

TRAJANO

# ARITHMETICA

PRIMARIA

Princípio do estudo dos numeros e do tirocinio do calculo  
até fracções e o Systema Metrico



79.<sup>a</sup> EDIÇÃO

muito desenvolvida, aperfeçoada e impressa em estereotypia nova

RIO DE JANEIRO

Typ. de MARTINS DE ARAUJO & C., rua S. Pedro, 216

Billebrand  
1-8-1924

## UNIDADES

PARA PESAR, MEDIR OU CONTAR

### Metro

- O kilometre tem mil metros
- O metro » 10 decimetros
- O decimetro » 10 centimetros
- O centimetro » 10 millimetros

### Litro

- O hectolitro tem cem litros
- O litro » 10 decilitros
- O decilitro » 10 centilitros
- O centilitro » 10 millilitros

### Grammo

- A toneiada tem mil kilos
- O kilo » mil grammos
- O grammo » 10 decigrammos
- O decigrammo » 10 centigrammos
- O centigrammo » 10 milligrammos

### Aro

- O hectaro tem cem aros
- O aro » cem centaros
- O centaro » 1 metro quadrado

### Unidades para contar

- Um milheiro tem 10 centos
- O cento » 100 unidades
- A grossa » 12 duzias
- A duzia » 12 unidades

### Unidades monetarias

- Um conto de réis vale mil mil-réis
- O mil-réis » 10 tostões ou 50 vintens
- O tostão » 5 vintens
- O cruzado » 20 vintens
- A pataca » 16 vintens
- O vintem » 20 réis

### Unidades de tempo

- O seculo tem 100 annos
- O lustro » 5 annos
- O anno » 12 mezes
- O mez » 30 ou 31 dias
- A semana » 7 dias
- O dia » 24 horas
- A hora » 60 minutos
- O minuto » 60 segundos

### Peso ou conteúdo de alguns volumes

- A sacca de café pesa 60 kilos
- A sacca de assucar pesa 60 kilos
- O sacco de feijão tem 80 litros
- O sacco de milho tem 80 litros
- O sacco de arroz tem 80 litros
- O sacco de canjica tem 80 litros
- O sacco de amendoim tem 80 litros.
- Em geral, um sacco cheio tem 80 litros, e uma sacca tem o peso de 60 kilos.
- A pipa tem 430 litros.

# ARITHMETICA PRIMARIA

PREPARADA

PARA OS MENINOS E MENINAS QUE COMEÇAM O TIROCINIO DOS NUMEROS  
NAS ESCOLAS PRIMARIAS

PELO PROFESSOR

## ANTONIO TRAJANO

Autor da Arithmetica Elemental Illustrada, da Arithmetica Progressiva  
e da Algebra Elemental



79ª EDIÇÃO

muito desenvolvida e aperfeiçoada, impressa em nova estereotypia.

RIO DE JANEIRO

Typographia de MARTINS DE ARAUJO & C., rua S. Pedro, 216



### APERFEIÇOAMENTO DESTA OBRA

Apresentamos a *Arithmetica Primaria*, impressa em typo novo, mais desenvolvida, e illustrada com diversas figuras para esclarecimento de alguns pontos deste ensino.

O texto soffreu algumas modificações para ficar mais intelligivel e facil, e os exercicios de applicação tiveram bastante acrescimo para ser bem manejada a parte pratica desta disciplina. Suprimimos as regras, porque não são ainda convenientes nestas lições rudimentares dos numeros.

Esperamos que este compendio, assim melhorado, continuará a merecer a acceitação geral que recebeu nas **sessenta e seis edições** já esgotadas.

Depois de concluido o estudo deste livro, recommendamos aos Srs. Professores a nossa *Arithmetica Elemental Illustrada*, destinadas para as classes mais adiantadas das escolas primarias, e approvada e adoptada ultimamente pelo Conselho Superior de Instrução, para o uso das escolas do Districto Federal.

A *Arithmetica Elemental* acaba de ser publicada na **60ª edição**, muito mais desenvolvida e ampliada do que as edições anteriores, e, seguindo a mesma ordem methodica da *Arithmetica Primaria*, será de grande vantagem para os alumnos no ensino desta materia.

**OBSERVAÇÃO.** O direito da reprodução desta obra é reservado, e cada exemplar terá a chancellia do autor.

*Antonio Trajano*

## ARITHMETICA PRIMARIA

**1. Arithmetica** é a sciencia dos numeros e a arte de calcular por meio de algarismos.

Ha duas especies de algarismos que se denominam : algarismos arabicos e algarismos romanos.

**2. Algarismos arabicos** são os dez signaes seguintes, chamados:

**1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.**  
 um, dois, tres, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, cifra.

Os nove primeiros chamam-se algarismos significativos, porque cada um exprime um numero; á cifra dá-se tambem o nome de **zero** que significa nada.

**3. Os algarismos romanos** constam de sete letras maiusculas do nosso alphabeto, tendo cada uma dellas um valor convencionado. As sete letras e os seus valores são:

**I, V, X, L, C, D, M.**  
 um, cinco, dez, cinquenta, cem, quinhentos, mil.

**4. Os algarismos arabicos e romanos** exprimem os diversos numeros pela seguinte fórma:

Um.....	1	I	Vinte.....	20	XX
Dois.....	2	II	Vinte e um.....	21	XXI
Tres.....	3	III	Trinta.....	30	XXX
Quatro.....	4	IV	Quarenta.....	40	XL
Cinco.....	5	V	Cinquenta.....	50	L
Seis.....	6	VI	Sessenta.....	60	LX
Sete.....	7	VII	Setenta.....	70	LXX
Oito.....	8	VIII	Oitenta.....	80	LXXX
Novo.....	9	IX	Noventa.....	90	XC
Dez.....	10	X	Cem.....	100	C
Onze.....	11	XI	Duzentos.....	200	CC
Doze.....	12	XII	Trezentos.....	300	CCC
Treze.....	13	XIII	Quatrocentos..	400	CD
Quatorze.....	14	XIV	Quinhentos.....	500	D
Quinze.....	15	XV	Seiscentos.....	600	DC
Dezesseis.....	16	XVI	Setecentos.....	700	DCC
Dezesseite.....	17	XVII	Oitocentos.....	800	DCCC
Dezoito.....	18	XVIII	Novecentos.....	900	CM
Dezenove.....	19	XIX	Mil.....	1000	M

**Exercício de aplicação.** Os discípulos, tendo lido os seguintes números, o professor dictará estes ou outros, não excedendo a 100, que elles escreverão na pedra.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)	(8.)	(9.)	(10.)
14	79	43	87	71	35	66	59	49	29
32	80	37	78	61	65	38	16	19	39
67	10	96	33	51	85	83	58	27	89
52	73	46	77	21	15	69	88	29	68
25	84	90	82	41	45	87	96	60	27
20	50	11	92	31	13	44	53	100	97

(11.)	(12.)	(13.)	(14.)	(15.)
VII	XIX	XXIX	XXXIII	LXXXI
XI	XXI	XL	XXXV	LXXV
XX	XVIII	XLI	LXIV	XC
VIII	XXX	XLVI	LXVI	XCX
XVI	XXXI	XLIII	LXXV	LXXXII
XIV	XXXVI	LVIII	LXIX	XCIV

## DEFINIÇÕES

Antes de entrarmos no estudo da numeração, precisamos saber o que é unidade, quantidade e numero.

**5. Unidade** significa uma só cousa por onde se começa a contar as quantidades. Assim, 25 livros, a unidade é um livro; 18 vintens, a unidade é um vintem; 8 meninos, a unidade é um menino.

**6. Quantidade** é uma porção de alguma cousa que se pôde pesar, medir ou contar. Uma quantidade de café pôde ser pesada; uma quantidade de vinho pôde ser medida com o litro; uma quantidade de panno pôde ser medida com o metro, e uma quantidade de laranjas pôde ser contada.

**7. Numero** é o que exprime quantas unidades contém uma quantidade. Em 38 barricas de farinha, a quantidade é toda essa farinha; a unidade é uma barrica, e o numero das unidades ou barricas é 38.

**8.** Os numeros dividem-se em pares e impares, abstractos e concretos, primos e multiplos.

**Numeros pares** são os que terminam em 2, 4, 6, 8 ou 0.

**Numeros impares** são os que terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9. Assim, 16, 58, 374 são numeros pares, e 15, 29, 283 são numeros impares.

**Numeros abstractos** são os que não estão unidos a nome algum, como 5, 20, 35, etc.

**Numeros concretos** são os que estão unidos ao nome dos objectos para exprimir o seu numero, como 5 livros, 20 pennas, 35 casas, etc.

## NUMERAÇÃO

**9. Numeração** é a parte da Arithmetica que ensina a ler os numeros e a escrevel-os por meio de algarismos

Para aprendermos a ler e a escrever os numeros, é necessario começarmos pela formação das diversas unidades

**10.** Uma só cousa chama-se uma unidade, dez cousas chamam-se dez unidades ou uma dezena, cem cousas chamam-se cem unidades ou uma centena; mil cousas chamam-se mil unidades ou um milhar.

Dez unidades iguaes formam outra unidade immediatamente superior; dez destas formam outra de sorte que, dez unidades simples formam uma dezena; dez dezenas formam uma centena; dez centenas formam um milhar, dez milhares formam uma dezena de milhares; dez dezenas de milhares formam um centena de milhares; dez centenas de milhares formam um milhão, etc

A base desta numeração é sempre **dez**, e por isso se chama **numeração decimal**.

**11.** Em um numero, cada especie de unidades é representada por um só algarismo, e o logar que este occupa chama-se ordem. Começando da direita para a esquerda as unidades occupam a primeira ordem; as dezenas, a segunda; as centenas, a terceira; os milhares, a quarta, e assim por diante, como se vê na seguinte tabella:

13 <sup>a</sup>	12 <sup>a</sup>	11 <sup>a</sup>	10 <sup>a</sup>	9 <sup>a</sup>	8 <sup>a</sup>	7 <sup>a</sup>	6 <sup>a</sup>	5 <sup>a</sup>	4 <sup>a</sup>	3 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	1 <sup>a</sup>
Trilhões.....	centenas de bilhões...	dezenas de bilhões...	Bilhões.....	centenas de milhões...	dezenas de milhões...	milhões.....	centenas de milhares...	dezenas de milhares...	Milhares.....	centenas.....	dezenas.....	Unidades.....
3	2	4	9	9	8	7	6	5	4	3	2	5

**12.** Por esta disposição gradual, dá-se também ás diversas unidades o nome da ordem que occupam nos numeros. Assim, as unidades simples são unidades da 1ª ordem; as dezenas são unidades da 2ª ordem; as centenas são unidades da 3ª ordem; os milhares são unidades da 4ª ordem; as dezenas de milhares são unidades da 5ª ordem; as centenas de milhares são unidades da 6ª ordem; os milhões são unidades da 7ª ordem, etc.

**13. Valor absoluto e relativo.** Os algarismos têm dois valores, um absoluto e outro relativo. Tem o valor absoluto, quando occupam a ordem das unidades simples, e tem o valor relativo, quando occupam qualquer outra ordem. Assim, no numero 22, o primeiro algarismo da direita vale dois, e o segundo vale vinte.

**14.** A cifra não tem valor algum, mas serve para occupar as ordens que não tem unidade alguma para exprimir. Assim, no numero 20, como não ha unidades simples, o seu lugar é occupado por uma cifra, do contrario ficaria 2. No numero 3005, como não ha dezenas nem centenas, os seus lugares são occupados por cifras, para o numero não ficar reduzido a 35. E por esta razão que vulgarmente se diz: *O zero só occupa os lugares sem importancia.*

**15.** Dividindo-se um numero em classes de tres algarismos, começando pela direita, em cada classe haverá unidades, dezenas e centenas. Na primeira classe, as unidades são simples; na segunda, as unidades são os milhares; na terceira, as unidades são os milhões; na quarta, as unidades são os billões, etc. A ultima classe nem sempre tem dezenas e centenas.

A classe que está ao lado, contém 6 centenas, 3 dezenas e 5 unidades. Ora, como 6 centenas contem seiscentas unidades, e 3 dezenas tem 30, a classe se lê: *Seiscentas e trinta e cinco unidades.* Se, em lugar de unidades, fossem milhões, a classe ler-se-ia: 635 milhões, trocando só a palavra unidades por milhões, e o mesmo com as outras classes.



**Problema.** Como se lê o numero 27938456875214?

**Solução.** Dividindo o numero acima em classes de tres algarismos, achamos que tem cinco classes; e como a primeira classe é das unidades simples, a segunda dos milhares, a terceira dos milhões, a quarta dos billões e a quinta dos trillões, segue-se que o numero contém 27 trillões, 938 billões, 456 milhões, 875 milhares e 214 unidades.

Trillões	Billões	Milhões	Milhares	Unidades
27,	938,	456,	875,	214

**Exercício de applicação.** Os discipulos enunciarão os numeros seguintes, e depois o professor dictará estes ou outros para elles escreverem na pedra:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)
109	875	8 080	68 765	9 865 837
221	908	9 009	80 074	9 090 909
335	1 000	10 000	197 343	16 593 207
446	2 004	10 080	795 890	854 389 300
667	3 050	42 050	871 049	900 000 000
718	4 600	55 555	957 412	3 875 873 893

**Numeração das quantias**

**16.** A palavra quantia significa qualquer somma de dinheiro. Para se indicar que um numero expressa uma quantia, e não uma quantidade de objectos, escreve-se um cifrão entre as centenas e os milhares; assim,

4500 lê-se: quatro mil e quinhentas unidades;  
4\$500 lê-se: quatro mil e quinhentos réis.

**17.** Na nossa moeda ha tres unidades que se representam na escripta pelo modo seguinte:

Unidade inferior.....	<b>Um real.....</b>	\$001
Unidade média.....	<b>Mil-réis.....</b>	1\$000
Unidade superior.....	<b>Conto de réis....</b>	1:000\$000

**18.** Além das tres unidades fundamentaes da nossa moeda, ha ainda quatro unidades inferiores denominadas **vintem, tostão, pataca e cruzado.** Estas unidades são muito usadas no commercio miúdo, e por isso devemos conhecer os seus valores.

Um vintem.....	90 réis	Dezesseis vintens (1 pataca)...	390 réis
Dois vintens.....	40 réis	Dezesseito vintens.....	340 réis
Tres vintens.....	60 réis	Dezoito vintens.....	360 réis
Quatro vintens.....	80 réis	Dozenovo vintens.....	380 réis
<b>Um tostão</b> (5 vintens).....	100 réis	<b>Quatro tostões</b> (1 cruzado)...	400 réis
Seis vintens.....	120 réis	Vinte e um vintens.....	430 réis
Sete vintens.....	140 réis	Vinte e dois vintens.....	440 réis
Oito vintens (meia pataca).....	160 réis	Vinte e tres vintens.....	460 réis
Nove vintens.....	180 réis	Vinte e quatro vintens.....	480 réis
<b>Dois tostões</b> (10 vintens).....	200 réis	<b>Cinco tostões</b> (25 vintens)...	500 réis
Onze vintens.....	220 réis	Seis tostões.....	600 réis
Doze vintens.....	240 réis	Sete tostões.....	700 réis
Treze vintens.....	260 réis	Oito tostões (2 cruzados).....	800 réis
Quatorze vintens.....	280 réis	Nove tostões.....	900 réis
<b>Tres tostões</b> (15 vintens).....	300 réis	Doz tostões (50 vintens).....	1\$000

**19.** Nas quantias, a classe denominada milhões tem o nome de **contos**; assim, 325:840\$000 lê-se: 325 contos e 840 mil réis.

Para facilitar a leitura das quantias, escrevem-se dois pontos entre a classe dos milhares e a classe dos contos. Quando os tres ultimos algarismos são zeros, podem ser supprimidos, como 28:231\$.

**Exercício de applicação.** Ler as seguintes quantias:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)
\$080	5\$335	19\$350	308\$700	8:550\$
\$005	6\$903	21\$900	450\$000	12:985\$
\$105	7\$000	54\$306	509\$750	35:708\$
\$850	8\$500	89\$300	654\$930	50:875\$
1\$000	10\$650	90\$994	068\$500	89:207\$
2\$005	15\$900	100\$000	1:000\$000	153:000\$
3\$600	16\$700	125\$800	1:250\$000	256:500\$
4\$920	18\$500	248\$600	2:440\$800	433:625\$

## OPERAÇÕES FUNDAMENTAES

**20.** As operações fundamentaes da Arithmetica são quatro, que se denominam **Sommar, Diminuir, Multiplicar e Dividir.** Chamam-se fundamentaes, porque servem de base para effectuar todas as outras operações dos calculos.

Os signaes arithmeticos que indicam as quatro operações fundamentaes são os seguintes:

- O signal de sommar é + que se lê: *mais.*
- O signal de diminuir é - que se lê: *menos.*
- O signal de multiplicar é × que se lê: *multiplicado por.*
- O signal de dividir é ÷ que se lê: *dividido por.*
- O signal de igualdade é = que se lê: *igual a.*
- O signal de interrogação é =? que se lê: *igual a quanto?*

**21.** Na applicação das quatro operações fundamentaes, precisamos saber o que significam as palavras problema e solução.

**Problema** é uma questão que requer uma ou mais quantidades desconhecidas que se teem de obter por meio de quantidades conhecidas.

**Solução** é um processo por meio do qual se acha a resposta do problema.

## SOMMAR



**Nota.** Para podermos reunir facilmente as parcelas de uma somma, precisamos saber com perfeição a seguinte taboada do sommar:

2 + 1 = 3	3 + 1 = 4	4 + 1 = 5	5 + 1 = 6
2 + 2 = 4	3 + 2 = 5	4 + 2 = 6	5 + 2 = 7
2 + 3 = 5	3 + 3 = 6	4 + 3 = 7	5 + 3 = 8
2 + 4 = 6	3 + 4 = 7	4 + 4 = 8	5 + 4 = 9
2 + 5 = 7	3 + 5 = 8	4 + 5 = 9	5 + 5 = 10
2 + 6 = 8	3 + 6 = 9	4 + 6 = 10	5 + 6 = 11
2 + 7 = 9	3 + 7 = 10	4 + 7 = 11	5 + 7 = 12
2 + 8 = 10	3 + 8 = 11	4 + 8 = 12	5 + 8 = 13
2 + 9 = 11	3 + 9 = 12	4 + 9 = 13	5 + 9 = 14
2 + 10 = 12	3 + 10 = 13	4 + 10 = 14	5 + 10 = 15
6 + 1 = 7	7 + 1 = 8	8 + 1 = 9	9 + 1 = 10
6 + 2 = 8	7 + 2 = 9	8 + 2 = 10	9 + 2 = 11
6 + 3 = 9	7 + 3 = 10	8 + 3 = 11	9 + 3 = 12
6 + 4 = 10	7 + 4 = 11	8 + 4 = 12	9 + 4 = 13
6 + 5 = 11	7 + 5 = 12	8 + 5 = 13	9 + 5 = 14
6 + 6 = 12	7 + 6 = 13	8 + 6 = 14	9 + 6 = 15
6 + 7 = 13	7 + 7 = 14	8 + 7 = 15	9 + 7 = 16
6 + 8 = 14	7 + 8 = 15	8 + 8 = 16	9 + 8 = 17
6 + 9 = 15	7 + 9 = 16	8 + 9 = 17	9 + 9 = 18
6 + 10 = 16	7 + 10 = 17	8 + 10 = 18	9 + 10 = 19

4.ª Lição de sommar

**22. Sommar** é reunir o valor de dois ou mais numeros em um numero só.

Os numeros que se sommam chamam-se **parcelas**, e o resultado da operação chama-se **somma**.

