

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA**

Maycon Aurélio Maran

**MODELO ANALÍTICO DE MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO
DE ROTOR GAIOLA DE ESQUILO CONSIDERANDO
SATURAÇÃO E EFEITO DE PENETRAÇÃO DE CAMPO**

Florianópolis
2015

Maycon Aurélio Maran

**MODELO ANALÍTICO DE MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO
DE ROTOR GAIOLA DE ESQUILO CONSIDERANDO
SATURAÇÃO E EFEITO DE PENETRAÇÃO DE CAMPO**

Dissertação de mestrado submetida ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Jean Vianeí Leite

Coorientador: Prof. Dr. Mauricio Valencia Ferreira da Luz.

Florianópolis
2015

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária
da UFSC.

Maran, Maycon Aurélio

Modelo analítico de motor de indução trifásico de rotor gaiola de esquilo considerando saturação e efeito de penetração de campo / Maycon Aurélio Maran ; orientador, Jean Vianeí Leite ; coorientador, Mauricio Valencia Ferreira da Luz. - Florianópolis, SC, 2015.
184 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Inclui referências

1. Engenharia Elétrica. 2. Motor de indução. 3. Modelo por fase. 4. Modelo analítico. 5. Parâmetros concentrados. I. Leite, Jean Vianeí. II. Luz, Mauricio Valencia Ferreira da. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. IV. Título.

Maycon Aurélio Maran

**MODELO ANALÍTICO DE MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO
DE ROTOR GAIOLA DE ESQUILO CONSIDERANDO
SATURAÇÃO E EFEITO DE PENETRAÇÃO DE CAMPO**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica.

Florianópolis, 20 de março de 2015.

Prof. Carlos Galup Montoro, Dr.
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

Prof. Jean Viane Leite, Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Nelson Sadowski, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Orlando Jose Antunes, Dr.
Instituto Federal de Santa Catarina

Prof. Patrick Dular, Dr.
Université de Liège

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, o prof. Dr. Jean Viane Leite por todo o apoio, conhecimento, convívio nestes anos, pelo tempo dedicado e conhecimento repassado, servindo sempre como incentivador e facilitador.

Aos professores presentes na banca pela disponibilidade, atenção e contribuição.

Agradeço ao GRUCAD (Grupo de Análise e Concepção de Dispositivos Eletromagnéticos) aos professores do grupo, especialmente ao professores Dr. João P. A. Bastos, Dr. Nelson Sadowski e Dr. Maurício V. F. da Luz pelo convívio no laboratório, conhecimentos técnicos repassados, oportunidade e conversas informais.

Agradeço a Celly Mello, Wilson Silva Costa e Marcelo Siqueira pelo pronto atendimento, sempre que solicitados.

Ao CNPQ pelo suporte financeiro oferecido como apoio para o desenvolvimento desta dissertação.

À Flessak Eletroindustrial e a Unisep pelo apoio na conclusão desse trabalho.

Aos colegas de trabalho da UFSC, em especial aos integrantes do LABSPOT, pelo companheirismo das conversas e também pelo fornecimento do café de cada dia.

Aos meus grandes amigos Angelo Hafner, Kleyton Hoffmann, Sigmar de Lima, Sandro Lima, Thiago Bazzo, José Kölzer e demais colegas do grupo pelas intermináveis discussões, não somente de cunho técnico, e pelo apoio em todos os momentos bons e ruins desta jornada.

Aos meus amigos e companheiros de residência, Bruno Gris e Humberto Alencar, engenheiros por paixão, respectivamente, músico e atleta por vocação, pelas conversas, discussões, tererês, churrascos, passeios e apoio. Serão sempre uma feliz parte de minhas lembranças.

Aos meus pais Ana e Helio, que me proporcionaram todo apoio, carinho, amor, incentivando-me e elucidando sobre a importância da integridade e da perseverança diante das situações enfrentadas na vida. Por isso minha imensurável gratidão a vocês.

Agradeço a minha esposa Juliana por igual apoio, amor e paciência nesses anos de distância. Sempre me incentivando e me inspirando a ser melhor, tanto pessoal quanto profissionalmente.

A Deus.

Nenhum homem torna-se
verdadeiramente tolo até que ele pare
de fazer perguntas.

(Charles P. Steinmetz)

RESUMO

O uso de modelos analíticos para máquinas elétricas continua sendo de grande importância tanto em seu projeto quanto na análise de seu funcionamento. Este trabalho aborda a análise de motores de indução com rotor gaiola de esquilo (MI-RGE) a partir de equações analíticas, utilizando o modelo por fase em regime permanente, a fim de obter o comportamento do MI-RGE desde sua partida até a velocidade de operação. Para tanto, utilizam-se como dados de entrada as características dimensionais e do enrolamento do motor e são empregadas formulações para considerar os efeitos de saturação e de penetração de campo. Essas formulações são apresentadas e discutidas no âmbito da aplicação dessa dissertação, comparadas com resultados de um software de um fabricante de motores e com dados de ensaio. São analisadas as características de torque e corrente em relação à velocidade e torque, corrente, fator de potência e rendimento em condição nominal. Os resultados apontam para grande relevância dos efeitos de saturação e penetração de campo no motor e uma boa concordância entre o comportamento do MI-RGE esperado e obtido pela formulação implementada.

Palavras-chave: Motor de indução. Modelo analítico. Modelo por fase. Parâmetros concentrados.

ABSTRACT

The use of analytical models for electrical machines remains as an important tool in their design, as well as in their analysis. This work deals with the analysis of induction motors with squirrel cage rotor (MI-GER) using analytical equations and the steady state by single phase in order to obtain the MI-GER behavior since its start up to rated speed operation. For this purpose, dimensional characteristics and the motor winding are used as input and formulations to take in account the effects of saturation and skin effect are used. These formulations are presented and discussed in the implementation of this dissertation, compared to results from a software of a motor manufacturer and test data. It is observed the characteristics of torque and current versus speed and torque, current, power factor and yield in nominal condition. The results show great importance of the effects of saturation and field penetration in the MI-RGE and a good agreement between the MI-GER behavior expected and obtained by implemented formulation.

Keywords: Induction motor. Analytical model. Single phase model. Concentrated parameters.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Circuito equivalente por fase em regime permanente.	35
Figura 2 – Diagrama de perdas do motor de indução.	38
Figura 3 – Tipo de ranhuras em máquinas elétricas: a) aberta; b) semi-fechada; c) fechada.	42
Figura 4 – Principais tipos de ranhura para rotores gaiola de esquilo. ...	42
Figura 5 – Classificação das curvas de torque para motores elétricos dada pela NEMA.	44
Figura 6 – Comportamento do torque para um motor de indução com a mudança da resistência rotórica, r_r	45
Figura 7 – Força magnetomotriz ideal gerada por um enrolamento de camada única, $p = 2$ e $q = 1$	46
Figura 8 – Força magnetomotriz ideal gerada por um enrolamento de camada dupla, $p = 2$ e $q = 2$	47
Figura 9 – Principais configurações de cabeça de bobina: a) simples; b) dupla; c) corrente; d) tipo “V”	48
Figura 10 – Rotor gaiola de esquilo (RGE).	53
Figura 11 – Representação em circuito elétrico formado por um rotor gaiola de esquilo com seis barras.	53
Figura 12 – Circuito formado por uma gaiola de esquilo com seis barras por par de polo com resistências e reatâncias absorvidas.	55
Figura 13 – Circuito equivalente para rotor com gaiola de esquilo dupla.	56
Figura 14 – Comportamento das linhas de fluxo no entreferro.	58
Figura 15 – Dimensões da máquina elétrica na região do entreferro. ...	59
Figura 16 – Enrolamento ondulado com $q = 1$	61
Figura 17 – Tensões induzidas em enrolamento ondulado com $q = 1$	61
Figura 18 – Enrolamento imbricado com $q = 2$	62
Figura 19 – Tensões induzidas em enrolamento imbricado com $q = 2$	62
Figura 20 – Enrolamento imbricado com $q = 2$, $y = 5$ e $\tau = 6$	64
Figura 21 – Tensão induzida em enrolamento imbricado com $q = 2$, $y = 5$ e $\tau = 6$	64
Figura 22 – Fluxos de dispersão presentes no motor de indução.	67
Figura 23 – Fluxos de dispersão de cabeça de bobina.	68
Figura 24 – Coeficiente de indutância de dispersão diferencial do estator para máquinas trifásicas.	72

Figura 25 – Coeficiente de indutância de dispersão diferencial do RGE com inclinação de ranhura.....	73
Figura 26 – Ranhura quadrada com condutores finos.....	74
Figura 27 – Tipos de ranhura tratadas no trabalho.....	77
Figura 28 – Efeito da penetração de campo em um rotor gaiola de esquilo desde a partida até a condição nominal (escorregamentos aproximados).....	84
Figura 29 – Ranhura retangular para cálculo de efeito de penetração de campo.	85
Figura 30 – Ranhura quadrada com múltiplos condutores conectados em série.	86
Figura 31 – Exemplo de ranhura dividida em camadas.	89
Figura 32 – Fluxos de que atravessam as regiões AB (topo do dente do estator) e DE (tempo do dente do rotor).....	97
Figura 33 – Saturação do topo do dente do estator.	98
Figura 34 – Saturação do topo do dente do estator.	100
Figura 35 – Topo da ranhura do rotor dividida em n partes.....	102
Figura 36 – Diagrama geral do programa.	107
Figura 37 – Perdas rotacionais.....	109
Figura 38 – Diagrama do modelo por fase utilizado.....	109
Figura 39 – Fator de saturação da ranhura do rotor.	111
Figura 40 – Curvas de torque x velocidade para as metodologias de cálculo de fatores de saturação.....	112
Figura 41 – Comportamento do modelo de regime permanente com e sem efeito de penetração de campo.	114
Figura 42 – Comportamentos nos fatores de multiplicação do efeito de penetração de campo em relação à velocidade.	114
Figura 43 – Formatos de ranhura estudados.....	115
Figura 44 – Geometria da ranhura do estator.....	115
Figura 45 – Corte transversal realizado no motor ensaiado.....	117
Figura 46 – Conjugado de referência e calculado - rotor tipo I.....	118
Figura 47 – Conjugado de referência e calculado – rotor tipo II.....	120
Figura 48 – Conjugado de referência e calculado - rotor III.....	122
Figura 49 – Curva de conjugado versus tensão do motor 1CV sob rotor bloqueado.	124
Figura 50 – Reatância total em função da tensão de aplicada.....	125
Figura 51 – Conjugado x velocidade no ensaio com carga em tensão reduzida de 220V.	127
Figura 52 – Conjugado de referência e calculado - motor de 1 CV – 4 polos.....	128

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Características típicas para médios e pequenos motores de indução de gaiola de esquilo.....	44
Tabela 2 – Características dos motores de 6CV.	116
Tabela 3 – Características do motor de 1CV.....	117
Tabela 4 – Comparação de dados - Rotor I.	119
Tabela 5 – Parâmetros do circuito por fase para a condição de torque nominal – Rotor I.....	119
Tabela 6 – Comparação de dados - Rotor II.....	121
Tabela 7 – Parâmetros do circuito por fase para a condição de torque nominal – Rotor II.	121
Tabela 8 – Comparação de dados - Rotor III.....	122
Tabela 9 – Parâmetros do circuito por fase para a condição de torque nominal – Rotor III.	123
Tabela 10 – Dados do ensaio de rotor bloqueado com tensão reduzida.	123
Tabela 11 – Dados obtidos do motor de 1CV a vazio alimentado sob diversas tensões.	125
Tabela 12 – Dados motor 1CV sob carga com tensão reduzida.	126
Tabela 13 – Resistências e reatâncias calculada a partir dos ensaios. .	127
Tabela 14 – Comparação de dados calculados– Motor 1CV – 4 polos.	129
Tabela 15 – Comparação de dados de ensaio– Motor 1CV – 4 polos.	129
Tabela 16 – Parâmetros do circuito por fase para a condição de torque nominal – Motor 1CV – 4 polos.....	130

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CA	corrente alternada
CC	corrente contínua
FMM	força magnetomotriz
MI	motor de indução
MI-RGE	motor de indução com rotor gaiola de esquilo
N.A.	não se aplica
N.D.	não definido
NEMA	National Electrical Manufacturers Association
RGE	rotor gaiola de esquilo

LISTA DE VARIÁVEIS E CONSTANTES

a	número de caminhos em paralelo por fase do estator
a_{0r}	abertura efetiva da ranhura do rotor [m]
a_{er}	comprimento axial do anel de curto-circuito [m]
a_r	relação de dimensão entre o tamanho do dente e o passo do rotor
a_s	relação de dimensão entre o tamanho do dente e o passo do estator
A	fator relacionado à indutância para cálculo de K_x
A_b	área da barra [m ²]
A_{cond}	área do condutor do estator [m ²]
$A_{cond,r}$	área do condutor do rotor [m ²]
A_{er}	comprimento do segmento do anel [m ²]
b_0	largura da ranhura [m]
b_{0s}	abertura da ranhura do estator [m]
b_{0r}	abertura da ranhura do rotor [m]
b_c	largura do condutor [m]
b_{er}	comprimento radial do anel de curto-circuito [m]
B	fator relacionado à indutância para cálculo de K_x
B_0	densidade de fluxo magnético na ponte de ferro [T]
B_1	densidade de fluxo magnético inicial na cabeça do dente do estator [T]
B_2	densidade de fluxo magnético inicial na cabeça do dente do rotor [T]
B_g	densidade de fluxo magnético no entreferro [T]
B_{rt}	densidade de fluxo magnético do topo do dente do rotor [T]
B_{st}	densidade de fluxo magnético na cabeça do dente do estator [T]
c	inclinação da ranhura [m]
C_{ms}	relação de fluxo de magnetização do estator

C_{skew_s}	relação de fluxo de inclinação de ranhura do estator
C_{st}	relação de fluxo da abertura de ranhura do estator
C_{zs}	relação de fluxo de zig-zag do estator
C_{zr}	relação de fluxo de zig-zag do rotor
D_{er}	diâmetro médio do segmento do anel [m]
D_i	diâmetro interno do estator [m]
\tilde{e}	tensão sobre o ramo de magnetização [V]
\tilde{E}_b	tensão na barra de curto circuito [V]
FP	fator de potência do motor
FMM_{1m}	força magnetomotriz de magnetização da primeira harmônica [A.e]
FMM_j	força magnetomotriz de magnetização na ranhura j [A.e]
FMM_m	força magnetomotriz magnetizante [A.e]
FMM_r	força magnetomotriz do rotor [A.e]
FMM_s	força magnetomotriz do estator [A.e]
g	comprimento do entreferro [m]
g_e	entreferro efetivo então [m]
h_c	altura do condutor [m]
h_{slot_r}	profundidade total da ranhura do rotor [m]
H	intensidade de campo magnético [A.m ⁻¹]
H_0 a H_n	intensidade de campo magnético em cada secção vertical b_n [A.m ⁻¹]
H_{0s}	intensidade de campo magnético na abertura da ranhura [A.m ⁻¹]
H_{st}	intensidade de campo magnético na cabeça do dente do estator [A.m ⁻¹]
I_b	corrente da barra [A]
$I_{dc}^{(k)}$	corrente contínua equivalente que passa pela camada k [A]
\tilde{I}_{er}	corrente no anel de curto-circuito [A]
I_k	corrente na camada k [A]
\tilde{I}_m	corrente no ramo de magnetização [A]

I_p	corrente na camada p [A]
\tilde{I}_s	corrente estator [A]
I_u	corrente abaixo da camada p
K_c	fator de Carter médio
K_q	fator de distribuição
K_{qv}	fator de distribuição para componentes harmônicas
K_{qr}	fator de distribuição do rotor
K_r	coeficiente de correção da resistência pelo efeito de penetração de campo
K_{rt}	coeficiente saturação do dente do rotor
K_{rad}	fator de penetração de campo radial
K_{rm}	fator de penetração de campo em condutores múltiplos
K_{skew}	fator de amortecimento de inclinação de ranhura
K_y	fator de encurtamento de passo
K_{yv}	fator de encurtamento de passo para componentes harmônicas
K_{yr}	fator de encurtamento de passo do rotor
K_w	fator de amortecimento
K_{wr}	fator de amortecimento do rotor
K_x	fator de correção da indutância pelo efeito de penetração de campo
L_{11m}	indutância própria do estator [H]
L_{22m}	indutância própria do rotor [H]
L_{12m}	indutância mútua entre o estator e o rotor [H]
L_{12mv}	indutância mútua para componentes harmônicas [H]
l_b	comprimento da barra [m]
l_c	comprimento de uma espira do condutor do estator [m]
l_{cr}	comprimento de uma espira do condutor do rotor [m]
l_{AB}	comprimento do segmento AB do topo do dente do estator [m]

l_{DE}	comprimento do segmento DE do topo do dente do rotor [m]
L_{dr}	indutância de dispersão diferencial do rotor [H]
L_{ds}	indutância de dispersão diferencial do estator [H]
L_e	comprimento do pacote do estator [m]
L_{er}	indutância de dispersão de cabeça de bobina do rotor [H]
\tilde{L}_{er}	indutância do seguimento do anel corrigida para a barra [Ω]
L_{es}	indutância de dispersão de cabeça de bobina do estator [H]
L'_{lr}	indutância de dispersão do rotor referenciada ao estator [H]
L_{ls}	indutância de dispersão do estator [H]
L_m	indutância de magnetização [H]
L_p	indutância da camada [H]
L_r	indutância da ranhura simples [H]
$L_{r_{inf}}$	indutância da ranhura dupla - inferior [H]
$L_{r_{sup}}$	indutância da ranhura dupla - superior [H]
L_{skew}	indutância de dispersão de inclinação de ranhura [H]
L_{skew_r}	indutância de dispersão de inclinação de ranhura do rotor [H]
L_{skew_s}	indutância de dispersão de inclinação de ranhura do estator [H]
L_{sls}	indutância de dispersão de ranhura do estator [H]
L_{str}	indutância de dispersão de ranhura do rotor [H]
L_{zr}	indutância de dispersão de zig-zag do rotor [H]
$L_{z_{r1}}$	indutância de dispersão zig-zag para o rotor – metodologia Boldea [H]
$L_{z_{r2}}$	indutância de dispersão zig-zag para o rotor - metodologia Alger [H]
L_{zs}	indutância de dispersão zig-zag do estator [H]

$L_{z_{s2}}$	indutância de dispersão zig-zag para o estator – metodologia Alger [H]
$L_{z_{s1}}$	indutância de dispersão zig-zag para o estator – metodologia Boldea [H]
L_{zr}	indutância zig-zag para o rotor [H]
m	número de fases do estator
m_2	número de fases do rotor
n_{seg}	número de inclinações intermediárias de ranhura
N_r	número de ranhuras do rotor
N'	densidade linear de condutores
p	número de par de polos
P_{ac}	potência em corrente alternada estimada [VA]
P_{ag}	potência no entreferro [W]
P_{conv}	potência convertida [W]
$P^{cu_{est}}$	perdas no estator [W]
P_{dc}	potência em corrente contínua estimada [W]
P_{dr}	fator de permeância diferencial do rotor
P_{e_s}	fator de permeância de cabeça de bobina do estator
P_{e_r}	fator de permeância de cabeça de bobina do rotor
$P_{entrada}$	potência de entrada [W]
P_{nucleo}	perdas no núcleo [W]
P_{saida}	potência de saída [W]
P_{rot}	perda rotacional [W]
$P_{rot_no\ min\ al}$	perda rotacional nominal [W]
P_{rt}	fator de permeância da cabeça do dente do rotor
$P_{rt_{sat}}$	fator de permeância de abertura de ranhura do rotor saturado
P_{skew_s}	fator de permeância de inclinação de ranhura do estator
P_{st}	fator de permeância da cabeça do dente do estator
$P_{st_{sat}}$	fator de permeância de abertura de ranhura do estator saturado

P_{ss}	fator geométrico de permeância da ranhura
P_{sinf}	fator geométrico de permeância da ranhura dupla - inferior
P_{sup}	fator geométrico de permeância da ranhura dupla - superior
P_{zr}	fator de permeância zig-zag do rotor
P_{zrsat}	fator de permeância zig-zag do rotor saturado
P_{zs}	fator de permeância zig-zag do estator
P_{zsat}	fator de permeância zig-zag do estator saturado
r_{ad}	resistência de perdas adicionais
r_b	resistência da barra [Ω]
r_{be}	resistência equivalente entre a resistência da barra e a do anel [Ω]
r_c	resistência de perdas do núcleo [Ω]
r_{er}	resistência do seguimento do anel [Ω]
\hat{r}_{er}	resistência do seguimento do anel corrigida para a barra [Ω]
r_{mec}	resistência de perdas rotacionais
r_p	resistência da camada [Ω]
r_r	resistência do rotor [Ω]
r_r'	resistência do rotor referenciada ao estator [Ω]
r_s	resistência do estator [Ω]
r_{th}	resistência de Thevenin [Ω]
sk	inclinação de ranhura em função do passo de ranhura do estator
SK	inclinação de ranhura em percentagem de passo da ranhura do estator
S	escorregamento
\tilde{V}_{th}	tensão de Thevenin [V] ~
\tilde{V}_{fase}	tensão de fase [V]
t_{ind}	torque induzido [N.m]
t_{saida}	torque na carga [N.m]
\tilde{z}_{th}	impedância de Thevenin [Ω]

x_{ls}	reatância de dispersão do estator [Ω]
x'_{lr}	reatância de dispersão do rotor referenciada ao estator [Ω]
x_m	reatância de magnetização [Ω]
x_{th}	reatância de Thevenin [Ω]
W_a	número de condutores por caminho em paralelo por fase
W_1	número de condutores em série por fase
\tilde{Z}_1	impedância do estator [Ω]
\tilde{Z}_2	impedância do rotor [Ω]
Z_{eq}	impedância equivalente [Ω]
\tilde{Z}_{er}	impedância equivalente do anel de curto circuito [Ω]
\tilde{Z}_{inf}	impedância do circuito inferior da gaiola dupla [Ω]
\tilde{Z}_m	impedância de magnetização [Ω]
\tilde{Z}_{sup}	impedância do circuito superior da gaiola dupla [Ω]
α_e	ângulo elétrico de inclinação da ranhura [$^\circ$]
α_{er}	inclinação elétrica da ranhura
β	fator de passo do enrolamento
β_y	fator de encurtamento de passo
ε	coeficiente de permeabilidade
γ_k	diferença angular elétrica entre a corrente do condutor inferior e o superior
γ	defasamento angular entre as correntes nos layers [graus elétricos]
η	rendimento
κ	relação entre o inverso da profundidade de penetração de campo magnético e a abertura da ranhura [m^{-1}]
κ_n	relação entre o inverso da profundidade de penetração de campo magnético e a abertura da ranhura para n camadas [m^{-1}]
μ	permeabilidade magnética do material condutor [$N.A^{-2}$]
μ_0	permeabilidade magnética do vácuo [$N.A^{-2}$]
ν_c	ordem máxima da harmônica a se considerar no cálculo de indutância

ρ	resistência específica do material do condutor [$\Omega \cdot m^{-1}$]
σ	condutividade elétrica do material condutor [S]
σ_{dr_0}	coeficiente de indutância diferencial do rotor
σ_{ds0}	coeficiente de indutância diferencial
τ	passo polar do estator [m]
τ_{max}	conjugado máximo [N.m]
τ_{max_ref}	conjugado máximo de referência [N.m]
τ_{nom}	conjugado nominal [N.m]
τ_{nom_ref}	conjugado nominal de referência [N.m]
τ_p	conjugado de partida [N.m]
τ_{p_ref}	conjugado de partida de referência [N.m]
ϕ_0	fluxo inicial pela ponte de ferro [Wb]
ϕ_1	fluxo comum entre estator e rotor [Wb]
ϕ_{dr}	fluxo diferencial no rotor [Wb]
ϕ_l	constantes de permeabilidade de fluxo da indutância
ϕ_m	fluxo magnético magnetizante [Wb]
ϕ_{mr}	fluxo de magnetização do rotor [Wb]
ϕ_{ms}	fluxo de magnetização do estator [Wb]
ϕ_{ms_sat}	fluxo de magnetização saturado do estator [Wb]
ϕ_r	constantes de permeabilidade de fluxo da resistência
ϕ_{rt}	fluxo de dispersão da cabeça do dente do rotor [Wb]
ϕ_{rt_sat}	fluxo magnético saturado da abertura de ranhura [Wb]
ϕ_{skew_r}	fluxo de inclinação de ranhura do rotor [Wb]
ϕ_{skew_s}	fluxo de inclinação de ranhura [Wb]
$\phi_{skew_s_sat}$	fluxo de inclinação de ranhura do estator saturado [Wb]
ϕ_{st}	fluxo de dispersão da cabeça do dente do estator [Wb]
ϕ_{st_sat}	fluxo de abertura de ranhura do estator [Wb]
ϕ_{zs}	fluxo zig-zag no estator [Wb]
ϕ_{zs_sat}	fluxo zig-zag do estator saturado [Wb]
ϕ_{zr}	fluxo zig-zag no rotor [Wb]

$\phi_{zr_{sat}}$	fluxo zig-zag do rotor saturado [Wb]
ϕ_{AB}	fluxo que atravessa a região AB do dente do estator [Wb]
ϕ_{DE}	fluxo que atravessa a região DE do dente do rotor [Wb]
$\phi_{DE_{sat}}$	fluxo magnético saturado na região DE do dente do rotor [Wb]
ψ_r	constantes de permeabilidade de ângulo da resistência
ψ_l	constantes de permeabilidade de ângulo da indutância
ω	frequência de alimentação da máquina [rad.s ⁻¹]
ω_{sync}	frequência síncrona [rad.s ⁻¹]

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	31
1.1	OBJETIVO	33
1.1.1	Objetivos específicos	33
2	MODELO EM REGIME PERMANENTE DO MI	35
3	ASPECTOS CONSTRUTIVOS DE UMA MÁQUINA DE INDUÇÃO ROTATIVA	41
3.1	NÚCLEO MAGNÉTICO	41
3.2	RANHURAS	41
3.3	ENROLAMENTO	45
3.3.1	Cabeça de bobina	47
4	CÁLCULO DE PARÂMETROS DE MÁQUINAS DE INDUÇÃO	49
4.1	RESISTÊNCIA.....	50
4.1.1	Resistência do estator	51
4.1.2	Resistência do rotor	51
4.2	INDUTÂNCIAS	56
4.2.1	Indutância de magnetização	57
4.3	INDUTÂNCIAS DE DISPERSÃO	67
4.3.1	Indutância de dispersão de zig-zag	68
4.3.2	Indutância diferencial	70
4.3.3	Indutância de dispersão de ranhura	74
4.3.4	Indutância de dispersão de inclinação de ranhura	79
4.3.5	Indutância de cabeça de bobina	80
4.3.6	Cálculo de indutâncias de dispersão do modelo por fase	81
5	EFEITO DE PENETRAÇÃO DE CAMPO E ANÁLISE SOB CARGA DO MOTOR DE INDUÇÃO	83
5.1	EFEITO DE PENETRAÇÃO DE CAMPO	83
5.1.1	Penetração de campo em ranhuras quadradas	85
5.2	EFEITO DE PENETRAÇÃO DE CAMPO PELA APROXIMAÇÃO MULTILAYER.....	89
5.3	EFEITO DE SATURAÇÃO.....	91
5.3.1	Fluxos não saturados do estator	92
5.3.2	Fluxos não saturados do rotor	94
5.3.3	Fluxo na região AB	96
5.3.4	Fluxo na região DE	97
5.3.5	Saturação do topo do dente do estator	98
5.3.6	Saturação no topo do dente do rotor – ranhuras aberta e semi-fechada	99

5.3.7	Saturação no topo do dente do rotor – ranhura fechada	102
5.3.8	Inclinação de ranhura	103
6	ESTRUTURA DO PROGRAMA	105
6.1	PERMEÂNCIAS NÃO SATURADAS	105
6.2	INDUTÂNCIAS.....	105
6.3	MODELO POR FASE	105
6.4	PARÂMETROS NÃO SATURADOS.....	106
6.5	PARÂMETROS SATURADOS	106
6.6	MODELO POR FASE FIM	106
6.7	PROCEDIMENTO DE CÁLCULO.....	108
6.8	PERDAS ROTACIONAIS E ADICIONAIS	108
7	RESULTADOS.....	111
7.1	EFEITO DA SATURAÇÃO	111
7.1.1	Comparação de metodologias de saturação	112
7.2	EFEITO DE PENETRAÇÃO DE CAMPO	113
7.3	CASOS ESTUDADOS	115
7.3.1	Motor 6 cv – 4 polos	115
7.3.2	Motor 1CV – 4 polos	116
7.4	RESULTADOS MOTORES 6 CV – 4 POLOS	118
7.4.1	Rotor tipo I.....	118
7.4.2	Rotor tipo II.....	120
7.4.3	Rotor tipo III.....	121
7.5	RESULTADOS MOTOR 1 CV – 4 POLOS.....	123
7.5.1	Ensaio de rotor bloqueado com tensão reduzida	123
7.5.2	Ensaio a vazio.....	124
7.5.3	Ensaio com carga e tensão reduzida.....	126
7.5.4	Resultados programa de cálculo analítico.....	128
7.6	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	130
7.6.1	Motor 6 CV – 4 polos	130
7.6.2	Motor 1 CV – 4 polos	131
8	CONCLUSÕES	133
	REFERÊNCIAS.....	135
	ANEXOS.....	139

1 INTRODUÇÃO

A concepção do motor de indução (MI) remete ao final do século XIX. Nessa época, pesquisadores como Ferrari, Tesla, Bradley, Shallenberg, Thomson e Scott trabalhavam no desenvolvimento desse dispositivo (LAMME, 1921), contudo atribui-se ao professor italiano Galileo Ferrari, em 1885, o primeiro motor de indução construído, ainda que uma máquina de duas fases (KARLSRUHE INSTITUTE OF TECHNOLOGY, 2013).

No mesmo período e independentemente, Nikola Tesla realizou avanços relevantes tanto no desenvolvimento teórico quanto na construção de máquinas monofásicas e, posteriormente, de máquinas trifásicas de indução. Entretanto foi Michael Dolivo-Dobrowolsky que, utilizando os conhecimentos de Ferrari e Tesla, construiu uma máquina trifásica de indução precursora das máquinas de indução atuais. Ele também desenvolveu os conceitos dos motores de gaiola de esquilo simples e dupla, tendo fabricado seus protótipos (DOLIVO-DOBROWOLSKY, 1890).

É interessante notar a rápida evolução dessas máquinas, que progrediram de máquinas primitivas, monofásicas e de enrolamento concentrado, até as máquinas semelhantes às atuais, de enrolamento distribuído e de rotor de gaiola de esquilo, em menos de uma década (LAMME, 1921).

De acordo com Owen (1988), Mcinnis (2006) e Boldea e Nasar (2010) desde o início do século XX, tem-se como principais aprimoramentos teórico e construtivo de máquinas de indução:

- a utilização do rotor de gaiola de esquilo em alumínio fundido, que diminuiu significativamente os custos, dificuldades e tempo de fabricação desse tipo de rotor;
- a melhoria na qualidade do aço magnético e de sua isolamento, que possibilitou diminuir drasticamente as perdas e consequentemente melhorar a eficiência das máquinas elétricas de forma geral;
- a melhoria na qualidade da isolamento dos condutores, permitindo a utilização de densidades de corrente maiores nas ranhuras das máquinas elétricas;
- o uso de melhores modelos analíticos para aplicações em projeto;
- a utilização da técnica de elementos finitos para a análise de distribuição de campo, acoplamento com

equipamentos eletrônicos e análise de máquinas com alto nível de saturação magnética;

- o uso de algoritmos de otimização determinísticos e estocásticos;
- o desenvolvimento de melhores métodos de teste e fabricação.

Também foram importantes marcos na história do motor de indução (BOLDEA; NASAR, 2010):

- o circuito ortogonal e o modelo de fasores para análise de transientes;
- o desenvolvimento dos conversores de frequência;
- a fabricação cada vez maior de equipamentos com eletrônica de potência embarcada.

Esses avanços aliados às melhorias de fabricação e refrigeração possibilitaram uma diminuição de volume significativa para as máquinas elétricas.

Assim como os aspectos construtivos, a teoria de funcionamento e análise de motores elétricos foi desenvolvida rapidamente. Em um primeiro momento, não havia uma compreensão plena da relação entre a resistência do rotor (ou do enrolamento que possui correntes induzidas) e o torque da máquina (LAMME, 1921). Utilizava-se, então, a teoria de diagramas de círculos. Já em 1897, Steinmetz propõe um modelo por fase para o MI, capaz de representar o comportamento desta máquina (STEINMETZ, 1897).

O MI também exerceu papel fundamental na escolha do sistema de alimentação polifásica e da frequência de 60 Hz, sendo possível afirmar que sem o seu advento, o sistema de corrente alternada em três fases não haveria se tornado a opção dominante para sistemas de potência (LAMME, 1921).

Esta dissertação apresenta uma compilação de metodologias e apresenta um método para considerar-se, simultaneamente, o efeito de saturação dos dentes do rotor e do estator da máquina e o efeito de penetração de campo. Além disso, apresenta o que o autor acredita ser uma forma mais objetiva do tratamento do cálculo das indutâncias do motor de indução.

A utilização de um programa analítico capaz de obter o comportamento de um motor de indução auxilia no projeto de motores com melhor eficiência, melhores características de torque x velocidade e menores correntes de partida. Não obstante tem-se a flexibilidade que

um sistema de cálculo analítico possui, sendo relativamente simples as alterações de geometria e configuração do enrolamento.

A economia de tempo de projeto, menores custos de produção e maior eficiência energética são determinantes na competitividade do produto, proporcionando uma margem maior de lucro ao fabricante e economia de energia aos consumidores.

1.1 OBJETIVO

A presente dissertação tem por objetivo desenvolver uma formulação analítica para a avaliação do comportamento do motor de indução do tipo gaiola de esquilo (MI-RGE) trifásico utilizando o modelo de regime permanente.

1.1.1 Objetivos específicos

Considerar simultaneamente os efeitos de saturação e de penetração de campo (efeito *skin*) no modelo por fase;

Propor um algoritmo capaz de obter a partir das características dimensionais, dos materiais e do enrolamento elétrico o comportamento do MI-RGE desde o regime estacionário até a velocidade síncrona;

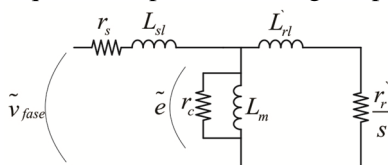
Comparar a relevância da saturação e do efeito de penetração de campo no comportamento do motor de indução;

Validar os resultados obtidos com ensaios e softwares comerciais.

2 MODELO EM REGIME PERMANENTE DO MI

Considere um motor de indução trifásico, com enrolamentos idênticos e alimentados com uma fonte de tensão trifásica equilibrada. A representação do motor de indução na forma de um circuito elétrico por fase (Figura 1) possibilita uma análise de tensão, corrente, potência, torque, velocidade, fator de potência e rendimento da máquina elétrica de forma simplificada e bastante representativa (KOSTENKO; PIOTROVSKY, 1969; RUIVIARO, 2011).

Figura 1 – Circuito equivalente por fase em regime permanente.



Os elementos apresentados na Figura 1 são:

r_s - resistência do estator [Ω];

L_{ls} - indutância de dispersão do estator [H];

r_r' - resistência do rotor referenciada ao estator [Ω];

L_{lr}' - indutância de dispersão do rotor referenciada ao estator [H];

L_m - indutância de magnetização [H];

r_c - resistência de perdas do núcleo [Ω];

s - escorregamento.

