UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE AUTOMAÇÃO E SISTEMAS

Guilherme de Aguiar Senger

ESTUDO E DESENVOLVIMENTO DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE PARA UM SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO DE DUPLO-EVAPORADOR

Florianópolis

2014

Guilherme de Aguiar Senger

ESTUDO E DESENVOLVIMENTO DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE PARA UM SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO DE DUPLO-EVAPORADOR

Dissertação submetida ao Programa de pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas.

Orientador: Alexandre Trofino Neto, Dr.

Coorientador: Claudio Melo, Dr.

Florianópolis

2014

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Senger, Guilherme de Aguiar Estudo e desenvolvimento de estratégias de controle para um sistema de refrigeração de duplo-evaporador / Guilherme de Aguiar Senger ; orientador, Alexandre Trofino Neto ; coorientador, Claudio Melo. - Florianópolis, SC, 2014. 160 p. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas.

Inclui referências

1. Engenharia de Automação e Sistemas. 2. Controle. 3. Controle Chaveado. 4. Sistemas de refrigeração. I. Trofino Neto, Alexandre. II. Melo, Claudio. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas. IV. Título. Guilherme de Aguiar Senger

ESTUDO E DESENVOLVIMENTO DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE PARA UM SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO DE DUPLO-EVAPORADOR

Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de "Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas", e aprovada em sua forma final pelo Programa de pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas.

Florianópolis, 09 de Junho 2014.

Rômulo Silva de Oliveira, Dr. Coordenador do Programa de pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas

> Alexandre Trofino Neto, Dr. Orientador

> > Claudio Melo, Dr. Coorientador

Banca Examinadora:

Prof. Alexandre Trofino Neto Presidente

Prof. Dr. César Cataldo Scharlau

Prof. Dr. Christian Johann Losso Hermes

Prof. Dr. Daniel Ferreira Coutinho

À todos aqueles que acreditaram e, de alguma forma, fizeram a diferença nesse trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família que sempre me apoiou, em especial à minha mãe Linara, ao meu pai Carlos e ao meu irmão Daniel.

Agradeço ao professor Alexandre Trofino pelos conhecimentos transmitidos, paciência e dedicação. Agradeço ao professor Claudio Melo pela oportunidade de desenvolver meu projeto no POLO.

Agradeço ao "Baixinho" e ao Edilson pelo companheirismo, amizade, e excelente trabalho desempenhado, sem o qual esta dissertação não seria possível.

Por fim, agradeço a toda equipe do POLO pelos anos de convívio.

"Por vezes sentimos que aquilo que fazemos não é senão uma gota de água no mar. Mas o mar seria menor se lhe faltasse uma gota."

Madre Tereza de Calcutá

RESUMO

Esta dissertação apresenta um estudo sobre a influência dos dispositivos de ação variável de um sistema de refrigeração de duplo-evaporador. Os dispositivos de ação variável deste sistema são o compressor de velocidade variável, uma válvula de distribuição entre os evaporadores e as válvulas de expansão variável. Foi construído um protótipo do sistema de duplo-evaporador. Foram desenvolvidas três técnicas (monovariável PI, multivariável LQG e monovariável por modos deslizantes para a válvula de distribuição) para controlar as temperaturas do congelador e do refrigerador através da velocidade do compressor e da fração de operação da válvula de distribuição. A análise dos resultados obtidos com estas técnicas indica que uma estratégia de controle chaveado para a velocidade do compressor e fração de operação da válvula de distribuição pode levar o sistema a operar com maior eficiência energética em regime permanente e a responder mais rapidamente à perturbações de carga. Com base nestas conclusões, foi desenvolvida uma metodologia para o projeto de uma lei de chaveamento baseada em múltiplas funcões de Lyapunov com custo garantido das variáveis de saída do sistema. Esta lei de chaveamento foi aplicada, com limitação da frequência de chaveamento, ao protótipo do sistema. Para evitar uma grande limitação da frequência de chaveamento, os sinais aplicados aos atuadores foram definidos como a média dos últimos seis sinais de controle calculados pela lei de chaveamento. Foi verificado que um projeto adequado do custo garantido das variáveis de saída permite o sistema chaveado operar melhor com a limitação da frequência de chaveamento. O controle chaveado projetado garantiu o seguimento de referência das saídas do sistema e uma resposta mais rápida, do que a obtida pelas outras técnicas de controle, para as perturbações de carga, porém não levou o sistema a obter menor consumo de energia. A influência das válvulas de expansão foi analisada em regime permanente e em regime transitório. Os resultados obtidos permitem concluir que tubos capilares bem dimensionados podem substituir o uso de válvulas de expansão sem grande penalização do desempenho do sistema.

Palavras-chave: Controle. Refrigeração. Duplo-evaporador. Controle chaveado.

ABSTRACT

This master thesis presents a study on the influence of the variable action devices of a dual-evaporator refrigeration system. The variable action devices of this system are the variable speed compressor, the distribution valve between the evaporators and the variable expansion valves. It was built a dual-evaporator prototype system. It was developed three techniques (single variable PI, multi variable LQG and single variable sliding mode to distribution valve) to control the freezer and fresh-food temperatures by the speed compressor and operation fraction of the distribution valve. The results analysis indicates that a switched control strategy to the speed compressor and operation fraction of the distribution valve can drive the system to operate with better energetic efficiency in steady state and to respond faster to load disturbances. Based on these statements, it was developed a methodology to design a switching rule based on multiple Lyapunov functions with guaranteed cost of the output system variables. This switching rule was applied with frequency limitation to the prototype system. In order to avoid a big switching frequency limitation, the applied signals on actuators were defined as the medium of the last six control signals calculated by the switching rule. It was verified that a suitable design of the guaranteed cost of the output system variables allows the system deals better with the switching frequency limitation. The switched control designed ensure the reference tracking by the output system variables and a faster response to load disturbances than the ones obtained by another control techniques, however it did not drive the system to a lower energy consumption. The expansion valves influence was studied in steady state and in transient response. The obtained results showed that well designed capillary tubes can substitute the expansion valves without considerable system performance penalty.

Keywords: Control. Refrigeration. Dual-evaporator. Switched control.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Temperaturas dos compartimentos refrigerados em um	
aparelho refrigerador doméstico	32
Figura 2 Consumo de energia elétrica por setor no Brasil (ELE-	
TROBRÁS, 2007)	33
Figura 3 Consumo de energia elétrica residencial no Brasil (ELE-	
TROBRÁS, 2007)	33
Figura 4 $$ Ciclo de refrigeração por compressão mecânica do vapor.	39
Figura 5 Diagrama TxS	40
Figura 6 Diagrama TxS - diferença de temperatura entre os tro- cadores de calor e o meio externo	41
Figura 7 Ciclo de refrigeração convencional	45
Figura 8 Ciclo de refrigeração com dois evaporadores	46
Figura 9 Ciclo de refrigeração com dois evaporadores e válvula de	
retenção no congelador	47
Figura 10 Ciclo de refrigeração de duplo-evaporador	48
Figura 11 Diagramas TxS para o ciclo de duplo-evaporador ope-	
rando nas evaporações do congelador e do refrigerador	49
Figura 12 Esquema para o aparato experimental	51
Figura 13 Sistema de referência utilizado para construir o aparato	
experimental	52
Figura 14 Evaporadores - congelador à esquerda e refrigerador à	
direita	53
Figura 15 Compressor	54
Figura 16 Válvulas de expansão	54
Figura 17 Válvulas de distribuição	55
Figura 18 Bancada para supervisão e controle de dados	56
Figura 19 Interface do programa de supervisão de dados	57
Figura 20 Diagrama de blocos da malha de controle monovariável.	63
Figura 21 Diagrama de blocos aumentado da malha de controle	
monovariável	65
Figura 22 Diagrama de blocos da malha de controle incluindo o	
controle de pré-alimentação	65
Figura 23 Diagrama de blocos da malha de controle multivariável.	66

Figura 24 Diagrama de blocos da malha de controle multivariável	
com observador de estados	68
Figura 25 Ensaio de identificação da dinâmica da temperatura do congelador para mudanças na velocidade do compressor	75
Figura 26 Ensaio de identificação da dinâmica da temperatura do	
refrigerador para mudancas na velocidade do compressor	76
Figura 27 Ensaio de identificação da dinâmica da temperatura do	
congelador para mudanças na fração de operação da válvula de	
distribuição	77
Figura 28 Ensaio de identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador para mudanças na fração de distribuição da válvula de	
operação	78
Figura 29 Esboço do sistema de duplo-evaporador	79
Figura 30 Modo de operação do congelador	80
Figura 31 Modo de operação do refrigerador	80
Figura 32 Identificação da dinâmica da temperatura do congelador	
no modo de operação do congelador	81
Figura 33 Identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador	
no modo de operação do congelador	81
Figura 34 Identificação da dinâmica da temperatura do congelador	
no modo de operação do refrigerador	82
Figura 35 $$ Identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador	
no modo de operação do refrigerador	82
Figura 36 Temperatura do congelador durante avaliação do con-	
trole PI	86
Figura 37 Temperatura do refrigerador durante avaliação do con-	
trole PI	86
Figura 38 Temperatura do congelador durante avaliação do con-	
trole LQG	88
Figura 39 Temperatura do refrigerador durante avaliação do con-	~~~
trole LQG	88
Figura 40 Temperatura do congelador durante avaliação do con- trole via modos deslizantes da válvula de distribuição	90
Figure 41 Temperature do refrigorador durante avaliação do con	00
trole via modos deslizantes da válvula de distribuição	91
Figura 42 Análise da temperatura do congelador.	91
Figura 43 Análise da temperatura do refrigerador	92

Figura 44 Análise do COP do sistema
Figura 45 Análise das pressões de evaporação
Figura 46 Análise do COP para diferentes aberturas da válvula de
expansão do congelador
Figura 47 Análise do COP para diferentes aberturas da válvula de
expansão do refrigerador
Figura 48 Análise do evaporador do congelador para os testes 1 e
4
Figura 49 Análise do evaporador do refrigerador para os testes de partida do sistema 1 e 4
Figura 50 Análise das temperaturas dos compartimentos para os testes de partida do sistema 1 e 4
Figura 51 Análise das temperaturas dos compartimentos para os
testes de partida do sistema 4 e 5100
Figura 52 Análise da velocidade do compressor para os testes de
partida do sistema 1, 4 e 5102
Figura 53 Análise da fração de operação para os testes de partida
do sistema 1, 4 e 5102
Figura 54 Análise das temperaturas de evaporação para diferentes
períodos de chaveamento da válvula de distribuição103
Figura 55 Identificação da dinâmica da temperatura do congelador
no modo de operação 1 124
Figura 56 Identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador
no modo de operação 1 124
Figura 57 Identificação da dinâmica da temperatura do congelador
no modo de operação 2 125
Figura 58 Identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador
no modo de operação 2 126
Figura 59 Identificação da dinâmica da temperatura do congelador
no modo de operação 3 126
Figura 60 Identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador
no modo de operação 3 127
Figura 61 Identificação da dinâmica da temperatura do congelador
no modo de operação 4 128
Figura 62 Identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador
no modo de operação 4 128
Figura 63 Temperaturas dos compartimentos durante a simulação

do controle chaveado
Figura 64 Velocidade do compressor durante a simulação do con-
trole chaveado
Figura 65 Fração de operação durante a simulação do controle cha-
veado
Figura 66 Temperatura do congelador durante avaliação do con-
trole chaveado132
Figura 67 Temperatura do refrigerador durante avaliação do con-
trole chaveado132
Figura 68 Velocidade do compressor durante avaliação do controle
chaveado
Figura 69 Fração de operação durante avaliação do controle chave-
ado134
Figura 70 Representação de um politopo para um problema com
duas variáveis incertas159

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Identificação da dinâmica da temperatura do congelador	
pela veloc	idade do compressor	75
Tabela 2	Identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador	
pela veloc	idade do compressor	76
Tabela 3	Identificação da dinâmica da temperatura do congelador	
pela fraçã	o de operação	77
Tabela 4	Identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador	
pela fraçã	o de operação	78
Tabela 5	Análise do acoplamento entre as variáveis de entrada e	
saída do s	istema	83
Tabela 6	Testes para análise da abertura das válvulas de expansão	
em regime	e transitório	98
Tabela 7	Modos de operação do sistema1	122
Tabela 8	Parâmetros α_i	128
Tabela 9	Vértices do politopo do erro de seguimento para o custo	
garantido	da saída de desempenho1	129

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ΡI	Proporcional Integral	34
LQG	Linear quadratic gaussian - Quadratura Gaussiana Li-	
	near	34
COP	Coefficient of Performance - Coeficiente de desempenho	41
VEE	Válvula eletrônica de expansão	44
PWM	Pulse Width Modulation - Modulação por largura de	
	pulso	54
PID	Proporcional Integral Derivativo	61
SISO	Single Input Single Output - Monovariável	68
PCM	Phase Change Material - Material em mudança de fase	71
BMI	Bilinear Matrix Inequalities - Desigualdades matriciais	
	bilineares1	108
LMI	Linear Matrix Inequalities - Desigualdades matriciais li-	
	neares	109

LISTA DE SÍMBOLOS

\mathcal{H}_{∞}	Norma H infinito	34
Q_{evap}	Calor absorvido no evaporador	39
Q_{cond}	Calor rejeitado no condensador	39
Р	Pressão	39
W_{comp}	Trabalho realizado pelo compressor	39
Т	Temperatura	40
S	Entropia	40
W_{liq}	Trabalho liquido	40
q_{evap}	Calor absorvido no evaporador	40
T_{evap}	Temperatura de evaporação	40
T_{cond}	Temperatura de condensação	40
Q_{rev}	Calor reversível	40
dS	Variação infinitesimal de entropia	40
Q_{cond}	Calor absorvido no condensador	41
ΔS	Variação de entropia	41
ΔT	Diferença de temperatura	41
ΔT_{evap}	Diferença de temperatura entre o ambiente refrigerado	
e o evap	orador	41
ΔT_{cond}	Diferença de temperatura entre o condensador e o am-	
biente n	ão-refrigerado	41
T_{ref}	Temperatura do ambiente refrigerado	41
T_{amb}	Temperatura do ambiente não-refrigerado	41
Q	Quantidade de calor	42
U	Coeficiente global de transferência de calor	42
А	Área	42
\dot{m}	Vazão mássica	43
Δh	Variação de entalpia	43
С	Congelador	46
R	Refrigerador	46
$Q_{evap,c}$	Calor absorvido pelo evaporador do congelador	46
$Q_{evap,r}$	Calor absorvido pelo evaporador do refrigerador	46
$T_{evap,c}$	Temperatura de evaporação do congelador	49

