

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE
AUTOMAÇÃO E SISTEMAS**

Daniel Miranda Cruz

**ESTRUTURAS DE CONTROLE PREDITIVO REPETITIVO BASEADAS
NA FORMULAÇÃO GPC**

Florianópolis

2015

Daniel Miranda Cruz

**ESTRUTURAS DE CONTROLE PREDITIVO REPETITIVO BASEADAS
NA FORMULAÇÃO GPC**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas.

Orientador: Prof. Dr. Julio Elias Normey-Rico
Coorientador: Prof. Dr. Ramón Costa-Castelló

Florianópolis

2015

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Cruz, Daniel Miranda

Estruturas de controle preditivo repetitivo baseadas na
formulação GPC / Daniel Miranda Cruz ; orientador, Julio
Elias Normey-Rico ; coorientador, Ramón Costa-Castelló. -
Florianópolis, SC, 2015.

108 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Automação e Sistemas.

Inclui referências

1. Engenharia de Automação e Sistemas. 2. Engenharia de
automação e sistemas. 3. Controle de processos. 4. Controle
preditivo. 5. Controle repetitivo. I. Normey-Rico, Julio
Elias. II. Costa-Castelló, Ramón. III. Universidade Federal
de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia
de Automação e Sistemas. IV. Título.

Daniel Miranda Cruz

**ESTRUTURAS DE CONTROLE PREDITIVO REPETITIVO BASEADAS
NA FORMULAÇÃO GPC**

Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de “Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas.

Florianópolis, 20 de março 2015.

Prof. Dr. Rômulo Silva de Oliveira
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de
Automação e Sistemas
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC - DAS

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Julio Elias Normey-Rico
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC - DAS

Prof. Dr. Rodolfo César Costa Flesch
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC - DAS

Prof. Dr. Antonio Augusto Rodrigues Coelho
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC - DAS

Prof. Dr. Aguinaldo Silveira e Silva
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC - EEL

Este trabalho é dedicado a minha eterna
companheira, Luisa.
Aos meus pais e toda minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus colegas de laboratório e do projeto P90-2012, que sempre ajudaram nos momentos de dificuldades. E agradeço principalmente ao meu orientador, o professor Julio Elias Normey-Rico, e coorientador, Ramón Costa-Catelló, por compartilharem seus conhecimentos e experiência de vida porque sem eles não seria possível a conclusão deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo de diversas estruturas de controle baseadas no algoritmo de controle preditivo generalizado, *Generalized Predictive Control* (GPC), e no controle repetitivo, *Repetitive Control* (RC). Os controladores analisados possuem as vantagens do controle preditivo no que diz respeito à otimização e ao tratamento de restrições e as do controle repetitivo no tratamento de perturbações periódicas, caracterizando a estrutura de controle preditivo generalizado repetitivo, *Repetitive Generalized Predictive Control* (RGPC). A estrutura proposta usa ação de controle repetitiva, baseada em um modelo interno com filtro de robustez e faz o tratamento das restrições considerando a repetitividade da ação de controle. O estudo compara diversas possibilidades de implementação, uma clássica e outra com o projeto separado, apontando vantagens e desvantagens de cada uma, assim como a aplicação em um estudo de caso.

Palavras-chave: Controle preditivo. Controle repetitivo. Controle de processos. Sinais periódicos.

ABSTRACT

This work presents a study of different control schemes based on the GPC and RC. These controllers have the advantages of online optimization and constraint handling of the predictive control and periodic signals treatment of the repetitive control, defining the RGPC. The proposed structure uses a repetitive control action based on an internal model with robustness filter and deals with constraints considering the control action repetitiveness. The study compares various implementation possibilities, a classic and a separated design, pointing advantages and disadvantages of each one as well as their implementation.

Keywords: Predictive control. Repetitive control. Process control. Periodic signals.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Ideia do controle preditivo	26
2.2	Estrutura básica do controle preditivo	26
2.3	Lei de controle do GPC	31
2.4	Estrutura básica de um laço repetitivo em tempo contínuo.	33
2.5	Diagrama de blocos da estrutura <i>plug-in</i>	34
2.6	Estrutura do RGPC separado.	38
3.1	Inserção dos modelos internos em série com o processo.	46
3.2	Interpretações RST e 2DOF.	49
3.3	Magnitude da resposta em frequência de $H(z)$ para diferentes valores de q_0	50
3.4	Diagrama de Bode (esquerda) e de polos e zeros (direita) do modelo interno com e sem filtro $H(z)$	51
3.5	Diagrama de Bode e mapa de polos e zeros da função $H_{yw}(z)$	56
3.6	Diagrama de Bode e mapa de polos e zeros da função $H_{yq}(z)$	57
3.7	Resposta dinâmica dos sistemas para o caso nominal. Acima saídas, abaixo entradas. Linha azul tracejada para a estrutura sem filtro e verde contínua para a estrutura com filtro.	58
3.8	Resposta dinâmica dos sistemas para o caso com erro de modelagem. Acima saídas, abaixo entradas. Linha azul tracejada para a estrutura sem filtro e verde contínua para a estrutura com filtro.	59
3.9	Caso nominal do controlador 1 - Proposta RGPC	74
3.10	Caso nominal do controlador 2 - Ginhoux et al.[1]	74
3.11	Caso nominal do controlador 3 - Separated... [2]	75
3.12	Caso nominal do controlador 4 - Wang et al.[3]	75
3.13	Caso com erros do controlador 1 - proposta RGPC. Aplicando erro de 10% em K_p e 24% em τ	78
3.14	Caso com erros do controlador 2 - Ginhoux et al.[1]. Aplicando erro de 10% em K_p e 24% em τ	78
3.15	Caso com erros do controlador 3 - Separated... [2]. Aplicando erro de 1,3% em τ	79
3.16	Caso com erros do controlador 4 - Wang et al.[3]. Aplicando erro de 10% em K_p e 6,3% em τ	79
3.17	Resposta do sistema com restrição na amplitude da entrada U , saturação de $(-1,8 \leq u(k) \leq +1,8)$	82
3.18	Resposta do sistema com restrição na variação da entrada ΔU , <i>slew-rate</i> de $(-0,4 \leq \Delta u(k) \leq +0,4)$	83

3.19	Resposta do sistema com restrição na variação periódica da entrada $\Delta^{Nf}U$ ($-0,35 \leq \Delta^{Nf}u(k) \leq +0,35$)	84
3.20	Resposta do sistema com restrição na variação periódica da entrada $\Delta^{Nf}U$ ($-2 \leq \Delta^{Nf}u(k) \leq +2$)	85
4.1	Estrutura do <i>roto magnet</i> com o motor DC, ímãs e <i>encoder</i> na esquerda e à direita, esquema de atuação do aparato magnético onde ω é a velocidade angular e Γ_p a perturbação de torque	87
4.2	Esquema de funcionamento do <i>xPC Target</i>	89
4.3	Configuração dos equipamentos no laboratório.	90
4.4	Simulação em tempo real do processo em malha aberta e com tensão de entrada 0,35 V	91
4.5	Controlador PI	93
4.6	Estrutura <i>Plug-in</i>	93
4.7	Simulação em tempo real do RGPC - estrutura básica	95
4.8	Simulação em tempo real do RGPC - estrutura separada	95

SIGLAS

2DOF <i>Two Degree of Freedom</i>	48
CARIMA <i>Controller Auto-Regressive Integrated Moving-Average</i> 28, 46	
LMI <i>Linear Matrix Inequalities</i>	35
LPV <i>Linear Parameter Varying</i>	42
QP <i>Quadratic Programming</i>	42, 66, 70
DMC <i>Dynamic Matrix Control</i>	25
EHAC <i>Extended Horizon Adaptive Control</i>	25
EPSAC <i>Extended Prediction Self Adaptive Control</i>	25
FIR <i>Finite-Impulse Response</i>	34, 49
GMV <i>Generalized Minimum Variance</i>	27, 62
GPC <i>Generalized Predictive Control</i> . 9, 11, 13, 23, 25, 27, 28, 31, 38, 39, 46, 49, 55, 97	
HIL <i>Hardware-In-the-Loop</i>	88
ILC <i>Iterative Learning Control</i>	21, 33
MAC <i>Model Algorithm Control</i>	25
MIMO <i>Multiple Input Multiple Output</i>	98
MPC <i>Model Predictive Control</i>	21–23, 25, 58, 63
PFC <i>Predictive Functional Control</i>	25
PI <i>controlador proporcional-integral</i>	92
PID <i>controlador proporcional-integral-derivativo</i> . . .	21, 26, 32
PMI <i>Princípio do Modelo Interno</i>	21, 31, 32
R2R <i>Run-to-Run</i>	21

RC *Repetitive Control* 9, 11, 21–23, 25, 63

RGPC *Repetitive Generalized Predictive Control* . 9, 11, 14, 23, 45,
86, 94, 95

RMPC *Repetitive Model Predictive Control* 23, 25, 36, 86

SÍMBOLOS

$A(z^{-1})$ polinômio que define dinâmica dos pólos do modelo do processo	28
$B(z^{-1})$ polinômio que define dinâmica dos zeros do modelo do processo	28
$H(z)$ filtro de robustez do modelo interno repetitivo	34
N_1 horizonte de predição inicial	27
N_2 horizonte de predição final	27
N número de amostras num período	32
T_p tamanho do período do sinal periódico	32
T_s período de amostragem	32
$\Delta^N u(k)$ variação N -periódica da ação de controle no tempo k	47
Δ^N operador de variação N -periódica, $\Delta^N = (1 - z^{-N})$. . .	46
$\Delta u(k)$ incremento da ação de controle no instante de tempo k	27
Δ operador de variação, $\Delta = (1 - z^{-1})$	28
$\delta(i)$ ponderação do i -ésimo erro de seguimento futuro	27
$\hat{y}(k + j k)$ predição da saída até o tempo $k + j$ usando dados disponíveis até o tempo k	27
$\lambda(i)$ ponderação do i -ésimo incremento da ação de controle futura	27
λ_N ponderação do incremento de controle N -periódico	47
d valor do atraso de transporte discreto	27
k variável de tempo discreto	27
q_0 parâmetro de ajuste do filtro de robustez	50
s variável complexa da transformada de Laplace	32
$w(k + j)$ valor da referência no tempo $k + j$	27

SUMÁRIO

1	Introdução	21
1.1	Motivação	22
1.2	Objetivos	23
1.2.1	Objetivo geral	23
1.2.2	Objetivos específicos	23
1.3	Estrutura do trabalho	23
2	Revisão da literatura	25
2.1	MPC - Controle preditivo baseado em modelo	25
2.1.1	Controlador preditivo generalizado	27
2.2	RC - Controle repetitivo	31
2.2.1	Modelo interno	32
2.2.2	Estrutura clássica	33
2.3	RMPC - Controle preditivo repetitivo	35
2.4	Considerações finais do capítulo	43
3	Algoritmo GPC repetitivo proposto	45
3.1	Estrutura Básica	45
3.1.1	Modelo de predição com laço repetitivo	45
3.1.2	Lei de controle irrestrita	47
3.1.3	Inserção do filtro de robustez $H(z)$	49
3.1.4	Exemplo numérico	53
3.2	Δ e Δ^N - modelo de predição \times função objetivo	58
3.2.1	Relação entre ΔU e $\Delta^N U$	59
3.2.2	Ação de controle para nova função custo	60
3.3	Tratamento de restrições	62
3.3.1	Restrição de saturação do sinal de controle	64
3.3.2	Restrição de variação do sinal de controle (<i>slew-rate</i>)	64
3.3.3	Restrição na saída	65
3.3.4	Variação N -periódica da ação de controle	65
3.3.5	Inserindo as restrições no problema de otimização	66
3.4	Nova formulação do modelo separado	67
3.4.1	Ajuste do sub-controlador preditivo clássico	68
3.4.2	Ajuste do sub-controlador preditivo repetitivo	69
3.5	Simulações	70
3.5.1	Cenário de simulação	70
3.5.2	Ajuste dos controladores	71
3.5.3	Caso nominal	72
3.5.4	Caso com erros	77

3.5.5	Caso com restrições	80
3.6	Considerações finais do capítulo	86
4	Estudo de caso	87
4.1	<i>Roto magnet</i>	87
4.2	<i>xPC Target</i>	88
4.2.1	Funcionamento	89
4.3	Experimentos realizados	90
4.3.1	Ajuste dos parâmetros iniciais	91
4.3.2	Simulações - PI e <i>Plug-in</i>	92
4.3.3	Simulações - Estrutura proposta	94
4.4	Considerações finais do capítulo	96
5	Considerações finais	99
5.1	Conclusão	99
5.2	Sugestões para Trabalhos futuros	100
	Referências	101
	Appendices	105
	ANEXO	105
	Artigo publicado no IFAC 2014	105

1 INTRODUÇÃO

O controle preditivo baseado em modelo *Model Predictive Control* (MPC) é uma técnica de controle avançado que surgiu na década de 70 com aplicação em refinarias de petróleo. Ainda hoje, seu uso continua bastante voltado aos processos petroquímicos, entretanto, sua aplicação abrange diferentes áreas de controle de processo devido as suas características básicas. A grande vantagem dessa técnica é a obtenção da ação de controle a partir da otimização de uma função custo, com a qual é possível tratar diretamente as restrições presentes no sistema de controle [4, 5].

Quando os sinais que excitam o sistema - seja em forma de perturbações que devem ser rejeitadas ou referências que devem ser seguidas - possuem características periódicas, tanto controladores preditivos nas formas clássicas como controladores clássicos do tipo controlador proporcional-integral-derivativo (PID) não obtêm uma resposta satisfatória. Isso ocorre porque esses controladores não realimentam o erro de períodos anteriores para o cálculo da próxima ação de controle, fazendo com que os mesmos erros que aconteceram no passado sejam repetidos no futuro devido à periodicidade do sinal. No caso do controle preditivo, o desempenho é melhor que o do PID por causa de sua capacidade de predição, entretanto, esse desempenho deteriora à medida que os erros de modelagem ou perturbações tornam-se significativos [6].

Diferentes trabalhos tratam desse problema de controle no qual os processos estão sujeitos a perturbações ou referências periódicas. Alguns exemplos de processos que sofrem esse tipo de alteração periódica são: trocadores de calor tubulares [7], dessalinização por osmose inversa [8], processos de fundição [9], moinhos de azeite de oliva [10] e outros. Nesse contexto, o controle repetitivo, RC [11], tem sido usado de forma extensiva para tratar sinais de referência ou perturbações com características periódicas. Essa estratégia tem grandes similaridades com outras estratégias, como a de controle por aprendizagem iterativa, *Iterative Learning Control* (ILC), e a do *Run-to-Run* (R2R) que foram aplicadas com sucesso em diferentes tipos de controle de processos [12].

A estrutura do RC é baseada no Princípio do Modelo Interno (PMI) [13, 14] e, diferentemente dos controladores clássicos, tem o modelo gerador do sinal periódico. Usa os erros ocorridos em períodos passados para melhorar a ação de controle no período atual. Este modelo interno atribui ganho infinito ou muito elevado em uma determinada frequência e suas harmônicas para garantir que o sistema consiga reproduzir o sinal periódico e poder segui-lo, em

forma de referência, ou rejeitá-lo, em forma de perturbação, com erro nulo em regime permanente.

Todavia, existem alguns problemas no ajuste de um controlador repetitivo, utilizando a forma clássica (*plug-in*), como a garantia de estabilidade quando a planta possui determinadas características (zeros instáveis ou polos instáveis) [15]. Também não possui tratamento de restrições nas variáveis, o que pode provocar um mau desempenho do controlador ou levar o sistema a trabalhar em condições limites. Ainda, em algumas aplicações, o período destes sinais pode variar com o tempo ou é incerto, degradando o desempenho do controlador. Apesar de sua formulação simples de implementar, com poucos parâmetros de ajuste, na prática, essa forma de implementação possui um comportamento dinâmico em malha fechada muito restrito em relação ao que poderia ser alcançado.

1.1 MOTIVAÇÃO

Com o objetivo de se garantir erro nulo em regime permanente, frente a sinais constantes de perturbação ou referência, a maioria das estruturas de controle preditivo faz uso de um modelo incremental do processo, o que insere um integrador na malha de controle. Este representa o modelo interno de sinais constantes e, de maneira análoga, em um sistema de controle sob influência de sinais periódicos, o modelo interno deve ter a capacidade de representar esses sinais periódicos, combinando, assim, as ideias do MPC com as do controle repetitivo.

Essa combinação do RC com o MPC foi introduzida no campo da cirurgia [16, 1] no caso monovariável. Uma introdução mais formal no domínio de espaço de estados pode ser encontrada em [6, 17]. Recentemente, esses conceitos foram estendidos para sistemas multivariáveis [18] e sistemas com restrições [19, 3].

Contudo, a maioria dessas implementações se baseia em modelos em espaço de estados, o que requer um acesso às variáveis de estado, seja com uma medição direta ou por meio de observadores de estados, o que traz alguns problemas, dependendo da aplicação como o aumento da complexidade, manutenção dos observadores de estado e outros. Outras fazem o uso da técnica de *lifting and augmenting*, na qual o modelo é reformulado com uma matriz aumentada do tamanho de um período do sinal [6, 3, 16]. Isso aumenta a complexidade do sistema o que requer um poder computacional maior.

Como é bem conhecido, a maioria das aplicações de MPC na indústria utiliza modelos de entrada saída, representação pouco explorada nos estudos de controle repetitivo. Desta forma, este trabalho tem como objetivo estudar e comparar controladores com estrutura *Repetitive Model Predictive Control* (RMPC) com formulações entrada-saída, linha de pesquisa na qual existem relativamente poucos trabalhos de referência.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Propor um método para a inserção do modelo interno do controle repetitivo em estruturas de controle preditivo, de forma simplificada, baseada no algoritmo GPC de modo a obter uma estratégia de controle que englobe as características de ambos controladores.

1.2.2 Objetivos específicos

1. Analisar o algoritmo GPC e suas formas de implementação;
2. analisar a estrutura de controle repetitivo e seu modelo interno;
3. analisar as estruturas que fazem a combinação das duas estratégias de controle, suas características básicas e formas de desenho;
4. propor uma estratégia RGPC; implementá-la e compará-la com os métodos existentes;
5. demonstrar as melhorias do sistema proposto para o tratamento de sinais periódicos.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta dissertação está dividida da seguinte forma. Nesse capítulo, é realizada a introdução do tema, sua motivação e os objetivos de pesquisa. O capítulo 2 faz uma revisão bibliográfica, apresentada em 3 seções: a primeira é sobre o RC e sua implementação clássica, a segunda é sobre o MPC e o algoritmo GPC e, por fim, a terceira, é sobre as estruturas RMPC e suas características.

No capítulo 3, o algoritmo de controle proposto nesse trabalho é desenvolvido. Primeiramente, realiza-se a explicação de sua

estrutura básica baseada no modelo interno repetitivo. Na sequência, as diferentes possibilidades de utilização do modelo interno são analisadas, bem como a influência destas no sistema de controle final. Então, as restrições são inseridas no problema de controle e é desenvolvida uma formulação separada baseada na estrutura básica. Finalmente, são realizadas simulações numéricas das diferentes estruturas frente ao mesmo cenário de simulação e seus desempenhos são comparados.

O capítulo 4 discorre sobre a aplicação das estruturas propostas em um estudo de caso. Por fim, o capítulo 5 apresenta as considerações finais do trabalho com sua conclusão e o direcionamento de diferentes possibilidades que esta linha de pesquisa pode tomar.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo, será realizada uma breve introdução das principais estratégias de controle utilizadas no desenvolvimento deste trabalho. Serão explicadas suas principais características, vantagens e desvantagens e suas implementações clássicas. Primeiramente, será feita uma introdução do MPC e RC e por fim, uma revisão da literatura sobre o RMPC e as estruturas que se assemelham ao algoritmo proposto neste trabalho.

2.1 MPC - CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO

O termo controle preditivo baseado em modelo se refere a uma classe de algoritmos que compartilham do mesmo princípio: eles usam o modelo do sistema para prever o comportamento futuro do processo e com isso calculam uma sequência de ações de controle que minimiza uma determinada função objetivo. Os elementos básicos desses algoritmos, que podem ser observados na figura 2.1, são os seguintes:

1. capacidade de predição, por meio de um modelo explícito, para o processo;
2. minimização de uma função custo que, em sua forma mais utilizada, pondera o erro de seguimento de referências e o esforço de controle;
3. forma de obtenção da ação de controle em uma estratégia de horizonte deslizante, na qual apenas a primeira ação de controle computada é implementada no processo.

A grande diferença entre os algoritmos de controle preditivo está no tipo de modelo utilizado e na forma da função objetivo. Os algoritmos clássicos usam modelo linear como:

- resposta ao impulso, no *Model Algorithm Control* (MAC);
- resposta ao degrau, no *Dynamic Matrix Control* (DMC);
- espaço de estados, no *Predictive Functional Control* (PFC);
- função de transferência, no GPC, *Extended Prediction Self Adaptive Control* (EPSAC) e *Extended Horizon Adaptive Control* (EHAC).

Também podem ser utilizados outros tipos de modelos como: não lineares, redes neurais, lógica nebulosa. A estrutura básica do

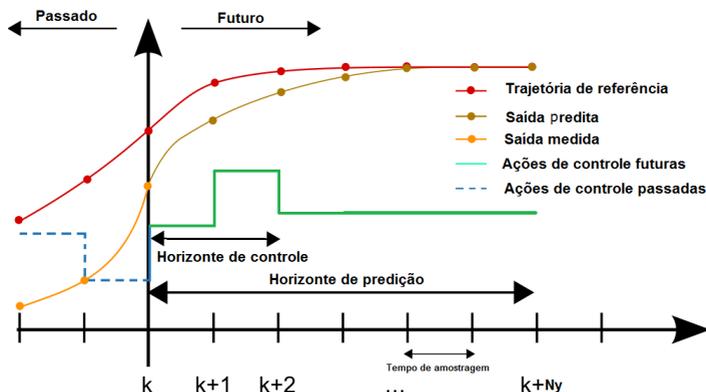


Figura 2.1: Ideia do controle preditivo

controle preditivo, figura 2.2, define que o sinal de controle é resultado de um processo de otimização. Isso pode ser muito interessante para o tratamento de restrições, já que estas podem ser inseridas no sistema de forma explícita, o que não pode ser feito em estruturas clássicas como o PID. Outra possibilidade é a de inserção de referências futuras no problema de otimização, caso sejam conhecidas, fazendo com que o sistema de controle tenha capacidade fazer mudanças na ação de controle antes que a mudança de referência ocorra de fato.

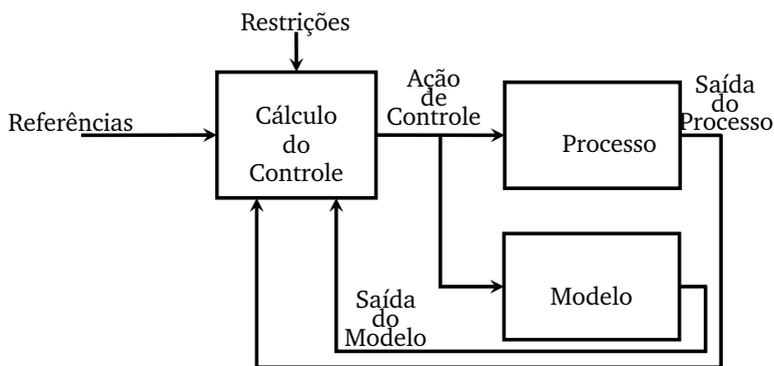


Figura 2.2: Estrutura básica do controle preditivo

Devido a essas características básicas, o controle preditivo é uma das técnicas de controle mais utilizadas na indústria, uma vez que pode tratar uma grande variedade de processos como: sistemas multivariáveis com grande acoplamento, atrasos de transporte, fase não mínima e instáveis (dependendo do algoritmo utilizado). Este trabalho tem como base o controlador preditivo generalizado apresentado na sequência.