As respectivas reatâncias são:

$$x_{ls} = 2\pi f L_{ls}, \quad (2.1)$$

$$x_{lr}' = 2\pi f L_{lr}', \quad (2.2)$$

$$x_m = 2\pi f L_m. \quad (2.3)$$

x_{ls} - reatância de dispersão do estator [Ω];

x_{lr}' - reatância de dispersão do rotor referenciada ao estator [Ω];

x_m - reatância de magnetização [Ω].

Definindo ainda:

$$\tilde{Z}_1 = r_s + jx_{ls}, \quad (2.4)$$

$$\tilde{Z}_2 = \frac{r'_r}{s} + jx'_r, \quad (2.5)$$

$$\tilde{Z}_m = \frac{r_c jx_m}{r_c + jx_m}, \quad (2.6)$$

$$\tilde{Z}_{eq} = \tilde{Z}_1 + \left(\frac{\tilde{Z}_m \tilde{Z}_2}{\tilde{Z}_m + \tilde{Z}_2} \right), \quad (2.7)$$

onde:

\tilde{Z}_1 - impedância do estator [Ω];

\tilde{Z}_2 - impedância do rotor [Ω];

\tilde{Z}_m - impedância de magnetização [Ω];

\tilde{Z}_{eq} - impedância equivalente [Ω].

Desde o modelo de Steinmetz, o modelo de regime permanente do MI vem sendo modificado com o propósito de representar não apenas alterações de projeto realizadas, como também para incluir efeitos e perdas no modelo (ALGER, 1965) como rotores de gaiolas múltiplas (ALGER; WRAY, 1953), efeitos de penetração de campo (THORSEN; DALVA 1995), inserção de perdas rotacionais (TORRENT, 2011) e efeitos de harmônicas (BOUCHERMA et al., 2006).

A avaliação das grandezas eletromecânicas de interesse é feita pela análise do circuito e pode ser resumido nas Equações (2.8) a (2.24). São determinadas as variáveis v_{th} e z_{th} a fim de facilitar os cálculos. A definição dessas variáveis provém da análise do circuito por fase em regime permanente do MI fazendo-se o equivalente de Thevenin a partir do ramo que representa o rotor, de onde se obtêm:

$$\tilde{v}_{th} = \tilde{v}_{fase} \left(\frac{\tilde{Z}_m}{\sqrt{\left(r_s + \text{Re}(\tilde{Z}_m) \right)^2 + \left(x_{ls} + \text{Im}(\tilde{Z}_m) \right)^2}} \right), \quad (2.8)$$

$$\tilde{z}_{th} = \left(\frac{\tilde{Z}_1 \tilde{Z}_m}{\tilde{Z}_1 + \tilde{Z}_m} \right), \quad (2.9)$$

$$r_{th} = \text{Re}(\tilde{z}_{th}), \quad (2.10)$$

$$x_{th} = \text{Im}(\tilde{z}_{th}), \quad (2.11)$$

onde:

\tilde{v}_{th} - tensão de Thevenin [V];
 \tilde{z}_{th} - impedância de Thevenin [Ω];
 r_{th} - resistência de Thevenin [Ω];
 x_{th} - reatância de Thevenin [Ω].

O torque induzido pode ser obtido pela Equação (2.12),

$$t_{ind} = \frac{3 \left| \tilde{v}_{th} \right|^2 \frac{r_r'}{s}}{\omega_{sync} \left(\left(r_{th} + \frac{r_r'}{s} \right)^2 + (x_{th} + x_{rl}')^2 \right)}, \quad (2.12)$$

onde:

t_{ind} - torque induzido [N.m];
 ω_{sync} - frequência síncrona [rad.s^{-1}].

Utilizando os parâmetros obtidos nas Equações (2.4) a (2.7), obtêm-se as principais grandezas observadas:

$$\tilde{I}_s = \frac{\tilde{v}_{fase}}{\tilde{Z}_{eq}}, \quad (2.13)$$

$$\tilde{e} = \tilde{v}_{fase} - \tilde{I}_s \tilde{Z}_1, \quad (2.14)$$

$$\tilde{I}_m = \frac{\tilde{e}}{jx_m}, \quad (2.15)$$

$$FP = \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}(\tilde{Z}_{eq})}{\text{Re}(\tilde{Z}_{eq})} \right) \right), \quad (2.16)$$

onde:

\tilde{I}_s - corrente estator [A];
 \tilde{e} - tensão sobre o ramo de magnetização [V];
 \tilde{I}_m - corrente no ramo de magnetização [A];
 FP - fator de potência do motor.

Pode-se, por conveniência, destacar as seguintes perdas e potências relacionadas ao circuito de modelo equivalente:

$$P_{núcleo} = 3 \frac{\left| \tilde{e} \right|^2}{r_c}, \quad (2.17)$$

$$P_{entrada} = 3\text{Re}\left(\tilde{v}_{fase} \tilde{I}_s^*\right), \quad (2.18)$$

$$P_{cu_{est}} = 3\left|\tilde{I}_s\right|^2 r_s, \quad (2.19)$$

$$P_{ag} = P_{entrada} - P_{cu_{est}} - P_{núcleo}, \quad (2.20)$$

$$P_{conv} = (1-s)P_{ag}, \quad (2.21)$$

$$P_{saída} = P_{conv} - P_{rot}, \quad (2.22)$$

onde:

$P_{núcleo}$ - perdas no núcleo [W];

$P_{entrada}$ - potência de entrada [W];

$P_{cu_{est}}$ - perdas no estator [W];

P_{ag} - potência no entreferro [W];

P_{conv} - potência convertida [W];

$P_{saída}$ - potência de saída [W];

P_{rot} - perda rotacional [W];

\tilde{I}_s^* - conjugado de \tilde{I}_s .

Finalmente, o torque na carga e o rendimento serão:

$$t_{saída} = \frac{P_{saída}}{(1-s)\omega_{sync}}, \quad (2.23)$$

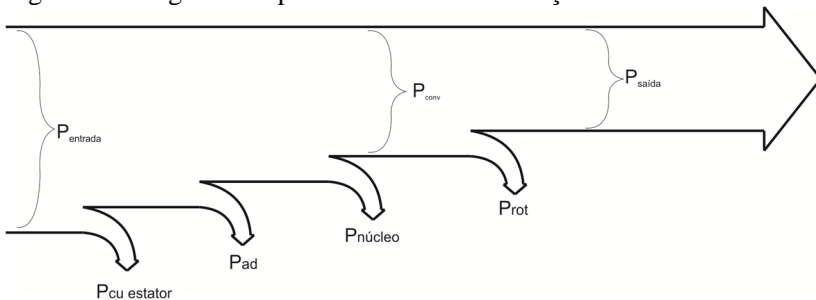
$$\eta = \frac{P_{saída}}{P_{entrada}}, \quad (2.24)$$

onde:

$t_{saída}$ - torque na carga [N.m];

η - rendimento.

Figura 2 – Diagrama de perdas do motor de indução.



O modelo aqui exposto é somente válido para sistemas trifásicos equilibrados, visto que a existência de assimetrias na alimentação ou nas características do equipamento resultam em efeitos de acoplamento entre fases, distorções no campo magnético do entreferro e deslocamento do ponto neutro do enrolamento.

Para o tratamento de problemas que envolvem problemas desbalanceados utiliza-se a teoria de componentes simétricas (KRAUSE et. al, 2002). Essa teoria possibilita a análise de um sistema trifásico no domínio das chamadas componentes de sequência, assim simplificando a compreensão do comportamento desses sistemas com tensões desbalanceadas, faltas e variações de impedância em cada fase.

3 ASPECTOS CONSTRUTIVOS DE UMA MÁQUINA DE INDUÇÃO ROTATIVA

O intuito desse tópico é destacar as principais partes construtivas relacionadas ao projeto de uma máquina de indução.

3.1 NÚCLEO MAGNÉTICO

Atualmente as máquinas de indução têm seus núcleos magnéticos feitos de aço silício anisotrópico laminado. Essas lâminas são isoladas entre si, para diminuir a ação de correntes parasitas, e justapostas em um pacote, tanto no rotor quanto no estator. O pacote pode ou não conter dutos de ventilação, utilizados para melhorar a dissipação de calor na máquina.

O dimensionamento correto do núcleo é essencial, uma vez que ele conterá os fluxos e responderá por um percentual relevante das perdas da máquina.

3.2 RANHURAS

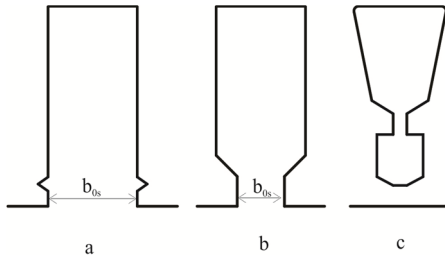
O núcleo possui ranhuras onde estão dispostos os enrolamentos. A geometria das ranhuras pode variar significativamente de acordo com as características requeridas da máquina. Apesar de haver muitas geometrias, é possível classificá-las topologicamente em ranhuras abertas, semi-fechadas e fechadas.

Em máquinas de maior potência, a utilização de barras nos enrolamentos, devido a maior intensidade de corrente, obriga a ranhura a possuir aberturas maiores, similares à mostrada na Figura 3a, com a utilização de uma cunha para auxiliar na fixação mecânica das barras.

Ranhuras semi-fechadas (Figura 2b) são utilizadas tanto em estatores quanto em rotores de máquinas de pequena e média potência. Nesse tipo de ranhura há a possibilidade de se utilizar condutores finos para formar o enrolamento. O pescoço (parte mais estreita) auxilia na fixação mecânica dos condutores além de possuir um efeito importante sobre a forma de onda eletromagnética no entreferro.

Ranhuras fechadas (Figura 2c) são utilizadas apenas para rotores do tipo gaiola de esquilo. Nelas o enrolamento usualmente consiste em uma barra de alumínio fundido adicionada por um processo de injeção.

Figura 3 – Tipo de ranhuras em máquinas elétricas: a) aberta; b) semi-fechada; c) fechada.

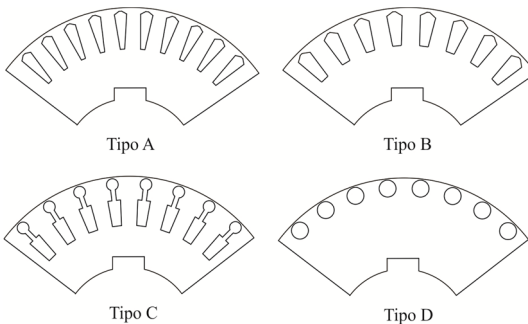


O formato da ranhura influencia fortemente nas características da máquina notadamente na relação entre a abertura da ranhura b_{0s} e o entreferro g . Grandes aberturas de ranhura ($b_{0s} > 6g$) implicam em um aumento significativo do entreferro efetivo, e por consequência, um menor fluxo, além de aumentar o ruído produzido pela máquina. Por outro lado, aberturas maiores diminuem o fluxo de dispersão da ranhura (NAU, 2007).

Aberturas de ranhura muito pequenas produzem campos magnéticos mais intensos nas cabeças dos dentes do estator, aumentando a dispersão de campo e resultando, por exemplo, em menores torques de partida.

No caso de rotores com gaiola de esquilo, a geometria da ranhura proporciona diferentes características de torque ao motor como pode ser observado na Figura 4 e na Figura 5.

Figura 4 – Principais tipos de ranhura para rotores gaiola de esquilo.



Fonte: Modificado de National Electrical Manufacturers Association (2011).

Cada um desses tipos de ranhura produz uma característica de torque diferente podendo ser separadas essa característica em classes como:

Classe A – Possui torque de partida moderado (2 vezes o torque nominal), torque máximo moderado (2 a 3 vezes o torque nominal), corrente de partida moderada (5 a 8 vezes a corrente nominal) e escorregamento nominal mediano (menor que 5%). Construtivamente apresenta reatância de dispersão baixa e efeitos de penetração de campo significativos. Sua geometria é usualmente representada por barras dispostas em profundidades médias. São os tipos de motores de gaiola de esquilo mais comuns para aplicações em bombas, exaustores, ventiladores, tornos e ferramentas.

Classe B – Possui torque de partida moderado (2 vezes o torque nominal), torque máximo moderado (2 a 3 vezes o torque nominal, mas menor que o classe A), corrente de partida baixa (5 a 6 vezes a corrente nominal) e escorregamento nominal pequeno (menor que 5%). Construtivamente possui reatância de dispersão e efeito de penetração de campo moderados. Seu rotor é usualmente formado por barras retangulares ou levemente arredondadas dispostas a uma profundidade menor que a de classe A. São motores de uso genérico, assim como os de classe A, mas vem sendo preferidos devido a sua menor exigência de corrente de partida.

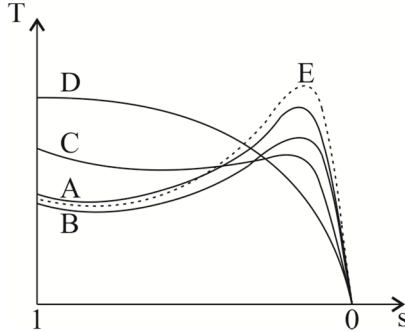
Classe C - Possui torque de partida elevado (2,5 vezes o torque nominal), torque máximo moderado (levemente superior ao torque nominal), corrente de partida baixa (4 a 6 vezes a corrente nominal) e escorregamento nominal pequeno (menor que 5%). São motores mais caros que os de classe A e B e são utilizados em aplicações que exigem alto torque de partida e eficiência em regime, como bombas carregadas, compressores e esteiras.

Classe D - Possui torque de partida elevado (maior que 2,75 vezes o torque nominal), torque máximo igual ou levemente superior ao torque de partida (usualmente ocorre na partida), corrente de partida baixa (5 a 6 vezes a corrente nominal) e escorregamento nominal alto (7 a 11%). São motores utilizados onde a aceleração da carga deve ser rápida e sistemas que utilizam acionamento por engrenagens, como elevadores e transportadores.

Classe E – Possui torque de partida moderado (2 vezes o torque nominal), torque máximo elevado (3 vezes o torque nominal), corrente de partida baixa (5 a 6 vezes a corrente nominal) e escorregamento nominal pequeno (menor que 5%). São motores similares aos de classe

B, contudo, possuem melhor eficiência e menor escorregamento (1% a 4%), obtida ao custo de um maior volume.

Figura 5 – Classificação das curvas de torque para motores elétricos dada pela NEMA.



Fonte: National Electrical Manufacturers Association (2011).

Tabela 1 – Características típicas para médios e pequenos motores de indução de gaiola de esquilo

Classe	Torque rotor bloqueado [%] ¹	Torque máximo [%] ¹	Corrente de partida [%] ¹	s [%] ¹	Eficiência relativa
A	70 - 275	65 - 190	N. D.	0,5 - 5	Média - alta
B	70 - 275	65 - 190	600 - 700	0,5 - 5	Média - alta
C	200 - 285	140 - 195	600 - 700	1 - 5,0	Média
D	275	N.A.	600 - 700	5 - 8,0	Baixa
E	75 - 190	60 - 140	800 - 1000	0,5 - 3	Alta

Fonte: L & B Electric Limited (2013).

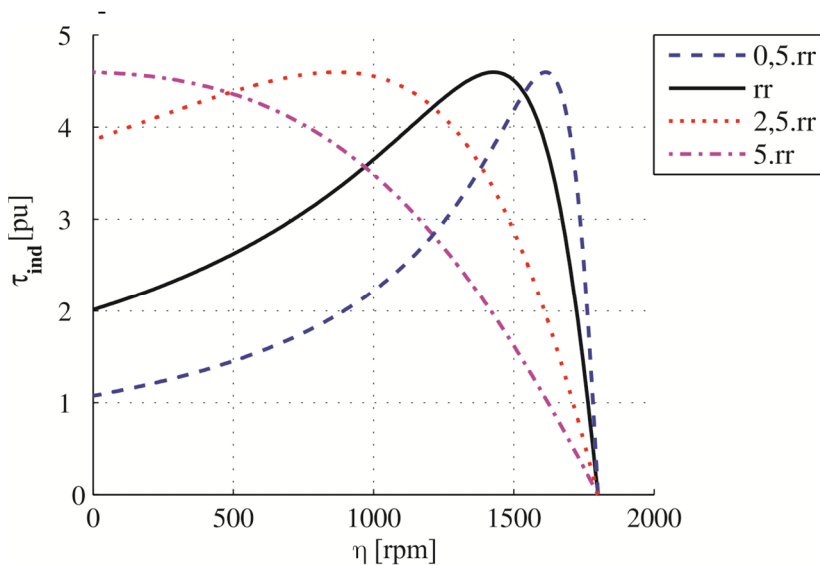
Notas: ¹ – Percentual em relação à nominal.

N.A. – Não se aplica.

N.D. – Não definido.

Máquinas de rotor bobinado não possuem uma curva de torque definida. Isso porque são inseridos no circuito de acionamento durante a partida dispositivos de eletrônica de potência ou resistências ao rotor, que alteram significativamente as características de torque, como pode ser visto na Figura 6.

Figura 6 – Comportamento do torque para um motor de indução com a mudança da resistência rotórica, r_r .



3.3 ENROLAMENTO

O enrolamento de uma máquina elétrica, além de exercer sua função básica de gerar um campo magnético girante no entreferro, pode ser escolhido e configurado para atuar no sentido de eliminar ou amenizar ondulações no torque da máquina elétrica.

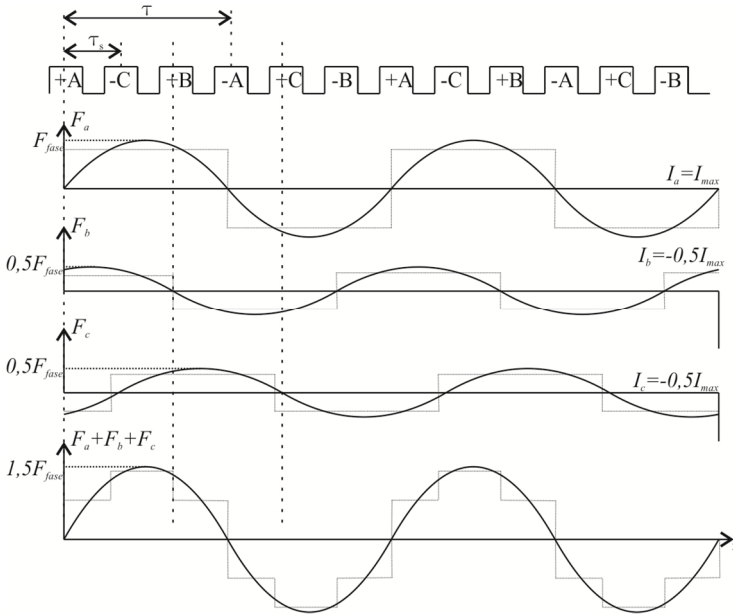
Para tanto há uma série de técnicas como: encurtamento de passo, inclinação de ranhura, enrolamentos de dupla camada etc.

Do ponto de vista de projeto, essa é uma decisão que permanece bastante associada ainda à experiência do projetista e das características desejadas à máquina. Do ponto de vista de análise de projeto e eficiência, alterações a partir de um enrolamento convencional, de forma geral, levam a uma diminuição da indutância de magnetização e um aumento das reatâncias de dispersão.

Esse aspecto não é considerado nessa dissertação, sendo a configuração do enrolamento um dado de entrada. Posteriormente notar-se-á que essas modificações poderão ser resumidas em três fatores K_{ws} , K_{wr} e K_{skew} .

Contudo, é importante compreender como a configuração do enrolamento influencia na força magnetomotriz da máquina. Um enrolamento primitivo, contendo uma ranhura por polo por fase ($q = 1$) em camada única possui a seguinte configuração.

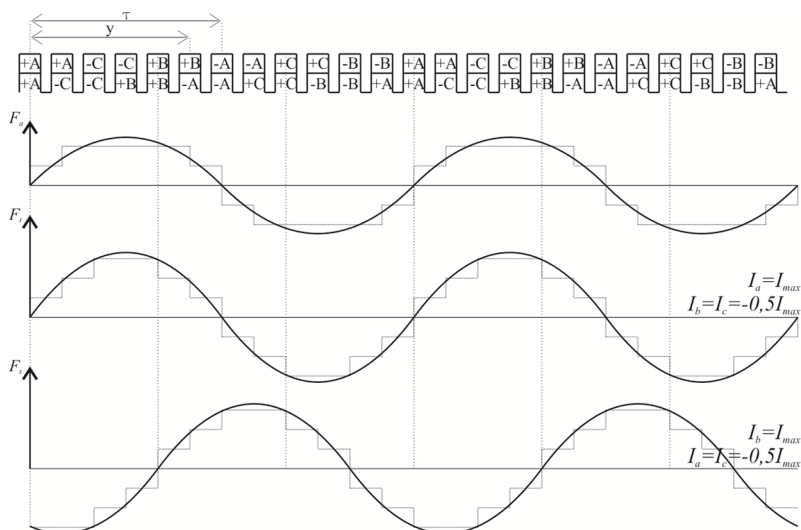
Figura 7 – Força magnetomotriz ideal gerada por um enrolamento de camada única, $p = 2$ e $q = 1$.



A variável x indica a posição no entreferro da máquina, τ é o passo polar da máquina e τ_s é o passo da ranhura do estator. Em enrolamentos mais elaborados, passa a existir uma distribuição das fases. Faz-se então necessária a definição de mais uma variável, o passo da bobina, y , que pode ser vista na Figura 8.

Ainda na Figura 8 pode-se observar a evolução no tempo da onda de força magnetomotriz.

Figura 8 – Força magnetomotriz ideal gerada por um enrolamento de camada dupla, $p = 2$ e $q = 2$.



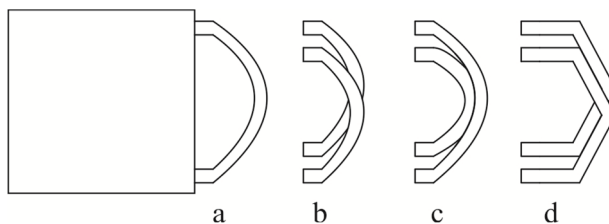
Nota-se no caso da Figura 8 em relação à Figura 7 a transição mais suave da força magnetomotriz no entreferro entre os valores negativo e positivo, considerando apenas a utilização de $q > 1$.

3.3.1 Cabeça de bobina

A configuração da cabeça de bobina está bastante relacionada ao tipo de condutor utilizado no enrolamento e das possibilidades de arranjo desses condutores no espaço disponível.

De forma geral, procura-se reduzir ao mínimo a dispersão. No caso de enrolamentos para máquinas abaixo de 10 kW a dispersão de campo na cabeça de bobina pode representar até 50 % da dispersão total de campo (BOLDEA; NASAR, 2010).

Figura 9 – Principais configurações de cabeça de bobina: a) simples; b) dupla; c) corrente; d) tipo “V”.



Os tipos a, b e c são utilizados em máquinas de menor potência, onde os cabos são condutores finos de cobre. É comum o uso do tipo c em motores de corrente contínua. O tipo d é utilizado em geral para máquinas onde os condutores do enrolamento são barras.

4 CÁLCULO DE PARÂMETROS DE MÁQUINAS DE INDUÇÃO

A maneira mais rápida de avaliar o desempenho de uma máquina é o uso do circuito equivalente por fase. O levantamento dos parâmetros do circuito equivalente pode ser feito por ensaios clássicos (ensaio em vazio e com rotor travado), caso a máquina já esteja construída. Entretanto, ainda na fase de projeto, prever o comportamento da máquina através dos seus parâmetros exige que os mesmos sejam relacionados aos seus detalhes construtivos. Contudo relacionar a geometria da máquina com seus parâmetros não é uma tarefa evidente (BOGLIETTI et al., 2011).

Há uma extensa bibliografia, sobretudo livros clássicos sobre o cálculo de parâmetros de motores elétricos de indução (ALGER, 1965; BOLDEA; NASAR, 2010; KOSTENKO; PIOTROVSKY, 1969; LIPO, 1996). Esforços vêm sendo realizados no sentido de procurar incorporar efeitos cada vez mais complexos como o efeito de harmônicas na força magnetomotriz do entreferro (BOUCHERMA et al., 2006; KHEAZZAR et al., 2008).

De forma geral é possível identificar a necessidade de calcular os principais parâmetros a fim de levantar os parâmetros do circuito por fase:

r_s - resistência do estator [Ω];

r_r - resistência do rotor [Ω];

L_m - indutância de magnetização [H];

L_{sls} - indutância de dispersão de ranhura do estator [H];

L_{slr} - indutância de dispersão de ranhura do rotor [H];

L_{zs} - indutância de dispersão de zig-zag do estator [H];

L_{zr} - indutância de dispersão de zig-zag do rotor [H];

L_{ds} - indutância de dispersão diferencial do estator [H];

L_{dr} - indutância de dispersão diferencial do rotor [H];

L_{es} - indutância de dispersão de cabeça de bobina do estator [H];

L_{er} - indutância de dispersão de cabeça de bobina do rotor [H];

L_{skew} - indutância de dispersão de inclinação de ranhura [H].

Contudo a implementação desses modelos não é direta, por vezes são pouco amigáveis por não estarem suficientemente detalhados e

dependentes de tabelas e conhecimentos empíricos de fabricantes (IONEL et al., 1998).

A respeito do desenvolvimento das ferramentas de cálculo numérico como o método de elementos finitos, apesar da grande evolução trazida, ainda são considerados métodos muito lentos e necessitam de um conhecimento prévio muito apurado sobre como e que variações de geometria deverão influenciar no comportamento da máquina. Por isso, convencionalmente, os métodos numéricos vêm sendo utilizados como ferramentas de análise e aperfeiçoamento posterior ao design analítico, principalmente na verificação de fenômenos individualmente e níveis de saturação do dispositivo.

Ademais, modelos analíticos são necessários devido ao crescente uso de algoritmos de otimização, onde um número grande de possibilidades deve ser testada e uma compreensão intuitiva das relações entre os parâmetros do motor e seu desempenho é essencial (IONEL et al., 1998).

Esse trabalho apresenta uma metodologia baseada no trabalho de Boldea e Nasar (2010) de forma sequencial e intuitiva para o levantamento dos parâmetros do circuito equivalente por fase do motor de indução e predição de seu comportamento.

Todavia, como já apontado anteriormente, este não é um procedimento direto de cálculo e exige compreender o funcionamento do dispositivo como um todo. Nesse sentido, a primeira e mais importante consideração a se fazer no levantamento dos parâmetros e da desempenho do dispositivo é considerar que seus parâmetros não são constantes. Isso ocorre devido, principalmente a três efeitos: o aumento da temperatura da máquina com o funcionamento, a saturação dos núcleos ferromagnéticos e o efeito de penetração de campo magnético (*skin effect*). Do ponto de vista de equacionamento, neste trabalho serão tratados apenas os dois últimos efeitos, visto que o primeiro pode ser desenvolvido considerando que ele atue somente sobre a resistividade do material condutor.

4.1 RESISTÊNCIA

A resistência elétrica dos enrolamentos da máquina elétrica é determinada pela resistência específica do material, ρ , da área do condutor, do comprimento do condutor por fase e do tipo de fechamento do motor.

4.1.1 Resistência do estator

Número de espiras em cada caminho paralelo do estator:

$$W_a = \frac{W_1}{a} \quad (4.1)$$

onde:

W_a - número de condutores por caminho em paralelo por fase;

W_1 - número de condutores em série por fase;

a - número de caminhos em paralelo por fase;

Adicionalmente sabe-se que a resistência é alterada com o aumento da frequência. Essa correção ocorre pela utilização de um fator K_r , relação entre a resistência CA e a resistência CC. Para um condutor múltiplo minimamente bem dimensionado $K_r = 1,1$ (BOLDEA; NASAR, 2010).

A resistência por fase:

$$r_s = \rho \frac{l_c W_a K_r}{a A_{\text{cond}}} \quad (4.2)$$

Onde:

l_c - comprimento de uma espira do condutor do estator [m];

A_{cond} - área do condutor do estator [m²];

ρ - resistência específica do material do condutor [$\Omega \cdot \text{m}^{-1}$].

4.1.2 Resistência do rotor

4.1.2.1 Rotor bobinado

Para o rotor bobinado o procedimento é similar ao estator, a resistência por fase do rotor é:

$$r_r = \rho \frac{l_{cr} W_{ar} K_r}{a_r A_{\text{cond}_r}} \quad (4.3)$$

onde:

r_r - resistência elétrica do rotor [Ω];

l_{cr} - comprimento de uma espira do condutor do rotor [m];

A_{cond_r} - área do condutor do rotor [m²].

4.1.2.2 Rotor gaiola de esquilo

Nesse tipo de máquina há de se considerar que a fase das tensões induzidas altera a somatória das resistências de cada parte que compõe o circuito do rotor.

A resistência da barra pode ser resumida como:

$$r_b = \rho \frac{l_b}{A_b}, \quad (4.4)$$

onde:

r_b - resistência da barra [Ω];

l_b - comprimento da barra [m];

A_b - área da barra [m²].

A resistência equivalente do segmento do anel entre uma barra e outra é:

$$r_{er} = \rho \frac{\pi D_{er}}{N_r A_{er}}, \quad (4.5)$$

onde:

r_{er} - resistência do segmento do anel [Ω];

D_{er} - diâmetro médio do segmento do anel [m];

A_{er} - comprimento do segmento do anel [m²].

A área (secção transversal) do anel de curto circuito é:

$$A_{er} = a_{er} b_{er} \quad (4.6)$$

onde:

a_{er} - comprimento axial do anel de curto-circuito [m];

b_{er} - comprimento radial do anel de curto-circuito [m].

Por sua vez o diâmetro médio do anel de curto-circuito é:

$$D_{er} = D_i - 2g - h_{slot_r} \quad (4.7)$$

onde:

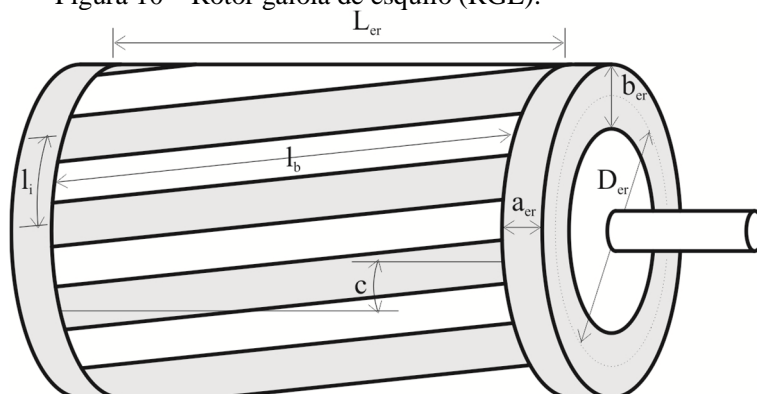
D_i - diâmetro interno do estator [m];

g - comprimento do entreferro [m];

h_{slot_r} - profundidade total da ranhura do rotor [m].

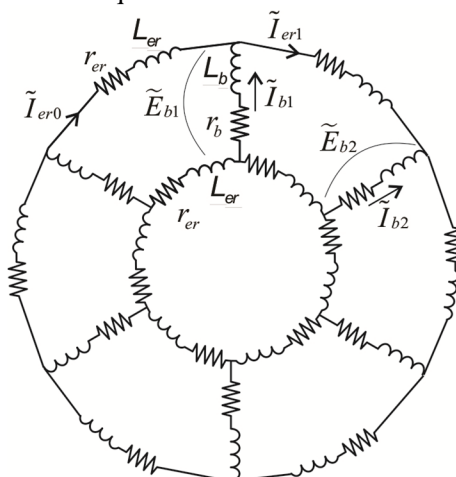
Algumas das principais dimensões podem ser vista na Figura 10.

Figura 10 – Rotor gaiola de esquilo (RGE).



A representação planar em um circuito elétrico do RGE, incluindo as indutâncias, que terão seu cálculo discutido posteriormente, é desejável por facilitar a compreensão de como reconhecer a impedância equivalente de uma fase.

Figura 11 – Representação em circuito elétrico formado por um rotor gaiola de esquilo com seis barras.



Fonte: Lipo (1996).

Cada barra terá uma tensão induzida defasada em:

$$\alpha_e = \frac{2\pi p}{N_r} \quad (4.8)$$

onde:

α_e - ângulo elétrico de inclinação da ranhura [°];

N_r - número de ranhuras do rotor;

p - número de par de polos.

O valor das tensões, \tilde{E}_b , e correntes, \tilde{I}_b , em cada barra pode ser representado pelos fasores:

$$\tilde{E}_{b2} = \tilde{E}_{b1} e^{\frac{j2\pi p}{N_r}}, \quad (4.9)$$

$$\tilde{I}_{b2} = \tilde{I}_{b1} e^{\frac{j2\pi p}{N_r}}. \quad (4.10)$$

E a corrente no anel de curto-circuito, \tilde{I}_{er} , será:

$$\tilde{I}_{er1} = \tilde{I}_{er0} e^{\frac{j2\pi p}{N_r}}. \quad (4.11)$$

A partir de inspeção da Figura 11 pode-se chegar a:

$$\tilde{I}_{b1} = \tilde{I}_{er1} - \tilde{I}_{er0} = \tilde{I}_{er1} \left(1 - e^{-\frac{j2\pi p}{N_r}} \right). \quad (4.12)$$

Similarmente:

$$\tilde{E}_{b1} - \tilde{E}_{b2} = \tilde{E}_{b1} \left(1 - e^{-\frac{j2\pi p}{N_r}} \right). \quad (4.13)$$

Então pela malha obtêm-se:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{b1} \left(1 - e^{-\frac{j2\pi p}{N_r}} \right) = \tilde{I}_{b1} \left(1 - e^{-\frac{j2\pi p}{N_r}} \right) (r_b + j\omega L_b) + \\ + \frac{2\tilde{I}_{b1}}{1 - e^{-\frac{j2\pi p}{N_r}}} (r_{er} + j\omega L_{er}) \end{aligned} \quad (4.14)$$

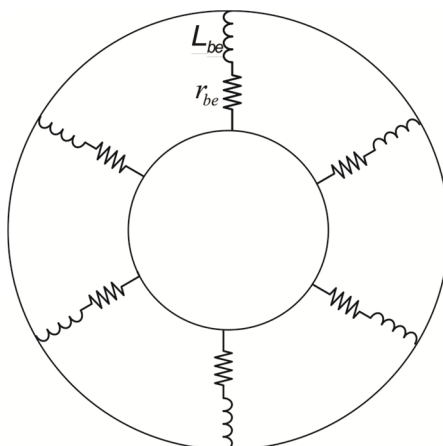
Com algumas manipulações matemáticas pode-se encontrar que:

$$\tilde{E}_{b1} = \tilde{I}_{b1} (r_b + j\omega L_b) + \tilde{I}_{b1} \left(\frac{r_{er} + j\omega L_{er}}{2 \sin^2 \left(\frac{2\pi p}{N_r} \right)} \right). \quad (4.15)$$

Assim é possível calcular uma resistência equivalente entre a resistência da barra e a do anel:

$$r_{be} = r_b + \left(\frac{r_{er}}{2 \sin^2 \left(\frac{2\pi p}{N_r} \right)} \right). \quad (4.16)$$

Figura 12 – Circuito formado por uma gaiola de esquilo com seis barras por par de polo com resistências e reatâncias absorvidas.