**23.** O signal + escripto entre dois numeros, mostra que estes numeros devem ser adicionados; assim,  $2 + 3 = 5$  lê-se: *2 mais 3 igual a 5*.

**Problema.** Um quadro tem uma carreira com 4 estrellinhas, outra com 3 e outra com 2; quantas estrellinhas tem o quadro?

\*\*\*\*  
\*\*\*\*  
\*\*

4 estrellinhas  
3 estrellinhas  
2 estrellinhas  
9 estrellinhas

**Solução.** Reunindo as tres parcelas em uma só, temos 4 e 3 são 7, e 2 são 9. A somma é 9, e por isso o quadro tem 9 estrellinhas.

\*\*\*\* + \*\*\*\* + \*\* = \*\*\*\*\*

**Exercício geral de applicação:**

1. 8 arvores mais 4 arvores, quantas arvores são?
2. 5 janellas mais 2 janellas?
3. 6 passaros mais 3 passaros?
4. 2 crianças, mais 3 crianças, mais 5 crianças?
5. 3 botes mais 2 botes?
6. 5 lenços, mais 4 lenços, mais 3 lenços, quantas parcelas e lenços são? Parcelas são tres, e lenços são... quantos?
7. Quantas parcelas são 5 copos, 4 copos, 6 copos e 1 copo? e qual é a somma destas parcelas?
8. Quanto sommam as tres parcelas 3\$, 2\$ e 5\$?
9. Reunir em um só numero 2\$, 5\$, 5\$ e 8\$.
10. 8 laranjas mais 7 laránjas, quantas laranjas são?

2.ª Lição de sommar

**24.** Todas as parcelas de uma somma devem ser quantidades da mesma especie de cousas, como 3 livros e 5 livros, que fazem 8 livros.

**Exercício de applicação.** Nestes exercicios, a somma de cada columna não excederá a 9.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)
2 dias	2 horas	3 mezes	2 facas	3 rolhas
3 dias	4 horas	2 mezes	5 facas	4 rolhas
1 dia	2 horas	4 mezes	1 faca	2 rolhas
6 dias				

(6.)	(7.)	(8.)	(9.)	(10.)
15 ovos	25 casas	13 portas	15 janellas	14 copos
21 ovos	11 casas	20 portas	3 janellas	20 copos
10 ovos	30 casas	12 portas	20 janellas	31 copos
43 ovos	22 casas	34 portas	31 janellas	22 copos

(11.)	(12.)	(13.)	(14.)
123 annos	221 saccos	1231 soldados	12512 habitantes
312 annos	105 saccos	2250 soldados	11131 habitantes
104 annos	200 saccos	2107 soldados	21120 habitantes
250 annos	362 saccos	1310 soldados	54123 habitantes

3.ª Lição de sommar

**25.** Seja qual for a ordem em que escrevermos as parcelas de uma somma, o resultado será sempre o mesmo.

**Exercício de applicação.** O professor mostrará aos discipulos que as oito primeiras columnas tem todas as parcelas 1, 2, 3, 4, 5 e 6, e embora sejam tomadas em ordens diversas, dão sempre a mesma somma.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)	(8.)
1	6	2	5	3	4	1	6
2	5	3	3	1	6	6	5
3	4	6	1	5	2	2	1
4	3	1	6	2	1	5	2
5	2	4	4	4	5	3	4
6	1	5	2	6	3	4	3
21							
(9.)	(10.)	(11.)	(12.)	(13.)	(14.)	(15.)	(16.)
5	8	7	9	6	2	9	2
2	4	3	1	5	5	1	8
3	3	9	2	1	3	8	5
9	6	2	4	3	9	1	3
3	2	3	5	3	2	7	2
1	1	6	2	2	1	1	3
4	5	7	3	4	7	6	6

4.ª Lição de sommar

**26.** O signal + pôde ser repetido muitas vezes; assim,  $3 + 4 + 2 + 5 = 14$  lê-se: *3 mais 4, mais 2 e mais 5 são iguaes a 14*

1. 3 + 5 + 2 + 4 + 8 = 22	7. 5 + 3 + 4 + 5 + 2 + 8 = 27
2. 5 + 2 + 4 + 8 + 6 = 25	8. 6 + 4 + 3 + 7 + 5 + 7 = 32
3. 2 + 4 + 8 + 6 + 7 = 27	9. 7 + 2 + 1 + 5 + 2 + 9 = 26
4. 4 + 8 + 6 + 7 + 8 = 33	10. 3 + 9 + 2 + 9 + 1 + 9 = 33
5. 8 + 6 + 7 + 8 + 9 = 38	11. 4 + 7 + 2 + 1 + 5 + 3 = 22
6. 6 + 7 + 8 + 9 + 1 = 31	12. 8 + 2 + 5 + 3 + 6 + 6 = 30

**5. Lição de sommar**

27. Quando a somma de uma columna exceder a 9, e na operação houver mais de uma columna, formam-se unidades superiores para juntar á columna seguinte.

**Problema.** Qual é a somma de 275, 164, 82 e 806?

**Solução.** A somma da columna das unidades é 17; ora, 17 unidades contem 1 dezena e 7 unidades. Escreve-se 7 debaixo das unidades, e a dezena vai para a columna seguinte que com ella somma 22; ora, 22 dezenas contem 2 centenas e 2 dezenas. Escreve-se 2 debaixo das dezenas, e as 2 centenas vão para a columna seguinte que somma 13 centenas. A somma das quatro parcelas é 1327.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)
24	30	45	81	16	29	5
32	23	33	72	12	17	29
51	64	61	63	44	5	4
70	62	45	19	27	83	72
177						
(8.)	(9.)	(10.)	(11.)	(12.)	(13.)	(14.)
235	279	8	235	238	300	250
134	135	25	421	25	75	321
563	401	130	79	142	3	146
325	254	244	253	9	29	79
270	376	323	9	331	200	8
(15.)	(16.)	(17.)	(18.)	(19.)	(20.)	(21.)
\$750	1\$820	6\$500	12\$600	250\$	150\$	234\$
\$480	2\$350	7\$900	7\$800	380\$	25\$	780\$
\$965	7\$500	3\$750	15\$700	75\$	8\$	976\$
\$320	2\$120	2\$800	22\$900	152\$	25\$	486\$
\$500	3\$150	1\$150	8\$250	143\$	272\$	773\$

2 Centenas  
 275  
 164  
 82  
 806  
 1327

**6. Lição de sommar**

28. As parcelas de uma somma devem ser escriptas umas debaixo das outras, de sorte que as unidades da mesma ordem fiquem em columna.

**Exercício de applicação.** Este exercicio tem por fim ensaiar os discipulos a escrever com acerto umas parcelas debaixo das outras.

- |                               |                                   |
|-------------------------------|-----------------------------------|
| 1. Sommar 65, 240, 235 e 9.   | 6. Sommar 1376, 49, 17, 8 e 1326. |
| 2. Sommar 330, 75, 29 e 136.  | 7. Sommar 1900, 70, 850 e 1735.   |
| 3. Sommar 840, 95, 755 e 335. | 8. Sommar 750, 20, 300, 10 e 900. |
| 4. Sommar 25, 49, 8, 9 e 93.  | 9. Sommar 7, 9, 17, 456, 3 e 499. |
| 5. Sommar 79, 132, 15 e 139.  | 10. Sommar 329, 4536 e 73486.     |

**7 Lição de sommar**

29. Prova é uma segunda operação para verificar a exactidão da primeira.

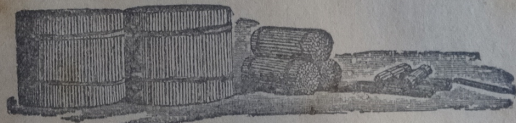
A prova de sommar mais simples e que melhor pôde ser comprehendida por uma criança, é a seguinte: Passa-se um traço em cima da primeira parcella, e depois somma-se debaixo para cima, escrevendo-se a somma em cima do traço, como se vê no modelo que está ao lado. Se as duas sommas forem iguaes, é presumivel que a operação esteja certa. Ha outras provas de sommar, que podem ser estudadas na nossa *Arithmetica Elementar*

1630  
 742  
 272  
 284  
 311  
 1630

**Exercício de applicação.** Effectuar as seguintes addições e tirar a prova de cada uma.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)
1237	5413	7932	3579	23456	56438
3654	2107	1231	2500	7394	23070
5432	3054	6000	3771	65495	23197
6378	2540	3575	2931	26	59219
3625	3791	9655	5212	3764	38545
4321	5219	3705	7931	24961	27312

**8. Lição de sommar**



1. Nesta figura vemos 2 grandes feixes de cabos de vassoura, tendo mil cabos cada um; vemos 3 feixes menores, tendo cem cada



um; vemos 4 feixes, tendo dez cada um, e vemos mais dois cabos avulsos; qual é a somma de todos estes cabos?

2. Uma senhora deu a um menino 12 nozes; a outro 15, e a outro 17; quantas nozes deu?

3. Joacinho comprou um lapis por um tostão; uma caneta por 2 tostões; um livro por 5 tostões, e 2 cadernos de papel por 2 tostões; quanto gastou?

4. Luizinha já tinha 16 ovos, mas recolhendo mais 25, com quantos ficou?

5. Uma cozinheira comprou 1 kilo de carne por \$480; 1 kilo de assucar por \$420; 1 lingua de vacca por \$620, e 1 kilo de manteiga por 2\$300; quanto gastou?

6. Um homem tem 48 annos, e sua mulher 39; qual é a somma das duas idades?

7. Um capitalista comprou uma parella de cavallos por 1:200\$; uma carruagem por 1:450\$, e os arreios por 450\$; quanto gastou nesta compra?

8. Um menino recebeu no dia de seus annos os seguintes presentes: Seu pai deu-lhe 15\$000; sua mãe 10\$, seu tio 25\$, e sua avó 35\$; quanto recebeu o menino nesse dia?

9. Uma menina tinha um cofre onde guardava o dinheiro que lhe davam. Já tinha lá 18\$920, mas pondo mais \$840, e depois 1\$260, quanto possuía ella no cofre?

10. Comprei um relógio por 65\$000, e vendi-o com o lucro de 5\$; por quanto vendi o relógio?

11. Quatro pessoas depositaram no mesmo banco as seguintes quantias: Uma depositou 3:800\$, outra 5:500\$, outra 6:800\$ e outra 4:000\$; quanto depositaram as 4 pessoas?

12. José tem 8 livros, Roberto tem 7, e Renato tem tantos como José e Roberto; quantos livros tem Renato?

13. Um fazendeiro vendeu 25 saccas de café; depois vendeu mais 39, depois 48; quantas saccas de café vendeu?

14. Dezoito litros, mais doze litros, mais vinte litros, quantos litros são?

15. Um viajante andou no primeiro dia 36 kilometros, no segundo 40, no terceiro 48, e no quarto 26; quantos kilometros andou nos quatro dias?

16. Um negociante comprou 400 metros de algodão a \$300, comprou 480 metros de morim a \$500, comprou mais 120 metros de chita a \$480; quantos metros de fazenda comprou?

**DIMINUIR**



**Nota.** Para se effectuar uma subtracção, é necessario saber com perfeição a seguinte taboada do subtrahir:

2 - 2 = 0	3 - 3 = 0	4 - 4 = 0	5 - 5 = 0
3 - 2 = 1	4 - 3 = 1	5 - 4 = 1	6 - 5 = 1
4 - 2 = 2	5 - 3 = 2	6 - 4 = 2	7 - 5 = 2
5 - 2 = 3	6 - 3 = 3	7 - 4 = 3	8 - 5 = 3
6 - 2 = 4	7 - 3 = 4	8 - 4 = 4	9 - 5 = 4
7 - 2 = 5	8 - 3 = 5	9 - 4 = 5	10 - 5 = 5
8 - 2 = 6	9 - 3 = 6	10 - 4 = 6	11 - 5 = 6
9 - 2 = 7	10 - 3 = 7	11 - 4 = 7	12 - 5 = 7
10 - 2 = 8	11 - 3 = 8	12 - 4 = 8	13 - 5 = 8
11 - 2 = 9	12 - 3 = 9	13 - 4 = 9	14 - 5 = 9
6 - 6 = 0	7 - 7 = 0	8 - 8 = 0	9 - 9 = 0
7 - 6 = 1	8 - 7 = 1	9 - 8 = 1	10 - 9 = 1
8 - 6 = 2	9 - 7 = 2	10 - 8 = 2	11 - 9 = 2
9 - 6 = 3	10 - 7 = 3	11 - 8 = 3	12 - 9 = 3
10 - 6 = 4	11 - 7 = 4	12 - 8 = 4	13 - 9 = 4
11 - 6 = 5	12 - 7 = 5	13 - 8 = 5	14 - 9 = 5
12 - 6 = 6	13 - 7 = 6	14 - 8 = 6	15 - 9 = 6
13 - 6 = 7	14 - 7 = 7	15 - 8 = 7	16 - 9 = 7
14 - 6 = 8	15 - 7 = 8	16 - 8 = 8	17 - 9 = 8
15 - 6 = 9	16 - 7 = 9	17 - 8 = 9	18 - 9 = 9

1.<sup>a</sup> Lição de subtrahir

**30. Diminuir** ou subtrahir é tirar um numero menor de outro maior.

O numero maior chama-se **minuendo**; o numero menor chama-se **subtrahendo**, e o resultado da operação chama-se **resto** ou **diferença**.

**31.** O signal —, escripto entre dois numeros, mostra que o segundo numero deve ser subtrahido do primeiro: assim  $3 - 2 = 1$  lê-se 3 menos 2 igual a 1.

**Problema.** De 7 linhas tirando 4, quantas restam?

**Solução.** De 7 tirando 4, restam 3. Nesta operação, 7 é o minuendo, 4 é o subtrahendo e 3 é o resto.



**Exercício oral de applicação.**

1. 8 laranjas menos 3 laranjas, quantas laranjas são?
2. 9 mangas menos 6 mangas?
3. 7 ovos menos 4 ovos?
4. De 6 garrafas tirando 4, quantas restam?
5. De 8 doces subtrahindo 6, quantos restam?
6. De 10\$ subtrahindo 8\$, que quantia resta?
7. Quanto resta de uma duzia de maçãs, tirando 8?
8. Estavam 10 pombas em uma arvore, voando 7, quantas ficaram? Voando mais 3, quantas ficaram?
9. Na subtração  $10 - 7 = 3$ , qual é o dividendo? qual é o divisor? e qual é o resto?
10. De 13 metros de fazenda tirando 7, quantos restam?
11. Qual é a diferença entre 8 e 11?
12. De 20\$ subtrahindo 19\$, quanto resta?

2.<sup>a</sup> Lição de subtrahir

**32.** Na subtração ha dois casos a considerar:

1.<sup>o</sup> Quando todos os algarismos do subtrahendo são menores do que os seus correspondentes no minuendo.

2.<sup>o</sup> Quando algum algarismo do subtrahendo é maior do que o seu correspondente no minuendo.

**33. Primeiro caso.** Quando os algarismos do subtrahendo são menores do que os seus correspondentes no minuendo, opera-se a subtração de cada ordem, escrevendo o resto debaixo della.

**Problema.** De 756 tirando 324 quanto resta?

**Solução.** Escreve-se o subtrahendo debaixo do minuendo, de sorte que as unidades fiquem debaixo das unidades, as dezenas debaixo das dezenas, etc., e embaixo passa-se uma traço. Nas unidades, temos 6 menos 4 são 2; nas dezenas, temos 5 menos 2 são 3, e nas centenas, temos 7 menos 3 são 4. O resto é 432.

Minuendo	756
Subtrahendo	324
Resto	432

**Exercício de applicação.** Nestes exercicios todas as ordens do subtrahendo são menores do que as ordens correspondentes do minuendo.

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)
3 2	3 6	4 8	2 8 6	4 3 6	7 3 2	9 8 7 3
1 1	1 5	2 1	1 7 2	3 1 2	6 1 1	5 3 2 1
2 1						
(8.)	(9.)	(10.)	(11.)	(12.)	(13.)	
5 3 8 6	9 7 8 4	8 9 4 5 6	7 9 8 3 5	3 1 4 5 8 9	2 3 5 4 5	
4 0 1 5	3 5 1	2 4 1 3 5	2 1 7 0 3	2 4 3 7	1 2 4 3 4	
(14.)	(15.)	(16.)	(17.)	(18.)		
2 8 7 4 5 3	9 7 4 5 7 1	7 3 8 9 4 5	8 9 4 5 6 9	7 5 3 8 6 3		
1 5 2 3 1 2	5 2 3 1 5 0	1 0 3 1 2	1 2 3 0 3 8	2 1 7 5 0		

3.<sup>a</sup> Lição de subtrahir

**34. Segundo caso.** Quando o subtrahendo tem algum algarismo maior do que o correspondente do minuendo, opera-se do seguinte modo:

**Problema.** De 426 subtrahindo 284, quanto resta?

**Solução.** Nas unidades, subtrahindo 4 de 6 restam 2. Nas dezenas, como não podemos subtrahir 8 de 2, tomamos 1 centena das 4, e, como a centena tem 10 dezenas, adicionamos estas com as 2, e fazem 12 dezenas. Agora, de 12 tirando 8, restam 4. Como já tiramos 1 centena, restam agora só 3; de 3 tirando 2 fica 1. O resto da subtração é 142.

**Exercício de applicação.** Effectuar as seguintes subtrações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)
4 2 7	5 7 3	6 1 5	4 5 6 3	8 9 5 6	2 5 6 4 5
2 9 3	4 2 8	3 4 6	2 3 8 4	1 7 6 7	1 4 6 3 2
(7.)	(8.)	(9.)	(10.)	(11.)	(12.)
12521	95635	70540	978742	521998	25468
8470	53817	50391	01529	417299	17508

(13.)	(14.)	(15.)	(16.)	(17.)	(18.)
\$840	25\$840	49\$920	67\$320	184\$	7:250\$
\$560	12\$380	27\$680	20\$640	128\$	5:380\$

4ª Lição de subtrahir

35. Esta lição tem por fim adestrar o alumno a escrever com acerto o subtrahendo debaixo do minuendo.

1. 2356 — 784 = 1572	6. 13465 — 1452 = ?	11. 18\$360 — 8\$720 = ?
2. 8654 — 364 = ?	7. 49326 — 4526 = ?	12. 35\$680 — 7\$950 = ?
3. 5630 — 126 = ?	8. 59300 — 881 = ?	13. 40\$000 — 8\$720 = ?
4. 7384 — 108 = ?	9. 73873 — 3654 = ?	14. 56\$700 — 9\$800 = ?
5. 3729 — 86 = ?	10. 93739 — 3004 = ?	15. 88\$900 — 9\$980 = ?

5ª Lição de subtrahir

36. Prova. Para se verificar se uma subtracção está exacta, sommam-se o subtrahendo e o resto, e se a somma for igual ao minuendo, a operação estará certa.

