

NEIDER NADID ROMERO NUÑEZ

**SÍNTESE ESTRUTURAL E
OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL DE
MECANISMOS DE DIREÇÃO**

FLORIANÓPOLIS

2014

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**SÍNTESE ESTRUTURAL E OTIMIZAÇÃO
DIMENSIONAL DE MECANISMOS DE DIREÇÃO**

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a obtenção do grau de
Mestre em Engenharia Mecânica

NEIDER NADID ROMERO NUÑEZ

Florianópolis, Junho de 2014

Catálogo na fonte elaborada pela Biblioteca da Universidade Federal de Santa Catarina

Nuñez, Neider Nadid Romero

Síntese estrutural e otimização dimensional de mecanismos de direção
/ Neider Nadid Romero Nuñez; orientador, Daniel
Martins. - Florianópolis, SC, 2014.
100 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica.

Inclui referências

1. Engenharia Mecânica. 2. Síntese de mecanismos.
3. Otimização. 4. Algoritmo genético I. Martins, Daniel.
- II. Vieira, Rodrigo de Souza. III. Universidade Federal de Santa Catarina.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

SÍNTESE ESTRUTURAL E OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL DE MECANISMOS DE DIREÇÃO

NEIDER NADID ROMERO NUÑEZ

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica, Área de concentração Projeto de Sistemas Mecânicos, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Daniel Martins, Dr. Eng.
Orientador

Rodrigo de Souza Vieira, Dr. Eng.
Coorientador

Armando Albertazzi Gonçalves Jr., Dr. Eng.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

Banca Examinadora:

Daniel Martins, Dr. Eng.
Presidente

Eduardo Camponogara, PhD.

Henrique Simas, Dr. Eng.

Lauro Cesar Nicolazzi, Dr. Eng.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

SÍNTESE ESTRUTURAL E OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL DE MECANISMOS DE DIREÇÃO

Neider Nadid Romero Nuñez

Junho / 2014

Orientador: Daniel Martins, Dr. Eng.

Área de Concentração: Projeto de Sistemas Mecânicos.

Palavras-chave: síntese estrutural, otimização dimensional, mecanismo de direção.

O objetivo desta dissertação é propor um procedimento para a síntese estrutural e a otimização dimensional de mecanismos de direção. A síntese estrutural de mecanismos de direção consiste na listagem de todos os mecanismos que cumprem os critérios de mobilidade e simetria necessários. Na síntese estrutural foram consideradas cadeias cinemáticas de quatro, seis e oito elos, com juntas simples e, logo formando mecanismos com juntas prismáticas e rotativas. A síntese dimensional consiste na determinação das dimensão do mecanismo de modo que cumpra com os critérios cinemáticos desejados. O problema de síntese dimensional foi formulado como um problema de otimização, considerando a geometria Ackerman como a função de movimento desejado. No método de síntese ótima proposto, utilizou-se coordenadas naturais na modelagem matemática que descreve a cinemática do mecanismo, e propondo um algoritmo genético implementado no software MALAB. Para a validação dos resultados foram considerados os mecanismos de direção tradicionais e, comparando-os com métodos da literatura. O método de otimização também é aplicado a novos mecanismos encontrados com a síntese estrutural.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Mechanical Engineering.

STRUCTURAL SYNTHESIS AND DIMENSIONAL OPTIMIZATION OF STEERING MECHANISMS

Neider Nadid Romero Nuñez

June / 2014

Advisor: Daniel Martins, Dr. Eng.

Area of Concentration: Mechanical Systems Project.

Keywords: structural synthesis, dimensional optimization, steering mechanisms.

Number of pages: 97

The aim of this work is to propose a procedure for structural synthesis and dimensional optimization of steering mechanisms. The structural synthesis of steering mechanisms is the list of all the mechanisms that meet the criteria of mobility and symmetry required. In the structural synthesis were considered kinematic chains of four, six and eight links with simple joints, forming mechanism by the permuting of the joints between prismatic and revolute joints. The dimensional synthesis determine the dimension of such mechanism that have the criteria kinematic desired. The problem of dimensional synthesis was formulated as a optimization problem, considering the Ackerman geometry as a function desired movement. In the optimal synthesis method proposed was used natural coordinates by mathematical modeling that describes the kinematics of the mechanism, and propose a genetic algorithm implemented in Matlab. To validate the results were considered traditional steering mechanisms with recent steering methods from the literature. The optimization method is also applied to new mechanisms found to structural synthesis.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Disposição do sistema de direção em um veículo comercial (REIMPELL; STOLL; BETZLER, 2001).	5
2.2	Carruagem puxada por cavalos.	6
2.3	Critério de direção de Erasmus Darwin.	7
2.4	Mecanismo de direção inventado por Erasmus Darwin.	7
2.5	Mecanismo inventado por George Langensperger.	8
2.6	Mecanismo de direção de Mancelle de Bollée.	8
2.7	Geometrias de direção dos veículos com rodas direcionais dianteiras.	9
2.8	Geometria Ackermann em veículo de quatro rodas esterçantes.	10
2.9	Geometria Ackermann em veículo de quatro rodas esterçantes dianteiras.	11
2.10	Mecanismo de direção trapezoidal.	12
2.11	Mecanismo de direção de seis barras.	12
2.12	Mecanismo de direção multibarras.	13
2.13	Mecanismo de direção pinhão e cremalheira.	13
2.14	Mecanismo de direção de Fahey.	14
2.15	Mecanismo de direção de engrenagens não circulares (DOONER, 2001).	15
2.16	Mecanismo de cinco elos com engrenagens não circulares (ZHAO et al., 2013)	15
3.1	Representações de cadeias cinemáticas e mecanismos.	18
3.2	Mecanismo de direção simétrico de 6 elos.	20
3.3	Borboleta Dupla.	21
3.4	Desenho do grafo do mecanismo Borboleta Dupla.	22
3.5	Sistema de direção Borboleta Dupla.	23
3.6	Fluxograma da síntese estrutural.	25
3.7	Permutações das juntas do mecanismo de direção Borboleta Dupla.	26
3.8	Cadeia cinemática de 4 elos.	27
3.9	Mecanismo de direção de 4 elos.	27
3.10	Cadeias cinemáticas de 6 elos.	28
3.11	Mecanismo de direção de 6 elos.	28
3.12	Mecanismo de direção 4T4B1.	29
3.13	Cadeias cinemáticas de quatro elos ternários e quatro binários.	30
3.14	Mecanismo de direção 4T4B2.	31

3.15	Cadeias cinemáticas de um elo quaternário, dois ternários e quatro binários.	32
3.16	Mecanismo de direção <i>Q2T5B1</i>	33
3.17	Mecanismos de direção de Fahey e <i>Q2T4B2</i>	34
3.18	Cadeias cinemáticas de dois elos quaternários e seis binários.	34
3.19	Mecanismo de direção <i>2Q6B</i>	34
4.1	Mecanismo gerador de função.	37
4.2	Mecanismo gerador de trajetória.	38
4.3	Mecanismo gerador de movimento.	38
4.4	Modelagem em coordenadas independentes.	40
4.5	Modelagem em coordenadas relativas.	41
4.6	Modelagem em coordenadas de ponto de referência.	41
4.7	Mecanismo biela-manivela-seguidor.	42
4.8	Corpos rígidos no plano modelados com coordenadas naturais.	44
4.9	Modelagem par rotativo.	46
4.10	Modelagem pares prismáticos.	46
4.11	Modelagem de pares com coordenadas relativas.	47
4.12	Mecanismo de retorno rápido.	48
4.13	Configurações do mecanismo de quatro barras.	50
4.14	Mecanismo biela-manivela e seguidor.	51
4.15	Classificação dos métodos de otimização.	54
4.16	Fluxograma de um genético com variáveis contínuas.	58
5.1	Faixa dos ângulos de esterçamento.	62
5.2	Modelagem de um mecanismo de direção genérico.	63
5.3	Diagrama de fluxo para a síntese com algoritmos genéticos.	66
5.4	Diagrama de fluxo do algoritmo genético proposto.	67
5.5	Modelagem do mecanismo de direção trapezoidal.	69
5.6	Modelagem do mecanismo de direção de seis barras.	69
5.7	Modelagem do mecanismo de direção pinhão e cremalheira.	70
5.8	Modelagem do mecanismo de direção multi-barras.	71
5.9	Comparação do resultado da otimização do mecanismo pinhão e cremalheira oferecido por De-Juan e a metodologia proposta.	75
5.10	Comparação do resultado da otimização do mecanismo de seis barras oferecido por De-Juan e a metodologia proposta.	76
5.11	Comparação do resultado da otimização do mecanismo trapezoidal oferecido por De-Juan e a metodologia proposta.	76
5.12	Comparação do resultado da otimização do mecanismo multibarras oferecido por De-Juan e a metodologia proposta.	77

5.13	Comparação do erro estrutural dos mecanismo de direção tradicionais.	77
5.14	Modelagem do mecanismo de direção borboleta dupla.	78
5.15	Modelagem do mecanismo de direção $2Q6B$	80
5.16	Erro estrutural do mecanismo borboleta dupla.	82
5.17	Posição neutra do mecanismo borboleta dupla otimizado.	82
5.18	Erro estrutural do mecanismo $2Q6B$	83
5.19	Posição neutra do mecanismo $2Q6B$ otimizado.	83
A.1	Representação de grafos	91
A.2	Grafo com vértice isolado	92
A.3	Grafos isomórficos	93
B.1	Ações de um grafo.	96

LISTA DE TABELAS

3.1	Partições de cadeias cinemáticas de 4 elos.	25
3.2	Partições de cadeias cinemáticas de 6 elos.	27
3.3	Partições de cadeias cinemáticas de 8 elos.	28
5.1	Dados da geometria do veículo obtidos de De-Juan, Sancibrian e Viadero (2012).	73
5.2	Parâmetros de entrada do algoritmo genético.	73
5.3	Resultados da otimização obtidos com o método proposto.	74
5.4	Resultados da otimização obtidos por De-Juan, Sancibrian e Viadero (2012)	74
5.5	Dados da geometria do veículo tomados de Jazar (2008).	81
5.6	Parâmetros de entrada do algoritmo genético.	81
5.7	Resultados da otimização	84

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação	2
1.2	Objetivos	3
1.3	Apresentação do trabalho	3
2	O MECANISMO DE DIREÇÃO	5
2.1	Breve história do mecanismo de direção	6
2.2	Geometria da direção do veículo	9
2.3	Tipos de mecanismos de direção	11
2.3.1	Mecanismo de direção trapezoidal	12
2.3.2	Mecanismo de direção de seis barras ou elos	12
2.3.3	Mecanismo de direção multibarras	13
2.3.4	Mecanismo de direção pinhão e cremalheira	13
2.4	Revisão bibliográfica	14
3	SÍNTESE ESTRUTURAL DE MECANISMOS DE DIREÇÃO	17
3.1	Conceitos fundamentais da teoria de mecanismos	17
3.1.1	Cadeias cinemáticas e mecanismos	17
3.1.2	Representações de cadeias cinemáticas e mecanismos	17
3.1.3	Graus de liberdade	18
3.1.4	Grafos e simetria de cadeias cinemáticas	19
3.2	Definição do problema de síntese estrutural de mecanismos de direção	19
3.3	Método de síntese estrutural proposto	20
3.3.1	Exemplo do método proposto	21
3.4	Resultados do capítulo	25
3.5	Conclusões do capítulo	35
4	SÍNTESE DIMENSIONAL E OTIMIZAÇÃO DE MECANISMOS	37
4.1	Modelagem de mecanismos planos	39
4.1.1	Coordenadas independentes	39
4.1.2	Coordenadas dependentes	40
4.1.2.1	Coordenadas relativas	40
4.1.2.2	Coordenadas de ponto de referência	41
4.1.2.3	Coordenadas naturais	42
4.1.3	Coordenadas naturais no plano	42

4.1.3.1	Restrições de sólido rígido	43
4.1.3.2	Restrições de par cinemático	45
4.1.3.3	Modelagem de pares cinemáticos com coordenadas relativas	47
4.1.4	Determinação da posição inicial	49
4.1.5	Deslocamentos sucessivos	51
4.2	Otimização na síntese dimensional de mecanismos	51
4.2.1	Otimização	52
4.2.1.1	Otimização dimensional de mecanismos	53
4.2.1.2	Métodos de otimização	53
4.3	Algoritmo genético	55
4.3.1	Algoritmo genético utilizando variáveis contínuas	55
4.3.1.1	Variáveis e função custo	56
4.3.1.2	População inicial	56
4.3.1.3	Seleção	56
4.3.1.4	Cruzamento	57
4.3.1.5	Mutação	58
5	OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL DE MECANISMOS DE DIREÇÃO	61
5.1	Valores limites dos ângulos de esterçamento	62
5.2	Descrição do método de otimização proposto	63
5.3	Aplicação do método proposto a mecanismos de direção tradicionais	68
5.3.1	Resultados	73
5.4	Aplicação do método proposto a novos mecanismos obtidos com a síntese estrutural	78
5.4.1	Resultados	81
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	85
	Apêndice A – Teoria de grafos	91
A.1	Grafos	91
A.1.1	Grau de um vértice	91
A.2	Caminhos e circuitos	92
A.3	Isomorfismos	92
A.4	Representação matricial de um grafo	93
A.4.1	Matriz de Adjacência	94
	Apêndice B – Teoria de grupos	95
B.1	Grupos e subgrupos	95

B.2	Ações	95
B.3	Órbitas	97

1 INTRODUÇÃO

Um mecanismo de direção veicular é um dos componentes principais do sistema de direção, o qual é o encarregado de coordenar o movimento das rodas esterçantes para conseguir a mudança da direção de avanço do veículo. Um dos mecanismos de direção mais utilizados em veículos comerciais é o mecanismo de direção pinhão e cremalheira devido a sua simplicidade e ao espaço ocupado no veículo. Outros mecanismos de direção são: o mecanismo de quatro barras ou trapezoidal, mecanismo de seis barras, mecanismo multibarras, entre outros.

Os temas centrais desta dissertação são: a síntese estrutural e dimensional de mecanismos de direção. A síntese estrutural consiste na listagens dos mecanismos que atendam determinados requisitos desejados em um mecanismo de direção e, a síntese dimensional consiste no dimensionamento dos mecanismos de modo que atinjam determinados requisitos de movimento.

Primeiramente será definido o que é o sistema de direção. Em seguida serão mostrados os principais mecanismos de direção usados em veículos comerciais, seguido pela história do mecanismo de direção e a revisão bibliográfica.

Será apresentada uma metodologia sistemática para listar todos os mecanismos que cumpram os critérios desejados em um mecanismo de direção. As ferramentas matemáticas utilizadas na síntese estrutural serão: a teoria de grafos e a teoria de grupos. A teoria de grafos aplicada aos mecanismos é muito útil porque permite tratar os mecanismos como elementos matemáticos. Igualmente a teoria de grupos é importante porque permite identificar os diferentes mecanismos em uma cadeia cinemática.

Logo da síntese estrutural será tratado o problema de otimização dimensional de mecanismos de direção, que é de grande complexidade matemática, devido que a função a minimizar é descontínua e altamente não linear. Será apresentado um método de otimização dimensional, baseado na modelagem de mecanismos, utilizando coordenadas naturais que foram propostas por Jalon e Bayo (1994). A modelagem de mecanismos com coordenadas naturais é simples e sistemática o que ajuda na implementação em um computador. Uma das dificuldades na modelagem de mecanismos é a solução do sistema de equações que representam a cinemática do mecanismo, pois geralmente um mecanismo tem paralelamente mais de uma configuração, o que significa, que o sistema de equações tem mais de uma solução, sendo obtida uma solução pelo método de Newton-Raphson. Kramer (1992) afirma que o método de Newton-Raphson pode apresentar um comportamento caótico

quando existe mais de uma solução e, portanto a solução inicial tem de estar perto da solução real para evitar a divergência ou oscilação caótica entre varias soluções.

Para a solução do problema de otimização será proposto um algoritmo genético, onde as variáveis a otimizar são: As variáveis de projeto que são as dimensões do mecanismo e as variáveis iniciais que o método de Newton-Raphson necessita para a solução da cinemática do mecanismo, o que significa que os dois problemas serão resolvidos simultaneamente. A otimização não garante que o mecanismo não tenha configurações indesejadas, por conseguinte precisa-se realizar uma análise cinemática para detectar problemas no mecanismo.

O método de otimização dimensional será aplicado a mecanismos de direção tradicionais e os resultados obtidos serão comparados com os da literatura. Também se aplicará o método a alguns mecanismos novos encontrados com a metodologia de síntese estrutural proposta.

1.1 Motivação

O interesse pelo tema surgiu da necessidade de contar com uma metodologia de síntese estrutural de mecanismos de direção e, assim, ter uma lista completa de mecanismos de direção. A síntese estrutural permite mapear um grande número de cadeias cinemáticas que cumprem com determinados requisitos, sendo útil para o projetista porque pode projetar novos mecanismos de forma sistemática.

A maioria das técnicas de modelagem de mecanismos utilizam equações que dependem das condições de fechamento da cadeia cinemática, envolvendo parâmetros angulares, o que dificulta a modelagem. Por esta razão tenta-se utilizar coordenadas naturais, as quais não envolvem ângulos e, por consequência funções trigonométricas.

Também um motivo do trabalho é a falta de métodos de otimização global de mecanismos de direção. Os métodos conhecidos na literatura estão baseados em técnicas de otimização locais e, os mecanismos otimizados estão baseados no mecanismo de quatro barras, onde as soluções da cinemática são fechadas. Os resultados fornecidos nesta dissertação podem ser um ponto de partida para futuros trabalhos que envolvam síntese estrutural ou dimensional de mecanismos em geral.

1.2 **Objetivos**

O objetivo principal deste trabalho é o desenvolvimento de uma metodologia para a síntese de mecanismos de direção.

São objetivos específicos:

- Desenvolver uma metodologia para a síntese estrutural de mecanismos de direção;
- Aplicar a metodologia de síntese estrutural a mecanismos no máximo de oito barras ou elos;
- Desenvolver uma metodologia de otimização dimensional de mecanismos de direção;
- Aplicar a metodologia de otimização dimensional a diferentes mecanismos de direção.

1.3 **Apresentação do trabalho**

A dissertação está organizada em 5 capítulos e dois apêndices, além desta introdução.

No capítulo 2 são definidos conceitos sobre mecanismos de direção e é apresentada uma revisão bibliográfica.

No capítulo 3 é apresentado primeiramente os conceitos fundamentais da teoria de mecanismos e, logo é apresentada uma metodologia de síntese estrutural de mecanismos de direção.

O capítulo 4 apresenta as definições e tipos de síntese dimensional. Também são mostrados os fundamentos da modelagem de mecanismos utilizando coordenadas naturais e as diferentes técnicas de otimização, enfatizando nos algoritmos genéticos.

No capítulo 5 apresenta-se a formulação do problema de síntese dimensional de mecanismos de direção. Em seguida é apresentada uma metodologia de síntese dimensional, a qual é aplicada a mecanismos tradicionais e a novos mecanismos encontrados com a síntese estrutural.

Finalmente no capítulo 6, conclusões sobre o trabalho são apresentadas e aspectos sobre trabalhos futuros são discutidos.

2 O MECANISMO DE DIREÇÃO

O sistema de direção veicular é o componente que transforma a necessidade de mudança direcional desejada pelo condutor do veículo identifica, que pode ser atingida de diferentes formas no que tange ao nível de esforço, ângulo do volante, sensibilidade da pista pelo condutor e comportamentos distintos em função da velocidade do veículo (FERNANDES, 2005). Sendo o mecanismo de direção o componente principal do sistema de direção, pois é o que permite a sincronização das rodas direcionais. Na Figura 2.1 pode-se ver a disposição do sistema de direção em um veículo comercial, onde os componentes principais são: o volante, o mecanismo de direção e as rodas direcionais.

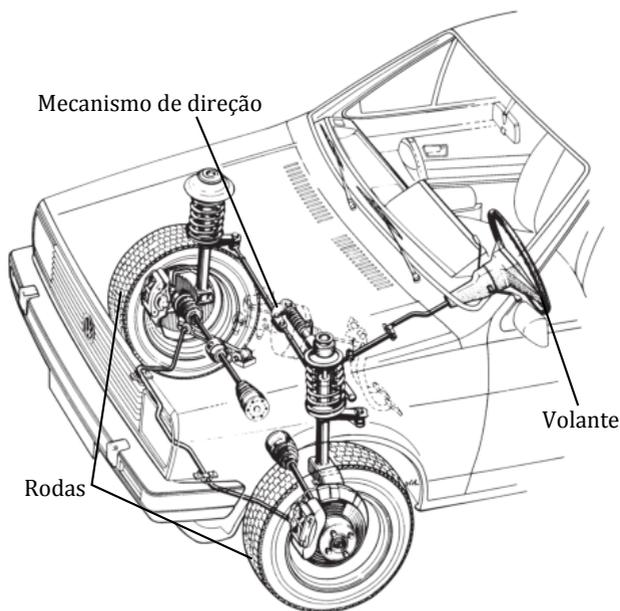


Figura 2.1: Disposição do sistema de direção em um veículo comercial (REIMPELL; STOLL; BETZLER, 2001).

2.1 Breve história do mecanismo de direção

Os primeiros veículos de quatro rodas eram carruagens puxadas por cavalos, onde o mecanismo de direção era basicamente uma barra com um pivô no meio (Figura 2.2). Este tipo de veículo tinha baixíssima estabilidade e, tendência ao tombamento nas curvas, tornando-os perigosos (GENTA; MORELLO, 2008).

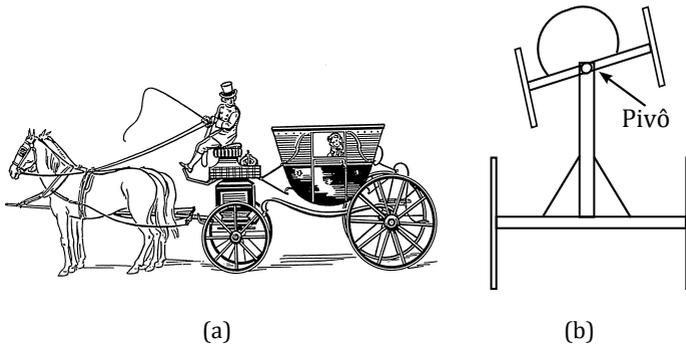


Figura 2.2: Carruagem puxada por cavalos.

Entre os anos de 1758 a 1759 Erasmus Darwin ideou um novo método de direção para carruagens, onde a barra frontal ficava paralela à barra traseira e, os eixos das rodas dianteiras e o eixo traseiro cortam-se no mesmo ponto (KING-HELE, 2002). A Figura 2.3 mostra o critério de direção de Erasmus Darwin onde os eixos das rodas A e B cortam o eixo \overleftrightarrow{CD} no ponto E . Com esta configuração Erasmus Darwin estabeleceu o princípio de direção ideal para veículos de quatro rodas, tendo duas vantagens principais: o eixo dianteiro permanece fixo melhorando a estabilidade e, podia-se utilizar rodas maiores devido que a barra dianteira não tem de pivotar.

Erasmus Darwin teve de inventar um novo mecanismo para cumprir ou se aproximar ao seu critério de direção, tendo como problema que em marcha reta o ângulo das rodas eram iguais e, em curva os ângulos tinham de ser diferentes. Para resolver este problema ele inventou um mecanismo simétrico baseado no quadrilátero articulado (KING-HELE, 2002). A Figura 2.4 representa o mecanismo de direção inventado por Erasmus Darwin.

Segundo King-Hele (2002) só foram construídos cinco carruagens com o mecanismo de Erasmus Darwin.

