos mínimos, de primeira e segunda ordem.

Com as envoltórias mínimas de 1ª e 2ª ordem traçadas, se utilizará dos ábacos para traçar a envoltória de momentos resistentes do pilar, e também o uso do programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0, que fornece um valor mais preciso para M_{Rdx} e M_{Rdy} .

4.1.1. Exemplo 1

O exemplo a seguir foi retirado dos Comentários Técnicos do IBRACON (2006).

Figura 39 - Dados do pilar



Fonte: Elaborado pela autora

Com a seção do pilar definida, entra-se com os dados do pilar no programa:

Figura 40 - Inserção dos dados no programa

Untitled

File Edit

b 20 cm

h 60 cm

Nd 2100 kN

le 300 cm

fck 30 MPa

Momento mínimo 1ª ordem

Esbeltez

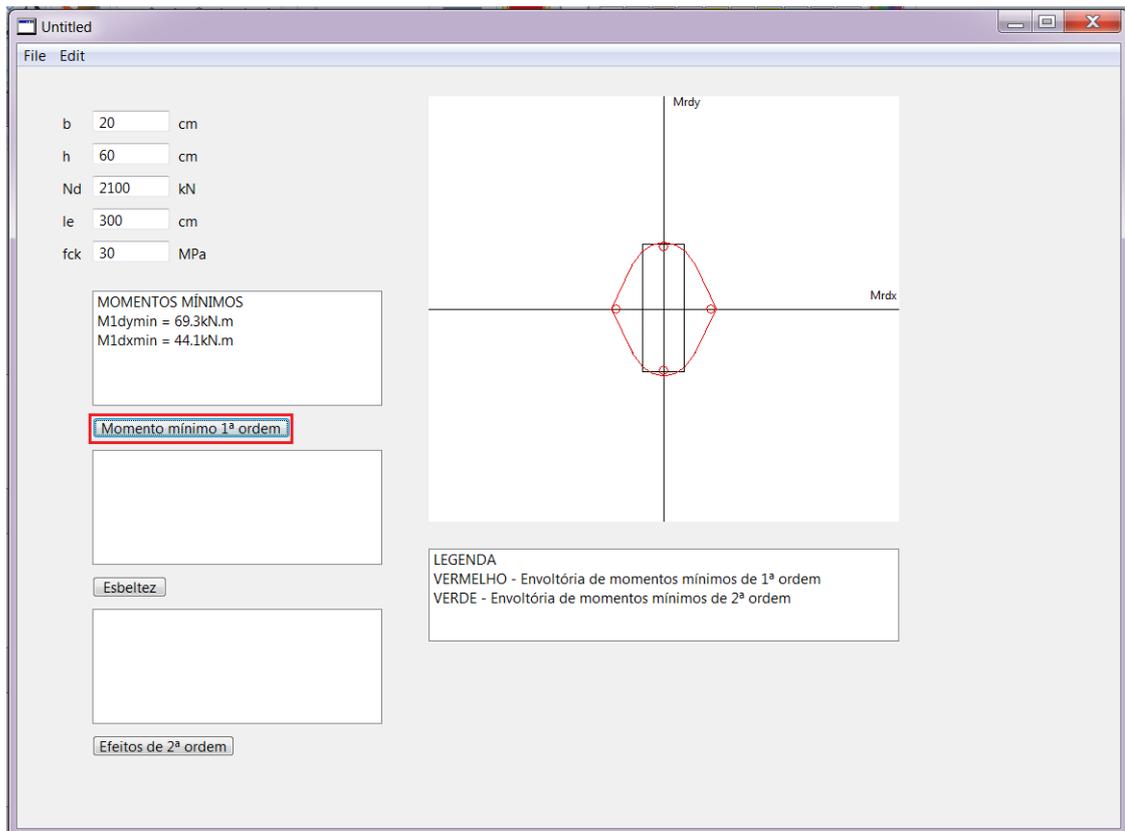
Efeitos de 2ª ordem

Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Com os dados inseridos, usa-se o botão para se obter os momentos mínimos de primeira ordem. O programa, além de mostrar os valores dos momentos nas duas direções, traça a envoltória mínima de primeira ordem, juntamente com a seção do pilar.

A figura abaixo mostra o cálculo dos momentos mínimos de 1ª ordem:

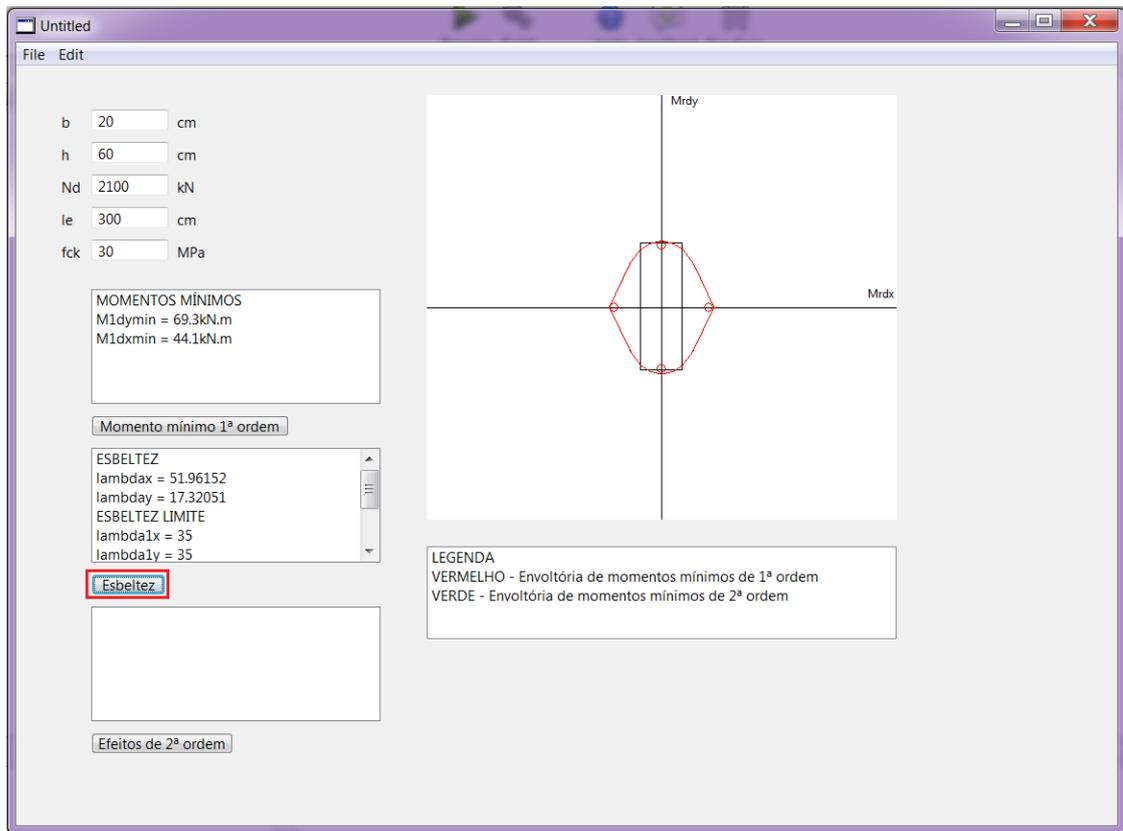
Figura 41 - Cálculo do momento mínimo de 1ª ordem



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Tendo-se os valores dos momentos mínimos de 1ª ordem, o botão "esbeltez" fornece os valores da esbeltez em x e em y, e também a esbeltez limite nestas duas direções, para poder definir se calcula-se os efeitos locais de 2ª ordem na direção indicada.

Figura 42 - Cálculo da esbeltez

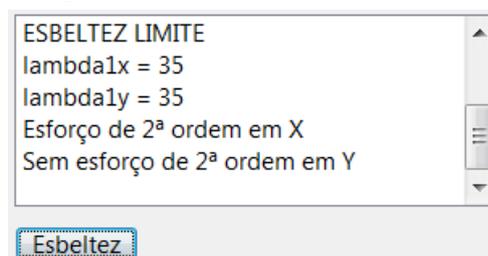


Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Com os valores da esbeltez em x e em y, e seus valores limites, o programa mostra que, como o $\lambda_x > \lambda_{1x}$, é necessário o cálculo dos efeitos locais de segunda ordem nesta direção. Já em y, como $\lambda_y < \lambda_{1y}$, não é necessário calcular os efeitos locais de 2ª ordem.

Rolando-se a barra de rolagem no "listbox" da esbeltez, o programa fornece automaticamente os resultados nas direções x e y, conforme mostra a figura abaixo:

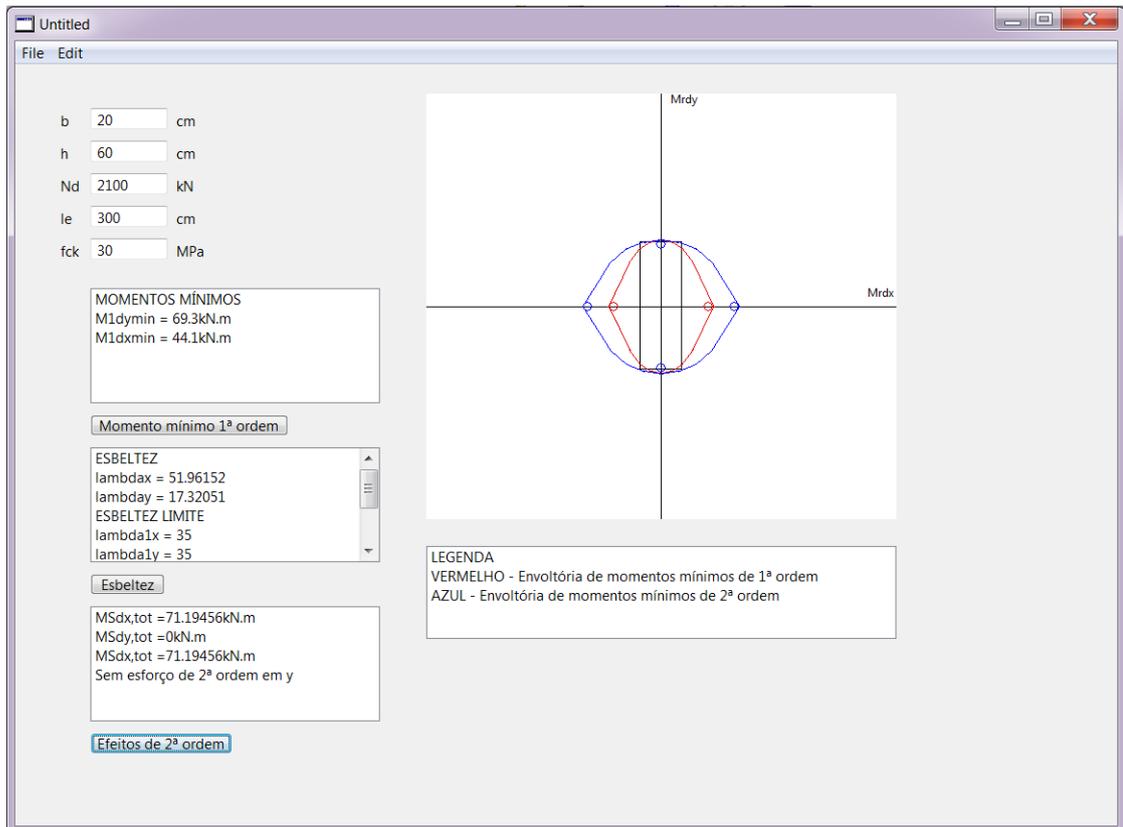
Figura 43 - Listbox do cálculo da esbeltez



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Com o botão de "Efeitos de 2ª ordem", calcula-se esses esforços na direção que é necessário. Quando em uma direção não se tem efeitos locais de 2ª ordem, como neste exemplo, o programa indica que não há esforços naquela direção.

Figura 44 - Cálculo dos momentos mínimos de 2ª ordem



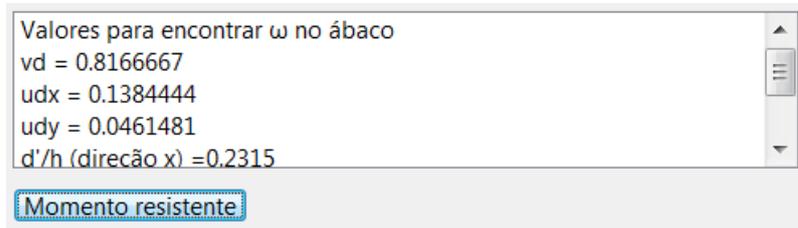
Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Com todos os momentos mínimos definidos, segue-se para o cálculo dos momentos resistentes com o uso dos ábacos.

Um novo programa fornece os dados necessários para que se use se encontre o ábaco a ser usado, e os esforços adimensionais para encontrar o valor de ω .

Segundo os cálculos do programa, e o que nos mostra as envoltórias, o maior momento atuante no pilar é o momento mínimo de 2ª ordem na direção x. Esse valor é de 71,2 kN.m. Inserindo esses dados no programa de envoltórias resistentes, tem-se os dados para a utilização do ábaco, adotando-se um $d' = 4,63$ cm, considerando um cobrimento de 3 cm, estribo de 6,3 mm e uma armadura longitudinal de $\phi = 20$ mm.

Figura 45 - Valores para utilização do ábaco



Fonte: Programa Xoyo elaborado pela autora

Figura 46 - Valores para utilização do ábaco

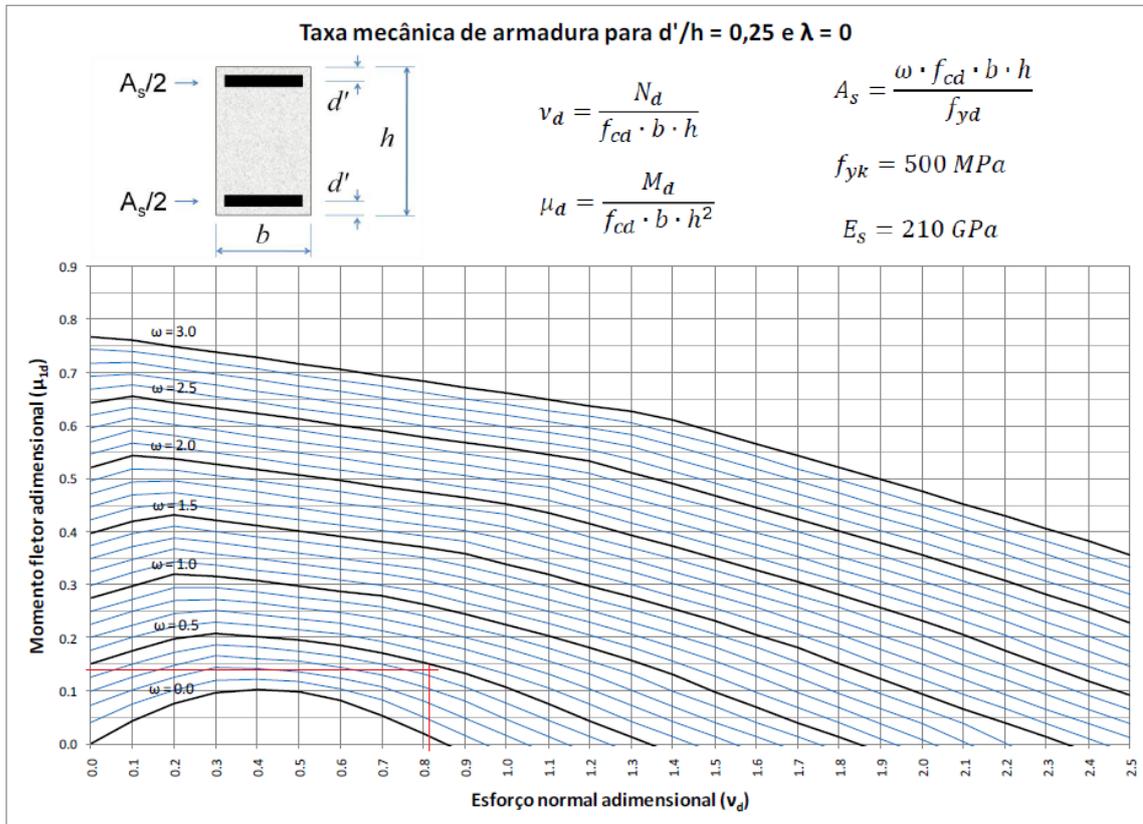


Fonte: Programa Xoyo elaborado pela autora

Para a direção x, será utilizado o ábaco correspondente a $d'/h = 0,25$. E na direção y, o ábaco correspondente a $d'/h = 0,10$, ambos os gráficos a favor da segurança.

Tem-se o valor do momento fletor adimensional ($\mu_{dx} = 0,14$) e do esforço normal adimensional ($v_d = 0,82$), e entra-se com esses valores no ábaco correspondente, conforme figura abaixo:

Figura 47 - Ábaco para dimensionamento de pilares



Fonte: RIBEIRO (2011)

Encontra-se um valor de $\omega = 0,45$, aproximadamente. Aplicando-se esse valor na equação (27), tem-se o valor da armadura necessária na direção x:

$$A_s = \frac{\omega \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h}{f_{yd}}$$

$$A_s = \frac{0,45 \cdot 21428,57 \cdot 0,20,6}{434782,61}$$

$$A_s = 2,661 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 = 26,61 \text{ cm}^2$$

A NBR6118/2014, descreve em seu item 17.3.5.3.1, que a armadura longitudinal mínima do pilar, deve ser igual a:

$$A_{s,min} = \left(0,15 \cdot \frac{N_d}{f_{yd}} \right) \geq 0,004 \cdot A_c$$

O aço a ser utilizado é o CA50, por isso $f_{yd} = \frac{500000}{1,15} = 434782,61 \text{ kN/m}^2$

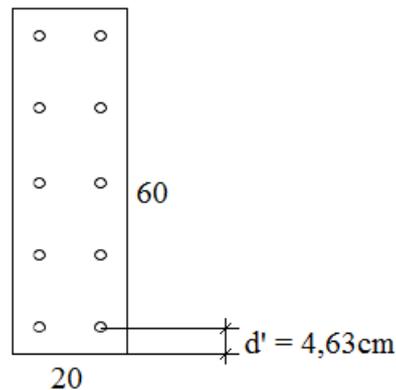
Sendo assim,

$$A_{s,min} = \left(0,15 \cdot \frac{2100 \text{ kN}}{434782,61 \text{ kN/m}^2} \right) = 7,245 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 7,245 \text{ cm}^2$$

$$0,004A_c = 0,004 \cdot 20 \cdot 60 = 4,8 \text{ cm}^2$$

Escolhendo-se o maior destes valores, uma área de armadura necessária de 26,61 cm², e optando-se por um arranjo de 10 barras de $\phi = 20 \text{ mm}$, a área de armadura efetiva é de 31,42 cm².

Figura 48 - Detalhamento da seção



$$A_s = 31,42 \text{ cm}^2$$

Fonte: Elaborado pela autora

Com o valor da armadura efetiva, através da equação abaixo, encontra-se um novo valor para o ω :

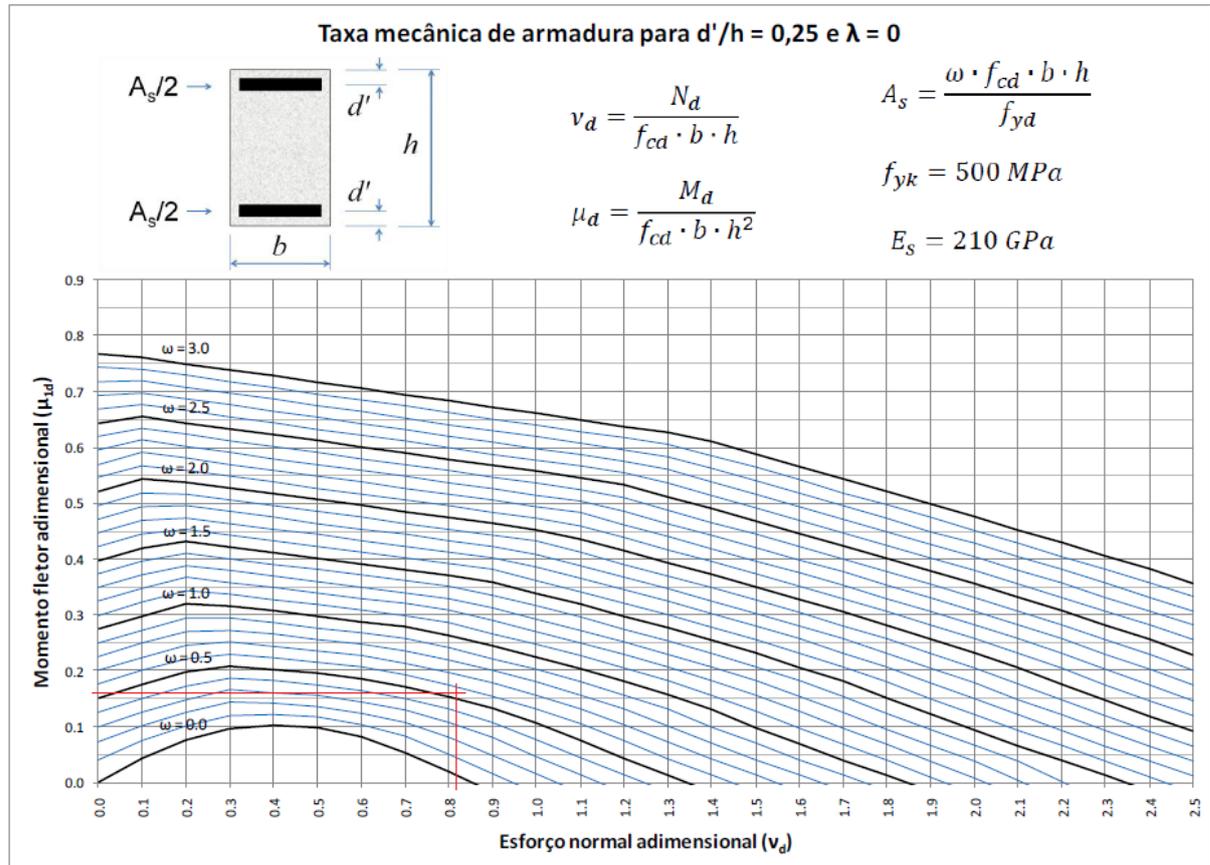
$$A_s = \frac{\omega \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h}{f_{yd}}$$

$$31,42 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = \frac{\omega \cdot 21428,57 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,2 \cdot 0,6}{434782,61 \text{ kN/m}^2}$$

$$\omega = 0,54$$

Entrando-se com esse novo valor de ω no ábaco, e com o valor de $v_d = 0,82$, encontra-se um novo valor para μ_{dx} , e assim é possível encontrar o momento resistente na direção x.

