



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**CENTRO TECNOLÓGICO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**APERFEIÇOAMENTO DO ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO  
HÍBRIDO PINCUS-NELDER E MEAD PARA DETECÇÃO DE  
DANO EM ESTRUTURAS A PARTIR DE DADOS  
VIBRACIONAIS**

**IDILSON ANTÓNIO NHAMAGE**

**FLORIANÓPOLIS - SC**  
**2014**



Idilson Antônio Nhamage

**APERFEIÇOAMENTO DO ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO  
HÍBRIDO PINCUS-NELDER E MEAD PARA DETECÇÃO DE  
DANO EM ESTRUTURAS A PARTIR DE DADOS  
VIBRACIONAIS**

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial exigido pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC, para obtenção do Título de MESTRE em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Holdorf Lopez

Coorientador: Prof. Dr. Leandro F. Fadel Miguel

Florianópolis  
2014

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Nhamage, Idilson Antônio

Aperfeiçoamento do Algoritmo de Otimização Híbrido Pincus-Nelder e Mead para Detecção de Dano em Estruturas a Partir de Dados Vibracionais / Idilson Antônio Nhamage; orientador, Rafael Holdorf Lopes / coorientador, Leandro F. Fadel Miguel – Florianópolis, SC, 2014.

123 p.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

Inclui Referências

1. Engenharia Civil. 2. algoritmo híbrido. 3. detecção de dano. 4. parâmetros dinâmicos. 5. elementos finitos. I. Lopes, Rafael Holdorf. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

Idilson Antônio Nhamage

**APERFEIÇOAMENTO DO ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO  
HÍBRIDO PINCUS-NELDER E MEAD PARA DETECÇÃO DE  
DANO EM ESTRUTURAS A PARTIR DE DADOS  
VIBRACIONAIS**

Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de MESTRE em Engenharia Civil e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC da Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC.

Florianópolis, 15 de dezembro de 2014.

---

Prof. Roberto Caldas de Andrade Pinto, Ph.D.

Coordenador do PPGEC

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Dr. Rafael Holdorf Lopez.

Orientador

Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC

---

Prof. Dr. Leandro Fleck Fadel Miguel

Coorientador

Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC

---

Prof. Dr. Otávio Augusto Alves da Silveira - UFSC

---

Prof. Dr. André Teófilo Beck – EESC/USP

---

Prof. Roberto Caldas de Andrade Pinto, Ph.D. - UFSC



Dedico este trabalho á minha mãe  
Maria de Lurdes Mucavel e demais  
familiares, colegas e amigos.





## AGRADECIMENTOS

Agradeço aos engenheiros Jonas Valente Matsinhe e Jaime Palalane que me motivaram muito para a vinda a Brasil e assim poder conseguir realizar um dos meus sonhos de ser mestre em engenharia civil;

Agradeço ao meu orientador e co-orientador, os professores Dr. Rafael Holdorf Lopez e Dr. Leandro F. Fadel Miguel pelos ensinamentos e excelente orientação na elaboração do presente trabalho;

Agradeço ao coordenador de pós-graduação em engenharia civil da UFSC, o Prof. Dr. Roberto Caldas Pinto pelo acolhimento e ensinamento;

Agradeço também ao corpo docente de pós-graduação em engenharia civil da UFSC, pelos ensinamentos e que direta ou indiretamente contribuíram para a concretização do presente trabalho;

Aos meus colegas e amigos da sala de estudo do Grupo de experimentação e análise de estruturas (Grupex), pelo apoio e companheirismo;

Ao engenheiro António Marcelo, a direção da Secon em Moçambique e demais colegas pela motivação e apoio durante estes dois anos e por terem ajudado a me sentir perto do meu país de origem;

Agradeço a UEM por incentivar e liberar a formação dos seus quadros;

Agradeço a minha mãe, família e amigos em geral que direta ou indiretamente prestaram apoio nos meus estudos de mestrado;

Ao CNPq pela bolsa de estudos, sem a qual a vinda a Brasil e realização deste trabalho não teria sido possível.



“Não temas o progresso lento, receie apenas ficar parado.”

(Sabedoria chinesa)



## RESUMO

Neste estudo, uma proposta de aperfeiçoamento do algoritmo de otimização híbrido estocástico-determinístico Pincus - Nelder e Mead (P-NMA) para detecção de dano em estruturas a partir de dados vibracionais é apresentada. A formulação da função objetivo para o problema de minimização é estabelecido pela diferença entre parâmetros dinâmicos experimentais da estrutura na condição com dano e aqueles calculados utilizando um modelo de elementos finitos (MEF) que representa tal condição. Uma estratégia que permite acelerar a convergência do algoritmo híbrido P-NMA Original para o problema de identificação de dano é desenvolvida, sendo o algoritmo resultante aqui designado por P-NMA Modificado. Para se poder ter uma base de escolha de parâmetros envolvidos na parte estocástica do algoritmo, funções testes de otimização global foram utilizadas. Em seguida, cinco exemplos numéricos de identificação de dano, todos retirados da literatura, nomeadamente, uma viga simplesmente apoiada, uma viga em balanço, duas treliças planas e um pórtico plano com vários cenários de dano são apresentados. Os parâmetros dinâmicos utilizados neste trabalho (frequências naturais e formas modais) são obtidos através da solução do problema de autovalores. Para simular as características da informação obtida por meio de um ensaio dinâmico real, foi considerada a existência de apenas poucos modos de baixa frequência e também foi analisada a influência do ruído nas medições, que inclui igualmente a imprecisão na coleta de dados. Para testar a precisão e eficiência do algoritmo resultante do aperfeiçoamento/modificações implementadas (o algoritmo P-NMA Modificado), uma comparação dos resultados obtidos por meio deste novo algoritmo proposto e do algoritmo P-NMA Original é realizada. Além disso, os resultados do último exemplo numérico (pórtico plano) são comparados com aqueles existentes na literatura, na qual o algoritmo P-NMA Original e o algoritmo genético (AG) foram utilizados. Em todos os casos analisados, as modificações implementadas funcionaram bem e os resultados foram promissores, o algoritmo híbrido P-NMA Modificado foi mais preciso e apresentou menor custo computacional comparativamente ao algoritmo híbrido P-NMA Original e AG.

**Palavras chaves:** algoritmo híbrido, detecção de dano, parâmetros dinâmicos, elementos finitos.



## ABSTRACT

In this study, an improvement in the hybrid stochastic-deterministic optimization algorithm Pincus-Nelder and Mead (P-NMA) for vibration-based damage detection in structures is proposed. The formulation of the objective function for the minimization problem is established by the difference between experimental dynamic parameters of the damaged structure and those calculated using a finite element model (FEM) that represents such condition. A strategy which allows a quick convergence of the Original hybrid algorithm P-NMA for the damage identification problem is developed, and the resulting algorithm is denominated here as Modified P-NMA. In order to have a basis for the choice of parameters involved in the stochastic part of the hybrid algorithm, test functions for global optimization were used. Thereafter, five numerical examples, all taken from literature, namely, a simply supported beam, a cantilever beam, two plane trusses and a portal plane frame with several damage scenarios are presented. The dynamic parameters used in this work (natural frequencies and mode shapes) are obtained by solving the eigenvalue problem. To simulate the characteristics of information obtained in a real dynamic test, only a few modes of low frequency were considered and the influence of noise in the measurements, which include the errors during data collection was also analyzed. To test the accuracy and efficiency of the resultant algorithm from the improvement/ implemented modifications (the Modified hybrid P-NMA), a comparison of the results obtained from this new proposed algorithm and the Original P-NMA algorithm is performed. In addition, the results of the last numerical example (portal plane frame) are compared with those available in the literature, where the Original P-NMA algorithm and the genetic algorithm (GA) were used. In all analyzed cases, the implemented improvements were satisfactory and the results were promising, the Modified hybrid P-NMA algorithm was more accurate and had lower computational cost compared to the Original hybrid P-NMA algorithm and GA.

**Key words:** hybrid algorithm, damage detection, dynamic parameters, finite elements.





## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Exemplos de aplicação da otimização nos ramos de engenharia civil, mecânica e aeroespacial: (a) otimização topológica da estrutura de um edifício; (b) otimização dimensional e de forma de uma treliça; (c) identificação de dano em um aerofólio modelado em elementos finitos (fonte: (a) Beghinil [3]; (c) Yan et. al [4]).....	28
Figura 1.2: (a) Trinca no vão da ponte em estado avançado, comprometendo a segurança da estrutura, (b) Colapso da ponte na rodovia BR-230 no estado do Pará, provocada por danos resultantes da falta de manutenção (fonte: Diário online).....	29
Figura 1.3: (a) Processo de otimização heurístico, (b) Processo de otimização híbrido estocástico-determinístico.....	31
Figura 3.1: Elemento finito para: (a) treliça e (b) pórtico.....	42
Figura 4.1: Fluxograma da técnica de otimização para identificação de dano baseado em vibração.....	46
Figura 5.1: Ideia básica do funcionamento de um algoritmo híbrido estocástico-determinístico.....	52
Figura 5.2: Fluxograma das iterações do simplex do algoritmo de Nelder-Mead (fonte: modificado de Tippayawannakorn et al. [70]).....	59
Figura 5.3: Operações do Simplex do Nelder e Mead (fonte: Ludl [69]).....	60
Figura 5.4: Operações do Simplex do Nelder –mead (simplificado) (fonte: Tippayawannakorn et al. [70]).....	61
Figura 5.5: Algoritmo para modificação da amostra A da equação (26).....	62
Figura 5.6: Estrutura com n elementos finitos e com apenas 1 elemento danificado.....	63
Figura 6.1: Representação gráfica da função de Rosenbrock.....	66

Figura 6.2: Representação gráfica da função de Goldstein-Price.....	69
Figura 6.3: Viga simplesmente apoiada e a respetiva seção transversal.....	72
Figura 6.4: Primeiros 5 modos de vibração da estrutura intacta - Sem influência do ruído ou variação no módulo de elasticidade.....	74
Figura 6.5: 1º modo de vibração da estrutura intacta e para os 2 cenários de dano – Sem influência do ruído ou variação no módulo de elasticidade.....	75
Figura 6.6: 2º modo de vibração da estrutura intacta e para os 2 cenários de dano –.....	75
Figura 6.7: Cenário de dano 1 ( 10% de dano no elemento 6): Fator de redução de rigidez– P-NMA Modificado.....	79
Figura 6.8: Cenário de dano 1 ( 10% de dano no elemento 6) - Fator de redução de rigidez – P-NMA Original.....	82
Figura 6.9: Cenário de dano 2 (20%, 50% e 30% de dano nos elementos 3, 8 e 10 respetivamente): Fator de redução de rigidez – P-NMA Modificado.....	84
Figura 6.10: Cenário de dano 2 (20%, 50% e 30% de dano nos elementos 3, 8 e 10 respetivamente): Fator de redução de rigidez – P-NMA Original.....	86
Figura 6.11: Viga em balanço modelada com 25 elementos.....	87
Figura 6.12: Cenário de dano 1 (70% de dano no elemento 20): Fator de redução de rigidez– 3% de ruído.....	89
Figura 6.13: Cenário de dano 1 (70% de dano no elemento 20): Fator de redução de rigidez – 5% de ruído.....	89
Figura 6.14: Cenário de dano 2 (20% de dano no elemento 20): Fator de redução de rigidez inicial– 3% de ruído.....	90

Figura 6.15: Cenário de dano 2 (20% de dano no elemento 20): Fator de redução de rigidez– 5% de ruído.....	90
Figura 6.16: Cenário de dano 3 (30% de dano no elemento 8): Fator de redução de rigidez – 3% de ruído.....	91
Figura 6.17: Cenário de dano 3 (30% de dano no elemento 8): Fator de redução de rigidez– 5% de ruído.....	91
Figura 6.18. Treliça plana com 10 barras.....	93
Figura 6.19: Treliça plana com 31 barras.....	96
Figura 6.20: Cenário 1 (25% e 15% de dano nos elementos 11 e 25 respectivamente): Fator de redução de rigidez– Sem ruído.....	98
Figura 6.21: Cenário 1 (25% e 15% de dano nos elementos 11 e 25 respectivamente): Fator de redução de rigidez – Ruído: 3% freq. e 4% formas modais.....	99
Figura 6.22: Cenário 2 (30% de dano no elemento 16): Fator de redução de rigidez– Sem ruído.....	99
Figura 6.23: Cenário 2 (30% de dano no elemento 16): Fator de redução de rigidez – Ruído: 3% freq. e 4% formas modais.....	100
Figura 6.24: Cenário 3 (30% e 20% de dano nos elementos 1 e 2 respectivamente): Fator de redução de rigidez – Sem ruído.....	100
Figura 6.25: Cenário 3 (30% e 20% de dano nos elementos 1 e 2 respectivamente): Fator de redução de rigidez– Ruído: 3% freq. e 4% formas modais.....	101
Figura 6.26: Modelo do pórtico plano e a respectiva seção transversal.....	103
Figura 6.27. Cenário de dano 1- 10% de dano no elemento 24: (a) fator de redução de rigidez inicial ( $\alpha_0$ ), (b) fator de redução de rigidez final ótimo ( $\alpha^*$ ) - P-NMA Modificado.....	105

Figura 6.28. Cenário de dano 1- 10% de dano no elemento 24: (a) fator de redução de rigidez inicial ( $\alpha_0$ ), (b) fator de redução de rigidez final ótimo ( $\alpha^*$ ) - P-NMA Original de Miguel et al. [6].....	107
Figura 6.29: Cenário de dano 1- 10% de dano no elemento 24: fator de redução de rigidez ótimo ( $\alpha^*$ ) – AG de Gomes e Silva [42].....	108
Figura 6.30: Cenário de dano 2- 10% de dano nos elementos 10, 28 e 52: (a) fator de redução de rigidez inicial ( $\alpha_0$ ), (b) fator de redução de rigidez final ótimo ( $\alpha^*$ ) - P-NMA Modificado.....	109
Figura 6.31: Cenário de dano 2- 10% de dano nos elementos 10, 28 e 52: (a) fator de redução de rigidez inicial ( $\alpha_0$ ), (b) fator de redução de rigidez final ótimo ( $\alpha^*$ ) P-NMA Original de Miguel et al. [4].....	110
Figura 6.32: Cenário de dano 2- 10% de dano nos elementos 10, 28 e 52: fator de redução de rigidez final ótimo ( $\alpha^*$ ) - AG de Gomes e Silva [42].....	111

## LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1: Avaliação da função $g$ e parâmetro $\lambda$ da equação (26) utilizando a função teste de Rosenbrock.....	67
Tabela 6.2. Avaliação da função $g$ e parâmetro $\lambda$ da equação (26) utilizando a função teste de Shekel.....	68
Tabela 6.3: Avaliação da função $g$ e parâmetro $\lambda$ da equação (26) utilizando a função teste de Goldstein-Price.....	69
Tabela 6.4: Cenários de dano analisados para a viga de 15 elementos.	72
Tabela 6.5: Simulação da variabilidade da rigidez ao longo da viga....	73
Tabela 6.6. Primeiras 5 frequências naturais identificadas para viga simplesmente apoiada de 15 elementos finitos (Hz).....	74
Tabela 6.7. Cenário de dano 1: Fator de redução de rigidez para 10% de dano no elemento 6 – P-NMA Modificado.....	77
Tabela 6.8: Cenário de dano 1: Fator de redução de rigidez para 10% de dano no elemento 6 – P-NMA Original.....	80
Tabela 6.9: Cenário 2: Fator de redução de rigidez para 20%, 50% e 30% de dano nos elemento 3, 8 e 10 respectivamente – P-NMA Modificado.....	83
Tabela 6.10: Cenário 2: Fator de redução de rigidez para 20%, 50% e 30% de dano nos elemento 3, 8 e 10 respectivamente – P-NMA Original.....	85
Tabela 6.11. Cenários de dano analisados para a viga de 25 elementos finitos.....	88
Tabela 6.12. Frequências naturais identificadas para a viga em balanço de 25 elementos (Hz).....	88
Tabela 6.13: Cenário de dano analisado para a treliça plana de 10 barras.....	93

Tabela 6.14. Frequências naturais identificadas para treliça plana de 10 barras (Hz).....	94
Tabela 6.15. Fator de redução de rigidez para 15% de dano nos elemento 2 e 8 respetivamente – P-NMA Modificado.....	94
Tabela 6.16. : Fator de redução de rigidez para 15% de dano nos elemento 2 e 8 respetivamente – P-NMA Original.....	95
Tabela 6.17: Cenários de dano analisados para a treliça plana de 31 barras.....	97
Tabela 6.18: Frequências naturais identificadas para a treliça plana de 31 barras (Hz).....	98
Tabela 6.19. Cenários de dano analisados para o pórtico plano modelado em 56 elementos finitos.....	104
Tabela 6.20. Frequências naturais identificadas do pórtico plano (Hz).....	104
Tabela 6.21: Custo computacional para os três algoritmos (P-NMA Modificado, P-NMA Original e AG).....	108

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

ACO: Ant Colony Optimization  
AG: Algoritmo Genético  
ERA: Eigensystem Realisation Algorithm  
BA: Bee Algorithm  
FRF: função de resposta em frequências  
GDL: graus de liberdade  
HS: Harmony Search  
MEF: modelo de elementos finitos  
MEF: método de elementos finitos  
MGDL: múltiplos graus de liberdade  
MIE: monitoramento da integridade estrutural  
Next: Natural Excitation Technique  
NM: Nelder and Mead  
NMA: Nelder and Mead Algorithm  
OFE: Objective Function Evaluation  
ODDT: output data-only dynamic testing  
PNL: programação não linear  
P-NMA: Pincus – Nelder and Mead Algorithm  
PSO: Particle Swarm Optimization  
RNA: Redes Neurais Artificiais  
SA: Simulated Annealing  
SSI: Stochastic Subspace Identification





## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>27</b>
1.1	MOTIVAÇÃO .....	30
1.2	OBJETIVO .....	32
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	33
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>35</b>
<b>3</b>	<b>CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS DE UMA ESTRUTURA</b>	<b>41</b>
3.1	PROBLEMA DE AUTOVALORES PARA DETERMINAÇÃO DE FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO .....	41
3.1.1	Matrizes de rigidez e de massa elementares em coordenadas locais e globais .....	42
<b>4</b>	<b>DETECÇÃO DE DANO COMO UM PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO</b> .....	<b>45</b>
4.1	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA .....	45
4.1.1	Mudanças na frequência e forma modal .....	47
4.1.2	Matriz de Flexibilidade .....	48
4.2	INFLUÊNCIA DO RUÍDO E IMPRECISÃO EM MEDIÇÕES .....	49
4.2.1	Variação do módulo de elasticidade .....	49
4.2.2	Adição do ruído nas medições .....	50
<b>5</b>	<b>ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO HÍBRIDO P-NMA ORIGINAL E MODIFICADO</b> .....	<b>51</b>
5.1	ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO HÍBRIDO P-NMA ORIGINAL .....	51
5.1.1	Parte estocástica: escolha do ponto de partida .....	53
5.1.2	Parte determinística: busca local (Algoritmo de Nelder-Mead - NMA) .....	54
5.1.2.1	Algoritmo de NMA passo a passo .....	55
5.1.2.1.1	Critério de parada .....	57
5.2	MODIFICAÇÕES NO ALGORITMO HÍBRIDO P-NMA PARA PROBLEMAS BENCHMARK DE IDENTIFICAÇÃO DE DANO .....	61
<b>6</b>	<b>ANÁLISE NUMÉRICA</b> .....	<b>65</b>
6.1	PROBLEMAS TESTE DE OTIMIZAÇÃO GLOBAL .....	65
6.1.1	Funções teste .....	65

6.1.1.1	Funções avaliadas .....	65
<b>6.1.2</b>	<b>Resultados e análise.....</b>	<b>66</b>
6.2	PROBLEMAS BENCHMARK DE IDENTIFICAÇÃO DE DANO 70	
6.2.1	Viga simplesmente apoiada .....	71
6.2.2	Viga em balanço modelado em 25 elementos finitos ...	87
6.2.3	Treliça com 10 barras .....	93
6.2.4	Treliça plana com 31 barras.....	96
6.2.5	Pórtico plano.....	102
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>113</b>
7.1	CONCLUSÕES .....	113
7.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	115
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>117</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A otimização tornou-se uma ferramenta muito importante em várias áreas, por exemplo, investidores procuram desenvolver portfólios que evitam um nível de risco excessivo, obtendo uma alta taxa de retorno para seus clientes, indústrias visam maximizar a eficiência de seus produtos e funcionamento em seus processos de produção, engenheiros ajustam parâmetros para maximizar o desempenho de seus projetos (Nocedal e Wright [1]). Na engenharia, a otimização tem uma grande aplicação, por exemplo, em projetos aeroespaciais para minimização do peso, projetos estruturais de engenharia civil, tais como pontes, torres e barragens para a minimização do custo.

Ainda, pode-se citar a utilização da otimização para o projeto de sistemas de controle em estruturas sujeitas à ação sísmica, vento e outros tipos de cargas aleatórias. Por exemplo, Miguel et al. [2] otimizaram amortecedores de atrito para o controle de resposta estrutural contra terremotos. Além destas aplicações, a otimização tem sido utilizada em larga escala na calibração de modelos, solução de problemas numéricos em mecânica computacional, controle, identificação de dano e monitoramento de integridade estrutural (MIE). A figura 1.1 mostra alguns exemplos da aplicação da otimização nas áreas da engenharia civil, mecânica e aeroespacial.

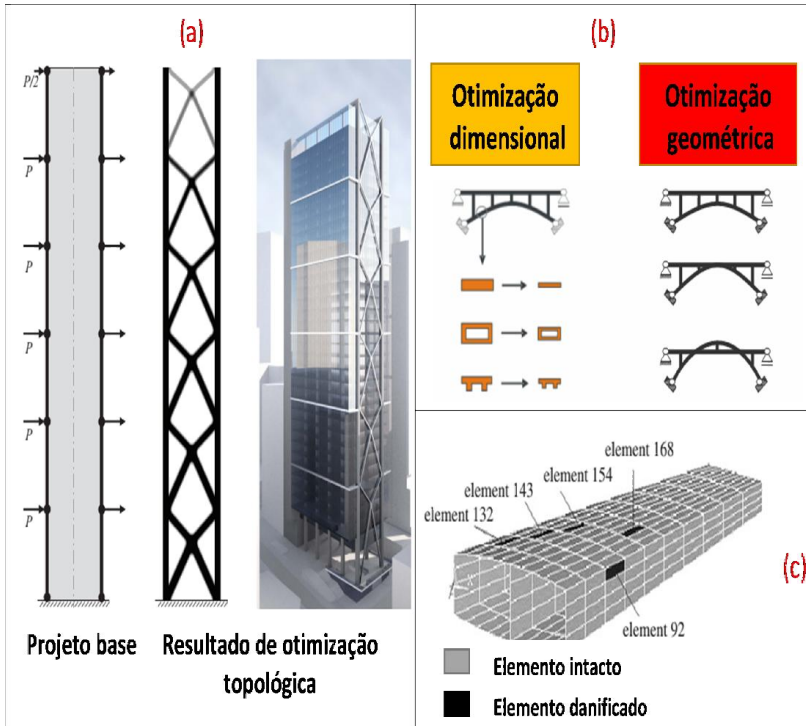


Figura 1.1: Exemplos de aplicação da otimização nos ramos de engenharia civil, mecânica e aeroespacial: (a) otimização topológica da estrutura de um edifício; (b) otimização dimensional e de forma de uma treliça; (c) identificação de dano em um aerofôlico modelado em elementos finitos (fonte: (a) Beghinil [3]; (c) Yan et. al [4]).

A presença de dano em uma estrutura pode significar qualquer uma das seguintes ocorrências:

- ruptura localizada do material (exemplo: rachaduras, delaminação);
- afrouxamento das peças montadas, por exemplo, parafusos soltos, rebites, ou juntas coladas;
- separação entre peças montadas;
- falhas, presença de vazios, fissuras, etc, causados durante a operação.

Esses danos, quando não adequadamente identificados e reparados ou se houver um monitoramento deficiente, podem causar desde problemas menos severos até ao colapso da estrutura em casos extremos; devido, por exemplo, a uma progressão descontrolada de uma fissura ou trinca (figura 1.2).



Figura 1.2: (a) Trinca no vão da ponte em estado avançado, comprometendo a segurança da estrutura, (b) Colapso da ponte na rodovia BR-230 no estado do Pará, provocada por danos resultantes da falta de manutenção (fonte: Diário online).

Existem atualmente métodos de detecção de dano baseados na inspeção visual ou métodos localizados que utilizam os campos acústicos, ultrassônicos, magnéticos, de raios-X ou princípios térmicos. De acordo com Foti [5], todas essas técnicas experimentais requerem que a região danificada seja a priori conhecida e que também seja de fácil acesso, permitindo assim a detecção de um possível dano apenas junto a superfície da estrutura.

Ainda que com dificuldades de acesso junto à região danificada, com o avanço tecnológico, é possível, detectar o dano localizado nas regiões profundas da peça/estrutura utilizando uma e outra técnica acima referida pelo autor (por exemplo, a técnica que utiliza ultrassom).

Ainda no contexto de detecção de dano, recentemente, várias técnicas de identificação de dano em estruturas usando dados de ensaios dinâmicos e otimização foram desenvolvidas (ver, por exemplo, Miguel et. al [6] e Carden [7]). A base física destas técnicas se encontra no fato de que o dano introduz mudanças nas propriedades de uma estrutura tais como rigidez, massa e amortecimento ocasionando variações nas

propriedades dinâmicas da estrutura, sejam frequências naturais, formas modais e/ou amortecimentos modais. Assim, a localização e extensão do dano podem ser obtidas pela minimização da diferença entre parâmetros modais medidos (experimentais) e aqueles obtidos numericamente por um modelo de elementos finitos (MEF).

No presente trabalho, a mesma técnica de identificação de dano é utilizada e, de forma a obter melhores resultados, uma proposta que permite aperfeiçoar o algoritmo de otimização híbrido estocástico-determinístico Pincus-Nelder e Mead (P-NMA), inicialmente estudado por Miguel et. al [6], é apresentada.

