

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

Bruno Terêncio do Vale

**IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE FRATURA DISCRETA NA
SIMULAÇÃO DE RESERVATÓRIOS NATURALMENTE FRATURADOS
UTILIZANDO O MÉTODO DE VOLUMES FINITOS BASEADO EM
ELEMENTOS (EBFVM)**

Florianópolis

2014

Bruno Terêncio do Vale

**IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE FRATURA DISCRETA NA
SIMULAÇÃO DE RESERVATÓRIOS NATURALMENTE FRATURADOS
UTILIZANDO O MÉTODO DE VOLUMES FINITOS BASEADO EM
ELEMENTOS (EBFVM)**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Clovis Raimundo Maliska

Coorientador: Prof. Francisco Marcondes

Florianópolis

2014

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Vale , Bruno Terêncio do
Implementação do modelo de fratura discreta na simulação
de reservatórios naturalmente fraturados utilizando o
método de volumes finitos baseado em elementos (EbFVM) /
Bruno Terêncio do Vale ; orientador, Clovis Raimundo
Maliska ; coorientador, Francisco Marcondes. -
Florianópolis, SC, 2014.
88 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica.

Inclui referências

1. Engenharia Mecânica. 2. Simulação de Reservatórios de
Petróleo. 3. Reservatórios Naturalmente Fraturados. 4.
Modelo de Fratura Discreta. I. Maliska, Clovis Raimundo.
II. Marcondes, Francisco. III. Universidade Federal de
Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica. IV. Título.

Bruno Terêncio do Vale

**IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE FRATURA DISCRETA NA
SIMULAÇÃO DE RESERVATÓRIOS NATURALMENTE FRATURADOS
UTILIZANDO O MÉTODO DE VOLUMES FINITOS BASEADO EM
ELEMENTOS (EBFVM)**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de “Mestre em Engenharia Mecânica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis, 10 de Março 2014.

Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Júnior, Dr. Eng., Coordenador do
Curso

Prof. Clovis Raimundo Maliska, Ph.D., Orientador

Prof. Francisco Marcondes, Dr. Eng., Coorientador

BANCA EXAMINADORA

Prof. Antônio Fábio Carvalho da Silva, Dr. Eng.

Prof. Emilio Ernesto Paladino, Dr. Eng.

Prof. Sergio Peters, Dr. Eng.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Clovis Raimundo Maliska, meu orientador, pelo voto enorme de confiança depositado na realização desta pesquisa. Agradeço também ao professor Francisco Marcondes, meu coorientador, por toda disponibilidade e auxílio prestado.

A todo pessoal do laboratório SINMEC, pelo companheirismo ao longo destes últimos sete anos. Em particular à Tatiane, por ser nossa maior incentivadora e por ter me apresentado à engenharia quando me indicou como bolsista, ao Fernando e ao Gustavo, por todos conselhos e pela disposição em sempre ajudar, e aos melhores companheiros de sala que se pode pedir, Ederson e Giovani.

À Agência Nacional do Petróleo pelo apoio financeiro concedido através da bolsa de estudos.

Ao POSMEC (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica) pela infraestrutura oferecida, pelo corpo docente de qualidade e pelos exímios funcionários. Em particular agradeço à Marieta e à Goreti, duas pessoas que admiro muito e sem as quais não haveria dissertação.

Aos meus amigos, por fazerem minha vida.

À minha família, pelo apoio incondicional. Ao meu pai, onde quer que esteja, por tudo que fez para eu chegar até aqui. Às mulheres de minha vida: Maria Júlia, Maria Helena e Mariana. São, respectivamente, meus exemplos máximos de motivação, bondade e amizade.

A Deus.

SUMÁRIO

Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	vii
Lista de Símbolos	ix
Resumo	xiii
Abstract	xv
1 Introdução	1
1.1 Preliminares	1
1.2 Objetivos	4
1.3 Organização do trabalho	4
2 Revisão Bibliográfica	7
2.1 Caracterização dos reservatórios naturalmente fraturados	7
2.2 Simulação de reservatórios naturalmente fraturados	9
2.2.1 Modelo de meio poroso equivalente	11
2.2.2 Modelo de múltiplos domínios	12
2.2.3 Modelo de fraturas discretas	15
2.2.4 Modelos híbridos	18
2.3 Fraturamento hidráulico	19
2.4 Método de volumes finitos baseado em elementos - EbFVM	21
2.4.1 Biblioteca EFVLib	24
2.4.2 Biblioteca ACMLib	25
3 Modelo Matemático	29
3.1 Formulação das equações governantes	29
3.1.1 Modelos para a permeabilidade relativa e para a pres- são capilar	32

3.2	Modelo de Fratura Discreta	33
4	Modelo Numérico	37
4.1	Discretização das equações de conservação na rocha-matriz	37
4.2	Discretização das equações de conservação na fratura	47
4.3	Método IMPES	50
5	Resultados	53
5.1	Validação do modelo de fratura discreta	53
5.1.1	Caso 1: geometria com uma fratura	53
5.1.2	Caso 2: geometria com seis fraturas	62
5.2	Influência de propriedades da fratura	67
5.3	Anisotropia da rocha-matriz	74
6	Conclusões	77
6.1	Sugestões para trabalhos futuros	78
	Referências Bibliográficas	81

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Representação explícita da fratura em uma malha – modelo de porosidade simples	10
Figura 2.2	Representação do modelo de dupla porosidade convencional	13
Figura 2.3	Comparação entre o modelo de porosidade simples e os modelos de múltiplos domínios	14
Figura 2.4	Representação da fratura na malha – modelo USDFM...	16
Figura 2.5	Simplificação geométrica proposta no modelo de fratura discreta	16
Figura 2.6	Exemplo de um modelo híbrido	19
Figura 2.7	Esquema de um fraturamento hidráulico	20
Figura 2.8	Volume de controle e seus componentes no EbFVM.....	23
Figura 2.9	Hierarquia de malhas no método multigrid	26
Figura 3.1	Exemplo de curvas de permeabilidade relativa com o modelo de Corey	33
Figura 3.2	Coordenada ω ao longo da fratura	35
Figura 3.3	Pressão capilar e relação entre as saturações na interface matriz-fratura	35
Figura 4.1	Obtenção do volume de controle no EbFVM	38
Figura 4.2	Transformação de variáveis e padronização dos elementos	39
Figura 4.3	Vetores área com convenção utilizada na EFVLib: a) elemento triangular; b) elemento quadrilátero	45

Figura 4.4	Método <i>upwind</i> para escolha do ponto no qual valorar a mobilidade: a) $\lambda_{jk} = \lambda_j$; b) $\lambda_{jk} = \lambda_k$	46
Figura 4.5	Volume de controle com um trecho de fratura.....	48
Figura 4.6	Fluxograma do método numérico.....	52
Figura 5.1	Estrutura do caso 1.....	54
Figura 5.2	Malha e nós considerados na análise da anisotropia dos coeficientes do sistema linear resultante.....	56
Figura 5.3	Malhas utilizadas para o caso 1 e similares. a) Malha 1 - 580 nós, 1074 elementos; b) Malha 2 - 841 nós, 1600 elementos; c) Malha 3 - 3281 nós, 6400 elementos.....	57
Figura 5.4	Resultados do caso 1 sem pressão capilar para diferentes tamanhos de malha.....	58
Figura 5.5	Comparação de resultados do caso 1 proposto por Monteagudo e Firoozabadi (2004).....	59
Figura 5.6	Comparação de resultados do caso 1 proposto por Marcondes, Varavei e Sepehrnoori (2010).....	60
Figura 5.7	Comparação do volume de óleo produzido com resultados de Marcondes, Varavei e Sepehrnoori (2010) para o caso 1 sem pressão capilar.....	61
Figura 5.8	Campo de saturação para o caso 1 após 50 dias. a) $B^m = B^f = 0$ atm; b) $B^m = B^f = 1$ atm; c) $B^m = 1$ atm e $B^f = 0,2$ atm.....	62
Figura 5.9	Rede de fraturas e malha utilizada na resolução do caso 2	62
Figura 5.10	Comparação dos campos de saturação para o caso 2 após aproximadamente 25 dias. a) $B^m = B^f = 0$ atm; b) $B^m = B^f = 1$ atm; c) $B^m = 1$ atm e $B^f = 0,2$ atm.....	64
Figura 5.11	Comparação dos campos de saturação para o caso 2 com $B^m = B^f = 0$ atm após a) 12 dias; b) 25 dias; c) 40 dias. ..	65
Figura 5.12	Volume de óleo produzido com o caso 2 para diferentes valores de pressão capilar.....	66

Figura 5.13	Detalhe de uma intersecção de fraturas na malha do caso 2	67
Figura 5.14	Campo de saturação para o caso 1 sem considerar pressão capilar após: a) 5 dias; b) 10 dias; c) 25 dias; d) 35 dias	68
Figura 5.15	Volume de óleo produzido no caso 1 para diferentes valores de permeabilidade da fratura	69
Figura 5.16	Campo de saturação para o caso 1 após 50 dias. a) $K^f = 8,26119 \times 10^{-12} \text{ m}^2$; b) $K^f = 8,26119 \times 10^{-11} \text{ m}^2$; c) $K^f = 8,26119 \times 10^{-10} \text{ m}^2$	70
Figura 5.17	Geometrias de acordo com a inclinação θ da fratura em relação à horizontal: a) $\theta = 45^\circ$; b) $\theta = 0^\circ$; c) $\theta = -45^\circ$...	71
Figura 5.18	Volume de óleo produzido para casos com fraturas em diferentes graus de inclinação	71
Figura 5.19	Campo de saturação após 50 dias para fraturas com inclinação: a) $\theta = 45^\circ$; b) $\theta = 0^\circ$; c) $\theta = -45^\circ$	72
Figura 5.20	Geometrias abordadas, classificadas pela coordenada da fratura mais próxima do poço injetor, aqui indicada pela letra A: a) $A = (0, 1; 0, 1)$; b) $A = (0, 2; 0, 2)$; c) $A = (0, 3; 0, 3)$.	72
Figura 5.21	Volume de óleo produzido para casos com fratura em diferentes posições.....	73
Figura 5.22	Campo de saturação após 50 dias para casos com coordenada: a) $A = (0, 1; 0, 1)$; b) $A = (0, 2; 0, 2)$; c) $A = (0, 3; 0, 3)$	74
Figura 5.23	Campo de saturação após 50 dias para casos onde na matriz: a) $K_{xx} = K_{yy}$; b) $K_{xx} = 2K_{yy}$; c) $K_{xx} = 4K_{yy}$	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1	Funções de forma para o elemento triangular	40
Tabela 4.2	Funções de forma para o elemento quadrilátero	40
Tabela 4.3	Coordenadas dos centróides e volumes dos subelementos no triângulo padrão	41
Tabela 4.4	Coordenadas dos centróides e volumes dos subelementos no quadrilátero padrão	42
Tabela 4.5	Coordenadas dos centróides das faces no triângulo padrão.....	44
Tabela 4.6	Coordenadas dos centróides das faces no quadrilátero padrão	45
Tabela 5.1	Propriedades do fluido	54
Tabela 5.2	Propriedades do meio poroso	54
Tabela 5.3	Constantes da permeabilidade relativa para Monteagudo e Firoozabadi (2004)	55
Tabela 5.4	Coeficientes para o passo de tempo	55
Tabela 5.5	Coeficiente da diagonal principal do sistema linear resultante para o volume de controle p , após 10 dias	56
Tabela 5.6	Constantes da permeabilidade relativa para Marcondes, Varavei e Sepehrnoori (2010)	59
Tabela 5.7	Coordenadas dos extremos de cada uma das fraturas no caso 2	63

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Romanos

A	Coordenada inicial da fratura, m
B	Coefficiente da pressão capilar, Pa
g	Aceleração da gravidade, m/s^2
J	Matriz jacobiana da transformação de coordenadas
\mathbb{K}	Tensor permeabilidade absoluta, m^2
K	Permeabilidade absoluta, m^2
k_r	Permeabilidade relativa
k_{rowi}	Permeabilidade relativa do óleo na saturação de água irreduzível
k_{rowor}	Permeabilidade relativa da água na saturação residual de óleo
L	Comprimento da fratura, m
n_o	Expoente de Corey para o óleo
N_v	Número de vértices de um elemento
n_w	Expoente de Corey para a água
\mathcal{N}	Função de forma
P	Pressão, Pa
P_c	Pressão capilar, Pa
q	Vazão volumétrica por unidade de volume, s^{-1}
\dot{q}	Vazão mássica por unidade de volume, $(kg/s)/m^3$
\bar{q}	Vazão volumétrica, m^3/s
S	Saturação
S_{or}	Saturação de óleo residual
S_{wi}	Saturação de água irreduzível

t	Variável tempo, s
\mathbf{u}	Vetor velocidade de Darcy, m/s
V_p	Volume ocupado pelos poros, m ³
V_T	Volume total ocupado pela rocha, m ³
x, y, z	Coordenadas globais, m

Símbolos Gregos

β	Fator de correção do passo de tempo adaptativo
Δt	Passo de tempo, s
ΔS	Variação de saturação
$\Delta \mathbf{S}$	Vetor área de passagem do fluxo, m ²
ΔV_p	Volume de um volume de controle p , m ³
ΔV_s	Volume do subelemento s , m ³
∇P	Gradiente de pressão, Pa/m
γ	Propriedade genérica
λ	Mobilidade, (Pa.s) ⁻¹
μ	Viscosidade dinâmica, Pa.s
ω	Coordenada ao longo da fratura, m
Ω	Domínio fraturado
Ω_f	Subdomínio da fratura
Ω_m	Subdomínio da rocha-matriz
ϕ	Porosidade
Φ	Potencial, Pa
ρ	Massa específica, kg/m ³
θ	Inclinação
ε	Espessura da fratura, m
ξ, η	Coordenadas locais do elemento
$\Delta x, \Delta y$	Variação das coordenadas globais, m
$\Delta \xi, \Delta \eta$	Variação das coordenadas locais do elemento

Abreviaturas

ACM	Método <i>multigrid</i> de correções aditivas
EbFVM	<i>Element-based Finite Volume Method</i>
EDFM	<i>Embedded Discrete-Fracture Model</i>
IMPES	<i>Implicit Pressure, Explicit Saturation</i>
SIGER	Rede Temática de Gerenciamento e Simulação de Reservatórios da Petrobras
USDFM	<i>Unstructured Discrete-Fracture Model</i>
VER	Volume elementar representativo
VPI	Volume poroso injetado

Subscritos

α	Fase α
f	Face
\hat{f}	Ponto de integração, localizado no centróide da face
i, j, k, p	Nós
\overline{jp}	Aresta do elemento formada pelos nós j e p
min	Mínimo
max	Máximo
o	Fase não molhante
s	Subelemento
\hat{s}	Centróide do subelemento
t	Total, referente à soma dos termos da fase molhante e da fase não molhante
up	Upwind
w	Fase molhante

Sobrescritos

$\xi\eta$	Espaço transformado
f	Fratura
m	Rocha-matriz
o	Passo de tempo anterior
t	Total, relativo à soma dos termos da fratura e da matriz
θ	Período de tempo arbitrário

Símbolos Especiais

$e \in \mathbb{E}_p$	Conjunto de elementos que contribuem na formação do volume de controle p
$f \in \mathbb{F}_p$	Conjunto de faces da superfície de controle associado ao volume p
$f \in \mathbb{F}_p^e$	Conjunto de faces do elemento e na superfície de controle do volume p
$s \in \mathbb{S}_p$	Conjunto de subelementos s que contribuem na formação do volume de controle p
$\overline{jp} \in \mathbb{N}_f$	Conjunto de arestas que representam trechos de fratura formadas pelos nós j e p

RESUMO

Uma quantidade expressiva das reservas mundiais de gás e óleo são formações naturalmente fraturadas. As fraturas encontradas nestas regiões interferem de forma efetiva na permeabilidade do meio, servindo muitas vezes como via primária de locomoção do fluido, o que pode ocasionar por exemplo a diminuição do tempo de vida útil do poço produtor. De modo a prever de forma coerente o escoamento em meios fraturados, diversos modelos para sua representação foram desenvolvidos ao longo das últimas cinco décadas. Atualmente, os modelos com maior aplicação na indústria de petróleo e gás são os de dupla porosidade ou de dupla permeabilidade. Estes aplicam, contudo, simplificações geométricas que, frente à complexidade da rede de fraturas observada em análises de campo, podem afetar de forma relevante a precisão dos resultados. Para sanar esta dificuldade, o modelo de fratura discreta apresenta-se como uma boa alternativa. Nesta dissertação, simula-se o escoamento bidimensional bifásico imiscível óleo-água, incompressível e isotérmico, com ou sem pressão capilar, para reservatórios naturalmente fraturados utilizando o modelo de fratura discreta, de modo a analisar as características geométricas inerentes desta metodologia. Para isto, faz-se uso da biblioteca computacional desenvolvida pelo Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor (SINMEC/UFSC) chamada EFVLib. Esta biblioteca possui todos os elementos geométricos e numéricos para implementar algoritmos empregando o método de volumes finitos baseado em elementos (EbFVM), possibilitando o uso de malhas não-estruturadas para melhor representação das fraturas. Aproveitando a generalidade do modelo de fratura discreta, discute-se ainda a aplicação dessa metodologia para representação do fraturamento hidráulico nas proximidades dos poços.

Palavras-chave: Reservatórios naturalmente fraturados. Modelo de fratura discreta. Método de volumes finitos baseado em elementos (EbFVM). Malhas não estruturadas.

ABSTRACT

A large amount of the gas and oil resides in naturally fractured reservoirs. In these regions, the fractures interfere effectively with the permeability of the medium, often serving as the fluid main locomotion path, which may cause, for instance, a reduction of the useful life of the production well. In order to correctly forecast the fluid flow in fractured media, many models have been developed in the last five decades. Nowadays, either the double-porosity or the double-permeability models are the most used in the petroleum and gas petroleum industry. However, these models apply geometrical simplifications to the complex fracture network, which may affect significantly the precision of the results. To deal with this problem, the discrete fracture model could be a suitable alternative. In this work, a bidimensional, isothermal, incompressible, two-phase immiscible water-oil flow will be simulated using the discrete fracture model in naturally fractured reservoirs, with or without capillary pressure, in order to analyze the geometric characteristics inherent to the formulation. To achieve this aim, EFVLib will be used; it consists in a computational library developed by the Computational Fluid Dynamics Laboratory (SINMEC-UFSC). This library has all the geometrical and numerical elements to implement algorithms using the element based finite volume method (EbFVM), allowing the application of unstructured meshes to reproduce the fractures with more fidelity. Taking advantage of the generality of the discrete fracture model, the application of this methodology to represent the hydraulic fracturing in the surroundings of the well will be discussed.

Keywords: Naturally fractured reservoir. Discrete fracture model. Element-based finite volume method (EbFVM). Unstructured grids.

INTRODUÇÃO

1.1 Preliminares

No decorrer das últimas décadas, a simulação numérica tornou-se uma ferramenta indispensável nos processos de exploração e exploração das bacias petrolíferas. Dentro das diversas aplicações, pode-se citar por exemplo o processo de avaliação de formações, em particular a perfuração do poço pioneiro. Normalmente restrita pela própria complexidade do procedimento ou pelos custos envolvidos, esta etapa da análise de um reservatório pode se beneficiar grandemente de uma diretriz pré-definida por uma simulação do meio.

Outra vertente da utilização dos métodos numéricos encontra-se no acréscimo da eficiência da recuperação do petróleo disponível nos reservatórios. Segundo Maliska (2004), a média mundial de recuperação é em torno de 30%. Com a crescente demanda de petróleo e um número finito de bacias petrolíferas disponíveis, aumentar essa média torna-se imperativo para a sustentabilidade do mercado. Uma forma de auxiliar os métodos numéricos na execução de ambas tarefas supracitadas, dentre outras, encontra-se em aprimorar a forma como o reservatório, e toda sua estrutura, são representados e repassados ao programa.

Neste trabalho, em específico, atenta-se à representação dos reservatórios naturalmente fraturados. De acordo com Monteagudo e Firoozabadi (2004), formações naturalmente fraturadas compreendem cerca de

20% das reservas mundiais de petróleo e gás natural. Regiões com estas características apresentam uma alta importância econômica e são estudadas com grande interesse devido à alta capacidade de drenagem decorrente da presença de fraturas, o que pode aumentar a produtividade ou, no caso de uma recuperação secundária, por exemplo, até mesmo acelerar a inviabilização do poço produtor com a chegada prematura do fluido de injeção. No âmbito de pesquisa nacional proeminente, destacam-se ainda as rochas carbonáticas, formações altamente fraturadas presentes em grande quantidade na camada do pré-sal.

As fraturas são normalmente regiões de maior permeabilidade em comparação com a rocha porosa do reservatório, servindo de meio primário para o escoamento do fluido. Uma determinação precisa de suas características e de seu comportamento na produção, por conseguinte, torna-se vital. O completo conhecimento de tais aspectos, contudo, é uma tarefa inviável. A irregularidade e desconexidade comumente encontradas nas redes de fraturas fazem com que abordagens estatísticas sejam normalmente utilizadas para sua caracterização, enquanto o escoamento no meio fraturado apresenta nuances que dependem de uma série de informações, principalmente no que diz respeito ao escoamento multifásico, já que cada uma de suas fases pode possuir um comportamento distinto perante o meio.

Este comportamento diferenciado incentiva o estudo de modelos para simulação destes reservatórios de modo a representar a ocorrência de zonas naturalmente fraturadas, a presença de heterogeneidades fortes nas propriedades petrofísicas e o comportamento geológico e de fluxo destes reservatórios da maneira mais apropriada possível, balanceando todos os fatores envolvidos a fim de obter um ponto ótimo. O modelo de porosidade simples, por exemplo, busca representar explicitamente e discretizar todas as fraturas presentes no meio, mas em casos nos quais estas são numerosas e refinamentos são necessários, torna-se numericamente dispendioso. Os primeiros modelos desenvolvidos, na década de 1960, chamados de modelos de dupla porosidade, padronizam a distribuição de rocha e fraturas de forma a auxiliar no cálculo das equações de conservação. Nesta simplificação, no entanto, algumas propriedades importantes das fraturas podem ser relevadas.

O modelo de fratura discreta, implementado neste trabalho, encontra-se num intermédio entre os dois modelos anteriormente citados. As ca-

racterísticas de cada uma das fraturas são consideradas individualmente, buscando uma maior fidedignidade na representação do escoamento, porém algumas hipóteses são feitas de modo a minimizar o trabalho computacional. Os primeiros trabalhos nesse sentido ocorreram na década de 1980, porém aprimoramentos e ramificações da proposta inicial desse modelo são constantemente desenvolvidos. Seus ramos de aplicação vem sendo aprimorados, expandindo-se por exemplo para a representação do fraturamento hidráulico durante a perfuração de poços.

Assim como qualquer modelo para representação de um reservatório naturalmente fraturado, o modelo de fratura discreta apresenta certas limitações, similares ao do modelo de porosidade simples. Pesquisas recentes, provenientes das últimas duas décadas, adotam um procedimento hierárquico de modo a inibir as restrições de determinadas metodologias e assim cobrir uma gama maior de casos. Ressalta-se que esta proposta não inviabiliza a importância do trabalho apresentado nesta dissertação, mas sim expande o escopo da pesquisa proposta ao analisá-la como uma etapa de um modelo mais amplo, fato que é apresentado como uma sugestão de trabalho futuro.

Nesta dissertação, utilizam-se malhas não-estruturadas, atentando-se primariamente aos aspectos geométricos de representação da fratura. Para o escoamento, atém-se a um modelo simplificado do processo de recuperação secundária dado por injeção de água. Para discretização das equações de conservação na matriz, faz-se uso do método de volumes finitos baseado em elementos (EbFVM), um método de volumes finitos, portanto conservativo, mas que utiliza das facilidades de consideração da geometria advindas do modelo de elementos finitos. Estas qualidades fizeram com que tal metodologia seja um foco comum de estudo do Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor (SINMEC/UFSC), culminando numa biblioteca intitulada EFVLib, que fornece todos os elementos geométricos e numéricos para implementar o presente algoritmo. Em conjunto com a biblioteca ACMLib, responsável pela resolução dos sistemas lineares gerados nas simulações, otimizou-se o processo de implementação do modelo de fratura discreta. Esta escolha destaca a importância das pesquisas desenvolvidas no laboratório SINMEC ao possibilitar a engenharia simultânea de diferentes linhas de pesquisa, necessidade recorrente no mercado de trabalho.