2.1.1 Controlador preditivo generalizado

O algoritmo GPC foi proposto no trabalho de [20] com suas principais características em [21, 22] e teve como base os desenvolvimentos do controlador *Generalized Minimum Variance* (GMV) em [23]. Esse algoritmo tem grande aceitação no meio acadêmico e em algumas aplicações na indústria, principalmente, por sua capacidade de tratar processos com diferentes características, como plantas instáveis e de fase não-mínima.

Função objetivo

O GPC tem como base a minimização da seguinte função custo com multiestágios

$$J_{GPC} = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(k+j|k) - w(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(k+j-1)]^2 \quad (2.1)$$

onde $\hat{y}(k+j|k)$ é a predição ótima da saída no tempo $k+j$ usando dados disponíveis até o instante de tempo k , N_1 e N_2 representam o início e o fim do horizonte de predição da saída, $w(k+j)$ é a referência futura, $\Delta u(k)$ o incremento de controle ($\Delta u(k) = (1 - z^{-1})u(k)$) e $\delta(i)$ e $\lambda(i)$ as sequências de parâmetros de ponderação para o erro e para o esforço de controle respectivamente.

Normalmente, os valores das ponderações são constantes e $\delta = 1$. O horizonte de predição geralmente começa com $N_1 = 1$, contudo, quando o sistema possui atraso de transporte d este valor é ajustado com $N_1 = d + 1$ e $N_2 = d + N_y$ (N_y é o tamanho do horizonte de predição), pois as ações de controle feitas no instante k somente terão efeito na saída, após transcorrido o tempo $k + d + 1$.

O objetivo do algoritmo é calcular a sequência de incrementos de controle que minimizam a função custo e fazem com que a saída do processo siga a referência. Entretanto, para realizar essa tarefa, é necessário obter o valor das saídas dentro do horizonte de predição e isso é feito a partir do modelo do processo.

Modelo de predições

Para se calcular o valor esperado da saída, em um tempo futuro, o GPC usa o seguinte modelo *Controller Auto-Regressive Integrated Moving-Average (CARIMA)*, eq. (2.2), que consegue representar a maioria dos processos industriais linearizados em torno de um ponto de operação, ou seja,

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) + \frac{C(z^{-1})e(k)}{D(z^{-1})\Delta} \quad (2.2)$$

onde $y(k)$ é a saída, $u(k)$ é a entrada, d é o atraso de transporte, $e(k)$ é um ruído branco com média nula e $\Delta = (1 - z^{-1})$ é o operador de incremento. Os polinômios A , B , C e D no operador de deslocamento z^{-1} são

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_{n_a}z^{-n_a} \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_{n_b}z^{-n_b} \\ C(z^{-1}) &= 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots + c_{n_c}z^{-n_c} \\ D(z^{-1}) &= 1 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2} + \dots + d_{n_d}z^{-n_d} \end{aligned}$$

$A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$ são usados para descrever a dinâmica do modelo da planta e $C(z^{-1})$ e $D(z^{-1})$ o modelo da perturbação e suas características estocásticas. Vale ressaltar aqui que, nessa estrutura, o uso de Δ se refere à necessidade de representar sinais constantes, pois estes representam grande parte dos sinais de referência e perturbação presentes em aplicações industriais [4]. Normalmente, as características estocásticas da perturbação são desconhecidas, fazendo com que $C(z^{-1}) = 1$ e $D(z^{-1}) = 1$ e assim, esses polinômios serão considerados com valor unitário para o cálculo das predições a título de simplificação. Esses polinômios possuem determinada função no desempenho final do controlador mesmo quando seus valores não representam as características reais da perturbação [4, 5].

As predições podem ser computadas de diferentes formas. Elas se baseiam no modelo eq. (2.2) multiplicado por Δ

$$\tilde{A}(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})\Delta u(k-1) + e(k) \quad (2.3)$$

com $\tilde{A}(z^{-1}) = \Delta A(z^{-1})$. O valor predito da saída pode ser calculado com a equação eq. (2.4), isto é,

$$\hat{y}(k+j|k) = \sum_{i=1}^{na+1} -\tilde{a}_i y(k+j-i) \sum_{i=1}^{i=nb+1} b_{i-1} \Delta u(k+j-d-i) \quad (2.4)$$

A perturbação desaparece da equação porque seu valor predito $e(k+j)$ não é conhecido, então utiliza-se seu valor esperado. Como se trata de um ruído branco com média nula, esse valor é zero. Aplicando a recursividade com a equação (2.4), é possível calcular as matrizes de predição.

Outra forma de se calcular as predições é por meio de identidades polinomiais (diofantinas), considerando a seguinte identidade

$$1 = E_j(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1}) \quad (2.5)$$

Os polinômios E_j e F_j são definidos respectivamente com ordem $j-1$ e na . Estes são obtidos por divisões sucessivas de 1 por $\tilde{A}(z^{-1})$ até que o resto possa ser fatorado como $z^{-j}F_j(z^{-1})$ e o resultado da divisão é o polinômio $E_j(z^{-1})$. Com isso, o modelo de predição eq. (2.3) pode ser escrito da seguinte forma

$$\tilde{A}(z^{-1})E_j(z^{-1})y(k+j) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(k+j-d-1) + E_j(z^{-1})e(k+j) \quad (2.6)$$

Considerando 2.5, a equação 2.6 pode ser escrita como:

$$[1 - z^{-j}F_j(z^{-1})]y(k+j) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(k+j-d-1) + E_j(z^{-1})e(k+j) \quad (2.7)$$

e isolando $y(k+j)$:

$$y(k+j) = F_j(z^{-1})y(k) + E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(k+j-d-1) + E_j(z^{-1})e(k+j) \quad (2.8)$$

Novamente os termos $e(k+j)$ não são conhecidos e, pela ordem do polinômio $E_j(z^{-1})$, todos os termos dependentes do ruído se encontram no futuro, logo, a esperança matemática para $e(k+j)$ é zero. Dessa forma, as predições podem ser calculadas como

$$\hat{y}(k+j | k) = G_j(z^{-1})\Delta u(k+j-d-1) + F_j(z^{-1})y(k) \quad (2.9)$$

onde $G_j(z^{-1}) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})$

Computando até o final do horizonte de predição, as saídas futuras ficam

$$\hat{Y} = G\Delta U + \underbrace{G_p(z^{-1})\Delta u(k-1) + F_p(z^{-1})y(k)}_f \quad (2.10)$$

onde:

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+d+1|k) \\ \hat{y}(k+d+2|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+d+N_y|k) \end{bmatrix}, \quad \Delta U = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_u-1) \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{N_y-1} & g_{N_y-2} & \dots & g_{N_y-N_u} \end{bmatrix}, \quad F_p(z^{-1}) = \begin{bmatrix} F_{d+1}(z^{-1}) \\ F_{d+2}(z^{-1}) \\ \vdots \\ F_{d+N_y}(z^{-1}) \end{bmatrix},$$

$$G_p(z^{-1}) = \begin{bmatrix} (G_{d+1}(z^{-1}) - g_0)z \\ (G_{d+2}(z^{-1}) - g_0 - g_1 z^{-1})z^2 \\ \vdots \\ (G_{d+N_y}(z^{-1}) - g_0 - g_1 z^{-1} - \dots - g_{N_y-1} z^{-(N_y-1)})z^{N_y} \end{bmatrix},$$

Aqui pode ser observado como as predições ficam separadas, com uma parte dependendo de dados futuros e a outra parte apenas de dados passados e as predições podem ser representadas como duas parcelas. Uma delas depende das ações de controle futuras (resposta forçada - $G\Delta U$) e a outra apenas de dados passados (resposta livre - f).

$$\hat{Y} = G\Delta U + f$$

Minimização irrestrita

Para se realizar o processo de minimização, as matrizes de predição do modelo são inseridas na função objetivo (2.1):

$$J_{GPC} = (G\Delta U + f - W)^T (G\Delta U + f - W) + \Delta U^T R \Delta U \quad (2.11)$$

onde $R = \lambda I_{N_u}$ é uma matriz positiva definida. W representa o vetor com os valores futuros de referência e calculado por

$$W = [w(k+d+1) \ w(k+d+2) \ \dots \ w(k+d+N_y)]^T \quad (2.12)$$

Então, a função custo pode ser reescrita com a forma quadrática

$$J = \Delta U^T H \Delta U + 2F_0^T \Delta U + J_0 \quad (2.13)$$

onde

$$\begin{aligned} H &= G^T G + R, \\ F_0 &= G^T (f - W), \\ J_0 &= (f - W)^T (f - W). \end{aligned}$$

A minimização irrestrita é obtida fazendo $\frac{\partial J}{\partial \Delta U} = 0$, o que resulta:

$$\Delta U^* = -H^{-1}F_0 = (G^T G + R)^{-1}G^T(W - f) \quad (2.14)$$

Este resultado contém as N_u ações de controle que representam a solução ótima calculada. Todavia, apenas a primeira linha de ΔU^* é aplicada como ação de controle, considerando a estratégia do horizonte deslizante.

Definindo K_{GPC} como a primeira linha de $(G^T G + R)^{-1}G^T$, o incremento de controle $\Delta u(k)$ é dado por:

$$\Delta u(k) = K_{GPC}(W - f) \quad (2.15)$$

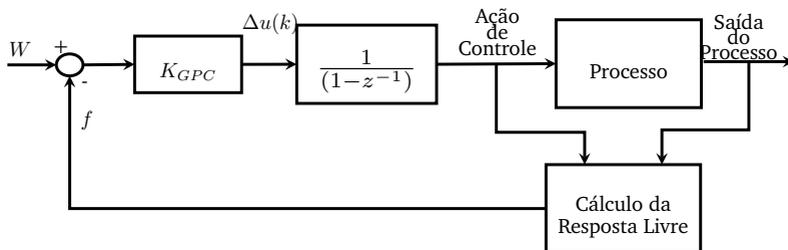


Figura 2.3: Lei de controle do GPC

Na figura 2.3, é possível observar o diagrama de blocos do sistema em malha fechada. Analisando o funcionamento desse diagrama, o controlador somente atuará no sistema quando o erro para todos os instantes futuros entre a resposta livre e a referência ($W - f$) for diferente de zero. Com isso, o comportamento dinâmico do sistema ao longo do horizonte de previsão é levado em consideração pelo controlador no cálculo de suas ações de controle. Realizando o cálculo da matriz K_{GPC} de forma *offline*, apenas o vetor de resposta livre é atualizado a cada instante de amostragem de forma *online*.

2.2 RC - CONTROLE REPETITIVO

O controle repetitivo é uma técnica baseada no PMI [13]. Esse princípio estabelece que para se realizar o seguimento ou a rejeição de um determinado sinal é necessária a existência do modelo gerador desse sinal dentro do sistema de controle. Um exemplo

de controlador que segue esse princípio é o PID, com a presença do termo integral $1/s$, que representa sinais constantes do tipo degrau no domínio de Laplace (s) e permite que esse tipo de sinal seja rejeitado em regime permanente.

2.2.1 Modelo interno

Um sinal periódico $r(t)$ qualquer com período T_p pode ser representado pela série de Fourier, que possui a seguinte estrutura em sua forma complexa

$$r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \cdot e^{j \frac{2\pi n t}{T_p}} \quad (2.16)$$

Com isso, é preciso incluir o modelo 2.16 no sistema de controle para que seja possível tratá-lo de acordo com o PMI. A função de transferência (representação usando a transformada de Laplace) deste sinal periódico fica como na equação 2.17 [24].

$$R(s) = \frac{1}{s} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{2\pi n}{T_p}\right)^2}{s^2 + \left(\left(\frac{2\pi n}{T_p}\right)^2\right)} = \frac{T_p \cdot e^{-\frac{s T_p}{2}}}{1 - e^{-s T_p}} \quad (2.17)$$

Entretanto, como $T_p \cdot e^{-\frac{s T_p}{2}}$ representa um ganho e um atraso, é possível reproduzir o sinal utilizando apenas o denominador desta função com a forma $1/(1 - e^{-s T_p})$. Essa função pode ser interpretada como uma realimentação positiva de um atraso de tamanho T_p unidades de tempo, como na figura 2.4. É possível observar que esse modelo possui polos no eixo imaginário do plano complexo em $s = jn/T_p, n \in \mathbb{N}$. Do ponto de vista frequencial, o modelo tem ganho infinito nas frequências $n/T_p, \forall n \in \mathbb{N}$. Ou seja, isto garante erro nulo de seguimento nestas frequências caso o sistema em malha fechada seja estável, garantindo a presença do modelo interno repetitivo.

A implementação de um atraso puro em tempo contínuo é uma tarefa complicada, porém em tempo discreto a tarefa torna-se simples. Quando o período do sinal, T_p , é múltiplo inteiro do período de amostragem, T_s , basta sustentar o valor da amostra por N vezes, com $N = T_p/T_s \in \mathbb{N}$. Assim, o modelo interno discreto fica com a seguinte forma:

$$I_M(z) = \frac{1}{1 - z^{-N}} \quad (2.18)$$

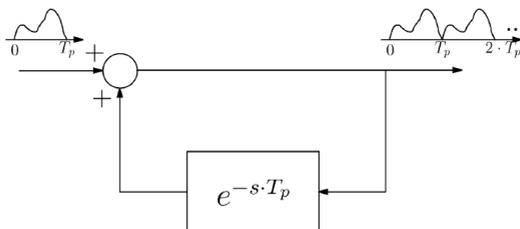


Figura 2.4: Estrutura básica de um laço repetitivo em tempo contínuo.

Com isso, além da restrição de que a razão entre T_p e T_s ser um número inteiro e constante (N), o período de amostragem ainda deve considerar outras restrições. Uma delas que T_s deve ser selecionado, considerando o fato de que em implementações de tempo discreto só é possível lidar com as frequências harmônicas que se encontram abaixo da frequência de Nyquist $\omega_s = 2\pi/T_s$. A outra é que T_s também deve respeitar a especificação de tempo de resposta em malha fechada.

Alguns estudos relacionam o controle repetitivo com o controle por aprendizagem iterativa ou ILC. Isso porque o comportamento da estrutura básica do controle repetitivo, o laço repetitivo, pode ser interpretado como uma estrutura capaz de aprender um sinal de tamanho T_p e repeti-lo como um sinal periódico de período T_p quando a entrada desse sistema é zero. Esse comportamento pode ser observado na figura 2.4.

2.2.2 Estrutura clássica

O conceito de controle repetitivo pode ser aplicado de muitas formas diferentes e essas sempre se baseiam na inserção do modelo interno (2.18) na malha de controle.

Em um esquema *plug-in* o controlador repetitivo é acoplado ou "plugado" a uma estrutura de controle já existente composta por um controlador nominal, $G_c(z)$, e a planta, $G_p(z)$. Dessa forma, o sistema de controle final adquire a capacidade de tratar sinais periódicos com uma estrutura que pode ser observada na figura 2.5.

O controlador repetitivo é composto de dois elementos, o modelo interno $I_M(z)$ e o controlador estabilizante, $G_x(z)$. O modelo

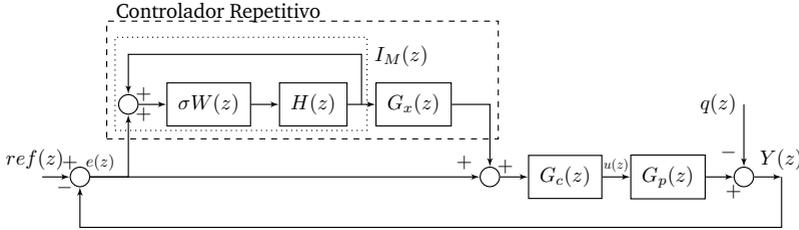


Figura 2.5: Diagrama de blocos da estrutura *plug-in*.

interno é composto por uma função de atraso $W(z)$, um número real $\sigma = \{-1, 1\}$ e um filtro passa baixa de fase nula com resposta ao impulso finita (*Finite-Impulse Response (FIR)*) $H(z)$ em conexão por realimentação positiva [25].

Nessa arquitetura, cada bloco é um elemento com um papel bem definido:

- Controlador nominal $G_c(z)$ deve estabilizar de forma robusta a malha fechada composta pelo controlador nominal e a planta: $T_o(z) = \frac{G_p(z)G_c(z)}{1+G_p(z)G_c(z)}$. Esse bloco também deve rejeitar perturbações $D(z)$ em um certo espectro de frequências.
- A função de atraso $W(z)$ e o número σ são usados para construir o modelo interno. Dependendo destes valores, diferentes modelos internos podem ser construídos em função de um sinal específico para se tratar. Neste trabalho é usado um modelo interno genérico N-periódico: $\frac{1}{z^N-1}$ que é obtido com o ajuste de $W(z) = z^{-N}$ e $\sigma = 1$. Esse elemento é essencial para o tratamento dos sinais periódicos, pois garante o modelo interno repetitivo do sinal periódico no sistema e, segundo o princípio do modelo interno, isto garante erro nulo em regime permanente para sinais de período T_p .
- O filtro passa baixa $H(z)$ é usado para reduzir o ganho nas altas frequências gerado pelo modelo interno. O ajuste deste filtro tem um compromisso entre a robustez e desempenho no tratamento do sinal periódico. Nota-se que $H(z)$ está implementado em série com a função de atraso e, conseqüentemente, este pode ser selecionado como não causal. Normalmente, é usado um filtro FIR passa baixa de fase nula.

- O papel do controlador estabilizante $G_x(z)$ é de garantir a estabilidade do sistema em malha fechada.

A função de transferência de $R(z)$ para $E(z)$ no diagrama da figura 2.5 é:

$$S(z) = S_o(z)S_M(z) \quad (2.19)$$

$$S_o(z) = \frac{1}{1+G_p(z)G_c(z)} \quad \text{e} \quad S_M(z) = \frac{1-\sigma W(z)H(z)}{1-\sigma W(z)H(z)(1-G_x(z)T_o(z))}$$

onde $S_o(z)$ corresponde à função de sensibilidade do sistema sem o controlador repetitivo e $S_M(z)$ é normalmente chamada função de sensibilidade modificada.

A função de transferência (2.19) será estável se as duas seguintes condições forem cumpridas:

- O sistema em malha fechada sem o controlador repetitivo deve ser estável. Isto é alcançado através do ajuste do controlador nominal $G_c(z)$.
- A seguinte desigualdade deve ser mantida:

$$\|\sigma W(z)H(z)(1-G_x(z)T_o(z))\| < 1.$$

Assumindo $\|\sigma W(z)\| \leq 1$, esta desigualdade pode ser forçada ajustando $\|H(z)\| < 1$ e escolhendo de forma apropriada $G_x(z)$. Uma forma comum de se ajustar $G_x(z)$, garantindo as duas condições de estabilidade, é escolhendo $G_x(z) = k_r T_o(z)^{-1}$. Mas esta abordagem não é válida para plantas de fase não mínima. Isto porque os zeros instáveis podem se tornar pólos instáveis com a inversão, comprometendo a estabilidade interna. Em um caso genérico, devem ser utilizadas técnicas de cancelamento de fase [15].

2.3 RMPC - CONTROLE PREDITIVO REPETITIVO

Aproximadamente, no ano de 2000, surgiram as primeiras iniciativas de integrar os conceitos dos controles repetitivo e preditivo. Natarajan e Lee[16] usam técnicas de *lifting and augmenting* e um modelo em espaço de estados aumentado. Já Tiwari e Kothare[26] usam modelos em 2D para descrever a característica periódica do sistema e o problema de controle final é expresso em forma de desigualdades matriciais lineares, *Linear Matrix Inequalities (LMI)*. Essas abordagens trazem grande complexidade para os

modelos e também um grande esforço computacional para se calcular a lei de controle final.

Um trabalho que não apresenta essa complexidade é o de Wang et al.[3], no qual, primeiramente, é realizada uma análise frequencial do sinal periódico e com isso, verifica-se quais harmônicas têm maior influência para a reconstrução do sinal. Deste modo, essas harmônicas são embutidas em um modelo em espaço de estados e então, este é reformulado usando funções de Languerre. O problema desta abordagem aparece para sinais periódicos que possuem influência de muitas componentes harmônicas, porque a inclusão do modelo interno sem um tratamento prévio (como a utilização do filtro de robustez) aumenta a largura de banda do sistema em malha fechada, o que diminui a robustez e aumenta a sensibilidade para ruídos.

Separação da ação de controle no RMPC

Esta seção explica a ideia inicial da separação da ação de controle no RMPC e a base do algoritmo proposto neste trabalho. Inicia com a definição do modelo de predição separado introduzido por Ginhoux et al.; Ginhoux et al.[27, 1] e uma nova função custo. Esta possibilita o ajuste do comportamento dinâmico de forma separada para o seguimento de referências e rejeição de perturbações. Então será explicada a proposta de Separated... [2] com um trabalho mais recente, mas com uma formulação diferente.

A ideia principal é escrever a saída do sistema como composta por duas partes diferentes

$$y(k) = y_n(k) + y_r(k) \quad (2.20)$$

com $y_n(k)$ representando a saída do sistema, considerando o modelo nominal e $y_r(k)$ a parte periódica da saída. Isto implica usar dois modelos diferentes para a predição da saída

$$\begin{aligned} A(z^{-1})y_n(k) &= B(z^{-1})u_n(k-1) + \frac{e(k)}{\Delta} \\ A(z^{-1})y_r(k) &= B(z^{-1})u_r(k-1) + \frac{e(k)}{\Delta\Delta^N} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Onde Δ é o operador de incremento ($\Delta = (1 - z^{-1})$) e $\Delta\Delta^N$ o operador de incremento da variação N -periódica ($\Delta\Delta^N = (1 - z^{-1})(1 - z^{-N})$). A ação de controle é obtida por $u(k) = u_n(k) + u_r(k)$. A ação $u_n(k)$ objetiva controlar o sistema nominal relacionado à saída $y_n(k)$ e com a capacidade de tratar sinais constantes devido à presença de Δ no modelo de predição. Já a ação $u_r(k)$ atua na

planta para eliminar perturbações periódicas e ruídos de medição, garantidos pela presença do modelo interno repetitivo incremental ($\Delta\Delta^N$).