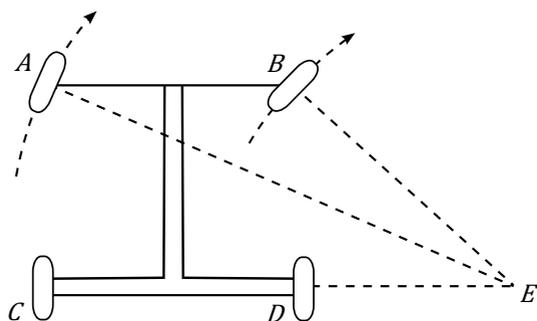


Figura 2.3: Critério de direção de Erasmus Darwin.

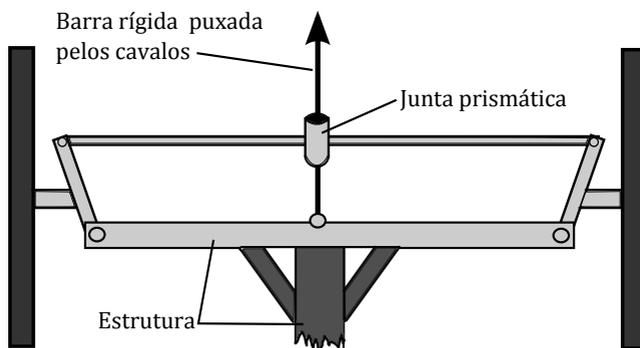


Figura 2.4: Mecanismo de direção inventado por Erasmus Darwin.

Mais de 50 anos depois da invenção de Erasmus Darwin, George Langensperger redescobriu o critério de direção ideal e, inventou o mecanismo mostrado na Figura 2.5. Em 1818, Rudolf Ackerman patenteou em Londres Inglaterra o mecanismo de George Langensperger e assim ganhou os créditos da invenção (KING-HELE, 2002), (JAZAR, 2008) e (GENTA; MORELLO, 2008). Na atualidade o critério de direção ideal é conhecido como critério de Ackermann, devido as circunstâncias históricas mencionadas anteriormente, os mecanismos de direção que se aproximam ao critério de Ackermann, são chamados de mecanismos tipo Ackermann.

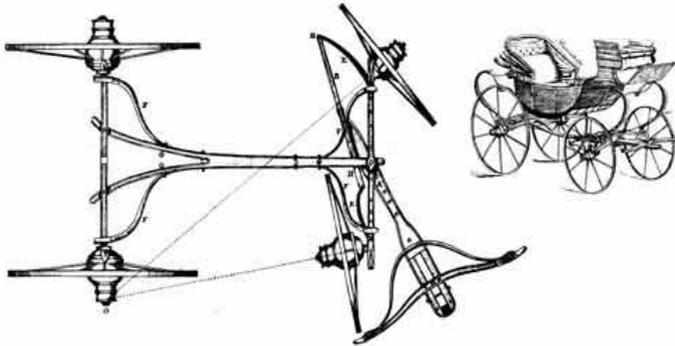


Figura 2.5: Mecanismo inventado por George Langensperger.

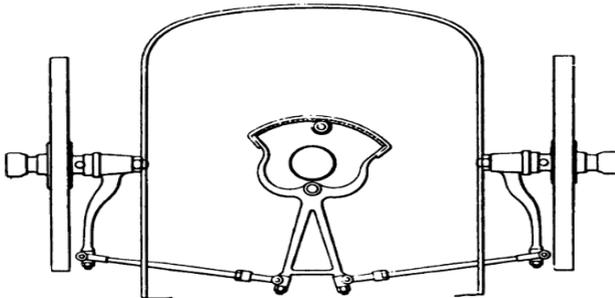


Figura 2.6: Mecanismo de direção de Mancelle de Bollée.

Provavelmente o primeiro mecanismo de direção para um veículo com motor foi inventado por Mancelle de Bollée em 1878 (ver Figura 2.6) e, em 1893 Carl Benz obteve uma patente na Alemanha para o mesmo mecanismo (DIXON, 2009).

2.2 Geometria da direção do veículo

Na geometria de um sistema de direção ideal, os eixos das rodas diretoras se encontram no prolongamento do eixo das rodas traseiras, para qualquer curva a ser realizada (LEAL; ROSA; NICOLAZZI, 2008). A geometria ideal do veículo é chamada de geometria Ackermann (Figura 2.7(a)), que pode ser escrita matematicamente como:

$$\cot \delta_o - \cot \delta_i = \frac{w}{l} \quad (2.1)$$

onde δ_i e δ_o são os ângulos de esterçamento da roda esquerda e direita respectivamente, w é a distância entre os pivôs das rodas dianteiras e l é a distância entre o eixo que une os pivôs e o eixo traseiro.

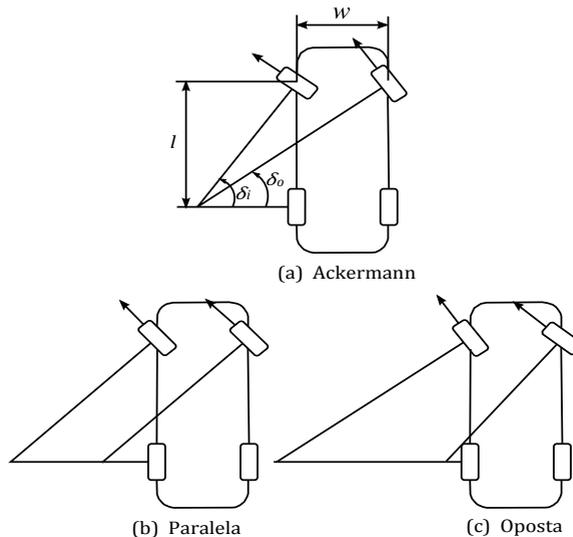


Figura 2.7: Geometrias de direção dos veículos com rodas direcionais dianteiras.

Uma direção com geometria Ackermann é a configuração correta quando o veículo faz uma curva a baixa velocidade. Quando o veículo entra em curva com uma velocidade alta, a força lateral da roda interna à curva é menor que a força da roda externa, portanto tem-se que diminuir a diferença entre os ângulos de esterçamento, o que pode-se lograr com as geometrias das Figuras 2.7(b) e 2.7(c). Em veículos de corrida é comum usar direção com geometria paralela ou oposta pelos motivos descritos acima (JAZAR, 2008).

A condição de Ackermann pode ser estendida a veículos com quatro rodas esterçantes como mostra-se na Figura 2.8, que pode-se escrever matematicamente como:

$$\cot \delta_{of} - \cot \delta_{if} = \frac{w}{l} \left(1 - \frac{\cot \delta_{of} - \cot \delta_{if}}{\cot \delta_{r} - \cot \delta_{r}} \right) \quad (2.2)$$

onde subíndices *f* e *r* correspondem os ângulos de esterçamento das rodas do eixo dianteiro e traseiro respectivamente.

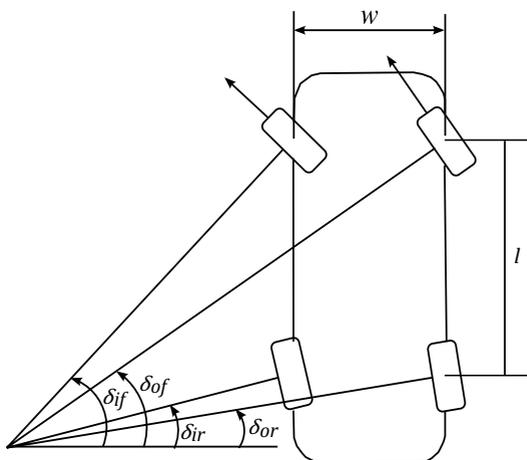


Figura 2.8: Geometria Ackermann em veículo de quatro rodas esterçantes.

Direção nas quatro rodas pode ser aplicado em veículos para melhorar a resposta da direção, aumentar a estabilidade em altas velocidades de manobra, ou diminuir raio de giro em baixas velocidades (JAZAR, 2008). Outra configuração é a mostrada na Figura 2.9, onde a condição de Ackermann pode

ser escrita como:

$$\cot \delta_2 - \cot \delta_1 = \frac{w}{l_1} \quad (2.3)$$

$$\cot \delta_4 - \cot \delta_3 = \frac{w}{l_1} \quad (2.4)$$

onde δ_{o1} e δ_{i1} são os ângulos de esterçamento das rodas direita e esquerda do primeiro eixo ou eixo dianteiro, δ_{o2} e δ_{i2} são os ângulos de esterçamento das rodas direita e esquerda do segundo eixo, l_1 e l_2 as distâncias entre os eixos de direção e o eixo traseiro.

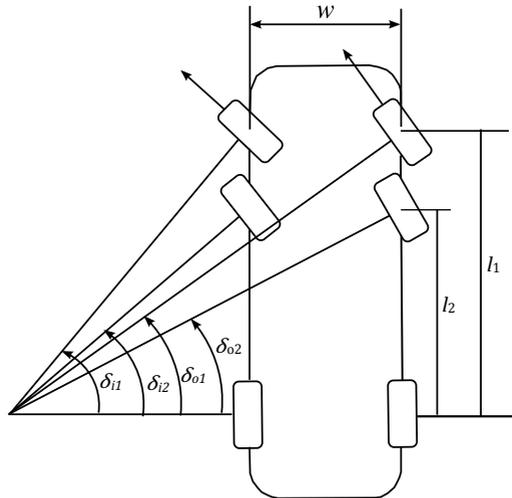


Figura 2.9: Geometria Ackermann em veículo de quatro rodas esterçantes dianteiras.

2.3 Tipos de mecanismos de direção

Nesta seção são apresentados os mecanismos de direção usados em veículos comerciais.

2.3.1 Mecanismo de direção trapezoidal

O mecanismo de direção trapezoidal está formado por quatro elos binários, como mostra-se na Figura 2.10. Este tipo de mecanismo é usado geralmente em caminhões e ônibus com suspensão dianteira de eixo rígido.

2.3.2 Mecanismo de direção de seis barras ou elos

Este tipo de mecanismo é usado em caminhões de suspensão dianteira independente, onde a distância entre o eixo dianteiro e traseiro é consideravelmente grande. O mecanismo está formado por dois elos ternários e quatro elos binários como mostra-se na Figura 2.11.

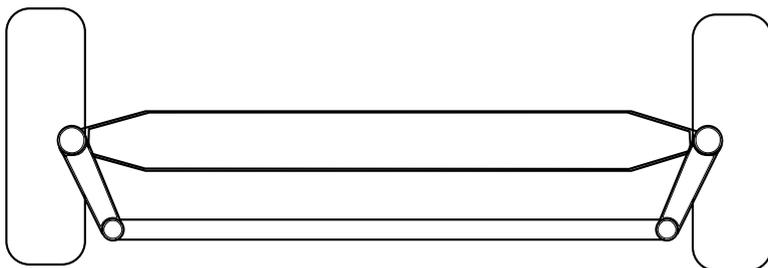


Figura 2.10: Mecanismo de direção trapezoidal.

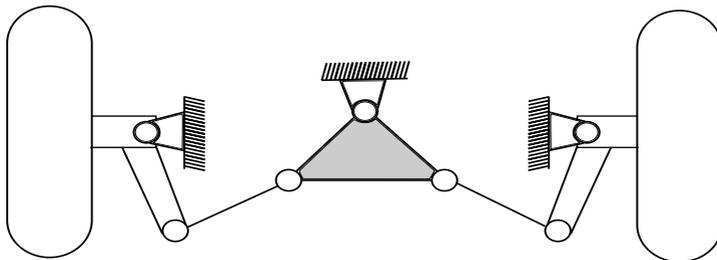


Figura 2.11: Mecanismo de direção de seis barras.

2.3.3 Mecanismo de direção multibarras

O mecanismo de direção multibarras está formado por um elo quaternário, dois ternários e cinco binários como mostra-se na Figura 2.12. Este tipo de mecanismo é usado em caminhões, ônibus e caminhonetes que precisam de grandes ângulos de esterçamento.

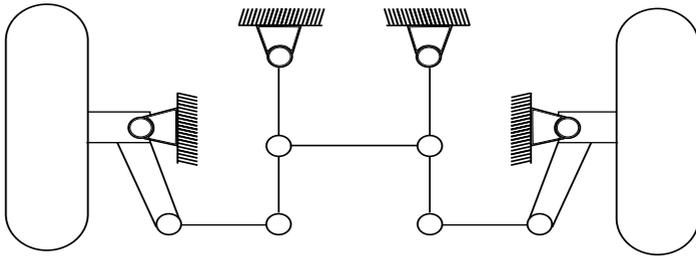


Figura 2.12: Mecanismo de direção multibarras.

2.3.4 Mecanismo de direção pinhão e cremalheira

O mecanismo de direção pinhão e cremalheira é o mais comum em veículos pequenos, devido ser compacto e ocupando pouco espaço no veículo. Este mecanismo está formado por dois elos ternários e quatro elos binários como mostra-se na Figura 2.13.

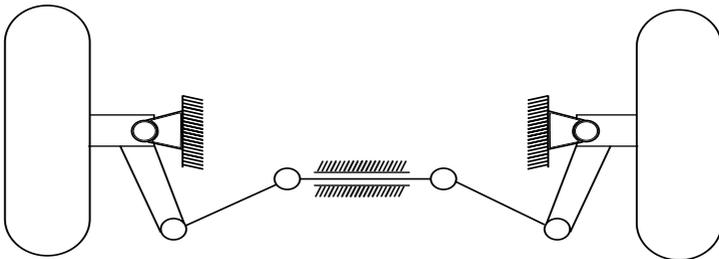


Figura 2.13: Mecanismo de direção pinhão e cremalheira.

2.4 Revisão bibliográfica

A síntese de mecanismos de direção é um tópico de pesquisa importante na atualidade, onde os problemas principais a serem resolvidos são: atingir o critério de direção desejado e manter as dimensões do mecanismo dentro do espaço disponível no veículo, onde estes requisitos são geralmente contraditórios.

Na literatura existem várias propostas de novos mecanismos de direção, como o de Fahey e Huston (1997), composto por oito elos e dez juntas, conforme mostrado na Figura 2.14. O autor afirma que a faixa de ângulos de esterçamento pode ser bem maior do que outros mecanismos, mas com um erro estrutural significativo.



Figura 2.14: Mecanismo de direção de Fahey.

Em Dooner (2001) propõe-se um mecanismo baseado em dois mecanismos de quatro barras e um conjunto de engrenagens não circulares (ver Figura 2.15). Na otimização do mecanismo o autor utiliza dois enfoques, no primeiro fixa as dimensões dos mecanismos de quatro barras e, utilizando o raio de curvatura como parâmetro de entrada determina a forma das engrenagens, este é um processo iterativo onde intervém o projetista. O segundo enfoque é minimizar a não circularidade das engrenagens utilizando um algoritmo de otimização.

Também Rustamov (2010) propõe um mecanismo de direção com engrenagens excêntricas, para aumentar a faixa dos ângulos de esterçamento, em veículos de eixo de direção rígido. Venkatachalam e Rao (2012) sugerem um mecanismo composto por duas engrenagens e duas barras conectadas por um par superior, que pode atingir o critério de Ackermann de forma exata, determinando o perfil das barras conectadas pelo par superior. Zhao et al. (2013) propõe um mecanismo de cinco barras com engrenagens não circulares (ver Figura 2.16), tendo o ângulo de esterçamento como parâmetro de entrada na otimização. O trabalho também apresenta uma análise de sensibi-

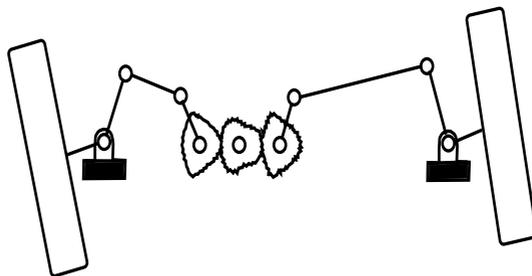


Figura 2.15: Mecanismo de direção de engrenagens não circulares (DOONER, 2001).

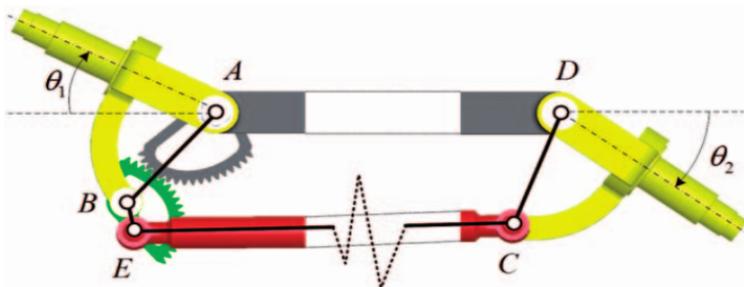


Figura 2.16: Mecanismo de cinco elos com engrenagens não circulares (ZHAO et al., 2013)

lidade ao mecanismo.

Na síntese ótima de mecanismos de direção se tem o trabalho de Yao e Angeles (2000), onde se desenvolveu um método para otimizar o mecanismo de direção de quatro barras, utilizando a equação de Freudenstein (HARTENBERG; DENAVIT, 1964), e a reformulação do critério de Ackerman em termos de senos, juntando as duas equações em uma equação só, definindo a função objetivo como a soma da metade dos quadrados desta equação. Em Simionescu e Beale (2002) o problema de otimização do mecanismo de quatro barras é abordado, tomando como função objetivo o máximo valor do quadrado do erro estrutural, sendo esta a função a minimizar. Também os autores realizaram uma análise de sensibilidade afirmando que pequenos erros de fabricação nas barras não influenciam consideravelmente no comportamento

do mecanismo. Um enfoque na otimização de mecanismos é a utilização da teoria de multicorpos, onde se faz uma simulação do mecanismo para diferentes parâmetros de entrada. Nos trabalhos de Bian, Song e Becker (2003) e Bian, Song e Walter (2004), fez-se a otimização do sistema de direção multi-barras e o sistema de suspensão McPherson como um conjunto só. Utilizando como função objetivo a somatório duplo da multiplicação de três funções peso, duas para o sistema de direção e uma para o sistema de suspensão.

Uma combinação de otimização e análise de sensibilidade é feito em Hanzaki, Rao e Saha (2009), para um mecanismo de direção e pinhão cremalheira, onde a função objetivo é o somatório dos valores absolutos do erro estrutural. Os autores afirmam que a sensibilidade do sistema é bastante alta.

Um método interessante na otimização de mecanismos é a consideração dos corpos rígidos como elementos flexíveis, utilizando como função objetivo o somatório das contribuições de energia de todos os corpos. Esta metodologia é aplicada a um mecanismo de direção de quatro barras em Collard, Duysinx e Fiset (2010), modelando o mecanismo como um conjunto de molas e formulando o problema como um problema de minimização de mínimos quadrados, utilizando um algoritmo genético na otimização. Também é formulado o problema de otimização como um problema de otimização quadrática sucessiva em (SHARIATI; NOROUZI, 2011). Os autores afirmam que o problema é bastante complexo devido à não linearidade da função objetivo e, para resolver o sistema de equações utilizou-se o método de Newton-Gauss.

Em De-Juan, Sancibrian e Viadero (2012) propõe-se um método geral que não depende da topologia do mecanismo para a otimização de sistemas de direção, utilizando como função objetivo a somatória da metade dos erros ao quadrado. O método foi aplicado ao mecanismo de quatro barras, seis barras, multi-barras e pinhão e cremalheira.

3 SÍNTESE ESTRUTURAL DE MECANISMOS DE DIREÇÃO

Neste capítulo apresenta-se primeiramente a definição de alguns conceitos fundamentais sobre a teoria de mecanismos, formulando-se em seguida o problema de síntese estrutural para mecanismos de direção. As ferramentas matemáticas utilizadas neste capítulo serão principalmente: a teoria de grupos e a teoria de grafos, caso o leitor não esteja familiarizado com estas ferramentas, recomenda-se a leitura dos apêndices A e B.

3.1 Conceitos fundamentais da teoria de mecanismos

Nesta seção serão definidos os conceitos de cadeia cinemática, mecanismo, graus de liberdade de uma cadeia cinemática ou mecanismo, representação de cadeias cinemáticas e mecanismos e será introduzido o conceito de simetria de uma cadeia cinemática.

3.1.1 Cadeias cinemáticas e mecanismos

Uma cadeia cinemática é um conjunto de elos ou corpos rígidos conectados por juntas. Quando um elo da cadeia cinemática é fixado a uma base, a cadeia cinemática torna-se um mecanismo (TSAI, 2001).

3.1.2 Representações de cadeias cinemáticas e mecanismos

As cadeias cinemáticas e os mecanismos são representados de três formas: representação funcional, representação estrutural e representação por grafo. Na representação funcional Figura 3.1(a), os elos e as juntas do mecanismo representam-se aproximadamente como são na realidade. A representação estrutural Figura 3.1(b), consiste em desenhar os elos do mecanismo como polígonos, onde os vértices representam as juntas. Por último na representação por grafo Figura 3.1(c), os elos são representados por um conjunto de vértices e, as juntas representam-se por um conjunto de arestas.

A representação por grafo é muito útil porque permite considerar um mecanismo como um elemento matemático.

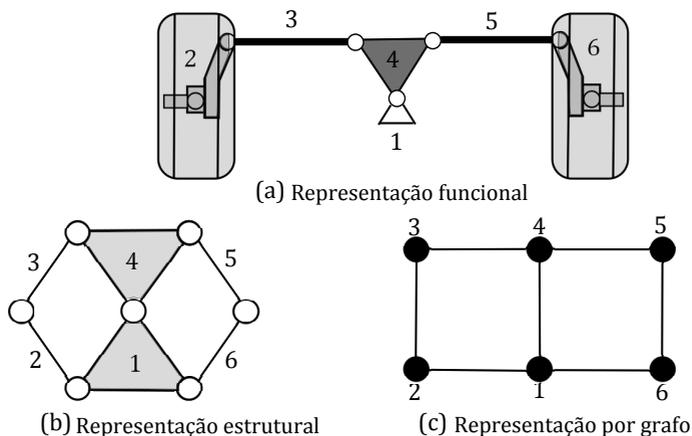


Figura 3.1: Representações de cadeias cinemáticas e mecanismos.

3.1.3 Graus de liberdade

Os graus de liberdade de um mecanismo referem-se ao número de parâmetros independentes requeridos para especificar completamente a configuração do mecanismo no espaço (TSAI, 2001).

$$M = \lambda(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \quad (3.1)$$

Quando as restrições nas juntas são independentes e não se introduz nenhuma redundância, os graus de liberdade de uma cadeia cinemática, com n elos e j juntas podem ser calculados pela Eq.(3.1), onde λ são os graus de liberdade do espaço no qual um mecanismo destina-se a funcionar e, f_i representa os graus de movimento relativo permitidos pela junta i .

Para mecanismos que estão formados só por cadeias fechadas a Eq.(3.1) pode ser escrita como:

$$M = j - \lambda v \quad (3.2)$$

Com

$$v = j - n + 1 \quad (3.3)$$

onde v é o número de subcadeias ou circuitos independentes. A Eq.(3.2) é conhecida como critério de mobilidade do circuito (SIMONI, 2008).

No caso de mecanismos com $M = 1$ e $\lambda = 3$ temos que

$$n = \begin{cases} 4 & \text{se } v = 1 \\ 6 & \text{se } v = 2 \\ 8 & \text{se } v = 3 \\ \vdots & \end{cases} \quad (3.4)$$

3.1.4 Grafos e simetria de cadeias cinemáticas

A teoria de grafos é de grande utilidade na síntese de mecanismos, porque permite tratar um mecanismo como elemento matemático e, portanto, o estudo de suas propriedades. Simoni, Martins e Carboni (2007), apresentam definições importantes para o estudo de mecanismos:

Definição 1. Um grafo $X = (V, E)$ consiste de um conjunto finito V de vértices e um conjunto de arestas E formadas por pares $\{x, y\} \in V$.