Figura 49 - Ábaco para dimensionamento de pilares



Fonte: RIBEIRO (2011)

Tira-se do ábaco, um valor para momento fletor adimensional (μ_{dx}) igual a 0,16. Através da equação abaixo, encontra-se um valor para o momento resistente na direção x (M_{Rdx}):

$$\mu_d = \frac{M_d}{f_{cd} \cdot b \cdot h^2}$$

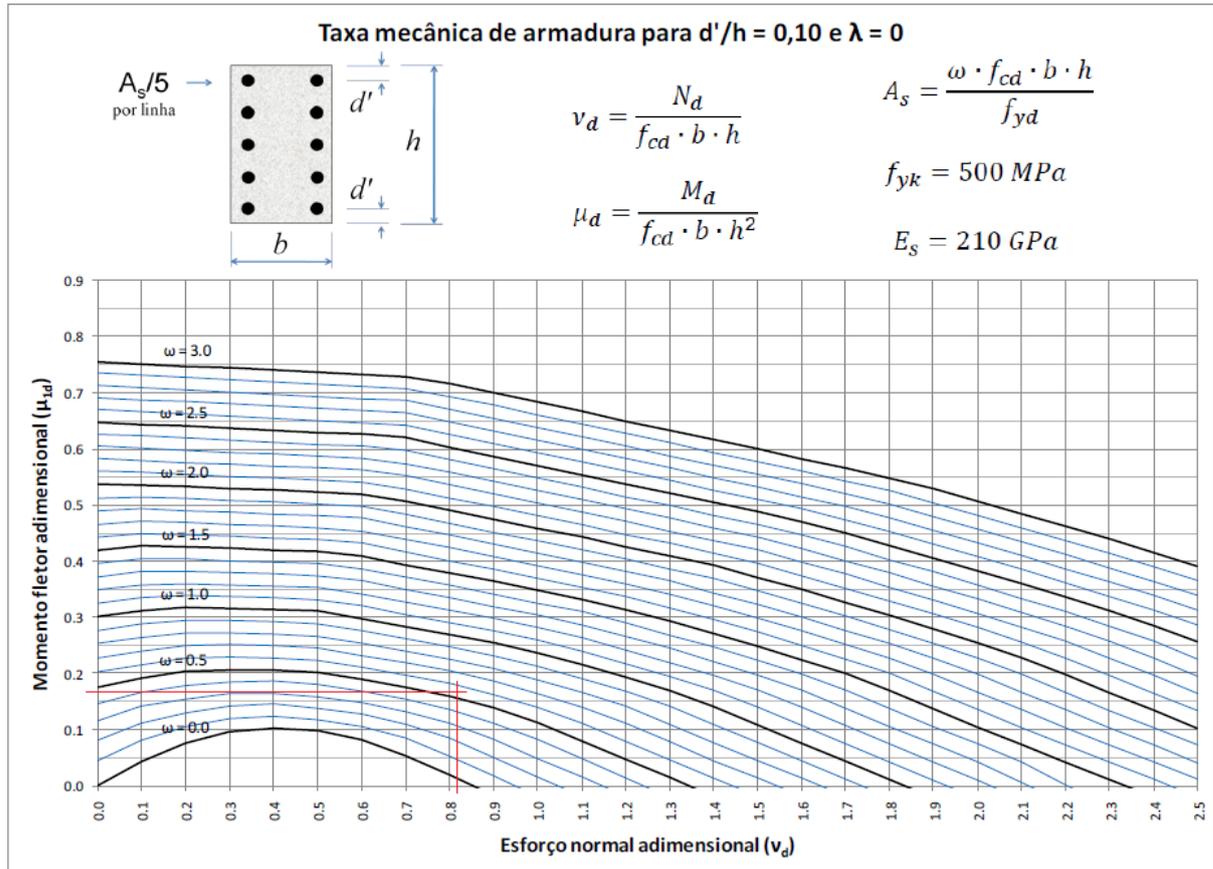
$$0,16 = \frac{M_{Rdx}}{21428,57 \cdot 0,6 \cdot 0,2^2}$$

$$M_{Rdx} = 82,29 \text{ kN.m}$$

Já definido o momento resistente na direção x, utiliza-se outro ábaco para se calcular o momento resistente na direção y. Este ábaco já possui o arranjo de barras de aço longitudinais que serão utilizadas.

Neste ábaco, entra-se com os valores já calculados do ω (igual a 0,54), com o uso da área de armadura efetiva, e o valor do esforço normal adimensional ($v_d = 0,82$), encontrando um valor para o momento fletor adimensional (μ_{dy}).

Figura 50 - Ábaco para dimensionamento de pilares



Fonte: RIBEIRO (2011)

Conforme o ábaco acima, tem-se aproximadamente um valor para o momento fletor adimensional na direção y sendo $\mu_{dy} = 0,17$.

Com o cálculo na direção y , a equação do momento fletor adimensional segue abaixo:

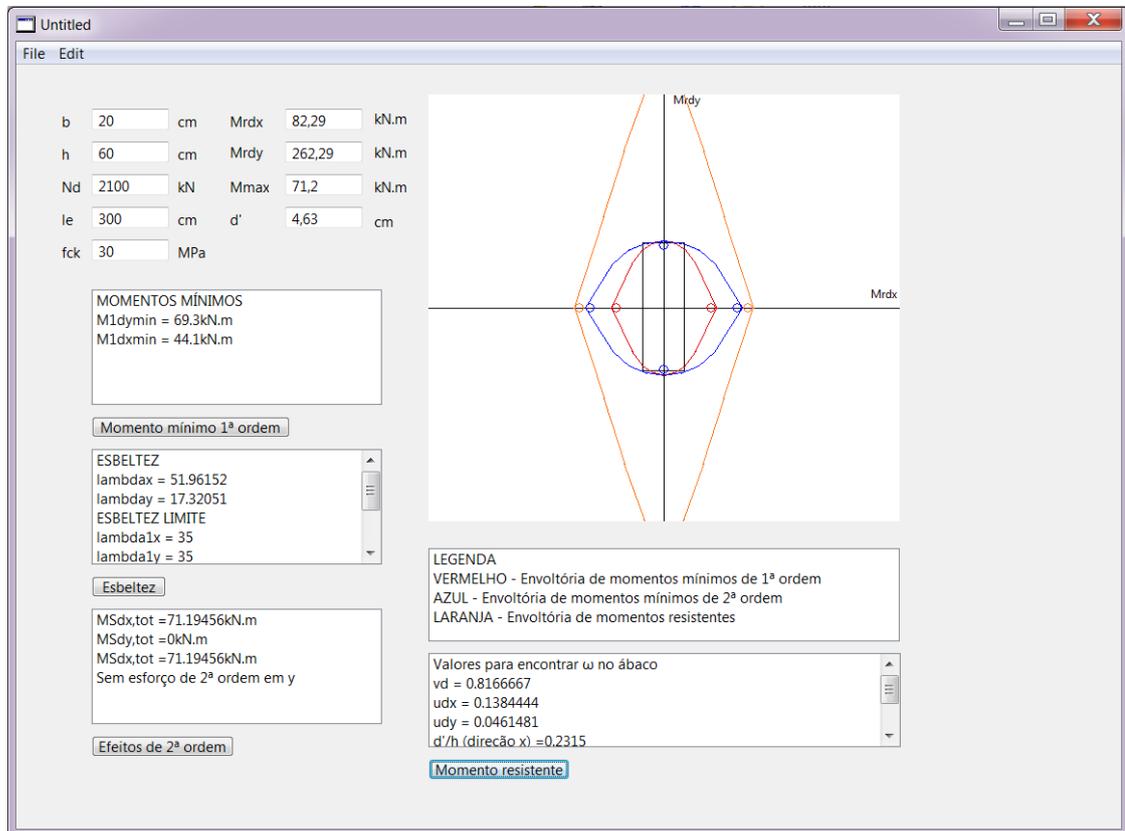
$$\mu_d = \frac{M_d}{f_{cd} \cdot b \cdot h^2}$$

$$0,17 = \frac{M_d}{21428,57 \cdot 0,20 \cdot 2,06^2}$$

$$M_{Rdy} = 262,29 \text{ kN.m}$$

Com os momentos resistentes nas duas direções, é possível traçar a envoltória de momentos resistentes, a fim de se fazer a verificação do dimensionamento.

Figura 51 - Envoltória de momentos resistentes



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

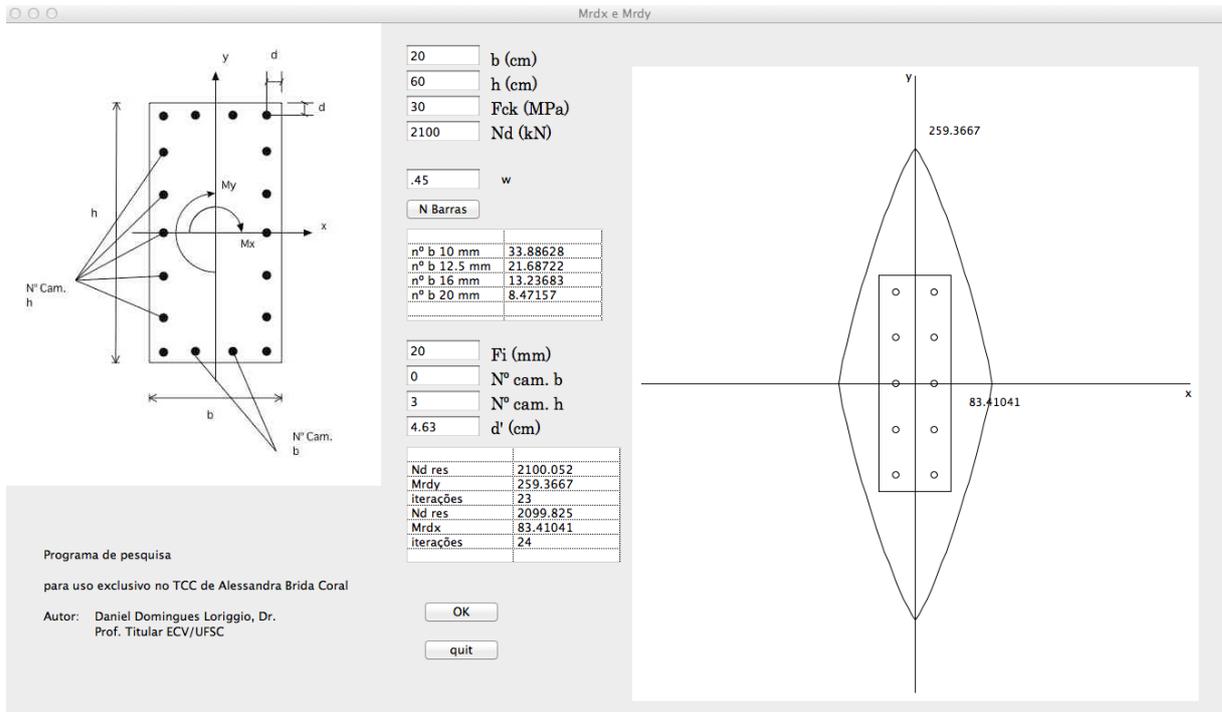
Tendo a envoltória de momentos resistentes englobando as envoltórias mínimas de 1ª e 2ª ordens, a verificação do dimensionamento está adequada.

Usando o programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0 pode-se obter uma precisão maior na determinação de M_{Rdx} e M_{Rdy} . Usando exatamente $d'=4,63$ cm obteve-se:

$$M_{Rdx} = 83,41 \text{ kN.m}$$

$$M_{Rdy} = 259,37 \text{ kN.m}$$

Figura 52 - Determinação dos momentos resistentes



Fonte: programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0 elaborado pelo orientador

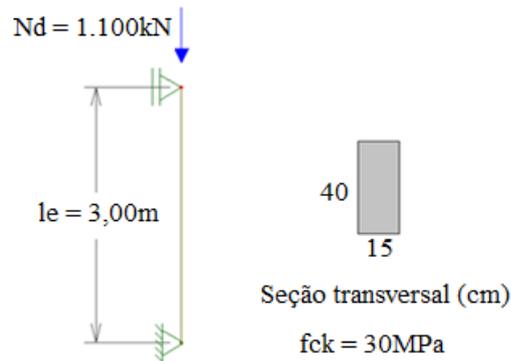
Nota-se que há uma pequena diferença do resultado do programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0, para o resultado do dimensionamento com a utilização dos ábacos. Essa diferença indica a falta de precisão na utilização de ábacos. Os valores de momentos resistentes nas direções x e y , encontrados pelo programa desenvolvido pelo orientador, são mais precisos, e são praticamente os mesmos resultados fornecidos neste exemplo nos Comentários Técnicos do IBRACON (2006).

Como os valores do gráfico estão à favor da segurança, a diferença é de precisão no gráfico. Se, por exemplo, fosse usado $\mu_{dx} = 0,165$, o valor de M_{Rdy} passaria a ser 255 kN.m.

4.1.2. Exemplo 2

O exemplo a seguir foi elaborado pela própria autora.

Figura 53 - Dados do pilar



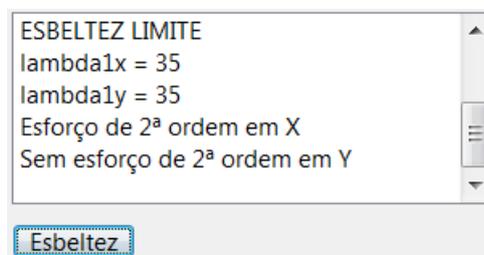
Fonte: Elaborado pela autora

Com a seção do pilar definida, entra-se com os dados do pilar no programa, com os dados inseridos, clica-se no botão para se obter os momentos mínimos de primeira ordem.

Tendo-se os valores dos momentos mínimos de 1ª ordem, o botão "esbeltez" fornece os valores da esbeltez em x e em y, e também a esbeltez limite nestas duas direções, para poder definir se calcula-se os efeitos locais de 2ª ordem na direção indicada.

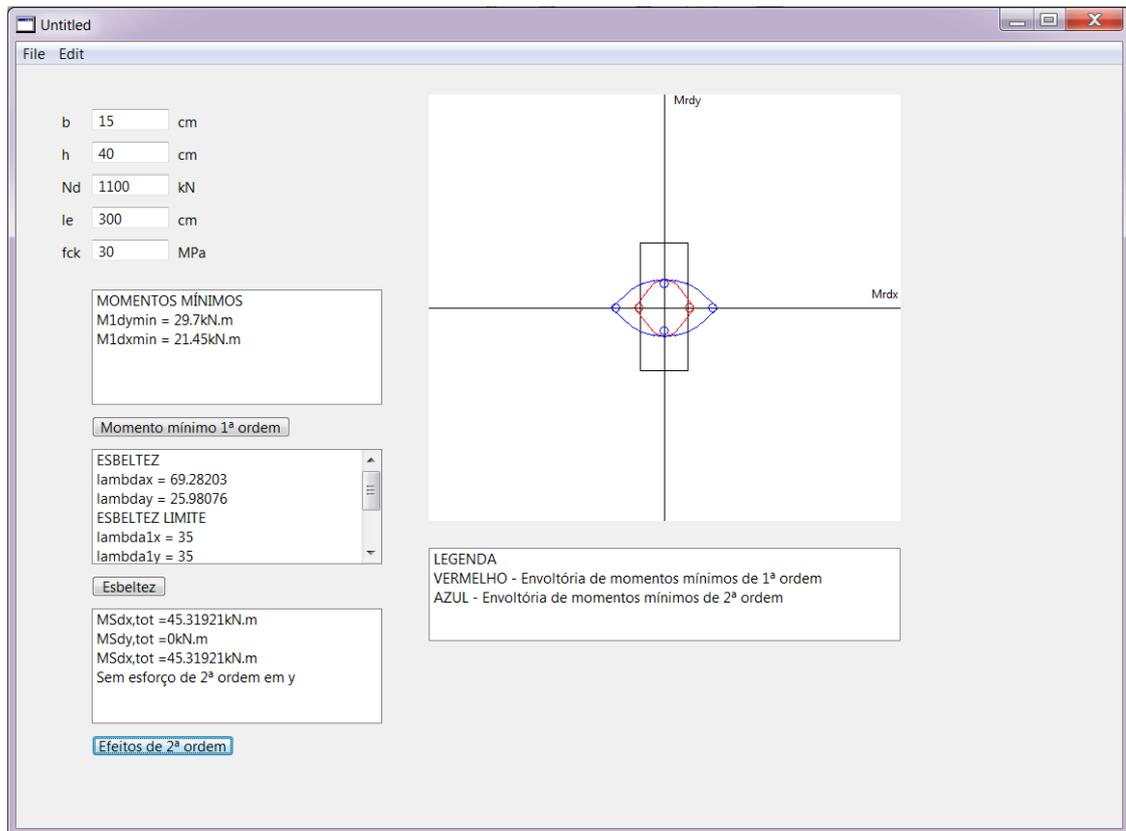
Com os valores da esbeltez em x e em y, e seus valores limites, o programa mostra que, como o $\lambda_x > \lambda_{1x}$, é necessário o cálculo dos efeitos locais de segunda ordem nesta direção. Já em y, como $\lambda_y > \lambda_{1y}$, não é necessário calcular os efeitos locais de 2ª ordem.

Figura 54 - Listbox do cálculo da esbeltez



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Figura 55 - Envoltórias mínimas



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Com todos os momentos mínimos definidos, segue-se para o cálculo dos momentos resistentes com o uso dos ábacos.

O segundo programa fornece os dados necessários para que se encontre o ábaco a ser usado, e os esforços adimensionais para encontrar o valor de ω .

Segundo os cálculos do programa, e o que nos mostra as envoltórias, o maior momento atuante no pilar é o momento mínimo com 2ª ordem na direção x. Esse valor é de 45,32 kN.m. Inserindo esses dados no programa de envoltórias resistentes, tem-se os dados para a utilização do ábaco, adotando-se um $d'=3,8$ cm, considerando um cobrimento de 2,5 cm, estribo de 5 mm e uma armadura longitudinal de $\phi = 16$ mm.

É importante destacar que a escolha do diâmetro da armadura longitudinal segue as prescrições da NBR6118/2014, que cita para o diâmetro máximo da armadura longitudinal, o valor de 1/8 da menor dimensão do pilar. Neste caso, o diâmetro máximo a ser utilizado, deve

ser de 18,75 mm. Como tem-se no mercado barras com $\phi = 16 \text{ mm}$, como valor mais próximo do encontrado, este é o diâmetro adotado para a seção.

Figura 56 - Valores para utilização do ábaco

udx = 0.2349926
udy = 0.0881222
d'/h (direção x) = 0.2533333
d'/h (direção y) = 0.095

Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Para a direção x, será utilizado o ábaco correspondente a $d'/h = 0,25$, praticamente o valor correspondente. E na direção y, o ábaco correspondente a $d'/h = 0,10$, contra a segurança, porém mais próximo do valor exato.

Tem-se o valor do momento fletor adimensional ($\mu_{dx} = 0,23$) e do esforço normal adimensional ($v_d = 0,85$), e entra-se com esses valores no ábaco correspondente.

Encontra-se um valor de $\omega = 0,9$, aproximadamente. Aplicando-se esse valor na equação (27), tem-se o valor da armadura necessária na direção x.

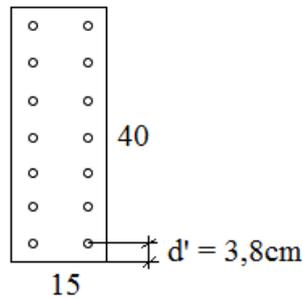
A partir deste exemplo, serão usadas planilhas eletrônicas que foram desenvolvidas para auxiliar no dimensionamento dos pilares. Elas calculam automaticamente as equações que são necessárias ao dimensionamento com uso de ábacos.

Tabela 1 - Cálculo da área de armadura necessária

b (cm)	15
h (cm)	40
Nd (kN)	1100
fck (MPa)	30
w	0,9
As (cm²)	26,614285

A área de armadura necessária é de 26,61 cm², que é maior que a área de armadura mínima (3,79 cm²), e optando-se por um arranjo de 14 barras de $\phi = 16 \text{ mm}$, a área de armadura efetiva é de 28,154 cm².

Figura 57 - Detalhamento da seção



$$A_s = 28,15 \text{ cm}^2$$

Fonte: Elaborado pela autora

Com o valor da armadura efetiva, através da equação (27), encontra-se um novo valor para o ω :

Tabela 2 - Novo w

n° barras	14
ϕ (fi) (mm)	16
A_s efetivo (cm²)	28,154
Novo w	0,95207

Entrando-se com esse novo valor de ω no ábaco, e com o valor de $v_d = 0,85$, encontra-se um novo valor para $\mu_{dx} = 0,24$, e assim é possível encontrar o momento resistente na direção x.

Tabela 3 - Momento resistente em x

b (cm)	15
h (cm)	40
fck (Mpa)	30
udx	0,24
Mrdx (kN.m)	46,2857

Já definido o momento resistente na direção x, utiliza-se outro ábaco para se calcular o momento resistente na direção y. Este ábaco já possui o arranjo de barras de aço longitudinais que serão utilizadas.

Neste ábaco, entra-se com os valores já calculados do ω (igual a 0,95), com o uso da área de armadura efetiva, e o valor do esforço normal adimensional ($v_d = 0,85$), encontrando um valor para o momento fletor adimensional $\mu_{dy} = 0,25$. Assim, calcula-se o momento resistente na direção y.

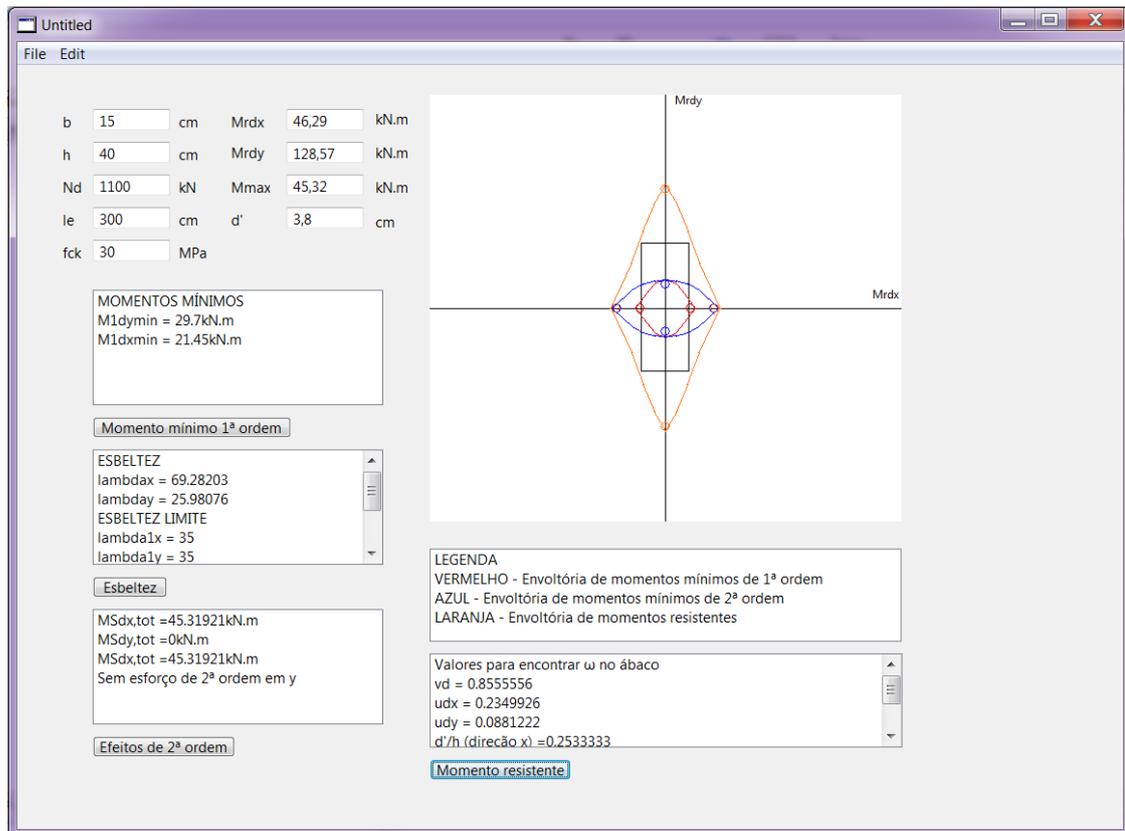
O ábaco utilizado, possui em seu arranjo o total de 10 barras, pois não existe ábacos com arranjos maiores que este. Mesmo não sendo o valor exato, pode-se conseguir uma aproximação nos valores, que será comparado posteriormente com os valores encontrados com o programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0.

Tabela 4 - Momento resistente em y

b (cm)	15
h (cm)	40
fck (Mpa)	30
udy	0,25
Mrdy (kN.m)	128,571

Com os momentos resistentes nas duas direções, é possível traçar a envoltória de momentos resistentes, a fim de se fazer a verificação do dimensionamento.

Figura 58 - Envoltória de momentos resistentes



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Tendo a envoltória de momentos resistentes englobando as envoltórias mínimas de 1ª e 2ª ordens, a verificação do dimensionamento está adequada.

Usando o programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0 pode-se obter uma precisão maior na determinação de M_{Rdx} e M_{Rdy} .

Com o programa, obtém-se $M_{Rdx} = 46,32 \text{ kN.m}$ e $M_{Rdy} = 122,69 \text{ kN.m}$. O valor do momento resistente em x pode-se considerar praticamente o mesmo, e houve uma diminuição considerável no momento resistente em y.

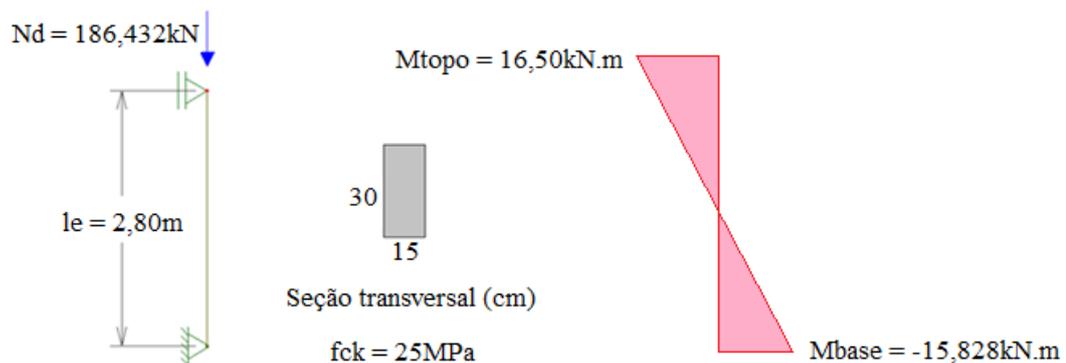
4.2. Exemplos de flexão composta normal

4.2.1. Exemplo 1

Os dados do pilar do exemplo a seguir foram retirados do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) de Arthur Pergher (2015). Foi escolhido o lance de pilar do pavimento Tipo 3, da estrutura que o autor verificou em seu trabalho. A combinação de ação que determinou os esforços solicitantes, foi a combinação V4, que considera o vento atuando na direção vertical em planta, tendendo a levantar a estrutura.

