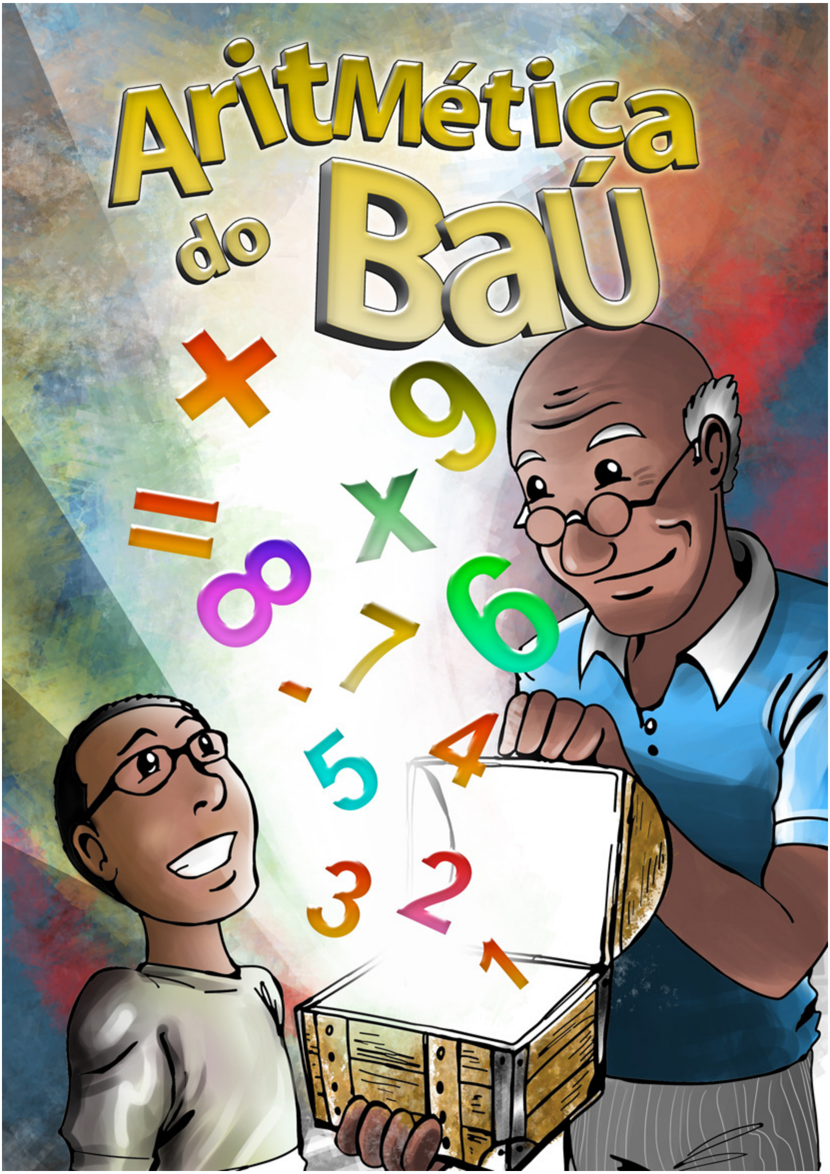

AritMética do Baú

Universidade Severino Sombra
Mestrado Profissional em Educação Matemática

Carlos Alberto Marques de Souza

Laboratório de Pesquisa em História da Educação Matemática
LaPHEM

Vassouras
2012

Souza, Carlos Alberto Marques de
So895a Aritmética do baú / Carlos Alberto Marques de Souza - Vassouras, 2013
viii, 89 f. : il ; 29,7 cm.

Produto da dissertação de mestrado.

1. Matemática – História. 2. Educação - História. 3. Aritmética. 4. Livros didáticos. 5. Ensino primário - Vassouras. I. Villela, Lucia Maria Aversa. II. Universidade Severino Sombra. IV. Título.

CDD 510.9

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade Severino Sombra / Vassouras - RJ

Universidade Severino Sombra
Mestrado Profissional em Educação Matemática

Livro paradidático apresentado como produto da dissertação **ÀS PORTAS DA REPÚBLICA: CURSO PRIMÁRIO E ARITMÉTICA ESCOLAR EM VASSOURAS**, sobre orientação da Profª Drª Lucia Maria Aversa Villela e desenvolvida na linha de pesquisa de História da Educação Matemática, junto ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, da Universidade Severino Sombra.

Vassouras, RJ, 30 de Abril de 2013

PREFÁCIO

Nós, componentes do Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática (LaPHEM), da Universidade Severino Sombra (USS), sentimos enorme prazer em socializar com os colegas professores mais uma produção com base nessa linha de pesquisa. Esta terceira obra é mais um exemplo de como, transversalmente, investigações de tal natureza podem sim contribuir para a formação do docente que ensina Matemática. Carlos Alberto teceu uma História da Educação Matemática e com ela produziu uma estória. Que esta forma criativa por ele encontrada de apresentar novos olhares sobre "velhas propostas" seja não só um mote para que nós professores percebamos o quanto a cultura escolar muda, mas também o como, pedagogicamente, é saudável revisitarmos o passado com olhos detetivescos. Divirtam-se com esta maneira carinhosa com que o autor nos inclui na vida de Patrick e "vô" Sabará e reflitam sobre a Matemática que levamos às nossas salas de aula e o como o fazemos.

Lúcia Mª Aversa Villela
Abril de 2013.

SUMÁRIO

O COMEÇO DE TUDO

Patrick acabara de saber pela sua professora que estava em uma situação difícil em matemática. Estava louco para terminar a sua quinta série e isso o abateu muito, ao ponto de mudar sua rotina diária.

Antes dessa conversa, sempre ao chegar do colégio, tirava o uniforme e ia correndo para a rua brincar. Quando estava chovendo divertia-se dentro de casa mesmo. Nessas horas, a brincadeira favorita era pique-esconde com Nicole, sua irmã mais nova. Sempre dava um jeito de se esconder no quarto do avô Sabará, seu melhor amigo.

Nesse dia, ao tomar conhecimento que poderia ficar reprovado em matemática, nem mesmo tirou o uniforme. Colocou o material em cima da mesa e começou a estudar. Não era o mesmo menino alegre de sempre e Simone, sua mãe, ficou preocupada, pois nunca tinha visto seu filho assim. Mas foi o seu avô que tomou a iniciativa de perguntar ao menino:

- Patrick você está sentindo alguma coisa?

- Não, vovô. Só não quero brincar hoje.

Seu avô estranhou o tom de voz do menino e novamente perguntou:

- Patrick! Estou vendo sua cara de moribundo... O que está acontecendo?

Patrick, sem perder seu jeito irreverente, disse ao avô:

- Vô, primeiro o que é moribundo?

Prontamente, Seu Sabará respondeu:

- Moribundo é a pessoa que está entre a vida e a morte.

- Então, vô, o senhor acertou! Realmente estou moribundo, pois é assim que eu me sinto em matemática.

Ao ouvir isso, sendo seu avô seu melhor amigo, ficou preocupado com a situação do neto e não arredou o pé dali. Ficou sentado perto dele vendo-o estudar. Sabará sabia que ele era o único naquele momento que poderia tirá-lo daquela situação, pois tinha tempo e poderia estudar com Patrick.

Quase sem sentir, Sabará começou a resmungar alguma coisa, discordando do modo como o neto resolvia os problemas. Às vezes Patrick estava tentando fazer algum exercício e seu avô disparava frases do tipo: “Lobo não faria assim!”. Passava mais um tempo e lá vinham as rabugices do avô: “Souza faria diferente...”. Sabará assim ia repetindo nomes tirados de suas memórias a cada exercício que Patrick tentava resolver. Lá pelas tantas, Patrick se irritou:

- Vô, o senhor não esta falando coisa com coisa! Quem é Lobo, Souza, ...?!

Seu avô respondeu:

- Nada, nada! São coisas do meu baú...

Patrick, como era um garoto muito esperto, logo se lembrou do baú que tinha visto um dia em que se escondera de Nicole no quarto do seu avô.

Será que Vô Sabará estava falando das coisas que guardava no baú?

No dia seguinte Patrick esperou seu avô sair para caminhar e foi logo para o quarto dele. Sabia que o baú estava escondido no canto do armário. Para sua surpresa a tal caixa não estava trancada, o que facilitou a investigação. Patrick viu o que tinha dentro do baú, se assustou, e disse:

- Nossa! Os nomes que o meu avô estava falando! Eles são dos autores desses livros! Quando o meu avô chegar, vou tocar no assunto do baú. Quero ver o que ele vai me dizer.

Seu Sabará chegou e, quando ainda estava na cozinha, Patrick entrou correndo desesperadamente e disse:

- Vô, posso fazer uma pergunta?

- Claro, filho! Pode falar.

- Vô, é sobre o baú...

- Que baú, menino?!

- Eu fiquei intrigado com aqueles nomes que o senhor falou ontem quando nós estávamos estudando. Quando eu perguntei que nomes eram aqueles, o senhor me respondeu que eram coisas do seu baú. Foi então que me lembrei de que, quando eu estava brincando com a Nicole e me escondi no seu quarto, nós vimos um baú lá no fundo do seu armário. Então eu pensei: quando o meu avô sair para caminhar eu vou tirar essa história a limpo... Vô, desculpe, mas eu abri o seu baú e me assustei, pois os nomes que o senhor dizia ontem estavam todos naqueles livros. Foi então que pensei: se o meu avô sabe tudo o que está nesses livros de matemática, logo ele pode me ajudar a sair dessa situação. O que o senhor acha disso, vô?

Seu avô fez uma cara de quem estava se metendo em uma maior enrascada e disse:

- Meu netinho, pelo que pude perceber quando você estava estudando, a matemática de hoje é um pouco diferente da que eu aprendi no meu tempo de escola. Não sei se esta é realmente a melhor maneira de lhe ajudar...

- Mas, vô, quando eu li os livros que estavam no baú eu percebi que os exercícios eram parecidos com os que a minha professora passa em sala de aula. Foi então que eu entendi o porquê ela fala assim: “- Essa até meu avô resolvia”!...

Seu avô começou a rir e disse:

- Está bom, Patrick! Vou pensar e logo mais, depois da sua aula, te darei uma resposta.

Essa conversa com o avô já lhe deu esperanças de que juntos - ele, o avô e os livros velhos – iriam resolver seus problemas com a matemática.

Ao chegar à escola, surgiu outra novidade interessante. Dona Terezinha, sua professora informou à turma sobre a gincana de matemática que o colégio estaria promovendo. O aluno ganhador receberia como prêmio uma bicicleta e ela também, como forma de incentivar os alunos ainda mais, veria uma forma de também dar alguns pontos na prova final para o aluno que ganhasse a gincana.

Patrick logo se interessou, pois via nessa gincana a possibilidade de passar de ano e ainda ganhar a bicicleta tão sonhada. Então Patrick, todo entusiasmado, se colocou de pé, cheio de entusiasmo, e perguntou:

- Professora, mas como será essa gincana?

A professora estranhou toda essa euforia de Patrick, já que ele nunca demonstrava o mesmo sentimento por suas aulas. Dona Terezinha respondeu:

- Patrick, a equipe da escola resolveu fazer um projeto que valorizasse a criatividade do aluno na hora de resolver um problema. Por isso a banca julgadora irá valorizar a capacidade dos alunos de apresentarem diferentes métodos de resolução para os problemas, tendo sido esses trabalhados em sala de aula ou não.

Nesse mesmo instante veio à cabeça de Patrick a imagem do seu avô sentado ao seu lado na mesa, dizendo “Lobo não faria assim, Souza faria diferente, Trajano não pensava assim...” Patrick, muito esperto, logo ligou os fatos e sussurrou:

- O baú do meu avô! Ali pode estar a minha salvação!