Definição 2. A simetria de uma cadeia cinemática é a simetria de seu correspondente grafo. Uma cadeia cinemática é simétrica quando tem mais de um automorfismo.

O conceito de simetria de cadeias cinemáticas é útil no estudo de mecanismos, pois, elos simétricos em uma cadeia cinemática, representam o mesmo mecanismo, quando é fixado um dos elos.

3.2 Definição do problema de síntese estrutural de mecanismos de direção

A síntese estrutural de cadeias cinemáticas é uma das divisões da síntese estrutural, ramo da cinemática dos mecanismos, e trata da enumeração de uma lista completa de cadeias cinemáticas que satisfazem as características de mobilidade (SIMONI, 2010). Portanto, a síntese estrutural de mecanismos de direção consiste da listagem de todos os mecanismos com v circuitos, que cumprem um determinado número de características, que são desejáveis em um mecanismo de direção.

Na Figura 3.2 é representado um mecanismo de direção que é simétrico com respeito ao eixo aa' . A simetria é uma característica desejada em um mecanismo de direção, dado que o comportamento cinemático das

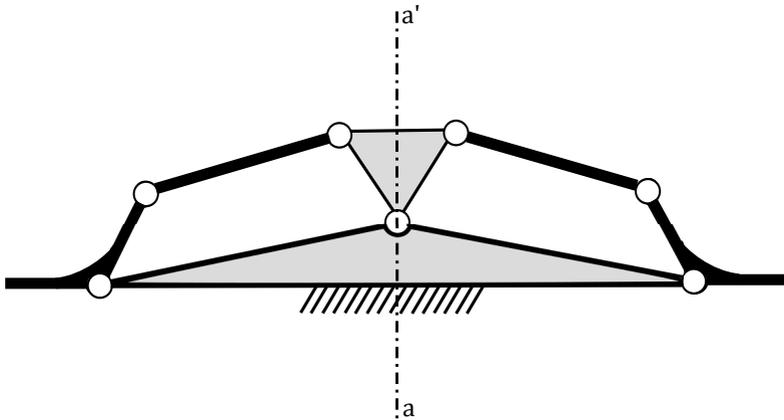


Figura 3.2: Mecanismo de direção simétrico de 6 elos.

rodas direcionais é igual, quando as rodas estão esterçando à esquerda ou à direita.

Como a representação de um mecanismo não leva em conta os tamanhos dos elos, precisa-se da definição de simetria de um mecanismo de direção.

Definição 3. *Um mecanismo de direção é simétrico, se existe um desenho no plano, do grafo que seja simétrico a uma reta que passe pelo nó que representa ao elo fixo.*

Note que a definição de simetria de cadeias cinemáticas e mecanismos de direção são diferentes.

3.3 Método de síntese estrutural proposto

Nesta seção serão definidos uma série de passos para encontrar todos os possíveis mecanismos de direção e, logo será exposto um exemplo para entender melhor a metodologia.

1. Encontrar todas as partições com v circuitos e um grau de liberdade.
2. Listar todas as cadeias cinemáticas permitidas para cada partição.
3. Determinar o grupo de automorfismos e as órbitas para cada cadeia cinemática.

4. Escolher um representante de cada órbita e determinar se tem simetria.
5. Encontrar todas permutações válidas das juntas, entre rotativas e prismáticas.

3.3.1 Exemplo do método proposto

Considerando mecanismos com $v = 3$ e, segundo as Eqs.(3.3) e (3.4), $n = 8$ e $j = 10$. As partições são soluções das seguintes equações:

$$n = n_2 + n_3 + n_4 + \dots \quad (3.5)$$

$$2j = 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 + \dots \quad (3.6)$$

onde o subíndice indica o tipo de elo (binário, ternário, ...).

Resolvendo as Eqs. (3.5) e (3.6) considerando somente elos binários e ternários temos que a partição está formada por 4 elos binários e 4 elos ternários. O passo seguinte é formar cadeias válidas unindo os diferentes tipos de elos. Os métodos de formação de cadeias cinemáticas podem ser encontrados em Simoni (2008).

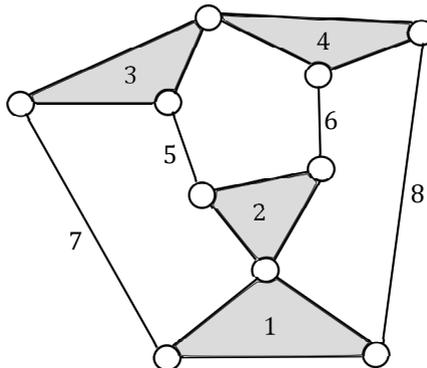


Figura 3.3: Borboleta Dupla.

Neste exemplo só estudaremos a cadeia cinemática representada na Figura 3.3, que é conhecida como borboleta dupla correspondente à partição $[3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2]$. Uma característica interessante deste mecanismo é que qualquer subcadeia do mecanismo tem maior grau de liber-

dade do que a cadeia completa. Da definição 1 temos que o grafo correspondente ao mecanismo é $X = (V, E)$, onde $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e $E = \{(1, 2), (1, 7), (1, 8), (2, 5), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 7), (4, 6), (4, 8)\}$. Os automorfismos do grafo X são:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix} = (1)(2)(3)(4)(5)(6)(7)(8)$$

$$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 4 & 3 & 6 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix} = (1)(2)(34)(56)(78)$$

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 7 & 8 & 5 & 6 \end{pmatrix} = (12)(3)(4)(57)(68)$$

$$\sigma_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 1 & 4 & 3 & 8 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix} = (12)(34)(58)(67)$$

obtidos com o programa Nauty implementado em C (MCKAY, 2004).

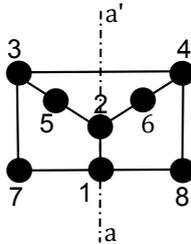


Figura 3.4: Desenho do grafo do mecanismo Borboleta Dupla.

O conjunto de órbitas é $O = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5, 6, 7, 8\}\}$. A Figura 3.4 é um desenho do grafo X , no qual pode-se perceber a simetria do grafo é em relação à reta que passa pelos vértices 1 e 2. Neste caso só temos um mecanismo simétrico devido a que os vértices 1 e 2 pertencem à mesma órbita.

O último passo é achar as permutações tendo em conta o seguinte:

- cada permutação tem de manter a simetria,
- um circuito deve ter no máximo duas juntas prismáticas,
- as juntas onde estão pivotadas as rodas tem de ser rotativas.

Segundo a enumeração das juntas na Figura 3.5 temos que,

$$M_c = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 9 & 10 \\ 1 & 2 & 8 & 9 & 10 \end{bmatrix}$$

é a matriz de circuitos, onde as linhas representam os circuitos e, cada elemento da linha representa uma junta do circuito. Nos casos em que o número de elementos dos circuitos sejam diferentes, os espaços vazios da matriz M_c serão preenchidos com zeros.

Temos que,

$$N_s = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 8 \\ 10 & 9 & 7 & 6 & 5 & 8 \end{bmatrix}$$

é a matriz que contém as juntas simétricas, de modo que o elemento $N_s(i, 1)$ é simétrico ao elemento $N_s(i, 2)$. As juntas que não são simétricas a outras juntas, por conseguinte são simétricas a si mesmas.

O pseudocódigo para achar todas as permutações válidas é apresentado no algoritmo 1.

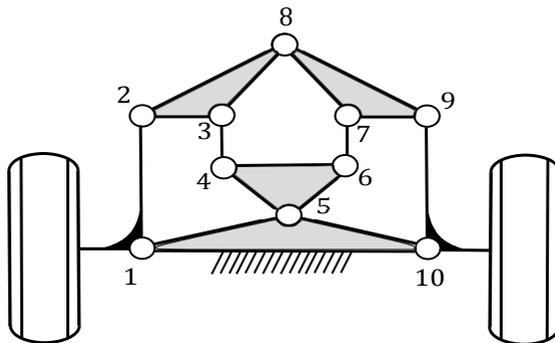


Figura 3.5: Sistema de direção Borboleta Dupla.

Algoritmo 1 Determinação das permutações válidas

1- Entrada:

- Matriz de circuitos M_c
- Matriz de juntas simétricas N_s
- Juntas pivô

2- Permutações:

$$k = 1$$

enquanto $\{k \leq 2^j\}$

faça

- Determinar a permutação k

se $\{ \text{A permutação } k \text{ matem a simetria e não tem circuitos com mais de duas juntas prismáticas e as juntas pivô são rotativas} \}$

então

- Guardar a permutação k

fim se

$$k = k + 1$$

fim enquanto

3- Saída

- Mostrar todas as permutações guardadas
-

O algoritmo 1 foi implementado em MATLAB, não apresentando grande dificuldade devido ao pequeno número de juntas.

A matriz,

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ R & R & R & R & R & R & R & R & R & R \\ R & R & R & R & \mathbf{P} & R & R & R & R & R \\ R & R & R & R & R & R & R & \mathbf{P} & R & R \\ R & R & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & R & R & R \\ R & R & R & R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R & R \\ R & R & \mathbf{P} & R & P & R & \mathbf{P} & R & R & R \\ R & R & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & R & R & R \\ R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R \\ R & R & \mathbf{P} & R & R & R & \mathbf{P} & R & R & R \\ R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & R & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R \\ R & \mathbf{P} & R & R & R & R & R & R & \mathbf{P} & R \\ R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R & R & R & \mathbf{P} & R \end{bmatrix}$$

representa todas as permutações válidas, onde a primeira linha indica as juntas e, as demais linhas são as permutações. Na Figura 3.7 são representadas todas as permutações do mecanismo da Figura 3.5.

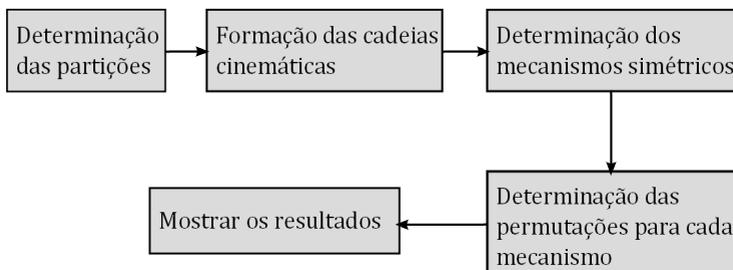


Figura 3.6: Fluxograma da síntese estrutural.

A Figura 3.6 mostra um fluxograma do processo de síntese estrutural de mecanismos de direção, onde cada um dos blocos foi explicado anteriormente.

3.4 Resultados do capítulo

Na Tabela 3.1 são mostradas todas as partições de quatro elos, ao passo em que a Tabela 3.2 mostra todas as partições de seis elos.

Tabela 3.1: Partições de cadeias cinemáticas de 4 elos.

Partições	Classificação dos elos			
1	2	2	2	2

A única cadeia cinemática válida de quatro elos é a representada na Figura 3.8. Existe somente um mecanismo de direção, mostrado na Figura 3.9, derivado da cadeia cinemática mostrada na Figura 3.8, tendo como permutações possíveis as representadas na matriz:

$$S_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ R & R & R & R \\ R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R \end{bmatrix}$$

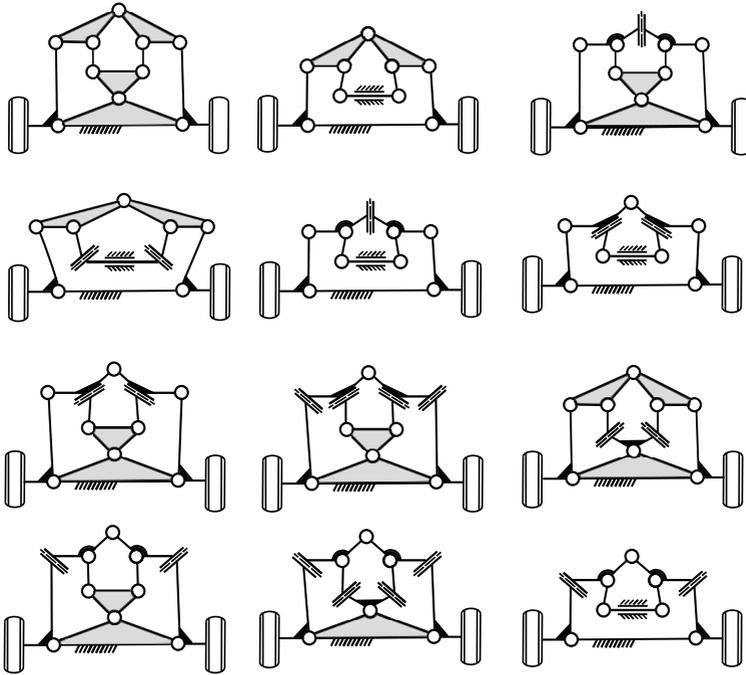


Figura 3.7: Permutações das juntas do mecanismo de direção Borboleta Dupla.

Da partição 1 na Tabela 3.2 ponde-se formar duas cadeias cinemáticas válidas, que são mostradas na Figura 3.10, enquanto que não existem cadeias válidas da partição 2.

Das cadeias cinemáticas da Figura 3.10 existe somente um mecanismo de direção (Figura 3.11), derivado da cadeia cinemática da Figura 3.10(a). Tendo como permutações possíveis as representadas na matriz:

$$S_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ R & R & R & R & R & R & R \\ R & R & R & \mathbf{P} & R & R & R \\ R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R \\ R & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & R \\ R & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & R \\ R & \mathbf{P} & R & R & R & \mathbf{P} & R \end{bmatrix}$$

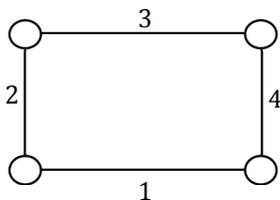


Figura 3.8: Cadeia cinemática de 4 elos.

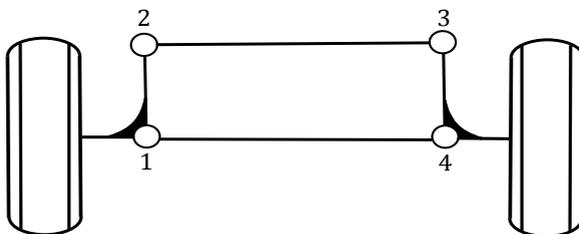


Figura 3.9: Mecanismo de direção de 4 elos.

Da partição 1 na Tabela 3.3 derivam-se seis cadeias cinemáticas que são mostradas na Figura 3.13. A notação $4T4B1$ utiliza-se para representar um mecanismo de direção de 4 elos Ternários, 4 e 4 elos Binários, o ultimo número se utilizará para diferenciar o mecanismo de outros com o mesmo número e tipo de elos. Esta notação será adotada neste trabalho para novos mecanismos de direção.

O mecanismo da Figura 3.12 é um mecanismo de direção derivado da cadeia cinemática da Figura 3.13(a). Tendo como permutações possíveis as representadas na matriz:

Tabela 3.2: Partições de cadeias cinemáticas de 6 elos.

Partições	Classificação dos elos					
1	3	3	2	2	2	2
2	4	2	2	2	2	2

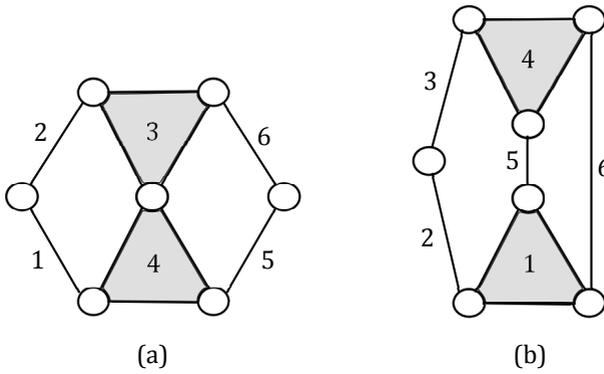


Figura 3.10: Cadeias cinemáticas de 6 elos.

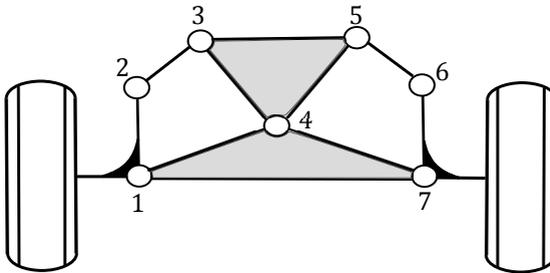


Figura 3.11: Mecanismo de direção de 6 elos.

Tabela 3.3: Partições de cadeias cinemáticas de 8 elos.

Partições	Classificação dos elos							
1	3	3	3	3	2	2	2	2
2	4	3	3	2	2	2	2	2
3	4	4	2	2	2	2	2	2
4	5	3	2	2	2	2	2	2
5	6	2	2	2	2	2	2	2

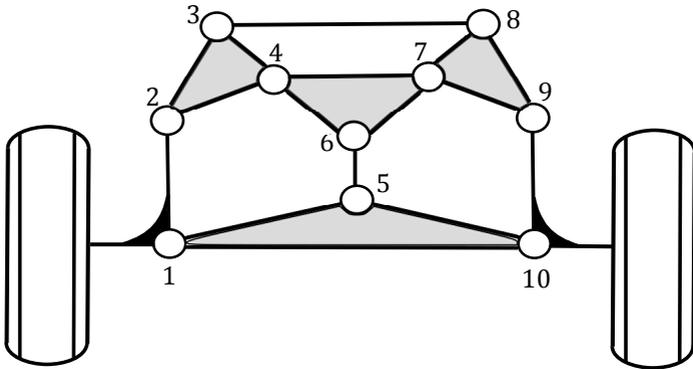


Figura 3.12: Mecanismo de direção 4T4B1.

$$S_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ R & R & R & R & R & R & R & R & R & R \\ R & R & R & R & \mathbf{P} & R & R & R & R & R \\ R & R & R & R & R & \mathbf{P} & R & R & R & R \\ R & R & R & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & R & R & R \\ R & R & R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R & R & R \\ R & R & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & R & R \\ R & R & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & R & R \\ R & R & \mathbf{P} & R & R & R & R & \mathbf{P} & R & R \\ R & R & \mathbf{P} & R & P & R & R & \mathbf{P} & R & R \\ R & R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & R \\ R & \mathbf{P} & R & R & R & R & R & R & \mathbf{P} & R \\ R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R & R & R & \mathbf{P} & R \\ R & \mathbf{P} & R & R & R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R \end{bmatrix}$$

O mecanismo da Figura 3.14 é um mecanismo de direção derivado da cadeia cinemática da Figura 3.13(b). Tendo como permutações possíveis as representadas na matriz:

$$S_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ R & R & R & R & R & R & R & R & R & R \\ R & R & R & R & \mathbf{P} & R & R & R & R & R \\ R & R & R & R & R & R & R & \mathbf{P} & R & R \\ R & R & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & R & R & R \\ R & R & R & R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R & R \\ R & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & R & R \\ R & R & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & R & R & R \\ R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R \\ R & R & \mathbf{P} & R & R & R & \mathbf{P} & R & R & R \\ R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & R & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R \\ R & \mathbf{P} & R & R & R & R & R & R & \mathbf{P} & R \\ R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R & R & R & \mathbf{P} & R \end{bmatrix}$$

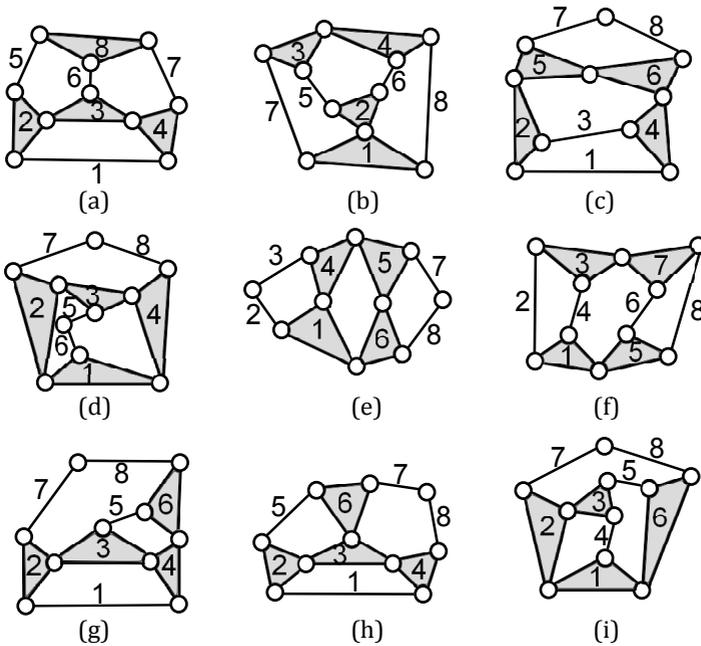


Figura 3.13: Cadeias cinemáticas de quatro elos ternários e quatro binários.

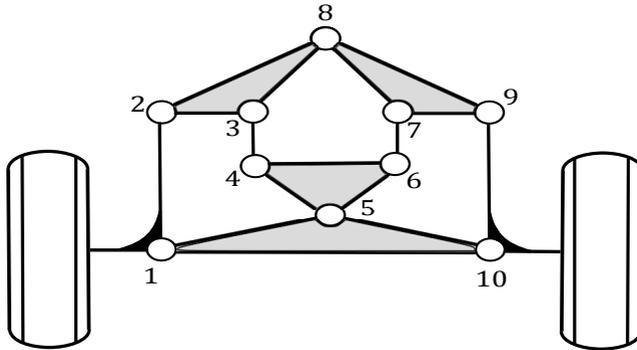


Figura 3.14: Mecanismo de direção 4T4B2.

Na Figura 3.15 mostram-se todas as cadeias cinemáticas válidas, derivadas da partição 2 da Tabela 3.3.

O mecanismo de direção da Figura 3.16 deriva-se da cadeia cinemática que é mostrada na Figura 3.15(a). Onde as suas permutações representam-se na matriz S_5 .

$$S_5 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ R & R & R & R & R & R & R & R & R & R \\ R & R & R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R & R & R \\ R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R \\ R & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & R \\ R & R & R & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & R & R & R \\ R & R & \mathbf{P} & R & R & R & R & \mathbf{P} & R & R \\ R & \mathbf{P} & R & R & R & R & R & R & \mathbf{P} & R \end{bmatrix}$$

Também os mecanismos da Figura 3.17(a) e Figura 3.17(b) pertencem à partição 2, tendo como permutações possíveis as representadas nas matrizes S_6 e S_7 respectivamente.