Fonte: Adaptado de Lipo (1996).

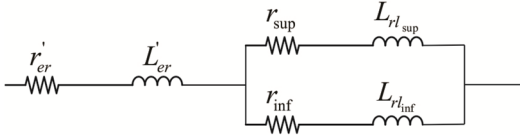
O valor da indutância do anel é dada por:

$$L_{be} = L_r + \left(\frac{L_{er}}{2 \sin^2 \left(\frac{2\pi p}{N_r} \right)} \right). \quad (4.17)$$

E será explorada nos itens posteriores.

Para rotores de gaiola dupla é necessário levar em consideração a existência de um circuito equivalente.

Figura 13 – Circuito equivalente para rotor com gaiola de esquilo dupla.



Onde os valores de \hat{r}_{er} e \hat{L}_{er} são:

$$\hat{r}_{er} = \frac{r_{er}}{2 \sin^2 \left(\frac{2\pi p}{N_r} \right)}. \quad (4.18)$$

$$\hat{L}_{er} = \frac{L_{er}}{2 \sin^2 \left(\frac{2\pi p}{N_r} \right)}. \quad (4.19)$$

Define-se então a impedância da gaiola superior, \tilde{Z}_{sup} , da gaiola inferior \tilde{Z}_{inf} e do anel \tilde{Z}_{er} :

$$\tilde{Z}_{sup} = r_{sup} + jL_{rl_{sup}}. \quad (4.20)$$

$$\tilde{Z}_{inf} = r_{inf} + jL_{rl_{inf}}. \quad (4.21)$$

$$\tilde{Z}_{sup} = \hat{r}_{er} + j\hat{L}_{er}. \quad (4.22)$$

A resistência do rotor de gaiola dupla, r_{be} , é então dada por:

$$r_{be} = \text{Re} \left(\tilde{Z}_{er} + \left(\frac{1}{\tilde{Z}_{sup}} + \frac{1}{\tilde{Z}_{inf}} \right)^{-1} \right). \quad (4.23)$$

Por sua vez a indutância do rotor de gaiola dupla, L_{be} , é dada por:

$$L_{be} = \text{Im} \left(\tilde{Z}_{er} + \left(\frac{1}{\tilde{Z}_{sup}} + \frac{1}{\tilde{Z}_{inf}} \right)^{-1} \right). \quad (4.24)$$

4.2 INDUTÂNCIAS

O tratamento de indutâncias em um motor elétrico pode parecer uma tarefa inicialmente árdua. Contudo, tratar separadamente os diversos fenômenos que ocorrem auxilia, em muito, não apenas o

equacionamento, mas também a compreensão de como cada variável interfere nas indutâncias da máquina.

4.2.1 Indutância de magnetização

Para o cálculo da indutância de magnetização assume-se inicialmente que toda a força magnetomotriz se concentra no entreferro. Sabendo disso e assumindo um campo magnético B_g senoidal no entreferro tem-se:

$$\phi_m = \frac{2}{\pi} \tau L_e B_g \quad (4.25)$$

onde:

ϕ_m - fluxo magnético magnetizante [Wb];

τ - passo polar do estator [m];

L_e - comprimento do pacote do estator [m].

Esse valor se obtém da integração de B_g em um polo da máquina.

Em uma primeira aproximação pode-se também estimar a densidade de fluxo magnético no entreferro como:

$$B_g = \frac{\mu_0 FMM_m}{g} \quad (4.26)$$

onde:

B_g - densidade de fluxo magnético no entreferro [T];

FMM_m - força magnetomotriz magnetizante [A.e];

g - comprimento do entreferro [m].

E do eletromagnetismo sabe-se que,

$$L = \frac{N \phi}{i}, \quad (4.27)$$

onde N é o número de espiras que enlaçam o fluxo ϕ .

De onde se obtém que:

$$L_m = \frac{2\mu_0 \tau L_e FMM_m}{\pi g I_m}, \quad (4.28)$$

onde:

L_m - é a indutância de magnetização [H];

I_m - corrente de magnetização [A].

A força magnetomotriz de magnetização pode ser expressa como:

$$FMM_m = \frac{2W_1 I_m \sqrt{2}}{\pi p}. \quad (4.29)$$

O termo $\frac{2}{\pi}$ representa o valor médio da onda.

Substituindo a Equação (4.29) na Equação (4.28):

$$L_m = \frac{4\mu_0 \tau L_e W_1^2}{\pi^2 g p}. \quad (4.30)$$

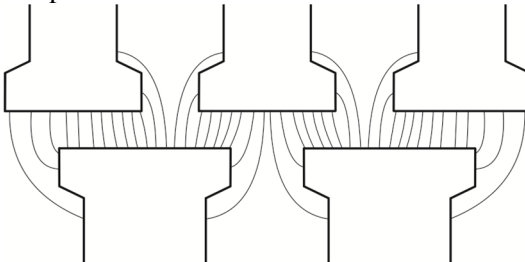
Contudo a Equação (4.30) da indutância de magnetização ainda não está completa, pois é necessário considerar o efeito das ranhuras no fluxo do entreferro e a influência do enrolamento na força magnetomotriz.

4.2.1.1 Entreferro efetivo

A existência de aberturas de ranhuras no estator e/ou no rotor tem um efeito no comportamento do fluxo magnético no entreferro. Em um caso ideal o fluxo seria puramente radial, contudo na existência desses entrecortes na superfície ele busca um caminho de menor relutância, pelos dentes do rotor e do estator. Esse efeito já foi longamente estudado em artigos e livros (ALGER; WEST, 1947; ALGER, 1965; CALIXTO et al., 2011; LIPO, 1996).

Na Figura 14 é mostrada uma representação do comportamento das linhas de fluxo no entreferro. É possível notar o caminho adicional percorrido por algumas linhas de fluxo.

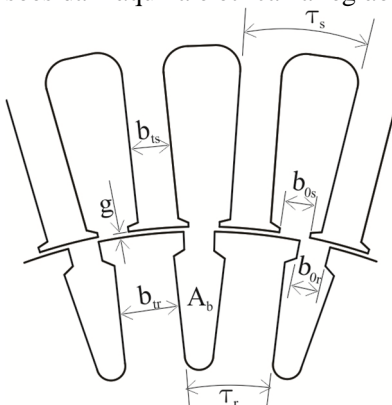
Figura 14 – Comportamento das linhas de fluxo no entreferro.



Para contabilizar este comportamento é utilizado o fator de Carter, assim chamado por ter sido F. W. Carter em 1901 o pesquisador a equacionar de forma sistemática o efeito (CARTER, 1901). O fator de

Carter é um número sempre menor que 1 e relaciona um entreferro efetivo com o entreferro nominal. Ele pode ser calculado a partir das dimensões mostradas na Figura 15.

Figura 15 – Dimensões da máquina elétrica na região do entreferro.



O equacionamento proposto por Carter (1901), mais rigoroso, é baseado em mapeamento conformal. Contudo trata-se de uma equação envolvendo logaritmos e funções trigonométricas inversas, que, dependendo das razões entre as grandezas pode assumir valores não coerentes. Uma boa aproximação é apresentada por Lipo (1996). Entretanto, nessa dissertação é utilizada uma aproximação baseada na equação aproximada do gráfico obtido a partir da equação de Carter.

O fator de Carter para o estator, K_{c_s} , é:

$$K_{c_s} = \frac{\tau_s}{\tau_s - \frac{\gamma_s g}{2}}. \quad (4.31)$$

Similarmente o fator de Carter para o rotor, K_{c_r} , é:

$$K_{c_r} = \frac{\tau_r}{\tau_r - \frac{\gamma_r g}{2}}, \quad (4.32)$$

onde γ_s e γ_r são as relações de grandezas para o cálculo do fator de Carter do estator e do rotor, respectivamente, dados nas Equações (4.33) e (4.34):

$$\gamma_s = \frac{\left(2 \frac{b_{0s}}{g}\right)^2}{5 + 2 \frac{b_{0s}}{g}}, \quad (4.33)$$

$$\gamma_r = \frac{\left(2 \frac{b_{0r}}{g}\right)^2}{5 + 2 \frac{b_{0r}}{g}}. \quad (4.34)$$

O fator de Carter médio, K_c , será:

$$K_c = K_{c_s} K_{c_r}. \quad (4.35)$$

O entreferro efetivo então, g_e , será então:

$$g_e = K_c g. \quad (4.36)$$

4.2.1.2 Fator de enrolamento

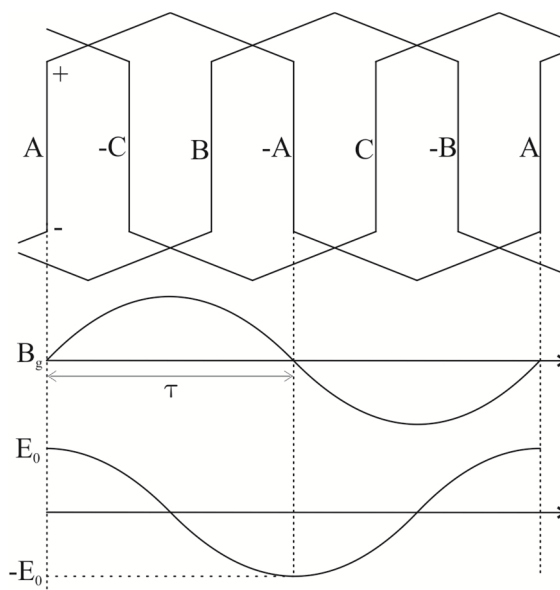
Como já tratado anteriormente, o projeto do enrolamento altera a intensidade da força magnetomotriz no entreferro. O seu efeito pode ser contabilizado por dois fatores, o fator de distribuição, K_q , e o fator de encurtamento de passo, K_y .

4.2.1.2.1 Fator de distribuição

Em enrolamentos que possuem mais de uma ranhura por polo por fase, a tensão induzida em cada condutor de mesma fase possui diferentes ângulos elétricos.

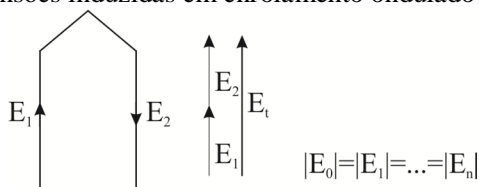
A compreensão de como interfere a distribuição do enrolamento fica mais evidente quando a máquina é analisada como gerador. Comparativamente, pode-se ver a diferença entre as tensões induzidas nos enrolamentos com $q = 1$ e $q = 2$ na Figura 17 e na Figura 19.

Figura 16 – Enrolamento ondulado com $q = 1$.



Verifica-se na Figura 16 que as tensões induzidas nos condutores da fase A tem defasagem de 180° entre si. Ao se realizar uma análise do circuito elétrico formado pelo enrolamento, nota-se que a soma das tensões induzidas em cada condutor resulta em uma tensão com o dobro de amplitude. A tensão do enrolamento será um múltiplo de E_0 dependendo do número de polos e do números de caminhos em paralelo.

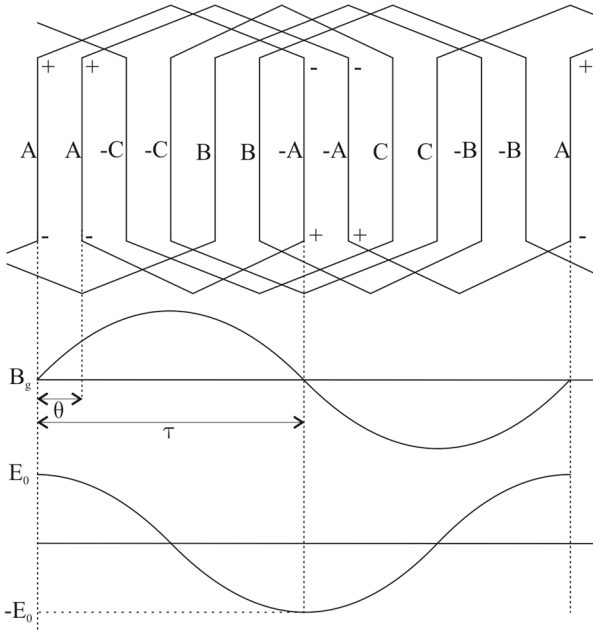
Figura 17 – Tensões induzidas em enrolamento ondulado com $q = 1$.



Para enrolamentos que possuem $q > 1$, a fase da tensão induzida nos condutores da fase A é diferente do somatório aritmético simples

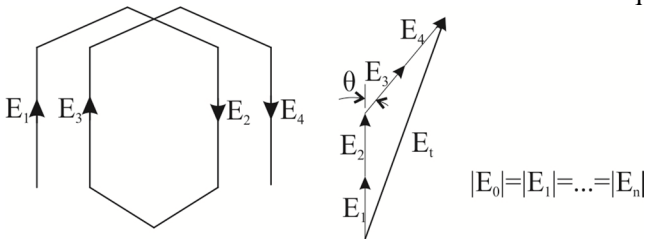
das tensões. A tensão induzida total é um somatório vetorial das tensões induzidas.

Figura 18 – Enrolamento imbricado com $q = 2$.



Com efeito, a magnitude da tensão induzida no caso de $q = 2$ tem menor magnitude que a tensão no caso de $q = 1$.

Figura 19 – Tensões induzidas em enrolamento imbricado com $q = 2$.



Após algumas manipulações matemáticas pode-se deduzir que a tensão induzida em um enrolamento com $q \neq 1$ será atenuada pelo fator de distribuição do estator, K_q , dado na Equação (4.37).

$$K_q = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}{q \sin\left(\frac{\pi}{6q}\right)} < 1 \quad (4.37)$$

Para o rotor, similarmente ao rotor têm-se o fator de distribuição do rotor K_{q_r} .

$$K_{q_r} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}{q_r \sin\left(\frac{\pi}{6q_r}\right)} < 1 \quad (4.38)$$

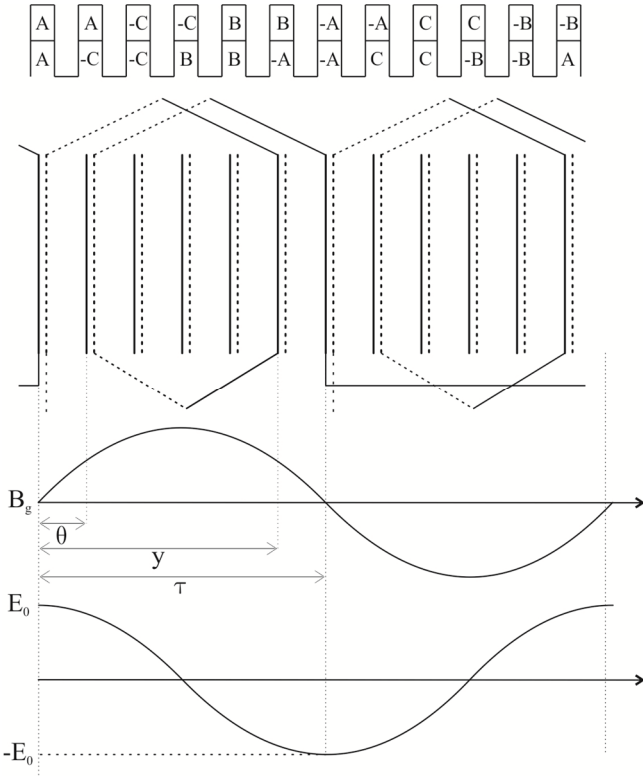
Para rotores do tipo gaiola de esquilo (RGE) o fator de distribuição é sempre igual a um ($K_{q_r} = 1$).

4.2.1.2.2 Fator de encurtamento de passo

Assim como acontece com a tensão induzida nos enrolamentos do estator para o caso da utilização de mais de uma ranhura por polo, ainda analisando a máquina sob o aspecto de gerador, quando há um encurtamento de passo a tensão induzida sofre uma atenuação.

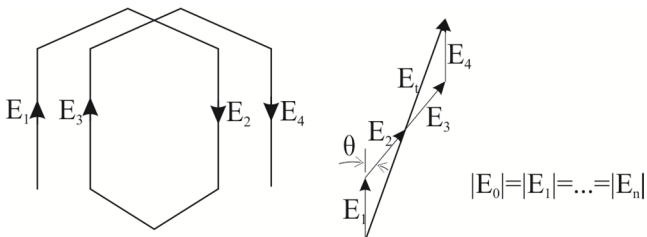
Na Figura 20 é mostrado um enrolamento imbricado com passo encurtado em uma ranhura. A técnica de encurtamento de passo é prática geral em máquinas de maior dimensão nas quais o enrolamento possui dupla camada. Ela é utilizada para atenuar, principalmente, a influência de harmônicas de ordem ímpar.

Figura 20 – Enrolamento imbricado com $q=2$, $y=5$ e $\tau=6$.



A tensão induzida fica, particularmente para a configuração apresentada, como mostrado na Figura 21.

Figura 21 – Tensão induzida em enrolamento imbricado com $q=2$, $y=5$ e $\tau=6$.



O fator de encurtamento de passo é calculado pela Equação (4.39):

$$K_y = \sin\left(\frac{y\pi}{2\tau}\right) < 1. \quad (4.39)$$

Para o rotor a equação é similar:

$$K_{y_r} = \sin\left(\frac{y_r\pi}{2\tau_r}\right) < 1. \quad (4.40)$$

Para rotores do tipo gaiola de esquilo (RGE) o fator de encurtamento de passo é sempre igual a um ($K_{y_r} = 1$).

4.2.1.3 Indutância de magnetização dos enrolamentos do MI

A atenuação produzida é inserida na equação da magnetização de forma que represente uma alteração na FMM do enrolamento. Dessa forma os fatores K_q e K_y multiplicam o número de espiras por fase do enrolamento. A atenuação pode então ser representada por um único fator, chamado de fator de amortecimento K_w :

$$K_w = K_q K_y. \quad (4.41)$$

Equivalentemente para o estator tem-se o fator de amortecimento do rotor K_{w_r} :

$$K_{w_r} = K_{q_r} K_{y_r}. \quad (4.42)$$

Com isso, as Equações (4.43), (4.44) e (4.45) apresentam as indutâncias do estator, L_{11m} , do rotor, L_{22m} , e a indutância mútua do estator e do rotor, L_{12m} , respectivamente:

$$L_{11m} = \frac{4\mu_0 (W_1 K_w)^2 L_e \tau_s}{\pi^2 p_1 g K_c K_s}. \quad (4.43)$$

$$L_{22m} = \frac{4\mu_0 (W_2 K_{w_r})^2 L_e \tau_r}{\pi^2 p_1 g K_c K_s}. \quad (4.44)$$

$$L_{12m} = \frac{6\mu_0 (W_1 K_w)^2 L_e \tau_s}{\pi^2 p_1 g K_c K_s}. \quad (4.45)$$

Os fatores K_s e K_{s_r} estão relacionados à saturação da máquina, possuem valor sempre maior que um e serão tratados posteriormente.

A indutância de magnetização ainda pode ser acrescida das harmônicas (ν) de ordem ímpar. Para isso é necessário corrigir também os fatores de amortecimento (Equações (4.47) e (4.46)):

$$K_{q\nu} = \frac{\sin\left(\frac{\nu\pi}{6}\right)}{q \sin\left(\frac{\nu\pi}{6q}\right)}, \quad (4.46)$$

onde:

$K_{q\nu}$ - fator de distribuição para componentes harmônicas;

$$K_{y\nu} = \sin\left(\frac{\nu y \pi}{4}\right), \quad (4.47)$$

onde:

$K_{y\nu}$ - fator de encurtamento de passo para componentes harmônicas.

A equação da indutância de magnetização para as harmônicas resulta em:

$$L_{12m\nu} = \sum_{\nu=3}^{\nu_c} \frac{6\mu_0 (W_1 K_{q\nu} K_{y\nu})^2 L_e \tau_s}{\pi^2 \nu^2 p_1 g K_c K_{s\nu}}, \quad (4.48)$$

onde:

$L_{12m\nu}$ - indutância mútua para componentes harmônicas [H].

Para estimar a ordem máxima da harmônica a se considerar como um parâmetro, tem-se a Equação (4.49) para enrolamentos de passo pleno,

$$\nu_c = 2Kqm \pm 1, \quad (4.49)$$

e a Equação (4.50) para enrolamentos de passo fracionário,

$$\nu_c = 2(ac_1 + b) \left(\frac{K}{c_1}\right) m \pm 1, \quad (4.50)$$

onde a, b e c_1 são números inteiros, tal que:

$$q = a + \frac{b}{c_1}, \quad (4.51)$$

onde ν_c é a ordem de harmônica que se deseja anular. Usualmente $K = 1$ ou 2 para enrolamentos trifásicos (anula-se a 3ª ou 5ª harmônica).

$$\nu_c = Km \pm 1 \quad (4.52)$$

No cálculo analítico as harmônicas calculadas tendem a representar menos de 5 % da principal, pois efeitos de distorção de campo magnético no entreferro não são considerados.

4.3 INDUTÂNCIAS DE DISPERSÃO

Os fluxos magnéticos gerados pelos enrolamentos do estator e do rotor são responsáveis por gerar o torque magnético no entreferro. Contudo algumas linhas de campo enlaçam apenas o enrolamento do estator ou do rotor. Essas linhas de campo caracterizam as indutâncias de dispersão do estator e do rotor. A representação desses fluxos pode ser vista na Figura 22 e na Figura 23.

Figura 22 – Fluxos de dispersão presentes no motor de indução.

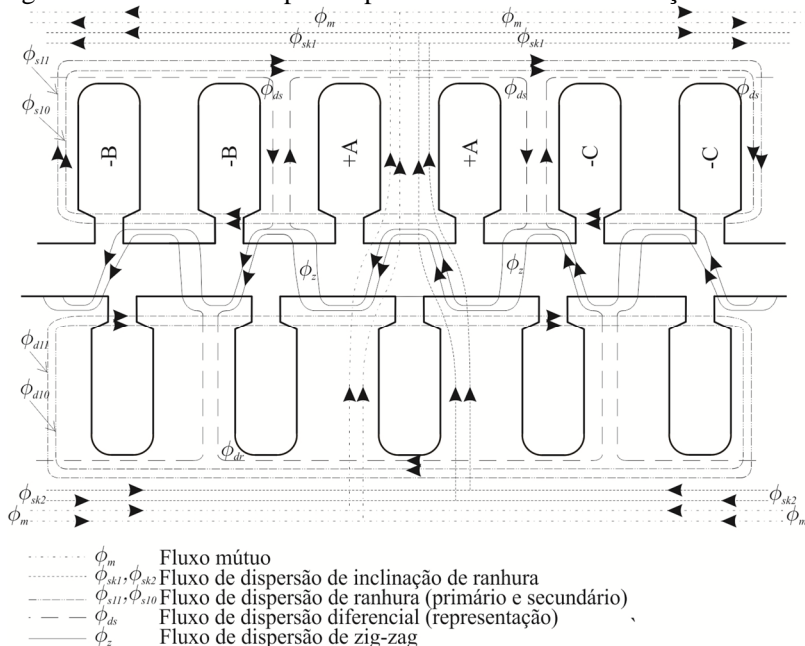
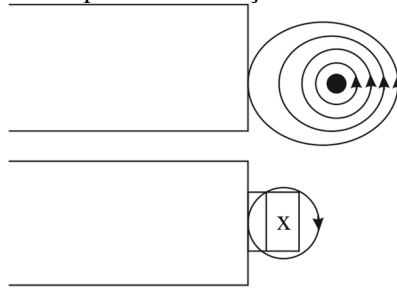


Figura 23 – Fluxos de dispersão de cabeça de bobina.



Serão tratadas separadamente cada uma das indutâncias de dispersão citadas e posteriormente mostrada sua correlação.

4.3.1 Indutância de dispersão de zig-zag

A indutância de zig-zag é uma equação desenvolvida para representar a onda de fluxo que passa pelo entreferro e pela cabeça dos dentes do rotor e do estator sem enlaçar nenhum dos enrolamentos. Esse fluxo serpenteia pelo entreferro e tem grande influência na saturação da cabeça dos dentes do rotor e do estator.

Dada a complexidade do fenômeno, há uma grande variedade de modelos e o equacionamento para esta reatância é bastante divergente na bibliografia estudada. Dentre as opções testadas a que mostrou resultados mais coerentes com dados experimentais foi a apresentada por Boldea e Nasar (2010) que, em suma é uma média de duas metodologias apresentadas por Alger (1970) e Danilevici et. al (1965) *apud* Boldea e Nasar (2010).

4.3.1.1 Indutância zig zag – metodologia da permeância

Essa metodologia foi retirada de Boldea e Nasar (2010). As permeâncias zig-zag para o estator, P_{z_s} , e para o rotor, P_{z_r} , podem ser estimadas utilizando as Equações (4.53) e (4.54), respectivamente:

$$P_{z_s} = \left(\frac{\frac{5g K_c}{b_{0_s}}}{5 + \left(\frac{4g K_c}{b_{0_s}} \right)} \right) \cdot \frac{3\beta + 1}{4}, \quad (4.53)$$

$$P_{z_r} = \left(\frac{\frac{5gK_c}{b_{0_r}}}{5 + \left(\frac{4gK_c}{b_{0_r}} \right)} \right) \cdot \frac{3\beta + 1}{4}, \quad (4.54)$$

onde:

P_{z_s} - fator de permeância zig-zag do estator;

P_{z_r} - fator de permeância zig-zag do rotor;

b_{0_s} - abertura da ranhura do estator [m];

b_{0_r} - abertura da ranhura do rotor [m];

β - fator de passo do enrolamento, sendo

$$\beta = \frac{y}{\tau}. \quad (4.55)$$

Para rotores do tipo gaiola de esquilo $\beta = 1$.

As indutâncias zig-zag para o estator, $L_{z_{s1}}$, e para o rotor, $L_{z_{r1}}$, podem ser estimadas utilizando as Equações (4.53) e (4.54), respectivamente:

$$L_{z_{s1}} = \frac{2\mu_0 W_1^2 L_e P_{z_s}}{p_1 q}, \quad (4.56)$$

$$L_{z_{r1}} = \frac{2\mu_0 W_1^2 L_e P_{z_r}}{p_1 q}. \quad (4.57)$$

4.3.1.2 Indutância de zig zag - metodologia da indutância de magnetização.

Essa metodologia, apresentada por Alger (1965) para cálculo da indutância de zig-zag baseia-se numa relação entre a abertura de ranhura do estator e do rotor e a indutância de magnetização. Define-se primeiramente a relação entre o tamanho do dente e o passo de ranhura pelas Equações (4.58) e (4.59):

$$a_s = \frac{\tau_s - b_{0_s}}{\tau_s}, \quad (4.58)$$

$$a_r = \frac{\tau_r - b_{0r}}{\tau_r}. \quad (4.59)$$

onde:

a_s - relação de dimensão entre o tamanho do dente e o passo do estator;

a_r - relação de dimensão entre o tamanho do dente e o passo do rotor.

As indutâncias de zig-zag serão então:

$$L_{z_{s2}} = L_{1m} \cdot \frac{\pi^2 P_1^2}{12N_s^2} \cdot \left(1 - \frac{a_s(1+a_s) \left(1 - \frac{1}{K_c} \right) K_c}{2} \right), \quad (4.60)$$

$$L_{z_{r2}} = L_{1m} \cdot \frac{\pi^2 P_1^2}{12N_s^2} \cdot \left(\frac{N_s^2}{N_r^2} - \frac{a_r(1+a_r) \left(1 - \frac{1}{K_c} \right) K_c}{2K} \right). \quad (4.61)$$

4.3.1.3 Indutância de zig-zag média

A indutância de zig-zag utilizada neste trabalho é uma média entre as duas metodologias apresentadas (Equações (4.62) e (4.63)).

$$L_{z_s} = \frac{L_{z_{s1}} + L_{z_{s2}}}{2} \quad (4.62)$$

$$L_{z_r} = \frac{L_{z_{r1}} + L_{z_{r2}}}{2}. \quad (4.63)$$

4.3.2 Indutância diferencial

Essa indutância é considerada com o intuito de incluir uma parcela de indutância de dispersão existente devido às ondas de fluxo harmônicas no entreferro. Há na literatura muita divergência sobre utilizar ou não essa nomenclatura, uma vez que seu efeito é similar a das linhas de fluxo de dispersão zig-zag.

Cheong (1979) defende a utilização da indutância diferencial em detrimento da indutância de zig-zag. Contudo, outros autores defendem que são diferentes efeitos (BOLDEA; NASAR, 2010; LIPO, 1996) e devem ser adicionados para representar corretamente a dispersão da máquina.

A indutância diferencial pode ser calculada de várias formas. Dentre as testadas, a que apresentou resultados mais coerentes foi a utilização da uma tabela, baseada na relação entre a FMM no entreferro e a FMM máxima no mesmo (BOLDEA; NASAR, 2010).

$$\sigma_{ds0} = \frac{1}{N_s} \frac{\sum_1^{N_s} FMM_j^2(\theta)}{FMM_{1m}^2}, \quad (4.64)$$

onde:

σ_{ds0} - coeficiente de indutância diferencial;

FMM_{1m} - força magnetomotriz de magnetização da primeira harmônica;

FMM_j - força magnetomotriz de magnetização na ranhura j.

Para enrolamentos trifásicos de camada simples:

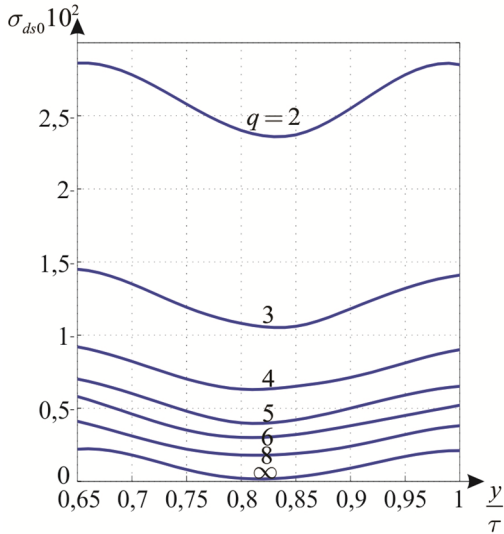
$$\sigma_{ds} = \frac{5q^2 + 1}{12q^2} \cdot \frac{(2\pi)}{m^2 K_{ws}^2} - 1. \quad (4.65)$$

Para enrolamentos trifásicos de dupla camada com passo fracionário:

$$\sigma_{ds} = \frac{(2\pi)}{m^2 K_{ws}^2} \cdot \frac{5q^2 + 1 - 0.75 \left(1 - \frac{y}{\tau_s}\right) \left[9q^2 \left(1 - \frac{y}{\tau_s}\right)^2 + 1\right]}{12q^2} - 1 \quad (4.66)$$

Outra maneira de obter σ_{ds} é retirar o valor de σ_{ds0} da Figura 22 baseada nas Equações (4.65) e (4.66). Nota-se que o coeficiente de dispersão diferencial diminui com o aumento do número de ranhuras por polo por fase.

Figura 24 – Coeficiente de indutância de dispersão diferencial do estator para máquinas trifásicas.



Fonte: Boldea e Nasar (2010).

Para RGE onde há uma inclinação de ranhura a indutância de dispersão aumenta com o aumento da inclinação. O coeficiente de indutância de dispersão diferencial passa a depender do número de barras ou ranhuras por polo. Uma nota é que o número de polos do estator do RGE é o mesmo.

A indutância diferencial do rotor é dada por:

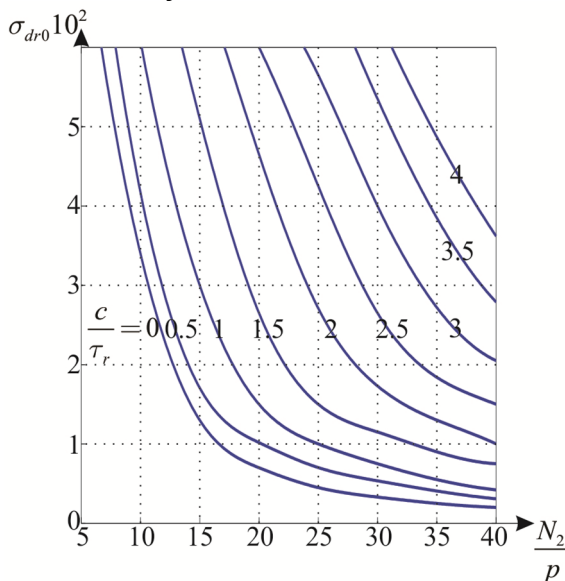
$$\sigma_{dr0} = \frac{1}{K_{skew} \nu_r^2} - 1, \quad (4.67)$$

onde:

σ_{dr0} - coeficiente de indutância diferencial do rotor;

K_{skew} - fator de amortecimento de inclinação de ranhura que é calculado na Equação (4.98) a ser vista.

Figura 25 – Coeficiente de indutância de dispersão diferencial do RGE com inclinação de ranhura.



Fonte: Boldea e Nasar (2010).

Indutâncias diferenciais podem ser calculadas pelas Equações 4.68 e 4.69.

$$L_{d_s} = \frac{\sigma_{d_{s0}} K_s \Delta_d L_{1m}}{K_{st}} \quad (4.68)$$

$$L_{d_r} = \frac{\sigma_{d_{r0}} K_s L_{1m}}{K_{rt}} \quad (4.69)$$

Δ_d - Fator de atenuação da indutância.

Para evitar problemas na extração do valor da tabela automatizou-se o processo fazendo uma interpolação nos pontos da curva. A função a ser interpolada foi gerada e comparada graficamente com a tabela existente na bibliografia. Caso a inclinação de ranhura não coincida com nenhuma das curvas existentes é feita uma aproximação linear do valor considerando a curva imediatamente superior e a imediatamente inferior.

4.3.3 Indutância de dispersão de ranhura

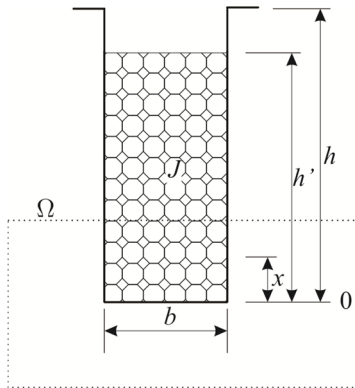
A indutância de dispersão de ranhura contabiliza o fluxo que passa pela ranhura e pela abertura da ranhura enlaçando o próprio enrolamento que a gerou. Sua consideração é importante, pois se torna tão mais significativa quanto maior o nível de saturação da máquina.

Calcula-se primeiramente o fator de permeância da ranhura, que depende de sua geometria e da posição do enrolamento dentro da ranhura. O cálculo de vários desses fatores de permeância ou fator geométrico de permeância pode ser encontrado na obra de Kostenko e Piotrovski (1969). A título de exemplo, é mostrada a seguir a dedução do fator de permeância para ranhura retangular.

Dada uma ranhura de altura h e largura b traça-se uma linha amperiana a uma altura x passando pelo condutor e pela parte de traz da ranhura, como na Figura 26. De acordo com a lei da Ampère:

$$\int_{\Omega} H \, dl = NI . \quad (4.70)$$

Figura 26 – Ranhura quadrada com condutores finos.



Assumindo que a densidade de corrente no condutor dentro da ranhura é uniforme e que o ferro tem permeabilidade infinita, define-se uma densidade linear de condutores N' e pode-se deduzir que para a região de 0 a h' tem-se:

$$N' = N \frac{x}{h'} . \quad (4.71)$$

O campo magnético nessa região é:

$$H = \frac{N'I}{b} = NI \frac{x}{bh'} . \quad (4.72)$$

Para a região superior da ranhura, onde não há condutores, o número de condutores é o número total de condutores da ranhura, logo o campo magnético nessa região será:

$$H = \frac{NI}{b}. \quad (4.73)$$

A indutância é dada pela Equação (4.27) e o fluxo magnético é:

$$d\phi = \mu_0 H dA, \quad (4.74)$$

onde A é a área que o fluxo atravessa [m²].