## 1.1 MOTIVAÇÃO

Técnicas para detecção de dano e de monitoramento da integridade de sistemas estruturais são essenciais para determinar a sua segurança e vida operacional. É reconhecido que métodos eficientes para detectar e quantificar tais danos geram um grande interesse nos campos de engenharia civil, mecânica, aeroespacial, dentre outros. Assim, a aplicação de procedimentos robustos em programas para restaurar a confiabilidade das estruturas de engenharia para os níveis iniciais de projeto é altamente desejada. Esses requisitos podem ser satisfeitos por meio do uso de ensaios dinâmicos não-destrutivos e otimização. Nesse âmbito, a utilização de métodos determinísticos, tais como métodos de gradiente, métodos de Newton ou métodos *simplex* sequenciais, tem muita desvantagem pelo fato desses métodos convergirem para o mínimo local, e por outro lado, o uso de algoritmos de otimização global na sua forma simples, como por exemplo os algoritmos heurísticos amplamente conhecidos (Algoritmo Genético (AG), recozimento simulado (“*simulated annealing-SA*”), *Harmony Search* (HS), etc), geralmente acarretam maior custo computacional além da necessidade de afinação de certos parâmetros por tentativa-erro. Assim, para superar esta desvantagem, várias classes de algoritmos de otimização global foram desenvolvidas para aumentar a eficiência da busca. Dentre essas classes, destacam-se os métodos híbridos estocástico-determinístico, em que um otimizador local, tais como os métodos determinísticos citados acima, é combinado com um otimizador global, como por exemplo os métodos estocásticos também mencionados anteriormente. Nestes algoritmos, a função do otimizador global (parte estocástica), é encontrar um ponto de partida que esteja

dentro da bacia de atração do ótimo global, e em seguida, o otimizador local (parte determinística) utilizando esse ponto de partida, efetua uma busca local para a solução final do problema. A figura 1.3 ilustra a comparação de um processo de otimização heurístico comum e um algoritmo híbrido estocástico-determinístico.

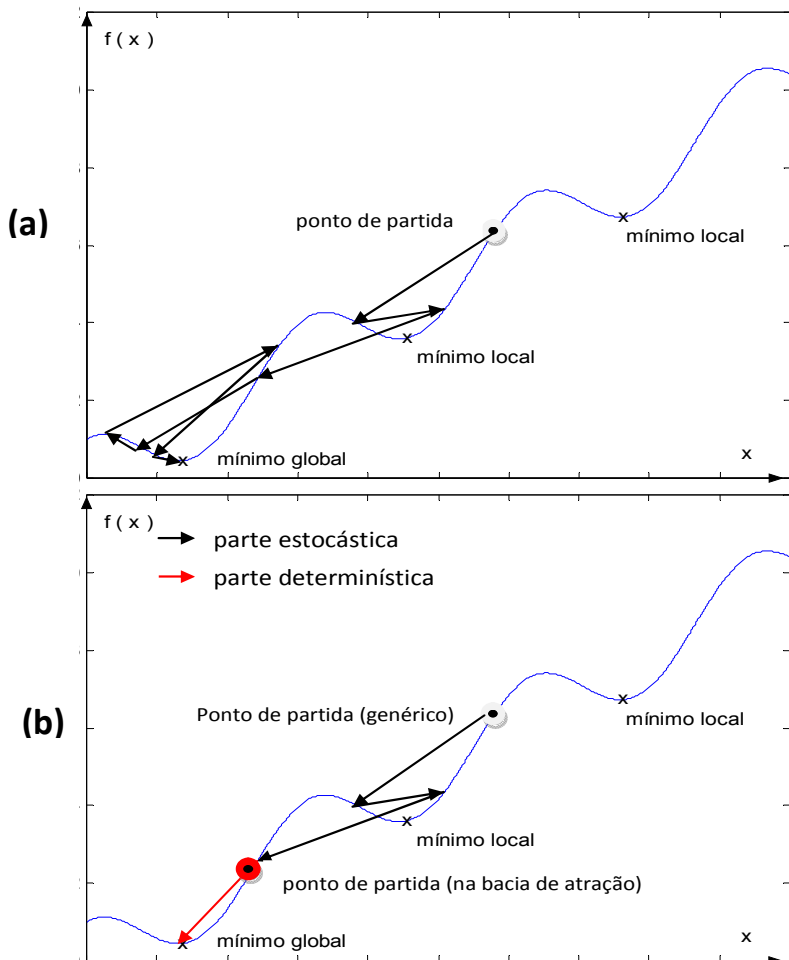


Figura 1.3: (a) Processo de otimização heurístico, (b) Processo de otimização híbrido estocástico-determinístico.

Miguel et. al [6] desenvolveram o algoritmo de otimização híbrido estocástico-determinístico Pincus-Nelder e Mead (P-NMA Original) para a localização e quantificação de dano, o qual mostrou-se eficiente em comparação com algoritmos heurísticos amplamente utilizados na literatura, nomeadamente o AG e o algoritmo HS.

No entanto, é importante destacar que o maior sucesso do algoritmo híbrido estocástico-determinístico depende em sua parte estocástica para encontrar um ponto de partida bastante eficaz e/ou do otimizador local que, a partir desse ponto, convirja rapidamente para o ótimo global.

É dentro deste contexto, que no presente trabalho propõe-se um aperfeiçoamento do algoritmo de otimização híbrido P-NMA Original para resolver o problema de otimização que identifica o dano em estruturas com melhor precisão.

## 1.2 OBJETIVO

O objetivo principal do presente trabalho é propor uma estratégia que permite aperfeiçoar o algoritmo de otimização híbrido estocástico-determinístico Pincus-Nelder e Mead (P-NMA), para acelerar a convergência e melhorar a robustez deste algoritmo na solução do problema de identificação de dano. A estratégia proposta busca melhorar a qualidade da região da solução global do problema de identificação de dano, procurando aproximar mais o ponto de partida da solução final do problema. Como objetivos específicos são elencados:

- Apresentar a base teórica no tema de identificação de dano em estruturas usando dados de ensaios dinâmicos e otimização;
- Mostrar o funcionamento do algoritmo P-NMA Original e aplicá-lo em problemas *benchmark* de otimização global para a afinação de parâmetros envolvidos na parte estocástica do algoritmo;
- Propor a modificação no algoritmo híbrido P-NMA Original;
- Avaliar o desempenho do algoritmo resultante em problemas *benchmark* de identificação de dano disponíveis na literatura;
- Comparar o algoritmo resultante com o algoritmo original e avaliar a sua eficiência mediante dados de ensaios dinâmicos contaminados pelo ruído e outras perturbações relacionadas com



dados experimentais, como por exemplo a variabilidade da rigidez ao longo de uma estrutura real.

### 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Neste trabalho, os capítulos estão organizados da seguinte forma:

- Capítulo 2: é realizada a revisão bibliográfica sobre identificação de dano em estruturas usando dados de ensaios dinâmicos e otimização.
- Capítulo 3: é apresentada uma base teórica do problema de autovalores, cuja solução fornece as características dinâmicas da estrutura, nomeadamente, frequências naturais e formas modais.
- Capítulo 4: é feita a formulação do problema para detecção e quantificação do dano, e, na sequência, é fundamentada a metodologia adotada para a obtenção da função objetivo.
- Capítulo 5: é apresentado o algoritmo de otimização híbrido estocástico-determinístico P-NMA Original e as modificações propostas para acelerar a convergência deste algoritmo na solução de problemas de identificação de dano.
- Capítulo 6: Neste capítulo é apresentada a análise numérica dos problemas de identificação de dano utilizando dados de ensaios dinâmicos e otimização. Inicialmente, uma análise numérica de problemas matemáticos de otimização global é apresentada, com o principal objetivo de auxiliar na escolha de parâmetros envolvidos na parte estocástica do algoritmo híbrido P-NMA.
- Capítulo 7: são apresentadas as conclusões do trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros.



## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A existência de dano em um sistema estrutural de engenharia conduz à modificação dos modos de vibração, sendo que essas modificações se manifestam como alterações nos parâmetros modais (frequências naturais, modos de vibração e amortecimento) que podem ser obtidos a partir dos resultados dos ensaios dinâmicos não-destrutivos (Salawu [8]). Recentes desenvolvimentos destes procedimentos indicam que o principal foco tem sido o aproveitamento das excitações ambientais, tais como tráfego, vento ou vibrações induzidas por pedestres, para determinar as propriedades espectrais em qualquer momento, sem interferência operacional ou utilização de equipamentos especiais para a excitação. A medição de vibração ambiental é um tipo de teste dinâmico com apenas dados de saída (“*output data-only dynamic testing*” - *ODDT*), onde o tráfego e vento são utilizados como agentes responsáveis pela excitação natural ou ambiental. Por conseguinte, um procedimento de análise modal experimental para testes de vibração ambiental terá de basear-se apenas em dados de saída. A análise modal envolvendo medições de apenas dados de saída apresenta um desafio que requer o uso de técnicas de identificação modal especiais, que podem lidar com vibração ambiental de magnitude muito pequena e que é contaminado por ruído (Ren e Zong [9]). E devido ao fato de ser mais conveniente extrair parâmetros modais para condições de apenas medições de saída, técnicas estocásticas de identificação de sistemas tornaram-se bastante atrativas (Miguel et al. [10]). Técnicas confiáveis no domínio do tempo, como a técnica Estocástica de Identificação do Subespaço (“*Stochastic Subspace Identification – SSP*”) (Van Overschee e De Moor [11]) ou o método do Algoritmo de Realização de Auto-sistemas (“*Eigensystem Realisation Algorithm – ERA*”) (Juang e Pappa [12]), associado com a Técnica de Excitação Natural (“*Natural Excitation Technique – NExt*”) tem sido aplicados com sucesso nas medições *in-situ* de vibrações ambientais para identificação de dano e/ou monitoramento da integridade estrutural (MIE).

Segundo a classificação dada por Carden et al. [7], existem quatro níveis de identificação de dano, os quais são:

- Nível 1: Determinação da presença do dano na estrutura
- Nível 2: Localização geométrica do dano
- Nível 3: Quantificação da severidade do dano
- Nível 4: Predição da vida residual da estrutura

Nesta classificação de Carden et al. [7], uma vez que a predição da vida residual da estrutura está associada à própria progressão do dano já presente na estrutura, podia-se no entanto, admitir a existência apenas dos três primeiros níveis de identificação de dano.

Até ao nível 3, na literatura, várias estratégias têm sido relatadas no campo de detecção de dano baseado nas vibrações. Apenas para citar alguns exemplos, pesquisadores como Salawu [8] e Messina et al. [13] estabeleceram procedimentos de detecção de dano com base nas frequências naturais. Métodos baseados em mudanças da flexibilidade modal da estrutura foram utilizados por [14], [15], [16] e [17]. Técnicas baseadas nas Funções de Resposta em Frequência (FRF) do sistema foram adotadas por Hwang [18] e também aprovadas [19], [20] e [21]. Ademais, a detecção de danos por meio de amortecimento estrutural, alterações nos modos de vibração ou baseado em Redes Neurais Artificiais (RNA) também foi aplicada ([22], [23], [24], [25], [5] e [26]). Detecção de dano pelo método de forças residuais foi utilizado por Mehdi karimi et al. [27]. Revisão de estado de arte e desenvolvimentos de detecção de danos estruturais baseado em vibração foram apresentados por [28], [29], [30], [31], e [32].

Mesmo considerando os recentes desenvolvimentos de técnicas de MIE baseados em vibrações e os resultados de vários estudos com diferentes graus de sucesso, este problema não pode ser considerado totalmente resolvido e continua sendo uma tarefa desafiadora. Atenção especial e trabalho adicional devem ser dedicados ao desenvolvimento de técnicas robustas e precisas capazes de lidar, por exemplo, com ruído experimental ou erros numéricos, minimizando assim falsos diagnósticos de danos.

A detecção de dano baseado em vibrações pode ser tratada como um problema de otimização não-linear com restrição nos seus limites (“*bounds*”). A ideia básica é a mudança das propriedades do modelo numérico para se ajustarem aos valores dos dados experimentais, identificando-se assim as regiões danificadas e a extensão do dano na estrutura (Miguel et al. [6]). Ainda segundo os autores, pode-se dizer em outras palavras, que o algoritmo de otimização efetua uma busca dos valores ótimos dos parâmetros, que são os fatores de redução da rigidez dos elementos, de forma a alcançar o desempenho pré-definido em termos de parâmetros dinâmicos definidos pelos dados experimentais.

Embora a rigidez aqui referida pelos autores, seja a principal propriedade afetada pelo dano, sabe-se que o amortecimento, por exemplo, também sofre alterações provocadas pelo mesmo dano (ver, por exemplo, Carden [7]). Apesar de ser difícil avaliar o amortecimento nestas condições, uma consideração simultânea das duas propriedades (rigidez e amortecimento) poderia ser interessante, o que se pode colocar como um problema em aberto.

É importante ressaltar que o processo de mudança das propriedades do modelo numérico para se ajustarem aos valores dos dados experimentais anteriormente descrito, leva a um problema de otimização que geralmente é muito complexo para resolver, pois, geralmente obtém-se uma função objetivo não-convexa e multimodal (ver, por exemplo, Gonçalves e Cursi [33] e Lopez et al. [34]). Sob estas condições, algoritmos de otimização determinísticas, tais como métodos de gradiente, métodos de Newton ou métodos *simplex* sequenciais podem não convergir para o mínimo global do problema, devido à sua dependência na qualidade do ponto de partida para a busca do ótimo global. Isto é, se um determinado ponto de partida não estiver dentro da bacia de atração do ótimo global, estes métodos não irão convergir para a solução global; neste caso, o uso de um algoritmo de otimização global é então necessário. Nesse âmbito, os métodos estocásticos são frequentemente utilizados, incluindo os seguintes exemplos bem conhecidos: AG, SA, entre outros (Yang [35]). Por exemplo, o AG foi aplicado por vários pesquisadores para detecção de danos baseado nas propriedades dinâmicas, incluindo [36], [37], [38], [39], [40], [41], [42], [43], [44], [45], [46] e [47].

Recentemente, novos métodos metaheurísticos também foram utilizados para resolução do problema, como por exemplo, o algoritmo de abelhas (“*Bee Algorithm – BA*”) (Moradi et al. [48]), o algoritmo de otimização por enxame de partículas (“*Particle Swarm Optimization – PSO*”) ([49], [50], [51], [52]), o algoritmo HS (Fadel Miguel et al. [53]) e otimização por colônia de formigas (“*Ant Colony Optimization – ACO*”) (Daei e Mirmohammadi [54]).

Embora alguns pesquisadores tenham obtido sucesso com a aplicação destes algoritmos, eles apresentam alguns inconvenientes, nomeadamente: requerem afinação de muitos parâmetros por tentativa-erro e são propensos a erros quanto à maximização da eficiência; a priori, a estimativa de seu desempenho é um problema matemático

aberto e, geralmente estes métodos necessitam de um número extremamente elevado de avaliações da função objetivo para alcançar o ótimo global, especialmente para as variáveis de projeto contínuo. Ou seja, eles encontram a região da solução global em um tempo suficientemente razoável, contudo, requerem uma computação considerável para convergir para o valor preciso do ótimo global, ou às vezes eles simplesmente não chegam à solução exata. Portanto, a utilização destes métodos estocásticos leva a um elevado custo computacional. Assim, para superar esta desvantagem, várias classes de algoritmos de otimização global foram desenvolvidas para aumentar a eficiência de busca. Dentre essas classes, destacam-se os métodos híbridos estocástico-determinístico, em que um otimizador local é combinado com um otimizador global. Por exemplo, na detecção de dano baseado nas propriedades dinâmicas, [55], [56], [57], [58], [59], e [60] empregaram o AG juntamente com diferentes procedimentos de otimização locais. Begambre e Laier [20] e Vakil - Baghmisheh et al. [61] hibridizaram o PSO com o NMA. Kaveh et al. [62] combinou porém, dois algoritmos estocásticos (PSO e HS), onde o PSO foi usado como a máquina principal do algoritmo e o HS como otimizador local.

Portanto, a utilização destes métodos de otimização híbrido na solução de problemas de identificação de dano baseado em vibrações torna-se bastante atrativa. No que diz respeito ao custo computacional, por exemplo, para uma mesma estrutura, utilizando o algoritmo heurístico HS, Fadel Miguel et al. [53] precisou de 200,000 avaliações da função objetivo (“*Objective Function Evaluation – OFE*”) para identificar o dano, ao passo que Miguel et al. [6], utilizando o algoritmo híbrido P-NMA Original precisaram 6,000 *OFE* para identificar o mesmo dano, Gomes e Silva [42], utilizando AG, precisaram de 1,000,000 *OFE* para identificar um dano em uma estrutura de pórtico plano, contra 38,600 *OFE* utilizadas por Miguel et al. [6] na identificação do mesmo dano por meio do algoritmo híbrido P-NMA Original.

Conforme se pôde notar, as diferenças no custo computacional entre algoritmos heurísticos de otimização global simples e algoritmos híbridos estocástico-determinístico são bastante expressivas. Nesse contexto, vê-se motivação para o desenvolvimento e aperfeiçoamento de algoritmos híbridos na solução do problema de identificação de dano, ponto o qual encontra-se a contribuição deste trabalho.

Uma base teórica para a formulação do problema de identificação de dano como um problema de otimização é apresentada no capítulo 4.





### 3 CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS DE UMA ESTRUTURA

#### 3.1 PROBLEMA DE AUTOVALORES PARA DETERMINAÇÃO DE FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO

Nesta seção é apresentado o problema de autovalores, cuja solução fornece as frequências naturais da estrutura e os respectivos modos de vibração (formas modais):

A vibração livre não amortecida de um sistema dinâmico com múltiplos graus de liberdade (MGDL) pode ser descrito pela equação diferencial de segunda ordem, como sendo

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{u}}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{0}\}, \quad (1)$$

onde,  $[\mathbf{M}]$  e  $[\mathbf{K}]$  são respectivamente a matriz de massa e de rigidez com dimensão  $n \times n$ ;  $\{\mathbf{u}\}$  é o vetor de deslocamento com dimensão  $n \times 1$  e cada ponto acima do vetor indica uma diferenciação em relação ao tempo. A equação de autovalores associada à equação (1) é

$$([\mathbf{K}] - \omega_i^2[\mathbf{M}])\{\phi\}_i = \{\mathbf{0}\}, \quad (2)$$

onde  $\omega_i^2$  é o autovalor (quadrado da frequência natural) e o  $\{\phi\}_i$  o autovetor associado. Normalmente, os autovetores são normalizados em relação à massa, de tal forma que

$$[\phi]^T[\mathbf{K}][\phi] = [\Lambda], \quad (3)$$

$$[\phi]^T[\mathbf{M}][\phi] = [\mathbf{I}], \quad (4)$$

onde  $[\phi]$  é a matriz contendo autovetores normalizados em relação á massa, isto é,  $[\phi] = [\{\phi\}_1, \{\phi\}_2, \{\phi\}_3 \dots, \{\phi\}_n]$  e  $[\Lambda]$  é uma matriz diagonal composta pelos quadrados das frequências naturais ( $\text{diag}\{\omega_i^2\}$ ).

Em um modelo de elementos finitos da estrutura, a matriz de rigidez global pode ser representada como sendo a soma das matrizes de rigidez elementares na forma expandida, sendo o mesmo procedimento válido para a obtenção da matriz de massa global.

### 3.1.1 Matrizes de rigidez e de massa elementares em coordenadas locais e globais

A figura 3.1 mostra os elementos de treliça e de pórtico, com dois e três graus de liberdade por nó, respectivamente.

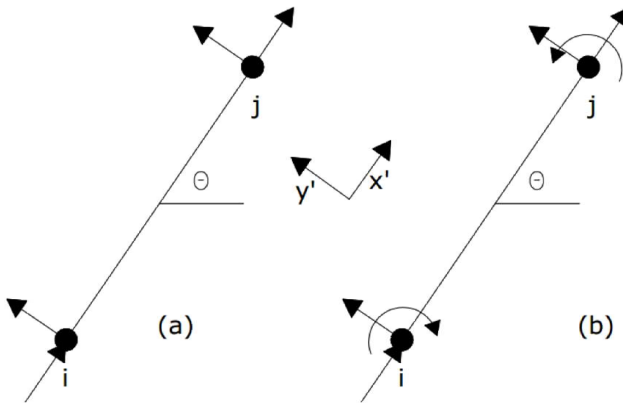


Figura 3.1: Elemento finito para: (a) treliça e (b) pórtico.

Na figura acima, os índices  $i$  e  $j$  representam os nós do elemento,  $x'$  e  $y'$  representam as coordenadas locais do elemento e  $\theta$  é o ângulo formado pelas coordenadas locais e coordenadas globais  $xy$ .

Pelo método de elementos finitos, as matrizes de rigidez e de massa consistente para um elemento do tipo treliça no sistema local de coordenadas podem ser dadas como sendo

$$[\mathbf{k}_e^L] = \frac{E_e A_e}{L_e} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[\mathbf{m}_e^L] = \frac{\rho_e A_e L_e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

onde  $E_e$  é o módulo de elasticidade,  $A_e$  a área da seção transversal,  $L_e$  o comprimento do elemento e  $\rho_e$  a massa específica.

No caso de elemento de pórtico (também válido para elemento de viga com igual número de graus de liberdade (GDL) por nó) têm-se as matrizes de rigidez e de massa consistente em coordenadas locais fornecidas respetivamente por:

$$[\mathbf{k}_e^L] = \begin{bmatrix} \frac{E_e A_e}{L_e} & 0 & 0 & -\frac{E_e A_e}{L_e} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12E_e I_e}{L_e^3} & \frac{6E_e I_e}{L_e^2} & 0 & -\frac{12E_e I_e}{L_e^3} & \frac{6E_e I_e}{L_e^2} \\ 0 & \frac{6E_e I_e}{L_e^2} & \frac{4E_e I_e}{L_e} & 0 & -\frac{6E_e I_e}{L_e^2} & \frac{2E_e I_e}{L_e} \\ -\frac{E_e A_e}{L_e} & 0 & 0 & \frac{E_e A_e}{L_e} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12E_e I_e}{L_e^3} & -\frac{6E_e I_e}{L_e^2} & 0 & \frac{12E_e I_e}{L_e^3} & -\frac{6E_e I_e}{L_e^2} \\ 0 & \frac{6E_e I_e}{L_e^2} & \frac{2E_e I_e}{L_e} & 0 & -\frac{6E_e I_e}{L_e^2} & \frac{4E_e I_e}{L_e} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$[\mathbf{m}_e^L] = \frac{\rho_e A_e L_e}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L_e & 0 & 54 & -13L_e \\ 0 & 22L_e & 4L_e^2 & 0 & 13L_e & -3L_e^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L_e & 0 & 156 & -22L_e \\ 0 & -13L_e & -3L_e^2 & 0 & -22L_e & 4L_e^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

onde  $I_e$  é o momento de inércia da seção do elemento.

Para se levar as matrizes referentes às coordenadas locais para as correspondentes em coordenadas globais, utiliza-se a seguinte operação matricial:

$$[\mathbf{k}_e] = [\mathbf{T}]^T [\mathbf{k}_e^L] [\mathbf{T}]. \quad (9)$$

$$[\mathbf{m}_e] = [\mathbf{T}]^T [\mathbf{m}_e^L] [\mathbf{T}]. \quad (10)$$

onde  $[T]$  é a matriz de transformação, conforme se trata de treliça (equação (11)) ou pórtico (equação (12))

$$[T_{treli}] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen} \theta & 0 & 0 \\ -\text{sen} \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \text{sen} \theta \\ 0 & 0 & -\text{sen} \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$[T_{port}] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen} \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\text{sen} \theta & \cos \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \text{sen} \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\text{sen} \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

## 4 DETECÇÃO DE DANO COMO UM PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

### 4.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Uma forma clássica para representação do dano na estrutura é considerar a redução das propriedades de rigidez da estrutura e assumir que a massa mantém-se inalterada. Portanto, é útil introduzir o dano na estrutura através da consideração de um fator de redução de rigidez elementar ( $\alpha_i$ ), o que permite a preservação da conectividade original da estrutura. Nesta abordagem, a matriz de rigidez global pode ser formulada como sendo o somatório das matrizes de rigidez de elementos danificados e não danificados na forma expandida, onde a rigidez do elemento local é multiplicada pelo fator de redução ( $\alpha_i$ ). Assim,

$$[\mathbf{K}] = \sum_{i=1}^N \alpha_i [\mathbf{k}_e]_i. \quad (13)$$

onde,  $N$  é o número total de elementos da estrutura e  $[\mathbf{k}_e]_i$  a matriz de rigidez local do  $i$ -ésimo elemento. O fator de redução  $\alpha \in C \subset \mathfrak{R}^N$  pode ser definido como sendo a razão entre a redução da rigidez do elemento e da rigidez inicial. Cada elemento do conjunto  $C$  varia de 0 a 1, em que 1 significa nenhum dano no elemento e 0 significa que o elemento perde completamente a sua rigidez. É importante referir que nesta abordagem assume-se que o dano altera a matriz de rigidez elementar de forma global. Estudos aprofundados relativos, por exemplo, à configuração geométrica do dano, ou seja, a orientação ou direção do mesmo no elemento poderiam ser realizados.

Em técnicas de detecção de danos através da solução de um problema de otimização, o dano estrutural é estimado a partir de um processo de atualização do modelo usando as alterações induzidas por danos nas características modais. Um modelo numérico é continuamente atualizado até que a sua diferença em relação ao modelo experimental seja minimizada (figura 4.1). Este processo é formulado como o seguinte problema de otimização:

$$\alpha^* = \operatorname{argmin}(J(\alpha): \alpha \in C). \quad (14)$$

onde  $J$  é a função objetivo a ser minimizada. Para resolver este problema,  $J$  deve ser formulada em termos das diferenças entre os valores numéricos e experimentais. A escolha correta dessa função objetivo é de extrema importância na atualização do modelo de elementos finitos. Diferentes funções objetivo tem sido aplicadas, geralmente adotando o erro (diferença) entre as frequências naturais e formas modais experimentais e numéricas. Em seguida, são apresentadas algumas estratégias utilizadas na literatura para a construção de  $J$ , que podem ser aplicadas no contexto de MIE.