Para o modelo nominal, as previsões ótimas $\hat{y}_n(k+j|k)$, no tempo $k+j$, são baseadas no modelo incremental

$$\begin{aligned}\tilde{A}_n(z^{-1})y_n(k) &= B(z^{-1})\Delta u_n(k-1), \\ \tilde{A}_n &= \Delta A(z^{-1}) = (1-z^{-1})A(z^{-1}),\end{aligned}$$

adicionando o gerador de um sinal tipo degrau ao sistema de controle. E para o modelo repetitivo é usado um modelo incremental em série ao incremental N -periódico ($\Delta\Delta^N = (1-z^{-1})(1-z^{-N})$)

$$\begin{aligned}\tilde{A}_r(z^{-1})y_r(k) &= \tilde{B}_r(z^{-1})\Delta u_r(k-1), \\ \tilde{A}_r &= \Delta\Delta^N A(z^{-1}) = (1-z^{-1})(1-z^{-N})A(z^{-1}) \\ \tilde{B}_r &= \Delta^N B(z^{-1}) = (1-z^{-N})B(z^{-1})\end{aligned}$$

Definidos os modelos de previsão, é possível utilizar uma função custo aprimorada com parâmetros de ajuste que lidam separadamente com o seguimento de referência e a rejeição de perturbações periódicas. Ela possui a seguinte estrutura

$$\begin{aligned}J(u, k) &= \sum_{j=1}^{N_{y_n}} [\hat{y}_n(k+j|k) - w(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_{u_n}} \lambda_n(j) [\Delta u_n(k+j-1)]^2 \\ &+ \sum_{j=1}^{N_{y_r}} [\hat{y}_r(k+j|k)]^2 + \sum_{j=1}^{N_{u_r}} \lambda_r(j) [\Delta u_r(k+j-1)]^2\end{aligned}\tag{2.22}$$

onde N_{y_n} , N_{u_n} são os horizontes de previsão e controle para o modelo nominal com ponderação no incremento de controle (Δu_n) por meio do parâmetro $\lambda_n(j)$, diretamente ligados ao problema de seguimento. As constantes N_{y_r} , N_{u_r} são os horizontes de previsão e controle para o modelo repetitivo também com ponderação no incremento de controle (Δu_r) com o parâmetro $\lambda_r(j)$. Na forma matricial, tem-se

$$J = (\hat{Y}_n - W)^T (\hat{Y}_n - W) + \Delta U_n^T R_n \Delta U_n + \hat{Y}_r^T \hat{Y}_r + \Delta U_r^T R_r \Delta U_r\tag{2.23}$$

Esta função custo ((2.22),(2.23)) tem a característica de trazer mais parâmetros de ajuste para que o projetista consiga diferentes comportamentos dinâmicos do sistema. Um para o seguimento de referências, que está diretamente relacionado com os parâmetros ligados ao modelo nominal (N_{y_n} , N_{u_n} e $\lambda_n(j)$) e outro comportamento para a rejeição de perturbações, que está relacionado com

os parâmetros ligados ao modelo repetitivo (N_{yr} , N_{ur} e $\lambda_r(j)$). Contudo, isso acarreta em uma maior complexidade no cálculo da ação de controle, principalmente quando são consideradas as restrições do sistema, já que a ação de controle final é $u(k) = u_n(k) + u_r(k)$, o que dobra a quantidade de restrições. No entanto, o trabalho de Ginhoux et al.[27] usa apenas a ação de controle irrestrita, como explicado na sequência.

O processo de minimização tem a mesma base do procedimento explicado na seção 2.1 e resulta em dois vetores, contendo os incrementos de controle ótimos dentro dos horizontes de controle ajustados, $\Delta U_n^*(k)$ e $\Delta U_r^*(k)$, resultantes da seguintes equações:

$$\Delta U_n^*(k) = (G_n^T G_n + R_n)^{-1} G_n^T (W - f_n) \quad (2.24)$$

$$\Delta U_r^*(k) = -(G_r^T G_r + R_r)^{-1} G_r^T f_r \quad (2.25)$$

Da mesma forma, aplicando o conceito de horizonte deslizante e usando apenas o primeiro elemento dos vetores, a ação de controle final é dada por $u(k) = u_n(k) + u_r(k)$. Na figura 2.6 podem-se observar todos os sinais presentes no diagrama de blocos do sistema de controle em malha fechada.

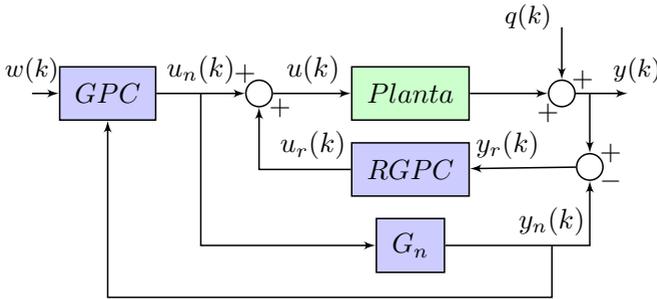


Figura 2.6: Estrutura do RGPC separado.

Uma característica interessante dessa abordagem é a presença das duas estruturas de controle no mesmo sistema. Uma delas trata sinais de referência e a outra trata sinais de perturbação. Em relação à que trata o seguimento, esta pode ser vista como controlador GPC clássico que envia seu sinal de controle calculado $u_n(k)$ tanto para o processo real como para o modelo nominal e sua realimentação usa apenas a saída deste modelo nominal $y_n(k)$, detectando as mudanças

de referência. Por conseguinte, sinais de perturbação e erros de modelagem não afetam o desempenho para o seguimento de referência.

Todos os sinais de perturbação e erro de modelagem são enviados para a segunda estrutura, um GPC repetitivo, através do sinal $y_r(k)$. Se $q(k)$ é zero e não existem erros de modelagem, então o sistema em malha fechada fica apenas como o GPC clássico e o modelo nominal. Se o sinal $y_r(k)$ é diferente de zero e $y_n(k) = r(k)$, então a estrutura repetitiva atua com a função de manter $y_r(k)$ em zero. Para o caso irrestrito essas características podem ser observadas com a derivação das funções de transferência em malha fechada para cada estrutura.

Já em [2], que é um trabalho mais recente, o modelo de predição também é separado em duas partes, como no trabalho anterior, caracterizando a separação da ação de controle. Mas agora, o processo de obtenção da ação de controle é realizado de forma diferente em dois passos de otimização. De forma simplificada, essa estratégia usa modelos em espaço de estados para descrever o sistema da seguinte forma:

$$x_n(k+1) = Ax_n(k) + Bu_n(k) \quad (2.26)$$

$$x_r(k+1) = Ax_r(k) + Bu_r(k) + B_e e(k) \quad (2.27)$$

$$x(k) = x_n(k) + x_r(k) \quad (2.28)$$

$$u(k) = u_n(k) + u_r(k) \quad (2.29)$$

Serão ajustados dois sub-controladores, que atuam em $u_n(k)$ e $u_r(k)$ para cada sub-sistema com estados $x_n(k)$ e $x_r(k)$.

O primeiro sub-controlador objetiva eliminar erro em regime permanente causado pela perturbação periódica. Assim, apenas a condição estacionária de seu respectivo sub-sistema será considerada em seu projeto. Visto que $x(k)$ é conhecido no tempo k , $x_n(k)$ será determinado por $x_r(k)$ ($x_n(k) = x(k) - x_r(k)$) e tanto o valor de $x_r(k)$ como o de $u_r(k)$ são variáveis que o sub-controlador repetitivo deve calcular.

Considerando a presença de uma perturbação periódica atuando no sistema, o sinal de controle em regime permanente do sub-controlador repetitivo também será um sinal periódico e o sub-sistema fica na forma:

$$x_r(k+1) = Ax_r(k) + Bu_r(k-N) + e_r(k) \quad (2.30)$$

$$e_r(k) = x(k+1) - x_n(k) + Ax_r(k) - Bu_r(k-N) \quad (2.31)$$

onde $e_r(k)$ representa um erro residual no sistema e pode-se observar que toda a informação de $e_r(k)$ dentro do último período antes de k pode ser obtida no tempo $k + 1$. Sejam os vetores:

$$\begin{aligned} E_r(p|k) &= [e_r^T(k - N|k), e_r^T(k - N + 1|k) \dots e_r^T(k - 1|k)]^T \\ U_r(p|k) &= [u_r^T(k - N|k), u_r^T(k - N + 1|k) \dots u_r^T(k - 1|k)]^T \end{aligned}$$

com a variável p representando o último período do tempo k e $p + 1$ o período que começa no tempo k . Seguindo a ideia da ação de controle também ser periódica, então $U_r(p + 1|k) = U_r(p|k)$. A partir dessas definições, realiza-se a minimização irrestrita da função custo eq. (2.32).

$$\min_{x_r(k|k), U_r(p|k)} J(k) = \sum_{i=0}^{\alpha N} (Cx_r(k + i|k) - r(k))^T (Cx_r(k + i|k) - r(k)) \quad (2.32)$$

onde $r(k)$ é a referência, $\alpha \in \mathbf{N}$ e as variáveis obtidas são o estado repetitivo no passo atual $x_r(k|k)$ e o vetor de ação de controle $U_r(k)$ referente ao último período da ação de controle repetitiva até o tempo k , $U_r(p|k)$.

Para as predições, é utilizado o modelo repetitivo em regime permanente, equação 2.30 e fica com a seguinte estrutura

$$X_r(k|k) = f_r x_r(k|k) + G_r U_r(p|k) + G_e E_r(p|k) = G_z z(k) + G_e E_r(p|k) \quad (2.33)$$

Nessa equação das predições (eq. 2.33) é possível observar a presença da nova variável que o processo de minimização deve considerar, $z(k)$, representando o estado repetitivo no instante atual e o vetor com as ações de controle em um período da perturbação. As matrizes de predição dentro do horizonte desejado αN ficam da seguinte forma

$$\begin{aligned} X_r(k|k) &= [x_r(k|k)^T, x_r(k + 1|k)^T \dots x_r(k + N|k)^T \dots x_r(k + \alpha N|k)^T]^T \\ G_z &= [f_r \ G_r] \\ z(k) &= [x_r(k|k)^T, U_r(p|k)^T]^T \end{aligned}$$

$$f_r = \begin{bmatrix} I \\ A \\ A^2 \\ \vdots \\ A^{\alpha N} \end{bmatrix}, G_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ B & 0 & 0 & \dots & 0 \\ AB & B & 0 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ A^{\alpha N-1}B & A^{\alpha N-2}B & \dots & AB & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ \ddots \\ I \\ \vdots \\ \ddots \\ I \end{bmatrix},$$

$$G_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ I & 0 & 0 & \dots & 0 \\ A & I & 0 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ A^{\alpha N-1} & A^{\alpha N-2} & \dots & A & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ \ddots \\ I \\ \vdots \\ \ddots \\ I \end{bmatrix}$$

Como o problema não tem restrições, existe solução analítica dada por

$$z^*(k) = -[(C_z G_z)^T (C_z G_z)]^{-1} (C_z G_z)^T (C_z G_e E_r(p|k) - r(p|k)) \quad (2.34)$$

onde $C_z = \text{diag}(C \dots C)$, e $r(p|k)$ é zero ou o valor de referência montado a partir da mesma definição de $E_r(p|k)$. O parâmetro α deve ser um valor inteiro maior que um, de forma que a matriz $C_z G_z$ tenha posto completo em coluna. Apenas a primeira linha da matriz resultante da solução analítica é usada para a ação de controle, considerando a ideia de horizonte deslizante. Com isso, a variável $z(k)$ é calculada com a equação (2.35).

$$z(k) = -K_e E_r(p|k) + K_r r(p|k) \quad (2.35)$$

Para o segundo sub-controlador utiliza-se um MPC clássico com a seguinte função objetivo:

$$\min_{u_n(k)} J(k) \sum_{i=0}^{N_x} (\|x_n(k+i|k)\|_{Q_x}^2 + \|u_n(k+i|k)\|_{R_n}^2) \quad (2.36)$$

onde N_x é o horizonte de predição, $Q_x \geq 0$, $R_n \geq 0$. Este sub-controlador agora considera as restrições e assim essa função custo está sujeita a restrições em forma de desigualdades lineares do tipo

$A_{ineq}x \leq b_{ineq}$. Isso faz com que o problema de otimização seja um *Quadratic Programming (QP)* padrão que pode ser resolvido de forma eficiente e *online* como explicado anteriormente em 2.1. Esse novo passo de otimização é realizado para manter o estado nominal $x_n(k)$ do processo na origem (zero). A ação de controle final é a soma das ações de controle separadas. Isto caracteriza um projeto separado do sistema de controle final, no primeiro passo, existe um subcontrolador preditivo repetitivo e então, a partir dos parâmetros de saída deste, atua um controlador preditivo clássico.

De forma geral, esta estratégia pode ser descrita com o seguinte algoritmo:

Algoritmo 2.1: Algoritmo do RMPC com ação de controle separada e dois passos de otimização

início

parte *offline*: definir parâmetros de ajuste α , N_x , Q_x , R_n
 calcular matrizes K_e , K_r

enquanto *Controlador online faça*

passo 1 - no tempo k calcular $e_r(k-1)$ usando 2.31 e montar vetores $E_r(p|k)$ e $r(p|k)$
 passo 2 - calcular variável $z(k) = -K_e E_r(p|k) + K_r r(p|k)$ e obter $x_n(k)$ e $u_r(k-N)$
 passo 3 - resolver o problema de otimização 2.36 e obter $u_n(k)$
 passo 4 - enviar para o processo a ação de controle $u(k) = u_n(k) + u_r(k-N)$ e voltar ao passo 1

O algoritmo apresentado é uma versão simplificada do estudado em [2], que inclui, também, a possibilidade de tratar sistemas *Linear Parameter Varying (LPV)* e restrições terminais para garantia de estabilidade, com a adição do termo $\|x_n(k+N_x|k)\|_{Q_f}^2$ na função custo do subcontrolador MPC.

2.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Foram descritas as principais características das técnicas de controle que servem de base para o desenvolvimento deste trabalho. O controle preditivo e sua estratégia de otimização *online* e horizonte deslizante, que consegue tratar de forma direta restrições do sistema, otimizando uma função custo baseada em um modelo do sistema. O controle repetitivo com a inserção do modelo interno na malha de controle, garantindo erro nulo em regime permanente para seguimento ou rejeição de sinais periódicos e sua estrutura clássica *plug-in*.

Também foi realizada uma revisão da literatura sobre algoritmos que fazem a junção entre o RC e MPC e uma introdução aos algoritmos que utilizam a separação entre resposta para referência e perturbação.

Na sequência, o capítulo 3 será a respeito do desenvolvimento do algoritmo de controle proposto, suas características básicas, os diferentes modelos internos, função custo modificada e as adaptações para o método de projeto separado em dois passos. Então, estas propostas serão avaliadas e comparadas com estruturas existentes utilizando simulações numéricas.

3 ALGORITMO GPC REPETITIVO PROPOSTO

Este capítulo apresenta os desenvolvimentos do algoritmo de controle preditivo repetitivo proposto, o RGPC. Este algoritmo é baseado na estrutura em função de transferência do GPC e traz diferentes tipos de modelos internos e modificações na função custo, que conseguem tratar os sinais periódicos com diferentes características dinâmicas, dependentes dos parâmetros de ajuste selecionados.

Esta proposta adiciona três características básicas ao *RGPC* que não foram consideradas em trabalhos anteriores que juntam o *RC* com o *GPC*, como em [27]. São elas:

1. O modelo interno repetitivo considera a presença do filtro de robustez $H(z)$ de segunda ordem;
2. A ação de controle não é implementada de forma incremental, mas sim considerando a variação periódica. Isto garante de forma intrínseca ao algoritmo a presença do modelo interno repetitivo;
3. O tratamento de restrições no sistema de controle, considerando a nova forma de implementação da ação de controle.

Este capítulo trata, também, das modificações realizadas para a implementação do projeto separado e suas características melhoradas em relação às estruturas conhecidas.

3.1 ESTRUTURA BÁSICA

O algoritmo proposto em sua forma básica usa um modelo clássico polinomial, como no GPC clássico, com algumas modificações em sua formulação, necessárias para o tratamento de sinais periódicos. Essas modificações implicam um sistema de controle que pode trazer diferentes características dinâmicas para o sistema em malha fechada que serão apresentadas na sequência.

3.1.1 Modelo de predição com laço repetitivo

Diversos algoritmos de controle preditivo são baseados em modelos incrementais, ou seja, os cálculos resultam em um incremento e para se obter a ação de controle deve se aplicar a equação $u(k) = \Delta u(k) + u(k - 1)$. Utilizando esta estratégia, o sistema de

controle fica com a ação integral embutida ($1/1 - z^{-1}$), o que garante erro nulo em regime permanente para sinais constantes, seja para o seguimento de referências ou rejeição de perturbações.

Para que o sistema de controle tenha a capacidade de tratar sinais periódicos, será necessário inserir o modelo interno 2.18, recorrendo à mesma estratégia, seguindo o esquema da figura 3.1.

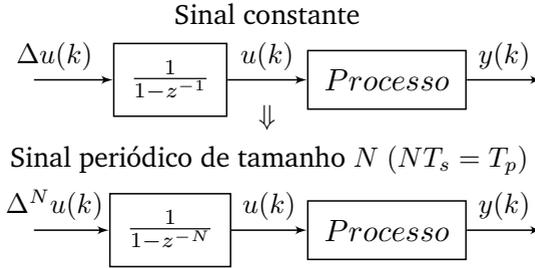


Figura 3.1: Inserção dos modelos internos em série com o processo.

Esta formulação do GPC repetitivo usa um modelo *CARIMA* modificado. Tal modelo inclui o modelo interno para a reprodução de qualquer sinal de período N . Sua equação é da seguinte forma:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) + \frac{e(k)}{\Delta^N}, \quad (3.1)$$

onde $\Delta^N = 1 - z^{-N}$ é o modelo interno repetitivo e $e(k)$ o ruído branco com média nula. Aqui, os polinômios $C(z)$ e $D(z)$ apresentados na formulação geral do GPC são considerados unitários para simplificar os desenvolvimentos.

Neste algoritmo a forma de derivar a lei de controle final é idêntica à do GPC, entretanto, o modelo incremental periódico apresenta algumas diferenças que serão explicadas na sequência.

Analisando primeiro as matrizes de predição e sua construção, com a presença de um novo modelo, a ordem dos polinômios muda, bem como as propriedades da equação polinomial (diofantina). As novas relações ficam:

$$1 = E_j(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1}) \quad (3.2)$$

com $\tilde{A} = \Delta^N A(z^{-1}) = (1 - z^{-N})A(z^{-1})$, E_j e F_j com ordem $j-1$ e $na + N$ respectivamente. As predições futuras ótimas ficam:

$$\hat{y}(k+j|k) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta^N u(k-d-1+j) + F_j(z^{-1})y(k) \quad (3.3)$$

Com a modificação do modelo, a função custo continua com uma parcela que pondera o seguimento de referência e outra para o esforço de controle, porém com a variável de decisão modificada para $\Delta^N u(k)$. A seguinte função custo é definida:

$$J_{rep} = \sum_{j=1}^{N_y} [\hat{y}(k+j|k) - w(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda_N(j) [\Delta^N u(k+j-1)]^2 \quad (3.4)$$

onde $\hat{y}(k+j|k)$ representa as previsões da saída no tempo $k+j$ com informações disponíveis até o tempo k e $w(k+j)$ é a referência futura, $\Delta^N u(k+j-1)$ é a sequência futura de incrementos de controle N -periódicos, N_y horizonte de previsão, N_u horizonte de controle e λ_N ponderação do incremento N -periódico de controle.

Com isso, as matrizes de previsão ficam representadas através de:

$$\hat{Y} = G\Delta^N U + G_p\Delta^N U_p + F_p Y_p \quad (3.5)$$

com G , G_p e F_p com as dimensões: $N_y \times N_u$, $N_y \times nb$ e $N_y \times (na+N)$.
E

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k) \\ \hat{y}(k+2|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N_y|k) \end{bmatrix}; \Delta^N U = \begin{bmatrix} \Delta^N u(k) \\ \Delta^N u(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta^N u(k+N_u-1|k) \end{bmatrix}; \Delta^N U_p = \begin{bmatrix} \Delta^N u(k-1) \\ \Delta^N u(k-2) \\ \vdots \\ \Delta^N u(k-nb) \end{bmatrix}; Y_p = \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ \vdots \\ y(k-N-na) \end{bmatrix}$$

Estas previsões podem ser separadas em resposta forçada, $G\Delta^N U$, que depende das ações de controle futuras e resposta livre, $f = G_p\Delta^N U_p + F_p Y_p$, que depende apenas dos dados passados de entrada e saída.

3.1.2 Lei de controle irrestrita

Para se obter a sequência futura de controle, o modelo de previsão (3.5) é substituído na função custo (3.4) e o problema de controle consiste em minimizar a função

$$J_{rep} = (\hat{Y} - W)^T (\hat{Y} - W) + \Delta^N U^T R_N \Delta^N U, \quad (3.6)$$

com $R_N = \lambda_N I_{N_u}$ positiva definida [4]. As variáveis N_y , N_u , λ_N são os parâmetros de ajuste do controlador.

$$J_{rep} = \Delta^N U^T H \Delta^N U + 2F_0^T \Delta^N U + J_0 \quad (3.7)$$

onde

$$\begin{aligned} H &= G^T G + R_N, \\ F_0 &= G^T (f - W), \\ J_0 &= (f - W)^T (f - W). \end{aligned}$$

A minimização irrestrita é obtida fazendo $\frac{\partial J}{\partial \Delta^N U} = 0$, o que resulta:

$$\Delta^N U^* = -H^{-1} F_0 = (G^T G + R_N)^{-1} G^T (W - f). \quad (3.8)$$

Então, devido ao horizonte deslizante apenas a primeira linha de $\Delta^N U^*$ é aplicada como ação de controle.

Considerando K_{rep} como a primeira linha de $(G^T G + R_N)^{-1} G^T$, o incremento de controle periódico $\Delta^N u(k)$ é dado por:

$$\Delta^N u(k) = K_{rep}(W - f) = K_{rep}W - K_{rep}G_p \Delta^N U_p - K_{rep}F_p Y_p \quad (3.9)$$

que pode ser escrito:

$$\begin{aligned} \Delta^N u(k) &= lu_1 \Delta^N u(k-1) + lu_2 \Delta^N u(k-2) + \dots + lu_{nb} \Delta^N u(k-nb) \\ &\quad + ly_1 y(k) + ly_2 y(k-1) + \dots + ly_{na+N} y(k-na-N) \\ &\quad + lw_1 w(k+1) + lw_2 w(k+2) + \dots + lw_{N_y} w(k+N_y) \end{aligned} \quad (3.10)$$

onde os coeficientes lu_i, ly_i, lw_i são função de $a_i, b_i, N_y, N_u e \lambda_N$. Esta lei de controle pode ser interpretada como uma estrutura canônica clássica, isto é,

$$R(z^{-1}) \Delta^N u(k) = T(z^{-1}) w(k) - S(z^{-1}) y(k) \quad (3.11)$$

onde

$$\begin{aligned} R(z^{-1}) &= 1 - lu_1 z^{-1} - lu_2 z^{-2} - \dots - lu_{nb} z^{-nb} \\ S(z^{-1}) &= ly_1 + ly_2 z^{-1} + \dots + ly_{na+N} z^{-na-N} \\ T(z^{-1}) &= lw_1 z^1 + lw_2 z^2 + \dots + lw_{N_y} z^{N_y} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Também pode ser interpretada como uma estrutura de dois graus de liberdade, *Two Degree of Freedom (2DOF)*, com filtro de referência $F(z) = \frac{T(z^{-1})}{S(z^{-1})}$ e um controlador primário $C(z) = \frac{S(z^{-1})}{R(z^{-1}) \Delta^N}$ em cascata com o processo $G(z) = \frac{B(z^{-1}) z^{-1}}{A(z^{-1})}$, segundo o diagrama de blocos da figura 3.2.

Desta forma, a função de transferência da saída para a referência $H_{yw}(z)$ é:

$$H_{yw}(z) = \frac{y(z)}{w(z)} = \frac{F(z)C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)} \quad (3.13)$$

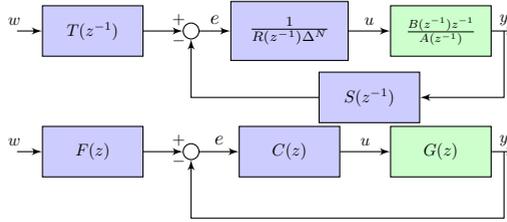


Figura 3.2: Interpretações RST e 2DOF.

A função de sensibilidade $H_{yq}(z)$, onde $q(z)$ é uma perturbação na saída da planta, é

$$H_{yq}(z) = \frac{y(z)}{q(z)} = \frac{1}{1 + C(z)G(z)} \quad (3.14)$$

e a equação característica de malha fechada é calculada por

$$R(z^{-1})\Delta^N A(z^{-1}) + S(z^{-1})B(z^{-1})z^{-1} = 0 \quad (3.15)$$

Esta análise mostra que os polos de malha fechada são alocados em função dos parâmetros de ajuste e do modelo, mas a relação entre esses parâmetros e a posição dos polos não é direta, assim como acontece com o GPC.