Exercício de applicação. Effectnar as seguintes subtracções, e tirar a prova de cada uma:

	(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)
Minuendo	5463	25643	568943	5649396	256\$
Subtrahendo	1582	14872	203072	239538	109\$
Resto	3881				
Prova	5463				

6ª Lição de subtrahir

- De 16 estrelinhas tirando 4, quantas restam? \* \* \* \*
- Um menino tinha 35 pennas, mas tendo dado 16 a sua irmã, quantas lhe restaram? \* \* \* \*
- Uma senhora, tendo comprado um chapéo por 24\$, deu em pagamento uma nota de 50\$; quanto recebeu de troco? — \* \* \* \*
- Luizinha, tendo comprado em uma loja alguns objectos que importaram em 2\$460, deu em pagamento uma nota de 5\$; quanto recebeu de troco? \* \* \* \*
- Arnaldo comprou uma bengala por 2\$500, e no dia seguinte vendeu-a por 3\$400; quanto ganhou neste negocio? \* \* \* \*

6. Um fazendeiro tinha 123 carneiros, mas vendendo 45, quantos lhe restaram?

7. O minuendo é 1329, o subtrahendo é 890; qual é o resto?

8. A somma de dois numeros é 486, um dos numeros é 243, qual é o outro?

9. De um pombal com 87 pombas, fugiram 19; quantas restaram?

10. Um menino tinha 17 amendoas, deram-lhe mais 9, mas elle comendo uma duzia, quantas lhe restaram?

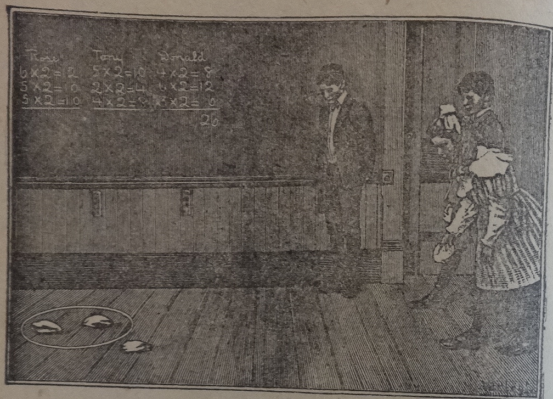
11. Um menino tinha 11 passarinhos; depois comprou 13, mas fugindo-lhe 9, quantos lhe restaram?

12. Uma taboa tinha 25 palmos de comprimento, mas cortando della um pedaço de 9 palmos, com que comprimento ficou?

7ª Lição de sommar e subtrahir

- |  |         |
|--|---------|
| 13. Achar o valor de $326 + 735 + 89 - 608$ .    | Resp. ? |
| 14. Operar $356 + 397 - 725$ .                   | > ?     |
| 15. Qual é a somma de $1354 + 1365 + 89 - 135$ ? | > ?     |
| 16. Qual é o resultado de $798 + 1365 - 525$ ?   | > ?     |
| 17. $8436 + 367 + 108 - 475 = ?$                 | > ?     |
| 18. $63 + 295 + 132 - 187 = ?$                   | > ?     |
| 19. $7367 + 1367 + 870 - 1367 = ?$               | > ?     |
| 20. $4873 - 876 + 5679 = ?$                      | > ?     |
| 21. $3795 + 7395 - 7651 = ?$                     | > ?     |
| 22. $3573 + 2571 - 1015 = ?$                     | > ?     |
| 23. $3600 - 1859 + 2500 = ?$                     | > ?     |
| 24. $2500 + 3750 - 5000 = ?$                     | > ?     |
| 25. $150$ + 256$ + 156$ - 320$ = ?$              | > ?     |
| 26. $333$ + 777$ + 200$ - 950$ = ?$              | > ?     |
| 27. $250$ + 250$ + 400$ - 900$ = ?$              | > ?     |
| 28. $990$ + 85$ + 79$ - 881$ = ?$                | > ?     |
| 29. $3756 + 3752 + 223 - 5750 = ?$               | > ?     |
| 30. $7560 + 2350 + 17 - 9050 = ?$                | > ?     |
| 31. $2560 + 2631 + 17 - 3029 = ?$                | > ?     |
| 32. $XXX + XLV + XVI - XC = ?$                   | > 1     |
| 33. $LXX + XIX + VIII - LX = ?$                  | > ?     |
| 34. $CCC + XXX + III - CC = ?$                   | > ?     |

## MULTPLICAR



**Nota.** Para se operar uma multiplicação é necessário saber com perfeição a seguinte taboada de multiplicar:

2 × 1 = 2	3 × 1 = 3	4 × 1 = 4	5 × 1 = 5
2 × 2 = 4	3 × 2 = 6	4 × 2 = 8	5 × 2 = 10
2 × 3 = 6	3 × 3 = 9	4 × 3 = 12	5 × 3 = 15
2 × 4 = 8	3 × 4 = 12	4 × 4 = 16	5 × 4 = 20
2 × 5 = 10	3 × 5 = 15	4 × 5 = 20	5 × 5 = 25
2 × 6 = 12	3 × 6 = 18	4 × 6 = 24	5 × 6 = 30
2 × 7 = 14	3 × 7 = 21	4 × 7 = 28	5 × 7 = 35
2 × 8 = 16	3 × 8 = 24	4 × 8 = 32	5 × 8 = 40
2 × 9 = 18	3 × 9 = 27	4 × 9 = 36	5 × 9 = 45
2 × 10 = 20	3 × 10 = 30	4 × 10 = 40	5 × 10 = 50
6 × 1 = 6	7 × 1 = 7	8 × 1 = 8	9 × 1 = 9
6 × 2 = 12	7 × 2 = 14	8 × 2 = 16	9 × 2 = 18
6 × 3 = 18	7 × 3 = 21	8 × 3 = 24	9 × 3 = 27
6 × 4 = 24	7 × 4 = 28	8 × 4 = 32	9 × 4 = 36
6 × 5 = 30	7 × 5 = 35	8 × 5 = 40	9 × 5 = 45
6 × 6 = 36	7 × 6 = 42	8 × 6 = 48	9 × 6 = 54
6 × 7 = 42	7 × 7 = 49	8 × 7 = 56	9 × 7 = 63
6 × 8 = 48	7 × 8 = 56	8 × 8 = 64	9 × 8 = 72
6 × 9 = 54	7 × 9 = 63	8 × 9 = 72	9 × 9 = 81
6 × 10 = 60	7 × 10 = 70	8 × 10 = 80	9 × 10 = 90

### 1.ª Lição de multiplicar

**37. Multiplicar** é repetir um numero tantas vezes quantas são as unidades de outro.

O numero que se multiplica, chama-se **multiplicando**; o numero pelo qual este se multiplica, chama-se **multiplicador**; e o resultado da multiplicação chama-se **producto**.

O multiplicando e o multiplicador chamam-se também **factores** do producto.

**38.** O signal ×, escripto entre dois numeros, mostra que estes numeros devem ser multiplicados, assim  $3 \times 2 = 6$  lê-se: 3 multiplicado por 2 igual a 6.

**Problema.** Tendo cada linha 4 estrellas, quantas estrellas terão 3 linhas?

**Solução.** 1 linha tem 4 estrellas; 2 linhas tem 2 vezes 4 estrellas, e 3 linhas tem 3 vezes 4 estrellas, que são 12 estrellas. Nesta operação, 4 é o multiplicando, 3 o multiplicador, e 12 é o producto.

Vemos neste problema que o multiplicador é um numero abstracto, e que o producto é uma quantidade da mesma especie que o multiplicando.

#### Exercício oral de applicação:

- 5 vezes 2? 5 vezes 2\$? 5 vezes 3\$? 5 vezes 5\$?
- Custando 1 pecego 100 réis, quanto devem custar 5 pecegos? Quanto devem custar 7?
- Custando 1 banana 20 réis, quanto devem custar 8 bananas? Quanto devem custar 10?
- Tendo um collete 7 botões, 4 colletes quantos botões devem ter?
- Na multiplicação  $8 \times 3 = 24$ , quaes são os factores, e qual é o producto?
- Sendo 6 e 7 os factores de uma multiplicação, qual é o producto?
- Custando 1 metro de morim 1\$, quanto devem custar 11 metros? Quanto devem custar 15? Quanto devem custar 20?
- Se 1 manga vale 3 laranjas, 5 mangas quantas laranjas valerão?
- Se 1 garrafa de leite custa \$500, 6 garrafas quanto devem custar? 10 garrafas quanto devem custar?
- Se um menino ganhar 2\$ por dia, quanto ganhará em 7 dias?

\*\*\*

\*\*\*

\*\*\*

4 estrellas

3

12 estrellas



- |                          |                         |                         |
|--------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 9. $89 \times 15 = 1335$ | 17. $512 \times 24 = ?$ | 25. $915 \times 33 = ?$ |
| 10. $208 \times 16 = ?$  | 18. $523 \times 25 =$   | 26. $993 \times 34 =$   |
| 11. $215 \times 17 =$    | 19. $636 \times 26 =$   | 27. $1236 \times 43 =$  |
| 12. $235 \times 18 =$    | 20. $684 \times 27 =$   | 28. $2345 \times 56 =$  |
| 13. $346 \times 19 =$    | 21. $721 \times 28 =$   | 29. $3622 \times 67 =$  |
| 14. $358 \times 21 =$    | 22. $756 \times 29 =$   | 30. $4139 \times 75 =$  |
| 15. $405 \times 22 =$    | 23. $802 \times 31 =$   | 31. $5027 \times 84 =$  |
| 16. $421 \times 23 =$    | 24. $869 \times 32 =$   | 32. $6231 \times 92 =$  |

5ª Lição de multiplicar

44. Para multiplicarmos um numero por 10, 100 ou 1000, bastará acrescentar ao multiplicando tantas cifras, quantas tiver o multiplicador.

Assim,  $5 \times 10 = 50$ ;  $5 \times 100 = 500$ ;  $5 \times 1000 = 5000$ .

- |                        |                         |                        |
|------------------------|-------------------------|------------------------|
| 1. $9 \times 10 = 90$  | 4. $193 \times 100 = ?$ | 7. $555 \times 10 = ?$ |
| 2. $84 \times 100 = ?$ | 5. $356 \times 10 =$    | 8. $600 \times 100 =$  |
| 3. $96 \times 10 =$    | 6. $410 \times 100 =$   | 9. $827 \times 1000 =$ |

6ª Lição de multiplicar

45. Quando um ou ambos os factores terminam em cifras, multiplicam-se só os algarismos significativos, e acrescentam-se ao producto total as cifras que contem os dois factores.

No primeiro exemplo, multiplica-se 426 por 12, e acrescentam-se duas cifras ao producto; e no segundo exemplo, multiplica-se 25 por 23 e acrescentam-se quatro cifras ao producto.

- |                         |                        |                         |
|-------------------------|------------------------|-------------------------|
| 1. $23 \times 20 = 460$ | 5. $560 \times 60 = ?$ | 9. $940 \times 150 = ?$ |
| 2. $250 \times 30 = ?$  | 6. $600 \times 70 =$   | 10. $1250 \times 200 =$ |
| 3. $326 \times 40 =$    | 7. $885 \times 80 =$   | 11. $3150 \times 400 =$ |
| 4. $440 \times 50 =$    | 8. $910 \times 90 =$   | 12. $8300 \times 550 =$ |

7ª Lição de multiplicar

46. Quando alguma ordem intermedia do multiplicador for occupada por uma cifra, despreza-se essa cifra, e passa-se a fazer a multiplicação com a ordem seguinte, escrevendo-se o primeiro algarismo do producto debaixo do algarismo com que se operar.

No exemplo que está ao lado, depois de se multiplicar o multiplicando por 3, desprezam-se as duas cifras, e passa-se a multiplicá-lo por 1, escrevendo o primeiro algarismo desse producto parcial debaixo do multiplicador 1.

```

      426
     1003
    -----
     7275
    426
   -----
  243275
    
```

- |                         |                           |                           |
|-------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1. $235 \times 204 = ?$ | 4. $4637 \times 2025 = ?$ | 7. $7234 \times 4015 = ?$ |
| 2. $456 \times 305 =$   | 5. $5641 \times 3008 =$   | 8. $8323 \times 5006 =$   |
| 3. $1236 \times 4003 =$ | 6. $6050 \times 3070 =$   | 9. $9000 \times 6002 =$   |

Diversas applicações da multiplicação

8ª Lição de multiplicar

1. Custando 1 dúzia de ovos 1\$200, quanto devem custar 5 dúzias?

Solução. Custando 1 dúzia 1\$200, 2 dúzias devem custar 2 vezes 1\$200, 3 dúzias devem custar 3 vezes 1\$200, emfim 5 dúzias devem custar 5 vezes 1\$200, que são 1\$200  $\times$  5 = 6\$000.

2. Custando 1 kilo de toucinho 1\$800, quanto devem custar 12 kilos?

3. Em quanto importam 15 metros de morim a \$800 cada metro?

4. Em quanto importam 36 metros de chita a \$600 o metro?

5. Custando um carneiro 5\$800, quanto devem custar 25 carneiros?

6. Ganhando um carpinteiro 6\$ por dia, quanto receberá elle no fim de 15 dias de trabalho?

7. Tendo 1 pipa de vinho 480 litros, 19 pipas quantos litros terão?

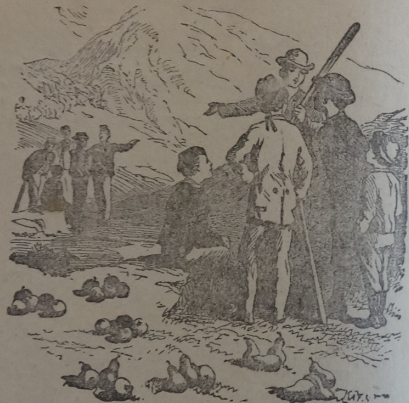
8. Achar as diversas parcelas da conta seguinte:

12 Mangas.....	a	\$400	\$800
15 Peras.....	a	\$240	\$
9 Abacates.....	a	\$200	\$
5 Melancias.....	a	\$800	\$
18 Maçãs.....	a	\$200	\$
5 Kilos de uvas.....	a	1\$200	\$
4 Kilos de figos.....	a	1\$500	\$
2 Kilos de passas.....	a	2\$000	\$
6 Kilos de nozes.....	a	2\$300	\$
3 Kilos de amendoas.....	a	2\$500	\$
			Rs. 55\$100

9ª Lição de multiplicar

47. Quadrado de um numero é o producto que resulta da multiplicação desse numero por si. Assim, o quadrado de 6 é  $6 \times 6 = 36$ , o quadrado de 7 é  $7 \times 7 = 49$ , o quadrado de 10 é  $10 \times 10 = 100$ , etc.

## DIVIDIR



Nota. Para se effectuar uma divisão, é necessario saber muito bem a quinta tabuada de dividir.

2 ÷ 2 = 1	3 ÷ 3 = 1	4 ÷ 4 = 1	5 ÷ 5 = 1
4 ÷ 2 = 2	6 ÷ 3 = 2	8 ÷ 4 = 2	10 ÷ 5 = 2
6 ÷ 2 = 3	9 ÷ 3 = 3	12 ÷ 4 = 3	15 ÷ 5 = 3
8 ÷ 2 = 4	12 ÷ 3 = 4	16 ÷ 4 = 4	20 ÷ 5 = 4
10 ÷ 2 = 5	15 ÷ 3 = 5	20 ÷ 4 = 5	25 ÷ 5 = 5
12 ÷ 2 = 6	18 ÷ 3 = 6	24 ÷ 4 = 6	30 ÷ 5 = 6
14 ÷ 2 = 7	21 ÷ 3 = 7	28 ÷ 4 = 7	35 ÷ 5 = 7
16 ÷ 2 = 8	24 ÷ 3 = 8	32 ÷ 4 = 8	40 ÷ 5 = 8
18 ÷ 2 = 9	27 ÷ 3 = 9	36 ÷ 4 = 9	45 ÷ 5 = 9
20 ÷ 2 = 10	30 ÷ 3 = 10	40 ÷ 4 = 10	50 ÷ 5 = 10
6 ÷ 6 = 1	7 ÷ 7 = 1	8 ÷ 8 = 1	9 ÷ 9 = 1
12 ÷ 6 = 2	14 ÷ 7 = 2	16 ÷ 8 = 2	18 ÷ 9 = 2
18 ÷ 6 = 3	21 ÷ 7 = 3	24 ÷ 8 = 3	27 ÷ 9 = 3
24 ÷ 6 = 4	28 ÷ 7 = 4	32 ÷ 8 = 4	36 ÷ 9 = 4
30 ÷ 6 = 5	35 ÷ 7 = 5	40 ÷ 8 = 5	45 ÷ 9 = 5
36 ÷ 6 = 6	42 ÷ 7 = 6	48 ÷ 8 = 6	54 ÷ 9 = 6
42 ÷ 6 = 7	49 ÷ 7 = 7	56 ÷ 8 = 7	63 ÷ 9 = 7
48 ÷ 6 = 8	56 ÷ 7 = 8	64 ÷ 8 = 8	72 ÷ 9 = 8
54 ÷ 6 = 9	63 ÷ 7 = 9	72 ÷ 8 = 9	81 ÷ 9 = 9
60 ÷ 6 = 10	70 ÷ 7 = 10	80 ÷ 8 = 10	90 ÷ 9 = 10

### 4.ª Lição de dividir

**51. Dividir** é achar quantas vezes um numero contém outro. O numero que se divide, chama-se **dividendo**.

O numero pelo qual se divide o dividendo, chama-se **divisor**. O resultado da operação chama-se **quociente**.

A quantidade que em algumas operações fica por dividir, chama-se **resto**.

**52.** O signal ÷, escripto entre dois numeros, mostra que o primeiro deve ser dividido pelo segundo; assim,  $6 \div 2 = 3$ , lê-se: *6 dividido por 2 igual a 3*.

**Problema.** Dividir 6 estrelinhas em duas partes iguaes.

\*\*\*, \*\*\*

**Solução.** Para dividirmos 6 estrelinhas em duas partes iguaes, temos de dividir 6 por 2. Ora, 6 dividido por 2 dá 3, e por isso cada parte terá 3 estrelinhas.

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 12} \\ \underline{6} \phantom{0} \\ 6 \phantom{0} \\ \underline{6} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$

#### Exercício oral de aplicação:

1. Dividindo 10 meninos em dois grupos iguaes, quantos meninos terá cada grupo?
2. 12 peras divididas por 4 meninos, quantas peras receberá cada um?
3. 15 maçãs divididas por 3 meninas, quantas maçãs recebe cada uma?
4. Dividindo 4 tostões por 4 pobres, quanto receberá cada um?
5. Dividindo 10 pennas por 5 meninos, quantas pennas receberá cada um?
6. Na divisão  $15 \div 3 = 5$ , qual é o dividendo? qual é o divisor? e qual é o quociente?
7. Qual é o quociente de 14 dividido por 7?
8. Com 5 tostões, quantos doces poderei comprar de tostão cada um?
9. Com 12\$, quantos metros de renda posso comprar de 2\$ cada metro?

### 2.ª Lição de dividir

**53.** Na divisão ha tres casos a considerar:

- 1.º Quando o dividendo tem só dois algarismos.
- 2.º Quando o dividendo tem mais de dois algarismos.
- 3.º Quando o divisor tem dois ou mais algarismos.