1.2 Objetivos

Esta pesquisa diz respeito à implementação e estudo do modelo de fratura discreta na simulação de um escoamento bidimensional, bifásico, incompressível, imiscível e isotérmico em reservatórios rígidos e naturalmente fraturados, fazendo uso do método EbFVM por meio da biblioteca EFVLib, desenvolvida na linguagem de programação C++ pelo Laboratório SINMEC/UFSC. Para tal, apresentam-se as equações de conservação obtidas para fratura e matriz por intermédio do modelo de fratura discreta, discutindo-se, principalmente do ponto de vista numérico, a abordagem que é adotada para o acoplamento entre os meios. Apresentam-se ainda alguns exemplos tanto para validação do modelo implementado quanto para análise da metodologia.

1.3 Organização do trabalho

Este trabalho está dividido em 6 capítulos, incluindo esta introdução. O capítulo 2 é destinado à revisão bibliográfica dos conceitos empregados nesta dissertação, entre eles a estrutura dos reservatórios naturalmente fraturados e o estado da arte no que diz respeito à sua simulação, com destaque para o modelo de fratura discreta, no qual se baseia esta dissertação. São apresentados ainda um breve histórico do fraturamento hidráulico, o método EbFVM e as bibliotecas EFVLib e ACMLib.

O capítulo 3 apresenta o modelo matemático desta dissertação. Trabalha-se com o escoamento bifásico bidimensional incompressível e imiscível, apresentando toda formulação até obter as devidas equações de conservação para a matriz e a fratura. São apresentados modelos para a pressão capilar e permeabilidade relativa, além do modo como são acopladas as equações de ambos meios.

O capítulo 4 abrange a formulação numérica da dissertação, englobando a discretização das equações em cada um dos meios. A fratura possui um escoamento unidimensional que é facilmente discretizado. Para a matriz, contudo, tem-se a aplicação da metodologia EbFVM, a qual é explanada em detalhes. Ao fim do capítulo, exhibe-se a aplicação do método IMPES.

O capítulo 5 é dedicado a apresentar os resultados obtidos com o programa implementado. Faz-se uma validação do modelo comparando

dois casos com os resultados disponíveis na literatura especializada. Por fim, apresentam-se alguns resultados com a finalidade de analisar propriedades da rede de fraturas e da matriz.

O capítulo 6, por fim, está destinado às considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Caracterização dos reservatórios naturalmente fraturados

Nas últimas cinco décadas, movido pela demanda crescente de petróleo, o estudo de reservatórios naturalmente fraturados tem recebido uma atenção cada vez maior. Frutos de complexas movimentações tectônicas e processos de sedimentação, apresentam uma grande complexidade em sua caracterização: uma marcante heterogeneidade devido à presença de dois meios distintos para locomoção do fluido. As fraturas caracterizam descontinuidades no meio poroso ao apresentar uma condutividade hidráulica e efeito capilar diferentes da matriz (PAIVA, 2012, p. 1). Segundo Kaul, Putra e Schechter (2004), a grande questão nessa análise encontra-se na interação entre esses dois meios e nas propriedades que afetam o escoamento, com destaque para a capilaridade e a gravidade, o que torna o fenômeno difícil de se quantificar.

Em um sistema naturalmente fraturado as fraturas ou fissuras naturais são as grandes responsáveis pelo transporte de fluidos através do reservatório, apresentando alta permeabilidade e pouca capacidade de armazenamento de fluido (a relação entre o volume das fraturas e o volume total da rocha é da ordem de 1 %). A rocha-matriz, ou simplesmente matriz, funciona em grande parte como uma fonte alimentadora de fluidos para as fraturas, possuindo baixa permeabilidade (0,01 a 1 mD) mas

alta capacidade para armazenamento dos fluidos (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006). Para que as fraturas, todavia, se comportem como meio principal de transporte, é de se esperar que elas precisem estar conectadas entre si. Isso acarreta na necessidade de conhecer tanto a conectividade das fraturas quanto sua distribuição e propriedades para determinar adequadamente o escoamento do fluido (LONG; WITHERSPOON, 1985). Essa necessidade torna-se ainda mais pronunciada em situações onde o escoamento no meio é multifásico, uma vez que para cada meio as fases podem se comportar de maneiras distintas. A fratura pode ser o principal meio de escoamento para somente alguns dos componentes, por exemplo, enquanto os demais escoam pela própria matriz (MONTEAGUDO; FIROOZABADI, 2004).

Segundo Li e Lee (2008), o completo conhecimento da distribuição das fraturas em um reservatório é uma tarefa basicamente impossível, já que o sistema de fraturas é bastante irregular e comumente desconexo. Geólogos usam diversas informações para sintetizar tal distribuição, entre elas perfilagem de produção, testes de pressão em poços, imagens e amostras do reservatório. Em geral, os dados das fraturas são fornecidos estatisticamente, por intermédio de funções de distribuição para a espessura, comprimento e orientação, dentre outras características. Apesar do comportamento aparentemente aleatório, é comum se encontrar situações em que há uma direção preferencial das fraturas, já que estas tendem a ocorrer em planos perpendiculares à direção de menor tensão da rocha.

O presente trabalho tem como foco o processo de recuperação secundária dado pela injeção de água. O que se deseja analisar é o efeito de tal método, convencional e largamente utilizado, em reservatórios fraturados. Segundo Paiva (2012), neste processo a presença das fraturas pode reduzir a eficiência da produção ao formar caminhos preferenciais para o escoamento. A presença das fissuras reduz o gradiente de pressão exercido na rocha-matriz, característica que é intensificada pela molhabilidade ao óleo do sistema rocha-fluido.

Segundo Ahmed (2006), a molhabilidade, citada acima, é a tendência de um fluido de aderir à superfície de um sólido em presença de outros fluidos imiscíveis, sendo normalmente medida através do ângulo de contato. Paiva (2012) adiciona que este é um fenômeno de superfície, sendo caracterizado pelo equilíbrio entre diferentes fases mediante a formação de uma interface de separação entre tais. A distribuição dos fluidos no

reservatório é função da molhabilidade: há a fase molhante, que tende a ocupar os poros menores e está aderida à rocha, e a não molhante, nos poros maiores e canais. As moléculas da fase molhante se atraem mais fortemente com as moléculas do sólido do que aquelas da fase não molhante. Um sistema contendo óleo e água terá geralmente a água como fase molhante.

A capilaridade está relacionada com a molhabilidade, uma vez que se trata da habilidade das fases de se locomoverem entre si. Tal propriedade se torna apreciável em condutos de dimensões bastante reduzidas, como os poros da rocha reservatório, podendo ser interrompida nas fraturas, já que sua espessura possui dimensão geralmente muito superior às do poro (PAIVA, 2012). A pressão capilar é a diferença de pressão existente entre as diferentes fases decorrente dessas tensões interfaciais, podendo facilitar ou dificultar o deslocamento do fluido nos poros. Segundo Rosa, Carvalho e Xavier (2006), a pressão capilar é uma função da tensão superficial e do raio de curvatura da interface entre os fluidos envolvidos. Quando o raio de curvatura aumenta, a pressão capilar decai. Quando a pressão capilar diminui, a saturação da fase molhante aumenta. Assim, pode-se dizer que a saturação influi no raio de curvatura e que, por extensão, a pressão capilar é função da saturação.

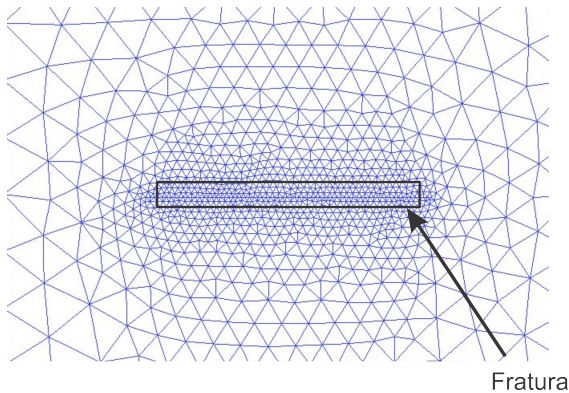
2.2 Simulação de reservatórios naturalmente fraturados

Ao longo das últimas décadas, diversos estudos foram conduzidos para avaliar tanto o efeito da capilaridade no processo de recuperação secundária em reservatórios naturalmente fraturados quanto para buscar alternativas para a injeção de água em tais meios. Na área experimental, são exemplos os trabalhos de Horie, Firoozabadi e Ishimito (1990), Pooladi-Darvish e Firoozabadi (2000) e Hirasaki e Zhang (2004). Nos trabalhos de cunho numérico, os quais são discutidos de forma mais detalhada a seguir, além dos objetivos supracitados, destaca-se uma contínua proposta de metodologias para representação do meio e do escoamento visando balancear o detalhamento de informações do modelo com um tempo viável de simulação.

O chamado modelo de porosidade simples é uma destas possibilidades de representação do meio que oferece resultados precisos inde-

pendente da rede de fraturas. Conforme apresentado por Phelps, Pham e Shari (2000) e Dogru et al. (2001), trata-se da discretização explícita das fissuras na malha do reservatório. Ou seja, a malha possui elementos representando a rocha-matriz e elementos representando cada uma das fraturas. Propriedades da rocha, como porosidade e permeabilidade, são descontínuas e sofrem variações bruscas, o que é causado pela discrepância entre os meios. Apesar da qualidade dos resultados obtidos com essa abordagem, já que a geometria e a física do escoamento são devidamente descritas, este método não é prático devido à quantidade exacerbada de elementos da malha para representar todo reservatório. Além disso, refinamentos localizados são comuns para representar adequadamente as fraturas, fazendo com que haja ainda uma discordância acentuada entre a ordem de grandeza das células da malha. Um exemplo desse caso é apresentado na Fig. 2.1.

Figura 2.1 – Representação explícita da fratura em uma malha – modelo de porosidade simples



Fonte: Próprio autor

Limitações como essas fizeram que vários modelos macroscópicos ou estratégias numéricas para representação de diferentes estruturas de fraturas fossem propostos ao longo das últimas décadas. Os seguintes casos são discutidos nas próximas páginas:

1. Modelo de Meio Poroso Equivalente, Modelo do Contínuo Único;
2. Modelo de Múltiplos Domínios;
3. Modelo de Fraturas Discretas;

4. Modelo Híbrido.

Vale ressaltar que esta divisão não é exata, não sendo incomum diferentes metodologias se interceptarem, diferentes classificações serem propostas ou surgirem novas modelagens. Para o caso da fratura discreta, tem-se um detalhamento maior, uma vez que é o objeto de estudo dessa dissertação.

2.2.1 Modelo de meio poroso equivalente

Nessa classificação estão os métodos que buscam representar o meio fraturado como um único meio contínuo, estabelecendo uma alteração nas propriedades de modo que o escoamento seja representado com todas suas nuances. Um dos primeiros trabalhos nesse sentido é o de Hsieh e Neuman (1985), no qual se buscou representar um sistema onde o escoamento se dava somente pela rede de fraturas através de uma permeabilidade absoluta que representasse uma média volumétrica das permeabilidades de cada meio. O valor obtido foi assumido como o tensor permeabilidade equivalente do meio. Vale ressaltar que, apesar do trabalho supracitado assumir que a permeabilidade da rocha-matriz era desprezível, esta não é uma condição necessária para aplicação do modelo.

Essa homogeneização das propriedades é indicada para meios com alto grau de fraturamento ou onde fissuras individuais não são determinantes no fluxo do sistema como um todo. Nessa metodologia, especial atenção deve ser demandada para o volume elementar representativo (VER), o qual indica o mínimo volume de rocha que pode ser considerado representativo do meio fraturado, ou seja, o volume em que a hipótese do contínuo adotada nesse modelo é válida. Em uma formação naturalmente fraturada, esse valor pode ser bem elevado, impedindo inicialmente a escolha da homogeneização. Neuman (1988), contudo, utilizou uma aproximação estocástica para viabilizar o modelo independentemente do VER. Apesar de ser facilmente aplicado, esse modelo peca ao generalizar as propriedades do meio, ocultando características locais das fraturas necessárias para uma representação precisa do escoamento.

Apresentado por Van Lingen et al. (2001), o método das pseudocurvas também busca analisar o meio fraturado como um único domínio, evitando refinamentos ou malhas não estruturadas. Difere-se de uma

simples homogeneização das propriedades por, além de propor alterações na porosidade e permeabilidade absoluta, adotar também pseudocurvas de pressão capilar e permeabilidade relativa nos elementos da malha que interceptam fraturas, buscando considerar e representar tanto o escoamento nestas quanto suas trocas com a rocha-matriz. Essa adaptação restringe grandemente a flexibilidade desse modelo. Isso acontece porque esses pseudoparâmetros, em particular a permeabilidade relativa, dificilmente podem ser determinados, já que dependem de todos os fatores controlando as trocas entre a matriz e as fraturas, além de serem transientes.

O método das pseudocurvas é indicado para reservatórios nos quais, somado a um grande espaçamento entre as fraturas, boa parte do escoamento ocorra na matriz. Segundo Paiva (2012, p. 11), é indicado em situações nas quais a transferência entre matriz e fratura é rápida o suficiente para que o sistema se comporte como um único meio. Enquanto que para a homogeneização das propriedades a ordem de grandeza das fraturas precisa ser inferior à dos elementos da malha, o método de pseudocurvas aplica-se para a situação oposta.

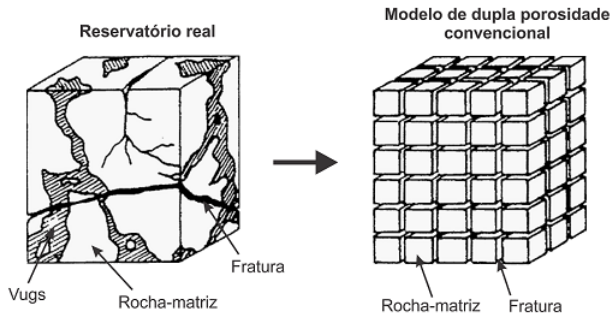
2.2.2 Modelo de múltiplos domínios

Esta classificação engloba as metodologias nas quais os meios são discretizados independentemente, estando conectados por meio de um termo de transferência de fluido ou soluto. O modelo mais comum nesta categoria, amplamente utilizado na indústria de petróleo, é o modelo de dupla porosidade. Em cada ponto no espaço é considerada uma dupla das variáveis em estudo, sendo um valor referente à matriz e o outro às fissuras. A função de transferência, que garante o acoplamento entre as equações, representa a massa que se desloca de um meio para o outro. Este conceito foi idealizado por Barenblatt, Zheltov e Kochina (1960) para um escoamento monofásico ligeiramente compressível no qual a função de transferência foi obtida considerando um regime pseudopermanente.

Warren e Root (1963) apresentaram um modelo prático para esse método. Buscou-se uma solução analítica para um escoamento monofásico radial, sendo os blocos da rocha-matriz representados como paralelepípedos retangulares homogêneos, uniformes e isotrópicos, separados entre si por planos representando as fraturas (MAZO, 2005, p. 16). Além da geometria simplificada – apresentada na Fig. 2.2 – houve também

simplificações nas equações do problema. Assumiu-se que o escoamento ocorria somente através da rede de fraturas, tendo a matriz função somente de armazenamento do fluido, alimentando as fraturas através da função de transferência. Esta metodologia proposta por Warren e Root (1963) se consagrou como o modelo de dupla porosidade convencional (ou dupla porosidade permeabilidade simples) e se tornou base para várias pesquisas, em especial no que diz respeito à função de transferência.

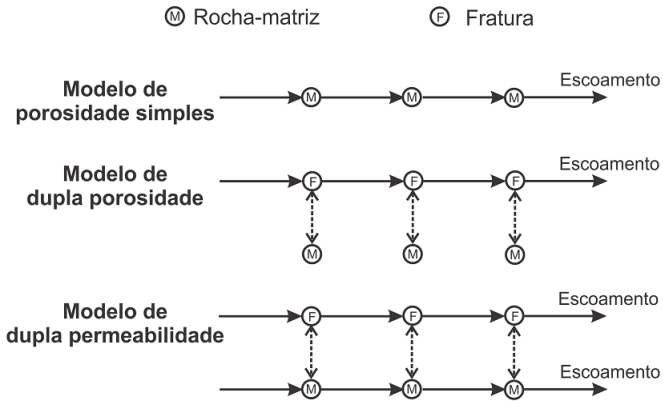
Figura 2.2 – Representação do modelo de dupla porosidade convencional



Fonte: Modificado de Warren e Root (1963)

Kazemi et al. (1976) generalizaram o modelo para um escoamento bifásico com presença de efeitos gravitacionais e mobilidades relativas, e Thomas, Dixon e Pierson (1983) desenvolveram um modelo tridimensional, trifásico, utilizando inclusive o método das pseudocurvas na determinação da função de transferência. Nesses trabalhos, no entanto, os blocos da rocha-matriz ainda não se comunicam entre si. Essa simplificação é possível para casos onde não há um escoamento significativo na rocha-matriz, o que não é uma constante na análise dos reservatórios naturalmente fraturados. O modelo de dupla permeabilidade (ou dupla porosidade permeabilidade dupla) foi desenvolvido para representar os casos nos quais tal hipótese não é possível. Introduzido por Blaskovich et al. (1983) e Hill e Thomas (1985), generaliza o modelo de dupla porosidade ao estabelecer conexões entre os blocos da matriz, permitindo troca de massa entre eles. Uma comparação entre os diferentes modelos de múltiplos domínios é feita na Fig. 2.3.

Figura 2.3 – Comparação entre o modelo de porosidade simples e os modelos de múltiplos domínios



Fonte: Modificado de Dean e Lo (1988)

O modelo de múltiplos domínios é ideal para reservatórios altamente fraturados, com a rede de fissuras formada por fraturas pequenas e conectadas. Apesar de não se restringir a esse caso apenas, essa metodologia apresenta algumas fortes limitações. A determinação da função de transferência entre fratura e matriz é uma tarefa árdua, dependendo de diversas propriedades do meio. Além disso, a uniformização da geometria e propriedades dificulta a representação da heterogeneidade de uma rede complexa de fraturas, podendo relevar características como espessura, comprimento, conectividade, direção e espaçamento, as quais, conforme discutido, interferem de forma efetiva no escoamento. Com relação à representação geométrica do meio, algumas pesquisas foram desenvolvidas de modo a garantir uma maior flexibilidade neste quesito. Naimi-Tajdar (2005), por exemplo, propõe uma discretização, tanto horizontal quanto vertical, de cada um dos blocos da matriz (gerando assim um subdomínio) para obter uma descrição do escoamento transiente de forma mais adequada. Cada uma das células de matriz no interior deste subdomínio, por sua vez, estão associadas a uma única célula de fratura na malha correspondente (PAIVA, 2012, p. 13).

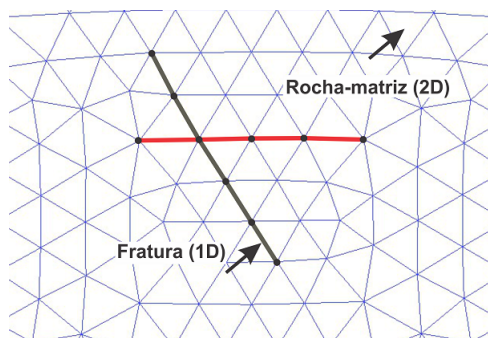
2.2.3 Modelo de fraturas discretas

Comparando com o esquema de múltiplos domínios, que adota simplificações do meio para dar destaque à modelagem do escoamento, o modelo de fratura discreta foca numa representação mais realista da rede de fissuras (LA POINTE et al., 1997). Ou seja, propriedades das fraturas como conectividade, direção e espessura são mantidas e consideradas, buscando-se captar de forma mais precisa como o escoamento se comporta. Restringindo-se à esta definição, alguns autores, como Gong (2007), consideram que o modelo de porosidade simples é na realidade um modelo de fratura discreta. Esta escolha, contudo, não é unânime e não será adotada neste trabalho. O que se considera como modelo de fratura discreta, por fim, pode ser entendido como uma simplificação do modelo de porosidade simples anteriormente apresentado. Devido à diversidade de metodologias, utiliza-se uma divisão de tais em dois grupos, baseando-se no tipo de malha utilizada: *Unstructured Discrete-Fracture Model* (USDFM) e *Embedded Discrete-Fracture Model* (EDFM) (MOINFAR et al. 2011, MOINFAR et al. 2012).

As origens do USDFM e do modelo de fratura discreta como um todo coincidem. As primeiras menções sobre este assunto ocorreram nos trabalhos de Noorishad e Mehran (1982) e Baca, Arnett e Langford (1984) para simular escoamento monofásico em uma geometria bidimensional. Nos modelos que se enquadram como USDFM, são utilizadas malhas não estruturadas que se adequam à rede de fraturas, já que estas são representadas por arestas de elementos da malha, conforme apresentado na Fig. 2.4. Ou seja, propõe-se uma redução da dimensão das fraturas, de n para $(n - 1)$, baseada na hipótese de que a variação das propriedades no sentido lateral da fratura é irrisória frente às demais grandezas do problema. Esta consideração é apresentada na Fig. 2.5 e foi analisada no trabalho de Karimi-Fard e Firoozabadi (2001). Seus resultados mostraram que essa simplificação não afetou a precisão dos resultados quando comparada com a do modelo de porosidade simples.

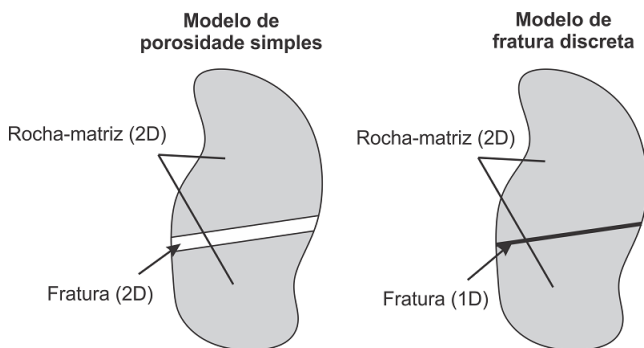
Nessa metodologia, a matriz e as fraturas são acopladas usando o princípio da superposição, ou seja, cada meio é discretizado separadamente, adicionando suas respectivas contribuições para obter as equações gerais do escoamento. Para manter a consistência do problema, antes de somar tais contribuições multiplica-se a integral obtida para o balanço na fratura pela espessura da mesma. Kim e Deo (2000), Karimi-

Figura 2.4 – Representação da fratura na malha – modelo USDFM



Fonte: Próprio autor

Figura 2.5 – Simplificação geométrica proposta no modelo de fratura discreta



Fonte: Modificado de Karimi-Fard e Firoozabadi (2001)

Fard e Firoozabadi (2001, 2003) e Monteagudo e Firoozabadi (2004) são alguns dos trabalhos que expandiram esse conceito, adicionando o efeito da pressão capilar na simulação de escoamentos multifásicos incompressíveis.