$T_{evap,r}$	Temperatura de evaporação do refrigerador	49
T_c	Temperatura do congelador	50
T_r	Temperatura do refrigerador	50
Sup	Grau de superaquecimento no evaporador	63
Ab_{exp}	Abertura da válvula de expansão	63
Ν	Velocidade do compressor	63
C_{Ab}	Controlador da abertura da válvula de expansão	63
C_N	Controlador da velocidade do compressor	63
$S\bar{u}p$	Referência para o grau de superaquecimento	63
$\bar{T_{ref}}$	Referência para a temperatura do ambiente refrigerado	63
$G_{sup/Ab}$	Modelo dinâmico do grau de superaquecimento pela	
abertura	a da válvula de expansão	63
$G_{tref/N}$	Modelo dinâmico da temperatura do ambiente refrige-	
rado pel	a velocidade do compressor	63
$G_{tref/Ab}$	Modelo dinâmico da temperatura do ambiente refrige-	
rado pel	a abertura da válvula de expansão	65
$G_{sup/N}$	Modelo dinâmico do grau de superaquecimento pela	05
velocida	de do compressor	05
K	Ganho estatico	75
au	Constante de tempo	75
G_{C_N}	Função de transferência da temperatura do congelador	
pela velo	Deidade do compressor	15
s	Variavel de Laplace	75
G_{R_N}	Função de transferência da temperatura do refrigerador	76
pela velo	$\Sigma_{\rm cidade}$ do compressor	70
$G_{C_{F.O.}}$	Função de transferencia da temperatura do congelador	76
c pela llaç	ção de operação da valvula de distribuição	10
$G_{R_{F.O.}}$	runção de transferencia da temperatura do reirigerador	77
\dot{T}	Derivada de primeira ordem da temperatura do conge-	• •
lador	Derivada de primeira ordeni da temperatura do conge-	80
Ť.	Derivada de primeira ordem da temperatura do refri-	00
gerador.		80
F.O.	Fração de operação para o congelador	83
C_N	Controlador da velocidade do compressor	84
$C_{\rm EO}$	Controlador da fração de operação da válvula de dis-	
~ <i>F</i> .O.	e e e e e e e e e e e e e e e e e e e	

tribuição	0	84
u_N	Sinal de controle aplicado à velocidade do compressor	85
e_c	Erro de seguimento de referência da temperatura do	
congelac	lor	85
$u_{F.O}$	Sinal de controle aplicado à fração de operação	85
e_r	Erro de seguimento de referência da temperatura do	
refrigera	udor	85
k	Variável de iteração	85
S_r	Solução da equação de Ricatti discreta	87
L	Matriz de ganhos do observador de estados	87
P_r	Solução da equação de Ricatti discreta	87
K_c	Matriz de ganhos do controlador LQG	87
u	Sinal de controle	89
K_1	Ganho relacionado à temperatura do congelador no	~ ~
controle	por modos deslizantes	89
K_2	Ganho relacionado à temperatura do refrigerador no	00
$\bar{\tau}$	Value de terre entres de concele des receives e conce	89
1 _c nente	valor da temperatura do congelador em regime perma-	89
\bar{T}	Valor da temperatura do refrigerador em regime per-	00
manente		89
\mathbb{R}^{n}	Espaco Euclidiano de dimensão n 1	09
$\mathbb{R}^{m \times n}$	Conjunto das matrizes reais de ordem $m \times n \dots 1$	09
P'	Matriz P transposta 1	10
P = P'	Matriz P simétrica1	10
I_n	Matriz identidade de ordem $n \times n \dots 1$	12
\otimes	Produto Kronecker1	12
1_n	Vetor de dimensão n e elementos unitários1	12
$0_{m \times n}$	Matriz de zeros de dimensão $m \times n$	12
$\ e\ $	Norma Euclidiana do vetor e 1	15
$\lambda_{min}(P)$	Mínimo autovalor da matriz real e simétrica P 1	15
τ_c	Constante de tempo da temperatura do congelador1	23
$ au_r$	Constante de tempo da temperatura do refrigerador1	23
k_c	Ganho estático da temperatura do congelador1	23
k_r	Ganho estático da temperatura do refrigerador1	23
T_{c0}	Ponto de operação da temperatura do congelador1	23
	. ,	

 $\begin{array}{ll} T_{r0} & \mbox{Ponto de operação da temperatura do refrigerador} \dots 123 \\ f_{simulada} & \mbox{Frequência de chaveamento utilizada na simulação} \dots 130 \\ f_{real} & \mbox{Frequência de chaveamento utilizada no experimento} \dots 130 \end{array}$

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	31
1.1 APRESENTAÇÃO	31
1.2 OBJETIVOS	34
1.3 ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO	35
1.4 INFORMAÇÕES ADICIONAIS	37
2 SISTEMAS DE REFRIGERAÇÃO	39
2.1 CICLO DE REFRIGERAÇÃO POR COMPRESSÃO MECÂN	ICA
DO VAPOR	39
2.1.1 Sistemas domésticos convencionais	44
2.1.2 Sistemas de duplo-evaporador	48
2.1.3 Componentes auxiliares do sistema de refrigeração.	50
2.2 OBJETIVO	50
2.3 APARATO EXPERIMENTAL	51
2.3.1 Determinação dos coeficientes de UA do sistema	57
2.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O CAPÍTULO SIS-	
TEMAS DE REFRIGERAÇÃO	58
3 SISTEMAS DE CONTROLE PARA REFRIGERAÇÃO	59
3.1 TÉCNICAS DE CONTROLE APLICADAS AO CICLO CON-	
VENCIONAL	59
3.1.1 Controle da temperatura do meio refrigerado pelo	
sistema de refrigeração	60
$3.1.2 \ {\rm Controle} \ {\rm do} \ {\rm grau} \ {\rm de} \ {\rm superaque cimento} \ {\rm no} \ {\rm evaporador}$	60
3.1.3 Abordagem monovariável para o controle simultâneo	
de temperatura e superaquecimento	63
3.1.4 Abordagem multivariável para o controle simultâneo	
de temperatura e superaquecimento	66
3.2 CONTROLE DE DISPOSITIVOS AUXILIARES	69
3.2.1 Sistema de degelo	69
3.2.2 Ventiladores	71
3.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O CAPITULO SIS-	
TEMAS DE CONTROLE PARA REFRIGERAÇÃO	72
4 ESTUDO DO SISTEMA DE DUPLO-EVAPORADOR	73
4.1 ESTUDO DE TECNICAS CLASSICAS PARA O CONTROLE	
DE TEMPERATURA	73
4.1.1 Identificação do sistema	74
4.1.2 Desenvolvimento do controle monovariável PI	83
4.1.3 Desenvolvimento do controle multivariável LQG	85

4.1.4 Desenvolvimento do controle por modos deslizantes
para a válvula de distribuição
4.1.5 Análise dos resultados
4.2 ESTUDO DAS VÁLVULAS DE EXPANSÃO
4.2.1 Análise em regime permanente
4.2.2 Análise em regime transitório
4.3 ANÁLISE DO PERÍODO DE CHAVEAMENTO DA VÁLVULA
DE DISTRIBUIÇÃO 103
4.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O CAPÍTULO ESTUDO
DE UM SISTEMA DE DUPLO-EVAPORADOR 104
5 CONTROLE CHAVEADO PARA REFRIGERAÇÃO 107
5.1 SISTEMAS CHAVEADOS 107
5.1.1 Metodologia para projeto da lei de chaveamento \dots 109
5.2 APLICAÇÃO NO SISTEMA DE DUPLO-EVAPORADOR . 122
5.2.1 Identificação dos subsistemas 123
5.2.2 Projeto da lei de chaveamento 127
5.2.3 Resultados
5.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O CAPÍTULO CON-
TROLE CHAVEADO PARA REFRIGERAÇÃO 135
6 CONCLUSÃO 137
6.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS 138
6.2 PERSPECTIVAS PARA TRABALHOS FUTUROS 142
6.3 PUBLICAÇÕES 143
REFERÊNCIAS
APÊNDICE A – Dados do desenvolvimento do controle
LQG 153
ANEXO A - Desigualdades matriciais lineares (LMIs) 157

1 INTRODUÇÃO

1.1 APRESENTAÇÃO

O estudo de estratégias de controle aplicadas a sistemas de refrigeração tem por finalidade manter as temperaturas de interesse em valores normalizados e aumentar a eficiência energética do sistema. No caso de aparelhos refrigeradores e congeladores, esses objetivos impactam diretamente na melhor conservação dos alimentos e no menor consumo de energia elétrica.

A conservação de alimentos é particularmente crítica no caso de alimentos perecíveis, caso de frutas e vegetais, que devem ser conservados em temperaturas baixas, porém superiores à temperatura de congelamento da água para manter as atividades biológicas, e com um nível de umidade adequado para evitar a desidratação (LORENTZEN, 1978). Produtos mortos, como é o caso de carnes, podem ser conservados congelados, facilitando o processo de armazenamento. Apesar da necessidade de se manter as temperaturas em valores adequados, a grande maioria dos aparelhos opera com temperaturas acima das ideais e com grandes flutuações destas. A conservação inadequada de alimentos em refrigeradores é frequentemente citada como uma possível causa de intoxicação alimentar (JAMES; EVANS; JAMES, 2008). O problema da oscilação das temperaturas é ainda mais grave quando ocorrem aberturas das portas do refrigerador e quando são colocados alimentos em temperatura superior à temperatura do compartimento (JAMES; EVANS, 1992), atividades frequentes no uso diário. Para ilustrar o problema, a Figura 1 apresenta um gráfico com as temperaturas do congelador e do refrigerador de um aparelho refrigerador doméstico, comercializado no mercado norte americano, operando sem excitação externa. Observamse grandes amplitudes de oscilação nas temperaturas de ambos os compartimentos. O ideal é que estas temperaturas mantenham-se o mais próximas possíveis de referências determinadas.

O problema de consumo de energia é intensificado pela baixa eficiência dos aparelhos refrigeradores aliada à ampla utilização dos mesmos. A baixa eficiência tem motivado governos de diferentes países a, periodicamente, estabelecer novas metas para o consumo de energia de refrigeradores e congeladores com o objetivo de reduzir a necessidade de geração de energia elétrica. Esse panorama faz com que os fabricantes de refrigeradores estejam sob constante pressão para desenvolver novas tecnologias que aumentem a eficiência de seus produtos



Figura 1 – Temperaturas dos compartimentos refrigerados em um aparelho refrigerador doméstico.

(MELO; SILVA, 2010).

Tomando a situação brasileira como exemplo, 96% das residências possuiam refrigeradores em 2010 e essa incidência deve atingir aproximadamente 100% das residências brasileiras no decorrer da atual década (Empresa de Pesquisa Energética, 2010). Segundo (ELETROBRÁS, 2007), o consumo de energia elétrica residencial é responsável por 22,2% do consumo total do país, como pode ser visto na Figura 2. A Figura 3 mostra que 27% desse consumo provém de refrigeradores e congeladores. Conclui-se que esses aparelhos são responsáveis por aproximadamente 6% do consumo total de energia elétrica do país. Se forem considerados os aparelhos condicionadores de ar, o consumo proveniente da refrigeração doméstica passa para aproximadamente 10% do total.

Os problemas apresentados podem ser minimizados com o uso de estratégias de controle que mantenham as temperaturas dos compartimentos refrigerados mais próximas possíveis de valores desejados mesmo com a atuação de perturbações (aberturas de portas, variação da temperatura ambiente, adição de produtos e acionamento de resistores de degelo) e, simultaneamente, mantenham o sistema de refrigeração operando continuamente em uma condição ótima de consumo de energia. Muitos trabalhos podem ser encontrados na literatura sobre o estudo de estratégias de controle aplicadas a sistemas de refrigeração convencionais. Estes sistemas são compostos por um compressor, um condensador, um dispositivo de expansão e um evaporador. O compressor, o dispositivo de expansão e os ventiladores são os dispositivos de ação variável utilizados para controlar a temperatura do ambiente



Figura 2 – Consumo de energia elétrica por setor no Brasil (ELE-TROBRÁS, 2007).



Figura 3 – Consumo de energia elétrica residencial no Brasil (ELE-TROBRÁS, 2007).

refrigerado e levar o sistema a operar no ponto de operação de maior eficiência.

Este problema de controle pode ser abordado através de estratégias monovariáveis ou multivariáveis e diferentes técnicas podem ser utilizadas conforme as características do sistema e objetivo principal que se pretende atingir. Em (MARCINICHEN; HOLANDA; MELO, 2008) foram utilizados dois controladores PI para controlar a velocidade do compressor e a restrição do dispositivo de expansão. Em (EKREN: SAHIN; ISLER, 2010) foram comparados controladores PI com controladores baseados em lógica fuzzy e redes neurais. Para atenuar o efeito do acoplamento entre as malhas de controle do compressor e da válvula de expansão, (HUA; JEONG; YOU, 2009) utilizaram controladores PI com pré-alimentação das perturbações conhecidas. Utilizando uma abordagem multivariável, (LARSEN; HOLM, 2003) projetaram um controle baseado na norma \mathcal{H}_{∞} e o compararam com uma estratégia monovariável utilizando dois controladores PI. Em (SCHURT; HERMES; TRO-FINO, 2009) o sistema foi modelado fenomenologicamente e um controle LQG multivariável foi projetado. Técnicas de controle não linear foram estudadas em (OLIVEIRA; TROFINO; HERMES, 2011), onde foi estudado um controlador chaveado, e em (RASMUSSEN; ALLEYNE, 2006), onde foi estudado um controle baseado no escalonamento de ganhos. Em (HOV-GAARD et al., 2012), foi projetado um controle preditivo para minimizar o consumo de energia em um sistema de refrigeração comercial.

Nesta dissertação, pretende-se estudar o efeito dos dispositivos de ação variável e controle destes em um sistema de refrigeração de duplo-evaporador. Este sistema difere do sistema convencional na medida em que é composto por um compressor, um condensador, dois dispositivos de expansão, dois evaporadores e uma válvula de distribuição, que tem a função de chavear a operação entre um evaporador e o outro. O sistema de refrigeração de duplo-evaporador é apropriado para ser utilizado em refrigeradores domésticos com dois compartimentos, pois permite controlar melhor e com mais eficiência, como será mostrado no capítulo 2, as temperaturas destes compartimentos por possuir dois evaporadores.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral desta dissertação é estudar o efeito dos dispositivos de ação variável de um sistema de refrigeração de duploevaporador sobre as temperaturas dos compartimentos refrigerados e sobre a potência consumida pelo sistema. Por se tratar de um trabalho que engloba conhecimentos das àreas de controle de processos e de sistemas de refrigeração, sempre que possível, os resultados são colocados de maneira a permitir o entendimento por profissionais especializados
em cada uma dessas áreas. Com a finalidade de tornar mais claro o processo planejado para se atingir o objetivo geral da dissertação, foram elencados objetivos específicos. Esses objetivos são:

- Apresentação dos problemas de controle aplicados em sistemas de refrigeração. Levantamento de uma revisão bibliográfica com diferentes abordagens e problemas que podem ser resolvidos total ou parcialmente com estratégias de controle. Essa etapa do trabalho tem a finalidade de servir como uma base para essa dissertação e para trabalhos futuros que apliquem ambos os conhecimentos de controle e refrigeração.
- Montagem e validação de um prótipo de um sistema de refrigeração de duplo-evaporador para estudar o efeito dos dispositivos de ação variável sobre o desempenho do sistema e desenvolver estratégias de controle para estes dispositivos.
- Implementação de técnicas de controle clássicas para a velocidade do compressor e a posição da válvula de distribuição. Os resultados obtidos devem ser comparados e avaliados para determinar a melhor técnica para o sistema em estudo.
- Desenvolvimento de uma técnica de controle chaveado para a velocidade do compressor e a posição da válvula de distribuição seguindo a metodologia apresentada em (TROFINO et al., 2012) com a inclusão de condições de estabilidade para um equilíbrio desconhecido. O estudo dessa técnica é motivado pela natureza chaveada do sistema em estudo.
- Análise da influência das aberturas das válvulas de expansão sobre o desempenho do sistema em regime permanente e regime transitório.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO

Esta dissertação está organizada da seguinte forma:

• Capítulo 1: Contextualiza o problema. Neste capítulo, foram citados alguns trabalhos realizados nas áreas de controle e de refrigeração que são relevantes para esta dissertação. Foi mencionado o ciclo de refrigeração de duplo-evaporador e foram formalizados os objetivos deste trabalho.