O pilar está submetido à flexão composta normal, com momento na base e no topo na direção x. $M_{topo} = 16,50 \text{ kN.m}$ e $M_{base} = -15,828 \text{ kN.m}$.

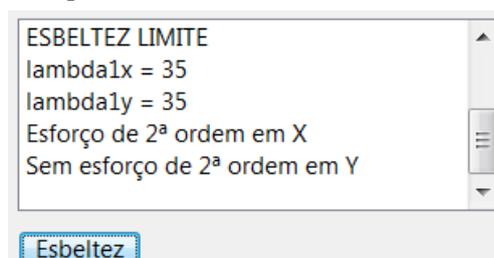
Figura 59 - Dados do pilar



Fonte: Elaborado pela autora

Com os dados inseridos, tem-se o cálculo dos momentos mínimos de primeira ordem, e o traçado da envoltória mínima de 1ª ordem. Tendo-se os momentos mínimos de 1ª ordem, o próximo passo é o cálculo da esbeltez nas direções x e y.

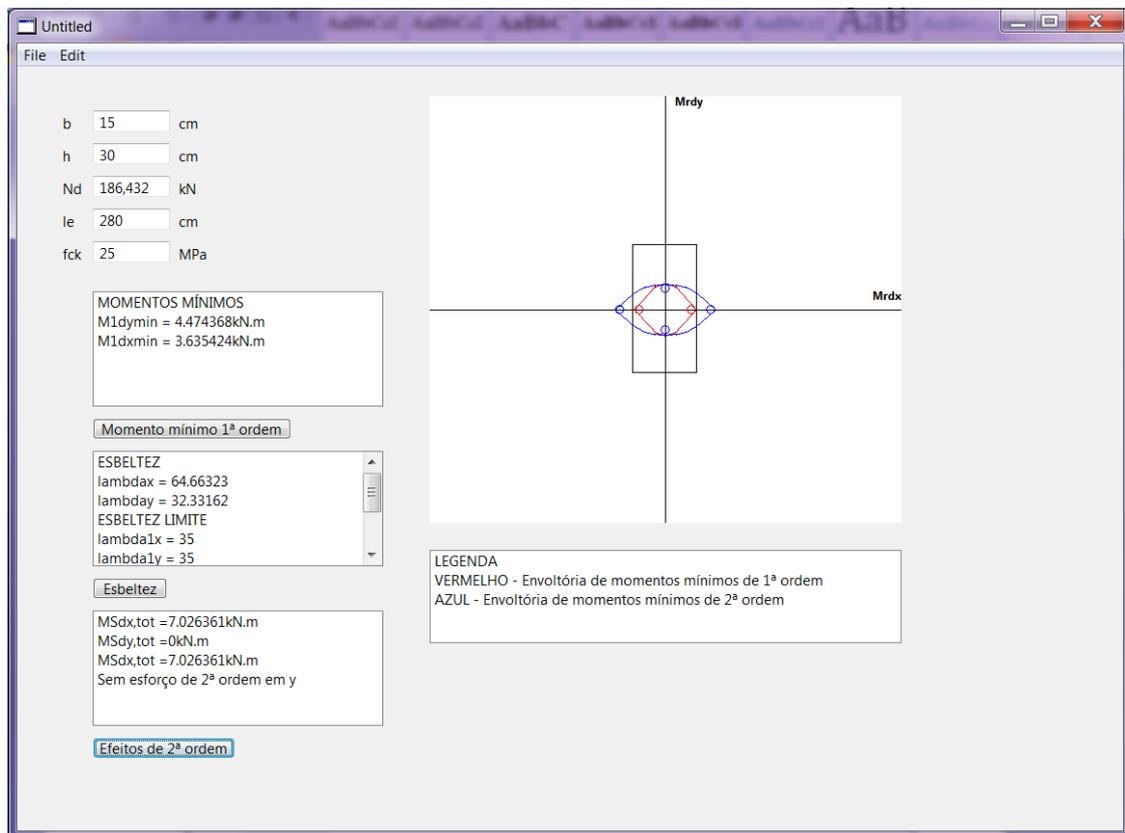
Figura 60 - Listbox do cálculo da esbeltez



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Com a determinação de que há esforço de segunda ordem na direção x , e de que na direção y não há esforço de 2ª ordem, o próximo passo é o cálculo destes efeitos e o traçado da envoltória mínima de segunda ordem.

Figura 61 - Cálculo dos momentos mínimos



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

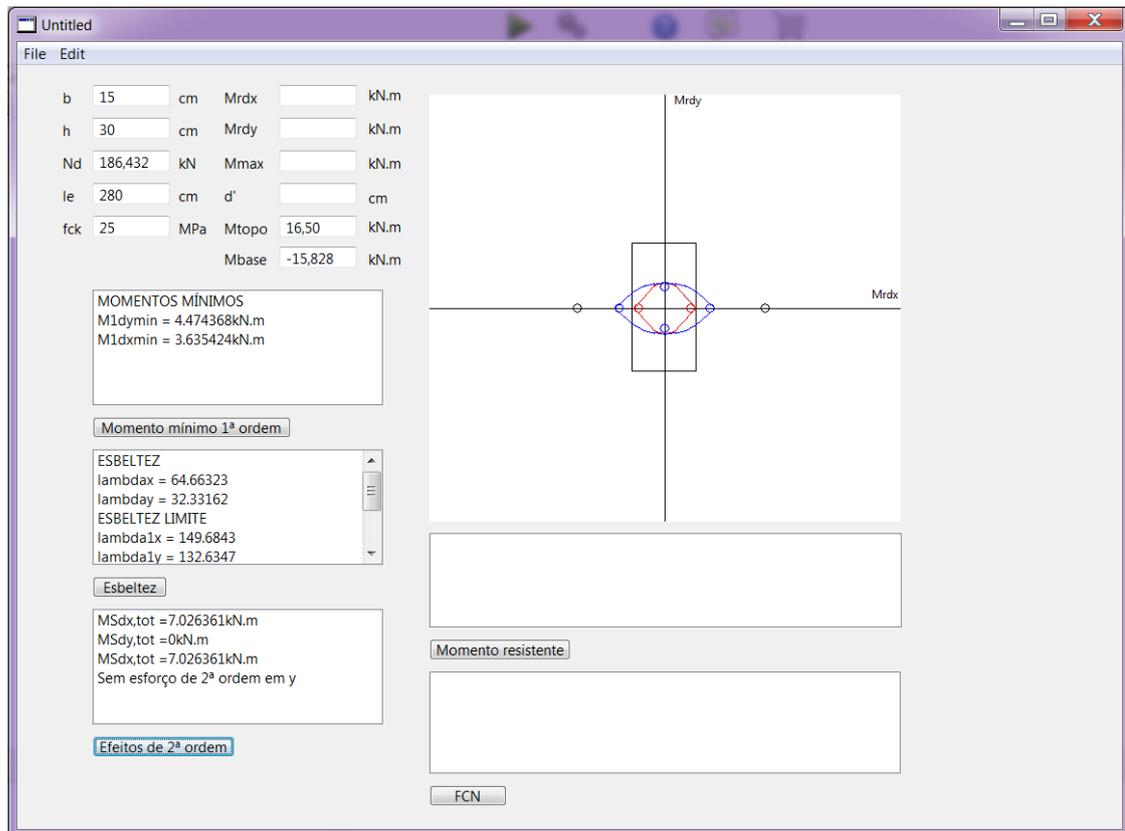
Definido os momentos mínimos de 1ª e 2ª ordem, analisa-se agora a flexão composta normal do pilar, submetidos a momento de topo e base.

No programa, será inserido os valores de M_{topo} e M_{base} . Ao inserir os momentos solicitantes no programa, já nota-se os dois pontos inseridos no gráfico.

Na análise de flexão composta normal, vai-se ter um novo valor para a esbeltez limite, para poder se determinar se há esforço de 2ª ordem em alguma das direções principais. Sabe-se que, se houver necessidade dos cálculos dos efeitos locais de 2ª ordem em alguma das direções, calcula-se o ponto intermediário da seção, inserindo este, também, no gráfico.

No programa, é possível analisar a flexão composta normal para qualquer uma das direções principais, x e y .

Figura 62 - Flexão composta normal

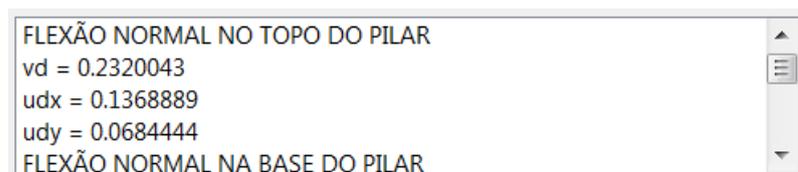


Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Os valores de esbeltez limite deram muito maiores que a esbeltez do pilar, em ambas as direções. Portanto, não será necessário o cálculo do ponto intermediário (flexão normal entre o topo e a base do pilar). Sendo assim, o próximo passo é o cálculo dos momentos resistentes nas duas direções, através do uso dos ábacos.

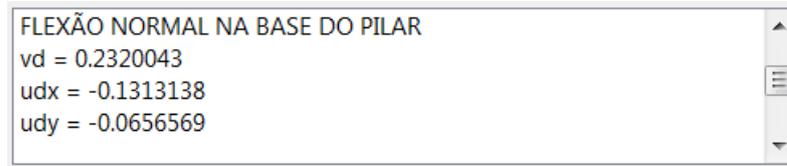
O programa fornece os valores para se entrar no ábaco para a flexão normal no topo e na base do pilar.

Figura 63 - Flexão normal no topo do pilar



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Figura 64 - Flexão normal na base do pilar



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Vai ser utilizado o maior destes dois momentos (topo e base). Portanto, o dimensionamento será considerando a flexão normal no topo do pilar.

Considerando um cobrimento de 3 cm, um estribo de $\phi = 5 \text{ mm}$, e uma armadura longitudinal de 10 mm de diâmetro, tem-se um d' de 4 cm. O programa fornece também a relação d'/h nas duas direções para a escolha do ábaco mais adequado.

Figura 65 - Relação d'/h 

Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Para a direção x, será utilizado o ábaco correspondente a $d'/h = 0,25$, valor que mais se aproxima do valor exato, porém vai contra a segurança. E na direção y, o ábaco correspondente a $d'/h = 0,15$, a favor da segurança.

Tem-se o valor do momento fletor adimensional na flexão normal entre base e topo do pilar ($\mu_{dx} = 0,14$) e do esforço normal adimensional ($\nu_d = 0,23$), e entra-se com esses valores no ábaco correspondente.

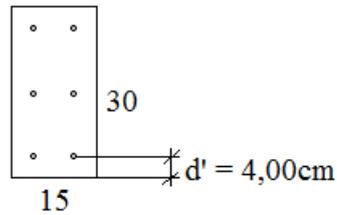
Encontra-se, no ábaco, um valor de $\omega = 0,25$. Inserindo esse valor na equação (27) tem-se a área de armadura necessária na seção.

Tabela 5 - Cálculo da área de armadura necessária

b (cm)	15
h (cm)	30
Nd (kN)	186,432
fck (MPa)	25
w	0,25
As (cm²)	4,620535714

Portanto, a área de armadura necessária é de $4,62 \text{ cm}^2$, que é maior que a área de armadura mínima ($1,8 \text{ cm}^2$). Adotando-se um arranjo de armadura de 6 barras de diâmetro 10 mm cada uma, tem-se a área de armadura efetiva na seção sendo igual a $4,71 \text{ cm}^2$. Com a equação (27), encontra-se um novo valor de ω .

Figura 66 - Detalhamento da seção



$$A_s = 4,71 \text{ cm}^2$$

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 6 - Novo w

n° barras	6
ϕ (fi) (mm)	10
A_s efetivo (cm^2)	4,71
Novo w	0,25484

Utilizando o mesmo ábaco, mas agora entrando-se com os valores de ω e ν_d , encontra-se um valor para $\mu_d = 0,15$. Inserindo esse valor na equação (26) encontra-se o momento resistente da direção x.

Tabela 7 - Momento resistente em x

b (cm)	15
h (cm)	30
fck (Mpa)	25
udx	0,15
Mrdx (kN.m)	18,0804

Com o valor do momento resistente na direção x, faz-se uso dos ábacos para encontrar o momento resistente em y. Entra-se no ábaco que tem em seu arranjo de armaduras o número de barras que foi adotado, os valores de ν_d e ω , encontrando um valor para μ_d . Com esse valor, utilizando a equação (26), tem-se o valor do momento resistente na direção y.

Pelo ábaco, encontra-se um valor de $\mu_d = 0,16$. Aplicando-se na equação (26), tem-se:

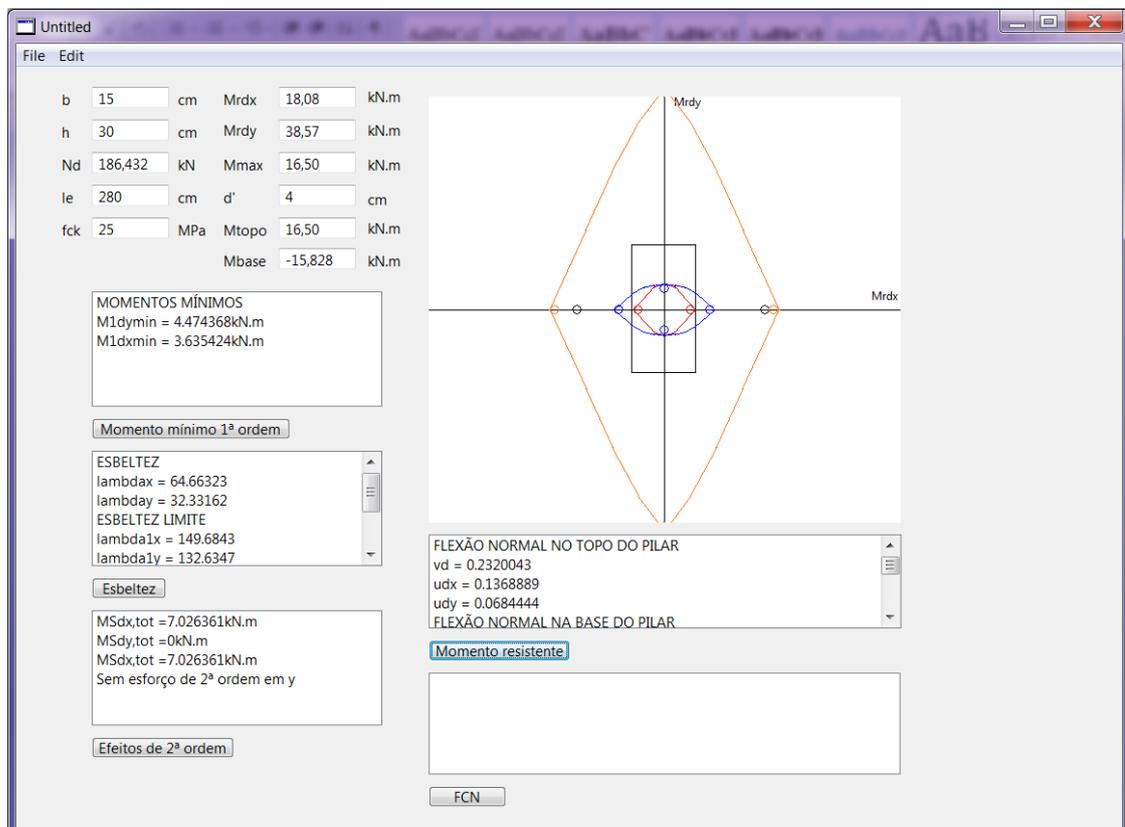
Tabela 8 - Momento resistente em y

b (cm)	15
h (cm)	30
fck (Mpa)	25
udy	0,16
Mrdy (kN.m)	38,5714

Conhecendo-se os valores de momentos resistente nas duas direções, é possível traçar a envoltória de momentos resistentes, utilizando a equação (28).

Como o programa já calcula essa envoltória automaticamente, basta inserir os momentos resistentes que foram encontrados. Na figura abaixo, tem-se a inserção dos valores de momentos resistentes, e ao clicar no botão "Momento resistente", é traçada a envoltória de momentos resistentes.

Figura 67 - Envoltória de momentos resistentes



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Como a envoltória de momentos resistentes engloba as envoltórias mínimas de 1ª e 2ª ordem e os momentos de topo e base do pilar submetido a flexão composta normal, o dimensionamento é considerado adequado para a seção.

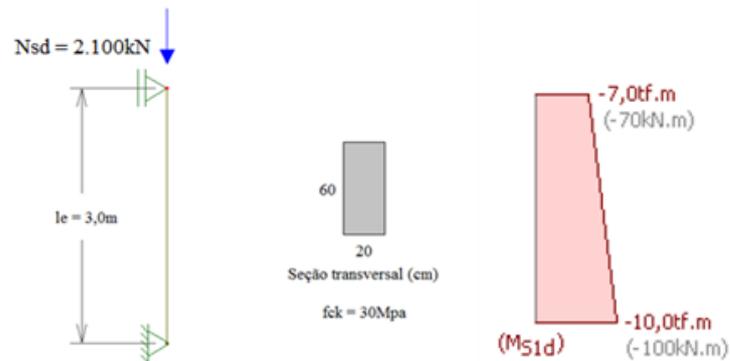
Com o uso do programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0, pode-se obter uma precisão maior na determinação dos momentos resistentes M_{rdx} e M_{rdy} .

Com o programa, obteve-se um momento resistente na direção x de 16,95 kN.m e na direção y 36,98 kN.m, valores bem próximos dos obtidos pelo dimensionamento através dos ábacos. Porém, houve uma diminuição dos valores encontrados inicialmente para os valores ~~exatos~~ encontrados com o programa. Isso mostra que a consideração destes momentos resistentes com o ábaco são imprecisos e depende muito da relação d'/h.

4.2.2. Exemplo 2

Para um segundo exemplo de flexão composta normal, será utilizado o mesmo pilar analisado no exemplo 1, item 4.1.1, de traçado de envoltórias. Adicionando apenas um momento no topo, e na base do pilar na direção x, conforme o exemplo dos Comentários Técnicos do IBRACON, iguais a:

Figura 68 - Pilar submetido à flexão composta normal



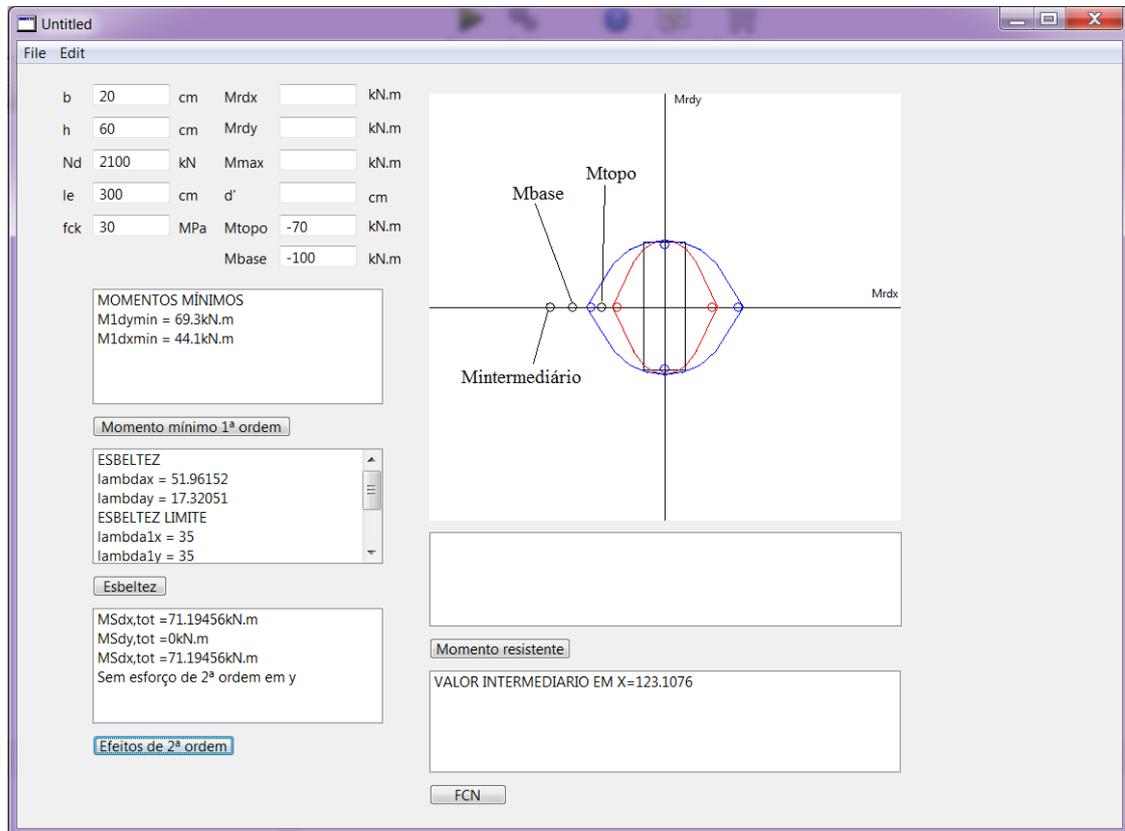
Fonte: Comentários da NB-1 (2006)

$$M_{topo} = -70\text{kN.m}$$

$$M_{base} = -100\text{kN.m}$$

Ao programa para pilares submetidos à flexão composta normal, vai-se adicionar estes momentos de topo e base, conforme figura abaixo:

Figura 69 - Flexão composta normal



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Neste exemplo, tem-se o $\lambda_x > \lambda_{1x}$, sendo necessário o cálculo dos efeitos locais de 2ª ordem. Portanto, o programa calculou o ponto intermediário a ser considerado no dimensionamento. Sendo o momento fletor entre a base e o topo do pilar igual a 123,11 kN.m.

Este ponto já se insere automaticamente no gráfico, como pode-se perceber na figura acima.

O próximo passo é o cálculo dos esforços necessários para o dimensionamento do pilar, através do uso de ábacos. O programa fornece automaticamente esses valores.

Figura 70 - Flexão normal no topo do pilar

```

FLEXÃO NORMAL NO TOPO DO PILAR
vd = 0.8166667
udx = -0.1361111
udy = -0.0453704
FLEXÃO NORMAL NA BASE DO PILAR

```

Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Figura 71 - Flexão normal na base do pilar

```

FLEXÃO NORMAL NA BASE DO PILAR
vd = 0.8166667
udx = -0.1944444
udy = -0.0648148
FLEXÃO NORMAL ENTRE O TOPO E A BASE DO PILAR

```

Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Figura 72 - Flexão normal entre o topo e a base do pilar

```

FLEXÃO NORMAL ENTRE O TOPO E A BASE DO PILAR
vd = 0.8166667
udx = 0.2393758
udy = 0.0797919

```

Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Considerando um cobrimento de 3 cm, um estribo de $\phi = 6,3mm$, e uma armadura longitudinal de 20 mm de diâmetro, tem-se um d' de 4,63 cm. O programa fornece também a relação d'/h nas duas direções para a escolha do ábaco mais adequado.

Figura 73 - Relação d'/h

```

d'/h (direção x) =0.2325
d'/h (direção y) =0.0775

```

Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Para a direção x, vai ser considerado um d'/h igual a 0,25. Mais próximo do valor exato, e a favor da segurança. E para a direção y, $d'/h = 0,10$. Também mais próximo do valor, e a favor da segurança no dimensionamento.

Tem-se o valor do momento fletor adimensional na flexão normal entre base e topo do pilar ($\mu_{dx} = 0,24$) e do esforço normal adimensional ($\nu_d = 0,82$), e entra-se com esses valores no ábaco correspondente.

Encontra-se no ábaco um valor de $\omega = 0,90$. Entrando-se com esse valor na equação (27), encontra-se um valor para a área de armadura necessária na seção.

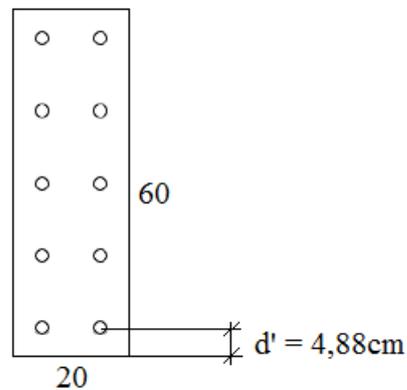
Utilizando planilha eletrônica, que facilitam os cálculos manuais, encontra-se o valor da armadura necessária na seção:

Tabela 9 - Cálculo da área de armadura necessária

b (cm)	20
h (cm)	60
Nd (kN)	2100
le (m)	2,8
fck (MPa)	30
w	0,9
As (cm²)	53,228571

Portanto, a armadura necessária é 53,23 cm². Adotando-se um arranjo de armadura de 10 barras de diâmetro 25 mm cada uma, tem-se a área de armadura efetiva na seção sendo igual a 49,09 cm². Com a equação (27), encontra-se um novo valor de ω .