Ao chegar a casa, a primeira coisa que Patrick fez foi falar com o seu avô sobre a gincana. Contou tudo o que a professora tinha falado em sala e para terminar, disse:

-Vô! Agora eu tenho certeza que o senhor pode me ajudar. Se quando eu estava estudando o senhor sempre dizia aquelas coisas sobre seus livros antigos, então é simples! Vô, se o senhor me ensinar o modo que eles resolviam estas questões eu passo de ano e ainda ganho uma bicicleta. O que o senhor acha? Estamos juntos nessa?

Se ainda restava alguma dúvida, naquele momento Seu Sabará teve a certeza de que poderia ajudar seu neto e mais: que tinha valido a pena ter seguido os conselhos de seus professores que sempre diziam:

- Livros não ficam velhos. Suas páginas podem ficar amareladas, as traças podem avançar como um exército para cima deles, mas as ideias que ali estão nem o tempo ou traça podem apagar.

Então o avô respondeu:

- Claro, Patrick! Como vocês dizem, estou dentro!

- Isto quer dizer, vovô, que podemos começar hoje mesmo?!

- Hoje é sexta feira. Final de semana é para você brincar e não para estudar. Na segunda-feira partiremos para a nossa viagem.

Patrick não entendeu nada e disse:

- Como viajar, vô? Isso não é hora de se passear! No próximo sábado é o dia da gincana! Nós só temos uma semana para estudar!

Então seu avô, sacudindo a cabeça, disse:

- Meu neto, deixa eu te ensinar uma coisa que aprendi com meus mestres: os livros têm um poder mágico de nos proporcionar lindas viagens no tempo e no espaço, sem que saiamos do lugar. Nesta semana visitaremos o início do período republicano brasileiro. Eu quero que você conheça um pouco como era a escola na minha época. Faremos isso através desses livros. Cada dia desembarcaremos em um período diferente e quando chegarmos na sexta-feira, último dia de nossa viagem, você estará pronto para colocar todos os participantes desta gincana no seu baú e conduzi-los a uma linda viagem, mostrando tudo o que você aprenderá nessa semana.

Patrick estranhou quando seu avô falou “seu baú” e então perguntou:

-Vô, agora eu entendi tudo o que o senhor quis dizer, mas uma coisa não ficou bem clara para mim: o senhor disse que o baú era meu, mas o baú é seu!...

- É isso mesmo, meu neto! O grande segredo desse baú é este: toda vez que uma pessoa entrar nele para fazer uma viagem e se encantar, ela passa a ser a nova dona desse baú. Isto quer dizer que no sábado, quando você colocar a escola dentro dele para fazer essa viagem, ela passará a ser a nova dona desse baú.

Patrick ficou estático com essa revelação, mas ao mesmo tempo louco para que o fim de semana passasse logo. Sua vontade era de dormir e, num passe de mágica, acordar já na segunda-feira para dar início a essa viagem.

SEGUNDA-FEIRA

- OBA! SEGUNDA FEIRA CHEGOU!

Patrick levantou para ir ao colégio mais cedo do que o de costume e foi até ao quarto de seu avô, que ainda estava se arrumando para a sua caminhada, e disse:

- Vô! Não se esqueça de que hoje é o primeiro dia da nossa viagem.

- Não esqueci. Hoje eu vou te apresentar um grande amigo meu.

Após a caminhada e seu café, Seu Sabará aproveitou que Patrick estava no colégio e colocou o baú em cima da mesa. Separou o primeiro livro que apresentaria a Patrick, vendo qual seria a melhor forma de encantar o neto.

Quando o menino chegou do colégio, seu avô disse:

- Patrick, que bom que você chegou! Vai tirar essa roupa, tomar um bom banho, almoçar e descansar um pouco, porque depois partiremos para a nossa viagem.

- Sim, vô. Já estou indo.

Quando Patrick terminou de almoçar, descansou um pouquinho. A ansiedade era grande e ele logo foi procurar o avô.

- Vô! Já estou pronto para partirmos.

Então seu avô disse:

- Hoje, através desse livro do José Theodoro Lobo, nós iremos fazer uma viagem ao ano de 1926 e ver como ele resolvia aqueles exercícios que você estava fazendo sobre divisão de frações. Mas, primeiro, eu quero saber como a professora ensinou a vocês.

- Olha só, ‘vô’, ela colocou no quadro uma regra, mas eu não entendi nada. Ela disse que, para dividir uma fração por outra, basta multiplicar a primeira pelo contrário da segunda, e fez um exemplo, sem dizer por que estava fazendo aquilo. Foi assim:

$$\frac{5}{7}:\frac{2}{3}=\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}=\frac{15}{14}$$

Seu avô ao ouvir isto, falou:

- Patrick, resolvi começar por esse assunto, porque percebi como você estava resolvendo alguns exercícios de adição e subtração de frações com denominadores diferentes na semana passada. Você dizia que nesses casos você “tinha que igualar os denominadores”. Estou certo?!

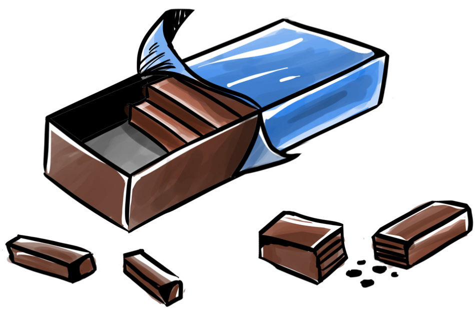
- Sim, ‘vô’! Nossa professora nos disse que devemos igualar os denominadores somente nestes casos.

- Em parte ela está certa, Patrick. Muitos autores também pensam assim, mas é justamente neste ponto que Souza Lobo traz uma maneira diferente para resolver esse tipo de exercício. O modo é bastante simples. Você sempre pode substituir qualquer fração por uma que lhe seja equivalente...

- E o que é isso? Essa tal de fração equivalente ela não falou não.

- Meu filho, quando ela mandava vocês reduzirem ao mesmo denominador, na verdade ela estava fazendo isso: substituindo as frações que não tinham os mesmos denominadores por outras, que valessem a mesma coisa, mas que tivessem um denominador igual. Por exemplo, imagina se tivéssemos a fração $\frac{1}{6}$. Podemos encontrar muitas frações que representem a mesma quantidade que ela.

E nesse momento seu Sabará vai até ao armário da sala e pega uma caixa com barrinhas de chocolate



- Que legal, 'vô'! Os biscoitinhos com forro de chocolate!...
- Calma. Antes de começarmos a comê-los, vamos pensar juntos sobre o que há nessa caixa. Ela tem 18 barrinhas de chocolate. Comer 3 dessas barrinhas é o mesmo que comer $\frac{3}{18}$ do total de chocolates da caixa. Mas nós poderíamos separar essas barrinhas em montinhos com 3 barrinhas em cada um desses montes. Conseguiríamos separar todos esses chocolates em quantos montinhos?
- Ora... 6 montes!
- Mas comer um desses montes é o mesmo que comer $\frac{1}{6}$ da caixa! De qualquer maneira, comendo $\frac{3}{18}$ dos chocolates ou $\frac{1}{6}$ dos montinhos de chocolates, você estaria ganhando a mesma quantidade de barrinhas de chocolates.
- É... Eu não estaria perdendo nada... rsrsr
- É isso que significa serem frações equivalentes! $\frac{1}{6}$ e $\frac{3}{18}$ representam a mesma quantidade. Elas são frações equivalentes.
- Já entendi. O negócio é arrumar os montes de jeito que não se leve prejuízo...

- É mais ou menos isso. Imagina se fizessem uma caixa com 24 dessas barrinhas, para comer $\frac{1}{6}$ desses chocolates, teríamos que arrumá-los de que maneira?

- A ideia é arrumar seis montinhos para que eu possa ganhar um deles. Daí $24:6$ vai dar 4 chocolates em cada montinho.

- Muito bem!!! É isso mesmo! Dessa caixa que imaginamos, com 24 chocolates, comer $\frac{4}{24}$ dos chocolates é o mesmo que comer $\frac{1}{6}$ desses montinhos de 4 chocolates. Mas também significa comer a mesma parte da caixa de 18 chocolates!

- Essa eu não entendi... Da caixa maior, eu ganharia 4 barrinhas e nessa de 18 chocolates, eu só ganharia 3! Como é que é a mesma quantidade?

- Para entender o que está acontecendo você não pode ficar preso à quantidade de barrinhas de chocolate, pois elas serão diferentes, mas quando você olhar para os montinhos perceberá que você possui a mesma quantidade de montinhos.

- Mas eu estaria levando prejuízo!

- Preste atenção no que fizemos. A caixa que aqui está tem 18 barrinhas e a sexta parte dela corresponde a 3 chocolates. Já na que imaginamos, com 24 chocolates, a sexta parte dela corresponderia a 4 chocolates. O total de barrinhas mudou e, se pegamos $\frac{1}{6}$ de cada caixa, a quantidade de barrinhas não poderia ser a mesma!

- Ah! Então uma coisa é a fração da caixa e a outra é a fração dos chocolates.

- Vou escrever a família das frações que representam a mesma quantidade de $\frac{1}{6}$ e veja se descobre alguma coisa: $\frac{1}{6}, \frac{2}{12}, \frac{3}{18}, \frac{4}{24}, \frac{5}{30}, \frac{6}{36}$.

- Ôpa! Acho que já entendi. É como se o total de barrinhas de cada caixa fosse mudando, mas, ao mesmo tempo, eu percebo que a quantidade de montinhos que podemos formar com essas barrinhas não se altera. Continua dando 6 montinhos e o que varia é a quantidade de barrinhas em cada monte.

- É isso aí, meu filho! E agora: me diga quantos chocolates dessa caixa de 18 barrinhas corresponderiam a $\frac{2}{3}$ delas?

- 'Pera' aí. Vou fazer três montes iguaizinhos.

- Muito bem! Mas, quantos chocolates vão ficar em cada monte?

- Ah! Isso é fácil! São 6! Olha só...

- Patrick, você está me surpreendendo... rsrs. Quem foi que disse que você estava ‘perdido’?!

E, se ajeitando melhor na cadeira, o menino, agora mais confiante, disse:

- Dois desses montes vão representar $\frac{2}{3}$ da caixa e, como tenho 6 chocolates em cada monte, as 12 barrinhas vão representar os $\frac{2}{3}$ do total de chocolates.

- É. Acho que cada um de nós já está merecendo comer algumas barrinhas. Que tal dividirmos a caixa em nove montinhos?!

- Cada um de nós dois vai ganhar $\frac{1}{9}$ da caixa?

- Melhor ainda: cada um vai ganhar $\frac{2}{9}$ da caixa!!!

- Irado, ‘vô’! Eu estava contente em ganhar só $\frac{1}{9}$, que dirá em ganhar o dobro!

Refeitos da comilança, voltaram às frações equivalentes.