Comparada com a representação explícita das fraturas, a principal vantagem desta proposta encontra-se em uma redução considerável do tempo de simulação, mantendo ainda a representação realística da rede de fraturas. O efeito individual de cada fissura é enfatizado neste modelo e, como se aplica o princípio da superposição, perde-se a necessidade de calcular o termo de transferência entre os meios, já que o termo de

transferência da fratura para a matriz se anula com o termo da matriz para a fratura. Por fim, tem-se uma certa adaptabilidade nesse modelo, não sofrendo grandes alterações de desempenho perante restrições na geometria do reservatório tais como fraturas com espessura muito pequena. Dentre as desvantagens, o fato de representar todas fraturas explicitamente traz limitações, já que, além de ser necessário informações sobre as propriedades de cada uma das fissuras, à medida que o número delas aumenta, o modelo e o processo de geração da malha tendem a se tornar dispendiosos. Ademais, esse modelo normalmente gera um sistema de equações discretas que possuem uma estrutura complexa, com elevado índice de anisotropia nos coeficientes, nos quais as parcelas associadas ao fluxo na fratura possuem valores muito maiores do que aqueles associados à matriz. Assim, a solução do sistema linear associado a estas equações de conservação torna-se difícil de resolver numericamente. (MOINFAR et al., 2011)

O método EDFM surgiu como parte do modelo híbrido de Lee, Lough e Jensen (2001), sendo posteriormente explorado por Li e Lee (2008) e Moinfar et al. (2012). Nessa concepção, a desvantagem relacionada à complexidade na geração da malha desaparece, uma vez que as malhas adotadas são estruturadas e não há necessidade de moldá-las ao redor das fraturas. Estabelece-se uma analogia com poços para se calcular parâmetros de transporte. Nestes trabalhos, o conceito do índice de poço introduzido por Peaceman (1978) é utilizado para se obter tanto equações idênticas às de um poço para cada fratura quanto para gerar um termo fonte acoplando as equações para cada um dos meios. Resolve-se, assim, um problema similar ao do acoplamento poço-reservatório. Enquanto os trabalhos iniciais aproximaram as fraturas por planos retangulares verticais, Moinfar et al. (2012) estendeu o método para modelar fraturas inclinadas. Persiste nesse modelo, contudo, o custo computacional elevado conforme se aumenta o número de fraturas para representação.

Devido ao cuidado com a geometria e propriedades das fissuras, o modelo de fratura discreta torna-se particularmente vantajoso em situações nas quais a rede de fraturas determina o escoamento, como por exemplo em reservatórios naturalmente fraturados onde a rocha-matriz tem permeabilidade intrínseca muito baixa. Em um caso extremo, no qual a permeabilidade da matriz pode ser considerada nula, esta não precisa ser representada, já que o escoamento se dá somente pelas fissuras.

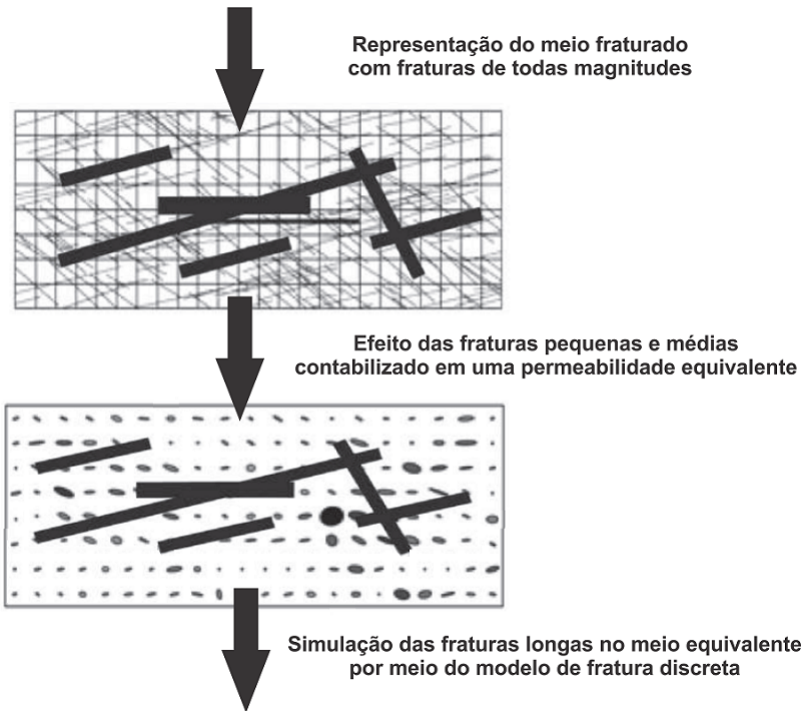
Isto leva a uma simplificação do modelo, que recebe o nome de sistemas de fraturas discretas.

2.2.4 Modelos híbridos

Nessa classe se enquadram os métodos que acoplam dois ou mais dos modelos supracitados simultaneamente. Para isso, os trabalhos relatados a seguir propõem uma análise prévia das fraturas no reservatório, classificando-as de acordo com a ordem de grandeza dos elementos da malha. Clemo e Smith (1989 apud LEE; LOUGH; JENSEN, 2001), por exemplo, representaram as fraturas maiores discretamente e as demais por uma rede de blocos. Por sua vez, Lee, Lough e Jensen (2001) e posteriormente Li e Lee (2008) adotaram um procedimento como apresentado na Fig. 2.6. As fraturas pequenas e médias são tratadas inicialmente através de um modelo de meio poroso equivalente, substituindo-as por um tensor permeabilidade equivalente. De posse deste meio equivalente, aplica-se o modelo de fratura discreta para tratamento das fraturas longas. Devido à flexibilidade obtida com o uso de diferentes metodologias (aproveitando as vantagens e indicações de cada), os modelos híbridos têm uma gama maior de aplicação na indústria de petróleo e gás.

Apesar de não ser possível generalizar as características do modelo, em razão de sua definição abrangente, pode-se notar pelos exemplos apresentados uma tendência a uma solução de forma hierárquica. Com isto, busca-se subdividir o problema em etapas mais simples de serem resolvidas, facilitando sua análise física e implementação computacional. Sana-se assim, por exemplo, a impossibilidade numérica advinda da representação de todas as fissuras no modelo de fratura discreta, uma vez que nos trabalhos citados só houve a necessidade de representar as fraturas longas, facilmente identificadas por perfis sísmicos, mapeamentos geológicos e análises de poços. Do ponto de vista de implementação computacional, ainda, estas etapas podem ser vistas como trechos independentes do programa, recebendo as informações das demais etapas como dados de entrada. Desta maneira, pode-se pensar na presente dissertação não só como a implementação de um modelo de fratura discreta, mas sim como uma etapa de um modelo híbrido.

Figura 2.6 – Exemplo de um modelo híbrido



Fonte: Modificado de Li e Lee (2008)

2.3 Fraturamento hidráulico

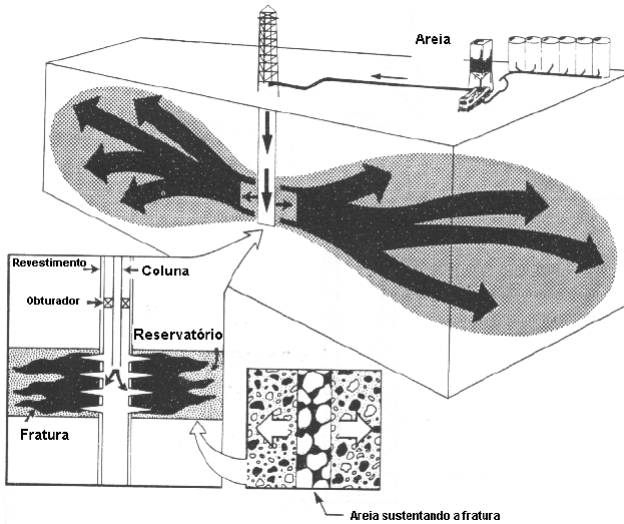
A estimulação de poços objetiva aumentar a produtividade ou a injetividade de poços de petróleo e gás pelo aumento do fator de recuperação do campo, antecipação da produção ou até mesmo para corrigir algum tipo de dano causado no poço. Dentre os vários processos voltados para essa prática, destaca-se o fraturamento hidráulico.

De acordo com Castro (2005), o fraturamento hidráulico é realizado através da aplicação de um gradiente de pressão acima da resistência mecânica da formação, causando uma fratura artificial no meio. Faz-se então o bombeio de um fluido a alta vazão de modo a propagar os canais formados, seguido da injeção de um agente de sustentação, que pode ser à base de areia ou outros compostos, com uma pressão suficiente para evitar que as fraturas criadas se fechem após a retirada da pressão gerada

pelo bombeio dos fluidos. Um esquema deste processo é apresentado na Fig. 2.7.

O fraturamento ácido é um procedimento semelhante, no qual o fluido injetado é uma solução ácida. Neste caso, no entanto, criam-se canalizações irregulares e não há necessidade de agentes de sustentação.

Figura 2.7 – Esquema de um fraturamento hidráulico



Fonte: Castro (2005, p. 4)

Segundo de Oliveira (2012), a primeira realização experimental do fraturamento hidráulico data de 1947, tendo sua primeira aplicação comercial feita em 1949. Desde então, estima-se que já tenham sido realizadas aproximadamente 2,5 milhões de operações de fraturamento e que hoje em dia em torno de 60% dos poços perfurados recebam este tratamento (MOHAGHEGH; HILL; REEVES, 2000 apud DE OLIVEIRA, 2012). Quando bem aplicada, esta técnica pode duplicar ou até mesmo quadruplicar a produção de reservatórios cujas características dificultam a extração (THOMAS, 2001 apud CASTRO, 2005). Ela é especialmente atraída em grandes campos de gás, além de reservas de óleo onde a permeabilidade absoluta ao redor do poço é pequena ou ocorreram danos à formação (BELHAJ; MNEJJA, 2011).

A previsão do desempenho de produção dos poços fraturados é um passo essencial no projeto desse tratamento. Dessa forma, a modelagem desta operação visando estimar as propriedades da fratura e consequentemente o comportamento do escoamento tornou-se um tema comum de estudo. Várias propostas foram desenvolvidas, englobando desde soluções analíticas, metodologias baseadas em fatores de dano de formação (ambas normalmente não reproduzem com fidedignidade toda complexidade relacionada com o escoamento na região danificada) até a aplicação de um modelo de porosidade simples. Destaca-se nesta dissertação o trabalho apresentado por Belhaj, Dhabi e Mnejja (2011), que propõe a utilização do modelo de fratura discreta USDFM para representação das fraturas. Conforme exposto anteriormente, o modelo de fratura discreta é vantajoso em situações nas quais a permeabilidade da rocha-matriz é pequena, caso em que o fraturamento hidráulico também é indicado. Esta última última escolha, por conseguinte, fica ratificada.

2.4 Método de volumes finitos baseado em elementos - EbFVM

Para o presente trabalho faz-se uso do método de fratura discreta classificado como USDFM. Portanto, utilizam-se malhas não estruturadas. Para discretização das equações de conservação, os trabalhos de Noorishad e Mehran (1982), Baca, Arnett e Lagnford (1984), Kim e Deo (2000) e Karimi-Fard e Firoozabadi (2001, 2003) optaram por esquemas da família do método de elementos finitos. Devido a uma certa facilidade em se trabalhar com geometrias mais complexas, o método normalmente se apresenta como uma primeira escolha.

Para escoamento monofásico, como no caso dos dois primeiros trabalhos, os resultados obtidos foram satisfatórios. Contudo, para os demais, com escoamento multifásico, certas restrições foram notadas. Como os reservatórios naturalmente fraturados normalmente apresentam um alto índice de heterogeneidade, o contraste de propriedades entre fraturas e rocha-matriz ressalta a necessidade de um método que seja localmente conservativo. Com este objetivo, Monteagudo e Firoozabadi (2004, 2007), Matthai et al. (2007) e Marcondes, Varavei, Sepehrnoori (2010), entre outros, adotaram o método de volumes finitos baseado em

elementos (EbFVM) para implementar o modelo de fratura discreta. É este esquema numérico que é considerado nessa dissertação.

O Método EbFVM (em inglês, *Element-based Finite Volume Method*) teve suas primeiras aplicações na resolução, em malhas não estruturadas, das equações de Navier-Stokes, resultando em softwares comerciais robustos como o CFX, da empresa ANSYS (CORDAZZO, 2006). Esse esquema também é conhecido como método de elementos finitos baseado no volume de controle (CVFE - *Control Volume Finite Elements*), uma nomenclatura que, segundo Maliska (2004), não é precisa por passar a ideia errônea de que esta é uma técnica de elementos finitos.

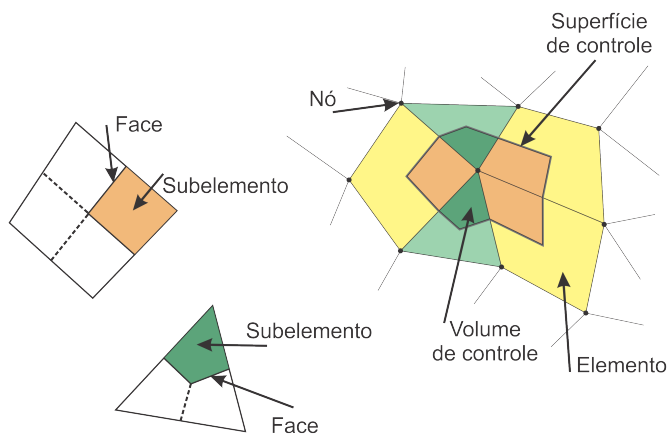
O EbFVM é um método de volumes finitos, ancorado no balanço das propriedades em volumes de controle discretos e, portanto, localmente conservativo. No entanto, utiliza do método de elementos finitos as funções de forma e a representação geométrica do meio por elementos, definidos pelos vértices da malha. Essa metodologia foi apresentada inicialmente para a solução das equações de Navier-Stokes por Baliga e Patankar (1983) e Schneider e Zedan (1983) utilizando, respectivamente, elementos triangulares e quadriláteros. Em problemas de petróleo, sua primeira utilização foi feita por Rozon (1989 apud CORDAZZO, 2006, p. 15), discretizando as equações de um escoamento monofásico para elementos quadrangulares.

Este é um método *Cell-Vertex*, ou seja, o campo vinculado às variáveis do problema é aproximado pelos valores discretos nos vértices dos elementos da malha, denominados nós. Os volumes de controle são entidades duais de tais nós, ou seja, para cada nó é associado um volume de controle. Existem várias formas de obtenção destes volumes de controle; uma delas, utilizada neste trabalho, é através do método das medianas: cada elemento é dividido em subelementos ao ligar o baricentro com o ponto médio de cada uma de suas arestas (para o caso bidimensional). O volume de controle é formado pela junção de todos subelementos que compartilham determinado vértice. Os segmentos de reta criados com essa divisão, por sua vez, são as faces. O conjunto das faces de um volume de controle é então chamado de superfície de controle. Essas denominações são apresentadas na Fig. 2.8.

O ponto médio de cada face é comumente denominado ponto de integração. Isto se deve pois, considerando o teorema do valor médio, este ponto é o local onde os fluxos que atravessam as faces são estima-

dos. Para esta estimativa, faz-se uma interpolação da variável em questão utilizando os valores nos nós do elemento que contém a face. Além disso, assume-se neste trabalho que os elementos são homogêneos (as propriedades do meio não variam em seu interior) – o que foi proposto por Cordazzo (2006). Como cada face fica localizada no interior de um elemento, elimina-se a necessidade de uma média para avaliar a permeabilidade absoluta nas interfaces dos volumes de controle.

Figura 2.8 – Volume de controle e seus componentes no EbFVM



Fonte: Próprio autor

Para determinar uma aproximação numérica do gradiente de determinada variável em função de seus valores nodais, normalmente faz-se a diferenciação de funções analíticas que indicam a variação das variáveis no elemento. Estas funções são chamadas funções de forma (habitualmente utilizadas no método de elementos finitos) e dependem somente da geometria do elemento. Não há impedimento, contudo, para o uso de outros tipos de aproximações. Neste trabalho, por exemplo, não se utiliza uma simples interpolação das funções de forma para o cálculo do termo advectivo. Faz-se aproximações do tipo *upwind*, as quais possuem uma clara interpretação física.

Devido à qualidade dos resultados obtidos, com poucos efeitos de orientação da malha, o método EbFVM vem ganhando notoriedade na si-

mulação de escoamentos multifásicos em reservatórios de petróleo, tanto para problemas envolvendo a recuperação secundária, como o trabalho de Cordazzo et al. (2004) na simulação de um escoamento óleo-água, e o de Paluszny, Matthäi e Hohmeyer (2007) na representação do processo de injeção de água em reservatórios naturalmente fraturados, quanto para aqueles com recuperação terciária – Karpinski et al. (2009), Marcondes e Sepehrnoori (2007, 2010), Marcondes et al. (2013), Fernandes, Marcondes e Sepehrnoori (2013) e Santos, Marcondes e Sepehrnoori (2013) são alguns exemplos da aplicação do EbFVM em um simulador composicional para representação dos variados processos de recuperação avançada de petróleo.

2.4.1 Biblioteca EFVLib

No programa desenvolvido para esse trabalho, o método EbFVM foi implementado por intermédio de uma biblioteca chamada EFVLib, escrita em C++ orientado a objetos, fruto de um trabalho de pesquisa do laboratório SINMEC na Rede Temática de Gerenciamento e Simulação de Reservatórios da Petrobras (SIGER). Dentre as especificações apresentadas em Maliska et al. (2008), suprem as necessidades do programa, ratificando sua escolha:

- Implementação na linguagem C++, mantendo uma sintaxe simples, consistente e intuitiva para a interface da biblioteca;
- Habilidade para lidar com malhas não estruturadas híbridas em duas e três dimensões;
- Suporte para programação de algoritmos de simulação de escoamentos multifásicos em reservatórios de petróleo usando o método de volumes finitos baseado em elementos;
- Arquitetura projetada com a premissa de otimizar a velocidade de execução e economizar memória, na medida do possível;
- Rotinas para cálculo de todas as grandezas geométricas associadas às entidades das malhas, relevantes na construção da forma discretizada das equações que descrevem os escoamentos;

- Ferramentas para a montagem eficiente dos sistemas de equações lineares resultantes da discretização das equações diferenciais que descrevem o escoamento de fluidos nos reservatórios.

Ainda segundo Maliska et al. (2008), a EFVLib possui três módulos principais: o módulo topológico, que funciona como o núcleo no qual os demais são construídos, é responsável pela representação abstrata das entidades que formam parte da malha e suas relações topológicas. O módulo geométrico, por sua vez, garante acesso aos parâmetros geométricos, necessários para obter as equações discretizadas, e associados às entidades da malha, independente da forma que elas possuírem. Por fim, o módulo numérico possui como função a construção e armazenamento de tais equações, fornecendo vários operadores para aproximação numérica de termos comuns nas expressões que definem o escoamento.

A forma como foi feita sua implementação permite que o usuário utilize os parâmetros dos elementos sem que seja necessário se envolver com seus detalhes geométricos. Isso garante uma simplicidade e uma característica otimizada ao código, economizando tempo na implementação de formas geométricas.

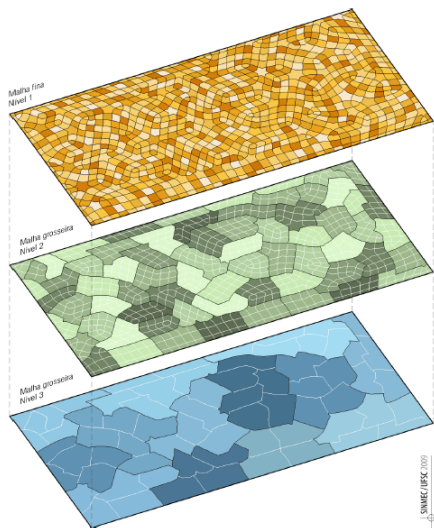
2.4.2 Biblioteca ACMLib

A biblioteca ACMLib apresenta-se como um complemento para a EFVLib, oferecendo métodos para resolução dos sistemas lineares provenientes de discretizações numéricas com malhas não estruturadas (MALISKA et al., 2009, p. 79). O núcleo dessa biblioteca é a implementação do método *multigrid* de correções aditivas (ACM), buscando uma resolução de forma eficiente e rápida independente do porte do problema.

Os métodos *multigrid* podem ser definidos como estratégias de aceleração dos métodos iterativos tradicionais empregados na resolução de sistemas lineares de equações. Baseiam-se numa análise espectral do erro, conforme apresentada, por exemplo, no trabalho de Briggs, Henson e McCormick (2000 apud CORDAZZO, 2006). Considera-se que a diferença entre a solução exata do sistema linear e a solução numérica em determinada iteração pode ser representada por uma superposição de ondas de diferentes frequências. Somente a faixa que possui comprimento de onda da ordem do tamanho da malha é efetivamente reduzida nos solvers iterativos, o que faz com que sua taxa de convergência decaia

significativamente após um tempo. Para evitar isto, o método *multigrid* propõe que as iterações sejam feitas em uma hierarquia de malhas, obtidas a partir da original, de modo a cobrir uma gama maior de comprimentos de onda e assim reduzir simultaneamente componentes do erro associados a diferentes frequências. Um esquema dessa hierarquia é apresentado na Fig. 2.9

Figura 2.9 – Hierarquia de malhas no método multigrid



Fonte: Maliska et al. (2009)

Os primeiros trabalhos acerca deste assunto remontam à década de 1960, com Fedorenko (1961,1964) e posteriormente Bakhvalov (1966). A notoriedade, porém, começou a partir da década de 1970, com o trabalho de Brandt (1973 apud HAASE; LANGER, 2002), o qual desenvolveu a teoria de modo a expandi-la para outros tipos de problema. Sua proposta hoje se enquadra em uma das duas subdivisões do método: o *multigrid* geométrico. Nesta classe, as malhas grosseiras são formadas através de aspectos geométricos da malha original, sendo preciso realizar uma nova discretização das equações para cada malha. As dificuldades advindas desta necessidade serviram de impulso para o desenvolvimento de uma outra classe de métodos *multigrid*: o *multigrid* algébrico. Apresentado pela primeira vez de forma estruturada por Brandt, McCormick e Ruge

(1982 apud HAASE; LANGER, 2002), em sua proposta não há a necessidade de repassar informações da malha, uma vez que o sistema linear das malhas grosseiras é obtido a partir somente da análise dos coeficientes do sistema linear original. O método *multigrid* algébrico baseado na correção aditiva é um caso particular desta classe. Apresentado por Hutchinson e Raithby (1986 apud CORDAZZO, 2006) e Van Doormaal, Turan e Raithby (1987 apud CORDAZZO, 2006), atenta-se na manutenção dos princípios de conservação nas malhas grosseiras, ou seja, faz-se a inserção da física na concepção do solver (CORDAZZO, 2006).

O método *multigrid* se dá em etapas. De forma sucinta, cada nível de malha transfere informações para o próximo nível mais grosseiro por meio dos seus coeficientes (no caso do *multigrid* algébrico). Com tais, faz-se o cálculo dos coeficientes do sistema linear na nova malha, resolvendo-o em seguida por intermédio de um método iterativo auxiliar ou até mesmo direto, no caso das malhas mais grosseiras. Os resultados são então repassados para as malhas mais refinadas, reduzindo assim várias componentes do erro. Na biblioteca ACMLib optou-se por Gauss-Seidel e fatoração incompleta LU como os métodos iterativos auxiliares. Para o nível mais grosseiro, utiliza-se um método direto, a fatoração LU. Esta escolha se deve à simplicidade, versatilidade e leveza que estes métodos apresentam (MALISKA et al., 2009, p. 87).

MODELO MATEMÁTICO

3.1 Formulação das equações governantes

As equações que modelam o escoamento de um fluido são as equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia. Em um meio poroso, contudo, ao se adotar uma descrição macroscópica do escoamento, a lei de Darcy é empregada substituindo a equação de conservação da quantidade de movimento. Para esta dissertação, trabalha-se com um escoamento bifásico, incompressível e imiscível em um meio poroso. Estas hipóteses são comuns na representação do processo de recuperação secundária por injeção de água em reservatórios de petróleo. Considera-se ainda que o escoamento é isotérmico e o meio poroso, rígido (não se deforma ao longo da produção). Sendo isotérmico, elimina-se a necessidade de utilização da equação de conservação de energia. Este problema, por conseguinte, passa a ser totalmente descrito por uma equação elíptica de pressão e uma equação parabólica de saturação, desenvolvidas a seguir.