Substituindo as variáveis H , N e N' na Equação (4.27):

$$\begin{aligned} L_{ss} &= \int_0^{h'} dL + \int_{h'}^h dL \\ &= \int_0^{h'} \frac{N \frac{x}{h} \mu_0 NI \frac{x}{bh} d(L_e x)}{I} + \int_{h'}^h \frac{N \mu_0 \frac{NI}{b} d(L_e x)}{I} \\ &= \int_0^{h'} \frac{\mu_0 N^2 x^2}{bh^2} dx + \int_{h'}^h \frac{\mu_0 N^2 L_e}{b} dx \end{aligned} \quad (4.75)$$

Fazendo $h - h' = h_0$ e lembrando que o número de espiras que enlaçam o fluxo é o número de espiras que a amperiana contém. Integrando a Equação (4.75) de 0 a h obtêm-se:

$$L_{ss} = \mu_0 N^2 L_e \left(\frac{h}{3b} + \frac{h_0}{b} \right). \quad (4.76)$$

O fator geométrico de permeância da ranhura, P_{ss} , é definido como:

$$P_{ss} = \frac{h}{3b} + \frac{h_0}{b}. \quad (4.77)$$

Tem-se P_{ss} adimensional e dependente apenas das dimensões da ranhura. Nota-se que se pode separar a região onde há condutores e a região em que não há condutores. Para o cálculo das permeabilidades é necessário definir as constantes β_y , K_2 e K_1 .

$$\beta_y = \frac{y}{\tau} \quad (4.78)$$

Para $\frac{1}{3} \leq \beta_y \leq \frac{2}{3}$:

$$K_2 = \frac{6\beta_y - 1}{4}. \quad (4.79)$$

Para $\frac{2}{3} < \beta_y \leq 1$:

$$K_2 = \frac{3\beta_y + 1}{4}. \quad (4.80)$$

Para $1 < \beta_y \leq 2$:

$$K_2 = \frac{3(2 - \beta_y) + 1}{4} \quad (4.81)$$

$$K_1 = 0,25 + 0,75 K_2. \quad (4.82)$$

4.3.3.1 Indutância de dispersão de ranhura do estator

O algoritmo desenvolvido neste trabalho contempla alguns formatos de ranhura, mostrados na Figura 27.

A permeância de cada tipo de ranhura foi retirada de Kostenko e Piotrovski (1965) e Boldea e Nasar (2010).

- Tipo 1 - ranhura quadrada com pescoço:

$$P_{ss} = \left(\frac{h_1}{3 \cdot b_1} \right) + \left(\frac{h_2}{b_1} \right) + \left(\frac{2 \cdot h_3}{b_1 + b_2} \right) + \left(\frac{h_4}{b_2} \right); \quad (4.83)$$

- Tipo 2 - ranhura quadrada com cunha:

$$P_{ss} = \left(\frac{h_1}{3b_1} \right) + \left(\frac{h_2}{b_3} \right) + \left(\frac{2 \cdot h_3}{b_2 + b_3} \right) + \left(\frac{h_4}{b_2} \right); \quad (4.84)$$

- Tipo 3 - ranhura trapezoidal com pescoço:

$$P_{ss} = \left(\frac{2h_1 K_1}{3(b_1 + b_3)} \right) + K_2 \left(\frac{h_4}{b_2} + \frac{h_2}{b_3} + \frac{2h_3}{b_2 + b_3} \right); \quad (4.85)$$

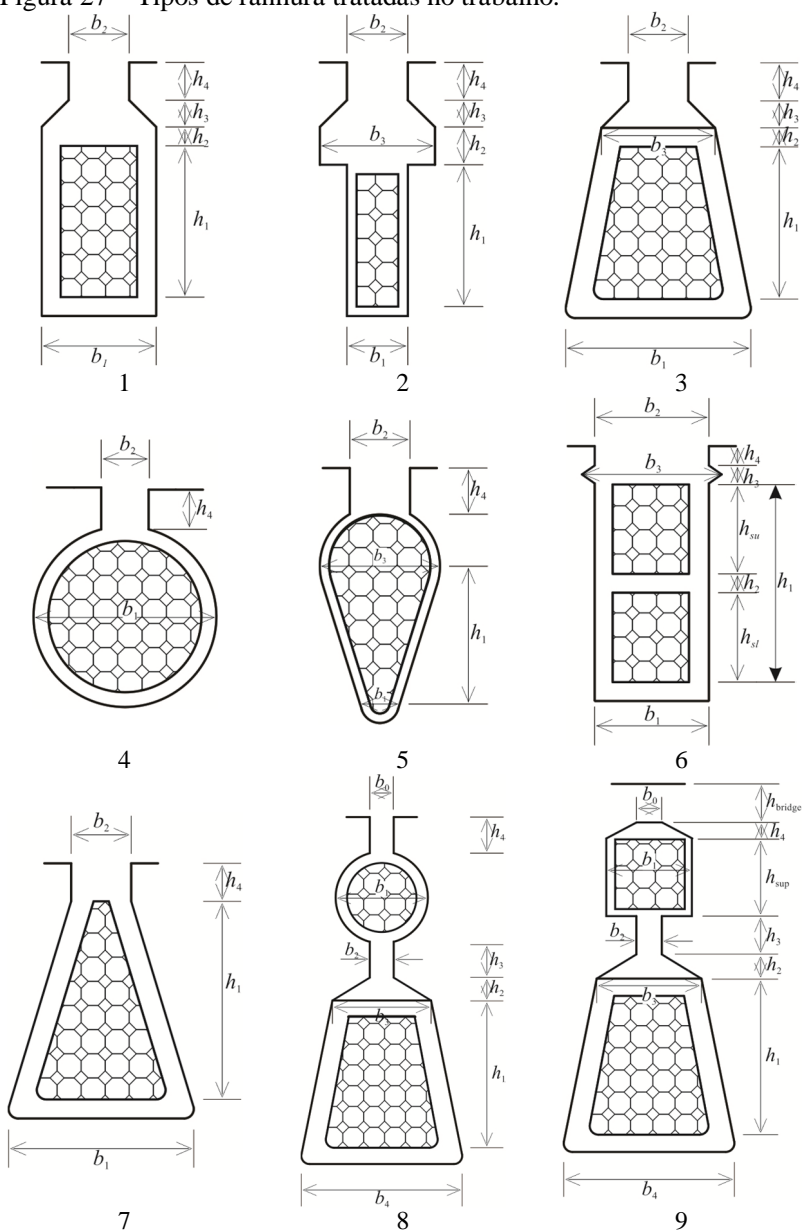
- Tipo 4 - ranhura cilíndrica com pescoço:

$$P_{ss} = 0,785 - \frac{b_2}{2b_1} + \left(\frac{h_4}{b_2} \right); \quad (4.86)$$

- Tipo 5 - ranhura elipsoidal com pescoço:

$$P_{ss} = \frac{2h_1 K_1}{3(b_1 + b_3)} + K_2 \left[0,785 + \frac{h_4}{b_2} - \frac{b_2}{2b_3} \right]; \quad (4.87)$$

Figura 27 – Tipos de ranhura tratadas no trabalho.



- Tipo 6 - ranhura quadrada de dupla camada:

$$P_{ss} = \frac{1}{K^2 + 1} \cdot \left[\frac{h_{st} + h_{su} \cos(\gamma_k)^2}{3b_1} + \frac{h_{su}}{b_1} + \frac{h_{su} \cos(\gamma_k)}{b_1} + \frac{h_2}{b_1} + (1 + \cos(\gamma_k))^2 \cdot \left(\frac{2h_3}{b_2 + b_3} + \frac{h_4}{b_2} \right) \right] \quad (4.88)$$

onde:

γ_k - diferença angular elétrica entre a corrente do condutor inferior e o superior.

- Tipo 7 - ranhura triangular:

$$P_{ss} = \left(\frac{1}{\pi} \right) \cdot \left[\log \left(\frac{\left(\frac{b_1}{b_2} \right)^2 - 1}{\frac{4b_1}{b_2}} \right) + \left(\frac{\left(\frac{b_1}{b_2} \right)^2 + 1}{\frac{4b_1}{b_2}} \right) \cdot \log \left(\frac{b_1 - 1}{\frac{b_1}{b_2} + 1} \right) \right] + \left(\frac{b_2}{h_4} \right) \quad (4.89)$$

A indutância de dispersão de ranhura por fase do estator pode então ser calculada utilizando a Equação (4.90).

$$L_{ss} = \frac{2\mu_0 W_1^2 L_e P_{ss}}{p_1 q} \quad (4.90)$$

4.3.3.2 Indutância de dispersão de ranhura do rotor

As ranhuras do tipo 8 e 9 não são tipos de ranhuras utilizadas para o estator, por isso suas permeâncias são apresentadas separadamente nas Equações (4.91), (4.92), (4.93) e (4.94), respectivamente.

Para as demais ranhuras o cálculo da permeância no rotor é diferenciada, assim como em textos anteriores, utiliza-se o subscrito r .

- Ranhura dupla - superior circular e inferior trapezoidal:

$$P_{sr_{sup}} = 0,66 + \frac{b_{0r}}{h_{4r}} \quad (4.91)$$

$$P_{sr_{inf}} = \left(\frac{2h_{1r} K_1}{3(b_{4r} + b_{3r})} \right) + K_2 \left(\frac{h_{3r}}{b_{2r}} + \frac{3h_{2r}}{2b_{2r} + b_{3r}} \right) \quad (4.92)$$

- Ranhura dupla - superior retangular e inferior trapezoidal:

$$P_{s_{\text{sup}}} = \frac{2h_{4_r}}{b_{0_r} + b_{1_r}} + \frac{h_{\text{sup}_r}}{3b_{1_r}} + \frac{b_{0_r}}{h_{4_r}} \quad (4.93)$$

$$P_{s_{\text{inf}}} = \left(\frac{2h_{1_r} K_1}{3(b_{4_r} + b_{3_r})} \right) + K_2 \left(\frac{h_{3_r}}{b_{2_r}} + \frac{3h_{2_r}}{2b_{2_r} + b_{3_r}} \right) \quad (4.94)$$

4.3.3.2.1 Indutância de dispersão de ranhura – ranhura dupla

$$L_{r_{\text{sup}}} = \frac{2\mu_0 W_2^2 l_b P_{r_{\text{sup}}}}{p_1 q_r} \quad (4.95)$$

$$L_{r_{\text{inf}}} = \frac{2\mu_0 W_2^2 l_b P_{r_{\text{inf}}}}{p_1 q_r} \quad (4.96)$$

4.3.3.2.2 Indutância de dispersão de ranhura – ranhura simples

$$L_r = \frac{2\mu_0 W_2^2 l_b P_r}{p_1 q_r} \quad (4.97)$$

4.3.3.2.3 Indutância de dispersão de ranhura para RGE

No caso de ranhuras para RGE, a abertura da ranhura definida como b_2 na maioria dos tipos de ranhura apresentados é calculada pelo algoritmo, sendo dependente da saturação da máquina. Nesse caso basta atribuir para a constante b_2 um valor médio de abertura de ranhura (tipicamente 1 mm) para que seja iniciado o cálculo.

4.3.4 Indutância de dispersão de inclinação de ranhura

A inclinação da ranhura do rotor ou do estator gera uma distorção no fluxo do entreferro. Esse fluxo depende da inclinação da ranhura ao longo da posição axial do rotor e tem caráter de fluxo de dispersão.

A indutância de dispersão de ranhura depende do nível de saturação do dente do estator e rotor, age conjuntamente com o fluxo de magnetização e pode ser compatibilizado pelo fator K_{skew} .

$$K_{skew} = \frac{\sin\left(\frac{\alpha_{er} c}{\tau_r}\right)}{\frac{\alpha_{er} c}{\tau_r}} \quad (4.98)$$

onde:

α_{er} - inclinação elétrica da ranhura dado pela Equação (4.99);

c - inclinação da ranhura [m].

$$\alpha_{er} = \frac{2\pi p_1}{N_r} \quad (4.99)$$

A indutância de dispersão de inclinação de ranhura, L_{skew} , pode então ser determinada a partir da Equação (4.100).

$$L_{skew} = (1 - K_{skew}^2) L_{1m} \quad (4.100)$$

É importante salientar que a indutância de dispersão de ranhura não atua quando a velocidade do rotor é zero. Logo é conveniente associar essa indutância à velocidade do rotor.

4.3.5 Indutância de cabeça de bobina

A cabeça de bobina é responsável por grande parte da dispersão de campo. Existem muitas metodologias diferentes de cálculo para essa grandeza, baseadas em conhecimentos empíricos, aproximações geométricas e utilizando a equação de Biot-Savart ou mais recentemente a utilização de elementos finitos.

No caso das formulações analíticas os resultados apresentam diferenças significativas. As equações adotadas são apresentadas em Kostenko e Piotrovski (1965) por terem se mostrado bastante coerentes e consistente nos testes realizados.

4.3.5.1 Indutância de cabeça de bobina do estator

Enrolamento simples de 1 camada com cabeça de bobina em duas fileiras (Figura 9a).

$$P_{e_s} = 0,67 \frac{q}{L_e} (l_{e_s} - 0,64\tau) \quad (4.101)$$

Enrolamento simples de 1 camada com cabeça de bobina em três fileiras (Figura 9b).

$$P_{e_s} = 0,47 \frac{q}{L_e} (l_{e_s} - 0,64\tau) \quad (4.102)$$

Enrolamento simples de 1 e 2 camadas tipo corrente (Figura 9c).

$$P_{e_s} = 0,34 \frac{q}{L_e} (l_{e_s} - 0,64y) \quad (4.103)$$

E a indutância de cabeça de bobina, L_{e_s} , será:

$$L_{e_s} = \frac{2\mu_0 W_1^2 (2L_e + b_e) P_{e_s}}{p_1 q} \quad (4.104)$$

4.3.5.2 Indutância de cabeça de bobina do rotor

Para rotores bobinados a indutância de dispersão de cabeça de bobina do rotor é calculada da mesma forma com que é calculada a do estator.

Para o RGE são utilizadas as equações apresentadas por Boldea e Nasar (2010). Existem duas configurações mais comuns: RGE com anéis de c.c. próximos ao estator e (Equação (4.105)) e RGE com anéis de c.c. afastados do estator (Equação (4.106)).

$$P_{e_r} = \frac{2,3 D_{i_{med}}}{4N_r L_e \sin^2 \left(\frac{\pi p_1}{N_r} \right)} \cdot \log_{10} \left(\frac{4,7 D_{i_{med}}}{a_{er} + 2b_{er}} \right) \quad (4.105)$$

$$P_{e_r} = \frac{2,3 D_{i_{med}}}{4N_r L_e \sin^2 \left(\frac{\pi \cdot p_1}{N_r} \right)} \cdot \log_{10} \left(\frac{4,7 D_{i_{med}}}{2(a_{er} + b_{er})} \right) \quad (4.106)$$

Similarmente a indutância de dispersão de cabeça de bobina do rotor é:

$$L_{e_r} = \frac{2\mu_0 W_2^2 L_e P_{e_r}}{p_1 q_r} \quad (4.107)$$

4.3.6 Cálculo de indutâncias de dispersão do modelo por fase

O cálculo das indutâncias do modelo por fase foi realizado da seguinte forma:

- Para rotores bobinados

$$L_{r_l} = L_{d_r} + L_{z_r} + L_{skew} + K_x \hat{L}_{er} \quad (4.108)$$

- Para rotores gaiola de esquilo

$$L_{r_l} = L_{d_r} + L_{z_r} + L_{skew} + K_x \hat{L}_{be} \quad (4.109)$$

A indutância de dispersão de ranhura do rotor referida ao estator \hat{L}_{er} (para rotores bobinados) ou \hat{L}_{be} (para rotores do tipo gaiola de esquilo) é adicionada posteriormente as demais, sendo multiplicada por um fator de correção para o efeito skin (K_x).

A indutância de dispersão da ranhura do rotor referida ao estator é dada por:

$$\hat{L}_{er} = \frac{K_{w1}^2 W_1^2}{N_r K_{skew}^2} L_{er} \quad (4.110)$$

e para rotores do tipo gaiola de esquilo:

$$\hat{L}_{be} = \frac{K_{w1}^2 W_1^2}{N_r K_{skew}^2} L_{be} \quad (4.111)$$

Para o estator a indutância de dispersão é dada por

$$L_{sl} = L_{es} + L_{ds} + L_{zs} + L_{sls} \quad (4.112)$$

5 EFEITO DE PENETRAÇÃO DE CAMPO E ANÁLISE SOB CARGA DO MOTOR DE INDUÇÃO

Durante o funcionamento da máquina, as suas grandezas elétricas podem assumir valores bastante diferentes dos calculados no Capítulo 4. Isso decorre principalmente devido a três efeitos: a variação da resistência com a temperatura, o efeito de penetração de campo e a saturação da máquina.

5.1 EFEITO DE PENETRAÇÃO DE CAMPO

É necessário aqui explicar sucintamente o porquê da utilização dessa nomenclatura. Na literatura clássica sobre máquinas elétricas é dado o nome efeito *skin* ao comportamento do campo magnético assume quando penetra no rotor. Em condições de funcionamento nominal o escorregamento nominal da máquina é pequeno (até 10% da frequência síncrona). Isso implica em uma frequência pequena da corrente e do campo magnético do rotor (Equação 5.1).

$$f_r = f_s s \quad (5.1)$$

onde:

f_r - frequência das corrente no rotor (Hz);

f_s - frequência das corrente no estator (Hz);

s - escorregamento da máquina.

Do eletromagnetismo sabe-se que quando um campo magnético oscilante incide sobre uma superfície condutora (o núcleo laminado do rotor) são geradas correntes no material condutor, tal que um campo magnético que se opõe ao campo magnético incidente é criado. Esse fenômeno pode ser resumido na equação de Maxwell, também conhecida como lei de indução de Faraday.

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (5.2)$$

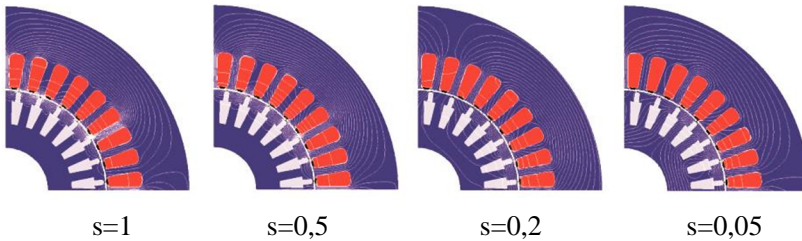
Se esse campo for senoidal no tempo:

$$\vec{E} = -j\omega \vec{B} \quad (5.3)$$

Assim tanto maior será o campo elétrico \vec{E} (que gerará as correntes induzidas e o campo em oposição – Lei de Lorenz) quanto maior for a frequência, ω , ou a densidade de fluxo magnético \vec{B} . Considerando que o campo se mantenha aproximadamente constante é

possível observar na Figura 28 o efeito da variação da frequência na penetração de campo no rotor.

Figura 28 – Efeito da penetração de campo em um rotor gaiola de esquilo desde a partida até a condição nominal (escorregamentos aproximados).



Devido a essa concentração de campo magnético na região mais externa do rotor, as correntes induzidas na gaiola de esquilo concentram-se no topo das barras. Com isso a região que efetivamente conduz corrente diminui, o que caracteriza uma distribuição não uniforme das correntes nas barras dependente da frequência do circuito do rotor (ALGER, 1965; KOWN et al., 1999). Esse efeito resulta no aumento da resistência e na diminuição da indução equivalente do rotor.

Essa alteração nos parâmetros do rotor é considerada utilizando-se dois fatores de correção: K_r , para a resistência e; K_x , para a indutância, aplicados aos valores calculados para a condição de corrente contínua.

Existem diversos métodos apresentados para ranhuras de formatos mais simples, como retangulares, trapezoidais ou arredondadas (ALGER, 1965; LIPO, 1996; LIWSCHITZ-GARIK, 1955). Contudo para geometrias de ranhura mais complexas são utilizadas técnicas como elementos finitos (WILLIAMSON; ROBINSON, 1991) ou aproximações analíticas como o método multi-camadas (*multi layer method*) presente em vários estudos (BOLDEA; NASAR, 2010; BOGLIETTI et al., 2011). A técnica multi-camadas é capaz de tratar, a partir da análise de um circuito elétrico e de aproximações geométricas, ranhuras de formato complexo como gaiolas de esquilo duplas.

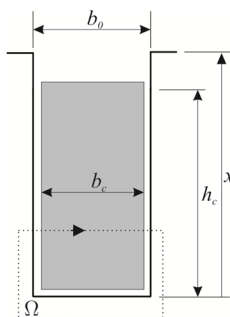
5.1.1 Penetração de campo em ranhuras quadradas

Para ranhuras quadradas é possível obter resultados analíticos para o efeito de penetração de campo.

5.1.1.1 Ranhura quadrada com condutor único

Para um condutor único o cálculo do efeito de penetração de campo é obtido analiticamente. Assumindo uma ranhura como na Figura 29.

Figura 29 – Ranhura retangular para cálculo de efeito de penetração de campo.



Onde:

h_c - altura do condutor [m];

b_c - largura do condutor [m];

b_0 - largura da ranhura [m].

É necessário definir também κ e ε , fatores dependentes da profundidade de penetração do campo magnético:

$$\kappa = \sqrt{\frac{s\omega\mu_0\sigma b_c}{2b_0}} \quad (5.4)$$

$$\varepsilon = \kappa h_c \quad (5.5)$$

Onde:

κ - relação entre o inverso da profundidade de penetração de campo magnético e a abertura da ranhura [m^{-1}];

ω - frequência de alimentação da máquina [rad.s^{-1}];

μ - permeabilidade magnética do material condutor [N.A^{-2}];

σ - condutividade elétrica do material condutor [S];

ε - coeficiente de permeabilidade.

Segundo Boldea e Nasar (2010) os fatores de correção pelo efeito de penetração de campo serão:

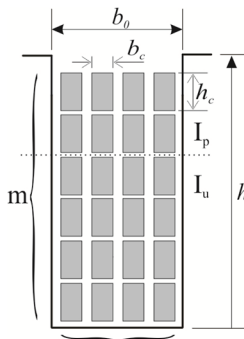
$$K_r = \varepsilon \frac{\sinh(2\varepsilon) + \sin(2\varepsilon)}{\cosh(2\varepsilon) - \cos(2\varepsilon)} \quad (5.6)$$

$$K_x = \frac{3}{2\varepsilon} \frac{\sinh(2\varepsilon) - \sin(2\varepsilon)}{\cosh(2\varepsilon) - \cos(2\varepsilon)} \quad (5.7)$$

5.1.1.2 Efeito de penetração de campo - condutor múltiplo em ranhura retangular - conexão série

Quando existe mais de um condutor na ranhura o efeito de penetração de campo é atenuado. A Figura 30 mostra um exemplo contendo condutores retangulares conectados em série em uma ranhura

Figura 30 – Ranhura quadrada com múltiplos condutores conectados em série.



Onde:

n - número de camadas no sentido da abertura da ranhura;

m - número de camadas no sentido da profundidade da ranhura;

I_p - corrente na camada p ;

I_u - corrente abaixo da camada p .

Similarmente ao ocorrido para o problema com um condutor por ranhura é necessário definir alguns coeficientes de permeabilidade.

$$\kappa_n = \sqrt{\frac{s\omega\mu_0\sigma(2bn)}{2b_0}} \quad (5.8)$$

$$\varepsilon_n = \kappa_n h_1 \quad (5.9)$$

Onde:

b - espessura isolante e o condutor no sentido da abertura da ranhura [m], dado na (5.10);

κ_n - relação entre o inverso da profundidade de penetração de campo magnético e a abertura da ranhura para n camadas [m^{-1}];

γ - defasamento angular entre as correntes nas camadas [$^\circ$].

$$b = \frac{b_0}{0,3n} \quad (5.10)$$

As constantes de permeabilidade podem então ser determinadas nas Equações (5.11) a (5.14).

$$\phi_r = \varepsilon_n \frac{\sinh(2\varepsilon_n) + \sin(2\varepsilon_n)}{\cosh(2\varepsilon_n) - \cos(2\varepsilon_n)} \quad (5.11)$$

$$\psi_r = 2\varepsilon_n \frac{\sinh(2\varepsilon_n) - \sin(2\varepsilon_n)}{\cosh(2\varepsilon_n) - \cos(2\varepsilon_n)} \quad (5.12)$$

$$\phi_l = \frac{3}{2\varepsilon_n} \frac{\sinh(2\varepsilon_n) - \sin(2\varepsilon_n)}{\cosh(2\varepsilon_n) - \cos(2\varepsilon_n)} \quad (5.13)$$

$$\psi_l = \frac{1}{\varepsilon_n} \frac{\sinh(2\varepsilon_n) + \sin(2\varepsilon_n)}{\cosh(2\varepsilon_n) + \cos(2\varepsilon_n)} \quad (5.14)$$

Se o defasamento angular entre o condutor superior e o inferior é zero os fatores de correção de resistência e indutância, devido ao efeito de penetração de campo, podem ser determinados pelas Equações (5.15) e (5.16).

$$K_r = \phi_r + \frac{m^2 + 1}{3} \psi_r \quad (5.15)$$

$$K_x = \phi_l + \frac{m^2 - 1}{m^2} \psi_l \quad (5.16)$$

Se o desfasamento angular, γ , entre o condutor superior e o inferior é diferente de zero os coeficientes de correção de resistência e indutância, devido ao efeito de penetração de campo, podem ser determinados pelas Equações (5.17) e (5.18).

$$K_r = \phi_r + \left(\frac{m^2 (5 + 3 \cos(\gamma))}{24} - \frac{1}{3} \right) \psi_r > 1 \quad (5.17)$$

$$K_x = \phi_l + \left(\frac{m^2 (5 + 3 \cos(\gamma))}{8 \cdot m^2} - \frac{1}{m^2} \right) \psi_l < 1 \quad (5.18)$$

5.1.1.3 Efeito de penetração de campo - condutor múltiplo em ranhura retangular - conexão paralela.

Os coeficientes ϕ_r , ϕ_l , ψ_r e ψ_l são os mesmos dados das Equações (5.11) a (5.14). Se o desfasamento angular entre o condutor superior e o inferior é zero os fatores de corrente para os efeitos de penetração de campo para m camadas com corrente de mesma fase γ são:

$$K_r = \phi_r + \frac{m^2 + 1}{3} \psi_r. \quad (5.19)$$

$$K_x = \phi_l + \frac{m^2 - 1}{m^2} \psi_l. \quad (5.20)$$

Se o desfasamento angular entre o condutor superior e o inferior é diferente de zero, então:

$$K_{rm} = \phi_r + \left(\frac{m^2 (5 + 3 \cos(\gamma))}{24} - \frac{1}{3} \right) \psi_r > 1 \quad (5.21)$$

$$K_x = \phi_l + \left(\frac{m^2 (5 + 3 \cdot \cos(\gamma))}{8m^2} - \frac{1}{m^2} \right) \psi_l < 1. \quad (5.22)$$

Se a o diâmetro do condutor for menor que a profundidade de penetração do campo para o material $K_r = K_{rm}$. Caso o diâmetro do

condutor seja maior que a profundidade de penetração o fator de penetração de campo radial, K_{rad} será:

$$K_{rad} = \frac{\omega^2 \mu_0^2 \sigma_{cu} b_c^2 h^4 L_e^2 n_c^2 (1 + \cos(\gamma))^2}{4 b_0^2 l_c^2}. \quad (5.23)$$

Onde:

b_c - Espessura do condutor no sentido de abertura da ranhura;

n_c - Número de condutores em uma ranhura.

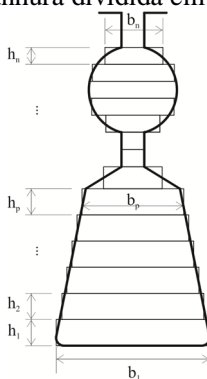
Resistência adicional devido à existência de condutores em paralelo (usualmente $<0,1$)

$$K_r = \frac{K_{rm} L_e}{l_c} + K_{rad}. \quad (5.24)$$

5.2 EFEITO DE PENETRAÇÃO DE CAMPO PELA APROXIMAÇÃO MULTILAYER

Para ranhuras de geometria complexa a utilização de uma técnica simplificada proporciona solução para esse problema. Essa técnica consiste em dividir a ranhura em camadas de altura h_p e largura b_p . A técnica foi apresentada inicialmente por Emde (1922) apud Boldea e Nasar (2010). Ela faz uma aproximação elétrica do circuito magnético para um circuito elétrico.

Figura 31 – Exemplo de ranhura dividida em camadas.



Onde:

n - número de camadas em que foi dividida a ranhura;

h - vetor com as alturas das camadas;

b - vetor com as espessuras das camadas.

Calcula-se para cada camada uma indutância e uma resistência de acordo com as Equações (5.25) e (5.26), respectivamente.

$$L_p = \frac{\mu_0 L_e h}{b} \quad (5.25)$$

$$R_p = \frac{1}{\sigma} \frac{L_e}{bh} \quad (5.26)$$

Onde:

R_p – resistência da camada [Ω];

L_p – indutância da camada [H].

Para a primeira camada injeta-se uma corrente:

$$I_p^{(1)} = \frac{I_b}{n} \quad (5.27)$$

Onde:

I_p – corrente da camada [A];

I_b – corrente da barra [A];

É possível calcular a corrente para p-ésima camada, conhecendo-se a corrente da camada inferior, a resistência e a indutância da camada (Equação (5.28)).

$$I_p = \frac{R_{p-1}}{R_p} I_{p-1} + j \left(\frac{s\omega L_{p-1}}{R_p} \right) \sum_{j=1}^{p-1} I_j \quad (5.28)$$

Para o cálculo de K_x estima-se a energia contida na ranhura utilizando as variáveis A e B . Essas variáveis representam a energia aparente e o módulo da energia máxima da ranhura.

$$A = \sum_{p=1}^n L_p \cdot \left| \sum_{k=1}^p I_k \right|^2 \quad (5.29)$$

$$B = \sum_{p=1}^n L_p \cdot \left(\sum_{k=1}^p I_{dc}^{(k)} \right)^2 \quad (5.30)$$

Onde:

A – fator relacionado à indutância para cálculo de K_x ;

B – fator relacionado à indutância para cálculo de K_x ;

I_k - corrente na camada k [A];

$I_{dc}^{(k)}$ - corrente contínua equivalente que passa pela camada k dada pela Equação (5.31) [A].

$$I_{dc}^{(p)} = \left| \sum_{j=1}^n I_j \right| \cdot \frac{b_p h_p}{A_{bar}} \quad (5.31)$$

O coeficiente de correção da potência devido ao efeito pelicular baseia-se na razão entre a potência em corrente contínua e a potência aparente.

$$P_{ac} = \left| \sum_{p=1}^n R_p \cdot I_p^2 \right| \quad (5.32)$$

$$P_{dc} = \sum_{p=1}^n R_p \left(I_{dc}^{(p)} \right)^2 \quad (5.33)$$

P_{dc} – potência em corrente continua estimada [W];

P_{ac} – potência em corrente alternada estimada [VA];

E finalmente:

$$K_r = \frac{P_{ac}}{P_{dc}} \quad (5.34)$$

$$K_x = \frac{A}{B} \quad (5.35)$$

5.3 EFEITO DE SATURAÇÃO

Deve-se evitar projetar uma máquina com um nível de saturação elevado, uma vez que prejudica a eficiência da máquina e compromete seu funcionamento devido ao aquecimento. Contudo em máquinas de menor potência ou em também em máquinas maiores em condições de partida, tem-se forte saturação em algumas regiões, como cabeça da ranhura do estator e do rotor e base da ranhura.

Durante a partida da máquina uma maior força magnetomotriz é produzida devido à elevada corrente. Nessa condição as indutâncias da máquina se alteram devido à mudança da permeabilidade magnética. Isso tem significativa importância no desempenho da máquina elétrica, pois as reatâncias de um motor de indução determinam a corrente de

partida, o torque de partida e o fator de potência da máquina elétrica (AGARWAL; ALGER, 1960).

A compreensão de como ocorre esse fenômeno é, claramente, de grande importância para o projeto da máquina elétrica. Sob uma análise inicial a saturação do material magnético diminui a permeabilidade magnética do material, diminuindo, conseqüentemente, as indutâncias, principalmente as de dispersão, da máquina elétrica.

A principal causa da diminuição da reatância é a saturação do topo dos dentes do rotor e do estator (AGARWAL; ALGER, 1960). Nessa região ocorre a ação de vários fluxos de dispersão: zig-zag, diferencial, de ranhura e de inclinação de ranhura.

A saturação também ocorre na chamada ponte de aço, região entre a gaiola e a borda do rotor, em rotores de ranhuras fechadas. Mesmo em condições de corrente nominal essa região sofre saturação devido ao grande fluxo magnético.

Na década de 1960 surgiram diversos trabalhos apresentando metodologias a fim de contabilizar o efeito da saturação de campo nas indutâncias de dispersão da máquina (AGARWAL; ALGER, 1960; ANGST, G, 1963; CHALMERS, B. J.; DODGSON, 1969). Nesses trabalhos são apresentadas aproximações, patamares de corrente e aproximações geométricas a fim de estimar fatores de saturação para corrigir as reatâncias calculadas para o estado não saturado.

Nessa dissertação é apresentada uma abordagem diferente, onde a variação da permeância na região da cabeça dos dentes do rotor e do estator é estimada considerando a corrente no respectivo elemento e as dimensões dadas. Esses cálculos são baseados nos trabalhos de Boldea e Nasar (2010), onde é feita uma análise bastante detalhada desse fenômeno e suas implicações no comportamento da máquina.

5.3.1 Fluxos não saturados do estator

Utilizar-se-á uma simplificação a fim de facilitar os cálculos de permeabilidade: a proporção entre os fluxos calculados com e sem saturação é mantida. A determinação das permeâncias será realizada simultaneamente com o efeito de penetração de campo e levando em consideração a curva de magnetização do material.

Os fluxos que atuam na cabeça do dente do rotor e do estator são basicamente: o fluxo de magnetização, o fluxo diferencial, o fluxo zig-zag, o fluxo de dispersão de ranhura e o fluxo de inclinação de ranhura

(Figura 22). Esses fluxos serão determinados utilizando as Equações a seguir.

O fluxo de magnetização, ϕ_{ms} , pode ser calculado utilizando a Equação (5.36).

$$\phi_{ms} = \frac{2\sqrt{2} L_m I_m P_1}{W_1 K_{ws} N_s} \quad (5.36)$$

O fluxo zig-zag no estator ϕ_{zs} pode ser determinado pela Equação (5.37):

$$\phi_{zs} = \mu_0 FMM_s L_e P_{zs}, \quad (5.37)$$

onde:

FMM_s - força magnetomotriz do estator [A.e], calculado na Equação (5.38).

$$FMM_s = \sqrt{2} n_s I_s \quad (5.38)$$

O fluxo de dispersão da cabeça do dente do estator, ϕ_{st} , pode ser dado por:

$$\phi_{st} = \mu_0 FMM_s L_e P_{st}, \quad (5.39)$$

onde:

P_{st} - fator de permeância da cabeça do dente do estator, dado pelas Equações (5.40) a (5.44) para cada tipo de ranhura.

