

9. Um trem, com a velocidade de 60 km/h vence certa distância em 2 h 15 m. Em que tempo venceria a mesma distância com a velocidade de 72 km/h?
10. Um trem, com a velocidade de 80 km/h venceu certa distância em 1 h 36 m. Em que tempo venceria a mesma distância com a velocidade de 50 km/h?
11. 18 operários levaram 35 dias para executar certa obra; em quantos dias 21 operários executariam a mesma obra?
12. 24 operários levaram 45 dias para executar certa obra; em quantos dias 32 operários executariam a mesma obra?
13. Duas polias, de 84 cm e 56 cm de diâmetro, respectivamente, estão ligadas por uma correia de transmissão. Quantas voltas dá a menor enquanto a maior dá 360 voltas?
14. O gás, encerrado num recipiente, ocupa sob uma pressão de 6 kg por centímetro quadrado, um volume de 180 cm³. A que volume se reduzirá esse gás sob a pressão de 84 kg/cm²?
15. O gás encerrado num recipiente, tem, sob uma pressão de 8,5 kg/cm², um volume de 250 cm³. A que volume se reduziria esse gás, se elevássemos a pressão a 13 kg/cm²?
16. Para fazer uma cerca, de comprimento dado, são necessários, 80 postes, colocados a 2,5 m de distância. Quantos postes serão necessários se o espaçamento for de 2 m?
17. Para fazer uma cerca, de comprimento dado, são necessários 150 postes, colocados a 1 m de distância. Quantos postes serão necessários se o espaçamento for de 2,7 m?
18. Quer-se levantar, com uma alavanca de 2 m uma pedra de 540 kg. Que força se precisa exercer na extremidade da potência, sabendo que esta se acha a 1,6 m do apoio?
19. Com uma alavanca de 2,5 m de comprimento, quer-se levantar uma pedra de 620 kg. Que força se deve exercer na extremidade da potência, sabendo que o apoio está a 50 cm da resistência?
20. Uma certa provisão dá para alimentar 68 homens durante 25 dias; durante quanto tempo a mesma provisão sustentaria 85 homens?
21. Uma certa provisão dá para alimentar 104 homens durante 40 dias; durante quanto tempo a mesma provisão sustentaria 65 homens?
22. As descargas de duas torneiras estão na razão 9:20. A menor enche um tanque em 4 h 30 m; em quanto tempo a maior en-

23. As descargas de duas torneiras estão na razão 5:12. A menor enche um tanque em 3 h 30 m; em quanto tempo a maior encheria o mesmo tanque?
24. 30 operários gastam 12 dias de 8 horas para fazerem 52 m de muro. Quantos dias de 9 horas, gastarão 25 operários para fazerem 39 m de um muro igual?
25. Se 16 colonos gastaram 15 dias de 9 horas para apanhar 10 toneladas de café, quantos dias de 8 horas, gastarão 18 colonos, para, nas mesmas condições, apanhar 30 toneladas?
26. Calcular o valor de 1 dolar, sabendo-se que 8 dólares valem 192 francos, 90 francos valem 1 libra, 1 libra contém 20 shillings, 1 shilling 12 dinheiros e que 4 ½ dinheiros valem Cr\$ 1,20.
27. 35 operários gastaram 18 dias de 7 ½ horas para excavar 162 m de uma vala. Quantos operários, de capacidade igual a ¾ da dos primeiros, serão necessários para, em 20 dias de 8 ¼ horas, excavar 99 m de uma vala, cuja profundidade é 6/5 da primeira?
28. 20 operários abriram 850 m de uma vala de 80 cm de largura em 10 dias de 10 horas. Quantos dias de 8 horas, gastariam 18 operários, cuja capacidade de trabalho é ¾ da dos primeiros, para abrir uma vala da mesma profundidade, com 60 cm de largura, num terreno 3 vezes mais duro que o primeiro?
29. 25 tecelões podem fazer 200 peças de lã, com 30 m de comprimento e 80 cm de largura, em 6 semanas de 5 dias de 10 horas. Quantas peças, de 40 cm de comprimento e 75 cm de largura, podem fazer 36 tecelões, em 8 semanas de 5 dias de 9 horas?
30. Um tanque pode ser cheio por uma torneira em 36 minutos e por uma outra em 45 minutos. Em quanto tempo se poderá encher, se as duas torneiras correrem juntas?
31. Para se construir uma estrada, trabalharam 20 homens durante 18 dias; em seguida trabalharam 25 homens durante 9 dias. Em quanto tempo teria ficado pronta, se todos houvessem trabalhado desde o começo?

3. PORCENTAGEM

162. — Definições. Para comparar várias razões, deve-se reduzir as frações que as representam ao mesmo denominador e, de preferência, ao mínimo denominador comum; em geral, porém, adota-se, como padrão, o denominador 100, embora o numerador fique fracionário.

Uma fração expressa com o denominador 100 chama-se uma *porcentagem* e o seu numerador é a *taxa por cento*.

Assim, a razão da quantia Cr\$ 135,00 para Cr\$ 900,00 é $\frac{135}{900}$ ou $\frac{15}{100}$; diz-se que a razão é 15 *por cento*. E representa-se com a abreviação 15 *p.c.* ou pelo símbolo 15 % (18).

EXEMPLOS. — I. *Exprimir sob forma de porcentagem a razão* $\frac{11}{30}$. Temos que achar uma fração igual a $\frac{11}{30}$ e com o denominador 100; representando por x o numerador da razão procurada, ou a taxa por cento, tem-se

$$\frac{x}{100} = \frac{11}{30}$$

donde:

$$x = \frac{11 \times 100}{30} = \frac{110}{3} = 36 \frac{2}{3}$$

Assim, $\frac{11}{30}$ equivale à porcentagem $\frac{36 \frac{2}{3}}{100}$ ou $36 \frac{2}{3}$ %.

II. *Exprimir* $43 \frac{3}{4}$ % *sob forma de fração irredutível*

Tem-se:

$$43 \frac{3}{4} \% = \frac{43 \frac{3}{4}}{100} = \frac{175}{100} = \frac{175}{100 \times 4} = \frac{7}{16}$$

162. — Razões que se transformam mentalmente em porcentagens. Há um grande número de razões que se transformam com facilidade em porcentagem, sem necessidade de cálculo escrito. Convem ter presentes esses resultados de uso frequente na prática:

(18) Segundo REY PASTOR, o sinal % é uma deformação da abreviatura *cto (cento)*.

$\frac{1}{1} = 100\%$	$\frac{1}{2} = 50\%$	$1 \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 150\%$
$\frac{1}{3} = 33 \frac{1}{3}\%$	$\frac{2}{3} = 66 \frac{2}{3}\%$	$\frac{1}{4} = 25\%$
$\frac{3}{4} = 75\%$	$1 \frac{1}{4} = 125\%$	$1 \frac{3}{4} = 175\%$
$\frac{1}{5} = 20\%$	$\frac{2}{5} = 40\%$	$\frac{3}{5} = 60\%$
$\frac{4}{5} = 80\%$	$\frac{1}{8} = 12 \frac{1}{2}\%$	$\frac{3}{8} = 37 \frac{1}{2}\%$
$\frac{5}{8} = 62 \frac{1}{2}\%$	$\frac{7}{8} = 87 \frac{1}{2}\%$	$\frac{1}{10} = 10\%$
$\frac{3}{10} = 30\%$	$\frac{1}{20} = 5\%$	$\frac{3}{20} = 15\%$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS. I. *Um fazendeiro reduziu de $\frac{3}{8}$ as despesas de sua fazenda. De quantos por cento foi essa redução?*

Temos:

$$\frac{3}{8} = \frac{x}{100} \quad \text{donde} \quad \frac{3 \times 100}{8} = 37,5$$

Logo

$$\frac{3}{8} = \frac{37,5}{100} = 37,5\%$$

II. *32 %, de uma certa grandeza, que fração representa dessa grandeza?*

Representemos a grandeza por 100. Segundo já vimos, 32 % corresponderão à fração $\frac{32}{100}$ dessa grandeza.

$$\text{Temos, porém: } \frac{32}{100} = \frac{8}{25}$$

Logo 32 % de uma grandeza corresponde a $\frac{8}{25}$ dessa grandeza.

III. Um tipógrafo perdeu 14,5 % de um trabalho feito. Que fração (irredutível) perdeu ele do trabalho?

$$14,5 \% \frac{14,5}{100} = \frac{145}{1000} = \frac{29}{200}$$

Resposta: perdeu $\frac{29}{200}$ do trabalho.

IV. Um agricultor verificou que poderia aproveitar $31 \frac{1}{4} \%$ de seus lucros. Essa parte aproveitável, que fração (irredutível) representa do total?

$$31 \frac{1}{4} \% = \frac{31,25}{100} = \frac{3125}{10000} = \frac{5}{16}$$

164. — Problemas de porcentagem. Consideremos os três problemas seguintes:

I. Calcular 7% de 850 cruzeiros.

Desejamos calcular uma quantia x , cuja razão para 850 cruzeiros seja igual à razão de 7 para 100. Temos imediatamente:

$$\frac{x}{850} = \frac{7}{100}$$

donde:

$$x = \frac{850 \times 7}{100} = \text{Cr\$ } 59,50$$

II. Calcular quantos por cento Cr\$ 36,00 são de Cr\$ 720,00.

Trata-se de calcular o antecedente de uma razão de denominador 100 e que seja igual à razão de Cr\$ 36,00 para Cr\$ 720,00. Tem-se:

$$\frac{x}{100} = \frac{36}{720}$$

donde:

$$x = \frac{36 \times 100}{720} = 5$$

Logo Cr\$ 36,00 são 5 % de Cr\$ 720,00.

III. Qual é a quantia cujos 8 % são Cr\$ 35,00 ?

Procura-se achar o conseqüente de uma razão igual a $8/100$ e antecedente 35. Tem-se :

$$\frac{35}{x} = \frac{8}{100}$$

donde:

$$x = \frac{35 \times 100}{8} = \text{Cr\$ } 437,50$$

A grandeza da qual se deseja obter *tantos por cento* denomina-se *principal*; a grandeza que representa *tantos por cento* de outra chama-se a *porcentagem*; o número que representa *quantos por cento* uma grandeza é de outra chama-se a *taxa por cento* ou *taxa de porcentagem*.

Assim, no primeiro problema acima, calculámos a *porcentagem*, conhecendo o principal e a taxa. No segundo problema, calculámos a *taxa por cento*, conhecendo o principal e a porcentagem. No terceiro, calculámos o *principal*, conhecendo a porcentagem e a taxa de porcentagem.

Os problemas acima podem ser resolvidos por meio de fórmulas.

165. — Fórmula da porcentagem. Chamemos C o principal, i a taxa de porcentagem e p a porcentagem.

Temos a seguinte proporção:

$$\frac{i}{100} = \frac{p}{C}$$

Tiremos dessa proporção o valor de p . Vem :

$$p = \frac{C \times i}{100} \quad (1)$$

Conclusão: para calcular a porcentagem multiplicamos o principal pela taxa e dividimos o produto por 100.

Podemos escrever:

$$\text{Porcentagem} = \frac{\text{Principal} \times \text{Taxa}}{100}$$

EXERCÍCIO: Calcular 3% de Cr\$ 8400,00.

Com o auxílio da fórmula 1, obtemos:

$$p = \frac{8400 \times 3}{100} = 252$$

Resposta: 3% de 8400 cruzeiros é igual a 252 cruzeiros.