- Patrick, nós escrevemos ainda há pouco a família das frações equivalentes a $\frac{1}{6}$. Veja, tínhamos escrito estas: $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{3}{18}$, $\frac{4}{24}$, $\frac{5}{30}$, $\frac{6}{36}$. Seriam só essas?
- Claro que não, 'vô'! Essa quantidade de chocolates na caixa pode ser qualquer uma.
- Qualquer uma? E se fossem 15 os chocolates da caixa, haveria uma quantidade de barrinhas inteiras a ser colocada em cada um dos seis montes?
- Ah, não... Inteiras, não. Mas se a gente partisse cada uma delas ao meio, teríamos 30 metades e aí era só fazer montinhos com cinco metades de barrinha.
- EXCELENTE!!!! Acho que foi esse monte de chocolates que comemos que lubrificou suas ideias... kkkkk. Realmente na caixa de 15 barrinhas poderíamos ter 30 meias barrinhas e daí teríamos um número divisível por 6. Ou seja, a sexta parte da caixa corresponderia a 5 metades de barrinhas, que a gente poderia imaginar como sendo 2 inteiras e mais metade de uma terceira.
- É mesmo. Cada barrinha é formada por duas metades...
- Mas, vamos voltar à pergunta que eu fiz: mesmo pensando só nas caixas em que a quantidade de barrinhas fosse divisível por 6, isto é, sem precisarmos de cortar barrinhas,

aquela família das frações equivalentes vai parar ali, no $\frac{6}{36}$ ou vai continuar?

- É claro que vai continuar vô, as próximas frações equivalentes desta família seriam: $\frac{7}{42}, \frac{8}{48}, \frac{9}{54}, \frac{10}{60}$ ...

- Isso mesmo, garoto esperto, agora posso te mostrar como que Souza Lobo resolvia este tipo de exercício. Ele simplesmente substituía as frações que se queriam somar por frações equivalentes e com o mesmo denominador e depois dividia numerador por numerador é denominador por denominador. Veja só como isso funciona, vamos pegar o exemplo dado por sua professora que foi $\frac{5}{7} : \frac{2}{3}$, vamos achar a família da fração $\frac{5}{7}$.

- Ôpa! Isso pode deixa comigo, vô! A família da fração $\frac{5}{7}$ é: $\frac{5}{7}, \frac{10}{14}, \frac{15}{21}, \frac{20}{28}, \frac{25}{35}, \frac{30}{42}$ ... e de $\frac{2}{3}$ é: $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \frac{12}{18}, \frac{14}{21}$ ... E agora qual é o próximo passo, “vô”?

- Perceba que as frações $\frac{15}{21}$ e $\frac{14}{21}$ podem perfeitamente substituir as frações $\frac{5}{7}$ e $\frac{2}{3}$, pois são equivalentes. São essas substituições que Souza Lobo fazia ao resolver exercícios desse tipo. Agora a divisão que iremos realizar é entre as frações $\frac{15}{21}$ e $\frac{14}{21}$, isto é:

$$\frac{5}{7}:\frac{2}{3}=\frac{15}{21}:\frac{14}{21}=\frac{15:14}{21:21}=\frac{15:14}{1}=15:14=\frac{15}{14}$$

Veja que não foi preciso utilizarmos a famosa “regrinha”. Era assim que Souza Lobo efetuava esse tipo de operação. Isso não é legal? (Papo de Mestre nº 1)

- “Vô”, isso é irado! Tenho certeza que na gincana meus colegas vão achar esse método da hora. O que mais Souza Lobo tem de mágico para nos apresentar?

- Patrick, primeiramente é bom deixar claro no dia da gincana que esse método não é nenhum truque e para isso você precisa mostrar os princípios da matemática que estão sendo utilizados nesse método, como acabamos de ver.

- Pode deixar, vô! Eu já entendi que não é mágica, mas será que Souza Lobo tem mais coisas interessantes para nos mostrar?

- É claro que sim, mas por hoje chega. Estamos apenas no primeiro dia desta viagem. Ainda virão muitas novidades pela frente. Agora guarda o seu material é vai brincar, pois amanhã iremos fazer uma viagem ao ano de 1911, onde irei te apresentar outro Souza: acho que ele tem coisas interessantes para nos ensinar.

TERÇA-FEIRA

"- Oba! Terça-feira chegou", disse Patrick logo que ouviu o despertador.

Logo ao chegar à escola Patrick estava empolgado, pois acreditava que realmente iria ganhar aquela gincana. Seu entusiasmo era tanto que sua vontade era de mostrar para todo mundo o que tinha aprendido, mas ele sabia que não era o momento certo. Mesmo assim, não resistiu quando viu que sua professora realizando uma divisão entre frações seguindo aquela "regrinha", sussurrou do fundo da sala:

- Souza Lobo não faria assim...

A professora se virou e perguntou:

- Patrick, o que você falou?

- Nada professora... Eu só pensei alto.

A vontade que tinha era de se levantar e mostrar a todos o modo que ele tinha aprendido, mas lembrou-se de algo que já ouvira algumas vezes em sua casa: "o segredo é a alma do negócio!" E agora, o "negócio" de Patrick era a gincana...

No caminho de volta da escola, vinha pensando como seria a viagem que ele e seu avô fariam ao ano de 1911 e tentando imaginar qual seria a novidade que ele aprenderia.

Como sempre, ao chegar em casa estava cansado de tanto andar, porém nunca perdia seu senso de humor. Ao encontrar sua mãe foi logo falando :

- Mãe, semana que vem vou para a escola de bicicleta e não chegarei tão cansado assim. Não é verdade, vô?

Sua mãe balançou a cabeça, sorriu e disse:

- Será que esse garoto teve uma insolação? Que bicicleta é essa, garoto?

- Meu avô sabe. Conta para ela, vô.

Seu avô desconversou e levou Patrick para o banho, pois queria manter em segredo a participação do seu neto nesta gincana. Seu medo era que sua filha colocasse tudo a perder, pois temia que ela não concordasse com toda essa história, e, caso fosse necessário, eles não teriam tempo a perder, tentando convencê-la.

Após o banho Patrick e seu avô se sentaram à mesa para dar início a mais um dia de aventuras matemáticas. Desta vez eles iriam voltar ao ano de 1911 para ver que novidade Souza lhes apresentaria. Seu avô perguntou:

- Patrick, tem algum assunto em especial que você gostaria de aprender hoje?

- Sabe, vô, semana passada eu aprendi um tal de “critério de divisibilidade”. Acho que até entendi para que eles existem e soube usar todos eles na hora dos exercícios, mas, em alguns casos, mesmo usando tudo que aprendi sobre esse assunto eu ainda teria que fazer contas muito grandes...

Então seu avô perguntou:

- De qual critério que você está falando Patrick?

- Por exemplo, o critério de divisibilidade por 8: a professora ensinou que deveríamos olhar só para os três últimos algarismos. Se eles terminassem em 000 ou se os três últimos algarismos da direita formassem um número divisível por 8, aquele número todo seria divisível por 8. Até aí, tudo bem! Mas se eu quisesse saber, por exemplo, se o número do telefone da Raquel 75654976 é divisível por oito, estaria diante de um grande problema, pois teria que saber se o número 976 é divisível por oito. Não é isso, “vô”?

- Sim, você quase tem razão, mas eu acredito que você estaria não diante de um, mas de três probleminhas. O primeiro é fácil de resolver: quando a gente diz o “número do telefone de fulano é tal”, a gente está usando a palavra “número” de uma forma meio errada... Aquilo é só uma combinação de algarismos que não está representando uma quantidade e, portanto, não é um número de verdade.

- Xiii... Que confusão! Então existe “número” que não é número?!

- É. Se prestarmos atenção no dia-a-dia vamos encontrar vários exemplos. O que dizemos ser o “número” do nosso apartamento também é só um código que não está indicando quantidade! A placa do carro do teu pai é outro exemplo de código desse tipo: aliás, um código que mistura letras e algarismos. Na prática, nesses casos, todos nós usamos a palavra “número” sem nem percebermos que aquelas representações não estão indicando quantidades.

- E, para ficar certinho, como é que a gente falaria?

- Posso te dar um exemplo. Andando de táxi, desses que a gente liga para a companhia e pede para vir nos buscar em casa, já ouvi várias vezes a moça da central de chamadas dizendo “rua tal, numeral não sei das quantas”... Até me assustei a primeira vez que ouvi! Fiquei pensando com os meus botões: será que ela sabe por que está usando a palavra “numeral” ao invés de “número”?

- Engraçado, “vô”. Vou prestar atenção agora. Quero ver se descubro outros exemplos...

- Mas, Patrick, não fique se preocupando com isso. O uso da palavra “número” nesses casos é perfeitamente aceitável. Ninguém se preocupa com isso. Imprecisões no uso dos conceitos, de qualquer área do conhecimento, aparecem muitas vezes na linguagem do dia-a-dia... Um exemplo é que você não me chama de avô e sim de “vô”: isso faz parte da forma popular de se falar: pode ser um erro para a forma rigorosa da língua portuguesa, mas usada sem problemas na linguagem popular! Só te falei dessas imprecisões que cometemos porque temos intimidade e surgiu a oportunidade de te alertar.

- Ah! Então não posso sair corrigindo quem estiver falando errado?! Vou perder essa chance?

- Rsrsrs... Calma, Patrick. Mesmo que fossem erros mais sérios, não aceitos já pela sociedade, a gente não deve sair por aí corrigindo as pessoas. É desagradável! Iam acabar te achando um “chato”, que só quer se mostrar! Com o tempo você vai saber escolher a hora e com que falar sobre errinhos que ela comete.

- É, “vô”! Outro dia mesmo, quando a Fátima não veio fazer a faxina aqui de casa, e ela disse que tinha ido “distrair” o dente, o senhor me puxou correndo da sala porque eu estava rindo... Ela é tão legal com a gente! Ela não tem culpa de não ter tido chance de estudar mais...

- Como te disse na hora, você não agiu de forma educada. O negócio é esperarmos uma oportunidade e, sem magoá-la, usar a palavra certa, para que ela possa aprender. Esse mês mesmo terei que extrair mais alguns dentes para depois colocar a dentadura: vou aproveitar e comentar isso perto dela.

- Agora que eu já descobri que o “número” do telefone da Raquel não é um número e, portanto, não posso ver se ele é “divisível” por 8, vamos falar diferente: imagina que você ganhou na loteria a quantia de R$75.654.976,00 e quer saber, sem fazer a conta toda, se essa quantidade de dinheiro pode ser dividida em oito montinhos iguais. Bastaria eu ver se 976 é divisível por 8?

- Pelo que sua professora ensinou seria. Mas, para que você perceba que mesmo em Matemática não há apenas uma forma de pensarmos, vamos ver outro caminho. Por coincidência hoje nossa viagem será ao ano de 1911 onde te apresentarei meu amigo Souza e eu sei que ele, como vocês dizem, tem um jeito “super irado” para resolver esse tipo de problema. Veja bem: eu não estou falando que o critério apresentado por sua professora esteja errado, mas Souza apresenta esse critério de um modo bastante diferente, o que seria perfeito para você apresentar na gincana de sábado.

- Então, "vô", vamos logo para o ano de 1911! Estou curioso para ver a solução dada por Souza para saber se um número é divisível por oito, o tal critério de divisibilidade diferente do que a professora usou.

- Fique calmo que para chegarmos ao ano de 1911 não vai demorar nada. Basta abrir esse livro que automaticamente já estaremos em 1911. Este poder só os livros têm de nos transportar em questão de segundo para qualquer lugar.

Então, seu Sabará pegou o seu baú e retirou de lá o livro de Souza e ao abri-lo, PLUFT, já estavam em 1911. Logo passou a mostrá-lo como o critério de divisibilidade por oito era ensinado por Souza.

- Veja só, meu neto, para ele um número é divisível por oito quando o algarismo das unidades, mais o dobro do das dezenas, mais quatro vezes o das centenas der como resultado zero, oito ou múltiplo de oito. Vamos analisar o seu exemplo. O final do valor que eu ganharia na loteria: 976. Aplicando o que Souza disse, teremos:

Algarismo das unidades 6

O dobro do algarismo das dezenas .... 2 x 9 = 14

Quatro vezes o algarismo das centenas ...... 4 x 9 = 36

A soma é 56

Veja que 56 é divisível por oito. Logo, a quantia que eu ganharia na loteria seria divisível por oito e eu poderia dividi-la igualmentge em oito montinhos.