- Capítulo 2: Aborda a teoria básica de sistemas de refrigeração. Primeiramente é introduzido o ciclo de refrigeração por compressão mecânica do vapor clássico para em seguida ser apresentado o ciclo de refrigeração por compressão mecânica do vapor de duplo-evaporador. São apresentados os conceitos que motivam o estudo deste novo ciclo. Sob o ponto de vista prático, é descrito o protótipo montado para este projeto, apresentanda a intrumentação e a bancada de controle concebida para a realização dos experimentos.
- Capítulo 3: É levantada uma revisão bibliográfica sobre os problemas de sistemas de refrigeração que podem ser resolvidos com o auxílio de estratégias de controle. O objetivo do capítulo é reunir o que há de estado-da-arte no estudo de técnicas de controle aplicadas à sistemas de refrigeração para servir de referência para o entendimento dos próximos capítulos, justificar a abordagem utilizada neste trabalho e motivar o estudo futuro de problemas que ainda foram pouco explorados.
- Capítulo 4: Concentra a maior parte do trabalho desenvolvido experimentalmente. São apresentados os ensaios de identificação do sistema de refrigeração de duplo-evaporador para diferentes abordagens de estratégias de controle. O resultado de três técnicas de controle (PI, LQG e modos deslizantes) para a rotação do compressor e posição da válvula de distribuição é analisado. É realizada uma investigação a respeito da influência das válvulas de expansão no consumo de energia e desempenho das variáveis de saída (temperaturas dos compartimentos) do sistema em regime permanente e em regime transitório.
- Capítulo 5: Aborda a estratégia de controle chaveado aplicada ao sistema em estudo. Apresenta uma introdução sobre a teoria de sistemas chaveados e os resultados teóricos necessários para a implementação da técnica. A principal contribuição desta dissertação para a teoria de controle, que é a proposta de condições para garantir a estabilidade de sistemas chaveados com equilibrio desconhecido, é apresentada. Para finalizar, são abordados os resultados experimentais da aplicação da técnica no sistema de duplo-evaporador.
- Capítulo 6: É a conclusão desta dissertação. Os principais resultados obtidos são retomados e analisados de maneira a motivar a

continuidade de trabalhos e pesquisas nas áres de sistemas chaveados, sistemas de refrigeração e sistemas de controle aplicados a sistemas de refrigeração.

- Apêndice A: Apresenta os dados utilizados no desenvolvimento do controle LQG desenvolvido no capítulo 4.
- Anexo A: Aborda as ferramentas necessárias para manipulação das desigualdades matriciais lineares apresentadas no capitulo 5.

1.4 INFORMAÇÕES ADICIONAIS

O trabalho experimental desenvolvido nesta dissertação foi realizado no laboratório POLO - Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia em Refrigeração e Termofísica, pertencente ao Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina. O trabalho foi realizado em parceria com a empresa Whirlpool S.A. -Unidade Embraco Electronics.

2 SISTEMAS DE REFRIGERAÇÃO

A maior parte dos sistemas de refrigeração domésticos utiliza o ciclo de refrigeração por compressão mecânica do vapor. O ciclo de refrigeração de duplo-evaporador utiliza este mesmo princípio. Por esse motivo, este capítulo é dedicado a uma abordagem conceitual deste ciclo. Os sistemas convencionais e de duplo-evaporador são explicados e comparados. Ao final do capítulo, é descrito o protótipo do sistema de refrigeração de duplo-evaporador montado para o desenvolvimento do trabalho.

2.1 CICLO DE REFRIGERAÇÃO POR COMPRESSÃO MECÂNICA DO VAPOR

O ciclo de refrigeração por compressão mecânica do vapor, Figura 4, possui quatro componentes fundamentais: compressor, condensador, dispositivo de expansão e evaporador. Por esses quatro componentes circula o fluido refrigerante.



Figura 4 – Ciclo de refrigeração por compressão mecânica do vapor.

O compressor é o dispositivo responsável por elevar a pressão do fluido refrigerante proveniente do evaporador para a pressão do condensador, sendo necessária a realização de trabalho para isso. No condensador, o fluido refrigerante, em elevada pressão e temperatura, no estado de vapor é condensado, liberando calor para o meio não refrigerado. O dispositivo de expansão baixa a pressão e, consequentemente, a temperatura do fluido proveniente do condensador, levando o fluido à pressão e temperatura de operação do evaporador. No evaporador, o fluido em estado liquido, em baixa pressão e temperatura, absorve calor do meio refrigerado para evaporar. O desempenho de um ciclo de refrigeração pode ser definido pela razão entre o calor retirado pelo evaporador pelo trabalho realizado pelo compressor.

Um ciclo de refrigeração por compressão mecânica do vapor ideal pode ser representado pelo diagrama temperatura vs. entropia (TxS), Figura 5. Neste diagrama a sequência do ciclo está numerada na mesma ordem da Figura 4.



Figura 5 – Diagrama TxS.

O ciclo ideal é caracterizado por apresentar processos reversíveis. Segundo (STOECKER; JONES, 1985), o calor trocado em um processo reversível é definido pela equação (2.1).

$$Q_{rev} = TdS \tag{2.1}$$

onde T é a temperatura em que ocorre o processo e dS é a variação infinitesimal de entropia durante o processo. Na Figura 5, as curvas representadas pelos segmentos de retas 4-1 e 2-3 representam, respectivamente, os processos de troca de calor ocorridos no evaporador e no condensador. A área sob a curva 4-1 representa o calor absorvido pelo evaporador (Q_{evap}). A área entre as curvas 2-3 e 4-1 representa o calor rejeitado pelo condensador (Q_{cond}) menos o calor absorvido pelo evaporador (Q_{evap}). A diferença entre Q_{cond} e Q_{evap} corresponde ao trabalho líquido (W_{liq}) adicionado ao sistema no processo de compressão. Dessa forma, o coeficiente de desempenho (COP) de um ciclo de refrigeração ideal pode ser definido como a razão entre o calor absorvido pelo evaporador e o trabalho líquido como na equação (2.2).

$$COP = \frac{Q_{evap}}{W_{liq}} = \frac{T_{evap}\Delta S}{T_{cond}\Delta S - T_{evap}\Delta S} = \frac{T_{evap}}{T_{cond} - T_{evap}}$$
(2.2)

Fica evidente que o desempenho do ciclo pode ser melhorado elevando-se a temperatura de evaporação e reduzindo a temperatura de condensação. Porém, o calor flui, naturalmente, de uma fonte quente para uma fonte fria. Portanto, a temperatura do evaporador, onde ocorre absorção de calor, deve ser inferior à temperatura do ambiente refrigerado. Da mesma forma, a temperatura do condensador, onde ocorre a rejeição de calor, deve ser superior à temperatura do ambiente não refrigerado. Assim, o desempenho do ciclo é tanto melhor quanto menores forem as diferenças de temperatura (ΔT na Figura 6) entre os trocadores de calor e os respectivos ambientes em que estão operando.



Figura 6 – Diagrama TxS - diferença de temperatura entre os trocadores de calor e o meio externo.

Até o presente momento, foram apresentadas as características de um ciclo ideal de refrigeração por compressão mecânica do vapor. Um sistema de refrigeração real apresenta peculiaridades que reduzem sua eficiência. Antes de explorar tais peculiaridades faz-se necessário definir a quantidade de calor transferida em um processo, de acordo com (STOECKER; JONES, 1985), pela equação (2.3).

$$Q = UA\Delta T_{med} \tag{2.3}$$

Onde U é o coeficiente global de transferência de calor, A é a área de transferência de calor e ΔT_{med} é a diferença média de temperatura entre as partes envolvidas na transferência.

Os processos de condensação e evaporação ideais ocorrem totalmente na região de mudanca de fase do fluido refrigerante. Durante a condensação ideal, o fluido refrigerante rejeita o calor necessário apenas para passar do estado de vapor para o estado liquido, ocorrendo a operação completa à temperatura e pressão constantes. Se a troca de calor continuar após essa mudança de fase, obtém-se liquido subresfriado e a temperatura é reduzida à medida que o fluido rejeita calor para o ambiente externo. A diferença entre a temperatura de condensação e a temperatura do fluido na saída do condensador é denominada grau de sub-resfriamento. Pela equação (2.3) fica evidente que ao reduzir a temperatura do fluido, reduz-se a quantidade de calor transferida do fluido para o ambiente externo. O efeito pode ser comparado à redução da área de troca de calor do condensador, o que forca a elevação da temperatura de condensação e consequente redução da eficiência do trocador de calor. Da mesma forma, durante a evaporação ideal, o fluido refrigerante absorve o calor necessário apenas para passar do estado liquido para o estado de vapor, ocorrendo a operação completa à temperatura e pressão constantes. Se a troca de calor continuar após a mudanca de fase, obtém-se vapor superaquecido e a temperatura é elevada à medida que o fluido absorve calor do ambiente refrigerado. A diferenca entre a temperatura do fluido na saída do evaporador e a temperatura de evaporação é denominada grau de superaquecimento. Pela equação (2.3) fica evidente que ao elevar a temperatura do fluido, reduz-se a quantidade de calor transferida do ambiente refrigerado para o fluido. O efeito pode ser comparado à redução da área de troca de calor do evaporador, o que força a redução da temperatura de evaporação e consequente redução da eficiência do trocador de calor. Considerando a operação do sistema, o sub-resfriamento é benéfico na medida em que reduz a temperatura do fluido refrigerante na entrada do dispositivo de expansão, aumentando a capacidade do sistema. De outra maneira, o superaquecimento leva à redução da eficiência do evaporador, reduzindo o COP do sistema.

Os compressores reais devem operar apenas com fluido no estado de vapor para evitar o fenômeno conhecido como "golpe de liquido" (STOECKER; JONES, 1985). Por essa razão, evita-se operar o evaporador com um grau de superaquecimento nulo, para evitar a ocorrência de liquido na sucção do compressor. Alguns dispositivos de expansão variável podem não operar corretamente com vapor, motivo pelo qual, frequentemente mantém-se um grau de sub-resfriamento superior a zero.

A capacidade de refrigeração de um evaporador pode ser definida pela equação (2.4) (STOECKER; JONES, 1985).

$$Q_{evap} = \dot{m}\Delta h \tag{2.4}$$

onde \dot{m} é a vazão mássica de fluido refrigerante e Δh é variação de entalpia no evaporador. A vazão mássica é função do trabalho realizado pelo compressor. Quanto mais trabalho o compressor realiza, maior a vazão e maior a capacidade de refrigeração. A entalpia é uma propriedade definida pela quantidade de energia de uma substância que pode ser convertida em calor, ou seja, a variação de entalpia na equação (2.4) define a quantidade de calor absorvida pelo fluido refrigerante.

Através da análise das equações (2.2)-(2.4) podemos definir as condições para que um sistema de refrigeração opere com máxima eficiência e com a capacidade de refrigeração necessária para levar o ambiente refrigerado à temperatura desejada. Para aumentar a eficiência do sistema, deve-se operar com a maior temperatura de evaporação possível, porém isso reduz a diferença de temperatura em (2.3) e, consequentemente, a transferência de calor no evaporador. Para aumentar a transferência de calor sem reduzir a eficiência do sistema, a solução seria aumentar a área do trocador de calor, mas essa solução esbarra em limites físicos e de custo de material. Com o evaporador projetado para satisfazer um compromisso entre eficiência e custo, a temperatura de evaporação acaba por ser função da capacidade de refrigeração demandada pelo sistema e do grau de superaquecimento, o qual deve ser mantido próximo de 0°C.

Os compressores podem ser divididos em duas categorias: compressores de velocidade fixa e compressores de velocidade variável. Os compressores de velocidade fixa modulam a capacidade através do ciclo de funcionamento, ou seja, operam com uma capacidade constante e elevada durante um ciclo de tempo variável necessário para atender a demanda. Os compressores de velocidade variável modulam a capacidade através da velocidade, operando continuamente com uma capacidade adequada à carga térmica imposta (TASSOU; QURESHI, 1998). Estes compressores são mais eficientes, uma vez que operam com uma capacidade de refrigeração inferior aos compressores de velocidade fixa, o que determina uma temperatura de evaporação superior (POSSAMAI; TODESCAT, 2004).

Dispositivos de expansão podem apresentar restrição fixa como é o caso dos tubos capilares ou restrição variável quando são utilizadas válvulas de expansão. Os tubos capilares apresentam a vantagem de serem mais simples, enquanto que as válvulas podem ser manipuladas para manter uma vazão de fluido refrigerante no evaporador que mantenha o grau de superaquecimento em um valor ótimo (POTTKER; MELO, 2007). Exemplos de válvulas de expansão são as válvulas termostáticas, onde o controle de abertura é realizado por um dispositivo mecânico e as válvulas eletrônicas de expansão (VEE) que podem ser acionadas por motores de passo ou por solenóides.

2.1.1 Sistemas domésticos convencionais

A maioria dos refrigeradores domésticos convencionais apresenta dois compartimentos: congelador e refrigerador. O método mais tradicional para refrigerar os dois compartimentos é através de um evaporador localizado no congelador. O ciclo de refrigeração, nesse caso, corresponde ao ciclo da Figura 4 com a adição de um trocador de calor intermediário, entre a saída do condensador e a linha de sucção do evaporador. Este trocador de calor tem o objetivo de sub-resfriar a entrada do dispositivo de expansão, aumentando a capacidade do sistema, e superaquecer o fluido refrigerante na sucção do compressor, evitando o "golpe de liquido" no compressor. A representação deste ciclo é verificada na Figura (7). Em sistemas que utilizam o tubo capilar como dispositivo de expansão, pode ser adicionado um trocador intermediário de calor entre este tubo e a linha de sucção do evaporador, com o mesmo objetivo do trocador de calor mencionado primeiramente.

O refrigerador é refrigerado através de uma válvula, denominada damper, que permite passar o ar frio do congelador para esse compartimento. Nesse caso, a capacidade total do sistema é realizada através de um evaporador operando em uma temperatura inferior à temperatura do congelador, que é o compartimento mais frio. Essa estratégia apresenta baixa eficiência, vide equação (2.2), por estar refrigerando o refrigerador com um evaporador operando em uma temperatura apropriada para o congelador.

Esses refrigeradores podem ser equipados com compressores de velocidade fixa ou de velocidade variável. Quando equipados com compressores de velocidade fixa, a eficiência torna-se ainda mais baixa,



Figura 7 – Ciclo de refrigeração convencional.

pois nesse caso operam com uma capacidade constante e elevada, controlando a temperatura dos compartimentos através de um termostato que envia um sinal para ligar ou desligar o compressor. Quando equipados com compressores de velocidade variável, o controle da temperatura dos compartimentos pode ser realizado através de um sensor contínuo de temperatura e uma estratégia de controle que module a velocidade e consequentemente a capacidade de refrigeração para se adequar à carga térmica imposta. O dispositivo de expansão comumente utilizado é o tubo capilar.

Existem sistemas que operam com um evaporador em cada compartimento refrigerado. Apresentam uma válvula de distribuição na saída do condensador que comuta a operação entre um evaporador e o outro, como pode ser visto na Figura 8. Após a válvula o sistema é dividido, apresentando dois dispositivos de expansão e dois evaporadores. Na saída dos evaporadores, o circuito de refrigeração volta a se unir e o compressor apresenta uma única sucção. Os mesmos trocadores intermediários de calor utilizados no sistema convencional, podem ser utilizados nestes sistemas. A presença de dois dispositivos de expansão permite o sistema operar com pressões e, consequentemente, com temperaturas diferentes quando opera com o dispositivo de expansão do refrigerador ou do congelador. Porém, observa-se na Figura 8 que os evaporadores estão conectados pela linha de sucção do compressor e portanto irão operar ambos com a pressão e temperatura mais elevada entre os dois evaporadores, pois um fluido flui, naturalmente, de um recepiente operando com pressão mais elevada para outro operando com pressão menos elevada. Assim, os sistemas que adotam essa configuração, são projetados para operar com os dois evaporadores na mesma temperatura de evaporação, com um evaporador maior para o congelador para atender a uma demanda maior de capacidade de refrigeração e um evaporador menor para o refrigerador para atender a uma demanda menor de capacidade de refrigeração. Apesar de não ser necessário utilizar um damper para conectar os dois compartimentos, não são obtidas maiores vantagens em termos de eficiência do ciclo pelo fato dos dois evaporadores operarem com temperaturas de evaporação inferiores à temperatura do compartimento mais frio, no caso o congelador.



Figura 8 – Ciclo de refrigeração com dois evaporadores.

Um sistema semelhante ao verificado na Figura 8, porém com uma válvula de retenção na saída do evaporador do congelador é apresentado na Figura 9. Essa válvula de retenção proporciona a vantagem de impedir a migração de fluido refrigerante do evaporador do refrigerador (que opera com uma pressão e temperatura mais elevadas) para o evaporador do congelador, permitindo a operação dos evaporadores com pressões e temperaturas diferentes. Dessa forma, é possível o evaporador do refrigerador operar com uma temperatura mais próxima da temperatura deste compartimento, permitindo um ganho de eficiência do sistema.



Figura 9 – Ciclo de refrigeração com dois evaporadores e válvula de retenção no congelador.