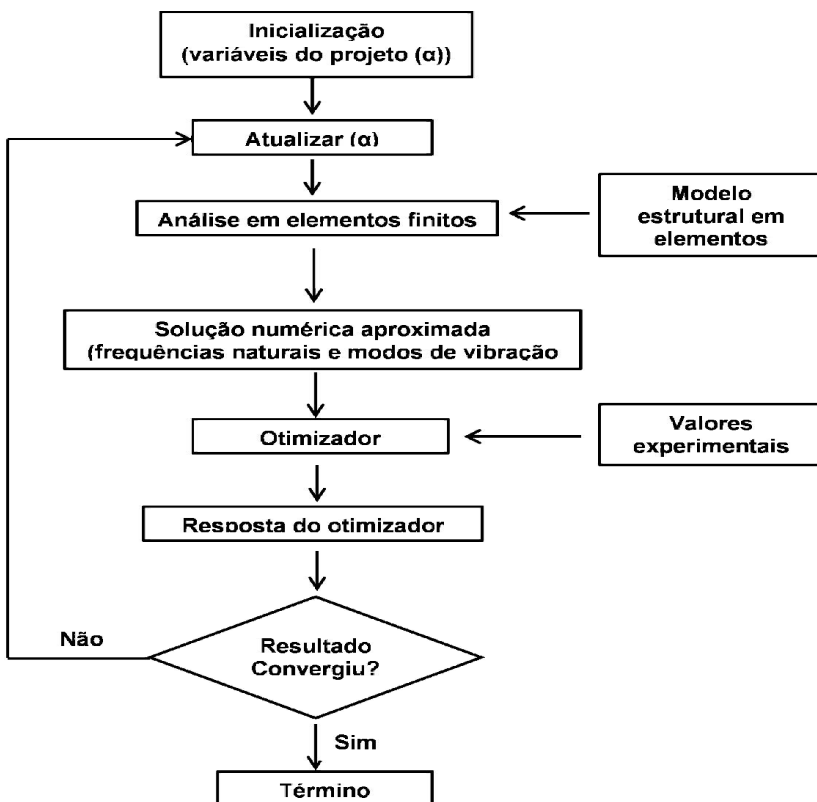


Figura 4.1: Fluxograma da técnica de otimização para identificação de dano baseado em vibração.

### 4.1.1 Mudanças na frequência e forma modal

A observação de que mudanças nas propriedades estruturais causam mudanças nas frequências e modos de vibração constitui um impulso para a utilização de métodos modais para identificação de danos e MIE. A função objetivo baseada apenas na mudança da frequência natural pode ser expressa pela equação:

$$J(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i=1}^{NM} \left( \left( \frac{\delta\omega_i(\boldsymbol{\alpha})}{\omega_i} \right)^D - \left( \frac{\delta\omega_i}{\omega_i} \right)^E \right)^2. \quad (15)$$

onde  $NM$  é o número de modos analisados, os sobrescritos  $D$  e  $E$  representam quantidades numéricas e experimentais, respectivamente;  $\omega_i$  são as frequências naturais para o  $i$ -ésimo modo da condição intacta, tanto para condição experimental e analítica e, por fim,  $\delta\omega_i$  é uma taxa fracionária de mudança das frequências naturais experimentais e analíticas para o  $i$ -ésimo modo da estrutura.

Um modelo de elementos finitos deve ser utilizado para representar a referência ou o estado de integridade da estrutura em análise. Em seguida, o fator de redução da rigidez ( $\boldsymbol{\alpha}$ ) do modelo de elementos finitos deve ser atualizado até que as diferenças de frequências numéricas nos estados íntegro e danificado convirjam para as frequências experimentais observadas nos estados da estrutura intacta e com dano.

Como as frequências naturais podem ser medidas com precisão, esta função objetivo torna-se mais prática para MIE em tempo real sob vibrações ambientais. Todavia, é difícil distinguir o dano em locais simétricos de uma estrutura simétrica (Miguel et al. [6]). Nestas situações, formas modais podem ser introduzidas na função objetivo da seguinte maneira:

$$J(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i=1}^{NM} \left( \left( \frac{\delta\omega_i(\boldsymbol{\alpha})}{\omega_i} \right)^D - \left( \frac{\delta\omega_i}{\omega_i} \right)^E \right)^2 + \sum_{i=1}^{NM} \sum_{j=1}^{NP} \left( (\delta\phi_{ij}(\boldsymbol{\alpha}))^D - (\delta\phi_{ij})^E \right)^2. \quad (16)$$

Na prática, apenas é possível medir alguns modos de vibração e frequências durante os testes de vibração. Assim, apenas aqueles deslocamentos nodais (denotado por  $NP$ ) que são realmente medidos podem ser selecionados das formas modais numéricas.

#### 4.1.2 Matriz de Flexibilidade

O erro residual da flexibilidade modal também pode ser empregado como função objetivo. A matriz de flexibilidade é basicamente o inverso da matriz de rigidez na forma modal, ou seja,

$$[\mathbf{F}] = [\mathbf{K}]^{-1}. \quad (17)$$

A partir da equação (3) pode-se obter a matriz de rigidez modal como sendo

$$[\mathbf{K}] = [\boldsymbol{\Phi}]^{-T}[\boldsymbol{\Lambda}][\boldsymbol{\Phi}]^{-1} = ([\boldsymbol{\Phi}][\boldsymbol{\Lambda}]^{-1}[\boldsymbol{\Phi}]^T)^{-1}. \quad (18)$$

Substituindo a equação (18) em (17), obtém-se finalmente a matriz de flexibilidade modal, como sendo

$$[\mathbf{F}] = [\boldsymbol{\Phi}][\boldsymbol{\Lambda}]^{-1}[\boldsymbol{\Phi}]^T = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\omega_i^2} \{\phi_i\}\{\phi_i\}^T. \quad (19)$$

A diferença entre o modelo experimental e o modelo numérico pode então ser empregada como função objetivo para quantificação do dano:

$$J(\boldsymbol{\alpha}) = \|[\mathbf{F}]_E - [\mathbf{F}(\boldsymbol{\alpha})]_D\|_{Fro}^2. \quad (20)$$

onde  $\boldsymbol{\alpha}$  é o fator de redução da rigidez,  $\|\cdot\|_{Fro}^2$  representa a norma de *Frobenius* do erro residual da matriz,  $[\mathbf{F}]_E$  indica a matriz de flexibilidade modal obtida através de resultados experimentais, e  $[\mathbf{F}(\boldsymbol{\alpha})]_D$  é a matriz de flexibilidade modal calculada por meio de modelo numérico e que integra o fator de redução da rigidez.

A partir da equação (19) pode-se observar que a contribuição modal para a matriz de flexibilidade decresce com o aumento da frequência natural, isto é, a matriz de flexibilidade converge rapidamente com o crescimento dos valores da frequência natural. Isto significa que uma boa estimativa da matriz de flexibilidade pode ser feita a partir de apenas alguns modos de baixa frequência, o que se torna uma grande vantagem, pois, na prática não é possível construir a matriz de flexibilidade para todos os GDL, uma vez que apenas um número limitado de medições é disponível.



## 4.2 INFLUÊNCIA DO RUÍDO E IMPRECISÃO EM MEDIÇÕES

Para testes experimentais, é esperado que surjam alguns erros devido á uma série de fatores, podendo-se destacar:

- A variabilidade da rigidez ao longo da estrutura, devido, por exemplo, a não homogeneidade do material, principalmente para materiais como concreto armado;
- O ruído nos sensores de medição provocado por diversas interferências;
- O erro humano durante o levantamento ou coleta de dados, etc.

Neste trabalho, para levar em conta este fato, dois casos foram considerados:

1º-Simulação da variabilidade da rigidez da estrutura por meio da poluição/perturbação do módulo de elasticidade do material ao longo da estrutura (ver subseção 4.2.1) e,

2º-Simulação da presença do ruído que inclui a imprecisão relacionada com o erro humano.

### 4.2.1 Variação do módulo de elasticidade

Para levar em conta uma possível variação no módulo de elasticidade da estrutura real, o seguinte procedimento foi adotado: Considere uma estrutura discretizada em vários elementos finitos: O módulo de elasticidade real correspondente a cada elemento é obtido perturbando-se/poluindo-se o módulo de elasticidade teórico conforme as equações (21) e (22).

$$E_p = E \times (1 + R_u \times \gamma). \quad (21)$$

$$E_{pm} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (E_p)_i. \quad (22)$$

Nas equações acima,  $E$  é o módulo de elasticidade teórico,  $E_p$  representa o módulo de elasticidade real do elemento (módulo de elasticidade perturbado) para uma única medição,  $R_u$  é um valor aleatório no intervalo de -1 a 1 e que segue uma distribuição uniforme,  $\gamma$  é o nível de perturbação e  $E_{pm}$  é o módulo de elasticidade real médio do

elemento correspondente a  $N$  medições. Quanto ao nível de perturbação  $\gamma$ , no presente trabalho adotaram-se valores entre  $0 < \gamma \leq 3\%$ .

#### 4.2.2 Adição do ruído nas medições

Para simular dados contaminados pelo ruído (incluindo o erro humano) foi considerado um ruído gaussiano, perturbando as frequências naturais e formas modais, da seguinte forma:

$$f_{nr} = f_n \times (1 + R_g \times \gamma_f). \quad (23)$$

$$\phi(i, j)_{nr} = \phi(i, j)_n \times (1 + R_g \times \gamma_\phi), \quad i = 1 \dots m, \quad j = 1 \dots p. \quad (24)$$

onde  $f_n$  e  $\phi(i, j)_n$  correspondem às frequências naturais e amplitudes nodais dos modos de vibração originais respectivamente,  $f_{nr}$  e  $\phi(i, j)_{nr}$  os valores dos mesmos parâmetros agora contaminados com ruído.  $R_g$  é um número aleatório que segue a distribuição de Gauss com média zero e desvio padrão igual a 1,  $\gamma_f$  e  $\gamma_\phi$  são os coeficientes ou níveis de variação de ruído para frequências naturais e formas modais respectivamente,  $m$  e  $p$  são, respectivamente, o número de amplitudes nodais e modos de vibração considerados.

Para ter em conta uma situação muito mais próxima da realidade, para cada modo medido, assumiu-se a existência de série de dados de frequências e formas modais. Assim os valores finais dos parâmetros contaminados com ruído são obtidos pela média da série de dados considerados. Nos exemplos numéricos do presente trabalho, para cada modo medido assumiu-se existir uma série de 100 dados de frequências e formas modais. O nível de ruído considerado foi de até 5%.

## **5 ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO HÍBRIDO P-NMA ORIGINAL E MODIFICADO**

### **5.1 ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO HÍBRIDO P-NMA ORIGINAL**

De forma geral, a literatura clássica sobre otimização aborda algoritmos para calcular soluções de problemas de otimização com restrições. A maior parte dos métodos tradicionais para programação não linear (PNL) consiste de estratégias de busca local, que tem a séria desvantagem de convergirem para pontos ótimos locais em problemas não convexos. Estes procedimentos são efetivos quando a informação sobre derivadas está disponível, o qual não é comum na maioria das situações reais (Carrillo [63]). Já os métodos heurísticos/metaheurísticos, que tem a característica de resolver problemas complexos, tem dentre outras, a desvantagem do alto custo computacional, além da obtenção, as vezes, de resultados pouco precisos, o que pode constituir uma dificuldade para certos problemas de engenharia, como é o caso da detecção de danos em estruturas. Com a finalidade de melhorar a precisão na obtenção do mínimo global do problema de identificação de dano, vários pesquisadores hibridizaram algoritmos de otimização, como já comentado anteriormente neste texto. Uma ideia básica de funcionamento de um algoritmo híbrido é ilustrada na figura 5.1.

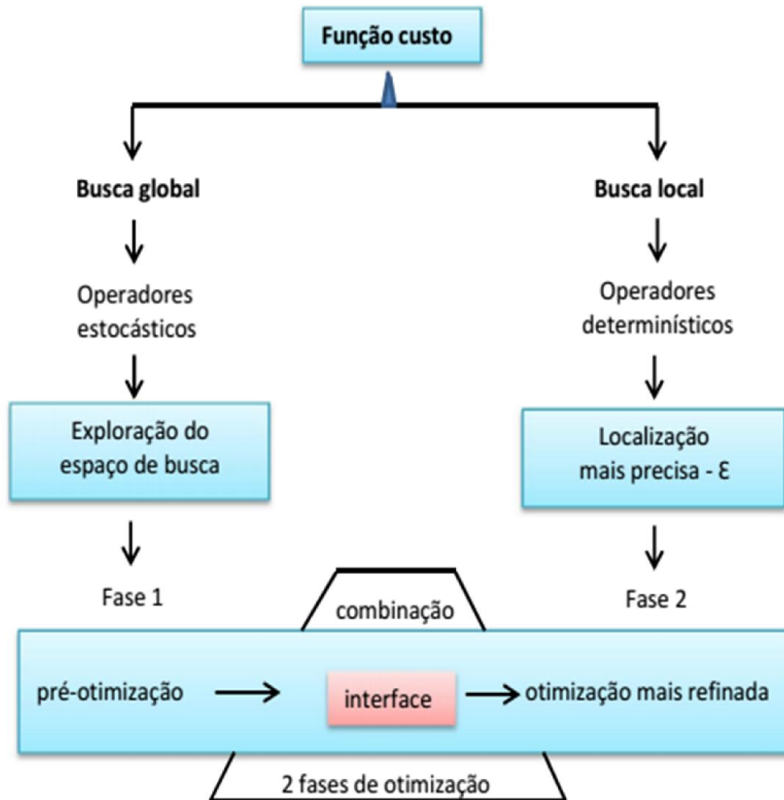


Figura 5.1: Ideia básica do funcionamento de um algoritmo híbrido estocástico-determinístico.

O algoritmo híbrido P-NMA é uma combinação da fórmula numérica proposta pela primeira vez por Pincus [64] e reformulada por de Cursi [65] (parte estocástica) e do algoritmo de Nelder e Mead (parte determinística). Conforme detalhado em 5.1.1, o objetivo principal da parte estocástica é fornecer um ponto de partida próximo da solução global da equação (14), para a contraparte determinística do algoritmo de otimização híbrido, por forma a que o otimizador local possa convergir para a solução global. Em outras palavras, a parte estocástica funciona como uma pré-otimização e a parte determinística efetua a otimização final (ver figura 5.1). As partes estocástica e determinística do algoritmo são detalhadas nas próximas subsecções 5.1.1 e 5.1.2.

### 5.1.1 Parte estocástica: escolha do ponto de partida

Considere  $\alpha^*$  a solução global do problema de otimização dada pela equação (14). Conforme demonstrado por de Cursi [65], a solução deste problema de otimização pode ser representada por:

$$\alpha^* = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \frac{E[Ag(\lambda, J(\mathbf{A}))]}{E[g(\lambda, J(\mathbf{A}))]} \quad (25)$$

onde  $g$  é uma função contínua e estritamente decrescente e  $\mathbf{A}$  é uma variável aleatória conveniente, tal como uma variável aleatória uniformemente distribuída no domínio  $C$ . A função  $g$  pode ser escolhida conforme sugerido por Pincus [64] e Zidani et al. [66] (equação (28)). Isso significa que, se for possível, para avaliar o limite e a esperança dos operadores da equação (25), o ótimo global  $\alpha^*$  pode ser obtido, mesmo para o caso em que  $J$  seja uma função não-convexa. No entanto, a avaliação analítica destas quantidades não é possível para os problemas reais de engenharia. Sendo assim, uma aproximação numérica para a determinação da solução ótima global  $\alpha^*$  estabelecido na equação (25) é necessária. Essa aproximação pode ser baseada na geração de amostras de variáveis aleatórias envolvidas na expressão e uma aproximação do limite. Conforme descrito por Cursi [65], deve-se escolher valores suficientemente altos de  $\lambda$  para simular o operador de limite e gerar uma amostra  $\hat{\mathbf{A}} = \{\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_{nr}\}$ . Assim,

$$\alpha^* \approx \hat{\alpha}^* = \frac{\sum_{i=1}^{nr} \mathbf{A}_i g(\lambda, J(\mathbf{A}_i))}{\sum_{i=1}^{nr} g(\lambda, J(\mathbf{A}_i))} \quad (26)$$

o que corresponde às seguintes aproximações

$$E[Ag(\lambda, J(\mathbf{A}))] \approx \frac{1}{nr} \sum_{i=1}^{nr} \mathbf{A}_i g(\lambda, J(\mathbf{A}_i)) \quad \text{e} \quad E[g(\lambda, J(\mathbf{A}))] \approx \frac{1}{nr} \sum_{i=1}^{nr} g(\lambda, J(\mathbf{A}_i)). \quad (27)$$

A função  $g$  pode ser escolhida de acordo com a equação seguinte:

$$g(\lambda, J(\mathbf{A})) = \begin{cases} \exp[-\lambda J(\mathbf{A})] \text{ ou,} \\ \frac{1}{\lambda [J(\mathbf{A})]^3} \text{ ou,} \\ \frac{1}{\lambda \ln [J(\mathbf{A})]} \text{ ou,} \\ \frac{\exp(-\lambda)}{[J(\mathbf{A})]^3}. \end{cases} \quad (28)$$

Conforme já abordado, é esperado que essa aproximação seja capaz de localizar a região do domínio próximo a solução global. Assim, a solução obtida pela aproximação dada pela equação (26) poderá ser empregada como o ponto de partida para um otimizador local, tal como qualquer algoritmo baseado no gradiente ou o algoritmo Nelder e Mead (NMA), para se obter uma solução mais refinada. Esta abordagem foi testada em alguns problemas de engenharia. Por exemplo, Lopez et al. [34], empregaram esta aproximação para fornecer o ponto de partida para o algoritmo da perturbação aleatória do gradiente em problema de programação estocástica. Gonçalves e Cursi [33] aplicaram esta estratégia na calibração de um sistema de transporte e Zidani et al. [66] aplicaram a mesma estratégia em uma otimização multi-objetivo de sistemas em regime dinâmico.

### 5.1.2 Parte determinística: busca local (Algoritmo de Nelder-Mead - NMA)

O Algoritmo *simplex* de NMA publicado por Nelder e Mead em 1965 [67] é um método numérico de otimização multidimensional sem restrições: apesar de sua idade, tem sido um método de preferência de muitos praticantes e pesquisadores. Em contraste com a maioria dos métodos clássicos de otimização numérica, este pertence à classe de métodos de busca direta por utilizar apenas os valores da função objetivo, sem qualquer informação da derivada. Este fato constitui, portanto, uma vantagem em termos de robustez para problemas onde existem descontinuidades ou onde os valores da função são afetados pelo ruído (Byatt [68]).

Um *simplex* num espaço  $n$ -dimensional representa o invólucro convexo de  $n+1$  pontos, por exemplo, um triângulo num espaço bi-

dimensional, tetraedro num espaço tridimensional, etc. Para construir o *simplex* inicial, o primeiro ponto  $\mathbf{x}_0$  é escolhido aleatoriamente no espaço de busca, e os restantes  $n$  pontos são selecionados como sendo  $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_0 + \lambda_i \mathbf{e}_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , onde  $\mathbf{e}_i$  são vetores unitários que compõem a base do espaço de busca  $n$ -dimensional,  $\lambda_i$  são pequenas constantes.

A ideia principal do método de NM é determinar o pior e os melhores vértices do simplex (com um máximo e mínimo valores da função custo), e em cada iteração, substituir o pior ponto com outro ponto que tem um valor melhor da função custo. Desta forma, o simplex vai sempre se afastando do pior ponto em direção ao melhor. Durante a iteração quatro operações básicas são seguidas: reflexão, expansão, contração (para exterior ou interior) e encolhimento (figuras 5.2 a 5.4).

#### 5.1.2.1 Algoritmo de NMA passo a passo

- *Construção do simplex inicial (fig. 5.3a):*

- Cria-se o simplex aleatoriamente (dentro do domínio de busca)
- Calculam-se os valores da função e ordena-se os vértices, tal que  $f(x_1) \leq f(x_2) \leq \dots \leq f(x_{n+1})$

- *Centroide (fig. 5.3b):*

Calcula-se o baricentro de todos os pontos, exceto o pior (tratando-se de minimização, o pior ponto é aquele que tem o maior valor da função objetivo):  $x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

- *Ponto de reflexão (fig. 5.3c):*

Calcula-se o ponto de reflexão:  $x_r = x + \rho(x - x_{n+1})$ , onde,  $\rho$  é parâmetro de reflexão

- (tipicamente  $\rho = 1$ ),  $x_{n+1}$  é o pior ponto e que sofre reflexão
- Calcula-se  $f(x_r)$  e avalia-se as quatro possibilidades seguintes:
  - (1)  $x_r$  é melhor que  $x_n$ , mas pior que  $x_1$
  - (2)  $x_r$  é melhor que todos outros pontos
  - (3)  $x_r$  é melhor que  $x_{n+1}$ , mas pior que todos outros pontos

(4)  $x_r$  é o pior de todos outros pontos

Para cada possibilidade, o algoritmo NMA irá proceder de forma diferente:

- *Reflexão* (fig. 5.3d):

(1)  $x_r$  é melhor que  $x_n$ , mas pior que  $x_1$  ( $f(x_1) \leq f(x_r) \leq f(x_n)$ )

⇒ Novo simplex ( $x_1, \dots, x_n, x_r$ ) : Reflexão

- *Expansão* (figs. 5.3e, 5.3f):

(2)  $x_r$  é melhor que todos outros pontos ( $f(x_r) \leq f(x_1) \leq f(x_2) \leq \dots \leq f(x_{n+1})$ )

⇒ Calcula-se o ponto de expansão  $x_e$ :  $x_e = x + \chi(x_r - x)$ , onde  $\chi > 1$  é o parâmetro de expansão (tipicamente  $\chi = 2$ )

Dentro desta possibilidade, mais outras possibilidades são possíveis:

(2a)  $x_e$  é pior que  $x_r$  ⇒ aceitar  $x_r$  (reflexão)

(2a)  $x_e$  é melhor que  $x_r$  ⇒ aceitar  $x_r$  (expansão)

⇒ Novo simplex ( $x_1, \dots, x_n, x_e$ )

- *Contração exterior* (figs. 5.3g, 5.3h):

(3)  $x_r$  é melhor que  $x_{n+1}$ , mas pior que todos outros pontos ( $f(x_n) \leq f(x_r) \leq f(x_{n+1})$ )

⇒ Tentar uma contração exterior, calculando o ponto:  $x_{oc} = x + \gamma(x_r - x)$ , onde  $\gamma$  é parâmetro de contração (tipicamente  $\gamma = 0.5$ )

Se  $x_{oc}$  é melhor que  $x_r$  ⇒ aceitar  $x_{oc}$  (contração exterior)

⇒ Novo simplex ( $x_1, \dots, x_n, x_{oc}$ )

Se  $x_{oc}$  é pior que  $x_r$  ⇒ efetuar encolhimento do simplex

- *Contração interior* (figs. 5.3i, 5.3j):

(4)  $x_r$  é o pior de todos outros pontos ( $f(x_r) \geq f(x_{n+1})$ )

⇒ Tentar uma contração interior, calculando o ponto:  $x_{ic} = x - \gamma(x - x_{n+1})$



Se  $x_{ic}$  é melhor que  $x_{n+1} \Rightarrow$  aceitar  $x_{ic}$  (contração interior)

$\Rightarrow$  Novo simplex  $(x_1, \dots, x_n, x_{ic})$

Se  $x_{ic}$  é pior que  $x_{n+1} \Rightarrow$  efetuar encolhimento do simplex

- *Encolhimento (fig. 5.3k):*

Se todas tentativas acima citadas falharem, efetua-se o encolhimento do simplex em direção ao melhor ponto  $x_1$ , ou seja,  $x_i \rightarrow x_1 - \sigma(x_i - x_1)$ , onde  $\sigma$  é parâmetro de encolhimento (tipicamente  $\sigma = 0.5$ )

#### 5.1.2.1.1 Critério de parada

Segundo Ludl [69], até agora não existe critério de parada do algoritmo. Nelder e Mead sugerem:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n+1} \frac{(f_i - \bar{f})^2}{n}} < \varepsilon, \quad \bar{f} = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} f_i, \quad (29)$$

onde  $\varepsilon$  é um pequeno escalar e  $f_i$  a função objetivo. Em outras palavras, para-se quando valores de  $f$  nos vértices tornam-se próximos um do outro, ou, alternativamente quando os vértices ficam próximos um do outro, isto é, quando o volume (ou área no caso 2D) do simplex fica bastante pequeno.

Sobre o algoritmo de NMA, pode-se constatar que o efeito das operações no simplex é extensão da sua forma ao longo das direções de descida e "zoom" em torno de ótimos locais. À medida que o tamanho do simplex vai diminuindo, o algoritmo torna-se local. Assim, é de se esperar encontrar, pelo menos, um ótimo local no final da sua busca.

O NMA original é concebido para problemas de otimização sem restrições. Uma vez que o problema de otimização do presente trabalho é delimitado inferior e superiormente, os pontos do simplex podem sair do domínio, tanto após uma operação de reflexão ou de expansão. Neste caso, de acordo com Miguel et al. [6] é simples considerar os limites inferior e superior ("bounds") pela projeção:

$$\begin{cases} se (x_i < x_i^{min}), x_i = x_i^{min} \\ se (x_i > x_i^{max}), x_i = x_i^{max} \end{cases} \quad (30)$$

Deve-se observar aqui que o ponto de inicialização do simplex já é fornecido pela aproximação numérica dada pela equação (26). E como o código computacional do NMA está amplamente disponível, a implementação do algoritmo de otimização híbrido P-NMA apresentado reduz, por exemplo, quanto á implementação do código utilizado para avaliar a equação (26) e o seu acoplamento ao código já existente de NMA, o que torna-se bastante simples. Este fato demonstra a facilidade no uso e implementação deste método. Além disso, qualquer outro otimizador local pode ser usado em vez do NMA; por exemplo, se for fácil obter a informação do gradiente da função objetivo em análise, o usuário poderia empregar um algoritmo baseado em gradiente, tais como métodos de ponto interior ou de programação quadrática sequencial (ver referências [33 e 34]).