A porosidade, relação entre o volume ocupado pelos poros (ou seja, o volume disponível para o fluido) e o volume total ocupado pela rocha, é dada por

$$\phi = \frac{V_P}{V_T} \quad . \quad (3.1)$$

Com relação à saturação, esta é definida como a razão entre o volume ocupado por uma das fases do escoamento (aqui representada pelo subíndice α) e o volume poroso disponível no meio,

$$S_\alpha = \frac{V_\alpha}{V_p} \quad . \quad (3.2)$$

Com tais conceitos, o balanço de massa para a fase α , considerando fluidos imiscíveis, pode ser representado pela equação diferencial

$$\frac{\partial (\rho_\alpha S_\alpha \phi)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_\alpha \mathbf{u}_\alpha) + \dot{q}_\alpha \quad , \quad (3.3)$$

na qual ρ_α é a massa específica da fase α , \dot{q}_α representa a vazão mássica injetada ou produzida da fase α por unidade de volume total (rocha mais vazios) e \mathbf{u}_α denota o vetor velocidade da fase α . A velocidade da fase α , por sua vez, é obtida aplicando-se a lei de Darcy para escoamentos multifásicos,

$$\mathbf{u}_\alpha = -\mathbb{K} \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \nabla \Phi_\alpha \quad , \quad (3.4)$$

para a qual \mathbb{K} representa o tensor permeabilidade absoluta do meio e $k_{r\alpha}$, μ_α e Φ_α denotam respectivamente a permeabilidade relativa, a viscosidade dinâmica e o potencial, todos da fase α . Este potencial é função da pressão da fase α e de um termo gravitacional, a saber

$$\Phi_\alpha = P_\alpha + \rho_\alpha g z \quad . \quad (3.5)$$

Nesta expressão, P_α é a pressão da fase α na profundidade z , a qual é definida em relação a um ponto de referência. O termo g representa a aceleração da gravidade. Como as simulações se darão somente para casos bidimensionais, não se considera variação na profundidade, de modo que a Eq. (3.3) pode ser reescrita como

$$\frac{\partial (\rho_\alpha S_\alpha \phi)}{\partial t} = \nabla \cdot \left(\rho_\alpha \mathbb{K} \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \nabla P_\alpha \right) + \dot{q}_\alpha \quad . \quad (3.6)$$

Para fins de simplificação da nomenclatura, pode-se estabelecer ainda a mobilidade da fase α , dada como a razão entre sua permeabilidade re-

lativa e sua viscosidade dinâmica, ou seja,

$$\lambda_\alpha = \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \quad . \quad (3.7)$$

Como o meio poroso é considerado rígido e tem-se um escoamento incompressível e imiscível, a Eq. (3.6) resulta em

$$\phi \frac{\partial S_\alpha}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_\alpha \mathbb{K} \nabla P_\alpha) + q_\alpha \quad , \quad (3.8)$$

na qual

$$q_\alpha = \frac{\dot{q}_\alpha}{\rho_\alpha} \quad . \quad (3.9)$$

Estabelecendo a pressão e a saturação de cada fase como incógnitas do problema, há duas equações (uma equação de conservação da massa para cada fase) e quatro incógnitas. As duas equações de fechamento vêm da soma das saturações de cada fase,

$$S_o + S_w = 1 \quad , \quad (3.10)$$

e da própria definição da pressão capilar P_c ,

$$P_o - P_w = P_c \quad . \quad (3.11)$$

Em ambas, o subíndice w indica a fase molhante e o , a não molhante. Neste trabalho, em alguns momentos chama-se a fase molhante simplesmente de água e a não molhante, de óleo. Deve-se ter em mente, contudo, que este é um caso particular da metodologia apresentada.

Apesar de haver quatro incógnitas, na prática somente duas equações são discretizadas. Para se obter S_w , utiliza-se a de conservação da massa para a fase molhante – Eq. (3.8) com $\alpha = w$. Para o cálculo de P_w , no entanto, utiliza-se o somatório das equações de conservação da massa de cada fase com algumas manipulações possibilitadas pelas Eqs. (3.10) e (3.11). Tal procedimento resulta na seguinte equação:

$$-\nabla \cdot (\lambda_t \mathbb{K} \nabla P_w) - \nabla \cdot (\lambda_o \mathbb{K} \nabla P_c) = q_t \quad , \quad (3.12)$$

na qual $\lambda_t = \lambda_o + \lambda_w$ é a mobilidade total e $q_t = q_o + q_w$. As demais

incógnitas, relacionadas à fase não molhante, são obtidas posteriormente com a aplicação direta das equações de fechamento.

3.1.1 Modelos para a permeabilidade relativa e para a pressão capilar

Enquanto a permeabilidade absoluta – que representa a capacidade do fluido em escoar no meio poroso quando ele satura 100% o meio – é uma propriedade intrínseca da rocha, a permeabilidade relativa depende das interações entre fluido e meio, sendo usualmente calculada em função da saturação. Existem vários modelos analíticos para descrever o comportamento da permeabilidade relativa. Um dos modelos mais utilizados para este tipo de escoamento, e adotado neste trabalho, é o modelo apresentado por Corey (1954) para o escoamento óleo-água, que propõe as expressões

$$k_{rw} = k_{rwor} \left(\frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{or}} \right)^{n_w}, \quad (3.13)$$

$$k_{ro} = k_{rowi} \left(\frac{1 - S_w - S_{or}}{1 - S_{wi} - S_{or}} \right)^{n_o}, \quad (3.14)$$

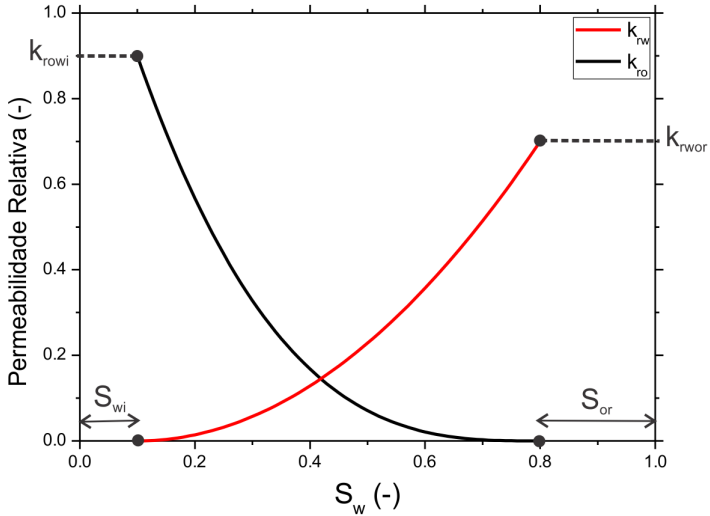
nas quais S_{wi} e S_{or} determinam os extremos do domínio de saturação e são denominadas respectivamente saturação de água irreduzível e saturação de óleo residual. k_{rwor} é a permeabilidade relativa da água quando a saturação do óleo é S_{or} , k_{rowi} é a permeabilidade relativa do óleo quando a saturação da água é S_{wi} , n_w é o expoente de Corey para a água e n_o é o expoente de Corey para o óleo. Um exemplo é apresentado na Fig. 3.1

Para a pressão capilar, por sua vez, adota-se a mesma formulação empregada em Monteagudo e Firoozabadi (2004), dada por

$$P_c(S_w) = -B \ln S_w, \quad (3.15)$$

em que B é uma constante. Esta função, que depende unicamente da saturação da fase molhante, decresce à medida que sua saturação aumenta. Ela se anula caso a saturação da água assuma valor unitário e tende a infinito para uma saturação nula. De forma a impedir este último comportamento, estabelece-se um valor máximo para a pressão capilar, obtido quando $S_w = 0,001$.

Figura 3.1 – Exemplo de curvas de permeabilidade relativa com o modelo de Corey



Fonte: Próprio autor

3.2 Modelo de Fratura Discreta

A metodologia adotada neste trabalho, e explanada a seguir, foi apresentada por Monteagudo e Firoozabadi (2004) para a aplicação do método de fratura discreta USDFM. Conforme comentado, o sistema de equações final é gerado usando o princípio de superposição. De acordo com tal, um determinado domínio fraturado Ω pode ser decomposto em

$$\Omega = \Omega_m + \varepsilon \Omega_f \quad , \quad (3.16)$$

no qual Ω_m e $\varepsilon \Omega_f$ representam, respectivamente, os subdomínios da matriz e da fratura. O termo ε representa a espessura da fratura (o subdomínio da fratura torna-se um somatório de subdomínios caso ocorram fissuras de espessuras distintas). Para cada um dos meios, já considerando as dimensões distintas, têm-se os seguintes sistemas de equações (os sobrescritos m e f indicam os subdomínios, respectivamente, da rocha-matriz e da fratura):

- Matriz (2D):

- Para cálculo da pressão da fase molhante:

$$-\nabla \cdot (\lambda_t^m \mathbb{K}^m \nabla P_w^m) - \nabla \cdot (\lambda_o^m \mathbb{K}^m \nabla P_c^m) = q_t^m \quad , \quad (3.17)$$

- Para cálculo da saturação da fase molhante:

$$\phi^m \frac{\partial S_w^m}{\partial t} - \nabla \cdot (\lambda_w^m \mathbb{K}^m \nabla P_w^m) = q_w^m \quad , \quad (3.18)$$

- Fratura (1D):

- Para cálculo da pressão da fase da molhante:

$$-\frac{\partial}{\partial \omega} \left(\lambda_t^f \mathbb{K}^f \frac{\partial P_w^f}{\partial \omega} \right) - \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\lambda_o^f \mathbb{K}^f \frac{\partial P_c^f}{\partial \omega} \right) = q_t^f \quad , \quad (3.19)$$

- Para cálculo da saturação da fase molhante:

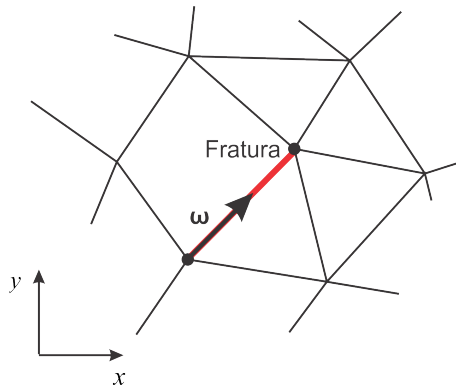
$$\phi^f \frac{\partial S_w^f}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\lambda_w^f \mathbb{K}^f \frac{\partial P_w^f}{\partial \omega} \right) = q_w^f \quad . \quad (3.20)$$

Para o último conjunto de equações, a variável ω indica a coordenada local ao longo da fratura, conforme apresentado na Fig. 3.2. Vale ressaltar ainda nas equações da fratura que, como é um caso unidimensional, a permeabilidade absoluta pode ser representada por um escalar.

Ao analisar as Eqs. (3.17)–(3.20), nota-se que inclusive as propriedades a serem calculadas – pressão e saturação – apresentam sobresscritos, ou seja, até o momento se assume que os valores nodais de tais propriedades podem ser distintos para cada meio. Esta proposta é o que diferencia o trabalho de Monteagudo e Firoozabadi (2004) dos anteriormente apresentados para o método USDFM. Com isto, para possibilitar o acoplamento dos problemas, torna-se necessário uma relação entre as incógnitas da fratura e as da matriz. A hipótese feita é a de que, na interface da fratura com a matriz, há uma igualdade dos potenciais do escoamento – por extensão uma igualdade das pressões. Por definição, isto implica que as pressões capilares também devem ser iguais, ou seja,

$$P_c^m(S_w^m) = P_c^f(S_w^f) \quad . \quad (3.21)$$

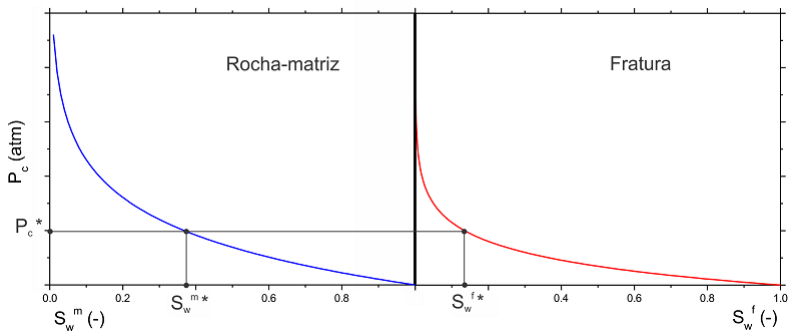
Figura 3.2 – Coordenada ω ao longo da fratura



Fonte: Próprio autor

Com tal consideração, podem-se relacionar as saturações na fratura e na matriz, conforme é apresentado na Fig. 3.3. Atenção deve ser dada ao fato que, com essa consideração, as permeabilidades relativas da fratura e da rocha-matriz na interface entre os meios poderão ser distintas não só pelos parâmetros do modelo, mas também pela descontinuidade da saturação.

Figura 3.3 – Pressão capilar e relação entre as saturações na interface matriz-fratura



Fonte: Modificado de Monteagudo e Firoozabadi (2004)

Aplicando a regra da cadeia ao termo de acumulação da Eq. (3.20), pode-se escrevê-lo como

$$\frac{\partial S_w^f}{\partial t} = \frac{dS_w^f}{dS_w^m} \frac{\partial S_w^m}{\partial t}. \quad (3.22)$$

Considerando a igualdade fornecida pela Eq. (3.21) e o modelo de pressão capilar adotado neste trabalho, dado pela Eq. (3.15), tem-se

$$-B^m \ln S_w^m = -B^f \ln S_w^f \quad . \quad (3.23)$$

De posse das propriedades da função logaritmo, pode-se reescrever esta equação como

$$\ln S_w^f = \ln \left(S_w^m \right)^{\frac{B^m}{B^f}} \quad , \quad (3.24)$$

a qual resulta em

$$S_w^f = \left(S_w^m \right)^{\frac{B^m}{B^f}} \quad . \quad (3.25)$$

A regra da potência para derivadas fornece, por conseguinte,

$$\frac{dS_w^f}{dS_w^m} = \frac{B^m}{B^f} \left(S_w^m \right)^{\frac{B^m}{B^f} - 1} \quad . \quad (3.26)$$

Com estas informações, a forma final das equações do escoamento na fratura, em função das incógnitas da matriz, é:

- Fratura:

- Para cálculo da pressão da fase água:

$$-\frac{\partial}{\partial \omega} \left(\lambda_t^f K^f \frac{\partial P_w^m}{\partial \omega} \right) - \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\lambda_o^f K^f \frac{\partial P_c^m}{\partial \omega} \right) = q_t^f \quad , \quad (3.27)$$

- Para cálculo da saturação da fase água:

$$\phi^f \frac{B^m}{B^f} \left(S_w^m \right)^{\frac{B^m}{B^f} - 1} \frac{\partial S_w^m}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\lambda_w^f K^f \frac{\partial P_w^m}{\partial \omega} \right) = q_w^f \quad . \quad (3.28)$$

MODELO NUMÉRICO

Neste tópico são apresentadas as discretizações realizadas nos domínios da rocha-matriz e das fraturas. O sistema final de equações discretizadas, por sua vez, será obtido, a partir da Eq. (3.16), com o balanço

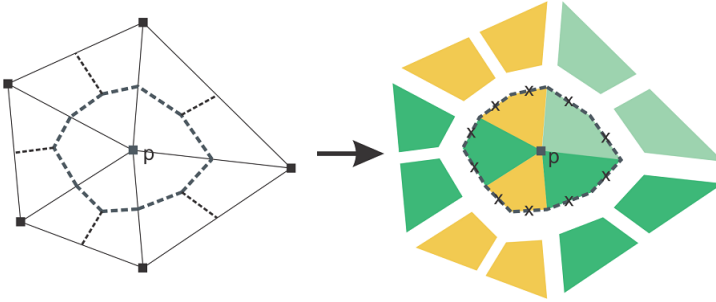
$$\int_{\Omega} \mathbf{f} \, d\Omega = \int_{\Omega_m} \mathbf{f}^m \, d\Omega_m + \varepsilon \int_{\Omega_f} \mathbf{f}^f \, d\Omega_f \quad . \quad (4.1)$$

Nesta proposta, \mathbf{f} representa os resíduos das Eqs. (3.8) e (3.12) para os respectivos subdomínios.

4.1 Discretização das equações de conservação na rocha-matriz

Para a rocha-matriz, as discretizações são feitas utilizando o método EbFVM. Conforme apresentado na revisão bibliográfica, a geometria é representada por meio de elementos, porém a discretização é feita em volumes de controle. Propôs-se obter estes volumes, por sua vez, através do método da mediana, que é representado na Fig. 4.1. Liga-se o centróide do elemento com os pontos médios de suas faces, criando os subelementos. O conjunto dos subelementos que compartilham o nó p forma então o volume de controle p .

Figura 4.1 – Obtenção do volume de controle no EbFVM



Fonte: Próprio autor

Na Fig. 4.1 também estão marcados os centróides das faces que compõem o volume. Estes pontos são necessários para a aproximação das integrais de superfície que surgem durante a discretização. Estas, por sua vez, representam os fluxos que atravessam a face do volume de controle.

Para a estimativa das integrais, é feita uma varredura por elementos, calculando-se a contribuição de cada subelemento que faz parte do volume p separadamente. Faz-se então o somatório de todas contribuições de modo a obter o balanço final. Este raciocínio é indicado na integral de superfície ao reescrever o somatório de todas as faces como dois somatórios, um indicando o elemento e o outro qual face do elemento.

A seguir, é apresentada a discretização realizada da Eq. (3.18). Realizando sua integração no tempo e em um volume de controle, tem-se

$$\int_t \int_V \phi^m \frac{\partial S_w^m}{\partial t} dV dt - \int_t \int_V \nabla \cdot (\lambda_w^m \mathbb{K}^m \nabla P_w^m) dV dt = \int_t \int_V q_w^m dV dt. \quad (4.2)$$

Denotando o volume de controle no qual está sendo realizada a integração pelo subíndice p , o primeiro termo da Eq. (4.2), ou termo de acumulação, tem sua integral aproximada por

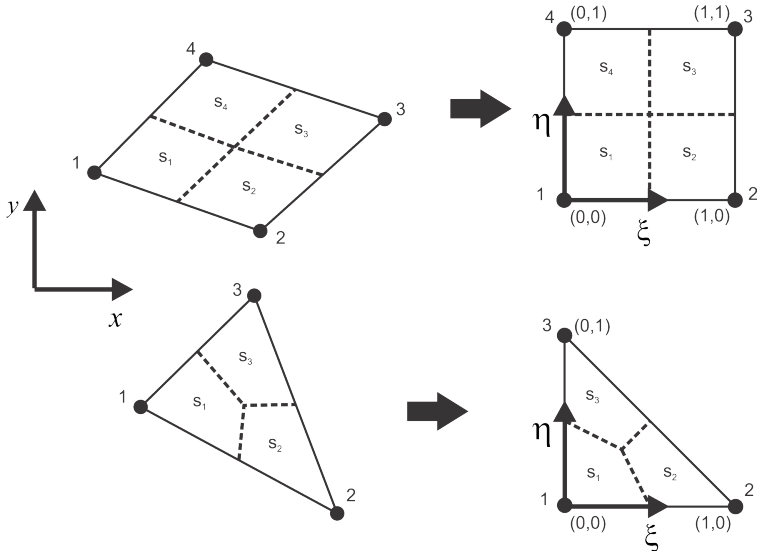
$$\int_t \int_V \phi^m \frac{\partial S_w^m}{\partial t} dV dt \approx \phi_p^m \Delta V_p (S_{w,p}^m - S_{w,p}^{m,o}) \quad , \quad (4.3)$$

na qual o superíndice o na saturação indica que ela é avaliada no passo de tempo anterior, enquanto a que não possui superíndice é avaliada

no passo de tempo atual. O termo ΔV_p indica o volume do volume de controle p (pela dimensão do problema, trata-se na realidade de uma área), enquanto o subíndice p indica que as propriedades são avaliadas no nó p .

Para auxiliar, dentre outros, no cálculo de algumas das componentes da Eq. (4.3), o método EbFVM propõe comumente uma transformação de coordenadas – das coordenadas globais (x, y) para as coordenadas locais (ξ, η) – a fim de se trabalhar em um elemento-padrão. Este procedimento é adotado para unificar a formulação em cada tipo de elemento da malha, já que em coordenadas locais este passa a ter tamanho e forma fixos, independentemente de quão distorcido ele for em coordenadas globais. Um exemplo dessa situação é apresentado na Fig. 4.2. Uma forma simples de obter as relações entre estes dois sistemas de coordenadas é por intermédio de funções de forma. Nesta dissertação, adotam-se para cada tipo de elemento as funções dispostas nas Tabs. 4.1 e 4.2.

Figura 4.2 – Transformação de variáveis e padronização dos elementos



Fonte: Próprio autor

Tabela 4.1 – Funções de forma para o elemento triangular

$\mathcal{N}_k(\xi, \eta)$	
\mathcal{N}_1	$1 - \xi - \eta$
\mathcal{N}_2	ξ
\mathcal{N}_3	η

Tabela 4.2 – Funções de forma para o elemento quadrilátero

$\mathcal{N}_k(\xi, \eta)$	
\mathcal{N}_1	$(1 - \xi)(1 - \eta)$
\mathcal{N}_2	$\xi(1 - \eta)$
\mathcal{N}_3	$\xi\eta$
\mathcal{N}_4	$(1 - \xi)\eta$

Utilizando as funções de forma, é possível expressar a coordenada global de qualquer ponto no interior do elemento através das relações

$$x(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^{N_v} \mathcal{N}_i(\xi, \eta) x_i \quad , \quad (4.4)$$

$$y(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^{N_v} \mathcal{N}_i(\xi, \eta) y_i \quad , \quad (4.5)$$

nas quais N_v denota o número de vértices do elemento, \mathcal{N}_i é a função de forma que é igual a 1 no nó i e zero nos demais vértices do elemento, e x_i e y_i representam as coordenadas globais do nó i . Considerando que os elementos são isoparamétricos, pode-se expandir a utilização dessas funções de forma para representar a variação espacial de uma variável física qualquer do problema. Chamando-a de γ , tem-se a expressão

$$\gamma(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^{N_v} \mathcal{N}_i(\xi, \eta) \gamma_i \quad , \quad (4.6)$$

em que γ_i é o valor da propriedade γ no nó i .

De posse de tais informações, pode-se definir a matriz jacobiana da transformação de coordenadas, necessária para vários cálculos geométricos e aproximações numéricas. Denotada por \mathbb{J} , é dada por

$$\mathbb{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} . \quad (4.7)$$

Seu determinante, por conseguinte, é

$$\det \mathbb{J} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} . \quad (4.8)$$

Os componentes ΔV_p e ϕ_p^m da Eq. (4.3) podem então ser definidos. No método EbFVM o volume de um volume de controle é dado pelo somatório dos volumes dos subelementos que o formam, ou seja,

$$\Delta V_p = \sum_{s \in \mathbb{S}_p} \Delta V_s , \quad (4.9)$$

na qual \mathbb{S}_p é o conjunto dos subelementos que contribuem na formação do volume de controle p e ΔV_s é o volume do subelemento s . O volume de cada subelemento s , por sua vez, é aproximado pela expressão:

$$\Delta V_s \approx \det \mathbb{J}|_s \Delta V_s^{\xi\eta} , \quad (4.10)$$

na qual o subíndice \hat{s} indica que a expressão é avaliada no centróide do subelemento s e $\Delta V_s^{\xi\eta}$ é o volume do subelemento s no espaço transformado. Como os elementos são padronizados, esses dados no plano transformado estão bem definidos e são fornecidos nas Tabs. 4.3 e 4.4.

Tabela 4.3 – Coordenadas dos centróides e volumes dos subelementos no triângulo padrão

Subelemento	$\xi_{\hat{s}}$	$\eta_{\hat{s}}$	$\Delta V_s^{\xi\eta}$
s_1	7/36	7/36	1/6
s_2	11/18	7/36	1/6
s_3	7/36	11/18	1/6

Tabela 4.4 – Coordenadas dos centróides e volumes dos subelementos no quadrilátero padrão

Subelemento	ξ_s	η_s	$\Delta V_s^{\xi\eta}$
s_1	1/4	1/4	1/4
s_2	3/4	1/4	1/4
s_3	3/4	3/4	1/4
s_4	1/4	3/4	1/4

A porosidade no nó p demanda certa atenção por conta da hipótese de homogeneidade nos elementos, e não no volume de controle. Com isso, o volume de controle resultante poderá ser heterogêneo. Define-se então uma média volumétrica para calcular seu valor, ou seja,

$$\phi_p^m \approx \frac{1}{\Delta V_p} \sum_{s \in \mathbb{S}_p} \Delta V_s \phi_s^m \quad . \quad (4.11)$$

O único termo novo nessa fórmula é ϕ_s^m , que é a porosidade da matriz no elemento s .