Este sistema poderia ser considerado a melhor arquitetura existente de ciclo de refrigeração por compressão mecânica do vapor aplicado a um sistema com dois compartimentos que operam com temperaturas diferentes. Porém, a válvula que comuta a operação entre um evaporador e o outro, posicionada na saída do condensador, deve operar em baixa frequência, mantendo uma operação alternada em cada evaporador. Se a frequência de comutação entre um evaporador e o outro fosse elevada, os dois evaporadores operariam simultaneamente e, como a saída do evaporador do refrigerador não possui uma válvula de retenção, a pressão deste evaporador, que é a mesma pressão na sucção do compressor, equalizaria com a pressão do evaporador do congelador. Logo, a frequência elevada de comutação entre os evaporadores levaria o sistema a operar como o ciclo convencional sem válvula de retenção da Figura 8. Como os evaporadores operam em ciclos, no momento em que um evaporador está ativo deve operar com uma capacidade elevada para suprir a capacidade necessária ao período em que está ativo e ao período em que está inativo. Porém, operar com uma capacidade elevada reduz a temperatura de evaporação e consequentemente a eficiência do sistema. Uma alternativa a este ciclo é o ciclo de refrigeração de duplo-evaporador com a válvula de distribuição na saída dos evaporadores, que será apresentado na sequência.

2.1.2 Sistemas de duplo-evaporador

O ciclo de refrigeração de duplo-evaporador possui duas configurações principais: evaporadores em série e evaporadores em paralelo. O foco desse trabalho é na configuração com os evaporadores em paralelo. Este sistema apresenta uma configuração semelhante à configuração do ciclo com dois evaporadores apresentado na Figura 8, porém a válvula de comutação entre os evaporadores não é posicionada na saída do condensador, mas na saída dos evaporadores, como pode ser visto na Figura 10.



Figura 10 – Ciclo de refrigeração de duplo-evaporador.

A estrutura apresentada, operando com uma frequência elevada de comutação da válvula de distribuição, permite que o sistema opere com os dois evaporadores em temperaturas distintas. E, devido ao tempo de resposta do sistema ser bastante superior ao tempo de chaveamento da válvula de distribuição, os evaporadores operam ambos em modo contínuo, permitindo o sistema operar continuamente com a capacidade adequada à carga térmica imposta. Didaticamente, o diagrama TxS para o ciclo de duplo-evaporador pode ser dividido em dois, um para o ciclo de refrigeração no evaporador do congelador e outro para o ciclo de refrigeração no evaporador do refrigerador. A Figura 11 apresenta os diagramas TxS reais¹² para o sistema de refrigeração de duplo-evaporador. Considerando que o COP é dado pela razão entre Q_{evap} e W_{liq}^3 , verifica-se que o COP é maior para a operação no refrigerador, que opera com uma temperatura de evaporação mais elevada. Logo, para aumentar a eficiência do sistema, este deve ser projetado para permitir uma fração de operação da válvula de distribuição maior para o refrigerador.



Figura 11 – Diagramas TxS para o ciclo de duplo-evaporador operando nas evaporações do congelador e do refrigerador.

 $^{^1{\}rm O}$ diagrama TxS ideal apresentado na Figura 5 não é uma representação apropriada para um sistema de refrigeração real.

²Nesta dissertação não são detalhados os processos que ocorrem em um sistema de refrigeração real que impossibilitam o tratamento ideal deste, para mais informações sobre o ciclo real de refrigeração por compressão mecânica do vapor, ver (STOECKER; JONES, 1985).

³Devido às não-linearidades do ciclo real, não se pode utilizar a relação de temperaturas de evaporação e condensação para definir o COP, tal como na equação (2.2).

2.1.3 Componentes auxiliares do sistema de refrigeração

Até o momento foram apresentados os componentes principais de um sistema de refrigeração, entretanto existem componentes auxiliares fundamentais para uma operação real. Dentre estes componentes, devem ser citados os ventiladores e resistores elétricos. Ventiladores podem ser utilizados junto aos trocadores de calor para aumentar a convecção de ar e consequentemente aumentar o coeficiente global de transferência de calor (U). Considerando a equação (2.3), o uso do ventilador leva a uma redução da diferença de temperatura entre o trocador de calor e o meio para manter a mesma taxa de transferência de calor, aumentando a eficiência do trocador de calor. Resistores elétricos são utilizados junto ao(s) evaporador(es) e são ativados segundo uma lógica do sistema que pode ser baseada em tempo ou no sinal de sensores, e tem como objetivo fundir o gelo que se forma em torno do evaporador. A formação do gelo ocorre devido à condensação e posterior congelamento da umidade presente no ar que passa pelo evaporador. O gelo forma uma camada isolante em torno do evaporador, diminuindo a eficiência do mesmo e, por essa razão, deve ser eliminado.

2.2 OBJETIVO

O objetivo principal de um sistema de refrigeração é levar e manter a temperatura de um compartimento a uma temperatura de referência inferior à temperatura ambiente. Atualmente, é uma necessidade que esse objetivo seja realizado com o menor consumo de energia possível. Com o desenvolvimento de dispositivos de ação variável, tais como os compressores de velocidade variável, as válvulas de expansão e mais recentemente a válvula de distribuição⁴, torna-se necessário desenvolver estratégias de controle que conduzam esses dispositivos para um ponto de máxima eficiência energética e que mantenham as temperaturas de interesse nos valores desejados. O estudo do efeito da ação desses dispositivos em um sistema de refrigeração de duplo-evaporador é tema dessa dissertação. Para tanto, um protótipo de um sistema de duplo-evaporador deve ser montado e equipado conforme a Figura 12.

Esse protótipo deve ser instrumentado com transdutores de temperatura nos compartimentos refrigerados, transdutores de tempera-

 $^{^4}$ Os dispositivos mencionados são os dispositivos estudados nesse trabalho. Poderiam ser incluídos os ventiladores e resistores elétricos, os quais são apenas citados e abordados teoricamente.



Figura 12 – Esquema para o aparato experimental.

tura na entrada e saída dos evaporadores para medir o grau de superaquecimento e na entrada e saída do condensador para medir o grau de sub-resfriamento. A pressão dos dois evaporadores deve ser medida para avaliar o funcionamento do sistema de duplo-evaporador, o qual deve manter essas pressões em patamares distintos. Um transdutor de potência deve ser utilizado para avaliar a potência consumida pelo compressor. O sistema deve ser equipado com um compressor de velocidade variável para permitir estudar o efeito da velocidade na capacidade de refrigeração. Os dispositivos de expansão devem ser variáveis para permitir uma regulagem fina da vazão nos evaporadores. E uma válvula de distribuição deve ser instalada na saída dos evaporadores para selecionar o evaporador que deve ser ativado. Para o monitoramento das variáveis medidas e acionamento das variáveis de atuação, deve ser montada uma bancada para supervisão dos dados.

2.3 APARATO EXPERIMENTAL

Para o desenvolvimento dessa dissertação foi montado um aparato experimental utilizando como base um sistema de refrigeração doméstico convencional com dois evaporadores e sem válvula de retenção na saída do evaporador do congelador, ou seja, um sistema dotado do ciclo de refrigeração da Figura 8. Esse sistema é apresentado na Figura 13, onde observa-se o congelador à esquerda e o refrigerador à direita.



Figura 13 – Sistema de referência utilizado para construir o aparato experimental.

Um detalhe importante do sistema de referência utilizado é a diferença de tamanho entre os evaporadores. Como esse sistema não possui uma válvula de retenção na saída do evaporador do congelador, os dois evaporadores operam com temperaturas de evaporação próximas. E, por essa razão, o evaporador do refrigerador apresenta um tamanho bastante inferior ao evaporador do congelador, como pode ser visto na Figura 14. Os evaporadores são auxiliados por ventiladores para aumentar a eficácia da troca de calor. As potências nominais dos ventiladores dos evaporadores são 5,87 W e 2,37 W para o congelador e refrigerador, respectivamente. O condensador também é auxiliado por um ventilador, cuja potência nominal é 2,2 W. O sistema possui um resistor elétrico posicionado na parte inferior do evaporador do congelador para a operação de degelo.

O aparato experimental foi equipado com um compressor alternativo de rotação variável modelo Embraco VEMC-9C, Figura 15, que opera na faixa de frequência de rotação de 20 Hz (1200 rpm) a 75 Hz (4500 rpm). O acionamento do compressor é realizado através de



Figura 14 – Evaporadores - congelador à esquerda e refrigerador à direita.

um inversor de frequência com comunicação serial, permitindo a comunicação com uma unidade de supervisão. Os dispositivos de expansão utilizados consistem em válvulas eletrônicas de expansão acionadas por solenóides em série com tubos capilares⁵. As válvulas são fabricadas pela Parker e o modelo é o HP120, Figura 16, com 0,397mm de diâmetro interno enquanto que os tubos capilares possuem 2 m de comprimento e 0.9 mm de diâmetro interno. O acionamento das válvulas é realizado através de um sinal PWM. As válvulas são normalmente fechadas e o ciclo de funcionamento do sinal PWM aplicado a elas define a fração de tempo em que estão abertas e consequentemente a restricão do dispositivo de expansão. A fração de abertura varia em uma faixa de 0% a 100% do período do sinal PWM e quanto maior a fração de abertura, menor a restrição imposta ao sistema. O período utilizado para o sinal PWM é 2 s. No lugar de uma válvula de distribuição de três vias (2 entradas, uma para cada evaporador e 1 saída para a sucção do compressor) foram utilizadas duas válvulas de duas vias, Figura 17, uma para cada evaporador e a saída de ambas conectadas à sucção do compressor. Para que essas válvulas tenham a mesma funcionalidade de uma válvula de três vias, elas operam alternadamente, quando uma abre a outra fecha e vice-versa. Estas válvulas são acionadas através de um sinal PWM de período 10 s. O ciclo ativo deste sinal define a fração

 $^{^5}$ Uma análise mais detalhada sobre o arranjo de válvulas solenóides em série com tubos capilares é encontrada em (RONZONI; HERMES; MELO, 2013).

de operação para o congelador. O restante do período corresponde à fração de operação para o refrigerador.

O sistema possui três trocadores de calor internos: um trocador entre a saída do condensador e as duas linhas de sucção, um trocador entre o tubo capilar e a linha de sucção do congelador e outro entre o tubo capilar e a linha de sucção do refrigerador. O trocador de calor entre a saída do condensador e as linhas de sucção tem o objetivo de garantir o superaquecimento do fluido refrigerante na sucção do compressor e o subresfriamento do fluido na entrada dos dispositivos de expansão. Os trocadores de calor entre os tubos capilares e as linhas de sucção também ajudam a superaquecer o fluido na linha de sucção e a aumentar a capacidade do sistema ao resfriar os tubos capilares. A carga de fluido refrigerante corresponde a 110g de isobutano (R600a).



Figura 15 – Compressor.



Figura 16 – Válvulas de expansão.

Para permitir monitorar e controlar o sistema, é necessária uma instrumentação adequada. Foram instalados termopares de superfície



Figura 17 – Válvulas de distribuição.

do tipo T (cobre-constantan) nos pontos de interesse para monitoramento e controle do sistema. Esses termopares possuem incerteza de medição igual a 0,2°C. Para verificar as condições de operação do sistema, foram colocados termopares na entrada, meio e saída de cada evaporador (medições que são utilizadas para avaliar o grau de superaquecimento) e do condensador (medições utilizadas para avaliar o grau de sub-resfriamento), na saída de ar dos evaporadores (medição que é utilizada para o controle de temperatura dos compartimentos), na sucção, descarga e carcaca do compressor, e distribuídos no interior de cada compartimento para avaliar a temperatura média destes. O mapeamento do funcionamento de um sistema de refrigeração depende, também, do conhecimento das pressões de pontos relevantes do ciclo de refrigeração. Foram utilizados transdutores de pressão do tipo Strain Gauge de pressão absoluta com fundo de escala em 10 bar para as medições na região de baixa pressão do ciclo e com fundo de escala em 20 bar para as medições na região de alta pressão do ciclo. Os transdutores de pressão com fundo de escala em 10 bar possuem incerteza de medição de 0,008 bar. Os transdutores de pressão com fundo de escala em 20 bar possuem incerteza de medição de 0,007 bar. Os pontos de medição de pressão escolhidos foram a descarga do compressor, a saída do condensador, a entrada de cada evaporador e a sucção do compressor. Um transdutor de potência com fundo de escala em 1000 W e incerteza de medição igual a 0,25% do valor medido é utilizado para medir a potência do conjunto compressor mais inversor de frequência. Foram instalados resistores elétricos distribuídos nos compartimentos para emular carga térmica. Os resistores instalados no congelador tem capacidade para dissipar 90 W de potência. A potência dissipada nesses resistores é regulada através de um relé de estado sólido e é medida por um transdutor de potência com fundo de escala em 400 W e incerteza de medição igual a 0,25% do valor medido. Os resistores instalados no refrigerador tem capacidade para dissipar 85 W de potência. A potência dissipada nesses resistores é regulada através de um relé de estado sólido e é medida por um transdutor de potência com fundo de escala em 400 W e incerteza de medição igual a 0.5% do valor medido.

A Figura 18 mostra a bancada construída para supervisão das variáveis medidas, acionamento e controle das variáveis de atuação. Esta bancada contém as fontes de alimentação e relés necessários para o acionamento das válvulas de expansão, válvulas de distribuição e ventiladores dos evaporadores e condensador. A bancada possui um sistema de supervisão de dados *National Instruments*, composto por um chassi SCXI-1001, onde são acoplados os módulos SCXI-1112 para leitura de termopares, SCXI-1303, para leitura de sinais de tensão de 0 V-10 V, que é utilizado para adquirir o sinal dos transdutores de pressão e potência, SCXI-1325, para envio de sinais de tensão de 0 V-10 V, que é utilizado para acionar os relés de estado sólido que acionam as válvulas de distribuição, e SCXI-1324, para acionamentos via relé, que é utilizado para acionar as válvulas de expansão. O sistema de supervisão de dados possui comunicação com um computador onde é executado um programa de supervisão de dados.



Figura 18 – Bancada para supervisão e controle de dados.

O programa de supervisão de dados foi desenvolvido em *Lab-View.* As funções principais deste programa são: comunicação com o sistema de supervisão de dados; comunicação com o inversor de frequência do compressor; execução de algoritmos de controle; geração de gráficos e dados estatísticos dos dados manipulados e visualização destes em uma interface gráfica, como é apresentado na Figura 19; e gravação dos dados.



Figura 19 – Interface do programa de supervisão de dados.

Para a realização de testes, foi utilizada uma câmara de testes com capacidade para controlar a temperatura e umidade relativa do ar.

2.3.1 Determinação dos coeficientes de UA do sistema

A fim de possibilitar o cálculo da carga térmica imposta ao sistema, foram realizados testes para determinar os coeficientes de UA das paredes deste. A partir do conhecimento desses coeficientes, das temperaturas dos compartimentos refrigerados e da temperatura ambiente, pode-se calcular a carga térmica imposta ao sistema através da equação (2.3). Quando o sistema está operando em equilíbrio, os valores da carga térmica e da capacidade de refrigeração são equivalentes. Portanto, pode-se utilizar o valor calculado através de (2.3) para determinar a capacidade de refrigeração em regime permanente.

A metodologia⁶ utilizada para realizar este teste consiste em dissipar uma potência conhecida no interior dos compartimentos através de resistores elétricos com o sistema de refrigeração desligado. Utilizando os valores das temperaturas dos compartimentos atingidas no equilíbrio deste teste e, conhecendo a temperatura do ambiente externo, pode-se isolar o termo UA na equação (2.3), onde assume-se o

 $^{^{6}}$ Esta metodologia é melhor detalhada em (SIM; HA, 2011).

valor de Q igual ao valor da potência dissipada pelos resistores elétricos somada à potência dissipada pelos motores dos ventiladores dos compartimentos internos, que são mantidos ligados, e ΔT é a diferença de temperatura imposta à parede que se pretende determinar o coeficiente global de transferência de calor. O sistema utilizado pode ser dividido em três paredes: parede entre o refrigerador e o ambiente externo, entre o congelador e o ambiente externo e entre o refrigerador e o congelador. O resultado dos testes determinou os coeficientes iguais a 1,51 W/K, 1,33 W/K e 0,81 W/K para as paredes entre o refrigerador e o ambiente externo, entre o congelador e o congelador e o ambiente externo, entre o refrigerador e o congelador e o ambiente externo, entre o refrigerador e o ambiente externo, entre o congelador e o ambiente externo, entre o refrigerador e o ambiente externo, entre o congelador e o ambiente externo, entre o congelador e o ambiente externo, entre o congelador e o ambiente externo e entre o refrigerador e o ambiente externo, entre o congelador e o ambiente externo e entre o refrigerador e o ambiente externo, entre o congelador e o ambiente externo e entre o refrigerador e o ambiente externo e entre os dois compartimentos, respectivamente.