**54. Primeiro caso.** Quando o dividendo não tem mais de dois algarismos, acha-se facilmente o quociente, por meio da taboada de dividir.

**Exercício oral de aplicação.**

$4 \div 2 = 2$	$16 \div 4 = ?$	$36 \div 6 = ?$	$32 \div 8 = ?$
$6 \div 2 = ?$	$20 \div 4 = ?$	$42 \div 6 = ?$	$40 \div 8 = ?$
$8 \div 2 = ?$	$24 \div 4 = ?$	$48 \div 6 = ?$	$48 \div 8 = ?$
$10 \div 2 = ?$	$28 \div 4 = ?$	$54 \div 6 = ?$	$56 \div 8 = ?$
$12 \div 3 = ?$	$25 \div 5 = ?$	$35 \div 7 = ?$	$54 \div 9 = ?$
$15 \div 3 = ?$	$30 \div 5 = ?$	$42 \div 7 = ?$	$63 \div 9 = ?$
$18 \div 3 = ?$	$35 \div 5 = ?$	$49 \div 7 = ?$	$72 \div 9 = ?$
$21 \div 3 = ?$	$40 \div 5 = ?$	$56 \div 7 = ?$	$81 \div 9 = ?$

**3ª Lição de dividir**

**55.** Para se achar quantas vezes um numero menor está contido em outro maior, busca-se mentalmente o numero que, multiplicado pelo menor, produza o maior.

**Problema.** Em 12 quantas vezes ha 4 ?

**Solução.** Em 12 ha 3 vezes 4, porque 3 vezes 4 são 12. Se escrevermos 12 cifras em linha, e debaixo escrevermos 4 cifras, havemos de notar que a linha de cima terá 3 vezes a linha debaixo.

0000,0000,0000,  
0000

**Exercício oral de aplicação.**

Em 15 quantas vezes ha 3 ?	Em 42 quantas vezes ha 6 ?
Em 16 quantas vezes ha 4 ?	Em 45 quantas vezes ha 9 ?
Em 18 quantas vezes ha 6 ?	Em 49 quantas vezes ha 7 ?
Em 20 quantas vezes ha 5 ?	Em 56 quantas vezes ha 8 ?
Em 24 quantas vezes ha 6 ?	Em 60 quantas vezes ha 6 ?
Em 35 quantas vezes ha 7 ?	Em 72 quantas vezes ha 8 ?
Em 40 quantas vezes ha 8 ?	Em 81 quantas vezes ha 9 ?

**4ª Lição de dividir**

**56. Segundo caso.** Quando o dividendo contém mais de dois algarismos, escreve-se o divisor á direita do dividendo, separado por um traço vertical e sublinha-se, e depois divide-se cada ordem do dividendo pelo divisor, começando pelas unidades superiores.

**Problema.** Dividir 892 por 4.

**Solução.** Temos de dividir cada uma das tres ordens do dividendo pelo divisor 4. Começando pela primeira ordem da direita, temos 8 que, dividido por 4, dá 2. Escreveremos 2 debaixo do divisor, e diremos: 2 vezes 4 são 8, de 8 resta nada. Passando á ordem seguinte, temos 9 que, dividido por 4, dá 2. Escreveremos 2 debaixo do divisor, e diremos: 2 vezes 4 são 8, de 9 resta 1. Este resto é uma dezena que tem 10 unidades, as quaes adicionadas com as unidades da ordem seguinte fazem 12. Agora, o numero 12 dividido por 4 dá 3; escreveremos 3 debaixo do divisor e diremos: 3 vezes 4 são 12, de 12 resta nada. O quociente da divisão é 223.

Centenas		
8	9	2
Dividendo		Unidades
0	1	0
		4
		223

**Exercício de aplicação.** Effectnar as seguintes divisões:

- |                      |                      |                       |                       |
|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1. $124 \div 2 = 62$ | 7. $415 \div 5 = ?$  | 13. $712 \div 8 = ?$  | 19. $3828 \div 4 = ?$ |
| 2. $156 \div 2 = ?$  | 8. $440 \div 5 = ?$  | 14. $720 \div 8 = ?$  | 20. $4395 \div 5 = ?$ |
| 3. $237 \div 3 = ?$  | 9. $552 \div 6 = ?$  | 15. $801 \div 9 = ?$  | 21. $5328 \div 6 = ?$ |
| 4. $264 \div 3 = ?$  | 10. $534 \div 6 = ?$ | 16. $819 \div 9 = ?$  | 22. $6139 \div 7 = ?$ |
| 5. $316 \div 4 = ?$  | 11. $602 \div 7 = ?$ | 17. $1386 \div 2 = ?$ | 23. $7320 \div 8 = ?$ |
| 6. $324 \div 4 = ?$  | 12. $623 \div 7 = ?$ | 18. $2154 \div 3 = ?$ | 24. $8712 \div 9 = ?$ |

**5ª Lição de dividir**

**57.** Quando qualquer ordem do dividendo for inferior ao divisor, escreve-se uma cifra no quociente e junta-se essa ordem com a seguinte para se operar a divisão.

**Problema.** Dividir 2436 por 6.

**Solução.** Como não podemos dividir 2 por 6, tomaremos tambem a ordem seguinte e teremos 24. No principio da divisão não é necessário escrever a cifra no quociente, porque alli é supérflua. Então, 24 dividido por 6 dá 4, e não fica resto. Temos agora de dividir a ordem seguinte que é 3; ora, como não podemos dividir 3 por 6, tomaremos tambem a ordem seguinte, que é 6, e teremos 36. Escreveremos uma cifra no quociente e depois dividiremos 36 por 6, que dará 6. O quociente da divisão é 406.

2	4	3	6
Dividendo		Unidades	
0	0	0	4
		6	
		406	

**Exercício de aplicação:**

- |                        |                      |                      |
|------------------------|----------------------|----------------------|
| 1. $1218 \div 3 = 406$ | 4. $4254 \div 6 = ?$ | 7. $5608 \div 8 = ?$ |
| 2. $1632 \div 4 = ?$   | 5. $5663 \div 7 = ?$ | 8. $4016 \div 8 = ?$ |
| 3. $2540 \div 5 = ?$   | 6. $6349 \div 7 = ?$ | 9. $7227 \div 9 = ?$ |

**6ª Lição de dividir**

**58.** Quando o divisor dividir exactamente o dividendo, o quociente ficará completo; mas, quando não o dividir exactamente, haverá um resto na divisão, e o quociente ficará incompleto.

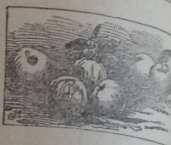
**Nota.** Quando chegarmos as frações,ahi aprenderemos a dividir tambem o resto e a completar o quociente. Por enquanto desprezaremos o resto.



**Problema.** Dividindo 7 maçãs por 2 meninos, quantas maçãs receberá cada um?

**Solução.** Dividindo 7 por 2, o quociente é 3, e fica 1 de resto. Cada menino receberá 3 maçãs e ficará 1 maçã de resto por dividir. Na figura, vemos que, de 7 maçãs tirando 2 vezes 3 maçãs, que são 6, resta 1 maçã.

$$\begin{array}{r} 7 \ 2 \\ 1 \ 3 \end{array}$$



**Exercício de aplicação.** Effectuar as seguintes divisões:

- |               |               |                 |                  |
|---------------|---------------|-----------------|------------------|
| 1. 15 ÷ 2 = ? | 5. 52 ÷ 6 = ? | 9. 93 ÷ 2 = ?   | 13. 331 ÷ 6 = ?  |
| 2. 23 ÷ 3 = ? | 6. 65 ÷ 7 = ? | 10. 101 ÷ 3 = ? | 14. 583 ÷ 7 = ?  |
| 3. 38 ÷ 4 = ? | 7. 77 ÷ 8 = ? | 11. 131 ÷ 4 = ? | 15. 925 ÷ 8 = ?  |
| 4. 46 ÷ 5 = ? | 8. 85 ÷ 9 = ? | 12. 238 ÷ 5 = ? | 16. 1321 ÷ 9 = ? |

**7. Lição de dividir**

**59. Terceiro caso.** Quando o divisor tem dois ou mais algarismos, separam-se no dividendo tantos algarismos, quantos contém o divisor, e mais um ainda, se o numero formado pelos algarismos se parados for inferior ao divisor, e depois opéra-se do modo seguinte:

**Problema.** Dividir 2786 por 13.

**Solução.** Como o divisor tem dois algarismos, separam-se tambem dois algarismos no dividendo total, e ficam 27 como o primeiro dividendo parcial. Em 27, ha duas vezes 13; ora, 2 vezes 13 são 26 que subtraídos de 27, resta 1. Desce-se a ordem seguinte para o resto, e ficam 18, como o segundo dividendo parcial. Em 18 ha 1 vez 13, e ficam 5 de resto. Desce-se a ordem seguinte, que é a ultima, e ficam 56, como o terceiro dividendo parcial. Em 56 ha 4 vezes 13, e ficam 4 de resto. O quociente é 214

$$\begin{array}{r} 2786 \ 13 \\ 26 \ \underline{13} \\ 18 \\ 13 \ \underline{56} \\ 52 \ \underline{52} \\ 4 \end{array}$$

**Exercício de aplicação:**

- |                  |                   |                   |
|------------------|-------------------|-------------------|
| 1. 132 ÷ 12 = 11 | 7. 522 ÷ 18 = ?   | 13. 4224 ÷ 24 = ? |
| 2. 182 ÷ 13 = ?  | 8. 608 ÷ 19 = ?   | 14. 4650 ÷ 35 = ? |
| 3. 224 ÷ 14 = ?  | 9. 2320 ÷ 20 = ?  | 15. 5278 ÷ 36 = ? |
| 4. 285 ÷ 15 = ?  | 10. 2415 ÷ 21 = ? | 16. 5454 ÷ 47 = ? |
| 5. 320 ÷ 16 = ?  | 11. 3212 ÷ 22 = ? | 17. 6328 ÷ 48 = ? |
| 6. 425 ÷ 17 = ?  | 12. 3634 ÷ 23 = ? | 18. 7424 ÷ 59 = ? |

**8. Lição de dividir**

**60.** Para se dividir um numero por 10, 100 ou 1000, basta separar na direita do dividendo tantos algarismos, quantas cifras tiver o divisor. A parte que fica á esquerda, será o quociente, e a que fica á direita, será o resto.

**Problema.** Dividir 835 por 100.

**Solução.** Como o divisor tem duas cifras, separam-se com a virgula dois algarismos na direita do dividendo, e o quociente será 8, e o resto 35.

$$835 \div 100 = 8,35$$

**Exercício de aplicação:**

- |                    |                   |                    |
|--------------------|-------------------|--------------------|
| 1. 372 ÷ 10 = 37,2 | 4. 3456 ÷ 100 = ? | 7. 6156 ÷ 1000 = ? |
| 2. 599 ÷ 100 = ?   | 5. 4500 ÷ 100 = ? | 8. 8320 ÷ 10 = ?   |
| 3. 943 ÷ 10 = ?    | 6. 5940 ÷ 10 = ?  | 9. 9000 ÷ 1000 = ? |

**9. Lição de dividir**

**61.** Quando o dividendo e o divisor terminam em cifras, abre-via-se a operação cortando igual numero de cifras em ambos os termos.

**Problema.** Dividir 252000 por 800.

**Solução.** Cortando-se duas cifras no dividendo, elle ficará reduzido a 2520, cortando-se duas cifras no divisor, este ficará reduzido a 8. Dividindo-se agora 2520 por 8, o quociente será igual áquelle que obteriamos, se dividissemos 252000 por 800. O quociente é 315.

$$\begin{array}{r} 252000 \ 800 \\ 140 \ \underline{800} \\ 315 \end{array}$$

- |                    |               |                    |
|--------------------|---------------|--------------------|
| 1. 4400 ÷ 40 = 110 | 4. 5500 ÷ = ? | 7. 8400 ÷ 600 = ?  |
| 2. 4800 ÷ 200 = ?  | 5. 7200 ÷ = ? | 8. 9900 ÷ 330 = ?  |
| 3. 4680 ÷ 80 = ?   | 6. 7590 ÷ = ? | 9. 18900 ÷ 700 = ? |

**10. Lição de dividir**

**62.** Para se verificar se uma divisão está certa, multiplica-se o quociente pelo divisor, e o producto addiciona-se com o resto, se o houver, e, se o resultado for igual ao dividendo, a operação estará exacta.

**Problema.** Dividir 95 por 5, e depois tirar a prova da operação.

**Solução.** Dividindo 95 por 5, o quociente é 19; multiplicando agora 19 por 5, o producto é 95, o que mostra que a divisão está exacta. Quando ha resto, addiciona-se com o producto para se obter o dividendo exacto.

$$\begin{array}{r} 95 \ 15 \\ 40 \ \underline{19} \\ 5 \\ 95 \end{array}$$

Por este exemplo vemos que a prova da divisão é a multiplicação, e a prova da multiplicação é a divisão:

**Exercício de aplicação.** Effectuar as seguintes divisões:

- |                 |                   |                     |
|-----------------|-------------------|---------------------|
| 1. 188 ÷ 13 = ? | 6. 2328 ÷ 20 = ?  | 11. 6329 ÷ 48 = ?   |
| 2. 286 ÷ 15 = ? | 7. 2631 ÷ 23 = ?  | 12. 8626 ÷ 69 = ?   |
| 3. 336 ÷ 16 = ? | 8. 3743 ÷ 25 = ?  | 13. 12345 ÷ 87 = ?  |
| 4. 420 ÷ 18 = ? | 9. 4325 ÷ 28 = ?  | 14. 53562 ÷ 122 = ? |
| 5. 521 ÷ 19 = ? | 10. 5286 ÷ 37 = ? | 15. 37564 ÷ 213 = ? |

11. Lição de dividir

1. Dividindo-se igualmente 12 nozes por 2 meninos, que porção receberá cada um?
2. Dividindo-se por 3 meninos, que porção receberá cada um?
3. Dividindo-se por 4 meninos, que porção receberá cada um?
4. Custando 15 carneiros 60\$, qual é o preço de cada um?
5. Comprei 100 laranjas por 1\$, e desejo saber o preço de cada uma.
6. Custando uma pipa de vinho 240\$000, e tendo a pipa 480 litros, qual o preço de cada litro de vinho?
7. Quantos pasteis poderei comprar com 20\$000, custando 80 réis cada pastel?
8. Se 18 metros de morim custaram 7\$560, qual foi o preço de um metro?

12. Lição sobre as quatro operações

1. Se 3 laranjas custam 6 vintens, quanto devem custar 5 laranjas?

**Solução.** Se 3 laranjas custam 6 vintens, 1 laranja deve custar  $6 \div 3 = 2$ , e 4 laranjas devem custar 8 vezes 2 vintens, que são 16 vintens

2. Se 7 metros de fenda custam 3\$500, quanto devem custar 9 metros?
3. Custando 15 litros de feijão 3\$000, quanto custarão 18 litros?
4. Quanto tempo levará um trabalhador a ajuntar 24\$000, sabendo-se que elle pôde economizar sómente 2\$400 em cada 3 dias?
5. Se 12 cavallos gastam 168 litros de milho por semana, quantos litros gastarão 5 cavallos?
6. Se 5 homens podem plantar um campo em 4 dias, 1 só homem em quantos dias o plantará?

**Solução.** Se 5 homens gastam 4 dias, 1 só homem deve gastar 5 vezes mais tempo, que são 20 dias.

7. Se 7 homens fazem uma obra em 3 dias, 1 homem a em quantos dias a fará?
8. Sabendo-se que 3 homens fazem certo trabalho em 6 dias, em quanto tempo o fará um só homem?
9. Se 8 homens fazem uma obra em 5 dias, 4 homens em quantos dias a fará?

**Solução.** 8 homens fazendo a obra em 5 dias, 1 homem a fará em  $5 \times 8 = 40$  dias; então, 4 homens devem fazê-la na quarta parte do tempo, que é  $40 \div 4 = 10$  dias.

10. Se 12 homens podem fazer uma roça em 7 dias, 14 homens em quantos dias a fará?
11. Da somma de 254 e 321 tirar 125; o resto multiplicado por 2, e depois o producto dividido por 54, qual é o quociente?  
Resp. 100.
12. José tem 5 livros e Raul tem o dobro; quantos livros tem Raul?
13. Julia tem 12 nozes, e Guiomar tem o triplo, quantas nozes tem Guiomar?
14. Qual é o duplo de 5? de 6? de 7? de 8? de 9? de 10?
15. Qual é o triplo de 7? de 8? de 9? de 10?
16. Qual é o quadruplo de 3? de 4? de 5? de 6?

PROPRIEDADES DOS NUMEROS

63. Os numeros, quanto á sua composição, dividem-se em primos e multiplos.

**Numeros primos** são os que não podem ser divididos exactamente senão por si ou por 1; assim, 13 é numero primo, porque não pôde ser dividido senão por 1 ou por 13.

Todos os numeros primos, desde 1 até 59, são 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53 e 59.

**Numeros multiplos** são o producto de dois ou mais factores, e por isso podem ser divididos exactamente por esses numeros. Assim, 6 é numero multiplo, porque é o producto de 2 vezes 3 ou de 3 vezes 2, e por isso, além de ser divisivel por si e por 1, como os numeros primos, é tambem divisivel por 2 e por 3.

64. Dois ou mais numeros são primos entre si, quando não ha nenhum numero que os divida exactamente; assim, 8 e 9 são numeros primos entre si, porque não ha divisor que divida exactamente estes dois numeros. Mas, nem 8 nem 9, separadamente, são primos, porque 8 é divisivel por 2 e por 4, e 9 é divisivel por 3.

São tambem primos entre si 10 e 21; 15 e 16, etc.

65. Para sabermos se um numero é ou não divisivel por 2, 3, 4, 5, 6, 9, ou 10, não é necessario effectuar a divisão, bastará conhecermos os seguintes caractéres da divisibilidade dos numeros:

Por 2.

1º *Todo o numero par é divisivel por 2.*

**Ilustração.** Os numeros pares terminam em 2, 4, 6, 8 ou 0. Ora todos os numeros terminados nestes algarismos são 2 ou multiplos de 2, e por isso são divisveis por 2. Os numeros impares, divididos por 2, deixam sempre resto.

Por 3.

2º *Todo o numero cuja somma dos seus algarismos for divisivel por 3, será tambem divisivel por 3.*

**Ilustração.** A somma dos algarismos do numero 147 é  $1 + 4 + 7 = 12$ . Ora, como 12 é divisivel por 3, o numero 147 tambem o é.

Por 4.

3º *Todo o numero cujos dois ultimos algarismos da direita forem divisveis por 4, será tambem divisivel por 4.*

**Ilustração.** O numero 328 compo-se de 800 + 28. Ora, 4 divide 100 sem deixar resto, e se divide 100, divide tambem 800, 800, etc., que são multiplos de 100. Portanto 4, dividindo os dois ultimos algarismos, que são 28, divide o numero inteiro.

Por 5.

4º *Todo o numero que terminar em 5 ou 0, é divisivel por 5.*

**Ilustração.** Os numeros que terminam em 5 ou 0 são todos multiplos de 5, como 10, 15, 20, 25, 30, etc., que são divisveis por 5.

Por 6.