O terceiro termo da Eq. (4.2), referente à vazão mássica por unidade de volume, pode ser aproximado por

$$\int_t \int_V q_w^m dV dt \approx \Delta t \bar{q}_{w,p}^{m,\theta} \quad , \quad (4.12)$$

em que Δt é o passo de tempo e $\bar{q}_{w,p}^{m,\theta}$ é a vazão volumétrica dada por

$$\bar{q}_{w,p}^{m,\theta} = q_{w,p}^{m,\theta} \Delta V_p \quad . \quad (4.13)$$

Dos índices na vazão volumétrica, o único novo é o superíndice θ . Ele vem da aplicação do teorema do valor médio para aproximar a integral no tempo, indicando que ainda é necessário definir em que ponto do intervalo de tempo será avaliada a grandeza. Esta decisão está relacionada com a escolha do método IMPES e será discutida na seção 4.3.

Para o segundo termo do lado esquerdo da Eq. (4.2), pode-se aplicar o teorema da divergência,

$$\int_t \int_V \nabla \cdot (\lambda_w^m \mathbb{K}^m \nabla P_w^m) dV dt = \int_t \int_S \lambda_w^m \mathbb{K}^m \nabla P_w^m \cdot \mathbf{dS} dt, \quad (4.14)$$

de modo que se tem uma integral de superfície sobre todas as faces do volume de controle. Esta, por sua vez, pode ser aproximada numericamente aplicando a regra do ponto médio, ou seja, utilizando os pontos de integração que se localizam no centróide de cada uma das faces,

$$\int_t \int_S \lambda_w^m \mathbb{K}^m \nabla P_w^m \cdot \mathbf{dS} dt \approx \Delta t \sum_{f \in \mathbb{F}_p} (\lambda_w^{m,\theta} \mathbb{K}^m \nabla P_w^{m,\theta})|_f \cdot \Delta \mathbf{S}_f, \quad (4.15)$$

na qual \mathbb{F}_p é o conjunto das faces associado ao volume p e $\Delta \mathbf{S}_f$ é o vetor área de passagem do fluxo da face f – possui direção normal e magnitude igual ao comprimento da face. O subíndice f indica que toda expressão entre parênteses é avaliada no centróide da face f . O somatório dessa equação ainda pode ser reescrito de forma equivalente, considerando as contribuições por elemento, através da expressão

$$\sum_{f \in \mathbb{F}_p} (\lambda_w^{m,\theta} \mathbb{K}^m \nabla P_w^{m,\theta})|_f \cdot \Delta \mathbf{S}_f = \sum_{e \in \mathbb{E}_p} \sum_{f \in \mathbb{F}_p^e} (\lambda_w^{m,\theta} \mathbb{K}^m \nabla P_w^{m,\theta})|_f \cdot \Delta \mathbf{S}_f, \quad (4.16)$$

na qual \mathbb{E}_p é o conjunto dos elementos que contribuem na formação do volume de controle p e \mathbb{F}_p^e é o conjunto das faces associadas ao volume p que estão no interior do elemento e . Neste trabalho, sempre existirão duas faces associadas a cada subelemento.

Como as funções de forma são contínuas e diferenciáveis no interior de cada elemento, o gradiente de pressão da fase molhante pode ser estimado por intermédio de tais (MALISKA, 2004). As derivadas espaciais parciais da pressão podem ser calculadas em qualquer ponto (ξ, η) por

$$\frac{\partial P}{\partial x}(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^{N_v} \frac{\partial \mathcal{N}_i}{\partial x} P_i, \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y}(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^{N_v} \frac{\partial \mathcal{N}_i}{\partial y} P_i. \quad (4.18)$$

Para avaliar os gradientes nas direções x e y é preciso calcular as derivadas parciais das funções de forma em relação às coordenadas globais x e y . Estas derivadas parciais podem ser obtidas a partir da aplicação da regra da cadeia seguida da utilização da matriz \mathbb{J} . Para uma determinada função de forma \mathcal{N}_i , obtém-se

$$\frac{\partial \mathcal{N}_i}{\partial x} = \frac{1}{\det \mathbb{J}} \left(\frac{\partial \mathcal{N}_i}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial \mathcal{N}_i}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \quad , \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial \mathcal{N}_i}{\partial y} = \frac{1}{\det \mathbb{J}} \left(\frac{\partial \mathcal{N}_i}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial \mathcal{N}_i}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \quad . \quad (4.20)$$

O vetor $\Delta \mathbf{S}_f$, percorrendo a interface no sentido anti-horário, pode ser escrito em coordenadas globais como

$$\Delta \mathbf{S}_f = \Delta y_f \mathbf{i} - \Delta x_f \mathbf{j} \quad , \quad (4.21)$$

em que Δy_f é a variação da coordenada y e Δx_f é a variação da coordenada x , ambas na face f . Utilizando as coordenadas locais, pode-se reescrever estes termos como

$$\Delta x_f = \left. \frac{\partial x}{\partial \xi} \right|_f \Delta \xi_f + \left. \frac{\partial x}{\partial \eta} \right|_f \Delta \eta_f \quad , \quad (4.22)$$

$$\Delta y_f = \left. \frac{\partial y}{\partial \xi} \right|_f \Delta \xi_f + \left. \frac{\partial y}{\partial \eta} \right|_f \Delta \eta_f \quad . \quad (4.23)$$

O termo $\Delta \xi_f$ indica a variação da coordenada ξ na face f , assim como $\Delta \eta_f$ é a variação da coordenada η na face f . Estes valores e as coordenadas do centróide de cada face são fornecidos nas Tabs. 4.5 e 4.6.

Tabela 4.5 – Coordenadas dos centróides das faces no triângulo padrão

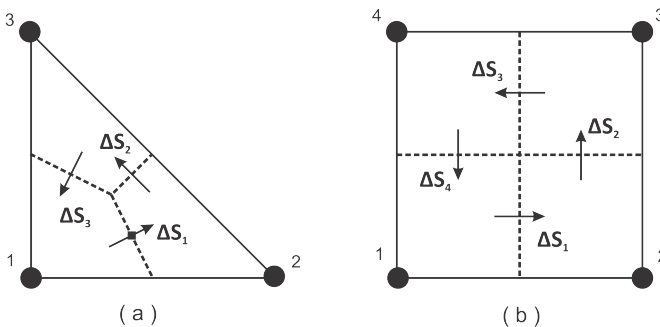
Face	ξ_f	η_f	$\Delta \xi_f$	$\Delta \eta_f$
f_1	5/12	1/6	-1/6	1/3
f_2	5/12	5/12	-1/6	-1/6
f_3	1/6	5/12	1/3	-1/6

Tabela 4.6 – Coordenadas dos centróides das faces no quadrilátero padrão

Face	ξ_f	η_f	$\Delta\xi_f$	$\Delta\eta_f$
f_1	1/2	1/4	0	1/2
f_2	3/4	1/2	-1/2	0
f_3	1/2	3/4	0	-1/2
f_4	1/4	1/2	1/2	0

O sentido do vetor área obedece uma convenção – em relação à posição dos subelementos que a face separa – estabelecida na biblioteca EFVLib. Esta é apresentada na Fig. 4.3. Há outras possibilidades de orientação, porém uma vez estabelecida, deve-se ater a ela para manter a congruência da representação. O sentido tem uma função importante de referência absoluta para o sentido do fluxo que atravessa a face.

Figura 4.3 – Vetores área com convenção utilizada na EFVLib: a) elemento triangular; b) elemento quadrilátero



Fonte: Próprio autor

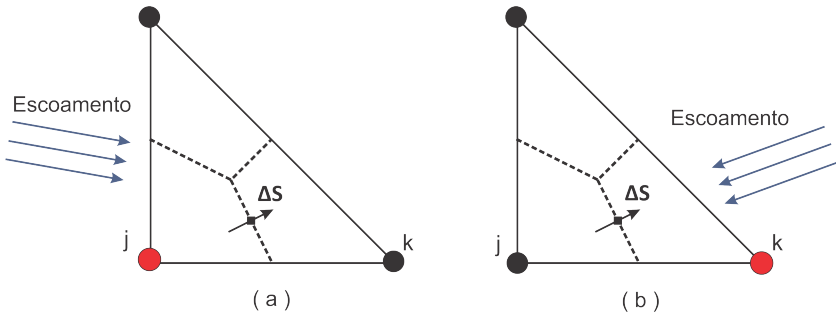
Como os elementos são homogêneos, o tensor permeabilidade permanece constante no elemento e, por extensão, está definido nas faces do volume de controle. A última componente que precisa ser discutida na Eq. (4.15), por conseguinte, é a mobilidade. De imediato, uma alternativa é a interpolação de valores, assim como foi feita para o gradiente de pressão. Essa escolha, entretanto, não é adequada. Segundo

Cordazzo (2006, p. 44), o termo que possui a mobilidade pode ser analisado como um termo advectivo da equação da saturação, de modo que, para conferir estabilidade ao método, deve ser representado por funções de interpolação baseadas no valor a montante. Adota-se, portanto, um modelo *upwind* para determinação da mobilidade nas faces do volume de controle. Assumindo uma face na interface de dois volumes k e j quaisquer, por exemplo, onde o vetor área aponta para fora do volume j , a mobilidade na face aqui chamada jk será

$$\begin{cases} \lambda_{jk} = \lambda_j & \text{se } (\mathbb{K}\nabla P \cdot \Delta\mathbf{S})_{jk} < 0 \\ \lambda_{jk} = \lambda_k & \text{se } (\mathbb{K}\nabla P \cdot \Delta\mathbf{S})_{jk} > 0 \end{cases}, \quad (4.24)$$

ou seja, dependendo do sentido do fluxo que atravessa a face, a mobilidade será avaliada por um dos vértices do elemento. A Fig. 4.4 busca exemplificar essa escolha. Na letra a), como o fluxo está saindo do volume j , esse nó é escolhido para calcular a mobilidade. Caso contrário, como na letra b), utiliza-se o nó k .

Figura 4.4 – Método *upwind* para escolha do ponto no qual valorar a mobilidade: a) $\lambda_{jk} = \lambda_j$; b) $\lambda_{jk} = \lambda_k$



Fonte: Próprio autor

Com isso, a discretização da Eq. (3.18) está bem definida. A expressão final é

$$\phi_p^m \Delta V_p \frac{(S_{w,p}^m - S_{w,p}^{m,o})}{\Delta t} - \sum_{e \in \mathbb{E}_p} \sum_{f \in \mathbb{F}_p^e} \left(\lambda_{w,up}^{m,\theta} \mathbb{K}^m \nabla P_w^{m,\theta} \right) \Big|_f \cdot \Delta\mathbf{S}_f = \bar{q}_{w,p}^{m,\theta}, \quad (4.25)$$

na qual o subíndice up na mobilidade indica que é adotado o método *upwind*.

Para a Eq. (3.17), utilizada para o cálculo da pressão, as discretizações são análogas às que acabaram de ser explanadas. Em particular, os dois termos do lado esquerdo da equação são discretizados de forma idêntica à Eq. (4.15) enquanto o termo no lado direito apresenta uma discretização similar à da Eq. (4.12). Sua forma final é

$$-\sum_{e \in \mathbb{E}_p} \sum_{f \in \mathbb{F}_p^e} \mathbb{K}^m \left(\lambda_{t,up}^{m,\theta} \nabla P_w^{m,\theta} + \lambda_{o,up}^{m,\theta} \nabla P_c^{m,\theta} \right) \Big|_f \cdot \Delta \mathbf{S}_f = \bar{q}_{t,p}^{m,\theta} \quad . \quad (4.26)$$

4.2 Discretização das equações de conservação na fratura

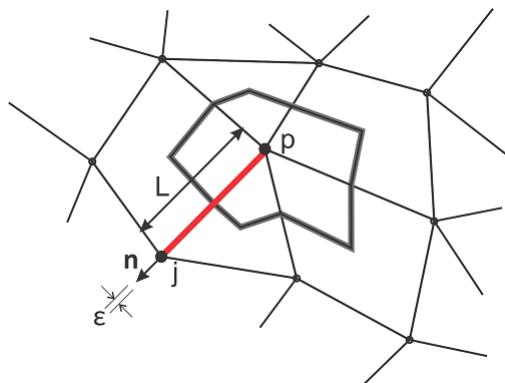
A discretização na fratura é bem mais simples, uma vez que se trata de um problema unidimensional. A entrada da fratura no programa computacional, por meio da biblioteca EFDLib, se dá de forma similar à de uma fronteira, repassando as arestas que a formam. Desta forma, a varredura se dá por intermédio das arestas, as quais, por sua vez, são definidas pelos dois nós que as compõem. Assim, as aproximações do gradiente e afins são obtidas a partir do valor das variáveis nestes nós. Considera-se, para fim de representação, um volume de controle que possua um trecho de fratura, como o caso do volume na Fig. 4.5. O balanço é feito para cada trecho de fratura separadamente. Para a aresta definida pelos nós p e j , o balanço da equação da saturação, dada pela Eq. (3.28), será (a discretização da equação da pressão, Eq. (3.27), é análoga):

$$\int_t \int_V \phi^f \frac{dS_w^f}{dS_w^m} \frac{\partial S_w^m}{\partial t} dV dt - \int_t \int_V \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\lambda_w^f \mathbb{K}^f \frac{\partial P_w^m}{\partial \omega} \right) dV dt = \int_t \int_V q_w^f dV dt. \quad (4.27)$$

Analisando o primeiro termo, de acumulação, tem-se

$$\int_t \int_V \phi^f \frac{dS_w^f}{dS_w^m} \frac{\partial S_w^m}{\partial t} dV dt \approx \phi_p^f \frac{dS_w^f}{dS_w^m} \Big|_p^\theta \frac{\varepsilon L}{2} (S_{w,p}^m - S_{w,p}^{m,o}) \quad , \quad (4.28)$$

Figura 4.5 – Volume de controle com um trecho de fratura



Fonte: Próprio autor

na qual L indica o comprimento da fratura, ou seja, a distância entre os nós p e j . Conforme citado anteriormente, ε indica a espessura da fratura.

O termo de vazão mássica por unidade de volume na Eq. (4.27), por sua vez, pode ser aproximado por

$$\int_t \int_V q_w^f dV dt \approx \Delta t \bar{q}_{w,p}^{f,\theta} \quad , \quad (4.29)$$

na qual

$$\bar{q}_{w,p}^{f,\theta} = q_{w,p}^{f,\theta} \frac{\varepsilon L}{2} \quad . \quad (4.30)$$

Por último, o segundo termo da Eq. (4.27) pode ser aproximado por

$$\int_t \int_V \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\lambda_w^f K^f \frac{\partial P_w^m}{\partial \omega} \right) dV dt \approx \varepsilon \Delta t \lambda_{w,up}^{f,\theta} K^f \frac{\partial P_w^{m,\theta}}{\partial \omega} \quad , \quad (4.31)$$

na qual

$$\frac{\partial P_w^{m,\theta}}{\partial \omega} = \frac{P_{w,j}^{m,\theta} - P_{w,p}^{m,\theta}}{L} \quad . \quad (4.32)$$

Assumindo esses dois nós p e j , tem-se

$$\begin{cases} \lambda_{w,up}^{f,\theta} = \lambda_{w,p}^{f,\theta} & \text{se } P_p > P_j \\ \lambda_{w,up}^{f,\theta} = \lambda_{w,j}^{f,\theta} & \text{se } P_p < P_j \end{cases} \quad , \quad (4.33)$$

A equação discretizada, por fim, pode ser escrita como

$$\phi_p^f \left. \frac{dS_w^f}{dS_w^m} \right|_p \left[\frac{\varepsilon L (S_{w,p}^m - S_{w,p}^{m,o})}{2 \Delta t} - \varepsilon \lambda_{w,up}^{f,\theta} \mathbb{K}^f \left(\frac{P_{w,j}^{m,\theta} - P_{w,p}^{m,\theta}}{L} \right) \right] = \bar{q}_{w,p}^{f,\theta} \quad (4.34)$$

Para a Eq. (3.19), a expressão discretizada é

$$-\varepsilon \mathbb{K}^f \left[\lambda_{t,up}^{f,\theta} \left(\frac{P_{w,j}^{m,\theta} - P_{w,p}^{m,\theta}}{L} \right) - \lambda_{o,up}^{f,\theta} \left(\frac{P_{c,j}^{m,\theta} - P_{c,p}^{m,\theta}}{L} \right) \right] = \bar{q}_{t,p}^{f,\theta} \quad , \quad (4.35)$$

Com as discretizações da fratura e da matriz, aplica-se agora a Eq. (4.1), de modo a obter o sistema de equações final. Vale ressaltar que, da maneira como foi realizada a discretização na fratura, já foi realizada a multiplicação pelo termo ε presente na Eq. (4.1), não sendo necessário um novo produto. Para obtenção da saturação, a equação final é

$$\begin{aligned} \Delta V_p^t \frac{(S_{w,p}^m - S_{w,p}^{m,o})}{\Delta t} - \sum_{\bar{j}p \in \mathbb{N}_f} \varepsilon_{\bar{j}p} \lambda_{w,up}^{f,\theta} \mathbb{K}^f \left(\frac{P_{w,j}^{m,\theta} - P_{w,p}^{m,\theta}}{L_{\bar{j}p}} \right) \\ - \sum_{e \in \mathbb{E}_p} \sum_{f \in \mathbb{F}_p^e} \left(\lambda_{w,up}^{m,\theta} \mathbb{K}^m \nabla P_w^{m,\theta} \right) \Big|_f \cdot \Delta \mathbf{S}_f = \bar{q}_{w,p}^{t,\theta} \end{aligned} \quad (4.36)$$

Note que nesta equação, para fins de simplificação da nomenclatura, utiliza-se a notação

$$\Delta V_p^t = \phi_p^m \Delta V_p + \phi_p^f \left. \frac{dS_w^f}{dS_w^m} \right|_p \frac{\varepsilon_{\bar{j}p} L_{\bar{j}p}}{2} \quad (4.37)$$

Para obtenção da pressão, é utilizada a equação

$$\begin{aligned}
& - \sum_{\bar{j}p \in \mathbb{N}_f} \varepsilon_{\bar{j}p} K^f \left[\lambda_{t,up}^{f,\theta} \left(\frac{P_{w,j}^{m,\theta} - P_{w,p}^{m,\theta}}{L_{\bar{j}p}} \right) - \lambda_{o,up}^{f,\theta} \left(\frac{P_{c,j}^{m,\theta} - P_{c,p}^{m,\theta}}{L_{\bar{j}p}} \right) \right] \\
& - \sum_{e \in \mathbb{E}_p} \sum_{f \in \mathbb{F}_p^e} \mathbb{K}^m \left(\lambda_{t,up}^{m,\theta} \nabla P_w^{m,\theta} + \lambda_{o,up}^{m,\theta} \nabla P_c^{m,\theta} \right) \Big|_f \cdot \Delta \mathbf{S}_f = \bar{q}_{t,p}^{t,\theta}. \quad (4.38)
\end{aligned}$$

Em ambas equações, Eqs. (4.36) e (4.38), os termos relacionados à matriz permaneceram os mesmos. Para as fraturas, inseriu-se um somatório, indicando uma varredura por todos trechos de fratura. Ou seja, \mathbb{N}_f indica o conjunto de arestas que representam trechos de fissuras e $\bar{j}p$ é a aresta formada pelos nós j e p (este último, coincidente com o volume de controle). Para os termos ε e L , acrescentou-se esta aresta como subíndice para indicar que são relativos a este trecho de fratura em específico. Deve-se ter em mente que o mesmo se aplica aos termos com o sobrescrito f , porém não foi acrescentado este subíndice para não sobrecarregar a formulação. Para a vazão, colocou-se um sobrescrito t indicando que este se trata do somatório da respectiva propriedade tanto da fratura quanto da matriz.

4.3 Método IMPES

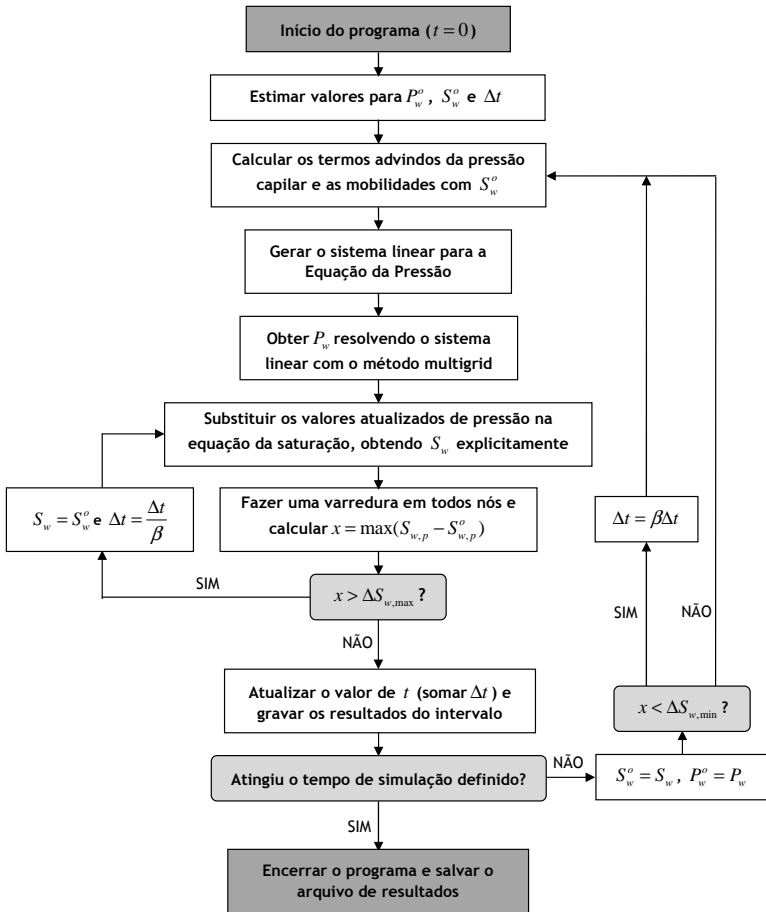
Nesta dissertação, faz-se uso de uma formulação IMPES (do inglês *Implicit Pressure, Explicit Saturation*). Este esquema consiste na resolução sequencial das equações desacopladas da pressão e da saturação. Todas as propriedades dependentes da saturação da fase molhante são computadas com os resultados do passo de tempo anterior. O campo de pressão é então calculado implicitamente (através da solução de um sistema linear) e o campo de saturação é obtido posteriormente de forma explícita utilizando os valores mais recentes do campo de pressão. Ou seja, com o uso do esquema IMPES o coeficiente θ que aparece nas equações do modelo numérico é substituído por o nos termos advindos das pressões capilares e mobilidades, e é suprimido (indicando estar no passo de tempo atual) para a pressão da água.

A maior limitação deste método encontra-se na restrição do passo de tempo devido à avaliação explícita das saturações. Algumas outras meto-

dologias foram desenvolvidas no sentido de suprir esta deficiência, tais como os métodos totalmente implícitos (nos quais se resolve um único sistema de equações envolvendo todas as variáveis, já que todas elas são avaliadas no passo de tempo atual). Mesmo com o advento destas novas técnicas, o método IMPES ainda é bastante utilizado e aprimorado devido a sua simplicidade e eficiência.

Um fluxograma do processo utilizado nesta dissertação é exibido na Fig. 4.6. Percebe-se neste fluxograma, pela presença dos termos β , ΔS_{\max} e ΔS_{\min} (sendo $\beta > 1$), que é adotado um passo de tempo adaptativo para garantir estabilidade aos resultados e limitar a restrição supracitada. Se a variação da saturação em um passo de tempo, para algum dos nós da malha, for superior a um valor estabelecido ΔS_{\max} , o resultado é desconsiderado, Δt sofre uma redução por um fator β e a simulação volta ao início daquele passo de tempo. Caso a maior variação de saturação na malha, para um dado passo de tempo, seja ainda inferior a um valor ΔS_{\min} , os resultados são aceitos, Δt é multiplicado pelo mesmo fator β e inicia-se o cálculo do próximo passo de tempo. Caso nenhuma das duas situações ocorram, o resultado obtido é aceito e o passo de tempo, mantido.