166 — O emprego das porcentagens. As porcentagens são de emprego frequente na prática.

Em geral exprimimos com auxílio de taxa de porcentagens:

1º) Os descontos ou abatimentos feitos nos preços de objetos comprados:

Exemplo:

— Durante o corrente mês faremos um desconto de 10% em todos os preços marcados... (19).

2º) Os lucros ou perdas nos negócios:

Exemplo:

Os terrenos que vendemos darão, no fim de um ano, um lucro certo de 60%...

3º) A parte aproveitável de uma matéria prima:

Exemplo:

— O centeio dá 65% do seu peso em farinha.

(19) Os diversos exemplos que aqui citamos são tirados de artigos de jornais, anúncios, relatórios, revistas, etc.

4º) A porção de um elemento que figura em um composto:
Exemplo:

— Um certo volume de ar contém aproximadamente 80% de azoto...

5º) As comissões pagas a intermediários:

Exemplo:

— Os nossos revendedores terão 3% sobre o preço da venda, qualquer que seja o total apurado.

6º) Os honorários dos engenheiros, arquitetos, construtores, etc.:

Exemplo:

— Segundo a proposta da Prefeitura o fiscal receberia 5% sobre o custo total da obra...

7º) Os dados comparativos, para estudos estatísticos.

Exemplo:

— Os Estados de Mato Grosso, Amazonas, Goiás e o Território do Acre abrangem 49% da área do Brasil, cabendo-lhes apenas 9% da população brasileira.

8º) Os impostos, prêmios de seguros, etc.:

Exemplo:

— Os rendimentos líquidos dos imóveis pagarão o imposto proporcional de 6%. (20)

OBSERVAÇÃO. Em geral, no comércio, quando o cálculo é feito sobre quantia em dinheiro, a palavra porcentagem indica taxa de porcentagem, indiferentemente.

Exemplo:

— ... e a crise econômica fez com que a nossa porcentagem fosse reduzida a 8%...

A palavra porcentagem aparece, nesse pequeno trecho de um relatório comercial, empregado para significar a taxa de porcentagem.

167. — Cálculo prático da porcentagem. Na prática, o cálculo da porcentagem é, em geral, feito do seguinte modo:

(20) Trecho de uma publicação oficial. Não haveria inconveniente algum em suprimir-se a palavra "proporcional", pois o imposto, tomado na forma indicada, será forçosamente proporcional ao valor do imóvel.

dividimos o principal por 100 e multiplicamos o quociente pela taxa de porcentagem.

Exemplo:

Calcular 18% de Cr\$ 83,00.

Dividindo-se 83 por 100, obtemos 0,83.

$$0,83 \times 18 = 14,94$$

Resposta: Cr\$ 14,94.

Na vida corrente são de uso muito frequente as seguintes taxas de porcentagem: 1%, 5%, 10%, 20%, 25% e 50%.

Para essas taxas o cálculo da porcentagem pode ser feito imediatamente sem emprego das fórmulas.

Para calcular 1% basta dividir o principal por 100; para calcular 10% basta dividir o principal por 10; para calcular 20% dividiremos o principal por 5; e assim por diante.

1 % de 8400 =	84
5 % de 8400 =	420
10 % de 8400 =	840
20 % de 8400 =	1680
25 % de 8400 =	2100
50 % de 8400 =	4200

A taxa de 25% corresponde a 1/4 do principal; a taxa de 50% corresponde à metade do principal.

168. — Fórmula da taxa de porcentagem. Tomemos a proporção:

$$\frac{i}{100} = \frac{p}{C}$$

na qual i representa a taxa de porcentagem, p a porcentagem e C o principal. Temos:

$$i = \frac{p \times 100}{C} \quad (2)$$

Conclusão: para calcularmos a taxa de porcentagem multiplicamos a porcentagem dada por 100 e dividimos o produto pelo principal.

Escrevemos:

$$Taxa = \frac{Porcentagem \times 100}{Principal}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS. I. Quantos por cento a quantia de Cr\$ 378,00 é de Cr\$ 5400,00?

Resolvemos o problema proposto, com auxílio da fórmula 2:

$$i = \frac{378 \times 100}{5400} = 7.$$

Resposta: 7%.

II. A área do Brasil é de 8494000 km² cabendo 1825000 km² ao Estado do Amazonas. Quantos por cento, da área do Brasil, representa a área do Amazonas?

Apliquemos a fórmula (2) para os seguintes valores:

$$p = 1825000 \quad C = 8494000$$

Substituindo, temos:

$$i = \frac{1825000 \times 100}{8494000} = 21 \frac{1}{2}, \text{ (aprt.)}$$

Resposta: 21 ½ % (aproximadamente)

III. A classe A com 210 alunos obteve 84 aprovações; a classe B com 160 alunos apresentou 72 aprovações. Indicar entre essas duas classes, a de melhor aproveitamento.

A questão estará resolvida desde que calculemos as porcentagens de aprovações.

Para a classe A temos:

$$i = \frac{84 \times 100}{210} = 40.$$

Para a classe B:

$$i = \frac{72 \times 100}{160} = 45.$$

Resposta: a classe B apresentou 45 % de aprovações, isto é, 5 % mais que a classe A. O aproveitamento da classe B foi, portanto, superior ao da classe A.

TAXAS MAIORES DO QUE 100. Em certos casos as porcentagens aparecem expressas com taxas maiores que 100. Exemplo:

Um negociante entrou numa sociedade com um capital de Cr\$ 20.000,00 e obteve um lucro líquido de Cr\$ 45.000,00. De quanto por cento (em relação ao capital) foi o lucro desse negociante?

Aplicando a fórmula 2 achamos:

$$i = \frac{45 \times 100}{20} = 225.$$

Resposta: 225 %.

169. — Cálculo do principal. Da proporção (nº 165)

$$\frac{i}{100} = \frac{p}{C}$$

podemos tirar o valor de C . Temos a fórmula:

$$C = \frac{p \times 100}{i} \quad (3)$$

Essa fórmula permite-nos calcular o principal C quando conhecemos a porcentagem p e a taxa de porcentagem i .

Podemos escrever:

$$\text{Principal} = \frac{\text{Porcentagem} \times 100}{\text{Taxa}}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS. I. 15 % de uma certa quantia é igual a Cr\$ 171,00. Achar essa quantia.

$$C = \frac{171 \times 100}{15} = \text{Cr\$ } 1140,00$$

II. Calcular o preço de um objeto que, tendo sofrido um desconto de 20 % foi vendido por Cr\$ 276,80.

O valor dado (Cr\$ 276,80) representa 80 % do preço a determinar.

Aplicamos a fórmula 3 para os seguintes valores:

$$p = 276,80; \quad i = 80.$$

Substituindo, temos:

$$C = \frac{276,80 \times 100}{80} = 346,00.$$

Resposta: o preço do objeto era de Cr\$ 346,00.

169 — Casos em que o principal aparece aumentado da porcentagem. Retomemos a proporção:

$$\frac{i}{100} = \frac{p}{C}$$

e apliquemos a essa proporção a seguinte propriedade (nº 133): em toda proporção a soma dos dois primeiros está para o 2º assim como a soma dos dois últimos está para o 4º. Temos:

$$\frac{i + 100}{100} = \frac{p + C}{C}$$

Representando a soma $p + C$ por S vem:

$$\frac{i + 100}{100} = \frac{S}{C}$$

Tirando o valor de C :

$$C = \frac{100 S}{100 + i} \quad (4)$$

É essa a fórmula que nos dá o principal quando conhecemos a taxa i de porcentagem e a soma do principal com a porcentagem.

EXEMPLO. Uma usina de açúcar, produziu em 1930, 103700 sacas, apresentando um acréscimo de 22 % sobre a produção do ano anterior. Calcular a produção dessa usina em 1929.

Aplicamos a fórmula 4 para os seguintes valores numéricos: $S = 103700$ e $i = 22$.

Substituindo S e i por seus valores, temos:

$$C = \frac{100 \times 103700}{100 + 22}$$

Efetuada a operação indicada, vem:

$$C = 85000$$

Resposta: a produção anterior da usina tinha sido de 85000 sacas.

170 — Casos em que o principal aparece diminuído da porcentagem. Da proporção:

$$\frac{i}{100} = \frac{p}{C}$$

tiramos (nº 133, 1ª PROP.)

$$\frac{100 - i}{100} = \frac{C - p}{C}$$

Representando a diferença $C - p$ por S_r , vem:

$$\frac{100 - i}{100} = \frac{S_r}{C}$$

S_r representa a soma reduzida, isto é, o principal diminuído da porcentagem.

Tirando da última proporção o valor de C , temos:

$$\boxed{C = \frac{100 S_r}{100 - i}} \quad (5)$$

É essa a fórmula que nos dá o principal quando conhecemos a soma reduzida e a porcentagem.

EXEMPLO. Um colégio tendo reduzido de 32% as suas matrículas ficou ainda com 238 alunos. Quantos alunos tinha o colégio antes de fazer a redução?

Aplicamos a fórmula 5 para os seguintes valores numéricos:

$$S_r = 238$$

$$i = 32$$

Substituindo S_r e i por seus valores temos:

$$C = \frac{100 \times 238}{100 - 32}$$

Efetuada as operações indicadas, achamos:

$$C = 350$$

Resposta: o colégio tinha 350 alunos.

171. — Taxas por mil. Em certos casos a taxa de porcentagem seria expressa por um número muito pequeno. Afim de evitar esse inconveniente adota-se a taxa por mil.

Exemplo. Numa cidade, cuja população é de 80000 habitantes, há 160 esperantistas. Podemos dizer então, que, nessa cidade, para cada mil habitantes, há 2 esperantistas, isto é, os esperantistas estão na razão de 2 por mil. Escreveremos 2‰ .

As taxas referidas a 1000 (*tantos por mil*) são muito usadas pelas companhias de seguros, nos cálculos estatísticos, etc.

Todos os problemas, relativos a *tantos por mil*, são resolvidos como no caso das porcentagens, substituindo-se nas formulas indicadas o fator 100 por 1000.

EXEMPLO. Em 200 g de uma substância há 5‰ de iodo. Calcular a porção de iodo contido nessa substância.

$$p = \frac{200 \times 5}{1000}$$

Resposta: 1 g.

Exercícios

1. Expressar sob forma de porcentagem cada uma das seguintes razões: a) $\frac{5}{16}$ b) $\frac{2}{25}$ c) $\frac{3}{40}$ d) $2\frac{3}{4}$ e) $3\frac{1}{4}$ f) $\frac{17}{20}$

g) $\frac{19}{40}$ h) $\frac{37}{80}$.

2. Escrever sob a forma de fração irredutível cada uma das seguintes porcentagens: a) 80% b) 56% c) 0,16% d) 0,48%

e) $\frac{2}{3}\%$ f) $3\frac{1}{4}\%$ g) 2,08% h) 0,054%.

Calcular:

- | | |
|--------------------------------------|--|
| 3. 7 % de Cr\$ 450,00. | 8. 0,2 % de 620 mg. |
| 4. $4 \frac{1}{2}$ % de Cr\$ 750,00. | 9. 5 % de £ 280. |
| 5. 3,25 % de Cr\$ 400,00. | 10. 4 % de £ 8-15-8. |
| 6. 6,5 de 800 kg. | 11. 0,5 % de 4500 toneladas. |
| 7. 0,4 % de 550 cm. | 12. $8 \frac{5}{8}$ % de 6000 francos. |

Calcular quantos por cento:

13. Cr\$ 234,00 é de Cr\$ 4680,00.
14. Cr\$ 682,50 é de Cr\$ 9750,00.
15. Cr\$ 149,00 é de Cr\$ 23000,00.
16. 527 g é de 12,4 kg.
17. 655 g é de 52 kg.
18. 12 shillings é de £ 10.
19. £ 0-3-4 $\frac{1}{2}$ é de £ 0-16-10 $\frac{1}{2}$.
20. 15 ha é de 20 km².
21. 50 hl é de 180 cm³.