- Mas, “vô”, será que se eu aplicasse o mesmo critério para o número 56 funcionaria? Pois agora o número só possui dois algarismos!

- É claro que sim! Vamos ver como ficaria.

Algarismo da unidade 6

Dobro do algarismo das dezenas ....2 x 5 = 10

Mais quatro vezes o das centenas ....4 x 0 = 0

16

- Veja, Patrick, que 16 é múltiplo de 8, logo 56 também é divisível por 8. Olha só o que aconteceria se continuássemos nesse processo só que agora o número que utilizaríamos seria o 16

Algarismo das unidades 6

Mais o dobro do das dezenas ....2 x 1 = 2

Mais quatro vezes o das centenas ....4 x 0 = 0

8

- Que legal, “vô”! Esse é um ótimo exemplo para mostrar na gincana. Realmente esse Souza mandou bem nessa. ... Mas agora fiquei com uma dúvida.

- Qual é a sua dúvida, Patrick? Você deixou de entender alguma coisa? (Papo de Mestre nº 2)

- Não, “vô”! Entendi toda a explicação. O senhor já falou sobre dois errinhos que eu estava cometendo, mas eles já foram resolvidos. Só não consegui enxergar qual é o meu terceiro problema?

Seu Sabará estava brincando com seu neto, pois ele desconfiava que Patrick estava interessado na menina Raquel. Então seu avô falou:

- O etrceiro problema você vai ter que resolver é com a pai da Raquel, pois esta história de telefone não sei não !!!

Neste momento Patrick começou a rir com aquela cara de quem estava aprontando alguma e disse:

- Que isso. “vô”! Nós estamos em 1911 só de passagem... Hoje os tempos são outros.

- Meu neto, só não se esqueça de uma coisa: o pai de Raquel não é do seu tempo. E, por falar nisso, quantos anos ele tem?

- Um dia desses ela me disse que seu pai tinha nascido em 1971, logo ele vai fazer ou já fez 41 anos. Mas por que essa pergunta, “vô”?

- Nada... Amanhã nós continuaremos esse assunto. Agora está na hora de pararmos.
- Mas “vô”!
- Amanhã, Patrick. Já falei.

Quarta Feira

Como toda criança, Patrick ficou curioso para saber qual foi o motivo daquela pergunta. Foi só seu avô chegar à mesa, para o café da manhã, para ele tocar no assunto.

- "Vô", agora fala por que o senhor queria saber a idade do pai da Raquel?

- Na verdade o que eu queria mesmo era ver como você tinha feito o cálculo para achar a idade do pai da menina Raquel.

- "Vô", isso é fácil! Até mesmo minha irmã Nicole, que só tem oito anos, saberia te responder. Se nós estamos em 2013 e se ele nasceu em 1972, para descobrimos sua idade basta fazer essa subtração.

- É justamente nesse ponto que eu queria chegar. Agora imagine se eu te disser que poderíamos chegar nesse mesmo resultado, através de uma adição.

- "Vô", que irado! Esse povo da antiga era muito louco mesmo! Só faltava essa: fazer uma subtração usando a adição! Fiquei curioso para ver como isso funciona.

- Então fica combinado. Logo mais, depois do almoço, vamos para mais uma viagem: desta vez retornaremos ao ano se 1926. Faremos uma nova visita ao nosso amigo Souza Lobo. Acho que ele tem algo interessante para nos mostrar.

Dito e feito. Na hora marcada, Seu Sabará pegou o livro e os dois mergulharam em mais uma aventura e foram conferir como Souza Lobo calcularia a idade do pai da menina Raquel. Então Seu Sabará começou a matar a curiosidade de Patrick, lhe mostrando como seu amigo, pois era assim que ele considerava os autores daqueles velhos livros, transformava uma subtração em adição.

- Souza Lobo acharia a idade do pai da menina Raquel desta maneira: ele pegaria o número 2013 e acharia o seu complemento.

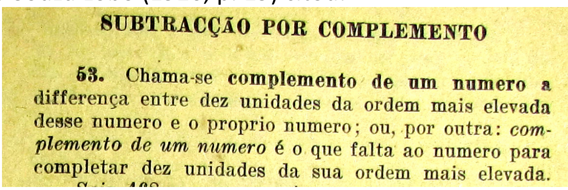
- "Vô", mas o que é complemento de um número?, disparou Patrick, sem que o avô tivesse tempo para explicar alguma coisa...

- Calma, rapaz! Eu já ia te dizer!... É que aqui no livro, além de estar escrito com a linguagem daquela época[1], está dito de uma forma meio confusa.

- Chi, "vô", eu já tinha percebido que esses caras escreviam esquisito. Pensei que eles eram bons em matemática, mas

---

[1] Veja como Souza Lobo (1926, p. 19) citou:



SUBTRACÇÃO POR COMPLEMENTO

53. Chama-se **complemento de um numero** a differença entre dez unidades da ordem mais elevada desse numero e o proprio numero; ou, por outra: *complemento de um numero* é o que falta ao numero para completar dez unidades da sua ordem mais elevada.

não sabiam português! Quer dizer que era assim mesmo?! A maneira de escrever muda com o tempo?!

- Sim, meu filho! O jeito de se escrever e as regras ortográficas vão se ajustando aos novos tempos. Agora mesmo, há pouco tempo, por conta do novo acordo ortográfico, caiu de moda o acento de várias palavras, como, por exemplo, na palavra ideia que em alguns de seus livros ainda aparece como “idéia”. Mas deixa isso para comentarmos em outra hora. Vamos dar um exemplo de como se acha o complementar de um número. Depois vai ficar mais fácil entendermos a definição que o Souza Lobo deu. Como mostra aqui no livro, imagina que nós estamos querendo saber qual é o complemento do número 486. Nesse caso, a ordem mais elevada é das centenas e, portanto, 10 vezes essa ordem mais elevada seria 10 centenas, ou seja, 1.000...

- Êpa! Quem está ocupando a ordem das centenas é o 4! Não teríamos que trabalhar com 10 vezes esse 4?

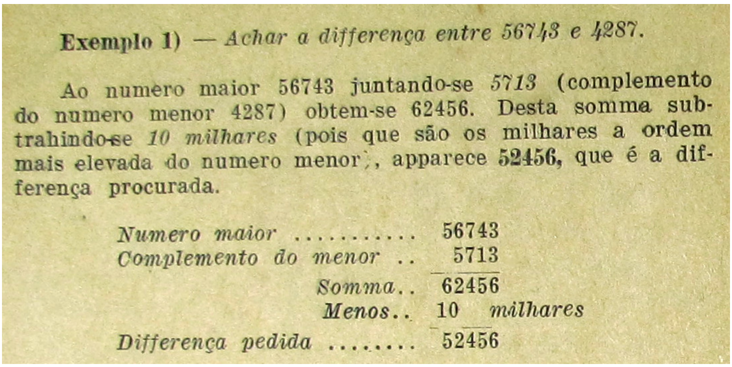
- Não, Patrick! Talvez eu não tenha me explicado direito. Na verdade temos que ver qual o valor que corresponderia a dez unidades da ordem mais elevada. Por exemplo, se quero o complementar de 35, cuja ordem mais elevada é a das dezenas, vou ter que utilizar o 100, que é o mesmo que 10 dezenas. Se fosse para acharmos o complementar de 3.314, teríamos que subtraí-lo de 10.000...

- Ah! Já entendi. Para achar o complemento de 486, vou ter que usar o 1.000. E agora?
- O complemento de 486 é quanto falta para ele chegar a 1.000. Assim temos que efetuar 1.000 – 486. Este resultado, o 532, é o complementar de 486. De fato o complemento de 468 é 532, porque é o que falta a 468 para completar 10 centenas. Agora você entendeu o que é complemento?
- "Vô", entendi, mas este modo está parecendo meio doido!...
- Calma menino! É claro que esse não é o melhor modo para se fazer esse tipo de problema, mas para a gincana, que quer descobrir caminhos diferentes, pode ser o ideal. Agora que você já entendeu o que é complemento podemos continuar?
- É claro, meu "vôzão" querido, mas deixa eu ver se entendi. Então, no caso da idade do pai da Raquel, a primeira coisa que eu devo fazer é achar o complemento de 1971?
- Sim, é isso mesmo. E para isso basta achar quanto falta a 1971 para completar dez milhares, pois a ordem das unidades de milhar é a mais elevada de 1971.
- Ah, "vô", isso é tranquilo: basta fazer 10000 – 1971 que dá 8029.
- Isso mesmo, meu filho! E com esse resultado nós já podemos transformar a subtração 2013 – 1971 em uma adição. Você sabe como fazer isso? (Papo de Mestre nº 3)

- Me deixe ver como é que o Souza Lobo usou isso. Acho que deve estar na página seguinte[2]... E está mesmo! Vamos ver o exemplo que ele deu. Escrevendo isso de outra forma: ele quer saber a diferença entre 56.743 e 8.287, ou seja: 56.743-8.287. Daí ele calculou o complemento de 8.287: a ordem mais elevada é a das unidades de milhar. Viu quanto faltava a 8.247 para chegar a 10.000. Fácil! 5.713.
- Fácil? Como é que você achou esse resultado de cabeça?
- Ah, "vô", para fazermos 10.000 - 8.287 é só ver quanto falta para chegar a 9 em todas as ordens, exceto na das unidades, que vemos o quanto faltou par se chegar a 10...
- Mas, como é que você percebeu isso?
- Ah, "vôzinho"! Não vou te enganar não: eu "estiquei" o olho no que o Souza Lobo estava dizendo no final da página em que ele estava ensinando a calcular o complemento... rsrsrs

---

[2] (SOUZA LOBO, 1926, p. 20)

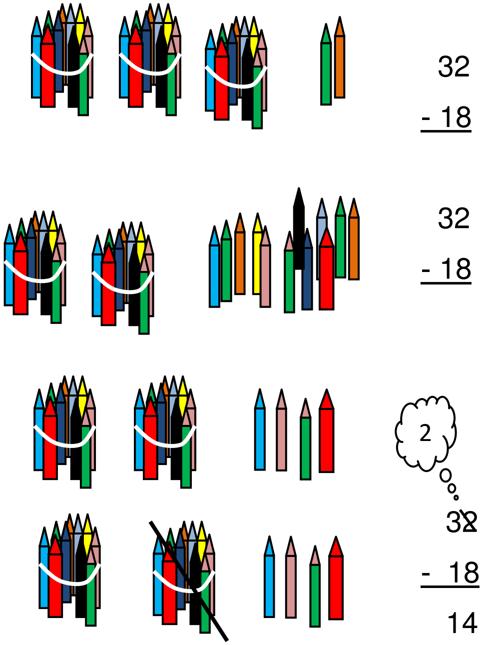


Exemplo 1) — *Achar a differença entre 56743 e 4287.*

Ao numero maior 56743 juntando-se *5713* (complemento do numero menor 4287) obtem-se 62456. Desta somma subtrahindo-se *10 milhares* (pois que são os milhares a ordem mais elevada do numero menor), apparece **52456**, que é a differença procurada.