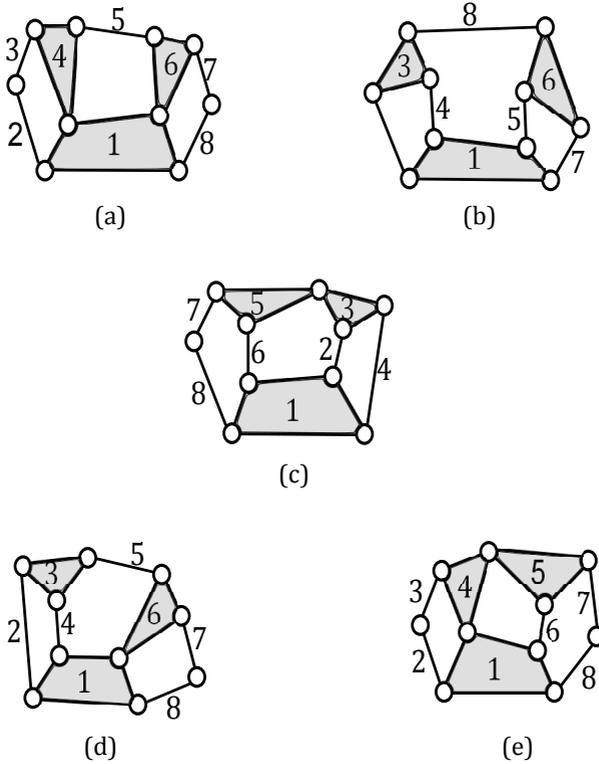


Figura 3.15: Cadeias cinemáticas de um elo quaternário, dois ternários e quatro binários.

$$S_6 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ R & R & R & R & R & R & R & R & R & R \\ R & R & R & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & R & R & R \\ R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R \\ R & R & R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R & R & R \\ R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R \\ R & \mathbf{P} & R & R & R & R & R & R & \mathbf{P} & R \\ R & R & \mathbf{P} & R & R & R & R & \mathbf{P} & R & R \end{bmatrix}$$

$$S_7 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ R & R & R & R & R & R & R & R & R & R \\ R & R & R & R & \mathbf{P} & R & R & R & \mathbf{P} & R \\ R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R \\ R & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & R \\ R & R & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & R & R & R \\ R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R \\ R & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R \\ R & \mathbf{P} & R & R & R & R & R & R & \mathbf{P} & R \\ R & R & \mathbf{P} & R & R & R & \mathbf{P} & R & R & R \end{bmatrix}$$

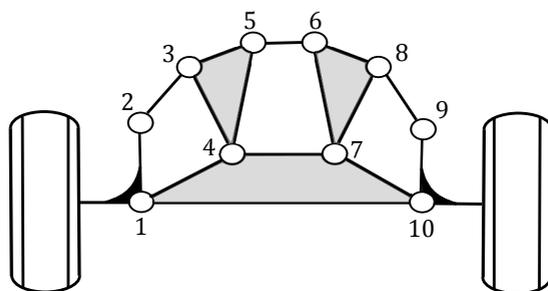


Figura 3.16: Mecanismo de direção *Q2T5B1*.

Da partição 3 na Tabela 3.3 derivam-se as cadeias cinemáticas mostradas na Figura 3.18, onde a cadeia da Figura 3.18(a) dá como resultado o mecanismo mostrado na Figura 3.19, tendo como permutações possíveis as representadas na matriz S_8 .

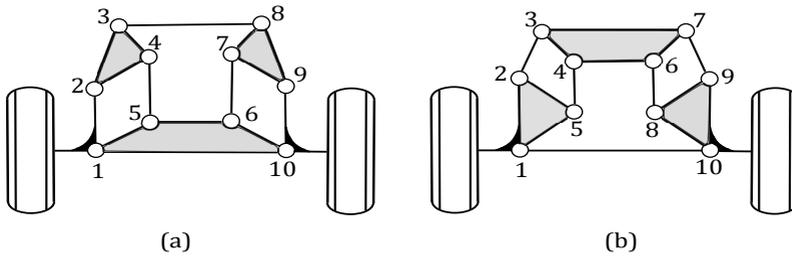


Figura 3.17: Mecanismos de direção de Fahey e *Q2T4B2*.

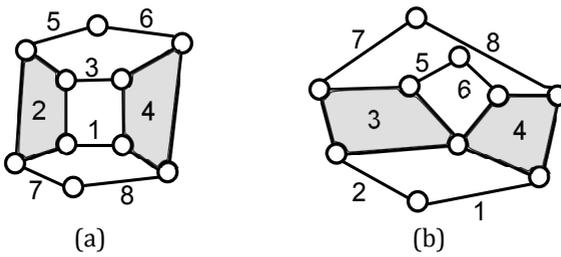


Figura 3.18: Cadeias cinemáticas de dois elos quaternários e seis binários.

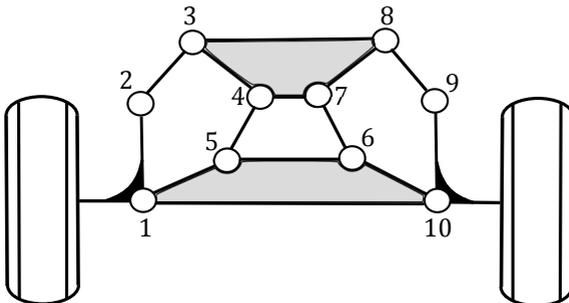


Figura 3.19: Mecanismo de direção *2Q6B*.

$$S_8 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ R & R & R & R & R & R & R & R & R & R \\ R & R & R & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & R & R & R \\ R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R \\ R & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & R \\ R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R & \mathbf{P} & R \\ R & R & R & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & R & R & R \\ R & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & R & \mathbf{P} & \mathbf{P} & R & R \\ R & \mathbf{P} & R & R & R & R & R & R & \mathbf{P} & R \\ R & R & \mathbf{P} & R & R & R & R & \mathbf{P} & R & R \end{bmatrix}$$

As patições 4 e 5 não produzem nenhuma cadeia cinemática válida.

3.5 Conclusões do capítulo

Neste capítulo apresentou-se uma metodologia para a síntese estrutural de mecanismos de direção, utilizando como ferramenta matemática a teoria de grafos e grupos.

Definiu-se como critério principal a simetria, que foi definida em termos do grafo que representa ao mecanismo, obtendo como resultado uma lista de todos os mecanismos simétricos de 4, 6 e 8 elos. O número total de mecanismos é 66 o que fornece ao projetista de uma ampla gama de mecanismos que são soluções potenciais no problema de síntese dimensional de um mecanismo de direção.

4 SÍNTESE DIMENSIONAL E OTIMIZAÇÃO DE MECANISMOS

Quando um mecanismo está estruturalmente definido, o passo seguinte a ser tomado é a determinação de suas dimensões, processo conhecido como síntese dimensional. A síntese dimensional de mecanismos consiste na determinação da proporção dos elos do mecanismo para atingir o movimento desejado (NORTON, 1999). Em Erdman e Sandor (1997) definem-se três tipos de síntese dimensional: geração de função, trajetória e movimento.

- **Geração de função:** Parte da síntese de mecanismos onde se busca suas dimensões de modo a satisfazer uma relação entre as variáveis de entrada e variáveis de saída, como mostrado na Figura 4.1.

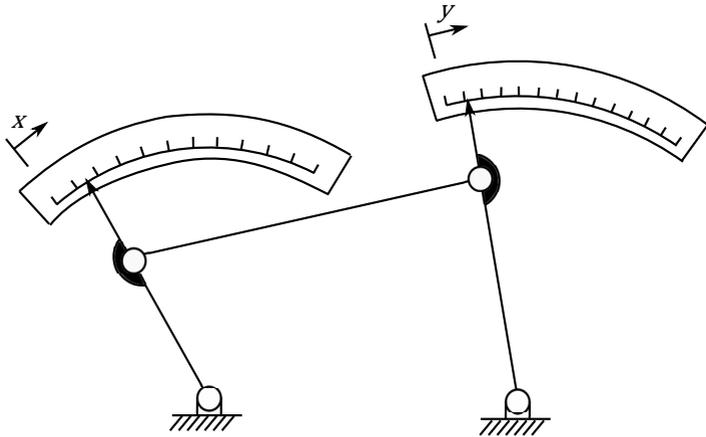


Figura 4.1: Mecanismo gerador de função.

No mecanismo da Figura 4.1 a relação entre as variáveis x e y pode ser escrita como:

$$y = G(x) \quad (4.1)$$

Na prática a síntese é feita para um número reduzido de valores de entrada e geralmente a solução é aproximada. Para saber o quão próximo o mecanismo está dos valores de saída desejados utiliza-se a função,

$$\xi(x_i) = y_{di} - G_i(x_i) \quad (4.2)$$

conhecida como erro estrutural, com valores de entrada x_i e de saída desejados y_{di} .

- **Geração de trajetória:** Define-se como o controle de um ponto de modo que siga uma trajetória prescrita, como mostrada na Figura 4.2.

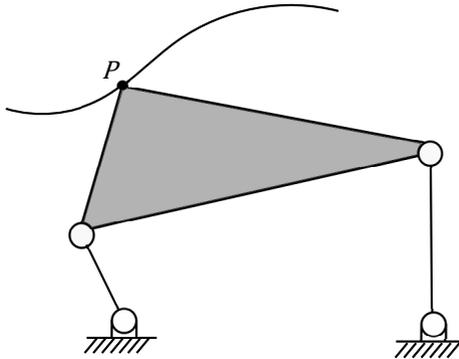


Figura 4.2: Mecanismo gerador de trajetória.

- **Geração de movimento:** Define-se como o controle de um corpo rígido de modo que assuma um conjunto prescrito de posições sequenciais, como mostrado na Figura 4.3.

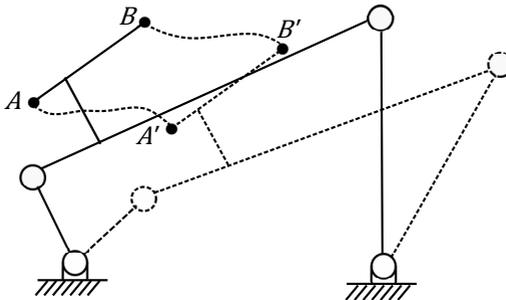


Figura 4.3: Mecanismo gerador de movimento.

O problema de síntese dimensional de mecanismo de mecanismos de direção é um problema de geração de função tendo como função desejada a condição de Ackermann. No capítulo 5 será estudado com mais profundidade este problema.

Na seguinte seção serão mostrados os diferentes tipos coordenadas utilizadas na modelagem de mecanismos, fazendo ênfase nas coordenadas naturais as quais serão utilizadas neste trabalho.

4.1 Modelagem de mecanismos planos

Para desenvolver um modelo matemático programável em um computador, é preciso criar um modelo simples e eficiente do mecanismo. A transformação dos conceitos de junta, elo, etc., em um conjunto de dados numéricos é o processo de modelização. Na modelização de mecanismos é importante o tipo de coordenadas empregadas, porque, das coordenadas escolhidas depende a complexidade das equações envolvidas no modelo. A teoria apresentada nesta seção foi obtida na literatura pesquisada (JALON; BAYO, 1994), (NIKRAVESH, 1988) e (ITURRIAGAGOITIA, 2014).

4.1.1 Coordenadas independentes

Na modelagem de um mecanismo em coordenadas independentes é utilizado o número mínimo de coordenadas, ou seja, o número de coordenadas correspondente ao número de graus de liberdade que tenha o mecanismo. Por exemplo, para a modelagem do mecanismo de quatro barras da Figura 4.4(a) precisa-se de uma única coordenada, que poder ser o ângulo φ . Para modelar o robô plano da Figura 4.4(b) precisam-se três coordenadas, que podem ser os ângulos φ_1 , φ_2 , φ_3 .

A vantagem das coordenadas independentes é que o número de coordenadas é mínimo e, portanto diminuindo o tamanho do problema, sendo adequadas para modelar mecanismos de cadeia cinemática aberta. No caso de mecanismos de cadeia cinemática fechada, não é muito vantajoso usar coordenadas independentes, visto ser possível que a posição do mecanismo não seja especificada de forma unívoca, dando origem a ambiguidades.

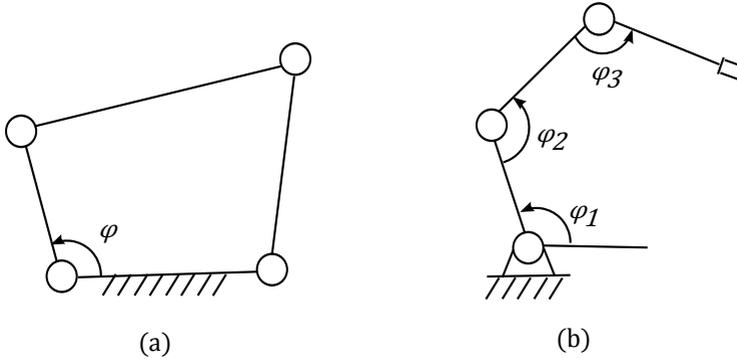


Figura 4.4: Modelagem em coordenadas independentes.

4.1.2 Coordenadas dependentes

As coordenadas são ditas dependentes, quando o número de coordenadas na modelagem do problema é maior que o número de graus de liberdade do mecanismo. A Eq.(4.3) mostra a relação entre o número de graus de liberdade M , o número de coordenadas dependentes n e o número de equações de restrição m .

$$M = n - m \quad (4.3)$$

A característica das coordenadas dependentes é que elas definem univocamente a posição de cada elemento do mecanismo. As coordenadas dependentes se dividem em: relativas, de ponto de referência e naturais.

4.1.2.1 Coordenadas relativas

As coordenadas relativas são definidas em cada par cinemático, medindo a posição de cada elemento com respeito à coordenada anterior na cadeia cinemática. Em cada par é preciso introduzir tantas coordenadas quanto graus de liberdade tenha o par. Na Figura 4.5 as coordenadas φ_1 , φ_2 , φ_3 e s definem univocamente a posição do mecanismo. Nas coordenadas relativas as equações de restrição procedem fundamentalmente das condições de fechamento da cadeia cinemática.

Uma vantagem das coordenadas relativas é o número reduzido de coordenadas que conduz a uma formulação compacta e eficiente. Seu principal

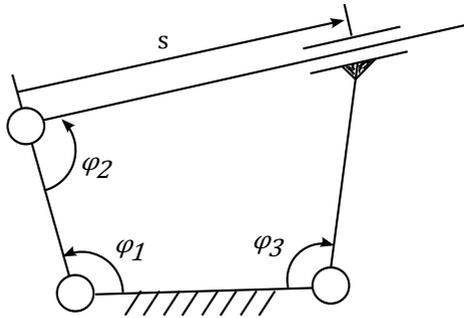


Figura 4.5: Modelagem em coordenadas relativas.

inconveniente é a dificuldade de determinar de forma sistemática o número de subcadeias fechadas e quais delas são independentes.

4.1.2.2 Coordenadas de ponto de referência

As coordenadas de ponto de referência situam a posição e orientação de cada elemento do mecanismo de forma absoluta. A principal vantagem das coordenadas de ponto de referência consiste no sistemático de sua aplicação, tanto na modelização do mecanismo como na geração das equações de restrição (Figura 4.6).

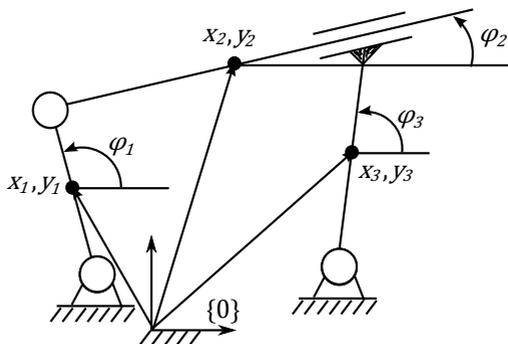


Figura 4.6: Modelagem em coordenadas de ponto de referência.

4.1.2.3 Coordenadas naturais

Nas coordenadas naturais a posição de cada elemento também se define de forma absoluta, mas neste caso não estão situadas no meio do elemento, normalmente situam-se no par cinemático. Com as coordenadas naturais, a modelagem de um mecanismo é mais fácil e sistemática e as equações de restrição são mais simples. As coordenadas naturais também incluem o uso de coordenadas relativas.

4.1.3 Coordenadas naturais no plano

As coordenadas naturais no plano se compõem de coordenadas cartesianas de alguns pontos do sólido situados nos pares. Para a modelagem correta de um mecanismo em coordenadas naturais podem-se seguir as seguintes normas:

1. Em cada junta deve-se colocar um ponto.
2. Nos pares prismático devem existir, no mínimo, três pontos alinhados: dois para definir o eixo e, um para a junta deslizante.
3. Cada sólido deve conter, no mínimo, dois pontos. Se esta condição não for cumprida, é impossível determinar a orientação do corpo.
4. Além do acima exposto, podem ser utilizados tantos pontos adicionais quanto forem necessários.

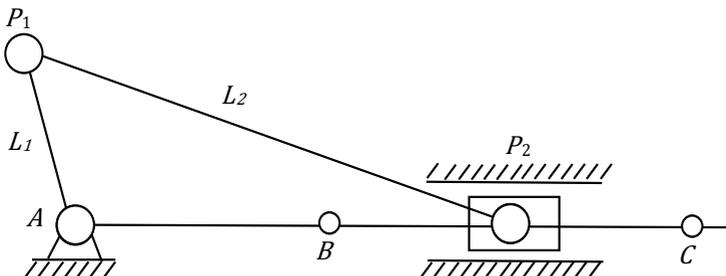


Figura 4.7: Mecanismo biela-manivela-seguidor.

Exemplo 3.1 Para a modelagem do mecanismo biela-manivela-seguidor da Figura 4.7, utilizam-se os pontos P_1 e P_2 . Os pontos A , B e

C são necessários para a formulação das equações de restrição, mas não pertencem as coordenadas naturais pois não são variáveis. Portanto o vetor de coordenadas naturais é $[x_1, y_1, x_2, y_2]$. Como o mecanismo tem um grau de liberdade e, quatro coordenadas naturais, pela Eq.(4.3) temos que são necessárias três equações de restrição, que são:

$$(x_1 - x_A)^2 + (y_1 - y_A)^2 - L_1^2 = 0 \quad (4.4)$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - L_2^2 = 0 \quad (4.5)$$

$$(x_2 - x_C)(y_C - y_B) - (y_2 - y_C)(x_C - x_B) = 0 \quad (4.6)$$

As Eqs.(4.4) e (4.5) são obtidas da condição de rigidez das barras ou seja, seu comprimento é sempre constante. A Eq.(4.6) corresponde à junta prismática, obtida da condição:

$$\overrightarrow{CP_2} \times \overrightarrow{BC} = 0 \quad (4.7)$$

o que garante que os pontos B , 2 e C estejam alinhados.

4.1.3.1 Restrições de sólido rígido

Restrições de sólido rígido são necessárias para que os pontos de um elemento não tenham deslocamentos relativos. Em um elemento plano definido mediante n pontos devem existir $n - 3$ equações de restrição, visro que o elemento tem três graus de liberdade. Para modelar corpos rígidos são escolhidos tantos pontos quanto forem necessários.

- **Dois pontos** (Figura 4.8(a)): Neste caso, a única equação de restrição é a que permite manter a distância constante entre os pontos P_1 e P_2 .

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - L_{12}^2 = 0 \quad (4.8)$$

- **Três pontos** (Figura 4.8(b)): Precisam-se três restrições para assegurar que os lados do triângulo $\triangle 123$ sejam constantes.

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - L_{12}^2 = 0 \quad (4.9)$$

$$(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 - L_{13}^2 = 0 \quad (4.10)$$

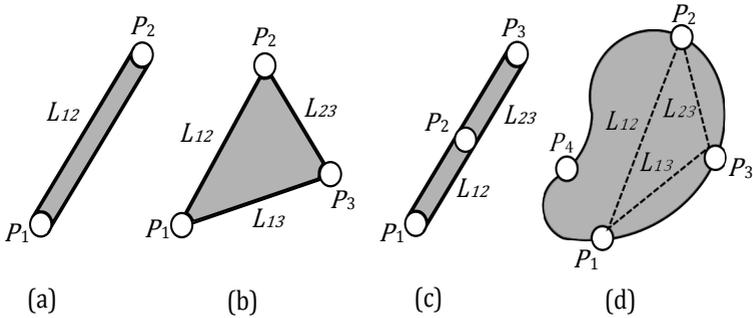


Figura 4.8: Corpos rígidos no plano modelados com coordenadas naturais.

$$(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 - L_{23}^2 = 0 \quad (4.11)$$

- **Três pontos alinhados** (Figura 4.8(c)): Quando os três pontos encontram-se alinhados, as três equações de distância não garantem a condição de sólido rígido porque as três equações não seriam independentes. A solução deste problema é substituir duas equações de distância por duas equações de proporcionalidade,

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - L_{12}^2 = 0 \quad (4.12)$$

$$(x_3 - x_1) - \frac{L_{13}}{L_{12}}(x_2 - x_1) = 0 \quad (4.13)$$

$$(y_3 - y_1) - \frac{L_{13}}{L_{12}}(y_2 - y_1) = 0 \quad (4.14)$$

as Eqs.(4.13) e (4.14) representam a proporcionalidade entre o vetor $\vec{P_1P_2}$ e $\vec{P_1P_3}$.

- **Quatro pontos** (Figura 4.8(d)): Com quatro pontos, o número de variáveis é $n = 8$, portanto são necessárias cinco equações de restrição, que são:

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - L_{12}^2 = 0 \quad (4.15)$$

$$(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 - L_{13}^2 = 0 \quad (4.16)$$

$$(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 - L_{23}^2 = 0 \quad (4.17)$$

$$(x_4 - x_1) - \eta (x_2 - x_1) - \sigma (x_3 - x_1) = 0 \quad (4.18)$$

$$(y_4 - y_1) - \eta (y_2 - y_1) - \sigma (y_3 - y_1) = 0 \quad (4.19)$$

As Eqs.(4.15), (4.16) e (4.17) são restrições de distância que definem o triângulo $\triangle 123$. As Eqs.(4.18) e (4.19) são obtidas expressando o vetor $\overrightarrow{P_1P_4}$ como combinação linear dos vetores $\overrightarrow{P_1P_2}$ e $\overrightarrow{P_1P_3}$, com constantes de proporcionalidade η e σ .

- **Mais de quatro pontos:** São estabelecidas três equações de restrição para três pontos não alinhados e, adiciona-se duas equações de combinação linear para cada ponto adicional.

4.1.3.2 Restrições de par cinemático

As restrições de par cinemático são necessárias para que as coordenadas dos elementos unidos mediante um par, possam se mover de acordo com os graus de liberdade permitidos pelo par. Os principais pares cinemáticos no plano são: Par rotativo, prismático rotativo, prismático rígido.

- **Par rotativo** (Figura 4.9): Como no par rotativo os dois elementos estão compartilhando o mesmo ponto, não é necessário estabelecer equações de restrição, mas pode-se formular duas equações triviais,

$$x_1 - x_2 = 0 \quad (4.20)$$

$$y_1 - y_2 = 0 \quad (4.21)$$

que garantem que os pontos P_1 e P_2 estejam unidos.

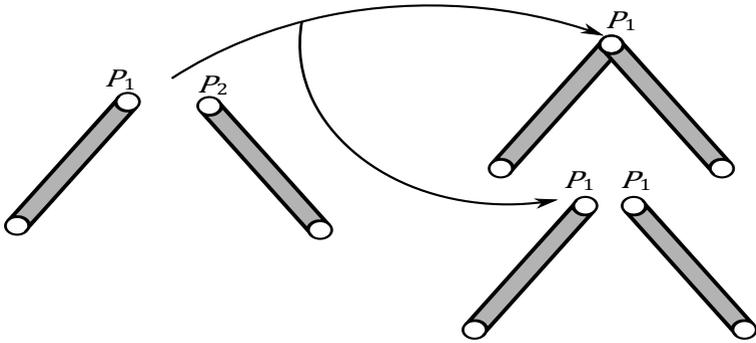


Figura 4.9: Modelagem par rotativo.

- **Par rotativo em movimento deslizante** (Figura 4.10(a)): Para modelar este par é preciso dispor de três pontos alinhados. A equação que garante que os pontos P_1 , P_2 e P_3 estejam alinhados, se consegue através da equação de produto vetorial nulo entre os vetores $\vec{P_1P_2}$ e $\vec{P_1P_3}$.

$$(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1) = 0 \quad (4.22)$$

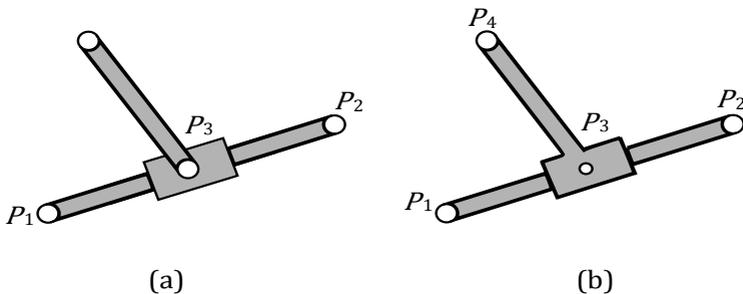


Figura 4.10: Modelagem pares prismáticos.