3.1.3 Inserção do filtro de robustez $H(z)$

Uma vez definida a base da estrutura proposta, nesta seção serão explicadas as modificações necessárias para se inserir o filtro de robustez $H(z)$. Como explicado na seção 2.2, o modelo interno repetitivo em sua forma pura ($1/(1 - z^{-N})$) possui ganho infinito nas frequências harmônicas do sinal periódico, grafado em linha azul na figura 3.4. O que torna o sistema em malha fechada muito suscetível aos ruídos de medição e erros de modelagem porque, normalmente, esses elementos possuem maior expressão em altas frequências. Por isso é necessário adicionar um filtro que compense este problema [25].

Diferentes tipos de filtros podem ser usados, mas o que apresenta melhores resultados é um filtro FIR passa-baixa de fase nula com ganho unitário, que consegue atenuar os ganhos do sistema em altas frequências sem deslocar sua fase [24]. Essa é uma ótima característica para sistemas que possuem o laço repetitivo, pois caso

seja usado um filtro que modifique a fase do sistema, todos os ganhos presentes nas harmônicas ficarão deslocados, alterando a capacidade de aprendizagem e reprodução do sinal periódico.

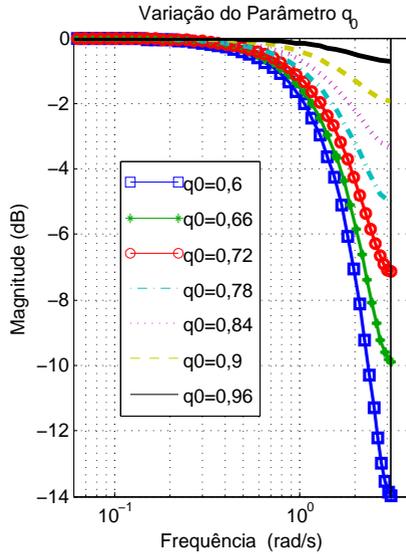


Figura 3.3: Magnitude da resposta em frequência de $H(z)$ para diferentes valores de q_0 .

Este filtro em sua forma de segunda ordem é descrito pela equação: $H(z) = q_1 z + q_0 + q_1 z^{-1}$, com $0 < q_0 < 1$ e $q_1 = (1 - q_0)/2$, garantindo seu ganho estático unitário. Na figura 3.3 pode ser observada a característica do ganho desse filtro com o parâmetro q_0 variando de 0,6 até 0,96, onde o menor valor possui maior atenuação, caracterizando uma filtragem maior em altas frequências e vice-versa.

Deve ser observado que, como é acoplado em série com N atrasos, como na equação $1/(1 - H(z)z^{-N})$, não existe problemas de causalidade na sua implementação. A inserção do mesmo provoca uma modificação do modelo interno repetitivo de forma que os picos de ganho nas frequências fundamentais do sinal periódico são atenuados.

Para um exemplo básico do funcionamento deste filtro, foram definidos dois laços repetitivos, um sem e outro com o filtro $H(z)$

de segunda ordem, com $N = 10$, $q_0 = 0.8$ e $T_s = 1s$. Esses modelos internos são representados pelas seguintes equações:

$$I_m = \frac{1}{1 - z^{-10}}; \quad I_{mf} = \frac{1}{1 - 0.1z^{-9} - 0.8z^{-10} - 0.1z^{-11}}$$

Com I_m representando o modelo interno repetitivo puro e I_{mf} o com filtro de robustez. Esses modelos internos são capazes de reproduzir um sinal de período $T_p = NT_s = 10$ s e frequência fundamental de $f_0 = 2\pi/T_s = 0.628$ rad/s. Essa capacidade de reprodução se difere na medida em que o sinal periódico possui influência de mais harmônicas. De forma que a estrutura sem filtro ainda continuará a reproduzir este sinal sem erro em regime permanente, o que não acontece com o modelo filtrado que apresentará um determinado erro em regime permanente, dependendo do quanto o filtro está atuando nas harmônicas do sinal.

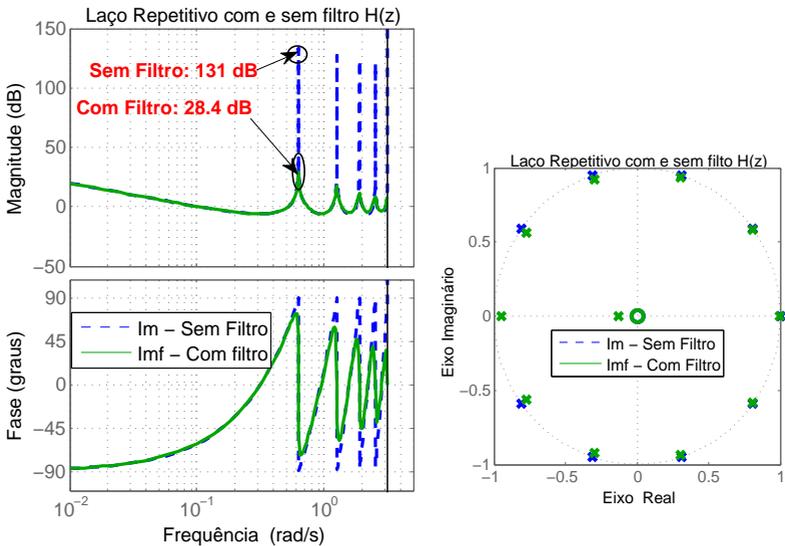


Figura 3.4: Diagrama de Bode (esquerda) e de polos e zeros (direita) do modelo interno com e sem filtro $H(z)$

Na figura 3.4, podem ser observadas as características fre-

quenciais e a distribuição dos polos das duas estruturas. Na esquerda, o traço pontilhado representa o modelo sem filtro e o contínuo o filtrado. De forma destacada, é possível observar a diferença entre os ganhos já na primeira harmônica (0,628 rad/s) que, no modelo sem filtro, o ganho é elevado (133 dB) e na estrutura filtrada este ganho já é baixo (20 dB), apresentando um certo decaimento de uma harmônica para a outra.

Já observando a posição dos polos, claramente a estrutura sem filtro possui 10 polos em cima do círculo unitário, enquanto a filtrada 11 polos, dos quais 10 se encontram próximos da mesma posição da outra estrutura, mas levemente deslocados em direção ao centro do círculo unitário. Este deslocamento é maior à medida que a frequência aumenta, mostrando como o filtro atua no sistema. Essa característica mostra como o uso do filtro auxilia na questão da estabilidade e robustez, já que sem o uso do mesmo seria função do sistema de controle realizar o reposicionamento de todos esses modos instáveis para garantir a estabilidade do sistema, além de seu desempenho. Com o uso do filtro o reposicionamento de todos os modos instáveis fica facilitado.

Uma outra característica importante da utilização do filtro que deve ser levada em consideração é que ele influencia na ordem do sistema de malha fechada e, por consequência, em sua complexidade. Esse filtro pode ser projetado com liberdade em sua ordem ou forma de resposta frequencial, dependendo das necessidades da aplicação. Neste trabalho, assim como no exemplo anterior, será usado um filtro de ordem 2 com o ajuste simples de q_0 , o que aumenta a ordem do sistema em 1, que fica agora $n_a + N + 1$.

Uma vez definida a estrutura repetitiva filtrada, para inserir este novo modelo interno no sistema de controle utiliza-se a mesma estratégia que é baseada na modificação de forma direta do modelo de predição para

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})u(k-1) + \frac{e(k)}{\Delta^{N_f}}, \quad (3.16)$$

onde $\Delta^{N_f} = 1 - H(z)z^{-N}$ representa uma integração N -periódica filtrada, d o atraso e $e(k)$ a perturbação periódica.

A variável de minimização da função objetivo é $\Delta^{N_f}U$ o que modifica as matrizes do modelo de predição, da resposta livre e também a ação de controle a ser aplicada no processo. Mas esta modificação segue a mesma ideia que foi explicada anteriormente na revisão do GPC.

Deste ponto em diante, as deduções das novas estruturas e suas modificações serão demonstradas na variável Δ^N apenas a título de simplificação. Entretanto, para questões práticas, salvo os casos de simulações numéricas, sempre será utilizada a variável Δ^{N_f} nos cálculos do sistema de controle em malha fechada.

3.1.4 Exemplo numérico

Na sequência, será desenvolvido um exemplo numérico com o intuito de mostrar como é obtida a ação de controle final e como o filtro de robustez influencia na resposta do sistema. O cenário de simulação é o seguinte:

- Modelo do processo: será utilizado um modelo simples de primeira ordem com a equação

$$G(s) = \frac{K_p}{\tau s + 1} = \frac{5}{2s + 1}$$

E para analisar a robustez será considerado um erro de 60% no ganho.

- Sinais de perturbação e referência: a referência é constante com valor unitário. O sinal periódico escolhido tem um período fundamental $T_p = 4$ s e frequência fundamental $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_p} = \frac{\pi}{2}$ rad/s atuando na saída do sistema durante toda a simulação com a forma de onda quadrada $q(t)$ com amplitude de 0,3 e frequência ω_0 . Em um terço da simulação de 60 segundos entra uma perturbação do tipo degrau na entrada do sistema com amplitude de 0,1 e no segundo terço da simulação entra outra perturbação do tipo degrau, agora na saída do processo, com amplitude de 0,5.
- Para esse cenário, utiliza-se um valor de N pequeno ($N = 5$) para facilitar a visualização dos passos para a obtenção da lei de controle. Lembrando que este valor determina quantas amostras são necessárias para montar um período do sinal periódico em questão. É claro que para esse sinal apenas cinco amostras não representam uma boa escolha. Porém, nos ensaios comparativos com todos os controladores, será utilizado um valor de N maior e adequado ao tipo de sinal considerado.
- Amostragem: uma vez definidos o período do sinal e o número de amostras desejadas, então o período de amostragem

fica $T_s = T_p/N = 0,8$ s. É preciso uma atenção extra neste ponto porque além da amostragem ser proporcional ao valor de N esta deve garantir a qualidade do sinal amostrado, considerando as especificações de malha fechada. Então, a escolha de N e T_s devem considerar não só a perturbação como também a especificação de malha fechada.

- Ajuste do controlador: ainda com o intuito de simplificar o exemplo, os horizontes também são pequenos com $N_y = N_u = 3$, $\lambda = 0,1$ e $q_0 = 0,8$. Neste exemplo, implementam-se os controladores com e sem filtro $H(z)$ para comparação dos resultados.
- Modelos para predição: o modelo do processo é discretizado com o sustentador de ordem zero e fica

$$G(z) = \frac{b_0 z^{-1}}{1 - a_1 z^{-1}} = \frac{1.648 z^{-1}}{1 - 0.670 z^{-1}}$$

Assim, são definidos os polinômios $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$ e as predições para o caso sem filtro ficam da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\tilde{A}(z^{-1})y(k) &= b_0 \Delta^N u(k-1) \\ \tilde{A}(z^{-1}) &= (1 - z^{-N})(1 - a_1 z^{-1})\end{aligned}$$

e para o caso filtrado

$$\begin{aligned}\tilde{A}_f(z^{-1})y(k) &= b_0 \Delta^{N_f} u(k-1) \\ \tilde{A}_f(z^{-1}) &= (1 - q_1 z^{-N+1} - q_0 z^{-N} - q_1 z^{-N-1})(1 - a_1 z^{-1})\end{aligned}$$

Com esses ajustes, o próximo passo é construir as matrizes de predição, segundo a equação 3.5, utilizando as equações diofantinas ou as recursões do próprio modelo do sistema.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k) \\ \hat{y}(k+2|k) \\ \hat{y}(k+3|k) \end{bmatrix}}_{\hat{Y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1,684 & 0 & 0 \\ 1,1050 & 1,6484 & 0 \\ 0,7407 & 1,1050 & 1,6484 \end{bmatrix}}_G \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta^N u(k) \\ \Delta^N u(k+1) \\ \Delta^N u(k+2) \end{bmatrix}}_{\Delta^N U} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0,6703 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0,6703 \\ 0,4493 & 0 & 0 & 1 & 0 & -0,4493 \\ 0,3012 & 0 & 1 & 0 & 0 & -0,3012 \end{bmatrix}}_{F_p} \underbrace{\begin{bmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ y(k-2) \\ y(k-3) \\ y(k-4) \\ y(k-5) \end{bmatrix}}_{Y_p}$$

Aqui, devido à ordem do polinômio $B(z^{-1})$ ser zero, as previsões não dependem de termos passados da ação de controle e por consequência, a matriz G_p é zero. Analisando a matriz G , esta não representa mais a resposta ao degrau do sistema como no GPC clássico. Para o modelo com filtro, além da mudança da variável de decisão para Δ^{N_f} a resposta livre modificada calculada é

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0,6703 & 0 & 0 & 0,1 & 0,7330 & -0,4363 & -0,0670 \\ 0,4493 & 0 & 0,1 & 0,8 & 0,0551 & -0,3595 & -0,0449 \\ 0,3012 & 0,1 & 0,8 & 0,1 & -0,0301 & -0,2410 & -0,0301 \end{bmatrix}}_{F_{pH}} \underbrace{\begin{bmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ y(k-2) \\ y(k-3) \\ y(k-4) \\ y(k-5) \\ y(k-6) \end{bmatrix}}_{Y_{pH}}$$

Usando a estratégia de horizonte deslizante e aplicando no resultado da minimização, o ganho de realimentação é obtido a partir da primeira linha da matriz

$$(G^T G + R_N)^{-1} G^T = \begin{bmatrix} 0,5762 & 0,0135 & 0,0003 \\ -0,3728 & 0,5675 & 0,0135 \\ -0,0087 & -0,3728 & 0,5762 \end{bmatrix}$$

$$K_{rep} = [0,5762 \quad 0,0135 \quad 0,0003]$$

E com isso, a lei de controle é representada por $\Delta^N u(k) = K_{rep}(W - f)$:

$$\Delta^N u(k) = 0,5762w(k+1) + 0,0135w(k+2) + 0,0003w(k+3) + 0,3924y(k) + \dots \\ + 0,0003y(k-2) + 0,0135y(k-3) + 0,5762y(k-4) - 0,3924y(k-5)$$

com os polinômios

$$R(z^{-1}) = 1 \\ S(z^{-1}) = 0,3924 + 0,0003z^{-2} + 0,0135z^{-3} + 0,5762z^{-4} - 0,3924z^{-5} \\ T(z^{-1}) = 0,5762z^1 + 0,0135z^2 + 0,0003z^3$$

Para a estrutura com filtro de robustez $\Delta^{N_f} u(k) = K_{rep}(W - f)$

$$\Delta^{N_f} u(k) = 0,5762w(k+1) + 0,0135w(k+2) + 0,0003w(k+3) + 0,3924y(k) + \dots \\ + 0,0016y(k-2) + 0,0685y(k-3) + 0,4231y(k-4) - 0,2563y(k-5) - 0,0392y(k-6)$$

com os polinômios

$$R(z^{-1}) = 1 \\ S(z^{-1}) = 0,3924 + 0,0016yz^{-2} + 0,0685z^{-3} + 0,4231z^{-4} - 0,2563z^{-5} - 0,0392z^{-6} \\ T(z^{-1}) = 0,5762z^1 + 0,0135z^2 + 0,0003z^3$$

O diagrama de Bode e a localização dos polos e zeros das funções de transferência da referência para a saída ($H_{yw}(z)$) e da função de sensibilidade ($H(z)$) para os dois casos estão nas figuras 3.5 e 3.6. A linha azul tracejada representa a estrutura sem filtro e a verde contínua a estrutura com filtro.

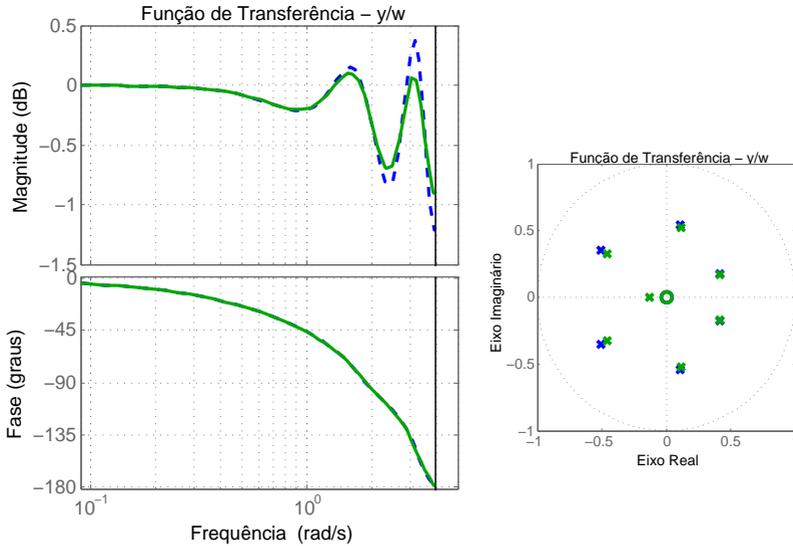


Figura 3.5: Diagrama de Bode e mapa de polos e zeros da função $H_{yw}(z)$.

Observando as respostas frequenciais das funções de transferência da referência para a saída é possível visualizar a diferença do ganho da estrutura com filtro, que atenua, principalmente, a partir da segunda harmônica. E em relação aos polos e zeros, estes se encontram com maior diferença de posição para as maiores frequências além da presença de um polo adicional na estrutura com filtro. Ou seja, para sinais que possuem maior influência da segunda harmônica, a estrutura filtrada não irá rejeitá-los, necessitando de um ajuste diferente no filtro.

Já ao analisar as funções de sensibilidade, estas características também estão presentes, e agora o caso com filtro tem ganho maior nas frequências harmônicas. Além de os polos estarem deslocados, agora existem zeros que na estrutura sem filtro se encontram

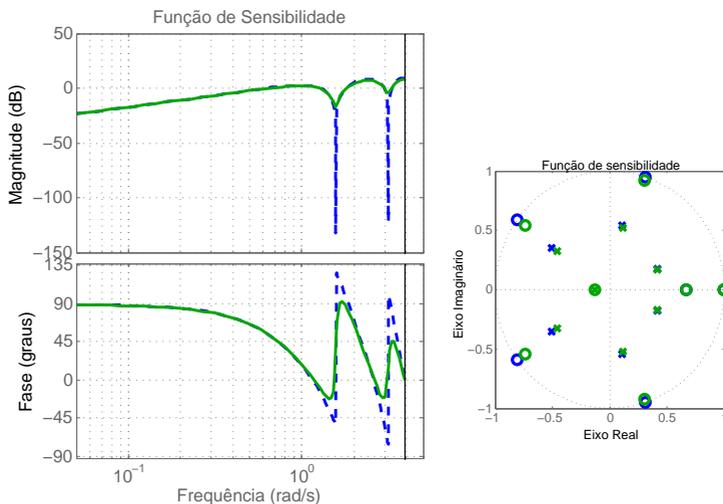


Figura 3.6: Diagrama de Bode e mapa de polos e zeros da função $H_{yq}(z)$.

no círculo unitário. Isso mostra que a capacidade de seguimento e rejeição do sinal periódico é melhor no caso sem filtro, comparando com o ajuste de q_0 definido. Aumentando seu valor, as dinâmicas das duas estruturas se assemelham cada vez mais.

As respostas no tempo dos sistemas estão plotadas na figura 3.7 onde à esquerda representa o caso nominal e à direita o caso com erro de modelagem. Analisando a figura, verifica-se que a estrutura filtrada não consegue rejeitar completamente a perturbação mas sim atenuá-la o que não acontece com o caso sem filtro. Mas, com a presença de erros, apenas a estrutura com filtro consegue manter sua estabilidade. Aqui pode ser observado o compromisso entre a robustez do sistema e a rejeição da perturbação, de forma que a escolha do parâmetro q_0 do filtro vai depender muito de quanto se conhece do sistema e qual a característica dos erros de modelagem. Este ajuste pode ser feito por tentativa e erro, iniciando com um valor pequeno e então, aumentando até o limite aceitável de estabilidade e rejeição dependendo do projetista.

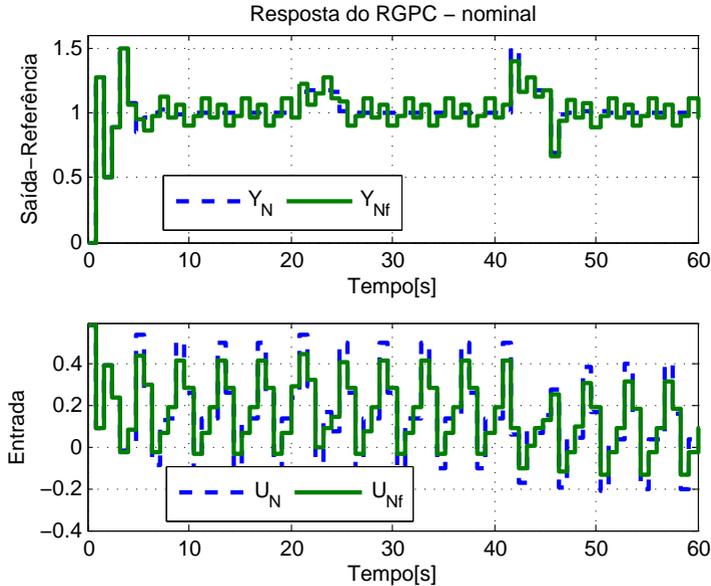


Figura 3.7: Resposta dinâmica dos sistemas para o caso nominal. Acima saídas, abaixo entradas. Linha azul tracejada para a estrutura sem filtro e verde contínua para a estrutura com filtro.

3.2 $\Delta E \Delta^N$ - MODELO DE PREDIÇÃO \times FUNÇÃO OBJETIVO

Nesta seção, será realizada uma análise comparativa utilizando o RCGPC com diferentes variáveis de decisão (ΔU ou $\Delta^N U$) no modelo de predição e como isso influencia na ação de controle final com uma função custo que pondera as duas variáveis.

Como mencionado anteriormente na seção de MPC, grande parte dos controladores MPC utilizam modelos incrementais para inserir de forma direta o modelo de sinais constantes na malha de controle, o que leva a uma função custo que tem como variável de decisão o incremento de controle ΔU . A proposta deste trabalho usa essa mesma estratégia e traz uma função custo baseada no incremento N -periódico de controle $\Delta^N U$. Surge então a pergunta: como será possível comparar a utilização dessas duas variáveis no que diz respeito ao desempenho do sistema de controle final? Ou seja, qual a influência na malha de controle quando é utilizado

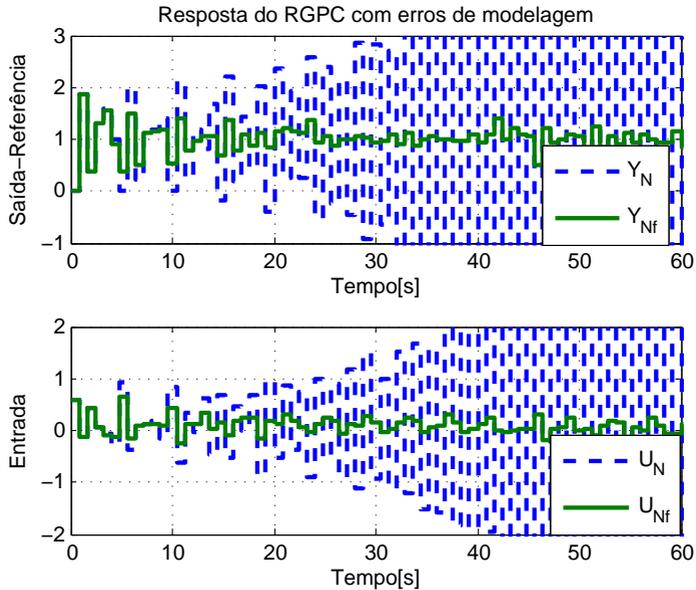


Figura 3.8: Resposta dinâmica dos sistemas para o caso com erro de modelagem. Acima saídas, abaixo entradas. Linha azul tracejada para a estrutura sem filtro e verde contínua para a estrutura com filtro.

um modelo incremental e na função custo a ponderação é no incremento periódico ou vice-versa?