Figura 4.6 – Fluxograma do método numérico



RESULTADOS

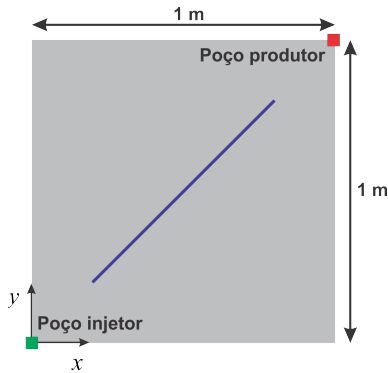
5.1 Validação do modelo de fratura discreta

Neste capítulo são apresentados alguns resultados obtidos com o programa desenvolvido nesta dissertação. A disponibilidade de resultados para validação deste programa é pequena, sendo em sua maior parte fornecidos através de campos de saturação. Neste trabalho, são utilizadas propostas de problemas advindas do artigo de Monteagudo e Firoozabadi (2004), cujo modelo de fratura discreta é utilizado nesta dissertação, e do trabalho de Marcondes, Varavei e Sepehrnoori (2010), que se basearam no mesmo modelo. São analisados dois casos, presentes em ambos artigos: um com uma fratura e outro com seis fraturas.

5.1.1 Caso 1: geometria com uma fratura

O primeiro problema, aqui chamado de **caso 1**, trata-se de um reservatório no formato de um quadrado com 1 m de lado, com uma fratura de espessura $\varepsilon = 10^{-4}$ m representada por uma reta ligando os pontos $(0,2;0,2)$ e $(0,8;0,8)$. O meio é isolado em todas laterais, com um poço injetor no ponto $(0;0)$ e um poço produtor no ponto $(1,0;1,0)$. A geometria deste problema está especificada na Fig. 5.1.

Figura 5.1 – Estrutura do caso 1



Fonte: Próprio autor

As propriedades do fluido e da rocha encontram-se, respetivamente, nas tabelas 5.1 e 5.2. Considera-se a matriz um meio isotrópico, de modo que seu tensor permeabilidade é definido por um único valor. A vazão volumétrica do poço injetor é igual a $2,3148 \times 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s}$. Cada um dos artigos analisados propõe valores distintos para as constantes da permeabilidade relativa e para a saturação inicial do reservatório. Por esta razão, as comparações são feitas separadamente.

Tabela 5.1 – Propriedades do fluido

Propriedade	Fase molhante	Fase não molhante
Viscosidade, Pa.s	$0,8 \times 10^{-3}$	$0,45 \times 10^{-3}$

Tabela 5.2 – Propriedades do meio poroso

Propriedade	Matriz	Fratura
Porosidade	0,2	1,0
Permeabilidade, m^2	$9,87 \times 10^{-16}$	$8,26119 \times 10^{-10}$

Para Monteagudo e Firoozabadi (2004), a saturação inicial de fluido molhante no reservatório é considerada nula e as constantes necessárias para o cálculo da permeabilidade relativa são dadas na Tab. 5.3.

Tabela 5.3 – Constantes da permeabilidade relativa para Monteagudo e Firoozabadi (2004)

	Matriz (<i>m</i>)		Fratura (<i>f</i>)	
	Água	Óleo	Água	Óleo
Valor máximo da curva	1,0	1,0	1,0	1,0
Saturação residual	0,0	0,0	0,0	0,0
Expoente de Corey	5,0	5,0	3,0	3,0

Antes de analisar os resultados, algumas observações devem ser feitas sobre o processo iterativo, em particular no que diz respeito ao passo de tempo e ao refinamento da malha. Para o primeiro, conforme apresentado anteriormente na discussão sobre o método IMPES, adota-se um passo de tempo adaptativo. Tal obedece às constantes propostas em Monteagudo e Firoozabadi (2004), cujos valores são dados na Tab. 5.4.

Tabela 5.4 – Coeficientes para o passo de tempo

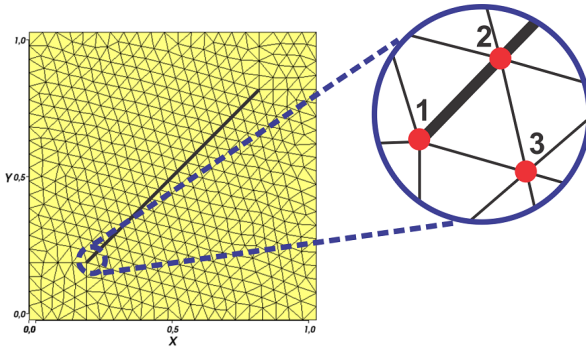
β	ΔS_{\max}	ΔS_{\min}
1,2	0,01	0,005

Apesar de testada, a utilização de um passo de tempo fixo não se mostrou vantajosa. Duas razões se destacam para esta assertiva: uma associada à própria formulação IMPES, já que, como a resolução da equação da saturação se dá de forma explícita, restringem-se os valores que este pode assumir; e outra relacionada às desvantagens do próprio modelo de fratura discreta. No momento em que o fluido injetado chega a uma fratura, o passo de tempo precisa ser reduzido drasticamente para balancear a anisotropia dos coeficientes do sistema linear. Manter este passo de tempo reduzido por toda a simulação acrescenta um tempo de simulação desnecessário.

Conforme comentado brevemente na revisão bibliográfica, esta anisotropia do sistema linear surge na superposição dos sistemas de equações (da matriz e da fratura), devido às grandes discrepâncias em suas propriedades. A fim de visualizar e aferir esta anisotropia, foram esco-

lhidos a malha e os nós indicados na Fig. 5.2, sendo um nó separado da fratura, um no extremo e outro no meio da fissura.

Figura 5.2 – Malha e nós considerados na análise da anisotropia dos coeficientes do sistema linear resultante



Fonte: Próprio autor

Para cada um dos volumes de controle obtidos com estes nós, são apresentados, na Tab. 5.5, os coeficientes da diagonal principal do sistema linear resultante, com as propriedades até então apresentadas, após 10 dias de simulação (quando a fase molhante já chegou à fratura) e em diferentes situações de pressão capilar. Percebe-se que, quando a fissura é considerada, a ordem de grandeza dos coeficientes dos volumes de controle com fratura torna-se quatro vezes maior que no volume sem tal. Vale ressaltar que a presença da pressão capilar, apesar de modificar os coeficientes, não chegou a alterar sua ordem de grandeza.

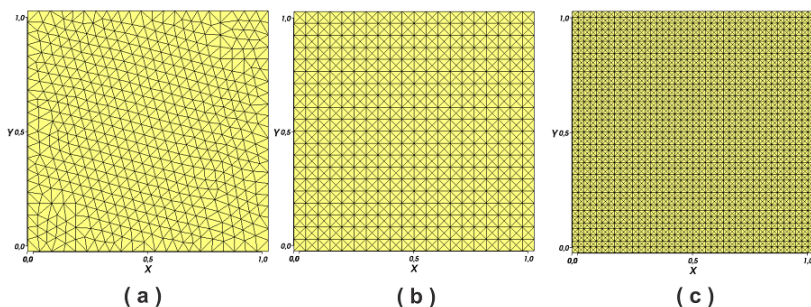
Tabela 5.5 – Coeficiente da diagonal principal do sistema linear resultante para o volume de controle p , após 10 dias

Nó	Caso sem fratura	$B^m = B^f = 0 \text{ atm}$	$B^m = B^f = 1 \text{ atm}$
1	$7,12 \times 10^{-13}$	$1,15 \times 10^{-9}$	$1,32 \times 10^{-9}$
2	$5,94 \times 10^{-13}$	$2,19 \times 10^{-9}$	$2,66 \times 10^{-9}$
3	$6,38 \times 10^{-13}$	$5,99 \times 10^{-13}$	$4,15 \times 10^{-13}$

Portanto, os resultados desta dissertação atêm-se ao passo de tempo adaptativo. Para a confecção dos gráficos, adota-se a variável PVI/VPI (*Pore Volume Injected/Volume Poroso Injetado*) como uma forma de adimensionalizar o tempo. Conhecendo-se a vazão de injeção, o volume poroso do reservatório e o valor de PVI, encontra-se o valor do tempo físico. Ainda nesta vertente, o volume de óleo produzido é fornecido através do volume poroso (PV), também adimensional, obtido pela razão entre o volume de óleo produzido ao longo do tempo e o volume poroso total. A vazão volumétrica proposta para os casos estudados corresponde a 0,01 PVI/d.

Com relação à escolha da malha, uma malha refinada foi empregada para verificar os resultados obtidos com outras mais grosseiras. Estas são apresentadas na Fig. 5.3.

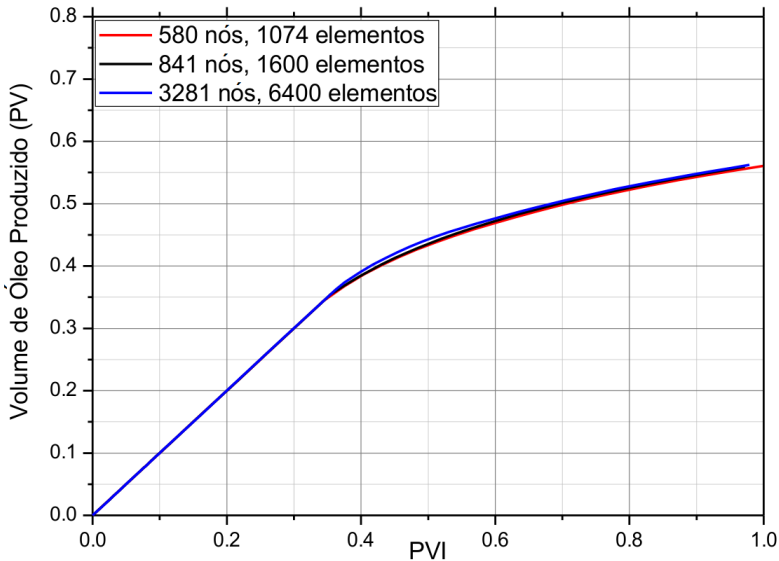
Figura 5.3 – Malhas utilizadas para o caso 1 e similares. a) Malha 1 - 580 nós, 1074 elementos; b) Malha 2 - 841 nós, 1600 elementos; c) Malha 3 - 3281 nós, 6400 elementos



Fonte: Próprio autor

Uma comparação de resultados para este caso, sem considerar pressão capilar, é apresentada na Fig. 5.4. Estes apresentam uma boa concordância, com uma diferença percentual máxima (tomando os resultados da malha refinada como referência) de aproximadamente 2%. Esta qualidade manteve-se em outros exemplos, com pressão capilar ou mais fraturas. Com essa confirmação, utiliza-se a malha da Fig. 5.3.a), chamada aqui de Malha 1, para a resolução do caso 1. Esta é a mesma malha proposta no trabalho de Marcondes, Varavei e Sepehrnoori (2010).

Figura 5.4 – Resultados do caso 1 sem pressão capilar para diferentes tamanhos de malha



Fonte: Próprio autor

São analisados dois casos de pressão capilar. Para isto, assumem-se diferentes valores para a constante B^f , enquanto $B^m = 1$ atm. Os resultados são apresentados na Fig. 5.5, junto com os de uma situação sem a presença da fratura, de modo que se possa visualizar o decréscimo da vida útil do poço produtor com tal. Nota-se que a tendência das curvas com pressão capilar, para ambos casos, são bem similares. O volume de óleo produzido obtido com o programa desenvolvido nesta dissertação, contudo, é um pouco superior. É importante mencionar, contudo, que a diferença aproximada entre a chegada de água ao poço produtor em ambos é de apenas 2 dias, o que representa uma diferença percentual máxima, tomando os resultados de Monteagudo e Firoozabadi (2004) como base, inferior a 4%.

Marcondes, Varavei e Sepehrnoori (2010) resolveram o mesmo problema propondo uma saturação inicial de fluido molhante no reservatório igual a 0,0001 e constantes da permeabilidade relativa iguais às da Tab. 5.6. São estas as condições utilizadas para as demais simulações do caso

1 e para o caso 2.

Figura 5.5 – Comparação de resultados do caso 1 proposto por Monteagudo e Firoozabadi (2004)

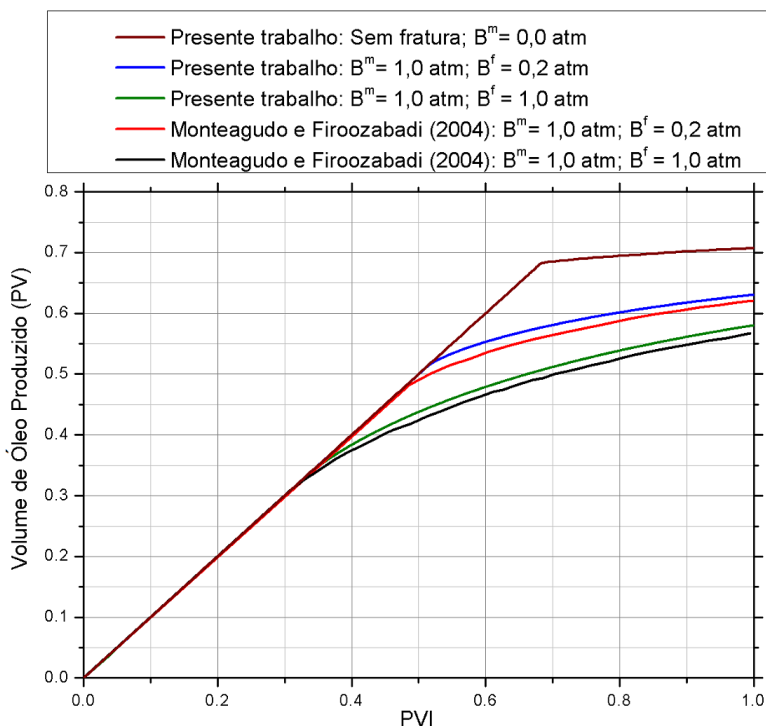
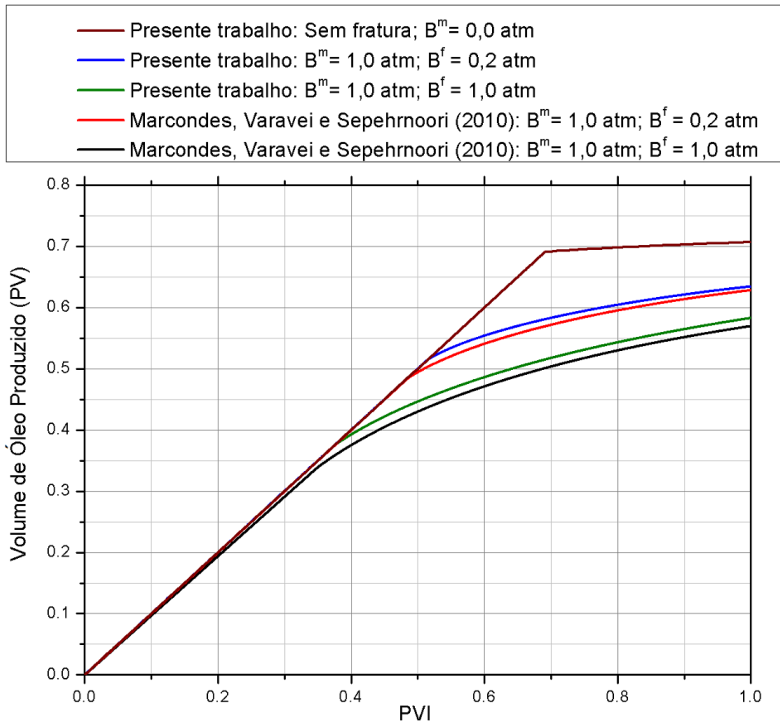


Tabela 5.6 – Constantes da permeabilidade relativa para Marcondes, Varavei e Sepehrnoori (2010)

	Matriz (<i>m</i>)		Fratura (<i>f</i>)	
	Água	Óleo	Água	Óleo
Valor máximo da curva	1,0	1,0	1,0	1,0
Saturação residual	0,2	0,1	0,0	0,0
Expoente de Corey	5,0	5,0	3,0	3,0

A Fig. 5.6 mostra a comparação dos resultados sob as mesmas condições de pressão capilar. Novamente, a tendência das curvas é a mesma, apesar do volume de óleo produzido obtido com o programa desta dissertação ser um pouco superior. A diferença percentual, contudo, continua inferior a 4%. No caso de $B^f = 0,2$ atm, inclusive, ela decai nos últimos dias de simulação.

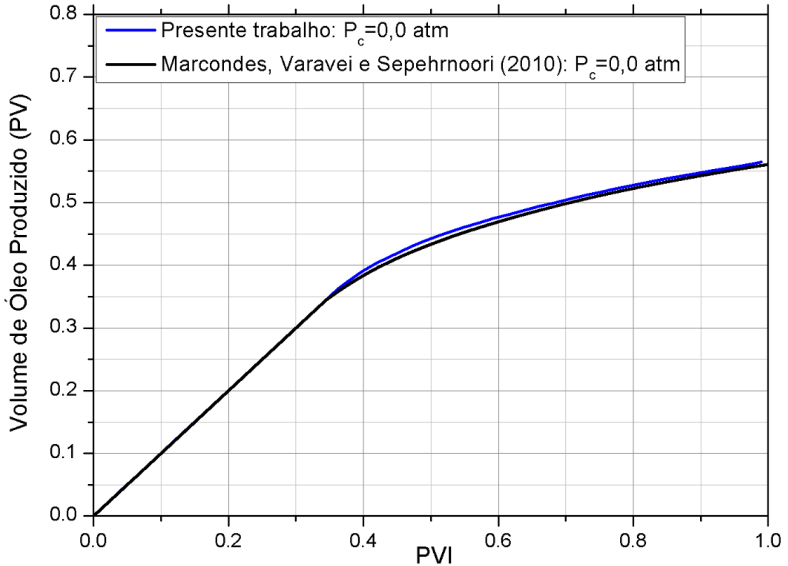
Figura 5.6 – Comparação de resultados do caso 1 proposto por Marcondes, Varavei e Sepehrnoori (2010)



Fonte: Próprio autor

A Fig. 5.7 apresenta as curvas de produção para uma situação sem pressão capilar. Nota-se nesse caso uma grande concordância entre os resultados, com uma diferença percentual inferior a 2,5%. Comparando com os dois casos de pressão capilar anteriores, os valores de produção obtidos são próximos aos do caso em que $B^f = 1$ atm.

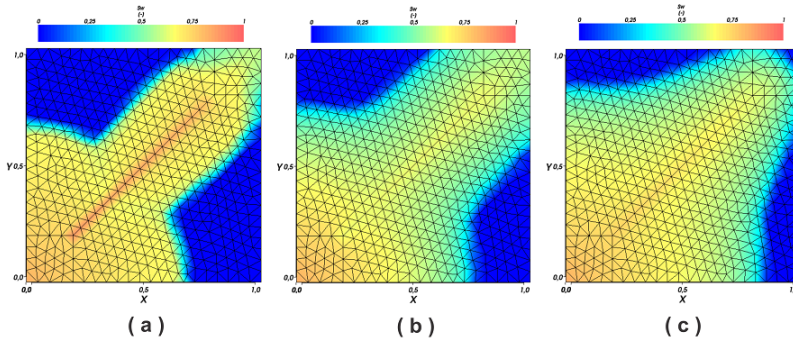
Figura 5.7 – Comparação do volume de óleo produzido com resultados de Marcondes, Varavei e Sepehrnoori (2010) para o caso 1 sem pressão capilar



Fonte: Próprio autor

A Fig. 5.8 apresenta o campo de saturação da fase molhante, no que seria o quinquagésimo dia de produção, para vários valores de pressão capilar. Os resultados são semelhantes aos apresentados nos demais trabalhos: a presença da fratura acelera a chegada de água ao poço produtor e a pressão capilar, por sua vez, retarda esse efeito. Esta última afirmação, claro, está relacionada ao modelo de pressão capilar adotado. Para a formulação desta dissertação, Eq. (3.15), pode-se estabelecer ainda uma análise a partir da razão B^m/B^f . Caso esta seja maior que a unidade, o coeficiente B^f será menor que B^m . A igualdade da pressão capilar na interface matriz-fratura faz com que, nesta região, a saturação na fratura seja inferior à saturação na matriz. Quanto maior esta razão, maior a discrepância, limitando a passagem de água pelas fissuras e, assim, aumentando a vida útil do poço produtor. Ou seja, motivada pela pressão capilar, há imbibição da fase molhante, advinda da fratura, na matriz rochosa, sendo este efeito evidenciado com o aumento da razão B^m/B^f .

Figura 5.8 – Campo de saturação para o caso 1 após 50 dias. a) $B^m = B^f = 0$ atm; b) $B^m = B^f = 1$ atm; c) $B^m = 1$ atm e $B^f = 0,2$ atm.

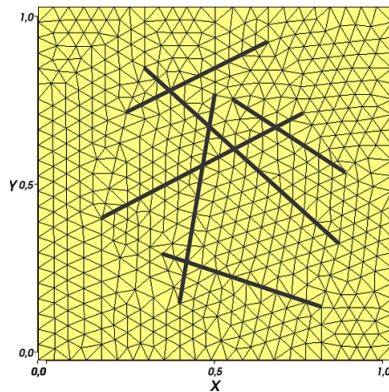


Fonte: Próprio autor

5.1.2 Caso 2: geometria com seis fraturas

O outro problema, apresentado pelos autores supracitados e aqui chamado de **caso 2**, apresenta a mesma estrutura e propriedades do anterior, alterando somente a quantidade e localização das fraturas. O novo sistema, assim como a malha utilizada para resolução, são apresentadas simultaneamente na Fig. 5.9. As coordenadas de cada fratura são apresentadas na Tab. 5.7.