- Ranhura tipo 1:

$$P_{st} = \frac{2h_2}{b_1 + b_2} + \frac{h_4}{b_2}; \quad (5.40)$$

- Ranhura tipo 2:

$$P_{st} = \frac{2h_3}{b_2 + b_3} + \frac{h_4}{b_2}; \quad (5.41)$$

- Ranhura tipo 3:

$$P_{st} = \frac{3h_3}{2(b_2 + b_3)} + \frac{h_4}{b_2} + \frac{h_2}{b_3}; \quad (5.42)$$

- Ranhura tipo 4, 5 e 7:

$$P_{st} = \frac{h_4}{b_2}; \quad (5.43)$$

- Ranhura tipo 6:

$$P_{st} = (1 + \cos(\gamma))^2 \left(\frac{2h_3}{b_2 + b_3} + \frac{h_4}{b_2} \right). \quad (5.44)$$

Devido a sua natureza, dependente da corrente do rotor, o fluxo de inclinação de ranhura deve ser contabilizado utilizando a força magnetomotriz do rotor.

O fluxo de inclinação de ranhura ϕ_{skew_s} :

$$\phi_{skew_s} = \mu_0 FMM_r L_e P_{skew_s} \sin \left(\frac{2\pi p_1 SK}{N_s} \right), \quad (5.45)$$

onde:

P_{skew_s} - fator de permeância de inclinação de ranhura, calculado pela Equação (5.46);

FMM_r - força magnetomotriz do rotor, para rotores bobinados utiliza-se a Equação (5.47) e para RGE a Equação (5.48);

SK – inclinação de ranhura em percentagem de passo da ranhura do estator (Seção 5.3.8).

$$P_{skew_s} = \frac{L_{1m}}{N_s K_{ws} W_1 n_s \mu_0 L_e} \quad (5.46)$$

5.3.2 Fluxos não saturados do rotor

A força magnetomotriz gerada pelo rotor é para o caso do rotor bobinado:

$$FMM_r = \sqrt{2} n_{cr} I_r. \quad (5.47)$$

E para o caso do RGE:

$$FMM_r = \sqrt{2} I_b. \quad (5.48)$$

A corrente do rotor bobinado e do RGE para o cálculo da FMM_r deve ser a corrente do rotor propriamente dita e pode ser calculada pelas Equações (5.49) e (5.50) respectivamente.

$$I_r = \frac{m_1 K_{ws} W_1}{m_2 K_{wr} W_2} I_r' \quad (5.49)$$

No caso do RGE é apenas utilizada a Equação (5.49) para esse caso específico ($W_2=0,5$ e $K_{wr}=1$).

$$I_b = \frac{2m_1 K_{ws} W_1}{N_r} I_r' \quad (5.50)$$

I_r' é a corrente do rotor calculada no modelo por fase (Figura 1).

Convém salientar aqui que o número de fases do rotor, m_2 , do RGE é:

$$m_2 = \frac{N_r}{p_1}, \quad (5.51)$$

mas existem também p_1 caminhos em paralelo para a corrente resultando na Equação (5.50).

O fluxo de magnetização, ϕ_{ms} , pode ser calculado utilizando a Equação (5.36):

$$\phi_{mr} = \frac{N_s}{N_r} \phi_{ms}. \quad (5.52)$$

O fluxo zig-zag no rotor ϕ_{zr} pode ser determinado pela Equação (5.37):

$$\phi_{zr} = \mu_0 FMM_r L_{er} P_{zr}. \quad (5.53)$$

O fluxo diferencial no rotor será:

$$\phi_{dr} = \mu_0 FMM_r L_{er} P_{dr}, \quad (5.54)$$

onde:

P_{dr} - fator de permeância diferencial do rotor e é dada pela Equação (5.55):

$$P_{dr} = \frac{L_{dr} p_1 q}{2 \mu_0 W_1^2 L_{er}}. \quad (5.55)$$

L_{dr} é dado pela equação (4.69). Cabe salientar que a Equação (5.55) não é uma dedução matemática obtida diretamente a partir da geometria da máquina. Essa permeância é um artifício matemático com o intuito de exprimir uma indutância conhecida e não envolver correntes no cálculo do fluxo magnético diferencial do rotor, necessárias para uma dedução formal.

O fluxo de dispersão da cabeça do dente do rotor, ϕ_{rt} , pode ser dado por:

$$\phi_{rt} = \mu_0 FMM_r l_b P_{rt}, \quad (5.56)$$

onde:

P_{rt} - fator de permeância da cabeça do dente do rotor.

Além das permeâncias apresentadas nas Equações (5.40) a (5.44), convenientemente substituindo as dimensões pelas equivalentes do

rotor, pode-se acrescentar as permeâncias para as ranhuras do tipo 7, 8 e 9 (Figura 27).

- Ranhura tipo 7:

$$P_{r7} = \frac{b_{2r}}{h_{4r}} ; \quad (5.57)$$

- Ranhura tipo 8 e 9:

$$P_{r8} = \frac{b_{0r}}{h_{4r}} . \quad (5.58)$$

5.3.3 Fluxo na região AB

A região do topo do dente do estator é atravessada pelos seguintes fluxos (Figura 32):

$$\phi_{AB} = \frac{\phi_{ms}}{2} + \frac{\phi_{skew_s}}{2} + \phi_{z_s} + \phi_{z_r} + \phi_{st} . \quad (5.59)$$

O fluxo de zig-zag gerado pelo rotor atravessa também o estator.

Assim é possível definir os percentuais de cada fluxo não saturado:

$$C_{ms} = \frac{\phi_{ms}}{2\phi_{AB}} . \quad (5.60)$$

$$C_{skew_s} = \frac{\phi_{skew_s}}{2\phi_{AB}} . \quad (5.61)$$

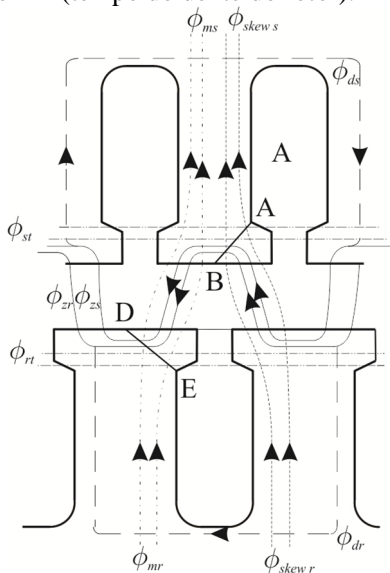
$$C_{z_s} = \frac{\phi_{z_s}}{\phi_{AB}} . \quad (5.62)$$

$$C_{z_r} = \frac{\phi_{z_r}}{\phi_{AB}} . \quad (5.63)$$

$$C_{st} = \frac{\phi_{st}}{\phi_{AB}} . \quad (5.64)$$

Utiliza-se esses fluxos não saturados para calcular a relação de fluxos saturados.

Figura 32 – Fluxos de que atravessam as regiões AB (topo do dente do estator) e DE (tempo do dente do rotor).



Existem dois casos a avaliar conjunta ou separadamente. Nesse trabalho optou-se por trata-los em conjunto.

5.3.4 Fluxo na região DE

A região do topo do dente do estator é atravessada pelos seguintes fluxos (Figura 32):

$$\phi_{DE} = \frac{\phi_{mr}}{2} + \frac{\phi_{skew_r}}{2} + \phi_{z_s} + \phi_{z_r} + \phi_{rt} . \quad (5.65)$$

Contudo não são calculadas as relações de fluxo não saturados para o rotor. O valor dos fluxos saturados são calculados diretamente.

O fluxo de inclinação de ranhura no rotor será:

$$\phi_{skew_r} = \frac{N_s}{N_r} \phi_{skew_s} . \quad (5.66)$$

O fluxo zig-zag no rotor será

$$\phi_{z_r} = \frac{N_s}{N_r} \phi_{z_s} , \quad (5.67)$$

5.3.5 Saturação do topo do dente do estator

Para realizar-se o cálculo com saturação no topo do dente do estator fez-se algumas aproximações: considera-se que o nível de indução é uniforme na região do topo do dente; a permeabilidade do ferro é infinita no corpo do dente e na culatra e o fluxo atravessa perpendicularmente a linha AB.

Ao se traçar uma linha amperiana, Ω , em torno da ranhura (Figura 33) e utilizando a lei de Ampère tem-se:

$$FMM_s = (\tau_s - b_{0s})H_{st} + b_{0s}H_{0s}, \tag{5.68}$$

onde:

H_{st} - intensidade de campo magnético na cabeça do dente do estator [$A.m^{-1}$];

H_{0s} - intensidade de campo magnético na abertura da ranhura [$A.m^{-1}$];

O fluxo pela região AB será:

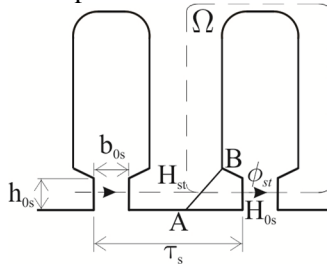
$$\phi_{AB_{sat}} = l_{AB}L_eB_{st}, \tag{5.69}$$

onde:

l_{AB} - comprimento da região AB [m];

B_{st} - densidade de fluxo magnético na cabeça do dente do estator [T].

Figura 33 – Saturação do topo do dente do estator.



Utilizando a relação de fluxos não saturados calculados anteriormente obtêm-se o fluxo saturado pela abertura da ranhura:

$$\phi_{st_{sat}} = C_{st}\phi_{AB_{sat}} = \mu_0H_{0s}h_{0s}L_e. \tag{5.70}$$

E finalmente substituído a Equação (5.69) na equação (5.70), isolando-se B_1 e utilizando a Equação (5.68) para H_{0s} obtêm-se a densidade de fluxo magnético no topo do dente do estator.

$$B_{st} = \mu_0 h_{os} \frac{|FMM_s - (\tau_s - b_{0s})H_{st}|}{b_{0s} C_{st} l_{AB}}. \quad (5.71)$$

Essa equação é resolvida iterativamente considerando-se a curva de magnetização do material (Curva BH). Dada uma densidade de fluxo magnético inicial B_1 (Equação (5.72)), obtêm-se uma intensidade de campo magnético H_{st} da curva BH a qual se aplica na Equação (5.71) e calcula-se o novo valor de B_{st} e o processo é repetido até que a diferença entre o valor da densidade de fluxo magnético seja menor que um erro estipulado (recomenda-se 10^{-2} por experiência).

$$B_1 = \mu_0 h_{os} \frac{|FMM_s|}{b_{0s} C_{st} l_{AB}}. \quad (5.72)$$

Obtêm-se, então, os fluxos saturados:

$$\phi_{ms_{sat}} = 2C_{ms} \phi_{AB_{sat}}, \quad (5.73)$$

$$\phi_{skew_s_{sat}} = 2C_{skew_s} \phi_{AB_{sat}}, \quad (5.74)$$

$$\phi_{zs_{sat}} = C_{zs} \phi_{AB_{sat}}, \quad (5.75)$$

$$\phi_{zr_{sat}} = C_{zr} \phi_{AB_{sat}}, \quad (5.76)$$

$$\phi_{st_{sat}} = C_{st} \phi_{AB_{sat}}. \quad (5.77)$$

Assim é possível determinar as novas permeâncias saturadas:

$$P_{zs_{sat}} = \frac{\phi_{zs_{sat}}}{FMM_s \mu_0 L_e}, \quad (5.78)$$

$$P_{st_{sat}} = \frac{\phi_{st_{sat}}}{FMM_s \mu_0 L_e}. \quad (5.79)$$

A permeância de inclinação de ranhura não é calculada, pois será contabilizada no rotor, o fator de permeância diferencial e de cabeça de bobina permanecem inalterados.

5.3.6 Saturação no topo do dente do rotor – ranhuras aberta e semi-fechada

Quando não há saturação nos dentes do rotor as permeâncias podem ser obtidas pela simples relação do número de ranhuras do estator e do rotor.

$$P_{x_{sat}} = \frac{\phi_{x_{sat}}}{FMM_s \mu_0 L_e} \frac{N_s}{N_r}, \quad (5.80)$$

$$P_{skew_{r_{sat}}} = \frac{\phi_{skew_{s_{sat}}}}{FMM_s \mu_0 L_e} \frac{N_s}{N_r}. \quad (5.81)$$

$$P_{r_{sat}} = \frac{\phi_{r_{sat}}}{FMM_s \mu_0 L_e} \frac{N_s}{N_r}. \quad (5.82)$$

Se há saturação, fazendo as mesmas simplificações realizadas para o topo do dente do rotor, o fluxo que passa pela região DE (Figura 32) será,

$$\phi_{DE_{sat}} = \left(\phi_{AB_{sat}} - \phi_{st_{sat}} \right) \frac{N_s}{N_r} + \phi_{rt_{sat}}, \quad (5.83)$$

onde:

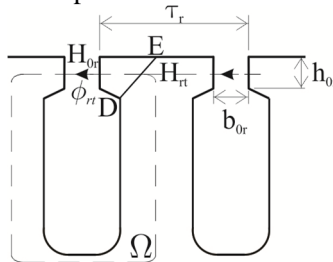
$\phi_{DE_{sat}}$ - fluxo magnético saturado na região DE [Wb];

$\phi_{rt_{sat}}$ - fluxo magnético saturado da abertura de ranhura é dado pela Equação (5.84) [Wb].

$$\phi_{rt_{sat}} = \mu_0 h_{0r} L_{er} H_{0r}. \quad (5.84)$$

Analisando a Figura 34 e aplicando a lei de Ampère a uma ranhura do rotor, semelhantemente ao que foi feito para o estator obtêm-se a Equação (5.85).

Figura 34 – Saturação do topo do dente do estator.



$$FMM_r = (\tau_r - b_{0r}) H_{rt} + b_{0r} H_{0r}. \quad (5.85)$$

Substituindo a Equação (5.85) na Equação (5.84) para H_{0r} e sabendo que:

$$\phi_{DE_{sat}} = B_{rt} (H_{rt}) L_{er} l_{DE}, \quad (5.86)$$

onde:

B_{rt} - densidade de fluxo magnético do topo do dente do rotor [Wb].

Pode-se obter a densidade de fluxo magnético do topo do dente do rotor que é dada por:

$$B_{rt} = \frac{1}{L_e l_{DE}} \left(\phi_1 + \mu_0 h_{0r} l_b \frac{|FMM_r - H_{rt}(\tau_r - b_{0r})|}{b_{0r}} \right), \quad (5.87)$$

onde:

l_{DE} - comprimento do segmento DE do topo do dente do rotor [m];

ϕ_1 - fluxo comum entre estator e rotor dado pela Equação (5.88) [Wb].

$$\phi_1 = \left(\phi_{AB_{sat}} - \phi_{st_{sat}} \right) \frac{N_s}{N_r}, \quad (5.88)$$

A equação (5.87) é resolvida de forma similar a Equação (5.71) a partir de um valor inicial, B_2 (Equação (5.89)), até que seja obtida a convergência.

$$B_2 = \frac{1}{L_e l_{DE}} \left(\phi_1 + \mu_0 h_{0r} l_b \frac{|FMM_r|}{b_{0r}} \right). \quad (5.89)$$

O fator de permeância saturada da abertura da ranhura é dada então por:

$$P_{rt_{sat}} = \frac{\phi_{rt_{sat}} P_{rt}}{\phi_{rt}}, \quad (5.90)$$

onde:

$P_{rt_{sat}}$ - fator de permeância saturada da abertura da ranhura do rotor.

P_{rt} é dado pela Equação (5.57) ou (5.58) e ϕ_{rt} é dado pela Equação (5.56). Os fatores de permeâncias saturadas $P_{skew_{r_{sat}}}$ e $P_{zr_{sat}}$ são calculados pelas Equações (5.81) e (5.80), respectivamente. Os fluxos $\phi_{skew_{r_{sat}}}$ e $\phi_{zr_{sat}}$ são dados pelas Equações (5.66) e (5.67) para os valores saturados dos fluxos do estator ($\phi_{skew_{s_{sat}}}$ e $\phi_{zs_{sat}}$).

5.3.7 Saturação no topo do dente do rotor – ranhura fechada

No caso de rotores com ranhura fechada, correntes de baixa intensidade já podem levar o dente à saturação pela chamada ponte de ferro (*iron bridge*), que é exatamente a região de ferro que fecha a ranhura. A fim de contabilizar a saturação nessa região faz-se a aproximação de que todo o fluxo que entra na região do topo do dente passa pela ponte de ferro (ver Figura 35), isso é representado na Equação (5.91):

$$B_0 h_0 = B_1 h_1 = \dots = B_n h_n. \quad (5.91)$$

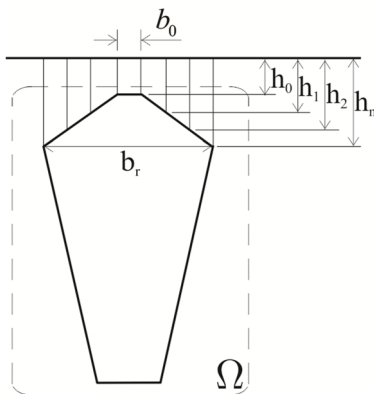
Divide-se o topo da ranhura em n divisões horizontais (4 segmentos são suficientes) de altura h_0 a h_n e largura b_0 a b_n . Traçando uma amperiana como na Figura 35 e aplicando a lei de Ampère obtém-se a Equação (5.92):

$$FMM_r = b_0 H_0 + 2 \cdot \sum_{j=1}^n b_j H_j, \quad (5.92)$$

onde:

H_0 a H_n - intensidade de campo magnético em cada secção vertical b_n [$A \cdot m^{-1}$].

Figura 35 – Topo da ranhura do rotor dividida em n partes.



O procedimento adotado diverge ligeiramente do descrito por Boldea e Nasar (2010). Calcula-se uma largura de abertura de ranhura saturada (b_0) que terá permeabilidade igual a do ar (μ_0) baseado em um

limite de densidade de campo estipulado (utilizado nessa dissertação como 2,5 T):

$$B_0 = \frac{FMM_r}{b_0 \mu_0} . \quad (5.93)$$

Se B_0 for maior que o limite estipulado aumenta-se b_0 de tal forma que B_0 seja menor ou igual àquele limite sendo que b_0 vale no máximo b_r . A partir de então se determina as b_1 a b_n de tal forma que:

$$b_{1\dots n} = \frac{b_r - b_0}{2n} . \quad (5.94)$$

Também são corrigidas as alturas $h_{1\dots n}$ para os valores médios de altura de cada segmento. Assim determina-se o fluxo inicial pela ponte de ferro:

$$\phi_0 = B_0 h_0 l_b . \quad (5.95)$$

Como o fluxo que passa por cada um dos segmentos é o mesmo, a densidade de fluxo magnético é definido em cada segmento como:

$$B_{1\dots n} = \frac{\phi_{1\dots n}}{h_{1\dots n} l_b} . \quad (5.96)$$

Calcula-se a intensidade de campo magnético de cada segmento de ferro ($H_{1\dots n}$) pela curva BH do material. Substitui-se então os valores de $H_{0\dots n}$ na Equação (5.92) e calcula-se um novo valor de FMM_r que é comparada com o advindo da Equação (5.48). Caso haja um erro maior que o especificado altera-se o valor de B_0 e o processo segue da Equação (5.94).

Seja a convergência atingida a permeância saturada da abertura da ranhura é dada pela Equação (5.97):

$$P_{r_{sat}} = \frac{1}{\frac{b_0}{h_0} \frac{B_0}{\mu_0 H_0} + \frac{2b_1}{h_1} \frac{B_1}{\mu_0 H_1} + \dots + \frac{2b_n}{h_n} \frac{B_n}{\mu_0 H_n}} . \quad (5.97)$$

As demais permeâncias são calculadas como apontado na secção 5.3.6.

5.3.8 Inclinação de ranhura

O fluxo de inclinação de ranhura, a fim de ser avaliado corretamente, deve levar em consideração sua diferente contribuição ao longo da profundidade do pacote. Considerando que as ranhuras do rotor e do estator estejam alinhadas na metade da profundidade do pacote, pode-se então verificar que a inclinação aumenta a partir da metade do

pacote até possuir $+c/2$ e $-c/2$ de inclinação em cada uma das extremidades do motor.

Com o aumento da inclinação a indutância aumenta, como pode ser visto na Equação (4.98). Deve-se notar que K_{skew} é sempre positivo. A fim de contabilizar essa característica o cálculo de indutância é feito n vezes para n inclinações de ranhura diferentes. Cada inclinação de ranhura pode ser definida conforme a Equação (5.98):

$$SK = 0 \text{ a } sk; \text{ com passos de } \frac{sk}{n_{seg}}, \quad (5.98)$$

onde:

n_{seg} - número de inclinações intermediárias de ranhura;

sk - inclinação de ranhura em função do passo de ranhura do estator (Equação (5.99)).

$$sk = \frac{c}{\tau_s}. \quad (5.99)$$

Além dos efeitos já conhecidos da inclinação de ranhura, como amortização do efeito de harmônicas e melhora do perfil de torque há um efeito de aumento de torque de partida. Pode ser demonstrado que a contribuição que a inclinação de ranhura exerce na partida é bastante significativa e que o fluxo magnético no entreferro é dominado por essa componente (BOLDEA; NASAR, 2010; KOWN et al., 1999).

6 ESTRUTURA DO PROGRAMA

O cálculo dos parâmetros da máquina é feito utilizando um algoritmo que obtém, para cada valor de escorregamento (s) e para várias inclinações de ranhura do rotor (SK), os valores de corrente, torque, eficiência e rendimento do modelo por fase do MI.

O fluxo de resolução pode ser resumido na Figura 36. Descrever-se-á brevemente cada um dos módulos e as grandezas calculadas em cada um dos módulos.

Dessa forma é possível considerar simultaneamente a saturação e o efeito de penetração de campo no comportamento do motor de indução sob diversos valores de escorregamento.

6.1 PERMEÂNCIAS NÃO SATURADAS

Utiliza-se as correntes do estator (I_s) e do rotor (I_r) para determinar as seguintes permeâncias, P_{zs} (Equação (4.62)), P_{zr} (Equação (4.63)), P_{skew_s} (Equação (5.46)), P_{es} (Equações (4.93) a (4.95)), P_{er} (Equações (4.97) e (4.98)), P_{ss} e P_{sr} (Equações (4.75) a (4.81)) ou no caso de gaiola dupla $P_{r_{sup}}$ e $P_{r_{inf}}$ (Equações (4.83) a (4.86)).

6.2 INDUTÂNCIAS

Utiliza-se as permeâncias citadas anteriormente, as correntes do estator (I_s) e do rotor (I_r) e a abertura efetiva da ranhura (a_{0r}) para calcular as impedâncias L_{12m} (Equação (4.45)), L_{sl} (Equação (4.102)), L_{rl} (Equação (4.100) e (4.101)), L_{be} , r_s (Equação (4.2)) e r_r (Equações (4.16) e (4.3)). No caso de RGE a resistência do rotor é calculada como r_{er} e a indutância de dispersão do rotor tem separada a parte referente à reatância de dispersão de ranhura (L_{be}) a fim de se aplicar o fator de correção do efeito de penetração de campo.

6.3 MODELO POR FASE

O modelo por fase utiliza as indutâncias e resistências (L_{12m} , L_{sl} , L_{rl} , L_{be} , r_s e r_r) calculadas no módulo de indutâncias e extrai o valor

de correntes do estator (I_s), do rotor (I_r) e indiretamente da corrente de magnetização. Nesse módulo são calculados e aplicados os fatores de correção por efeito de penetração de campo.

6.4 PARÂMETROS NÃO SATURADOS

Utilizam-se as correntes do estator (I_s) e do rotor (I_r), as permeâncias de zig-zag do estator (P_{zs}) e do rotor (P_{zr}), a de inclinação de ranhura (P_{skew_s}) e a abertura efetiva da ranhura (a_{0r}) são calculados os fatores de relação de fluxo C_{ms} , C_{skew_s} , C_{st} , C_{zs} e C_{zr} (Equações (5.50) a (5.54)). Também são definidos as permeâncias não saturadas da cabeça dos dentes do estator (P_{st}) (Equações (5.40) a (5.44)) e do rotor (P_{rt}) (Equações (5.57) e (5.58)).

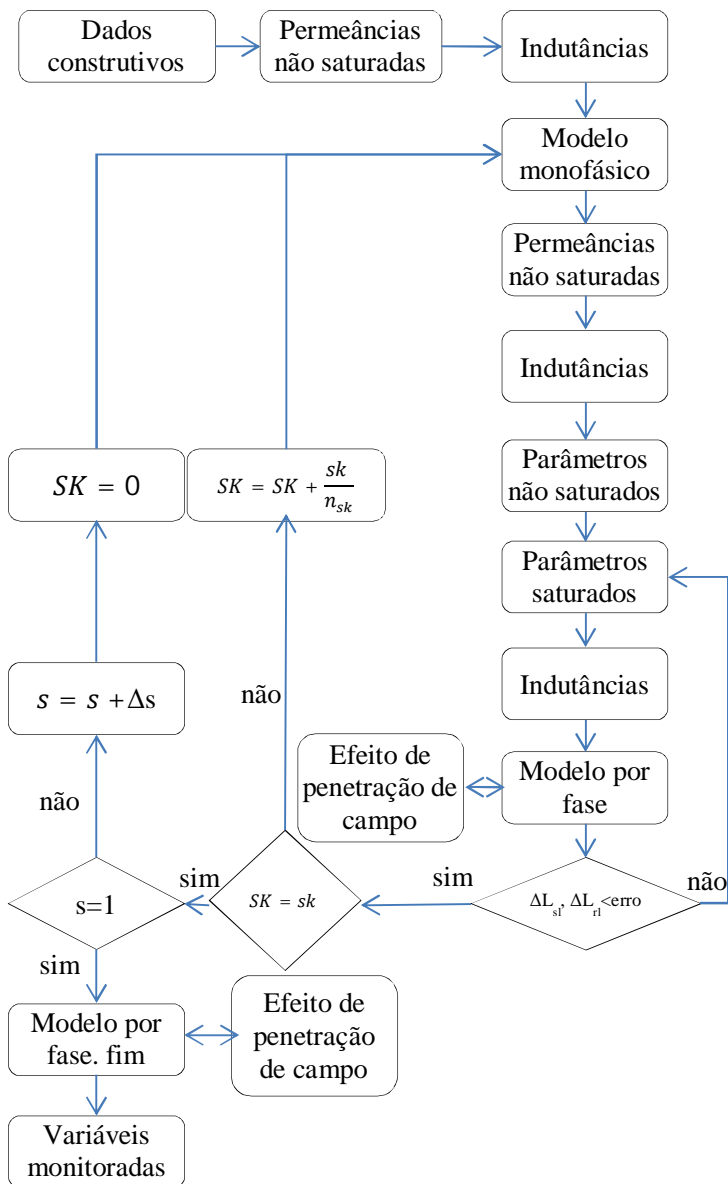
6.5 PARÂMETROS SATURADOS

Utiliza-se as correntes do estator (I_s) e do rotor (I_r), as relações de fluxo (C_{ms} , C_{skew_s} , C_{st} , C_{zs} e C_{zr}) e o fluxo na região AB do dente do estator (ϕ_{AB}) para determinar as permeâncias saturadas ($P_{st_{sat}}$, $P_{rt_{sat}}$, $P_{zs_{sat}}$, $P_{zr_{sat}}$ e $P_{skew_{s,sat}}$) (Equações (5.78) a (5.82)), o fluxo saturado na região AB ($\phi_{AB_{sat}}$) e a abertura de ranhura (a_{0r}).

6.6 MODELO POR FASE FIM

Ele utiliza a mesma estrutura do modelo por fase, contudo, os valores de indutância e resistência médios, isto é, a média aritmética dos valores de indutância para cada valor de escorregamento utilizando as diferentes inclinações de ranhura.

Figura 36 – Diagrama geral do programa.



6.7 PROCEDIMENTO DE CÁLCULO

Durante todo o processo o cálculo de indutância é realizado diversas vezes. A primeira é realizada somente para levantar os parâmetros iniciais (indutâncias não saturadas) com correntes iniciais ($I_s = 0$ e $I_r = 0$). Num segundo instante ela é utilizada para calcular, principalmente a indutância de magnetização, necessária para calcular as permeâncias de zig-zag e de inclinação de ranhura. E finalmente é utilizada para calcular as indutâncias saturadas.

As correntes calculadas no final de cada processo iterativo são utilizadas como parâmetros de inicialização no próximo passo. Como se inicia o processo de escorregamento igual a zero não há nenhum efeito de saturação. O aumento do escorregamento, que leva a valores maiores de corrente e conseqüente de saturação, é naturalmente considerado não incorrendo no erro de se calcular isoladamente a saturação para um nível de corrente qualquer.

6.8 PERDAS ROTACIONAIS E ADICIONAIS

A perda rotacional é composta, basicamente, por perdas por atrito e perdas por ventilação. O tratamento das perdas rotacionais geralmente é descrito somente para velocidades próximas à nominal, onde é aproximadamente constante (UMANS, 2014). Para contabilizá-las da forma mais adequada possível o autor dessa dissertação, propõe a utilização das perdas rotacionais como uma função exponencial. Tal proposição baseia-se na característica cúbica das perdas por ventilação e quadrática das perdas por atrito. A Figura 37 mostra o comportamento da função adotada

A equação adotada foi idealizada de forma que as perdas rotacionais, $P_{rot}(s)$, fossem maiores que 95 % das perdas rotacionais nominais, $P_{rot_nominal}$, quando a velocidade do motor fosse metade da velocidade nominal.

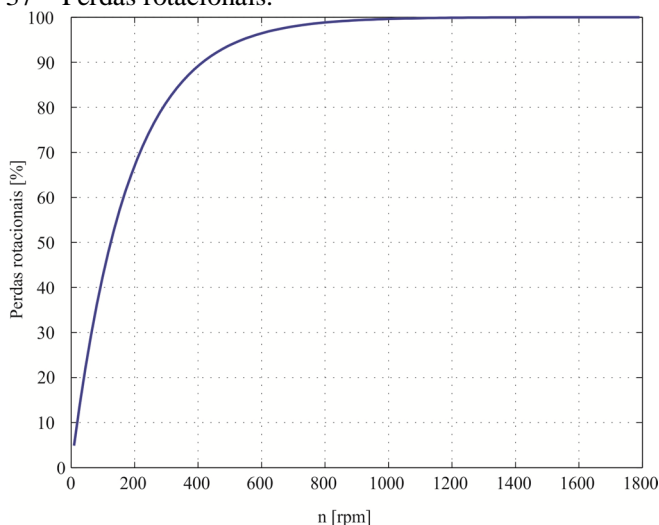
$$P_{rot}(s) = P_{rot_nominal} \left(1 - e^{-10*(1-s)}\right). \quad (6.1)$$

Onde:

$P_{rot}(s)$ - perdas rotacionais para o escorregamento s [W];

$P_{rot_nominal}$ - perdas rotacionais na velocidade nominal [W].

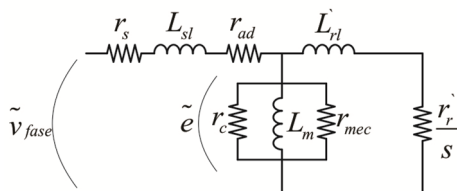
Figura 37 – Perdas rotacionais.



A metodologia de avaliação das perdas rotacionais e adicionais adotada é a proposta por Torrent (2011), em seu modelo SC3, onde são inseridas duas resistências, r_{ad} , resistência de perdas adicionais e r_{mec} , resistência de perdas rotacionais.

Essas resistências podem ser estimadas a partir de ensaios para determinação de perdas ou na adoção de percentuais das perdas totais do motor de acordo com sua faixa de potência.

Figura 38 – Diagrama do modelo por fase utilizado.



A potência de saída será:

$$P_{nucleo} = \frac{|\tilde{e}|^2}{r_c}, \quad (6.2)$$

$$P_{rot_nominal} = \frac{|\tilde{e}|^2}{r_{mec}}, \quad (6.3)$$

$$P_{ad} = |\tilde{I}_s|^2 r_{ad}, \quad (6.4)$$

$$P_{ag} = P_{in} - P_{cuest} - P_{nucleo} - P_{ad}, \quad (6.5)$$

$$P_{conv} = (1-s)P_{ag}, \quad (6.6)$$

$$P_{out} = P_{conv} - P_{rot}, \quad (6.7)$$

Nesta dissertação os valores dessas perdas foram retiradas de estimativas de perdas previamente fornecidas ou advindas de ensaios realizados não integrando parte da rotina de cálculo suas estimativas.

7 RESULTADOS

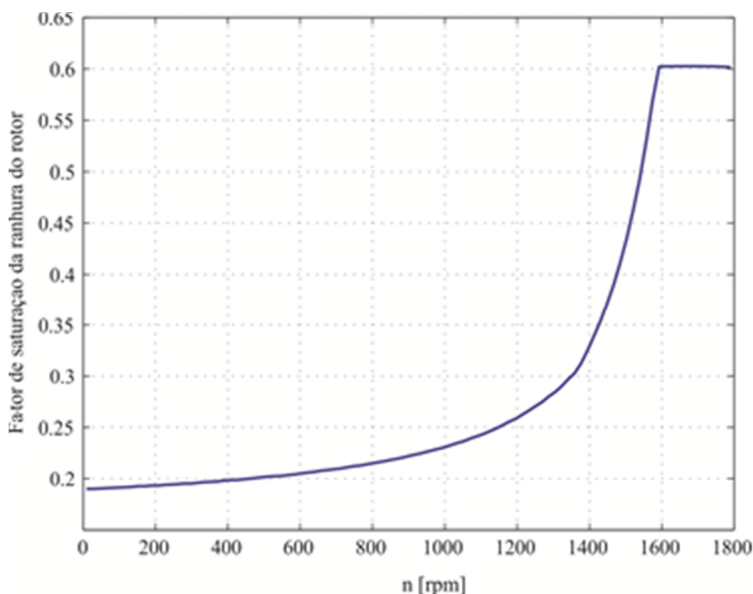
A implementação e testes de cada parte dessa dissertação foi, sempre que disponível, testada e de forma a reproduzir os resultados apontados pelos autores das respectivas equações. Entretanto em alguns casos não foram realizados testes pela insuficiência de dados de entrada. Nesses casos utilizaram-se os dados dos casos estudados, que serão mostrados a seguir.

Será apresentado sucintamente um comparativo de duas estratégias de mensuração de saturação. Também será mostrado o efeito de penetração de campo e somente então os comparativos de características entre os casos estudados e os resultados obtidos.

7.1 EFEITO DA SATURAÇÃO

A saturação altera a permeância do circuito magnético da máquina e também a indutância da mesma. Para o rotor do tipo III é mostrado a seguir o fator de saturação da permeância da ranhura do rotor. Ele é um fator entre a permeância saturada e a não saturada.

Figura 39 – Fator de saturação da ranhura do rotor.



Durante a partida a corrente nas barras do rotor é alta, o campo magnético possui valores elevados e a saturação conseqüentemente é alta. Assim a permeância da ranhura diminui o que pode ser visto na Figura acima. Com o aumento da velocidade a frequência e a magnitude das correntes do rotor diminuem, diminuindo a saturação e aumenta a permeância.