A seguir, será realizada uma análise da influência destas variáveis no sistema de controle por meio da modificação da função custo. Essa função custo agora, possui peso (ponderação) em ambas variáveis e isso modifica a ação de controle final.

3.2.1 Relação entre ΔU e $\Delta^N U$

Com o objetivo de se ponderar uma determinada variável na função custo, por exemplo $\Delta^N U$, quando o modelo de predição está em função da outra, por exemplo ΔU , é necessário escrever a variável desejada como função daquela presente no modelo de predição ($\Delta^N U = f(\Delta U)$) e então, adicionar esta relação na função custo J . Assim

- $\Delta U = f(\Delta^N U)$

Usando a seguinte equação

$$\Delta u(k) = \Delta^N u(k) - \Delta^N u(k-1) + \Delta u(k-N) \quad (3.17)$$

e avançando no horizonte de controle, as variáveis ficam

$$\Delta U = S_0 \Delta^N U - c_0 u(k-1) + I \Delta U_a \quad (3.18)$$

onde

$$S_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}, c_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \Delta U_a = \begin{bmatrix} \Delta u(k-N) \\ \Delta u(k-N+1) \\ \Delta u(k-N+2) \\ \vdots \\ \Delta u(k-N+N_u-1) \end{bmatrix}$$

- $\Delta^N U = f(\Delta U)$

E usando a mesma ideia para $\Delta^N U$,

$$\Delta^N u(k) = \Delta u(k) + \Delta u(k-1) + u(k-2) - u(k-N) \quad (3.19)$$

em forma matricial e dentro do horizonte de controle

$$\Delta^N U = S_1 \Delta U + c_1 u(k-1) - I U_a \quad (3.20)$$

onde

$$S_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}, c_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, U_a = \begin{bmatrix} u(k-N) \\ u(k-N+1) \\ u(k-N+2) \\ \vdots \\ u(k-N+N_u-1) \end{bmatrix}$$

Pode ser observado que $S_0 = S_1^{-1}$ e $c_0 = S_1^{-1} c_1$

3.2.2 Ação de controle para nova função custo

Dada a relação entre as variáveis, agora é possível inserir essas equações na função custo mesmo quando se utiliza um modelo de predição diferente e assim analisar os efeitos destas no sistema

de controle final. Dessa maneira, a função custo modificada que considera as duas variáveis fica na forma

$$J(u, k) = \sum_{j=1}^{N_y} [\hat{y}(k+j|k) - w(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(k+j-1)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda_N(j) [\Delta^N u(k+j-1)]^2 \quad (3.21)$$

e matricialmente,

$$J = (\hat{Y} - W)^T (\hat{Y} - W) + \Delta U^T R \Delta U + \Delta^N U^T R_N \Delta^N U \quad (3.22)$$

Esta função custo depende diretamente do modelo de predição usado para estimar o comportamento futuro do processo. Assim, essa variável será a variável de decisão no algoritmo de otimização. A ação de controle irrestrita é obtida da mesma forma.

Para um modelo incremental:

$$\hat{Y} = G \Delta U + f, \quad f = G_p \Delta U_p + F_p Y_p \quad (3.23)$$

$$\Delta^N U = S_1 \Delta U + c_1 u(k-1) - I U_a \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta U} = 2G^T(G \Delta U + f - W) + 2R \Delta U + S_1^T R_N (S_1 \Delta U + c_1 u(k-1) - I U_a) = 0 \quad (3.25)$$

$$\Delta U^* = (G^T G + R + S_1^T R_N S_1)^{-1} [G^T (W - f) + S_1^T R_N (c_1 u(k-1) - I U_a)] \quad (3.26)$$

Para um modelo incremental N -periódico:

$$\hat{Y} = G_N \Delta^N U + f_N, \quad f_N = G_{pN} \Delta^N U_{pN} + F_{pN} Y_{pN} \quad (3.27)$$

$$\Delta U = S_0 \Delta^N U - c_0 u(k-1) + I \Delta U_a \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta^N U} = 2G_N^T (G_N \Delta^N U + f_N - W) + S_0^T R (S_0 \Delta^N U - c_0 u(k-1) + I \Delta) + 2R_N \Delta^N U = 0 \quad (3.29)$$

$$\Delta^N U^* = (G_N^T G_N + S_0^T R S_0 + R_N)^{-1} [G_N^T (W - f_N) + S_0^T R (-c_0 u(k-1) + I \Delta)] \quad (3.30)$$

Analisando a equação final da ação de controle calculada para os dois casos é possível observar que surgem novos termos quando comparamos com a forma clássica de projeto do GPC. Além do ganho que multiplica o erro entre a referência e a resposta livre, agora existem parcelas que dependem da própria ação de controle, caracterizando uma nova realimentação na malha fechada. Isto desconstroi o modelo interno, inicialmente estruturado, incremental ou incremental N -periódico, e o sistema de malha fechada perde

a capacidade de tratar os sinais correspondentes aos seus modelos internos. Tal capacidade depende do ajuste do controlador e a garantia de sua existência fica mais difícil.

Essa característica acontece, também, nos algoritmos clássicos quando utilizam uma função custo com ponderação na própria ação de controle U em conjunto com um modelo incremental. Isso traz grandes problemas quando a ação integral é necessária, de forma que, normalmente, o que se faz é deixar a ponderação da variável de controle em zero, garantindo a ação integral. É o que acontece, também, com o algoritmo de controle GMV de [23], que possui a versão posicional e a incremental.

Uma outra possibilidade seria utilizar os dois modelos internos em conjunto, ou seja, usar da mesma forma como [1] fez com $\Delta\Delta^N$ para o modelo repetitivo. Assim, o sistema de controle possui os dois modelos internos no modelo de predição. Ainda que em [1] a função custo trate apenas os incrementos de controle, o que pode causar a degradação do modelo interno repetitivo mesmo com sua presença no modelo de predição. Isso porque, nesse caso, como a ponderação é no incremento de controle a parte repetitiva do modelo interno usado fica incorporada aos polinômios $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$ na forma do polinômio $D(z^{-1})$, modificando o cálculo da resposta livre. Poderia, ainda, ser utilizado da maneira inversa, em que a variável de decisão no processo de otimização seria a variação periódica $\Delta^N U$ e o polinômio Δ que ficaria, então, incorporado aos polinômios do modelo.

Outro fato é que com a utilização das duas variáveis, o sistema de controle ficaria acrescido de mais um polo integrador $\Delta = (1 - z^{-1})$. Sua multiplicidade seria aumentada em um, uma vez que este polo é uma das raízes do polinômio do modelo repetitivo $\Delta^N = (1 - z^{-N})$ e com este integrador adicional o sistema ficaria com uma largura de banda ainda maior e mais sensível aos ruídos e erros de modelagem.

Isto posto, este trabalho considera apenas uma variável na função custo ($\Delta^N U$), evitando os problemas citados anteriormente e mantendo o modelo interno repetitivo de forma explícita.

3.3 TRATAMENTO DE RESTRIÇÕES

Até o momento, foram realizadas considerações sobre o algoritmo proposto em que as ações de controle são ilimitadas. Entretanto, em um ambiente real todos os processos estão sujeitos a

restrições de diferentes formas. Por exemplo, os atuadores que devem implementar a ação de controle calculada, os quais possuem um limite máximo e mínimo, normalmente, de 0 a 100% e também uma determinada velocidade para atuação, como válvulas, bombas ou atuadores hidráulicos.

Deste modo, diferentes fatores trazem restrições para as variáveis de processo seja por questões de características construtivas, por segurança ou ambientais. Outro fator a ser considerado é que em uma planta real os pontos de operação são definidos pela intersecção de algumas restrições do sistema com restrições econômicas, fazendo com que o sistema de controle opere próximo dos limites.

Outro ponto é que em sistemas com saturação dos atuadores, dependendo das situações, o controlador pode produzir um efeito de *wind-up* de forma que seus estados podem crescer de forma ilimitada [28]. Mesmo se o ganho do controlador não for infinito, mas suficientemente grande, trazer este controlador para a região linear de operação é uma tarefa muito difícil. Esse efeito em sistemas que possuem um controlador repetitivo é ainda mais problemático e com o objetivo de eliminar este efeito, diversas estruturas *anti wind-up* foram propostas [29].

Com isso, todas estas restrições precisam ser consideradas no cálculo da ação de controle e no MPC. Isto pode ser feito de forma direta, inserindo essas restrições no problema de otimização [4, 5], o que não acontece com o RC.

Os tipos mais comuns de restrições são:

- amplitude do sinal de controle u_{min} e u_{max} (saturação);
- variação do sinal de controle Δu_{min} e Δu_{max} (*slew-rate*);
- faixa de operação da saída y_{min} e y_{max} .

Mas também existem outros tipos de restrições:

- restrições de saída em banda, faz com que a saída do sistema deve se manter dentro de uma faixa desejada;
- restrições de sobressinal, define que a saída não supere o valor de referência desejado;
- restrições de monotonicidade;
- restrições de fase não mínima, que limitam os picos do comportamento de fase não mínima.

Todas essas restrições podem ser escritas em forma de desigualdades lineares $A_{ineq}x \leq b_{ineq}$ e inseridas no problema de otimização considerado pelo algoritmo de controle. Nesta proposta, a variável de decisão da função objetivo é $\Delta^N U$ e por isso, estas desigualdades devem ser escritas como função de $\Delta^N u(k) = u(k) - u(k - N)$

$$A_{ineq} \Delta^N U \leq b_{ineq} \quad (3.31)$$

Assim, as restrições clássicas devem ser escritas seguindo a equação 3.31.

3.3.1 Restrição de saturação do sinal de controle

Representam a amplitude máxima e mínima que o atuador consegue alcançar. Pode ser escrita da seguinte maneira:

$$u_{min} \leq u(k) \leq u_{max}$$

E a relação entre $u(k)$ e $\Delta^N u(k)$ é

$$\begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ u(k+2) \\ \vdots \\ u(k+N_u-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(k-N) \\ u(k-N+1) \\ u(k-N+2) \\ \vdots \\ u(k-N+N_u-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta^N u(k) \\ \Delta^N u(k+1) \\ \Delta^N u(k+2) \\ \vdots \\ \Delta^N u(k+N_u-1) \end{bmatrix}$$

em forma matricial

$$U = U(k-N) + \Delta^N U \quad (3.32)$$

$$\begin{bmatrix} I \\ -I \end{bmatrix} \Delta^N U \leq \begin{bmatrix} U_{max} - U(k-N) \\ -U_{min} + U(k-N) \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

3.3.2 Restrição de variação do sinal de controle (*slew-rate*)

Esta restrição define a máxima variação do sinal de controle entre os períodos de amostragem, com a equação

$$\Delta u_{min} \leq \Delta u(k) \leq \Delta u_{max}$$

E descrevendo $\Delta u(k)$ usando $\Delta^N u(k)$, como realizado em 3.2.1

$$\Delta u(k) = \Delta^N u(k) - \Delta^N u(k-2) + \Delta u(k-N) \quad (3.34)$$

as variáveis ficam da seguinte forma

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ -S_0 \end{bmatrix} \Delta^N U \leq \begin{bmatrix} I_{max} + c_o \Delta^N u(k-1) - \Delta U(k-N) \\ -I_{min} - c_o \Delta^N u(k-1) + \Delta U(k-N) \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Esta restrição é importante para representar a limitação real do atuador devido a sua fabricação ou realização mecânica. Como exemplo, alguns tipos de válvulas não podem abrir de 0 a 100% de forma instantânea ou um motor atingir imediatamente uma velocidade desejada. Logo, o sistema de controle deve considerar essas restrições no cálculo da ação de controle, pois estarão presentes no sistema real e podem prejudicar o desempenho do controlador.

3.3.3 Restrição na saída

Esta restrição impõe os limites de operação da variável controlada

$$y_{min} \leq y(k) \leq y_{max}$$

mas, não é possível garantir o comportamento futuro real do processo e por isso utiliza-se o modelo de predição (3.5) para se impor as restrições de saída. O que é garantido pelo processo de otimização é que apenas as predições futuras da saída \hat{Y} cumprirão as restrições impostas.

$$Y_{min} \leq G \Delta^N U + f \leq Y_{max} \quad (3.36)$$

em forma matricial

$$\begin{bmatrix} G \\ -G \end{bmatrix} \Delta^N U \leq \begin{bmatrix} Y_{max} - f \\ -Y_{min} + f \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

com $f = G_p \Delta^N U_p + F_p Y_p$. Este tipo de restrição pode trazer problemas para o otimizador, pois é possível que em decorrência de uma determinada perturbação no sistema esta possa levar as saídas para uma região de infactibilidade do otimizador e este não conseguir computar a ação de controle ótima. Por isso, normalmente estas restrições de saída são acompanhadas de variáveis de folga para que o otimizador tenha maiores possibilidades de atuação e isto é denominado como *soft constraints* ou "restrições leves".

3.3.4 Variação N -periódica da ação de controle

É um tipo de restrição que existe apenas nesta proposta devido à forma como o problema de controle é estruturado. Ela relaciona a máxima variação da ação de controle entre o período atual e

o passado do sinal definido, ou seja, a diferença máxima entre ação de controle atual e a ação de N amostras passadas.

$$\Delta^N u_{min} \leq \Delta^N u(k) \leq \Delta^N u_{max}$$

$$\begin{bmatrix} I \\ -I \end{bmatrix} \Delta^N U \leq \begin{bmatrix} \Delta^N U_{max} \\ -\Delta^N U_{min} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Não é comum nos sistemas clássicos porque não representa uma restrição física do atuador como a saturação ou o *slew-rate*. Mas ela possui papel importante na existência de sinais periódicos e sistemas com ação repetitiva, devido ao fato de que ela limita a velocidade de aprendizagem ou adaptação da parte repetitiva do sistema de controle. Comparada com o *slew-rate*, que designa sinais constantes, esta restrição tem a mesma função porém para uma atuação N -periódica, já que o sinal é variável em regime permanente. Pode ter grande utilidade para tratar sinais de perturbação esporádicos, que não são periódicos, alterando a forma de reação do algoritmo.

3.3.5 Inserindo as restrições no problema de otimização

Uma vez definidas as restrições (3.35, 3.33, 3.37) as mesmas podem ser combinadas em uma única desigualdade linear do tipo (3.31)

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I \\ -I \\ S_0 \\ -S_0 \\ I \\ -I \\ G \\ -G \end{bmatrix}}_{A_{ineq}} \Delta^N U \leq \underbrace{\begin{bmatrix} U_{max} - U(k-N) \\ -U_{min} + U(k-N) \\ \Delta U_{max} + c_o \Delta^N u(k-1) - \Delta U(k-N) \\ -\Delta U_{min} - c_o \Delta^N u(k-1) + \Delta U(k-N) \\ \Delta^N U_{max} \\ \Delta^N U_{min} \\ Y_{max} - fx(k) \\ -Y_{min} + fx(k) \end{bmatrix}}_{b_{ineq}} \quad (3.39)$$

E a minimização da função objetivo quadrática 3.7 se torna um problema de programação quadrática padrão, QP , que é resolvido de forma eficiente usando diferentes técnicas.

$$\min_{\Delta^N U} J = (\Delta^N U^T H \Delta^N U + 2F_0^T \Delta^N U + J_0) \quad (3.40)$$

$$\text{Sujeito a: } A_{ineq} \Delta^N U \leq b_{ineq} \quad (3.41)$$

Este cálculo deve ser realizado a cada período de amostragem bem como a atualização das variáveis F_0 e b_{ineq} , usando dados passados.

Existem métodos que melhoram o desempenho do algoritmo, como o uso do *warm start* que utiliza como condição inicial para a função de otimização, no instante atual, a solução obtida no instante anterior. Isto acelera a convergência do algoritmo, já que normalmente as ações de controle entre os instantes de amostragem não possuem grande variabilidade.

3.4 NOVA FORMULAÇÃO DO MODELO SEPARADO

Na seção 2.3, foram citados alguns dos algoritmos que integram os conceitos das estruturas de controle preditivo e repetitivo. E, de forma mais aprofundada, estruturas que utilizam a separação do modelo para o projeto de um controlador que trate de forma diferente o seguimento de referências e a rejeição de perturbações periódicas com o objetivo de eliminar as interações entre uma e outra.

Nesta seção, será explicado o desenvolvimento e as características de uma formulação diferenciada que une os princípios dos algoritmos citados anteriormente. Essa estrutura possui o cálculo da ação de controle em dois passos de otimização, mas baseada em modelos polinomiais, nos quais o primeiro sub-controlador é um GPC clássico com modelo interno incremental e o segundo sub-controlador é um GPC repetitivo com modelo interno N -periódico.

O motivo desta nova formulação é a de que no projeto separado em [2] é necessária a medição de todos os estados do sistema - o que pode ser difícil de se encontrar na prática - e por isso, utiliza-se a estrutura entrada-saída do GPC. Outra questão é que o modelo utilizado para os sub-controladores não possui ação repetitiva ou integral, o que pode trazer problemas de erro em regime permanente para perturbações do tipo degrau na parte do MPC clássico. Já na parte do repetitivo, esta ação é garantida de forma interna ao algoritmo e não de forma explícita com o uso do modelo interno.

Em [27] o modelo utilizado possui as duas estruturas $\Delta\Delta^N$, no entanto, para o modelo repetitivo, a função objetivo pondera apenas a ação incremental, o que traz problemas para garantir a existência do modelo interno repetitivo. Além de que, utiliza-se apenas a solução irrestrita em ambos os sub-controladores, o que resulta em problemas práticos quando a ação de controle atinge os limites do atuador, necessitando a aplicação de técnicas *anti-windup*.

Os modelos utilizados são semelhantes aos de Ginhoux et al.[27] com algumas modificações no modelo repetitivo que con-

sidera apenas variação N -periódica.

$$A(z^{-1})y_n(k) = B(z^{-1})u_n(k-1) + \frac{e(k)}{\Delta} \quad (3.42)$$

$$A(z^{-1})y_r(k) = B(z^{-1})u_r(k-1) + \frac{e(k)}{\Delta^N} \quad (3.43)$$

$$y(k) = y_n(k) + y_r(k) \quad (3.44)$$

$$u(k) = u_n(k) + u_r(k) \quad (3.45)$$

Com isso, a ação de controle é separada em duas partes, $u_n(k)$ tem a função de manter a saída nominal $y_n(k)$ no valor de referência e $u_r(k)$ trata a rejeição de perturbações periódicas presentes em $y_r(k)$, mantendo seu valor em zero. Cada modelo possui o gerador do sinal que deve ser tratado em cada parcela do controlador e esses serão ajustados conforme a estratégia mostrada na sequência.

3.4.1 Ajuste do sub-controlador preditivo clássico

Este sub-controlador tem o objetivo de garantir o seguimento de referência com determinada característica dinâmica imposta pelos parâmetros de ajuste. Aqui, o controlador é definido com a seguinte função custo:

$$J_n(k) = \sum_{i=1}^{N_{y_n}} [\hat{y}_n(k+i|k) - w(k)]^2 + \sum_{j=1}^{N_{u_n}} \lambda_n(j) [\Delta u_n(k+j-1)]^2 \quad (3.46)$$

e em forma matricial

$$J_n(k) = (\hat{Y}_n - W)^T (\hat{Y}_n - W) + \Delta U^T R_n \Delta U$$

com $\hat{Y}_n = G_n \Delta U_n + G_{pn} \Delta U_{pn} + F_{pn} Y_{pn}$ construído a partir do modelo 3.42. Os parâmetros de ajuste N_{y_n} , N_{u_n} e λ_n representam, respectivamente, o horizonte de predição da saída, o horizonte de controle e a ponderação do incremento de controle, todos referentes ao sistema nominal.

Nessa etapa, a ação de controle final fica da seguinte forma

$$\Delta U_n^* = (G_n^T G_n + R_n)^{-1} G_n^T (W - G_{pn} \Delta U - F_{pn} Y_{pn}) \quad (3.47)$$

$$\Delta u_n(k) = K_{ref} W + K_{u_n} \Delta U_{pn} + K_{y_n} Y_{pn} \quad (3.48)$$

$$u_n(k) = u_n(k-1) + \Delta u_n(k) \quad (3.49)$$

que representa a solução analítica da minimização irrestrita da função custo para o modelo nominal. Nessa parte, as restrições não são consideradas, pois a ação de controle final depende também da parcela repetitiva que será calculada pelo segundo sub-controlador e neste, então, valerão as restrições do sistema, já considerando a parcela irrestrita calculada pelo sub-controlador clássico.

3.4.2 Ajuste do sub-controlador preditivo repetitivo

Nesta etapa, o sub-controlador tem objetivo de eliminar o erro que a perturbação periódica gera no processo, mantendo a parcela repetitiva da saída $y_r(k)$ no valor zero. E para isto, sua função custo fica

$$J_r(k) = \sum_{i=1}^{N_{y_r}} [\hat{y}_r(k+i|k)]^2 + \sum_{j=1}^{N_{u_r}} \lambda_r(j) [\Delta^N u_r(k+j-1)]^2 \quad (3.50)$$

e considerando as restrições do sistema, o problema tem a seguinte estrutura

$$\min_{\Delta^N U_r} J_r(k) = \hat{Y}_r^T \hat{Y}_r + \Delta^N U_r^T R_r \Delta^N U_r \quad (3.51)$$

$$\text{Sujeito a: } A_{ineq} \Delta^N U_r \leq b_{ineq} \quad (3.52)$$

E agora, com predições $\hat{Y}_r = G_r \Delta^N U_r + G_{pr} \Delta^N U_{pr} + F_{pr} Y_{pr}$ baseadas no modelo repetitivo 3.4.3. Aplicando apenas o primeiro elemento do resultado da otimização, a ação de controle repetitiva fica

$$u_r(k) = u_r(k-N) + \Delta^N u_r(k) \quad (3.53)$$

Deve ser observado que as restrições sofrem uma pequena modificação em sua formulação, pois estas devem considerar a ação de controle calculada pelo primeiro sub-controlador $u_n(k)$, já que a ação de controle a ser implementada na planta é $u(k) = u_n(k) + u_r(k)$. Os parâmetros de ajuste considerados são N_{y_r} , N_{u_r} , Q_r e R_r que representam, respectivamente, os horizontes de predição e controle, matrizes de ponderação da saída repetitiva e do incremento de controle N -periódico.

De forma geral, esta estratégia pode ser descrita com o seguinte algoritmo:

Algoritmo 3.1: Algoritmo do RGPC com ação de controle separada e dois passos de otimização

início

parte *offline*: definir parâmetros de ajuste

$N_{y_n}, N_{u_n}, \lambda_n, N_{y_r}, N_{u_r}, Q_r, R_r$

calcular matrizes $K_{ref}, K_{u_n}, K_{y_n}$

enquanto Controlador *online* **faça**

passo 1 - estimar o valor de $y_n(k)$ usando equação 3.42

passo 2 - calcular ação de controle nominal $\Delta u_n(k)$

aplicando equação 3.49 e obter

$u_n(k) = u_n(k-1) + \Delta u_n(k)$

passo 3 - obter $y_r(k)$ usando valor medido da planta $y(k)$ e

$y_n(k)$ com $y_r(k) = y(k) - y_n(k)$

passo 4 - resolver problema de otimização QP 3.51 e obter

$u_r(k) = u_r(k-N) + \Delta^N u_r(k)$

passo 5 - enviar para o processo a ação de controle

$u(k) = u_n(k) + u_r(k)$ e voltar ao passo 1

Com isso, o controlador final tem a ação de controle separada e diferentes dinâmicas para o seguimento de referências e a rejeição de perturbações.