Calcular a quantia da qual:

22. Cr\$ 41,50 é 5 %.
23. Cr\$ 280,00 é 8 %.
24. Cr\$ 3,30 é 5,5 %.
25. Cr\$ 700,00 é $8 \frac{3}{4}$ %.
26. Cr\$ 320,00 é 1,25 %.
27. A 2ª série com 350 alunos obteve 280 aprovações; a 1ª série com 450 alunos obteve 360 aprovações. Indicar a série de melhor aproveitamento.
28. A 2ª série com 320 alunos obteve 200 aprovações; a 3ª série com 250 alunos obteve 180 aprovações. Indicar a série de melhor aproveitamento.
29. Por quanto deve ser vendido um artigo de Cr\$ 250,00, numa liquidação que está reduzindo 10 %.
30. Por quanto deve ser vendido um artigo de Cr\$ 540,00 numa liquidação que está reduzindo 15 %?

31. Por quanto se deve vender um objeto que custou Cr\$ 200,00, para ganhar 18 % sobre o custo?
32. Por quanto se deve vender um objeto que custou Cr\$ 520,00, para ganhar 14 %?
33. Quantos por cento se ganham vendendo por Cr\$ 300,00 um objeto que custou Cr\$ 240,00?
34. Quantos por cento, sobre o custo, se perdem vendendo por Cr\$ 2500,00 um objeto que custou Cr\$ 3200,00?
35. Um negociante entrou numa sociedade com 50 contos e recebeu 130 contos. De quantos por cento, sobre o capital, foi o lucro?
36. Um negociante entrou numa sociedade com Cr\$ 45000,00 e retirou, por fim, Cr\$ 195000,00. De quantos por cento foi o lucro sobre o capital inicial?
37. Um negociante comprou 3200 ovos e perdeu $4 \frac{1}{2}$ %, Quantos ovos foram perdidos?
38. Um terreno de 18400 m² de área tem 65 % de sua superfície ocupada por um pomar. Calcular a área ocupada por esse pomar.
39. Teem-se duas misturas de álcool com água; uma contém 25 l de álcool e 120 l de água e a outra 21 l de álcool e 112 de água. Qual é a mais forte e de quantos por cento?
40. Teem-se duas misturas de álcool com água. A primeira contém 30 l de álcool e 150 de água, a seguinte 48 l de álcool e 225 de água. Qual é a mais forte e de quantos por cento?
41. De quantos por cento aumentou a população de uma cidade que era de 16.800 habitantes e agora é de 23.100 hab.?
42. Um livro custava Cr\$ 12,00 e teve o seu preço acrescido de 15 %. Calcular o preço de venda desse livro.
43. Um terreno foi vendido por Cr\$ 48.000,00 recebendo o intermediário 3 % de comissão. Calcular a comissão.
44. Um operário, que devia executar 240 m de uma obra, fez, no primeiro dia, 15 % de seu trabalho e no segundo dia 45 % da parte restante. Quantos metros foram feitos?
45. Um jornal recebia diariamente Cr\$ 4200,00 de anúncios. Os preços dos anúncios foram aumentados de 30 %. Qual seria a nova receita diária do jornal?

46. Um funcionário que recebia mensalmente Cr\$ 1600,00 de ordenado, sofreu, em seus vencimentos, uma redução de $3\frac{1}{4}\%$. Calcular esse desconto.

47. Calcular $8\frac{5}{8}\%$ de Cr\$ 6000,00.

48. De quantos por cento aumentou a população de uma cidade que era de 18000 habitantes e agora é de 23400 hab.?

49. 28% da população de uma cidade é de estrangeiros e os nacionais são 54000. Qual é a população?

50. 16% da população de uma cidade é de estrangeiros e os nacionais são 210000. Qual é a população?

51. Uma pessoa empregou o seu capital, sucessivamente, em quatro empresas. Na primeira ela apurou 100% e em cada uma das outras perdeu 20%. Quanto ganhou sobre o capital primitivo?

52. Uma pessoa empregou o seu capital, sucessivamente, em quatro empresas. Na primeira perdeu 20% e em cada uma das outras apurou 8%. Quanto ganhou sobre o capital primitivo?

53. Um objeto foi revendido por Cr\$ 392,00, dando um lucro de 40% sobre o custo. Quanto havia custado?

54. Um objeto foi revendido por Cr\$ 416,00 dando um lucro de 30%. Quanto havia custado?

55. Um objeto foi revendido por Cr\$ 378,00 dando um prejuízo de 30% sobre o custo. Quanto havia custado?

56. Um terreno foi revendido por Cr\$ 5060,00, dando um prejuízo de 8% sobre o custo. Quanto havia custado?

57. Um colégio, tendo aumentado a matrícula de 22%, ficou com 854 alunos. Qual era a matrícula anterior?

58. Uma fazenda de café, tendo reduzido a sua produção de 8%, produziu 48321 arrobas. Qual era a produção anterior?

4. — JUROS SIMPLES

173 — Definições. Sempre que uma pessoa empresta a outra pessoa, ou a uma empresa, uma certa quantia, recebe, em compensação, um benefício, em dinheiro, que se denomina juro.

JURO é, pois, o benefício em dinheiro, recebido pela pessoa que empresta certa quantia a outra.

A quantia emprestada chama-se *capital*; a pessoa que a empresta chama-se *credor*; a pessoa a quem se empresta chama-se *devedor*; o tempo, durante o qual é feito o empréstimo, chama-se *prazo*.

Quando o empréstimo é feito a um banco ou caixa econômica chama-se *depósito*. Quando feito a uma empresa comercial ou industrial, ou ao Estado, chama-se *inversão* ou *colocação*.

CONVENÇÃO SOBRE OS JUROS. — As condições de um empréstimo e a importância dos juros dependem naturalmente de uma combinação entre o credor e o devedor; há, porém, convenções que são universalmente adotadas:

I) O juro é proporcional ao capital emprestado;

II) O juro é proporcional ao prazo do empréstimo;

III) O juro é cobrado segundo uma *taxa*, denominada *taxa de juros*. Esta taxa é cobrada a tantos por cento sobre o capital e fixada para um certo prazo.

174 — Juros simples. — Juros compostos. Há duas espécies de juros: os *juros simples* e os *juros compostos* ou *acumulados*.

No caso dos juros simples o capital é suposto constante e os juros são considerados à parte, destacados do capital.

No caso dos juros compostos, findo um certo prazo, os juros são adicionados ao capital e passam, por sua vez, a render novos juros.

Os juros simples são usados nas operações a prazo curto: nos empréstimos a longo prazo são usados os juros compostos.

As operações comerciais sendo por sua natureza a prazo curto só comportam juros simples.

No presente capítulo trataremos exclusivamente do cálculo dos juros simples.

175. — Taxa de juros. TAXA DE JUROS é o número que exprime sob forma de porcentagem a razão, para o capital, do juro a ser pago por unidade de tempo.

A taxa é sempre referida a uma certa unidade de tempo. Assim, quando dizemos que a taxa é de 6% ao ano, queremos exprimir que o juro a ser pago, por um ano de empréstimo, é 6% ou $\frac{6}{100}$ ou, ainda, $\frac{3}{50}$ do capital.

Isso equivale ainda a dizer que, em um ano, pelo empréstimo de 100 unidades monetárias quaisquer, o juro é igual a 8 dessas mesmas unidades.

A taxa representa portanto o juro do capital 100 em uma unidade de tempo.

OBSERVAÇÃO. — Em geral, na vida corrente, a taxa de juros é referida ao prazo de 1 mês, ou de 1 ano.

Exemplo: 2% ao mês; 15% ao ano.

Quando a taxa não é seguida da indicação explícita do tempo a que se refere, fica convencionado que se trata de uma taxa anual.

176. — Cálculo dos juros. Os juros representam uma porcentagem do capital.

O cálculo dos juros na unidade de tempo se resume numa simples aplicação da fórmula da porcentagem.

Seja, por exemplo, calcular o juro de Cr\$ 4500,00 a 8%, no fim de 1 ano. Temos:

$$\frac{4500 \times 8}{100} = 360$$

Resposta: Cr\$ 360,00.

De um modo geral, o juro produzido pelo capital c , à taxa i , no fim de um ano, é $i\%$ de c ou $i/100$ de c , isto é, $\frac{i}{100} \times c$

ou, ainda, $\frac{ci}{100}$.

Esta fração exprime o juro do capital c , à taxa i , no fim de 1 ano.

Seja calcular o juro do capital c , à taxa i , no fim de um certo número, t , de anos.

Na unidade de tempo, conforme já vimos, o capital c , à taxa i , terá produzido de juros

$$\frac{ci}{100}$$

Para obtermos o juro no fim de t anos multiplicamos essa fração por t .

E temos, então:

$$\frac{ci}{100} \times t = \frac{cit}{100}$$

Designando por j o juro, podemos escrever:

$$j = \frac{cit}{100} \quad (5)$$

Com auxílio dessa fórmula, denominada *fórmula de juros*, podemos calcular o juro (j) quando são dados o capital c , o tempo t e a taxa i .

Ela traduz simbolicamente a seguinte regra: *o juro é a centésima parte do produto do capital pela taxa e pelo tempo, estando este último expresso na mesma unidade a que se refere a taxa.*

EXEMPLO. Calcular o juro total produzido pelo capital Cr\$ 24000,00, à taxa 9%, ao fim de 3 anos.

1º) Por um raciocínio direto: se a taxa é 9%, isso significa que, no fim de um ano, o juro produzido é $9/100$ de Cr\$ 24000,00. Ao fim de 3 anos, o juro terá sido $3 \times 9/100 \times \text{Cr\$ } 24000,00 = \text{Cr\$ } 6480,00$.

2º) Aplicando a fórmula, tem-se imediatamente

$$j = \frac{24000 \times 9 \times 3}{100} = \text{Cr\$ } 6480,00$$

177. — Caso em que o tempo é dado em dias. Na prática, o juro é quasi sempre calculado para um prazo relativamente curto, em geral menos de 3 meses, ou no máximo 6 meses. O tempo é então contado em dias, embora a taxa seja sempre anual. Considera-se o ano como tendo 360 dias.

Exemplo. Calcular o juro produzido pelo capital Cr\$ 4800,00, à taxa 7% (ao ano), no fim de 57 dias.

Podemos aplicar a fórmula (6), na qual t representa o tempo expresso em anos, unidade a que se refere a taxa. De-

vemos, pois, reduzir a 57 dias a uma fração do ano. Como se considera o ano com 360 dias, 57 dias são $57/360$ do ano. Temos, então:

$$j = \frac{4800 \times 7 \times 57/360}{100}$$

Multiplicando-se os dois termos dessa fração por 360, tem-se:

$$j = \frac{4800 \times 7 \times 57}{100 \times 360} = \text{Cr\$ } 53,20$$

De um modo geral, sendo d o número de dias, para o qual é feito o cálculo, temos: $t = \frac{d}{360}$ do ano. Substituindo na fórmula (6), achamos:

$$j = \frac{ci \times \frac{d}{360}}{100}$$

ou, multiplicando os dois termos por 360:

$$j = \frac{cid}{36000} \quad (7)$$

fórmula que permite calcular facilmente o juro quando o tempo é expresso em dias.