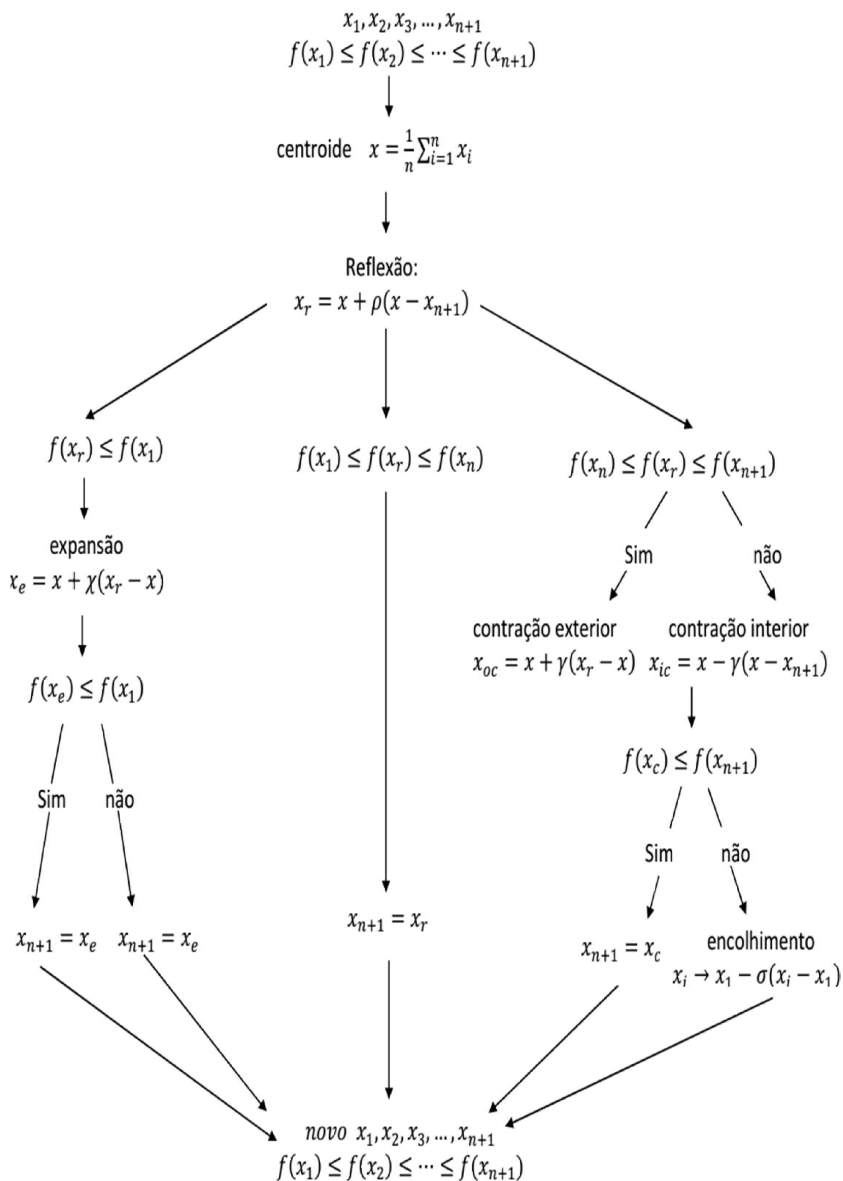


Figura 5.2: Fluxograma das iterações do simplex do algoritmo de Nelder-Mead (fonte: modificado de Tippayawannakorn et al. [70]).

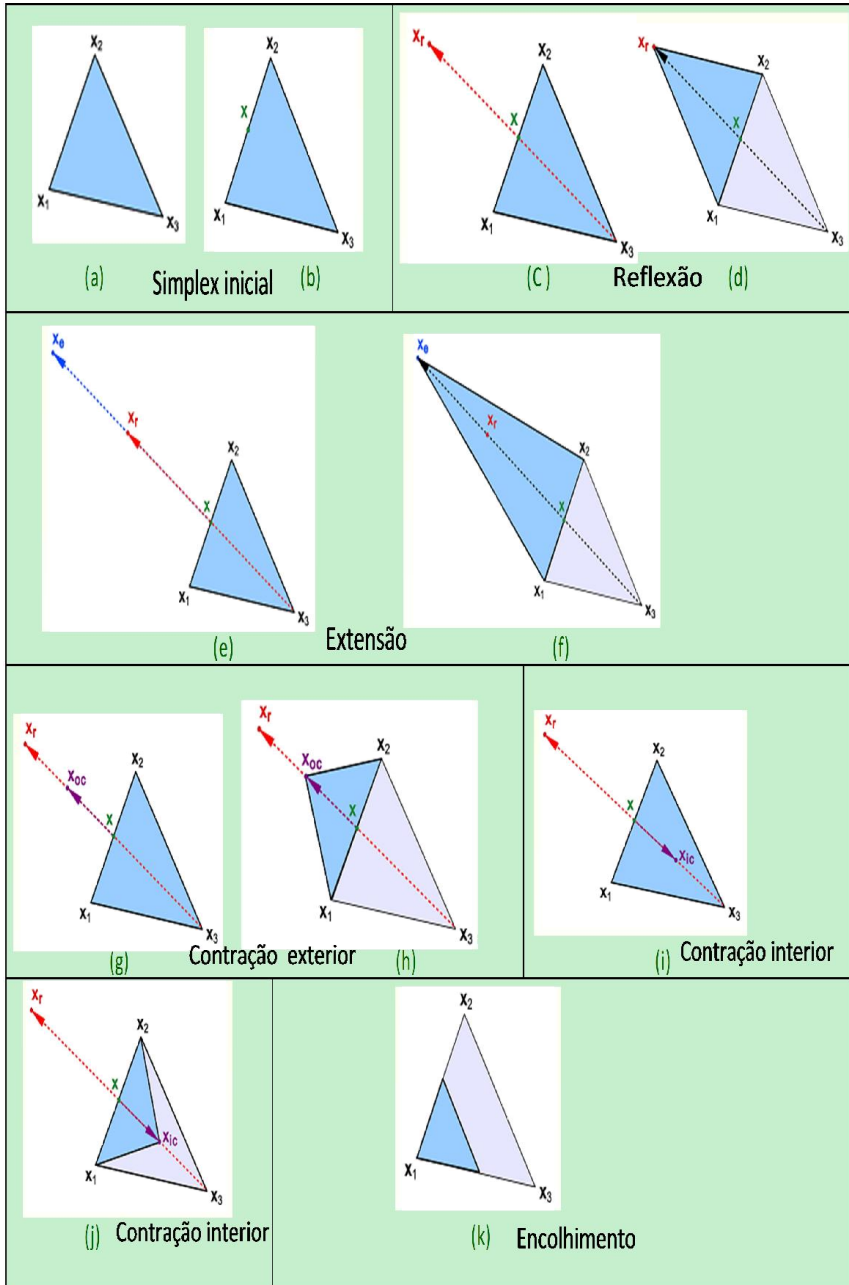


Figura 5.3: Operações do Simplex do Nelder e Mead (fonte: Ludl [69]).



Para a implementação numérica da modificação proposta, é necessário durante a geração de  $\mathbf{A}$  que o número e posição dos elementos danificados sejam escolhidos aleatoriamente, assim como a extensão do dano em cada um destes elementos. Então, tem-se como entrada de dados na nova versão do algoritmo a constante  $np_{max}$ , que determinará o número máximo de elementos danificados em cada amostra de  $\mathbf{A}$ .

A figura 5.5 mostra o pseudoalgoritmo da modificação proposta implementado em ambiente de programação *Matlab* para modificação da amostra  $\mathbf{A}$  da equação (26).

```

Entrada:  $np_{max}$  e  $dim$ .
Saída:  $\mathbf{A}^{mod}$ : Amostra modificada.

0  $\mathbf{A} = \text{ones}(Dim, 1)$  // vetor de unitários com dimensão  $dim \times 1$ 
1  $np = \text{ceil}(np_{max} * \text{rand})$  //  $np$  é nº de perturbações que assume valor inteiro
   aproximado por excesso de  $np_{max} * \text{rand}$ 
2  $\mathbf{A}_r = \text{ceil}(dim * \text{rand}(np, 1))$  // sub-amostra de dimensão  $np \times 1$  com posição dos valores
   aleatórios no vetor  $\mathbf{A}$ .
3   para  $j$  de 1 até  $np$  fazer // introduz em  $\mathbf{A}$  valores aleatórios nas posições definidas
   na etapa 2
4      $\mathbf{A}(\mathbf{A}_r(j)) = \text{rand}$ 
5   fim
6    $\mathbf{A}^{mod} = \mathbf{A}$ 

```

Figura 5.5: Algoritmo para modificação da amostra  $\mathbf{A}$  da equação (26).

Assim, a equação (26) transforma-se para a seguinte equação:

$$\boldsymbol{\alpha}^* \approx \hat{\boldsymbol{\alpha}}^* = \frac{\sum_{i=1}^{nr} \mathbf{A}_i^{mod} \mathbf{g}(\lambda, \mathbf{J}(\mathbf{A}_i^{mod}))}{\sum_{i=1}^{nr} \mathbf{g}(\lambda, \mathbf{J}(\mathbf{A}_i^{mod}))}. \quad (31)$$

onde  $\mathbf{A}^{mod}$  é a amostra modificada.

Para uma situação de uma estrutura com  $n$  elementos finitos, e com apenas um elemento danificado (Figura 5.6) a amostra  $\mathbf{A}^{\text{mod}}$ , composta por  $n$  elementos, pode tomar, por exemplo, a seguinte forma:

$$\mathbf{A}^{\text{mod}} = \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ r \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{array} \right\}. \quad (32)$$

Onde  $r$  é um valor aleatório no intervalo de 0 a 1 e aleatoriamente posicionado no vetor  $\mathbf{A}^{\text{mod}}$ .

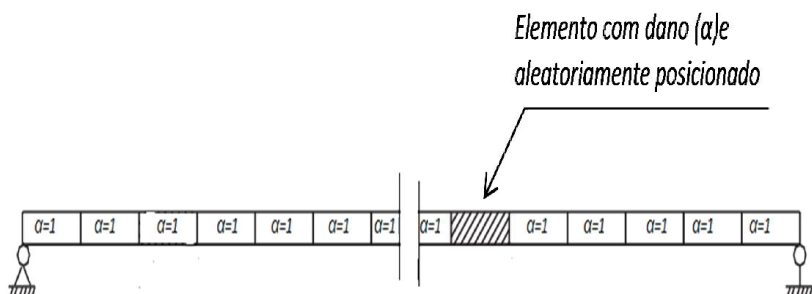


Figura 5.6: Estrutura com  $n$  elementos finitos e com apenas 1 elemento danificado.

É importante ressaltar que a modificação proposta aqui não acarreta em nenhum custo computacional adicional ao algoritmo P-NMA. Estas modificações foram implementadas para os problemas de identificação de dano e os resultados da análise numérica são apresentados na próxima seção.





## 6 ANÁLISE NUMÉRICA

### 6.1 PROBLEMAS TESTE DE OTIMIZAÇÃO GLOBAL

Nesta subseção, várias funções teste de otimização global são utilizadas com o principal objetivo de encontrar uma base para a escolha do parâmetro  $\lambda$  e a função  $g$  da parte estocástica do algoritmo híbrido P-NMA Original dada pela equação (26). Conforme referido em 5.1.1, Pincus [64] e Zidani [66] sugerem algumas funções  $g$  como as que se seguem:

$$\left\{ \begin{array}{l} g_1(\lambda, J(\mathbf{A})) = \exp[-\lambda J(\mathbf{A})], \\ g_2(\lambda, J(\mathbf{A})) = \frac{1}{\lambda [J(\mathbf{A})]^3}, \\ g_3(\lambda, J(\mathbf{A})) = \frac{1}{\lambda \ln [J(\mathbf{A})]}, \\ g_4(\lambda, J(\mathbf{A})) = \frac{\exp(-\lambda)}{[J(\mathbf{A})]^3}. \end{array} \right. \quad (33)$$

Para cada função  $g$  avaliada, os valores de  $\lambda$  foram escolhidos no intervalo de 10 a 500 (tabelas 6.1 a 6.3)

#### 6.1.1 Funções teste

Funções teste são exemplos matemáticos de otimização global, cuja finalidade é avaliar as características de otimização dos algoritmos, tais como: precisão, robustez, velocidade de convergência (custo computacional) e desempenho em geral (Carrilo [63]). Um algoritmo tem precisão se a distância entre a média de  $m$  rodadas e o valor ótimo analítico é pequena; o algoritmo pode ser qualificado como robusto se, quando testado em problemas diferentes, ele apresenta precisão e estabilidade. E o custo computacional é normalmente medido em termos do tempo total de computação e/ou do número total de avaliações da função objetivo para obter a solução.

##### 6.1.1.1 Funções avaliadas

Três funções teste foram consideradas. O primeiro teste foi feito com a função de Rosenbrock em duas dimensões (figura 6.1): esta função é um vale em curva cujo fundo desce com uma declividade

muito suave e segundo a equação (34), tem um mínimo global no ponto  $(1, 1)$  e com um valor da função igual a zero ( $f = 0$ ). O segundo teste foi feito usando a função multimodal de Shekel para quatro dimensões, que segundo a equação (35) tem mínimo global é no ponto  $(4, 4, 4, 4)$  e o valor da função nesse ponto é  $f = (-10.5364)$ . A terceira e última foi a função de Goldstein-Price (figura 6.2), a qual possui apenas duas variáveis, tem vários mínimos locais, sendo o mínimo global no ponto  $(0, -1)$  e o valor da função nesse ponto é  $f = 3$  (equação (36)).

### 6.1.2 Resultados e análise

1º- Função de Rosenbrock (2D):

$$f(x) = \sum_{i=1}^{d-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2], d = 2, \mathbf{x}^* = (1, 1), f(\mathbf{x}^*) = 0 \quad (34)$$

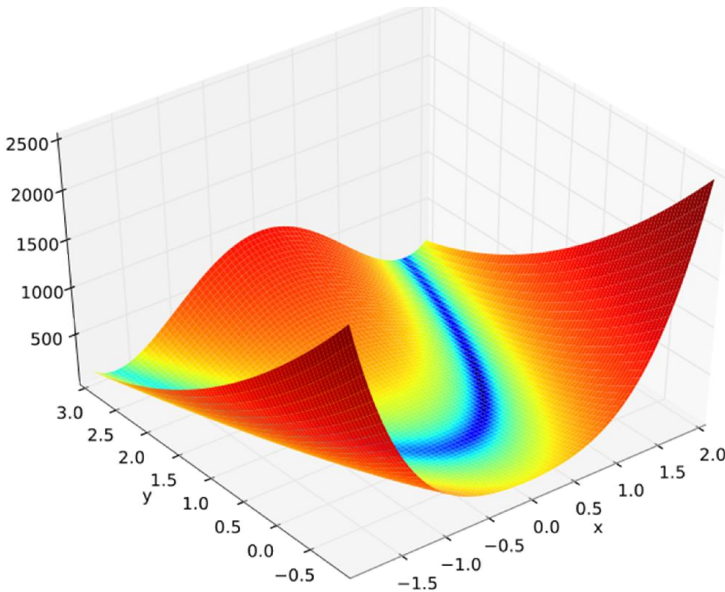


Figura 6.1: Representação gráfica da função de Rosenbrock.

Tabela 6.1: Avaliação da função  $g$  e parâmetro  $\lambda$  da equação (26) utilizando a função teste de Rosenbrock.

		Número de amostras $\mathbf{A}$ (população) = 2000						
		Parametro $\lambda$	10	20	50	100	200	500
Função $g$	$g_1 = \frac{\exp[-\lambda J(\mathbf{A})]}{J(\mathbf{A})}$	Melhor F	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		Pior F	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		Media F	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		D. Padrão F	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
	$g_2 = \frac{1}{(\lambda J(\mathbf{A}))^3}$	Melhor F	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		Pior F	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		Media F	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		D. Padrão F	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
	$g_3 = \frac{1}{\lambda \ln J(\mathbf{A})}$	Melhor F	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		Pior F	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		Media F	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		D. Padrão F	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
	$g_4 = \frac{\exp(-\lambda)}{J(\mathbf{A})}$	Melhor F	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		Pior F	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		Media F	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		D. Padrão F	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

2° Função de Shekel (4 variáveis):

$$f(\mathbf{x}) = - \sum_{i=1}^m \left( \sum_{j=1}^4 (x_j - C_{ji})^2 + \beta_i \right)^{-1}, \quad m = 10, \beta = \frac{1}{10} (1, 2, 2, 4, 4, 6, 3, 7, 5, 5)^T,$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 8 & 6 & 3 & 2 & 5 & 8 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 8 & 6 & 7 & 9 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 8 & 6 & 3 & 2 & 5 & 8 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 8 & 6 & 7 & 9 & 3 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}^* = (1, 1, 1, 1), \quad f(\mathbf{x}^*) = -10.5364. \quad (35)$$

Tabela 6.2: Avaliação da função  $g$  e parâmetro  $\lambda$  da equação (26) utilizando a função teste de Shekel.

		Número de amostras $\mathbf{A}$ (população) = 2000						
Parametro $\lambda$		10	20	50	100	200	500	
Função $g$	$g_1 = \exp[-\lambda/J(\mathbf{A})]$	Melhor F	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-5.1756
		Pior F	-2.4217	-2.4217	-2.4217	-2.4217	-2.4217	-5.1756
		Media F	-8.3388	-8.2615	-8.1268	-8.0196	-6.7866	-5.1756
		D.Padrão F	3.2415	3.2805	3.3229	3.3300	3.1560	0.0000
	$g_2 = 1/\lambda[J(\mathbf{A})]^3$	Melhor F	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364
		Pior F	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364
		Media F	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364
		D.Padrão F	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	$g_3 = 1/\lambda \ln[J(\mathbf{A})]$	Melhor F	-5.1285	-5.1285	-5.1285	-5.1285	-5.1285	-5.1285
		Pior F	-5.1285	-5.1285	-5.1285	-5.1285	-5.1285	-5.1285
		Media F	-5.1285	-5.1285	-5.1285	-5.1285	-5.1285	-5.1285
		D.Padrão F	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	$g_4 = \exp(-\lambda)/J(\mathbf{A})^3$	Melhor F	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364
		Pior F	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364
		Media F	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364	-10.5364
		D.Padrão F	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

## 3º Função de Goldstein-Price (2 variáveis):

$$f(\mathbf{x}) = [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)] \\ \times [30 + (2x_1 - 3x_2)^2(18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2) + 27x_2^2] \quad (36)$$

$$\mathbf{x}^* = (0, -1), \quad f(\mathbf{x}^*) = 3.$$



Desta avaliação pôde-se notar que para as duas últimas funções testes (Shekel e *Goldstein-Price*) que são as mais complexas, o ótimo global variou dependendo da função  $g$  utilizada, e para certos casos o valor do parâmetro  $\lambda$  também influenciou no resultado (tabelas 6.2 e 6.3). Concretamente, os resultados para  $g_2$  e  $g_4$  da equação (33) são bons, independentemente do valor de  $\lambda$  (para estes casos, além do ótimo global calculado numericamente, que é praticamente igual ao ótimo global exato, a média está praticamente igual ao ótimo global obtido e o desvio padrão é zero). Já para as funções  $g_1$  e  $g_3$  os resultados do ótimo global foram piorando á medida que o valor de  $\lambda$  aumenta. Assim, para equação (26), uma boa escolha da função  $g$  e o parametro  $\lambda$ , seria  $g_2$  ou  $g_4$  ( $g = 1/(\lambda[J(\mathbf{A})]^3)$ ) ou  $g = \exp(-\lambda)/[J(\mathbf{A})]^3$  e um  $\lambda$  menor). Nas demais avaliações e implementações no presente trabalho, para as equações (26) e (31) foi escolhido  $g = \exp(-\lambda)/[J(\mathbf{A})]^3$  e  $\lambda = 10$ .

## 6.2 PROBLEMAS BENCHMARK DE IDENTIFICAÇÃO DE DANO

Nos exemplos numéricos que se seguem, todos retirados da literatura, nomeadamente, uma viga simplesmente apoiada, uma viga em balanço, duas treliças planas e um pórtico plano, é realizada uma comparação com foco entre os algoritmos P-NMA Modificado e P-NMA Original, quanto à capacidade de detecção de dano. Na maioria dos exemplos não é feita uma comparação com outros algoritmos da literatura, pois Miguel et al. [6] mostraram o melhor desempenho do P-NMA Original em relação a vários algoritmos metaheurísticos. No último exemplo, além da comparação dos resultados obtidos por meio do algoritmo P-NMA Modificado e do algoritmo P-NMA Original, os resultados obtidos por meio do AG são utilizados para efeitos comparativos, sendo que para este exemplo os resultados do algoritmo P-NMA Original e do AG foram todos extraídos da literatura para efeitos comparativos.

Para simular as características de dados obtidos num ensaio dinâmico real considerou-se o seguinte:

- Disponibilidade de apenas primeiros modos de baixa frequência (primeiras 5 frequências naturais);
- Simulação do ruído nas medições (incluindo imprecisão relacionada com o erro humano), exceto o último exemplo

numérico (a não aplicação do ruído neste exemplo é explicada mais adiante na subseção 6.2.5);

- Variabilidade da rigidez ao longo da estrutura para o primeiro exemplo, uma vez tratar-se de uma estrutura em concreto.

A influência do ruído é simulado perturbando-se as frequências naturais e formas modais conforme detalhado na subseção 4.2 e a variabilidade da rigidez é simulada através da perturbação do módulo de elasticidade elementar também detalhado na mesma seção.

As frequências naturais e os modos de vibração necessários para serem empregues nas equações (15) (no caso de estrutura não-simétrica) e (20) (para qualquer estrutura) são obtidos através da solução do problema de autovalores, com auxílio de um código de elementos finitos programado em ambiente do software *Matlab*. Os algoritmos de otimização P-NMA Modificado e Original utilizados para minimização da equação (15) ou (20) foram igualmente implementados em ambiente de programação *Matlab*.

### 6.2.1 Viga simplesmente apoiada

O primeiro problema estudado consiste em de uma viga simplesmente apoiada modelada em 15 elementos finitos e que foi retirado na ref. [16] (figura 6.3). A viga tem um comprimento de 6 m e é dividida em 15 elementos iguais, com 6 GDL cada. A densidade e módulo de elasticidade do material são respetivamente  $2500 \text{ kg/m}^3$  e  $3.2 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ . Similarmente, a área da seção transversal e o momento de inércia são  $0.05 \text{ m}^2$  e  $1.667 \times 10^{-4} \text{ m}^4$ . Na ref. [16] os autores utilizaram um método de otimização determinística para identificação de dano e avaliaram um cenário de múltiplos danos, nomeadamente 20%, 50% e 30% de dano nos elementos 3, 8 e 10 respetivamente. Neste trabalho, além do cenário estudado pelos autores da ref. [16], em primeiro lugar é estudado um cenário de presença de 10% de dano no elemento 6. A tabela 6.4 mostra discriminadamente os cenários de dano considerados. Neste exemplo, para ambos cenários de dano, foi considerada uma simulação da variabilidade da rigidez ao longo da estrutura, perturbando o módulo de elasticidade de cada elemento finito da viga (tabela 6.5) e também foi adicionado um ruído gaussiano, perturbando as frequências naturais em 2% e formas modais em 3%.

A função objetivo utilizada é dada pela equação (20), tendo-se considerado disponíveis apenas as primeiras 5 frequências naturais. Para as formas modais adotou-se 10 deslocamentos nodais. Assim, serão 15 parâmetros por atualizar, (isto é,  $N=15$ ), que representam cada elemento a viga em estudo.

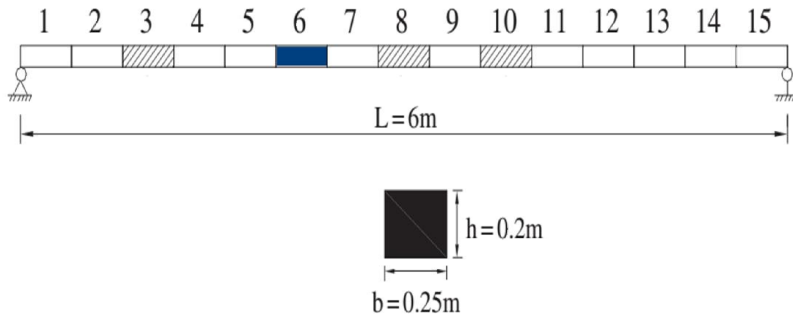


Figura 6.3: Viga simplesmente apoiada e a respectiva seção transversal.

Tabela 6.4: Cenários de dano analisados para a viga de 15 elementos.

Cenário de dano 1			Cenário de dano 2		
Nr do elemento	% de dano	Fator de redução de rigidez correspondente	Nr do elemento	% de dano	Fator de redução de rigidez correspondente
6	10%	0.9	3	20%	0.8
-	-	-	8	50%	0.5
-	-	-	10	30%	0.7

As primeiras 5 frequências naturais identificadas são apresentadas na tabela 6.6 e as respectivas formas modais correspondentes aos primeiros modos mais baixos nas figuras 6.4 a 6.6. Os resultados são apresentados nas tabelas 6.7 a 6.10 e figuras 6.7 a 6.10, sendo que para cada cenário de dano, foram considerados 3 casos, nomeadamente:



- Caso 1: Sem levar em conta a variabilidade da rigidez ao longo da estrutura nem a influência do ruído nas medições
- Caso 2: Considerando a variabilidade da rigidez ao longo da estrutura
- Caso 3: Considerando simultaneamente a variabilidade da rigidez ao longo da estrutura e a influência do ruído nas medições

Tabela 6.5: Simulação da variabilidade da rigidez ao longo da viga.

Elemento	Módulo de elasticidade (N/m <sup>2</sup> )	
	Teórico (E)	Poluído com nível de 3% (E <sub>pm</sub> )
1	3.20E+10	3.20030E+10
2	3.20E+10	3.19951E+10
3	3.20E+10	3.20042E+10
4	3.20E+10	3.20083E+10
5	3.20E+10	3.19701E+10
6	3.20E+10	3.19869E+10
7	3.20E+10	3.19984E+10
8	3.20E+10	3.20071E+10
9	3.20E+10	3.19982E+10
10	3.20E+10	3.18640E+10
11	3.20E+10	3.20013E+10
12	3.20E+10	3.20356E+10
13	3.20E+10	3.20114E+10
14	3.20E+10	3.19689E+10
15	3.20E+10	3.19500E+10

Tabela 6.6: Primeiras 5 frequências naturais identificadas para viga simplesmente apoiada de 15 elementos finitos (Hz).