2.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O CAPÍTULO SISTEMAS DE REFRIGERAÇÃO

Este capítulo apresentou a teoria básica sobre sistemas de refrigeração por compressão mecânica do vapor. Foram descritos os principais ciclos de refrigeração utilizados em sistemas de refrigeração domésticos e foi apresentado o ciclo de refrigeração de duplo-evaporador, tema desta dissertação. A teoria apresentada neste capítulo tem como objetivo embasar e justificar os resultados que serão apresentados nos capítulos 4 e 5. Ao final do capítulo foi apresentado o refrigerador utilizado como referência para o trabalho experimental que será apresentado nos capítulos 4 e 5.

3 SISTEMAS DE CONTROLE PARA REFRIGERAÇÃO

Sistemas de controle são utilizados em sistemas de refrigeração para manter as temperaturas de interesse em valores desejados com o menor consumo de energia possível. Esse capítulo tem como objetivo fazer uma revisão bibliográfica de trabalhos que estudaram a aplicação de técnicas de controle em sistemas de refrigeração e analisar possíveis aplicações de controle ainda pouco exploradas na literatura. O conteúdo apresentado tem como meta embasar o desenvolvimento do trabalho de controle que será apresentado nos capítulos 4 e 5.

3.1 TÉCNICAS DE CONTROLE APLICADAS AO CICLO CONVEN-CIONAL

Um ciclo de refrigeração convencional com um evaporador pode ser configurado com um compressor de velocidade fixa e tubo capilar como dispositivo de expansão. Nesse caso, a estratégia de controle está limitada a determinar, através de um termostato, um sinal para o compressor ligar quando o sistema atinge uma temperatura máxima ou desligar quando atinge uma temperatura mínima. Uma configuração um pouco mais sofisticada utiliza, no lugar do compressor de velocidade fixa, um compressor de velocidade variável. Essa configuração permite o uso de técnicas de controle mais elaboradas da temperatura do sistema dentro dos limites de velocidade do compressor. O ciclo de refrigeração pode ser configurado com um compressor de velocidade fixa e uma válvula de expansão variável no lugar do tubo capilar. A válvula pode ser utilizada para regular a vazão no evaporador e atuar na partida do sistema para diminuir a restrição do circuito de refrigeração e consequentemente diminuir a carga de partida do compressor, pode atuar no controle da capacidade do evaporador e no controle do grau de superaquecimento. Por fim, um ciclo pode ser montado com um compressor de velocidade variável e uma válvula de expansão variável. E, neste último caso, os dispositivos podem ser controlados para manter a temperatura do sistema em um valor de referência, melhorar o desempenho na partida do sistema e levar o evaporador a operar com superaquecimento mínimo. Este ciclo pode ser controlado por uma abordagem monovariável ou multivariável.

3.1.1 Controle da temperatura do meio refrigerado pelo sistema de refrigeração

O controle de temperatura tradicional de sistemas de refrigeração utiliza um compressor de velocidade fixa controlado pelo sinal de um termostato que impõe um regime de operação cíclico ao sistema. Esta estratégia é mais simples e barata, porém não é a mais eficiente. A utilização de compressores de velocidade variável permite um controle contínuo da temperatura do sistema através de um balanço apropriado entre carga térmica e capacidade de refrigeração. O principal objetivo dessa estratégia é o aumento da eficiência do sistema devido ao aumento da temperatura de evaporação (POSSAMAI; TODESCAT, 2004).

O controle de temperatura via compressor de velocidade variável de um sistema de refrigeração comercial foi realizado em (APREA; MAS-TRULLO; RENNO, 2004) utilizando lógica fuzzy. O trabalho foi desenvolvido em uma planta experimental e o compressor utilizado opera na faixa de 30 Hz a 50 Hz. Os autores optaram por utilizar lógica fuzzy pois esta técnica permite utilizar o conhecimento experimental da planta e adotar uma lógica de controle baseada em um modelo não matemático, o que permite eliminar a determinação de modelos específicos de componentes da planta. O sistema operando com o compressor de velocidade variável sob a lógica de controle desenvolvida foi comparado com a operação de um compressor de velocidade fixa operando na frequência de 50 Hz sob atuação de um termostato. Na comparação, a economia de energia do sistema com lógica fuzzy foi de aproximadamente 10%. Essa economia diminui na medida em que a carga térmica imposta ao sistema é aumentada porque o tempo de trabalho do compressor aumenta, aproximando o comportamento das duas configurações. A oscilação de temperatura do ar do sistema foi em torno de $\pm 1^{\circ}$ C em ambas as lógicas de operação.

3.1.2 Controle do grau de superaquecimento no evaporador

Em (POTTKER; MELO, 2007) foi utilizada uma bancada de testes para estudar o efeito da abertura da válvula de expansão para diferentes condições de rotação do compressor e diferentes temperaturas de evaporação e condensação. Foi concluído que para cada condição existe uma abertura de válvula que maximiza o desempenho do sistema, avaliado pelo COP. A abertura ótima é função da velocidade do compressor, da temperatura do meio em que estão os trocadores de calor e da quantidade de carga de fluido refrigerante no sistema. Na abertura ótima, o evaporador foi mantido inundado de fluido refrigerante, com um grau de superaquecimento de aproximadamente 2° C.

O efeito da abertura da válvula de expansão e da carga de fluido refrigerante foi estudado em (BOENG; MELO, 2013). Foram realizados 95 testes de consumo de energia com diferentes combinações dessas duas variáveis. Foi identificada uma região de mínimo consumo de energia composta por várias combinações diferentes de abertura de válvula e carga de fluido refrigerante. Foi verificado que uma combinação inapropriada das duas variáveis estudadas pode levar a um aumento do consumo de até 30%. Esse aumento do consumo pode ser resultado de uma falta de carga de fluido refrigerante ou uma abertura muito restritiva da válvula de expansão, fatores que levam a um aumento do grau de superaquecimento no evaporador. O aumento do consumo também pode ser resultado de um excesso de carga de fluido refrigerante ou uma abertura muito pouco restritiva da válvula de expansão, fatores que levam a um decaimento da temperatura da linha de sucção e, consequentemente, a uma perda de capacidade de refrigeração e aumento do consumo de energia. Logo, conclui-se que a abertura da válvula de expansão deve estar em uma faixa de aberturas ótimas que permitam o grau do superaquecimento no evaporador ser reduzido, mas sem aumentar em demasia a vazão de fluido refrigerante e levar a um decaimento da temperatura na linha de succão.

Um comparativo experimental entre uma válvula eletrônica de expansão e uma válvula termostática foi realizado em (APREA; MAS-TRULLO, 2002). Para a válvula eletrônica de expansão foi desenvolvido um controlador PID para controlar o grau de superaquecimento no evaporador. Foram realizados testes em regime permanente e em regime transitório. Em regime permanente, as duas válvulas obtiveram o mesmo COP. Em regime transitório, a válvula eletrônica proporcionou uma resposta menos oscilatória e, como consequência, apresentou um melhor desempenho do sistema. Apesar dessa vantagem, segundo os autores do trabalho, a válvula eletrônica, considerando o dispositivo para acionamento eletrônico, possui o inconveniente de ser até cinco vezes mais cara que a termostática.

Em (MARCINICHEN; MELO, 2006) foi comparado um sistema de refrigeração doméstico equipado com tubo capilar e com válvula de expansão variável em testes de consumo de energia e em testes de abaixamento das temperaturas dos comparimentos do sistema (*pulldown*) até os valores de referência: -18° C para o congelador e 5°C para o refrigerador. Os testes foram realizados em três temperaturas ambiente

diferentes (18°C, 32°C e 43°C) e em três velocidades diferentes do compressor (33,33 Hz, 60 Hz e 75 Hz). A válvula de expansão apresentou menor consumo de energia apenas para elevada carga térmica (43°C de ambiente) e para baixa velocidade do compressor (33,33 Hz). O tempo de abaixamento da temperatura do sistema com válvula foi inferior para a temperatura ambiente em 18°C e em 32°C. O autor menciona que o desempenho obtido com o sistema com válvula está relacionado com instabilidades do controle de superaquecimento no evaporador e que isto se deve em parte ao algoritmo de controle utilizado e em parte ao tamanho do orifício da válvula utilizada.

Um sistema equipado com compressor de velocidade variável foi comparado operando em duas configurações diferentes em (MARCINI-CHEN et al., 2008). Uma configuração com tubo capilar e outra com válvula de expansão variável. Foram desenvolvidos controladores proporcionais integrais independentes para o compressor controlar a temperatura do sistema e para a válvula controlar o grau de superaquecimento no evaporador. A comparação entre as duas configurações consistiu em testes executados em câmara controlada em diferentes temperaturas ambientes e umidades relativas do ar. O sistema equipado com válvula apresentou pior consumo do que o sistema com tubo capilar quando a carga térmica foi inferior à capacidade mínima do compressor, forcando-o a desligar. Nesse caso não há equilíbrio entre a carga térmica e a capacidade de refrigeração. Nos casos em que o compressor se manteve continuamente ligado, e portanto houve um balanco de energia entre carga térmica e capacidade de refrigeração, a configuração do sistema com válvula apresentou uma redução de consumo de energia de até 12,1%, dependendo da condição de teste.

O controle do grau de superaquecimento através da velocidade do compressor foi realizado em (RASMUSSEN; LARSEN, 2011) com o objetivo de comparar com o controle realizado através de uma válvula termostática. A capacidade de refrigeração do sistema foi controlada pela vazão de fluido refrigerante. Um dos desafios do trabalho foi a utilização de um evaporador de placa com reduzido volume interno. O volume do evaporador atenua o efeito das perturbações do sistema sentidas pelo evaporador e consequentemente atenua o efeito dessas perturbações na malha de controle do superaquecimento. Logo, o controle do superaquecimento de um evaporador com pequeno volume requer uma técnica de controle mais apropriada para reduzir os efeitos de mudanças de condição impostas ao sistema. Para o desenvolvimento do controlador, o sistema foi modelado fenomenologicamente e um algoritmo de controle adaptativo não-linear foi projetado. A estabilidade do método foi validada através de uma análise de Lyapunov. O controle foi eficiente para controlar continuamente o superaquecimento em todas as capacidades de refrigeração testadas. Como o compressor tem uma velocidade mínima de operação, abaixo da qual pode apresentar problemas de lubrificação, uma alternativa que melhorou a eficiência do controle em baixas capacidades foi impor um comportamento PWM do compressor quando a velocidade saturou no limite mínimo. A comparação com o controle de superaquecimento via válvula termostática resultou em um desempenho similar do sistema.

3.1.3 Abordagem monovariável para o controle simultâneo de temperatura e superaquecimento

Na abordagem de controle monovariável mais simples possível para um ciclo de refrigeração equipado com compressor de velocidade variável e válvula de expansão variável, o sistema é tratado como na Figura 20. A temperatura de interesse do sistema é controlada pela rotação do compressor e o grau de superaquecimento do evaporador é controlado pela abertura da válvula de expansão. Não são consideradas dependências entre as malhas de controle, ou seja, não considera-se a influência da velocidade do compressor no grau de superaquecimento do evaporador nem a influência da abertura da válvula de expansão na temperatura de interesse do sistema de refrigeração.



Figura 20 – Diagrama de blocos da malha de controle monovariável.

Em (MARCINICHEN; HOLANDA; MELO, 2008) foram desenvolvidos dois controladores proporcionais integrais (PI). Um para controlar a temperatura de um fluido secundário (fluido que troca calor com o evaporador) via velocidade do compressor e outro para controlar o grau de superaquecimento no evaporador via abertura da válvula de expansão. O trabalho foi desenvolvido em uma bancada de testes. Os modelos relacionando a velocidade do compressor com a temperatura do fluido secundário e a abertura da válvula com o grau de superaquecimento foram levantados experimentalmente em ensaios de resposta ao degrau. O controle da válvula de expansão foi desenvolvido através do método do lugar das raízes. O controle de velocidade do compressor foi desenvolvido utilizando o método de Ziegler-Nichols. Os controladores foram testados simultaneamente e mostraram ser eficazes para controlar a capacidade de refrigeração do sistema enquanto mantém o COP em seu valor máximo.

Adotando a abordagem monovariável do sistema, (EKREN; SAHIN; ISLER, 2010) compararam três técnicas de controle: proporcional integral e derivativo (PID), lógica fuzzy e rede neural. Os controladores PID para ambas as malhas, controle da válvula de expansão e velocidade do compressor, foram determinados através do método de Ziegler-Nichols. O controle fuzzy utilizou as funções mínimo e máximo para as regras de inferência e o método de centro de gravidade para o processo de defuzificação. O controle via rede neural utilizou uma rede Perceptron multi-camada em conjunto com uma estrutura preditor de Smith para compensação de atraso. Na comparação das técnicas, o PID apresentou uma resposta mais estável em regime permanente enquanto que o controle via rede neural obteve menor consumo de energia e uma resposta mais robusta para perturbações de carga. O controle fuzzy apresentou uma resposta intermediária às outras duas. Apesar da rede neural ter apresentado uma resposta melhor em termos de consumo de energia, possui um custo computacional elevado, o que a torna menos atrativa.

A abordagem monovariável apresentada na Figura 20 pode ser modificada para considerar a influência da velocidade do compressor no grau de superaquecimento do evaporador e a influência da abertura da válvula de expansão na temperatura de interesse do sistema de refrigeração. Essa configuração aumentada da malha de controle é representada pela Figura 21. Mudanças na velocidade do compressor são tratadas como perturbações na malha de controle do grau de superaquecimento. Da mesma forma, mudanças na abertura de válvula são tratadas como perturbações na malha de controle da temperatura de interesse do sistema. Conhecendo-se os modelos de cada variável de entrada para cada variável de saída, pode ser utilizado um controle de pré-alimentação, idealmente representado na Figura 22^1 , para atenuar

 $^{^1\}mathrm{A}$ representação apresentada é ideal pois representa o controle de préalimentação como o inverso da função de transferência da planta, entretanto essa representação levaria a um controlador de pré-alimentação não realizável.

as influências da velocidade do compressor no controle do superaquecimento e da abertura de válvula no controle de temperatura.



Figura 21 – Diagrama de blocos aumentado da malha de controle monovariável .



Figura 22 – Diagrama de blocos da malha de controle incluindo o controle de pré-alimentação.

Essa abordagem foi testada em (HUA; JEONG; YOU, 2009) utilizando um aparato experimental para refrigerar uma câmara. Primeiramente foram desenvolvidos dois controladores PI para a velocidade do compressor e para a abertura da válvula de expansão. Os modelos do sistema foram levantados experimentalmente. Os parâmetros dos controladores PI foram determinatos através do método de Ziegler-Nichols. A obtenção dos modelos de dependência entre as malhas de controle revelou que o efeito da abertura de válvula na temperatura da câmara pode ser considerado nulo. O controle desenvolvido foi testado e obteve-se uma resposta satisfatória não apenas para controlar a temperatura da câmara, mas também por manter o COP do sistema elevado. Um ponto importante foi a conclusão de que o COP do sistema se manteve no mesmo nível para um grau de superaquecimento entre 0° C e 8° C.

3.1.4 Abordagem multivariável para o controle simultâneo de temperatura e superaquecimento

Na abordagem multivariável para um sistema de refrigeração equipado com compressor de velocidade variável e válvula de expansão variável, são consideradas todas interdependências entre as variáveis de entrada (velocidade do compressor e abertura da válvula) e saída (temperatura e grau de superaquecimento) do sistema para projetar um algoritmo de controle multivariável. O diagrama de blocos mais trivial de uma malha de controle multivariável para a classe de sistemas em estudo é apresentado na Figura 23.