5º *Todo o numero par que for divisivel por 3, será tambem divisivel por 6.*

**Ilustração.** Os primeiros numeros pares, que são divisveis por 3, são 6, 12, 18, 24, 30, etc; ora, todos estes numeros são multiplos de 6, e por isso são divisveis por 6.

Por 9.

6º *Todo o numero cuja somma dos seus algarismos for divisivel por 9, será tambem divisivel por 9.*

**Ilustração.** O numero 4356 é divisivel por 9, porque a somma dos seus algarismos que é  $4 + 3 + 5 + 6 = 18$ , é tambem divisivel por 9.

Por 10.

7º *Todo o numero terminado em cifra é divisivel por 10.*

**Ilustração.** Os numeros terminados em cifra são sómente 10 ou os multiplos de 10; assim, 30, 90, 180 são divisveis por 10.

**Problema.** Como poderemos saber se 97 é numero primo?

**Solução.** Pelos caracteres da divisibilidade já sabemos que 97 não é divisivel por 2, nem por 3, nem por 5. Dividindo-o por 7, deixa divisor, o que indica que 97 não tem nenhum outro divisor, e por isso é numero primo.

$$\begin{array}{r} 97 \overline{) 11} \\ \underline{88} \phantom{0} \\ 29 \phantom{0} \\ \underline{28} \phantom{0} \\ 1 \phantom{0} \\ \underline{0} \phantom{0} \end{array}$$

Para sabermos, pois, se um numero é primo ou não, divide-se por todos os numeros primos, começando pelo menor, até que o quociente fique menor do que o divisor, e, se em todas as divisões houver resto, o numero será primo.

**Exercício de applicação.** O alumno dirá quaos são os numeros primos na seguinte serie:

52	60	79	89	102	112	138	152	318
53	65	81	95	103	113	139	169	354
58	67	83	96	105	120	150	264	405
59	74	86	97	107	127	151	315	540

### Maximo divisor commum

**66. Divisor** é um numero que divide outro sem deixar resto; assim, 3 é divisor de 12, porque o divide exactamente.

**Divisor commum** é um numero que divide dois ou mais numeros sem deixar resto; assim, 4 é divisor commum de 16 e 24, porque divide estes dois numeros sem deixar resto.

**67. Maximo divisor commum** é o maior numero que divide dois ou mais numeros sem deixar resto; assim, 2 e 4 são divisores communs de 16 e 24, mas 8 é o maximo divisor commum destes numeros, porque não ha um divisor maior que os divida sem deixar resto.

**Problema.** Qual é o maximo divisor commum de 28 e 40?

**Solução.** Dividindo-se o numero maior pelo menor, o quociente é 1, e o resto é 12.

Dividindo-se depois o numero menor 28 pelo resto 12, o quociente é 2 e o resto é 4.

Dividindo-se ainda o resto 12 pelo resto 4, o quociente é 3, e não ha mais resto. O divisor que não deixa resto, é 4, e por isso é o maximo divisor commum de 40 e 28.

$$\begin{array}{r} 40 \overline{) 28} \quad 23 \overline{) 12} \\ \underline{28} \phantom{0} \quad \underline{24} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \quad 0 \phantom{0} \end{array}$$

**Exercício de applicação.** Achar o maximo divisor commum

1. de 12 e 16.	Resp. 4	6. de 140 e 210.	Resp. ?
2. de 15 e 20.	> 5	7. de 60 e 90.	> ?
3. de 42 e 54.	> 6	8. de 231 e 273.	> ?
4. de 70 e 110.	> ?	9. de 247 e 323.	> ?
5. de 105 e 165.	> ?	10. de 285 e 465.	> ?

### Minimo multiplo commum

**68. Multiplo** de um numero é qualquer outro numero que o contém um exacto numero de vezes; assim, 12 é multiplo de 4, porque contém exactamente 3 vezes o numero 4.

**Múltiplo commum** de dois ou mais números é qualquer número que contém esses números um exacto numero de vezes; assim, 18 é múltiplo commum de 2, 3, 6 e 9, porque contém exactamente 9 vezes o numero 2; 6 vezes o numero 3; 3 vezes o numero 6 ou 2 vezes o numero 9. Os números 2, 3, 6 e 9 tem outros múltiplos communs que são 36, 54, 72, etc., mas o menor ou minimo de todos é 18.

**69. Minimo múltiplo commum** de dois ou mais números é o menor numero que contém esses numero um exacto numero de vezes, e por isso pôde dividir-se por todos elles sem deixar resto.

**Problema.** Qual é o minimo múltiplo commum de 4, 6, 8 e 12?

**Solução.** Escrevem-se os números, 4, 6, 8 e 12 e sublinham-se. Acha-se depois o menor divisor que divida dois ou mais destes números sem deixar resto. Ora, o menor divisor é 2, que pôde dividir dois e são todos. Escreve-se 2 á direita dos números, e dividem-se por elle todos os números, pondo da baixo de cada um o seu quociente. Então, diz-se 4, dividido por 2, dá 2; 6, dividido por 2, dá 3; 8, dividido por 2, dá 4, e 12, dividido por 2, dá 6. Os quocientes desta primeira divisão são 2, 3, 4 e 6. Passa-se um traço debaixo destes números, e acha-se outra vez o menor divisor que divida dois ou mais números sem deixar resto. Esse divisor é ainda 2, que pôde dividir tres dos números. Escreve-se 2 á direita dos números, e dividem-se por elle todos os que foram divisíveis, pondo debaixo de cada um o seu quociente. O numero 3, como não é divisível por 2, passa inteiro para dividir por 3, escreve-se 3 á direita, como divisor, e por elle se dividem os números; e como 2 não é divisível por 3, passa para baixo, e temos os números 1, 1, 2 e 1. Como resta só 2, escreve-se 2 á direita como divisor, e divide-se por elle, para que todos os quocientes sejam 1. Multiplicando-se agora todos os divisores, temos o producto 24, que é o m. m. c. de 4, 6, 8 e 12.

**Nota.** Quando todos os números dados são primos entre si, o minimo múltiplo commum desses números é o seu producto continuado. Assim, o minimo múltiplo commum de 4, 5 e 7 é  $4 \times 5 \times 7 = 140$ .

Este processo serve para reduzir facilmente frações ao minimo denominador commum, e por isso deve ser muito exercitado.

**Exercício de applicação.** Damos os tres primeiros exercicios já resolvidos para facilitar a comprehensão do exemplo.

(1.)	(2.)	(3.)
5, 12, 15, 18   2	6, 12, 20   2	10, 12, 15, 20, 30   2
5, 6, 15, 9   3	3, 6, 10   2	5, 6, 15, 10, 15   2
5, 2, 5, 3   5	3, 3, 5   3	5, 3, 15, 5, 15   3
1, 2, 1, 3   2	1, 1, 5   5	5, 1, 5, 5, 5   5
1, 1, 1, 3   3	1, 1, 1   1	1, 1, 1, 1, 1   1
1, 1, 1, 1   1		
$2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3 = 180$	$2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$	$2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

Achar o minimo múltiplo commum de

4. 3, 6, e 9.	Resp. 18	10. 9, 3, 12 e 15.	Resp. ?
5. 4, 12, e 18.	> 36	11. 12, 18, 30 e 15.	> ?
6. 8, 24, 6 e 3.	> 24	12. 8, 10, 15 e 18.	> ?
7. 15, 20, e 10.	> ?	13. 9, 12, 15 e 18.	> ?
8. 21, 45, e 14.	> ?	14. 9, 20, 15 e 36.	> ?
9. 8, 12, e 20.	> ?	15. 7, 9, 13 e 4.	> 3276

## FRACÇÕES

**70. Fração** ou quebrado é uma ou mais partes iguaes de uma unidade.



Um inteiro



Dois meios



Tres terços

**Illustração.** Uma unidade é uma cousa inteira, como, por exemplo, uma maçã. Dividindo esta maçã em duas partes iguaes, cada parte é a metade ou um meio da maçã, e se escreve com algarismos  $\frac{1}{2}$ , isto é, 1 dividido por 2. Dividindo a maçã em tres partes iguaes, cada parte é um terço, e se escreve  $\frac{1}{3}$ . Dividindo-a em quatro partes, cada parte é um quarto, e se escreve  $\frac{1}{4}$ ; duas destas partes são  $\frac{2}{4}$ , tres destas partes são  $\frac{3}{4}$ , e as quatro partes são 1 ou a maçã inteira.

**71.** Ha duas especies de frações que se denominam **Frações ordinarias** e **Frações decimales**.

Aqui, trataremos sómente das Frações ordinarias; no capitulo seguinte, exporemos as decimales.

**72.** A fração ordinaria compõe-se de dois números separados por um traço horizontal. Estes dois números chamam-se termos da fração. O termo de cima chama-se **numerador** e o de baixo **denominador**.

O denominador mostra em quantas partes está dividida a unidade, e o numerador mostra o numero das partes que tem a fração. Assim,  $\frac{2}{3}$  quer dizer que a unidade foi dividida em 3 partes iguaes, e se tomaram 2 dessas partes.

**73.** As frações ordinarias leem-se do seguinte modo:

$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{7}{10}$
1 meio,	2 terços,	1 quarto,	3 quintos,	4 sextos,	5 setimos,	3 oitavos,	6 nonos,	7 decimos

74. Quando o denominador excede a 10, dá-se-lhe o nome cardinal com a palavra ávos, como:

$\frac{5}{11}$	$\frac{9}{18}$	$\frac{16}{24}$	$\frac{6}{35}$	$\frac{45}{80}$	$\frac{75}{200}$
5 onze ávos	9 dezoito ávos	16 vinte e quatro ávos	6 trinta e cinco ávos	45 oitenta ávos	75 duzentos ávos

Exercício de aplicação. O aluno lerá as seguintes frações:

$\frac{8}{7}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{6}{11}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{4}{11}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{14}$	$\frac{12}{16}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{6}{7}$	$\frac{15}{19}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{16}{35}$	$\frac{7}{44}$	$\frac{25}{50}$	$\frac{18}{63}$	$\frac{48}{91}$	$\frac{18}{100}$	$\frac{86}{155}$	$\frac{125}{350}$

### Frações próprias e impróprias

75. As frações podem ser **próprias** ou **impróprias**.

A fração própria tem o numerador menor do que o denominador, como  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{11}$ , etc. Dá-se-lhe o nome de própria, porque é realmente uma fração, visto o seu valor ser menor do que o da unidade.

A fração imprópria tem o numerador igual ao denominador ou maior do que elle, como  $\frac{3}{3}$ ,  $\frac{4}{4}$ ,  $\frac{13}{13}$ , etc. Dá-se-lhe o nome de imprópria, porque, embora tenha a fôrma de uma fração, o seu valor é igual á unidade ou maior do que ella.

Exercício de aplicação. Distinguir as frações próprias das impróprias nas seguintes frações:

1. $\frac{2}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{10}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{12}{12}$
2. $\frac{12}{13}$	$\frac{13}{13}$	$\frac{15}{14}$	$\frac{9}{18}$	$\frac{7}{19}$	$\frac{19}{19}$	$\frac{15}{20}$	$\frac{20}{18}$	$\frac{30}{29}$	$\frac{40}{30}$	$\frac{80}{90}$

### Relação entre a unidade e a fração

76. Quando o numerador é a metade do denominador, a fração é igual a um meio ( $\frac{1}{2}$ ).

Quando o numerador é igual ao denominador, a fração é igual á unidade ou a 1.

Ilustração. Se dividirmos uma maçã em quatro partes iguaes, teremos quatro quartos da maçã; se tomarmos duas partes, que são  $\frac{2}{4}$ , tomaremos a metade da maçã; logo,  $\frac{2}{4}$  são iguaes a  $\frac{1}{2}$ . Se tomarmos a porção, as quatro partes, que são 1, tomaremos a maçã inteira; logo 1 são iguaes a 1.

Com este esclarecimento podemos facilmente achar quanto falta a uma fração própria para completar o valor da unidade. Assim, a  $\frac{2}{3}$  falta  $\frac{1}{3}$  para completar a unidade, porque a unidade ou 1 é igual a  $\frac{3}{3}$ . A  $\frac{1}{2}$  faltam  $\frac{1}{2}$ , porque  $1 = \frac{2}{2}$ .



Do mesmo modo, podemos achar quanto uma fração imprópria excede ao valor da unidade. Assim,  $\frac{3}{2}$  excedem  $\frac{1}{2}$  a unidade, porque  $1 = \frac{2}{2}$ . A fração  $\frac{7}{4}$  excede  $\frac{3}{4}$  a unidade, porque  $1 = \frac{4}{4}$ .

Exercício de aplicação. O aluno dirá quanto falta a cada uma das seguintes frações para completar a unidade:

$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{8}{11}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{12}{14}$	$\frac{15}{16}$	$\frac{18}{20}$	$\frac{20}{40}$
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	----------------	----------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

O aluno dirá quanto cada uma das seguintes frações, excede á unidade:

$\frac{4}{3}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{8}{6}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{10}{10}$	$\frac{12}{9}$	$\frac{13}{10}$	$\frac{15}{12}$	$\frac{16}{14}$	$\frac{20}{15}$	$\frac{30}{20}$
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	-----------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

### Dividendo menor que o divisor

77. Uma fração é também considerada como uma divisão, na qual o numerador é o dividendo, o denominador é o divisor e a fração é o quociente. Em  $\frac{3}{4}$ , por exemplo, 3 é o dividendo, 4 é o divisor, e  $\frac{3}{4}$  é o quociente. De sorte que  $3 \div 4 = \frac{3}{4}$ .

Problema. Dividindo-se igualmente uma maçã por 3 meninos, que fração da maçã recebe cada um?

Solução. O dividendo é a maçã ou 1, e o divisor é 3. Ora, para dividirmos 1 maçã por 3 meninos, temos de partil-a em 3 partes iguaes, que são 3 terços, para dar  $\frac{1}{3}$  a cada menino; portanto  $1 \div 3 = \frac{1}{3}$ .



Exercício de aplicação. Este exercício deve ser oral.

Resp.	Resp.	Resp.	Resp.
1. $1 \div 4 = \frac{1}{4}$	5. $2 \div 9 = ?$	9. $5 \div 13 = ?$	13. $1 \div 23 = ?$
2. $2 \div 5 = \frac{2}{5}$	6. $3 \div 7 = ?$	10. $13 \div 25 = ?$	14. $2 \div 25 = ?$
3. $4 \div 9 = \frac{4}{9}$	7. $8 \div 9 = ?$	11. $21 \div 29 = ?$	15. $9 \div 28 = ?$
4. $5 \div 6 = \frac{5}{6}$	8. $9 \div 13 = ?$	12. $18 \div 29 = ?$	16. $10 \div 29 = ?$

### Achar uma fração de um grupo de unidades

78. Já sabemos avaliar uma fração da unidade, agora passemos a avaliar uma fração de um grupo de unidades.

Se dividirmos um numero por 2, o quociente será a metade ou  $\frac{1}{2}$  desse numero; se o dividirmos por 3, o quociente será  $\frac{1}{3}$ ; se o dividirmos por 4, o quociente será  $\frac{1}{4}$ ; se o dividirmos por 5, o quociente será  $\frac{1}{5}$ , e assim por diante.

4. Lição



**Problema.** Na figura acima vemos 12 coelhos, e quanto é  $\frac{1}{3}$  de 12 coelhos?

**Solução.** Dividindo 12 por 3, temos 4, que é  $\frac{1}{3}$  de 12, e são 2 vezes 4, que são 8.  $12 \div 3 = 4 \times 2 = 8$

1. Quanto é a metade de 12 coelhos?
2. Quanto é  $\frac{1}{3}$  de 12? dois quartos? tres quartos?
3. Quanto é  $\frac{1}{3}$  de 12? dois sextos? cinco sextos?
4. Qual é a diferença entre  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{1}{4}$  de 12?
5. Qual é a diferença entre  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{3}{3}$  de 12?

**Solução.** Não ha diferença alguma, porque  $\frac{1}{3}$  de 12 são 6;  $\frac{2}{3}$  de 12 são 8, e  $\frac{3}{3}$  de 12 são 12.

6. Qual é a diferença entre  $\frac{1}{4}$  e  $\frac{1}{3}$  de 12?

2. Lição

7. Tendo um anno 12 mezes,  $\frac{3}{4}$  de um anno quantos mezes são

**Solução.** Tendo um anno 12 mezes,  $\frac{1}{4}$  do 12 mezes são  $12 \div 4 = 3$  mezes, e  $\frac{3}{4}$  são 3 vezes 3, que são 9 mezes.  $12 \div 4 = 3 \times 3 = 9$

- |                               |                               |                              |
|-------------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| 8. $\frac{1}{3}$ de um anno?  | 11. $\frac{1}{2}$ de um anno? | 14. $\frac{3}{4}$ de um mez? |
| 9. $\frac{2}{3}$ de um anno?  | 12. $\frac{1}{2}$ de um anno? | 15. $\frac{2}{3}$ de um mez? |
| 10. $\frac{3}{4}$ de um anno? | 13. $\frac{1}{3}$ de um mez?  | 16. $\frac{3}{4}$ de um mez? |

3. Lição

- |                                 |                                 |                                  |
|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| 1. $\frac{1}{3}$ de 15. Resp. 5 | 6. $\frac{3}{4}$ de 30. Resp. ? | 11. $\frac{1}{3}$ de 81. Resp. ? |
| 2. $\frac{2}{3}$ de 20. » 8     | 7. $\frac{1}{4}$ de 35. » ?     | 12. $\frac{2}{3}$ de 49. » ?     |
| 3. $\frac{3}{4}$ de 21. » 14    | 8. $\frac{3}{4}$ de 20. » ?     | 13. $\frac{3}{10}$ de 60. » ?    |
| 4. $\frac{1}{4}$ de 24. » 18    | 9. $\frac{2}{3}$ de 42. » ?     | 14. $\frac{3}{10}$ de 100. » ?   |
| 5. $\frac{1}{4}$ de 28. » 7     | 10. $\frac{1}{4}$ de 45. » ?    | 15. $\frac{1}{11}$ de 121. » ?   |

**Reduzir frações a uma expressão mais simples**

**79.** Reduzir uma fração a uma expressão mais simples é exprimi-la em termos menores, mas com o mesmo valor.

**80.** As frações são reduzíveis ou irreduzíveis.

A fração é **reduzível**, quando ambos os seus termos podem ser divididos por um divisor commum; assim,  $\frac{4}{6}$  é uma fração reduzível porque 4 e 6 podem ser divididos por 2, e a fração reduzida a  $\frac{2}{3}$ .

A fração é **irreduzível**, quando os seus termos não tem um divisor commum; assim,  $\frac{4}{5}$  é uma fração irreduzível, porque não ha um divisor que divida 4 e 5 sem deixar resto.