Figura 74 - Detalhamento da seção



$$A_s = 49,09 \text{ cm}^2$$

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 10 - Novo w

nº barras	10
ϕ (fi) (mm)	25
As efetivo (cm²)	49,09
Novo w	0,83002

O novo valor de ω é bem próximo do primeiro valor encontrado no ábaco (0,80). Utilizando o mesmo ábaco, mas agora entrando-se com os valores de ω e ν_d , encontra-se um valor para μ_d de aproximadamente 0,24. Inserindo esse valor na equação (26) encontra-se o momento resistente da direção x.

Tabela 11 - Cálculo do momento resistente em x

b (cm)	20
h (cm)	60
fck (Mpa)	30
udx	0,24
Mrdx (kN.m)	123,429

Com o valor do momento resistente na direção x, faz-se uso dos ábacos para encontrar o momento resistente em y. Entra-se no ábaco que tem em seu arranjo de armaduras o número de barras que foi adotado, os valores de ν_d e ω , encontrando um valor para μ_d . Com esse valor, utilizando a equação (26), tem-se o valor do momento resistente na direção y.

Pelo ábaco, encontra-se um valor de $\mu_d = 0,24$. Aplicando-se na equação (26), tem-se:

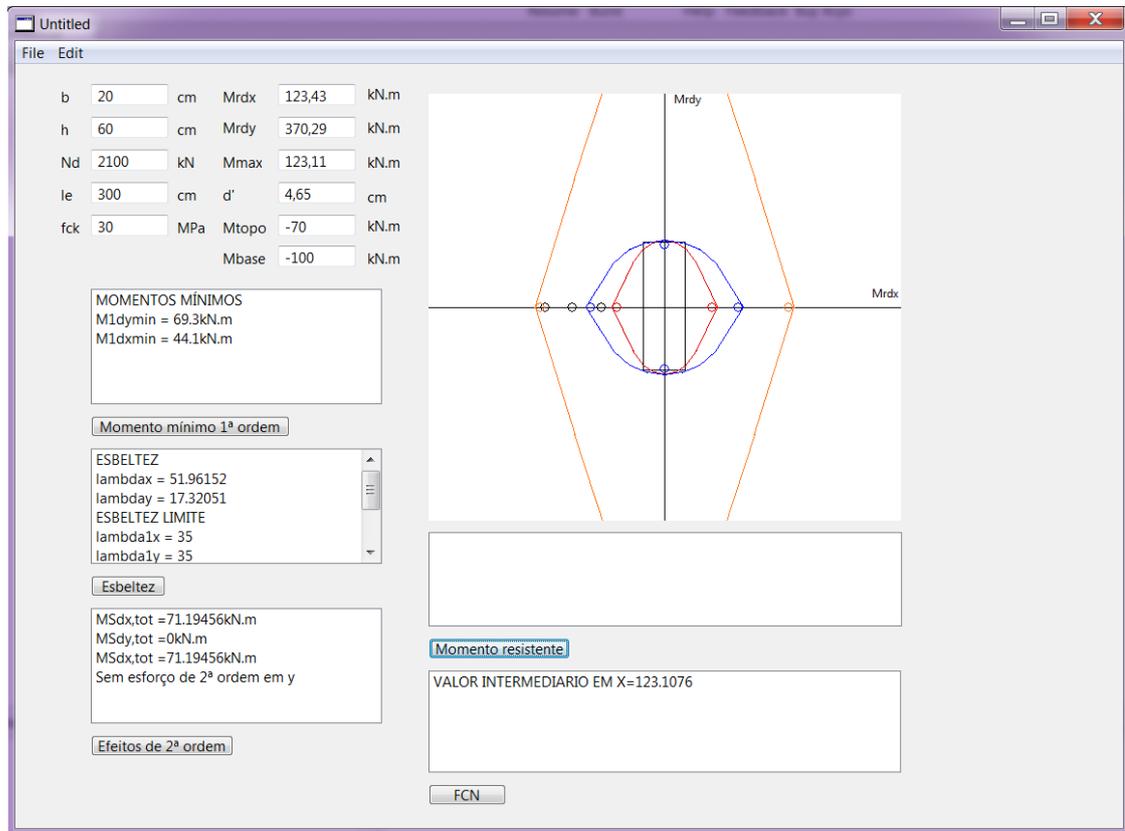
Tabela 12 - Cálculo do momento resistente em y

b (cm)	20
h (cm)	60
fck (Mpa)	30
udy	0,24
Mrdy (kN.m)	370,286

Conhecendo-se os valores de momentos resistente nas duas direções, é possível traçar a envoltória de momentos resistentes, utilizando a equação (28).

Como o programa já calcula essa envoltória automaticamente, basta inserir os momentos resistentes que foram encontrados. Na figura abaixo, tem-se a inserção dos valores de momentos resistentes, e ao clicar no botão "Momento resistente", é traçada a envoltória de momentos resistentes.

Figura 75 - Envoltória de momentos resistentes



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Nota-se que a envoltória de momentos resistentes, na direção x, passa praticamente em cima do momento fletor entre o topo e o pilar da seção. O valor do momento resistente em x, de 123,43 kN.m, não é o valor exato e está muito próximo do maior momento solicitante na seção, de 123,11 kN.m, podendo este dimensionamento, não ser considerado adequado para esta seção de pilar.

Com o uso do programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0, vai-se obter um valor mais preciso para estes momentos resistentes, e definir o dimensionamento adequado para este lance de pilar. No programa também é inserido o valor exato de d' (4,88 cm), já que se sabe que o momento resistente é muito sensível a este valor.

Com o arranjo de 10 barras de $\phi = 25 \text{ mm}$ cada uma, tem-se os momentos resistentes em y de 369,30 kN.m, praticamente o mesmo nos dois modos de dimensionamento. Porém, na direção x, o momento resistente é de 116,04 kN.m, bem abaixo do encontrado na utilização

dos ábacos, e abaixo do maior momento solicitante na seção, comprovando que o dimensionamento não está adequado.

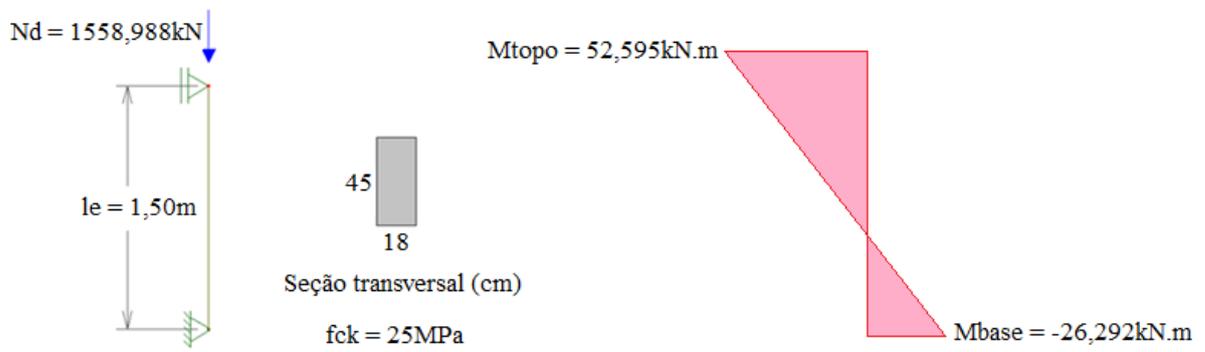
Pode-se utilizar 12 barras de $\phi = 25 \text{ mm}$ para testar se passa no dimensionamento. Porém, neste arranjo, só é possível com o uso do programa, e não com o uso dos ábacos, uma limitação neste tipo de escolha para dimensionamento. Com o programa, obteve-se $M_{Rdx} = 123,28 \text{ kN.m}$ e $M_{Rdy} = 413,29 \text{ kN.m}$.

4.2.3. Exemplo 3

Para o exemplo 3, vai ser utilizado um lance de pilar do Trabalho do Arthur Pergher (2015). O pilar escolhido é o pilar P6 da estrutura, lance abaixo do térreo, utilizando os esforços solicitantes da combinação V4, combinação com o vento agindo na direção vertical em planta, no sentido de cima para baixo da estrutura.

O pilar está submetido à flexão composta normal, com momento na base e no topo na direção x. $M_{topo} = 52,595 \text{ kN.m}$ e $M_{base} = -26,292 \text{ kN.m}$.

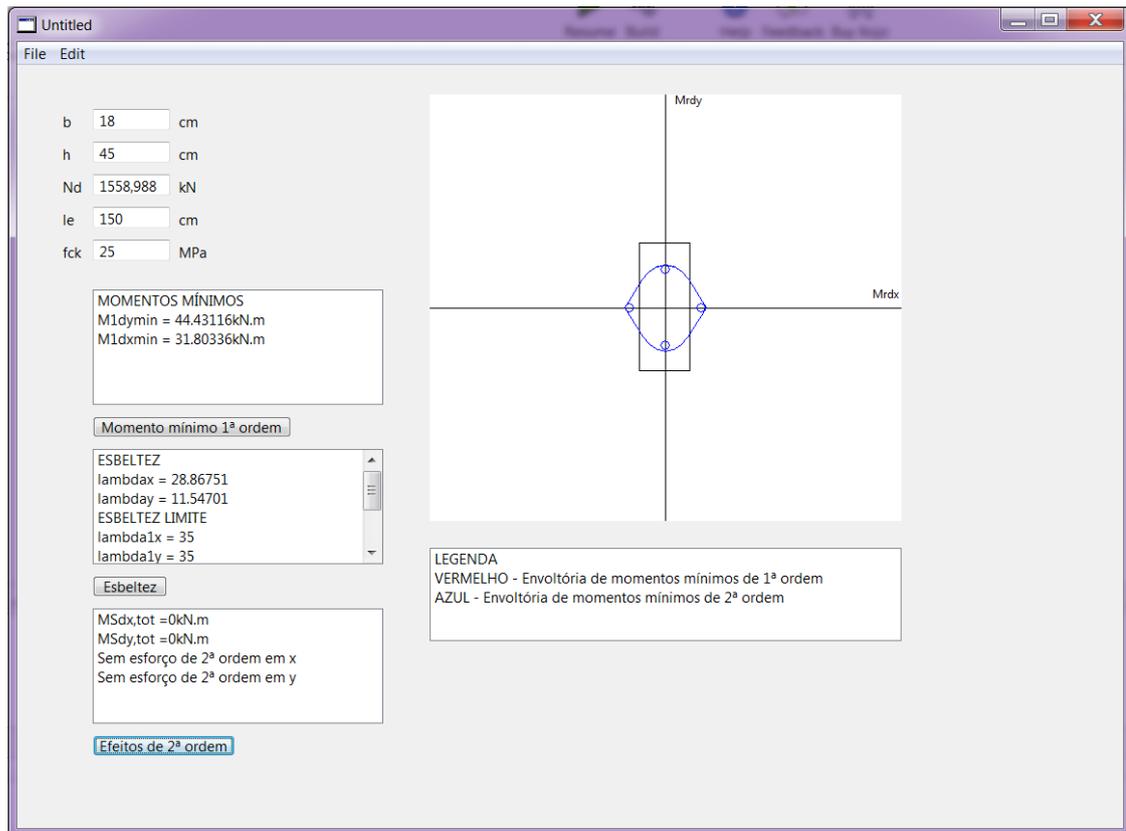
Figura 76 - Dados do pilar



Fonte: Elaborado pela autora

Analisando os momentos mínimos de 1ª e 2ª ordens, o traçado destas duas envoltórias coincide, visto que não há necessidade de se calcular os esforços de 2ª ordem nas duas direções.

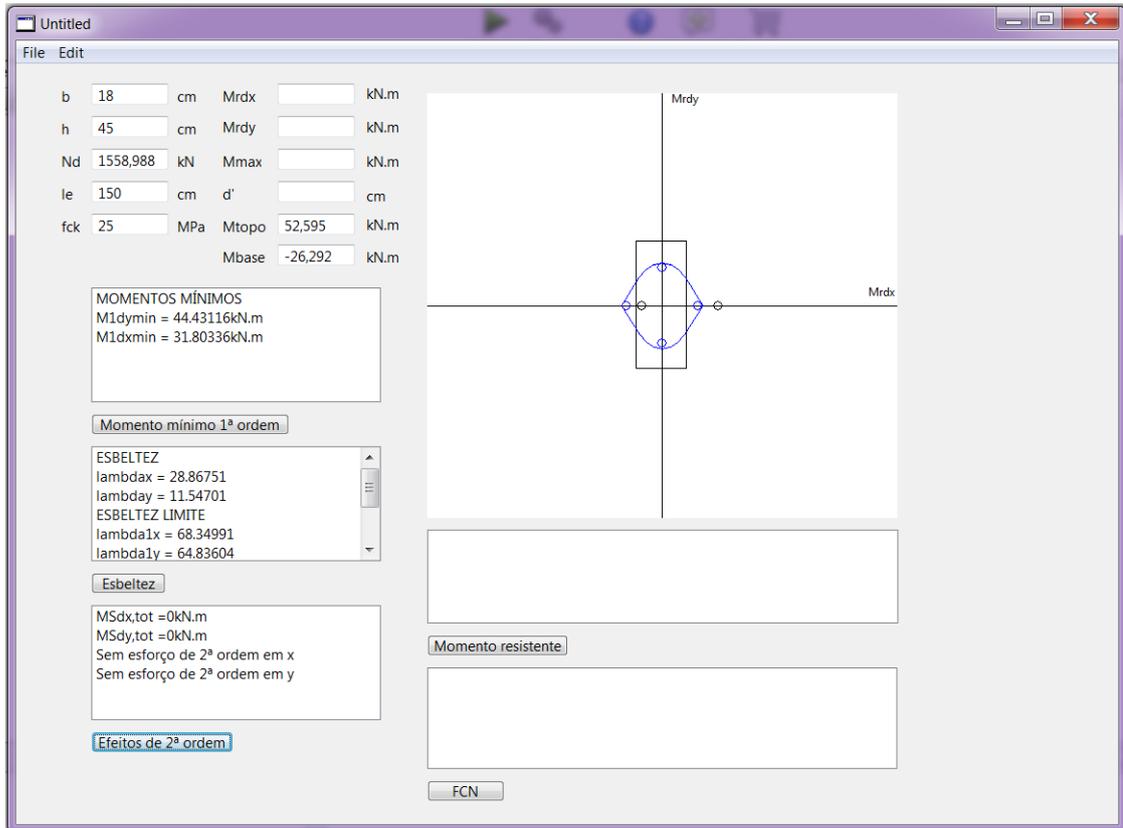
Figura 77 - Envoltórias mínimas



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Analisando, agora, a flexão composta normal, insere-se no programa os momentos de topo e base na direção x.

Figura 78 - Inserção dos momentos de topo e base

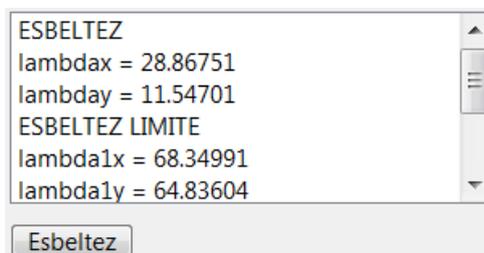


Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Percebe-se no desenho, os pontos de momento de topo e momento de base, e as envoltórias mínimas traçadas.

Deve-se calcular a esbeltez limite para saber se é necessário o cálculo do ponto intermediário do momento fletor da seção. O programa faz este cálculo automaticamente, conforme a figura abaixo:

Figura 79 - Cálculo da esbeltez



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Como o programa mostra, a esbeltez é menor que a esbeltez limite, não sendo necessário o cálculo dos efeitos locais de segunda ordem.

Definido os momentos mínimos de 1ª e 2ª ordem e os momentos de topo e base, segue-se para o cálculo dos momentos resistentes com a utilização dos ábacos de dimensionamento.

Figura 80 - Flexão normal no topo do pilar

```
FLEXÃO NORMAL NO TOPO DO PILAR
vd = 1.077819
udx = 0.202011
udy = 0.0808044
FLEXÃO NORMAL NA BASE DO PILAR
```

Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Figura 81 - Flexão normal na base do pilar

```
FLEXÃO NORMAL NA BASE DO PILAR
vd = 1.077819
udx = -0.1009844
udy = -0.0403937
FLEXÃO NORMAL ENTRE O TOPO E A BASE DO PILAR
```

Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Figura 82 - Flexão normal entre o topo e a base do pilar

```
FLEXÃO NORMAL ENTRE O TOPO E A BASE DO PILAR
vd = 1.077819
udx = 0
udy = 0
```

Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Considerando um cobrimento de 3 cm, um estribo de $\phi = 6,3 \text{ mm}$, e uma armadura longitudinal de 20 mm de diâmetro, tem-se um d' de 4,63 cm. O programa fornece também a relação d'/h nas duas direções para a escolha do ábaco mais adequado.

Figura 83 - Relação d'/h

```
d'/h (direção x) =0.2572222
d'/h (direção y) =0.1028889
```

Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Para a direção x, será utilizado o ábaco correspondente a $d'/h = 0,25$, valor que mais se aproxima do valor exato, porém contra a segurança. E na direção y, o ábaco correspondente a $d'/h = 0,10$, bem próximo do valor exato, também contra a segurança.

Com os valores de momento fletor adimensional ($\mu_{dx} = 0,20$) e esforço normal adimensional ($v_d = 1,08$) da flexão normal no topo do pilar, onde tem o maior momento atuante na seção, entra-se com esses valores no ábaco com d'/h correspondente na direção x.

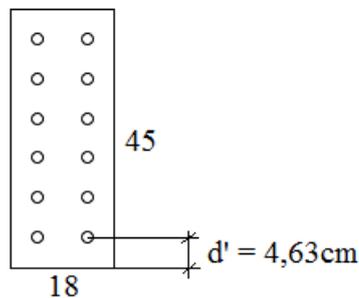
Encontra-se no ábaco um valor de $\omega = 0,98$. Inserindo esse valor na equação (27), tem-se o valor da área de armadura necessária na seção.

Tabela 13 - Cálculo da área de armadura necessária

b (cm)	18
h (cm)	45
Nd (kN)	1558,988
le (m)	1,50
fck (MPa)	25
w	0,98
As (cm²)	32,6025

Portanto, a armadura necessária é o 32,60 cm². Adotando-se um arranjo de armadura de 12 barras de diâmetro 20 mm cada uma, tem-se a área de armadura efetiva na seção sendo igual a 37,70 cm². Com a equação (27), encontra-se um novo valor de ω .

Figura 84 - Detalhamento da seção



$$A_s = 37,70 \text{ cm}^2$$

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 14 - Cálculo do novo w

n° barras	12
ϕ (fi) (mm)	20
As efetivo (cm²)	37,704
Novo w	1,07212

Utilizando o mesmo ábaco, mas agora entrando-se com os valores de ω e ν_d , encontra-se um valor para $\mu_d = 0,25$.

Inserindo esse valor na equação (26) encontra-se o momento resistente da direção x.

Tabela 15 - Cálculo do momento resistente em x

b (cm)	18
h (cm)	45
fck (Mpa)	25
udx	0,25
Mrdx (kN.m)	65,08929

Com o valor do momento resistente na direção x, faz-se uso dos ábacos para encontrar o momento resistente em y. Entra-se no ábaco que tem em seu arranjo de armaduras o número de barras que foi adotado, os valores de ν_d e ω , encontrando um valor para μ_d . Com esse valor, utilizando a equação (26), tem-se o valor do momento resistente na direção y.

Utiliza-se o ábaco com arranjo de 10 armaduras na seção, por ser o arranjo máximo encontrado nos ábacos.

Pelo ábaco, encontra-se um valor de $\mu_d = 0,27$. Aplicando-se na equação (26), tem-se o valor do momento resistente na direção y:

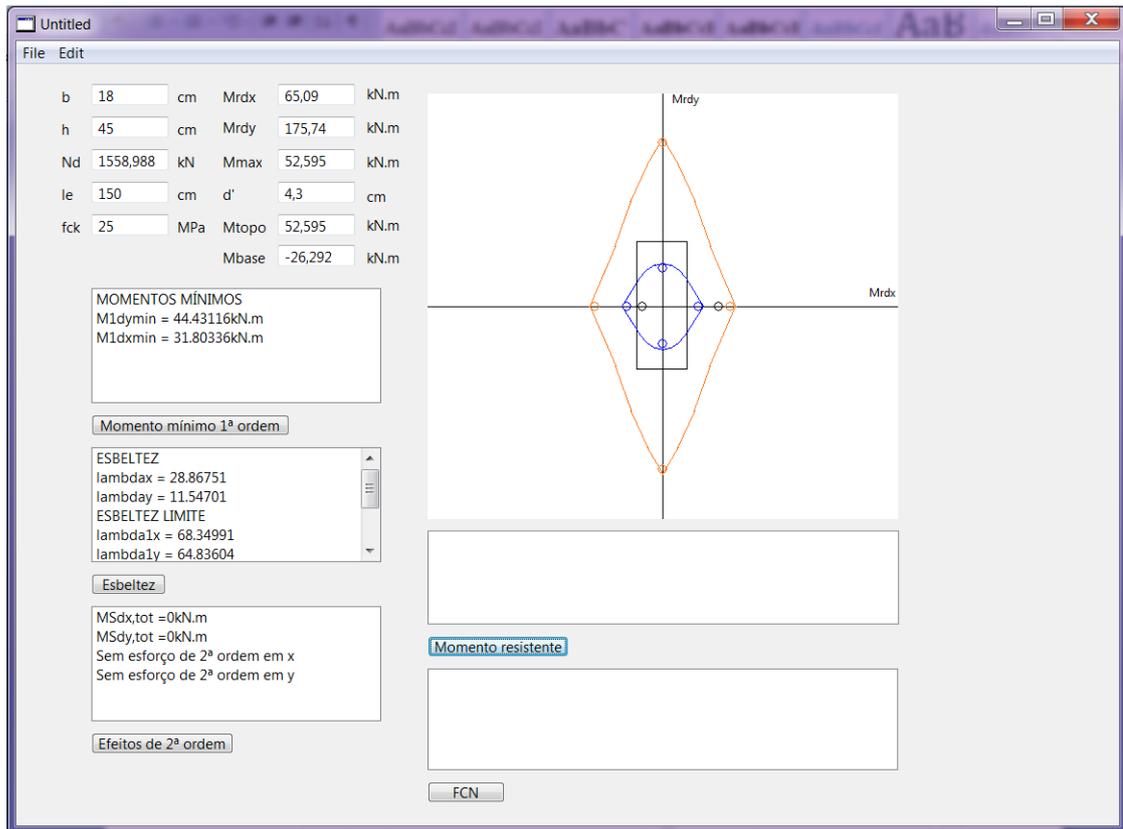
Tabela 16 - Cálculo do momento resistente em y

b (cm)	18
h (cm)	45
fck (Mpa)	25
udy	0,27
Mrdy (kN.m)	175,7411

Conhecendo-se os valores de momentos resistente nas duas direções, é possível traçar a envoltória de momentos resistentes, utilizando a equação (28).

Como o programa já calcula essa envoltória automaticamente, basta inserir os momentos resistentes que foram encontrados. Na figura abaixo, tem-se a inserção dos valores de momentos resistentes, e ao clicar no botão "Momento resistente", é traçada a envoltória de momentos resistentes.

Figura 85 - Envoltória de momentos resistentes



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Como a envoltória de momentos resistentes engloba as envoltórias mínimas de 1ª e 2ª ordem e os momentos de topo e base do pilar submetido a flexão composta normal, o dimensionamento é considerado adequado para a seção.

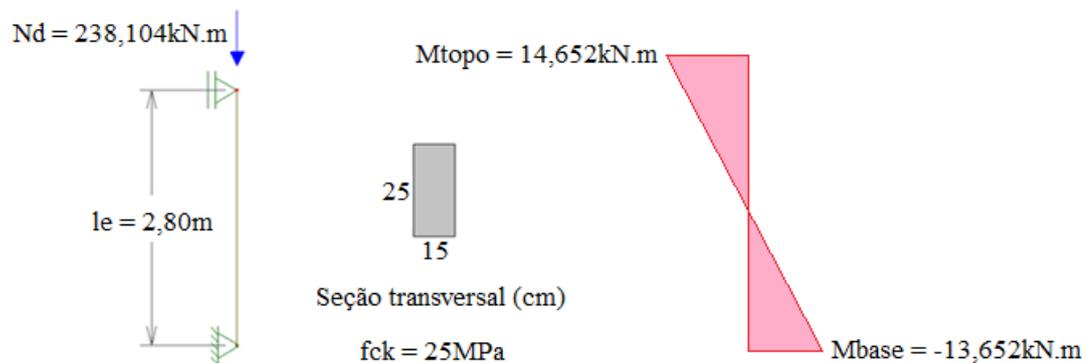
Com o uso do programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0, obteve-se $M_{Rdx} = 61,22 \text{ kN.m}$ e $M_{Rdy} = 156,75 \text{ kN.m}$, bem diferentes dos valores encontrados pelos ábacos e novamente ficaram menores, mostrando a imprecisão na utilização de ábacos para o dimensionamento.