Figura 23 – Diagrama de blocos da malha de controle multivariável.

Em (LARSEN; HOLM, 2003), um sistema de refrigeração foi modelado fenomenologicamente. Foram estudados os acoplamentos entre os modelos obtidos para as variáveis de saída - temperatura do compartimento refrigerado e grau de superaquecimento - pelas variáveis de entrada - velocidade do compressor e abertura de válvula. Concluiu-se que a velocidade do compressor afeta ambas as variáveis de saída, enquanto que a abertura da válvula está fortemente acoplada com o grau de superaquecimento, mas pouco interfere na temperatura do compartimento refrigerado. Com base nesses dados, foram desenvolvidas duas estratégias de controle - uma multivariável baseada no método de projeto \mathcal{H}_{∞} e uma técnica monovariável utilizando a velocidade do compressor para controlar a temperatura do compartimento e a abertura da válvula para controlar o superaquecimento. Os dois controladores foram suficientes para controlar o sistema. A diferença entre os controles ficou evidente apenas na resposta do superaquecimento quando foi mudada a referência da temperatura do compartimento, devido ao forte acoplamento entre o superaquecimento e a velocidade do com-

Em uma abordagem multivariável, é comum representar o sistema por variáveis de estado. Nesta representação o sistema é descrito por equações diferenciais de primeira ordem. Em muitos sistemas, as variáveis de estado são abstrações matemáticas e não possuem significado físico, consequentemente não podem ser medidas. Nestes casos, deve ser utilizada uma estrutura para estimar estas variáveis através das variáveis conhecidas do sistema, que são as entradas e saídas medidas do mesmo. A estrutura de uma malha de controle multivariável com um observador de estados é apresentada na Figura 24. Essa estratégia de controle possui uma malha de realimentação das variáveis de estado que tem o objetivo de estabilizar o controle. Pode possuir, também, uma estrutura proporcional integral para garantir erro nulo no seguimento de referência para as variáveis medidas.

A modelagem fenomenológica do sistema de refrigeração foi utilizada, também, em (SCHURT; HERMES; TROFINO, 2009), (SCHURT; HERMES; TROFINO, 2010). O objetivo foi obter um modelo mais representativo do que um modelo obtido por identificação experimental do sistema. A fim de desenvolver uma estratégia de controle, o modelo foi linerizado através da expansão da série de Taylor. Um controle proporcional-integral foi projetado através da técnica multivariável LQG utilizando um observador de estados do tipo filtro de Kalman para adequar a capacidade de refrigeração à carga térmica imposta e manter o evaporador continuamente cheio de fluido refrigerante. O modelo e o controle foram validados em uma bancada experimental. O modelo reproduziu bem o sistema mesmo para pontos distantes do ponto de operação. O controle além de seguir as referências desejadas, rejeitou perturbações de carga térmica de até 15% da carga no



Figura 24 – Diagrama de blocos da malha de controle multivariável com observador de estados.

equilíbrio.

A técnica de controle chaveado foi aplicada em um sistema de refrigeração em (OLIVEIRA; TROFINO; HERMES, 2011). Foram escolhidos dois modos de operação, cada um representando uma rotação e uma abertura de válvula, que correspondem a combinações que maximizam o COP do sistema. Foi utilizada uma função de Lyapunov para determinar a lei de chaveamento e garantir a estabilidade do sistema. Os modelos foram levantados experimentalmente em uma bancada de testes. O consumo de energia do sistema foi comparado em duas condições - sob a lógica de controle chaveado e sob uma lógica dual-SISO (dois controladores PI independentes para superaquecimento e temperatura). A técnica dual-SISO apresentou melhor desempenho pois manteve o evaporador com um superaquecimento ideal, enquanto que a técnica de controle chaveado não foi suficiente para manter o melhor ponto de operação do evaporador. Deve-se ressaltar que para o controle chaveado foi utilizado apenas o sensor para medir a temperatura refrigerada, enquanto que na técnica dual-SISO foi medida essa mesma temperatura e o grau de superaquecimento do evaporador. Embora tenha apresentado um pior desempenho considerando o consumo de energia, o controle chaveado apresentou um desempenho dinâmico - seguimento de referência e rejeição de perturbação - comparável à técnica clássica. Por fim, concluiu-se que se fossem utilizados mais modos de operação, representando melhor o comportamento não linear do sistema, poderia ser obtido um melhor desempenho energético do sistema.

3.2 CONTROLE DE DISPOSITIVOS AUXILIARES

Os trabalhos citados até o momento, tratam apenas do controle dos dispositivos do ciclo de refrigeração. Entretanto, técnicas de controle para o sistema de degelo e para os ventiladores utilizados nos trocadores de calor podem ser utilizadas para aumentar a eficiência do sistema. Essa seção tem o objetivo de introduzir os sistemas de degelo e ventilação e motivar futuros trabalhos que busquem utilizar técnicas de controle para controlar esses sistemas a fim de aumentar a eficiência do sistema de refrigeração.

3.2.1 Sistema de degelo

A formação de gelo no evaporador ocorre devido à condensação e posterior congelamento da umidade presente no ar que circula por este trocador de calor. O gelo, que se forma em volta dos tubos do evaporador, atua como um isolante térmico além de bloquear a passagem do ar que troca calor com o evaporador. A consequência é a diminuição da capacidade de refrigeração. Por esse motivo, o gelo deve ser periodicamente removido. Algumas soluções para descongelar o evaporador devem ser citadas: utilização de resistores elétricos, degelo por gás quente, operação do ciclo de refrigeração em modo reverso, degelo utilizando um termossifão.

O sistema de degelo utilizando resistor elétrico é o mais comum em sistemas de refrigeração domésticos. O resistor pode ser instalado na parte inferior do evaporador ou distribuído por este. Essa estratégia apresenta baixa eficiência causada pelo elevado consumo de energia do resistor e aproveitamento de apenas parte do calor gerado neste dispositivo para fazer o degelo. Outra parte do calor é dissipada para o compartimento, elevando sua temperatura. Além de baixar a eficiência da operação de degelo, esse calor dissipado no compartimento deve ser retirado do sistema através de maior trabalho do compressor. O baixo custo e simplicidade para instalção são determinantes para a escolha dos resistores elétricos em refrigeradores domésticos.

Três tipos de resistores (distribuído, tubo de metal e tubo de vidro) e três métodos para acioná-los (potência integral, potência em degraus e potência em pulsos) foram estudados experimentalmente em (MELO; KNABBEN; PEREIRA, 2013). Resistores distribuídos são instalados diretamente em contato com o tubo do evaporador e por essa razão não é necessário atingir uma temperatura demasiadamente elevada (dificilmente supera 100°C) durante o degelo. A temperatura não tão elevada reduz os danos nas peças plásticas próximas ao resistor. As desvantagens desse resistor são aumentar a perda de carga da corrente de ar que passa pelo evaporador, possibilidade de apresentar problemas de corrosão e maior dificuldade para instalação. Resistores construídos em tubo de metal e tubo de vidro são posicionados na parte inferior do evaporador e dissipam o calor necessário para o degelo principalmente por radiação e convecção. A temperatura atingida durante o degelo é elevada (pode ser superior a 300°C), podendo danificar algumas peças plásticas próximas. A instalação desses últimos resistores é mais simples. Foram realizados testes, em condições controladas para garantir uma formação uniforme de gelo, comparando os diferentes resistores operando em cada modo de acionamento citado. Na análise dos resultados verificou-se que o acionamento da potência do resistor em degraus foi mais eficiente. Neste acionamento, a potência dissipada inicialmente é máxima e após um tempo pré-determinado é reduzida em degraus. A diminuição da potência dissipada é pertinente à diminuição da necessidade de calor para derreter o gelo à medida que a espessura deste é reduzida. Sob a mesma condição de acionamento, os três resistores apresentaram eficiências aproximadas. O resistor construído em tubo de metal mostrou-se a melhor opcão por ser mais barato e fácil para instalar. Concluiu-se, também, que ganhos em eficiência podem ser obtidos com combinações apropriadas de tempo de degelo e potência dissipada.

Uma alternativa aos resistores elétricos é o degelo através da utilização do gás quente proveniente da descarga do compressor. Esse método de degelo é largamente utilizado em sistemas de refrigeração industrial (HOFFENBECKER; KLEIN; REINDL, 2005). A operação consiste em utilizar uma válvula de três vias na descarga do compressor normalmente posicionada para permitir passagem do fluido refrigerante a elevada temperatura para o condensador. Quando o sistema de degelo é acionado, a válvula muda de posição, permitindo a passagem do fluido quente diretamente para o evaporador. Esse método apresenta a vantagem de liberar o calor necessário para o degelo diretamente no tubo do evaporador, ou seja, todo calor liberado é aproveitado para o degelo, aumentando a eficiência do sistema e reduzindo a oscilação de temperatura no compartimento. Um método semelhante, consiste em operar o ciclo no sentido reverso durante o degelo, operando o evaporador como condensador e vice-versa. Uma comparação entre esses dois métodos foi realiazada em (HUANG; LI; YUAN, 2009). O sistema por ciclo reverso apresentou um tempo de degelo consideravelmente me-
nor, enquanto que o método por gás quente obteve menor oscilação da temperatura do compartimento. Segundo (MELO; KNABBEN; PEREIRA, 2013), essas duas estratégias são mais eficientes do que o uso de resistores elétricos, porém requerem modificações do sistema, tais como válvulas e tubulações adicionais, que dificultam o uso em refrigeradores domésticos.

Outro método de degelo, menos explorado, consiste na utilização de um termossifão conectado ao evaporador. Em (FOSTER et al., 2013) foi utilizado um reservatório com PCM. Durante a operação de refrigeração, a saída do condensador passa por esse reservatório liberando calor para derreter o PCM. Durante a operação de degelo, um sistema de válvulas bloqueia a saída do condensador para o reservatório de PCM e conecta a saída do evaporador a este reservatório. O fluido refrigerante passa a operar em um ciclo secundário entre o reservatório de PCM e o evaporador. Neste ciclo, o PCM solidifica-se, liberando calor para o fluido refrigerante, que por sua vez, libera este calor no evaporador, derretendo o gelo. Nesta configuração, não é necessária uma bomba para forçar a circulação do fluido, pois este flui naturalmente através da formação de um termossifão entre o reservatório de PCM e o evaporador. Comparado ao mesmo sistema, porém equipado com resistores elétricos para o degelo, o sistema dotado do termossifão apresentou uma redução de 40% no consumo de energia.

As estratégias de degelo apresentadas podem ser utilizadas com o auxílio de técnicas de controle para aumentar a eficiência dos sistemas de refrigeração. O sistema de degelo com resistor elétrico é o mais utilizado devido sua simplicidade e facilidade de instalação. Mesmo esse sistema pode ter sua eficiência aumentada através do uso de técnicas mais apropriadas para o seu acionamento. Os outros sistemas citados podem ser utilizados, por exemplo, com técnicas de controle chaveado uma vez que o ciclo de refrigeração passa a operar em dois modos de operação distintos: modo de refrigeração e modo de degelo.

3.2.2 Ventiladores

Ventiladores são utilizados para aumentar a transferência de calor nos trocadores de calor do sistema de refrigeração. São utilizados nos evaporadores e, em alguns sistemas, aparecem, também, no condensador. O uso do ventilador permite diminuir o tamanho do trocador de calor ou manter a temperatura de operação do trocador de calor mais próxima da temperatura do meio em que está operando. A utilização de ventiladores de velocidade variável permite modular a capacidade do trocador de calor conforme a condição imposta ao sistema. O controle desse dispositivo é frequentemente utilizado em calorímetros² como, por exemplo, em (SILVEIRA, 2012), onde foi desenvolvido um calorímetro para microcompressores. Podem ser utilizadas técnicas de controle apropriadas para levar o sistema a operar com uma combinação de velocidade de ventilação nos trocadores de calor e capacidade de refrigeração que minimize o consumo de energia.

3.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O CAPÍTULO SISTEMAS DE CONTROLE PARA REFRIGERAÇÃO

Este capítulo apresentou o que há de estado-da-arte em controle de sistemas de refrigeração. Foram apresentados os fundamentos que justificam o controle dos dispositivos de um sistema de refrigeração convencional, bem como diferentes abordagens de controle que podem ser aplicadas a estes sistemas. O sistema de refrigeração de duploevaporador, por ser uma invenção recente, ainda não foi explorado em trabalhos acadêmicos de controle. No final do capítulo, foram explorados os sistemas de degelo e de ventilação e levantados argumentos para o estudo e aplicação de estratégias de controle para estes sistemas com o objetivo de motivar trabalhos futuros nessa área.

O objetivo desta dissertação é estudar o sistema de refrigeração de duplo-evaporador na mesma linha em que foi estudado o sistema convencional com um evaporador nos trabalhos apresentados neste capítulo. A abordagem deste trabalho trata apenas do controle dos dispositivos do ciclo de refrigeração. Não é tratado o controle dos dispositivos auxiliares. Estes últimos deverão ser estudados em trabalhos futuros. No próximo capítulo são apresentados os resultados da aplicação de técnicas de controle tradicionais para a velocidade do compressor e posição da válvula de distribuição e é realizada uma análise da influência da abertura das válvulas de expansão no desempenho do sistema em regime permanente e em regime transitório.

²Calorímetros são aparatos desenvolvidos para testar compressores, onde são simuladas as condições de operação de um sistema de refrigeração.

4 ESTUDO DO SISTEMA DE DUPLO-EVAPORADOR

Este capítulo aborda o estudo dos dispositivos de ação variável do sistema de duplo-evaporador descrito na seção 2.3. Primeiramente são desenvolvidas estratégias de controle para as temperaturas dos compartimentos refrigerados através da atuação na velocidade do compressor e na posição da válvula de distribuição. Em seguida, é realizada uma análise do efeito da abertura das válvulas de expansão no consumo de energia em regime permanente e no tempo de resposta do sistema em regime transitório. Para finalizar, foi analisada a influência do período de acionamento da válvula de distribuição.

4.1 ESTUDO DE TÉCNICAS CLÁSSICAS PARA O CONTROLE DE TEMPERATURA

Nesta seção, três técnicas de controle para a velocidade do compressor e posição da válvula de distribuição são desenvolvidas e avaliadas experimentalmente. A primeira técnica consiste em uma estratégia desacoplante onde um controlador PI controla a temperatura do congelador via velocidade do compressor e outro controlador PI controla a temperatura do refrigerador via posição da válvula de distribuição. A segunda técnica consiste em uma estratégia multivariável LQG. A última técnica aborda o sistema desacoplado com o mesmo PI para controlar a velocidade do compressor utilizado na primeira técnica, porém com um controle por modos deslizantes para a válvula de distribuição. As duas primeiras técnicas foram escolhidas para permitir definir as vantagens e desvantagens em se utilizar um acoplamento via controle das variáveis do sistema. Nestas técnicas, o modelo da válvula de distribuição é tratado como um modelo médio, no qual a variável de entrada é a razão de tempo que válvula está em uma determinada posição dentro de um período fixo, ou seja, a válvula de distribuição opera em um regime PWM, onde o ciclo ativo corresponde à posição de operação do evaporador do congelador e o restante do ciclo corresponde à posição de operação do evaporador do refrigerador. A terceira técnica consiste em aplicar um controlador apropriado para lidar com o comportamento chaveado da válvula de distribuição. Ao final da seção, os resultados obtidos são analisados e comparados.

4.1.1 Identificação do sistema

O projeto de controle de um processo requer, primeiramente, a obtenção de um modelo que represente a interação entre as variáveis de entrada e saída deste processo. O tipo do modelo depende da técnica de controle que se pretende desenvolver. Para as técnicas de controle PI e LQG, são utilizados modelos do sistema obtidos em um ponto de operação específico. Para a técnica de controle via modos deslizantes, são utilizados modelos obtidos em cada modo de operação do sistema. Existem duas maneiras principais para obtenção do modelo: modelagem fenomenológica e identificação experimental. Através da modelagem fenomenológica podem ser obtidos modelos mais ricos em informações do processo, porém a obtenção destes modelos é geralmente mais complexa. A identificação experimental é mais simples, porém proporciona modelos mais simples também. Neste trabalho, é utilizada a identificação experimental, com o objetivo de simplificar o processo de modelagem e obter modelos simples que relacionem apenas as entradas de atuação e as saídas de interesse do sistema.