EXEMPLO: Calcular os juros de Cr\$ 5400,00 durante 4 meses à taxa de 10 % ao ano.

Com auxílio da fórmula (2) tiramos, sendo $d = 120$:

$$j = \frac{5400 \times 10 \times 120}{36000} = \text{Cr\$ } 180,00$$

178 — Casos em que o tempo é dado em meses. Consideremos o seguinte problema: calcular o juro de Cr\$ 5400,00, durante 4 meses, à taxa 10 % (ao ano). Podemos aplicar a fórmula (6), na qual substituímos t pelo valor do tempo expresso em fração de ano. Como 4 meses = $4/12$ do ano, tem-se

$$j = \frac{5400 \times 10 \times 4/12}{100}$$

Multiplicando-se os dois termos de fração por 12, obtem-se

$$j = \frac{5400 \times 10 \times 4}{100 \times 12} = \frac{5400 \times 10 \times 4}{1200} = \text{Cr\$ } 180,00$$

De um modo geral, sendo m o número de meses, para o qual é feito o cálculo, temos $t = m/12$; substituindo na fórmula (1), obtemos

$$j = \frac{ci \times m/12}{100}$$

ou

$$j = \frac{cim}{1200} \quad (8)$$

fórmula que permite calcular o juro quando o tempo é expresso em meses.

178 — Taxa mensal. Se a taxa de juros for referida ao mês devemos, antes de empregar a fórmula, multiplicá-la por 12.

Exemplo: a taxa de 3 % ao mês corresponde à taxa anual de 36 %.

E' evidente que se o tempo for expresso em meses e a taxa de juros referida ao mês, o cálculo de j poderá ser feita diretamente pela fórmula (6).

Na vida comercial corrente, entretanto, usa-se quase que exclusivamente a fórmula (7) exprimindo-se o tempo em um certo número de dias, sendo a taxa de juros referida sempre ao ano.

179. Cálculo do capital. — Da fórmula (6) tiramos, multiplicando ambos os membros por 100:

$$100 \times j = \frac{cit}{100} \times 100$$

ou:

$$100j = cit \quad (9)$$

Dividindo por it ambos os membros dessa igualdade, vem:

$$c = \frac{100j}{it} \quad (10)$$

É essa a fórmula que nos permite calcular o capital c quando conhecemos o juro j , a taxa i e o tempo t .

No caso dos juros comerciais o tempo t é dado em dias; o capital c poderá ser calculado pela fórmula:

$$c = \frac{36000j}{id} \quad (11)$$

que se deduz da fórmula (7) do mesmo modo que a fórmula (10) se deduziu de (6).

EXEMPLO. Calcular o capital que, em 90 dias, a 5% ao ano, dá Cr\$ 30,00 de juros.

Com auxílio da fórmula (11) temos:

$$c = \frac{36000 \times 30}{5 \times 90} = \text{Cr\$ } 240,00$$

180. Cálculo da taxa. — Retomemos a relação:

$$100j = cit$$

Dividindo por ct ambos os membros, temos:

$$i = \frac{100j}{ct} \quad (12)$$

Com auxílio dessa fórmula podemos calcular a taxa i quando conhecemos o capital c , o juro j e o tempo t .

Quando o tempo é expresso em dias (d), devemos aplicar a seguinte fórmula:

$$i = \frac{36000j}{cd} \quad (13)$$

que se deduz da fórmula (7) do mesmo modo que (12) se deduziu de (9).

EXEMPLO. Um capital de Cr\$ 5000,00 produziu, em 8 meses, Cr\$ 100,00 de juros. Qual foi a taxa?

Com o auxílio da fórmula (13), temos, fazendo $d = 240$ dias

$$i = \frac{36000 \times 10000}{500000 \times 240} = 3$$

Resposta: 3%.

181. Cálculo do tempo. — Da relação já conhecida:

$$100j = cit$$

tirando o valor de t , temos:

$$t = \frac{100j}{ci} \quad (14)$$

Com o auxílio dessa fórmula calculamos o tempo t quando conhecemos o capital c , o juro j e a taxa i .

Nos juros comerciais o tempo t é, em geral, expresso por um certo número d de dias.

A fórmula a empregar é a seguinte:

$$d = \frac{36000j}{ci} \quad (15)$$

que se deduz da fórmula (7).

EXEMPLO. Em quantos dias um capital de Cr\$ 1600,00 rende Cr\$ 40,000, de juros, a 6% ao ano?

Com o auxílio da fórmula (15), temos:

$$d = \frac{36000 \times 4000}{160000 \times 6} = 150 \text{ dias}$$

182 — Soma do capital com juros simples. Cálculo do montante. Designemos por c um certo capital e j o juro produzido por esse capital. A soma

$$c + j$$

é denominada *montante*.

Exemplo: um capital de Cr\$ 3600,00 produziu Cr\$ 180,00 de juros. O montante será igual a Cr\$ 3780,00.

Assim, para se obter o montante, basta calcular o juro e adicioná-lo ao capital.

183 — Cálculo do capital, conhecido o montante. Vamos supor que um certo capital, a 2% ao mês, atingiu no fim de 7 meses a um montante de 9690 cruzeiros.

No total Cr\$ 9690 há duas parcelas:

o capital
os juros produzidos.

Vejamos como calcular o capital.

Estabeleçamos a seguinte proporção: o capital 100, à taxa de 2%, no fim de um mês apresentará um montante de 102; no fim de dois meses o montante será de 104; no fim de 7 meses o montante será de 114.

Ora, se o capital 100 apresenta um montante de 114 qual é o capital c que apresentará um montante de 9690?

$$100 : 114 :: c : 9690$$

Tirando o valor de c , achamos

$$c = \frac{6990 \times 100}{114}$$

9690 é o montante, que se representa pela letra C ; 14 é o produto da taxa (i) pelo tempo (t). De um modo geral, em vez de 114, teremos $100 + it$.

Achamos, assim

$$c = \frac{C \times 100}{100 + it}$$

ou

$$c = \frac{100 C}{100 + it} \quad (16)$$

Com auxílio dessa fórmula (16) calculamos o capital, c , quando conhecemos

o montante C
a taxa i
o tempo t

Na prática é usada ainda a seguinte fórmula:

$$c = \frac{36000 C}{36000 + id} \quad (17)$$

na qual C é o montante, i a taxa anual de juros e d o número de dias.

Se o tempo t fôr dado em meses, reduzimos esse tempo a um número equivalente de dias.

EXEMPLO. Calcular o capital que se deve empregar a 1 ½% ao mês para se obter, no fim de 4 meses, o montante de Cr\$ 3180,00.

A taxa de 1 ½% ao mês corresponde a 18% ao ano.

Apliquemos a fórmula, fazendo $d = 120$. Temos

$$c = \frac{36000 \times 3180}{36000 + 18 \times 120} = \text{Cr\$ } 3000,00$$

184 — Método dos divisores. Nos bancos e nas Caixas econômicas, tem-se de fazer um grande número de cálculos de juros, com a mesma taxa. Segue-se então o seguinte processo, que é conhecido pelo nome de *método dos divisores*. Substituindo na fórmula (7) a taxa i por um valor dado 4 ½%, por exemplo, temos:

$$j = \frac{c \times 4 \frac{1}{2} \times d}{36000}$$

Dividindo-se o numerador e o denominador por 4 ½, obtemos:

$$j = \frac{c \times d}{8000}$$

Essa fórmula nos mostra que o cálculo dos juros, para a taxa anual de 4 ½%, pode ser feito de modo muito simples: multiplica-se o capital c pelo número de dias e divide-se o produto por 8000.

Esse número 8000 é denominado *divisor fixo* para a taxa de 4 ½%.

Para se obter o divisor fixo, correspondente a uma dada taxa i , divide-se o número 36000 por essa taxa. Assim o divisor fixo para a taxa de 9% é 4000.

Os divisores fixos, para as diferentes taxas, são dados por tabelas de uso frequente na vida comercial.

Damos a seguir um pequeno quadro no qual figuram alguns divisores fixos para as taxas comumente empregadas, admitindo-se o ano comercial (360 dias):

Taxa de juros	Divisor fixo	Taxa de juros	Divisor fixo
3	12000	9	4000
4	9000	9 ½	3789
4 ½	8000	10	3600
5	7200	10 ½	3429
6	6000	12	3000
7 ½	4800	12 ½	2880
8	4500	15	2400
8 ½	4325	15 ½	2182

EXEMPLO. Calcular os juros de Cr\$ 2.286,00 em 75 dias. Taxa 10 ½%.

Multiplicando-se o capital pelo número de dias, obtemos:

$$171450$$

Dividindo-se esse produto pelo divisor fixo (3429) correspondente à taxa 10 ½, temos:

$$171450 \div 3429 = 50$$

Resposta: Cr\$ 50,00.

185 — Problemas resolvidos. I. Durante quanto tempo uma quantia deve ser emprestada a 7,5% para que o juro produzido seja 3/5 do capital?

Apliquemos a fórmula

$$t = \frac{100j}{ci}$$

e façamos $j = 3/5c$ e $i = 7,5$. Temos

$$t = \frac{100 \times 3/5c}{c \times 7,5}$$

Dividindo-se, por c e multiplicando-se por 5, ambos os termos da fração, achamos

$$t = \frac{100 \times 3}{7,5 \times 5} = 8 \text{ anos}$$

II. Qual a taxa a que se deve emprestar um capital para que, ao fim de 6 meses e 20 dias, os juros produzidos sejam 1/20 do capital?

Tomemos a fórmula

$$i = \frac{36000j}{cd}$$

e nele façamos $j = 1/20c$ e $d = 200$. Temos

$$i = \frac{36000 \times 1/20c}{c \times 200}$$

Dividindo por c e multiplicando por 20 ambos os termos da fração, achamos

$$i = \frac{36000}{200 \times 20} = 9$$

A taxa procurada é 9% ao ano.

III. Dois capitais produziram os mesmos juros, colocados à mesma taxa, um durante 2 meses e 10 dias e outro durante 5 meses e 20 dias. Calcular esses capitais, sabendo que a diferença entre eles é 1875 cruzeiros.

— Uma vez que os juros e as taxas são os mesmos, os capitais são inversamente proporcionais aos tempos 70 dias (2 m 10 d) e 320 dias (5 m 20 d). Representando por c o primeiro capital e por c' , o segundo, tem-se

$$\frac{c}{c'} = \frac{320}{70}$$

Sabemos, além disso, ser $c - c' = 1875$. Recaimos, assim, em um problema resolvido anteriormente. Aplicando-se a primeira propriedade do n.º 133, tem-se

$$\frac{c - c'}{c} = \frac{320 - 70}{320}$$

Substituindo $c - c'$ por 1875, vem

$$\frac{1875}{c} = \frac{250}{320}$$

$$\text{Donde } c = \frac{1875 \times 320}{250} = \text{Cr\$ } 2400,00$$

$$e \text{ e } c' = \text{Cr\$ } 2400,00 - \text{Cr\$ } 1875,00 = \text{Cr\$ } 525,00$$

IV. Um capitalista empregou certa quantia numa empresa. No primeiro ano perdeu 4% do capital empregado; no segundo ano perdeu 5% do que lhe restava; no terceiro, ganhou 8% da quantia restante. No fim dos três anos acabou perdendo Cr\$ 752,00. Qual foi o capital empregado?