4.2.4. Exemplo 4

Também retirado do TCC de Arthur Pergher (2015), o pilar a seguir é o P2, do lance "Tipo 3" da estrutura apresentada por Arthur. A combinação que fornece os esforços para o dimensionamento é a V2, considerando o vento atuando na estrutura da direita para a esquerda.

O pilar está submetido à flexão composta normal, com momento na base e no topo na direção x. $M_{topo} = 14,652 \text{ kN.m}$ e $M_{base} = -13,652 \text{ kN.m}$.

Figura 86 - Dados do pilar

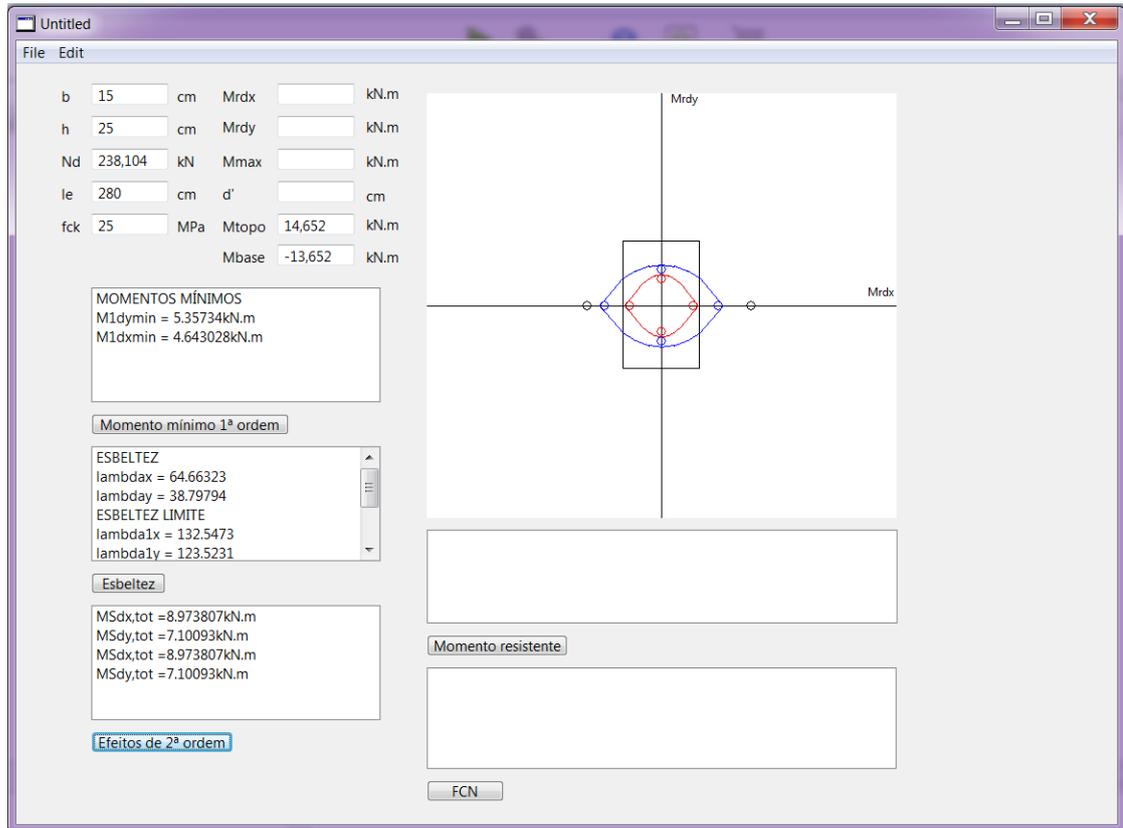


Fonte: Elaborado pela autora

Inserindo-se todos os dados no programa, já tem-se graficamente as envoltórias de momentos mínimos, e os pontos de momentos de topo e base da seção.

É importante salientar que neste exemplo, tem-se momento de 2ª ordem em ambas as direções.

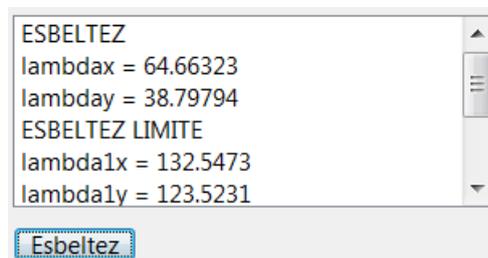
Figura 87 - Momentos mínimos e de topo e base



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

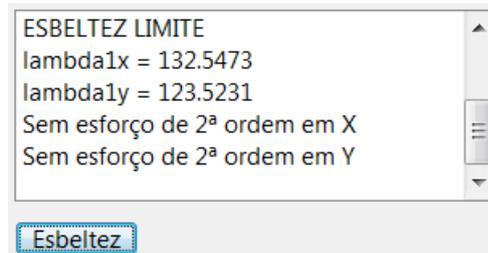
Continuando com a análise da flexão composta normal, vai ser determinado a esbeltez do pilar, para que se saiba se é necessário ou não calcular os efeitos locais de 2ª ordem, através do cálculo do momento fletor intermediário entre o topo e a base do pilar.

Figura 88 - Cálculo da esbeltez



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Figura 89 - Cálculo da esbeltez

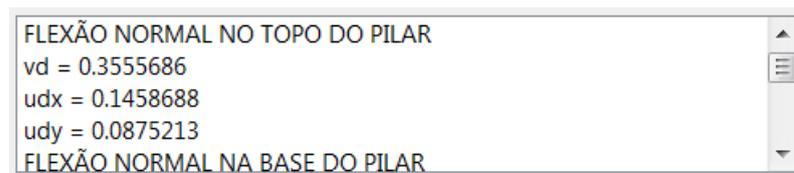


Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Conforme o programa mostra, não é necessário o cálculo do ponto intermediário, pois não há a necessidade de se considerar os esforços locais de 2ª ordem.

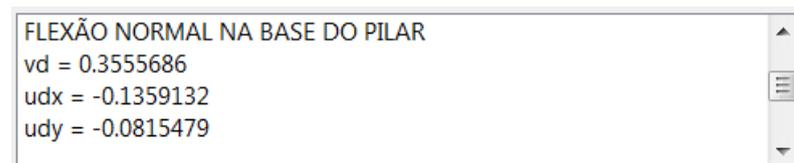
O dimensionamento do pilar será considerando, portanto, os momentos mínimos de 1ª e 2ª ordem, e os momentos de topo e base do pilar.

Figura 90 - Flexão normal no topo do pilar



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Figura 91 - Flexão normal na base do pilar



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Para fins de dimensionamento, vai ser considerado o maior momento atuando na direção do pilar. No caso, o momento de topo, sendo igual a 14,652 kN.m. Os esforços finais para o dimensionamento são: $v_d = 0,36$ e $\mu_{dx} = 0,15$.

Considerando um cobrimento de 3 cm, um estribo de $\phi = 5 \text{ mm}$, e uma armadura longitudinal de 12,5 mm de diâmetro, tem-se um d' de 4,125 cm. O programa fornece também a relação d'/h nas duas direções para a escolha do ábaco mais adequado.

Figura 92 - Relação d'/h



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Para a direção x, será utilizado o ábaco correspondente a $d'/h = 0,30$, valor que está a favor da segurança. E na direção y, o ábaco correspondente a $d'/h = 0,15$, mais próximo do valor exato, porém contra a favor da segurança.

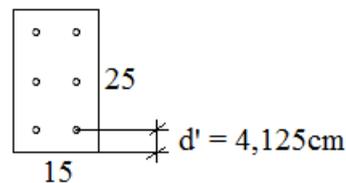
Fazendo uso dos ábacos de dimensionamento, entra-se um valor para $\omega = 0,38$. Inserindo esse valor na equação (27) tem-se a área de armadura necessária na seção:

Tabela 17 - Cálculo da área de armadura necessária

b (cm)	15
h (cm)	25
Nd (kN)	238,104
fck (MPa)	25
w	0,38
As (cm²)	5,8526786

Portanto, a armadura necessária é $5,85 \text{ cm}^2$. Adotando-se um arranjo de armadura de 6 barras de diâmetro 12,5 mm cada uma, tem-se a área de armadura efetiva na seção sendo igual a $7,362 \text{ cm}^2$. Com a equação (27), encontra-se um novo valor de ω .

Figura 93 - Detalhamento da seção



$$As = 7,36 \text{ cm}^2$$

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 18 - Novo w

n° barras	6
ϕ (fi) (mm)	12,5
As efetivo (cm²)	7,362
Novo w	0,477997

Utilizando o mesmo ábaco utilizado anteriormente, mas agora entrando-se com os valores de ω e ν_d , encontra-se um valor de $\mu_d = 0,17$. Inserindo esse valor na equação (26) encontra-se o momento resistente da direção x.

Tabela 19 - Cálculo do momento resistente em x

b (cm)	15
h (cm)	25
fck (Mpa)	25
udx	0,17
Mrdx (kN.m)	17,07589

Com o valor do momento resistente na direção x, faz-se uso dos ábacos para encontrar o momento resistente em y. Entra-se no ábaco que tem em seu arranjo de armaduras o número de barras que foi adotado, os valores de ν_d e ω , encontrando um valor para μ_d . Com esse valor, utilizando a equação (26), tem-se o valor do momento resistente na direção y.

Pelo ábaco, encontra-se um valor de $\mu_d = 0,21$. Aplicando-se na equação (26), é possível se encontrar o valor do momento resistente na direção y:

Tabela 20 - Cálculo do momento resistente em y

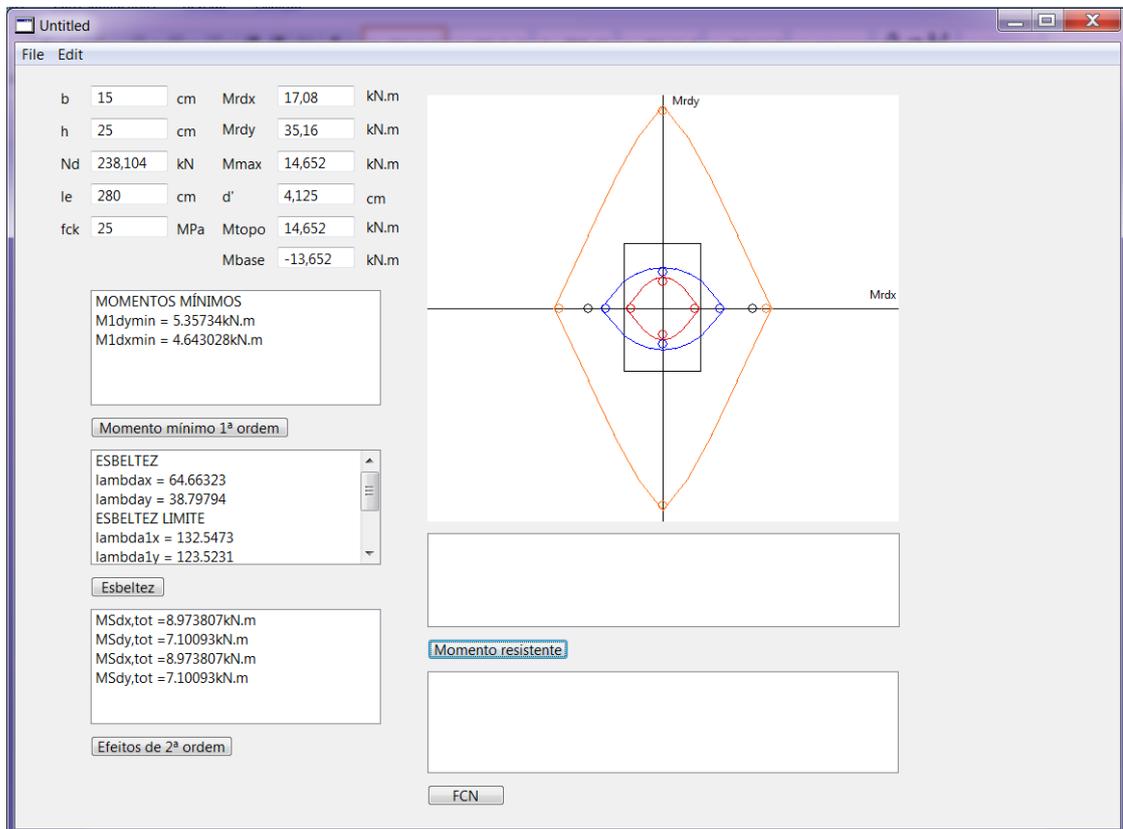
b (cm)	15
h (cm)	25
fck (Mpa)	25
udy	0,21
Mrdy (kN.m)	35,1563

Conhecendo-se os valores de momentos resistente nas duas direções, é possível traçar a envoltória de momentos resistentes, utilizando a equação (28).

Como o programa já calcula essa envoltória automaticamente, basta inserir os momentos resistentes que foram encontrados. Na figura abaixo, tem-se a inserção dos valores

de momentos resistentes, e ao clicar no botão "Momento resistente", é traçada a envoltória de momentos resistentes.

Figura 94 - Envoltória de momentos resistentes



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Como a envoltória de momentos resistentes engloba as envoltórias mínimas de 1ª e 2ª ordem e os momentos de topo e base do pilar submetido a flexão composta normal, o dimensionamento é considerado adequado para a seção.

Com o uso do programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0, pode-se obter uma precisão maior na determinação dos momentos resistentes M_{Rdx} e M_{Rdy} .

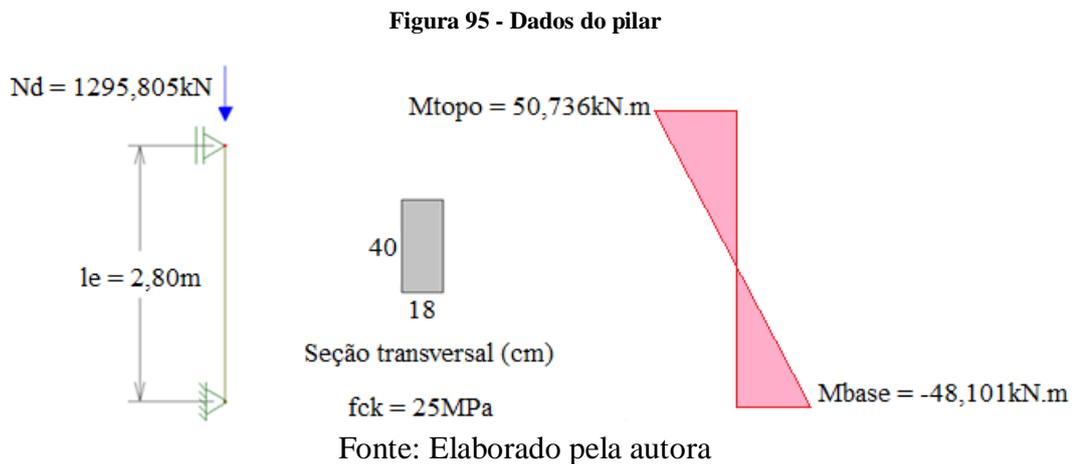
Os valores encontrados no programa foram $M_{Rdx} = 18,26 \text{ kN.m}$ e $M_{Rdy} = 34,78 \text{ kN.m}$, bem próximos dos valores de momentos resistentes encontrados na utilização dos ábacos de dimensionamento. O d' , neste exemplo, permaneceu o mesmo, por ter sido utilizada a armadura longitudinal com o mesmo diâmetro estimado inicialmente. Este fato contribuiu para ter valores bem próximos.

4.2.5. Exemplo 5

Para o exemplo 5, vai ser utilizado um lance de pilar também do Trabalho de Conclusão de Curso do Arthur Pergher (2015). Foi escolhido um lance do pilar P6, no pavimento "Tipo 1", um pavimento em que se tem um maior esforço normal de cálculo.

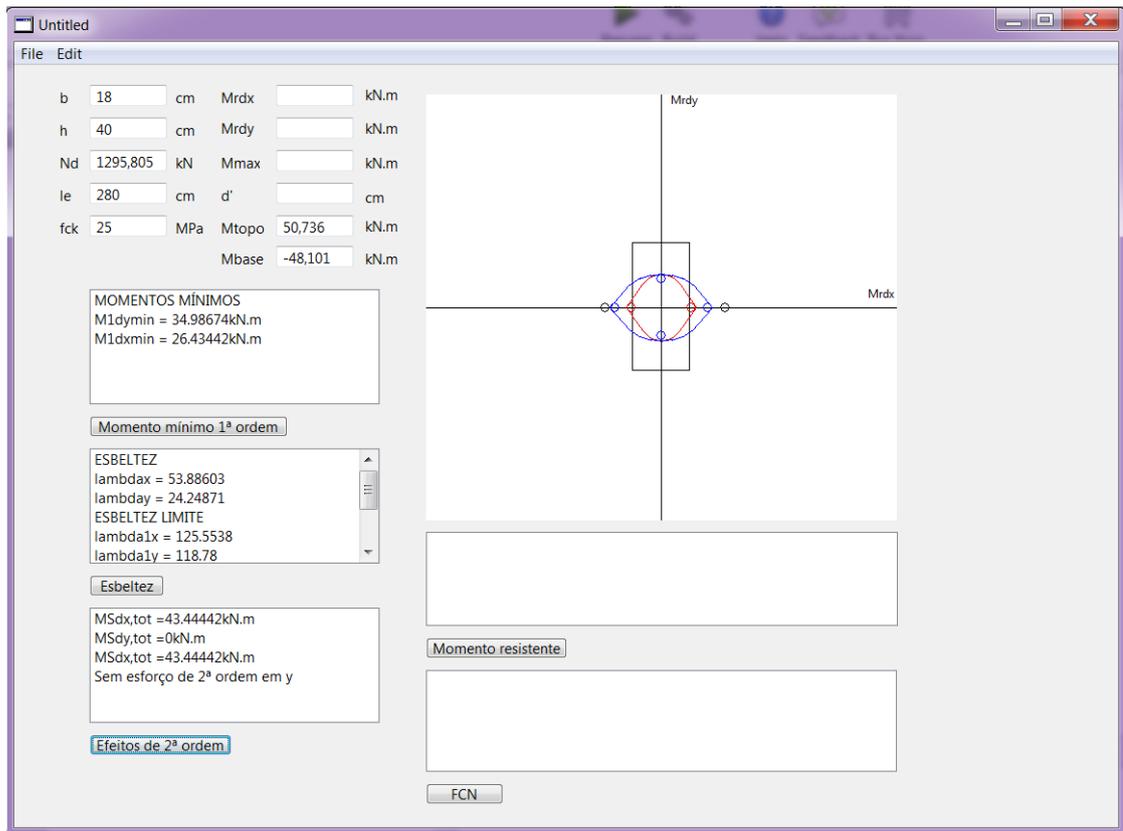
A combinação de cálculo utilizada por Arthur para determinar os esforços solicitantes, que vai-se utilizar neste exemplo, é a V1, considerando o vento atuante na estrutura da esquerda para a direita.

O lance de pilar está submetido a flexão composta normal, com momentos de topo e base na direção x, de 50,736 kN.m e -48,101 kN.m, respectivamente.



O programa já mostra no gráfico, as envoltórias mínimas e os momentos de topo e base que o pilar está submetido.

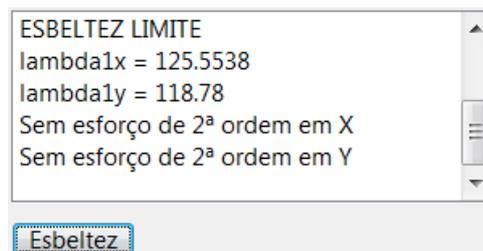
Figura 96 - Inserção dos momentos de topo e base



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Já na figura acima, foi calculada a esbeltez do pilar para se determinar se é ou não necessário os cálculos dos efeitos locais de segunda ordem.

Figura 97 - Cálculo da esbeltez

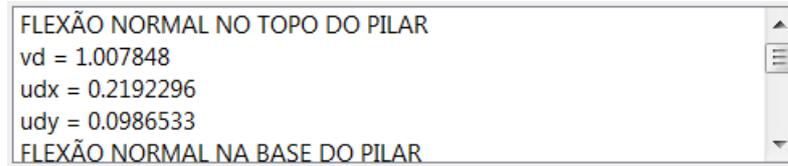


Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Sendo assim não é necessário o cálculo do momento fletor intermediário entre a base e o topo do pilar.

Parte-se então para o próximo passo, o cálculo dos momentos resistentes da seção. O programa já fornece os esforços finais para o dimensionamento, conforme as figuras abaixo:

Figura 98 - Flexão normal no topo do pilar



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

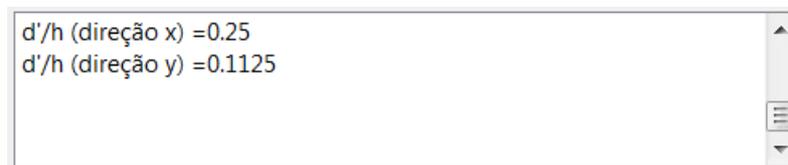
Figura 99 - Flexão normal na base do pilar



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Para se dimensionar o pilar, consideramos os esforços da flexão normal no topo do pilar, por ser o ponto de máximo momento atuante na seção.

Considerando um cobrimento de 3 cm, um estribo de $\phi = 5 \text{ mm}$, e uma armadura longitudinal de 20 mm, tem-se um d' de 4,5 cm. O programa fornece a relação d'/h , para que se possa escolher o ábaco mais adequado.

Figura 100 - Relação d'/h 

Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Na direção x, se utilizará o ábaco correspondente a um $d'/h = 0,25$. Na direção y, um ábaco correspondente a um $d'/h = 0,10$. Valor próximo do valor exato, porém contra a segurança.

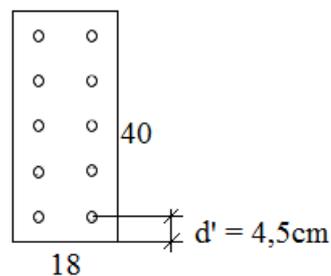
Com o valores dos esforços finais para dimensionamento no topo do pilar, $v_d = 1,01$ e $\mu_{dx} = 0,22$, encontra-se no ábaco $\omega = 0,99$. Utilizando a planilha eletrônica, encontra-se o valor da área de armadura necessária.

Tabela 21 - Cálculo da área de armadura necessária

b (cm)	18
h (cm)	40
Nd (kN)	1295,805
fck (MPa)	25
w	0,99
As (cm²)	29,27571429

A área de armadura necessária é 29,28 cm². Optando-se por 10 barras de $\phi = 20$ mm, a área efetiva de armadura que se tem é de 31,42 cm². Com o uso de planilha eletrônica, vai-se encontrar um novo valor para ω .

Figura 101 - Detalhamento da seção



$$As = 31,42\text{cm}^2$$

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 22 - Novo w

n° barras	10
ϕ (fi) (mm)	20
As efetivo (cm²)	31,42
Novo w	1,06251

Utilizando o ábaco, encontra-se um valor para μ_d , a fim de se encontrar o momento resistente na direção x.

O valor entrado no ábaco foi de $\mu_d = 0,24$. Utilizando a planilha, encontra-se o momento resistente em x.