Numero maior	56743
Complemento do menor ..	5713
Somma..	62456
Menos..	10 *milhares*
Differença pedida	52456

- Éhhh, Patrick! Mas, cuidado, não fique memorizando "macetes" sem saber o porquê!...
- Não, "vô". Fique tranquilo! Eu entendi: é por conta da própria subtração. Eu sei explicar: em 10.000 – 8.287, de zero unidades eu não vou poder subtrair as sete unidades e aí vou ter que ir "pedindo emprestado" uma unidade de cada uma das ordens anteriores...
- Mas você lembra o que significa essa forma popular de se falar? "Pedir emprestado" é...
- Já sei, "vôzão"! Isso o senhor já me explicou há um montão de tempo atrás... É irmos fazendo trocas, tirando uma unidade da ordem imediatamente anterior e transformando-a em 10 da ordem em que estamos trabalhando. Me lembro até do exemplo que fizemos naquela época: a gente estava com três amarradinhos de 10 lápis e dois lápis soltos. Aí você me pediu para que eu lhe entregasse 18 lápis. Eu tive que desmontar um dos amarradinhos de lápis e observar que agora eu só fiquei com 2 amarradinhos. Agora, juntando todos os lápis que estavam separados – os que desamarrei mais os dois que já estavam na ordem das unidades – fiquei com 12 lápis soltos e eu pude tirar os 8 da ordem das unidades. Agora era só subtrair a ordem das dezenas: dos dois amarradinhos, tirei um deles.
Assim, oh...



- Ok, Patrick. Você me convenceu que sabe como efetuar uma subtração desse tipo e o porquê você pode fazê-la de uma forma mais rápida, sem ser só porque o Souza Lobo assim falou... Mas, vamos voltar ao tal exemplo que estávamos vendo na página 20 do livro: ele achou o complemento do subtraendo e depois fez o que?

- Aqui está dizendo que ele efetuou a adição do número maior, ou seja, o nosso minuendo da subtração inicial, com esse complemento achado.

56.743 – 4.287 =

Maior número (nosso minuendo) 56.743

Complemento de 4.287 ....5.713

E Patrick, como quem não está acreditando no que lê, continua:

- A adição desses valores vai dar 62.456. Do resultado, isto é, desse total, ele subtraiu 10 milhares!... Que doideira, "vô"! Mas que mágica é essa? De onde é que ele "inventou" esses tais 10.000? E o pior é que deu certo!

- Patrick, não tem mágica nenhuma... Ele apenas não mostrou o porquê, mas existe uma explicação matemática para o que ele está fazendo! Vamos fazer outros exemplos, observando passo a passo e ver se descobrimos o que está acontecendo.

- Ah! Vamos ver aquela conta sobre a idade do pai da Rachel, de onde partimos. Queríamos efetuar 2.013 – 1971. De acordo com essa maluquice do Souza Lobo, acharíamos o complemento de 1971: seria 10.000 – 1971, o que vai dar 8.029. Agora eu teria que ver o resultado de 2.013 + 8.029, que seria 10.042. Tirando os tais 10.000 ficaria 42, que realmente é quantos anos ele tem 2013!!!!

- Ok. Mas agora vamos ver com exemplos bem simples as propriedades que estão por trás dessa "maluquice" de Souza Lobo: imagine que tivéssemos que efetuar a seguinte subtração para fazer:

$$\begin{array}{r} 35 \\ -12 \\ \hline 23 \end{array}$$

Se aumentamos o minuendo em 15 unidades

O resto também aumenta em 15 unidades

$$\begin{array}{r} 50 \\ -12 \\ \hline 38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ -12 \\ \hline 23 \end{array}$$

Se aumentamos o subtraendo em 15 unidades

O resto diminui em 15 unidades

$$\begin{array}{r} 35 \\ -27 \\ \hline 8 \end{array}$$

Agora vamos ver o que acontece quando o minuendo e o subtraendo sofrem a mesma alteração

$$\begin{array}{r} 35 \\ -12 \\ \hline 23 \end{array}$$

Se aumentamos o minuendo em 15 unidades

e aumentamos o minuendo em 15 unidades

O resto não se alterou

$$\begin{array}{r} 50 \\ -27 \\ \hline 23 \end{array}$$

Olha só que interessante, meu neto! Embora Souza Lobo não tenha se referido ao porquê de tal método, apresentando apenas como aplicá-lo, esses exemplos simples nos mostram que, na verdade, ele estava utilizado as propriedades deste último exemplo, pois se adicionarmos uma mesma quantidade a ambos os termos (minuendo e subtraendo), o resto não se altera.

- Esse modo realmente é muito legal, “vô”. Eu acho que nessa gincana o seu baú vai fazer o maior sucesso. Pelo menos com a minha turma, isso com certeza.

- Se isso realmente acontecer já é um bom número de alunos que o meu baú conseguiu encantar. E esse é o caminho para que novos baús possam surgir, proporcionando assim belas viagens. Sabe, Patrick, quando sua mãe estava na sua série, eu também a ensinei a viajar através dos livros.
- “Vô”, quanto tempo faz isso?
- O tempo exato eu não vou te dizer, mas te darei uma pista o que tornará fácil descobrir o tempo exato: se somássemos a este tempo outro igual e ele, somando ainda a sua metade e a sua quarta parte, encontraríamos como resultado 88 anos.
Neste momento, Patrick pensou que seu avô estava delirando. Mal sabia ele que Seu Sabará já estava pensando no dia seguinte, quando lhe apresentaria o método da falsa posição, o que deixaria Patrick encantado. Passando alguns segundos, Patrick falou:
- “Vô”, dessa maneira o senhor não quer que eu descubra coisa alguma, pois a sua pista não me ajudou em nada! Pelo contrário, me deixou mais perdido ainda! Esta pista é impossível de ser seguida...

- Claro que não. Amanhã vou te mostrar que esse tipo de situação pode ser resolvida através da falsa posição. Calma! Eu sei que você vai me perguntar o que é falsa posição, mas no momento eu só posso te adiantar que é perfeitamente possível chegarmos a uma resposta certa, partindo-se de uma supostamente errada. Como vocês dizem, “chutando” um valor qualquer.

- “Vô”, isso que o senhor esta falando é uma loucura! Onde é que já se viu resolver coisas de matemática, “chutando” respostas?!!!

- Se é assim, amanhã partiremos para o ano de 1936. Eu quero te apresentar uma pessoa que resolvia alguns problemas deste modo, e que de louco não tinha nada.

QUINTA- FEIRA, DIA DE LOUCAS AVENTURAS

Ao acordar, Patrick como sempre foi ao quarto de seu avô, mas desta vez ele não estava vestido com o uniforme do colégio e sim com a camisa do Corinthians. Seu avô se assustou e disse:

- Menino, o que está acontecendo? Hoje não tem aula? O que você está fazendo com essa blusa?

- “Vô” hoje eu não vou conhecer um louco? Então, estou vestido de acordo?

Seu Sabará não aguentou e começou a rir.

- Menino, vai colocar o seu uniforme e vai para o colégio. Quando você chegar, vamos para o penúltimo dia de nossa aventura.

Ao chegar ao colégio, Patrick, entusiasmado, comentava com todos a respeito de sua preparação para a gincana, mas é claro que ele não contava os detalhes. Só dizia que estava fazendo umas viagens com o seu avô e aprendendo muitas coisas novas, mas seus amigos, com um tom irônico, diziam “seu avô lá pode te ensinar alguma coisa nova?!” e começavam a rir. Patrick por ser muito brincalhão, não ligava para as provocações dos seus colegas.

Já no recreio Dona Terezinha, sua professora, veio conversar com o Patrick.

- Olá, Patrick, você está se preparando para a gincana?

- Professora, essa semana tem sido bastante legal! Tenho aprendido muito com o meu avô. Ele tem me levado em umas viagens “iradas”! Tenho aprendido muito. Hoje mesmo vamos fazer uma viagem a 1936. Meu avó falou que vai me apresentar um bando de loucos que fazem umas coisas diferentes, a senhora entende?

Pela expressão do rosto de Dona Terezinha era possível ver que ela estava achando tudo aquilo, no mínimo estranho. Na verdade, não estava entendendo nada do que Patrick estava falando e então perguntou:

- Patrick, você entendeu a pergunta que eu te fiz? Eu te perguntei se você estava se preparando para a gincana e você vem com essa história de viagens “iradas”! Fala que hoje vai com seu avô para 1936 conhecer um bando de loucos. Você tem certeza que está tudo bem?!

- Professora, é claro que sim. É que no momento eu não posso te explicar, mas acho que no sábado a senhora vai ter uma bela surpresa.

Ao chegar à casa todos já estavam à mesa para almoçar. Patrick aproveitou o momento para falar com sua mãe, pela primeira vez, que participaria de uma gincana que o colégio estava organizando e que gostaria muito que toda a família estivesse presente. Falou também do prêmio que o aluno vencedor ganharia. Foi então que Dona Simone, sua mãe, começou a entender o que estava acontecendo: o porquê de tanto mistério entre seu pai, Seu Sabará, e seu filho. Tudo agora fazia sentido para ela.

- É claro, meu filho! No sábado todos nós estaremos lá. Agora, é bom que você se lembre que outros alunos participarão e que também eles estão se preparando! É ótimo você participar de atividades como esta, mas lembre-se de que, quando entramos em uma competição, não é correto contarmos só com a vitória.

- Sim, mãe, eu sei! Mas só eu tenho um avô que possui um baú mágico, onde podemos entrar e voltar no tempo. Você sabia mãe que meu avô tinha esse baú com poderes especiais?

- Eu sabia sim. Isso eu também agradeço a ele: no meu tempo ele também me mostrou umas coisas muito bonitas em matemática. Por mim, já estou feliz pelo papai ter te entusiasmado pela matemática. Só espero que isto termine bem. E, pai, não dê asas à imaginação deste menino.

Seu Sabará, ao ouvir a filha, apenas sorriu.

Após o almoço, Seu Sabará chamou o neto e disse:

- Meu filho, hoje iremos conhecer um dos professores mais respeitados de sua época que de louco não tinha nada: pelo contrário!
- Mas, “vô”, como não! Um professor que fala que pode chegar a uma resposta certa partindo de uma errada, “chutada”, é no mínimo esquisito... O senhor não acha?
- Claro que não. Eu vou te mostrar como ele resolveria aquele enigma de ontem. Você lembra dele?
- Sim! Como eu poderia esquecer?!!
- Pois bem, ele resolveria pelo método da falsa posição. Veja como isso funciona: você escolhe um número qualquer e realiza com ele todas as operações indicadas no problema, o que vai te dar uma resposta que provavelmente será falsa. Depois pensaremos em como fazer a correção e, assim, em como o número falso que você escolheu, se transformaria no número que estamos procurando. Sendo assim, vamos começar a pensar naquele nosso problema para descobrirmos há quanto tempo eu mostrei estas coisas à tua mãe. Imagina aí qual seria essa quantidade de anos.
- Sei lá! Vamos “chutar” que foi há 12 anos.
- Eu disse que esse tempo era tal que se somássemos a essa quantidade outra de valor igual, juntando ainda a metade dessa quantidade e a sua quarta parte, encontraríamos como

resultado 88 anos. Então, vamos pensar como isto seria se o tempo procurado fosse 12 anos

Número “chutado”............... 12
Outro valor igual 12
Mais a metade 6
E a quarta parte.................. 3
Total a partir do teu “chute” 33

- Viu, “vô”, deu errado! Você disse que essa soma era 88...
- Muito bem, Patrick. Até aí você está pensando certíssimo. Mas, me diga uma coisa: se encontramos 33 e queríamos encontrar 88, por quanto teríamos que multiplicar o resultado 33 para que ele fosse igual a 88?
- Chi, “vô”! Não tem nenhum número com que eu possa ter

33 X ... = 88!!!!!

- Concordo com você que não há nenhum número natural que possamos colocar nesses pontinhos de modo a tornar essa igualdade verdadeira, mas pense em um número fracionário... Vou te dar uma ajudinha: se fosse 33 X ... = 66, era fácil, não era?
- Brincadeira, “vô”! Era só dividir 66 por 33!... O tal fator que estava faltando seria o 2.