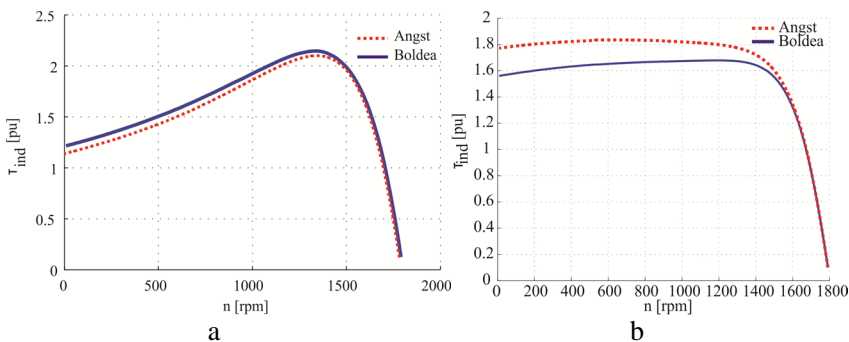
7.1.1 Comparação de metodologias de saturação

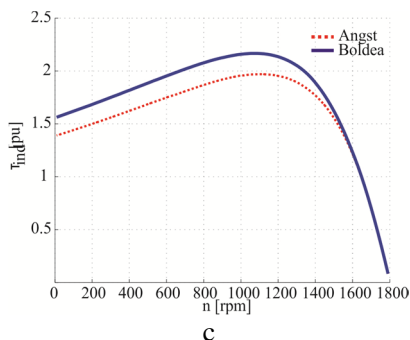
O advento dos métodos numéricos para análise de saturação é a mais indicada para a avaliação precisa do nível de saturação de um dispositivo eletromecânico. Contudo, como já exposto, o método numérico não é ágil o suficiente para avaliar mudanças na geometria da máquina elétrica.

Formulações analíticas surgiram para considerar os efeitos da saturação (ANGST, 1963; CHALMERS; DODGSON, 1969). Durante muito tempo essa metodologia vem sendo utilizada como base para a análise de motores elétricos.

A seguir será apresentada uma breve comparação entre as os equacionamentos a serem utilizados para a saturação do motor de indução. Ambos baseiam-se na saturação de um caminho magnético (amperiana) ao redor da ranhura.

Figura 40 – Curvas de torque x velocidade para as metodologias de cálculo de fatores de saturação.





A metodologia de cálculo apresentada por Angst (1963) baseia-se em um nível de saturação que o projetista deve definir, sendo assim dependente da experiência do mesmo ou da adoção de formas padrão e ajustes para a obtenção de melhores resultados.

Já a metodologia exposta por Boldea Nasar (2010), basicamente só necessita da definição de um ponto de saturação do material do rotor (ponto a partir do qual a permeabilidade do ferro é igual a do ar). Nessa dissertação adotou-se este ponto como 2,5 T. Essa metodologia foi preferida por apresentar menor dependência de ajustes e testes.

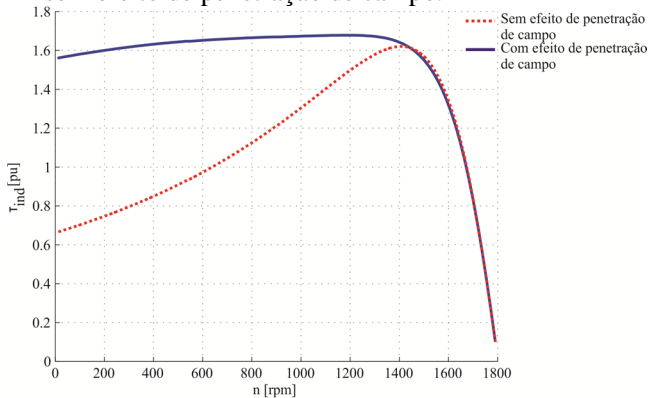
7.2 EFEITO DE PENETRAÇÃO DE CAMPO

Os parâmetros do motor de indução, como já citado, variam desde a partida até o regime tanto devido à saturação quanto ao efeito de penetração de campo.

Os efeitos de saturação podem ser estimados por fatores de saturação que, simplificada, relacionam o fluxo magnético saturado com o fluxo magnético não saturado). Angst (1963) apresenta gráficos de variação de saturação das permeâncias.

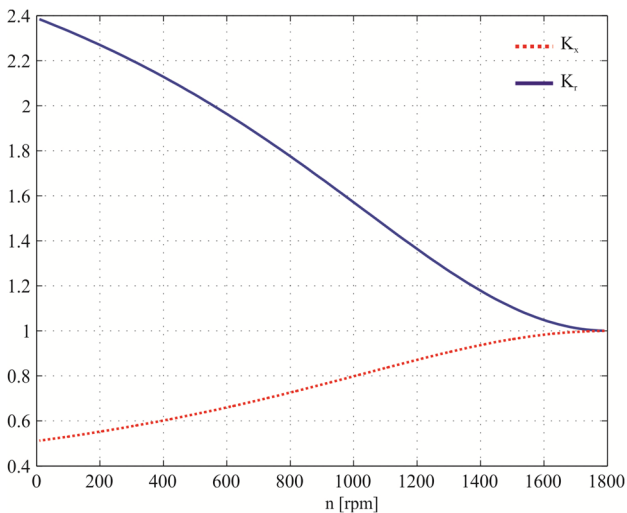
O efeito de penetração de campo tem grande influência no comportamento do motor, ele altera a distribuição de corrente no enrolamento do rotor. A seguir é mostrada uma comparação entre o comportamento de um motor considerando o efeito de penetração de campo e uma idealização de um motor que não sofreria o efeito de penetração de campo.

Figura 41 – Comportamento do modelo de regime permanente com e sem efeito de penetração de campo.



A figura mostra a importância do cálculo correto desse efeito, sendo determinante na obtenção das características do motor. Na figura 42 pode-se notar a mudança significativa nos fatores de multiplicação da resistência (K_r) e da indutância (K_x).

Figura 42 – Comportamentos nos fatores de multiplicação do efeito de penetração de campo em relação à velocidade.



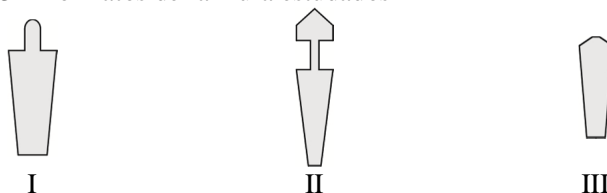
7.3 CASOS ESTUDADOS

Para validar a metodologia foram comparados dados com um software de um fabricante de motores elétricos, sabidamente coerente com resultados de laboratório. Assim foram estudados três modelos de um motor de 6 cv – 4 polos, com diferentes formatos de gaiola de esquilo e de um motor de 1cv – 4 polos.

7.3.1 Motor 6 cv – 4 polos

Os três motores estudados serão tratados como modelos I, II e III e possuem formato das gaiola de esquilo como mostrado na Figura 43.

Figura 43 – Formatos de ranhura estudados



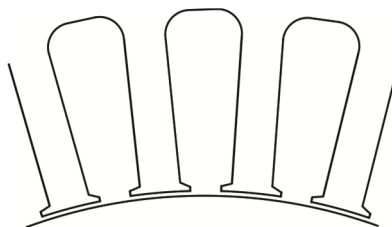
As ranhuras foram utilizadas no programa, conforme formatos apresentados na Figura 27 como:

- I e III: tipo 3
- II: Tipo 9

Os parâmetros da ranhura foram ajustados da seguinte forma:

- A abertura de ranhura inicial (b_{0r}) foi utilizada como 1 mm para todos os casos.
- O estator é o mesmo para as três máquinas e possui a geometria mostrada na Figura 44.

Figura 44 – Geometria da ranhura do estator.



Os valores de torque corrente e tensão terão como base o motor do modelo 1 e serão apresentados em p.u. a partir dos valores nominais desse motor.

Tabela 2 – Características dos motores de 6CV.

		Tipo I	Tipo II	Tipo III
P_{mec} [W]		4416	4416	4416
	50%	0,637	0,614	0,694
FP	75%	0,745	0,727	0,794
	100%	0,795	0,775	0,739
$I_n - 440V$ [A]		9,184	9,557	8,718
I_p/I_n		4	3,3	4,6
n [rpm]		1690	1677	1665
$V_{nominal}$ [V]		440	440	440
Rendimento	50%	81,8%	81,1%	82,7%
	75%	82,6%	81,9%	82,9%
	100%	80,8%	79,7%	80,7%
$C_{nominal}$ [N.m]		24,95	25,16	25,33
C_p/C_n		1,38	1,76	2,29
C_{max}/C_n		1,89	1,62	2,38

7.3.2 Motor 1CV – 4 polos

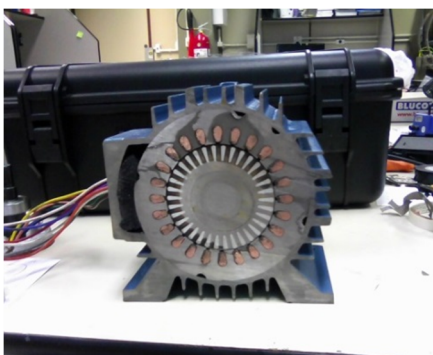
O motor foi ensaiado, teve suas características de torque e corrente levantadas em laboratório e suas indutâncias calculadas a partir dos ensaios baseados na IEEE 112:2004. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 3.

Os procedimentos para obtenção dos parâmetros da máquina são descritos na IEEE 122:2004, sendo resumidos durante a apresentação dos dados por não consistir no foco dessa dissertação. Aconselha-se, no caso de dúvidas, consultar a referência para maiores esclarecimentos.

Tabela 3 – Características do motor de 1CV.

P [W]	750	
FP	50%	0,48
	75%	0,61
	100%	0,68
I_n - 220V [A]	3,5	
I_p/I_n	5,8	
n [rpm]	1730	
$V_{nominal}$ [V]	220/380/440/760	
Rendimento	50%	74,0%
	75%	78,4%
	100%	80,5%
$C_{nominal}$ [N.m]	4,14	
C_p/C_n	2,3	
C_{max}/C_n	3	

Figura 45 – Corte transversal realizado no motor ensaiado.



O formato da ranhura do estator e do rotor, no caso deste motor são, respectivamente, 5 e 3, como pode ser visto na Figura 26.

7.4 RESULTADOS MOTORES 6 CV – 4 POLOS

Para os resultados apresentados utilizou-se como entrada os dados fornecidos fabricante, no caso dos motores de 6 CV.

As curvas apresentadas de torque, para os valores de referência foram estimadas a partir dos três pontos disponíveis, o conjugado de partida (C_p), o conjugado máximo (C_{max}) e o conjugado nominal (C_{nom}) obtidas do software do fabricante. Os valores dos parâmetros do circuito por fas

7.4.1 Rotor tipo I

Na Figura 46 é mostrada a curva de torque esperada (em vermelho pontilhada) e a obtida pela metodologia desenvolvida. Também uma tabela comparativa é apresentada mostrando uma comparação entre principais parâmetros calculados.

Figura 46 – Conjugado de referência e calculado - rotor tipo I.

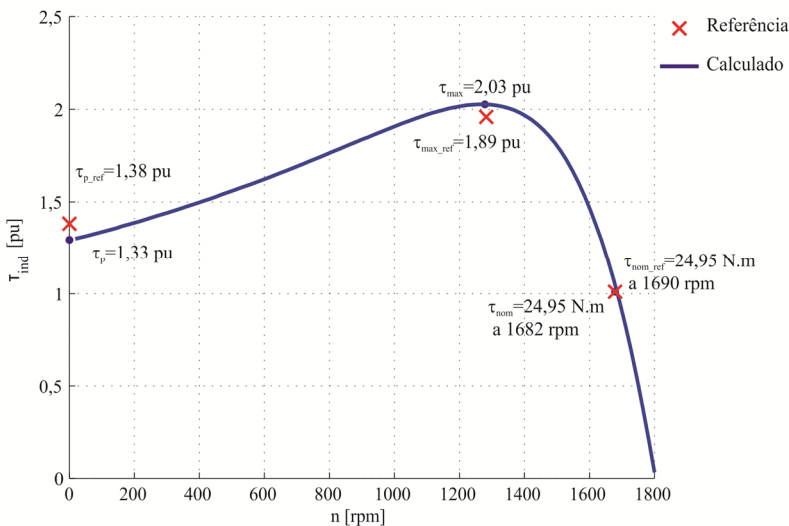


Tabela 4 – Comparação de dados - Rotor I.

	Referência	Calculado	Diferença
P_{mec} [W]	4416	4416	
FP (a 100%)	0,795	0,81	1,89%
$I_n - 440V$ [A]	9,18	8,5	-7,41%
I_p/I_n	4	3,88	-3,00%
n [rpm]	1690	1683	-0,41%
$V_{nominal}$ [V]	440	440	0,00%
Rendimento (a 100%)	80,8%	83,2%	2,97%
$C_{nominal}$ [N.m]	24,95	24,95	0,00%
C_p/C_n	1,38	1,33	-3,62%
C_{max}/C_n	1,89	2,02	6,88%

Os valores em regime nominal apresentam valores bastante similares ao esperado, tanto de torque, quanto de velocidade e corrente.

Tabela 5 – Parâmetros do circuito por fase para a condição de torque nominal – Rotor I.

	rr [Ω]	rs [Ω]	xls [Ω]	xlr [Ω]	xm [Ω]
Calculado	6,23	6,15	11,17	13,92	194,22
Referência	5,50	5,28	9,73	15,23	155,23
Diferença	13,27%	16,48%	14,80%	-8,60%	25,12%

Todos os parâmetros da Tabela 5 apresentam diferenças significativas em termos percentuais. Aponta-se nessa tabela como nos resultados seguintes para resistência do enrolamento estático, r_s , uma diferença significativa do valor de referência. Ademais se destaca a indutância de magnetização, x_m , como um valor discordante não esperado. Discussões sobre tais tópicos serão realizadas abaixo, juntamente com os resultados dos demais tipos de rotores.

7.4.2 Rotor tipo II

Na Figura 47 é mostrado resultado obtido para o motor com gaiola dupla. É interessante salientar que desde o início da implementação os resultados obtidos para o motor de gaiola dupla foram relativamente mais simples de serem obtidos, sendo bem representada a característica de torque de partida plano.

Figura 47 – Conjugado de referência e calculado – rotor tipo II.

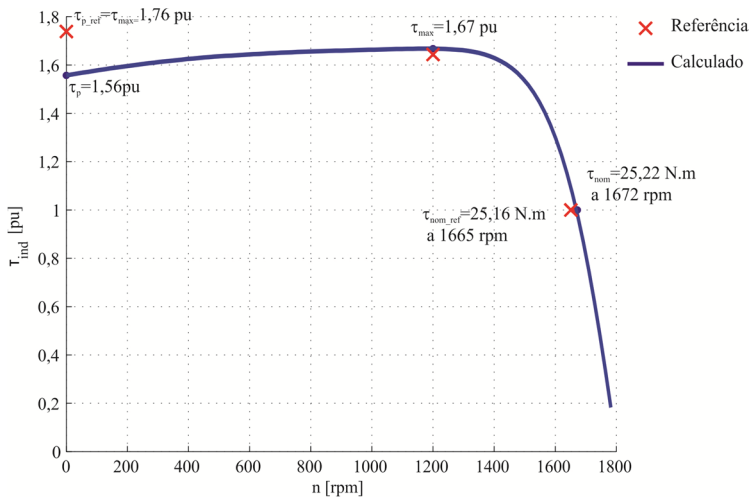


Tabela 6 – Comparação de dados - Rotor II.

	Referência	Calculado	Diferença
P_{mec} [W]	4416	4416	
FP (a 100%)	0,775	0,817	5,42%
$I_n - 440V$ [A]	9,55	8,26	-13,51%
I_p/I_n	3,3	3,1	-6,06%
n [rpm]	1677	1670	-0,42%
$V_{nominal}$ [V]	440	440	
Rendimento (a 100%)	79,7%	83,0%	4,15%
$C_{nominal}$ [N.m]	25,16	25,22	0,24%
C_p/C_n	1,76	1,56	-11,36%
C_{max}/C_n	1,76	1,68	-4,55%

Os valores em regime nominal apresentam valores bastante similares ao esperado, tanto de torque, quanto de velocidade e corrente.

Tabela 7 – Parâmetros do circuito por fase para a condição de torque nominal – Rotor II.

	rr [Ω]	rs [Ω]	xls [Ω]	xlr [Ω]	xm [Ω]
Calculado	6,53	6,13	11,41	17,84	214,90
Referência	5,50	5,28	10,62	19,90	178,57
Diferença	18,73%	16,10%	7,44%	-10,35%	20,34%

Assim como para o rotor I são observadas grandes diferenças nos valores dos parâmetros.

7.4.3 Rotor tipo III

Na Figura 48 é mostrada a curva de torque x conjugado para o rotor do tipo III.

Figura 48 – Conjugado de referência e calculado - rotor III.

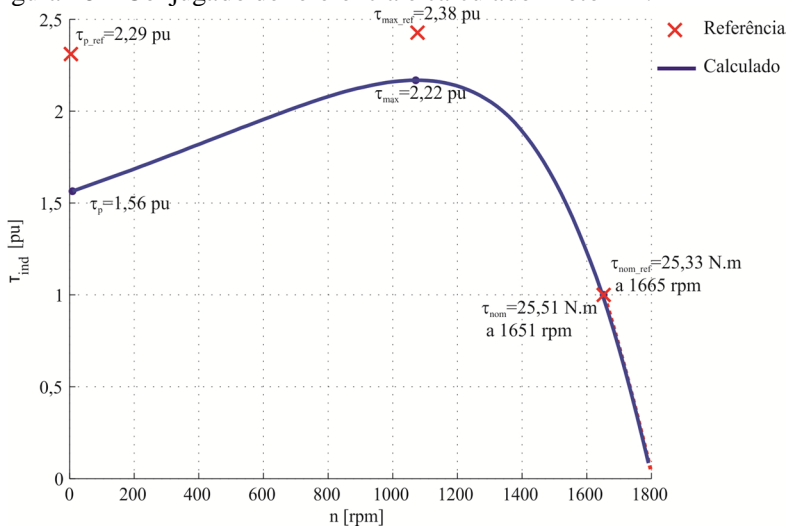


Tabela 8 – Comparação de dados - Rotor III.

	Referência	Calculado	Diferença
P_{mec} [W]	4416	4416	
FP (a 100%)	0,839	0,83	-1,07%
I_n - 440V [A]	8,71	8,77	0,70%
I_p/I_n	4,6	4	-13,04%
n [rpm]	1665	1647	-1,08%
$V_{nominal}$ [V]	440	440	
Rendimento (a 100%)	80,7%	81,7%	1,20%
$C_{nominal}$ [N.m]	25,33	25,51	0,71%
C_p/C_n	2,29	1,56	-31,88%
C_{max}/C_n	2,38	2,2	-7,56%

Tabela 9 – Parâmetros do circuito por fase para a condição de torque nominal – Rotor III.

	rr [Ω]	rs [Ω]	xls [Ω]	xlr [Ω]	xm [Ω]
Calculado	7,86	6,12	11,38	10,93	214,00
Referência	6,64	5,28	11,04	12,69	224,00
Diferença	18,42%	15,85%	3,08%	-13,87%	-4,46%

7.5 RESULTADOS MOTOR 1 CV – 4 POLOS

O motor em questão foi inicialmente ensaiado a fim de comprovar os dados de placa do mesmo e levantar os parâmetros necessários para validar o código implementado

7.5.1 Ensaio de rotor bloqueado com tensão reduzida

Foram realizados os ensaios de rotor bloqueado, a vazio e carga com tensão reduzida. A Tabela 10 apresenta os dados retirados no ensaio.

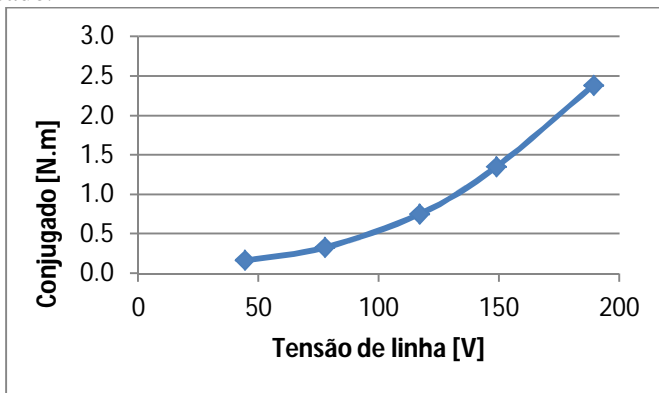
Tabela 10 – Dados do ensaio de rotor bloqueado com tensão reduzida.

Conjugado [N.m]	Tensão de linha média[V]	I _{média} [A]	P _{média} [W]	FP	Temperatura [°C]
0,163	44,5	1,008	39,0	0,508	40,7
0,331	77,7	1,990	155,0	0,576	41,6
0,752	116,9	3,210	402,0	0,620	43,3
1,353	149,0	4,230	706,0	0,650	46,8
2,385	189,3	5,570	1,2	0,670	48,2

O motor foi ensaio utilizando a ligação em dupla estrela com tensão nominal de funcionamento de 380 V.

Sabendo que o conjugado é proporcional ao quadrado da tensão aplicada, pode-se extrapolar a curva para a tensão nominal do motor (380 V) e obter um valor de 9,59 N.m para o conjugado com tensão nominal.

Figura 49 – Curva de conjugado versus tensão do motor 1CV sob rotor bloqueado.



Também é possível estimar a corrente de partida do motor a partir deste ensaio. Considerando uma relação linear entre a corrente e a tensão a corrente de partida, para uma tensão de 380 V seria de 11,18 A.

7.5.2 Ensaio a vazio

O motor foi ensaiado a vazio e as variáveis medidas auxiliaram na obtenção da impedância total e de valores de perda para o motor. Os valores apresentados são os obtidos para uma fase.

O ensaio foi conduzido iniciando com a maior tensão e diminuída gradativamente até que a diminuição da tensão de ensaio causou um aumento na corrente.

Sendo a resistência por fase medida de $7,15 \Omega$ as perdas por efeito joule por fase serão de 1,33 W por fase.

No ponto de menor tensão obteve-se que as perdas são aproximadamente 36 W por fase. Disso deriva que as perdas rotacionais são de aproximadamente 34,7 W por fase.

Tabela 11 – Dados obtidos do motor de 1CV a vazio alimentado sob diversas tensões.

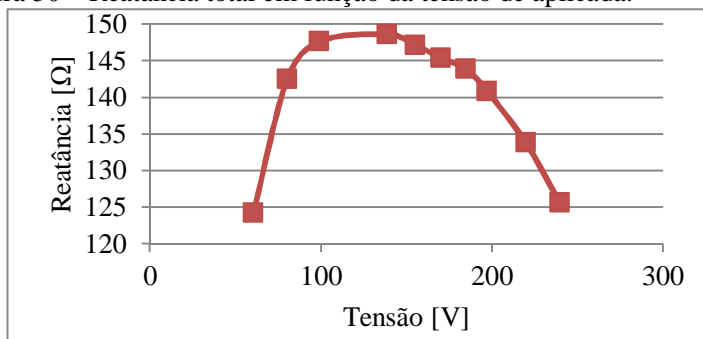
Tensão média [V]	Imed [A]	Pmed [W]	Velocidade [rpm]	FP	Temperatura [°C]
239,6	1,890	181,0	1798,0	0,130	33,3
219,7	1,630	140,0	1797,0	0,130	35,0
197,0	1,390	110,0	1797,0	0,136	35,5
184,4	1,270	100,0	1797,0	0,140	35,6
170,0	1,158	87,0	1796,0	0,148	35,5
155,0	1,042	76,0	1796,0	0,156	35,1
138,6	0,919	67,0	1795,0	0,174	34,5
99,0	0,652	47,0	1790,0	0,240	33,7
80,2	0,531	42,0	1784,0	0,330	33,4
60,4	0,432	36,0	1772,0	0,460	32,5

As perdas no ferro podem ser obtidas a partir da subtração das perdas por efeito Joule e rotacionais na tensão nominal, neste caso 140 W de perdas totais, ter-se-á 19W de perdas Joule e 34,7 W de perdas rotacionais. As perdas no ferro, neste caso serão 86,3 W por fase.

A partir dos valores de potência, corrente, tensão e fator de potência é possível estimar uma reatância total do motor. Essa reatância é a soma da impedância do estator, adicionada da reatância de magnetização.

$$X = X_1 + X_m, \quad (6.8)$$

Figura 50 – Reatância total em função da tensão de aplicada.



7.5.3 Ensaios com carga e tensão reduzida.

Realizaram-se os ensaios de tensão reduzida com 70 V, 110 V e 220 V. A redução de tensão foi necessária, pois a carga máxima do dinamômetro seria excedida se o motor fosse acionado em tensão nominal (380 V).

Tabela 12 – Dados motor 1CV sob carga com tensão reduzida.

	Conjugado [N.m]	Tensão média [V]	I _{med} [A]	P _{med} [W]	Velocidade [rpm]	FP	Tempe- ratura [°C]
70 V	0,0478	70,0	0,470	39,0	1778	0,380	32,5
	0,4069	69,6	0,780	122,0	1712	0,750	32,8
	0,7608	69,8	1,210	207,0	1626	0,820	33,9
	0,9331	69,5	1,510	258,0	1556	0,822	35,0
	1,0381	69,5	1,800	304,0	1471	0,810	37,4
	1,0784	69,1	2,360	372,0	1214	0,760	47,2
110 V	0	110,0	0,71	50	1791		38,1
	0,321	109,8	0,778	112	1773	0,44	37
	0,643	109,6	0,89	179	1752	0,6	36,8
	0,964	109,2	1,05	242	1731	0,7	36,6
	1,286	109,0	1,25	315	1707	0,77	36,9
	1,607	110,2	1,46	389	1680	0,81	38,3
	1,929	109,8	1,72	469	1647	0,83	39,7
2,25	109,9	2,01	558	1607	0,84	42,8	
220 V	0,964	220,7	1,681	330	1783	0,29	40
	1,928	220,9	1,78	511	1769	0,43	41
	2,893	220,6	1,93	703	1755	0,55	42,6
	3,439	220,3	2,01	797	1747	0,46	46,2
	4,050	220,3	2,162	941	1734	0,66	47,4
	5,133	220,4	2,433	1170	1714	0,73	50

Dos dados obtidos utilizou-se os valores e corrente, tensão e fator de potência para se calcular as indutâncias do motor, conforme

explicitado na seção 5.4.9 da IEEE 112 (2004). Os valores obtidos são mostrados na Tabela 13:

A resistência rotórica calculada leva em consideração o escorregamento da máquina $\left(\frac{R_2}{s} = 217,5\Omega\right)$. Com a velocidade conhecida calcula-se o escorregamento e obtém-se o valor da resistência do rotor R_2 .

Utilizou-se para tanto o ponto de tensão reduzida no qual a velocidade apresentada era igual a nominal. Isso para que se mantenha a distribuição de campos, devido ao efeito de penetração de campo.

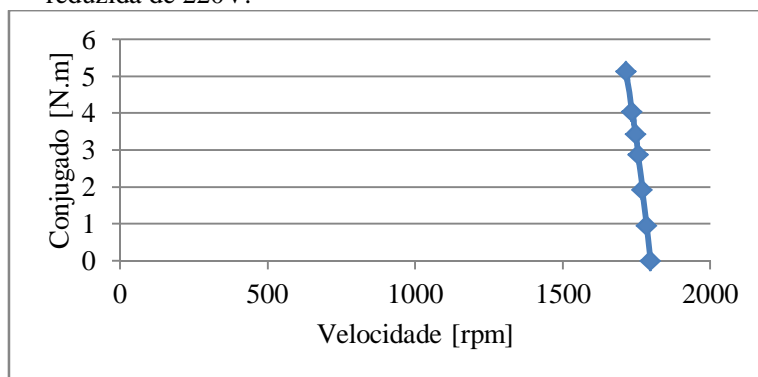
A Tabela 13 mostra um resumo dos parâmetros por fase levantados a partir dos ensaios do motor de 1 CV.

Tabela 13 – Resistências e reatâncias calculada a partir dos ensaios.

r_s	x_{ls}	x_m	r_c	x_{lr}	r_r
7,22	10,2	138,8	327,84	14,7	8,46

Também do ensaio com carga em tensão reduzida é possível obter uma estimativa do conjugado máximo. Para tanto utiliza-se o valor de conjugado com velocidade nominal e extrapola-se o conjugado utilizando a relação quadrática entre a tensão e o torque.

Figura 51 – Conjugado x velocidade no ensaio com carga em tensão reduzida de 220V.

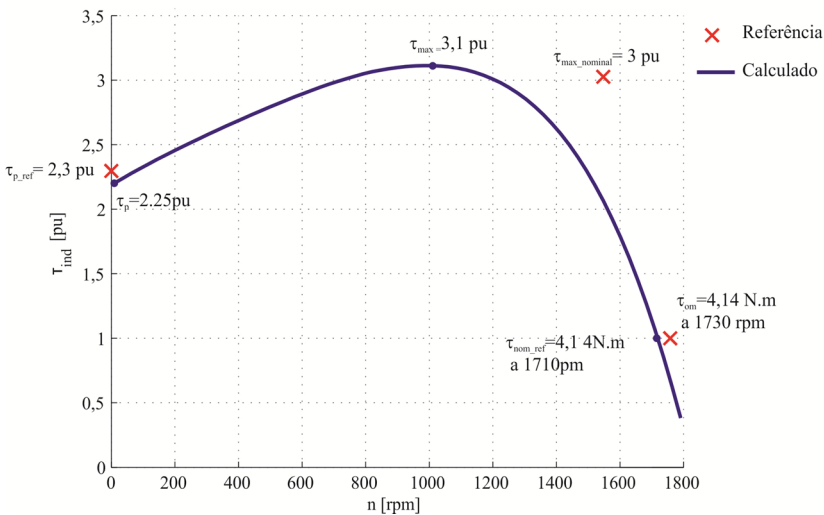


O ensaio é conduzido até o ponto onde o torque observado é máximo. Assim

7.5.4 Resultados programa de cálculo analítico

A seguir é apresentado o resultado de torque *versus* velocidade na Figura 52.

Figura 52 – Conjugado de referência e calculado - motor de 1 CV – 4 polos



E a comparação dos dados calculados e de referência do fabricante é feita na Tabela 14.

Também é apresentada abaixo uma tabela que compara os valores de referência retirados do catálogo do motor, os dados calculados e obtidos de ensaio mostrado na Tabela 15.

Tabela 14 – Comparação de dados calculados– Motor 1CV – 4 polos.

		Referência	Calculado	Diferença
P [W]		736	736	
FP	100%	0,839	0,83	-1,07%
$I_n - 380V$ [A]		2	1,953	-2,35%
I_p/I_n		5,8	6,25	7,76%
n [rpm]		1730	1710	-1,16%
$V_{nominal}$ [V]		380	380	
Rendimento	100%	80,0%	87,0%	8,75%
$C_{nominal}$ [N.m]		4,14	4,14	0,00%
C_p/C_n		2,3	2,2	-4,35%
C_{max}/C_n		3	3,11	3,67%

Tabela 15 – Comparação de dados de ensaio– Motor 1CV – 4 polos.

		Referência	Calculado	Ensaiado
P [W]		736	736	736
FP	100%	0.839	0,83	0,8
$I_n - 380V$ [A]		2	1,953	2,16
I_p/I_n		5,8	6,25	5,6
n [rpm]		1730	1710	1730
$V_{nominal}$ [V]		380	380	380
Rendimento	100%	80,0%	87,0%	-
$C_{nominal}$ [N.m]		4,14	4,10	4,14
C_p/C_n		2,3	2,2	2,3
C_{max}/C_n		3	3,11	3,71

A Tabela 16 mostra a comparação dos parâmetros do sistema por fase calculado e obtidos a partir dos ensaios.

Tabela 16 – Parâmetros do circuito por fase para a condição de torque nominal – Motor 1CV – 4 polos.

	r_r [Ω]	r_s [Ω]	x_{ls} [Ω]	x_{lr} [Ω]	x_m [Ω]
Calculado	13,04	8,27	11,3	10,05	135,94
Ensaiado	8,46	7,22	10,2	14,7	138,8
Diferença	54%	14,5%	10,7%	-31,63%	2,1%

7.6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A metodologia apresentada conseguiu prever com boa precisão o conjugado, a corrente e a tensão em regime permanente para os casos estudados. Isso demonstra que as equações analíticas são capazes de representar com bastante fidelidade condições de saturação do motor de indução.

7.6.1 Motor 6 CV – 4 polos

Como pode ser observado para os rotores do tipo I e II a curva de conjugado calculada tem tanto o formato quanto a magnitudes semelhantes às curvas de referência. Contudo para o rotor tipo III a curva de conjugado calculada é bastante diferente da curva de referência. Neste caso os resultados apresentados para torques de partida apresentam divergências da ordem de 32% do valor de referência, no caso do rotor tipo III.

Não foi possível encontrar uma razão explícita na metodologia para tal diferença. Comparativamente os rotores I e III representam configurações típicas de motores do tipo A e B, respectivamente, segundo a norma NEMA.

A curva de torque calculada para o rotor III obedece à lógica de manter um comportamento de curva de um motor tipo B. Contudo os valores de torque de referência, apresentados para o rotor III, apontam para uma curva característica de um motor tipo C, o que não pode ser justificado da perspectiva do formato de sua ranhura.

Convém salientar que o maior torque de partida e máximo, do rotor III comparado ao rotor I decorre da redução da seção transversal do condutor do rotor e consequente aumento de resistência rotórica

(fenômeno evidenciado também em motores de rotor bobinado, vide Figura 6).

De forma geral as correntes de partida e, conseqüentemente, os torques de partida apresentam-se menores que o esperado.

Os valores calculados dos parâmetros do circuito por fase mostraram-se distantes dos valores de referência. Contudo os resultados mostram que são acompanhadas as tendências, ou seja, a diferença percentual se mantém para os vários tipos de rotores. Por exemplo, as diferenças entre os valores de resistência rotórica e indutância de dispersão do campo. Esses valores, por se tratarem de grandezas com avaliação bastante complexa, envolvendo transformadas de grandezas entre estator e rotor, aproximação de áreas, considerações de saturação nas pontes de ferro do rotor, mostram a consistência do sistema de equações implementado.

As diferenças observadas no valor de resistência do enrolamento estatórico podem derivar do uso de um fator de multiplicação, $K_s=1,1$, a fim de considerar o aumento da resistência por ser percorrida por uma corrente alternada (efeito skin e de proximidade). Caso este fator não tenha sido considerado no cálculo de referência a diferença percentual entre os valores seria de aproximadamente 5%.

As diferenças observadas na indutância de magnetização provavelmente derivem da condição de saturação global da máquina, K_{sat} , adotada com o valor de 1,2 e constante nessa dissertação. Uma avaliação global do nível de saturação necessitará da utilização de um modelo magnético para a máquina, não considerado até então.

7.6.2 Motor 1 CV – 4 polos

O comportamento observado pelos dados calculados apresentaram uma boa coerência com os dados de referência do fabricante. Os ensaios realizados apresentaram valores também similares ao esperado pelo fabricante.

A comparação dos parâmetros do modelo por fase calculados e ensaiados não obteve bons resultados. A resistência do estator (r_s) e a indutância de dispersão de do estator (x_{ls}) mostraram valores similares, mas ainda com diferenças maiores que 10%. Já os parâmetros relacionados ao rotor mostraram grandes diferenças, principalmente a resistência do rotor (r_r). Atribui-se essa diferença, em grande parte, por ter-se executado o ensaio de curto-circuito com frequência nominal,

quando a norma IEEE 112 aponta que melhores resultados podem ser obtidos com frequência de alimentação reduzida.