Tabela 23 - Cálculo do momento resistente em x

b (cm)	18
h (cm)	40
fck (Mpa)	25
udx	0,24
Mrdx (kN.m)	55,5429

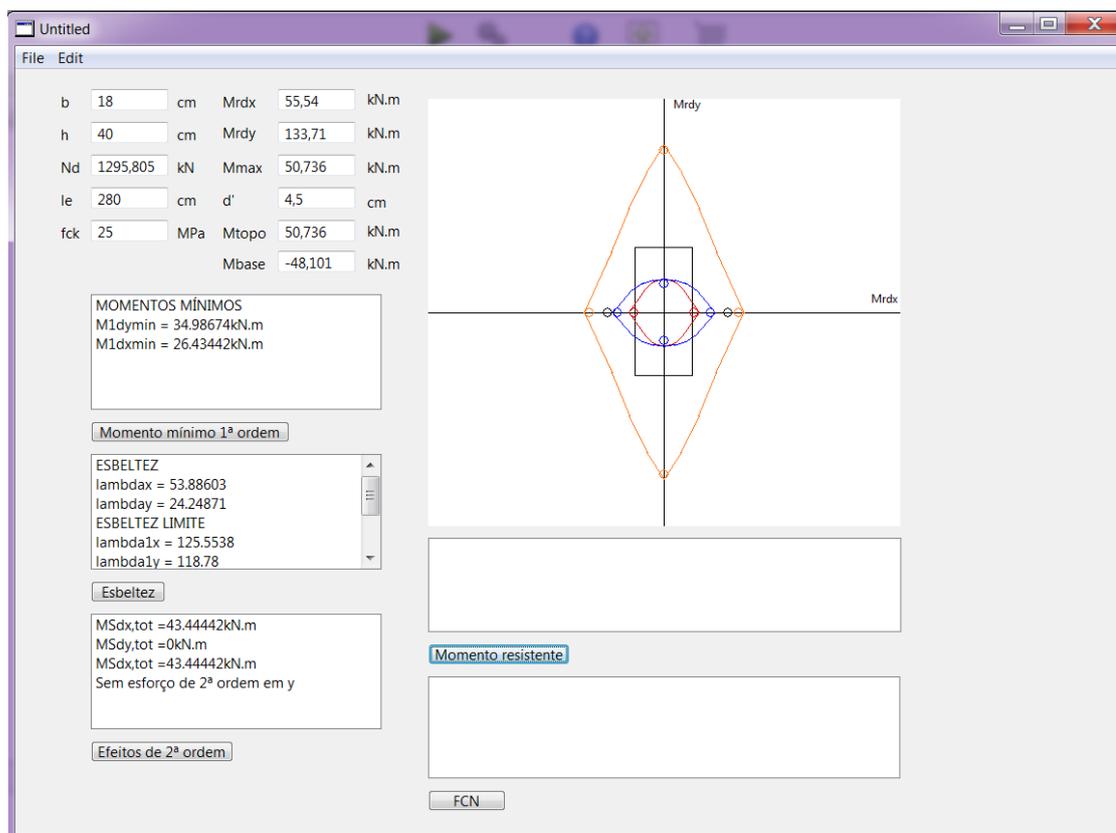
Para encontrar o valor do momento resistente em y, utiliza-se do ábaco que tem o arranjo de armaduras já determinado, no caso 10 barras, e com a relação d/h especificada para a direção y (0,10). Entrando-se no ábaco com os valores de $\nu_d = 1,01$ e $\omega = 1,06$, o valor de μ_d correspondente é igual a 0,26. Com o uso de planilha, determina-se o momento resistente em y.

Tabela 24 - Cálculo do momento resistente em y

b (cm)	18
h (cm)	40
fck (Mpa)	25
udy	0,26
Mrdy (kN.m)	133,714

Já calculados os momentos resistentes, é possível traçar a envoltória resistente no programa:

Figura 102 - Envoltória de momentos resistentes



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Como a envoltória de momentos resistentes engloba as envoltórias mínimas de 1ª e 2ª ordem e os momentos de topo e base do pilar submetido a flexão composta normal, o dimensionamento é considerado adequado para a seção.

Com o uso do programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0, pode-se obter uma precisão maior na determinação dos momentos resistentes.

$$M_{Rdx} = 55,03 \text{ kN.m}$$

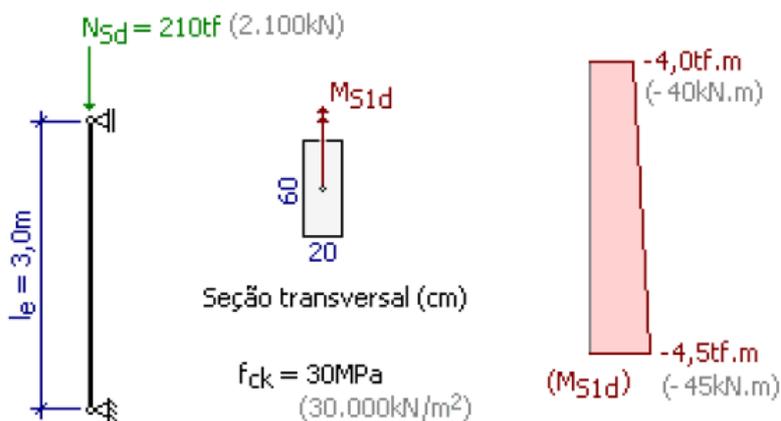
$$M_{Rdy} = 125,01 \text{ kN.m}$$

Para este exemplo, o momento resistente na direção x foi praticamente o mesmo, para termos de engenharia. Porém, na direção y, houve uma diminuição bem considerável de 6,5%, mesmo se utilizando o mesmo valor de d' estimado, comprovando a falta de precisão na utilização dos ábacos.

4.2.6. Exemplo 6

Neste exemplo, vai se reproduzir um pilar com os dados de um exemplo dos Comentários Técnicos do IBRACON (2006).

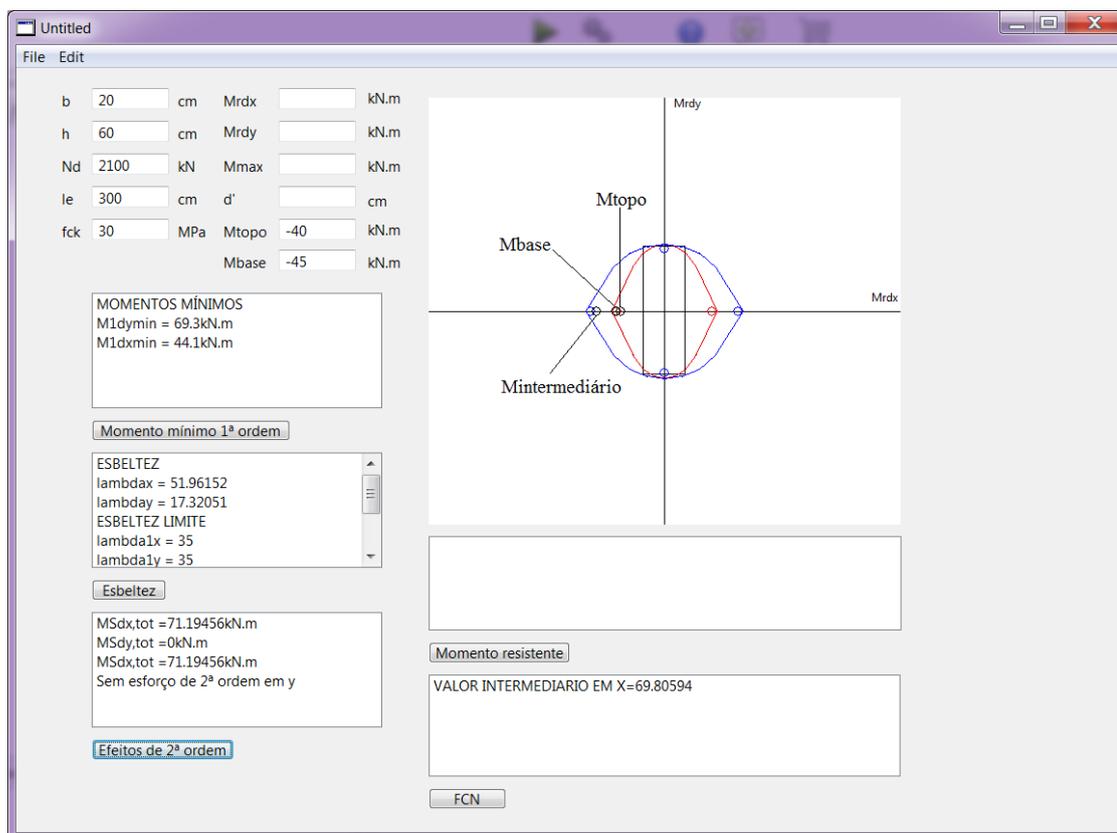
Figura 103 - Dados do pilar



Fonte: Comentários da NB-1 (2006)

Inserindo esses dados no programa, já se tem o traçado de envoltórias de momentos mínimos de 1ª e 2ª ordem, o cálculo da esbeltez, os pontos de momento de topo e base e o cálculo do efeito de 2ª ordem ao longo da altura do pilar (ponto intermediário):

Figura 104 - Flexão Composta Normal



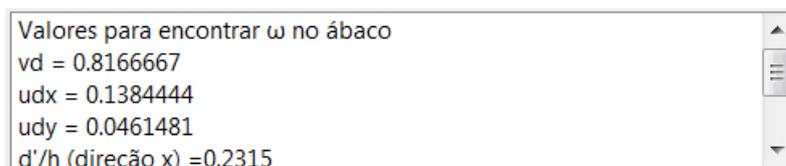
Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Para uma identificação mais clara dos pontos de flexão composta normal no gráfico, estes foram identificados.

Nota-se que o momento fletor intermediário, calculado a partir do efeito de 2ª ordem ao longo da altura do pilar, é maior que os momentos de base e topo. Porém, o valor de $M_{Sdx,tot}$ é maior que esse momento intermediário, portanto será utilizado para os cálculos dos esforços finais para dimensionamento o valor da envoltória mínima de 2ª ordem.

Considerando um $d' = 4,63$ cm, sendo 3 cm de cobrimento, um estribo de 6,3 mm e uma armadura estimada inicialmente em 20 mm de diâmetro, calcula-se os esforços finais para o dimensionamento, e as relações d'/h para utilização dos ábacos:

Figura 105 - Esforços finais para o dimensionamento



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Figura 106 - Relação d'/h

```

udx = 0.1384444
udy = 0.0461481
d'/h (direção x) =0.2315
d'/h (direção y) =0.0771667

```

Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Para a direção x, vai ser considerada uma relação de d'/h igual a 0,25, mais próximo do valor exato e a favor da segurança. Para a direção y, d'/h = 0,10, também próximo do valor exato e a favor da segurança.

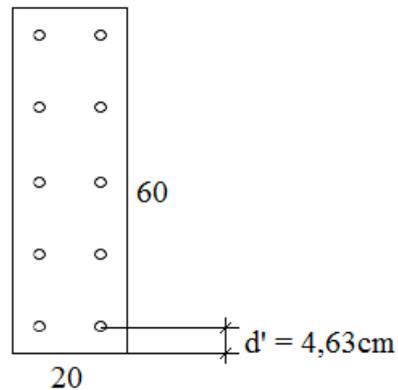
No ábaco, o valor encontrado foi de $\omega = 0,49$. Encontra-se, então, um valor para a área de armadura necessária na seção:

Tabela 25 - Cálculo da área de armadura necessária

b (cm)	20
h (cm)	60
Nd (kN)	2100
fck (MPa)	30
w	0,49
As (cm²)	28,98

Com a área de armadura necessária igual a 28,98 cm², opta-se portanto, por utilizar uma armadura longitudinal de 10 barras de $\phi = 20 \text{ mm}$, com uma área de armadura efetiva igual a 31,42 cm². Com essa área de armadura efetiva, encontra-se um novo valor para ω :

Figura 107 - Detalhamento da seção



$$A_s = 31,42 \text{ cm}^2$$

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 26 - Novo w

n° barras	10
ϕ (fi) (mm)	20
A_s efetivo (cm²)	31,42
Novo w	0,53126

Entrando-se com esse valor de $\omega = 0,53$ no ábaco, junto com $\nu_d = 0,82$, encontra-se um valor para $\mu_d = 0,16$, sendo assim, podendo-se calcular o momento resistente em x:

Tabela 27 - Cálculo do momento resistente em x

b (cm)	20
h (cm)	60
fck (Mpa)	30
udx	0,16
Mrdx (kN.m)	82,2857

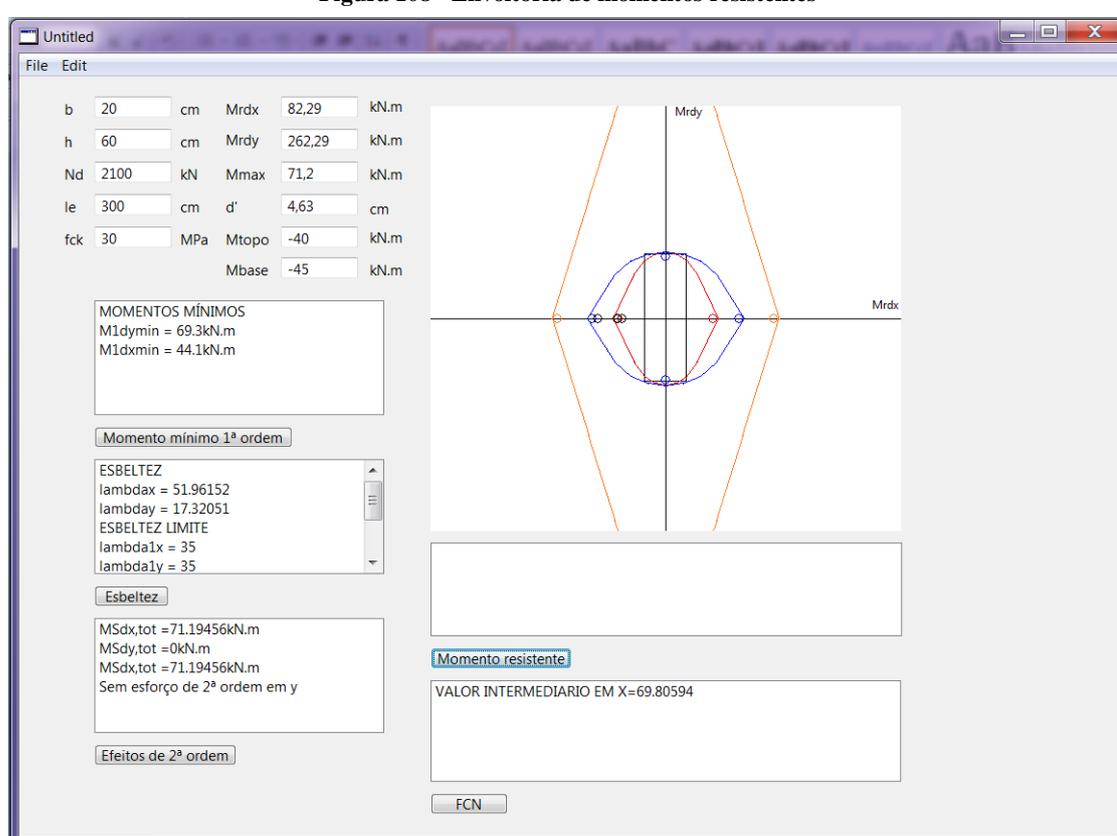
Para encontrar o valor do momento resistente em y, vai ser utilizado o ábaco com $d'/h = 0,10$, e com o arranjo de armaduras já escolhido, com 10 barras. Encontrando-se assim, um valor de $\mu_d = 0,17$.

Tabela 28 - Cálculo do momento resistente em y

b (cm)	20
h (cm)	60
fck (Mpa)	30
udy	0,17
Mrdy (kN.m)	262,286

Com os valores dos momentos resistentes definidos, traça-se a envoltória de momentos resistentes:

Figura 108 - Envoltória de momentos resistentes



Fonte: Programa Xojo elaborado pela autora

Portanto, com a envoltória resistente englobando todos os momentos solicitantes na seção, tem-se que o dimensionamento está adequado.

Utilizando o programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0, obtem-se os valores mais precisos para os momentos resistentes na seção, utilizando este arranjo de barras.

No programa, tem-se o valor dos momentos resistentes para esta seção ($M_{Rdx} = 83,41 \text{ kN.m}$ e $M_{Rdy} = 259,37 \text{ kN.m}$), utilizando as 10 barras com $\phi = 20 \text{ mm}$. Os valores estão bem próximos dos encontrados na utilização dos ábacos. A diferença decorre da falta de precisão no momento de utilização dos ábacos.

Foi testada outra solução de dimensionamento no programa: utilizando-se 14 barras de $\phi = 16 \text{ mm}$, a área de armadura efetiva é de $28,15 \text{ cm}^2$, e o valor do momento resistente em x é de $77,95 \text{ kN.m}$. Dimensionamento adequado para a seção.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÃO

Com a realização deste trabalho foi possível aumentar os conhecimentos na área de estruturas de concreto armado, principalmente no dimensionamento de pilares. Além dos conhecimentos em engenharia, foi desafiador aprender uma linguagem nova de programação, e criar programas que auxiliem no dimensionamento de pilares.

Percebeu-se, com o trabalho, a importância da consideração dos momentos mínimos, de primeira e de segunda ordem, no dimensionamento de pilares, principalmente os pilares de centro (ou intermediários), pois pode-se admitir, os momentos fletores transmitidos ao pilar sejam pequenos e desprezíveis, não existindo, portanto, os momentos fletores de 1ª ordem nas extremidades do pilar.

A consideração do momento mínimo de 1ª ordem é importante, pois, segundo a NBR6118/2014, este pode substituir o efeito das imperfeições locais nos pilares, que são devidas ao efeito do desaprumo ou a falta de retitude do eixo do pilar, e segunda a norma, devem ser considerados para dimensionamento ou verificação de um lance de pilar.

Em casos de dimensionamentos que se considera apenas os momentos mínimos, faz-se utilizando o momento mínimo com 2ª ordem.

Pilares submetidos a flexão composta normal geralmente são pilares de extremidade, que sofrem essa flexão decorrente da não continuidade da viga. É importante lembrar que o pilar de extremidade pode ocorrer na zona interior de uma edificação.

Nos casos em que os momentos de topo e base são menores que os momentos mínimos, faz-se o dimensionamento apenas considerando os momentos mínimos.

Na utilização dos ábacos para o dimensionamento dos pilares, percebeu-se como estes são imprecisos no cálculo dos momentos resistentes nas direções principais. Comparando-se os valores obtidos desse modo, com os valores obtidos com o programa GAP-Pilar M_{Rd} v1.0, percebeu-se em todos os casos uma diferença, muitas vezes diferenças bem significativas.

Percebeu-se que o valor que se determina para o d' é bem importante para o cálculo dos momentos resistentes em x e em y. Mudando-se o valor do d' , muda-se também os valores de M_{Rdx} e M_{Rdy} .

Fazendo-se uma análise da relação de d'/h , nota-se que à medida em que se aumenta esta relação, a capacidade resistente do pilar se reduz, quando se mantêm os demais parâmetros constantes. Como dificilmente encontra-se um valor exato para esta relação, que seja compatível com os ábacos disponíveis, geralmente opta-se pelo valor que está mais próximo do calculado, podendo estar contra ou a favor da segurança.

Para se chegar em um dimensionamento mais preciso, pode-se fazer o uso de dois ábacos que possuam relações d'/h acima e abaixo do valor calculado e interpolar os resultados.

No trabalho, percebeu-se a importância da consideração da relação d'/h para se chegar ao dimensionamento adequado, e valores mais precisos de momentos resistentes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projetos de estrutura de concreto - Procedimento**, NBR 6118, Rio de Janeiro, RJ: 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projetos de estrutura de concreto - Procedimento**, NBR 6118, Rio de Janeiro, RJ: 2003.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Disciplina: 2323 - Estruturas de concreto II, Notas de aula, Pilares de concreto armado**. Bauru, SP: 2015.

IBRACON. **Comentários técnicos e exemplos de aplicação da NB-1, NBR 6118: 2003 Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. São Paulo, SP: 2006.

PERGHER, Arthur. **Análise de estabilidade global e dimensionamento dos pilares de edifício de concreto armado**. Florianópolis, SC: 2015.

RIBEIRO, Kleyser. **Ábacos para o dimensionamento de seções retangulares de concreto armado à flexão composta normal**. Florianópolis, SC: 2011.

SCADELAI, Murilo Alessandro. **Dimensionamento de pilares de acordo com a NBR6118:2003**. São Carlos, SP: 2004.

SCADELAI, Murilo Alessandro; PINHEIRO, Libânio Miranda. **Estruturas de Concreto - Capítulo 16**. São Paulo, SP: 2005.

RHINE, Brad. **Introduction to Programming with Xojo**. [S.l.]: Dev Center, 2014. Disponível em: <<http://developer.xojo.com/home>> . Acesso em: 18 mar. 2015.

XOJO INC. **Desktop Tutorial**. [S.l.]: Dev Center, 2014. Disponível em: <<http://developer.xojo.com/home>> . Acesso em: 18 mar. 2015.

FILHO, Américo Campos. **Projeto de pilares de concreto armado**. Porto Alegre, RS. 2014.

APÊNDICES

Apêndice A - Programa Momentos Mínimos

O primeiro programa desenvolvido, foi o programa "Momentos Mínimos", que traça as envoltórias de momentos mínimos de 1ª e 2ª ordem. Foram criados alguns métodos que seguem abaixo:

Método do cálculo do momento mínimo:

```
Dim b, h, Nd as Double
Dim m1dymin, m1dxmin as Double
```

```
b = CDbI(largura.text)/100
h = CDbI(altura.Text)/100
Nd = CDbI(esfnormal.Text)
```

```
m1dymin = Nd*(0.015+(0.03*h))
m1dxmin = Nd*(0.015+(0.03*b))
```

```
listbox1.DeleteAllRows
Listbox1.AddRow "MOMENTOS MÍNIMOS"
listbox1.addrow "M1dymin = " + Str(m1dymin)+"kN.m"
listbox1.addrow "M1dxmin = " + Str(m1dxmin)+"kN.m"
```

Método do desenho da envoltória mínima de 1ª ordem:

```
dim b, h, Nd As Double
dim xc, yc, escp, escy, escx As double
Dim m1dymin, m1dxmin as Double
dim m1dminx, m1dminy,m1dminx2,m1dminy2,m1dminx3, m1dminy3 as Double
```

```
b = CDbI(largura.text)
h = CDbI(altura.text)
xc= mommin.Width/2
yc=mommin.height/2
```

```
Nd = CDbI(esfnormal.Text)
m1dymin = Nd*(0.015+(0.03*h/100))
m1dxmin = Nd*(0.015+(0.03*b/100))
```

```
if (mommin.Width-40)/b > (mommin.height-40)/h then
  escp=(mommin.height-40)/h
else
```

```

    escp=(mommin.Width-40)/b
end if

if m1dymin > 19 then
    escy = 1
else
    escy = 6
end if

if m1dxmin > 19 then
    escx = 1
else
    escx = 6
end if

//desenho do pilar
mommin.graphics.forecolor = RGB(255,255,255) //cor branca
mommin.Graphics.FillRect 0,0,mommin.Width,mommin.Height
mommin.Graphics.ForeColor = RGB(0,0,0) //cor preta
mommin.Graphics.drawrect (xc-(escp/3)*b/2, yc-(escp/3)*h/2, (escp/3)*b, (escp/3)*h)

//gráfico de momentos mínimos
mommin.Graphics.drawline (xc,yc,xc,mommin.Height)
mommin.Graphics.drawline (xc,yc,xc,0)
mommin.Graphics.drawline (xc,yc,mommin.width,yc)
mommin.Graphics.drawline (xc,yc,0,yc)
mommin.Graphics.drawstring ("Mrdy", (xc+10), (0+10))
mommin.Graphics.drawstring ("Mrdx", (mommin.width-30), (yc-10))

//pontos de momentos mínimos de primeira ordem
mommin.graphics.forecolor = RGB(225,0,0) //cor vermelha
mommin.Graphics.drawoval ((xc-5),(yc-(m1dymin*escy)),10,10)
mommin.Graphics.drawoval ((xc+(m1dxmin*escx)),(yc-5),10,10)
mommin.Graphics.drawoval ((xc+5),(yc+(m1dymin*escy)),-10,-10) //lado negativo
mommin.Graphics.drawoval ((xc-(m1dxmin*escx)),(yc+5),-10,-10) //lado negativo

//envoltória de momentos mínimos de primeira ordem
m1dminy = (((1-(((m1dxmin*escx/4)/(m1dxmin*escx))^2))^0.5)*m1dymin*escy)
m1dminx = (((1-(((m1dymin*escy/4)/(m1dymin*escy))^2))^0.5)*m1dxmin*escx)
m1dminy2 = (((1-(((m1dxmin*escx/2)/(m1dxmin*escx))^2))^0.5)*m1dymin*escy)
m1dminx2 = (((1-(((m1dymin*escy/2)/(m1dymin*escy))^2))^0.5)*m1dxmin*escx)
m1dminy3 = (((1-(((m1dxmin*escx*3/4)/(m1dxmin*escx))^2))^0.5)*m1dymin*escy)
m1dminx3 = (((1-(((m1dymin*escy*3/4)/(m1dymin*escy))^2))^0.5)*m1dxmin*escx)

//cor
mommin.graphics.forecolor = RGB(225,0,0) //cor vermelha