Modo	Sem ruído ou variação no módulo de elasticidade			Com variação no módulo (nível de 3%) e adição do ruído(nível de 2% em freq. e 3% formas modais)		
	Intacto	Cenário de dano 1	Cenário de dano 2	Intacto	Cenário de dano 1	Cenário de dano 2
1	9.013	8.958	8.265	9.014	8.962	8.265
2	36.052	35.908	35.049	36.065	35.907	35.054
3	81.124	81.052	75.527	81.141	81.040	75.528
4	144.254	143.228	138.708	144.170	143.333	138.713
5	149.139	149.139	149.139	149.143	149.190	149.179

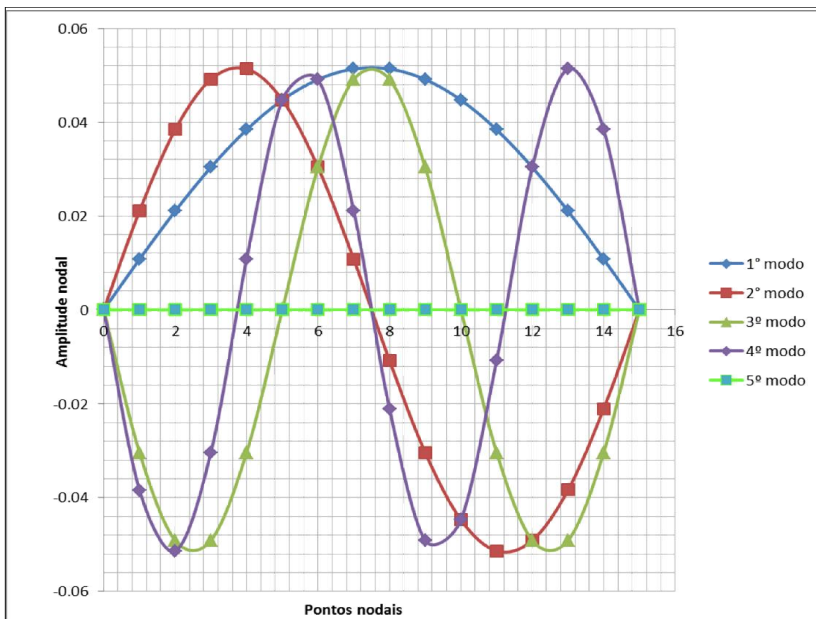


Figura 6.4: Primeiros 5 modos de vibração da estrutura intacta - Sem influência do ruído ou variação no módulo de elasticidade.

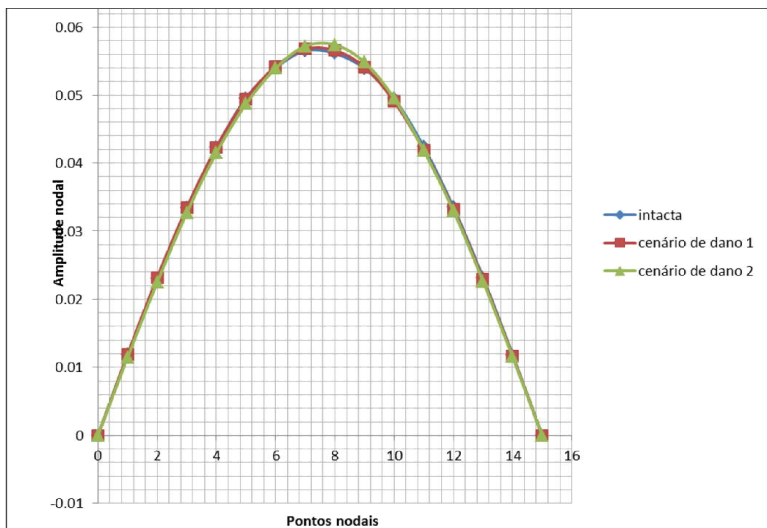


Figura 6.5: 1º modo de vibração da estrutura intacta e para os 2 cenários de dano – Sem influência do ruído ou variação no módulo de elasticidade.

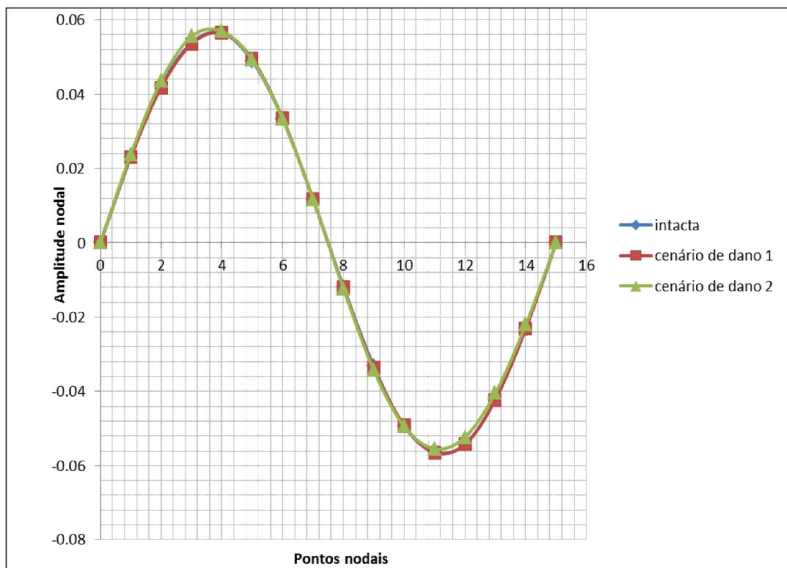


Figura 6.6: 2º modo de vibração da estrutura intacta e para os 2 cenários de dano – Sem influência do ruído ou variação no módulo de elasticidade.

Conforme se pode observar nas tabelas 6.7 e 6.9 (igualmente nas figuras 6.7 e 6.9), o P-NMA Modificado foi capaz de localizar e quantificar o dano com boa precisão nos dois cenários, tanto para o caso em que a presença do ruído e variabilidade da rigidez ao longo da estrutura (variação no módulo de elasticidade) são nulas, quanto para o caso em que estas duas perturbações são consideradas. Já o P-NMA Original, para o cenário 1 (único dano) e sem presença do ruído ou variabilidade da rigidez ao longo da estrutura localizou e quantificou corretamente o dano, porém menos preciso que o P-NMA Modificado para o mesmo custo computacional (número de avaliações da função objetivo). Para o mesmo cenário de dano 1, a precisão do P-NMA Original diminuiu consideravelmente ao considerar uma variabilidade da rigidez ao longo da estrutura ou um efeito simultâneo da variação de rigidez e influência do ruído nas medições, podendo-se verificar o aparecimento de valores espúrios nos elementos 1 (para o caso em que se considera apenas a variabilidade da rigidez ao longo da estrutura) e elemento 15 (para o caso simultâneo da variabilidade da rigidez e influência do ruído nas medições) (tabela 6.8).

No cenário 2, sem presença do ruído ou variabilidade da rigidez ao longo da estrutura, o P-NMA Original localizou e quantificou os múltiplos danos também com menor precisão em relação ao P-NMA Modificado, podendo se observar perturbações nos elementos 2 e 9, embora estes elementos se encontrem próximo das regiões danificadas. Para este mesmo cenário e considerando simultaneamente a influência do ruído sobre as medições e a variabilidade da rigidez ao longo da estrutura, a precisão nos resultados de P-NMA Original também diminuiu consideravelmente em comparação aos do P-NMA Modificado. Por exemplo, nos resultados gerados pelo P-NMA Original, o dano identificado no elemento 10 é aproximadamente igual a 26% contra o dano real, que é de 30%. Além disso, perturbações consideráveis podem ser observadas nos elementos 1, 9 e 15, indicando portanto um diagnóstico de dano falso.



OFE	-	2,000	3,000	2,000	3,000	2,000	3,000
-----	---	-------	-------	-------	-------	-------	-------

OFE – “*Objective Function Evaluation*” (Avaliações da Função Objetivo).

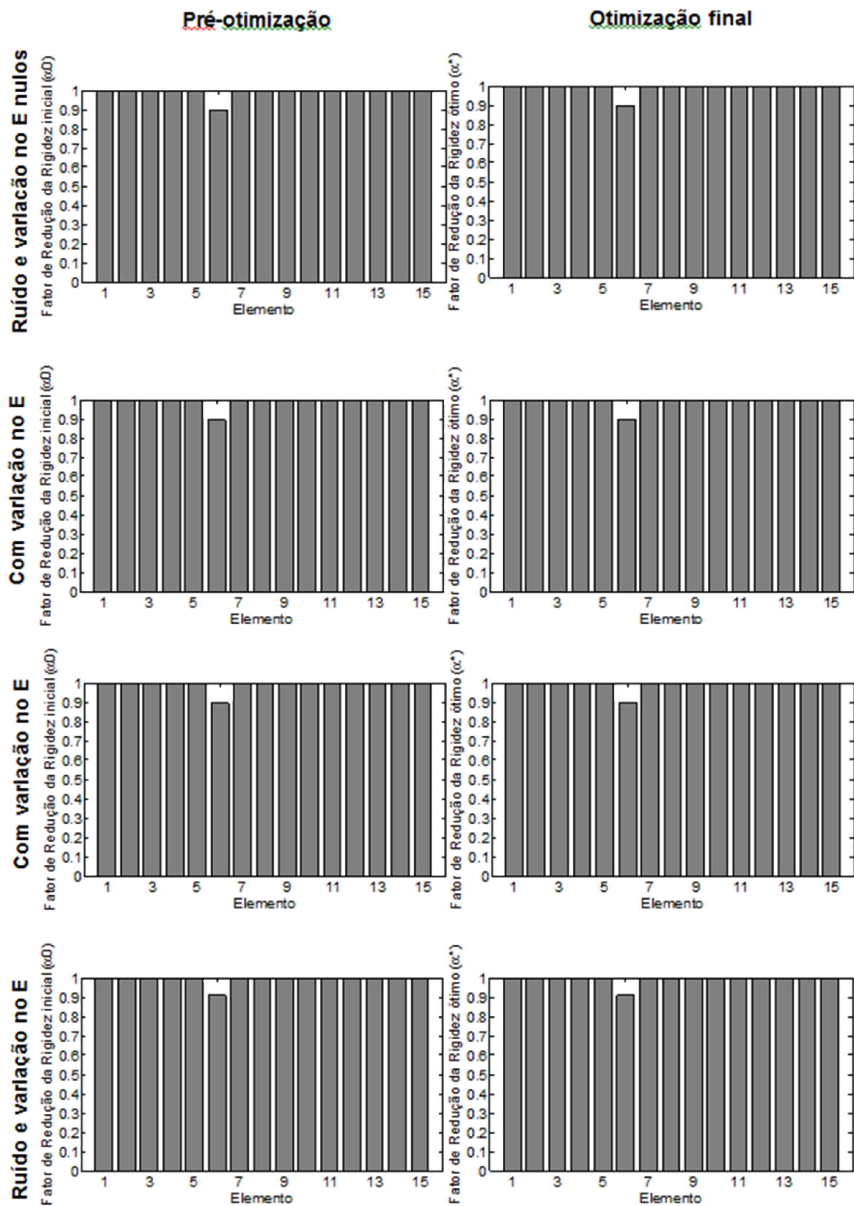


Figura 6.7: Cenário de dano 1 ( 10% de dano no elemento 6): Fator de redução de rigidez– P-NMA Modificado.

Quanto ao ponto de partida da solução (fator de redução da rigidez inicial  $\alpha_0$ ), pode-se notar que no cenário de dano 1, por exemplo, o fator de redução de rigidez inicial gerado pelo P-NMA Modificado já constitui praticamente a solução do problema, ou seja, o dano é satisfatoriamente identificado ainda na fase da pré-otimização (localização e extensão do dano).

Tabela 6.8: Cenário de dano 1: Fator de redução de rigidez para 10% de dano no elemento 6 – P-NMA Original.

Elemento	Fator de redução de rigidez ( $\alpha$ )						
	Dano exato	Dano estimado					
		Sem ruído ou variação no módulo de elasticidade		Com variação do módulo de elasticidade - 3%		Com variação do módulo de elasticidade em 3% e adição do ruído (2% Freq. e 3% Formas modais)	
		Pré-otimização ( $\alpha_0$ )	Valor final ( $\alpha^*$ )	Pré-otimização ( $\alpha_0$ )	Valor final ( $\alpha^*$ )	Pré-otimização ( $\alpha_0$ )	Valor final ( $\alpha^*$ )
1	1.0	0.877	1.000	0.135	0.935	0.719	1.000
2	1.0	0.841	1.000	0.701	0.999	0.695	0.986
3	1.0	0.458	1.000	0.941	1.000	0.750	0.997
4	1.0	0.479	1.000	0.904	1.000	0.719	0.996
5	1.0	0.877	0.992	0.744	0.986	0.676	0.999
6	0.9	0.953	0.919	0.954	0.919	0.844	0.918
7	1.0	0.905	0.997	0.739	0.991	0.879	0.988
8	1.0	0.659	0.999	0.875	0.999	0.634	1.000
9	1.0	0.946	1.000	0.750	1.000	0.887	1.000
10	1.0	0.767	1.000	0.844	1.000	0.578	1.000
11	1.0	0.837	1.000	0.910	1.000	0.752	1.000
12	1.0	0.788	1.000	0.990	1.000	0.580	1.000
13	1.0	0.820	1.000	0.340	1.000	0.763	1.000
14	1.0	0.478	0.999	0.453	0.997	0.653	1.000
15	1.0	0.213	0.987	0.174	0.996	0.730	0.919
OFE.	-	2,000	3,000	2,000	3,000	2,000	3,000

OFE – “Objective Function Evaluation” (Avaliações da Função Objetivo).

No cenário 2, a qualidade do ponto de partida gerado pelo P-NMA Modificado, também é satisfatória e pode se verificar que as



Para os dois algoritmos (P-NMA Modificado e P-NMA Original), no cenário 1 foi fixado um custo computacional de 5,000 *OFE* (2,000 *OFE* para a localização da região da solução global e 3,000 *OFE* para determinação da solução final pelo algoritmo NMA) e para o cenário 2 um total de 11,000 *OFE* foram necessárias (5,000 *OFE* + 6,000 *OFE*).

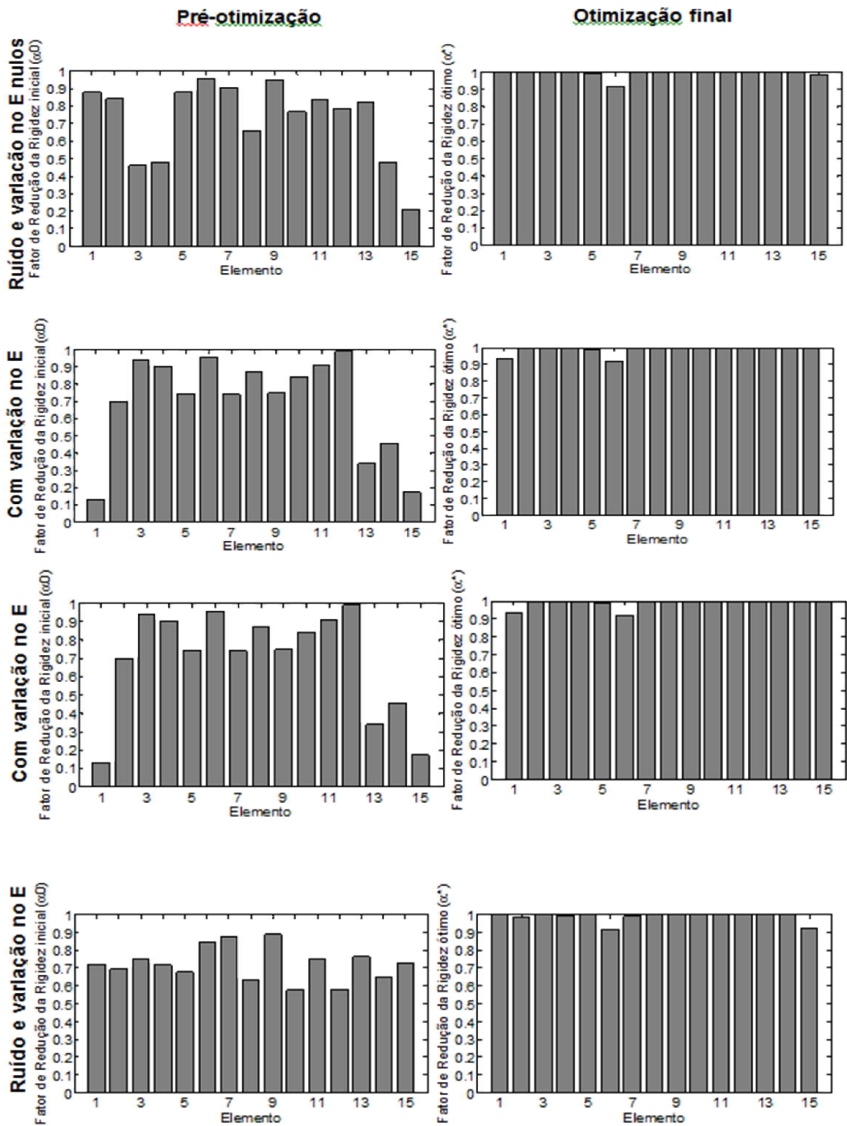


Figura 6.8: Cenário de dano 1 ( 10% de dano no elemento 6) - Fator de redução de rigidez – P-NMA Original.

Assim, neste exemplo, está claramente visível o melhor desempenho apresentado pelo algoritmo híbrido P-NMA Modificado comparativamente ao algoritmo híbrido P-NMA Original.

Tabela 6.9: Cenário 2: Fator de redução de rigidez para 20%, 50% e 30% de dano nos elemento 3, 8 e 10 respectivamente – P-NMA Modificado.

Elemento	Fator de redução de rigidez ( $\alpha$ )						
	Dano exato	Dano estimado					
		Sem ruído ou variação no módulo de elasticidade		Com variação do módulo de elasticidade - 3%		Com variação do módulo de elasticidade em 3% e adição do ruído (2% Freq. e 3% Formas modais)	
		Pré-otimização ( $\alpha_0$ )	Valor final ( $\alpha^*$ )	Pré-otimização ( $\alpha_0$ )	Valor final ( $\alpha^*$ )	Pré-otimização ( $\alpha_0$ )	Valor final ( $\alpha^*$ )
1	1.0	0.957	1.000	0.671	1.000	0.941	0.978
2	1.0	0.994	1.000	1.000	0.987	0.936	0.983
3	0.8	1.000	0.800	1.000	0.807	0.999	0.809
4	1.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
5	1.0	1.000	1.000	1.000	0.999	1.000	0.999
6	1.0	0.993	1.000	0.999	0.998	1.000	0.995
7	1.0	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000	0.997
8	0.5	0.493	0.500	0.487	0.500	0.473	0.508
9	1.0	0.946	1.000	0.997	0.999	0.952	0.954
10	0.7	0.805	0.700	0.714	0.700	1.000	0.717
11	1.0	0.972	1.000	1.000	1.000	1.000	0.998
12	1.0	1.000	1.000	0.998	0.999	1.000	0.991
13	1.0	0.978	1.000	0.997	1.000	0.999	1.000
14	1.0	1.000	1.000	1.000	1.000	0.807	1.000
15	1.0	1.000	1.000	1.000	0.995	0.872	0.993
OFE.	-	5,000	6,000	5,000	6,000	5,000	6,000

OFE – “Objective Function Evaluation” (Avaliações da Função Objetivo)

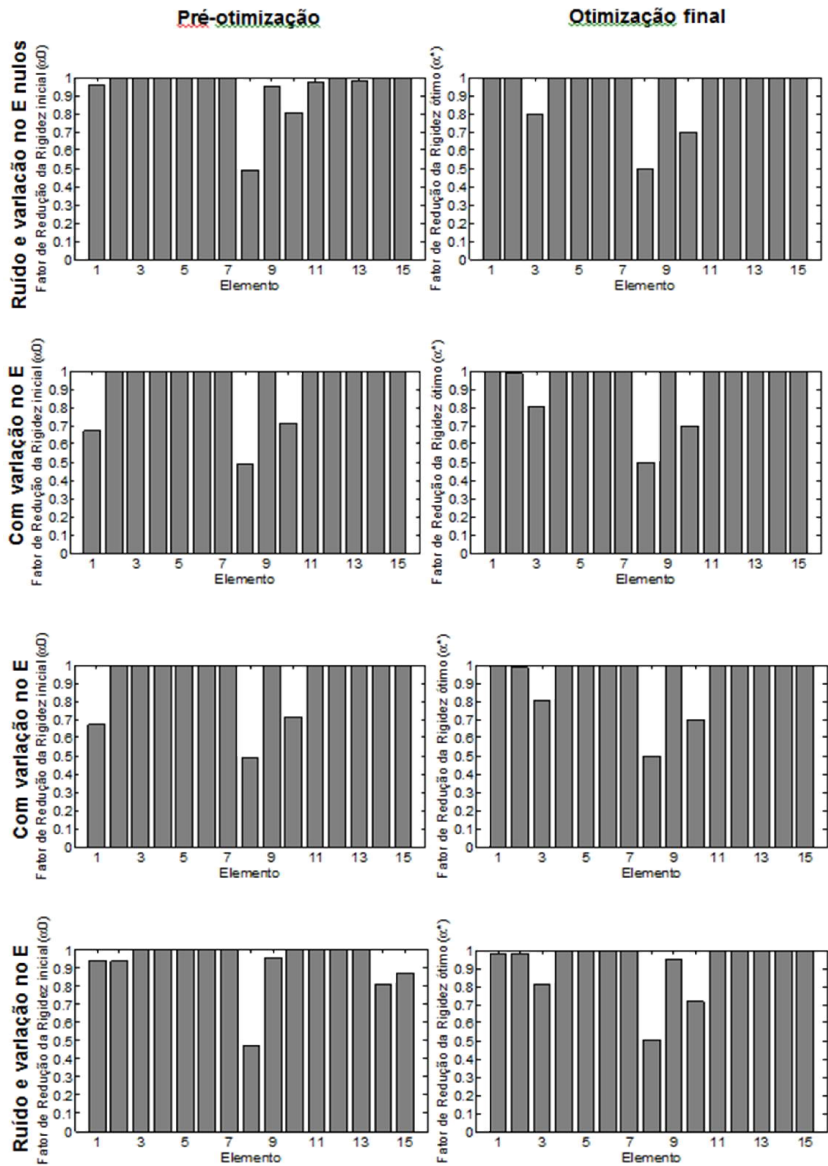


Figura 6.9: Cenário de dano 2 (20%, 50% e 30% de dano nos elementos 3, 8 e 10 respectivamente): Fator de redução de rigidez – P-NMA Modificado.

Tabela 6.10: Cenário 2: Fator de redução de rigidez para 20%, 50% e 30% de dano nos elemento 3, 8 e 10 respectivamente – P-NMA Original.

Elemento	Fator de redução de rigidez ( $\alpha$ )						
	Dano exato	Dano estimado					
		Sem ruído ou variação no módulo de elasticidade		Com variação do módulo de elasticidade - 3%		Com variação do módulo de elasticidade em 3% e adição do ruído (2% Freq. e 3% Formas modais)	
		Pré-otimização ( $\alpha_0$ )	Valor final ( $\alpha^*$ )	Pré-otimização ( $\alpha_0$ )	Valor final ( $\alpha^*$ )	Pré-otimização ( $\alpha_0$ )	Valor final ( $\alpha^*$ )
1	1.0	0.881	0.997	0.680	0.993	0.244	0.937
2	1.0	0.904	0.959	0.859	0.964	0.744	0.986
3	0.8	0.505	0.823	0.580	0.820	0.579	0.809
4	1.0	0.588	0.993	0.791	0.995	0.952	1.000
5	1.0	0.844	0.999	0.960	1.000	0.976	1.000
6	1.0	0.861	1.000	0.821	1.000	0.851	0.999
7	1.0	0.876	0.981	0.736	0.994	0.759	0.983
8	0.5	0.737	0.510	0.981	0.510	0.781	0.516
9	1.0	0.784	0.963	0.824	0.953	0.959	0.916
10	0.7	0.676	0.713	0.670	0.719	0.723	0.741
11	1.0	0.906	0.989	0.987	0.985	0.858	0.972
12	1.0	0.899	1.000	0.548	0.999	0.854	1.000
13	1.0	0.655	0.999	0.911	1.000	0.908	1.000
14	1.0	0.807	1.000	0.662	1.000	0.767	1.000
15	1.0	0.476	0.999	0.840	0.999	0.442	0.941
OFE	-	5,000	6,000	5,000	6,000	5,000	6,000

OFE – Objective Function Evaluation (“Avaliações da Função Objetivo”).

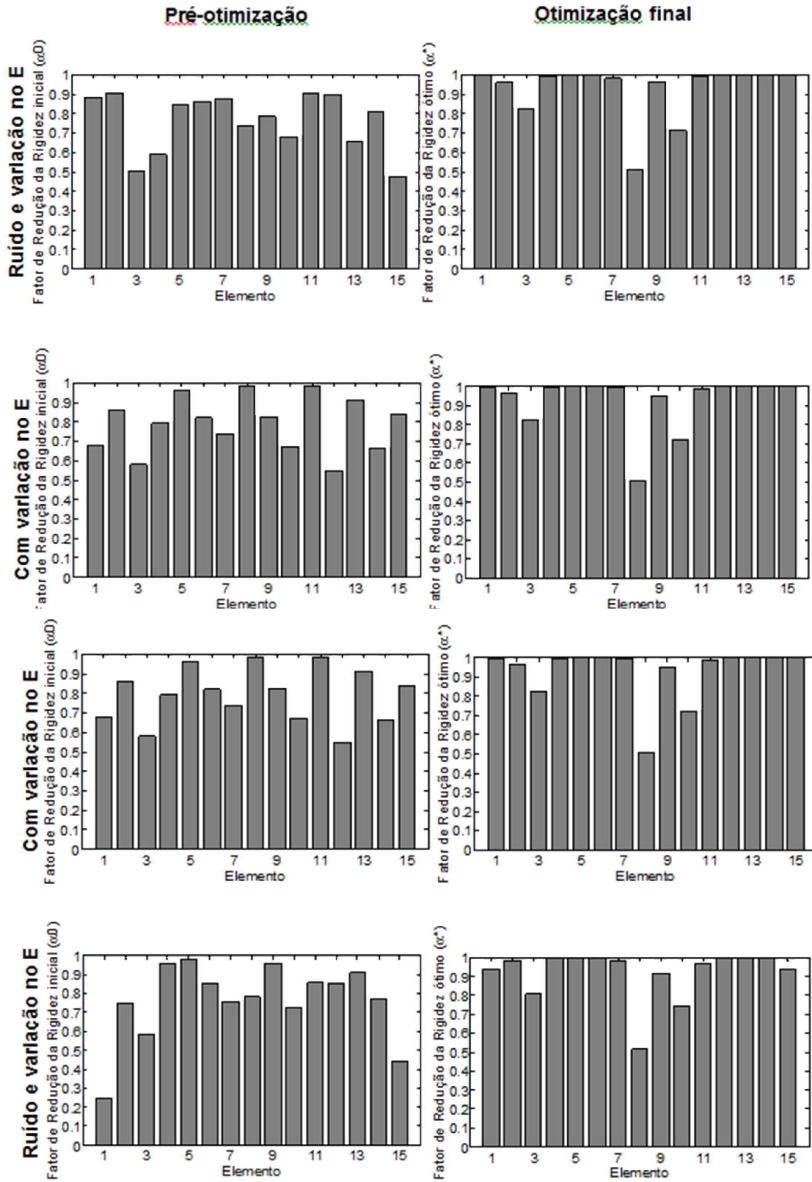


Figura 6.10: Cenário de dano 2 (20%, 50% e 30% de dano nos elementos 3, 8 e 10 respectivamente): Fator de redução de rigidez – P-NMA Original.