- **Par prismático rígido** (Figura 4.10(b)): O par prismático rígido pode ser modelado como o par rotativo em movimento deslizante, mas é preciso adicionar uma segunda restrição que garanta que o ângulo entre o

vetor $\overrightarrow{P_1P_2}$ e $\overrightarrow{P_3P_4}$ seja constante. As equações de restrição são:

$$(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1) = 0 \quad (4.23)$$

$$(x_2 - x_1)(x_4 - x_3) - (y_2 - y_1)(y_4 - y_3) - c = 0 \quad (4.24)$$

a Eq.(4.24) é obtida do produto escalar $\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \overrightarrow{P_3P_4} = c$.

4.1.3.3 Modelagem de pares cinemáticos com coordenadas relativas

Para modelar um mecanismo as vezes é apropriado usar coordenadas relativas, para descrever melhor certos pares cinemáticos, como mostrado na Figura 4.11.

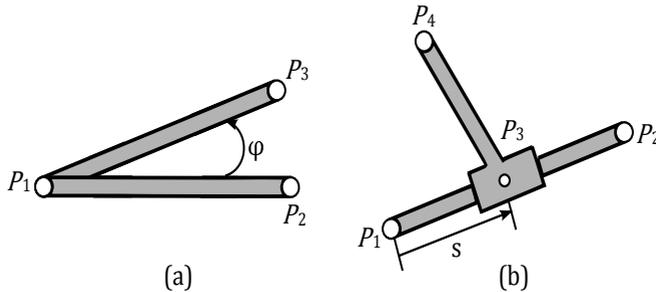


Figura 4.11: Modelagem de pares com coordenadas relativas.

Coordenada relativa angular (Figura 4.11(a)): A coordenada angular é útil quando se quer conhecer o ângulo entre dois elementos conectados por uma junta rotativa. A equação de restrição se consegue mediante o produto escalar dos vetores $\overrightarrow{P_1P_2}$ e $\overrightarrow{P_1P_3}$,

$$(x_2 - x_1)(x_3 - x_1) + (y_2 - y_1)(y_3 - y_1) - L_{12} \cos(\varphi) = 0 \quad (4.25)$$

infelizmente a Eq.(4.25) não é válida para valores próximos a 0 ou 180° e, para solucionar este inconveniente pode-se utilizar a equação,

$$(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1) - L_{12} \sin(\varphi) = 0 \quad (4.26)$$

considerando que esta equação não é válida para $\pm 90^\circ$.

Coordenada relativa linear (Figura 4.11(b)): Geralmente em pares prismáticos é útil modelar o par utilizando uma coordenada relativa, que determina a posição de um elemento com respeito ao elemento contíguo. A restrição pode-se formular como:

$$(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 - s^2 = 0 \quad (4.27)$$

Exemplo 3.2 A modelagem do mecanismo da Figura 4.12 é feita utilizando coordenadas naturais e relativas. Para modelar o mecanismo são considerados os três pontos móveis P_1 , P_2 e P_3 , quatro pontos fixos A , B , C e D e, o ângulo φ . O vetor de coordenadas contém sete componentes:

$$\mathbf{q} = [x_1 \quad y_1 \quad x_2 \quad y_2 \quad x_3 \quad y_3 \quad \varphi]^T \quad (4.28)$$

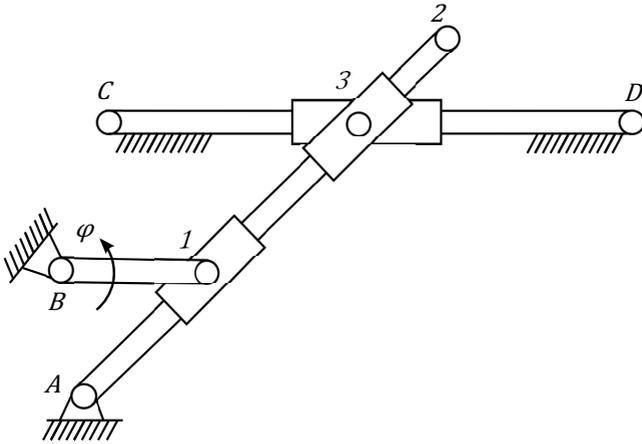


Figura 4.12: Mecanismo de retorno rápido.

são necessárias seis equações de restrição para modelar o mecanismo. Em primeiro lugar são definidas as restrições de distância constante:

$$(x_1 - x_B)^2 + (y_1 - y_B)^2 - L_{1B}^2 = 0 \quad (4.29)$$

$$(x_2 - x_A)^2 + (y_2 - y_A)^2 - L_{2A}^2 = 0 \quad (4.30)$$

seguem as restrições dos três pares prismáticos:

$$(x_1 - x_A)(y_2 - y_A) - (y_1 - y_A)(x_2 - x_A) = 0 \quad (4.31)$$

$$(x_3 - x_A)(y_2 - y_A) - (y_3 - y_A)(x_2 - x_A) = 0 \quad (4.32)$$

$$(x_3 - x_C)(y_D - y_C) - (y_3 - y_C)(x_D - x_C) = 0 \quad (4.33)$$

finalmente é introduzida a restrição do ângulo φ , que pode ser uma das seguintes equações:

$$x_1 - x_B - L_{1B} \cos \varphi = 0 \quad (4.34)$$

$$y_1 - y_B - L_{1B} \sin \varphi = 0 \quad (4.35)$$

4.1.4 Determinação da posição inicial

Determinar a posição inicial consiste em encontrar a posição de cada elo do mecanismo para determinados parâmetros de entrada, que representam os graus de liberdade do mecanismo. A determinação da posição baseia-se na solução das equações de restrição, que de forma compacta podem ser escritas como:

$$\Phi(\mathbf{q}, \varphi) = \begin{bmatrix} \phi_1(\mathbf{q}, \varphi) \\ \phi_2(\mathbf{q}, \varphi) \\ \dots \\ \phi_m(\mathbf{q}, \varphi) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (4.36)$$

Onde o vetor $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n]^T$ contém as incógnitas e, o vetor $\varphi = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \dots \ \varphi_M]^T$ contém as variáveis que representam os graus de liberdade do mecanismo. Uma solução iterativa à Eq.(4.36) pode ser encontrada com o método de Newton-Raphson, que escreve-se de forma recursiva como:

$$\mathbf{q}_{i+1} = \mathbf{q}_i + \nabla \Phi(\mathbf{q}_i, \varphi)^{-1} \Phi(\mathbf{q}_i, \varphi) \quad (4.37)$$

$$\nabla\Phi(\mathbf{q}_i, \varphi) = \begin{bmatrix} \frac{\partial\phi_1}{\partial q_1} & \frac{\partial\phi_1}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial\phi_1}{\partial q_n} \\ \frac{\partial\phi_2}{\partial q_1} & \frac{\partial\phi_2}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial\phi_2}{\partial q_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial\phi_m}{\partial q_1} & \frac{\partial\phi_m}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial\phi_m}{\partial q_n} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

onde $\nabla\Phi(\mathbf{q}_i, \varphi)$ é a matriz jacobiana $m \times n$ das equações de restrição e, com valores supostos iniciais \mathbf{q}_i . O processo iterativo termina quando este converge a uma solução próxima à real, o que acontece quando a diferença entre duas iterações sucessivas seja menor à tolerância escolhida,

$$|\mathbf{q}_{i+1} - \mathbf{q}_i| < \varepsilon \quad (4.39)$$

pode-se demonstrar que o método de Newton-Raphson tem convergência quadrática, sendo necessárias poucas iterações para a convergência.

Considere o mecanismo da Figura 4.13, que tem duas configurações para o ângulo de entrada φ . Dependendo a escolha do \mathbf{q}_i o método de Newton-Raphson converge a uma ou outra configuração e, em alguns casos o método diverge. Para assegurar a convergência a uma configuração o vetor \mathbf{q}_i tem que estar próximo da configuração desejada.

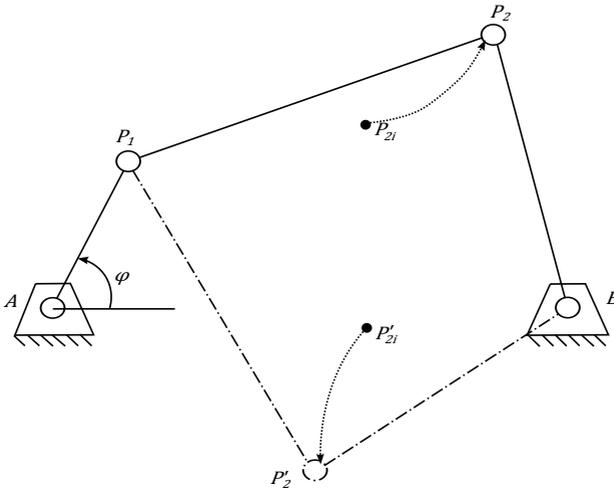


Figura 4.13: Configurações do mecanismo de quatro barras.

4.1.5 Deslocamentos sucessivos

Uma vez determinada a posição inicial do mecanismo, segue a determinação da posição seguinte do mecanismo, dado um incremento nos parâmetros de entrada. Uma forma de determinar posições sucessivas é utilizar a posição anterior como aproximação à posição posterior, sempre que os incrementos sejam o suficientemente pequenos. A Figura 4.14 mostra três posições sucessivas do mecanismo biela-manivela e seguidor, onde \mathbf{q}_o é a posição inicial, \mathbf{q}_1 e \mathbf{q}_2 são posições posteriores determinadas por,

$$\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_o + \nabla\Phi(\mathbf{q}_o, \varphi)^{-1}\Phi(\mathbf{q}_o, \varphi) \quad (4.40)$$

$$\mathbf{q}_2 = \mathbf{q}_1 + \nabla\Phi(\mathbf{q}_1, \varphi)^{-1}\Phi(\mathbf{q}_1, \varphi) \quad (4.41)$$

a n-ésima posição pode ser escrita como:

$$\mathbf{q}_n = \mathbf{q}_{n-1} + \nabla\Phi(\mathbf{q}_{n-1}, \varphi)^{-1}\Phi(\mathbf{q}_{n-1}, \varphi) \quad (4.42)$$

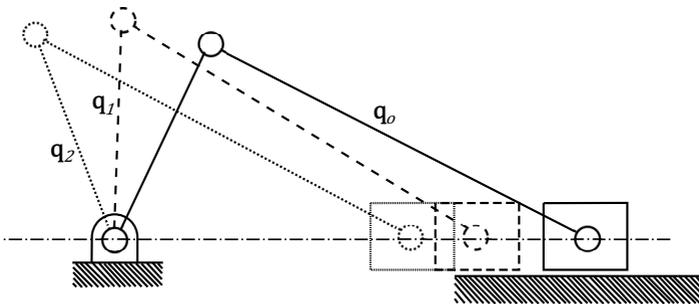


Figura 4.14: Mecanismo biela-manivela e seguidor.

4.2 Otimização na síntese dimensional de mecanismos

Em geral a síntese dimensional de mecanismos é um problema complexo, devido à não linearidade e a descontinuidade do espaço solução. Os métodos gráficos e analíticos são úteis quando o problema não tem grande complexidade. Por este motivo surge a necessidade de formular os problemas de síntese dimensional, como problemas de otimização.

Na área de otimização na síntese dimensional de mecanismos existe um grande número de trabalhos publicados atualmente, dos que destacam o apresentado por Roston e Sturges (1996), sugerindo técnicas numéricas para a síntese de mecanismos de quatro barras, utilizando algoritmos genéticos como método de busca, eliminando as limitações dos métodos baseados em derivadas. Em Kunjur e Krishnamurty (1997) mostra-se uma técnica na que os algoritmos genéticos utilizam-se na síntese dimensional de mecanismos, obtendo uma redução no tempo computacional. Cabrera, Simon e Prado (2002) projetaram um procedimento em que se aplicam os algoritmos genéticos como técnicas evolutivas em uma função objetivo estabelecida. Também utilizaram números reais na modelagem e modificaram os operadores genéticos para acelerar e melhorar a exatidão da solução final. Pucheta e Cardona (2003) desenvolveram uma ferramenta computacional aplicada à síntese de tipo e dimensional de mecanismos partindo de partes descritas pelo usuário.

Quintero, Trujillo e Arias (2004) desenvolveram um procedimento para a síntese de um mecanismo para seguir uma trajetória pré-determinada para vários pontos de precisão, aplicando o procedimento a mecanismos de 4 e 6 elos. Alternativamente Laribi et al. (2004) projetaram uma combinação de um algoritmo genético com o controlador de lógica fuzzy. Este controlador tem como função principal monitorar as mudanças nas variáveis de projeto durante a primeira execução do algoritmo genético e, modificar os intervalos de limite inicial para iniciar a segunda execução. Outros trabalhos importantes são os apresentados por: Avilés, Ajuria e Jalón (1985), Avilés et al. (1996), Nariman-Zadeh et al. (2009), Galán-Marín, Alonso e Castillo (2009) e Peñuñuri et al. (2011).

4.2.1 Otimização

A otimização é um processo que busca a melhor solução possível para um determinado problema em que podem existir diferentes soluções, necessitando estabelecer uma série de critérios visando encontrar a melhor solução. Um problema de otimização pode ser descrito como a forma de encontrar os valores de um conjunto de variáveis de decisão em que uma determinada função objetivo, atinge seu valor máximo ou mínimo, sujeita a determinadas restrições.

Em forma geral pode-se escrever um problema de otimização mate-

maticamente como:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } f(\mathbf{x}) \\ & \text{sujeito a } \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \\ & \quad \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \end{aligned} \quad (4.43)$$

para o vetor de variáveis de decisão ou projeto \mathbf{x} , a função objetivo $f(\mathbf{x})$ e,

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = [g_1(\mathbf{x}) \quad g_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad g_m(\mathbf{x})]^T \quad (4.44)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = [h_1(\mathbf{x}) \quad h_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad h_p(\mathbf{x})]^T \quad (4.45)$$

são os vetores que contém as restrições de desigualdade e igualdade respectivamente.

4.2.1.1 Otimização dimensional de mecanismos

Para formular o problema de síntese dimensional como um problema de otimização, primeiro temos que determinar as variáveis de projeto que definem o mecanismo, que podem ser os comprimentos dos elos, distâncias ou os ângulos, entre outras. As variáveis de projeto são agrupadas no vetor \mathbf{z} como mostrado na Eq.(4.46).

$$\mathbf{z} = [z_1 \quad z_2 \quad \dots \quad z_n]^T \quad \forall z \in \mathbb{R} \quad (4.46)$$

Deve-se considerar uma função objetivo, cuja minimização atinja-se o comportamento desejado do mecanismo. Por consequência, o problema de síntese dimensional pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } f(\mathbf{z}) \\ & \text{sujeito a } \Phi(\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi) = 0 \end{aligned} \quad (4.47)$$

onde as restrições $\Phi(\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi) = 0$ representam a cinemática do mecanismo.

4.2.1.2 Métodos de otimização

Para resolver problemas de otimização não existe um método geral para todos os tipos de problema, portanto dependendo do problema deve-se escolher o método apropriado. A Figura 4.15 mostra a classificação dos métodos de otimização segundo Gómez (2013).

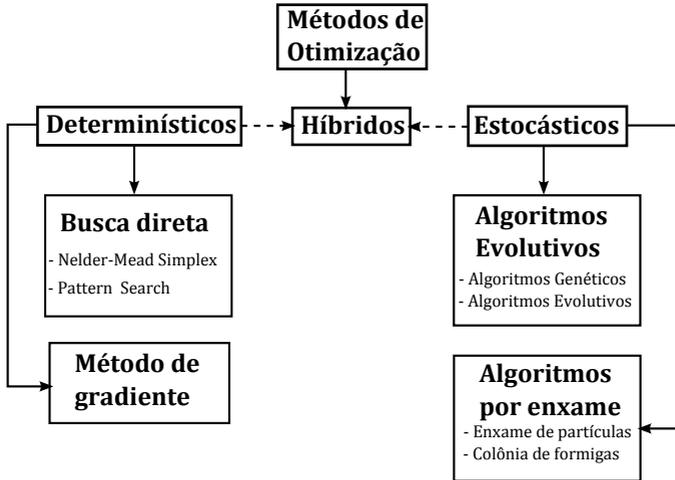


Figura 4.15: Classificação dos métodos de otimização.

- Métodos de busca direta:** Estes métodos são baseados na comparação dos valores da função objetivo em cada iteração, sem o uso das derivadas. São utilizados quando a função objetivo não é diferenciável, sendo métodos de aplicação geral pois que somente é necessário avaliar a função objetivo. Dentro dos métodos de busca direta se destaca o método de Nelder-Mead Simplex (NELDER; MEAD, 1965).
- Métodos baseados no gradiente:** Define-se gradiente de uma função como, $\nabla f(\mathbf{x}) = \left[\frac{\partial f}{\partial x_1} \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial f}{\partial x_n} \right]$. Estes métodos têm maiores exigências do que os métodos de busca direta, porque requerem que a função objetivo seja contínua e derivável na região de busca. Para mais informações sobre estes métodos ver (BELEGUNDU; CHANDRUPATLA, 2011).
- Métodos evolutivos:** Os métodos evolutivos são métodos probabilísticos de busca, aplicáveis a problemas de otimização. Estes métodos são baseados em algoritmos inspirados nas leis da evolução das espécies da natureza. Uma referência importante nas descrições das leis da evolução é fornecida por Darwin (1859).
- Métodos de enxame:** Os métodos de enxame são inspirados na na-

tureza, como: enxame de formigas e de partículas, um inspirado no comportamento das formigas e o outro no movimento de grupos de aves.

- **Métodos híbridos:** Os métodos híbridos combinam as vantagens dos métodos de otimização locais e globais. Geralmente a hibridização é feita para refinar os resultados obtidos com métodos de otimização globais.

4.3 Algoritmo genético

O algoritmo genético é uma técnica de busca e otimização baseada em princípios genéticos e na seleção natural. Um GA permite a uma população composta por muitos indivíduos, evoluir de acordo com certas regras, de modo a maximizar suas aptidões (minimizar a função custo) (HAUPT; HAUPT, 2004). O método foi desenvolvido por (HOLLAND, 1975) e popularizado por David Goldberg, um de seus estudantes, quem resolveu um problema muito complexo envolvendo o controle na transmissão em um gasoduto, ver (GOLDBERG, 1989).

Algumas das vantagens de um algoritmo genético são:

- otimização com variáveis contínuas ou discretas,
- não requer derivadas,
- busca simultânea em uma ampla faixa de valores,
- otimização com grande número de variáveis,
- é adequado na computação paralela e,
- otimização com função objetivo altamente complexa.

4.3.1 Algoritmo genético utilizando variáveis contínuas

Tradicionalmente em um algoritmo genético as variáveis são codificadas utilizando números binários, que devem depois serem decodificadas após a aplicação dos operadores genéticos, aumentando o custo computacional no caso de problemas que não são discretos. Portanto é adequado utilizar variáveis contínuas, que são representadas em um computador como números de ponto flutuante. A representação de ponto flutuante também utiliza números binários mas esta codificação é feita diretamente pela máquina.

4.3.1.1 Variáveis e função custo

O cromossoma que representa cada indivíduo é representado por um vetor com $1 \times N_{var}$ elementos, assim:

$$cromossoma = [p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad \dots \quad p_{N_{var}}] \quad (4.48)$$

onde as variáveis são representadas como números de ponto flutuante.

Cada cromossoma tem um custo que é avaliado como:

$$custo = f(cromossoma) = f(p_1, p_2, p_3, \dots, p_{N_{var}}) \quad (4.49)$$

e assim, as Eqs. (4.48) e (4.49), junto com as restrições, constituem o problema a ser resolvido.

4.3.1.2 População inicial

A população inicial é um conjunto indivíduos escolhidos de forma aleatória, com os quais se inicia a otimização. A população inicial normalizada é representada pela matriz pop_{norm} de valores aleatórios, que são gerados por:

$$pop_{norm} = \mathbf{rand}(N_{pop}, N_{var}) \quad (4.50)$$

a função **rand** retorna uma matriz de tamanho $N_{pop} \times N_{var}$ de valores aleatórios no intervalo $[0, 1]$. O intervalo real dos valores é $[p_{L_i}, p_{L_s}]$, e por consequência o valor de cada elemento da matriz de população é:

$$p = (p_{L_i} - p_{L_s}) p_{norm} + p_{L_i} \quad (4.51)$$

onde

p_{L_s} = limite superior da variável,

p_{L_i} = limite inferior da variável,

p_{norm} = valor aleatório no intervalo $[0, 1]$.

4.3.1.3 Seleção

A aptidão de cada indivíduo é medida pela função custo, portando aqueles indivíduos com melhor aptidão serão mantidos para se reproduzir e os demais serão eliminados.

$$N_{mat} = \mathbf{round}(X_{rate} * N_{pop}) \quad (4.52)$$

O número de indivíduos mantidos é calculado pela Eq. (4.52), onde X_{rate} representa a porcentagem de indivíduos a serem mantidos. A função **round** devolve os elementos de um vetor arredondados por defeito ao inteiro mais próximo.

4.3.1.4 Cruzamento

O primeiro passo é escolher os cromossomas a serem cruzados,

$$pa = \mathbf{ceil}(N_{mat} * \text{rand}(1, N_{mat})) \quad (4.53)$$

$$ma = \mathbf{ceil}(N_{mat} * \text{rand}(1, N_{mat})) \quad (4.54)$$

onde a função **ceil** devolve os elementos de um vetor arredondados por excesso ao inteiro mais próximo.

Supondo que $pa = [1 \ 3]$ e $ma = [2 \ 1]$, significa que o *cromossoma*₁ será cruzado com o *cromossoma*₂ e, *cromossoma*₃ com *cromossoma*₁, que é feito mudando um elemento na posição α ,

$$padre_1 = [p_{m1} \ p_{m2} \ \dots \ p_{m\alpha} \ \dots \ p_{mN_{var}}] \quad (4.55)$$

$$padre_2 = [p_{d1} \ p_{d2} \ \dots \ p_{d\alpha} \ \dots \ p_{dN_{var}}] \quad (4.56)$$

de modo que,

$$\alpha = \mathbf{ceil}(\text{rand} * N_{var}) \quad (4.57)$$

Combinado os elementos escolhidos,

$$p_{nov1} = p_{m\alpha} - \beta [p_{m\alpha} - p_{d\alpha}] \quad (4.58)$$

$$p_{nov2} = p_{d\alpha} + \beta [p_{m\alpha} - p_{d\alpha}] \quad (4.59)$$

onde β é um valor aleatório entre 0 e 1.

Temos que os filhos são:

$$filho_1 = [p_{m1} \ p_{m2} \ \dots \ p_{nov1} \ \dots \ p_{mN_{var}}] \quad (4.60)$$

$$filho_2 = [p_{d1} \ p_{d2} \ \dots \ p_{nov2} \ \dots \ p_{dN_{var}}] \quad (4.61)$$

4.3.1.5 Mutação

Depois de ter uma nova população, o número de cromossomas a ser mutados é determinado por:

$$N_{mut} = \mathbf{round}(\mu * N_{pop}) \quad (4.62)$$

Sendo μ a percentagem de cromossomas mutados.