Os ensaios de identificação dos modelos utilizados no desenvolvimento das técnicas de controle PI e LQG foram realizados em condições ambiente controladas. A temperatura ambiente foi mantida em 25°C e a umidade relativa do ar em 50%. As válvulas de expansão foram mantidas controladas para manter o grau de superaquecimento nos evaporadores fixo em 3°C. O ponto de operação definido para identificar o sistema foi 2500 rpm (41.67 Hz) para a velocidade do compressor e 80% de fração de operação para o congelador. A metodologia utilizada para os testes de identificação foi a resposta ao degrau. Dois testes foram realizados: um teste para estudar a influência da velocidade do compressor e outro teste para estudar a influência da fração de operação da válvula de distribuição nas temperaturas do congelador e do refrigerador. No primeiro teste, foram aplicados degraus de 200 rpm (3.33 Hz) na velocidade do compressor em torno do ponto de operação. No segundo teste, foram aplicados degraus de 10% na fração de operação da válvula de distribuição em torno do ponto de operação.

A análise do ensaio de identificação apresentado na Figura 25 permite inferir que a dinâmica da temperatura do congelador pela velocidade do compressor pode ser aproximada por um modelo de primeira ordem. Para determinar os parâmetros do modelo, foram levantados os ganhos estáticos e constantes de tempo para cada degrau aplicado na velocidade do compressor. A partir dos dados da Tabela 1, pode-se determinar um modelo para a temperatura do congelador pela veloci-



Figura 25 – Ensaio de identificação da dinâmica da temperatura do congelador para mudanças na velocidade do compressor.

dade do compressor. O modelo pode ser representado pela função de transferência da equação 4.1.

Tabela 1 – Identificação da dinâmica da temperatura do congelador pela velocidade do compressor.

Degrau [rpm]	K [°C/rpm]	τ [h]
+200	-0,0065	1,0
-200	-0,0065	1,1
-200	-0,0060	1,3
+200	-0,0060	0,9
Média	-0,00625	1,075

$$G_{C_N} = \frac{-0,0058}{s+0,93} \tag{4.1}$$

O ensaio de identificação apresentado na Figura 26 permite inferir que a dinâmica da temperatura do refrigerador pela velocidade do compressor também pode ser aproximada por um modelo de primeira ordem. Os dados da Tabela 2 permitem determinar um modelo para a temperatura do refrigerador pela velocidade do compressor. O modelo pode ser representado pela função de transferência da equação 4.2.



Figura 26 – Ensaio de identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador para mudanças na velocidade do compressor.

Tabela2 – Identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador pela velocidade do compressor.

Degrau [rpm]	K [°C/rpm]	τ [h]
+200	-0,0035	0,5
-200	-0,0075	2,0
-200	-0,0065	2,5
+200	-0,0015	0,4
Média	-0,0048	$1,\!35$

$$G_{R_N} = \frac{-0,0035}{s+0,74} \tag{4.2}$$

A resposta da temperatura do congelador pela fração de operação é apresentada na Figura 27 e pode ser aproximada por um modelo de primeira ordem. Os dados da Tabela 3 permitem determinar um modelo para a temperatura do congelador pela fração de operação. O modelo é representado pela função de transferência da equação 4.3.

$$G_{C_{F.O.}} = \frac{-0,11}{s+4,35} \tag{4.3}$$

A dinâmica da temperatura do refrigerador pela fração de operação



Figura 27 – Ensaio de identificação da dinâmica da temperatura do congelador para mudanças na fração de operação da válvula de distribuição.

Tabela 3 – Identificação da dinâmica da temperatura do congelador pela fração de operação.

Degrau [%]	K [°C/%]	τ [h]
+10	-0,01	0,1
-10	-0,02	0,03
-10	-0,03	0,6
+10	-0,04	0,2
Média	-0,025	0,2325

é apresentada na Figura 28 e pode ser aproximada por um modelo de primeira ordem. Os dados da Tabela 4 permitem determinar um modelo para a temperatura do refrigerador pela fração de operação. O modelo é representado pela função de transferência da equação 4.4.

$$G_{R_{F.O.}} = \frac{0,21}{s+1,67} \tag{4.4}$$

As respostas obtidas através dos modelos foram plotadas nos gráficos das Figuras (25-28) a fim de comparar com as dinâmicas reais do sistema. Apesar de algumas não-liearidades presentes no sistema que impossibilitam uma aproximação linear mais fiel à dinâmica real,



Figura 28 – Ensaio de identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador para mudanças na fração de distribuição da válvula de operação.

Tabela 4 –	Identificação	da	dinâmica	da	temperatura	do	refrigerad	or
pela fração	de operação.							

K [$^{\circ}C/\%$]	τ [h]
$0,\!18$	1,1
0,10	$_{0,2}$
0,08	$_{0,2}$
$0,\!15$	$0,\!9$
0,1275	$0,\!6$
	$\begin{array}{c} {\rm K} \ [^{\rm o}{\rm C}/\%] \\ 0,18 \\ 0,10 \\ 0,08 \\ 0,15 \\ 0,1275 \end{array}$

os modelos obtidos são uma representação apropriada para o desenvolvimento dos controladores PI e LQG propostos.

A identificação dos modelos utilizados para o desenvolvimento da técnica de controle via modos deslizantes para a válvula de distribuição foi realizada nas mesmas condições controladas dos ensaios de identificação anteriores. Foram definidos dois modos de operação: operação do evaporador do congelador e operação do evaporador do refrigerador. Considerando que o sistema de duplo-evaporador utilizado pode ser esboçado como na Figura 29, os modos de operação do congelador e do refrigerador podem ser representados pelas Figuras 30 e 31, respectivamente. A posição da válvula de distribuição determina

a vazão de saída de cada evaporador, e como a entrada dos evaporadores é determinada pelos dispositivos de expansão, que são mantidos abertos, ocorre um acumulo de fluido refrigerante no evaporador que não está ativo, causando um desbalanceamento de massa de fluido no sistema, o que leva a um funcionamento anômalo do mesmo. Portanto, é necessário manter uma operação mínima em cada evaporador. Por essa consideração, o modo de operação do evaporador do congelador corresponde a 99% de operação deste evaporador e 1% de operação do evaporador do refrigerador, em um regime de acionamento PWM com período de 10 s. O modo de operação do evaporador do refrigerador corresponde a 70% de operação do evaporador do refrigerador e 30%de operação do evaporador do congelador. Esses valores foram obtidos empiricamente e são justificados pela diferenca de tamanho dos evaporadores. O evaporador do refrigerador é consideravelmente menor do que o evaporador do congelador, como representado no esquema da Figura 29, e, consequentemente, o problema de acúmulo de fluido nesse evaporador é menor, podendo-se aproximar o modo de operação do congelador ao limite de 99% de operação do congelador. No modo de operação do refrigerador, o problema de acumulo de fluido é maior devido ao tamanho do evaporador do congelador, e por isso a operação é limitada a 70% de operação do refrigerador.



Figura 29 – Esboço do sistema de duplo-evaporador.

Para cada modo de operação, foi realizado um teste de identificação. Nestes testes, foram aplicados degraus de 200 rpm (3,33 Hz) na velocidade do compressor, em torno do ponto de operação de 2500 rpm (41,67 Hz). As Figuras 32 e 33 mostram os gráficos de identificação da temperatura do congelador e do refrigerador no modo de operação do congelador. Neste modo de operação, a dinâmica do congelador foi



Figura 30 – Modo de operação do congelador.



Figura 31 – Modo de operação do refrigerador.

estimada de primeira ordem. Para o refrigerador, o ganho estático para a velocidade do compressor é nulo. O modelo foi determinado e representado em variáveis de estado na equação 4.5 através do levantamento dos ganhos estáticos e constantes de tempo para cada degrau aplicado e dos pontos de equilíbiro de cada variável de estado. As variáveis de estado são as próprias temperaturas dos compartimentos.

onde N representa a velocidade do compressor, $T_c \in T_r$ são os estados do sistema, definidos pelas próprias temperaturas medidas dos compartimentos.



Figura 32 – Identificação da dinâmica da temperatura do congelador no modo de operação do congelador.



Figura 33 – Identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador no modo de operação do congelador.

As Figuras 34 e 35 mostram os gráficos de identificação da temperatura do congelador e do refrigerador no modo de operação do refrigerador. Neste modo de operação, ambas as dinâmicas do congelador e do refrigerador foram estimadas de primeira ordem. O modelo foi representado em variáveis de estado na equação 4.6.



Figura 34 – Identificação da dinâmica da temperatura do congelador no modo de operação do refrigerador.



Figura 35 – Identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador no modo de operação do refrigerador.

$$\begin{array}{rcl} T_c &=& -0,625T_c - 0,002N - 5,469 \\ \dot{T}_r &=& -0,714T_r - 0,004N + 4,645 \end{array} \tag{4.6}$$

No modelo da temperatura do refrigerador para a operação do congelador, foi determinada uma constante de tempo, embora, nesse modo de operação, o ganho estático da temperatura do refrigerador para mudanças na velocidade do compressor seja nulo. Essa constante de tempo é referente à dinâmica da temperatura do refrigerador para, partindo de uma condição fora do ponto de operação, atingir este ponto de operação. A constante de tempo foi definida através de heurística como 10% da constante de tempo para a temperatura do refrigerador no modo de operação do refrigerador.

4.1.2 Desenvolvimento do controle monovariável PI

O desenvolvimento de uma estratégia de controle, que desacople o sistema com duas variáveis de atuação (velocidade do compressor e fração de operação da válvula de distribuição) e duas variáveis de saída (temperatura do congelador e temperatura do refrigerador) em dois sistemas, cada um com uma variável de atuação e uma variável de saída, deve considerar as variáveis de entrada e saída que possuem acoplamento mais forte. O acoplamento entre essas variáveis pode ser comparado através dos ganhos estáticos de cada variável de entrada para cada variável de saída. A Tabela 5 mostra a relação destes ganhos.

Tabela 5 – Análise do acoplamento entre as variáveis de entrada e saída do sistema.

	T_c	T_r
N	-0,0058	-0,0048
F.O.	-0,025	$0,\!1275$

Analisando os ganhos estáticos, observa-se, no ponto de operação em que o sistema foi identificado, que o ganho estático para mudanças na velocidade do compressor é maior, em módulo, para a temperatura do congelador do que para a temperatura do refrigerador. Para mudanças na fração de operação, o ganho, em módulo, é maior para a temperatura do refrigerador. Portanto, o desacoplamento mais sensato do sistema deve considerar dois sistemas, onde a velocidade do compressor controla a temperatura do congelador e a fração de operação controla a temperatura do refrigerador. Para esta configuração do problema, foram desenvolvidos dois controladores PI.

O projeto dos controladores foi baseado na metodologia do lugar das raízes (OGATA, 2010). Para o controle da temperatura do congelador o projeto foi conduzido para atender um tempo de resposta 2 vezes mais rápido do que o sistema em malha aberta, resultando no controlador representado pela função de transferência da equação (4.7).

$$C_N = -714 * \frac{0,67s+1}{0,67s} \tag{4.7}$$

Para o controle da temperatura do refrigerador o projeto foi conduzido para atender um tempo de resposta 1,5 vezes mais rápido do que o sistema em malha aberta, resultando no controlador representado pela função de transferência da equação (4.8).

$$C_{F.O.} = 19,7 * \frac{0,5s+1}{0,5s}$$
(4.8)

No projeto dessa estratégia de controle, optou-se pela configuração mais simples possível que garantisse seguimento de referência e rejeição de perturbação. Os modelos que relacionam a velocidade do compressor com a temperatura do refrigerador e a fração de operação com a temperatura do congelador poderiam ser utilizados para o projeto de controladores por pré-alimentação. Também, poderiam ser utilizados filtros para a referência com o objetivo de eliminar a influência do zero dominante resultante do projeto pelo lugar das raízes dos dois controladores.

A implementação dos controladores projetados no plano contínuo requer a discretização destes a fim que possam ser integrados no programa supervisório utilizado para controlar os atuadores do protótipo. O tempo de amostragem utilizado neste programa é 0,0019 h (7 s). A técnica utilizada para a discretização foi a aproximação das derivadas pela diferença de primeira ordem e a aproximação retangular das integrais. As equações (4.9) e (4.10) correspondem aos controladores (4.7)e (4.8), respectivamente, discretizados. Para poupar o compressor, foram impostos limites na velocidade em 1600 rpm (26,67 Hz) e 4200 rpm (70 Hz). A fração de operação foi saturada em um máximo de 99,9% de operação para o evaporador do congelador e em um mínimo de 70% quando o erro de seguimento de referência da temperatura do refrigerador é inferior a -2°C¹ e em um mínimo de 40% quando este erro é superior a -2°C. Esses limites foram determinados para evitar que a operação do compressor seja mantida para apenas um evaporador, ocorrendo os problemas de vazão do fluido refrigerante relatados na secão 4.1.1, e para evitar que a fração de operação figue muito elevada para o refrigerador quando o sistema está na operação de partida. longe do ponto de operação.

 $^{^1\}mathrm{Considera-se}$ o erro como a referência menos a saída medida.

$$u_N(k) = u_N(k-1) - 714e_c(k) + 712e_c(k-1)$$
(4.9)

$$u_{F.O.}(k) = u_{F.S.}(k-1) + 19, 7e_r(k) - 19, 6e_r(k-1)$$
(4.10)

A estratégia de controle foi testada experimentalmente. As Figuras 36 e 37 apresentam o resultado para as temperaturas do congelador e do refrigerador, bem como para a velocidade do compressor e para a fração de operação. As referências testadas foram -21°C e -4°C para o congelador e refrigerador, respectivamente. Essas referências são referentes aos sensores que são utilizados para controle e correspondem a aproximadamente -18°C e 0°C na temperatura média dos dois compartimentos. Esse valores para as referências de temperatura foram definidos para manter o compressor continuamente ligado, se fossem utilizados valores normalizados² para as temperaturas, o compressor deveria ser desligado. As válvulas de expansão foram mantidas em aberturas fixas iguais a 10% e 2% para a válvula do congelador e do refrigerador, respectivamente. As aberturas foram mantidas fixas para validar o funcionamento do controle para sistemas que operem sem válvulas de expansão, apenas com tubos capilares. Para avaliar a rejeição de perturbação, foram aplicadas perturbações que consistem na abertura, durante 30 s, das portas dos compartimentos. Analisando 1 h de operação em regime permanente, a potência média consumida pelo compressor foi 59.5 W, a velocidade média foi 2750 rpm (45.83 Hz) e a fração de operação média para o congelador foi 95,76%.

4.1.3 Desenvolvimento do controle multivariável LQG

A metodologia para projeto do controle LQG requer um modelo representado por variáveis de estado. A partir dos modelos representados por funções de transferência, obtidos na seção 4.1.1, relacionando cada entrada a cada saída do sistema, foi obtida uma realização de estados (ver apêndice A). O sistema definido pela realização de estados obtida é controlável e observável, logo a realização de estados é mínima para a matriz de transferência identificada. A fim de projetar o controlador para posterior implementação digital, o sistema foi discretizado. O período de amostragem foi 0,0019 h (7 s). A discretização foi realizada com auxílio do MatLab utilizando o método "zoh", que

 $^{^2 \}rm De$ acordo com a norma (ISO:15502, 2007) as temperaturas do congelador e do refrigerador devem ser mantidas em -18°C e 5°C, respectivamente.



Figura 36 – Temperatura do congelador durante avaliação do controle PI.



Figura 37 – Temperatura do refrigerador durante avaliação do controle PI.

corresponde a um sustentador de ordem zero.