```

```

mommin.graphics.drawline      ((xc),(yc-(m1dymin*escy)),((xc)+(m1dxmin*escx/4)),(yc-
m1dminy))
mommin.graphics.drawline      (((xc)+(m1dxmin*escx/4)),(yc-
m1dminy),((xc)+(m1dxmin*escx/2)),(yc-m1dminy2))
mommin.graphics.drawline      (((xc)+(m1dxmin*escx/2)),(yc-
m1dminy2),((xc)+(m1dxmin*escx*3/4)),(yc-m1dminy3))
mommin.graphics.drawline      (((xc)+(m1dxmin*escx*3/4)),(yc-
m1dminy3),(xc+(m1dxmin*escx)+10),(yc))

mommin.graphics.drawline
((xc+(m1dxmin*escx)+10),(yc),((xc)+(m1dxmin*escx*3/4)),(yc+m1dminy3))
mommin.graphics.drawline
(((xc)+(m1dxmin*escx*3/4)),(yc+m1dminy3),((xc)+(m1dxmin*escx/2)),(yc+m1dminy2))
mommin.graphics.drawline
(((xc)+(m1dxmin*escx/2)),(yc+m1dminy2),((xc)+(m1dxmin*escx/4)),(yc+m1dminy))
mommin.graphics.drawline
(((xc)+(m1dxmin*escx/4)),(yc+m1dminy),(xc),(yc+(m1dymin*escy)))

mommin.graphics.drawline      ((xc-(m1dxmin*escx)-10),(yc),((xc)-
(m1dxmin*escx*3/4)),(yc+m1dminy3))
mommin.graphics.drawline      (((xc)-(m1dxmin*escx*3/4)),(yc+m1dminy3),((xc)-
(m1dxmin*escx/2)),(yc+m1dminy2))
mommin.graphics.drawline      (((xc)-(m1dxmin*escx/2)),(yc+m1dminy2),((xc)-
(m1dxmin*escx/4)),(yc+m1dminy))
mommin.graphics.drawline      (((xc)-
(m1dxmin*escx/4)),(yc+m1dminy),(xc),(yc+(m1dymin*escy)))

mommin.graphics.drawline      ((xc),(yc-(m1dymin*escy)),((xc)-(m1dxmin*escx/4)),(yc-
m1dminy))
mommin.graphics.drawline      (((xc)-(m1dxmin*escx/4)),(yc-m1dminy),((xc)-
(m1dxmin*escx/2)),(yc-m1dminy2))
mommin.graphics.drawline      (((xc)-(m1dxmin*escx/2)),(yc-m1dminy2),((xc)-
(m1dxmin*escx*3/4)),(yc-m1dminy3))
mommin.graphics.drawline      (((xc)-(m1dxmin*escx*3/4)),(yc-m1dminy3),(xc-
(m1dxmin*escx)-10),(yc))
mommin.Graphics.ForeColor = RGB(0,0,0) //cor preta

```

Método do cálculo da esbeltez:

```

//método do pilar-padrão com rigidez kapa aproximada
//apenas lambda <= 90, com seção retangular constante e armadura simétrica e constante ao
longo de seu eixo

```

```

//para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura alfab = 1,0

```

```

Dim b, h, Nd, le As Double

```

```
Dim lambdax, lambday, lambda1x, lambda1y, alfabx, alfaby As Double
Dim m1dymin, m1dxmin as Double
dim l1x, l1y As Double
```

```
b = Cdbl(largura.text)/100
h = Cdbl(altura.Text)/100
Nd = Cdbl(esfnormal.Text)
le = Cdbl(comprimento.Text)/100
alfabx = 1
alfaby = 1
m1dymin = Nd*(0.015+(0.03*h))
m1dxmin = Nd*(0.015+(0.03*b))
```

```
lambdax = ((12)^0.5)*(le/b)
lambday = ((12)^0.5)*(le/h)
```

```
listbox3.DeleteAllRows
Listbox3.AddRow "ESBELTEZ"
listbox3.addrow "lambdax = " + Str(lambdax)
listbox3.addrow "lambday = " + Str(lambday)
```

```
lambda1x = (25 + (12.5*((m1dxmin/Nd)/b)))/alfabx
lambda1y = (25 + (12.5*((m1dymin/Nd)/h)))/alfaby
```

```
if lambda1x < 35 then
    l1x = 35
else
    l1x = lambda1x
end if
```

```
if lambda1y < 35 then
    l1y = 35
else
    l1y = lambda1y
end if
```

```
Listbox3.AddRow "ESBELTEZ LIMITE"
listbox3.addrow "lambda1x = " + Str(l1x)
listbox3.addrow "lambda1y = " + Str(l1y)
```

```
if lambdax < l1x then
    Listbox3.AddRow "Sem esforço de 2ª ordem em X"
else
    Listbox3.AddRow "Esforço de 2ª ordem em X"
end if
```

```
if lambday < l1y then
```

```
Listbox3.AddRow "Sem esforço de 2ª ordem em Y"
else
Listbox3.AddRow "Esforço de 2ª ordem em Y"
end if
```

Método do cálculo dos momentos mínimos de 2ª ordem (rigidez κ aproximada):

//utilizando a formulação direta do método do pilar-padrão com rigidez kapa aproximada:

```
Dim b, h, Nd, le as Double
Dim m1dymin, m1dxmin, MS1dx, MS1dy, MSdxtot, MSdytot as Double
dim Ax, Ay, Bx, By, Cx, Cy As Double
Dim fck, v, kx, ky, msdycon, msdxcon As Double
Dim lambdax, lambday, lambda1x, lambda1y, alfabx, alfaby As Double
dim l1x, l1y As Double
```

```
b = Cdbl(largura.text)/100
h = Cdbl(altura.Text)/100
Nd = Cdbl(esfnormal.Text)
le = Cdbl(comprimento.Text)/100
```

```
fck = Cdbl(fckconc.Text)*1000 //passar de Mpa para kN/m²
lambdax = ((12)^0.5)*(le/b)
lambday = ((12)^0.5)*(le/h)
alfabx = 1
alfaby = 1
lambda1x = (25 + (12.5*((m1dxmin/Nd)/b)))/alfabx
lambda1y = (25 + (12.5*((m1dymin/Nd)/h)))/alfaby
```

```
if lambda1x < 35 then
l1x = 35
else
l1x = lambda1x
end if
```

```
if lambda1y < 35 then
l1y = 35
else
l1y = lambda1y
end if
```

```
m1dymin = Nd*(0.015+(0.03*h))
m1dxmin = Nd*(0.015+(0.03*b))
```

```
MS1dx = m1dxmin
```

```
MS1dy = m1dymin
```

```
Ax = 5*b
```

```
Ay = 5*h
```

```
Bx = ((b^2)*Nd) - ((Nd*(le^2))/320) - (5*b*MS1dx)
```

```
By = ((h^2)*Nd) - ((Nd*(le^2))/320) - (5*h*MS1dy)
```

```
Cx = -((Nd)*(b^2)*MS1dx)
```

```
Cy = -((Nd)*h^2*MS1dy)
```

```
if lambdax > l1x then
```

```
MSdxtot = (((-1)*(Bx))+(((Bx^2)-(4*(Ax)*(Cx)))^0.5))/(2*Ax)
```

```
else
```

```
MSdxtot = 0
```

```
end if
```

```
if lambday > l1y then
```

```
MSdytot = (((-1)*(By))+(((By^2)-(4*(Ay)*(Cy)))^0.5))/(2*Ay)
```

```
else
```

```
MSdytot = 0
```

```
end if
```

```
//CONFERINDO A CONVERGENCIA
```

```
v = Nd/(b*h*(fck/1.4))
```

```
kx = 32*(1+5*(MSdxtot/(b*Nd)))*v
```

```
ky = 32*(1+5*(MSdytot/(h*Nd)))*v
```

```
msdxcon = m1dxmin/(1-((lambdax^2)/(120*kx/v)))
```

```
msdycon = m1dymin/(1-((lambday^2)/(120*ky/v)))
```

```
listbox4.DeleteAllRows
```

```
Listbox4.AddRow "MSdx,tot =" + Str(MSdxtot) + "kN.m"
```

```
Listbox4.AddRow "MSdy,tot =" + Str(MSdytot) + "kN.m"
```

```
if MSdxtot > 0 then
```

```
if msdxcon = MSdxtot then
```

```
listbox4.AddRow "MSdx,tot =" + Str(msdxcon) + "kN.m"
```

```
else
```

```
listbox4.AddRow "MSdx,tot =" + Str(msdxcon) + "kN.m"
```

```
end if
```

```
end if
```

```
if MSdxtot = 0 then
```

```
listbox4.AddRow "Sem esforço de 2ª ordem em x"
```

```
end if
```

```
if MSdytot > 0 then
```

```
if msdycon = MSdytot then
```

```

    listBox4.AddRow "MSdy,tot =" + Str(msdycon) + "kN.m"
  else
    listBox4.AddRow "MSdy,tot =" + Str(msdycon) + "kN.m"
  end if
end if

if MSdytot = 0 then
  listBox4.AddRow "Sem esforço de 2ª ordem em y"
end if

```

Método da envoltória de momentos mínimos de 2ª ordem:

//utilizando a formulação direta do método do pilar-padrão com rigidez kapa aproximada:

```

Dim b, h, Nd, le as Double
Dim m1dymin, m1dxmin, MS1dx, MS1dy, MSdxtot, MSdytot as Double
dim Ax, Ay, Bx, By, Cx, Cy As Double
Dim fck, escx, escy, v, kx, ky, xc, yc As Double
Dim lambdax, lambday, lambda1x, lambda1y, alfabx, alfaby As Double
dim m1dminx, m1dminy, m1dminx2, m1dminy2, m1dminx3, m1dminy3 as Double
dim l1x, l1y As Double

```

```

b = Cdbl(largura.text)/100
h = Cdbl(altura.Text)/100
Nd = Cdbl(esfnormal.Text)
le = Cdbl(comprimento.Text)/100

```

```

xc= mommin.Width/2
yc=mommin.height/2

```

```

fck = Cdbl(fckconc.Text)*1000 //passar de Mpa para kN/m²
lambdax = ((12)^0.5)*(le/b)
lambday = ((12)^0.5)*(le/h)
alfabx = 1
alfaby = 1
lambda1x = (25 + (12.5*((m1dxmin/Nd)/b)))/alfabx
lambda1y = (25 + (12.5*((m1dymin/Nd)/h)))/alfaby

```

```

if lambda1x < 35 then
  l1x = 35
else
  l1x = lambda1x
end if

```

```

if lambda1y < 35 then
  l1y = 35
else

```

```

    lly = lambda1y
end if

m1dymin = Nd*(0.015+(0.03*h))
m1dxmin = Nd*(0.015+(0.03*b))

MS1dx = m1dxmin
MS1dy = m1dymin

Ax = 5*b
Ay = 5*h
Bx = ((b^2)*Nd) - ((Nd*(le^2))/320) - (5*b*MS1dx)
By = ((h^2)*Nd) - ((Nd*(le^2))/320) - (5*h*MS1dy)
Cx = -((Nd)*(b^2)*MS1dx)
Cy = -((Nd)*h^2*MS1dy)

if lambdax > lly then
    MSdxtot = (((-1)*(Bx))+(((Bx^2)-(4*(Ax)*(Cx)))^0.5))/(2*Ax)
else
    MSdxtot = m1dxmin
end if

if lambday > lly then
    MSdytot = (((-1)*(By))+(((By^2)-(4*(Ay)*(Cy)))^0.5))/(2*Ay)
else
    MSdytot = m1dymin
end if

if MSdytot > 20 then
    escy = 1
else
    escy = 6
end if

if MSdxtot > 20 then
    escx = 1
else
    escx = 6
end if

//CONFERINDO A CONVERGENCIA
v = Nd/(b*h*(fck/1.4))
kx = 32*(1+5*(MSdxtot/(b*Nd))*v
ky = 32*(1+5*(MSdytot/(h*Nd))*v

//ENVOLTORIA DE 2 ORDEM

```

```

//pontos de momentos mínimos de segunda ordem
mommin.graphics.forecolor = RGB(0,255,0) //cor verde
mommin.Graphics.drawoval ((xc-5),(yc-(MSdytot*escy)),10,10)
mommin.Graphics.drawoval ((xc+(MSdxtot*escx)),(yc-5),10,10)
mommin.Graphics.drawoval ((xc+5),(yc+(MSdytot*escy)),-10,-10) //lado negativo
mommin.Graphics.drawoval ((xc-(MSdxtot*escx)),(yc+5),-10,-10) //lado negativo

//envoltória de momentos mínimos de 2 ordem
m1dminy = (((1-(((MSdxtot*escx/4)/(MSdxtot*escx))^2))^0.5)*MSdytot*escy)
m1dminx = (((1-(((MSdytot*escy/4)/(MSdytot*escy))^2))^0.5)*MSdxtot*escx)
m1dminy2 = (((1-(((MSdxtot*escx/2)/(MSdxtot*escx))^2))^0.5)*MSdytot*escy)
m1dminx2 = (((1-(((MSdytot*escy/2)/(MSdytot*escy))^2))^0.5)*MSdxtot*escx)
m1dminy3 = (((1-(((MSdxtot*escx*3/4)/(MSdxtot*escx))^2))^0.5)*MSdytot*escy)
m1dminx3 = (((1-(((MSdytot*escy*3/4)/(MSdytot*escy))^2))^0.5)*MSdxtot*escx)

//envoltoria
mommin.graphics.forecolor = RGB(0,255,0) //cor verde
mommin.graphics.drawline ((xc),(yc-(MSdytot*escy)),((xc)+(MSdxtot*escx/4)),(yc-
m1dminy))
mommin.graphics.drawline (((xc)+(MSdxtot*escx/4)),(yc-
m1dminy),((xc)+(MSdxtot*escx/2)),(yc-m1dminy2))
mommin.graphics.drawline (((xc)+(MSdxtot*escx/2)),(yc-
m1dminy2),((xc)+(MSdxtot*escx*3/4)),(yc-m1dminy3))
mommin.graphics.drawline (((xc)+(MSdxtot*escx*3/4)),(yc-
m1dminy3),(xc+(MSdxtot*escx)+10),(yc))

mommin.graphics.drawline
((xc+(MSdxtot*escx)+10),(yc),((xc)+(MSdxtot*escx*3/4)),(yc+m1dminy3))
mommin.graphics.drawline
(((xc)+(MSdxtot*escx*3/4)),(yc+m1dminy3),((xc)+(MSdxtot*escx/2)),(yc+m1dminy2))
mommin.graphics.drawline
(((xc)+(MSdxtot*escx/2)),(yc+m1dminy2),((xc)+(MSdxtot*escx/4)),(yc+m1dminy))
mommin.graphics.drawline
(((xc)+(MSdxtot*escx/4)),(yc+m1dminy),(xc),(yc+(MSdytot*escy)))

mommin.graphics.drawline ((xc-(MSdxtot*escx)-10),(yc),((xc)-
(MSdxtot*escx*3/4)),(yc+m1dminy3))
mommin.graphics.drawline (((xc)-(MSdxtot*escx*3/4)),(yc+m1dminy3),((xc)-
(MSdxtot*escx/2)),(yc+m1dminy2))
mommin.graphics.drawline (((xc)-(MSdxtot*escx/2)),(yc+m1dminy2),((xc)-
(MSdxtot*escx/4)),(yc+m1dminy))
mommin.graphics.drawline (((xc)-
(MSdxtot*escx/4)),(yc+m1dminy),(xc),(yc+(MSdytot*escy)))

mommin.graphics.drawline ((xc),(yc-(MSdytot*escy)),((xc)-(MSdxtot*escx/4)),(yc-
m1dminy))

```

```

mommin.graphics.drawLine          (((xc)-(MSdxtot*escx/4)),(yc-m1dminy),((xc)-
(MSdxtot*escx/2)),(yc-m1dminy2))
mommin.graphics.drawLine          (((xc)-(MSdxtot*escx/2)),(yc-m1dminy2),((xc)-
(MSdxtot*escx*3/4)),(yc-m1dminy3))
mommin.graphics.drawLine          (((xc)-(MSdxtot*escx*3/4)),(yc-m1dminy3),(xc-
(MSdxtot*escx)-10),(yc))
mommin.Graphics.ForeColor = RGB(0,0,0) //cor preta

```

Método da legenda:

```

Listbox2.DeleteAllRows
Listbox2.AddRow "LEGENDA"
Listbox2.AddRow "VERMELHO - Envoltória de momentos mínimos de 1ª ordem"
Listbox2.AddRow "VERDE - Envoltória de momentos mínimos de 2ª ordem"

```

Apêndice B - Programa Envoltória Resistente

O segundo programa desenvolvido é uma continuidade do primeiro, traçando a envoltória resistente conforme o momento máximo definido, que no caso de momentos mínimos, é o momento mínimo de 2ª ordem.

Os métodos de cálculo de momento mínimo de 1ª ordem, de traçado da envoltória mínima de 1ª ordem, cálculo da esbeltez, cálculo dos momentos mínimos de 2ª ordem através do método de rigidez κ aproximada, envoltória mínima de 2ª ordem e método da legenda, são os mesmos descritos acima.

Segue abaixo o método utilizado neste programa:

Método para traçado da envoltória de momentos resistentes e valores para utilização no ábaco:

```
dim Mrdx, Mrdy, xc, yc As Double
dim vd, udx, udy, escy, escx As Double
Dim b, h, Nd, fck, Mmax, abacox, abacoy, d as Double
dim m1dminx, m1dminy, m1dminx2, m1dminy2, m1dminx3, m1dminy3 as Double
```

```
b = CDBl(largura.text)/100
h = CDBl(altura.Text)/100
Nd = CDBl(esfnormal.Text)
Mrdx = CDBl(momrdx.Text)
Mrdy = CDBl(momrdy.Text)
fck = CDBl(fckconc.Text)*1000 //passar de Mpa para kN/m²
Mmax = CDBl(mommax.text)
d = CDBl(dlinha.Text)
```

```
abacoy = d/(h*100)
abacox = d/(b*100)
```

```
vd = (Nd)/((fck/1.4)*b*h)
udx = (Mmax)/((fck/1.4)*h*(b^2))
udy = (Mmax)/((fck/1.4)*b*(h^2))
```

```
listbox5.DeleteAllRows
Listbox5.AddRow "Valores para encontrar  $\omega$  no ábaco"
listbox5.addrow "vd = " + Str(vd)
listbox5.addrow "udx = " + Str(udx)
listbox5.addrow "udy = " + Str(udy)
listbox5.addrow "d/h (direção x) =" + Str(abacox)
listbox5.addrow "d/h (direção y) =" + Str(abacoy)
```

```

//envoltoria de momentos resistentes
if Mrdy > 20 then
  escy = 2
else
  escy = 6
end if

if Mrdx > 20 then
  escx = 2
else
  escx = 6
end if

xc= mommin.Width/2
yc=mommin.height/2

//pontos de momentos mínimos de segunda ordem
mommin.graphics.forecolor = RGB(0,0,255) //cor azul
mommin.Graphics.drawoval ((xc-5),(yc-(Mrdy*escy)),10,10)
mommin.Graphics.drawoval ((xc+(Mrdx*escx)),(yc-5),10,10)
mommin.Graphics.drawoval ((xc+5),(yc+(Mrdy*escy)),-10,-10) //lado negativo
mommin.Graphics.drawoval ((xc-(Mrdx*escx)),(yc+5),-10,-10) //lado negativo

//envoltória de momentos mínimos de 2 ordem
m1dminy = (((1-(((Mrdx*escx/4)/(Mrdx*escx))^1.2))^1.2)*Mrdy*escy)
m1dminx = (((1-(((Mrdy*escy/4)/(Mrdy*escy))^1.2))^1.2)*Mrdx*escx)
m1dminy2 = (((1-(((Mrdx*escx/2)/(Mrdx*escx))^1.2))^1.2)*Mrdy*escy)
m1dminx2 = (((1-(((Mrdy*escy/2)/(Mrdy*escy))^1.2))^1.2)*Mrdx*escx)
m1dminy3 = (((1-(((Mrdx*escx*3/4)/(Mrdx*escx))^1.2))^1.2)*Mrdy*escy)
m1dminx3 = (((1-(((Mrdy*escy*3/4)/(Mrdy*escy))^1.2))^1.2)*Mrdx*escx)

//envoltoria
mommin.graphics.forecolor = RGB(0,0,255) //cor azul
mommin.graphics.drawline ((xc),(yc-(Mrdy*escy)),((xc)+(Mrdx*escx/4)),(yc-m1dminy))
mommin.graphics.drawline ((xc)+(Mrdx*escx/4)),(yc-m1dminy),((xc)+(Mrdx*escx/2)),(yc-
m1dminy2))
mommin.graphics.drawline ((xc)+(Mrdx*escx/2)),(yc-
m1dminy2),((xc)+(Mrdx*escx*3/4)),(yc-m1dminy3))
mommin.graphics.drawline ((xc)+(Mrdx*escx*3/4)),(yc-
m1dminy3),((xc)+(Mrdx*escx)+10),(yc))

mommin.graphics.drawline
((xc+(Mrdx*escx)+10),(yc),((xc)+(Mrdx*escx*3/4)),(yc+m1dminy3))
mommin.graphics.drawline
((xc)+(Mrdx*escx*3/4)),(yc+m1dminy3),((xc)+(Mrdx*escx/2)),(yc+m1dminy2))

```

```

mommin.graphics.drawline
(((xc)+(Mrdx*escx/2)),(yc+m1dminy2),((xc)+(Mrdx*escx/4)),(yc+m1dminy))
mommin.graphics.drawline (((xc)+(Mrdx*escx/4)),(yc+m1dminy),(xc),(yc+(Mrdy*escy)))

mommin.graphics.drawline ((xc-(Mrdx*escx)-10),(yc),((xc)-
(Mrdx*escx*3/4)),(yc+m1dminy3))
mommin.graphics.drawline (((xc)-(Mrdx*escx*3/4)),(yc+m1dminy3),((xc)-
(Mrdx*escx/2)),(yc+m1dminy2))
mommin.graphics.drawline (((xc)-(Mrdx*escx/2)),(yc+m1dminy2),((xc)-
(Mrdx*escx/4)),(yc+m1dminy))
mommin.graphics.drawline (((xc)-(Mrdx*escx/4)),(yc+m1dminy),(xc),(yc+(Mrdy*escy)))

mommin.graphics.drawline ((xc),(yc-(Mrdy*escy)),((xc)-(Mrdx*escx/4)),(yc-m1dminy))
mommin.graphics.drawline (((xc)-(Mrdx*escx/4)),(yc-m1dminy),((xc)-(Mrdx*escx/2)),(yc-
m1dminy2))
mommin.graphics.drawline (((xc)-(Mrdx*escx/2)),(yc-m1dminy2),((xc)-
(Mrdx*escx*3/4)),(yc-m1dminy3))
mommin.graphics.drawline (((xc)-(Mrdx*escx*3/4)),(yc-m1dminy3),(xc-(Mrdx*escx)-
10),(yc))
mommin.Graphics.ForeColor = RGB(0,0,0) //cor preta

```

Apêndice C - Programa Flexão Composta Normal

O diferencial deste programa, é a análise de Flexão Composta Normal a que o pilar está submetido. Além de calcular os momentos mínimos de 1ª e 2ª ordem, da mesma forma que os programas anteriores, utilizando ainda os mesmos métodos, este analisa a esbeltez para que se saiba se há necessidade de calcular o momento fletor intermediário entre a base e o topo do pilar.

Junto com este programa, ainda se insere os valores dos momentos resistentes, e o programa traça automaticamente a envoltória resistente.