8 CONCLUSÕES

A implementação de um modelo analítico para o motor de indução provem de um arranjo bastante complexo de equações, que demandam extensos testes para a obtenção de uma representação adequada do comportamento do mesmo. A vasta literatura existente e os diferentes equacionamentos identificados ao longo da mesma tornam a escolha de um método capaz de se ajustar às necessidades propostas nessa dissertação um trabalho extenso e laborioso. Fizeram-se necessárias algumas modificações a fim de fazer a interface entre os equacionamentos e assim obter o comportamento do motor de indução considerando os efeitos de saturação e efeito de penetração de campo.

O processo de cálculo implementado é capaz de obter uma estimativa do comportamento do motor de indução desde o regime estacionário até a velocidade nominal. As diferenças obtidas para um dos modelos de ranhura testados, no que se refere ao comportamento durante a partida, não podem ser tomadas como um erro, visto que, como exposto, o comportamento esperado é mantido, sendo não usual o comportamento do gráfico de torque/velocidade apresentado pela referência.

A metodologia mostra concordância com a literatura apresentando a variação dos parâmetros do motor desde o regime estacionário até o nominal. Os fatores de saturação e de efeito de penetração de campo têm grande importância no comportamento para altos escorregamentos, sendo este último o de importância mais acentuada.

A necessidade de comparação com ensaios minuciosos de laboratório das máquinas calculadas se faz imperativa no sentido de refinar os resultados obtidos e as metodologias de cálculo empregadas.

Não foi possível apresentar uma comparação para todos os tipos de ranhura propostos, muito menos para suas combinações, contudo o autor acredita que não há razão para que não seja efetivo seu uso. Tais testes necessitariam de dados para comparação e, não obstante, dados de ensaio das máquinas calculadas.

A utilização de modelos numéricos seria valiosa para procurar avaliar os efeitos de dispersão e ser possível mensurá-los de forma a comparar seus resultados com os obtidos no cálculo analítico.

É necessária a implementação de um modelo térmico acoplado ao modelo analítico desenvolvido capaz de calcular e considerar a temperatura no motor de indução e seu efeito no comportamento do

mesmo. Uma consideração importante é que este modelo provavelmente tenha de levar em conta uma análise temporal da máquina elétrica.

A implementação de uma estimativa dos parâmetros de perdas no núcleo magnético, perdas mecânicas e perdas adicionais é imperativa para a utilização da rotina como ferramenta de projeto e análise.

REFERÊNCIAS

AGARWAL, P. D.; ALGER, P. L. Saturation factors for leakage reactance of induction motors. **Transactions of the American institute of electrical engineers**. v. 79, n. 3, p. 1037-1042, Apr. 1960.

ALGER, P. L. **The nature of induction machines**. New York: Gordon and Breach, 1965. p. 97.

ALGER, P. L.; MATHES, K. N. Progress in insulation evaluation, life testing methods and standards: insulation. **AIEE Journal**, v. 1, n. 6, p. 8-14, Oct. 1955.

ALGER, P. L.; WEST, H. R. The air gap reactance of polyphase machines. **Transactions of the AIEE**. v. 66, p. 1331-1343, 1947.

ALGER, P. L.; WRAY, J. H. Double and triple squirrel cages for polyphase induction motors. **Trans. of the AIEE**, v. 72, tomo 2, p. 637-645, 1953.

ANGST, G. Saturation factors for leakage reactance of induction motors with skewed rotors. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**. v. 82, n. 68, Aug. 1963.

BENECKE, M.; DOEBBELIN, R.; GRIEPENTROG, G.; LINDERMANN, A. Skin effect in squirrel cage rotor bars and its consideration in simulation of non-steady-state operation of induction machines. **Piers online**. v. 7, n. 5, p. 421-425, 2011.

BOGLIETTI, A.; CAVAGNINO, A.; LAZZARI, M. Computational algorithms for induction motor equivalent circuit parameter determination – part I: resistances and leakage reactances.

BOGLIETTI, A.; CAVAGNINO, A.; LAZZARI, M. Computational algorithms for induction motor equivalent circuit parameter determination - part II: skin effect and magnetizing characteristics. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**. v. 58, n. 9, p. 3734-3740, Sep. 2011.

BOLDEA, I.; NASAR, S. A. **The induction machines design handbook**. 2nd ed. Boca Raton : CRC Press, 2010.

BOUCHERMA, M.; KAIKAA, M. Y.; KHEZZAR, A. Park model of squirrel cage induction machine including space harmonics effects. **Journal of Electrical Engineering**. v. 57, n. 4, p. 193-199, 2006.

BOUCHERMA, M.; KAIKAA, M. Y.; KHEZZAR, A. Park model of squirrel cage induction machine including space harmonics effects. **Journal of Electrical Engineering**, v. 57, n. 4, p. 193-199, 2006.

CALIXTO, W. P.; MARRA, E. G.; BRITO, L. C. B.; ALVARENGA, B. P. A new methodology to calculate carter factor using genetic algorithms. **International Journal of Numerical Modeling: Electronic Networks, Devices and Fields**, v. 24, p. 384-399, 2011.

CARTER, F. W. Airgap induction. **Electrical World and Engineering**. v. 38, n. 22, p. 884-888, 1901.

CHALMERS, B. J.; DODGSON, R. Saturated leakage reactances of cage induction motors. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**. v. 166, n. 8, Aug. 1969.

CHAPMAN, S. J. **Electrical machinery fundamental**. 4th ed. New Dheli: MacGraw Hill International Edition, 2005.

DANILEVICI, I. B.; DOMBROVSKI, V. V.; KAZOVSKI, E. I. A.C. Machines Parameters, **Science Publishers**, St. Petersburg, 1965.

Disponível em:

<http://landbelectric.com/search.html?ordering=&searchphrase=all&searchword=torque>. Acesso em : 2 dez. 2013.

DOLIVO-DOBROWOLSKY, M. **Alternating current motor**. US Patent n. 427978, May 1890.

IEEE Transactions on industrial electronics. v. 58, n. 9, p. 3723-3733, Sep. 2011.

IONEL, D. M.; CISTELECAN, M. V.; MILLER, T. J. E.; MCGILP, M. I. A new analytical method for the computation of air-gap reactances in 3-phase induction motors. **Industry Applications Conference: Thirty-third IAS Annual Meeting**. v. 1, p. 65-72, St. Louis, Oct. 1998.

KARLSRUHE INSTITUTE OF TECHNOLOGY. **The invention of the electric motor 1856-1893**. Disponível em: <<http://www.eti.kit.edu/english/1390.php>>. Acesso em: 13 nov. 2013.

KHEAZZAR, A.; HADJAMI, M.; BESSOUS N.; OUMAAMAR, M. E. K.; RAZIK, H. Accurate modeling of cage induction machine with analytical evaluation of inductances. **34th Annual Conference of IEEE - IECON**. p. 1112-1117, Nov. 2008.

KRAUSE, P.C.; WASYNCZUK, O.; SUDHOFF, S. D. **Analysis of electric machinery and drive systems**. 2nd ed. New York: Wiley-IEEE Press, 2002.

KOSTENKO, M.; PIOTROVSKY, L. **Electrical machines**. v. 1, Moscou: Peace, 1969.

KOWN, B. I.; KIM, B. T.; JUN, C. S.; PARK, S. C. Analysis of axial non-uniform loss distribution in 3-phase induction motor considering skew effect. **IEEE Transactions on Magnetics**. v. 35, n. 3, May 1999. L&B ELECTRICAL LIMITED.

LIPO, T. A. **Introduction to AC machine design**. Wisconsin: University of Wisconsin, 1996.

LIWSCHITZ-GARIK, M. M. Computation of skin effect in bars of squirrel-cage rotors. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**. v. 74, n. 3, p. 768-771, Jan. 1955.

MCINNIS, R. **A history of woodworking**: the history of the induction motor in America. Disponível em: <http://www.woodworkinghistory.com/appendix_21.htm>. Acesso em: 14 nov. 2013. 2006-2013.

NATIONAL ELECTRICAL MANUFACTURERS ASSOCIATION. **American national standard motors and generators.** MG 1-2011, 2011.

NAU, S. L. **Análise da influência da excentricidade do rotor sobre o ruído acústico de origem magnética gerado por motores de indução trifásicos.** 2007. 114 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica)-Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

OWEN, E. L. The induction motor's historical past. **Potentials IEEE.** v. 7, n. 3, p. 27-30, oct 1988.

RUVIARO, M. **Máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado duplamente alimentada por meio de transformador rotativo.** 2011. 396 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica)-Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011. P. 141

STEINMETZ, C. P. The alternating current induction motor. **AIEE Trans.,** v. 14, p. 185-217, 1897.

THORSEN, O. V.; DALVA, M. A comparative investigation and evaluation of different methods for experimental determination of parameters for saturated induction machines with current-displacement rotor. **13th Industrial Applications Conference.** vol. 1, 1995.

TORRENT, M. Estimation of equivalent circuits for induction motors in steady state including mechanical and stray losses. **European Transactions on Electrical Power,** v. 22, p. 989-1015, 2011.

UMANS, S. D. **Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley.** 7. ed. Porto Alegre: Mac Graw Hill Education, 2014.

WHEELER, H. A. Formulas for the skin effect. **Proceedings of the IRE.** v. 30, n. 9, p. 412-424, sept 1942.

WILLIAMSON, S.; ROBINSON, M. J. Calculation of cage induction motor equivalent circuit parameters using finite elements. **Electrical Power Application, IEE Proceedings B.** v. 138, n. 5, p. 264-276, Sep. 1991.

ANEXOS

Anexo A – Código principal

```

clear all
clearvars global

load dados.mat

% Carregando dados da curva de magnetização
run Curva_BH;

% Número de layers no qual foi separado o rotor
if c==0
    SKW=1e-6;
else
    SKW=1e-6:(c/tau_s)/(nseg_skew+1):((c/tau_s)+1e-
6);
end

% Escorregamento
s=0.005:0.015:1;

% Declarando as variáveis
P_s=zeros(length(s), length(SKW));
P_r=zeros(length(s), length(SKW));
Pz_s=zeros(length(s), length(SKW));
Pz_r=zeros(length(s), length(SKW));
Pskew_s=zeros(length(s), length(SKW));
Pskew_r=zeros(length(s), length(SKW));
L_lm=zeros(length(s), length(SKW));
rs=zeros(length(s), length(SKW));
Lsl=zeros(length(s), length(SKW));
rr=zeros(length(s), length(SKW));
ri=zeros(length(s), length(SKW));
Lrl=zeros(length(s), length(SKW));
Lbe=zeros(length(s), length(SKW));
Lsl_sat=zeros(length(s), length(SKW));
Lrl_sat=zeros(length(s), length(SKW));
Lbe_sat=zeros(length(s), length(SKW));
Ps_rt=zeros(length(s), length(SKW));
Ps_st=zeros(length(s), length(SKW));
C_ms=zeros(length(s), length(SKW));

```

```

Csk_s=zeros(length(s), length(SKW));
Cz_s=zeros(length(s), length(SKW));
Cz_r=zeros(length(s), length(SKW));
C_st=zeros(length(s), length(SKW));
Ps_rt_sat=zeros(length(s), length(SKW));
Ps_st_sat=zeros(length(s), length(SKW));
P_zs_sat=zeros(length(s), length(SKW));
P_zr_sat=zeros(length(s), length(SKW));
P_r_sup_sat=zeros(length(s), length(SKW));
Pskew_r_sat=zeros(length(s), length(SKW));
Pskew_s_sat=zeros(length(s), length(SKW));
P_r_sat=zeros(length(s), length(SKW));
P_s_sat=zeros(length(s), length(SKW));
P_r_sup=zeros(length(s), length(SKW));
P_r_inf=zeros(length(s), length(SKW));
Is=zeros(length(s), length(SKW));
Ir=zeros(length(s), length(SKW));
Im=zeros(length(s), length(SKW));
P0_s=zeros(length(s), length(SKW));
P0_r=zeros(length(s), length(SKW));
Fz1=zeros(length(s), length(SKW));
Fz2=zeros(length(s), length(SKW));
Fsk1=zeros(length(s), length(SKW));
Fsk2=zeros(length(s), length(SKW));
F1=zeros(length(s), length(SKW));
F2=zeros(length(s), length(SKW));
phi_AB=zeros(length(s), length(SKW));
phi_AB_sat=zeros(length(s), length(SKW));
a0r=zeros(length(s), length(SKW));

% Abertura inicial da ponte da gaiola de esquilho
aa=1e-3;
a0_r(1,1)=aa;

%Inicializando correntes e fatores de saturação
Is0=0.01;
Ir0=0.01;
Im0=Is0-Ir0;
Fz1(1,1)=1;
Fz2(1,1)=1;

% Calculando permeâncias totais não saturadas para
inicializar o cálculo

```

```
[P_s(1,1), P_r(1,1), Pz_s(1,1), Pz_r(1,1),
Pskew_s(1,1), Pe_s(1,1), Pe_r(1,1), P_r_sup(1,1),
P_r_inf(1,1)]=permeancia_nao_sat(Ir0, Is0, SKW(1));
```

```
% Calculando parâmetros não saturados para
inicializar o cálculo
```

```
[L_lm(1,1), rs(1,1), Lsl(1,1), rr(1,1),
ri(1,1), Lrl(1,1), Lbe(1,1),
tt(1,:)]=indutancias_boldea...
```

```
(P_s(1,1), P_r(1,1), Pz_s(1,1),
Pz_r(1,1), Pskew_s(1,1), Pe_s(1,1), Pe_r(1,1),
P_r_sup(1,1), P_r_inf(1,1), Ir0, Is0, SKW(1),
a0_r(1,1), Fz1(1,1), Fz2(1,1));
```

```
% Salvando valores inicializados
```

```
L_lm0=L_lm(1,1);
rs0=rs(1,1);
Lsl0=Lsl(1,1);
rr0=rr(1,1);
Lrl0=Lrl(1,1);
Lbe0=Lbe(1,1);
ri0=ri(1,1);
```

```
% Estrutura para incrementar o escorregamento
for jj=1:length(s)
```

```
% Estrutura para incrementar a inclinação de
ranhura
```

```
for kk=1:length(SKW)
a0_r(jj,kk)=aa;
```

```
% Calculando correntes a partir do modelo
monofásico (Corrente de entrada são a da iteração
final anterior)
```

```
% Cálculo das corrente para o último estado
do motor
```

```
[Ir(jj,kk), Is(jj,kk), Im(jj,kk)] =
modelo_monofasico_torrent (s(jj), Ir0, Is0, Im0,
L_lm0, rs0, Lsl0, rr0, ri0, Lrl0, Lbe0);
```

```
% Cálculo das permeâncias não saturadas
```

```

        [P_s(jj,kk),    P_r(jj,kk),    Pz_s(jj,kk),
Pz_r(jj,kk),        Pskew_s(jj,kk),    Pe_s(jj,kk),
Pe_r(jj,kk),    P_r_sup(jj,kk),    P_r_inf(jj,kk)] =
permeancia_ao_sat...
        (Ir(jj,kk), Is(jj,kk), SKW(kk));

        % Cálculo das indutâncias a partir das
permeâncias não saturadas
        [L_lm(jj,kk),    rs(jj,kk),    Lsl(jj,kk),
rr(jj,kk),    ri(jj,kk),    Lrl(jj,kk),    Lbe(jj,kk),
tt(kk,:) ] = indutancias_boldea...
        (P_s(jj,kk),    P_r(jj,kk),    Pz_s(jj,kk),
Pz_r(jj,kk),        Pskew_s(jj,kk),    Pe_s(jj,kk),
Pe_r(jj,kk),    P_r_sup(jj,kk),    P_r_inf(jj,kk),
Ir(jj,kk),    Is(jj,kk),    SKW(kk),    a0_r(jj,kk),
Fz1(1,1), Fz2(1,1));

        % Arquivamento da indutância de ranhura do
rotor e do estator não
        % saturada
        Lsl0=Lsl(jj,kk);
        Lrl0=Lrl(jj,kk);

        % Cálculo das relações de fluxo não
saturados
        [Ps_rt(jj,kk),                                Ps_st(jj,kk),
Pskew_r(jj,kk),    C_ms(jj,kk),    Csk_s(jj,kk),
Cz_s(jj,kk),    Cz_r(jj,kk),    C_st(jj,kk),
phi_AB(jj,kk)] = parametros_ao_saturados...
        (Is(jj,kk),    Ir(jj,kk),    Im(jj,kk),
Pskew_s(jj,kk),    L_lm(jj,kk),    Pz_s(jj,kk),
Pz_r(jj,kk),    SKW(kk),    a0_r(jj,kk));

        % Estrutura que trata da permeância de
rotores de dupla gaiola de
        % esquilo e simples
        if doublecage==1
            P0_r(jj,kk)=                P_r_sup(jj,kk)-
Ps_rt(jj,kk);
            P0_s(jj,kk)= P_s(1,kk)- Ps_st(jj,kk);
        else
            P0_r(jj,kk)= P_r(jj,kk)- Ps_rt(jj,kk);
            P0_s(jj,kk)= P_s(1,kk)- Ps_st(jj,kk);

```



```

end

% Atribuindo erro à indutância para iniciar
o cálculo
erro_L=100;

while erro_L>1e-3

    % Metodologia Boldea - Cálculo das
    permeâncias saturadas
    [Ps_rt_sat(jj,kk),    Ps_st_sat(jj,kk),
    P_zs_sat(jj,kk),    P_zr_sat(jj,kk),
    Pskew_s_sat(jj,kk),    Pskew_r_sat(jj,kk),
    phi_AB_sat(jj,kk),    a0_r(jj,kk)    ] =
    parametros_saturados...
    (Is(jj,kk), Ir(jj,kk), Im(jj,kk),
    Pskew_s(jj,kk), C_ms(jj,kk), Csk_s(jj,kk),
    Cz_s(jj,kk), Cz_r(jj,kk), C_st(jj,kk),
    phi_AB(jj,kk));

    % Estrutura que trata da permeância de
    rotores de dupla gaiola de
    % esquilo e simples
    if doublecage==1
        P_r_sup_sat(jj,kk)=P0_r(jj,kk)+
    Ps_rt_sat(jj,kk);
        P_s_sat(jj,kk)=P0_s(1,kk)+
    Ps_st_sat(jj,kk);
    else
        P_r_sat(jj,kk)=P0_r(jj,kk)+
    Ps_rt_sat(jj,kk);
        P_s_sat(jj,kk)=P0_s(1,kk)+
    Ps_st_sat(jj,kk);
    end

    % Calculando as indutâncias saturadas
    [L_lm(jj,kk), rs(jj,kk), Lsl_sat(jj,kk),
    rr(jj,kk), ri(jj,kk), Lrl_sat(jj,kk),
    Lbe_sat(jj,kk), tt(kk,:)] = indutancias_boldea...
    (P_s_sat(jj,kk), P_r_sat(jj,kk),
    P_zs_sat(jj,kk), P_zr_sat(jj,kk),
    Pskew_s_sat(jj,kk), Pe_s(jj,kk), Pe_r(jj,kk),

```

```

P_r_sup_sat(jj,kk),    P_r_inf(jj,kk),    Ir(jj,kk),
Is(jj,kk),    SKW(kk),    a0_r(jj,kk),    Fz1(jj,kk),
Fz2(jj,kk));

    % Calculo do erro das indutâncias
erro_Ls =abs(Lsl_sat(jj,kk)-Lsl0);
erro_Lr =abs(Lrl_sat(jj,kk)-Lrl0);
erro_L =erro_Ls+erro_Lr

    % Salvando indutâncias saturadas para
próxima iteração
Lsl0=Lsl_sat(jj,kk);
Lrl0=Lrl_sat(jj,kk);

    % Calculando as corrente desse caso
[Ir(jj,kk),    Is(jj,kk),    Im(jj,kk),
Kr(jj,kk),    Kx(jj,kk)] =
modelo_monofasico_torrent...
(s(jj),    Ir(jj,kk),    Is(jj,kk),
Im(jj,kk),    L_lm(jj,kk),    rs(jj,kk),    Lsl_sat(jj,kk),
rr(jj,kk),    ri(jj,kk),    Lrl_sat(jj,kk),
Lbe_sat(jj,kk));

    if erro_L<1e-3

        % Arquivando fatores de saturação
F1(jj,kk)=P_s_sat(jj,kk)/P_s(1,kk);
        if doublecage==1

F2(jj,kk)=P_r_sup_sat(jj,kk)/P_r(1,kk);
            else

F2(jj,kk)=P_r_sat(jj,kk)/P_r(1,kk);
            end

Fz1(jj,kk)=P_zs_sat(jj,kk)/Pz_s(1,kk);

Fz2(jj,kk)=P_zr_sat(jj,kk)/Pz_r(1,kk);

Fsk1(jj,kk)=Pskew_s_sat(jj,kk)/Pskew_s(1,kk);

Fsk2(jj,kk)=Pskew_r_sat(jj,kk)/Pskew_r(1,kk);

```



```

Lsl_sat_medio(jj)=median(Lsl_sat(jj,:));
Lrl_sat_medio(jj)=median(Lrl_sat(jj,:));
Lbe_sat_medio(jj)=median(Lbe_sat(jj,:));
F2_medio (jj)=median(F2(jj,:));
F1_medio (jj)=median(F2(jj,:));
end
%%
% Calculando a velocidade em rpm
nm = (1 - s) * n_sync;

% Normalização dos valores de torque e corrente
t_out_pu=t_out/T_placa;
I_s_pu=I_s/I_placa;

% Impressão dos gráficos

%Parameters for saved images
ImageFontSize=10.5;
FileLabel='WithFormatting';
FontName='Times New Roman';
AxisFontName='Times New Roman';

figure(1);
plot(nm,t_out_pu,'k-', 'LineWidth',2.0, 'Color', 'g');
xlabel('\bf\itn [rpm]');
ylabel('\bf\it\tau_{ind} [pu]');
title ('Caracteristica Torque-Velocidade do MI');
grid on;

figure(2);
hold on
plot(nm,sqrt(3)*abs(I_s_pu), 'k-', 'LineWidth',2.0, 'Color', 'r');
xlabel('\bf\itn [rpm]');
ylabel('\bf\itCorrente de linha [pu]');
title ('Corrente do Estator');
grid on

figure(3);
plot(nm,FP, 'k-', 'LineWidth',2.0);
xlabel('\bf\itn [rpm]');
ylabel('\bf\itFator de Potência');

```

```
title ('Fator de Potência');  
grid on
```

```
figure(4);  
plot(nm,100*rend,'k-', 'LineWidth',2.0);  
xlabel('\bf\itn [rpm]');  
ylabel('\bf\itRendimento %');  
title ('Rendimento');  
grid on
```

```
figure(5);plot(nm,abs(I_r+I_m), 'LineWidth',2.0);hold  
on;plot(nm,abs(I_s), 'Color', 'r', 'LineWidth',2.0)  
xlabel('\bf\itn [rpm]');  
ylabel('\bf\itIr [pu]');  
title ('Correntes');  
grid on
```

Anexo B – Permeâncias não saturadas

```

function [P_s, P_r, Pz_s, Pz_r, Pskew_s, Pe_s,
Pe_r, P_r_sup, P_r_inf]=permeancia_ao_sat(Ir, Is,
SKW)

load dados.mat

Is=abs(Is);
Ir= abs(Ir);

%%
% Fator de carter
gama_s=(2*b0_s/g)^2/(5+(2*b0_s/g)); % Relação para
cálculo do fator de Carter
gama_r=
(2*b0_r/g)^2/(5+(2*b0_r/g));%(4/pi)*((b0_r/g)/(tan(
b0_r/g))-log(sqrt(1+(b0_r/g)^2))); % Relação
para cálculo do fator de Carter

Kc_s=tau_s/(tau_s-(gama_s*g/2)); %Fator de
Carter para o estator
Kc_r=tau_r/(tau_r-(gama_r*g/2)); %Fator de
Carter para o estator
Kc=Kc_s*Kc_r; %Fator de
Carter médio
K=1/Kc;

%Cálculo de indutância de magnetização pelas
harmônicas
for ni=3:2:11
Ky_ni=sin(ni*y*pi/4);
Kq_ni=sin(ni*pi/6)/(q*sin(ni*pi/(6*q)));

L_mni(ni)=6*mi0*(Wl*Kq_ni*Ky_ni)^2*Le*tau/(pi^2*ni^
2*p1*g*Kc*Ks_ni);
end
Lni=0;
for ii=1:11 Lni=L_mni(ii)+Lni; end

%Indutância de magnetização própria do estator

```

```

L_l1m=4*mi0*(W1*Kq*Ky)^2*Le*tau_s/(pi^2*p1*g*Kc*Ks)
;

%Indutância de magnetização própria do rotor
L_22m=4*mi0*(W2*Kq_r*Ky_r)^2*Ler*tau_r/(pi^2*p1*g*Kc*Ks);

%Indutância de magnetização
L_lm=6*mi0*(W1*Kq*Ky)^2*Le*tau/(pi^2*p1*g*Kc*Ks)+Ln
i;

%%
sg_ds0=1.16e-2;

% Coeficiente do rotor para Indutância diferencial
alpha_er=2*pi*p1/Nr;
% Defasamento angular elétrico de cada ranhura
ni_r=sin(alpha_er/2)/(alpha_er/2);

K_skew=sin(alpha_er*c/tau_r)/(alpha_er*c/tau_r);
K_skew=1-(1-K_skew)*Ir/Is;
%
sg_dr=coef_ind_dif_rotor(Nr,p1,c,tau_r,SKW);
%sg_dr=2.6e-2;%1/(K_skew*ni_r^2)-1;

%Coeficiente de amortecimento
D_d=0.92; %
Retirar da figura 6.5, pag 122, Boldea,2010.

%Indutâncias diferenciais
Ld_s=sg_ds0*Ks*D_d*L_lm/Kst;
%L_ds=sg_ds0*D_d*Ks/Kst
Ld_r=sg_dr*Ks*L_lm/Kst;

%%
%Permeância de dispersão de ranhura do estator
%
beta_y=y/tau;
if beta_y>=0.333 && beta_y<=2/3;
    K2=(6*beta_y-1)/4;
end
if beta_y>=2/3 && beta_y<=1;

```

```

    K2=(3*beta_y+1)/4;
end
if beta_y>=1 && beta_y<=2;
    K2=3*(-beta_y+2)/4;
end
K1=0.25+0.75*K2;

switch ranhura_estator
    case 1
        % Tipo 1 - Ranhura quadrada com pesçoço
        P_s=(h1/3*b1)+(h2/b1)+(2*h2/(b1+b2))+(h4/b2);
    case 2
        % Tipo 2 - Ranhura quadrada com cunha
        P_s=(h1/3*b1)+(h2/b3)+(2*h3/(b2+b3))+(h4/b2);
    case 3
        % Tipo 3 - Ranhura Trapezoidal com pesçoço
        P_s=(2*h1*K1/(3*(b1+b3)))+K2*((h4/b2)+(h2/b3)+(3*h3
        /(2*b2+b3)));
    case 4
        % Tipo 4 - Ranhura cilíndrica com pesçoço
        P_s=0.785-b0_s/(2*b1)+(h4/b2);
    case 5
        % Tipo 5 - Ranhura elipsoidal com pesçoço
        P_s= (2*h1*K1/(3*(b1+b3)))+(0.785+(h4/b2)-
        (b2/(2*b3)))*K2;
    case 6
        % Tipo 6 - Ranhura quadrada de dupla camada
        gama_k=1; %
        % diferença angular elétrica entre a corrente do
        % condutor inferior e o superior
        P_s=(1/(K^2+1))*((hsl+(hsu*cos(gama_k)^2))/(3*b1)+(
        hsu/b1)+(hsu*cos(gama_k))/b1)+(h2/b1)+(1+cos(gama_
        k))^2*((h4/b0_s)+(2*h3/(b0_s+b3))));
    case 7
        % Ranhura triangular
        P_s=(1/pi)*(log(((b1/b2)^2-
        1)/(4*b1/b2)))+(((b1/b2)^2+1)/(4*b1/b2))*log(((b1/b
        2)-1)/((b1/b2)+1)))+(b2/h4);
end

```



```

%
%%
%%Permeância de dispersão de ranhura do rotor
%
switch ranhura_rotor
    case 1
        % Tipo 1 - Ranhura quadrada com pescoço

P_r=(h1_r/3*b1_r)+(h2_r/b1_r)+(2*h2_r/(b1_r+b2_r))+
(h4_r/b2_r);
        case 2
            % Tipo 2 - Ranhura quadrada com cunha

P_r=(h1_r/3*b1_r)+(h2_r/b3_r)+(2*h3_r/(b2_r+b3_r))+
(h4_r/b2_r);
        case 3
            % Tipo 3 - Ranhura Trapezoidal com pescoço
            P_r_sup=0;
            P_r_inf=0;
            if gaiola==1

                Ki=(m2*Kw2*W2)/(m*Kw1*(W1/a));
                Ib=Ir/Ki;

                if Ib>5*b2_r*1e3;

P_r=(2*h1_r*K1/(3*(b1_r+b3_r))+K2*((h4_r/(b2_r))+
0.3+(1.12*h_bridge_r*1e3/(Ib^2))));
                    else

P_r=(2*h1_r*K1/(3*(b1_r+b3_r))+K2*((h4_r/(3*b2_r))
));
                    end

                else

P_r=(2*h1_r*K1/(3*(b1_r+b3_r))+K2*((h4_r/b2_r)+(h2
_r/b3_r+(3*h3_r/(2*b2_r+b3_r))));
                    end

        case 4

```

```

    % Tipo 4 - Ranhura cilíndrica com pescoço
    P_r=0.785-b0_r/(2*b1_r)+(h4_r/b2_r);
case 5
    % Tipo 5 - Ranhura elipsoidal com pescoço
    P_r=
(2*h1_r*K1/(3*(b1_r+b3_r)))+(0.785+(h4_r/b2_r)-
(b2_r/(2*b3_r)))*K2;
case 6
    % Tipo 6 - Ranhura quadrada de dupla camada
    gama_k=1; %
    diferença angular elétrica entre a corrente do
    condutor inferior e o superior

P_r=(1/(K^2+1))*((hsl_r+(hsu_r*cos(gama_k)^2))/(3*b
1_r)+(hsu_r/b2_r)+((hsu_r*cos(gama_k))/b2_r)+(h2_r/
b1_r)+(1+cos(gama_k))^2*((h4_r/b0_r)+(2*h3_r/(b0_r+
b3_r)))));
case 7
    % Ranhura triangular
    P_r=(1/pi)*(log(((b1_r/b2_r)^2-
1)/(4*b1_r/b2_r)))+(((b1_r/b2_r)^2+1)/(4*b1_r/b2_r)
)*log(((b1_r/b2_r)-
1)/((b1_r/b2_r)+1)))+(b2_r/h4_r);
case 8
    % Ranhura dupla - superior circular e
    inferior trapesoidal
    %b0_r=4.493e-3/2;
    P_r_sup=0.66+(h4_r/b0_r);

P_r_inf=(2*h1_r*K1/(3*(b4_r+b3_r)))+K2*((h3_r/b2_r)
+(3*h2_r/(2*b2_r+b3_r)));
    P_r=P_r_sup+P_r_inf;
case 9
    % Ranhura dupla - superior trapesoidal e
    inferior trapesoidal
    %b0_r=4.493e-3/2;

P_r_sup=(2*hsup_r*K1/(3*(b1_r+b0_r)))+K2*((h3_r/b2_
r)+(3*h4_r/(2*b0_r+b1_r)));
    P_r_med=h3_r/b2_r;

P_r_inf=(2*h1_r*K1/(3*(b4_r+b3_r)))+K2*((h3_r/b2_r)
+(3*h2_r/(2*b2_r+b3_r)));

```

```

P_r=P_r_sup+P_r_med+P_r_inf;
end

%% Indutância de zig zag
%beta_y=1; % Fator que
depende de b2/g - Figura 5.14, pag 90, Boldea 2010
as=(tau_s-b0_s)/tau_s;
ar=(tau_r-b0_r)/tau_r;
%Indutância de Zig Zag
Pz_s=(5*g*Kc/b0_s)/(5+(4*g*Kc/b0_s))*((3*beta_y+1)/
4);
Pz_r=(5*g*Kc/b0_r)/(5+(4*g*Kc/b0_r))*((3*beta_y+1)/
4);
%
Lz_s1=2*mi0*W1^2*Le*Pz_s/(p1*q);
Lz_r1=2*mi0*W1^2*Le*Pz_r/(p1*q);
%
Lz_s2=L_lm*(pi^2)*(p1^2)*((1
(as*(1+as)*(1-K))/(2*K))/(12*Ns^2);
Lz_r2=L_lm*(pi^2)*(p1^2)*(((Ns^2)/(Nr^2))-
(ar*(1+ar)*(1-K))/(2*K))/(12*Ns^2);
%
Lz_s=(Lz_s1+Lz_s2)/2;
Lz_r=(Lz_r1+Lz_r2)/2;

Pz_s_eq=Lz_s*(p1*q)/(2*mi0*W1^2*Le);
Pz_r_eq=Lz_r*(p1*q)/(2*mi0*W1^2*Le);
%
%%
%Indutância de cabeça de bobina do estator

switch ll
case 1
    % Enrolamento simples de 1 camada com
    cabeça de bobina em duas
    % fileiras
    Pe_s=0.67*(q/Le)*((2*le_s+be)-(0.64*tau));
case 2
    % Enrolamento simples de 1 camada com
    cabeça de bobina em três
    % fileiras
    Pe_s=0.47*(q/Le)*((2*le_s+be)-(0.64*tau));

```

```

    case 3
        % Enrolamento simples de 1 e 2 camadas tipo
corrente
        Pe_s=0.34*(q/Le)*((2*le_s+be)-(0.64*y));
end

%%
%Indutância de cabeça de bobina do rotor
switch Cab_bob_rotor
%
    case 1
        % Enrolamento simples de 1 camada com
cabeça de bobina em duas
        % fileiras
        Pe_r=0.67*(q_r/Ler)*(le_r-(0.64*tau_r));
    case 2
        % Enrolamento simples de 1 camada com
cabeça de bobina em três
        % fileiras
        Pe_r=0.47*(q_r/Ler)*(le_r-(0.64*tau_r));
    case 3
        % Enrolamento simples de 1 e 2 camadas tipo
corrente
        Pe_r=0.34*(q_r/Ler)*(le_r-(0.64*y));
    case 4
        % RGE com aneis de c.c. juntos ao estator

Pe_r=2.3*Dimed*log10(4.7*Dimed/(a_er+(2*b_er)))/(4*
Nr*Le*(sin(pi*p1/Nr))^2);
    case 5
        % RGE com aneis de c.c. separados ao
estator

Pe_r=2.3*Dimed*log10(4.7*Dimed/(2*(a_er+b_er)))/(4*
Nr*Le*(sin(pi*p1/Nr))^2);
end
%%
%Indutância de inclinação de ranhura
K_skew=sin(0.5*pi*SKW*tau_s/tau)/(0.5*pi*SKW*tau_s/
tau);
K_skew=1-(1-K_skew)*Ir/Is;
L_skew=(1-K_skew^2)*L_lm;
Pskew_s=L_skew*(p1*q)/(mi0*(W1^2)*Le);

```

```
Pskew_s1=L_1m/(Ns*Kw1*W1*ns*mi0*Le);
```

```
%pag
```

```
249
```

```
Boldea
```

```
end
```