## 6.2.2 Viga em balanço modelado em 25 elementos finitos

O segundo exemplo consiste em uma viga em balanço, modelada em 25 elementos finitos (figura 6.11). A estrutura aqui adotada foi retirada da ref. [53] e tem 750mm de comprimento, seção em caixão, com dimensão exterior de 25.4mm e espessura da parede de 1mm. O peso específico e o módulo de elasticidade do material são respectivamente  $28 \text{ KN/m}^3$  e  $68.6 \text{ GPa}$ . Como no estudo da ref. [53] a viga foi também usada experimentalmente, uma massa de 18.2g foi incluída em todos os graus de liberdade do modelo numérico como forma de representar corretamente a presença de acelerômetros. Três cenários de dano são considerados conforme descrito na tabela 6.11, onde os cenários 1 e 2 são representados pela redução da rigidez do elemento 20 para 30% e 80% respectivamente e o cenário 3 a rigidez original do elemento 8 é reduzida para 70%. Neste problema, a função objetivo escolhida é dada pela equação (15) e é baseada apenas nas frequências naturais. Dois níveis de ruído foram considerados: no primeiro nível considera-se que as frequências naturais são perturbadas em 3% e no segundo nível em 5%.

As primeiras 5 frequências naturais identificadas são apresentadas na tabela 6.12 e os resultados são mostrados nas figuras 6.12 a 6.17.

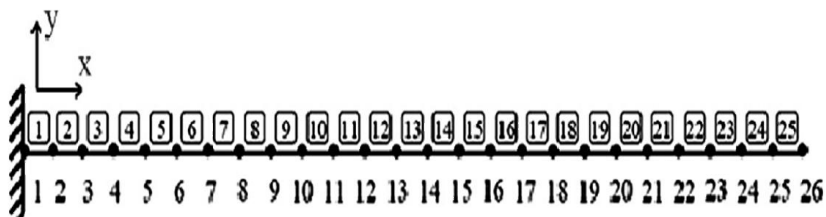


Figura 6.11: Viga em balanço modelada com 25 elementos.

Tabela 6.11. Cenários de dano analisados para a viga de 25 elementos finitos.

Cenário 1			Cenário 2			Cenário 3		
Nr do elemento	% de dano	Fator de redução de rigidez correspondente	Nr do elemento	% de dano	Fator de redução de rigidez correspondente	Nr do elemento	% de dano	Fator de redução de rigidez correspondente
20	70%	0.3	20	20%	0.8	8	30%	0.7

Tabela 6.12: Frequências naturais identificadas para a viga em balanço de 25 elementos (Hz).

Modo	3% de ruído				5% de ruído			
	Intacto	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Intacto	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3
1	26.52	26.54	26.56	26.15	26.53	26.54	26.78	26.27
2	164.23	160.75	163.94	164.21	164.43	160.83	164.61	163.85
3	452.17	419.30	450.09	446.55	451.49	420.87	447.26	445.58
4	862.03	801.83	854.95	857.50	862.35	801.14	852.90	859.47
5	1376.97	1333.67	1369.91	1379.04	1379.77	1329.08	1374.29	1378.60



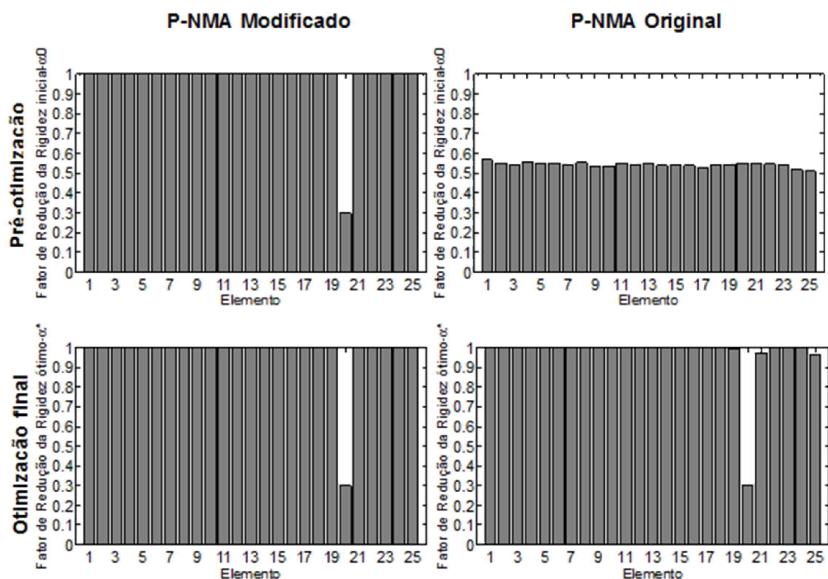


Figura 6.12: Cenário de dano 1 (70% de dano no elemento 20): Fator de redução de rigidez – 3% de ruído.

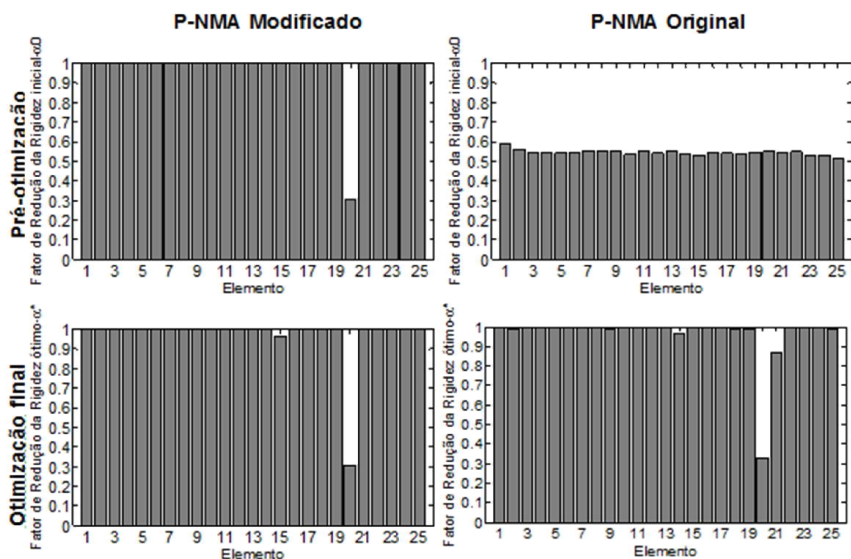


Figura 6.13: Cenário de dano 1 (70% de dano no elemento 20): Fator de redução de rigidez – 5% de ruído.

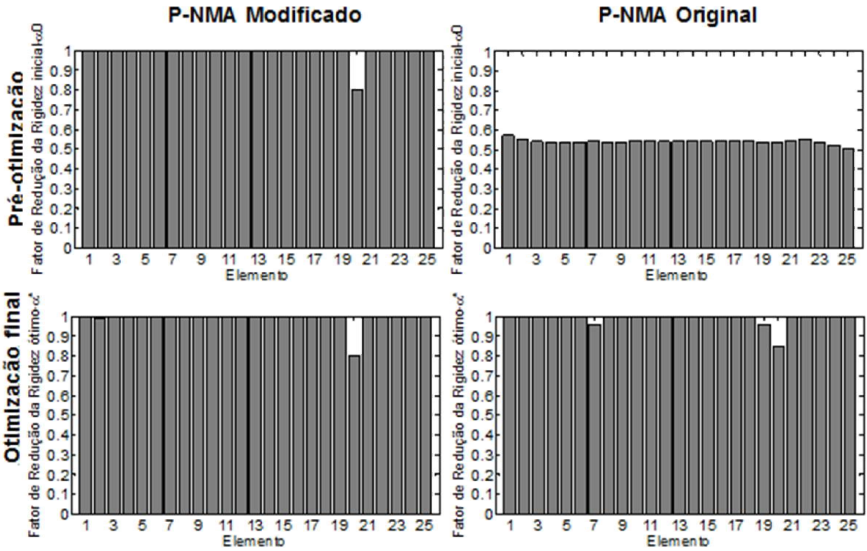


Figura 6.14: Cenário de dano 2 (20% de dano no elemento 20): Fator de redução de rigidez inicial– 3% de ruído.

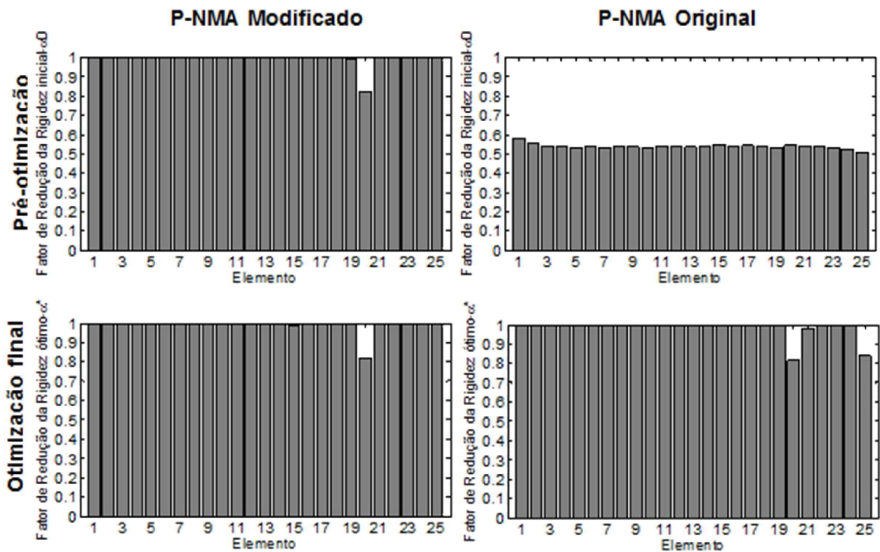


Figura 6.15: Cenário de dano 2 (20% de dano no elemento 20): Fator de redução de rigidez– 5% de ruído.

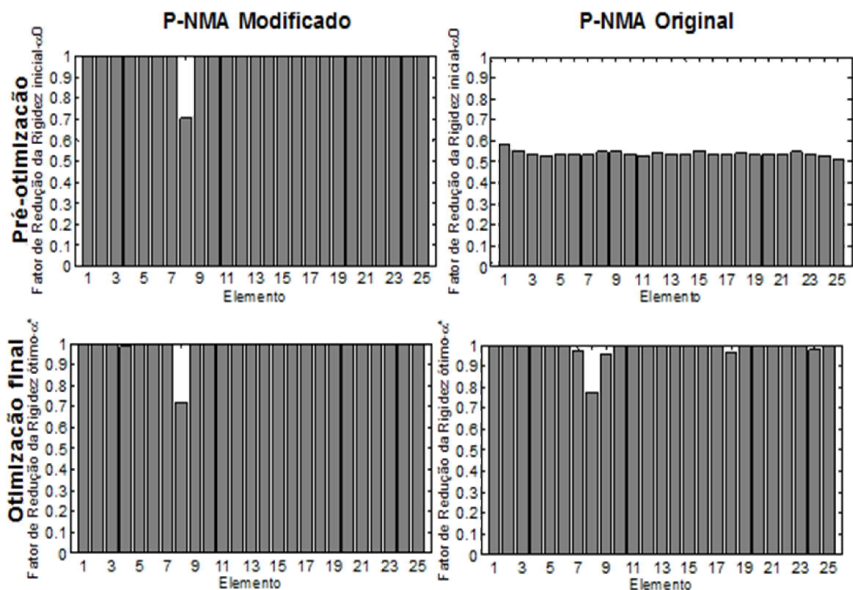


Figura 6.16: Cenário de dano 3 (30% de dano no elemento 8): Fator de redução de rigidez – 3% de ruído.

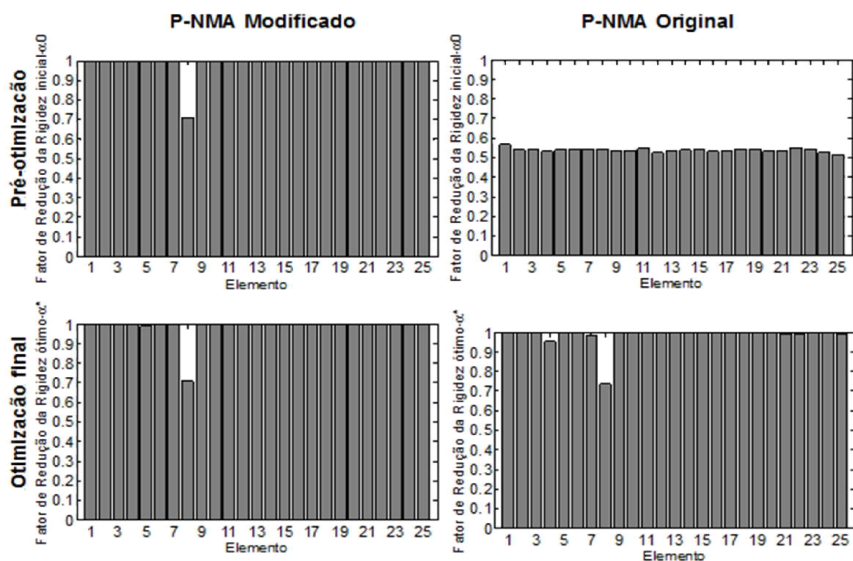


Figura 6.17: Cenário de dano 3 (30% de dano no elemento 8): Fator de redução de rigidez – 5% de ruído.

Dos resultados obtidos, nota-se que para todos os cenários de dano e os diferentes níveis de ruído, contrariamente a P-NMA Original, o P-NMA Modificado praticamente localiza e determina a extensão do dano ainda na fase da pré-otimização, ou seja, o fator de rigidez inicial ( $\alpha_0$ ) gerado pelo P-NMA Modificado já é praticamente a solução do problema.

E quanto à identificação final do dano, através da parte determinística de NMA verifica-se o seguinte:

- Para o cenário 1 com um ruído de 3% (figura 6.12) os dois algoritmos localizam e determinam corretamente a extensão do dano, sendo o P-NMA Modificado mais preciso. Por exemplo, no resultado final do P-NMA Original, uma pequena perturbação aparece nos elementos 21 e 25. Para o mesmo cenário 1 e com ruído de 5% (figura 6.13), o P-NMA Modificado continua determinando corretamente a localização e extensão final do dano, com apenas uma pequena perturbação no elemento 14; por sua vez o P-NMA Original além da perturbação no elemento 14, agrava-se a perturbação no elemento 21.

- No cenário 2, para um ruído de 3%, á semelhança do cenário 1 os dois algoritmos localizam e determinam corretamente a extensão do dano, sendo o P-NMA Modificado mais preciso; com o P-NMA Original, uma pequena perturbação aparece no elemento 7 e no elemento 19 junto do elemento com dano. E para 5% de ruído o P-NMA Modificado continua determinando corretamente a localização e extensão de dano. Já o P-NMA Original localiza e determina a extensão do dano, contudo apresenta um valor altamente espúrio no elemento 25.

-No cenário 3, em termos resultado final da parte determinística de NMA, os dois algoritmos foram capazes de localizar e determinar corretamente a extensão do dano para os dois níveis de ruído , sendo que o P-NMA Modificado mais uma vez foi o mais preciso.

Para ambos algoritmos foi fixado um custo computacional de 6,000 *OFE*, onde 5,000 *OFE* foi para encontrar a região da solução global e 1,000 *OFE* para correr a parte determinística de NMA.

### 6.2.3 Treliça com 10 barras

O terceiro exemplo é uma treliça plana de 10 barras mostrada na figura 6.18 e escolhida na ref. [6]. No estudo da ref. [6] os autores visavam comparar o desempenho do algoritmo híbrido P-NMA Original e o algoritmo híbrido PSO-NMA. Todos os membros da estrutura tem as seguintes propriedades: massa específica  $\rho = 7700\text{kg/m}^3$ , módulo de elasticidade  $E = 195\text{ GPa}$ , área da seção transversal  $A = 4.2 \times 10^{-4}$  e  $L=1$  m.

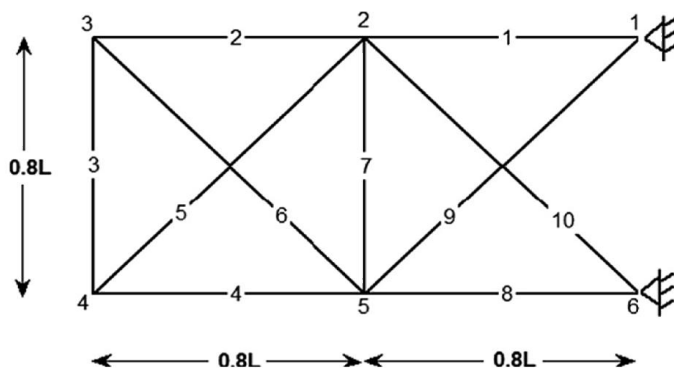


Figura 6.18. Treliça plana com 10 barras.

O dano, em apenas um único cenário, foi introduzido nos membros 2 e 8 através da redução da rigidez para 85%, conforme apresentado na tabela 6.13. A função objetivo selecionada para ser empregue na equação (14) é dada pela equação (20). As frequências naturais e formas modais foram perturbadas por um ruído gaussiano de 2% e 3% respetivamente.

Tabela 6.13: Cenário de dano analisado para a treliça plana de 10 barras.

Cenário de dano único		
Nr do elemento	% de dano	Fator de redução de rigidez correspondente
2	15%	0.85
8	15%	0.85

As frequências naturais correspondentes aos primeiros 5 modos de vibração são apresentadas na tabela 6.14 e os resultados nas tabelas 6.15 e 6.16. Para as formas modais adotou-se 12 deslocamentos nodais (isto é, considerando todos os GDL da estrutura).

Tabela 6.14: Frequências naturais identificadas para treliça plana de 10 barras (Hz).

Modo	Sem ruído		Ruído: 2% freq.; 3% formas modais	
	Condição intacta	Condição com dano	Condição intacta	Condição com dano
1	175.000	170.59676	175.156	170.732
2	500.669	484.72735	500.726	484.330
3	600.852	593.07454	600.923	592.853
4	1164.077	1155.7131	1164.185	1155.697
5	1193.536	1193.4556	1192.886	1193.550

Tabela 6.15: Fator de redução de rigidez para 15% de dano nos elemento 2 e 8 respectivamente – P-NMA Modificado.

Elemento	Fator de redução de rigidez ( $\alpha$ )				
	Dano exato	Dano estimado			
		Sem ruído		Ruído: 2% freq., 3% modos	
		Pré-otimização ( $\alpha_0$ )	Valor final ( $\alpha^*$ )	Pré-otimização ( $\alpha_0$ )	Valor final ( $\alpha^*$ )
1	1	1.000	1.000	1.000	0.997
2	0.85	0.847	0.850	0.834	0.845
3	1	1.000	1.000	1.000	1.000
4	1	1.000	1.000	1.000	0.993
5	1	1.000	1.000	1.000	0.999
6	1	1.000	1.000	0.963	0.997
7	1	1.000	1.000	1.000	1.000
8	0.85	0.847	0.850	0.860	0.855
9	1	1.000	1.000	1.000	1.000
10	1	1.000	1.000	1.000	0.992
OFE	-	5000	5000	5000	5000

OFE – Objective Function Evaluation (“Avaliações da Função Objetivo”).

Tabela 6.16: Fator de redução de rigidez para 15% de dano nos elemento 2 e 8 respectivamente – P-NMA Original

Elemento	Fator de redução de rigidez ( $\alpha$ )				
	Dano exato	Dano estimado			
		Sem ruído		Ruído: 2% freq. , 3% modos	
		Pré-otimização ( $\alpha_0$ )	Valor final ( $\alpha^*$ )	Pré-otimização ( $\alpha_0$ )	Valor final ( $\alpha^*$ )
1	1	0.998	1.000	0.825	0.997
2	0.85	0.980	0.850	0.946	0.845
3	1	0.825	1.000	0.624	1.000
4	1	0.920	1.000	0.687	0.993
5	1	0.623	1.000	0.835	0.999
6	1	0.929	1.000	0.873	0.997
7	1	0.504	1.000	0.451	1.000
8	0.85	0.946	0.850	0.903	0.855
9	1	0.929	1.000	0.823	1.000
10	1	0.745	1.000	0.826	0.992
OFE	-	5000	5000	5000	5000

OFE – Objective Function Evaluation (“Avaliações da Função Objetivo”).

Nesta estrutura, os dois algoritmos identificaram corretamente o dano para ambos casos de ausência e presença do ruído. A grande e importante diferença entre os resultados dos dois algoritmos está no fator de redução de rigidez inicial (parte da pré-otimização): para o caso em que não se considera a influência do ruído sobre as medições, o fator de redução de rigidez inicial ( $\alpha_0$ ) gerado pelo P-NMA Modificado já constitui praticamente a solução o problema, ou seja, o P-NMA Modificado identifica o dano (localização e extensão) ainda na fase da pré-otimização (parte estocástica do algoritmo híbrido) e no caso em que

ruído é adicionado nos parâmetros dinâmicos, este fator também aproxima-se muito da solução final, fato que não acontece com P-NMA Original.

Para os dois algoritmos o custo computacional foi fixado em 10,000 *OFE* (5,000 *OFE* para a localização da região da solução global e 5,000 *OFE* para correr a parte determinística de NMA).

#### 6.2.4 Treliça plana com 31 barras

O quarto exemplo trata-se de uma treliça plana de 31 barras mostrada na figura 6.19 e selecionada da ref<sup>a</sup>. [51]. Este é portanto um exemplo bastante interessante para testar a eficácia das modificações propostas, uma vez que o algoritmo original apresentou muitas dificuldades para identificação do dano. A treliça é modelada utilizando o método de elementos finitos. A densidade e o módulo de elasticidade do material são respectivamente  $2770 \text{ kg/m}^3$  e  $70 \text{ GPa}$ , e a área da seção é de  $0.0005 \text{ m}^2$ . São analisados três cenários de dano conforme a tabela 6.17, onde o cenário 1 é representado pela redução da rigidez dos membros 11 e 25 para 75 e 85% respectivamente, o cenário 2 a rigidez original do membro 16 é reduzida para 30% e no cenário 3 a rigidez dos membros 1 e 2 é reduzida para 70 e 80% respectivamente. A função objetivo selecionada para ser empregue na equação (14) é dada pela equação (20). Neste exemplo, para todos os cenários de dano foram consideradas duas situações: a primeira sem levar em conta o efeito do ruído nas medições e na segunda situação um ruído gaussiano de 3% e 4% é adicionado nas frequências naturais e formas modais, respectivamente.

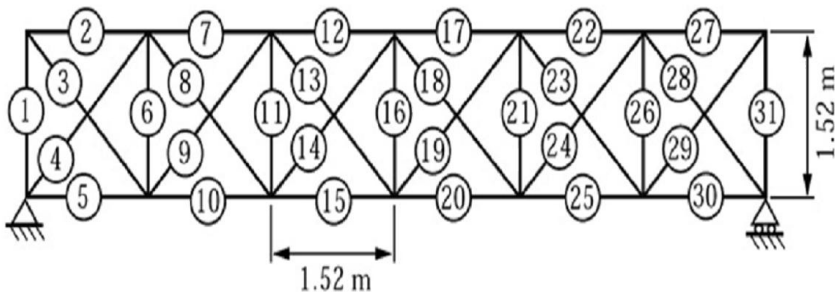


Figura 6.19: Treliça plana com 31 barras.



Tabela 6.17: Cenários de dano analisados para a treliça plana de 31 barras.

Cenário 1			Cenário 2			Cenário 3		
Nr do elemento	% de dano	Fator de redução de rigidez correspondente	Nr do elemento	% de dano	Fator de redução de rigidez correspondente	Nr do elemento	% de dano	Fator de redução de rigidez correspondente
11	25%	0.75	16	30%	0.7	1	30%	0.7
25	15%	0.85	-	-	-	2	20%	0.8

As frequências naturais correspondentes aos primeiros 5 modos de vibração são apresentados na tabela 6.18 e os resultados nas figuras 6.20 a 6.25. Conforme o exemplo numérico anterior, para as formas modais, adoptou-se os deslocamentos nodais para todos os GDL da estrutura (isto é, 28).

Tabela 6.18: Frequências naturais identificadas para a treliça plana de 31 barras (Hz).

Modo	Sem ruído				Ruído: 3% freq.; 4% formas modais			
	Intacto	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Intacto	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3
1	36.432	36.212	36.431	36.346	36.520	36.301	36.583	36.422
2	76.095	75.968	75.990	76.093	75.886	75.761	76.176	76.256
3	133.810	132.388	133.756	132.884	133.455	131.918	133.264	134.262
4	223.379	222.768	222.699	222.797	222.825	221.090	222.646	222.735
5	250.182	248.942	250.058	246.445	250.390	249.888	250.006	245.305

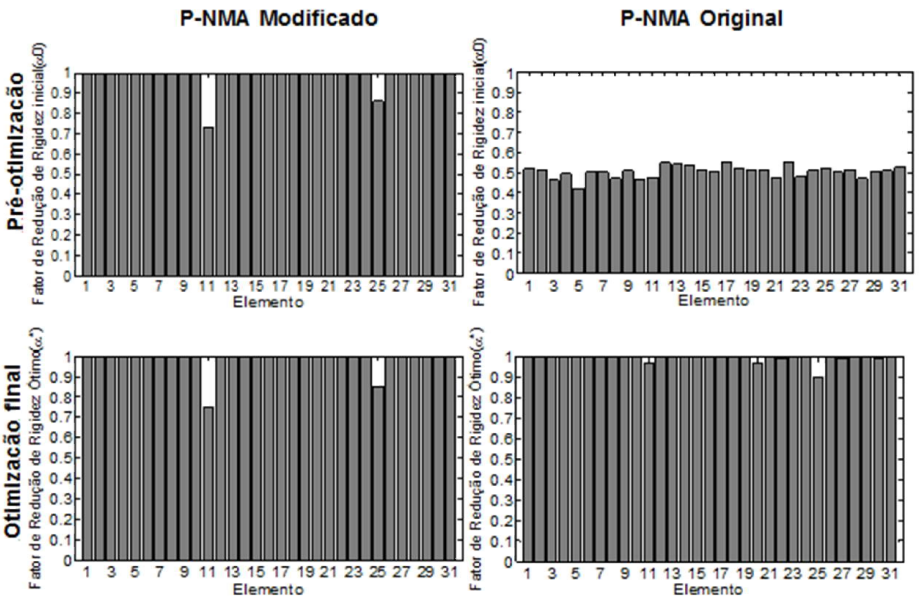


Figura 6.20: Cenário 1 (25% e 15% de dano nos elementos 11 e 25 respectivamente): Fator de redução de rigidez– Sem ruído.