— Em cada 100 cruzeiros, o capitalista perde 4 cruzeiros no 1º ano. Sobre os 96 cruzeiros restantes perde 5% no segundo ano, isto é, $\frac{96 \times 5}{100} = \text{Cr\$ } 4,80$.

Entra, pois, no 3º ano com

$$\text{Cr\$ } 96,00 - \text{Cr\$ } 4,80 = \text{Cr\$ } 91,20$$

Sobre esse capital, ganhou

$$\frac{91,20 \times 8}{100} = 7,296$$

Em cada 100 cruzeiros, o capitalista perdeu nos dois primeiros anos,

$$\text{Cr\$ } 4,00 + \text{Cr\$ } 4,80 = \text{Cr\$ } 8,80$$

Logo, em cada 100 cruzeiros, acabou perdendo

$$\text{Cr\$ } 8,80 - \text{Cr\$ } 7,296 = \text{Cr\$ } 1,504$$

Se, em cada 100 cruzeiros, perdeu Cr\$ 1,504, em quantos cruzeiros perdeu Cr\$ 752,00?

Resolvendo esta regra de três simples direta, achamos

$$\frac{1,504}{752} = \frac{100}{x}$$

$$\text{Donde } x = \frac{752 \times 100}{1,504} = \text{Cr\$ } 50000,00$$

V. Um capitalista emprega $\frac{1}{4}$ do seu capital à taxa 5%; $\frac{2}{3}$ à taxa 6% e restante a 9%. Calcular a taxa média.

A taxa média é a taxa a que deveria ser colocado todo o capital para produzir, em um ano, o mesmo juro que produz colocado às taxas dadas.

As duas primeiras partes representam

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{11}{12} \text{ do capital.}$$

A terceira parte é, pois $\frac{1}{12}$ do capital.

Supondo que fosse de 12000 cruzeiros o capital, os juros das três partes seriam, respectivamente, em um ano,

$$\frac{1/4 \times 12000 \times 5}{100} = 150$$

$$\frac{2/3 \times 12000 \times 6}{100} = 480$$

$$\frac{1/12 \times 12000 \times 9}{100} = 90$$

O juro total, em um ano, seria, então $150 + 480 + 90 = 720$ cruzeiros. Se 12000 cruzeiros renderam 720 cruzeiros, quantos renderam 100 cruzeiros?

$$\frac{12000}{720} = \frac{100}{x}$$

$$\text{Donde } x = \frac{720 \times 100}{12000} = 6$$

A taxa média é, pois 6%.

O capital suposto, 12000 cruzeiros, pode ser qualquer. Convém, entretanto, escolher um múltiplo comum dos denominadores das frações.

OBSERVAÇÃO. É fácil de ver que, se representássemos por c , c' e c'' as frações de capital consideradas ($\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{12}$) e as taxas por i , i' , i'' a taxa média seria dada pela fórmula

$$\text{taxa média} = \frac{ci + c'i' + c''i''}{c + c' + c''}$$

Vê-se, assim, que a taxa média é a média ponderada das taxas, segundo pesos representados pelas frações de capital.

VI. O capital 20000 cruzeiros foi colocado a juros, parte a 5% ao ano e o restante a 8%. Tem-se, assim, um rendimento anual de 1210 cruzeiros. Qual é a parte colocada a 5% e qual a colocada a 8%?

— Se todo o capital fosse colocado a 5%, o juro anual seria

$$\frac{20000}{100} \times 5 = 1000 \text{ cruzeiros}$$

A diferença 1210 — 1000 = 210 cruzeiros representa, pois, 8% — 5% = 3% da parte colocada a 8%; esta é, pois

$$\frac{210 \times 100}{3} = \text{Cr\$ } 7000,00$$

e a outra parte é 20000 — 7000 = Cr\$ 13000,00.

VII. Um capitalista coloca 1/6 de sua fortuna a 7%, 3/8 a 5% e o restante a 4%. Obtém, assim, um rendimento anual de Cr\$ 70200,00. Qual é o valor da fortuna?

— A parte colocada a 4% corresponde a

$$1 - \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{8} \right)$$

ou $\frac{11}{24}$ da fortuna. Representando-se por c o valor desta última,

os juros produzidos pelas três partes, colocadas a 7%, a 5% e a 4%, são representados por

$$\frac{1}{6} c \times \frac{7}{100}, \quad \frac{3}{8} c \times \frac{5}{100}, \quad \frac{11}{24} c \times \frac{4}{100}$$

e, portanto, são proporcionais a

$$\frac{1}{6} \times 7 \quad \frac{3}{8} \times 5 \quad \frac{11}{24} \times 4$$

ou a

$$\frac{7}{6} \quad \frac{15}{8} \quad \frac{11}{6}$$

ou, ainda, a

$$28 \quad 45 \quad 44$$

O juro correspondente à primeira parte é, pois,

$$\frac{70200 \times 28}{28 + 45 + 44} = \text{Cr\$ } 16800,00$$

Assim, 1/6 da fortuna colocado a 7% rende Cr\$ 16800,00 em um ano; logo o valor da fortuna é

$$6 \times \frac{100 \times 16800}{7} = \text{Cr\$ } 1440000,00$$

VII. Uma pessoa dividiu o seu capital em 3 partes. Colocou a primeira a 6% durante 2 anos e 2 meses; a segunda, que é o dobro das duas primeiras, a 4,5% durante 8 meses. Os juros das três partes elevaram-se a um total de Cr\$ 2960,00. Pedem-se as três partes e o capital inteiro.

— A primeira parte sendo representada por 1, a segunda será 2 e a terceira 3; os juros devem ser proporcionais aos três capitais, às taxas e aos tempos, isto é, aos produtos:

$$1 \times 6 \times 26 \quad 2 \times 5 \times 18 \quad 3 \times 4,5 \times 8$$

ou a

$$13 \quad 15 \quad 9$$

O juro da primeira parte será, pois,

$$\frac{2960 \times 13}{37} = \text{Cr\$ } 1040,00$$

A primeira parte é, então,

$$\frac{1040 \times 1200}{6 \times 26} \text{ ou Cr\$ } 8000,00$$

a segunda é Cr\$ 16000,00 e a 3.^a Cr\$ 24000,00; o capital inteiro é Cr\$ 48000,00.

VIII. Um indivíduo colocou certa quantia a 6%; no fim de 3 anos, retirou o capital e os juros e empregou tudo em uma empresa que lhe dá 8% ao ano, obtendo assim um rendimento anual de Cr\$ 4130,00. Pedem-se o capital primitivo.

— O capital que, a 8% rende Cr\$ 4130,00 em um ano, é

$$\frac{\text{Cr\$ } 4130 \times 100}{8}$$

Esta quantia representa um capital somado aos juros durante 3 anos a 6%. Ora, Cr\$ 100,00 a 6% no fim de 3 anos tornam-se Cr\$ 118,00; a quantia acima provirá de um capital

$$\frac{4130 \times 100}{8} \times 100 = \text{Cr\$ } 43750,00$$

Poderíamos também aplicar a fórmula (3) de nº 169.

186 — Desconto. Uma das aplicações mais comuns da regra de juros é o cálculo do *desconto*.

Instrumento de crédito ou *título* é todo compromisso de pagamento assumido em documento escrito. Nesse documento declara-se a quantia devida, a qual se chama *valor nominal*, e a data em que se efetuar o pagamento, a qual se chama *vencimento*.

Os instrumentos de crédito mais comuns são a *duplicata*, a *letra de câmbio* e a *nota promissória*, que diferem uns dos outros por certas modalidades, mas que no fundo equivalem sempre a um compromisso de pagamento em data determinada.

O indivíduo que assume o compromisso de pagamento chama-se *devedor* e aquele, a quem deve ser feito o pagamento e que fica sendo o *portador* do título, chama-se *credor*. De posse do instrumento de crédito, o credor pode proceder de dois modos: 1º aguarda o vencimento para receber o valor nominal; 2º *negocia* ou *desconta* o título ou instrumento de crédito. Neste segundo caso o credor vende o instrumento a um terceiro indivíduo, que geralmente é um banco.

Neste caso, porém, o portador não recebe o valor nominal do título e sim esse valor diminuído de certa importância, que se chama *desconto* e que representa o lucro do banco.

DESCONTO é, pois, o abatimento feito em um título de dívida, que é pago antes do vencimento.

O modo mais comum de calcular o desconto é o chamado *desconto comercial*.

O **DESCONTO COMERCIAL** de um título de dívida é igual ao juro do valor nominal durante o número de dias contados desde o dia imediato ao do desconto até ao dia do vencimento (inclusive este último).

Chama-se **VALOR ATUAL**, ou **LÍQUIDO**, de um título de dívida o valor nominal diminuído do desconto. O valor atual é a quantia que recebe o portador do título ao descontá-lo.

Compreende-se que o desconto será tanto menor quanto mais próxima do vencimento é a data em que êle se faz. O valor atual,

ao contrário, será tanto maior, quanto mais próxima do vencimento estiver a data do desconto.

Para calcular o desconto, aplica-se a fórmula para o cálculo de juros, podendo-se substituir j por D (desconto) e c por n (valor nominal); tem-se

$$D = \frac{nid}{36000}$$

A taxa de desconto (i) é combinada entre o portador e o banco. Atualmente, essa taxa, no Brasil, não pode ser superior a 12% ao ano.

EXEMPLO. I. Calcular o desconto de uma letra de Cr\$ 80000,00 pagavel em 72 dias, sendo 10% a taxa de desconto. Aplicando a fórmula acima, tem-se

$$D = \frac{80000 \times 10 \times 72}{36000} = \text{Cr\$ } 1600,00$$

II. Calcular o valor atual de uma letra de Cr\$ 5400000,00, descontada 60 dias antes do vencimento, à taxa 15%.

Calculando o desconto, tem-se

$$D = \frac{5400000 \times 15 \times 60}{36000} = \text{Cr\$ } 135000,00$$

O valor atual ou líquido é

$$A = 5400000 - 135000 = \text{Cr\$ } 5265000,00$$

Exercícios

1. Calcular os juros de Cr\$ 1800,00 em 60 dias; taxa 10%.
2. Calcular os juros de Cr\$ 2500,00 em 75 dias; taxa 12%.
3. Calcular os juros de Cr\$ 4200,00 em 3 meses; taxa 12%.
4. Calcular os juros de Cr\$ 6000,00 em 80 dias; taxa 1% ao mês.
5. Calcular os juros de Cr\$ 7200,00 em 3 meses; taxa 7 ½%.
6. Calcular os juros de Cr\$ 800,00 em 90 dias; taxa 1 ½% ao mês.
7. Calcular os juros de Cr\$ 5400,00 em 84 dias, taxa 10% e de Cr\$ 6800,00 em 75 dias, taxa 12%. Somar os resultados.