Figura 5.9 – Rede de fraturas e malha utilizada na resolução do caso 2



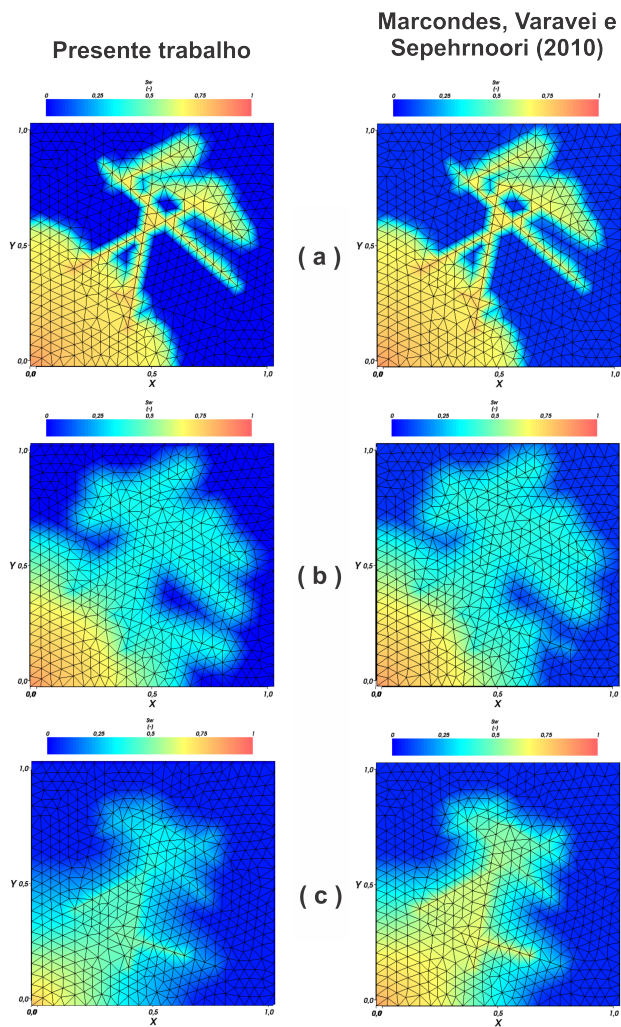
Fonte: Próprio autor

Tabela 5.7 – Coordenadas dos extremos de cada uma das fraturas no caso 2

Fratura	Ponto 1, m	Ponto 2, m
1	(0, 18; 0, 40)	(0, 75; 0, 70)
2	(0, 30; 0, 83)	(0, 85; 0, 33)
3	(0, 55; 0, 74)	(0, 87; 0, 53)
4	(0, 50; 0, 75)	(0, 40; 0, 16)
5	(0, 25; 0, 70)	(0, 65; 0, 90)
3	(0, 35; 0, 30)	(0, 80; 0, 15)

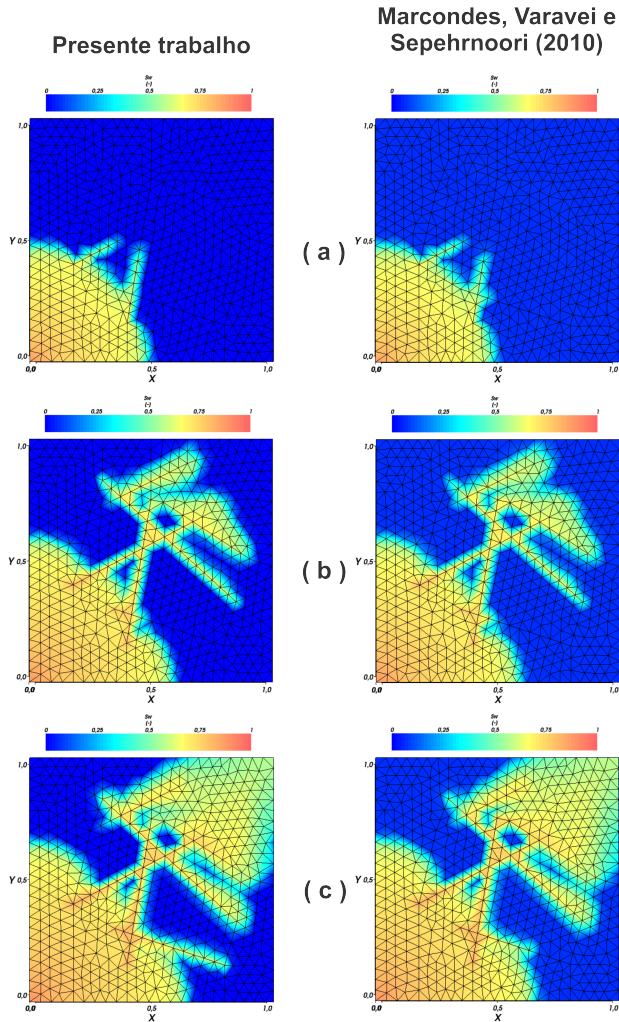
Não foram fornecidos dados adequados para uma análise numérica dos resultados. Em contato com o coorientador desta dissertação, contudo, foram obtidos campos de saturação provenientes do programa utilizado na confecção do trabalho de Marcondes, Varavei e Sepehrnoori (2010), de modo que a comparação se dá de forma qualitativa. As Figs. 5.10 e 5.11 apresentam tais comparações, com os campos de saturação da fase molhante após aproximadamente 25 dias para diferentes valores de pressão capilar e os campos de saturação para diferentes dias na situação sem pressão capilar, respectivamente. Assim como no caso 1, nota-se que, apesar do comportamento das curvas de nível da fase molhante ser similar, o volume de óleo produzido com o programa desenvolvido nesta dissertação é superior. Isto pode ser observado pelo fato de tais curvas de nível estarem mais retraídas em comparação aos resultados de Marcondes, Varavei e Sepehrnoori (2010). Apesar desta diferença se acentuar à medida que se aumentou a razão B^m/B^f , o volume aproximado de óleo produzido ao fim dos 100 dias permaneceu com uma diferença percentual na casa de 5%.

Figura 5.10 – Comparação dos campos de saturação para o caso 2 após aproximadamente 25 dias. a) $B^m = B^f = 0$ atm; b) $B^m = B^f = 1$ atm; c) $B^m = 1$ atm e $B^f = 0,2$ atm.



Fonte: Próprio autor

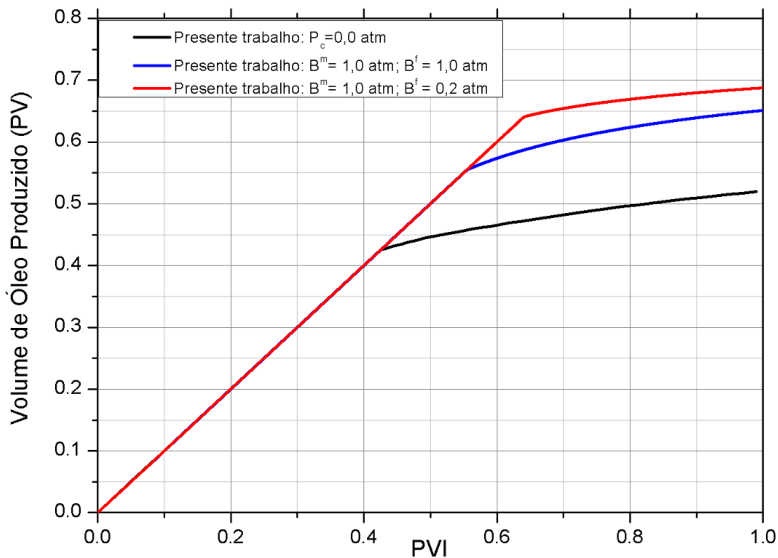
Figura 5.11 – Comparação dos campos de saturação para o caso 2 com $B^m = B^f = 0$ atm após a) 12 dias; b) 25 dias; c) 40 dias.



Fonte: Próprio autor

A Fig. 5.12, por sua vez, indica o volume de óleo produzido, para diferentes valores de pressão capilar, com o programa desenvolvido nesta dissertação. As mesmas análises acerca da pressão capilar e da presença da fratura feita para os casos anteriores se aplicam aqui.

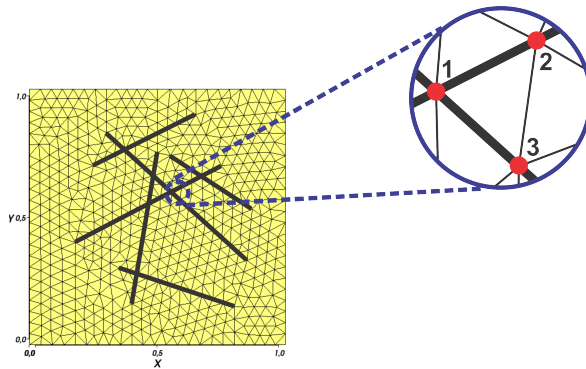
Figura 5.12 – Volume de óleo produzido com o caso 2 para diferentes valores de pressão capilar



Fonte: Próprio autor

Vale ressaltar que, no caso 2, há várias fissuras que se interceptam. Esta ocorrência, comum em reservatórios naturalmente fraturados, ratifica um cuidado necessário na implementação do modelo. Para exemplificar este cuidado, a Fig. 5.13 apresenta em detalhe um trecho da malha no qual ocorre um cruzamento de duas fraturas. Nesta situação, repassar somente os nós ao programa não seria suficiente para determinação de tais: a conectividade dos nós que representam as fraturas é fundamental para sua completa caracterização. Caso contrário, o programa consideraria que a aresta formada pelos nós 2 e 3 da Fig. 5.13 representaria um trecho da fissura, o que resultaria em informações errôneas na interpretação do escoamento.

Figura 5.13 – Detalhe de uma intersecção de fraturas na malha do caso 2



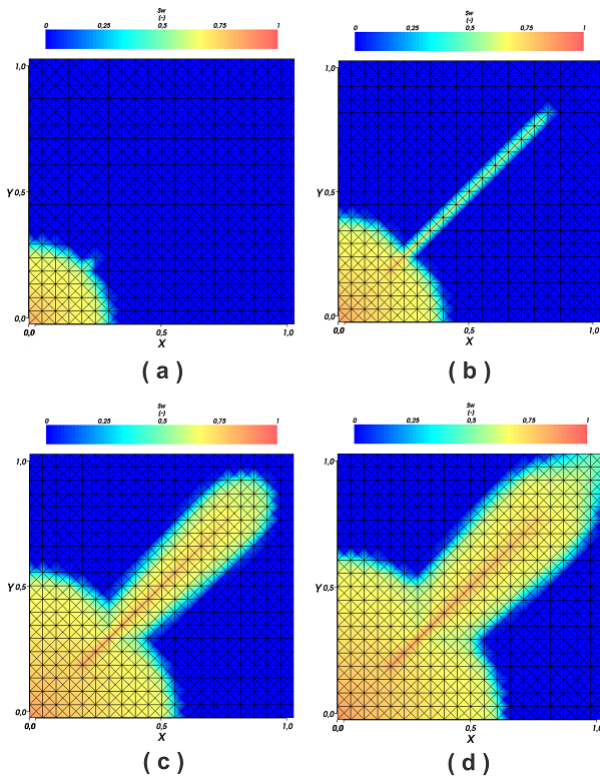
Fonte: Próprio autor

5.2 Influência de propriedades da fratura

Como apresentado na revisão bibliográfica, a principal vantagem do modelo de fratura discreta encontra-se na representação fiel da rede de fraturas. Com enfoque nesta vantagem, analisa-se a influência de algumas das propriedades que caracterizam uma rede de fraturas, abordando algumas características do método que não foram analisadas nos casos de validação. Para essas simulações, as propriedades, salvo indicado o contrário, são as mesmas do caso 1 propostas por Monteagudo e Firoozbadi (2004). Não é considerada pressão capilar. A malha utilizada nessa análise é a Malha 2, dada na Fig. 5.3.b), o que facilita na representação de diferentes posições e inclinações da fratura.

Antes de discutir estas propostas, contudo, e no intuito de visualizar o efeito da fratura na produtividade do poço, mostram-se, na Fig. 5.14, os campos de saturação para momentos diferentes da simulação do caso 1. Pode-se notar que a fase molhante chega na fratura em 5 dias, saturando-a em toda sua extensão rapidamente. Aos 10 dias de simulação, esta já começa a se deslocar para fora das fraturas, alcançando o poço produtor em aproximadamente 35 dias. Caso a fratura não estivesse presente, a chegada da fase molhante ao poço produtor, sob essas circunstâncias, seria de aproximadamente 68 dias.

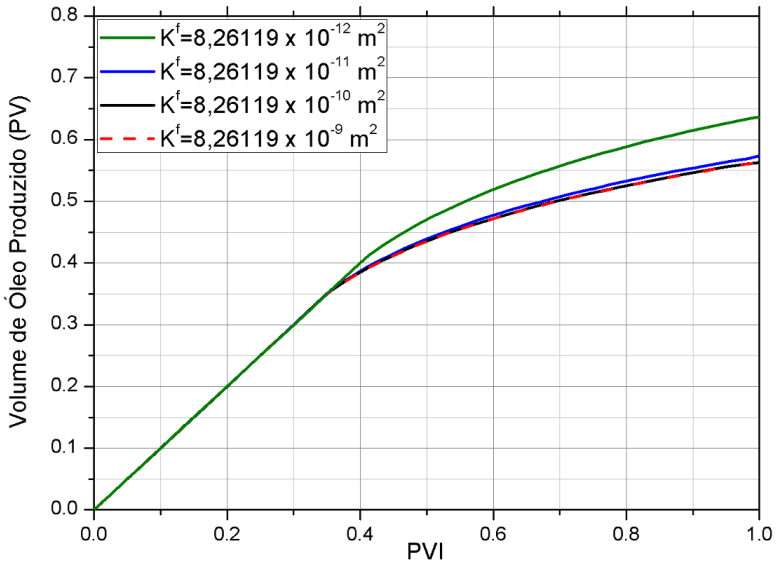
Figura 5.14 – Campo de saturação para o caso 1 sem considerar pressão capilar após: a) 5 dias; b) 10 dias; c) 25 dias; d) 35 dias



Fonte: Próprio autor

A primeira análise refere-se à permeabilidade da fissura. Partindo do valor dado pela Tab. 5.2, trabalhou-se com permeabilidades dez e cem vezes menores, assim como dez e cem vezes maiores. Os resultados são apresentados na Fig. 5.15. Para os primeiros casos, em que a permeabilidade na fratura decaiu, a chegada de água no poço produtor é adiada, uma vez que o fluido já não possui a mesma facilidade para escoar na fissura. Para as situações em que a permeabilidade da fratura aumentou, contudo, pouca diferença é notada, de modo que somente um dos casos é representado.

Figura 5.15 – Volume de óleo produzido no caso 1 para diferentes valores de permeabilidade da fratura

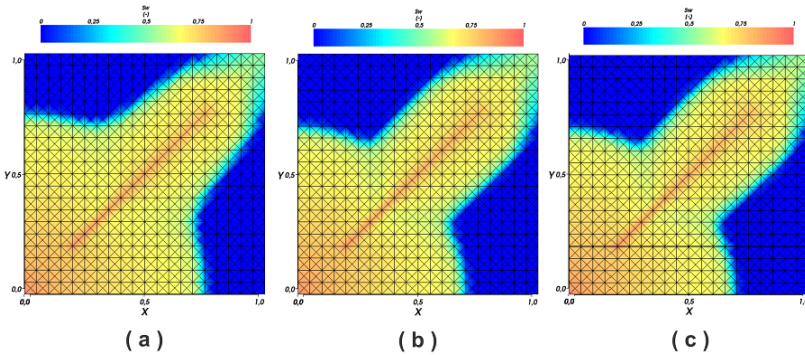


Fonte: Próprio autor

Uma possível explicação para o fato da produção permanecer bem próxima da original mesmo com o acréscimo de K^f seria a de que, nestas condições, a ordem de grandeza dos coeficientes difusivos obtidos para a fratura já é significativamente superior à da matriz, fazendo com que mudanças no sentido de distanciar esses termos ainda mais não causem alterações significativas nos resultados.

A Fig. 5.16 mostra os campos de saturação após 50 dias de simulação, sendo considerados somente o caso de origem e os dois casos com permeabilidade menor, nos quais as diferenças podem ser notadas. Percebe-se que a frente de saturação, na matriz-rochosa, que se propaga a partir do poço injetor está mais avançada na Fig. 5.16.a), uma vez que, quanto menor a permeabilidade na fratura, menor o peso do escoamento na fissura.

Figura 5.16 – Campo de saturação para o caso 1 após 50 dias. a) $K^f = 8,26119 \times 10^{-12} \text{ m}^2$; b) $K^f = 8,26119 \times 10^{-11} \text{ m}^2$; c) $K^f = 8,26119 \times 10^{-10} \text{ m}^2$.

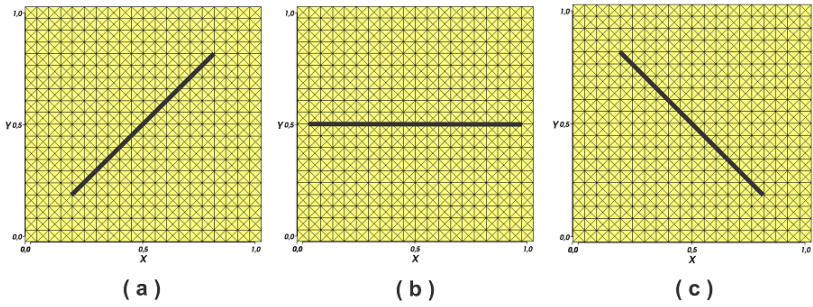


Fonte: Próprio autor

A porosidade da fratura também foi analisada. Variações desta propriedade, entretanto, não alteraram de forma perceptível o escoamento, de forma que não é apresentado o gráfico com estes resultados. Isto ocorre pois, além do volume da fratura ser bem inferior ao da matriz rochosa, a porosidade aparece somente no termo de acumulação. Como o escoamento é incompressível e as fraturas possuem dimensões pequenas porém com propriedades expressivas, inicialmente o gradiente de saturação na mesma é abrupto. Este descrece de forma rápida, contudo, fazendo com que o termo de acumulação perca importância. Vale ressaltar que esta análise se atém ao fato da porosidade como um termo matemático presente na equação discretizada. Como a porosidade e a permeabilidade estão relacionadas entre si pela conectividade e tamanho dos poros do meio poroso, alterações na primeira provavelmente modificariam a segunda, o que, conforme discutido anteriormente, poderia afetar o escoamento.

Os próximos resultados referem-se à inclinação da fratura. É de se esperar que fraturas cuja direção coincide com a do gradiente de pressão influenciem os resultados de forma mais marcante. Para este estudo, parte-se do caso 1 e, mantendo o ponto médio da fratura fixo, altera-se a inclinação da mesma. As geometrias estudadas encontram-se na Fig. 5.17. No caso $\theta = 0$, a dimensão da fratura é um pouco maior para poder se acomodar à malha.

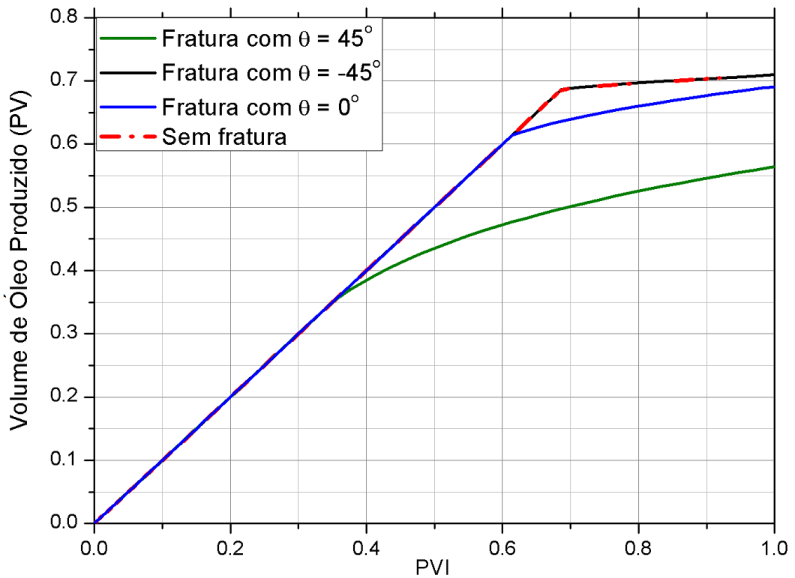
Figura 5.17 – Geometrias de acordo com a inclinação θ da fratura em relação à horizontal: a) $\theta = 45^\circ$; b) $\theta = 0^\circ$; c) $\theta = -45^\circ$



Fonte: Próprio autor

As curvas de produção de óleo são fornecidas na Fig. 5.18. Para o gráfico, acresce-se ainda o caso sem fratura alguma, o qual apresenta alta concordância com o caso $\theta = -45^\circ$.

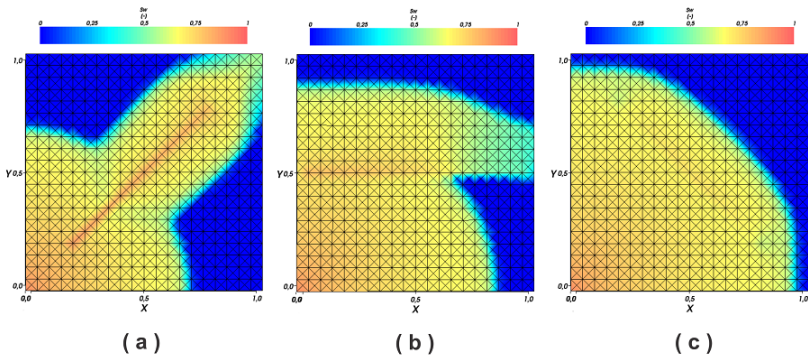
Figura 5.18 – Volume de óleo produzido para casos com fraturas em diferentes graus de inclinação



Fonte: Próprio autor

Nota-se que caso a direção da fratura seja perpendicular ao gradiente de pressão, seu efeito será praticamente desprezível. À medida que se aumenta sua inclinação, contudo, há um decréscimo do tempo de vida útil do poço produtor, tendo a maior limitação com $\theta = 45^\circ$. A Fig. 5.19 apresenta os campos de saturação após 50 dias para cada um destes casos.

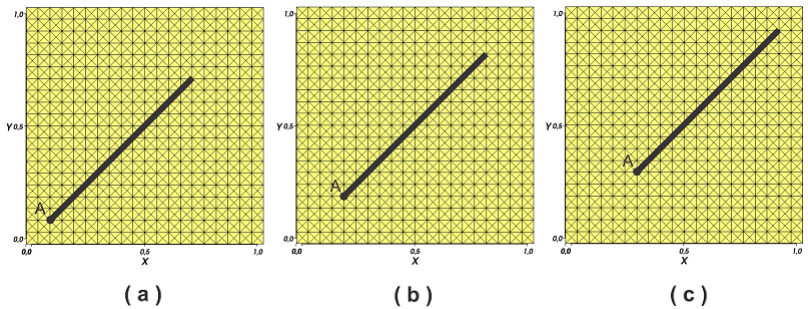
Figura 5.19 – Campo de saturação após 50 dias para fraturas com inclinação: a) $\theta = 45^\circ$; b) $\theta = 0^\circ$; c) $\theta = -45^\circ$



Fonte: Próprio autor

A última análise relacionada à caracterização das fraturas trabalha com a posição da mesma no meio, conforme é apresentado na Fig. 5.20.

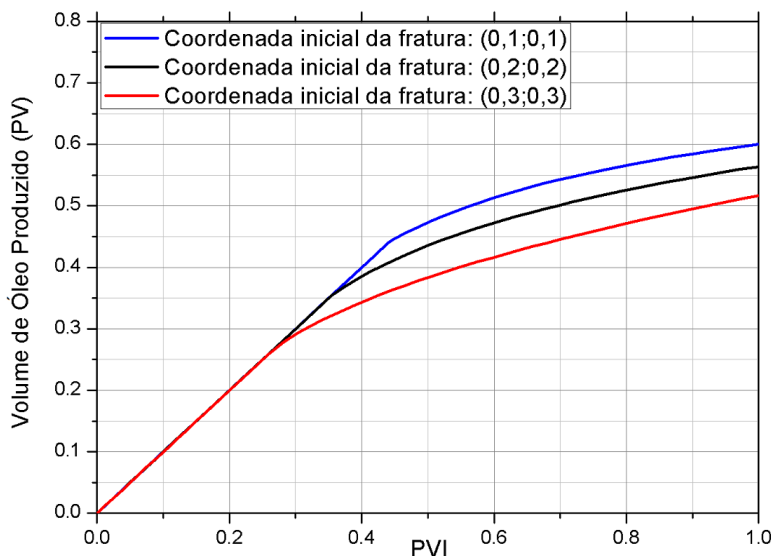
Figura 5.20 – Geometrias abordadas, classificadas pela coordenada da fratura mais próxima do poço injetor, aqui indicada pela letra A: a) $A = (0, 1; 0, 1)$; b) $A = (0, 2; 0, 2)$; c) $A = (0, 3; 0, 3)$.



Fonte: Próprio autor

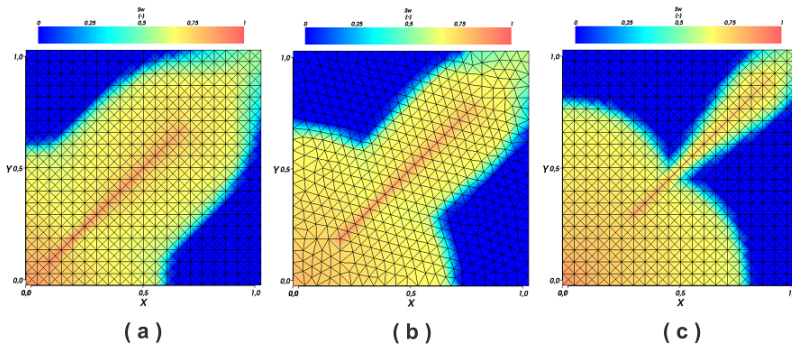
Para tal, manteve-se a mesma inclinação $\theta = 45^\circ$ e o comprimento, porém deslocou-se a fratura ao longo da diagonal que liga poços produtor e injetor. As curvas de produção de óleo e os campos de saturação para 50 dias de produção são fornecidos respectivamente nas Figs. 5.21 e 5.22. Pode-se perceber que, quanto mais próxima a fratura do poço produtor, mais cedo se dá a chegada da fase molhante no mesmo. Isto se deve tanto ao fato do escoamento entre o poço injetor e o ponto A estar limitado pelas laterais impermeáveis do reservatório quanto ao fato da vazão da fase molhante no outro extremo da fratura ser somente uma parcela do fluxo de injeção original. Assim, a velocidade de propagação da fase molhante antes de adentrar a fissura é superior àquela logo após sair da fratura, fazendo com que o fluido necessite de mais tempo, neste último caso, para percorrer a mesma distância. Como o comprimento da fratura é constante, retarda-se a inviabilização do poço produtor com a extensão da distância entre este e a fratura.