A mutação é realizada mudando um elemento do cromossoma utilizando a Eq. (4.51). Além deste, outros métodos de mutação podem ser vistos em Michalewicz (1996).

O fluxograma da Figura 4.16 mostra os componentes principais de um algoritmo genético.

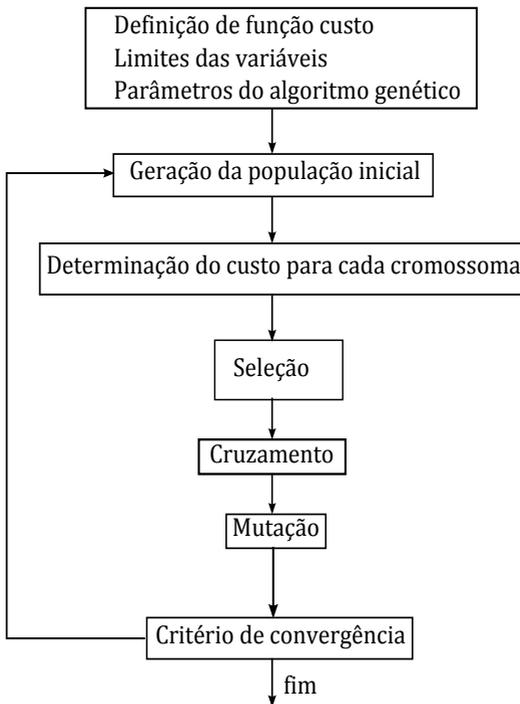


Figura 4.16: Fluxograma de um genético com variáveis contínuas.

Quando se cumpre o critério de convergência o processo iterativo ter-

mina, dando uma possível solução ao problema de otimização. Caso o resultado não seja satisfatório mudam-se os parametros do algoritmo genético.

5 OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL DE MECANISMOS DE DIREÇÃO

A otimização dimensional de um mecanismo de direção é encontrar as dimensões do mecanismo de modo que funcione tão perto quanto possível de uma função desejada. O problema de síntese dimensional de mecanismos de direção é um subconjunto dos problemas de síntese de mecanismos de geração de função visto no capítulo 4.

Considerando a geometria Ackermann como a função desejada, o objetivo da otimização é minimizar o erro estrutural,

$$\xi = \delta_{o,A} - \delta_o \quad (5.1)$$

com

$$\delta_{o,A} = \cot^{-1} \left(\frac{w}{l} + \cot \delta_i \right) \quad (5.2)$$

No caso que a função desejada não seja a geometria Ackermann, a Eq.(5.1) pode ser escrita como:

$$\xi = \delta_{o,D} - \delta_o \quad (5.3)$$

Onde $\delta_{o,D}$ é a função que representa alguma geometria desejada.

O problema de otimização dimensional de mecanismos pode ser escrito de forma geral como:

$$\begin{aligned} \text{minimizar } f(\mathbf{z}) &= \int_{\delta_{i\min}}^{\delta_{i\max}} |\xi| d\delta_i \\ \text{sujeito a } \Phi(\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{z} &\in \Omega \subset \mathbb{R}^n \end{aligned} \quad (5.4)$$

sendo Ω o espaço das variáveis de projeto.

Neste trabalho considera-se a geometria de Ackermann como a função desejada e, como ferramenta de otimização será utilizado um algoritmo genético, pois permite abordar problemas de grande complexidade, como no caso da otimização dimensional de mecanismos de direção.

O método de otimização proposto será aplicado a quatro mecanismos de direção tradicionais e os resultados serão validados com os da literatura. Também será aplicado o método a dois mecanismos novos encontrados na etapa de síntese estrutural.

5.1 Valores limites dos ângulos de esterçamento

O intervalo de esterçamento da roda esquerda é $\delta i_{\min} \leq \delta i \leq \delta i_{\max}$, onde $\delta i_{\max} = |\delta o_{\min}|$ como se mostra na Figura 5.1.

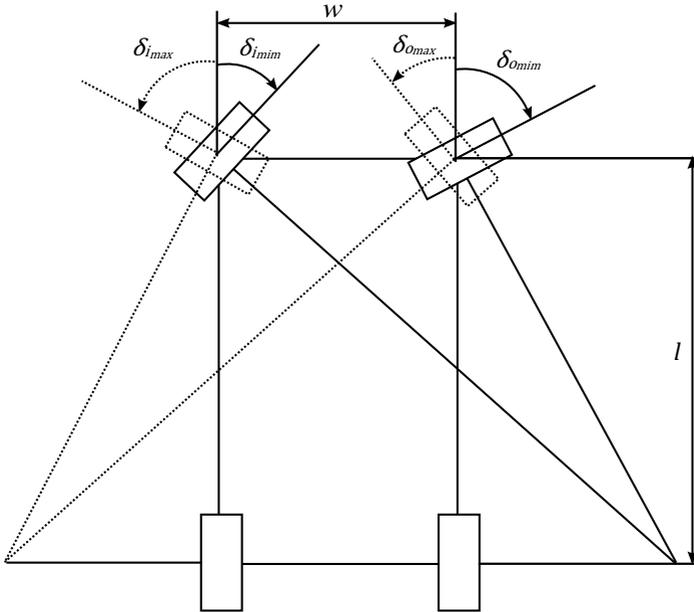


Figura 5.1: Faixa dos ângulos de esterçamento.

Temos que

$$\delta i_{\min} = \cot^{-1} \left[-\cot(\delta i_{\max}) - \frac{w}{l} \right] \quad (5.5)$$

note que sempre $|\delta i_{\max} - \delta i_{\min}| = |\delta o_{\max} - \delta o_{\min}|$.

Dado um δi_{\max} determina-se o δi_{\min} com a Eq.(5.5), o que garante que a faixa de ângulos de esterçamento da roda esquerda e direita seja igual. Na otimização é escolhido δi como ângulo de entrada, mas se poderia ter escolhido δo como ângulo de entrada.

5.2 Descrição do método de otimização proposto

Nesta seção será proposto um método para a otimização dimensional de mecanismos de direção, utilizando um algoritmo genético, tendo como objetivo fornecer ao projetista uma ferramenta para dimensionar mecanismos de direção em forma sistemática.

O primeiro passo do método é modelar o mecanismo utilizando coordenadas naturais, como mostrado na Figura 5.2, onde w é a distância entre os pivôs das rodas, β é uma variável do projeto e φ é o parâmetro de entrada que representa o grau de liberdade do mecanismo.

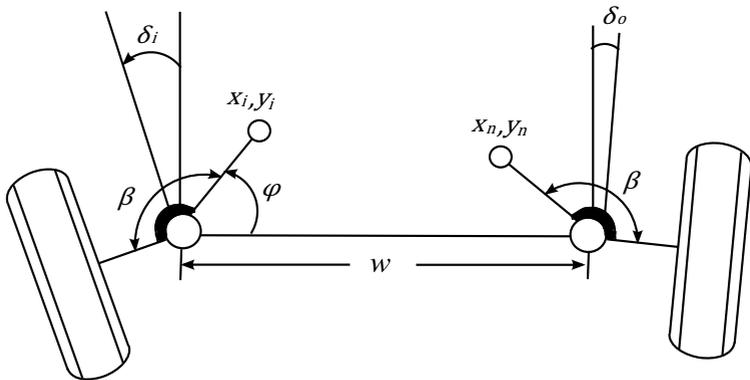


Figura 5.2: Modelagem de um mecanismo de direção genérico.

A relação entre o ângulo de esterçamento δ_i e o parâmetro de entrada do mecanismo φ é dada por:

$$\varphi = (\delta_i - \beta) + 180^\circ \quad (5.6)$$

Logo determinam-se as equações de restrições, que podem ser escritas de forma compacta como:

$$\Phi(\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi) = \begin{bmatrix} \phi_1(\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi) \\ \dots \\ \phi_m(\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi) \end{bmatrix} = [\mathbf{0}] \quad (5.7)$$

Onde o vetor $\mathbf{q} = [x_1 \ y_1 \ \dots \ x_n \ y_n]^T$ contém as coordenadas naturais do modelo e, $\mathbf{z} = [a \ b \ c \ d \ \dots]^T$ contém as dimensões do

mecanismo. A solução iterativa da Eq. (5.7), é dada por:

$$\mathbf{q}_{i+1} = \mathbf{q}_i + [\nabla\Phi(\mathbf{z}, \mathbf{q}_i, \varphi)]^{-1} \Phi(\mathbf{z}, \mathbf{q}_i, \varphi) \quad (5.8)$$

Depois de ter a solução da Eq. (5.7) para um determinado δ_i , calcula-se o ângulo δ_o , dado por:

$$\delta_o = \tan^{-1} \left(\frac{y_n}{x_n - w} \right) - \beta \quad (5.9)$$

onde a função \tan^{-1} tem de estar definida nos quatro quadrantes.

A condição de Ackermann pode ser escrita matematicamente como:

$$\sin(\delta_i - \delta_o) - \frac{w}{l} \sin(\delta_i) \sin(\delta_o) = 0 \quad (5.10)$$

Esta expressão tem um comportamento numérico melhor devido o lado esquerdo não apresentar descontinuidades e seus termos variarem entre -1 e 1 (YAO; ANGELES, 2000).

Tem-se por fim que:

$$f(\mathbf{z}) = \sin(\delta_i - \delta_o) - \frac{w}{l} \sin(\delta_i) \sin(\delta_o) \quad (5.11)$$

Onde $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{q}_i \end{bmatrix}$, \mathbf{q}_i é vetor inicial do método de Newton-Raphson e \mathbf{x} é o vetor de variáveis de projeto, assim o problema de síntese ótima pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \text{minimizar } F(\mathbf{z}) &= \sum_{k=1}^n f_k^2 \\ \text{sujeito a : } \Phi(\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi) &= 0 \\ z - z_{\max} &\leq 0 \\ z_{\min} - z &\leq 0 \end{aligned} \quad (5.12)$$

A formulação na Eq.(5.12) permite resolver os problemas cinemáticos e de otimização simultaneamente.

Para resolver o problema utilizando como ferramenta um algoritmo genético, é necessário converter o problema de otimização com restrições (Eq. (5.12)), em um sem restrições, como segue,

$$\min F(\mathbf{z}) + \kappa P(\mathbf{z}) \quad (5.13)$$

definindo a penalidade como:

$$P(\mathbf{z}) = \sum_{j=1}^k h_j(\mathbf{z})^2 \quad (5.14)$$

As restrições de igualdade (Eq.(5.7)), podem ser convertidas em restrições de desigualdade, pois é necessário que se cumpra que:

$$\varepsilon - [\det(\nabla\Phi\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi)]^2 < 0 \quad (5.15)$$

para que $\Phi(\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi) = 0$ tenha solução. O termo ε é a tolerância para evitar que $\det(\nabla\Phi\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi) = 0$. Assim

$$P(\mathbf{z}) = \sum_{j=1}^k g_j^+(\mathbf{z})^2 \quad (5.16)$$

sendo $g_j^+(\mathbf{z}) = \max(0, g_j)$ e $g_j = \varepsilon - [\det(\nabla\Phi\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi)]^2$.

O parâmetro de penalidade κ , é definido como um valor constante positivo, para cada restrição g_j .

Na Figura 5.4 é mostrado o fluxograma do algoritmo genético proposto, onde os indivíduos e os operadores genéticos são codificados utilizando vetores de números reais como se mostrou no capítulo 4.

É importante ter em conta que a constante de penalidade κ é um valor fixo para cada restrição e dependendo do problema tem-se que mudar os valores da penalidade.

A função objetivo é penalizada quando:

1. não se cumpre que $\varepsilon - [\det(\nabla\Phi\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi)]^2 < 0$ para algum valor de δ_i , ou
2. o método de Newton-Raphson não converge em número máximo de iterações $Iter_{\max}$.

Não é necessário adicionar penalidades para as restrições nas variáveis de projeto contidas em \mathbf{z} , porque o algoritmo genético limita a busca no espaço Ω . Os valores mínimos e máximos são definidos pelos vetores,

$$\mathbf{z}_{\min} = [z_{1 \min} \quad z_{2 \min} \quad \cdots \quad z_{n \min}] \quad (5.17)$$

$$\mathbf{z}_{\max} = [z_{1 \max} \quad z_{2 \max} \quad \cdots \quad z_{n \max}] \quad (5.18)$$

A Figura 5.3 mostra um fluxograma da metodologia proposta. A análise cinemática é necessária para detectar problemas no mecanismo, como podem ser colisões entre os elos ou defeitos em alguma configuração.

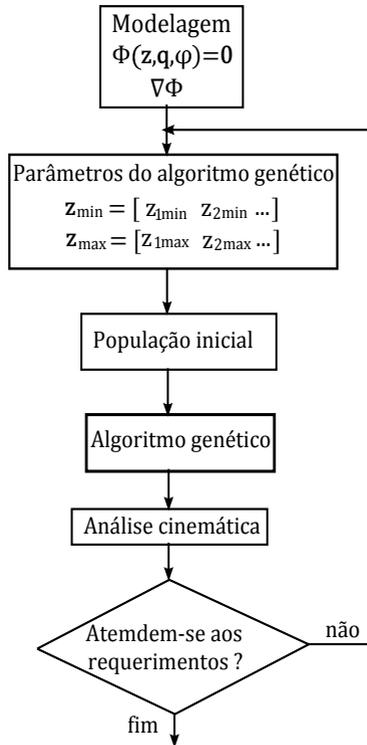


Figura 5.3: Diagrama de fluxo para a síntese com algoritmos genéticos.

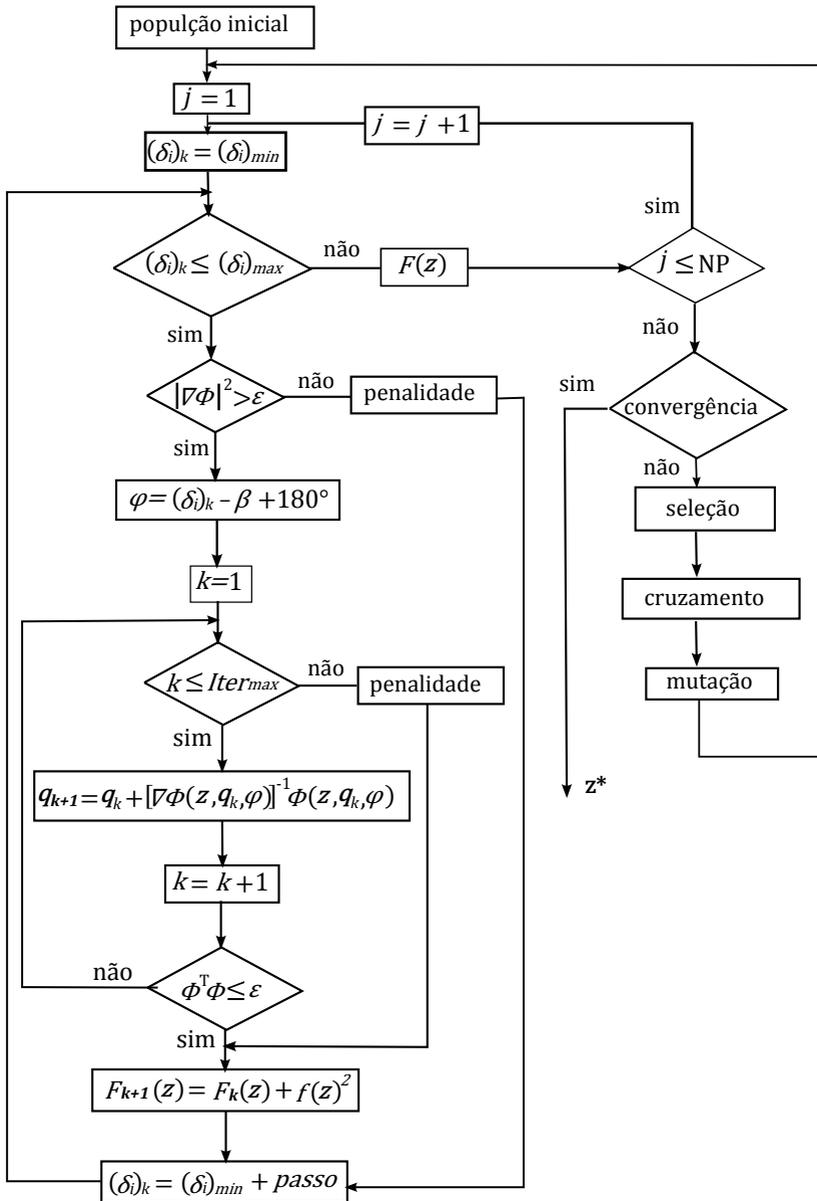


Figura 5.4: Diagrama de fluxo do algoritmo genético proposto.

A metodologia de otimização proposta pode ser resumida nos seguintes passos:

1. modelagem com coordenadas naturais, mantendo a simetria do mecanismo,
2. escolha dos parâmetros do algoritmo genético e, determinação dos limites das variáveis de projeto,
3. escolha do valor da penalidade para cada restrição,
4. aplicação do algoritmo genético proposto,
5. análise cinemática do mecanismo.

5.3 Aplicação do método proposto a mecanismos de direção tradicionais

Nesta seção será aplicado o método de otimização proposto a mecanismos de direção: trapezoidal, seis barras, pinhão e cremalheira e multi-barras. Os resultados serão comparados com os resultados obtidos por De-Juan, Sancibrian e Viadero (2012), onde os autores propõem uma técnica de otimização local baseada no cálculo analítico da derivada da função objetivo. Este trabalho é o mais recente e completo sobre otimização de sistemas de direção, por esta razão foi escolhido para comparar os resultados obtidos com o método de otimização proposto.

• Mecanismo de direção trapezoidal

O vetor de restrições do mecanismo da Figura 5.5 é,

$$\Phi(\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi) = \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 - a^2 \\ (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - b^2 \\ (x_2 - w)^2 + y_2^2 - a^2 \\ x_1 - a \cos \varphi \\ y_1 - a \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

com

$$\mathbf{q} = [x_1 \quad y_1 \quad x_2 \quad y_2]^T \quad (5.20)$$

$$b = w - 2a \cos(180^\circ - \beta) \quad (5.21)$$

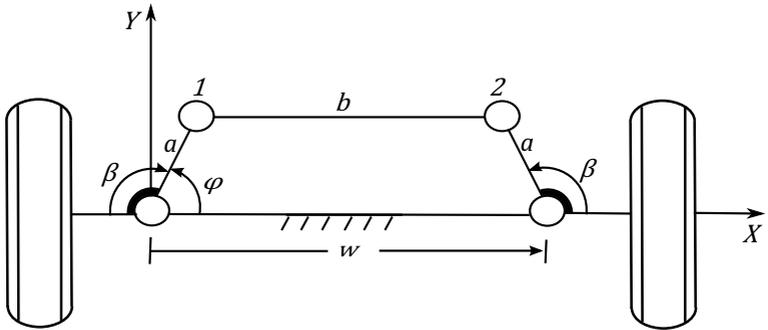


Figura 5.5: Modelagem do mecanismo de direção trapezoidal.

$$\mathbf{z} = [a \quad \beta \quad x_{1i} \quad y_{1i} \quad x_{2i} \quad y_{2i}]^T \quad (5.22)$$

- Mecanismo de direção de seis barras

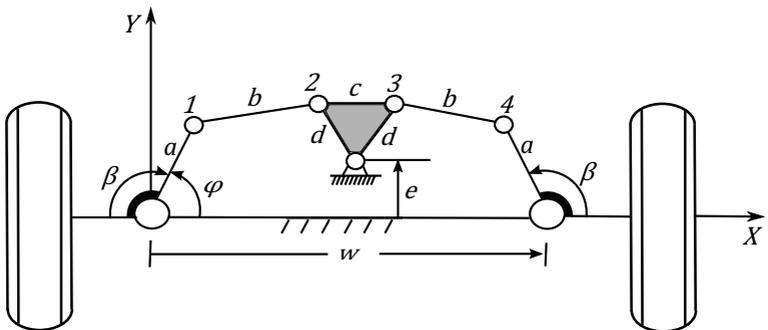


Figura 5.6: Modelagem do mecanismo de direção de seis barras.

O mecanismo da Figura 5.6 tem como vetor de restrições,

$$\Phi(\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi) = \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 - a^2 \\ (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - b^2 \\ (x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2 - b^2 \\ (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 - c^2 \\ (x_2 - \frac{w}{2})^2 + (y_2 - e)^2 - d^2 \\ (x_3 - \frac{w}{2})^2 + (y_3 - e)^2 - d^2 \\ (x_4 - w)^2 + y_4 - a^2 \\ x_1 - a \cos \varphi \\ y_1 - a \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

onde

$$\mathbf{q} = [x_1 \ y_1 \ x_2 \ y_2 \ x_3 \ y_3 \ x_4 \ y_4]^T \quad (5.24)$$

para $c = 0$ temos

$$b = \sqrt{\left(\frac{w}{2} + a \cos \beta\right)^2 + [(e - d) - a \sin \beta]^2} \quad (5.25)$$

$$\mathbf{z} = [a \ d \ e \ \beta \ x_{1i} \ y_{1i} \ x_{2i} \ y_{2i} \ x_{3i} \ y_{3i} \ x_{4i} \ y_{4i}]^T \quad (5.26)$$

• **Mecanismo de direção pinhão e cremalheira**

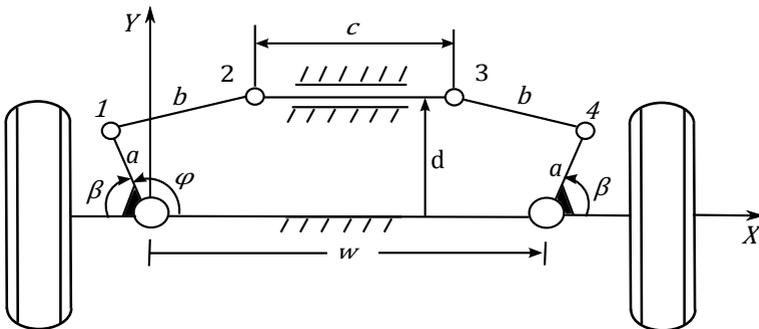


Figura 5.7: Modelagem do mecanismo de direção pinhão e cremalheira.

O mecanismo da Figura 5.7 tem como vetor de restrições,

$$\Phi(\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi) = \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 - a^2 \\ (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - b^2 \\ (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 - c^2 \\ (x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2 - b^2 \\ (x_4 - w)^2 + y_4^2 - a^2 \\ y_2 - d \\ y_3 - d \\ x_1 - a \cos \varphi \\ y_1 - a \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

com

$$\mathbf{q} = [x_1 \ y_1 \ x_2 \ y_2 \ x_3 \ y_3 \ x_4 \ y_4]^T \quad (5.28)$$

$$b = \sqrt{\left[\frac{(w-c)}{2} + a \cos \beta\right]^2 + (a \sin \beta - d)^2} \quad (5.29)$$

portanto

$$\mathbf{z} = [a \ c \ d \ \beta \ x_{1i} \ y_{1i} \ x_{2i} \ y_{2i} \ x_{3i} \ y_{3i} \ x_{4i} \ y_{4i}]^T \quad (5.30)$$

- Mecanismo de direção multi-barras

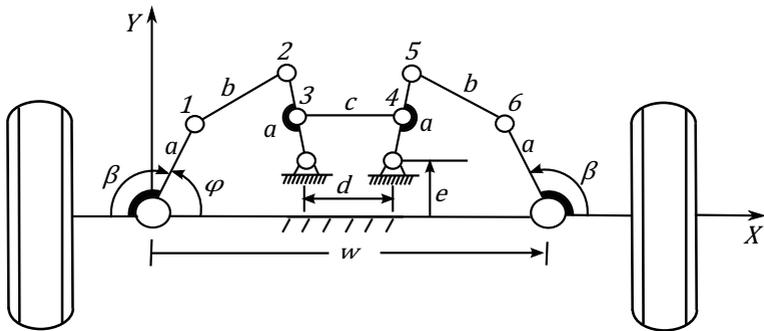


Figura 5.8: Modelagem do mecanismo de direção multi-barras.