Anexo C – Indutância Boldea

```

function [L_lm, rs, Lsl, rr, ri, Lrl, Ls_r,
tt]=indutancias_boldea(P_s, P_r, Pz_s, Pz_r,
Pskew_s, Pe_s, Pe_r, P_r_sup, P_r_inf, Ir, Is, SKW,
a0_r, Fz1, Fz2)

load dados.mat
Fz1=1;
Fz2=1;
Is=abs(Is);
Ir= abs(Ir);

% Fator de carter
gama_s=(2*b0_s/g)^2/(5+(2*b0_s/g)); % Relação para
cálculo do fator de Carter
gama_r=
(2*b0_r/g)^2/(5+(2*b0_r/g));%(4/pi)*((b0_r/g)/(tan(
b0_r/g))-log(sqrt(1+(b0_r/g)^2))); % Relação
para cálculo do fator de Carter

Kc_s=tau_s/(tau_s-(gama_s*g/2)); %Fator de
Carter para o estator
Kc_r=tau_r/(tau_r-(gama_r*g/2)); %Fator de
Carter para o estator
Kc=Kc_s*Kc_r; %Fator de
Carter médio
K=1/Kc;
%a0_r*100

%Cálculo de indutância de magnetização pelas
harmônicas
for ni=3:2:21
Ky_ni=sin(ni*y*pi/4);
Kq_ni=sin(ni*pi/6)/(q*sin(ni*pi/(6*q)));

L_mni(ni)=4*mi0*((Wl/a)*Kq_ni*Ky_ni)^2*Le*tau/(pi^2
*ni^2*p1*g*Kc*Ks_ni);
end
Lni=0;
for ii=1:11 Lni=L_mni(ii)+Lni; end

```

```

%Indutância de magnetização própria do estator
L_11m=4*mi0*(W1*Kq*Ky)^2*Le*tau_s/(pi^2*p1*g*Kc*Ks)
;

%Indutância de magnetização própria do rotor
L_22m=4*mi0*(W2*Kq_r*Ky_r)^2*Ler*tau_r/(pi^2*p1*g*Kc*Ks);

%Indutância de magnetização
L_lm=6*mi0*((W1/a)*Kq*Ky)^2*Le*tau/(pi^2*p1*g*Kc*Ks)+Lni;
%
%%
% Calculo dos fatores de saturacao
%%
% Coeficiente do estator para Indutância
diferencial
sg_ds0=coef_ind_dif_estator(q,(y/tau));
%
% % Coeficiente do rotor para Indutância
diferencial
    alpha_er=2*pi*p1/Nr;
% Defasamento angular elétrico de cada ranhura
    ni_r=sin(alpha_er/2)/(alpha_er/2);

K_skew=sin(0.5*pi*SKW*tau_s/tau)/(0.5*pi*SKW*tau_s/tau);
    K_skew=1-(1-K_skew)*Ir/Is;
%
sg_dr=coef_ind_dif_rotor(Nr,p1,c,tau_r, SKW);

%Coeficiente de amortecimento
D_d=0.92;
% Retirar da figura 6.5, pag 122, Boldea,2010.

%Indutâncias diferenciais
Ld_s=sg_ds0*Ks*D_d*L_lm/Kst;
%L_ds=sg_ds0*D_d*Ks/Kst
Ld_r=sg_dr*Ks*L_lm/Kst;

Ld_s=Fz1*Ld_s;
Ld_r=Fz2*Ld_r;

```

```

%%
%Indutância de dispersão de ranhura por fase
Ls_s=2*mi0*(W1^2)*Le*P_s/(p1*q);

%%
%Indutância de dispersão de ranhura do rotor
if gaiola==1
    if doublecage==1
        Ls_r_sup=mi0*lb*P_r_sup;
        Ls_r_inf=mi0*lb*P_r_inf;
    else
        Ls_r=mi0*lb*P_r;
    end
else
    Ls_r=2*mi0*(W2^2)*lb*P_r/(p1*q);
end

%% Indutância de zig zag

as=(tau_s-b0_s)/tau_s;
ar=(tau_r-b0_r)/tau_r;
%Indutância de Zig Zag Alger
Lz_s1=2*mi0*W1^2*Le*Pz_s/(p1*q);
Lz_r1=2*mi0*W1^2*Le*Pz_r/(p1*q);
%%Indutância de Zig Zag Boldea
Lz_s2=L_lm*(pi^2)*(p1^2)*(1 -
(as*(1+as)*(1-K))/(2*K))/(12*Ns^2);
Lz_r2=L_lm*(pi^2)*(p1^2)*(((Ns^2)/(Nr^2))-
(ar*(1+ar)*(1-K))/(2*K))/(12*Ns^2);
%Indutância final
Lz_s=(Lz_s1+Lz_s2)/2;
Lz_r=(Lz_r1+Lz_r2)/2;
%
%%
%Indutância de cabeça de bobina do estator
Le_s=2*mi0*(W1^2)*(2*(2*le_s+be))*Pe_s/(p1*q);
%"Boldea"
%
Le_s1=4*m*q*W1^2*mi0*le_s*Pe_s/Ns;
%Puhören, pag 247
%
```



```

%%
% Indutância de cabeça de bobina do rotor

if gaiola==1
    Le_r=mi0*(pi*Dimed/Nr)*Pe_r;
else
    Le_r=2*mi0*(W2^2)*Le*Pe_r/(p1*q_r);
end
%%
%Indutância de inclinação de ranhura
    L_skew=(mi0*W1^2*Le)*Pskew_s/(p1*q);

%%

% Resistência por fase do estator
Kr=1.1; % Relação entre a
resistência AC e a resistência DC
Wa=W1/a; % Número de espiras
por fase em cada caminho paralelo do estator
% Resistência por fase
rs=ro_cu*lc*Wa*Kr/(a*Acond);
%
%%
% Resistência por fase das barras de uma gaiola de
esquilo
if gaiola==1
    if doublecage==1
        % Resistência
        rr_sup=ro_al*lb/Ab_sup; %
Resistência da barra de curto circuito superior
        rr_inf=ro_al*lb/Ab_inf; %
Resistência da barra de curto circuito superior
        ri=2*ro_al*li/Ai; %
Resistência do anel de curto circuito
        ri = ri/(2*(sin(pi*p1/Nr))^2);

        % Indutância
        Le_r= Le_r/(2*(sin(pi*p1/Nr))^2); %
Indutância do anel de CC do RGE corrigida

        % Equivalência

```

```

Zr_eq=(rr_sup+j*Ls_r_sup)*(rr_inf+j*Ls_r_inf)/((rr_
sup+j*Ls_r_sup)+(rr_inf+j*Ls_r_inf));
    rb=real(Zr_eq);
    Ls_r=imag(Zr_eq);

    else
        % Resistência
        rb=ro_al*lb/A_bar; %
Resistência da barra de curto circuito
        ri=2*ro_al*li/Ai; %
Resistência do anel de curto circuito (multiplicada
por 2 porque são dois segmentos de anel por
barra)
        ri = ri/(2*(sin(pi*p1/Nr))^2);

        % Indutância
        Le_r= Le_r/(2*(sin(pi*p1/Nr))^2); %
Indutância do anel de CC do RGE corrigida
    end
else
    Wa_r=W2/a_r;
    rr=ro_cu*lc_r*Wa_r*Kr/(a*Acond_r);
    ri=0;
end
%
%%
% Indutância total de dispersão do estator
Lsl=(Ld_s+Lz_s)+(Ls_s)+Le_s;

%%
%Referindo grandezas ao estator
Kw2=K_skew;
% Fator de enrolamento do rotor- para RGE
Kw2=K_skew
Ki=(m2*Kw2*W2)/(m*Kw1*W1);
% Para rotores gaiola de esquilo
if doublecage==1
%
    % Indutância total de dispersão do rotor
    Lrl=(Ld_r+Lz_r)+(L_skew);

```

```

    rr=rb*12*(Kw1^2)*(W1^2)/(Nr*K_skew^2);
% Resistência da barra de curto-circuito referida
ao estator
    ri=ri*12*(Kw1^2)*(W1^2)/(Nr*K_skew^2);
% Resistência do anel de curto-circuito referida ao
estator
    Ls_r=Ls_r*12*(Kw1^2)*(W1^2)/(Nr*K_skew^2);
% Indutância da barra de curto-circuito referida ao
estator
    Le_r=Le_r*12*(Kw1^2)*(W1^2)/(Nr*K_skew^2);
% Indutância da barra de curto-circuito referida ao
estator

    %Indutância de dispersão do rotor sem a adição
da barra e do anel de curto-circuito
    Lrl=Ld_r+Lz_r+L_skew+Le_r;
%
else
    if gaiola ==0
        % Para rotores bobinados
        rr=rr*m2/(m*Ki^2);
        Ls_r=Ls_r*m2/(m*Ki^2);
        Le_r=0;
        % Indutância de dispersão do rotor sem a
adição da barra e do anel de curto-circuito
        Lrl=(Ld_r+Lz_r)+(L_skew)+Le_r;
    else
        % Para RGE
        rr=rb*12*(Kw1^2)*(W1^2)/(Nr*K_skew^2);
% Resistência da barra de curto-circuito referida
ao estator
        ri=ri*12*(Kw1^2)*(W1^2)/(Nr*K_skew^2);
% Resistência do anel de curto-circuito referida ao
estator
        Ls_r=Ls_r*12*(Kw1^2)*(W1^2)/(Nr*K_skew^2);
% Indutância da barra de curto-circuito referida ao
estator
        Le_r=Le_r*12*(Kw1^2)*(W1^2)/(Nr*K_skew^2);
% Indutância da barra de curto-circuito referida ao
estator

```

```
        % Indutância de dispersão do rotor sem a
adição da barra e do anel
        % de curto-circuito
        Lrl=(Ld_r+Lz_r)+(L_skew)+Le_r;
    end
end
if doublecage==1
    tt=[Ld_r, Lz_r, L_skew, Ls_r_sup, Ls_r_inf,
Le_r, Ls_r];
else
    tt=[Ld_r, Lz_r, L_skew, Ls_r, Le_r, Ls_r];
end
end
```

Anexo D – Modelo por fase

```

function [Ir, Is, Im, Kr, Kx] =
modelo_monofasico_torrent (s, Ir, Is, Im, L_lm, rs,
Lsl, rr, ri, Lrl, Lbe)
% Versão com saturação de dentes por Boldea 2010

load dados.mat

% Programa para modelagem de um MI Trifasico
% Parâmetros do circuito monofásico equivalente

    rs=rs*(1+(Kt_r-1)*(1-s));           % Correção da
resistência do estator pela temperatura
    xls = Lsl*2*pi*f;                   % Reatancia do
Estator
    r2 = rr;                             % Resistencia do
Rotor
    x2 = Lrl*2*pi*f;
    xbe = Lbe*2*pi*f;                   % Reatancia do
Rotor
    xml =L_lm*2*pi*f;                   % Reatancia de
magnetizacao

% Dados mecânicos calculados
n_sync = 120*f/(2*p1);                  % Velocidade
Sincrona (RPM)
w_sync = n_sync*pi/30;                  % Velocidade
Sincrona (rad/s)
%
    [Kx,Kr]=efeitoskin(s,Ir,tipo_rotor);

%Correção aproximada da indutância de magnetização
para saturação
    xm=xml;%+5*xm1*(s(ii))/3;

% Correção das indutâncias do rotor pelo efeito
skin
    rr=(r2*Kr+ri)*(1+(Kt_r-1)*(1-s));
    xlr=x2+xbe*Kx;

% Definindo as impedâncias

```

```

    Z0=((1/rc)+(1/(j*xm))+(1/rmec))^-1;           %
Impedancia de magnetizacao
    Z1=(j*xls)+rs+rad;                           %
Impedancia do Estator
    Z2 = (rr/s) + j*xlr;                         %
Impedancia do Rotor

% Tensao e impedancia de Thevenin
    v_th = V * ( Z0 / sqrt(Z0^2 + Z1^2) );
    z_th = (Z0 * Z1) / (Z0+Z1);
    r_th = real(z_th);
    x_th = imag(z_th);

%
t_ind = (3 * v_th^2 * rr / s) / ...
        (w_sync * ((r_th + rr/s)^2 + (x_th +
xlr)^2) ); % Torque induzido
%
Zeq = Z1+(Z0*Z2/(Z0+Z2));                       % Impedancia
equivalente

    Is = V/Zeq;                                  % Corrente estator
    E = (V - Is*Z1);                             % Tensao sobre o ramo
de magnetizacao
    Im=E/Z0;                                      % Corrente de
magnetização
    Ir=Is-Im;
% Cálculo de perdas
    Pj1=3*rs*abs(Is)^2;
    Pj2=3*rr*abs(Ir)^2;
    Pnucleo = 3*(abs(E)^2)/rc ;                  % Perdas no
nucleo
    FP = cos(atan(imag(Zeq)/real(Zeq))); % Fator de
potência do motor
    FP;
    Pin = 3*V*abs(Is)*FP;                        % Potencia
de Entrada
    Pcu_est = 3*(abs(Is)^2)*rs;                 % Perdas no
cobre do estator
    Pad=abs(Is)^2*rad;                          % Perdas
adicionais
    PAG = Pin - Pcu_est - Pnucleo-Pad;          % Potência
no entreferro

```

```
tind_J = PAG/(w_sync);           % Torque
induzido Jean                    % Torque
Pconv = (1-s)*PAG;              % Potencia
convertida                       % Potencia

Prot_nominal=abs(E)^2/rmec;

Prot=Prot_nominal*(1-exp(-10*(1-s)));

Protor=0;%Ir*rr/s;

Pout= Pconv - Prot-Protor;      % Potencia de
saida

t_out = Pout/((1-s)*w_sync); % Torque na carga

rend = Pout/Pin;

end
```

Anexo E – Parâmetro saturados

```

function [Ps_rt_sat, Ps_st_sat, P_zs_sat, P_zr_sat,
Ps skew_s_sat, Ps skew_r_sat, phi_AB_sat,
b0_bridge]=parametros_saturados (Is, Ir, Im,
Ps skew_s, C_ms, Csk_s, Cz_s, Cz_r, C_st, phi_AB)

load dados.mat
run Curva_BH

Is=abs(Is);
Ir= abs(Ir);
Im=abs(Im);

% Cálculo da região de saturação do dente do
estator (distância por onde passa o fluxo Fig 9.29
Boldea 2010)

    % Força mangeto-motriz de uma ranhura do
rotor
    if gaiola==1
        Ib=Ir*2*m*(W1/a)*Kw1/Nr;
        FMM_r=Ib*(2^0.5);
    else
        nc_r=W2/(p1*q_r);           % Número de
condutores na ranhura do rotor
        Ki=(m2*Kw2*W2)/(m*Kw1*(W1/a));
        Ir=Ir/Ki;
        FMM_r=nc_r*Ir*2^0.5;
    end

    % Força mangeto-motriz de uma ranhura do
estator
    FMM_s=sqrt(2)*ns*Is;
    switch ranhura_estator
        case {1,2,3,6}
            l_AB=((tau_s-
b0_s)/2)^2+(h3+h4)^2)^0.5;
        case {4,5,7}
            l_AB=((tau_s-
b0_s)/2)^2+(h4)^2)^0.5;
    end

```



```

%%
% Calculando a densidade de fluxo inicial
(chute)
B0=phi_AB/(l_AB*Le);

if B0>3
    B0=3;
end

% Resetando o erro
erro_B0=1000;

while abs(erro_B0)>1e-3
    H_ts=interpl(B,H,B0,'spline');
    B1=B0 -( mi0*h4*(H_ts*(tau_s-
b0_s))/(b0_s*C_st*l_AB));
    erro_B0=B1-B0;
    B0=B0+(erro_B0/10);
end

% Testando metodologia 1

h4_s=B1/(mi0*(abs(FMM_s)/(b0_s*C_st*l_AB)));

Ps_st_sat=((h4_s/b2)+(h2/b3)+(3*h3/(2*b2+b3)));
phi_st_sat = mi0*FMM_s*Le*Ps_st_sat;
phi_AB_sat=phi_st_sat/C_st;

%phi_AB_sat=l_AB*Le*B1;

% Fluxos saturados
phi_ms_sat=C_ms*(2*phi_AB_sat);

phi_sks_sat=Csk_s*(2*phi_AB_sat);

phi_zs_sat=Cz_s*(phi_AB_sat);

phi_st_sat=C_st*(phi_AB_sat);
%
% Permeâncias saturadas do estator

```

```

P_zs_sat=phi_zs_sat/(FMM_s*mi0*Le);

Pskew_s_sat=phi_sks_sat/(FMM_s*mi0*Le);

%% Fator de saturação para o rotor
if gaiola==1
    % Zerando as variáveis do processo
iterativos
    H_tr=0;
    B3=0;
    B2=0;
    hn=0;
    bn=0;
    B_bridge=0;

    % Selecionando altura da área de ponte
(total)
    switch ranhura_rotor
        case {1,2,3,6}
            h_bridge=(h3_r+h4_r);
        case {4,5,7}
            h_bridge=h4_r;
        case {8,9}
            h_bridge=h4_r+h_bridge_r;
    end

    % Selecionando largura da área de
ponte (total)
    switch ranhura_rotor
        case {1,8,9}
            b_bridge=(b1_r);
        case {2,3,6}
            b_bridge=b3_r;
        case {4,5,7}
            b_bridge=b2_r;
    end

b0_bridge=(b_bridge)/((2*nseg_bridge)+1);

```

```

                                % Permeabilidade estimada da ranhura
sem saturação

Ps_rt=((h_bridge_r/b0_bridge));%+(2*h3_r/(b2_r+b3_r
));

                                % Densidade de fluxo inicial pela ponte
B0_bridge=FMM_r*mi0/(b0_bridge);

while B0_bridge>2
    b0_bridge=b0_bridge*1.005;
    B0_bridge=FMM_r*mi0/(b0_bridge);
end

B_bridge(1)=B0_bridge;
hn=0;

switch tipo_rotor
case 1
    % Altura dos segmentos adaptada
para ranhuras do rotor 1

                                % Calculando altura dos segmentos
da ponte
    hn(1)=h_bridge_r;

    for ii=2:nseg_bridge
        if b0_bridge+(b_bridge*(ii-
1)/(nseg_bridge))<b2_r
            hn(ii)= h_bridge_r;
        else
            hn(ii)= h4_r;
        end
    end
case 2
    % Calculando altura dos segmentos
da ponte

        if b0_bridge<b0_r
            hn1=0;
        else

```

```

                                if b0_bridge<b1_r
                                hnl=(b0_bridge-
b0_r)*h4_r/(b1_r-b0_r);
                                else
                                hnl=h4_r;
                                end
                                end
                                hn(1)=h_bridge_r+hnl;

                                % Altura dos segmentos adaptada
para ranhuras do rotor 3
                                for ii=2:nseg_bridge
                                if b0_bridge+(b_bridge*(ii-
1)/(nseg_bridge))<b0_r
                                hn(ii)= h_bridge_r;
                                else
                                hn(ii)=
h_bridge_r+hnl+((h4_r-hnl)*(ii)/nseg_bridge);
                                end
                                end

                                case 3
                                % Calculando altura dos segmentos
da ponte
                                if b0_bridge<b2_r
                                hnl=0;
                                else
                                if b0_bridge<b3_r
                                hnl=(b0_bridge-
b2_r)*h3_r/(b3_r-b2_r);
                                else
                                hnl=h3_r;
                                end
                                end
                                hn(1)=h_bridge_r+hnl;

                                % Altura dos segmentos adaptada
para ranhuras do rotor 3
                                for ii=2:nseg_bridge
                                if b0_bridge+(b_bridge*(ii-
1)/(nseg_bridge))<b2_r
                                hn(ii)= h_bridge_r;

```

```

        else
            hn(ii)=
h_bridge_r+hn1+((h3_r-hn1)*(ii)/nseg_bridge);
        end
    end
end

erro_FMM_bridge= 1000;
FMM_r2=0;

while abs(erro_FMM_bridge)>1e-3

    for ii=2:nseg_bridge

B_bridge(ii)=B_bridge(1)*hn(1)/hn(ii);
        end

        H_bridge_total=0;
        H_bridge=0;
        H_bridge(1)=B_bridge(1)/mi0;

%H_bridge(1)=interp1(B,H,B0_bridge,'spline');

        for ii=2:nseg_bridge

H_bridge(ii)=interp1(B,H,B_bridge(ii),'spline');

H_bridge_total=H_bridge_total+H_bridge(ii);

        end

        FMM_bridge=b0_bridge*H_bridge(1);

        for ii=2:nseg_bridge

FMM_bridge=FMM_bridge+(2*H_bridge(ii)*(b_bridge-
b0_bridge)/(2*nseg_bridge));
        end

        erro_FMM_bridge=FMM_r-FMM_bridge;

```

```

        if abs(erro_FMM_bridge)>1e-3

FMM_r2=FMM_r2+(erro_FMM_bridge/2);
        end

        B_bridge(1)=FMM_r2*mi0/(b0_bridge);
        B0_bridge=B_bridge(1);
    end

    for ii=2:nseg_bridge
        %AA=(2*((b_bridge-
b0_bridge)/(nseg_bridge-
1))*B_bridge(ii)/(hn(ii)*mi0*H_bridge(ii)));
        AA=AA+((b_bridge-
b0_bridge)/(nseg_bridge-
1))*H_bridge(ii)*mi0/(hn(ii)*B_bridge(ii));
    end

Ps_rt_sat=((b0_bridge*B_bridge(1)/(hn(1)*mi0*H_brid
ge(1))+AA)^(-1);

P_zr_sat=phi_zs_sat*(Ns/Nr)/(FMM_s*mi0*Le);

        Pskew_r_sat=Pskew_s_sat*(Ns/Nr);

    else
        % Saturação do rotor - Cabeça do rotor
        não saturada em condições nominais

Ps_rt_sat=phi_st_sat*(Ns/Nr)/(FMM_s*mi0*Le);

P_zr_sat=phi_zs_sat*(Ns/Nr)/(FMM_s*mi0*Le);

        Pskew_r=Pskew_s*(Ns/Nr);
        %% Cálculo da região de saturação do
        dente do rotor (distância por onde passa o fluxo
        Fig 9.29 Boldea 2010)

```

```

% Saturação do rotor - Cabeça do rotor
saturada em condições nominais

switch ranhura_rotor
    case {1,2,3,6}
        l_DE=((tau_r-
b0_r)/2)^2+(h3_r+h4_r)^2)^0.5;
    case {4,5,7,8}
        l_DE=((tau_r-
b0_r)/2)^2+(h4_r)^2)^0.5;
    end

phi_l=(phi_AB_sat-phi_st_sat)*Ns/Nr;

B2=(mi0*h4_r*(abs(FMM_r)/(b0_r*l_DE)))+(1/(lb*l_DE
))*phi_l);

if B2>2.8
    B2=2.8;
end

erro_B2=100;

while abs(erro_B2)>1e-4
    H_tr=interp1(B,H,B2,'spline');

B3=(1/(Ler*l_DE))*((phi_l)+(mi0*h4_r*Ler*(FMM_r-
H_tr*(tau_r-b0_r))/(b0_r)));
    erro_B2=B3-B2;
    B2=B2+(erro_B2/10);
end

% Fluxos do rotor saturado

H20=B2/mi0;

phi_rt_sat=mi0*H20*h4_r*Le;

phi_DE=phi_l+phi_rt_sat;

```

```
B20=phi_rt_sat/(h4_r*Le);
```

```
b20=FMM_r/(H20);
```

```
Ps_st_sat=phi_rt_sat/(FMM_r*mi0*lb);
```

```
Pskew_r_sat=Pskew_s_sat*(Ns/Nr);
```

```
b0_bridge=b20;
```

```
end
```

```
end
```


Anexo F –Efeito skin

```

function [Kx,Kr]=efeitoskin(S,Ir_skin,tipo_rotor)
%
load dados.mat
%
d_cond=2*(Acond/pi)^0.5;
sig_al=1/ro_al; %
Conductividade elétrica do alumínio
bc= b1*0.95; % Espessura
do condutor dentro da ranhura

beta=sqrt(S*w*mi0*sig_al*bc/(2*b1)); % Inverso
da prof. de penetração de campo mag.
eps=beta*h1; %
Coeficiente de permeabilidade
%

switch skin
case 1
    % Efeito skin - Condutor único em ranhura
    retangular
    %

    Kr=eps*(sinh(2*eps)+sin(2*eps))/(cosh(2*eps)-
    cos(2*eps)); % Fator de correção devido ao
    efeito skin para a resistência
    Kx=(3/(2*eps))*(sinh(2*eps)-
    sin(2*eps))/(cosh(2*eps)-cos(2*eps)); % Fator de
    correção devido ao efeito skin para a indutância
    %
case 2
    % Efeito skin - Condutor múltiplo em
    ranhura retangular - conexão série
    %
    b=b1/n*0.3;
    % Espessura do isolante entre isolante no sentido
    da abertura da ranhura

    beta_n=sqrt(S*2*pi*f*mi0*sig_al*2*b*n/(2*b1));
    % Inverso da prof. de penetração de campo mag.
    eps_n=beta_n*h1;

```

```

% Coeficientes de permeabilidade
%

fi_r=eps_n*(sinh(2*eps_n)+sin(2*eps_n))/(cosh(2*eps
_n)-cos(2*eps_n));
psi_r=2*eps_n*(sinh(2*eps_n)-
sin(2*eps_n))/(cosh(2*eps_n)-cos(2*eps_n));
%
fi_l=(3/(2*eps_n))*(sinh(2*eps_n)-
sin(2*eps_n))/(cosh(2*eps_n)-cos(2*eps_n));

psi_l=(1/eps_n)*(sinh(2*eps_n)+sin(2*eps_n))/(cosh(
2*eps_n)+cos(2*eps_n));
%
if gama==0
% Para m layers com corrente de mesma
fase gama
Kr=fi_r+((m^2+1)/3)*psi_r;
% Fator de correção devido ao efeito skin para a
resistência - m layers
Kx=fi_l+((m^2-1)/m^2)*psi_l;
% Fator de correção devido ao efeito skin para a
indutância - m layers
%
else
% Para m layers com correntes de fase
diferente
Kr=fi_r+((m^2*(5+3*cos(gama))/24-
(1/3))*psi_r; % Fator de correção
devido ao efeito skin para a resistência - m layers
Kx=fi_l+((m^2*(5+3*cos(gama))/(8*m^2))-
(1/m^2))*psi_l; % Fator de correção devido ao
efeito skin para a indutância - m layers
end
%
case 3
%
% Efeito skin - Condutor múltiplo em
ranhura retangular - conexão paralela
b=b1/n*0.3;
% Espessura do isolante entre isolante no sentido
da abertura da ranhura

```

```

beta_n=sqrt(S*2*pi*f*mi0*sig_al*2*b*n/(2*b1));
% Inverso da prof. de penetração de campo mag.
eps_n=beta_n*h1;

% Coeficientes de permeabilidade
%

fi_r=eps_n*(sinh(2*eps_n)+sin(2*eps_n))/(cosh(2*eps
_n)-cos(2*eps_n));
psi_r=2*eps_n*(sinh(2*eps_n)-
sin(2*eps_n))/(cosh(2*eps_n)-cos(2*eps_n));
%
fi_l=(3/(2*eps_n))*(sinh(2*eps_n)-
sin(2*eps_n))/(cosh(2*eps_n)-cos(2*eps_n));

psi_l=(1/eps_n)*(sinh(2*eps_n)+sin(2*eps_n))/(cosh(
2*eps_n)+cos(2*eps_n));
%
if gama==0
% Para m layers com corrente de mesma
fase gama
Kr=fi_r+((m^2+1)/3)*psi_r;
% Fator de correção devido ao efeito skin para a
resistência - m layers
Kx=fi_l+((m^2-1)/m^2)*psi_l;
% Fator de correção devido ao efeito skin para a
indutância - m layers
%
else
% Para m layers com correntes de fase
diferente
Kr=fi_r+((m^2*(5+3*cos(gama))/24-
(1/3))*psi_r; % Fator de correção
devido ao efeito skin para a resistência - m layers
Kx=fi_l+((m^2*(5+3*cos(gama))/(8*m^2))-
(1/m^2))*psi_l; % Fator de correção devido ao
efeito skin para a indutância - m layers
end
%
if f<100 && d_cond<2.5e-3
Kr=1;
Kx=1;

```

```

else
    b=bc;
% Espessura do condutor no sentido de abertura da
ranhura
    nc=58;
% Número de condutores em uma ranhura
    Krad
=w^2*mi0^2*ro_cu^2*bc^2*h^4*Le*nc^2*(1+cos(gama))^2
/(b1^2*(lc/nc)*4); % Resistência adicional devido à
existência de condutores em paralelo (usualmente
<0.1)
    Kr=Kr*Le/(lc/nc)+Krad;
% Fator de correção devido ao efeito skin para a
resistência - m layers
end
%
case 4
    % Efeito pele pela aproximação multilayer
    % Inicialização de variáveis

    % Zerando as variáveis par utilização no
cálculo dos coeficientes
    Pdc=0;
    Pac=0;
    Rp=0;
    Lp=0;
    Ip=0;
    A=0;
    B=0;
    Ipdc=0;
    %
    Ki=(m2*Kw2*W2)/(m*Kw1*W1/a);
    Ir_skin;
    Ib=Ir_skin/Ki;
    %
    for ii=1:n
        Lp(ii)=mi0*Le*h(ii)/b(ii);
        Rp(ii)=(1/sig_al)*(Le/(b(ii)*h(ii)));
        if ii==1
            I(ii)=Ib/n;
        else
            I(ii)=(Rp(ii-1)/Rp(ii))*I(ii-
1)+(j*(S*w*Lp(ii-1))*Ip/Rp(ii));

```

```
        end
        Ip=Ip+I(ii);
    end

    % Correção da corrente da barra
    I=I*Ib/abs(Ip);
    Ip=0;

    for ii=1:n
        Ip=Ip+I(ii);
        A=A+(Lp(ii)*abs(Ip)^2);
        Pac=Pac+(abs(I(ii)))^2*Rp(ii);
    end

    for ii=1:n
        Idc(ii)=abs(Ip)*b(ii)*h(ii)/A_bar;
        Pdc=Pdc+Idc(ii)^2*Rp(ii);
        Ipdc=Ipdc+Idc(ii);
        B=B+(Lp(ii)*Ipdc^2);
    end
    %
    Kr=Pac/Pdc;
    Kx=A/B;
end
```

Anexo G – Força magneto motriz no motor

```

function [phi_ts, phi_tr]=FMM (Is, Ir, Im,
Kc,FMM_sks)

load dados.mat

run Curva_BH.m

% Altura total da ranhura do estator
switch ranhura_estator
    case {1, 2, 3}
        % Tipo 1 - Ranhura quadrada com
pesçoço
        hs=h1+h2+h3+h4;
    case 4
        % Tipo 2 - Ranhura quadrada com
cunha
        hs=h4+b1;
    case 5
        % Tipo 3 - Ranhura Trapezoidal com
pesçoço
        hs=h4+(b3/2)+(b1/2)+h1;
    case 6
        % Tipo 4 - Ranhura cilindrica com
pesçoço
        hs=h3+h4+h1;
    case 7
        % Tipo 5 - Ranhura elipsoidal com
pesçoço
        hs=h4+h1;
end

% Altura total da ranhura do estator
switch ranhura_rotor
    case {1, 2, 3}
        % Tipo 1 - Ranhura quadrada com
pesçoço
        hr=h1_r+h2_r+h3_r+h4_r;

```

```

        case 4
            % Tipo 2 - Ranhura quadrada com
cunha
            hr=h4_r+b1_r;
        case 5
            % Tipo 3 - Ranhura Trapezoidal com
pesçoço
            hs_r=h4_r+(b3_r/2)+(b1_r/2)+h1_r;
        case 6
            % Tipo 4 - Ranhura cilíndrica com
pesçoço
            hr=h3_r+h4_r+h1_r;
        case 7
            % Tipo 5 - Ranhura elipsoidal com
pesçoço
            hr=h4_r+h1_r;
        case 8
            % Tipo 6 - Ranhura quadrada de
dupla camada
            hr=h1_r+h2_r+h3_r+h4_r+b1_r;
        case 9
            % Ranhura triangular

hr=h1_r+h2_r+h3_r+h4_r+h_bridge_r+hsup_r;
        end

% Comprimento da culatra do estator
h_cs=(De-Di-(2*hs))/2;
% Comprimento da culatra do rotor
h_cr=(Di-(2*g)-(2*hr)-Deixo)/2;

% FMM no entreferro para o caso ideal (sem
saturação)
FMM_lm=3*sqrt(2)*Wl*Kwl*Im/(pi*p1);

FMM_lm=(FMM_lm^2+FMM_sks^2)^0.5;

% Força magnetomotriz amortecida no entereferro
FMM_g30=FMM_lm*cos(pi/6);
%%
% Densidades de campo magnético

```

```

% Densidade de fluxo magnético para o
entreferro ideal
Bglm=mi0*FMM_lm/(Kc*g);

% Densidade de campo máxima no enteferro
Bgm=Bglm*(cos(pi/6));

% Densidade de campo na culatra da estator
Bcsm=0.5*Di*Bglm/(p1*h_cs);

% Densidade de campo na culatra da rotor
Bcrm=0.5*Di*Bglm/(p1*h_cr);

% Densidade média de campo na culatra da
estator
Bcsm=Bcsm*(1+(4*cos(pi/3))+cos(pi/6))/6;

% Densidade média de campo na culatra da rotor
Bcrm=Bcrm*(1+(4*cos(pi/3))+cos(pi/6))/6;

% Densidade de campo no dente do estator
Bts=pi*Di*Bgm/(Ns*bt_s);

% Densidade de campo na culatra da rotor
Btr=pi*(Di-2*g)*Bgm/(Nr*bt_r);
%%
% Campos magnéticos

% Campo na culatra da estator
Hcsm=interp1(B,H,Bcsm,'cubic');

% Campo na culatra da rotor
Hcrm=interp1(B,H,Bcrm,'cubic');

% Campo no dente do estator
Hts=interp1(B,H,Bts,'cubic');

% Campo na culatra da rotor
Htr=interp1(B,H,Btr,'cubic');

```



```

%%
% Fluxos magnéticos

% Fluxo magnético no entreferro por polo
phi_g=Bg1m*pi*Di/(2*p1);

% Fluxo magnético no dente do estator
phi_ts = Bts*bt_s*Le;

% Fluxo magnético no dente do rotor
phi_tr = Btr*bt_r*Le;

%%
% Comprimento médio da culatra do estator
l_csav=(2/3)*pi*(De-h_cs)/(2*p1);

% Comprimento médio da culatra do rotor
l_crav=(2/3)*pi*(De-h_cr)/(2*p1);

% Forças magnetomotrizes
% Força magnetomotriz da culatra do estator
FMM_cs=l_csav*Hcsm;

% Força magnetomotriz da culatra do estator
FMM_cr=l_crav*Hcrm;

% Força magnetomotriz do dente do estator
FMM_ts=hs* Hts;

% Força magnetomotriz do dente do rotor
FMM_tr=hr* Htr;

% Força magnetomotriz não amortecida no
entereferro
F_g=FMM_g30-FMM_ts-FMM_tr-(FMM_cs/2)-
(FMM_cr/2);

% Fatores de saturação
% FMM_g=2*F_g+(2*FMM_ts)+(2*FMM_tr)+FMM_cs+FMM_cr;

```

```
% Fator de saturação da indutância de
magnetização
Kts=1+((2*FMM_ts)+(2*FMM_tr))/(2*F_g);
Kcs=1+((FMM_cs)+(FMM_cr))/(2*F_g);
Ks=FMM_g30/(2*F_g);

end
```