- Então, menino! Use o mesmo raciocínio!

- Mas em 33 X ...= 88, eu teria que fazer a divisão de 88 por 33 e ...

- E qual é o resultado? Eu te disse que esse resultado não precisa ser um valor natural!

- Deixa ver: A divisão 88: 33 pode ser escrita como $\frac{88}{33}$... É isso, "vozão"?! Matei!!!! $33\times\frac{88}{33}=88$!!!!

- Parabéns, Patrick! Mas vamos retomar o fio da meada: quando estimamos que eu tinha mostrado à Simone novidades de matemática desse tipo há 12 anos, a soma da nossa "charada" daria 33, o que não nos era conveniente. Para que encontrássemos o 88, teríamos que multiplicar a tal soma errada, o valor 33, por $\frac{88}{33}$. Mas se multiplicamos o total por esse valor, o que você acha que deveríamos fazer com relação ao número que "chutamos"? Ao 12?

- Deixa eu verificar. Se multiplico 12 por $\frac{88}{33}$ fica $12\times\frac{88}{33}$ que, depois de simplificado por 3 e por 8, dá 32. E aí, verificando, ficaríamos com:

Número corrigido.................. 32

Outro valor igual 32

Mais a metade 16

E a quarta parte.................. 8

Total 88

Caraca, “vô”! Quer dizer que você há trinta e dois anos a minha mãe estava na minha série! Que legal! Mas, “pera” aí: eu multipliquei seguindo a intuição... Você me explica por que a gente pode fazer isso.

- Que coisa boa, Patrick! É isso mesmo: a gente sempre deve buscar qual a razão de fazermos alguma coisa, principalmente em matemática. Vou tentar te mostrar. Veja um exemplo: sabemos que $3+5=8$. Se multiplicarmos ou dividirmos ambos os membros dessa igualdade por um mesmo número, sempre encontraremos igualdades verdadeiras.

- “Vô”, que história é essa de “membros”. A Dona Teresinha disse que membros são os braços e as pernas...

O velho Sabará sorriu, pois percebeu que Patrick estava fazendo ligações importantes entre as coisas que estava aprendendo e imediatamente continuou a conversa:

- É isso mesmo, Patrick. A Dona Teresinha está certa: lá em ciências, quando a gente está começando a estudar as partes do corpo humano, ouvimos que ele se forma de cabeça, tronco e membros. Só que aqui eu usei a mesma palavra com outro significado! Em matemática, a gente usa a palavra membro como sinônimo de lado. No nosso caso, se tenho a igualdade $3+5=8$, há um primeiro lado ou membro que é o $3+5$ e um segundo membro, que é o 8.

- Xi!!! Já vi que está tudo junto e misturado: tem até sinônimo em matemática!!!

Os dois riram e, sem querer esticar mais a conversa, Seu Sabará retomou o exemplo:

- Como eu estava dizendo, em $3+5=8$, se multiplicarmos os dois lados ou membros da igualdade por um número qualquer, por exemplo o 2, passaremos a ter $(3+5)\times 2=8\times 2$, pois, o primeiro membro da igualdade pode ser calculado como $3\times 2+5\times 2$, cujo resultado será $6+10$, que é igual ao resultado do segundo membro.

- E se a gente dividisse por 2 os dois lados de $3+5=8$?

- Vamos fazer juntos. Como ficaria?

- Seria $(3+5)\div 2=8\div 2$, que pode ser escrito como $3\div 2+5\div 2=8\div 2$. Escrever foi fácil. E agora?

- Não tenha medo, Patrick! Há pouco mesmo você lembrou que escrever $88\div 33$ era o mesmo que escrever $\frac{88}{33}$! Use o mesmo raciocínio...

- “Tá” bom, “vozão”! Então $3 \div 2 + 5 \div 2$ é a mesma coisa que $\frac{3}{2} + \frac{5}{2}$ e agora é fácil! Isso dá $\frac{8}{2}$, que é igual a 4!!!

- Viu! Você mesmo acabou de mostrar que $3 \div 2 + 5 \div 2 = 8 \div 2$. Ambos os membros dessa nova igualdade dão o resultado 4.

- Mas, “vô”, vamos voltar a aquela história de “chutar” uma resposta: quem foi o maluco que criou essa maneira de resolver esse exercício?

- O Professor Antônio Bandeira Trajano não era louco coisíssima nenhuma. Os livros dele começaram a ser publicados ainda no final do século XIX e continuaram a ser vendidos muito depois do ano em que ele morreu.

- Como ele descobriu este modo “irado” de resolver esse exercício? (Papo de Mestre nº 4)

- Meu neto, eu desconfio que ele também possuía um baú mágico, pois este método da falsa posição é muito antigo. Os antigos gregos já faziam uso dele mesmo antes do nascimento de Cristo.

- Aí tinha que ser um baú muito velho mesmo...

Novas gargalhadas...

- É mesmo... Mais tarde você vai ver que nessa época ainda não existiam livros como os de hoje: eles escreviam em um material que na verdade era uma espécie de casca de uma planta. Eram chamados de papiros. Esse tal recurso para se resolver coisas desse tipo foi encontrado em um papiro escrito por volta de 1.650 anos antes de Cristo! Você sabe lá o que é isso?! Quase 17 séculos antes de Cristo mais 21 séculos depois de Cristo!!!! Mas isso fica para outra hora, quando formos fazer buscas na Internet. Agora me diz, Patrick, o que você achou desta aventura de hoje?

- Eu achei dez! Sabe de uma coisa, “vô”: apesar de ser uma gincana de matemática eu acho que essa história vai virar uma grande brincadeira e que todos irão curtir muito. Eu nunca pensei que seria tão legal assim. Não sei se o senhor percebeu, mas nesta semana eu nem liguei o computador para jogar. Essas novas descobertas foram uma grande jogada. Pode isso, “vô”?!!!

E os dois, mais uma vez, riram-se muito. Então o velho Sabará, todo satisfeito, disse:

- Claro que sim! Dependendo de como a matemática é vista, ela pode virar uma brincadeira muito legal. Um bom exemplo disso é este método que acabamos de ver. Como te disse, esses antigos pensadores, além de criarem soluções para situações do seu dia a dia, também às vezes criavam problemas que não tinham uma aplicação prática. Eles também simplesmente buscavam usar a matemática de uma maneira divertida.

Então Patrick deu um beijo em seu avô, saiu correndo, pegou sua irmã e foram para a varanda brincar.

SEXTA-FEIRA CHEGOU, QUE PENA!!!

Neste dia Patrick acordou e, como era de costume, antes de ir para a escola deu uma passadinha no quarto de seu avô para falar com ele:

- Bom dia, “vô”! Hoje, você sabe é o último dia de nossa viagem e eu já estou com saudades de tudo que fizemos nesta semana.

- É assim mesmo! Mas quer saber de uma coisa: eu sempre pensei assim. Quando a gente volta de uma viagem, achando que poderíamos ficar mais um dia, acabamos mais cedo ou mais tarde retornando a aquele lugar. E agora, meu neto, como eu tinha te falado, esse baú tem um segredo e quem entrar nele para fazer uma viagem passa a ser dono dele. Isso significa que a hora que você quiser, pode entrar nele e começar uma nova viagem. Mas eu queria te falar uma coisa: eu sempre fiz essas viagens sozinho, por esse motivo o baú permaneceu comigo.

- Mas e minha mãe, “vô”? O senhor não disse que há 32 anos, quando ela estava na minha série, ela tinha viajado com o senhor?... Então por que o baú não passou a ser dela?

- Acho que você não prestou atenção. Eu disse que a ensinei a viajar através dos livros e ela também te disse que sabia que eu tinha o baú, mas em momento nenhum ela disse que tinha se encantado por essas viagens. Por isso eu não pude deixar o baú com ela e continuei a fazer minhas viagens sozinho. Mas com você, está sendo diferente: você se encantou com estas viagens, por isso tome o baú. Agora ele é seu, e amanhã é o seu dia de colocar seus colegas dentro desse baú e partirem para uma grande aventura. Viajar sozinho nunca é bom. Agora está na hora de você ir para a escola e quando voltar, descanse, pois amanhã o dia promete ter fortes emoções...

Depois disso os dois ficaram abraçados por um bom tempo. Seu Sabará tinha a certeza de que sua missão tinha sido cumprida. Seu neto já tinha o brilho nos olhos de quem sente o prazer de descobrir caminhos e porquês.

SÁBADO, O DIA DE FORTES EMOÇÕES

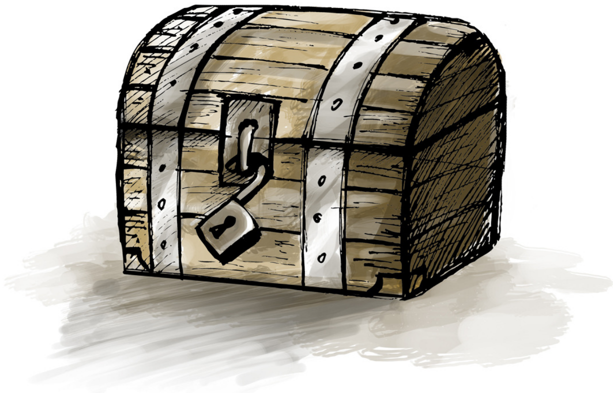
Patrick e toda a família acordaram cedo. Muita correria, todo mundo falando ao mesmo tempo, mas finalmente conseguiram sair para o grande evento.

Chegando ao colégio era possível ver que as famílias tinham realmente se envolvido no projeto. O auditório estava cheio e as crianças agitadas, correndo de um lado para o outro. Tudo levava a crer que esta programação seria um sucesso. Passado um tempinho a diretora do colégio pegou o microfone e falou:

- Bom dia aos pais e alunos. Hoje é um dia muito importante para nossa escola, pois em poucos minutos daremos início à primeira gincana de matemática. Esse projeto foi pensado com a intenção de explorar a criatividade dos alunos, fazendo-os perceber que em matemática há vários caminhos para se resolver uma mesma situação do dia a dia. Sendo assim, os jurados irão avaliar a habilidade dos alunos em apresentar métodos criativos na resolução de exercícios de matemática que podem ter sido ou não trabalhados dentro de sala de aula. Logo, dou como aberta nossa primeira gincana.

Por ordem de sorteio dentre os inscritos, Patrick seria o último a se apresentar. A cada aluno que se apresentava a plateia aplaudia muito, pois realmente o nível dos trabalhos surpreendia a todos. Quando chegou a hora do Patrick se apresentar, ele pegou o baú, subiu no tablado e começou dizendo:

- Hoje nós iremos fazer uma viagem muito especial e nesta viagem eu gostaria de apresentar a vocês a aritmética do baú.

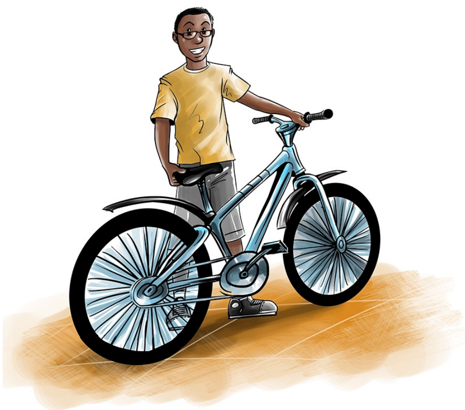


- Hoje em dia, quando nós queremos dizer que algo é antig, nós usamos a expressão essa é do "fundo do baú". Eu também pensei que desse baú não pudesse sair nada criativo, nada de novo, e sendo assim como poderia concorrer com os outros alunos que estavam procurando novidades em livros recentes, internet etc. Acredito que este também é o pensamento de muitos de vocês que estão me ouvindo agora. Mesmo assim eu os convido a entrarem neste baú comigo. Façam essa viagem comigo e, provavelmente, assim como eu, vocês mudaram de ideia.