**81.** Esta redução é baseada no seguinte principio:

*Dividindo-se ambos os termos de uma fração por um mesmo numero, não se altera o seu valor.*

**Problema.** Reduzir  $\frac{12}{18}$  á expressão mais simples.

**Solução.** Como ambos os termos desta fração são pares, dividem-se por 2, e a fração ficará reduzida a  $\frac{6}{9}$ . Como ambos os termos da nova fração são divisíveis por 3, dividem-se por esta numero, e ficarão  $\frac{2}{3}$  que não podem ser reduzidos, porque não tem um divisor commum. A expressão mais simples de  $\frac{12}{18}$  é, pois,  $\frac{2}{3}$ .  $12 \div 2 = 6$ ,  $18 \div 2 = 9$ ,  $6 \div 3 = 2$ ,  $9 \div 3 = 3$

**Exercício de applicação.** Reduzir as seguintes frações á sua expressão mais simples:

	Resp.		Resp.		Resp.		Resp.
1. $\frac{4}{8}$ =	$\frac{1}{2}$	7. $\frac{9}{18}$ =	?	13. $\frac{14}{28}$ =	?	19. $\frac{9}{15}$ =	?
2. $\frac{6}{8}$ =	$\frac{3}{4}$	8. $\frac{24}{48}$ =	?	14. $\frac{24}{36}$ =	?	20. $\frac{18}{24}$ =	?
3. $\frac{6}{8}$ =	$\frac{3}{4}$	9. $\frac{14}{28}$ =	?	15. $\frac{24}{36}$ =	?	21. $\frac{30}{40}$ =	?
4. $\frac{10}{15}$ =	$\frac{2}{3}$	10. $\frac{24}{36}$ =	?	16. $\frac{14}{28}$ =	?	22. $\frac{36}{48}$ =	?
5. $\frac{8}{15}$ =	$\frac{8}{15}$	11. $\frac{20}{35}$ =	?	17. $\frac{10}{15}$ =	?	23. $\frac{33}{44}$ =	?
6. $\frac{12}{18}$ =	$\frac{2}{3}$	12. $\frac{12}{18}$ =	?	18. $\frac{18}{24}$ =	?	24. $\frac{60}{100}$ =	?

**Transformar numeros inteiros ou mixtos em frações improprias**

**82.** Em frações, temos de operar muitas vezes com numeros inteiros e numeros mixtos.

**Numero inteiro** é o que consta de uma ou mais unidades completas, sem fração alguma, como, por exemplo, tres maças. Póde-se escrever o inteiro com o denominador 1, como  $\frac{3}{1}$ , que se lê: 4 inteiros.



**Numero mixto** ou fraccionario é o que consta de um numero inteiro e de uma fracção, como, por exemplo, duas maçãs e dois quartos de uma maçã, que se escrevem com algarismos  $2\frac{1}{2}$ .

Assim, 2, 3, 5, 12, etc, são numeros inteiros; e  $2\frac{1}{2}$ ,  $3\frac{1}{3}$ ,  $5\frac{1}{4}$ , etc, são numeros mixtos.



83. Transformar um numero mixto em uma fracção impropria é achar uma fracção que tenha o mesmo valor que o numero mixto.

**Problema.** Transformar  $6\frac{1}{4}$  em uma fracção impropria.

**Solução.** Como 1 inteiro tem 4 quartos, 6 inteiros devem ter  $4 \times 6 = 24$  quartos; adicionando mais 1 quarto da fracção, fazem 25 quartos ou  $\frac{25}{4}$ .

$$6\frac{1}{4} = \frac{6 \times 4 + 1}{4} = \frac{25}{4}$$

**Exercício de applicação.** Transformar as seguintes fracções improprias:

	Resp.		Resp.		Resp.
1. $3\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$	?	$11\frac{9}{11}$	?	$16\frac{15}{16}$
2. $4\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{3}$	$7\frac{2}{3}$	?	$12\frac{10}{11}$	?	$17\frac{16}{17}$
3. $5\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{4}$	$8\frac{9}{4}$	?	$13\frac{12}{11}$	?	$18\frac{18}{11}$
4. $6\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{5}$	$9\frac{6}{5}$	?	$14\frac{13}{11}$	?	$19\frac{25}{11}$
5. $7\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{6}$	$10\frac{8}{6}$	?	$15\frac{14}{11}$	?	$20\frac{28}{11}$

2° Lição sobre o mesmo ponto

84. Nesta lição vamos transformar um numero inteiro em uma fracção com um denominador dado.

**Problema.** Transformar 4 inteiros em terços.

**Solução.** 1 inteiro tem 3 terços, 4 inteiros darão ter 4 vezes 3 terços, que são 12 terços.

$$4 = \frac{4 \times 3}{1} = \frac{12}{1}$$

**Exercício de applicação.**

- |                              |                      |                               |                       |
|------------------------------|----------------------|-------------------------------|-----------------------|
| 1. Transformar 6 em quintos. | Resp. $6\frac{0}{5}$ | 3. Transformar 12 em sextos.  | Resp. $12\frac{0}{6}$ |
| 2. Transformar 7 em quartos. | ?                    | 4. Transformar 15 em setimos. | ?                     |
| 3. Transformar 9 em oitavos. | ?                    | 5. Transformar 20 em meios.   | ?                     |
| 4. Transformar 8 em nonos.   | ?                    | 6. Transformar 32 em decimos. | ?                     |

**Transformar fracções impropriyas em numeros inteiros**

85. Transformar uma fracção impropria em um numero inteiro é achar o inteiro ou mixto contido na fracção.

1° Problema. Transformar  $12\frac{1}{2}$  em um numero inteiro.

**Solução.** Como 2 formam 1 inteiro,  $\frac{1}{2}$  formam  $12 \div 2 = 6$  inteiros.

$$12\frac{1}{2} = 12 \div 2 + 4 = 3$$

2° Problema. Transformar  $13\frac{1}{3}$  em um numero inteiro.

**Solução.** Dado que 3 formam 1 inteiro,  $\frac{1}{3}$  formam  $13 \div 3 = 4$  inteiros.

$$13\frac{1}{3} = 13 \div 3 + 4 = 3\frac{1}{3}$$

Divide-se portanto, o numerador pelo denominador, e, se a divisão for exacta, o numero será inteiro, como no primeiro problema; se deixar resto, será mixto, como no segundo.

**Exercício de applicação.** Transformar as seguintes fracções em inteiros ou mixtos, segundo o caso:

	Resp.		Resp.		Resp.
1. $\frac{2}{2}$ em $\frac{1}{2}$	4	6. $\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{3}$	?	11. $\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{4}$	?
2. $\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{3}$	7. $\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{4}$	?	12. $\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{5}$	?
3. $\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{4}$	1	8. $\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{5}$	?	13. $\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{6}$	?
4. $\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{5}$	$4\frac{1}{5}$	9. $\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{6}$	?	14. $\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{7}$	?
5. $\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{6}$	5	10. $\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{7}$	?	15. $\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{8}$	?

**Reduzir fracções a um denominador commum**

86. Reduzir duas ou mais fracções a um denominador commum é dar a todas um denominador igual, sem lhes alterar o valor.

Esta redução ou simplificação é baseada no seguinte principio:

Multiplicando-se ambos os termos de uma fracção por um mesmo numero, não se lhe altera o valor.

Ha diversos modos de reduzir fracções a um denominador commum, daremos aqui somente os dois seguintes:

1° Reduzir  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{1}{4}$  a fracções com um denominador commum.

**Solução.** Se multiplicarmos ambos os termos de uma fracção por um mesmo numero, não alteramos o seu valor. Neste caso, multiplicando ambos os termos de  $\frac{1}{2}$  por 6, temos  $\frac{3}{6}$ . Multiplicando ambos os termos de  $\frac{1}{3}$  por 6, temos  $\frac{2}{6}$ . Multiplicando ambos os termos de  $\frac{1}{4}$  por 6, temos  $\frac{1.5}{6}$ . Reduzindo as tres fracções com um denominador commum, sem sofrer alteração o seu valor.

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \quad \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \quad \frac{1}{4} = \frac{1.5}{6}$$

87. O segundo modo tem a vantagem de obter o minimo denominador commum, o que simplifica as fracções e facilita os processos que tem de ser effectados.

2° Reduzir  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{1}{4}$  ao minimo denominador commum.

**Solução.** Procuraremos primeiro o mínimo múltiplo comum dos quatro denominadores 3, 6, 8 e 12. (Vide n.º 70). O mínimo múltiplo comum destas quatro números é 24, que será também o menor denominador comum destas fracções. Escreveremos depois abaixo de cada fracção, tendo um traço e numero 24 debaixo de cada fracção, o numerador, sobre elle, para escrevermos em cima o numerador, como vemos aqui 24, 24, 24, 24. O numero 24 será agora dividido pelo denominador de cada fracção, e o quociente multiplicado pelo seu respectivo numerador.

Comencemos a redução pela fracção 1. Dividindo 24 pelo denominador 3, o quociente é 8, isto é, 24 o 3 vezes maior do que 3, o para o numerador 8 ficar também o mesmo maior, além de não alterarmos o valor desta fracção, multiplicaremos o numerador 2 por 8, e teremos  $2 \times 8 = 16$ , que escreveremos sobre o denominador 24, e o resultado será  $\frac{16}{24} = \frac{4}{6}$ .

Passemos agora a 2. Dividindo 24 por 6, o quociente é 4, isto é, 24 é 4 vezes maior do que 6, e para o numerador 1 ficar também 4 vezes maior, multiplicamos o mesmo por 4, e teremos  $1 \times 4 = 4$ , que escreveremos sobre o denominador 24, e o resultado será  $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$ . Do mesmo modo faremos com  $\frac{1}{8}$  e  $\frac{1}{12}$ , e ficarão as quatro fracções reduzidas ao mínimo denominador comum.

**Nota.** Se alguma fracção for reduzível, deve ser simplificada antes de se calcular este processo.

**Exercício de applicação.** Reduzir os seguintes grupos de fracções ao seu mínimo denominador comum.

	Resposta		Resposta
1. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ .	$\frac{2}{6}, \frac{2}{6}$	8. $\frac{3}{8}, \frac{1}{12}$ .	?
2. $\frac{2}{3}, \frac{1}{6}$ .	$\frac{4}{6}, \frac{1}{6}$	9. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ .	?
3. $\frac{3}{8}, \frac{1}{12}$ .	$\frac{3}{24}, \frac{2}{24}$	10. $\frac{1}{8}, \frac{1}{12}$ .	?
4. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ .	$\frac{3}{6}, \frac{2}{6}, \frac{1}{6}$	11. $\frac{3}{8}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}$ .	?
5. $\frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{3}$ .	$\frac{2}{12}, \frac{1}{12}, \frac{4}{12}$	12. $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}$ .	?
6. $\frac{1}{2}, \frac{1}{12}, \frac{1}{3}$ .	$\frac{6}{12}, \frac{1}{12}, \frac{4}{12}$	13. $\frac{2}{8}, \frac{2}{8}, \frac{1}{8}$ .	?
7. $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}$ .	$\frac{3}{6}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}$	14. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ .	?

4.ª Lição de sommar fracções

88. Na operação de sommar fracções ha tres casos a considerar:

- 1.º Sommar fracções que tem o mesmo denominador.
- 2.º Sommar fracções que tem denominadores diferentes.
- 3.º Sommar fracções e numeros inteiros ou mixtos.

1.º **Caso. Problema.** Qual é a somma de  $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}$  e  $\frac{3}{4}$ ?

**Solução.** 1 quarto, mais 2 quartos, mais 3 quartos são 6 quartos e 1 transformado em inteiro, são 1  $\frac{3}{4}$ .

2.º **Caso. Problema.** Qual é a somma de  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$  e  $\frac{1}{4}$ ?

**Solução.** As fracções  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$  e  $\frac{1}{4}$ , reduzidas ao mínimo denominador comum, ficam  $\frac{6}{12}, \frac{8}{12}$  e  $\frac{3}{12}$ , e a somma destas fracções é  $\frac{6}{12} + \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{17}{12}$ .

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = 1 \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = ?$$

$$\frac{6}{12} + \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{17}{12}$$

**Exercício de applicação.** Sommar os seguintes grupos de fracções:

	Resp.		Resp.		Resp.
1. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$	$\frac{5}{6}$	5. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$	$\frac{5}{6}$	9. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$	$\frac{5}{6}$
2. $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = ?$	$1 \frac{1}{3}$	6. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$	$\frac{5}{6}$	10. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = ?$	$1 \frac{1}{3}$
3. $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = ?$	$1 \frac{1}{3}$	7. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = ?$	$1 \frac{1}{3}$	11. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = ?$	$1$
4. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = ?$	$1 \frac{1}{2}$	8. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = ?$	$1 \frac{1}{2}$	12. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = ?$	$1 \frac{1}{2}$

2.ª Lição de sommar fracções

3.º **Caso.** Qual é a somma de  $8 \frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2}$  e  $7$ ?

**Solução.** A somma dos inteiros é  $8 + 7 = 15$ . A somma das fracções é  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ . Adicionando as duas parcelas, temos  $16 \frac{1}{2}$ .

Inteiros	$8 + 7 = 15$
Fracções	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$
Summa	$16 \frac{1}{2}$

**Exercício de applicação.** Effectuar as seguintes addições:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)	(8.)
$2 \frac{1}{2}$	$5 \frac{1}{2}$	$6 \frac{3}{4}$	$5 \frac{1}{2}$	$7 \frac{3}{8}$	$2 \frac{1}{2}$	$9 \frac{3}{4}$	$10 \frac{1}{2}$
$3 \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$4 \frac{1}{2}$	$2 \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$5 \frac{3}{8}$	$2 \frac{3}{4}$	$5 \frac{1}{2}$
$1 \frac{1}{2}$	$2 \frac{1}{2}$	$1 \frac{1}{2}$	$1 \frac{1}{2}$	$3 \frac{3}{8}$	$3 \frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$3 \frac{1}{2}$
7	$8 \frac{1}{2}$						

	Resp.		Resp.		Resp.
9. $3 + 2 \frac{1}{2} = 5 \frac{1}{2}$	15	$8 \frac{1}{2} + 9 \frac{1}{2} = ?$	21	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 3 = ?$	4
10. $5 \frac{1}{2} + 4 = 9 \frac{1}{2}$	16	$10 \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = ?$	11	$3 + 6 + \frac{1}{2} = ?$	9
11. $2 \frac{1}{2} + 3 \frac{1}{2} = 6$	17	$\frac{1}{2} + 3 \frac{1}{2} = ?$	4	$5 + \frac{1}{2} + 8 \frac{1}{2} = ?$	14
12. $6 \frac{1}{2} + 3 = 9 \frac{1}{2}$	18	$\frac{1}{3} + 6 \frac{1}{3} = ?$	7	$1 \frac{1}{2} + 2 \frac{1}{2} + 3 \frac{1}{2} = ?$	7
13. $7 \frac{1}{2} + 2 \frac{1}{2} = 10$	19	$\frac{1}{4} + 8 \frac{1}{4} = ?$	9	$2 \frac{1}{2} + 8 \frac{1}{2} + 2 \frac{1}{2} = ?$	13
14. $2 \frac{3}{8} + 1 \frac{1}{2} = 4 \frac{1}{8}$	20	$2 \frac{3}{8} + 2 \frac{7}{8} = ?$	5	$26. 15 + \frac{1}{2} + 3 \frac{1}{4} = ?$	18

1.ª Lição de subtrahir fracções

89. Na subtracção de fracções ha 3 casos a considerar:

- 1.º Subtrahir uma fracção de outra, tendo ambas o mesmo denominador.
- 2.º Subtrahir uma fracção de outra, tendo ellas denominadores diferentes.
- 3.º Subtrahir uma fracção de um numero inteiro ou mixto.

1.º **Caso. Problema.** De  $\frac{3}{4}$  subtrahindo  $\frac{1}{4}$  quanto resta?

**Solução.** De 3 quartos subtrahindo 2 quartos, resta um quarto.  $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$



**2º Caso. Problema.** Subtraindo  $\frac{1}{4}$  de  $\frac{3}{4}$ , quanto resta?

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = ?$$

**Solução.** Reduzindo  $\frac{1}{4}$  e  $\frac{3}{4}$  ao mínimo denominador comum, temos  $\frac{1}{4}$  e  $\frac{3}{4}$ ; ora, de 2 quartos tirando 1 quarto, resta 1 quarto.

**Exercício de aplicação.** Effectuar as seguintes subtrações:

	Resp.		Resp.		Resp.
1. $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = ?$	$\frac{2}{4}$	5. $\frac{5}{8} - \frac{1}{4} = ?$	?	9. $\frac{3}{4} - \frac{5}{14} = ?$	?
2. $\frac{3}{8} - \frac{1}{8} = ?$	$\frac{2}{8}$	6. $\frac{1}{2} - \frac{1}{12} = ?$	?	10. $\frac{9}{12} - \frac{1}{4} = ?$	?
3. $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = ?$	$\frac{1}{4}$	7. $\frac{3}{8} - \frac{1}{14} = ?$	?	11. $\frac{3}{4} - \frac{1}{7} = ?$	?
4. $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = ?$	$\frac{1}{3}$	8. $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = ?$	?	12. $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = ?$	?

**2ª Lição de subtrahir fracções**

**3º Caso. Problema.** De  $8\frac{1}{2}$  subtraindo  $3\frac{1}{2}$ , quanto resta?

**Solução.** Reduzindo  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{1}{2}$  ao mesmo denominador, temos  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{1}{2}$ . Como não podemos subtrahir  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{1}{2}$ ; tiramos 1 unidade de 8, e como 1 tem  $\frac{2}{2}$ , com as  $\frac{1}{2}$  fazemos  $\frac{3}{2}$ . Agora de  $\frac{3}{2}$  tirando  $\frac{1}{2}$ , restam  $\frac{2}{2}$ ; e de 7 tirando 3, resta 4. A resposta é  $4\frac{2}{2}$ . Podemos também resolver este caso transformando os dois termos em fracções impróprias, e operar depois como no 2º caso, mas este processo é mais trabalhoso.

$$8\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} = ?$$

$$8\frac{2}{2} - 3\frac{2}{2} = ?$$

$$7\frac{2}{2} - 3\frac{2}{2} = 4\frac{2}{2}$$

**Exercício de aplicação.** Effectuar as seguintes subtrações:

	(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)
Subtraindo	$8\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{8}$	6	$10\frac{1}{2}$	$12\frac{3}{8}$	$15\frac{1}{2}$
Menos	$\frac{5}{2}$	$2\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$2\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	$\frac{4}{8}$	$5\frac{1}{2}$
	$3\frac{1}{2}$						

	Resp.		Resp.		Resp.
8. $4 - \frac{1}{2} = ?$	?	12. $5\frac{3}{4} - 2\frac{1}{8} = ?$	?	16. $7\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4} = ?$	?
9. $6 - 2\frac{1}{2} = ?$	?	13. $6\frac{1}{4} - 3\frac{3}{8} = ?$	?	17. $15\frac{3}{4} - 12\frac{1}{4} = ?$	?
10. $7 - 2\frac{1}{2} = ?$	?	14. $9\frac{1}{4} - 7\frac{1}{4} = ?$	?	18. $18\frac{1}{2} - 15\frac{3}{8} = ?$	?
11. $8 - 3\frac{1}{4} = ?$	?	15. $2\frac{1}{2} - \frac{2}{8} = ?$	?	19. $20\frac{1}{2} - 8\frac{1}{2} = ?$	?

**4ª Lição de multiplicar fracções**

**90.** Na multiplicação de fracções ha quatro casos a considerar:

- 1º Multiplicar uma fracção por um numero inteiro.
- 2º Multiplicar uma fracção por outra fracção.
- 3º Multiplicar uma fracção por um numero mixto.
- 4º Multiplicar um numero inteiro por um numero mixto.