8. Calcular os juros de Cr\$ 900,00 em 120 dias, taxa 10 % e de Cr\$ 5000,00 em 150 dias, taxa 12 %. Somar os resultados.
9. Calcular os juros de Cr\$ 85500,00 em 40 dias; taxa 9 ½ %.
10. Calcular os juros de Cr\$ 1500,00 em 22 meses e 10 dias. Taxa 9 %.
11. Calcular os juros de Cr\$ 180,00 em 75 dias. Taxa 12 %.
12. Calcular os juros de Cr\$ 800,00 em 72 dias; de Cr\$ 1400,00 em 90 dias. Taxa 10 ½ %. Somar os resultados.
13. Qual é o capital que em 90 dias rende Cr\$ 36,00? Taxa 9 %.
14. Qual é o capital que em 30 dias rende 60 cruzeiros? Taxa 10 %.
15. Qual é o capital que rende Cr\$ 62,50 em 150 dias a 12 %?
16. Um capital rende Cr\$ 63,00, em 3 anos, à taxa de 12 %. Calcular esse capital.
17. Sobre um capital de Cr\$ 1800,00 um negociante pagou, em 120 dias, os juros de Cr\$ 105,00. Qual foi a taxa?
18. Um negociante tomou um empréstimo de Cr\$ 15000,00, pelo prazo de 180 dias, e pagou Cr\$ 900,00 de juros. Qual foi a taxa?

Resposta: 12 %.

NOTA: A taxa seria *realmente* de 12 % se o negociante recebesse a quantia de Cr\$ 15000,00 e, no fim de 180 dias, pagasse, ao capitalista, essa quantia acrescida dos juros; isto é, Cr\$ 15900,00. Na realidade, porém, ao entregar a quantia ao negociante, o banco ou o capitalista, que faz o empréstimo, *desconta adiantadamente* os juros (de 900 cruzeiros) e entrega ao *negociante* não 15000 cruzeiros mas 14100 cruzeiros. Sobre essa quantia de 14100 cruzeiros paga o negociante os juros de 900 cruzeiros. O problema, na *vida real*, é pois diferente:

Um negociante recebeu de empréstimo a quantia de Cr\$ 14100,00, pelo prazo de 180 dias e pagou de juros Cr\$ 900,00. Qual foi a taxa?

Feitos os cálculos, achamos, para esse caso: $i = 12 \frac{4}{5} \%$ (aproximadamente).

A taxa calculada sobre a quantia *realmente* emprestada é denominada (na vida comercial) *taxa real de juros*, que é sempre maior do que a taxa aparente.

19. O Banco A ofereceu, de empréstimo, a um negociante a quantia de Cr\$ 72000,00 pelo prazo de 180 dias cobrando de juros Cr\$ 3780,00. Outro Banco B ofereceu a quantia de Cr\$ 90.000,00,

- pelo prazo de 120 dias, cobrando de juros Cr\$ 3300,00. Qual desses bancos cobra a menor taxa de juros?
20. Um banqueiro emprestou a quantia de Cr\$ 3600,00, pelo prazo de 90 dias, cobrando Cr\$ 135,00 de juros. Pergunta-se: Esse banqueiro infligiu a "Lei de Usura"?

NOTA. Pela chamada "Lei de Usura" a taxa máxima de juros, permitida na vida comercial, é de 1 % ao mês.

- 20-A. Um funcionário público recebeu um empréstimo de 800,00 cruzeiros e foi obrigado a pagar, no fim de 60 dias, a quantia de Cr\$ 900,00. Qual foi a taxa de juros?

21. Um capital rendeu Cr\$ 1056,00, em 8 meses, à taxa de 12 %. Calcular esse capital.

22. No fim de quantos dias um capital de Cr\$ 7200,00 rende Cr\$ 120,00? *taxa 10%*

23. Coloquei uma certa quantia à taxa de 12 % e obtive, no fim de 80 dias, um montante de Cr\$ 4312. Achar a quantia.

24. Calcular o juro produzido pelo capital £ 543 15 s. 6d., durante 2 anos, 5 meses, 10 dias à taxa 52/5 % (ao ano).

- ~~25~~ 25. Calcular, pelo método dos divisores, o juro total de Cr\$ 3200,00 durante 25 dias, Cr\$ 4500,00 durante 32 dias, Cr\$ 5000,00 durante 28 dias, todos à taxa 4,5 %.

26. Qual o tempo durante o qual esteve emprestado o capital Cr\$ 35000,00 sabendo-se que produziu o juro Cr\$ 3150,00 à taxa 7 ½ %?

27. O capital Cr\$ 7200,00 é colocado a juros, à taxa 8 ½ %. Calcular o capital acumulado (montante) no fim de 4 meses.

28. Uma pessoa colocou certa quantia a juros, à taxa 3/4 % ao mês. No fim de 6 meses e 20 dias obteve Cr\$ 50,00. Quanto havia colocadô a juros?

29. Calcular o capital que posto a 12 % produz Cr\$ 168,00 em 3 meses e 10 dias.

30. A que taxa esteve colocado um capital, sabendo-se que os juros produzidos a) em 4 meses foram 0,03 do capital? b) em 6 meses e 20 dias foram 1/36 do capital? c) em 4 meses 5 dias foram 5/192 do capital?

31. Durante quanto tempo precisa estar empregado um capital para que a) à taxa 4 ½ % produza 3/25 do capital? b) à taxa

9% produza $\frac{3}{16}$ do capital? c) à taxa 8% produza $\frac{2}{75}$ do capital?

32. Calcular o capital que, acrescido dos juros, no fim de a) 3 meses 10 dias, à taxa 6%, atinge ao montante de Cr\$ 8540,00 b) 270 dias, à taxa $4\frac{1}{2}\%$, atinge ao montante Cr\$ 41350,00 c) 3 meses 10 dias, à taxa $\frac{1}{2}\%$ ao mês, atinge ao montante Cr\$ 1830,00 d) 40 dias à taxa $9\frac{1}{2}\%$ atinge ao montante Cr\$ 86402,50 e) 90 dias, à taxa $1\frac{1}{2}\%$ ao mês, atinge ao montante Cr\$ 836,00.

33. Dois capitais, colocados à mesma taxa, produziram os mesmos juros, um durante 1 mês e 20 dias e o outro durante 2 meses e 5 dias. Calcular esses capitais, sabendo que a diferença entre eles é Cr\$ 270,00.

34. Um capitalista empregou certa quantia numa empresa. No primeiro ano perdeu 5% do capital; no segundo, perdeu 3% do restante e no terceiro ano, ganhou 6% do que ficara ao fim do segundo ano. Qual foi o capital empregado, sabendo-se que ao fim dos três anos, o capitalista havia perdido Cr\$ 6963,00?

35. Uma pessoa comprou uma casa por Cr\$ 32500,00 e alugou-a por Cr\$ 300,00. Qual é a taxa de rendimento sabendo-se que o proprietário dispense anualmente Cr\$ 522,00 com impostos, seguros e conservação?

36. Um capitalista emprega seu capital do seguinte modo: a) $\frac{1}{3}$ a 8%, $\frac{2}{3}$ a 10% e o restante a 14% b) $\frac{1}{5}$ a $6\frac{1}{2}\%$, $\frac{2}{3}$ a $5\frac{3}{4}\%$ e o restante $4\frac{5}{8}\%$. Calcular a taxa média.

37. Um capital foi colocado do seguinte modo a) $\frac{3}{5}$ a 8% e o restante a 6%. Ao fim de 1 ano, o juro total atinge a Cr\$ 720,00. Calcular o capital.

38. Os $\frac{4}{7}$ de certo capital foram colocados a 6% e o restante a 5%. O juro total em 1 mês, assim obtido, é Cr\$ 65,00. Calcular o capital total.

39. Dois capitais, colocados a 6%, produzem, em 3 meses, Cr\$ 310,50 de juros. Calcular esses capitais, sabendo que a diferença entre eles é de Cr\$ 900,00.

40. Um capitalista empregou $\frac{1}{6}$ de sua fortuna a 7%, $\frac{3}{8}$ a 5% e o restante a 4%. Obtém, assim, um rendimento anual de Cr\$ 70200,00. A quanto monta essa fortuna?

41. Qual é mais vantajoso empregar $\frac{2}{3}$ de um capital a 8% e o restante a 5% ou empregar $\frac{5}{8}$ a 9% e o restante a 4%?

42. Colocam-se Cr\$ 50000,00, parte a 8% e parte a 5%. Pedem-se as duas partes, sabendo que o juro anual produzido pela primeira excede de Cr\$ 295,00 o da segunda.

43. Os $\frac{3}{8}$ de um capital foram colocados a $4\frac{1}{2}\%$ e o restante a $3\frac{3}{4}\%$. Obtém-se assim um juro anual de Cr\$ 1935,00. Pede-se o capital.

44. Coloca-se o terço de um capital a $4\frac{3}{4}\%$, os $\frac{3}{8}$ a $3\frac{1}{4}\%$ e o restante a $5\frac{1}{2}\%$. Obtém-se assim um juro anual de Cr\$ 2643,75. Pede-se o capital.

45. O capital Cr\$ 100000,00 é dividido em três partes, de modo que a 1ª está para a 2ª como 3 para 5 e a 2ª para a 3ª como 10 para 9. A primeira parte é colocada a $7\frac{1}{2}\%$ ao ano, a segunda a $5\frac{1}{4}\%$ e a terceira a $5\frac{2}{3}\%$. Seria mais vantajoso empregar todo esse capital a $5\frac{3}{4}\%$?

DESCONTO

46. Calcular o valor atual das seguintes letras: a) Cr\$ 1400,00, pagavel em 144 dias, descontada a 15% b) de Cr\$ 15000,00, pagavel em 80 dias, descontada a 12% c) de Cr\$ 1200,00, pagavel em 60 dias, descontada a 10% d) de Cr\$ 630,00, pagavel em 100 dias, descontada a 8%.

47. Calcular o desconto de uma letra de Cr\$ 3600,00, com vencimento em 6 de setembro e descontada em 18 de julho do mesmo ano, à taxa 10%.

48. Uma letra sofre o desconto de Cr\$ 42,00, à taxa 15%, 72 dias antes do vencimento. Calcular o valor nominal.

49. Uma letra, descontada 120 dias antes do vencimento, à taxa 15%, dá um líquido de Cr\$ 3800,00. Calcular o valor nominal.

50. Um individuo assinou três letras: uma de Cr\$ 800,00 pagavel em 45 dias, outra de Cr\$ 1500,00 pagavel em 72 dias e a terceira de Cr\$ 2000,00 pagavel em 90 dias. Que prazo deve dar a uma letra, que possa substituir as três, com o mesmo valor total (vencimento médio)?

SOLUÇÕES DOS EXERCÍCIOS

UNIDADE I

2. AS UNIDADES LEGAIS BRASILEIRAS E AS INGLESA MAIS USUAIS

1. 37000 cm^2 ; 750 cm^2 ; 570000 cm^2
2. 5000000 mm^2 ; 3200000 mm^2 ; 900000 mm^2
3. 3700000 m^2 ; 805000 m^2 ; 56000 m^2
4. 380 dm^2 ; $478,5 \text{ dm}^2$; 75 dm^2
5. $4,876 \text{ m}^2$; $0,936 \text{ m}^2$; $0,89075 \text{ m}^2$
6. 58000 m^2 ; 43700 m^2 ; 9000 m^2
7. $84,58 \text{ a}$; $5,8 \text{ a}$; 470 a ; 39000 a
8. $87,856 \text{ ha}$; $37,8 \text{ ha}$; 8750 ha
9. $72,6 \text{ ha}$; 121 ha
10. 70 alq. paul. ; 3000 alq. paul.
11. 1000 alq. min. ; 3000 alq. min.
12. $645,16 \text{ cm}^2$; $9290,3 \text{ cm}^2$
13. 9072 sq. in. ; 7200 sq. in. ; 440 sq. in. ; 5000 sq. in.
14. $2,0234 \text{ ha}$; $18,2106 \text{ ha}$
15. 100 A. ; 50000 A.
16. 10 sq. mi. ; 20000 sq. mi.