Neste momento Patrick começou a mostrar a todos o que tinha aprendido com os livros que estavam naquele baú e era visível o encantamento de todos cada vez que o menino apresentava um assunto e mostrava uma solução bem diferente das apresentadas nos livros atuais. Ao terminar sua apresentação, todo o auditório o aplaudiu de pé por alguns minutos.

Os jurados se reuniram, mas não demorou muito para chegarem a uma conclusão, que foi assim anunciada pela diretora:

- Fico feliz com as belas apresentações que hoje aqui presenciamos, logo gostaria de dizer que todos estão de parabéns! Tenho certeza que sairemos daqui hoje já pensando quando será a próxima gincana. É claro que, por ser uma competição, tem que haver um vencedor e os jurados decidiram premiar a aritmética que foi tirada do fundo do baú: suba aqui, Patrick! Você é o vencedor. A bicicleta é sua!



Mais uma vez todo o auditório ficou de pé para aplaudir o menino Patrick que, meio sem jeito, foi caminhando para o palco e lá chegando recebeu um abraço de cada jurado e da diretora, que pegou o microfone e perguntou:

- O vencedor tem alguma coisa a falar?

Patrick estava com vergonha, diante de tal situação, mas, neste momento todos gritavam:

- Discursa, discursa, discursa...

Foi então que ele pegou o microfone das mãos da diretora e falou:

- Em primeiro lugar eu queria agradecer ao meu avô, que durante essa semana me ensinou a importância que os livros, mesmo os velhos, sem páginas coloridas e grandes desenhos, têm em nossas vidas. Hoje eu levo a bicicleta como prêmio, mas eu sei que ela nunca vai poder me levar aonde os livros me levaram nestes últimos dias. Hoje esse baú não mais me pertence. Vocês são os seus novos donos, pois este baú tem um segredo: todos que viajam através dele e se encantam com suas aventuras, passam a ser o seu dono e assim é possível fazermos quantas viagens quisermos. Mas é claro que, para que tenhamos novas viagens é preciso que novos livros entrem nesse baú Por isso deixo aqui uma sugestão: quem sabe o ingresso para a próxima gincana possa ser pelo menos um livro, mesmo velho, para engordar o nosso baú. Valeu galera!!!!!!

Nesse momento Patrick desceu, cumprimentou e foi cumprimentado por todos os colegas, mas a maior emoção foi quando deu um beijo e um longo abraço em seu avô. Só depois de acalmar o coração é que conseguiu dizer ao avô:

- Obrigado, "vô", por me mostrar que a matemática pode sim ser uma grande aventura. Ah, antes que eu me esqueça, aqui está o meu resultado. Eu passei de ano!!!

Seu avô, visivelmente emocionado, disse:

- Desde o primeiro dia de nossa viagem, ao ver a tua curiosidade, eu já sabia que você passaria de ano e ganharia essa bicicleta. Você é ótimo em matemática, mas, assim como essa bicicleta, você só precisou de um empurrãozinho para poder andar. Agora, vai! Pegue sua *bike*, pois agora vão começar as suas aventuras de férias. Só tome cuidado com a rua e não se esqueça que estamos nos tempos atuais.

Papo de Mestre nº 1

Quando se trata de divisão de frações, nós professores temos na ponta da língua a seguinte “regra”: “repete-se a primeira fração e multiplica-se pelo inverso da segunda”. Mas somos capazes de explicar como isto funciona? Aí vai uma explicação:

A partir de agora trabalharemos a divisão entre frações tendo como base duas ideias chaves:

- a divisão como operação inversa da multiplicação,
- e o conceito de frações equivalentes.

Vamos partir do seguinte exemplo:

$$\frac{16}{15} \div \frac{2}{5} = \frac{8}{3}$$

Podemos agir do seguinte modo: dividir o primeiro numerador pelo outro numerador, e fazer o mesmo com os denominadores.

$$\frac{16}{15} \div \frac{2}{5} = \frac{8}{3}$$

Por outro lado, como a divisão é a operação inversa da multiplicação, podemos afirmar que:

$$\frac{8}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{8 \times 2}{3 \times 5} = \frac{16}{15}$$

Outra situação interessante seria explorar o seguinte exemplo:

$$\frac{5}{8} \div \frac{2}{4}?$$

Neste caso agiríamos do mesmo modo, ou seja:

$$\frac{5}{8} \div \frac{2}{4} = \frac{5 \div 2}{8 \div 4} = \frac{2{,}5}{2}$$

Agora bastaria usar o conceito de equivalência de frações:

$$\frac{2{,}5}{2} = \frac{5}{4}$$

Mas, e se em alguma situação aparecer uma dízima periódica? Neste caso não conseguiríamos eliminá-la pela multiplicação de um número inteiro para achar outra fração equivalente! Como agiríamos nessa hora? Para entendermos melhor essa nova situação, partiremos para o seguinte exemplo:

$$\frac{5}{3} \div \frac{2}{7} = ?$$

Nesse caso, o melhor caminho é trabalharmos com as frações equivalentes. Assim estaríamos eliminando a possibilidade de aparecer uma dízima ao dividirmos os numeradores. Logo, temos que encontrar uma fração equivalente a $\frac{2}{7}$ em que o numerador e o denominador tenham 2 e 7 como fatores.

$$\frac{5}{3} = \frac{5 \times 2 \times 7}{3 \times 2 \times 7} = \frac{70}{42}$$

Se $\frac{5}{3}$ é equivalente a $\frac{70}{42}$, isto quer dizer que:

$$\frac{5}{3} \div \frac{2}{7} = \frac{70}{42} \div \frac{2}{7} = \frac{35}{6}$$

Como se vê é possível resolvermos uma divisão de frações sem a regra usual: “repita a primeira fração e a multiplique pela segunda”, que é mais difícil de ser justificada para o aluno.

$$\frac{5}{3} \div \frac{2}{7} = \frac{5}{3} \times \frac{7}{2} = \frac{35}{6}$$

Além disso, nada de desconsiderarmos as soluções de nossos alunos que utilizem, respectivamente, as divisões de numeradores e de denominadores...

Depois desse artifício de cálculo, regra para quê?

Papo de Mestre nº 2

DIVISIBILIDADE

Um critério de divisibilidade só é útil quando for mais simples do que a própria divisão. Esse é um dos motivos pelos quais a maioria dos alunos não lembra ou não aprendeu critérios de divisibilidade de alguns número, como por exemplo 7 e 13. No entanto, dificilmente esquecemos os critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 9 e talvez 11.

Neste papo de mestre vamos explorar o que estava por trás do critério de divisibilidade por oito, utilizado por Souza em seu livro.

6.° Para um numero ser divisivel por 8 é preciso que o algarismo das unidades mais o dobro do das dezenas mais quatro vezes o das centenas dê zero, 8 ou multiplo de 8. O numero 14312 é, pois, divisivel por 8, porque o algarismo das unidades.... 2
mais o dobro do das dezenas...................... $2 \times 1 = 2$
mais quatro vezes o das centenas................ $4 \times 3 = 12$
16
dá um multiplo de 8, isto é 2×8.

Critério de divisibilidade por 8 em Souza (1911, p.43)

Por que essa regra é válida?

Antes de vermos o porquê de esse critério ser válido, é preciso que nos lembremos de que, em uma adição, se todas as parcelas são divisíveis por um determinado valor, então o total também o será. Dito de outra forma, temos: se todos os números A, B e C, são divisíveis por *n*, então o total A + B + C também será divisível por n. Isto é:

- se A é divisível por n, existe um número natural (por exemplo, a), tal que A=a.n. O mesmo ocorrerá com B e C.
- logo, a adição A + B + C = (a.n) + (b.n) + (c.n) = (a + b + c). n, onde o total obtido também é divisível por n.

Vejamos um exemplo prático: 25 + 15 + 45 é divisível por 5, pois cada uma destas parcelas é divisível por 5.

Uma pergunta pode surgir nesse momento: é possível termos uma soma (ou total) divisível por um determinado número sem que todas as parcelas o sejam? Para nos auxiliarmos na resposta a essa pergunta, vejamos o seguinte exemplo:

$$22+18+45=85$$

Veja que as duas primeiras parcelas não são divisíveis por 5, mas a soma o é. Portanto, numa adição é possível que a soma seja divisível por um determinado número sem que todas as parcelas também o sejam, mas, com certeza, se todas as parcelas forem divisíveis por um valor, a adição dessas parcelas nos dará um total que é divisível por tal valor.

Essa propriedade da adição que acabamos de rever é em que se baseia o critério de divisibilidade por oito encontrado nos livros atuais, que diz: "um número é divisível por oito quando termina em 000 ou quando o número formado pelos três últimos algarismos da direita for divisível por 8." Vejamos o exemplo a seguir:

$$3.408.486 = 3.408.000 + 486$$

Neste exemplo, a primeira parcela sempre será divisível por 8 (pois é um valor múltiplo de 1.000, que é divisível por 8). Assim, para que verifiquemos se 3.408.486 é divisível por 8, basta-nos verificar se a outra parcela, 486, também é divisível por este número. Como 486 não é divisível por 8, podemos afirmar que 3.408.486 também não é.

Mas, afinal, o que há por trás do critério apresentado por Antonio de Souza, no livro de 1911? Começaremos a desvendar esse "mistério" partindo do seguinte principio: se queremos verificar se um determinado número é divisível por 8 (ou qualquer outro valor!), podemos desmontá-lo em uma adição em que todas as parcelas escolhidas sejam divisíveis pelo tal valor. Assim, para que um número N seja divisível por 8, podemos considerá-lo como a soma ou total de uma adição de parcelas que atendam a esta condição.Vamos tentar generalizar essa situação?

Seja um número N, natural. Podemos decompor N em parcelas tais como $n.10^3 + c.10^2 + d.10 + u$, onde n é a quantidade de unidades de milhar, c é a quantidade de unidades de centenas, d é a quantidade de unidades de dezenas e u a quantidade de unidades existentes em N, logo Para que N seja divisível por 8 é preciso que mostremos que cada um dessas parcelas também é divisível por 8.

Agora resta mostrarmos quando as três outras parcelas serão

$$N : 8 = (n.10^3 + c.10^2 + d.10 + u) : 8$$

A parcela $n.10^3$ sempre será divisível por 8, porque $n \in IN$ e $10^3 = 1.000$, é divisível por 8.

divisíveis por 8

$$c.10^2 + 10.d + u =$$
$$= c.100 + d.10 + u =$$
$$= c.(96+4) + d.(8+2) + u =$$
$$= c.96 + c.4 + d.8 + d.2 + u =$$
$$= \underline{(c.96 + d.8)} + \underline{(c.4 + d.2 + u)}$$

Estas duas parcelas são divisíveis por 8?

A primeira parcela certamente o é, mas, quanto à segunda parcela, há que se verificar e é esta que foi utilizada por Souza Lobo como critério de divisibilidade por 8.