3.5 SIMULAÇÕES

Para ilustrar o ajuste e o comportamento dos algoritmos, serão realizadas algumas simulações em forma de exemplos numéricos.

3.5.1 Cenário de simulação

Este cenário de simulação terá como base o exemplo anterior da seção 3.1.4, com o mesmo modelo, período do sinal, referência, perturbações e tempo de simulação. Serão feitas algumas modificações para que este se aproxime o máximo de uma condição mais realista.

A primeira modificação está relacionada com a seleção do número de amostras do sinal periódico N . Este valor deve ser grande o bastante para representar o sinal amostrado, mas com o menor

valor possível de forma a diminuir a complexidade do sistema de controle.

Para as simulações, o sistema terá a influência de um sinal periódico com período $T_p = 4$ s e a seguinte forma:

$$q(t) = 1 * (\text{seno}(\omega_0 t) + \text{seno}(\omega_1 t) + \text{seno}(\omega_2 t) + \text{seno}(\omega_3 t))$$

$$\omega_0 = 1 \cdot \frac{2\pi}{T_p}, \omega_1 = 2 \cdot \frac{2\pi}{T_p}, \omega_2 = 3 \cdot \frac{2\pi}{T_p}, \omega_3 = 4 \cdot \frac{2\pi}{T_p}$$

com o intuito de simular um sinal periódico mais complexo atuando no sistema. O valor de $N = 80$ foi escolhido o que leva $T_s = T_p/N = 0,05$ s.

3.5.2 Ajuste dos controladores

A estrutura proposta neste trabalho (modelo com filtro $H(z)$ e projeto separado - estrutura 1) será simulada e comparada com os modelos existentes ([1, 2, 3], respectivamente, estruturas 2, 3 e 4) frente ao cenário definido anteriormente com a nova perturbação periódica. Esses controladores são ajustados com os mesmos horizontes ($N_y = 30$ e $N_u = 10$) e ponderações diferentes para que tenham características semelhantes para a rejeição da perturbação periódica. O objetivo é que, em regime permanente, os controladores que não conseguem rejeitar completamente a perturbação periódica devem manter as saídas $y(k) = w(k) \pm 0,01$ e, para o caso da estrutura 3, o desempenho na dinâmica de rejeição das perturbações constantes. Com isso os controladores foram ajustados com parâmetros diferentes na tentativa de se obter tal desempenho. As 4 estruturas ficam da seguinte forma, todas considerando o caso irrestrito

1. RGPC proposto com estrutura separada

- modelo nominal incremental (Δ) e $\lambda_n = 100$
- modelo repetitivo (Δ^{N_f}) com $q_0 = 0,85$ e $\lambda_r = 0,02$

2. proposta de Ginhoux et al.[1]

- modelo nominal incremental (Δ) e $\lambda_n = 100$
- modelo incremental repetitivo ($\Delta\Delta^N$) com $\lambda_r = 0,01$

3. proposta de Separated... [2]

- modelo nominal em espaço de estados com estratégia do projeto separado e $\lambda = 0,01$, $\alpha = 2$

4. proposta de Wang et al.[3]

- modelo em espaço de estados aumentado com o denominador D_{modelo} da perturbação e representação com funções de Laguerre. Ajuste $\lambda = 0,02$, $N_{exp} = 6$, $\alpha_l = 1$, $\lambda_l = 1$ e $\gamma_l = 1$ e

$$D_{modelo} = (1 - z^{-1})(1 - 2\cos(\omega_0)z^{-1} + z^{-2})(1 - 2\cos(\omega_1)z^{-1} + z^{-2})$$

Isto representa a inserção do período fundamental e a primeira harmônica do sinal, além do modelo para sinais constantes.

3.5.3 Caso nominal

Nas figuras 3.9, 3.10, 3.11 e 3.12 estão plotadas as respostas dinâmicas de cada estrutura para o caso nominal e na tabela 3.1 seus respectivos índices de desempenho. Analisando essas respostas, no caso de seguimento de referência, a estrutura 4 possui maior velocidade em detrimento de uma elevada ação de controle inicial, enquanto as estruturas 2 e 3 possuem uma resposta à referência semelhante, aproximadamente igual a um período do sinal considerado. A estrutura proposta possui um tempo de resposta maior, na ordem de 2 períodos.

Com relação à rejeição da perturbação periódica, a estrutura 3 possui melhor desempenho, conseguindo rejeitar completamente apenas passado um período. Já as outras, não rejeitam de forma completa, todavia, permanecem dentro do valor estipulado como base $y(k) = w(k) \pm 0,01$, como é possível observar nas figuras com a parte ampliada da imagem.

Como explicado anteriormente, a estrutura 1 não rejeita completamente devido à presença do filtro $H(z)$ que atenua as harmônicas de alta frequência e esta performance pode ser alterada com a modificação do parâmetro q_0 do filtro sem alterar a dinâmica do controlador. Na estrutura 2, isso ocorre porque o modelo interno fica implícito no sistema de controle e a ação de controle é obtida a partir do modelo incremental, como explicado na seção 3.2, o que não garante a existência do modelo interno repetitivo. Esse comportamento pode ser alterado com a modificação de λ_r , o que altera, também, a dinâmica do controlador. Na estrutura 4, são consideradas apenas 2 harmônicas do sinal e por isso, não acontece uma rejeição completa de forma que isso pode ser melhorado com a

adição de mais harmônicas e alteração no parâmetro λ . Entretanto, isto também muda a dinâmica do controlador.

Analisando a rejeição das perturbações em forma de degrau, na entrada e saída, ocorrem duas dinâmicas semelhantes. Para as estruturas 2 e 4, com melhor desempenho, rejeitando em apenas algumas amostras e as estruturas 1 e 3, que precisam de um período da perturbação para a rejeição. No primeiro caso, esta semelhança ocorre visto que suas ações de controle são baseadas na reconstrução, respectivamente, do incremento de controle (1) e do modelo periódico com as harmônicas (2) e isto traz ações que dependem de valores anteriores próximos ao instante atual. Contudo, no segundo caso, a reconstrução do sinal de controle depende de valores do período anterior e é preciso decorrer um período completo após o instante de entrada da perturbação para que esta seja completamente tratada.

De forma geral, para os caso nominal, todas as estruturas conseguem manter o sinal periódico dentro da faixa especificada com suas particularidades. A estrutura 3 se destaca com sua capacidade de rejeitar a parcela periódica, mantendo seus índices baixos. A estrutura 2 se assemelha às estruturas 1 e 3, no caso do seguimento e à estrutura 4 para a rejeição de perturbações constantes. Ela vem logo em seguida da estrutura 3 ao se observar seus índices. Na sequência, considerando os índices, vem a estrutura 1 proposta, que com o ajuste ficou com um tempo de resposta mais lento, mantendo o intervalo de atenuação da perturbação. E por fim, a estrutura 4 possui os maiores índices, com exceção do IAE que é o segundo menor, caracterizada por sua velocidade de resposta e elevada ação de controle.

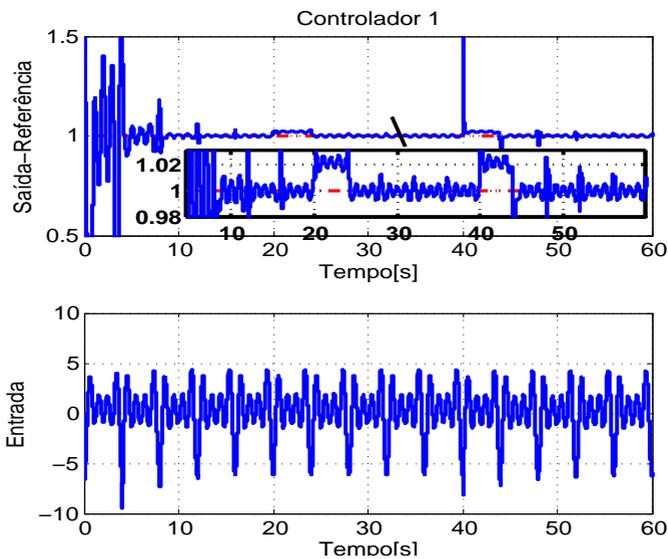


Figura 3.9: Caso nominal do controlador 1 - Proposta RGPC

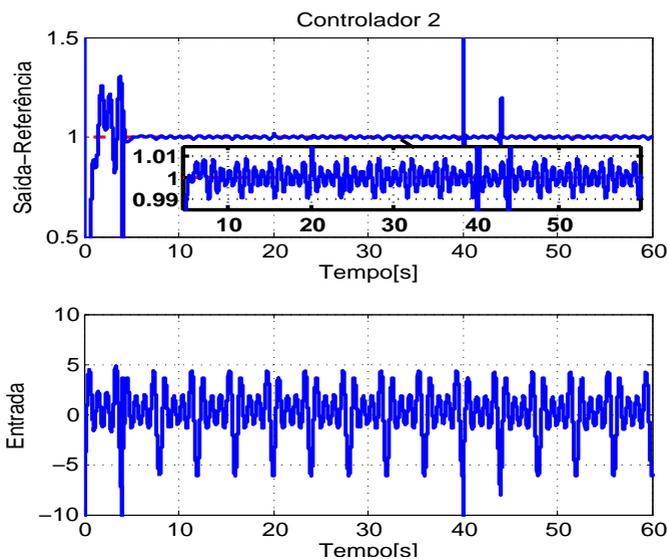


Figura 3.10: Caso nominal do controlador 2 - Ginhoux et al.[1]

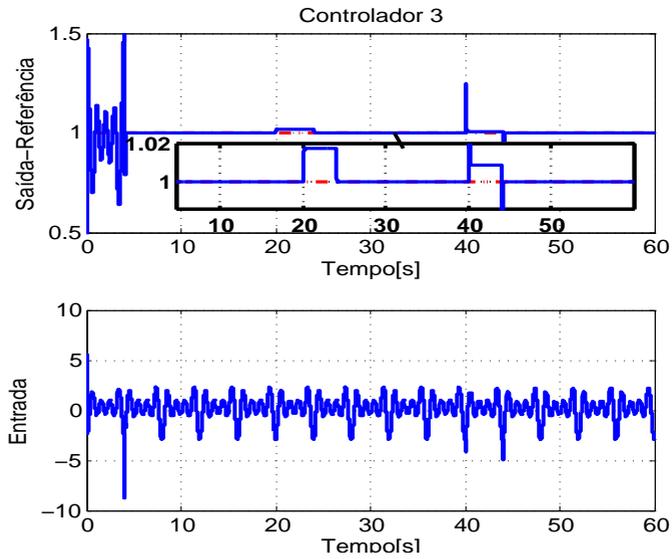


Figura 3.11: Caso nominal do controlador 3 - Separated... [2]

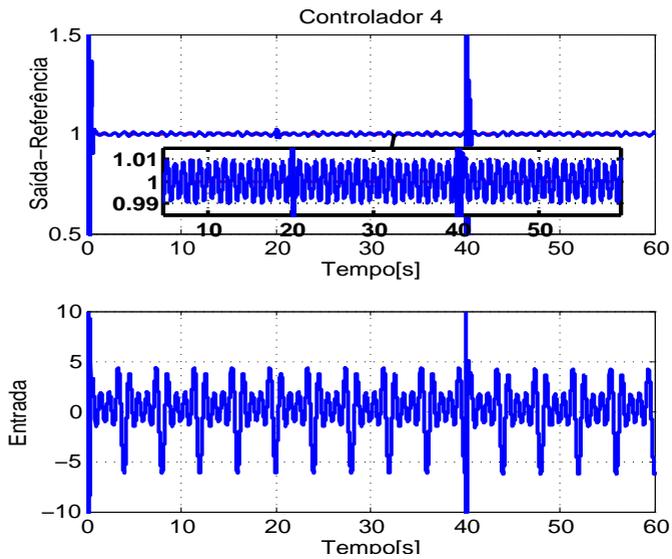


Figura 3.12: Caso nominal do controlador 4 - Wang et al.[3]

Índices	Controlador 1	Controlador 2	Controlador 3	Controlador 4
$IAE = \sum_{k=1}^{N_{sim}} w(k) - y(k) $	45,6230	32,0526	16,8983	29,9820
$ITAE = \sum_{k=1}^{N_{sim}} kT_s \cdot w(k) - y(k) $	361,4186	263,4193	118,1273	439,6232
$ISE = \sum_{k=1}^{N_{sim}} [w(k) - y(k)]^2$	24,8542	17,8568	4,6071	46,0801
$ITSE = \sum_{k=1}^{N_{sim}} kT_s \cdot [w(k) - y(k)]^2$	62,8829	40,2882	14,1405	189,1699
$Var(Y) = \frac{1}{N_{sim}} \sum_{k=1}^{N_{sim}} [y(k) - \bar{y}]^2$	0,0207	0,0148	0,0038	0,0384
$Var(U) = \frac{1}{N_{sim}} \sum_{k=1}^{N_{sim}} [u(k) - \bar{u}]^2$	6,0758	6,4812	1,5369	11,0413
U_{min}	-9,6326	-16,1228	-8,7617	-47,3006
U_{max}	4,3824	4,7780	5,6126	43,1190

Tabela 3.1: Índices de desempenho para o caso nominal

3.5.4 Caso com erros

Uma vez observado o comportamento dos diferentes controladores frente a um cenário sem a presença de erros, agora esses controladores serão simulados com o mesmo cenário, todavia, considerando erros de modelagem no processo, tanto no ganho como na constante de tempo. O procedimento utilizado para as simulações consistiu em aumentar o erro de modelagem aos poucos até conseguir instabilizar o sistema de controle. Nesse procedimento, inicialmente se alterou o valor da constante de tempo do sistema (τ) até 10%. Então, para os sistemas que mantiveram a estabilidade foi fixado um valor de erro de 10% no ganho K_p do processo e com isso o erro da constante de tempo foi alterado de 0 até o ponto de instabilidade.

Com esse procedimento, a primeira estrutura a se instabilizar foi a 3 com os erros de 1,3% apenas em τ . Em seguida, foi a 4, com erros de 10% em K_p e 6,3% em τ . E por fim, a estrutura 2 com 10% em K_p e 24% em τ . O comportamento dos controladores neste último cenário pode ser observado nas figuras 3.13, 3.14, 3.15 e 3.16.

O comportamento da estrutura 2 era esperado, dado que utiliza o modelo interno repetitivo puro, o que torna o sistema mais sensível a erros de modelagem. A robustez da estrutura 1 deve-se ao projeto do filtro $H(z)$. Evidentemente, temos aqui um compromisso entre robustez e desempenho, como é habitual em sistemas e controle. A vantagem do controle proposto é, então, oferecer parâmetros de sintonia suficientes para atingir o compromisso desejado.

No caso da estrutura 3, o único parâmetro que influencia a relação robustez - desempenho é λ . Aumentado esse valor, a resposta torna-se mais robusta mas perde-se velocidade de resposta das perturbações não periódicas.

Na estrutura 4, o parâmetro de sintonia λ foi escolhido para o erro especificado. Um aumento desse valor faz com que a ação de controle fique mais suave, ganhando robustez porém perdendo a especificação de rejeição definida inicialmente.

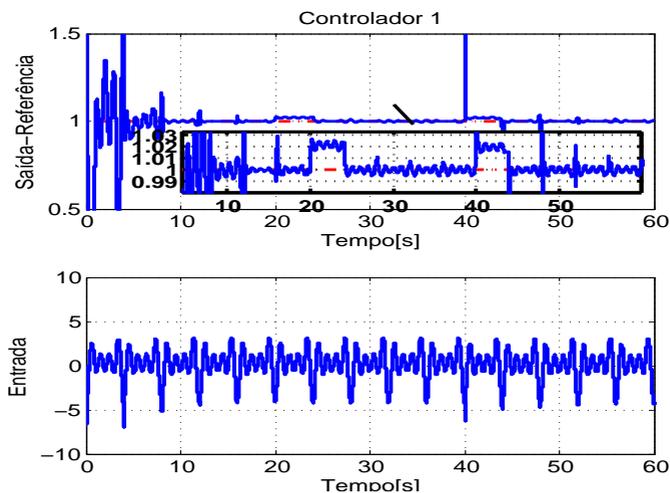


Figura 3.13: Caso com erros do controlador 1 - proposta RGPC. Aplicando erro de 10% em K_p e 24% em τ

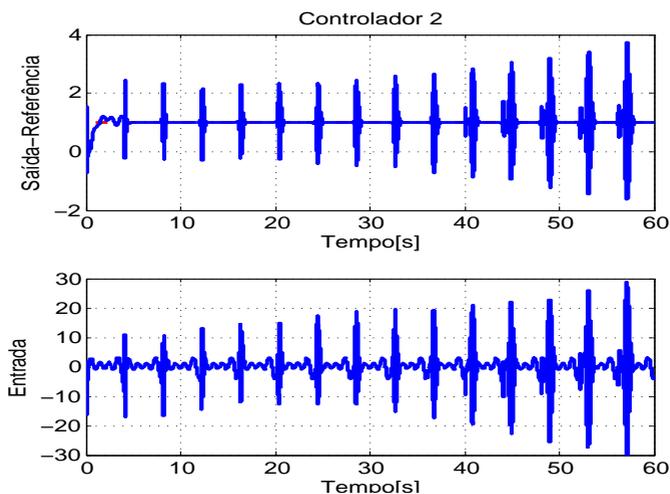


Figura 3.14: Caso com erros do controlador 2 - Ginhoux et al.[1]. Aplicando erro de 10% em K_p e 24% em τ

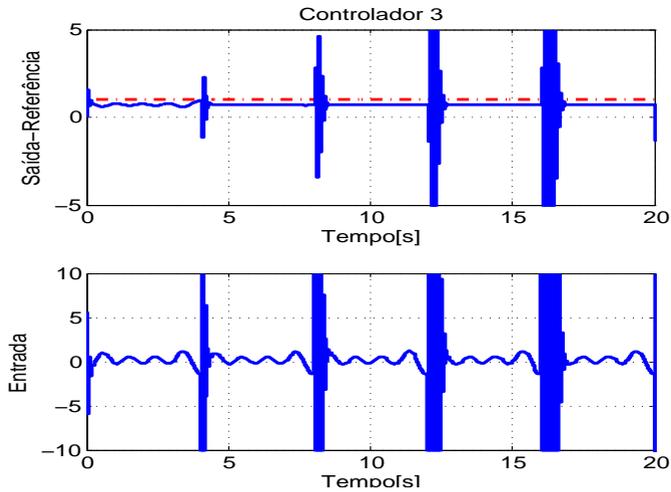


Figura 3.15: Caso com erros do controlador 3 - Separated... [2]. Aplicando erro de 1,3% em τ

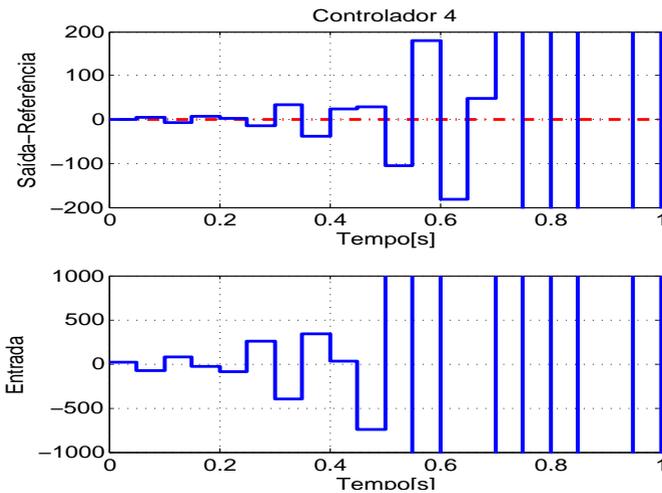


Figura 3.16: Caso com erros do controlador 4 - Wang et al.[3]. Aplicando erro de 10% em K_p e 6,3% em τ

3.5.5 Caso com restrições

Para o estudo do problema com restrições somente o controle proposto será estudado, dado que ele apresentou as melhores características para sintonia na prática. O comportamento do controlador, quando atuando com restrições no sinal de controle, pode ser observado nas figuras 3.17, 3.18, 3.19 e 3.20. Em 3.17 as restrições ativas estão na amplitude do controle com $-1,8 \leq U \leq +1,8$, em 3.18 as restrições estão na sua variação com $-0,4 \leq \Delta U \leq +0,4$ e em 3.19 e 3.20 estão ativas na sua variação periódica com $-0,35 \leq \Delta^{Nf}U \leq +0,35$ e $-2 \leq \Delta^{Nf}U \leq +2$ respectivamente.

Em todos os casos, as restrições foram obedecidas, mostrando o desempenho do algoritmo de otimização frente às restrições, garantindo que estas não ultrapassem os seus limites. Entretanto, além de mostrar esta capacidade, o objetivo destas simulações é também apresentar a existência de valores mínimos e máximos para U e ΔU em que o sistema consiga fazer a rejeição do sinal periódico. Ou seja, quando um sistema linear é excitado por um sinal periódico, sua saída também é periódica com diferente amplitude e fase. De modo análogo, quando a saída é perturbada por um sinal periódico, o controlador precisa atuar com uma ação de controle também periódica, com determinada amplitude e fase de forma a cancelar o efeito dessa perturbação.

Observando a simulação anterior, no caso nominal (figuras 3.9, 3.10, 3.11 e 3.12), a ação de controle também é periódica com um valor que varia, aproximadamente, entre -3 e $+2$. Quando se aplicam as restrições, a ação de controle não alcança aqueles valores e, então, a perturbação periódica não é rejeitada completamente. Isso é de extrema importância no sistema de controle, porque para o tratamento do sinal periódico é necessário que o atuador tenha a capacidade de alcançar os valores mínimos de U e ΔU que garantem a rejeição, caso contrário, pode existir um comprometimento da capacidade de seguimento/rejeição do sinal periódico. Isso é o que justamente se ilustra nas figuras 3.17 e 3.18, apesar da garantia dos limites das variáveis pelo sistema de controle, uma parte da perturbação periódica não é rejeitada.

Como em todo algoritmo de controle preditivo, a restrição em ΔU têm também efeito na resposta transitória do sistema. Já a restrição na variação periódica do sinal ($\Delta^N U$ ou $\Delta^{Nf} U$) influencia a capacidade de se tratar o sinal periódico. Quando essas restrições estão ativas, podem causar alteração no tempo de resposta de rejeição da perturbação periódica, como se observa nas

figuras 3.19 e 3.20.

No primeiro caso como a restrição na variação periódica possui um valor pequeno o tempo de resposta do sistema, tanto para a rejeição quanto para o seguimento, fica maior. Isso porque, a ação de controle é limitada na presença de grandes variações. No segundo caso a restrição foi liberada e com isso, o tempo de resposta ficou menor em detrimento de uma ação de controle mais agressiva .

Desta forma, o projetista pode modificar os limites da variável $\Delta^N U$ no momento de ajuste e utilizar essa variável para atingir um compromisso entre esforço de controle repetitivo, tempo de resposta e rejeição.