3. AREAS DAS PRINCIPAIS FIGURAS PLANAS. FÓRMULAS

- | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1. $364,90 \text{ m}^2$ | 2. $45,1632 \text{ a}$ | 3. 4608 m^2 | 4. $3168,75$ |
| 5. 48 m | 6. $1722,25 \text{ m}^2$ | 7. $237,16 \text{ m}^2$ | 10. $105,40 \text{ m}^2$ |
| 11. $10,5 \text{ m}$ | 13. 1200 m | 14. $18,98 \text{ m}^2$ | 15. $26,24 \text{ cm}^2$ |
| 16. $12 \text{ cm e } 4 \text{ cm}$ | 17. $12,96 \text{ cm}^2$ | 18. 16 cm | 19. 18 cm |
| 20. $0,96 \text{ m}^2$ | 21. 49 m^2 | | |
| 22. a) 260 m^2 | b) $13,20 \text{ cm}^2$ | c) 294 m^2 | |
| 23. a) $24,25 \text{ m}$ | b) 4 m | | |
| 24. a) $28,26 \text{ m}^2$ | b) $314,16 \text{ cm}^2$ | c) 314 m^2 | |
| 25. a) 13 cm | b) 30 cm | c) $50,24 \text{ m}$ | |
| 26. a) 5024 m^2 | b) $5,008 \text{ m}^2$ | c) $5,6520 \text{ m}^2$ | |
| 27. a) $5,4259 \text{ m}^2$ | b) $401,13 \text{ m}^2$ | c) 48 m^2 | |
| 28. a) 7 m^2 | b) $13,375 \text{ m}^2$ | c) $201,80 \text{ cm}^2$ | |

VOLUMES

- | | | |
|-----------------------------|--------------------------|---------------------------|
| 1. $15,12 \text{ cm}^3$ | 2. 36 cm^3 | 3. $89,7996 \text{ m}^3$ |
| 4. 628 cm^3 | 5. $38,9264 \text{ m}^3$ | b) $381,480 \text{ cm}^3$ |
| 6. a) $57,876 \text{ cm}^3$ | (aproximadamente) | |
| c) $463,012 \text{ cm}^3$ | (aproximadamente) | |

AREAS DOS SÓLIDOS

- | | | |
|--------------------------|-------------------------|--------------------------|
| 1. $5,4 \text{ m}^2$ | 2. 376 cm^2 | 3. $337,5 \text{ cm}^2$ |
| 4. $1,50 \text{ cm}^2$ | | 6. $62,80 \text{ m}^2$ |
| 7. $282,60 \text{ cm}^2$ | 8. $4,5216 \text{ m}^2$ | 10. $1,1304 \text{ m}^2$ |
| 9. a) 14 m^2 | b) 11 cm^2 | |

UNIDADE III

Sistema métrico

UNIDADE DE ANGULO

5. a) $\frac{7\pi}{15}$ b) 1,117 rd. c) 4,71 rd. f) 0,0000484813 rd
 6. a) 79° b) 11°25' c) 64°17'8''

UNIDADES DE MASSA

5. 355,21 e 355,2 kg.

PROBLEMAS SOBRE O SISTEMA MÉTRICO

- | | | |
|--|--------------------------------|------------------|
| 1. 5,866 m | 2. 4,682 km | 3. 280 cm |
| 4. 195 dam e 100 voltas | | 5. 2250 |
| 6. 18 m | 7. Cr\$ 27515,00 | |
| 8. 80 e 20 cruzeiros | | 9. 80 cruzeiros |
| 10. 1296 ha Cr\$ 32160,00 | | 11. 8,680 m³ |
| 12. 6480 | 13. 3314,21 | 14. 12 dm² |
| 15. 2,077 m³ | 16. 1 m | 17. 3140 litros |
| 18. 2 m | 19. Quadrado de 10,8 m de lado | |
| 20. 19,625 litros | 21. 1,35 m | 22. 43 cm |
| 23. 448kg | 24. 8,53 litros | 25. 86,5 litros |
| 26. 339,4125 kg | 27. 1 dag | 28. Cr\$ 168,00 |
| 29. Cr\$ 108,00 | 30. Cr\$ 92,4 | 31. Cr\$ 3,60 |
| 32. 712,5 g | 33. Cr\$ 34,32 | 34. 1012 m³ |
| 35. Cr\$ 1656,00 | 36. 0,75 g/cm³ | 37. 103,36 g |
| 38. 0,913 g/cm³ | 39. 269,14 kg | 40. 937 kg/m³ |
| 41. 16 cm | 42. Cr\$ 288000,00 | 43. Cr\$ 5160,00 |
| 44. 72 latas; Cr\$ 11,30 (aproximadamente) | | |
| 45. 12 mg (aproximadamente) | | |
| 46. 880 alq. (aproximadamente) | | |
| 47. 37500 galões; 167 ton. (aproximadamente) | | |

UNIDADE IV

Potências e Raizes

2. OPERAÇÕES COM POTÊNCIAS

14. e) 10⁵ f) 70⁵
 15. a) 20930 b) 9388 g) 84⁶ j) 10
 16. a) 2² × 3⁷ × 5⁵ × 7² c) 387

RAIZ QUADRADA E RAIZ CÚBICA

- | | | | | |
|-----------|---------|---------|-------------|-------------------|
| 1. a) 97 | b) 608 | c) 859 | d) 22867524 | e) 213 |
| 2. a) 22 | b) 26 | c) 28 | d) 51 | |
| | f) 1451 | g) 2236 | h) 5007 | |
| 3. a) 339 | b) 1093 | c) 17 | d) 28 | f) 314 |
| 4. a) 9,3 | b) 10,8 | c) 4,6 | d) 21,2 | e) 16 f) 1,2 |
| | | | e) 7,7 | |

- | | | | | |
|------------------------|-------------------------|--------------------|-------------|-----------------|
| 5. a) 65,40 | b) 1 | c) 15,17 | d) 7,39 | e) 0,84 |
| f) 0,18 | g) 0,24 | h) 57,75 | i) 0,85 | j) 2,05 |
| k) 0,84 | l) 0,93 | m) 1,29 | | |
| 6. a) 0,064 | b) 0,621 | c) 0,069 | d) 0,068 | e) 0,587 |
| f) 0,935 | g) 0,852 | h) 0,755 | i) 1,662 | j) 1,581 |
| k) 3,953 | | | | |
| 7. a) 0,0031 | b) 0,1571 | c) 0,0004 | d) 0,6454 | e) 2,5298 |
| f) 3,0822 | g) 0,7559 | h) 2,0586 | | |
| 8. a) 0,02964 | b) 0,00868 | c) 0,00073 | d) 0,00252 | e) 0,01819 |
| f) 1,13039 | g) 0,60699 | h) 1,75185 | | |
| 17. a) 50 | b) 42 | c) 112 | d) 3169 | e) 0,06 |
| g) 0,00000449 | | | | f) 0,0663 |
| 18. a) 5475 | b) 113568 | c) 824463 | d) 16032015 | e) 25512896 |
| 19. a) 31 | b) 0,0134 | c) 4,39 | d) 0,000086 | e) 0,0000001975 |
| f) 0,004119 | | | | |
| 19. a) 133 m | b) 357,4 cm | c) 416,53 m | d) 628,17 m | |
| 20. a) 1,954 m | b) 40,4 cm | c) 34,3 m | | |
| 21. a) 30 m e 12 m | b) 120 m e 70 m | c) 2,4 cm e 1,8 cm | | |
| 22. a) 2,4 cm e 1,8 cm | b) 12 cm e 2,5 cm | c) 700 m e 300 m | | |
| 23. 10 m; 20 m e 32 m | 24. 2,4 cm; 6 cm e 5 cm | | | |
| 25. a) 65 cm | b) 6,28 m | c) 89,4 | | |
| 26. a) 36 m | b) 2,1 m | c) 0,42 m | | |
| 27. 225 cm² | 28. 32 cm² | 26-a. 8,64 cm² | | |

29. a) $\frac{23}{42}$ b) $\frac{61}{84}$ c) $\frac{95}{113}$

30. 50,31 cm 31. 1 dm³
 32. a) 125 cm² b) 1,08 m²
 33. a) 6 cm b) 9 m
 34. 6 m; 3 m e 2 m
 35. 2528 cm²
 36. 0,80 m; 0,60 m e 2,3 m
 37. 20 cm
 38. 4,8 dm de altura 1 dm de raio
 39. 1,8 m 40. 3,75 dm e 4 dm.

UNIDADE V

Razões e proporções

- | | | |
|-----------------------------------|---|-----------------------------------|
| 1. a) $\frac{4}{15}$ | 2. $\frac{2}{3}$ | 3. $\frac{3}{7}$ |
| 4. $1\frac{2}{3}$ | 5. $\frac{3}{25}$ | 6. a) $2\frac{34}{45}$ |
| 7. a) $\frac{10}{15}$ | 8. a) $\frac{3}{4}$ | 9. a) $\frac{1}{30}$ |
| 10. a) $\frac{5}{8}$ | 11. a) 21°28' | 12. $2\frac{1}{8} : 8\frac{1}{2}$ |
| 14. a) $\frac{2}{3}$ | 15. Sim, porque ambas valem $\frac{5}{8}$. | |
| 17. $\frac{4}{12} = \frac{5}{15}$ | 21. Sim, ambas valem $\frac{5}{8}$. | |

23. $\frac{45 \text{ kg}}{72 \text{ kg}} = \frac{\text{Cr\$ } 240,00}{\text{Cr\$ } 384,00}$
25. Sim: $\frac{2}{4} = \frac{90}{180}$
27. 14
29. $ab = 1,4$
31. a) 128
32. $\frac{a}{14} = \frac{b}{38}$
36. a) $x = 4 \frac{4}{5}$
37. a) $x = \frac{29}{125}$
- c) $x = 2 \frac{11}{32}$
39. a) 36
40. a) 36
41. a) 84
42. a) $4 \frac{1}{6}$
- c) 0,28
43. 51 e 58
47. a) 55 e 132
49. a) $\frac{9}{10}; 1 \frac{1}{15}$

3. Números proporcionais. Grandezas proporcionais

1. a) Sim, $\frac{2}{5}$
2. a) Não, porque $\frac{0,8}{0,24} = \frac{10}{3}$ e $\frac{0,7}{0,021} = \frac{100}{3}$
3. a) 6, 8, 30
7. $3 \frac{1}{2}; 2 \frac{1}{4}; 2 \frac{1}{4}; \frac{3}{4}$
9. 30 e 40
11. a) Sim, 2520
- c) Não porque $1 \frac{7}{8} \times \frac{8}{15} = 1 \frac{7}{9} \times \frac{9}{16}$ dif. de $1 \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$
12. a) 18, 10, 21, 16
13. a) 30, 98, 147
14. $x = 80, y = 32$
16. a) 48, 20, 33
17. Sim, $\frac{18}{20} = \frac{27}{30} = \frac{45}{50} = \frac{54}{60} = \frac{9}{10}$
19. 128°
20. Não; porque $\frac{3000}{10}$ dif. de $\frac{8000}{30}$
22. Cr\$ 1050,00
23. Cr\$ 336,00
24. 145°
25. 50,4 dm
26. Sim; tem os ângulos iguais por serem retos e, além disso,
- $\frac{51}{85} = \frac{39}{65} = \frac{3}{5}$
27. Sim; no primeiro, os outros ângulos, diferentes de 28°, medem