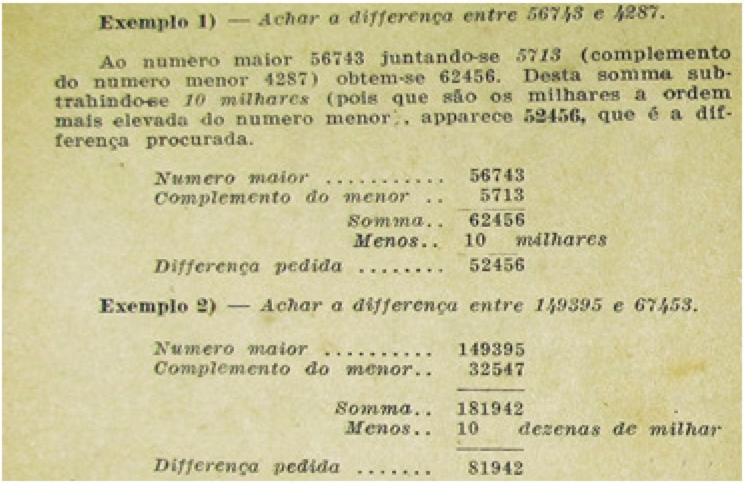
Papo de Mestre nº 3

Subtração por Complemento

Começaremos esse papo mostrando o que era complemento de um número para Souza Lôbo:

> Chame-se complemento de um numero a differença entre dez unidades da ordem mais elevada desse numero e o próprio numero; ou, por outra: complemento de um numero é o que falta ao numero para completar dez unidades da sua ordem mais elevada" (SOUZA LOBO, 1926, p.19).

Agora que já sabemos o que é complemento, vejamos como funciona resolver uma subtração por este método sugerido por Souza Lobo: "Junta-se ao numero maior o complemento do menor, e da somma subtraem-se dez unidades da ordem mais elevada do numero menor" (SOUZA LOBO, 1926, p.20). Vejamos um exemplo prático apresentado por Souza Lobo :



Exemplo 1) — *Achar a differença entre 56743 e 4287.*

Ao numero maior 56743 juntando-se *5713* (complemento do numero menor 4287) obtem-se 62456. Desta somma subtrahindo-se *10 milhares* (pois que são os milhares a ordem mais elevada do numero menor), apparece **52456**, que é a differença procurada.

Numero maior	56743	
Complemento do menor ..	5713	
Somma..	62456	
Menos..	10	*milhares*
Differença pedida	52456	

Exemplo 2) — *Achar a differença entre 149395 e 67453.*

Numero maior	149395	
Complemento do menor..	32547	
Somma..	181942	
Menos..	10	*dezenas de milhar*
Differença pedida	81942	

Exemplo de subtração por complemento em Souza Lobo (1926, p.20).

Agora a nossa intenção é desvendar quais propriedades estão por trás deste método e que, de certa forma, têm sido cada vez mais difícil encontrá-las nos livros didáticos atuais destinados ao ensino fundamental. Vamos rever de forma bem simples algumas destas propriedades!

35	Se aumentarmos o minuendo em 15 unidades	50
- 12		- 12
23	O resto também aumenta em 15 unidades	

35		35
- 12	Se aumentarmos o minuendo em 15 unidades	- 27
23	O resto diminui em 15 unidades	8

Agora vamos ver o que acontece quando o minuendo e o subtraendo sofrem a mesma alteração.

35	Se aumentarmos o minuendo em 15 unidades	50
- 12	e se aumentarmos o subtraendo em 15 unidades	- 27
23	O resto não se altera.	23

Olha que interessante! Foi isto que Souza Lôbo usou.

Embora não tenha se referido ao porquê de tal método, apresentando apenas como aplicá-lo, ao analisarmos esse processo vemos que na verdade envolve uma propriedade da subtração, onde, ao adicionarmos uma mesma quantidade a ambos os termos (minuendo e subtraendo), o resto não se altera. Exemplo:

56.743	+ 10.000	66.743
- 4.287	+ 10.000	- 14.287
52.456	O resto não se altera.	52.456

Papo de Mestre nº 4

O método da falsa posição

O método da falsa posição é uma prática bastante antiga para efetuar cálculos.

> Suas origens perdem-se no tempo, tendo surgido independentemente em vários locais e em várias civilizações da Antiguidade, como uma tentativa de resolver problemas práticos ligados ao comércio, à cobrança de impostos, ao armazenamento de animais e à agrimensura (LUMPKIN apud MEDEIROS e MEDEIROS, 2004, p. 546).

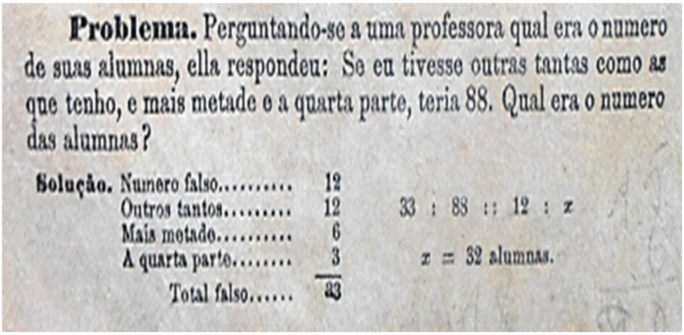
No chamado Papiro de Rhind[3] há problemas que foram resolvidos pelo método da falsa posição.

Alguns nomes são dados a esse método como: falsa posição, falsa suposição e falso pressuposto. Esse método consiste em procedimentos de tentativas e erros, e é utilizado na solução de problemas lineares.

---

[3] Este documento é assim conhecido por ter sido comprado pelo antiquário A. Henry Rhind, em 1858. Também é conhecido por Papiro de Ahmes, nome do escriba que o copiou, por volta de 1700 a.C., de documentos de cerca de 200 anos antes. (http://matheusmathica.blogspot.fr/2011/05/voce-conhece-o-papiro-de-rhind.html).

Como veremos nesse “papo de mestre” existe algo mais interessante que permeia esse método, que aparentemente se apresenta de uma forma muito simples e intuitiva, muita vezes sem qualquer justificativa. Foi dessa forma que Antônio Trajano abordou esse assunto em seu livro Arithmetica Ilustrada como podemos ver nesse problema:



Problema. Perguntando-se a uma professora qual era o numero de suas alumnas, ella respondeu: Se eu tivesse outras tantas como as que tenho, e mais metade e a quarta parte, teria 88. Qual era o numero das alumnas?

Solução. Numero falso..........	12	
Outros tantos.........	12	33 : 88 :: 12 : x
Mais metade..........	6	
A quarta parte........	3	x = 32 alumnas.
Total falso......	33	

Exercício envolvendo regra de três (TRAJANO, 1936, p.105)

Com a intenção de explorar o que está por trás desse método começaremos esse “papo” escrevendo como ficaria esse exercício em uma linguagem algébrica, mais atual: $x+x+\frac{x}{2}+\frac{x}{4}=88$, o que equivale escrever $x.(1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4})=88$, ou seja, $x.\frac{11}{4}=88$. Desse modo podemos dizer que provavelmente estamos diante de dois obstáculos a serem vencidos: o primeiro é dar significado a esse tipo de igualdade em um contexto algébrico e o segundo é lembrar que, ao dividir ambos os membros de uma igualdade por uma quantidade diferente de zero, a igualdade não se altera.

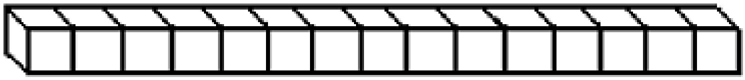
Outro ponto importante a ser levantado é que temos que ter cuidado ao trabalhar com igualdades aritméticas, pois é diferente de se trabalhar com igualdades algébricas. Um aluno que ainda não domina a álgebra simbólica e se depara com essa solução algébrica teria sérias dificuldades para resolver um exercício deste tipo e, quase sempre, quando ele consegue chegar à resposta correta, o caminho utilizado foi por tentativas e erros, o que nos remete ao método da falsa posição.

Uma possível justificativa para o método de falsa posição

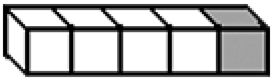
Como sugerem Cleide e Alexandre Medeiros podemos trabalhar o método da falsa posição utilizando material manipulável. Para facilitar esse entendimento iremos resolver o seguinte problema: Qual a idade de Ana se sua idade somada com sua quarta parte é igual a 15? (Adaptação de MEDEIROS e MEDEIROS, 2004, p. 554).

Em uma linguagem algébrica seria resolver a seguinte equação: $x + \frac{1}{4}x = 15$.

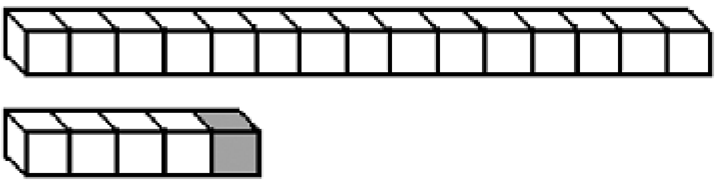
De início usaremos 15 cubos alinhados, para representarmos o valor da soma.



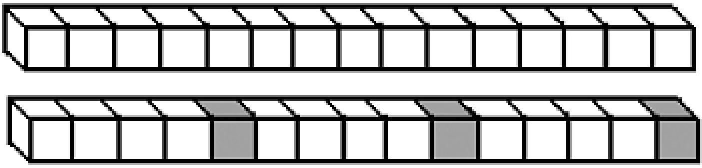
Para representar a idade de Ana, que não sabemos, usaremos uma sequência de quatro cubos e depois acrescentaremos a esta sequência a sua quarta parte ($\frac{1}{4}$ de 4 cubos), assim estaremos representando a soma x + $\frac{1}{4}x$.



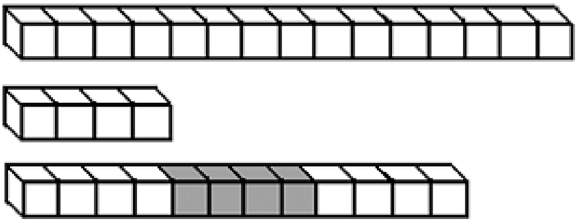
Comparando a barrinha menor, que é a solução sugerida pela falsa posição, e a barrinha maior, que é a solução correta, podemos perceber o erro na quantidade escolhida:



Analisando cuidadosamente as barras podemos perceber que o resultado obtido na soma por falsa posição (barra pequena) é 3 vezes menor do que o valor correto desta soma (barra maior).



Podemos concluir que a primeira sequência escolhida (ou seja, os quatro cubinhos) deve ser multiplicada por três, porque a barra pequena cabe três vezes na barra grande. Assim conseguiríamos achar a idade correta de Ana, que como podemos ver estar representada na figura abaixo.



Terminaremos esse “papo de mestre” esclarecendo que este recurso utilizado não serve para generalizar o método da falsa posição. É claro que este exemplo foi selecionado de modo a nos facilitar. Até mesmo o aspecto visual que o material manipulável trouxe para a solução deste exercício está ligado ao fato do fator a ser usado para que a quantidade usada na falsa posição seja igual à resposta correta ser uma quantidade inteira (3 X 5 = 15). Sendo assim é importante pontuar que em outras situações, em que o fator de correção não fosse uma quantidade inteira, a utilização do material manipulável não seria aconselhável. Mesmo assim, acreditamos que trabalhar nas séries iniciais com estes conceitos nos auxiliará no desenvolvimento de exercícios mais elaborados posteriormente.

Referências:

LOBO, Jose Theodoro de Souza. Primeira Arithmetica para meninos. (36ª.ed.). Porto Alegre: Editora da Livraria Globo, 1927.

MEDEIROS, Cleide Farias de; MEDEIROS, Alexandre. O método da falsa posição na História e na Educação Matemática. **Revista Ciência & Educação**, V.10, n. 3, 2004, p. 545-557. Disponível em http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v10n3/16.pdf.

SOUZA, Antônio, Monteiro de. **Aritmética Elementar.** (4ª. ed) Rio de Janeiro, Typografia do Jornal do Comércio de Robrigues & C. 1911.

TRAJANO, Antônio Bandeira. **Aritmética Elementar Ilustrada**. Rio Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1936.