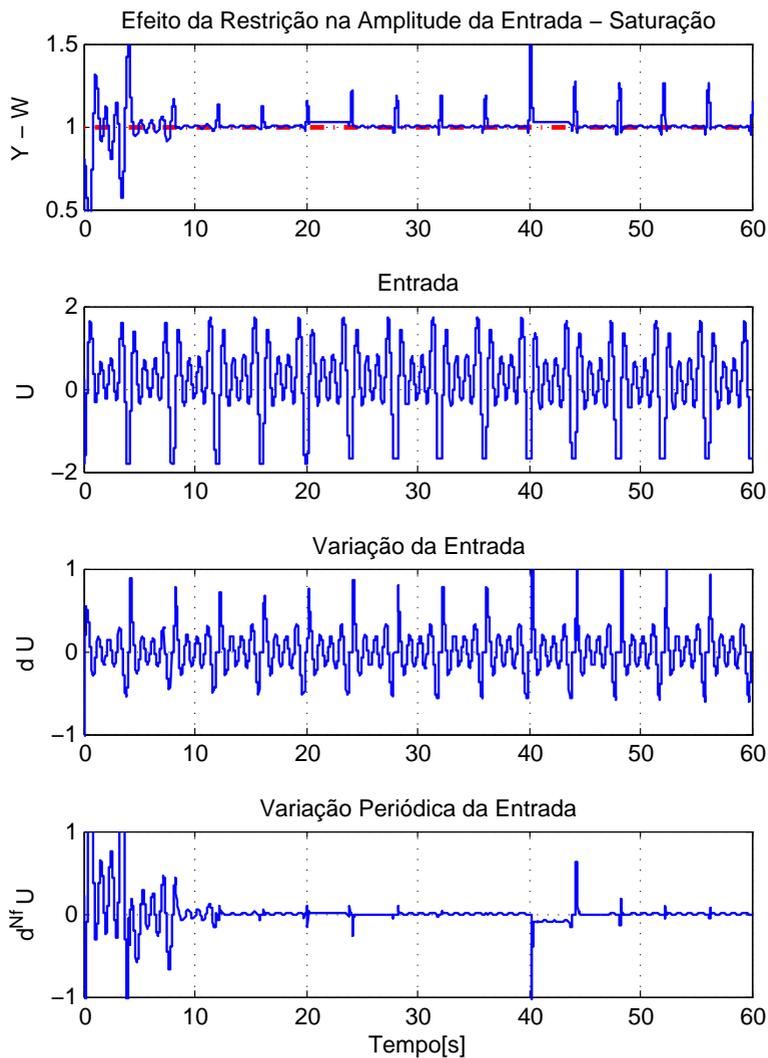


Figura 3.17: Resposta do sistema com restrição na amplitude da entrada U , saturação de $(-1,8 \leq u(k) \leq +1,8)$

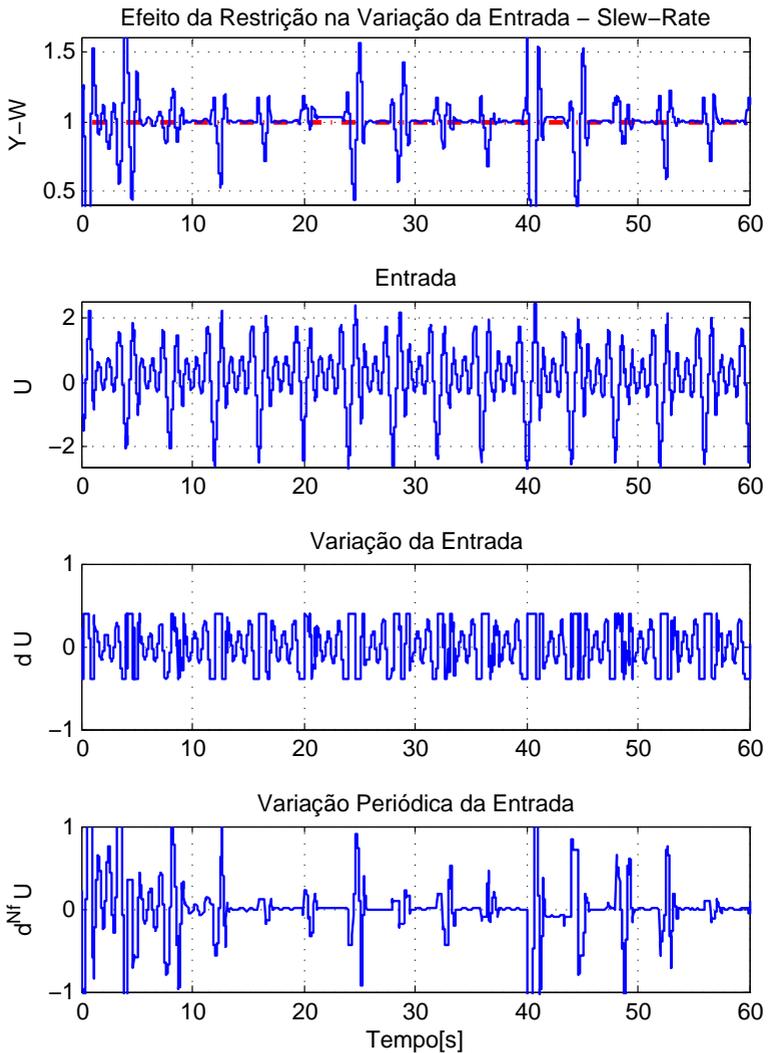


Figura 3.18: Resposta do sistema com restrição na variação da entrada ΔU , *slew-rate* de $(-0,4 \leq \Delta u(k) \leq +0,4)$

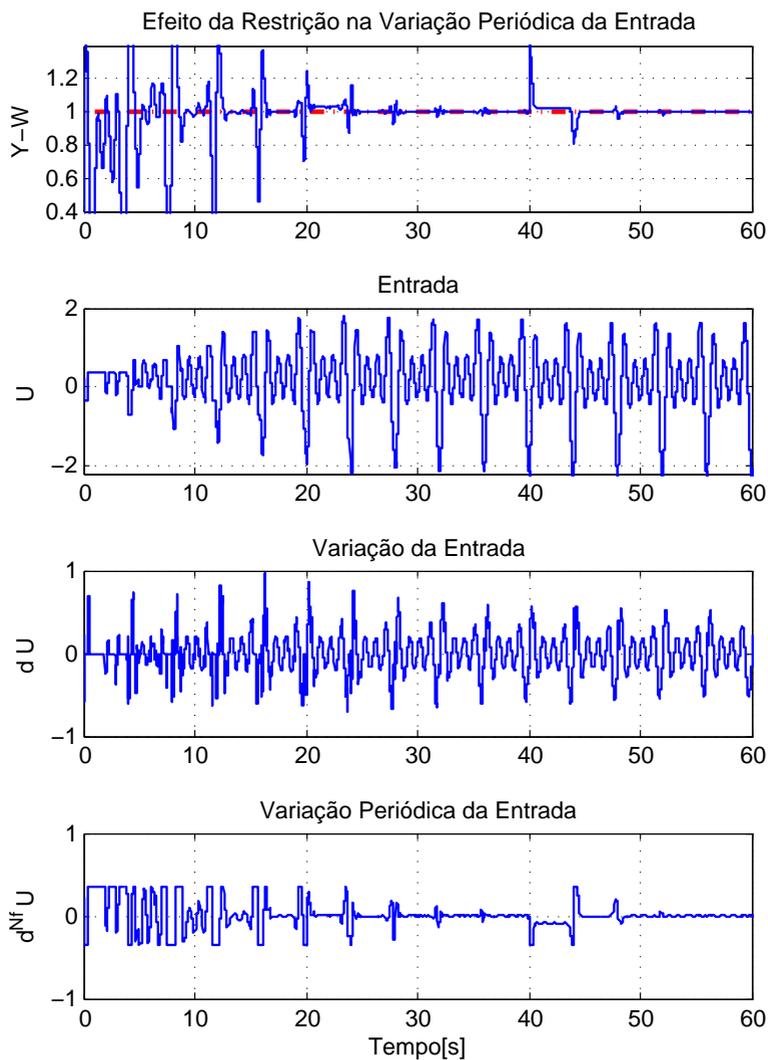


Figura 3.19: Resposta do sistema com restrição na variação periódica da entrada $\Delta^{Nf}U$ ($-0,35 \leq \Delta^{Nf}u(k) \leq +0,35$)

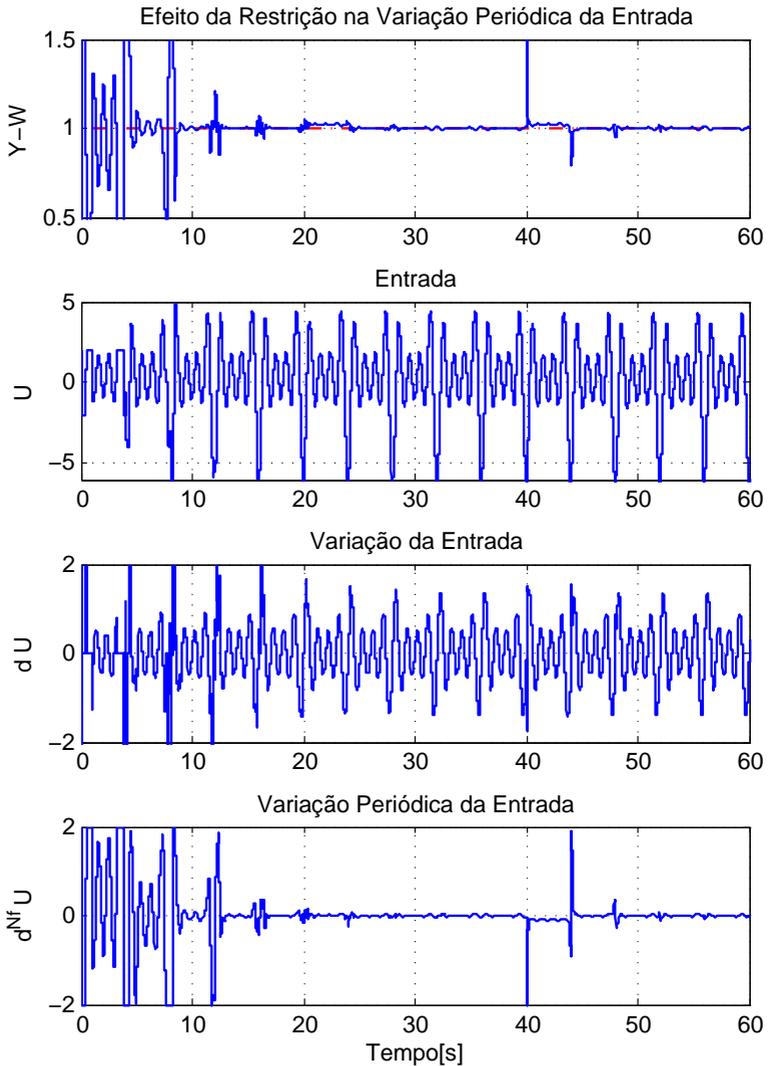


Figura 3.20: Resposta do sistema com restrição na variação periódica da entrada $\Delta^{Nf}U$ ($-2 \leq \Delta^{Nf}u(k) \leq +2$)

3.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Este capítulo apresentou o algoritmo RGPC e suas diferentes variações. Foi possível observar a possibilidade de utilizar diferentes modelos internos e sua influência direta na ação de controle final, dependendo, também, da função custo selecionada e de qual variável ela depende, ΔU , $\Delta^N U$ ou $\Delta \Delta^N U$. Sempre quando se emprega um modelo repetitivo, deve-se utilizar um modelo interno que tenha o filtro de robustez, pois sem a presença deste o sistema de controle em malha fechada fica com ganho elevado em altas frequências, degradando a robustez e aumentando a sensibilidade para ruídos de medição.

Foi proposta uma estrutura básica, uma com o tratamento de restrições e uma separada que possui integrador embutido para as respostas a sinais constantes de referência, além de um modelo interno repetitivo para resposta a sinais periódicos como perturbações.

Então, foi realizada uma simulação comparativa da estrutura proposta com algumas propostas de controle RMPC da literatura para o mesmo cenário de simulação. Todas as estruturas apresentaram um bom desempenho para o caso nominal e a estrutura proposta teve um melhor desempenho na presença de erros de modelagem.

A solução proposta também teve um bom desempenho no tratamento de restrições na ação de controle, garantindo o desempenho do sistema sem a necessidade de utilizar técnicas *anti wind-up*. O estudo realizado verificou o comportamento do sistema para cada tipo de restrição e como estas podem influenciar o tratamento do sinal periódico.

Deve ser ressaltado que a análise deste capítulo não objetiva apontar qual estrutura é melhor e sim mostrar o comportamento de cada uma no cenário definido e suas características básicas. Este estudo pode ser complementado, no futuro, com uma bateria de testes de desempenho por simulações com diferentes ajustes, cenários e modelos de processos.

Na sequência, será desenvolvido um estudo de caso em uma planta didática real que será possível analisar, na prática, o comportamento do algoritmo proposto.

4 ESTUDO DE CASO

Neste capítulo, será descrito um estudo de caso aplicado em um problema real com os procedimentos e ajustes necessários para que seja possível a implementação prática dos algoritmos desenvolvidos.

O objetivo é realizar o controle de uma planta didática real usando um ambiente que possibilita a prototipagem rápida dos sistemas de controle. Com isso, será possível fazer uma comparação das diferentes estruturas quando aplicadas no mesmo processo.

4.1 ROTO MAGNET

O processo a ser controlado é uma planta desenvolvida para o estudo de sistemas sujeitos a sinais periódicos. Trata-se de um motor DC com um aparato magnético para reproduzir perturbações de carga em forma de torque de carga pulsante.

Esse aparato é formado de duas partes, uma barra metálica fixada no eixo do motor com ímãs permanentes em cada ponta e dois eletroímãs fixados em uma base de forma oposta ao eixo de rotação, ou seja, um em cada lado da barra metálica. Com esta configuração, existe uma interação magnética entre a barra, que rotaciona com o motor, e os eletroímãs fixos gerando uma força de atração/repulsão, dependendo da posição da barra. Na figura 4.1, está o equipamento e um esquema de como os ímãs atuam para gerar a perturbação periódica.

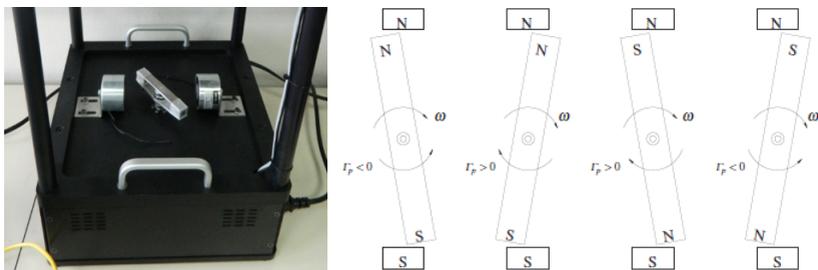


Figura 4.1: Estrutura do *roto magnet* com o motor DC, ímãs e *encoder* na esquerda e à direita, esquema de atuação do aparato magnético onde ω é a velocidade angular e Γ_p a perturbação de torque

Dessa forma, quando o eixo do motor gira a uma velocidade constante, é produzida uma perturbação periódica em forma de tor-

que no eixo do motor com período fundamental inversamente proporcional à velocidade ($T_p = \omega^{-1}$) de rotação. A forma deste torque é caracterizada por quatro etapas de iteração que dependem da posição relativa da barra. Assumindo que a barra rotaciona no sentido horário, a primeira iteração é quando os polos da barra e dos ímãs são iguais de forma que, no momento de aproximação, existe uma força de atração e o torque é no mesmo sentido da rotação, então, a segunda iteração acontece quando esses polos se afastam e o torque agora é oposto à rotação. Agora, os polos são opostos e a força é de repulsão de forma que, ao se aproximarem, na terceira iteração, o torque é oposto ao sentido de rotação e quando se afastam, na quarta iteração, este torque é no mesmo sentido de rotação e fechando o ciclo de iterações que se repetem a cada rotação completa da barra.

Com isso, o objetivo de controle é fazer com que o motor siga uma referência de velocidade angular constante, rejeitando essa perturbação periódica.

4.2 XPC TARGET

O *xPC Target* em conjunto com o *Real-Time Windows Target* e outros produtos da *Mathworks* possibilitam a criação de um ambiente de testes em tempo real para a criação rápida de protótipos funcionais e experimentos *Hardware-In-the-Loop* (HIL), que representam diferentes tipos de cenários e metodologias onde o desenvolvedor pode testar e modificar os parâmetros do sistema.

- **Criação rápida de protótipos funcionais:** neste cenário, o objetivo principal é mostrar a funcionalidade dos algoritmos de controle em um ambiente que seja o mais próximo do ambiente real, onde estão presentes os atuadores e sensores reais com a possibilidade de se ajustar e otimizar os parâmetros do controlador de forma *online* e em tempo real. Com isso, é possível fazer diferentes testes e correções no laboratório antes do equipamento ser levado a campo.
- **Simulações HIL:** é similar ao item anterior, mas no lugar de simular o sistema de controle, o modelo da planta é simulado em tempo real. Assim, um controlador real é conectado a um sistema de simulação de forma que o controlador pense estar controlando a planta real. Com isso, é possível verificar a funci-

onalidade do controlador antes de ser inserido em um sistema real e fazer testes sem a necessidade de protótipos onerosos.

Desta forma, como o objetivo de estudo é a implementação dos algoritmos de controle, o cenário será ajustado para a criação rápida de protótipos funcionais.

4.2.1 Funcionamento

Esta ferramenta necessita de um computador *host* e outro *target*. No primeiro, são desenvolvidos os aplicativos em *Simulink* do sistema de controle, usando o modelo do processo. Então, depois da etapa de validação desses algoritmos, o modelo do processo é trocado pelos blocos correspondentes aos *drivers* dos sensores e atuadores usados na planta.

Com o modelo finalizado, é necessário fazer a construção de seu código fonte (*Build Model*), onde o *Real-Time Workshop* faz a conversão do modelo em *Simulink* para código *C* e com a utilização de um compilador *C/C++*, o código é compilado em um arquivo executável em tempo real. Então, este é transferido via rede para o *target* que está inicializado com o núcleo de tempo real.

Com isso, é possível se comunicar com o *target* para iniciar ou parar uma simulação, modificar parâmetros, salvar dados e outras utilidades, como ilustrado na figura 4.2.

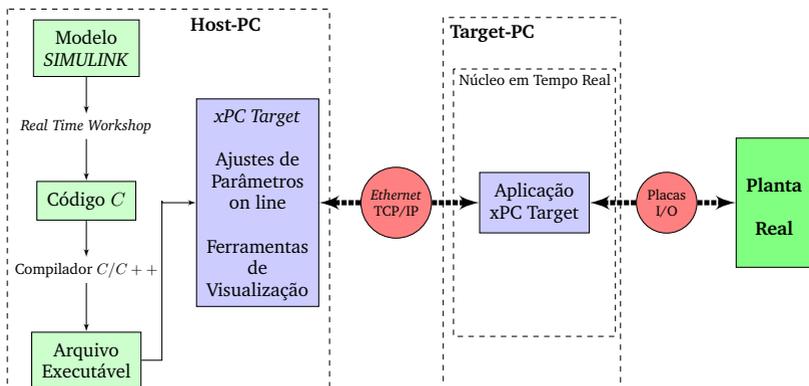


Figura 4.2: Esquema de funcionamento do xPC Target

Dessa forma, o xPC Target diminui o caminho e o tempo entre processo de desenvolvimento e experimentos até a etapa de testes

e implementações reais, isso porque para se fazer uma modificação no aplicativo em *Simulink* é mais simples que fazê-lo no código *C* deste mesmo aplicativo.

4.3 EXPERIMENTOS REALIZADOS

Nos experimentos usando o *xPC Target*, os equipamentos ficam com a configuração observada na figura 4.3

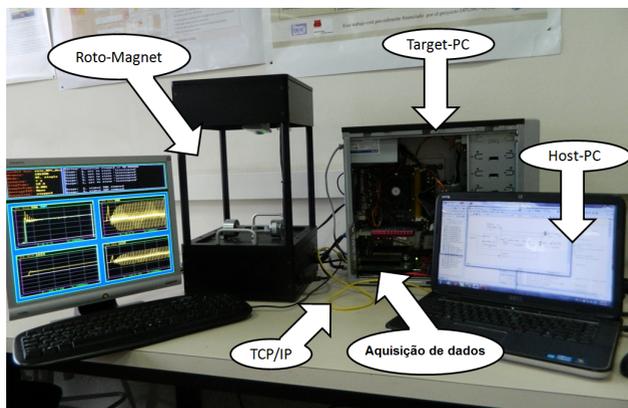


Figura 4.3: Configuração dos equipamentos no laboratório.

Um ponto a ser destacado é que na implementação *Simulink* da planta com os *drivers* de entrada e saída existe uma saturação no sinal de entrada por questões de segurança do equipamento. Assim, o sinal de controle é limitado entre ± 10 V e nos experimentos o valor grafado é o calculado pelos controladores sem a saturação. Para verificar como o sistema se comporta com a ação do aparato magnético e sua dinâmica, foi realizada uma simulação em tempo real do sistema em malha aberta. Nessa simulação, apresentada na figura 4.4, foi aplicado um sinal de 0,35 V (tensão de entrada do motor DC) e com isso a velocidade do motor chegou até 6 Hz. Claramente, a saída é afetada pela perturbação periódica com as variações presentes na velocidade medida.

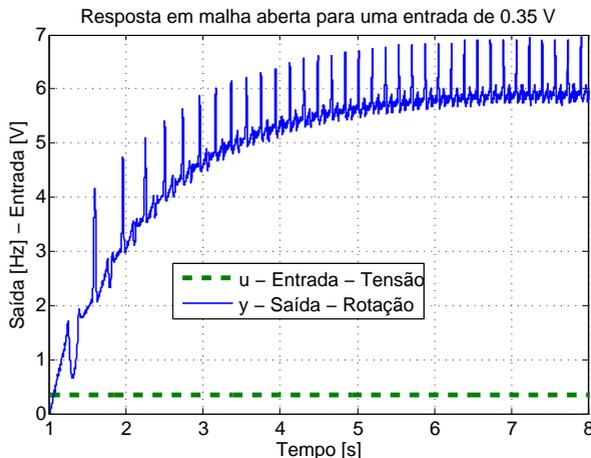


Figura 4.4: Simulação em tempo real do processo em malha aberta e com tensão de entrada 0,35 V

4.3.1 Ajuste dos parâmetros iniciais

O cenário para essa planta será baseado no estudo realizado em [25], que define os parâmetros: T_p , N , T_s , $H(z)$ e o modelo da planta para ajustar um controlador repetitivo *plug-in*.

- **Modelo da Planta - $G(s)$**

após o procedimento de identificação [25], o modelo em malha aberta sem os eletroímãs é

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} = \frac{16.152}{0.457s + 1} \quad (4.1)$$

onde K é definido com (Hz)/V e τ em segundos. Ressaltando aqui, que a resposta da figura 4.4 não representa o ensaio utilizado para identificação do modelo. Essa simulação foi realizada para ilustrar o comportamento do sistema com a presença da perturbação periódica.

- **Período fundamental da perturbação - T_p**

Como o período T_p é inversamente proporcional à velocidade do motor, então é necessário definir um ponto de operação como objetivo do sistema de controle. Para este caso, foi escolhido $\omega_{ref} = 4$ Hz e assim, o período da perturbação periódica é $T_p = \omega_{ref}^{-1} = 0,25$ s.

- **Número de amostras - N**

Foi escolhido $N = 250$, o que garante a representação do sinal amostrado o mais próximo do sinal de perturbação real (contínuo).

- **Período de amostragem - T_s**

Definido com $T_s = T_p/N = 1/(\omega_{ref}N) = 0,001$ s

- **Filtro - $H(z)$**

para o caso *plug-in* foi ajustado $q_0 = 0,5$ e $H(z) = 0,25z + 0,5 + 0,25z^{-1}$ que mostrou um bom desempenho.