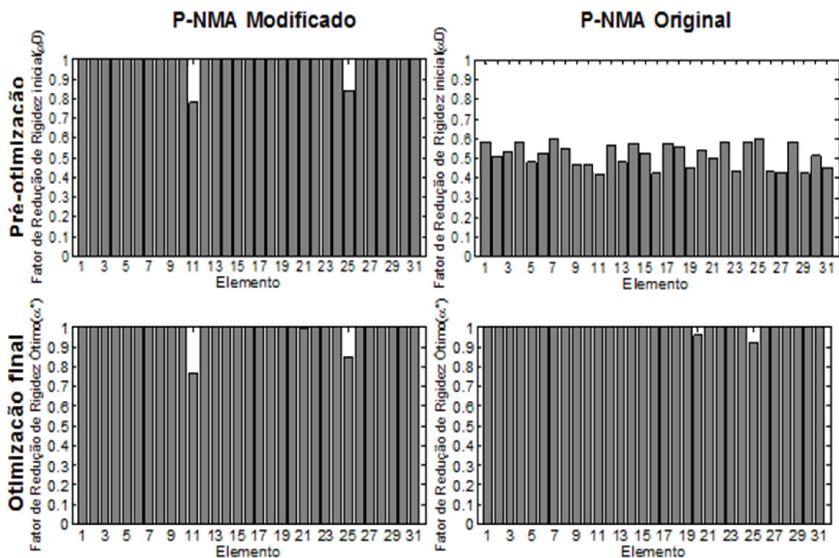


Figura 6.21: Cenário 1 (25% e 15% de dano nos elementos 11 e 25 respectivamente): Fator de redução de rigidez – Ruído: 3% freq. e 4% formas modais.

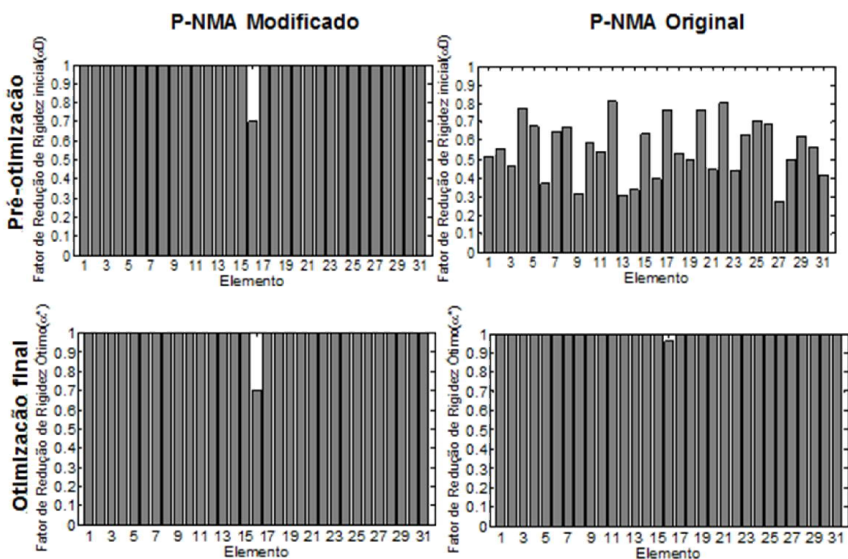


Figura 6.22: Cenário 2 (30% de dano no elemento 16): Fator de redução de rigidez – Sem ruído.

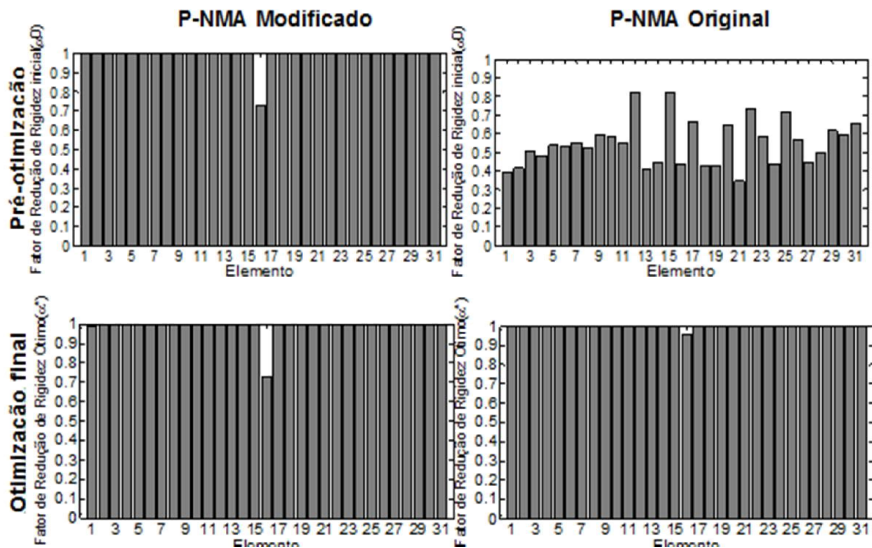


Figura 6.23: Cenário 2 (30% de dano no elemento 16): Fator de redução de rigidez – Ruído: 3% freq. e 4% formas modais.

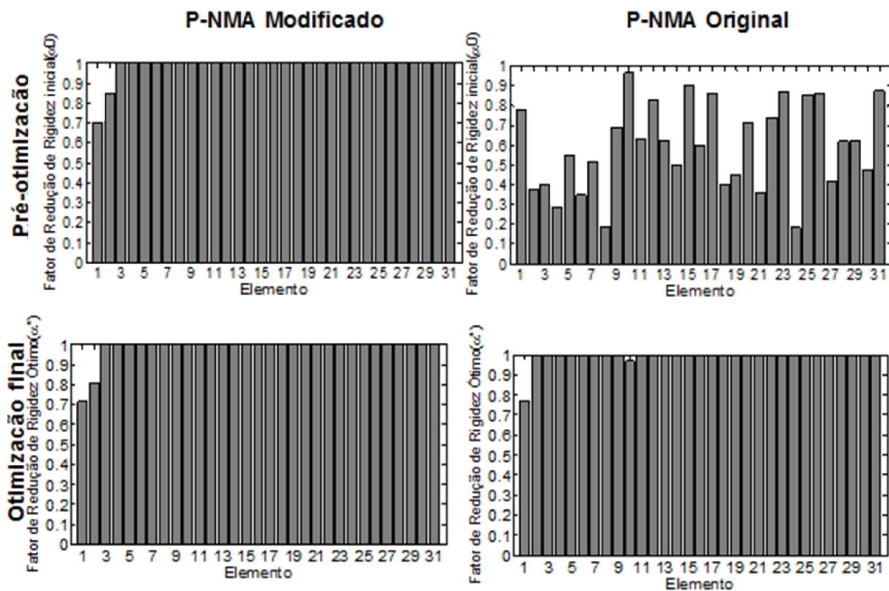


Figura 6.24: Cenário 3 (30% e 20% de dano nos elementos 1 e 2 respectivamente): Fator de redução de rigidez – Sem ruído.

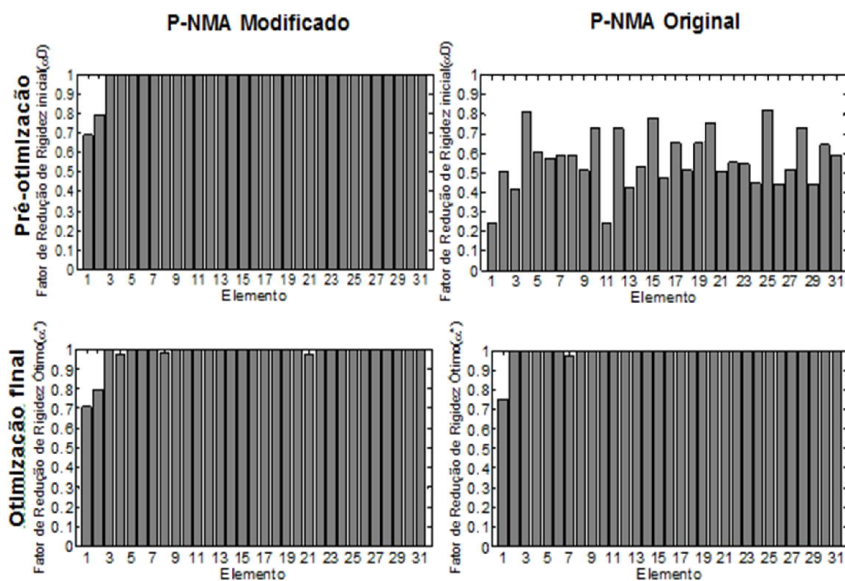


Figura 6.25: Cenário 3 (30% e 20% de dano nos elementos 1 e 2 respetivamente): Fator de redução de rigidez– Ruído: 3% freq. e 4% formas modais.

Neste exemplo é bastante visível a capacidade que o algoritmo P-NMA Modificado tem em detectar e quantificar a extensão do dano comparativamente ao P-NMA Original. Concretamente:

- No cenário 1 e sem influência do ruído (figura 6.20) o P-NMA Modificado localiza e determina os danos múltiplos ainda na fase da pré-otimização, sendo o resultado da otimização final também bastante preciso, enquanto que o P-NMA Original apenas consegue localizar o dano, sem no entanto ter capacidade de determinar a extensão de nenhum dos dois danos presentes na estrutura. No mesmo cenário 1 e com ruído gaussiano de nível de 3% e 4% adicionado respetivamente nas frequências naturais e formas modais (figura 6.21), as dificuldades do P-NMA Original aumentam, não conseguindo determinar completamente a localização dos múltiplos danos presentes na estrutura. Contrariamente, o P-NMA Modificado continua a determinar com exatidão a localização e extensão do dano, em que na fase da pré-

otimização já dá uma boa indicação das regiões danificadas, assim como a extensão do dano.

- No cenário 2 e sem influência do ruído (figura 6.22), o fator de redução de rigidez inicial fornecido pelo P-NMA Modificado é praticamente igual a solução final do problema, tanto em termos de localização como extensão do dano. Com ruído (figura 6.23), neste cenário de único dano, a parte da pré-otimização do P-NMA Modificado dá uma boa indicação em termos da localização do dano e a solução final é muito precisa. Já o P-NMA Original apenas consegue localizar o dano tanto na ausência como na presença do ruído;

- No último cenário 3, também com múltiplos danos (figuras 6.24 e 6.25), tanto com ausência ou presença ruído, a identificação final do dano através do P-NMA Modificado também é muito boa, em que só na parte da pré-otimização o dano é praticamente identificado, tanto em termos de localização como a sua extensão. Contrariamente, o P-NMA Original apresenta dificuldades para efetuar uma localização completa dos dois elementos com dano.

Para ambos algoritmos, o custo computacional foi fixado em um total de 16,200 *OFE* (10,000 *OFE* correspondente à parte estocástica e 6,200 *OFE* à determinística) para casos em que a influência do ruído não é considerada, e 28,600 *OFE* (10,000 *OFE* da parte estocástica e 18,600 *OFE* da parte determinística) para o caso em que leva em conta o efeito do ruído.

### 6.2.5 Pórtico plano

A última estrutura a ser analisada foi recentemente estudada por Gomes e Silva [42] e Miguel et al. [6]. No trabalho desenvolvido por Gomes e Silva [42] foi feita uma comparação do desempenho do AG codificado e o método da sensibilidade modal para a detecção de dano. E o trabalho de Miguel e Lopez et al. [6] visava comparar o desempenho do P-NMA Original e os métodos usados por Gomes e Silva [42]. Em ambos trabalhos não foi considerado o efeito do ruído ou uma possível variação nas propriedades da rigidez. No presente trabalho, uma comparação dos resultados obtidos através do algoritmo P-NMA Modificado, do algoritmo P-NMA Original de Miguel e Lopez et al. [6] e do AG de Gomes e Silva [42] é realizada. A estrutura possui uma seção transversal retangular com uma altura  $h=0.24\text{m}$ , largura  $b=0.14\text{m}$ ,

e o comprimento e altura são respetivamente  $L=2.4\text{m}$  e  $H=1.6\text{m}$ . O Módulo de Young do material é  $E=2.5 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$  e a densidade é  $\rho=2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ . A estrutura foi discretizada em 56 elementos finitos (figura 6.26), originando um total de 57 nós, com 3 GDL cada. A função objetivo utilizada neste exemplo é descrita pela equação (20) e foram adotados 17 deslocamentos nodais para as formas modais.

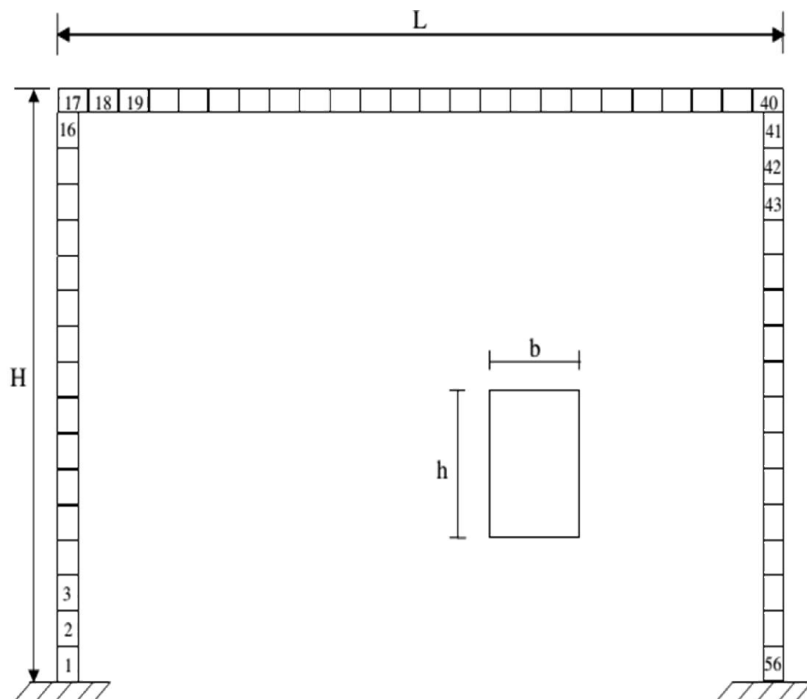


Figura 6.26: Modelo do pórtico plano e a respetiva seção transversal.

Tal como nos trabalhos de Gomes e Silva [42] e Miguel et al. [6], dois cenários de dano são considerados conforme discriminado na tabela 6.19, sendo o primeiro cenário de apenas dano simples (único elemento com dano) e o segundo com danos múltiplos.

Tabela 6.19: Cenários de dano analisados para o pórtico plano modelado em 56 elementos finitos.

Cenário de dano 1		Cenário de dano 2	
Nr do elemento	Fator de redução de rigidez	Nr do elemento	Fator de redução de rigidez
24	0.9	10	0.9
-	-	28	0.9
-	-	52	0.9

As primeiras 5 frequências naturais identificadas são apresentadas na tabela 6.20 e os resultados nas figuras 6.27 a 6.32.

Tabela 6.20: Frequências naturais identificadas do pórtico plano (Hz).

Modo	Intacto	Cenário de dano 1	Cenário de dano 2
1	36.209	36.1507	36.1991
2	90.5946	89.8678	90.4702
3	225.0359	222.6638	224.6262
4	247.6641	247.6435	247.6603
5	313.7571	312.2415	313.4879

Nos resultados apresentados, para o cenário de dano 1, em termos do resultado final de identificação do dano, tanto o P-NMA Modificado como o P-NMA Original foram capazes de determinar corretamente a localização e extensão do dano, sendo que o P-NMA Modificado foi mais preciso (figuras 6.27 e 6.28). Ainda no cenário de dano 1, as figuras 6.27a e 6.28a mostram os fatores de redução de rigidez iniciais ( $\alpha_0$ ) gerados pelo algoritmo P-NMA Modificado e P-NMA Original respectivamente: conforme se pode observar, o fator de redução de rigidez inicial gerado pelo P-NMA Modificado praticamente constitui a solução do problema. Ao contrário, o fator de redução de rigidez inicial gerado pelo P-NMA Original encontra-se muito longe da solução final, e este fato fez com que algoritmo P-NMA Original precisasse de maior



número de avaliações da função objetivo (maior custo computacional) para atingir a solução, se comparado com P-NMA Modificado. Já o AG apresentado por Gomes e Silva [42] (figura 6.29) não foi capaz de identificar corretamente o tamanho do dano e, além disso, valores espúrios apareceram junto do elemento 33.

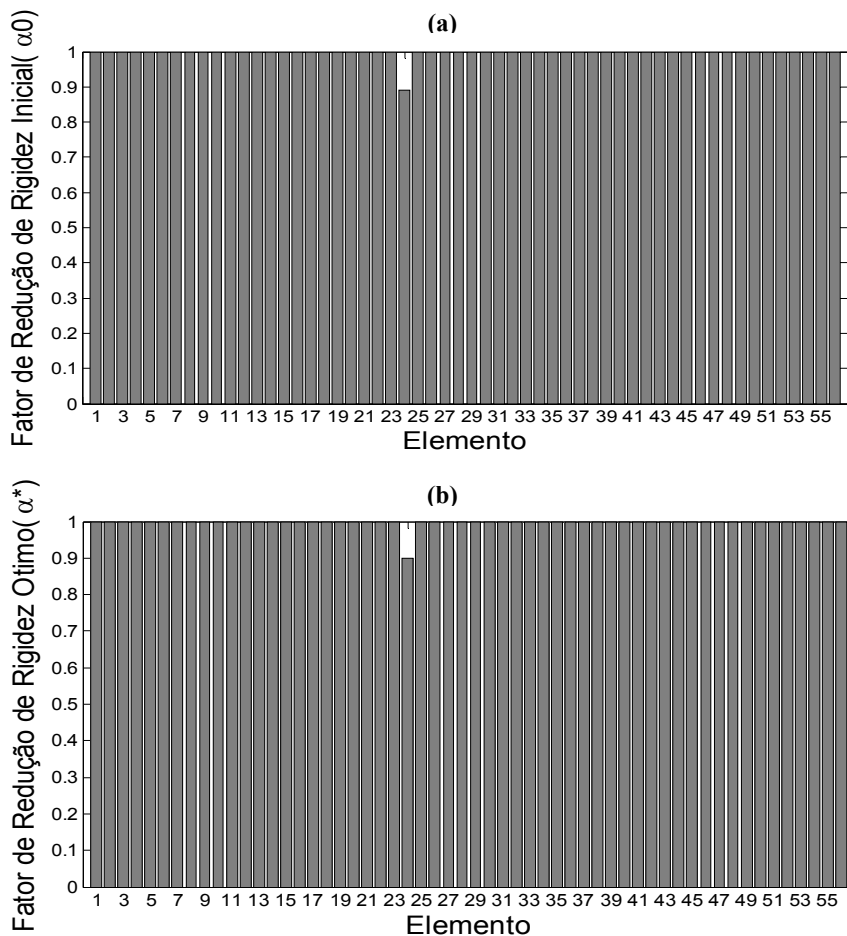


Figura 6.27: Cenário de dano 1- 10% de dano no elemento 24: (a) fator de redução de rigidez inicial ( $\alpha_0$ ), (b) fator de redução de rigidez final ótimo ( $\alpha^*$ ) - P-NMA Modificado.

No 2º cenário, utilizando o algoritmo P-NMA Modificado foi possível identificar a localização e o tamanho dos múltiplos danos com exatidão. Com o P-NMA Original Miguel et al. [6] foi possível localizar e determinar o tamanho do dano, porém verifica-se uma perturbação nos elementos 51 e 53; com essa perturbação, o dano identificado no elemento 52 é de 2.5% contra o dano real que é de 10%, e além disso, comparativamente ao algoritmo P-NMA Modificado, o algoritmo P-NMA Original precisou de maior número de avaliações da função objetivo para atingir a solução. Já o AG de Gomes e Silva [42], não pôde nem localizar corretamente os elementos danificados (valores espúrios aparecem em muitos elementos). E sendo assim, pode-se concluir que o P-NMA Modificado foi mais preciso em relação ao P-NMA Original de Miguel et al. [6] e muito mais em relação ao AG apresentado por [42].

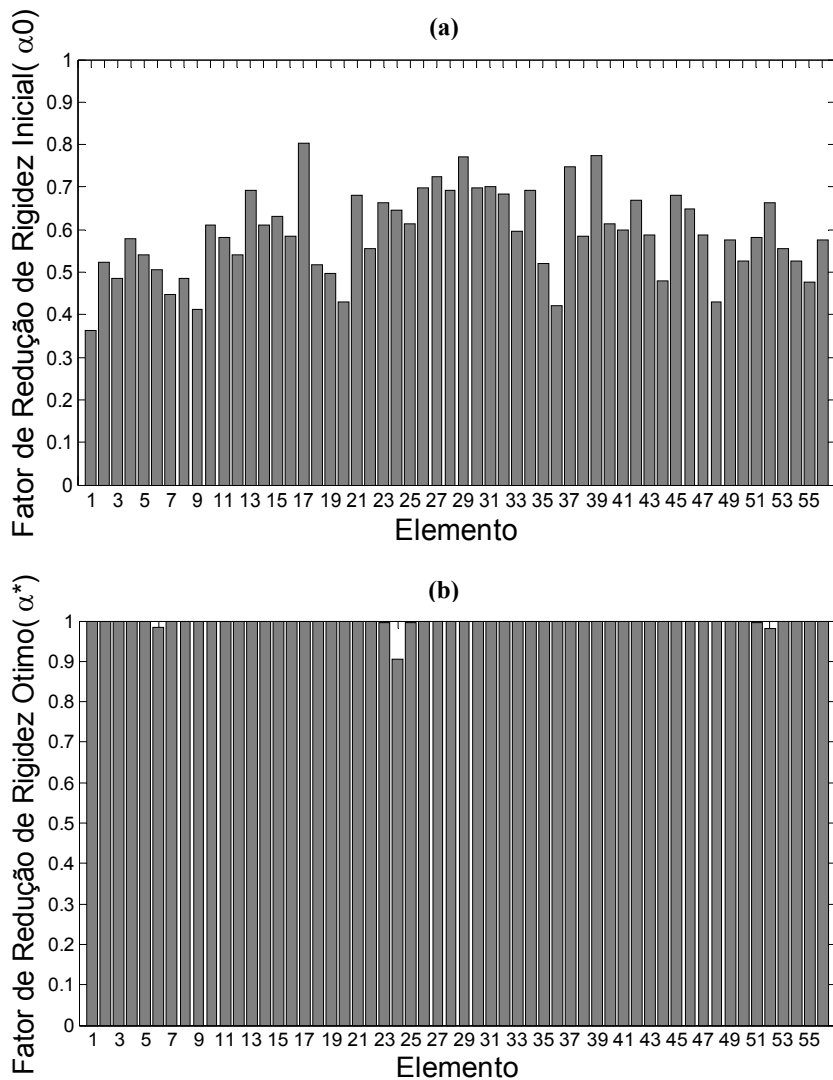


Figura 6.28. Cenário de dano 1- 10% de dano no elemento 24: (a) fator de redução de rigidez inicial ( $\alpha_0$ ), (b) fator de redução de rigidez final ótimo ( $\alpha^*$ ) - P-NMA Original de Miguel et al. [6].

A tabela 6.21 a seguir mostra o custo computacional que cada algoritmo precisou para atingir a solução:

Tabela 6.21: Custo computacional para os três algoritmos (P-NMA Modificado, P-NMA Original e AG).

Algoritmo	Custo computacional (OFE)					
	Cenário de dano 1			Cenário de dano 2		
	Parte estocástica	Parte determinística	Total	Parte estocástica	Parte determinística	Total
P-NMA Modificado	5,000	11,200	16,200	20,000	33,600	53,600
P-NMA Original	5,000	33,600	38,600	20,000	67,200	87,200
AG	1.0E+06	-	1.0E+06	1.0E+06	-	1.0E+06

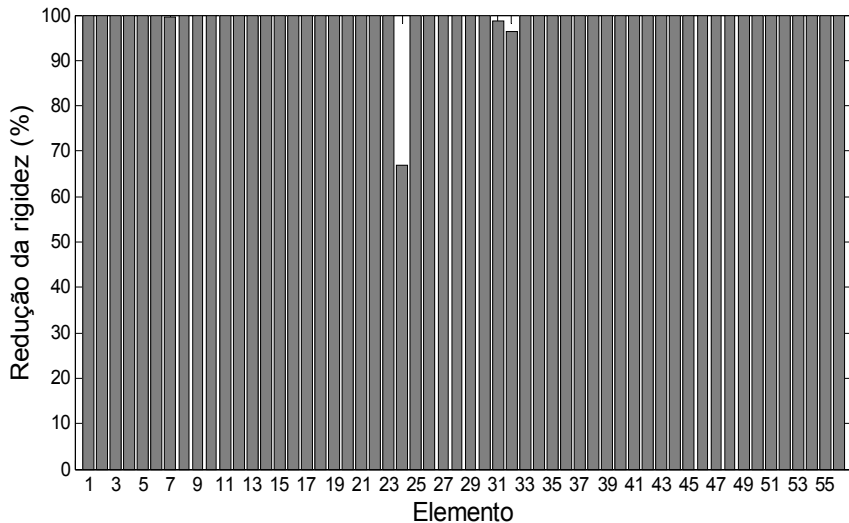


Figura 6.29: Cenário de dano 1- 10% de dano no elemento 24: fator de redução de rigidez ótimo ( $\alpha^*$ ) – AG de Gomes e Silva [42].