Abaixo seguem os métodos utilizados neste programa:

Método para marcação dos pontos de momento de topo e base do pilar no gráfico:

```
dim b, h, Nd As Double
dim xc, yc, escy, escx As double
dim Mtopo, Mbase, Mbasex, Mtopox as Double
```

```
b = CDbI(largura.text)
h = CDbI(altura.text)
```

```
Mtopox = CDbI(momtopo.Text)
Mbasex = CDbI(mombase.Text)
```

```
if Mtopox > 0 then
  Mtopo = Mtopox
else
  Mtopo = Mtopox*(-1)
end if
```

```
if Mbasex > 0 then
  Mbase = Mbasex
else
  Mbase = Mbasex*(-1)
end if
```

```
Nd = CDbI(esfnormal.Text)
```

```
xc= mommin.Width/2
yc=mommin.height/2
```

```
if Mbase > 20 then
```

```

    escy = 1.5
else
    escy = 6
end if

```

```

if Mtopo > 20 then
    escx = 1.5
else
    escx = 6
end if

```

```

//pontos de Mtopo e Mbase DIREÇÃO X
mommin.Graphics.drawoval ((xc+(Mtopox*escx)),(yc-5),10,10)
mommin.Graphics.drawoval ((xc+(Mbasex*escx)),(yc-5),10,10)

```

```

//DIREÇÃO Y
//mommin.Graphics.drawoval ((xc-5),(yc-(Mbase*escy)),10,10)
//mommin.Graphics.drawoval ((xc-5),(yc-(Mtopo*escy)),10,10) //lado negativo

```

Método para o cálculo da esbeltez:

```

//método do pilar-padrão com rigidez kapa aproximada
//apenas lambda <= 90, com seção retangular constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo

```

```

//para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura alfab = 1,0

```

```

Dim b, h, Nd, le As Double
Dim lambdax, lambday, lambda1x, lambda1y, alfabx, alfaby As Double
Dim m1dymin, m1dxmin as Double
dim l1x, l1y As Double
dim Mtopo, Mbase, Ma, Mb as Double

```

```

Mtopo = CDbI(momtopo.Text)
Mbase = CDbI(mombase.Text)
b = CDbI(largura.text)/100
h = CDbI(altura.Text)/100
Nd = CDbI(esfnormal.Text)
le = CDbI(comprimento.Text)/100
m1dymin = Nd*(0.015+(0.03*h))
m1dxmin = Nd*(0.015+(0.03*b))

```

```

if Mtopo > Mbase*(-1) then
    Ma = Mtopo

```

```

    Mb = Mbase
else
    Ma = Mbase
    Mb = Mtopo
end if

alfabx = (0.6) + (0.4*(mb/ma))
alfaby = (0.6) + (0.4*(mb/ma))

lambdax = ((12)^0.5)*(le/b)
lambday = ((12)^0.5)*(le/h)

listbox3.DeleteAllRows
Listbox3.AddRow "ESBELTEZ"
listbox3.addrow "lambdax = " + Str(lambdax)
listbox3.addrow "lambday = " + Str(lambday)

lambda1x = (25 + (12.5*((Ma/Nd)/b)))/alfabx
lambda1y = (25 + (12.5*((Ma/Nd)/h)))/alfaby

if lambda1x < 35 then
    l1x = 35
else
    l1x = lambda1x
end if

if lambda1y < 35 then
    l1y = 35
else
    l1y = lambda1y
end if

Listbox3.AddRow "ESBELTEZ LIMITE"
listbox3.addrow "lambda1x = " + Str(l1x)
listbox3.addrow "lambda1y = " + Str(l1y)

if lambdax < l1x then
    Listbox3.AddRow "Sem esforço de 2ª ordem em X"
else
    Listbox3.AddRow "Esforço de 2ª ordem em X"
end if

if lambday < l1y then
    Listbox3.AddRow "Sem esforço de 2ª ordem em Y"
else
    Listbox3.AddRow "Esforço de 2ª ordem em Y"
end if

```

Método para cálculo dos esforços finais de dimensionamento:

Dim b, h, Nd, le as Double
 Dim m1dymin, m1dxmin, MS1dx, MS1dy, MSdxtot, MSdytot as Double
 dim Ax, Ay, Bx, By, Cx, Cy As Double
 Dim fck, v, kx, ky, msdycon, msdxcon As Double
 Dim lambdax, lambday, lambda1x, lambda1y, alfabx, alfaby As Double
 dim l1x, l1y As Double
 dim ma, mb As Double
 dim Mtopo, Mbase as Double
 dim ms1d As Double
 dim udtopox, udtopoy, udbasex, udbasey, udmeiox, udmeioy, vd As Double
 dim abacox, abacoy, d As Double

Mtopo = CDb(momtopo.Text)
 Mbase = CDb(mombase.Text)

b = CDb(largura.text)/100
 h = CDb(altura.Text)/100
 Nd = CDb(esfnormal.Text)
 le = CDb(comprimento.Text)/100
 d = CDb(dlinha.Text)

abacoy = d/(h*100)
 abacox = d/(b*100)

if Mtopo*(-1) > Mbase*(-1) then
 Ma = Mtopo
 Mb = Mbase
else
 Ma = Mbase
 Mb = Mtopo
end if

fck = CDb(fckconc.Text)*1000 //passar de Mpa para kN/m²
 lambdax = ((12)^{0.5})*(le/b)
 lambday = ((12)^{0.5})*(le/h)

if (0.4*(mb/ma)) > 0 then
 alfabx = (0.6) + (0.4*(mb/ma))
 alfaby = (0.6) + (0.4*(mb/ma))
else
 alfabx = (0.6) - (0.4*(mb/ma))
 alfaby = (0.6) - (0.4*(mb/ma))
end if

```
lambda1x = (25 + (12.5*((m1dxmin/Nd)/b)))/alfabx
lambda1y = (25 + (12.5*((m1dymin/Nd)/h)))/alfaby
```

```
if lambda1x < 35 then
  llx = 35
else
  llx = lambda1x
end if
```

```
if lambda1y < 35 then
  lly = 35
else
  lly = lambda1y
end if
```

```
m1dymin = Nd*(0.015+(0.03*h))
m1dxmin = Nd*(0.015+(0.03*b))
```

```
MS1dx = m1dxmin
MS1dy = m1dymin
```

```
if ma > 0 then
  ms1d = alfabx*ma
else
  ms1d = alfabx*ma*(-1)
end if
```

```
Ax = 5*b
Ay = 5*h
Bx = ((b^2)*Nd) - ((Nd*(le^2))/320) - (5*b*Ms1d)
By = ((h^2)*Nd) - ((Nd*(le^2))/320) - (5*h*Ms1d)
Cx = -((Nd)*(b^2)*Ms1d)
Cy = -((Nd)*h^2*Ms1d)
```

```
if lambdax > llx then
  MSdxtot = (((-1)*(Bx))+(((Bx^2)-(4*(Ax)*(Cx)))^0.5))/(2*Ax)
else
  MSdxtot = 0
end if
```

```
if lambday > lly then
  MSdytot = (((-1)*(By))+(((By^2)-(4*(Ay)*(Cy)))^0.5))/(2*Ay)
else
  MSdytot = 0
end if
```

```
//CONFERINDO A CONVERGENCIA
```

```

v = Nd/(b*h*(fck/1.4))
kx = 32*(1+5*(MSdxtot/(b*Nd)))*v
ky = 32*(1+5*(MSdytot/(h*Nd)))*v

msdxcon = m1dxmin/(1-((lambdax^2)/(120*kx/v)))
msdycon = m1dymin/(1-((lambday^2)/(120*ky/v)))

```

```

vd = (Nd)/((fck/1.4)*b*h)
udtopox = Mtopo/((fck/1.4)*h*(b^2))
udtopoy = Mtopo/((fck/1.4)*b*(h^2))
udbasex = Mbase/((fck/1.4)*h*(b^2))
udbasey = Mbase/((fck/1.4)*b*(h^2))
udmeiox = MSdxtot/((fck/1.4)*h*(b^2))
udmeioy = MSdxtot/((fck/1.4)*b*(h^2))

```

```

listbox5.DeleteAllRows
ListBox5.AddRow "FLEXÃO NORMAL NO TOPO DO PILAR"
listbox5.addrow "vd = " + Str(vd)
listbox5.addrow "udx = " + Str(udtopox)
listbox5.addrow "udy = " + Str(udtopoy)

```

```

ListBox5.AddRow "FLEXÃO NORMAL NA BASE DO PILAR"
listbox5.addrow "vd = " + Str(vd)
listbox5.addrow "udx = " + Str(udbasex)
listbox5.addrow "udy = " + Str(udbasey)

```

```

ListBox5.AddRow "FLEXÃO NORMAL ENTRE O TOPO E A BASE DO PILAR"
listbox5.addrow "vd = " + Str(vd)
listbox5.addrow "udx = " + Str(udmeiox)
listbox5.addrow "udy = " + Str(udmeioy)

```

```

listbox5.addrow "d'/h (direção x) =" + Str(abacox)
listbox5.addrow "d'/h (direção y) =" + Str(abacoy)

```

Método para o cálculo do momento fletor entre o topo e a base do pilar (ponto intermediário):

```

Dim b, h, Nd, le as Double
Dim m1dymin, m1dxmin, MS1dx, MS1dy, MSdxtot, MSdytot as Double
dim Ax, Ay, Bx, By, Cx, Cy As Double
Dim fck, v, kx, ky, msdycon, msdxcon As Double
Dim lambdax, lambday, lambda1x, lambda1y, alfabx, alfaby As Double
dim l1x, l1y As Double
dim ma, mb As Double
dim Mtopo, Mbase, escx, escy as Double
dim ms1d, Mbase1, Mtopo1, xc, yc As Double

```

```

Mtopo = CDbI(momtopo.Text)
Mbase = CDbI(mombase.Text)
xc= mommin.Width/2
yc=mommin.height/2

b = CDbI(largura.text)/100
h = CDbI(altura.Text)/100
Nd = CDbI(esfnormal.Text)
le = CDbI(comprimento.Text)/100

if Mtopo*(-1) > Mbase*(-1) then
  Ma = Mtopo
  Mb = Mbase
else
  Ma = Mbase
  Mb = Mtopo
end if

fck = CDbI(fckconc.Text)*1000 //passar de Mpa para kN/m²
lambdax = ((12)^0.5)*(le/b)
lambday = ((12)^0.5)*(le/h)

alfabx = (0.6) + (0.4*(mb/ma))
alfaby = (0.6) + (0.4*(mb/ma))

lambda1x = (25 + (12.5*((ma/Nd)/b)))/alfabx
lambda1y = (25 + (12.5*((ma/Nd)/h)))/alfaby

if lambda1x < 35 then
  llx = 35
else
  llx = lambda1x
end if

if lambda1y < 35 then
  lly = 35
else
  lly = lambda1y
end if

m1dymin = Nd*(0.015+(0.03*h))
m1dxmin = Nd*(0.015+(0.03*b))

MS1dx = m1dxmin
MS1dy = m1dymin

```

```

if ma > 0 then
  ms1d = alfabx*ma
else
  ms1d = alfabx*ma*(-1)
end if

Ax = 5*b
Ay = 5*h
Bx = ((b^2)*Nd) - ((Nd*(le^2))/320) - (5*b*MS1d)
By = ((h^2)*Nd) - ((Nd*(le^2))/320) - (5*h*MS1d)
Cx = -((Nd)*(b^2)*MS1d)
Cy = -((Nd)*h^2*MS1d)

if lambdax > 11 x then
  MSdxtot = (((-1)*(Bx))+(((Bx^2)-(4*(Ax)*(Cx)))^0.5))/(2*Ax)
else
  MSdxtot = 0
end if

if lambday > 11 y then
  MSdytot = (((-1)*(By))+(((By^2)-(4*(Ay)*(Cy)))^0.5))/(2*Ay)
else
  MSdytot = 0
end if

if MSdytot > 20 then
  escy = 1
else
  escy = 6
end if

if MSdxtot > 20 then
  escx = 1
else
  escx = 6
end if

//CONFERINDO A CONVERGENCIA
v = Nd/(b*h*(fck/1.4))
kx = 32*(1+5*(MSdxtot/(b*Nd)))*v
ky = 32*(1+5*(MSdytot/(h*Nd)))*v

msdxcon = ms1d/(1-((lambdax^2)/(120*kx/v)))
msdycon = ms1d/(1-((lambday^2)/(120*ky/v)))

if MSdxtot > 0 then
  mommin.Graphics.drawoval ((xc+(MSdxtot*escx)),(yc-5),10,10)

```

```

end if

if MSdytot > 0 then
  mommin.Graphics.drawoval ((xc-5),(yc-(MSdytot*escy)),10,10)
end if

if MSdxtot > 0 then
  listBox6.DeleteAllRows
  listBox6.addrow "VALOR INTERMEDIARIO EM X=" + Str(MSdxtot)
end if

if MSdytot > 0 then
  listBox6.DeleteAllRows
  listBox6.addrow "VALOR INTERMEDIARIO EM Y=" + Str(MSdytot)
end if

```

Método para o traçado da envoltória de momentos resistentes:

```

dim Mrdx, Mrdy, xc, yc As Double
dim vd, udx, udy, escy, escx As Double
Dim b, h, Nd, fck, Mmax, abacox, abacoy, d as Double
dim m1dminx, m1dminy, m1dminx2, m1dminy2, m1dminx3, m1dminy3 as Double

b = Cdbl(largura.text)/100
h = Cdbl(altura.Text)/100
Nd = Cdbl(esfnormal.Text)
Mrdx = Cdbl(momrdx.Text)
Mrdy = Cdbl(momrdy.Text)
fck = Cdbl(fckconc.Text)*1000 //passar de Mpa para kN/m²
Mmax = Cdbl(mommax.text)
d = Cdbl(dlinha.Text)

abacoy = d/(h*100)
abacox = d/(b*100)

vd = (Nd)/((fck/1.4)*b*h)
udx = (Mmax)/((fck/1.4)*h*(b^2))
udy = (Mmax)/((fck/1.4)*b*(h^2))

//envoltoria de momentos resistentes
if Mrdy > 50 then
  escy = 1.5
else
  escy = 6
end if

if Mrdx > 50 then

```

```

    escx = 1.5
else
    escx = 6
end if

xc= mommin.Width/2
yc=mommin.height/2

//pontos de momentos mínimos de segunda ordem
mommin.graphics.forecolor = RGB(0,0,255) //cor azul
mommin.Graphics.drawoval ((xc-5),(yc-(Mrdy*escy)),10,10)
mommin.Graphics.drawoval ((xc+(Mrdx*escx)),(yc-5),10,10)
mommin.Graphics.drawoval ((xc+5),(yc+(Mrdy*escy)),-10,-10) //lado negativo
mommin.Graphics.drawoval ((xc-(Mrdx*escx)),(yc+5),-10,-10) //lado negativo

//envoltória de momentos mínimos de 2 ordem
m1dminy = (((1-(((Mrdx*escx/4)/(Mrdx*escx))^1.2))^(1/1.2))*Mrdy*escy)
m1dminx = (((1-(((Mrdy*escy/4)/(Mrdy*escy))^1.2))^(1/1.2))*Mrdx*escx)
m1dminy2 = (((1-(((Mrdx*escx/2)/(Mrdx*escx))^1.2))^(1/1.2))*Mrdy*escy)
m1dminx2 = (((1-(((Mrdy*escy/2)/(Mrdy*escy))^1.2))^(1/1.2))*Mrdx*escx)
m1dminy3 = (((1-(((Mrdx*escx*3/4)/(Mrdx*escx))^1.2))^(1/1.2))*Mrdy*escy)
m1dminx3 = (((1-(((Mrdy*escy*3/4)/(Mrdy*escy))^1.2))^(1/1.2))*Mrdx*escx)

//envoltoria
mommin.graphics.forecolor = RGB(0,0,255) //cor azul
mommin.graphics.drawline ((xc),(yc-(Mrdy*escy)),((xc)+(Mrdx*escx/4)),(yc-m1dminy))
mommin.graphics.drawline (((xc)+(Mrdx*escx/4)),(yc-m1dminy),((xc)+(Mrdx*escx/2)),(yc-
m1dminy2))
mommin.graphics.drawline ((xc)+(Mrdx*escx/2)),(yc-
m1dminy2),((xc)+(Mrdx*escx*3/4)),(yc-m1dminy3))
mommin.graphics.drawline ((xc)+(Mrdx*escx*3/4)),(yc-
m1dminy3),(xc+(Mrdx*escx)+10),(yc))

mommin.graphics.drawline
((xc+(Mrdx*escx)+10),(yc),((xc)+(Mrdx*escx*3/4)),(yc+m1dminy3))
mommin.graphics.drawline
(((xc)+(Mrdx*escx*3/4)),(yc+m1dminy3),((xc)+(Mrdx*escx/2)),(yc+m1dminy2))
mommin.graphics.drawline
(((xc)+(Mrdx*escx/2)),(yc+m1dminy2),((xc)+(Mrdx*escx/4)),(yc+m1dminy))
mommin.graphics.drawline (((xc)+(Mrdx*escx/4)),(yc+m1dminy),(xc),(yc+(Mrdy*escy)))

mommin.graphics.drawline ((xc-(Mrdx*escx)-10),(yc),((xc)-
(Mrdx*escx*3/4)),(yc+m1dminy3))
mommin.graphics.drawline (((xc)-(Mrdx*escx*3/4)),(yc+m1dminy3),((xc)-
(Mrdx*escx/2)),(yc+m1dminy2))
mommin.graphics.drawline (((xc)-(Mrdx*escx/2)),(yc+m1dminy2),((xc)-
(Mrdx*escx/4)),(yc+m1dminy))

```

```
mommin.graphics.drawline (((xc)-(Mrdx*escx/4)),(yc+m1dminy),(xc),(yc+(Mrdy*escy)))

mommin.graphics.drawline ((xc),(yc-(Mrdy*escy)),((xc)-(Mrdx*escx/4)),(yc-m1dminy))
mommin.graphics.drawline (((xc)-(Mrdx*escx/4)),(yc-m1dminy),((xc)-(Mrdx*escx/2)),(yc-
m1dminy2))
mommin.graphics.drawline (((xc)-(Mrdx*escx/2)),(yc-m1dminy2),((xc)-
(Mrdx*escx*3/4)),(yc-m1dminy3))
mommin.graphics.drawline (((xc)-(Mrdx*escx*3/4)),(yc-m1dminy3),(xc-(Mrdx*escx)-
10),(yc))
mommin.Graphics.ForeColor = RGB(0,0,0) //cor preta
```

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Imperfeições geométricas globais	14
Figura 2 - Falta de retilineidade do eixo do pilar.....	16
Figura 3 - Falta de desaprumo do pilar	16
Figura 4 - Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares intermediários	17
Figura 5 - Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares de extremidade	18
Figura 6 - Momentos fletores nos pilares de extremidade provenientes da ligação com a viga não contínua sobre o pilar	19
Figura 7 - Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares de canto.....	20
Figura 8 - Simbologia de referência da NBR6118/2014.....	20
Figura 9 - Simbologia de referência adotada neste trabalho	21
Figura 10 - Envoltória mínima de 1ª ordem.....	22
Figura 11 - Envoltória resistente aos momentos de 1ª ordem	22
Figura 12 - Envoltória resistente aos momentos de 2ª ordem	23
Figura 13 - Ábaco para dimensionamento de pilares.....	28
Figura 14 - Programa GAP-Pilar Mrd v1.0.....	30
Figura 15 - Flexão composta normal	31
Figura 16 - Flexão composta oblíqua.....	31
Figura 17 - Identificação dos objetos.....	33
Figura 18 - Inserção dos dados do pilar	34
Figura 19 - Cálculo dos momentos mínimos de 1ª ordem	35
Figura 20 - Cálculo da esbeltez	36
Figura 21 - Listbox do cálculo da esbeltez.....	36
Figura 22 - Cálculo dos efeitos locais de 2ª ordem.....	37
Figura 23 - Tipo de arranjo para análise do ábaco na direção x.....	39
Figura 24 - Tipo de arranjo para análise do ábaco na direção y.....	39
Figura 25 - Inserção dos dados de momento e d'.....	40
Figura 26 - Valores para utilização do ábaco	40
Figura 27 - Valores para utilização do ábaco	41
Figura 28 - Ábaco para dimensionamento	41
Figura 29 - Detalhamento da seção.....	42

Figura 30 - Ábaco para dimensionamento	43
Figura 31 - Ábaco para dimensionamento	44
Figura 32 - Envoltória de momentos resistentes	46
Figura 33 - Determinação dos momentos resistentes	47
Figura 34 - Momento intermediário.....	48
Figura 35 - Mtopo e Mbase	49
Figura 36 - Inserção dos momentos de topo e base	50
Figura 37 - Flexão normal no topo do pilar.....	50
Figura 38 - Flexão normal na base do pilar.....	51
Figura 39 - Dados do pilar.....	52
Figura 40 - Inserção dos dados no programa	53
Figura 41 - Cálculo do momento mínimo de 1ª ordem.....	54
Figura 42 - Cálculo da esbeltez	55
Figura 43 - Listbox do cálculo da esbeltez.....	55
Figura 44 - Cálculo dos momentos mínimos de 2ª ordem	56
Figura 45 - Valores para utilização do ábaco	57
Figura 46 - Valores para utilização do ábaco	57
Figura 47 - Ábaco para dimensionamento de pilares.....	58
Figura 48 - Detalhamento da seção.....	59
Figura 49 - Ábaco para dimensionamento de pilares.....	60
Figura 50 - Ábaco para dimensionamento de pilares.....	61
Figura 51 - Envoltória de momentos resistentes	62
Figura 52 - Determinação dos momentos resistentes	63
Figura 53 - Dados do pilar.....	64
Figura 54 - Listbox do cálculo da esbeltez.....	64
Figura 55 - Envoltórias mínimas	65
Figura 56 - Valores para utilização do ábaco	66
Figura 57 - Detalhamento da seção.....	67
Figura 58 - Envoltória de momentos resistentes	69
Figura 59 - Dados do pilar.....	70
Figura 60 - Listbox do cálculo da esbeltez.....	70

Figura 61 - Cálculo dos momentos mínimos.....	71
Figura 62 - Flexão composta normal	72
Figura 63 - Flexão normal no topo do pilar.....	72
Figura 64 - Flexão normal na base do pilar.....	73
Figura 65 - Relação d/h	73
Figura 66 - Detalhamento da seção.....	74
Figura 67 - Envoltória de momentos resistentes	75
Figura 68 - Pilar submetido à flexão composta normal	77
Figura 69 - Flexão composta normal	78
Figura 70 - Flexão normal no topo do pilar.....	79
Figura 71 - Flexão normal na base do pilar.....	79
Figura 72 - Flexão normal entre o topo e a base do pilar.....	79
Figura 73 - Relação d/h	79
Figura 74 - Detalhamento da seção.....	80
Figura 75 - Envoltória de momentos resistentes	82
Figura 76 - Dados do pilar.....	84
Figura 77 - Envoltórias mínimas	85
Figura 78 - Inserção dos momentos de topo e base	86
Figura 79 - Cálculo da esbeltez	86
Figura 80 - Flexão normal no topo do pilar.....	87
Figura 81 - Flexão normal na base do pilar.....	87
Figura 82 - Flexão normal entre o topo e a base do pilar.....	87
Figura 83 - Relação d/h	87
Figura 84 - Detalhamento da seção.....	88
Figura 85 - Envoltória de momentos resistentes	90
Figura 86 - Dados do pilar.....	91
Figura 87 - Momentos mínimos e de topo e base.....	92
Figura 88 - Cálculo da esbeltez	92
Figura 89 - Cálculo da esbeltez	93
Figura 90 - Flexão normal no topo do pilar.....	93
Figura 91 - Flexão normal na base do pilar.....	93

Figura 92 - Relação d/h	94
Figura 93 - Detalhamento da seção.....	94
Figura 94 - Envoltória de momentos resistentes	96
Figura 95 - Dados do pilar.....	97
Figura 96 - Inserção dos momentos de topo e base	98
Figura 97 - Cálculo da esbeltez	98
Figura 98 - Flexão normal no topo do pilar.....	99
Figura 99 - Flexão normal na base do pilar.....	99
Figura 100 - Relação d/h	99
Figura 101 - Detalhamento da seção.....	100
Figura 102 - Envoltória de momentos resistentes.....	102
Figura 103 - Dados do pilar.....	103
Figura 104 - Flexão Composta Normal.....	104
Figura 105 - Esforços finais para o dimensionamento.....	104
Figura 106 - Relação d/h	105
Figura 107 - Detalhamento da seção.....	106
Figura 108 - Envoltória de momentos resistentes.....	107

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 - Cálculo da área de armadura necessária	66
Tabela 2 - Novo w	67
Tabela 3 - Momento resistente em x.....	67
Tabela 4 - Momento resistente em y.....	68
Tabela 5 - Cálculo da área de armadura necessária	73
Tabela 6 - Novo w	74
Tabela 7 - Momento resistente em x.....	74
Tabela 8 - Momento resistente em y.....	75
Tabela 9 - Cálculo da área de armadura necessária	80
Tabela 10 - Novo w.....	80
Tabela 11 - Cálculo do momento resistente em x.....	81
Tabela 12 - Cálculo do momento resistente em y.....	81
Tabela 13 - Cálculo da área de armadura necessária	88
Tabela 14 - Cálculo do novo w.....	89
Tabela 15 - Cálculo do momento resistente em x.....	89
Tabela 16 - Cálculo do momento resistente em y.....	89
Tabela 17 - Cálculo da área de armadura necessária	94
Tabela 18 - Novo w.....	95
Tabela 19 - Cálculo do momento resistente em x.....	95
Tabela 20 - Cálculo do momento resistente em y.....	95
Tabela 21 - Cálculo da área de armadura necessária	100
Tabela 22 - Novo w.....	100
Tabela 23 - Cálculo do momento resistente em x.....	101
Tabela 24 - Cálculo do momento resistente em y.....	101
Tabela 25 - Cálculo da área de armadura necessária	105
Tabela 26 - Novo w.....	106
Tabela 27 - Cálculo do momento resistente em x.....	106
Tabela 28 - Cálculo do momento resistente em y.....	107