- **Controlador nominal - $G_c(z)$**

Como controlador nominal para o ajuste do laço interno da estrutura *plug-in* foi escolhido um controlador proporcional-integral (PI)

$$G_c(z) = \frac{1,8z - 1,796}{z - 1}$$

Com a definição destas variáveis é possível ajustar as diferentes estruturas de controle propostas e deste modo, realizar os experimentos de validação.

4.3.2 Simulações - PI e *Plug-in*

Primeiramente, realiza-se uma simulação com um controlador simples, o PI definido anteriormente. Neste experimento (4.5), é possível observar como o controlador leva rapidamente o motor para a velocidade de referência, entretanto, a perturbação não é rejeitada o que mostra a incapacidade desta estrutura em tratar sinais periódicos devido a falta do modelo interno.

À vista disso, um controlador repetitivo do tipo *plug-in* (2.2) foi ajustado com

$$K_r = 0,70; G_x(z) = K_r T_o^{-1}$$

para atuar em conjunto com o PI citado anteriormente ($G_c(z)$) e então, realizado um experimento com esta nova estrutura de controle que pode ser observada na figura 4.6. Na resposta temporal desta simulação, a velocidade do motor ultrapassa o valor de referência consideravelmente com um elevado sobressinal, contudo, na volta, o sistema consegue rejeitar completamente a perturbação periódica.

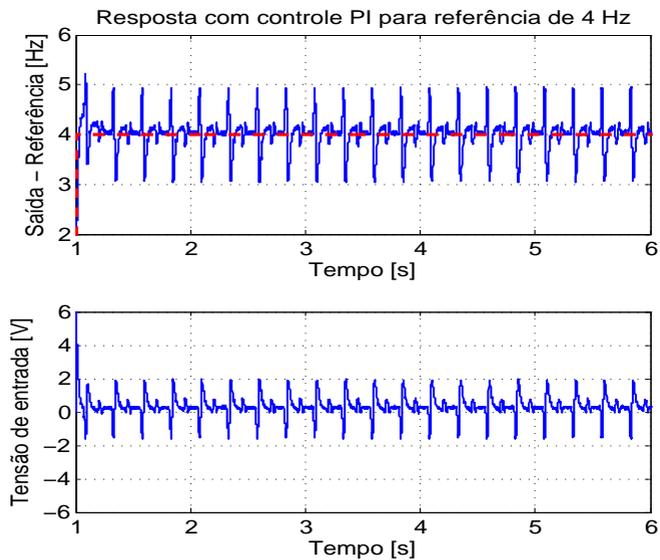
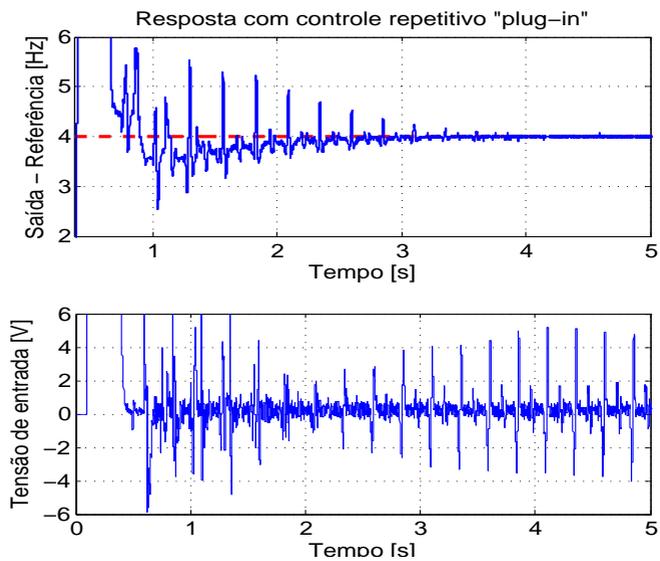


Figura 4.5: Controlador PI

Figura 4.6: Estrutura *Plug-in*

Com essa simulação, é possível observar a necessidade do modelo interno repetitivo para o tratamento de sinais periódicos. Além do mais, verificou-se a principal limitação da estrutura *plug-in* que possui apenas o parâmetro K_r para se variar a resposta dinâmica do sistema, o que impossibilita alcançar diferentes dinâmicas para o seguimento e rejeição.

Usando esta estrutura de controle, um projetista poderia tentar alcançar menor velocidade no seguimento (diminuindo o valor de K_r) com a desvantagem de uma resposta ainda mais lenta para a rejeição da perturbação periódica. Na simulação, a perturbação periódica foi rejeitada entre 3 e 4 segundos e ainda assim ocorreu um grande sobressinal na dinâmica de seguimento.

Uma observação aqui, é que com esta estrutura poderia ser ajustado um PI de forma diferente, com uma ação mais conservadora ou agressiva, para que então o *plug-in* fosse ajustado. Entretanto, essa nova abordagem não estaria considerando apenas os parâmetros de ajuste da estrutura *plug-in* e sim os parâmetros das duas estratégias de controle sem considerara a forma de iteração que uma tem com a outra.

4.3.3 Simulações - Estrutura proposta

A simulação da estrutura RGPC proposta foi realizada em duas partes, uma com a estrutura básica definida na seção 3.1 e outra com o projeto separado desenvolvido na seção 3.4. Configuradas com o seguinte ajuste

- Estrutura básica:

$$N_y = 10, N_u = 5, q_0 = 0,9, \lambda_N = 0,05$$

- Projeto separado:

Usando a estrutura básica definida anteriormente para o subcontrolador repetitivo e com o seguinte ajuste para o subcontrolador preditivo clássico:

$$N_{y_n} = 10, N_{u_n} = 5, \lambda = 1$$

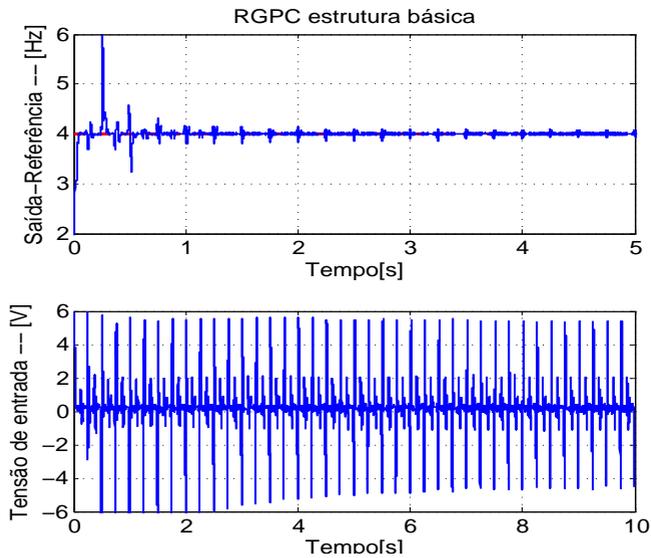


Figura 4.7: Simulação em tempo real do RGPC - estrutura básica

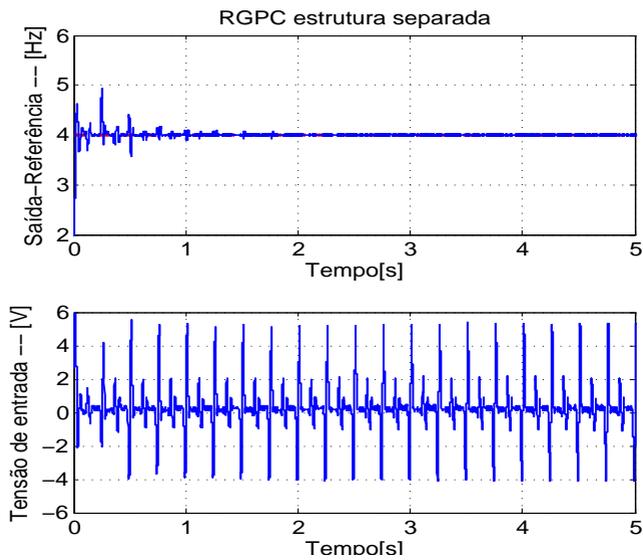


Figura 4.8: Simulação em tempo real do RGPC - estrutura separada

O resultado do experimento para a estrutura básica pode ser observado na figura 4.7. O controlador possui uma ação de controle agressiva no início do experimento até que o motor atinge o valor de referência com a presença de um sobressinal com amplitude menor que a apresentada pelo controlador *plug-in*.

Com esta estrutura a rejeição da perturbação ocorreu entre 1 e 2 segundos ainda com a presença de algumas componentes periódicas que diminuem com o passar do tempo. Com esta estrutura é possível alcançar diferentes dinâmicas de resposta tanto para seguimento quanto para rejeição, porém isto ocorre devido a presença de mais parâmetros de ajuste. Ainda assim a separação não é completa, porque uma modificação na ponderação λ_N vai trazer modificações em ambas as respostas.

O experimento que mostra a estrutura com projeto separado esta plotado na figura 4.8. Nessa estrutura sim, existe uma separação bem definida das dinâmicas de seguimento e rejeição. Visualizando a imagem pode-se observar que a perturbação periódica é rejeitada entre 0,5 e 1 segundo, agora sem a presença do elevado sobressinal confirmada com a inexistência de elevados valores de tensão de entrada. Outra característica desta estrutura é que internamente ao controlador é possível analisar as ações de controle de forma separada e visualizar em cada momento onde estão atuando (seguimento ou rejeição) por meio das variáveis u_n e u_r . No princípio a atenção é para o seguimento da referência (u_n atuando) e então este vai a zero deixando apenas a porção periódica em ação (u_r atuando).

4.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo, os algoritmos de controle foram implementados e aplicados em uma planta didática. Nesta configuração, foi possível analisar o comportamento do sistema em malha aberta e então foram ajustados diferentes controladores.

O controlador básico da estrutura proposta teve um bom desempenho, rejeitando a perturbação periódica e com uma dinâmica desejada. Nessa estrutura, é possível utilizar diferentes combinações de ajustes para se obter as características dinâmicas desejadas. Isso mostra o avanço dessa estrutura frente ao clássico *plug-in*, pois este possui apenas um parâmetro de ajuste.

Foi possível observar a dinâmica da resposta da estrutura com projeto separado. Nesta estrutura é possível alcançar diferentes di-

nâmicas para seguimento e rejeição, por exemplo, ao se aumentar o valor da ponderação λ , o controlador preditivo clássico trata o seguimento com uma resposta mais conservadora, podendo aumentar o tempo de resposta ao seguimento.

O próximo passo será realizar os experimentos com os trabalhos que combinam o preditivo com o repetitivo citadas como referência na seção 2.3 e comparadas apenas em simulação. Com isso, será possível verificar os índices de desempenho de cada estrutura atuando neste processo e obter uma comparação melhor.

Na sequência, será realizada a conclusão deste trabalho e as possibilidades de trabalhos futuros.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo final da dissertação de mestrado faz uma disposição geral das principais conclusões do trabalho e também, de possíveis direcionamentos para trabalhos futuros. As conclusões serão apresentadas de forma mais abrangente, uma vez que, ao final de cada capítulo, foram desenvolvidas as conclusões mais específicas de cada um deles.

5.1 CONCLUSÃO

Este trabalho estudou diferentes estruturas de controle preditivo repetitivo para o tratamento de sinais periódicos. Nessa proposta de controle, foi possível unir as características de duas estratégias diferentes, o controle repetitivo e o controle preditivo. Com as novas características do filtro de robustez no modelo interno, ação de controle baseada nesse modelo interno e o tratamento de restrições dada esta nova ação de controle.

Primeiramente, utilizando um modelo incremental periódico foi possível inserir o gerador de um sinal periódico genérico em uma modificação do algoritmo GPC clássico. Dessa forma, baseado no princípio do modelo interno, o algoritmo de controle tem a capacidade de seguir e rejeitar sinais periódicos de referência ou perturbações. Assim, este algoritmo ficou como base para os desenvolvimentos seguintes.

Na sequência, o algoritmo proposto foi modificado para uma estrutura separada, possibilitando obter diferentes características dinâmicas para o seguimento de referências e rejeição de perturbações. Isso não era possível com a estrutura anterior, porque independente do ajuste definido sempre existia a influência de uma na outra.

Por fim, a estrutura básica foi testada em simulações e testes com uma implementação prática executada em tempo real. O algoritmo apresentado conseguiu tratar o sinal periódico com diferentes possibilidades de resposta dinâmica para determinadas relações de desempenho e robustez. Outra situação na qual o controlador obteve um bom desempenho foi na presença de restrições no sistema, onde a característica de otimização *online* manteve as condições de operação sem violar as restrições, eliminando a necessidade de implementar técnicas *anti-windup*.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Os resultados obtidos em simulação do controle proposto com a técnica de separação foram promissores, mas é necessário realizar, ainda, testes experimentais (que não foram concluídos até o momento) e pesquisar melhor as técnicas de sintonia baseadas, por exemplo, em índices de desempenho.

Além disso, este trabalho considerou apenas o caso de sinais periódicos com periodicidade constante. Mas constatou-se que o desempenho se mostra fortemente degradado quando a frequência do sinal periódico está fora de seu valor nominal ou seu valor varia com o tempo, levando o sistema à instabilidade em alguns casos. Desta forma, outro tema para desenvolvimento em trabalho futuro seria o estudo das modificações necessárias para se tratar a variabilidade do período do sinal. Isso pode ser feito com duas abordagens diferentes:

- **Técnica adaptativa:**

Nesta técnica, é possível utilizar sistemas adaptativos que identificam a periodicidade do sinal em questão e em seguida, fazem uma adaptação do sistema de controle. [25]

- **Técnica com variação do período de amostragem:**

Aqui, o sinal periódico com período variável é tratado pelo sistema de controle com a variação do período de amostragem, já que este está diretamente ligado ao período do sinal. Ou seja, modificar a relação de $T_p = NT_s$ para variações de T_p , atuando apenas em T_s . [25]

Outros trabalhos possíveis seriam:

- o estudo das características dos algoritmos desenvolvidos neste trabalho, quando implementados para sistemas *Multiple Input Multiple Output* (MIMO).
- modificações nos algoritmos para que o sistema de controle final tenha garantia de estabilidade, com o uso de custo terminal. Ou um determinado grau de estabilidade com a utilização de ponderação exponencial como em [30].

REFERÊNCIAS

- 1 GINHOUX, R. et al. Active filtering of physiological motion in robotized surgery using predictive control. *Robotics, IEEE Transactions on*, v. 21, n. 1, p. 67–79, 2005.
- 2 SEPARATED design of robust model predictive control for LPV systems with periodic disturbance. *Journal of Process Control*, v. 24, n. 1, p. 250 – 260, 2014.
- 3 WANG, L. et al. Predictive-repetitive control with constraints: From design to implementation. *Journal of Process Control*, v. 23, p. 956 – 967, 2013.
- 4 CAMACHO, E.; BORDONS, C. *Model Predictive Control*. London: Springer, 2004.
- 5 NORMEY-RICO, J. *Control of Dead-time Processes*. London: Springer, 2007.
- 6 LEE, J. H.; NATARAJAN, S.; LEE, K. S. A model-based predictive control approach to repetitive control of continuous processes with periodic operations. *Journal of Process Control*, v. 11, n. 2, p. 195 – 207, 2001.
- 7 ÁLVAREZ, J.; YEBRA, L.; BERENGUEL, M. Repetitive control of tubular heat exchangers. *Journal of Process Control*, v. 17, p. 689 – 701, 2007.
- 8 EMAD, A.; AJBAR, A.; ALMUTAZ, I. Periodic control of a reverse osmosis desalination process. *Journal of Process Control*, v. 22, p. 218 – 227, 2012.
- 9 MANAYATHARA, T.; TSAO, T.-C.; BENTSMAN, J. Rejection of unknown periodic load disturbances in continuous steel casting process using learning repetitive control approach. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 4, p. 259–265, 1996.
- 10 BORDONS, C.; CUELI, J. Predictive controller with estimation of measurable disturbances. application to an olive oil mill. *Journal of Process Control*, v. 14, p. 305 – 315, 2004.
- 11 CUIYAN ZHANG DONGCHUN, Z. X. L. A survey of repetitive control. In: . [S.l.: s.n.], 2004. v. 2, p. 1160 – 1166.

- 12 XU, J.-X.; PANDA, S. K.; LEE, T. H. Ilc for process temperature control: Application to a water-heating plant. In: *Real-time Iterative Learning Control*. London: Springer, 2009, (Advances in Industrial Control). p. 65–83.
- 13 FRANCIS, B.; WONHAM, W. The internal model principle of control theory. *Automatica*, v. 12, n. 5, p. 457 – 465, 1976.
- 14 FRANCIS, B.; WONHAM, W. Internal model principle in control theory. *Automatica*, v. 12, p. 457–465, 1976.
- 15 TOMIZUKA, M. Zero phase error tracking algorithm for digital control. *Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control*, v. 109, p. 65–68, March 1987.
- 16 NATARAJAN, S.; LEE, J. H. Repetitive model predictive control applied to a simulated moving bed chromatography system. *Computers & Chemical Engineering*, v. 24, n. 2–7, p. 1127 – 1133, 2000.
- 17 GUPTA, M.; LEE, J. H. Period-robust repetitive model predictive control. *Journal of Process Control*, v. 16, n. 6, p. 545 – 555, 2006.
- 18 WANG, L. et al. Multivariable repetitive-predictive controllers using frequency decomposition. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, v. 20, n. 6, p. 1597–1604, 2012.
- 19 WANG, L. et al. Experimentally validated repetitive-predictive control of a robot arm with constraints. In: *American Control Conference (ACC)*. Canada: ACC, 2012. p. 5495–5500.
- 20 CLARKE, D. W.; MOHTADI, C.; TUFFS, P. Generalized predictive control. part i. the basic algorithm. *Automatica*, Elsevier, v. 23, n. 2, p. 137–148, 1987.
- 21 CLARKE, D.; MOHTADI, C.; TUFFS, P. Generalized predictive control. part ii: Extensions and interpretations. *Automatica*, Elsevier, v. 23, n. 2, p. 149–160, 1987.
- 22 CLARKE, D. W.; MOHTADI, C. Properties of generalized predictive control. *Automatica*, Elsevier, v. 25, n. 6, p. 859–875, 1989.
- 23 CLARKE, D. W.; GAWTHROP, P. J. Self-tuning controller. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, IET Digital Library, v. 122, n. 9, p. 929–934, 1975.

- 24 COSTA-CASTELLO, R.; NEBOT, J.; GRINO, R. Demonstration of the internal model principle by digital repetitive control of an educational laboratory plant. *Education, IEEE Transactions on*, v. 48, n. 1, p. 73 – 80, Feb. 2005.
- 25 RAMOS, G.; COSTA-CASTELLÓ, R.; OLM, J. *Digital Repetitive Control under Varying Frequency Conditions*. [S.l.]: Springer, 2013. (Lecture Notes in Control and Information Sciences). ISBN 9783642377778.
- 26 TIWARI, P.; KOTHARE, M. Repetitive model predictive control using linear matrix inequalities. In: *American Control Conference, 2008*. USA: ACC, 2008. p. 63–68.
- 27 GINHOUX, R. et al. Model predictive control for cancellation of repetitive organ motions in robotized laparoscopic surgery. In: *Surgery Simulation and Soft Tissue Modeling*. Berlin: Springer-Verlag, 2003. v. 2673, p. 353–365.
- 28 HIPPE, P. *Windup in Control: Its Effects and Their Prevention*. London: Springer, 2010. (Advances in Industrial Control).
- 29 SBARBARO, D.; TOMIZUKA, M.; BARRA, B. L. de la. Repetitive control system under actuator saturation and windup prevention. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v. 131, p. 44505, 2009.
- 30 WANG, L. *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB (Advances in Industrial Control)*. London: Springer, 2009.

ANEXO

ARTIGO PUBLICADO NO IFAC 2014

Artigo publicado no 19º congresso mundial da IFAC (*International Federation of Automatic Control*), realizado em agosto de 2014 na Cidade do Cabo - África do Sul.

Repetitive model based predictive controller to reject periodic disturbances. *

Daniel M. Cruz* Julio E. Normey-Rico*
Ramon Costa-Castelló**

* *Departamento de Automação e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, 88040-900, Florianópolis, SC, Brazil (e-mail: danielcruz@das.ufsc.br, julio@das.ufsc.br)*

** *Departament d'Enginyeria de Sistemes, Automàtica i Informàtica Industrial, Universitat Politècnica de Catalunya, 08028, Barcelona, Spain (e-mail: ramon.costa@upc.edu)*

Abstract: This paper presents a repetitive model predictive controller to reject periodic disturbances in industrial processes. The proposed technique uses a state-space model with embedded repetitive action to integrate most important characteristics from both repetitive and predictive controllers. Thus, the obtained control strategy combines best characteristics from both repetitive and model predictive control. A simulation case study is presented to discuss several aspects related to disturbance rejection performance, parameters tuning and constraints effects, and to compare this new control strategy with traditional repetitive and model predictive controllers.

Keywords: Periodic Signals, Repetitive Control, Model Predictive Control, Constraints.

1. INTRODUCTION

Many processes are subject to periodic disturbances or references, some examples are: tubular heat exchangers [Álvarez et al., 2007], reverse osmosis desalination [Emad et al., 2012], casting processes [Manayathara et al., 1996] or olive oil mills [Bordons and Cueli, 2004] among others. Repetitive Control (RC) [Li Cuiyan, 2004] has been extensively used to deal with periodic references/disturbances. Furthermore, RC is a technique which is closely related to other strategies like Iterative Learning Control (ILC) and Run-to-Run (R2R) [Wang et al., 2009], which have been successfully used in different types of process control [Xu et al., 2009].

As an Internal Model Principle (IMP) - based strategy (see Francis and Wonham [1976]), RC uses an Internal Model (IM) that, guarantees tracking/rejection capabilities of periodic references/disturbances. This IM provides infinite or very high gain at a given frequency and its harmonics. In order to guarantee closed-loop stability usually a plug-in architecture is used combined with a phase-cancellation technique. Although this formulation is simple to implement (reduced computation burden and number of tuning parameters). In practice it is very restrictive in the closed-loop behavior than can be achieved.

Additionally, it is well known that, in systems with actuator saturation, a controller with these characteristics may produce a wind-up effect in which the states of the controller can grow unbounded [Hippe, 2010]. Even if the gain is not infinite but high, the states can overgrow significantly making harder to recover the system to the

linear behavior. In order to overcome this problem several anti-windup schemes have been proposed.

In order to preserve steady-state RC performance, improve time response and handle actuator limitation properly in this work combining repetitive control and Model Predictive Control (MPC) is proposed.

MPC is a control technique which uses internally the plant model to compute the system output predictions and determines the optimal input according to a certain cost function [Camacho and Bordons, 2004]. One of the nicest properties of MPC is that it can be tuned by using very simple and intuitive parameters. Another very important property of MPC is its capability to handle constraints both in the output and control action. Among others these constraint handling capabilities implies that no anti-windup scheme is required.

In order to guarantee null steady-state error in front of constant (or piecewise constant) signals (references or disturbances) most MPC schemes introduce an integrator to augment the plant model (incremental control), this can be obtained if closed-loop stability is ensured. This integrator can be thought as the step IM, similarly if the control system is dealing with periodical signals an IM for periodical signals should be used. Combining RC and MPC has been previously introduced in the field of surgery [Natarajan and Lee, 2000, Ginhoux et al., 2005]. A more formal introduction can be found in the state-space domain in Lee et al. [2001], Gupta and Lee [2006]. Recently these concepts have been extended to multivariable systems [Wang et al., 2012a] and systems with constraints [Wang et al., 2012b, 2013]. Different from these works, in this paper we propose a new and simple

* This work was supported in part by CNPq - Brasil.