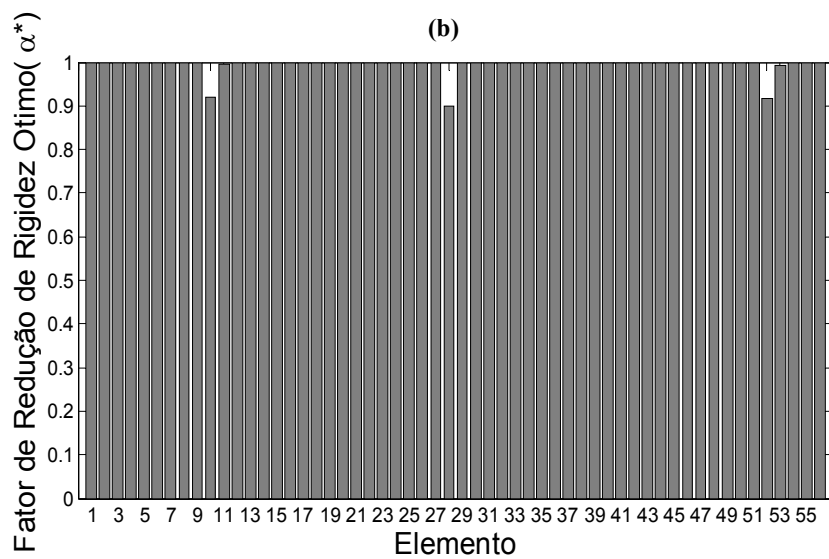
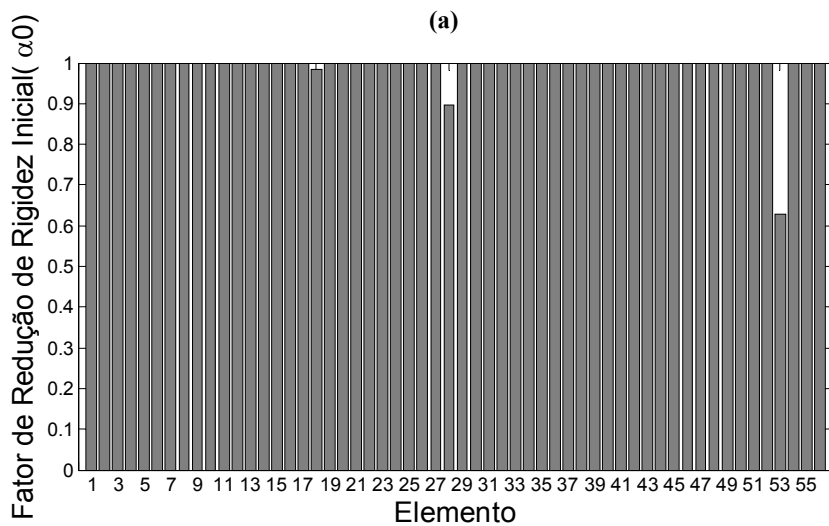


Figura 6.30: Cenário de dano 2- 10% de dano nos elementos 10, 28 e 52: (a) fator de redução de rigidez inicial ( $\alpha_0$ ), (b) fator de redução de rigidez final ótimo ( $\alpha^*$ ) - P-NMA Modificado.

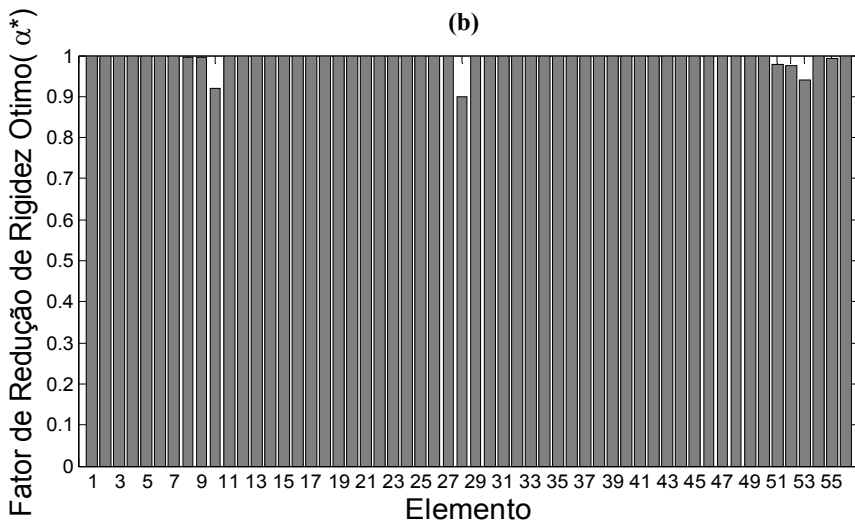
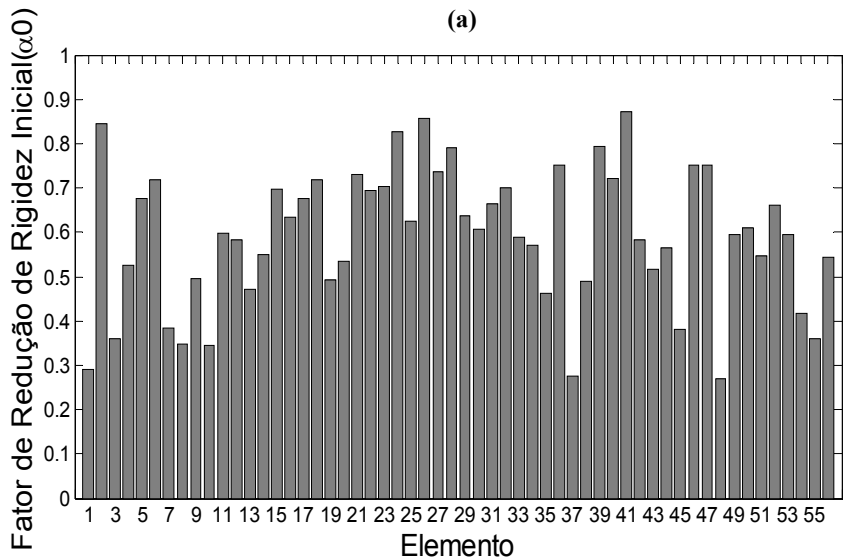


Figura 6.31: Cenário de dano 2- 10% de dano nos elementos 10, 28 e 52: (a) fator de redução de rigidez inicial ( $\alpha_0$ ), (b) fator de redução de rigidez final ótimo ( $\alpha^*$ ) P-NMA Original de Miguel et al. [4].

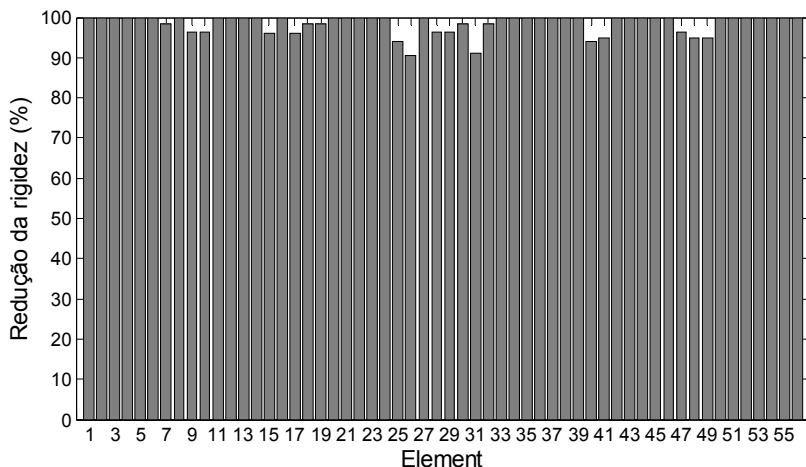


Figura 6.32: Cenário de dano 2- 10% de dano nos elementos 10, 28 e 52: fator de redução de rigidez final ótimo ( $\alpha^*$ ) - AG de Gomes e Silva [42].

Conforme mostrado na tabela 6.21, em todos os cenários de dano o P-NMA Modificado foi o que precisou de menor número de avaliações da função objetivo para atingir a solução e conseqüentemente menor custo computacional dentre os três algoritmos. Por seu turno, o AG foi o que teve maior custo computacional dentre os três algoritmos.





## 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 7.1 CONCLUSÕES

No presente trabalho foi apresentada uma proposta que permite aperfeiçoar o algoritmo de otimização híbrido estocástico-determinístico (P-NMA) para a detecção de dano a partir de dados de ensaios dinâmicos. O algoritmo resultante das modificações implementadas (P-NMA Modificado) foi testado para uma série de problemas *benchmark* de identificação de dano disponíveis na literatura. Essa verificação baseou-se essencialmente na comparação do algoritmo melhorado P-NMA Modificado e o algoritmo base (P-NMA Original), uma vez que a eficácia do segundo em relação a diversos algoritmos metaheurísticos foi demonstrada em Miguel et al. [6]. Conforme referido mais a diante, em um dos exemplos numéricos de identificação de dano, uma comparação secundária envolvendo o AG foi também realizada.

Inicialmente, visando aferir os parâmetros envolvidos na parte estocástica do algoritmo, problemas matemáticos de otimização global foram utilizados juntamente com o algoritmo P-NMA Original.

Na série de problemas *benchmark* de identificação de dano, o primeiro exemplo analisado foi uma viga simplesmente apoiada, retirada na ref. [16]. Neste exemplo, três casos foram considerados: primeiro ignorando o ruído e possível variação da rigidez ao da estrutura real, no segundo caso admitiu-se haver variabilidade da rigidez ao longo da estrutura real e ignorou-se o ruído e no terceiro caso simulou-se simultaneamente a influência do ruído sobre os dados experimentais e a variabilidade da rigidez ao longo da estrutura real. Embora os dois algoritmos tenham identificado o dano (localização e extensão), para um mesmo custo computacional, o P-NMA Modificado mostrou melhor desempenho, tendo sido mais preciso que o P-NMA Original principalmente quando foi considerado o ruído e variabilidade da rigidez ao longo da estrutura real. Nos cenários de dano analisados, ainda na sua fase de pré-otimização (parte estocástica), o P-NMA Modificado mostrou a capacidade de realizar uma boa identificação e/ou localização das regiões potencialmente danificadas.

O segundo exemplo foi uma viga em balanço, retirada da ref. [53] e considerando influência do ruído sobre os dados experimentais. Para os diversos cenários analisados, o P-NMA Modificado mostrou a sua capacidade em localizar e determinar a extensão do dano ainda na fase da pré-otimização, fato que não acontece com o P-NMA Original. Quanto ao resultado final da identificação do dano, os dois algoritmos foram capazes de localizar e determinar a extensão do dano, entretanto para um mesmo custo computacional, o P-NMA Original foi menos preciso, tendo apresentando em alguns casos valores espúrios.

O terceiro e quarto exemplos consistiram de duas treliças planas de 10 e 31 barras respectivamente, retiradas das refs. [6] e [51], respectivamente. Para as duas estruturas foram considerados dois casos: primeiro ignorando o ruído e no segundo caso simular a influência do mesmo sobre os dados experimentais. Na primeira treliça de 10 barras, em termos de resultado final, os dois algoritmos (P-NMA Modificado e Original) identificaram com boa precisão o dano (localização e extensão). A grande diferença foi verificada na fase da pré-otimização, em que ainda nesta fase, diferentemente do P-NMA Original, o P-NMA Modificado mostrou mais uma vez a sua capacidade de identificar o dano.

Já a treliça de 31 barras mostrou ser um exemplo mais interessante uma vez que mesmo sem considerar o efeito do ruído sobre as medições, o P-NMA Original não foi capaz de determinar a extensão do dano. E considerando o ruído, o P-NMA Original apresentou ainda dificuldades maiores para localizar o dano. Contrariamente, o P-NMA Modificado, á semelhança dos exemplos anteriores mostrou a sua capacidade em identificar corretamente o dano, tanto na fase da pré-otimização (parte estocástica) quanto na fase final (parte determinística).

O último exemplo estudado foi um pórtico plano inicialmente estudado por Gomes e Silva [42] utilizando AG e Miguel et al. [6] utilizando o algoritmo híbrido P-NMA Original, em que em ambos estudos não foi levado em conta o efeito do ruído. Assim, neste trabalho, além da comparação entre o P-NMA Modificado e P-NMA Original, uma terceira comparação envolvendo o AG foi realizada. O P-NMA Modificado mostrou melhor desempenho em relação ao P-NMA Original e muito mais em relação ao AG, tendo identificado corretamente o dano em todos os cenários com um razoável baixo custo computacional. O P-NMA Original, só foi capaz de identificar os vários cenários de dano mediante o aumento do custo computacional, que foi

maior em relação ao do P-NMA Modificado. Adicionalmente, para dano simples (único dano presente na estrutura) o P-NMA Modificado foi capaz de localizar e determinar a extensão do dano ainda na fase da pré-otimização (parte estocástica do algoritmo). Já o AG da ref. [42], no caso de dano simples não foi capaz de determinar a extensão do mesmo, e para múltiplos danos não foi nem capaz de localizar o dano.

Assim, o algoritmo híbrido P-NMA Modificado mostra-se bastante atrativo, uma vez que as modificações propostas sobre o algoritmo original não acarretam nenhum custo computacional adicional e funcionaram bem em todos os casos estudados nesta dissertação.

## 7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A seguir são listadas algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Identificação de dano em estruturas utilizando dados de ensaios dinâmicos reais;
- Simulação de ensaios dinâmicos não-destrutivos sob vibração livre, vibração ambiental e excitação por impacto;
- Utilização de diferentes metodologias para a obtenção de parâmetros dinâmicos experimentais;
- Aperfeiçoamento na análise da influência do ruído sobre os dados experimentais e outras imprecisões relacionadas com estruturas reais;
- Utilização de filtros e outros métodos de filtragem de dados reais contaminados pelo ruído;
- Estudo de identificação de dano levando em conta a orientação ou direção do mesmo na estrutura e análise sobre possível relação entre o dano presente na estrutura e os GDL afetados pelo mesmo.
- Aperfeiçoamento no estudo de algoritmos híbridos, testando mais algoritmos estocásticos/metaheurísticos e algoritmos determinísticos.



**REFERÊNCIAS**

- [1] J. Nocedal, S. J. Wright, Numerical Optimization, Second Edition, 2006.
- [2] L. F. Fadel Miguel, L. F. F. Miguel, R. H. Lopez, Robust design optimization of friction dampers for structural response control, Structural Control & Health Monitoring, Structural Control & Health Monitoring (Print), v. 21, p. n/a-n/a, 2014.
- [3] L. L. Beghinil, Building science through topology optimization. Dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2013.
- [4] Y.J. Yan, L. Cheng, Z.Y. Wu, L.H. Yam, Development in vibration-based structural damage detection technique, Mechanical Systems and Signal Processing 21 (2007) 2198–2211.
- [5] D. Foti, Dynamic Identification Techniques to Numerically Detect the Structural Damage, The Open Construction and Building Technology Journal, 2013, 7, 43-50.
- [6] L. F. Fadel Miguel, R. H. Lopez, L. F. F. Miguel, A hybrid approach for damage detection of structures under operational conditions, Journal of Sound and Vibration 332 (2013) 4241–4260.
- [7] E. P. Carden, P. Fanning, Vibration Based Condition Monitoring: A Review, Structural Health Monitoring 2004; 3; 355
- [8] O. Salawu, Detection of structural damage through changes in frequency: a review, Engineering Structures 19 (9) (1997) 718–723.
- [9] W. Ren, Z. Zong, Output-only modal parameter identification of civil engineering structures, Structural Engineering and Mechanics, Vol. 17, No. 3-4 (2004) 000-000.
- [10] L.F.F. Miguel, L.F. Fadel Miguel, C.A.K. Thomas, Theoretical and experimental modal analysis of a cantilever steel beam with a tip mass, Journal of Mechanical Engineering Science 223 (2009) 1535–1541.
- [11] P. Van Overschee, B. de Moor, Subspace algorithm for the stochastic identification problem, Automatica 29 (1993) 649–660.
- [12] J.N. Juang, R.S. Pappa, An eigensystem realisation algorithm for modal parameter identification and model reduction, AIAA Journal of Guidance 8 (5) (1985) 620–627.

- [13] A. Messina, E.J. Williams, T. Contursi, Structural damage detection by a sensitivity and statistical-based method, *Journal of Sound and Vibration* 216 (1998) 791–808.
- [14] A. Batavanis, Structural damage localization and quantification using modern optimization techniques. Postgraduate thesis. National Technical University of Athens. Athens, 2012.
- [15] A.K. Pandey, M. Biswas, Damage detection in structures using changes in flexibility, *Journal of Sound and Vibration* 169 (1) (1994) 3–17.
- [16] B. Jaishi, W.X. Ren, Damage detection by finite element model updating using modal flexibility residual, *Journal of Sound and Vibration* 290 (2006) 369–387.
- [17] L.F. Fadel Miguel, L.F.F. Miguel, J.D. Riera, R.C. Ramos de Menezes, Damage detection in truss structures using a flexibility based approach with noise influence consideration, *Structural Engineering and Mechanics* 27 (5) (2007) 625–638.
- [18] H. Y. Hwang, C. Kim, Damage detection in structures using a few frequency response measurements, *Journal of Sound and Vibration* 270 (2004) 1–14.
- [19] Z. Wang, R. Lin, M. Lim, Structural damage detection using measured FRF data, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 147 (1-2) (1997) 187–197.
- [20] O. Begambre, J.E. Laier, A hybrid particle swarm optimisation—simplex algorithm (PSOS) for structural damage identification, *Advances in Engineering Software* 40 (2009) 883–891.
- [21] U. Baneen, N.M. Kinkaid, J.E. Guivant, I. Herszberg, Vibration based damage detection of a beam-type structure using noise suppression method, *Journal of Sound and Vibration* 331 (2012) 1777–1788.
- [22] R. Curadelli, J. Riera, D. Ambrosini, M. Amani, Damage detection by means of structural damping identification, *Engineering Structures* 30 (12) (2008) 3497–3504.
- [23] A.K. Pandey, M. Biswas, M.M. Samman, Damage detection from changes in curvature mode shapes, *Journal of Sound and Vibration* 145 (2) (1991) 321–332.

- [24] S.V. Barai, P.C. Pandey, Integration of damage assessment paradigms of steel bridges on a blackboard architecture, *Expert Systems with Applications* 19 (2000) 193–207.
- [25] M. Mehrjoo, N. Khaji, H. Moharrami, A. Bahreininejad, Damage detection of truss bridge joints using artificial neural networks, *Expert Systems with Applications* 35 (2008) 1122–1131.
- [26] Y. Wang, A Non-destructive Damage Detection Method for Reinforced Concrete Structures Based on Modal Strain Energy. PhD thesis. Faculty of Engineering and Information Technology, University of Technology. Sydney, 2010.
- [27] M. karimi, Arashrezaei, N. Haghshenas, Optimal Detection of Damage for Variable Cross Section Beams Based on Vibration Analysis Using RFM, *International Research Journal of Applied and Basic Sciences* 6 (11) (2013) 1651-1658.
- [28] S.W. Doebling, C.R. Farrar, M.B. Prime, D.W. Shevitz, Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review, , 1996 Los Alamos National Laboratory Report LA-13070-MS.
- [29] H. Sohn, C.R. Farrar, F.M. Hemez, D.D. Shunk, D.W. Stinemat, B.R. Nadler, A review of structural health monitoring literature: 1996–2001, , 2003 Los Alamos National Laboratory Report LA-13976-MS.
- [30] A. Alvandi, C. Cremona, Assessment of vibration-based damage identification techniques, *Journal of Sound and Vibration* 292 (1–2) (2006) 179–202.
- [31] D. Montalvão, N.M.M. Maia, A.M.R.A. Ribeiro, Review of vibration based structural health monitoring with special emphasis on composite materials, *The Shock and Vibration Digest* 38 (2006) 295–324.
- [32] J.V.A. Santos, N.M.M. Maia, C.M.M. Soares, Structural damage identification: A survey. In: *Trends in Computational Structures Technology*, Saxe-Coburg Publications, Stirlingshire, UK 1–24.
- [33] M.B. Gonçalves, J.E.S. de Cursi, Parameter estimation in a trip model by random perturbation of a descent method, *Transportation Research Record* 35 (2) (2001) 137–161.

- [34] R.H. Lopez, E.S. de Cursi, D. Lemosse, Approximating the probability density function of the optimal point of an optimisation problem, *Engineering Optimisation* 43 (3) (2011) 281–303.
- [35] X.S. Yang, *Nature-inspired metaheuristic algorithms*, 2nd Ed. Luniver Press, United Kingdom 148.
- [36] J. D. V. Morales, Detecção de dano em estruturas utilizando algoritmos genéticos e parâmetros dinâmicos. Dissertação de Mestrado. São Carlos, 2009. EESC – USP.
- [37] C. Mares, C. Surace, An application of genetic algorithms to identify damage in elastic structures, *Journal of Sound and Vibration* 195 (2) (1996) 195–215.
- [38] J.H. Chou, J. Ghaboussi, Genetic algorithm in structural damage detection, *Computers and Structures* 79 (2001) 1335–1353.
- [39] H. Hao, Y. Xia, Vibration-based damage detection of structures by genetic algorithm, *Journal of Computing in Civil Engineering* 16 (3) (2002) 222–229.
- [40] M. Rao, J. Srinivas, B. Murthy, Damage detection in vibrating bodies using genetic algorithms, *Computers and Structures* 82 (11–12) (2004) 963–968.
- [41] M.T. Vakil-Baghmisheh, M. Peimani, M.H. Sadeghi, M.M. Ettfagh, Crack detection in beam-like structures using genetic algorithms, *Applied Soft Computing* 8 (2) (2008) 1150–1160.
- [42] H.M. Gomes, N. Silva, Some comparisons for damage detection on structures using genetic algorithms and modal sensitivity method, *Applied Mathematical Modelling* 32 (11) (2008) 2216–2232.
- [43] S. Srinivas, Sasmal, K. Ramanjaneyulu, Studies on methodological developments in structural damage identification, *Structural Durability & Health Monitoring* 5 (2) (2009) 133–160.
- [44] R. Perera, A. Ruiz, C. Manzano, Performance assessment of multicriteria damage identification genetic algorithms, *Computers and Structures* 87 (1–2) (2009) 120–127.
- [45] C. Na, S.P. Kim, H.G. Kwak, Structural damage evaluation using genetic algorithm, *Journal of Sound and Vibration* 330 (12) (2011) 2772–2783.



- [46] V. Srinivas, K. Ramanjaneyulu, C.A. Jeyasehar, Multi-stage approach for structural damage identification using modal strain energy and evolutionary optimisation techniques, *Structural Health Monitoring* 10 (2) (2011) 219–230.
- [47] F. S. Buezas, M. B. Rosales, C. P. Filipich, Damage detection in structural elements taking into account a crack contact model, *Asociación Argentina de Mecánica Computacional* (2008) 2715–2732
- [48] S. Moradi, P. Razi, L. Fatahi, On the application of bees algorithm to the problem of crack detection of beam-type structures, *Computers and Structures* 89 (2011) 2169–2175.
- [49] M. O. Abdalla, Particle Swarm Optimization (PSO) for Structural Damage Detection. University of Jordan, Proceedings of the 3rd international conference on applied mathematics, simulation, modelling (ASM'09).
- [50] P. Torkzadeh, Y. Goodarzi, E. Salajegheh, A two-stage damage detection method for large-scale structures by kinetic and modal strain energies using heuristic particle swarm optimization, *International Journal of Optimization in Civil Engineering*.
- [51] S.M. Seyedpoor, A two stage method for structural damage detection using a modal strain energy based index and particle swarm optimisation, *International Journal of Nonlinear Mechanics* 47 (2012) 1–8.
- [52] F. Kang, J.J. Li, Q. Xu, Damage detection based on improved particle swarm optimisation using vibration data, *Applied Soft Computing* 12 (2012) 2329–2335.
- [53] L.F. Fadel Miguel, L.F.F. Miguel, J. Kaminski Jr., J.D. Riera, Damage detection under ambient vibration by harmony search algorithm, *Expert Systems with Applications* 39 (10) (2012) 9704–9714.
- [54] M. Daei, S. H. Mirmohammadi, Structural damage identification based on continuous ant colony optimization for cantilever-type structures, 15<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Lisbon 2012.
- [55] L. B. L. Santos, L. D. Chiwiacowsky, H. F. Campos-Velho, Análise de robustez do método híbrido de estimação de dano estrutural, 9th

Brazilian Conference on Dynamics, Control and their Application (2010) DINCON'10.

- [56] M. Friswell, J. Penny, S. Garvey, A combined genetic and eigensensitivity algorithm for the location of damage in structures, *Computers and Structures* 69 (5) (1998) 547–556.
- [57] C. Koh, Y. Chen, C. Liaw, A hybrid computational strategy for identification of structural parameters, *Computers and Structures* 81 (2) (2003) 107–117.
- [58] F.T.K. Au, Y.S. Cheng, L.G. Tham, Z. Bai, Structural damage detection based on a micro genetic algorithm using incomplete and noisy modal test data, *Journal of Sound and Vibration* 259 (5) (2003) 1081–1094.
- [59] A. Raich, T. Liskai, Improving the performance of structural damage detection methods using advanced genetic algorithms, *Journal of Structural Engineering* 133 (2007) 449–461.
- [60] V. Meruane, W. Heylen, An hybrid real genetic algorithm to detect structural damage using modal properties, *Mechanical Systems and Signal Processing* 25 (5) (2010) 1559–1573.
- [61] M.T. Vakil-Baghmisheh, M. Peimani, M.H. Sadeghi, M.M. Etefagh, A.F. Tabrizi, A hybrid particle swarm–Nelder–Mead optimisation method for crack detection in cantilever beams, *Applied Soft Computing* 12 (8) (2012) 2217–2226.
- [62] A. Kaveh, S.M. Javadi, M. Maniat, Damage assessment via modal data with a mixed particle swarm strategy, ray optimizer, and harmony search, *Asian Journal of Civil Engineering (BHRC)* vol. 15, no. 1 (2014) pages 95-106.
- [63] O. J. B. Carrillo, Algoritmo Híbrido para Avaliação da Integridade Estrutural: uma Abordagem Heurística. São Carlos, 2007. Tese de doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.
- [64] M. Pincus, A closed formula solution of certain programming problems, *Operations Research* 16 (3) (1968) 690–694.
- [65] J.E.S. de Cursi, Representation of Solutions in Variational Calculus, Organized by E.Tarocco, E. A. de Souza Neto, A. A. Novotny, *Variational Formulations in Mechanics: Theory and Applications*, 2006, Barcelona (CIMNE) pp. 87–106.

- [66] H. Zidani, E. Pagnacco, R. Sampaio, R. Ellaia & J. E. Souza de Corsi (2012): Multi-objective optimization by a new hybridized method: applications to random mechanical systems, *Engineering Optimization*, DOI:10.1080/0305215X.2012. 713355.
- [67] J.A. Nelder, R. Mead, A simplex for function minimization, *Computer Journal*7 (1965) 308–313.
- [68] D. Byatt, Convergent variants of the Nelder-Mead algorithm. University of Canterbury, 2000. Master's thesis.
- [69] P. Ludl, Linking models with data - The Nelder-Mead method. Viena, 2012. FWF Project P 24161-N16, Faculty of Physics, University of Vienna.
- [70] N. Tippayawannakorn, J. Pichitlamken, Nelder-Mead method local selection using neighborhood and memory for stoch optimization, *Journal of Computer Science*, 9 (4): 463-476, 2013.