O mecanismo da Figura 5.8 tem como vetor de restrições,

$$\Phi(\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi) = \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 - a^2 \\ (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - b^2 \\ [x_3 - x_2]^2 + (y_3 - y_2)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \\ \left[x_2 - \left(\frac{w-d}{2}\right)\right] - 2\left[x_3 - \left(\frac{w-d}{2}\right)\right] \\ (y_2 - e) - 2(y_3 - e) \\ (x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2 - c^2 \\ [x_5 - x_4]^2 + (y_5 - y_4)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \\ \left[x_5 - \left(\frac{w+d}{2}\right)\right] - 2\left[x_4 - \left(\frac{w+d}{2}\right)\right] \\ (y_5 - e) - 2(y_4 - e) \\ (x_6 - x_5)^2 + (y_6 - y_5)^2 - b^2 \\ (x_6 - w)^2 + y_6^2 - a^2 \\ x_1 - a \cos \varphi \\ y_1 - a \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

com

$$\mathbf{q} = [x_1 \quad y_1 \quad x_2 \quad y_2 \quad x_3 \quad y_3 \quad x_4 \quad y_4 \quad x_5 \quad y_5 \quad x_6 \quad y_6]^T \quad (5.32)$$

$$b = \sqrt{\left[\left(\frac{w-4c}{2}\right) + a \cos \beta\right]^2 + \left[e + 2\sqrt{\frac{a^2}{4} - (c-d)^2} - a \sin \beta\right]^2} \quad (5.33)$$

onde

$$\mathbf{z} = [a \quad c \quad d \quad e \quad \beta \quad x_{1i} \quad y_{1i} \quad x_{2i} \quad y_{2i} \quad x_{3i} \quad y_{3i} \quad x_{4i} \quad y_{4i} \quad x_{5i} \quad y_{5i} \quad x_{6i} \quad y_{6i}]^T \quad (5.34)$$

5.3.1 Resultados

Os resultados da otimização são comparados com os resultados obtidos com a metodologia proposta por De-Juan, Sancibrian e Viadero (2012).

A Tabela 5.1 mostra os dados que definem o tamanho do veículo e, o intervalo de esterçamento das rodas direcionais.

Tabela 5.1: Dados da geometria do veículo obtidos de De-Juan, Sancibrian e Viadero (2012).

$w(\text{m})$	$l(\text{m})$	$\delta_{i\min}^\circ$	$\delta_{i\max}^\circ$
1.5	2	-27	40

Na Tabela 5.2 é são mostrados os parâmetros de entrada do algoritmo genético para cada mecanismo. Onde N_{pop} , N_{var} , X_{rate} e μ são: o número de indivíduos, número de variáveis, porcentagem de indivíduos mantidos na seleção e porcentagem de indivíduos mutados respectivamente.

Tabela 5.2: Parâmetros de entrada do algoritmo genético.

Mecanismo	N_{pop}	N_{var}	X_{rate}	μ
Pinhão e cremalheira	100	12	0.6	0.3
Seis barras	100	12	0.6	0.3
Multibarras	100	17	0.6	0.3
Trapezoidal	100	6	0.6	0.3

O espaço de projeto está limitado ao retângulo determinado pelos intervalos, $[-0.5, 2]$ em X e $[-0.5, 0.5]$ em Y , como critério de parada para os quatro casos foi considerado um número máximo de 1000 gerações.

Nas Tabelas 5.3 e 5.4 são mostradas as dimesões ótimas dos mecanismos e, nas Figuras 5.9, 5.10, 5.11, e 5.12 o erro estrutural.

A Figura 5.13 mostra a comparação do erro estrutural para os quatro mecanismos de direção tradicionais, onde se pode ver que os mecanismos que estão mais afastados da condição de Ackermann em ordem são: quatro barras, multibarras, seis barras e pinhão e cremalheira. O mecanismo pinhão e cremalheira é o que mais se aproxima à condição de Ackermann o que confirma porque é um dos mecanismos mais usados em veículos comerciais.

Na modelagem dos mecanismos de direção pinhão e cremalheira, quatro barras, seis barras e multibarras, foi determinado b em função do ângulo

Tabela 5.3: Resultados da otimização obtidos com o método proposto.

Variáveis de projeto	$a(m)$	$b(m)$	$c(m)$	$d(m)$	$e(m)$	β°
Pinhão e cremalheira	0.41	0.37	1	0.23	—	80.54
Seis barras	0.3	0.69	—	0.2	0.14	118.2
Quatro barras	0.1	1.4	—	—	—	-118.2
Multibarras	0.19	0.67	0.22	0.24	0	103.6

Tabela 5.4: Resultados da otimização obtidos por De-Juan, Sancibrian e Viadero (2012)

Variáveis de projeto	$a(m)$	$b(m)$	$c(m)$	$d(m)$	$e(m)$	β°
Pinhão e cremalheira	0.29	0.24	1.12	0.15	—	87.2
Seis barras	0.29	0.71	—	0.27	0.05	130.15
Quatro barras	0.19	1.5	—	—	—	59.68
Multibarras	0.12	0.79	0.2	0.26	0.096	36.76

β isto com o propósito de diminuir o número de variáveis na otimização e, também para garantir que o erro na posição neutra fosse exatamente zero.

Pode-se visualizar na Figuras 5.9, 5.10, 5.11, e 5.12 que o erro estrutural obtido com o método proposto é consideravelmente menor para os quatro casos com exceção do mecanismo de quatro barras, no qual os erros são bastante próximos.

O tempo médio computacional para os quatro mecanismos foi de 30 minutos em um computador com processador Intel Core i7-2640M de 2.80 GHz.

As duas grandes vantagens do método proposto frente ao método proposto por De-Juan, Sancibrian e Viadero (2012) são:

- não se tem que conhecer uma configuração inicial do mecanismo,
- o método busca um mínimo global da função objetivo.

Alguns dos problemas que foram encontrados no processo de otimização são:

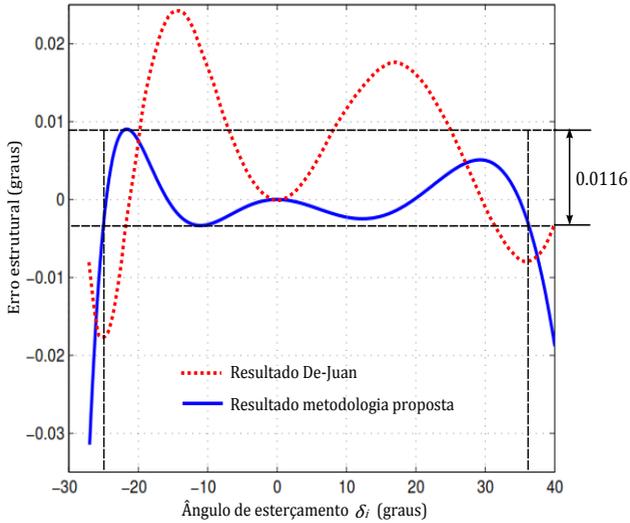


Figura 5.9: Comparação do resultado da otimização do mecanismo pinhão e cremalheira oferecido por De-Juan e a metodologia proposta.

- o método de otimização não garante que o mecanismo entre em uma configuração singular,
- no processo de solução das equações de restrição pode haver problemas de mal condicionamento,
- o método de otimização não garante que o mecanismo mude de configuração caoticamente.

Por os problemas mencionados anteriormente é necessário a análise cinemática do mecanismo após a otimização para identificar qualquer tipo de problema.

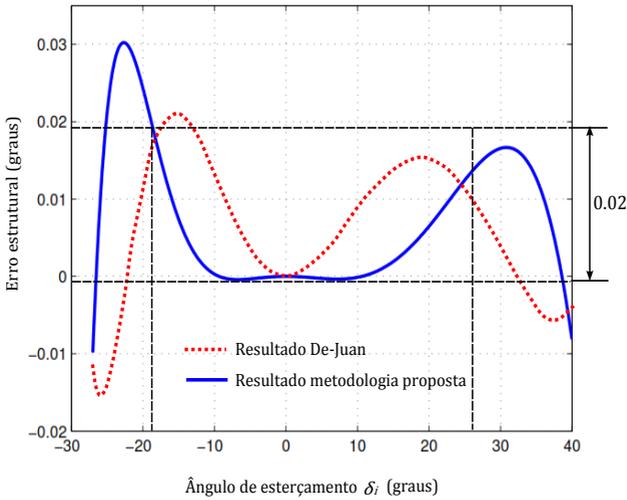


Figura 5.10: Comparação do resultado da otimização do mecanismo de seis barras oferecido por De-Juan e a metodologia proposta.

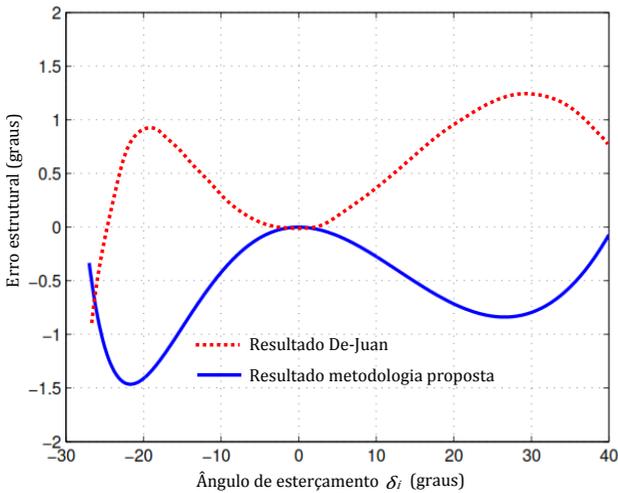


Figura 5.11: Comparação do resultado da otimização do mecanismo trapezoidal oferecido por De-Juan e a metodologia proposta.

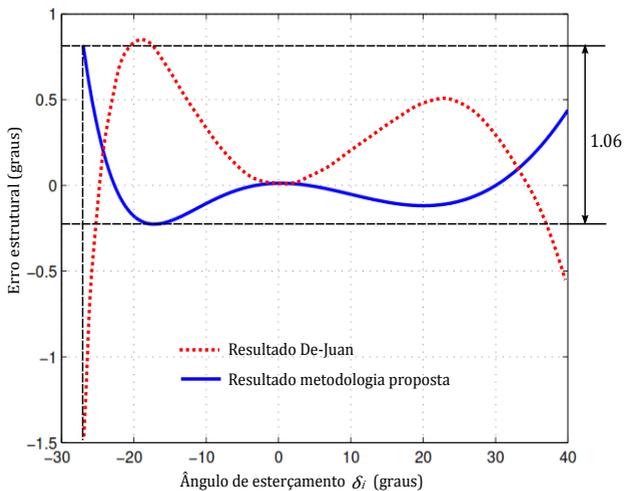


Figura 5.12: Comparação do resultado da otimização do mecanismo multibarras oferecido por De-Juan e a metodologia proposta.

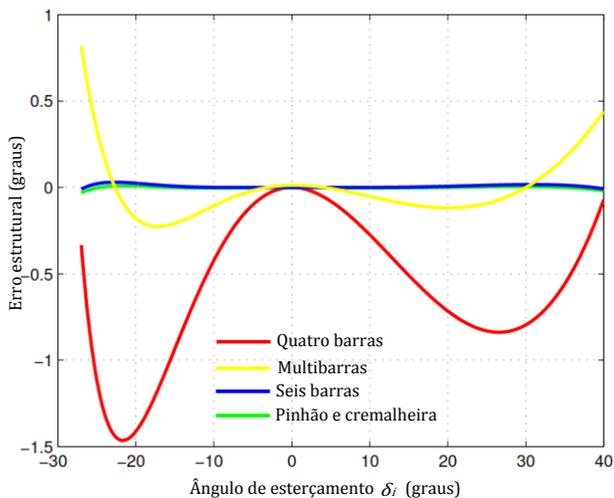


Figura 5.13: Comparação do erro estrutural dos mecanismo de direção tradicionais.

5.4 Aplicação do método proposto a novos mecanismos obtidos com a síntese estrutural

Nesta seção será aplicado o método de otimização proposto ao mecanismo borboleta dupla, o qual foi escolhido com o fim de comprovar o método com um mecanismo bastante complexo. A principal característica deste mecanismo é que a mobilidade de qualquer subcadeia fechada tem maior mobilidade do que o mecanismo. Todas as subcadeias do mecanismo borboleta dupla estão formadas por cinco elos, por esta razão a solução da cinemática de posição não pode ser encontrada de forma fechada.

Também será aplicado o método a um mecanismo de oito barras formado por Dois elos quaternários e seis Binários chamamos de $2Q6B$.

- Mecanismo de direção borboleta dupla

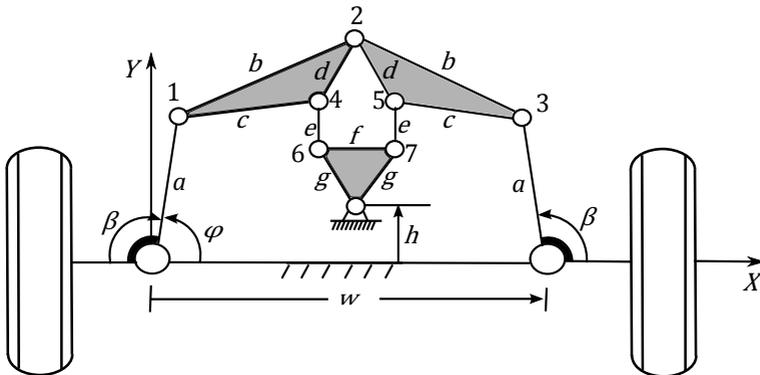


Figura 5.14: Modelagem do mecanismo de direção borboleta dupla.

O mecanismo da Figura 5.14 tem como vetor de restrições,

$$\Phi(\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi) = \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 - a^2 \\ (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - b^2 \\ (x_4 - x_2)^2 + (y_4 - y_2)^2 - d^2 \\ (x_4 - x_1)^2 + (y_4 - y_1)^2 - c^2 \\ (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 - b^2 \\ (x_5 - x_2)^2 + (y_5 - y_2)^2 - d^2 \\ (x_5 - x_3)^2 + (y_5 - y_3)^2 - c^2 \\ (x_3 - w)^2 + y_3^2 - a^2 \\ (x_6 - x_4)^2 + (y_6 - y_4)^2 - e^2 \\ (x_7 - x_5)^2 + (y_7 - y_5)^2 - e^2 \\ (x_7 - x_6)^2 + (y_7 - y_6)^2 - f^2 \\ (x_6 - \frac{w}{2})^2 + (y_6 - h)^2 - g^2 \\ (x_7 - \frac{w}{2})^2 + (y_7 - h)^2 - g^2 \\ x_1 - a \cos \varphi \\ y_1 - a \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

com

$$\mathbf{q} = [x_1 \ y_1 \ x_2 \ y_2 \ x_3 \ y_3 \ x_4 \ y_4 \ x_5 \ y_5 \ x_6 \ y_6 \ x_7 \ y_7]^T \quad (5.36)$$

$$\mathbf{z} = [a \ b \ c \ d \ e \ f \ g \ h \ \beta \ x_{1i} \ y_{1i} \ x_{2i} \ y_{2i} \ x_{3i} \ y_{3i} \ x_{4i} \ y_{4i} \ x_{5i} \ y_{5i} \ x_{6i} \ y_{6i} \ x_{7i} \ y_{7i}]^T \quad (5.37)$$

• Mecanismo de direção 2Q6B

O mecanismo da Figura 5.15 tem como vetor de restrições,

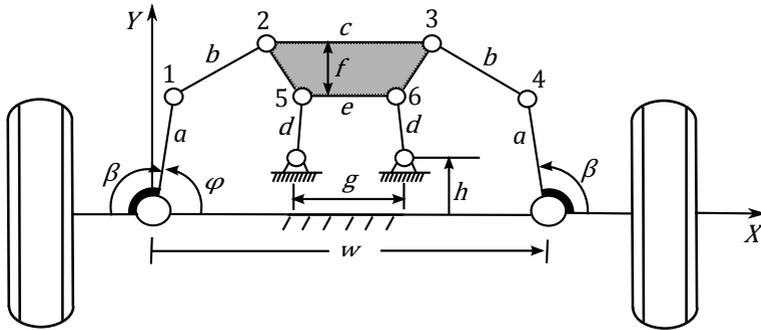


Figura 5.15: Modelagem do mecanismo de direção 2Q6B.

$$\Phi(\mathbf{z}, \mathbf{q}, \varphi) = \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 - a^2 \\ (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - b^2 \\ (x_2 - x_5)^2 + (y_2 - y_5)^2 - \left[\left(\frac{e-c}{2} \right)^2 + f^2 \right] \\ (x_6 - x_2)^2 + (y_6 - y_2)^2 - \left[\left(\frac{e+c}{2} \right)^2 + f^2 \right] \\ (x_6 - x_5)^2 + (y_3 - y_2)^2 - e^2 \\ (x_3 - x_5) - (x_2 - x_5) - \frac{c}{e}(x_6 - x_5) \\ (y_3 - y_5) - (y_2 - y_5) - \frac{c}{e}(y_6 - y_5) \\ (x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2 - b^2 \\ (x_4 - w)^2 + y_4^2 - a^2 \\ \left[x_5 - \left(\frac{w-g}{2} \right) \right]^2 + (y_5 - h)^2 - d^2 \\ \left[x_6 - \left(\frac{w+g}{2} \right) \right]^2 + (y_6 - h)^2 - d^2 \\ x_1 - a \cos \varphi \\ y_1 - a \sin \varphi \end{bmatrix}$$

onde

$$\mathbf{q} = [x_1 \ y_1 \ x_2 \ y_2 \ x_3 \ y_3 \ x_4 \ y_4 \ x_5 \ y_5 \ x_6 \ y_6 \ x_7 \ y_7]^T \quad (5.38)$$

$$\mathbf{z} = [a \ b \ c \ d \ e \ f \ g \ h \ \beta \ x_{1i} \ y_{1i} \ x_{2i} \ y_{2i} \ x_{3i} \ y_{3i} \ x_{4i} \ y_{4i}]$$

$$\left[x_{5i} \quad y_{5i} \quad x_{6i} \quad y_{6i} \quad x_{7i} \quad y_{7i} \right]^T \quad (5.39)$$

5.4.1 Resultados

A Tabela 5.5 mostra os dados que definem o tamanho do veículo e, o intervalo de esterçamento das rodas direcionais.

Tabela 5.5: Dados da geometria do veículo tomados de Jazar (2008).

$w(\text{m})$	$l(\text{m})$	$\delta_{i\min}$	$\delta_{i\max}$
2.4	4.8	-45	63

Na Tabela 5.6 mostra-se os parâmetros de entrada do GA para cada mecanismo.

Tabela 5.6: Parâmetros de entrada do algoritmo genético.

Mecanismo	N_{pop}	N_{var}	X_{rate}	μ
Borboleta dupla	200	22	0.8	0.4
2Q6B	100	22	0.6	0.3

Como critério de parada para os dois casos foi considerado um número máximo de 5000 gerações.

A Tabela 5.7 mostra as dimensões ótimas dos mecanismos e, as Figuras 5.16 e 5.18 o erro estrutural.

As Figuras 5.17 e 5.19 mostram os mecanismos otimizados em posição neutra, ou seja, com ângulo de esterçamento nulo.

Para escolher os parâmetros do algoritmo genético foram necessários vários testes, os quais foram realizados rodando-o para parâmetros arbitrários. Se a função objetivo descia muito devagar, parava-se a execução do algoritmo e mudavam-se os parâmetros até que se conseguisse uma decida mais rápida.

Fixados os parâmetros do algoritmo genético para os dois mecanismos, estabeleceu-se como critério de parada um número máximo de 5000 gerações, pois para um número maior o tempo e esforço computacional são desnecessariamente muito altos. O tempo médio computacional para os dois mecanismos foi de 10 horas em um computador com processador Intel Core i7-2640M de 2.80 GHz.

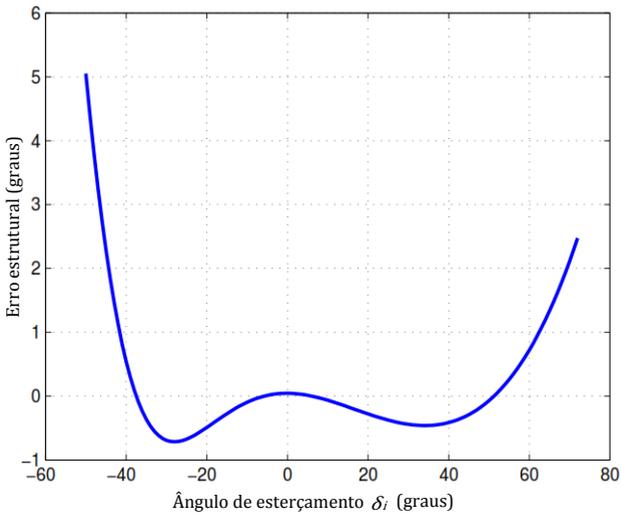


Figura 5.16: Erro estrutural do mecanismo borboleta dupla.

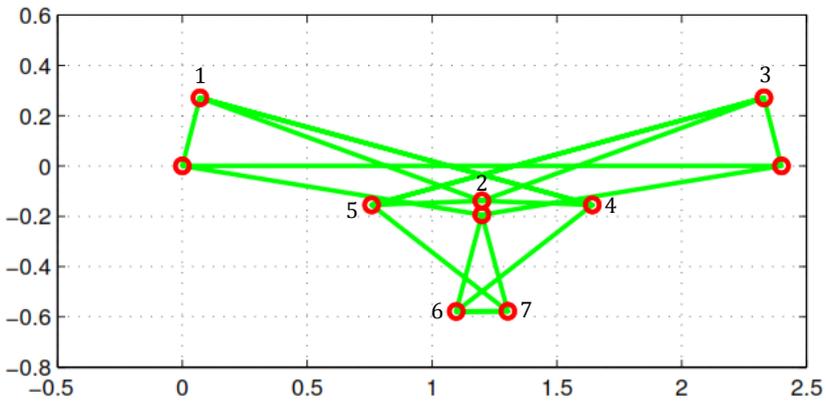


Figura 5.17: Posição neutra do mecanismo borboleta dupla otimizado.

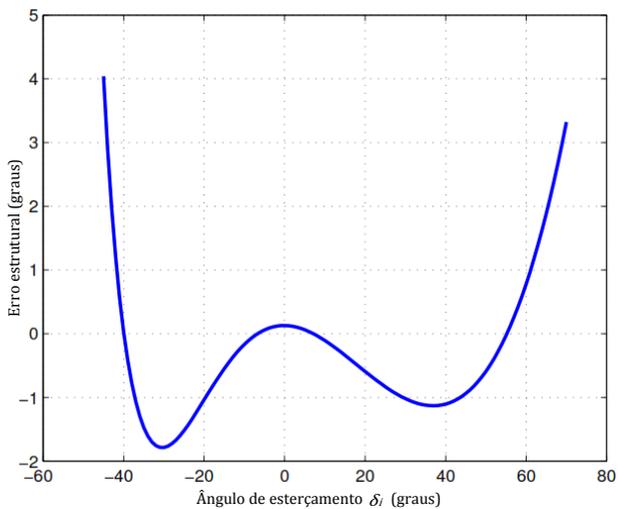


Figura 5.18: Erro estrutural do mecanismo 2Q6B

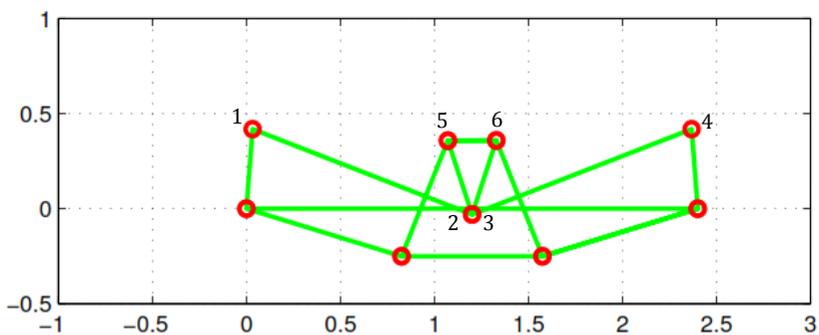


Figura 5.19: Posição neutra do mecanismo 2Q6B otimizado.