**1º Caso. Problema.** Multiplicar  $\frac{3}{4}$  por 4.

**Solução.** Multiplicar uma fracção por um inteiro é repetir a fracção tantas vezes quantas são as unidades do inteiro. Assim,  $\frac{3}{4} \times 4 = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3$ . Multiplica-se, portanto, o numerador da fracção pelo inteiro.

$$\frac{3}{4} \times 4 = \frac{12}{4} = 3$$

Effectuar as seguintes multiplicações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)
$\frac{2}{3} \times 3 = 2$	$\frac{2}{3} \times 5 = ?$	$\frac{2}{3} \times 6 = ?$	$\frac{2}{3} \times 4 = ?$	$\frac{2}{3} \times 6 = ?$	$\frac{2}{3} \times 7 = ?$

**2º Caso. Problema.** Multiplicar  $\frac{2}{3}$  por  $\frac{4}{5}$ .

**Solução.** Multiplicando os numeradores, temos  $2 \times 4 = 8$ ; multiplicando depois os denominadores, temos  $3 \times 5 = 15$ . O producto da multiplicação é  $\frac{8}{15}$ .

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

Effectuar as seguintes multiplicações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)
$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$	$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = ?$	$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = ?$	$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = ?$	$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = ?$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = ?$

**3º Caso. Problema.** Multiplicar  $\frac{2}{3}$  por  $2\frac{1}{2}$ .

**Solução.** Transformando o numero mixto em uma fracção imprópria, temos  $2\frac{1}{2}$ . Effectuando agora a multiplicação, como se os dois factores fossem duas fracções, temos  $\frac{2}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{10}{6} = 1\frac{2}{3}$ .

$$\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{10}{6} = 1\frac{2}{3}$$

Effectuar as seguintes multiplicações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)
$\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} = 1\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2} = ?$	$\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{4} = ?$	$\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{2} = ?$	$\frac{2}{3} \times 4\frac{1}{2} = ?$

**2ª Lição de multiplicar fracções**

**4º Caso. Problema.** Multiplicar 12 por  $5\frac{3}{4}$ .

**Solução.** Temos de multiplicar 12 por 5, que são 12  $\times$  5 = 60. Adicionando  $\frac{3}{4}$  de 12, que são 9, temos 69, que é o producto de 12 multiplicado por  $5\frac{3}{4}$ .

$$12 \times 5 = 60$$

$$5 \text{ vezes } 12 = 60$$

$$\frac{3}{4} \text{ de } 12 = 9$$

$$\text{Producto} = 69$$

Effectuar as seguintes multiplicações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)
15	8	12	10	12	14	15
$3\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	$2\frac{3}{4}$	$6\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
55						

**Nota.** Os quatro casos da multiplicação de fracções podem ser reduzidos a um só, pelo seguinte modo: «Quando um factor da multiplicação é numero mixto, transforma-se em uma fracção imprópria; quando é numero inteiro, dá-se-lhe o denominador 1, e depois opera-se como no 2º caso.» É, porém, muito conveniente conservar os quatro casos, para melhor esclarecimento dos alumnos.

**Exercício de aplicação.** Efectuar as seguintes multiplicações:

1. $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$	6. $\frac{3}{4} \times \frac{7}{11} = \frac{21}{44}$	11. $25 \times 8\frac{1}{2} = 212\frac{1}{2}$
2. $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$	7. $14 \times \frac{3}{4} = 10\frac{1}{2}$	12. $10\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} = 26\frac{1}{4}$
3. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$	8. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$	13. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
4. $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$	9. $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$	14. $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$
5. $2\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} = 8\frac{1}{4}$	10. $5\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} = 12\frac{1}{4}$	15. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$

**3.ª Lição. (Multiplicação cancelada)**

**91.** A multiplicação de fracções pôde ser muito abreviada, cancelando-se os numeradores e denominadores iguais, o dividendo-se os numeradores e denominadores que tiverem um divisor commum.

Cancellear um numero é passar um traço sobre elle para o inutilizar na operação, como 1, 3, 3, 3, 8, etc.

**Problema.** Qual é o producto de  $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{8}$ ?

**Solução.** Como o numerador da primeira fracção é igual ao denominador da terceira, cancelam-se os dois termos, e desaparecem da multiplicação. Como o numerador da segunda fracção é igual ao denominador da primeira, cancelam-se os dois termos, e desaparecem. Restam agora o numerador 5 e o denominador 8, que fazem dois quintos, que é o producto da multiplicação.

$$\frac{3}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{2}}{8} \times \frac{5}{\cancel{3}} = \frac{5}{8}$$

**Problema.** Multiplicar  $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$ .

**Solução.** Podemos dividir o numerador da primeira fracção e o denominador da segunda por 3. Então  $1 \div 3 = \frac{1}{3}$ , e  $3 \div 3 = 1$ ; cancelamos os dois termos respectivos. Podemos também dividir o numerador da segunda fracção e o denominador da primeira por 3; então,  $6 \div 3 = 2$ , e  $3 \div 3 = 1$ . Cancelamos o 3 e o 3, e os termos nos seus respectivos lugares se encontram 1 e 5. Agora o numerador é  $1 \times 1 \times 1 = 1$ , e o denominador é  $2 \times 2 \times 3 = 12$ . A resposta é um doze avos.

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{\cancel{3}} \times \frac{1}{\cancel{3}} = \frac{1}{12}$$

**Exercício de aplicação.** Efectuar as seguintes multiplicações por meio de cancelamento.

1. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$	Respostas	7. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$	Respostas
2. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$		8. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$	
3. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$		9. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$	
4. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$		10. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$	
5. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$		11. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$	
6. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$		12. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$	

**4.ª Lição de dividir fracções**

**92.** Na divisão de fracções ha tres casos a considerar:

- 1.ª Dividir uma fracção por outra.
- 2.ª Dividir uma fracção por um numero mixto.
- 3.ª Dividir uma fracção por um numero inteiro.

**1.º Caso. Problema.** Dividir  $\frac{3}{4}$  por  $\frac{2}{3}$ .

**Solução.** O dividendo é  $\frac{3}{4}$ , e o divisor é  $\frac{2}{3}$ . Invertam-se os termos do divisor, e depois multiplicam-se as duas fracções. O divisor invertido fica  $\frac{3}{2}$ , multiplicando agora as duas fracções, temos  $\frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$ , que é o quociente de  $\frac{3}{4}$  dividido por  $\frac{2}{3}$ .

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$$

Efectuar as seguintes divisões:

(1.) $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{9}{8}$	(2.) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$	(3.) $\frac{3}{4} \div \frac{3}{4} = 1$	(4.) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{9}{4}$	(5.) $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{15}{8}$	(6.) $\frac{3}{4} \div \frac{3}{4} = 1$	(7.) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
---	---	---	---	--	---	---

**2.º Caso. Problema.** Dividir  $\frac{3}{4}$  por  $1\frac{1}{2}$ .

**Solução.** O numero mixto  $1\frac{1}{2}$  reduzido a uma fracção impropria, dá  $\frac{3}{2}$ . Invertam-se os termos desta fracção, e opera-se a multiplicação, como fomos no caso precedente, e o resultado  $\frac{2}{3}$  é o quociente da divisão.

$$\frac{3}{4} \div 1\frac{1}{2} = \frac{3}{4} \div \frac{3}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Efectuar as seguintes divisões:

(1.) $\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{2} = \frac{3}{10}$	(2.) $\frac{3}{4} \div 3\frac{1}{2} = \frac{3}{14}$	(3.) $\frac{3}{4} \div 4\frac{1}{2} = \frac{3}{20}$	(4.) $\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{2} = \frac{3}{10}$	(5.) $\frac{3}{4} \div 3\frac{1}{2} = \frac{3}{14}$	(6.) $\frac{3}{4} \div 4\frac{1}{2} = \frac{3}{20}$
---	---	---	---	---	---

**5.ª Lição de dividir fracções**

**3.º Caso. Problema.** Dividir  $\frac{3}{4}$  por 4.

**Solução.** De dois modos podemos dividir uma fracção por um numero inteiro, a saber: dividindo o numerador pelo inteiro ou multiplicando o denominador pelo mesmo inteiro. Como não podemos dividir exactamente o numerador pelo inteiro, multiplicaremos por elle o denominador, e teremos  $4 \times 4 = 16$ . A fracção ficará  $\frac{3}{16}$ , que é o quociente da divisão.

$$\frac{3}{4} \div 4 = \frac{3}{4 \times 4} = \frac{3}{16}$$

Efectuar as seguintes divisões:

(1.) $\frac{3}{4} \div 3 = \frac{1}{4}$	(2.) $\frac{3}{4} \div 5 = \frac{3}{20}$	(3.) $\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{8}$	(4.) $\frac{3}{4} \div 5 = \frac{3}{20}$	(5.) $\frac{3}{4} \div 6 = \frac{1}{4}$	(6.) $\frac{3}{4} \div 6 = \frac{1}{4}$	(7.) $\frac{3}{4} \div 4 = \frac{3}{16}$
---	--	---	--	---	---	--

**Nota.** Os tres casos da divisão podem ser reduzidos a um só, do seguinte modo: Quando um termo da divisão é um numero mixto, transformam-se em uma fracção impropria; quando é inteiro, dá-se-lhe o denominador 1, e depois se opera como no 1.º caso.

**Exercício de aplicação.** Efectuar as seguintes divisões:

	Resp.		Resp.		Resp.
1. $\frac{2}{3} \div \frac{1}{2} = ?$	$\frac{4}{3}$	7. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = ?$	?	13. $\frac{4}{15} \div \frac{3}{8} = ?$	?
2. $\frac{5}{6} \div \frac{2}{3} = ?$	$\frac{5}{4}$	8. $\frac{5}{6} \div \frac{3}{4} = ?$	?	14. $\frac{2}{3} \div 4 = ?$	?
3. $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = ?$	$\frac{2}{3}$	9. $\frac{1}{11} \div 3 = ?$	?	15. $4\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{3} = ?$	?
4. $\frac{3}{4} \div 3 = ?$	$\frac{1}{4}$	10. $\frac{3}{5} \div \frac{2}{3} = ?$	?	16. $\frac{8}{9} \div \frac{5}{6} = ?$	?
5. $15 \div \frac{3}{4} = 20$		11. $29 \div \frac{3}{4} = ?$	?	17. $\frac{5}{6} \div 5 = ?$	?
6. $\frac{3}{4} \div 3\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$		12. $4\frac{2}{3} \div 2\frac{1}{4} = ?$	?	18. $8 \div \frac{2}{3} = ?$	?

**Fracção de fracções**

93. Dá-se o nome de fracção de fracções a uma ou mais partes de uma fracção, como  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{1}{4}$ , que se lê: *um meio de um quarto.*

**Ilustração.** Se dividirmos uma laranja em duas partes iguaes, cada parte será a metade ou  $\frac{1}{2}$  da laranja. Se dividirmos depois uma das metades em duas partes iguaes, cada parte será  $\frac{1}{4}$  dessa metade ou  $\frac{1}{4}$  da laranja inteira; logo  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{1}{4}$  é igual a  $\frac{1}{8}$  de 1 inteiro.



**Problema.** Quanto é  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{1}{4}$ ?

**Solução.** Multiplicando as duas fracções, temos  $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ . Podemos facilmente demonstrar a exactidão deste resultado.  $\frac{1}{6}$  de 1 é a terça parte de  $\frac{1}{2}$ , que é  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{1}{4}$  de 1 inteiro. Quando um numero é mixto transforma-se em uma fracção impropria, e depois effectua-se a multiplicação.

**Exercício de aplicação.** Achar as seguintes fracções:

1. $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ .	Resp. $\frac{3}{8}$	5. $\frac{2}{3}$ de $7\frac{1}{2}$ .	Resp. 3
2. $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{5}$ .	$\frac{2}{15}$	6. $\frac{1}{4}$ de $\frac{3}{5}$ .	$\frac{3}{20}$
3. $\frac{2}{3}$ de 3.	$2$	7. $\frac{2}{3}$ de $1\frac{1}{2}$ .	$1$
4. $\frac{1}{4}$ de 12.	$3$	8. $\frac{3}{4}$ de 8.	$6$

**4ª Lição pratica de problemas sobre fracções**

Achar as diversas parcelas das notas seguintes, e sommar as parcelas de cada nota.

**Nota 1ª**

5 $\frac{1}{2}$ dias de serviço		
3 $\frac{1}{2}$ dias de serviço	a 4\$	22\$000
4 $\frac{1}{2}$ dias de serviço	a 6\$	\$
6 $\frac{1}{2}$ dias de serviço	a 2\$	\$
Somma	a 3\$	\$
		72\$500

**Nota 2ª**

3 $\frac{1}{2}$ garrafas de leite	a 1\$200	\$
2 $\frac{1}{2}$ duzias de maçãs	a \$800	\$
5 $\frac{1}{2}$ kilos de assucar	a 3\$000	\$
8 $\frac{1}{2}$ duzias de ovos	a \$400	\$
Somma		\$

**Nota 3ª**

5 $\frac{1}{2}$ duzias de peças de cadarço	a 1\$600	\$
2 $\frac{1}{2}$ grossas de botões	a 14\$400	\$
3 $\frac{1}{2}$ resmas de papel	a 6\$800	\$
2 $\frac{1}{2}$ duzias de lapis	a 1\$400	\$
Somma		\$

**Nota 4ª**

2 $\frac{1}{2}$ saccos de feijão	a 17\$	\$
3 $\frac{1}{4}$ saccos de milho	a 6\$	\$
4 $\frac{1}{2}$ saccos de farinha	a 10\$	\$
2 $\frac{1}{2}$ pipas de vinho	a 250\$	\$
Somma		\$

**Nota 5ª**

1 $\frac{1}{2}$ kilos de amendoas	a 2\$400	\$
2 $\frac{1}{2}$ kilos de nozes	a 3\$200	\$
3 $\frac{1}{2}$ kilos de passas	a 2\$500	\$
2 $\frac{1}{2}$ kilos de tamaras	a 2\$600	\$
Somma		\$

**2ª Lição**

1. Ganhando um operario 4\$ por dia, quantos dias deve trabalhar para ganhar 23\$?

**Solução.** Dividindo 23\$ por 4\$, o quociente é 5 $\frac{1}{2}$ ; e por isso deve trabalhar 5 dias e  $\frac{1}{2}$  de um dia.

2. Ganhando um pedreiro 8\$ por dia, quantos dias deve trabalhar para receber 44\$?

$$\frac{23\$}{4} = 5\frac{1}{2}$$

Resp. ?

3. ganhando um pintor 7\$500 por dia, quantos dias deve trabalhar para receber 48\$750?

4. Um carpinteiro recebeu 28\$500 pelo seu trabalho, ora ganhando elle 6\$ por dia, quantos dias trabalhou?

5. Custando uma dúzia de ovos \$800, quantas dúzias poderei comprar com 6\$?

6. Custando uma dúzia de maçãs 4\$, quantas dúzias poderei comprar com 11\$?

7. Navegando um vapor 12 milhas por hora, que tempo gastará para navegar 102 milhas?

8. Se uma torneira lança 8 litros de agua por segundo, que tempo gastará para lançar 60 litros?

9. Custando uma grossa de botões de seda 28\$800, quanto devem custar duas dúzias e meia?

10. Dividindo-se 3½ dúzias de lenços por 7 meninos, que parte de uma dúzia receberá cada um?

Resp. ?  
Resp. ?  
Resp. ?  
Resp. ?  
Resp. 2¼  
Resp. ?  
Resp. ?  
Resp. 7½ segundos.  
Resp. ?  
Resp. ?

## FRACÇÕES DECIMAES

94. Fracções decimaes são partes da unidade dividida em decimos, centesimos, millesimos ou em outras partes menores na razão décupla.

As diversas fracções decimaes dividem-se do seguinte modo:

Uma unidade.....	divide-se em	10 decimos.
Um decimo.....	"	" 10 centesimos.
Um centesimo.....	"	" 10 millesimos.
Um millesimo.....	"	" 10 decimos millesimos.
Um decimo millesimo.....	"	" 10 centesimos millesimos.
Um centesimo millesimo.....	"	" 10 millionesimos, etc.

95. A fracção decimal escreve-se ao lado direito do numero inteiro, separada por uma virgula, que chama-se **virgula decimal**, como **2,5** que se lê: *dois inteiros e cinco decimos*.

Se a fracção decimal não está annexa a um numero inteiro, escreve-se uma cifra no logar do numero inteiro, como **0,5**, que se lê: *5 decimos*; **0,75**, que se lê: *75 centesimos*. Esta cifra serve para mostrar que não ha inteiros, e que o numero que está á sua direita é uma fracção decimal.

96. A ordem das fracções decimaes segue da esquerda para a direita, começando na virgula decimal. Assim,

os decimos occupam a 1ª ordem,  
os centesimos occupam a 2ª,  
os millesimos occupam a 3ª,  
os decimos millesimos occupam a 4ª,  
os centesimos millesimos occupam a 5ª,  
os millionesimos occupam a 6ª, etc., como se vê na tabella que está ao lado.

Numero inteiro.....	1	2	3	4	5	6
Virgula decimal.....	.					
Decimos.....	0	1	2	3	4	5
Centesimos.....		0	1	2	3	4
Millesimos.....			0	1	2	3
Decimos millesimos.....				0	1	2
Centasimos millesimos.....					0	1
Millonesimos.....						0

97. Para se exprimir uma fracção decimal, lê-se o seu numero, acrescentando o nome da ultima ordem. Assim,

0,2 lê-se: 2 decimos.	0,025 lê-se: 25 millesimos.
0,15 lê-se: 15 centesimos.	0,205 lê-se: 205 millesimos.
0,008 lê-se: 8 millesimos.	3,015 lê-se: 3 inteiros e 15 millesimos.

Exercício de applicação. Os discipulos devem lêr as seguintes fracções, e depois o professor dictará estas ou outras que elles escreverão na pedra.

1. 0,1	6. 0,001	11. 0,0002	16. 4,06	21. 0,725
2. 0,9	7. 0,025	12. 0,0018	17. 3,25	22. 12,045
3. 0,05	8. 0,146	13. 0,0225	18. 2,025	23. 0,808
4. 0,18	9. 0,205	14. 0,1250	19. 1,120	24. 0,008
5. 0,65	10. 0,950	15. 0,4005	20. 5,008	25. 9,075

## Alteração no valor das fracções decimaes

98. As fracções decimaes estão sujeitas ás seguintes alterações:

1ª Se prefixarmos uma cifra a 0,2 (2 decimos) esta fracção tornar-se-á 0,02 (2 centesimos), que é a sua decima parte, porque o algarismo 2 passa da ordem dos decimos para a dos centesimos; se ainda prefixarmos outra cifra, a fracção tornar-se-á 0,002 (2 millesimos), que é a sua centesima parte.

2ª Se acrescentarmos uma ou mais cifras a uma fracção decimal, não lhe alteraremos o valor, porque estas cifras, ainda que lhe mudam a denominação, não lhe alteram o valor; pois se acrescentarmos uma cifra a 0,2, esta fracção ficará 0,20; se acrescentarmos duas cifras, ficará 0,200; ora dois decimos, vinte centesimos e duzentos millesimos são fracções iguaes.