Figura 5.21 – Volume de óleo produzido para casos com fratura em diferentes posições



Fonte: Próprio autor

Figura 5.22 – Campo de saturação após 50 dias para casos com coordenada: a) $A = (0, 1; 0, 1)$; b) $A = (0, 2; 0, 2)$; c) $A = (0, 3; 0, 3)$

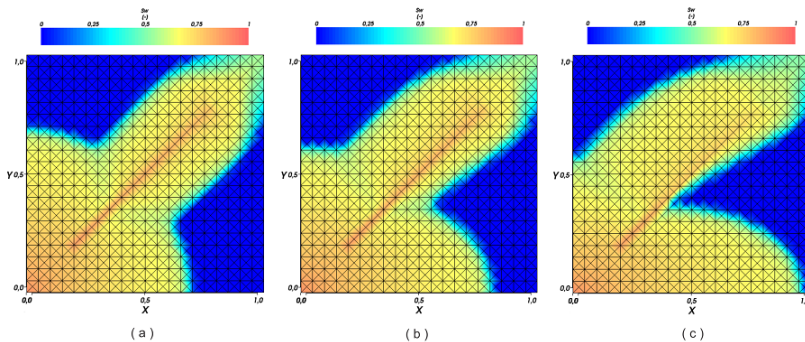


Fonte: Próprio autor

5.3 Anisotropia da rocha-matriz

Apesar de todos os casos apresentados aqui a matriz ser considerada isotrópica, essa não é uma restrição do programa. De modo a apresentar esta característica, apresentam-se na Fig. 5.23 as curvas de saturação, novamente para 50 dias de produção, do caso 1 sem pressão capilar, alterando a componente K_{xx} do tensor permeabilidade da rocha-matriz.

Figura 5.23 – Campo de saturação após 50 dias para casos onde na matriz: a) $K_{xx} = K_{yy}$; b) $K_{xx} = 2K_{yy}$; c) $K_{xx} = 4K_{yy}$



Fonte: Próprio autor

À medida que K_{xx} aumenta, o fluxo horizontal torna-se predominante no resultado. Como a fratura possui uma permeabilidade bem superior à da matriz, contudo, uma vez que se alcança a fratura, o deslocamento ocorre primariamente por ela. Assim que a saturação em toda extensão da fratura torna-se elevada e o fluido começa a se deslocar novamente para a matriz, quanto maior o valor de K_{xx} , menos fluido se desloca para sua parte inferior. Isso ocorre porque, somado à maior permeabilidade na direção horizontal, o fluido que se desloca nessa direção encontra um gradiente de pressão negativo na direção vertical e positivo na direção horizontal.

Esta análise é particularmente importante pois, caso seja aplicado um modelo híbrido que substitui as fraturas menores por uma permeabilidade equivalente, por exemplo, a capacidade de processar a anisotropia do meio passa a ser uma necessidade do modelo.

CONCLUSÕES

No presente trabalho foi implementado um programa com o modelo de fratura discreta USDFM para simulação do escoamento bifásico, incompressível, imiscível, isotérmico na simulação de reservatórios naturalmente fraturados, rígidos e bidimensionais. Estas hipóteses, apesar de restritas, são comumente aplicadas na simulação do processo de recuperação secundária dado pela injeção de água.

Antes disso, contudo, foi apresentada uma revisão do estado da arte no que diz respeito à simulação dos reservatórios naturalmente fraturados. Atentou-se também ao fato que a metodologia aqui apresentada possui aplicações fora do escopo deste trabalho, em particular no projeto do fraturamento hidráulico. Em um âmbito numérico, foram apresentadas as bibliotecas EFVLib e ACMLib, desenvolvidas no laboratório SIN-MEC, para facilitar a aplicação do método EbFVM. Este método, por sua vez, foi apresentado e aplicado na discretização das equações da matriz. O método IMPES foi escolhido para resolução das equações.

Dois casos foram apresentados para validação do modelo, seguidos de algumas simulações para análise de características do meio. Com estas, desejou-se mostrar que a representação adequada de informações como conectividade, orientação e distribuição das fraturas, qualidade que distingue o modelo de fratura discreta do modelo de dupla porosidade – o mais utilizado comercialmente – possuem efeito decisivo no desempenho de um reservatório. Discutiu-se também as restrições que o modelo aplicado nesta dissertação possui, assim como a possibilidade de

utilização do modelo híbrido visando aumentar a gama de aplicações do modelo de fratura discreta.

Este projeto buscou mostrar a importância desta pesquisa frente às atuais necessidades da indústria de petróleo. O atual nível de tecnologia e de conhecimento disponíveis nessa área permite a geração de modelagens mais complexas do reservatório e que representem melhor sua física, o que por fim auxiliam no processo produtivo. Como amplamente discutido nesse texto, o modelo de fratura discreta vem fazer uso da evolução numérica na representação da geometria e das fissuras.

Vale repetir e ressaltar o quadro no qual se insere esse trabalho. Como essa linha de pesquisa é nova no laboratório SINMEC, espera-se que esta dissertação forneça uma base para que novos modelos sejam desenvolvidos e outros aspectos da física possam ser incorporados. O que se apresentou nesta dissertação, portanto, foi uma proposta de incorporação do que há disponível na literatura do modelo de fratura discreta em uma estrutura computacional robusta e eficiente advinda das bibliotecas EFVLib e ACMLib. Com isso, há a possibilidade, não só de expansão do escopo da pesquisa, podendo trabalhar com malhas híbridas ou até mesmo escoamento tridimensional, mas também de incorporação destes resultados em softwares de maior envergadura em desenvolvimento no laboratório.

6.1 Sugestões para trabalhos futuros

Dentre as sugestões para trabalhos futuros, três propostas são particularmente interessantes no intuito de representar os reservatórios e os processos utilizados na Indústria de Petróleo e Gás de maneira mais fidedigna. São elas:

- Expandir a metodologia aqui desenvolvida para casos tridimensionais. Nesta conjectura, como as fraturas deixam de ser representadas por arestas e passam a ser representadas pelas faces dos elementos, pode-se adotar, por exemplo, um tensor permeabilidade para representá-las. Como as fraturas devem estar explícitas na malha, a geração e processamento desta tornam-se bem mais complexos. É necessária uma estrutura topológica e geométrica robusta para a varredura e análise dos elementos com fraturas, uma demanda que é satisfeita pela biblioteca EFVLib.

- Adotar um modelo físico mais adequado. Nesta dissertação, trabalhou-se com um escoamento bifásico, incompressível, imiscível e isotérmico. Processos de recuperação terciária relacionados com a injeção de gás ou o aquecimento do reservatório, por exemplo, não podem ser representados pelo presente trabalho. Além disso, ratifica-se esta necessidade com o comportamento diferenciado que as fraturas possuem na presença de um escoamento multifásico.
- Ampliar o escopo deste trabalho, transformando-o em um modelo híbrido. Conforme exposto na revisão bibliográfica, o modelo de fratura discreta é preciso porém não apresenta um tempo de simulação competitivo quando o número de fraturas é elevado, o que acontece, por exemplo, em rochas carbonáticas. Buscar uma metodologia hierárquica para resolução dos casos reais é a melhor maneira de suprir essa restrição.

REFERÊNCIAS

BIBLIOGRÁFICAS

- [1] AHMED, T. **Reservoir Engineering Handbook**. Elsevier Science, 2006.
- [2] BACA, R. G.; ARNETT, R. C.; LANGFORD, D. W. **Modelling fluid flow in fractured-porous rock masses by finite-element techniques**. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, v. 4, n. 4, pp. 337–348, 1984.
- [3] BAKHVALOV, N. S. **On the convergence of a relaxation method with natural constraints on the elliptic operator**. *{USSR} Computational Mathematics and Mathematical Physics*, v. 6, n. 5, pp. 101 – 135, 1966.
- [4] BALIGA, B. R.; PATANKAR, S. V. **A control volume finite-element method for two-dimensional fluid flow and heat transfer**. *Numerical Heat Transfer*, v. 6, n. 3, pp. 245–261, 1983.
- [5] BARENBLATT, G. E.; ZHELTOV, I. P.; KOCHINA, I. N. **Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks strata**. *PMM (Soviet Applied Mathematics and Mechanics)*, v. 24, n. 5, pp. 852–864, 1960.
- [6] BELHAJ, H. A.; MNEJJA, M., 2011. Hydraulic fracture simulation of two-phase flow: Discrete fracture modelling/mixed finite element approach. In: *SPE Reservoir Characterisation and Simulation Conference and Exhibition*, Abu Dhabi, UAE.
- [7] BLASKOVICH, F. T.; CAIN, G. M.; SONIER, F.; WALDREN, D.; WEBB, S. J., 1983. A multicomponent isothermal system for efficient reservoir simulation. In: *Middle East Oil Technical Conference and Exhibition*.
- [8] BRANDT, A. **Multi-level adaptive technique (MLAT) for fast numerical solution to boundary value problems**. In: Cabannes, H.; Temam, R.

- (eds.). *Proceedings of the Third International Conference on Numerical Methods in Fluid Mechanics*, vol. 18 of *Lecture Notes in Physics*, pp. 82–89. Springer Berlin Heidelberg, 1973.
- [9] BRANDT, A.; MCCORMICK, S. E.; RUGE., J. W. **Algebraic Multigrid (AMG) for Automatic Multigrid Solution with Application to Geodetic Computations**. Technical Report, Institute for Computational Studies, Colorado State University, 1982.
- [10] BRIGGS, W.; HENSON, V.; MCCORMICK. **A Multigrid Tutorial**, 2^a edition. SIAM Books, Philadelphia, 2000.
- [11] CASTRO, A. O. S. **Seleção de Poços de Petróleo para a Operação de Fraturamento Hidráulico: Uma Comparação entre Sistemas Fuzzy-Genético e Neuro-Fuzzy**. Ph.D. Thesis, Escola Politécnica - Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2005.
- [12] CLEMO, T. M.; SMITH, L. **Solute transport in fractured media: Dual permeability models**. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, v. 70, n. 43, pp. 969–1445, 1989.
- [13] CORDAZZO, J. **Simulação de reservatórios de petróleo utilizando o método EbFVM e multigrid algébrico**. Ph.D. Thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2006.
- [14] CORDAZZO, J.; HURTADO, F. S. V.; MALISKA, C. R.; DA SILVA, A. F. C., 2004. The negative transmissibility issue when using cvfem in petroleum reservoir simulation – 2. results. In: *Proceedings of the 10^o Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering – ENCIT*, Rio de Janeiro.
- [15] CORDAZZO, J.; MALISKA, C.; DA SILVA, A. F. C.; HURTADO, F. S. V., 2005. An element based conservative scheme using unstructured grids for reservoir simulation. In: *18th World Petroleum Congress*, Johannesburg, South Africa.
- [16] COREY, A. T. **The Interrelation Between Gas and Oil Relative Permeabilities**. *Production Monthly*, v. 19, pp. 38–41, 1954.
- [17] DE OLIVEIRA, A. A. **Seleção de poços para operações de estimulação utilizando inteligência artificial**. Master's Thesis, Escola Politécnica - Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2012.

- [18] DEAN, R. H.; LO, L. L. **Simulations of Naturally Fractured Reservoirs.** *SPE Reservoir Engineering*, v. 3, pp. 638 – 648, 1988.
- [19] DOGRU, A. H.; DREIMAN, W. T.; HEMANTHKUMAR, K.; FUNG, L. S., 2001. Simulation of super-k behavior in ghawar by a multi-millio cell parallel simulator. In: *Proceedings of the SPE Middle East Oil Technical COncference and Exhibition*, Bahrain.
- [20] FEDORENKO, R. P. **A relaxation method for elliptic difference equations.** *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, v. 1, n. 5, pp. 1092–1096, 1961.
- [21] FEDORENKO, R. P. **The speed of convergence of one iterative process.** *{USSR} Computational Mathematics and Mathematical Physics*, v. 4, n. 3, pp. 227 – 235, 1964.
- [22] FERNANDES, B. R. B.; MARCONDES, F; SEPEHRNOORI, K. **Investigation of Several Interpolation Functions for Unstructured Meshes in Conjunction with Compositional Reservoir Simulation.** *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology*, v. 3, pp. 974–993, 2013.
- [23] GONG, B. **Effective Models of Fractured Systems.** Ph.D. Thesis, Stanford University, 2007.
- [24] HAASE, G.; LANGER, U. **Multigrid methods: from geometrical to algebraic versions.** *Modern Methods in Scientific Computing and Applications - NATO Science Series*, v. 75, pp. 103–153, 2002.
- [25] HILL, A. C.; THOMAS, G. W., 1985. A new approach for simulating complex fractured reservoirs. In: *Middle East Oil Technical Conference and Exhibition*.
- [26] HIRASAKI, G.; ZHANG, D. L. **Surface Chemistry of Oil Recovery From Fractured, Oil-Wet, Carbonate Formations.** *Society of Petroleum Engineers*, v. 9, pp. 151–162, 2004.
- [27] HORIE, T.; FIROOZABADI, A.; ISHIMITO, K. **Laboratory studies of capillary interaction in fracture/matrix systems.** *SPE Reservoir Eval. Eng.*, v. 5, pp. 353–360, 1990.

- [28] HSIEH, P. A.; NEUMAN, S. P. **Field Determination of the Three-Dimensional Hydraulic Conductivity Tensor of Anisotropic Media: 1. Theory.** *Water Resources Research*, v. 21, n. 11, pp. 1655–1665, 1985.
- [29] HUTCHINSON, B. R.; RAITHY, G. D. **A Multigrid Method Based on the Additive Correction Strategy.** *Numerical Heat Transfer*, v. 9, n. 5, pp. 511–537, 1986.
- [30] KARIMI-FARD, M.; FIROOZABADI, A., 2001. Numerical simulation of water injection in 2d fractured media using discrete-fracture model. In: *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, vol. 6, p. 117 – 126, New Orleans, Louisiana. Society of Petroleum Engineers.
- [31] KARIMI-FARD, M.; FIROOZABADI, A. **Numerical Simulation of Water Injection in Fractured Media Using the Discrete-Fracture Model and the Galerkin Method.** *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, v. 6, pp. 117 – 126, 2003.
- [32] KARPINSKI, L.; MARCONDES, E; DELSHAD, M.; SEPEHRNOORI, K., 2009. An element based conservative approach using unstructured grids in conjunction with a chemical flooding compositional reservoir simulator. In: *20th International Congress of Mechanical Engineering*.
- [33] KAUL, S. P; PUTRA, E.; SCHECHTER, D. S., 2004. Simulation of spontaneous imbibition using rayleigh-ritz finite element method-discrete fracture approach. In: *Canadian International Petroleum Conference*. Petroleum Society of Canada.
- [34] KAZEMI, H.; MERRILL JR., L. S.; PORTERFIELD, K. L.; ZEMAN, P. R. **Numerical simulation of water-oil flow in naturally fractured reservoirs.** *SPE Journal*, v. 16, n. 06, pp. 317–326, 1976.
- [35] KIM, J.; DEO, M. **Finite element, discrete fracture model for multiphase flow in porous media.** *AIChE Journal*, v. 46, n. 6, p. 1120–1130., 2000.
- [36] LA POINTE, P. R.; EIBEN, T.; DERSHOWITZ, W., 1997. Compartmentalization analysis using discrete fracture network models. In: *4th International Reservoir Characterization Technical Conference*, Houston, TX.

- [37] LEE, S. H.; LOUGH, M. F.; JENSEN, C. L. **Hierarchical modeling of flow in naturally fractured formations with multiple length scales.** *Water Resources Research*, v. 37, pp. 443–455, 2001.
- [38] LI, L.; LEE, S. H. **Efficient Field-Scale Simulation of Black Oil in a Naturally Fractured Reservoir Through Discrete Fracture Networks and Homogenized Media.** *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, v. 11, pp. 750–758, 2008.
- [39] LONG, J. C. S.; WITHERSPOON, P. A. **The relationship of the degree of interconnection to permeability in fracture networks.** *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, v. 90, n. B4, pp. 3087–3098, 1985.
- [40] MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**, 2nd edition. Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., Rio de Janeiro, 2004.
- [41] MALISKA, C. R.; DA SILVA, A. F. C.; HURTADO, F. S. V.; DONATTI, C. N.; AMBRUS, J. **Relatório Técnico Nº 2 do Projeto Simulação de Reservatórios de Petróleo pelo Método EbFVM e Solver Multigrid (SimReP) - Rede de Gerenciamento e Simulação de Reservatórios (SiGeR).** Technical Report, Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2008.
- [42] MALISKA, C. R.; DA SILVA, A. F. C.; HURTADO, F. S. V.; DONATTI, C. N.; PESCADOR JR., A. A. V. B. **Relatório Técnico Nº 3 do Projeto Simulação de Reservatórios de Petróleo pelo Método EbFVM e Solver Multigrid (SimReP) - Rede de Gerenciamento e Simulação de Reservatórios (SiGeR).** Technical Report, Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2009.
- [43] MARCONDES, F.; SEPEHRNOORI, K., 2007. Unstructured grids and an element based conservative approach for compositional reservoir simulation. In: *Proceedings of the 19th International Congress of Mechanical Engineering*, Brasília, Brasil.
- [44] MARCONDES, F.; SEPEHRNOORI, K. **An element-based finite-volume method approach for heterogeneous and anisotropic compositional**

- reservoir simulation.** *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 73, pp. 99 – 106, 2010.
- [45] MARCONDES, F.; VARAVEL, A.; SEPEHRNOORI, K., 2010. An element-based finite-volume method approach for naturally fractured compositional reservoir simulation. In: *13th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering*.
- [46] MARCONDES, F.; SANTOS, L. O. S.; VARAVEL, A.; SEPEHRNOORI, K. **A 3D hybrid element-based finite-volume method for heterogeneous and anisotropic compositional reservoir simulation.** *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 108, pp. 342 – 351, 2013.
- [47] MATTHÄI, S. K.; GEIGER, S.; ROBERTS, S. G.; PALUSZNY, A.; BELAYNEH, M.; MEZENTSEV, A. **Numerical simulation of multi-phase fluid-flow in structurally complex reservoirs.** *Geological Society Publishing House*, v. 292, pp. 405–429, 2007.
- [48] MAZO, E. O. M. **Estratégias de Produção em Reservatórios Naturalmente Fraturados.** Master's Thesis, Universidade Estadual de Campinas., 2005.
- [49] MOHAGHEGH, S.; REEVES, S.; HILL, D., Abril, 2000. Development of an intelligent systems approach for restimulation candidate. In: *Proceedings of SPE/CERI Gas Technology Symposium*, Calgary.
- [50] MOINFAR, A.; NARR, W.; HUI, M.-H.; MALLISON, B. T.; LEE, S. H., 2011. Comparison of discrete-fracture and dual-permeability models for multiphase flow in naturally fractured reservoirs. In: *SPE Reservoir Simulation Symposium*, The Woodlands, Texas, USA.
- [51] MOINFAR, A.; VARAVEL, A.; SEPEHRNOORI, K.; JOHNS, R. T., 2012. Development of a novel and computationally-efficient discrete-fracture model to study ior processes in naturally fractured reservoirs. In: *SPE Improved Oil Recovery Symposium*. Society of Petroleum Engineers.
- [52] MONTEAGUDO, J. E. P.; FIROOZABADI, A. **Control-volume method for numerical simulation of two-phase immiscible flow in two- and three-dimensional discrete-fractured media.** *Water Resources Research*, v. 40, pp. 1–20, 2004.

- [53] MONTEAGUDO, J. E. P.; FIROOZABADI, A. **Control-Volume Model for Simulation of Water Injection in Fractured Media: Incorporating Matrix Heterogeneity and Reservoir Wettability Effects.** *SPE Journal*, v. 12, pp. 355–366, 2007.
- [54] NAIMI-TAJDAR, R. **Development and implementation of a naturally fractured reservoir model into a fully implicit, equation-of-state compositional, parallel simulator.** Ph.D. Thesis, University of Texas, 2005.
- [55] NEUMAN, S. P. **Stochastic Continuum Representation of Fractured Rock Permeability as an Alternative to the REV and Fracture Network Concepts.** In: Custodio, E.; Gurgui, A.; Ferreira, J. (eds.). *Groundwater Flow and Quality Modelling*, vol. 224 of *NATO ASI Series*, pp. 331–362. Springer Netherlands, 1988.
- [56] NOORISHAD, J.; MEHRAN, M. **An upstream finite element method for solution of transient transport equation in fractured porous media.** *Water Resources Research*, v. 18, n. 3, pp. 588–596, 1982.
- [57] PAIVA, H. P. **Simulação da recuperação de petróleo em reservatórios naturalmente fraturados.** Master's Thesis, Universidade Estadual de Campinas, 2012.
- [58] PALUSZNY, A.; MATTHÄI, S. K.; HOHMEYER, M. **Hybrid finite element-finite volume discretization of complex geologic structures and a new simulation workflow demonstrated on fractured rocks.** *Geofluids*, v. 7, n. 2, pp. 186–208, 2007.
- [59] PEACEMAN, D. W. **Interpretation of Well-Block Pressures in Numerical Reservoir Simulation.** *Society of Petroleum Engineers Journal*, v. 18, pp. 183 – 194, 1978.
- [60] PHELPS, R.; PHAM, T.; SHARI, A. M., 2000. Rigorous inclusion of faults and fractures in 3-d simulation. In: *Proceedings of the SPE Asia Pacific Conference on Integrated Modeling for Asset Management*, Yokohoma, Japan.
- [61] POOLADI-DARVISH, M.; FIROOZABADI, A. **Experiments and modeling of water injection in water-wet fractured porous media.** *Petroleum Society of Canada*, v. 39, Brasília, DF, pp. 31–42, 2000.

- [62] ROSA, A. J.; CARVALHO, R. D. S.; XAVIER, J. A. D. **Engenharia De Reservatórios De Petróleo**. Editora Interciência, 2006.
- [63] ROZON, B. J., 1989. A generalized finite volume discretization method for reservoir simulation. In: *Reservoir Simulation Symposium*. SPE.
- [64] SANTOS, L. O. S.; MARCONDES, E; SEPEHRNOORI, K. **A 3D compositional miscible gas flooding simulator with dispersion using Element-based Finite-Volume method**. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 112, pp. 61 – 68, 2013.
- [65] SCHNEIDER, G. E.; ZEDAN, M. **Control-Volume-Based Finite-Element Formulation Of The Heat Conduction Equation**. *Spacecraft Thermal Control, Design and Operation.*, v. 86, pp. 305–327, 1983.
- [66] THOMAS, J. E. **Fundamentos de Engenharia de Petróleo**. Editora Interciência, 2001.
- [67] THOMAS, L. K.; DIXON, T. N.; PIERSON, R. G. **Fractured Reservoir Simulation**. *Society of Petroleum Engineers Journal*, v. 23, p. 42–54, 1983.
- [68] VAN DOORMAAL, J. P.; TURAN, A.; RAITHBY, G. D., Janeiro, 1987. Evaluation of new techniques for the calculation of internal recirculating flows. In: *AIAA 25th Aerospace Sciences Meeting*, Reno, Nevada.
- [69] VAN LINGEN, P; SENGUL, M.; DANIEL, J. M.; COSENTINO, L., 2001. Single medium simulation of fractured reservoirs with conductive faults and fractures. In: *Proceedings of the SPE midle East Oil Technical Conference and Exhibition*, Bahrain.
- [70] WARREN, J. E.; ROOT, P. J. **The behavior of naturally fractured reservoirs**. *Soc. Petrol. Eng. J.*, v. 3, pp. 245–255, 1963.