Tabela 5.7: Resultados da otimização

Variáveis	Borboleta dupla	Mecanismo 2Q6B
$a(m)$	0.279	0.419
$b(m)$	0.201	1.251
$c(m)$	1.628	0
$d(m)$	0.442	0.656
$e(m)$	0.69	0.257
$f(m)$	0.206	0.389
$g(m)$	0.397	0.749
$h(m)$	-0.194	-0.25
β°	104.58	94.53

Os resultados obtidos para o mecanismo borboleta dupla demonstra que o método proposto é suficientemente robusto, pois o número de variáveis de projeto é consideravelmente grande, além da complexidade do mecanismo.

Algumas das vantagens do mecanismo de direção borboleta dupla são:

- o mecanismo tem três juntas que podem ser atuadas,
- a faixa de ângulos de esterçamento é maior que os mecanismos tradicionais.

Os resultados obtidos do mecanismo de direção 2Q6B também foram satisfatórios como mostrado na Figura 5.18. Um resultado interessante da otimização deste mecanismo é que a distância c (Figura 5.15), é zero e, portanto, as juntas 2 e 3 ficam na mesma posição formando uma junta múltipla.

Algumas das vantagens do mecanismo de direção borboleta dupla são:

- o mecanismo tem quatro juntas que podem ser atuadas,
- a faixa de ângulos de esterçamento é maior que os mecanismos tradicionais.

A principal desvantagem destes mecanismos é a complexidade para ser projetados.

Estes mecanismos poderiam ser aplicados a veículos que precisem de grandes ângulos de esterçamento como são: caminhonetes, caminhões, ônibus.

REFERÊNCIAS

- ALPERIN, J.; BELL, R. B. Group representations. In: *Groups and Representations*. [S.l.]: Springer, 1995. p. 137–177.
- AVILÉS, R. et al. A procedure based on finite elements for the solution of nonlinear problems in the kinematic analysis of mechanisms. *Finite Elements in Analysis and Design*, Elsevier, v. 22, n. 4, p. 305–327, 1996.
- AVILÉS, R.; AJURIA, M.; JALÓN, J. García de. A fairly general method for optimum synthesis of planar mechanisms. *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier, v. 20, n. 4, p. 321–328, 1985.
- BELEGUNDU, A. D.; CHANDRUPATLA, T. R. *Optimization concepts and applications in engineering*. Cambridge: Cambridge University Press, 2011.
- BIAN, X.; SONG, B.; BECKER, W. The optimisation design of the mcpher-son strut and steering mechanism for automobiles. *Forschung im Ingenieurwesen*, Springer, v. 68, n. 1, p. 60–65, 2003.
- BIAN, X.; SONG, B.; WALTER, R. Optimization of steering linkage and double-wishbone suspension via rw multi-body dynamic analysis. *Forschung im Ingenieurwesen*, Springer, v. 69, n. 1, p. 38–43, 2004.
- BOLLOBÁS, B. *Modern graph theory*. Memphis: Springer, 1998.
- CABRERA, J.; SIMON, A.; PRADO, M. Optimal synthesis of mechanisms with genetic algorithms. *Mechanism and machine theory*, Elsevier, v. 37, n. 10, p. 1165–1177, 2002.
- COLLARD, J.-F.; DUYSINX, P.; FISETTE, P. Optimal synthesis of planar mechanisms via an extensible-link approach. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer, v. 42, n. 3, p. 403–415, 2010.
- DARWIN, C. On the origin of species by means of natural selection. 1859. *Murray, London*, 1859.
- DE-JUAN, A.; SANCIBRIAN, R.; VIADERO, F. Optimal synthesis of function generation in steering linkages. *International Journal of Automotive Technology*, Springer, v. 13, n. 7, p. 1033–1046, 2012.

- DIXON, J. *Suspension Analysis and Computational Geometry*. Walton Hall: John Wiley & Sons, 2009.
- DOONER, D. B. Function generation utilizing an eight-link mechanism and optimized non-circular gear elements with application to automotive steering. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, SAGE Publications, v. 215, n. 7, p. 847–857, 2001.
- ERDMAN, A. G.; SANDOR, G. N. *Mechanism design: analysis and synthesis (Vol. 1)*. [S.l.]: Prentice-Hall, Inc., 1997.
- FAHEY, S.; HUSTON, D. A novel automotive steering linkage. *Journal of Mechanical Design*, American Society of Mechanical Engineers, v. 119, n. 4, p. 481–484, 1997.
- FERNANDES, M. A. *ESTUDOS EM SISTEMAS DE DIREÇÃO VEICULAR*. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2005.
- GALÁN-MARÍN, G.; ALONSO, F. J.; CASTILLO, J. M. D. Shape optimization for path synthesis of crank-rocker mechanisms using a wavelet-based neural network. *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier, v. 44, n. 6, p. 1132–1143, 2009.
- GENTA, G.; MORELLO, L. *The Automotive Chassis: Volume 1: Components Design*. Torino: Springer, 2008.
- GOLDBERG, D. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*, addison-wesley, reading, ma. 1989.
- GÓMEZ, C. M. *Metodología de síntesis óptima dimensional de mecanismos mediante algoritmos de optimización híbridos*. Tese (Doutorado) — Universidad de Cantabria, 2013.
- HANZAKI, A. R.; RAO, P.; SAHA, S. Kinematic and sensitivity analysis and optimization of planar rack-and-pinion steering linkages. *Mechanism and Machine theory*, Elsevier, v. 44, n. 1, p. 42–56, 2009.
- HARARY, F. *Graph Theory*. 1969. [S.l.]: Addison-Wesley, Reading, MA, 1969.
- HARTENBERG, R. S.; DENAVIT, J. *Kinematic synthesis of linkages*. Evans-ton: McGraw-Hill New York, 1964.

- HAUPT, R. L.; HAUPT, S. E. *Practical genetic algorithms*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2004.
- HOLLAND, J. H. *Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. Oxford: U Michigan Press, 1975.
- ITURRIAGAGOITIA, A. A. *Teoría de máquinas I*. Navarra: Escuela Superior de Ingenieros Industriales de San Sebastián, 2014.
- JALON, J. G. D.; BAYO, E. *Kinematic and dynamic simulation of multibody systems*. Madrid: Springer New York, 1994.
- JAZAR, R. N. *Vehicle dynamics: theory and application*. [S.l.]: Springer, 2008.
- KING-HELE, D. Erasmus darwin's improved design for steering carriages—and cars. *Notes and records of the Royal Society of London, The Royal Society*, v. 56, n. 1, p. 41–62, 2002.
- KRAMER, G. A. *Solving geometric constraint systems: a case study in kinematics*. Massachusetts: MIT press, 1992.
- KUNJUR, A.; KRISHNAMURTY, S. Genetic algorithms in mechanism synthesis. *Journal of Applied Mechanisms and Robotics*, v. 4, n. 2, p. 18–24, 1997.
- LARIBI, M. et al. A combined genetic algorithm–fuzzy logic method (ga–fl) in mechanisms synthesis. *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier, v. 39, n. 7, p. 717–735, 2004.
- LEAL, L. d. C. M.; ROSA, E. da; NICOLAZZI, L. C. *Uma introdução à modelagem quase-estática de automóveis*. [S.l.]: Grante, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 2008.
- MCKAY, B. D. The nauty page. *Computer Science Department, Australian National University, 2004* <http://cs.anu.edu.au/bdm/nauty>, 2004.
- MICHALEWICZ, Z. *Genetic algorithms+ data structures= evolution programs*. charlotte: springer, 1996.
- MIRMAN, R. *Group Theory: An Intuitive Approach*. [S.l.]: World Scientific, 1995.

- NARIMAN-ZADEH, N. et al. Pareto optimal synthesis of four-bar mechanisms for path generation. *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier, v. 44, n. 1, p. 180–191, 2009.
- NELDER, J. A.; MEAD, R. A simplex method for function minimization. *Computer journal*, v. 7, n. 4, p. 308–313, 1965.
- NIKRAVESH, P. E. *Computer-aided analysis of mechanical systems*. Tucson: Prentice-Hall, Inc., 1988.
- NORTON, R. L. *Design of machinery: an introduction to the synthesis and analysis of mechanisms and machines*. Massachusetts: WCB McGraw-Hill, 1999.
- PEÑUÑURI, F. et al. Synthesis of mechanisms for single and hybrid tasks using differential evolution. *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier, v. 46, n. 10, p. 1335–1349, 2011.
- PUCHETA, M.; CARDONA, A. Síntesis de tipo y dimensional de mecanismos utilizando algoritmos genéticos y ecuaciones algebraicas exactas. *Mecánica Computacional*, v. 22, p. 1200–1216, 2003.
- QUINTERO, H. F.; TRUJILLO, G. C.; ARIAS, A. D. Síntesis de generación de trayectoria y de movimiento para múltiples posiciones en mecanismos, utilizando algoritmos genéticos. *Scientia et Technica*, v. 2, n. 25, 2004.
- REIMPELL, J.; STOLL, H.; BETZLER, J. *Automotive chassis: engineering principles*. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2001.
- ROSTON, G. P.; STURGES, R. H. Genetic algorithm synthesis of four-bar mechanisms. *Artificial Intelligence for Engineering Design, Analysis and Manufacturing: AIEDAM*, Cambridge Univ Press, v. 10, n. 5, p. 371–390, 1996.
- RUSTAMOV, Z. New steering mechanism for greater vehicle maneuverability. *Russian Engineering Research*, Springer, v. 30, n. 3, p. 278–280, 2010.
- SHARIATI, M.; NOROUZI, M. Optimal synthesis of function generator of four-bar linkages based on distribution of precision points. *Meccanica*, Springer, v. 46, n. 5, p. 1007–1021, 2011.

- SIMIONESCU, P.; BEALE, D. Optimum synthesis of the four-bar function generator in its symmetric embodiment: the ackermann steering linkage. *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier, v. 37, n. 12, p. 1487–1504, 2002.
- SIMONI, R. *Síntese estrutural de cadeias cinemáticas e mecanismos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2008.
- SIMONI, R. *Contribuições para a enumeração e para a análise de mecanismos e manipuladores paralelos*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.
- SIMONI, R.; MARTINS, D.; CARBONI, A. Mãos robóticas: Critérios para síntese estrutural e classificação. *Proceedings of the 15th Jornadas de Jóvenes Investigadores da Asociación de Universidades Grupo Montevideo*, 2007.
- TSAI, L.-W. *Mechanism design: enumeration of kinematic structures according to function*. Florida: CRC press, 2001.
- VENKATACHALAM, R.; RAO, A. P. Development of a new steering mechanism for automobiles. In: *Advances in Reconfigurable Mechanisms and Robots I*. [S.l.]: Springer, 2012. p. 209–219.
- YAO, J.; ANGELES, J. The kinematic synthesis of steering mechanisms. *TRANSACTIONS-CANADIAN SOCIETY FOR MECHANICAL ENGINEERING, CANADIAN SOCIETY FOR MECHANICAL ENGINEERING*, v. 24, n. 3/4, p. 453–476, 2000.
- ZHAO, J.-S. et al. Design of an ackermann-type steering mechanism. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, SAGE Publications, v. 227, n. 11, p. 2549–2562, 2013.

APÊNDICE A – TEORIA DE GRAFOS

Neste apêndice são apresentados alguns conceitos da teoria de grafos que são úteis na síntese estrutural de mecanismos. As definições encontradas neste apêndice foram obtidas em (TSAI, 2001) e (SIMONI, 2008).

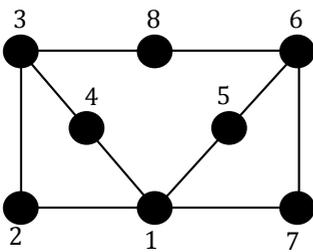
A.1 Grafos

O conceito de grafo é muito útil devido que permite representar a relação entre os objetos de um conjunto.

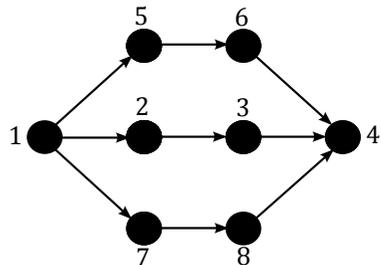
Definição 4. Um grafo consiste de um conjunto de vértices (pontos) e um conjunto de arestas (linhas).

Um grafo será denotado por $X = (V, E)$, onde V representa o conjunto de vértices e E representa o conjunto de arestas.

Na Figura A.1(a) $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e $E = \{(1, 2), (1, 4), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (3, 4), (3, 8), (5, 6), (6, 7), (6, 8)\}$ onde $(v_i, v_j) = (v_j, v_i)$. O grafo da Figura A.1(b) tem como vértices $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e arestas $E = \{(1, 2), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (3, 4), (5, 6), (6, 4), (7, 8), (8, 4)\}$ onde $(v_i, v_j) \neq (v_j, v_i)$.



(a) Grafo não direcionado



(b) Grafo direcionado

Figura A.1: Representação de grafos

A.1.1 Grau de um vértice

O grau de um vértice é definido como o número de arestas incidentes no vértice. Um vértice de grau zero é chamado de vértice isolado. Os vértices

podem ser classificados segundo o grau em vértices binários, ternários, quaternários etc. No grafo da Figura A.2 o vértice 5 tem grau 3, o vértice 7 tem grau 1 e o vértice 8 tem grau 8.

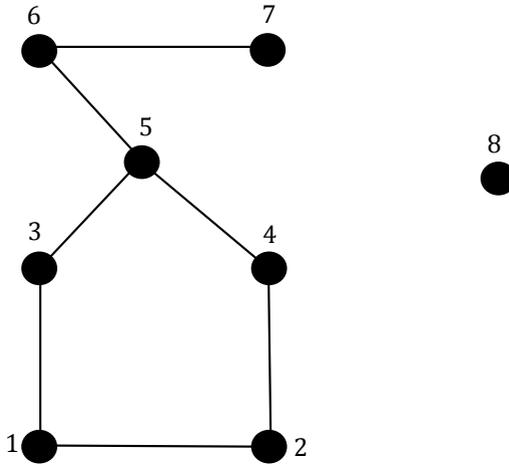


Figura A.2: Grafo com vértice isolado

A.2 Caminhos e circuitos

Definição 5. Um caminho é uma sequência de vértices v_1, v_2, \dots, v_n conectados por arestas $(v_1, v_2), (v_2, v_3), \dots, (v_{n-1}, v_n)$.

Em um caminho nenhuma aresta pode ser percorrida mais de uma vez. No grafo da Figura A.2 a sequência $1, (1, 3), 3, (3, 5), 5, (5, 6), 6$ é um caminho.

Definição 6. Um circuito é um caminho fechado onde $v_1 = v_n$.

No grafo da Figura A.2 a sequência $1, (1, 3), 3, (3, 5), 5, (5, 4), 4, (4, 2), 2, (2, 1), 1$ é um circuito.

A.3 Isomorfismos

Definição 7. Dados dois grafos $X_1 = (V_1, E_1)$ e $X_2 = (V_2, E_2)$, X_1 é isomorfo a X_2 se, e somente se, existe uma função $f: V_1 \rightarrow V_2$ tal que $(v_{1i}, v_{1j}) \in E_1$ e $(f(v_{1i}), f(v_{1j})) \in E_2$ para todo $v_{1i}, v_{1j} \in V_1$

A Figura A.3 mostra dois grafos isomórficos onde o isomorfismo entre o grafo da Figura A.3(a) com o grafo da Figura A.3(a) está definido função,

$$f = \begin{cases} 1 & \text{se } v = a \\ 2 & \quad \quad h \\ 3 & \quad \quad \vdots \\ 4 & \quad \quad d \\ 5 & \quad \quad i \\ 6 & \quad \quad g \\ 7 & \quad \quad b \\ 8 & \quad \quad j \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

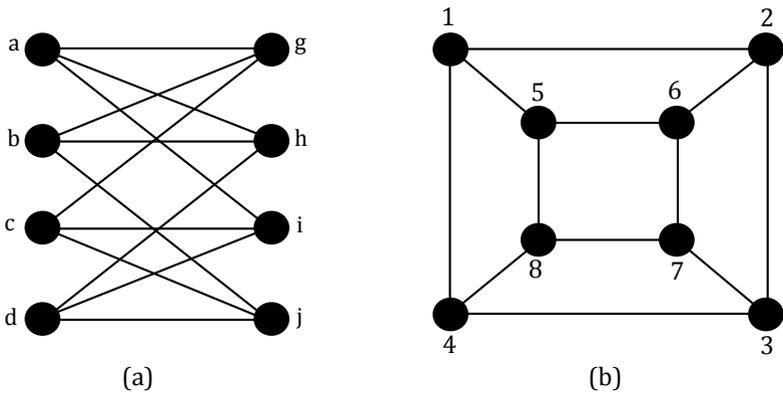


Figura A.3: Grafos isomórficos

A.4 Representação matricial de um grafo

A estrutura de um grafo pode ser convenientemente representada em forma de matriz, permitindo a manipulação do grafo em um computador. Isso leva ao desenvolvimento de metodologias sistemáticas para a identificação e enumeração de grafos.

A.4.1 Matriz de Adjacência

A matriz de adjacência para um grafo X é uma matriz $A = (a_{i,j})_{n \times n}$ tal que

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se o vértice } i \text{ é adjacente ao vértice } j, \\ 0 & \text{caso contrário (incluindo } i = j) \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

onde $a_{i,j}$ representa o elemento (i, j) da matriz A .

A matriz de adjacência é uma representação vértice versus vértice do grafo, segue que a matriz A é uma matriz simétrica com a diagonal principal nula. A soma dos elementos de cada linha (ou coluna) da matriz A corresponde ao grau do vértice correspondente. A Eq.A.3 representa a matriz de adjacência do grafo da Figura A.3(a).

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right] \end{matrix} \quad (\text{A.3})$$

Dado um grafo, a matriz de adjacência pode ser determinada. Por outro lado, dada uma matriz de adjacência, pode-se construir o grafo correspondente. Se dois grafos tem a mesma matriz de adjacência então os grafos são isomorfos.

Os leitores que quiserem uma descrição mais detalhada da teoria de grafos podem consultar (HARARY, 1969) e (BOLLOBÁS, 1998).

APÊNDICE B – TEORIA DE GRUPOS

Grupos são estruturas abstratas e são usados na Matemática e nas ciências em geral para capturar a simetria interna de uma estrutura na forma de automorfismos de grupo. Para determinar as inversões de cadeias cinemáticas, que são representadas por grafos, é fundamental saber quais são as simetrias dos vértices do grafo os quais representam os elos da cadeia cinemática (SIMONI, 2008).

B.1 Grupos e subgrupos

Definição 8. Um grupo é um conjunto G com uma operação binária

$$\cdot : G \times G \longrightarrow G$$

que satisfaz os três axioma:

(i) *Associatividade:* Para todos $a, b, c \in G$, $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

(ii) *Identidade:* Existe um elemento $i \in G$ tal que para todo $a \in G$, $i \cdot a = a \cdot i = a$

(iii) *Inverso:* Para todo $a \in G$, existe um elemento $b \in G$ tal que, $a \cdot b = b \cdot a = i$

Definição 9. Um conjunto G' é um subgrupo de um grupo G se ele é um subconjunto de G e é um grupo usando a operação definida em G

B.2 Ações

Definição 10. Se X é um conjunto e G é um grupo, então G age sobre X se existe um função

$$G \times X \longrightarrow X$$

denotada por

$$(g, x) \longmapsto g \cdot x$$

tal que:

(i) $(gh) \cdot x = g \cdot (h \cdot x)$ para todos os elementos $g, h \in G$ e $x \in X$.

(ii) $i \cdot x = x$ para todo elemento $x \in X$ (onde i é a identidade do grupo G).

Definição 11. *Seja X um conjunto (finito ou infinito) e considere*

$$S_X := \{\sigma : X \rightarrow X \mid \sigma \text{ é bijetora}\}.$$

Esse conjunto munido de composição de funções é um grupo, chamado de grupo das permutações sobre X .

Se $X = \{1, 2, \dots, n\}$, o grupo de permutações é denotado por S_n e todo $\sigma \in S_n$ é denotado por

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \dots & \sigma(n) \end{pmatrix}.$$

O conjunto de vértices de um grafo rotulados por naturais em ordem progressiva ($V_n = \{1, 2, \dots, n\}$), formam um grupo de permutações e aplicam-se as definições anteriores.

As Figuras B.1(b) e B.1(c) mostram as imagens das ações σ_1 e σ_2 do grafo mostrado na Figura B.1(a).

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix} = (134)(256)$$

$$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 & 5 \end{pmatrix} = (1)(2)(3)(4)(56)$$

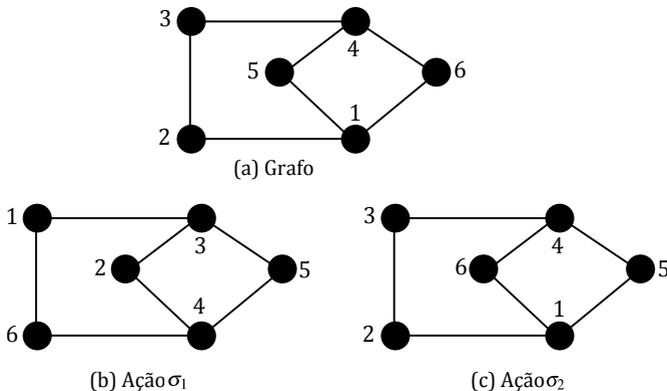


Figura B.1: Ações de um grafo.

Definição 12. *Sejam G_1 e G_2 dois grupos. Um homomorfismo de G_1 em G_2 é uma aplicação*

$$\phi: G_1 \longrightarrow G_2$$

tal que, para todos $x, y \in G_1$

$$\phi(x \cdot y) = \phi(x) \cdot \phi(y).$$

Se ϕ é bijetiva a aplicação é um isomorfismo. Um isomorfismo ϕ é um automorfismo se $G_1 = G_2$.

O conjunto das permutações, que mapeiam um grafo nele mesmo, formam um grupo chamado de grupo de automorfismos do grafo.

B.3 Órbitas

Definição 13. *Considere um grupo G agindo sobre um conjunto X . A órbita do ponto $x \in X$ é denotada por*

$$O_x = \{g \cdot x | g \in G\}$$

A órbita de um elemento x de um conjunto X é o conjunto dos elementos de X para os quais x pode ser movido pela ação dos elementos do grupo G . A órbita de um vértice do grafo corresponde ao conjunto de vértices para os quais o vértice é movido pela ação do grupo de automorfismos do grafo.

A teoria aqui esposta foi tomada de (SIMONI, 2008). Para aprofundar mais no tema pode ser consultado: (ALPERIN; BELL, 1995) e (MIRMAN, 1995).