Inteiro.....	0	0	0
Decimos.....	0	2	
Centesimos.....	0	0	2
Millesimos.....	0	0	0

**Nota.** Prefixar um algarismo a um numero é escrever o algarismo á esquerda do numero, e acrescentar-lhe um algarismo á direita; de sorte que, se prefixarmos 5 ao numero 9, teramos 59, e se lhe acrescentarmos 5, teromos 95.

**99.** Para se tornar um numero decimal 10 vezes maior, adiante-se a virgula uma ordem para a direita; para se tornar 100 vezes maior, adiante-se a virgula duas ordens, e assim por diante. E para o reduzir á sua decima parte, remove-se a virgula uma ordem para a esquerda; para o reduzir á centesima parte, remove-se a virgula duas ordens, etc.

**Ilustração.** Se em 1,005 adiantarmos a virgula uma ordem para a direita, o numero ficará 10,05, isto é, 10 vezes maior; porque a parte inteira, que era 1, passou para 10, e a fracção, que era 0,005, passou para 0,05. Se adiantarmos duas ordens, o numero ficará 100,5. O inverso se dará, se removermos a virgula para a esquerda.

**Exercício de applicação.**

- |   |           |
|---|-----------|
| 1. Tornar o numero 54,375 com vezes maior.        | Respostas |
| 2. Reduzir o numero 54,375 á sua centesima parte. | 54375.    |
| 3. Reduzir o numero 8540,5 á sua decima parte.    | 0,54375.  |
| 4. Tornar a fracção 0,55 com vezes maior.         | 8540,5.   |
| 5. Reduzir a fracção 0,55 á centesima parte.      | 55.       |
| 6. Reduzir o numero 7,5 á millesima parte.        | 0,0055.   |
|   | 0,0075.   |

**Transformar fracções decimales em fracções ordinarias**

**100.** A fracção decimal tem na escripta um denominador occulto, que póde ser expresso por 1 e tantas cifras, quantos forem os algarismos da fracção decimal. Assim, 0,5 é igual a  $\frac{5}{10}$ ; 0,05 é igual a  $\frac{5}{100}$ .

**Problema.** Transformar 0,25 em uma fracção ordinaria.

**Solução.** Como o denominador de uma fracção decimal é 1 e tantas cifras quantos são os algarismos da decimal, segue-se que a fracção 0,25 =  $\frac{25}{100}$  que simplificada dá  $\frac{1}{4}$ .

$$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

**Exercício de applicação.** Transformar em fracções ordinarias as seguintes decimales:

- |          |       |                 |           |         |             |         |
|----------|-------|-----------------|-----------|---------|-------------|---------|
| 1. 0,25  | Resp. | $\frac{1}{4}$   | 6. 0,50   | Resp. ? | 11. 0,025   | Resp. ? |
| 2. 0,20  | >     | $\frac{1}{5}$   | 7. 0,58   | > ?     | 12. 0,16    | Resp. ? |
| 3. 0,125 | >     | $\frac{1}{8}$   | 8. 0,025  | > ?     | 13. 0,03125 | > ?     |
| 4. 0,375 | >     | $\frac{3}{8}$   | 9. 0,0625 | > ?     | 14. 5,046   | > ?     |
| 5. 4,050 | >     | $4\frac{5}{10}$ | 10. 0,325 | > ?     | 15. 0,0728  | > ?     |

**Transformar fracções ordinarias em decimales**

**101.** Uma fracção ordinaria, transformada em uma decimal, póde produzir, ou uma **decimal exacta**, ou uma **decimal periodica**, como notaremos nos dois exemplos seguintes:

**Decimal exacta. Problema.** Transformar  $\frac{3}{4}$  em uma fracção decimal.

**Solução.** Acrescentando uma cifra ao numerador, e dividindo-o pelo denominador, ficam 2 de resto; acrescentando outra cifra ao resto e continuando a divisão, não ha mais resto. Ora, como se juntaram duas cifras ao numerador, separam-se dois algarismos no quociente, que fica 0,75. Esta fracção é **decimal exacta**, porque não deixou resto na divisão.

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 4} \\ 30 \phantom{0} \\ \hline 0 \phantom{0} \end{array}$$

**Decimal periodica. Problema.** Transformar  $\frac{2}{3}$  em uma fracção decimal.

**Solução.** Acrescentando uma cifra ao numerador, e dividindo-o pelo denominador, ficam 2 de resto; acrescentando outra cifra ao resto, e dividindo-o pelo denominador, ficam tambem 2 de resto; continuando a divisão, o quociente será sempre 6, deixando 2 de resto. Esta fracção é, portanto, decimal periodica. Nestas divisões, bastará acrescentar tres cifras ao numerador, e separar 3 algarismos no quociente, e dar a operação por concluida. Assim, neste exemplo, o resultado é 0,666, isto é, 666 millesimos.

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 3} \\ 30 \phantom{0} \\ \hline 30 \phantom{0} \\ \hline 0 \phantom{0} \end{array}$$

**Exercício de applicação.** Transformar as seguintes fracções ordinarias:

- |                    |           |                     |         |                     |         |
|--------------------|-----------|---------------------|---------|---------------------|---------|
| 1. $\frac{2}{3}$   | Resp. 0,4 | 6. $\frac{1}{2}$    | Resp. ? | 11. $\frac{1}{125}$ | Resp. ? |
| 2. $\frac{3}{4}$   | > 0,75    | 7. $\frac{2}{5}$    | > ?     | 12. $\frac{1}{10}$  | > ?     |
| 3. $\frac{2}{5}$   | > 0,16    | 8. $\frac{1}{11}$   | > ?     | 13. $\frac{2}{3}$   | > ?     |
| 4. $\frac{3}{10}$  | > 0,075   | 9. $\frac{3}{100}$  | > ?     | 14. $\frac{17}{5}$  | > ?     |
| 5. $8\frac{3}{10}$ | > 8,16    | 10. $5\frac{2}{10}$ | > ?     | 15. $\frac{1}{225}$ | > ?     |

**Adição decimal**

**102.** A adição decimal opera-se do mesmo modo que a de numeros inteiros; adicionam-se as diversas columnas, e escreve-se a virgula decimal na somma.

**Exercício de applicação.** Effectuar as seguintes adições:

- |      |       |        |       |       |        |
|------|-------|--------|-------|-------|--------|
| (1.) | (2.)  | (3.)   | (4.)  | (5.)  | (6.)   |
| 0,5  | 0,05  | 0,015  | 2,15  | 8,15  | 15,250 |
| 0,18 | 0,076 | 0,255  | 0,075 | 2,25  | 7,080  |
| 0,05 | 0,153 | 0,0015 | 3,120 | 3,05  | 9,015  |
| 0,02 | 0,25  | 0,0450 | 5,85  | 7,005 | 10,010 |
| 0,07 | 0,205 | 0,075  | 1,45  | 0,85  | 12,020 |
| 0,75 | 0,120 | 0,125  | 0,018 | 8,75  | 15,180 |
| 1,73 |       |        |       |       |        |

7.  $0,75 + 0,07 + 0,18 + 0,05 + 0,18 + 0,05 + 0,16 = 1,44$   
 8.  $2,50 + 3,025 + 5,005 + 7,250 + 8,240 + 0,75 = ?$   
 9.  $0,25 + 10,2 + 15,45 + 7,205 + 3,15 + 0,2 = ?$   
 10.  $30,25 + 40,8 + 29,75 + 23,125 + 17,5 + 25,20 + 1,17 = ?$

**Subtração decimal**

**103.** Na subtração decimal escreve-se o subtraheendo debaixo do minuendo, e opera-se como se os dois termos da subtração fossem números inteiros, e no resto escreve-se a virgula decimal.

**Exercício de aplicação.** Effectuar as seguintes subtrações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)
0,845	0,750	0,625	0,008	0,125	8,705
0,625	0,425	0,085	0,005	0,015	4,085
0,220					

(7.)	(8.)	(9.)	(10.)	(11.)	(12.)
5,280	6,005	2,005	5,	25,2	18,005
3,090	1,750	0,220	0,75	15,02	9,010

13.  $2,755 - 1,815 = ?$  16.  $25,15 - 14,16 = ?$  19.  $18,05 - 15,10 = ?$   
 14.  $9,120 - 0,850 = ?$  17.  $30,01 - 15,20 = ?$  20.  $29,001 - 18,25 = ?$   
 15.  $3,005 - 2,15 = ?$  18.  $0,754 - 0,285 = ?$  21.  $31,75 - 12 = ?$

**Multiplicação decimal**

**104.** Na multiplicação decimal effectua-se a operação como se os dois factores fossem números inteiros, e no producto, separam-se com a virgula tantos algarismos quantos algarismos decimales contiverem ambos os factores; e se o producto não tiver numero sufficiente, prefixam-se-lhe cifras.

Para mais esclarecer esta direcção, vamos resolver tres casos que podem occorrer na multiplicação decimal:

**Solução.** No primeiro caso, como ha um algarismo decimal no multiplicando e outro no multiplicador, separam-se dois algarismos no producto, e o resultado será 83 inteiros.

No segundo caso, como ha quatro algarismos decimales nos dois factores, separam-se quatro algarismos no producto, e o resultado será 0,1575.

No terceiro caso, como os dois factores tem quatro algarismos decimales, e o producto tem só dois, prefixam-se-lhes duas cifras para igualar o numero, e o resultado será 0,0075.

(1°)	(2°)	(3°)
75	0,25	0,15
84	0,75	0,05
300	125	0,075
600	175	
6300	0,1875	

**Exercício de applicação.** Effectuar as seguintes multiplicações:

(1.)	(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)
0,134	0,352	0,752	8,625	45,458	0,755
0,005	0,049	0,545	0,025	0,805	0,755
0,000670					

(7.)	(8.)	(9.)	(10.)	(11.)	(12.)
25,601	0,0755	0,750	4,25	700,2	0,00024
0,111	0,7502	0,008	3,05	400,7	0,00035

13.  $0,525 \times 0,75 = ?$  16.  $2,26 \times 0,45 = ?$  19.  $25,2 \times 7,2 = ?$   
 14.  $0,406 \times 0,94 = ?$  17.  $7,35 \times 0,85 = ?$  20.  $35,15 \times 8,6 = ?$   
 15.  $0,720 \times 0,95 = ?$  18.  $8,07 \times 0,90 = ?$  21.  $40,3 \times 7,01 = ?$

**Divisão decimal**

**105.** Na divisão decimal ha dois casos a considerar:

1° Quando o dividendo tem menos algarismos decimales de que o divisor

2° Quando tem mais algarismos.

**1° Caso. Problema.** Dividir 17,5 por 0,25.

**Solução.** Como o dividendo tem menos um algarismo decimal do que o divisor, iguala-se o numero com uma cifra, no que não se altera o valor do dividendo, porque  $0,5 = 0,50$ . Opera-se depois como em numeros inteiros, e o quociente será 70 inteiros, isto é, 17,50 contem 70 vezes a fracção 0,25.

17,50	1,25
175	70
000	

**Exercício de applicação.** Effectuar as seguintes divisões:

1.  $22,5 \div 0,25 = 90$  | 3.  $11,2 \div 0,14 = ?$  | 5.  $8,25 \div 0,5 = ?$   
 2.  $5,25 \div 0,75 = ?$  | 4.  $8,4 \div 2,4 = ?$  | 6.  $2,56 \div 0,032 = ?$

**2° Lição da divisão decimal**

**2° Caso. Problema.** Dividir 0,5625 por 0,125.

**Solução.** Quando o dividendo tem mais algarismos decimales do que o divisor, separam-se no quociente com a virgula os algarismos que faltarem para igualar o numero. Ora, o dividendo tem quatro e o divisor tem tres, separam-se com a virgula um algarismo no quociente, e o resultado será 4,5 (4 inteiros e 5 decimales).

0,5625	1,25
500	4,5
625	
625	
000	

**2° Problema.** Dividir 0,0075 por 0,15.

**Solução.** Effectuada a divisão, o quociente é 0,05, mas, como o dividendo tem quatro algarismos, e o divisor tem só dois, temos de apartar dois algarismos no quociente; e como este tem só um algarismo, prefixam-lhe-emos uma cifra, e o resultado será 0,05 (cinco centesimos).

0,0075	1,5
75	0,5
00	

**Exercício de applicação.** Effectuar as seguintes divisões:

	Resposta		Resposta
1. 0,74 ÷ 0,25 = ?	2,96	7. 79,1 ÷ 0,125 = ?	632,8
2. 0,008 ÷ 0,5 = ?	0,016	8. 3,74 ÷ 0,25 = ?	?
3. 7,74 ÷ 4,8 = ?	?	9. 0,725 ÷ 29 = ?	0,025
4. 0,12 ÷ 1,6 = ?	?	10. 32,4 ÷ 1,8 = ?	?
5. 1,125 ÷ 0,03 = ?	?	11. 2,56 ÷ 0,64 = ?	?
6. 0,0081 ÷ 0,3 = ?	?	12. 0,288 ÷ 0,036 = ?	?

## SYSTEMA METRICO

**106.** O systema de pesos e medidas adoptado no Brazil, desde 1 de Julho de 1873, é o systema metrico decimal.

As unidades principaes deste systema, que foram autorizadas por lei no Brazil, são as quatro seguintes:

**Metro,** unidade de comprimento.

**Litro,** medida de capacidade para líquidos e seccos.

**Grammo,** unidade de peso.

**Ara,** medida agraria, isto é, para terrenos de cultura.

Estas unidades tem as seguintes dimensões e divisões:

**107. O metro** tem o comprimento da décima millionesima parte da distancia do Equador ao Pólo, e é a medida fundamental do systema, porque offerece as dimensões para todas as outras medidas.

O metro divide-se em 10 decímetros;  
o decímetro divide-se em 10 centímetros;  
o centímetro divide-se em 10 milímetros.



Esta escala mostra o tamanho exacto de um decímetro dividido em dez centímetros, e cada centímetro dividido em dez milímetros.

O **myriametro**, que tem dez mil metros, e o **kilometro**, que tem mil metros, são as unidades para medir grandes distancias e superficies. As fracções do kilometro são avaliadas em metros. Assim, uma estrada de quatro mil e oitocentos metros, diz-se que tem 4 kilometros e 800 metros.

**108. O litro** tem a capacidade de um decímetro cubico, mas dá-se-lhe a fórma cylindrica para a medição de líquidos.



Fórma do litro

O litro divide-se em 10 decilitros;

o decilitro divide-se em 10 centilitros;

o centilitro divide-se em 10 mililitros.

O multiplo do litro, que serve de base para grandes avaliações, é o **hectolitro** e tem cem litros. O decalitro é inteiramente desusado entre nós.

**109. O grammo** tem o peso de um centímetro cubico de agua distillada na sua maxima temperatura.

O grammo divide-se em 10 decigrammos;  
o decigrammo divide-se em 10 centigrammos;

o centigrammo divide-se em 10 miligrammos.

Como o grammo é um peso muito pequeno para o uso do commercio, adoptou-se o **kilogrammo** (mil grammos), como unidade para pesar assucar, café, carne, ferro e todos os generos que se vendem a peso.

Emprega-se geralmente a palavra **kilo** como abreviatura do kilogrammo.



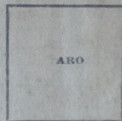
Fórma do kilogrammo

**110. O ara** representa uma área de 10 metros de largura e 10 de comprimento, ou 100 metros quadrados.

O ara divide-se em 100 centáros.

O centáro contém um metro quadrado, isto é, um espaço de um metro de comprimento e um metro de largura.

O multiplo do ara é o **hectaro**, que tem cem aros.



**Nota.** Não ha nenhuma medida ou instrumento quadrado chamado ara, como acontece com as outras unidades do systema metrico. Quando queremos avaliar a contêdo com as outras unidades do systema metrico, depois a sua largura, e multiplicamos a do terreno, medimos o seu comprimento, depois a sua largura, e multiplicamos estes dois dados, achamos o numero de metros quadrados que tem a superficie do terreno. Dividido depois este numero por 100 (que é o numero de metros quadrados que tem o ara), achamos o numero de aros que tem o terreno. (Vide n.º 48)

7

A tabella seguinte mostra todos os multiplos e divisões das quatro unidades metricas acompanhadas dos seus valores em algarismos.

Myriámetro	.....	.....	.....	10000
Kilómetro	Kilógrammo	Kilolitro	Hectaro	1000
Hectómetro	Hectógrammo	Hectolitro	.....	100
Decámetro	Decagrammo	Decalitro	.....	10
<b>Metro</b>	<b>Grammo</b>	<b>Litro</b>	<b>Aro</b>	<b>Unidade</b>
Decimetro	Decigrammo	Decilitro	.....	0,1
Centimetro	Centigrammo	Centilitro	.....	0,01
Millimetro	Milligrammo	Millilitro	.....	0,001

**Nota.** Os multiplos usados entre nós são só o kilometro, o kilogrammo, o hectolitro e o hectaro. Todos os outros multiplos são inteiramente desusados na pratica.

**111.** Para se exprimir abreviadamente uma quantidade metrica, escreve-se a letra inicial do nome da medida no alto do numero.

Assim,

**5<sup>m</sup>** lê-se 5 metros,  
**6<sup>l</sup>** lê-se 6 litros,

**12<sup>g</sup>** lê-se 12 grammos,  
**8<sup>a</sup>** lê-se 8 aros.

Se a quantidade é uma fracção da medida, escreve-se uma cifra no logar do numero inteiro, e á direita escreve-se a fracção separada por uma virgula, notando que as fracções *deci*, *centi* e *milli* se escrevem na mesma ordem que os decimos, centesimos e millesimos das fracções decimaes (Vêde n. 97). Assim,

**0<sup>m</sup>,6** lê-se 6 decímetros.  
**0<sup>g</sup>,08** lê-se 8 centigrammos.

**0<sup>l</sup>,15** lê-se 15 centilitros.  
**0<sup>m</sup>,005** lê-se 5 milímetros.

**112.** A abreviatura da palavra kilometro é Km.; a da palavra kilogrammo é Kg. ou Kilo; a da palavra hectolitro é Hl., e a do hectaro é Ha. Assim,

**24 Km.** lê-se 24 kilometros,  
**16 Kg.** lê-se 16 kilogrammos,

**36 Hl.** lê-se 36 hectolitros,  
**25 Ha.** lê-se 25 hectaros.

**113.** As fracções de um kilometro são expressas em metros, assim, 8 Km. 500 lê-se 8 kilometros e 500 metros. As fracções do kilogrammo expriment-se em grammos, de sorte que a expressão 15 Kg. 250 lê-se: 15 kilos e 250 grammos.

**Exercício de applicação.** Os discipulos devem ler as seguintes expressões:

0 <sup>m</sup> ,2	15 <sup>m</sup> ,50	36 Km.	137 <sup>m</sup> ,50	18 Km. 200
0 <sup>g</sup> ,03	18 <sup>g</sup> ,05	12 Kg.	1 <sup>m</sup> ,005	29 Kg. 25 <sup>g</sup>
0 <sup>l</sup> ,15	12 <sup>l</sup> ,008	28 Hl.	0 <sup>m</sup> ,5	17 Km. 150
0 <sup>a</sup> ,01	30 <sup>a</sup> ,5	57 Ha.	2 <sup>a</sup> ,8 <sup>l</sup> ,105	25 Ha. 90