- 152°, suplemento de 28°; além disso $\frac{1,15}{65} = \frac{1,84}{104} = \frac{22}{1300}$
28. 23/400
29. 32,8 cm
30. 80 m
31. 1/16
32. 4,3 m por 3,4 m

UNIDADE VI

1. Divisão proporcional

1. a) 18; 30 e 48
e) 30; 90 e 120
h) 640 m; 800 m e 960 m
- b) 150; 200 e 500
f) 50; 70 e 750
i) 176; 198 e 55
- d) 350; 450 e 550
g) 64; 108 e 48
2. 114 kg e 209 kg
3. Cr\$ 150,00; Cr\$ 225,00; Cr\$ 75,00
4. 67,5 m; 94,5 m; 108 m
5. 88 m; 120 m e 130 m
7. 40°; 60° e 80°
8. a) 36; 18 e 12
d) 70; 42 e 30
g) 3200, 2700 e 2304
j) 240; 324 e 450
- b) 245 e 112
e) 60; 40; 30 e 24
h) 150; 720 e 60
- c) 180; 160 e 150
f) 2,4; 3,6 e 6
i) 160; 300 e 400
9. Cr\$ 1050,00; Cr\$ 600,00 e Cr\$ 700,00
10. A, Cr\$ 310,00; B, Cr\$ 248,00; C, Cr\$ 279,00
12. 21; 28 e 42
12. 90; 84 e 81 contos
13. 54 e 216
14. 90 e 80
15. 150 e 10
16. 90 mm, 144 mm e 216 mm
17. 7,81 m e 3,55 m
18. 90; 84; 81 contos
20. Cr\$ 7500,00; Cr\$ 10000,00; Cr\$ 17500,00

2. Regra de três

1. 90 km
2. 133
3. Cr\$ 238,50
4. Cr\$ 15,73
5. Cr\$ 273,00
6. 63 km
7. 30 dias
8. 540 dias
9. 135 kg
10. 135 kg
11. 2 h 42 m
12. 20 dias
13. 2 h 2 m 30s
14. 28 operários
15. 20 m
16. 20 m
17. 135 cm³
18. 20 dias
19. 28 operários
20. 28 operários
21. 135 kg
22. 20 m
23. 20 dias
24. 28 operários
25. 2 h 2 m 30s
26. 28 operários
27. 9 d 5 h 24 m

3. Porcentagem

1. a) 31 1/4%
2. a) 4/5
3. Cr\$ 31,50
4. Cr\$ 33,75
5. Cr\$ 13,00
6. 517,50 fr.
7. 2,2 cm
8. £ 14
9. 41/2%
10. Cr\$ 830,00
11. 5%
12. 6 1/2%
13. 9%
14. 3/4%
15. 600,00
16. As duas tiveram o mesmo aproveitamento com 8% de aprovações.
17. Cr\$ 225,00
18. 160%
19. A primeira contém mais 2 1/12% de álcool do que a segunda.
20. Cr\$ 13,80
21. Cr\$ 5460,00; Cr\$ 52,00
22. 30%
23. Cr\$ 280,00
24. Cr\$ 280,00
25. 75000 hab.
26. Cr\$ 540,00
27. Cr\$ 236,00
28. 144
29. Cr\$ 1440,00
30. 75000 hab.
31. Cr\$ 540,00
32. Cr\$ 236,00
33. 25%
34. 144
35. Cr\$ 1440,00
36. 75000 hab.
37. Cr\$ 540,00
38. 25%
39. 144
40. Cr\$ 1440,00
41. 75000 hab.
42. Cr\$ 540,00
43. Cr\$ 236,00
44. 25%
45. 144
46. Cr\$ 1440,00
47. 75000 hab.
48. Cr\$ 540,00
49. Cr\$ 236,00
50. 25%
51. 144
52. Cr\$ 1440,00
53. 75000 hab.
54. Cr\$ 540,00
55. Cr\$ 236,00
56. 25%
57. 144
58. Cr\$ 1440,00
59. 75000 hab.
60. Cr\$ 540,00
61. Cr\$ 236,00
62. 25%
63. 144
64. Cr\$ 1440,00
65. 75000 hab.
66. Cr\$ 540,00
67. Cr\$ 236,00
68. 25%
69. 144
70. Cr\$ 1440,00
71. 75000 hab.
72. Cr\$ 540,00
73. Cr\$ 236,00
74. 25%
75. 144
76. Cr\$ 1440,00
77. 75000 hab.
78. Cr\$ 540,00
79. Cr\$ 236,00
80. 25%
81. 144
82. Cr\$ 1440,00
83. 75000 hab.
84. Cr\$ 540,00
85. Cr\$ 236,00
86. 25%
87. 144
88. Cr\$ 1440,00
89. 75000 hab.
90. Cr\$ 540,00
91. Cr\$ 236,00
92. 25%
93. 144
94. Cr\$ 1440,00
95. 75000 hab.
96. Cr\$ 540,00
97. Cr\$ 236,00
98. 25%
99. 144
100. Cr\$ 1440,00
101. 75000 hab.
102. Cr\$ 540,00
103. Cr\$ 236,00
104. 25%
105. 144
106. Cr\$ 1440,00
107. 75000 hab.
108. Cr\$ 540,00
109. Cr\$ 236,00
110. 25%
111. 144
112. Cr\$ 1440,00
113. 75000 hab.
114. Cr\$ 540,00
115. Cr\$ 236,00
116. 25%
117. 144
118. Cr\$ 1440,00
119. 75000 hab.
120. Cr\$ 540,00
121. Cr\$ 236,00
122. 25%
123. 144
124. Cr\$ 1440,00
125. 75000 hab.
126. Cr\$ 540,00
127. Cr\$ 236,00
128. 25%
129. 144
130. Cr\$ 1440,00
131. 75000 hab.
132. Cr\$ 540,00
133. Cr\$ 236,00
134. 25%
135. 144
136. Cr\$ 1440,00
137. 75000 hab.
138. Cr\$ 540,00
139. Cr\$ 236,00
140. 25%
141. 144
142. Cr\$ 1440,00
143. 75000 hab.
144. Cr\$ 540,00
145. Cr\$ 236,00
146. 25%
147. 144
148. Cr\$ 1440,00
149. 75000 hab.
150. Cr\$ 540,00
151. Cr\$ 236,00
152. 25%
153. 144
154. Cr\$ 1440,00
155. 75000 hab.
156. Cr\$ 540,00
157. Cr\$ 236,00
158. 25%
159. 144
160. Cr\$ 1440,00
161. 75000 hab.
162. Cr\$ 540,00
163. Cr\$ 236,00
164. 25%
165. 144
166. Cr\$ 1440,00
167. 75000 hab.
168. Cr\$ 540,00
169. Cr\$ 236,00
170. 25%
171. 144
172. Cr\$ 1440,00
173. 75000 hab.
174. Cr\$ 540,00
175. Cr\$ 236,00
176. 25%
177. 144
178. Cr\$ 1440,00
179. 75000 hab.
180. Cr\$ 540,00
181. Cr\$ 236,00
182. 25%
183. 144
184. Cr\$ 1440,00
185. 75000 hab.
186. Cr\$ 540,00
187. Cr\$ 236,00
188. 25%
189. 144
190. Cr\$ 1440,00
191. 75000 hab.
192. Cr\$ 540,00
193. Cr\$ 236,00
194. 25%
195. 144
196. Cr\$ 1440,00
197. 75000 hab.
198. Cr\$ 540,00
199. Cr\$ 236,00
200. 25%

4. Jurds simples

1. Cr\$ 30,00
2. Cr\$ 62,50
3. Cr\$ 126,00
4. Cr\$ 160,00
5. Cr\$ 135,00
6. Cr\$ 36,00
7. Cr\$ 296,00
8. Cr\$ 280,00
9. Cr\$ 902,00
10. Cr\$ 1600,00
11. Cr\$ 7200,00
12. 1250,00
13. Cr\$ 1600,00
14. Cr\$ 7200,00
15. 1250,00
16. Cr\$ 2100,00
17. 10%
18. 12%

20. 1,25 % ao mês. A taxa máxima permitida por lei é de 1 % ao mês.
21. Cr\$ 13200,00
22. 60 dias
23. £ 71 15 s. 6 d.
24. Cr\$ 45,50
25. 1 a 2 m 12 d
26. Cr\$ 2804,00
27. Cr\$ 2804,00
28. Cr\$ 625,00
29. Cr\$ 5040,00
30. a) 9 % b) 5 % c) 12 1/2 %
31. a) 2 a 8 m b) 2 a 1 m c) 4 meses.
32. a) Cr\$ 8400,00 b) Cr\$ 40000,00 c) Cr\$ 1800,00
- d) Cr\$ 85500,00 e) Cr\$ 800,00
33. Cr\$ 765,00 e Cr\$ 495,00
34. Cr\$ 300,00
35. 9 1/2 % (aproximadamente)
36. a) 9 3/5 %
37. Cr\$ 10000,00
38. Cr\$ 14000,00
39. Cr\$ 10800,00 e Cr\$ 9900,00
40. Cr\$ 1440000,00
41. A 2ª condição é mais vantajosa.
42. Cr\$ 21500,00 e Cr\$ 28500,00
43. Cr\$ 48000,00
44. Cr\$ 60000,00
45. No 1º caso obtém Cr\$ 5700,00 anuais e no 2º, Cr\$ 5750,00.
46. a) Cr\$ 1316,00 b) Cr\$ 14600,00 c) Cr\$ 1180,00
- d) Cr\$ 616,00
47. Cr\$ 12600,00
48. Cr\$ 1400,00
49. Cr\$ 4000,00
50. 75 dias.

PROGRAMA OFICIAL E ÍNDICE

Unidade I — ÁREAS

1. Área de uma figura plana; unidade de área	8
2. As unidades legais brasileiras e as inglesas mais usuais ..	10
3. Áreas das principais figuras planas; fórmulas	18

Unidade II — VOLUMES

1. Noção de volume; unidade de volume	33
2. As unidades legais brasileiras e as inglesas mais usuais ..	35
3. Volumes dos principais sólidos geométricos; fórmulas	41

Unidade III — SISTEMA MÉTRICO

1. Diferentes espécies de grandeza; medição direta e indireta	52
2. Grandezas elementares; unidades fundamentais; noção de grandeza composta	53
3. Unidades legais de comprimento, área, volume, ângulo, tempo, velocidade, massa, densidade; múltiplos e submúltiplos	56

Unidade IV — POTÊNCIAS E RAÍZES

1. Definições	94
2. Operações com potências	96
3. Potências das frações	99
4. Quadrado da soma de dois números	102
5. Regra prática para extração da raiz quadrada; aproximação no cálculo da raiz	108

6. Uso das tábuas para obtenção do quadrado, do cubo, da raiz quadrada e da raiz cúbica dos números inteiros e decimais 129

Unidade V — RAZÕES E PROPORÇÕES

1. Razão de duas grandezas 139
 2. Proporções; médias 144
 3. Grandezas proporcionais 164

Unidade VI — PROBLEMAS SÔBRE GRANDEZAS PROPORCIONAIS

1. Divisão proporcional 184
 2. Regra de três 196
 3. Porcentagem 215
 4. Juros simples 230



Cr\$ 17,00