A primeira etapa no projeto do controle foi a adição de integradores para o erro de seguimento de referência das saídas de interesse (temperaturas do congelador e do refrigerador). Essa operação aumenta a ordem do sistema, originalmente de ordem 8, para 10, observando que são duas saídas de interesse e portanto dois integradores são adicionados. Como as variáveis de estado da realização de estados obtida não são acessíveis para medição, foi projetado um observador de estados do tipo Luenberguer para estimar o valor dessas variáveis. Esse observador de estados foi projetado, como um filtro de Kalman, através da equação estacionária de Ricatti (4.11), onde a matriz de ganhos do observador de estados é dada pela equação (4.12).

$$S_r = A_d S_r A'_d - A_d S_r C'_d (R_v + C_d S_r C'_d)^{-1} C_d S_r A'_d + Q_w$$
(4.11)

$$L = A_d S_r C'_d (R_v + C_d S_r C'_d)^{-1}$$
(4.12)

onde $R_v \in Q_w$ são matrizes de ponderação para atenuar os ruídos de perturbação e de medida. Essas matrizes não foram otimizadas. Foram definidas como matrizes identidade.

A matriz de ganhos de realimentação de estados e dos integradores foi calculada através da equação estacionária de Ricatti (4.13) e é dada pela equação (4.14).

$$P_r = A'_d P_r A_d - A'_d P_r B_d (R + B'_d P_r B_d)^{-1} B'_d P_r A_d + Q$$
(4.13)

$$K_c = (R + B'_d P_r B_d)^{-1} B'_d P_r A_d \tag{4.14}$$

onde $R \in Q$ são matrizes de ponderação da energia dos sinais de controle e da energia dos estados do sistema. Essas matrizes foram estimadas através de simulação para definir um compromisso entre desempenho da resposta do sistema e esforço dos atuadores. As matrizes da realização de estados em tempo contínuo e em tempo discreto, a matriz de ganho do observador de estados, as matrizes de ponderação $R \in Q$ e a matriz de ganhos da realimentação de estados são apresentadas no apêndice A.

O controle projetado foi testado experimentalmente nas mesmas condições impostas ao teste do controle PI. As Figuras 38 e 39 apresentam o resultado, respectivamente, para a temperatura do congelador e do refrigerador. O teste de rejeição de perturbação consistiu na abertura, durante 30 s, das portas dos compartimentos. A avaliação do desempenho do sistema durante 1 h de teste em regime permanente, resultou em uma potência média consumida pelo compressor igual a 63,2 W, para uma velocidade média do compressor igual a 2880 rpm (48 Hz) e uma fração de operação média para o congelador igual a 94,4%.



Figura 38 – Temperatura do congelador durante avaliação do controle LQG.



Figura 39 – Temperatura do refrigerador durante avaliação do controle LQG.

No projeto de controle via modos deslizantes para a válvula de distribuição, utilizando a abordagem proposta em (UTKIN, 1992), o sistema foi dividido em dois subsistemas, f^+ e f^- . O subsistema f^+ define o modo de operação igual a 99% para o congelador e é representado pelo modelo (4.5). O subsistema f^- define o modo de operação igual a 70% para o refrigerador e é representado pelo modelo (4.6). O sistema equivalente é definido pela equação (4.15).

$$f_s(T_c, T_r) = f(T_c, T_r) + g(T_c, T_r)u$$
(4.15)

onde $f(T_c, T_r)$ é definido igual a f^- , $g(T_c, T_r)$ é definido igual a $f^+ - f^$ e u é o sinal de controle aplicado. Para definir este sinal de controle é utilizada a função de comutação (4.16).

$$h(T_c, T_r) = K_1(T_c - \bar{T}_c) + K_2(T_r - \bar{T}_r)$$
(4.16)

O sinal de controle \acute{e} então definido pela equação (4.17).

$$u = \begin{cases} 1 & se \quad h > 0\\ 0 & se \quad h < 0 \end{cases}$$
(4.17)

Para o contole operar corretamente é necessário que o equilíbrio desejado, que não pertence a nenhum dos dois subsistemas, mas ao sistema equivalente, esteja dentro da região de deslizamento atrativo que é definida como $Lf^-h < \Sigma_{SA} < Lf^+h^3$. Os possíveis equilíbrios estão na região onde os campos f^+ e f^- são anti-colineares, definida por $f^- = -f^+$. A equação 4.18 determina essa região e verifica-se que os possíveis equilíbrios dependem apenas da velocidade do compressor. Para cada velocidade existe um equilíbrio único.

$$\bar{T}_c = (-0,0078N - 9,104)/1,565 \bar{T}_r = (-0,004N + 10)/1,428$$

$$(4.18)$$

Os ganhos K_1 e K_2 foram escolhidos por simulação, respectivamente, 1 e -100, de forma que a ponderação maior na função de comutação seja para o estado T_r , uma vez que o estado T_c é controlado através da velociade do compressor.

 $^{^{3}\}mathrm{Lfh}$ é a derivada de Lie de f
 em relação a função h.

O controle por modos deslizantes da válvula de distribuição foi testado experimentalmente nas mesmas condições impostas aos testes com os controles PI e LQG. As Figuras 40 e 41 apresentam o resultado para a temperatura do congelador e do refrigerador, respectivamente. O teste de rejeição de perturbação consistiu na abertura, durante 30 s, das portas dos compartimentos. A avaliação do desempenho do sistema durante 1 h de teste em regime permanente, resultou em uma potência média consumida pelo compressor igual a 65,9 W, para uma velocidade média do compressor igual a 2990 rpm (49,83 Hz) e uma fração de operação média para o congelador igual a 92,9%.



Figura 40 – Temperatura do congelador durante avaliação do controle via modos deslizantes da válvula de distribuição.

4.1.5 Análise dos resultados

A análise dos resultados dos controles desenvolvidos revela que os três controladores foram aptos a seguir a referência desejada e a rejeitar a perturbação imposta. O controle PI apresentou uma resposta mais suave e com menos oscilações, foi também o controle que apresentou melhor desempenho no consumo de energia. Quando o sistema, operando sob o controle PI, foi excitado por perturbações, as temperaturas do congelador e do refrigerador responderam independentemente, um indício de que o sistema pode ser considerado desacoplado. Para endossar esse resultado, foi estudado o comportamento das variáveis mais importantes do sistema operando em equilíbrio para di-



Figura 41 – Temperatura do refrigerador durante avaliação do controle via modos deslizantes da válvula de distribuição.

ferentes combinações de velocidade do compressor e fração de operação da válvula de distribuição. Estes testes ocorreram em temperatura ambiente controlada em 25° C, e com as válvulas de expansão controladas para manter o grau de superaquecimento nos evaporadores em 3° C.



Figura 42 – Análise da temperatura do congelador.

A Figura 42 mostra três curvas de temperatura do congelador, cada uma indexada a uma velocidade diferente do compressor, em função da fração de operação para o refrigerador. Percebe-se que, na região de operação em regime permanente da válvula de distribuição (entre 90% e 98% de fração de operação para o congelador ou entre 10%e 2% de fração de operação para o refrigerador), a temperatura do congelador sofre pouca influência da fração de operação e grande influência da velocidade do compressor. A Figura 43 mostra as curvas de temperatura do refrigerador para as mesmas velocidades do compressor e a mesma faixa de fração de operação. Verifica-se que em torno do ponto que a válvula de distribuição operou em regime permanente, entre 2% e 10% de fração de operação para o refrigerador, as três curvas indexadas às velocidades do compressor se aproximam, mostrando que o efeito da mudanca na velocidade do compressor é mínimo, nesse ponto, para o refrigerador. Os gráficos também mostram que os equilíbrios do sistema são únicos, ou seja, só é possível atingir uma saída desejada com uma combinação única de velocidade do compressor e fração de operação. Embora os testes com os três controladores tenham mostrado três combinações diferentes das variáveis de atuação para atingir as mesmas temperaturas, isso, provavelmente, se deve a uma perda de eficiência do sistema causada por maiores oscilações nas temperaturas quando este foi testado com as técnicas LQG e modos deslizantes.



Figura 43 – Análise da temperatura do refrigerador.

Essa análise justifica o melhor resultado obtido pela lógica PI. O controle LQG, ao acoplar as variáveis de atuação e saída, permitiu que a ocorrência de perturbação em um compartimento afetasse também o outro compartimento. Quando a porta do congelador foi aberta, o sistema tentou corrigir a temperatura deste compartimento não só através da velocidade do compressor, mas também da fração de operação da válvula de distribuição, fazendo a temperatura do refrigerador subir. O controle por modos deslizantes apresentou um efeito menor da perturbação no refrigerador, o que se deve a uma resposta mais rápida da válvula de distribuição. Quando o refrigerador é perturbado, o controle atua imediatamente, levando a fração de operação para 70% para o refrigerador e, consequentemente, reduzindo o efeito desta perturbação.

Embora os equilíbrios do sistema sejam únicos e só seja possível atingir um par de temperaturas para o congelador e refrigerador com uma única combinação de velocidade do compressor e fração de operação, salvo pequenas flutuações em torno deste ponto causadas por oscilações do sistema, a Figura 44 mostra que o desempenho do sistema medido pelo COP é maior para frações de operação maiores para o refrigerador do que a fração determinada para manter as temperaturas desejadas. O aumento da fração de operação para o refrigerador leva o sistema a operar mais tempo em um evaporador que opera com uma pressão e temperatura mais elevadas e portanto opera com maior eficiência. Porém, o aumento da fração de operação para o refrigerador levaria a um abaixamento da temperatura deste compartimento conforme a Figura 43. Essa análise leva à conclusão de que o ciclo de refrigeração de duplo-evaporador apresentaria maior eficiência em um sistema projetado com uma maior proporção do volume do refrigerador, o que aumentaria a carga térmica neste compartimento. Um isolamento melhor da parede que separa os dois compartimentos refrigerados reduziria a transferência de calor do refrigerador para o congelador, aumentando a necessidade de capacidade de refrigeração no evaporador do refrigerador e portanto aumentando a fração de operação para este evaporador. Por fim, uma estratégia de controle que fizesse o sistema operar com uma velocidade do compressor mais baixa guando a operação ocorre no evaporador do refrigerador, elevaria a temperatura de evaporação deste evaporador, reduzindo a capacidade de refrigeração neste evaporador e forçando uma fração de operação maior para ele. Esse argumento justifica o estudo de uma técnica de controle chaveado multivariável que imponha um comportamento chaveado nos dois atuadores do sistema e permita o compressor operar com velocidades diferentes para cada evaporador. Esta técnica é desenvolvida no capítulo 5.

Para finalizar a análise do sistema, a Figura 45 mostra as pressões de evaporação para diferentes frações de operação, mostrando que no ponto de equilíbrio do sistema, em torno de 5% de fração de operação para o refrigerador, as pressões estão bastante afastadas, porém, como a fração de operação no refrigerador é pequena, o ganho de eficiência do sistema é igualmente pequeno. Esse ganho seria aumentado com um



Figura 44 – Análise do COP do sistema.

aumento da pressão de evaporação do refrigerador, o que diminuiria a capacidade de refrigeração absoluta deste evaporador, mas aumentaria a eficiência com que essa capacidade é realizada, e um aumento da fração de operação neste evaporador, compensando a capacidade de refrigeração absoluta reduzida. Mais uma vez, esses argumentos justificam operar o refrigerador com uma velocidade do compressor mais baixa do que no congelador.



Figura 45 – Análise das pressões de evaporação.

4.2 ESTUDO DAS VÁLVULAS DE EXPANSÃO

Os experimentos realizados para avaliar os controladores desenvolvidos foram executados com as válvulas de expansão operando com aberturas fixas em 10% e 2% para o congelador e refrigerador, respectivamente. As aberturas das válvulas foram mantidas fixas para simular um sistema operando sem válvulas de expansão, apenas com tubos capilares. Em sistemas domésticos, o uso de válvula de expansão é limitado por fatores como custo e ruídos sonoros. Os experimentos realizados para analisar os diferentes equilíbrios do sistema, obtidos com diferentes combinações de velocidade do compressor e fração de operação da válvula de distribuição, foram realizados com as aberturas das válvulas manipuladas para controlar o grau de superaquecimento nos evaporadores e, assim, eliminar o efeito desta variável no resultado dos testes. O superaquecimento foi mantido controlado, também, nos ensaios de identificação do sistema.

Os trabalhos desenvolvidos em (POTTKER; MELO, 2007) e (BO-ENG; MELO, 2013) mostram que uma restrição mal dimensionada do dispositivo de expansão leva o sistema a operar com uma eficiência baixa. O trabalho de (BOENG; MELO, 2013) mostra, também, que pode existir um conjunto de restrições que leva o sistema a operar com máxima eficiência. Estes trabalhos foram realizados em sistemas de refrigeração convencionais com um evaporador. Motivado por estes trabalhos e para avaliar o efeito real da abertura das válvulas de expansão em um sistema de refrigeração de duplo-evaporador, esta seção apresenta uma análise desse efeito em regime permanente, onde o foco está no consumo de energia do sistema, e em regime transitório, onde o foco está no tempo de resposta do sistema.

4.2.1 Análise em regime permanente

A análise do efeito da abertura das válvulas de expansão no desempenho do sistema em regime permanente foi realizada através de experimentos em diferentes temperaturas ambiente e com as temperaturas médias do congelador e do refrigerador controladas em -18°C e 0°C, respectivamente, através dos controladores PI desenvolvidos na subseção 4.1.2. As temperaturas ambiente testadas foram 18°C, 25°C e 32°C. As aberturas das válvulas foram avaliadas independentemente. Primeiramente, foi estudada a influência da abertura da válvula referente ao congelador, com a abertura da válvula referente ao refrigerador mantida fixa em 2%. Na segunda bateria de experimentos, foi estudada a influência da abertura da válvula referente ao refrigerador, com a abertura da válvula referente ao congelador mantida fixa em 10%.

O desempenho do sistema medido pelo COP para diferentes aberturas da válvula de expansão do congelador é verificado na Figura 46. Observa-se que para aberturas inferiores a 6% o desempenho do sistema é reduzido. Isso se deve a um grande aumento do grau de superaquecimento no evaporador do congelador. Para aberturas superiores a 10% nas temperaturas ambiente de 18°C e 25°C e aberturas superiores a 9% na temperatura ambiente de 32°C, o desempenho do sistema também decresce. Esse decaímento ocorre devido a um aumento da quantidade de carga de fluido refrigerante no evaporador que leva a um aumento da temperatura de evaporação, reduzindo a capacidade de troca de calor (ver equação (2.3)). Como as temperaturas dos compartimentos foram mantidas controladas durante os experimentos, quando o COP do sistema foi reduzido, ocorreu a elevação da velocidade do compressor para compensar a redução de capacidade no evaporador. Conclui-se que não há uma única abertura ótima, mas uma faixa de aberturas ótimas entre 6% e 9% e esta faixa de aberturas coincide para as três condições de temperatura ambiente testadas. Portanto o conjunto válvula de expansão mais tubo capilar utilizado poderia ser substituído por apenas um tubo capilar redimensionado para determinar as mesmas condições obtidas com uma abertura qualquer da válvula entre 6% e 9%.



Figura 46 – Análise do COP para diferentes aberturas da válvula de expansão do congelador.

O desempenho do sistema medido pelo COP para diferentes aberturas da válvula de expansão do refrigerador é verificado na Figura 47. Nos experimentos à temperatura ambiente de 18° C e 25° C, a tendência é o aumento do COP quanto menor é a abertura da válvula do refrigerador. Este fato se explica pela fração de operação para o refrigerador ser bastante reduzida, próxima a 5%, indicando uma vazão de saída de fluido refrigerante pequena no evaporador desse compartimento e, consequentemente, a abertura da válvula de expansão deve ser pequena para reduzir a vazão de entrada de fluido, evitando que o evaporador inunde mais do que o necessário para reduzir o superaquecimento a 0°C, o que reduz a capacidade de refrigeração.



Figura 47 – Análise do COP para diferentes aberturas da válvula de expansão do refrigerador.

4.2.2 Análise em regime transitório

A avaliação do efeito das aberturas das válvulas de expansão em regime transitório consistiu em testes de partida do sistema sob 5 combinações diferentes de abertura das válvulas, conforme a Tabela 6. Estes testes foram realizados em 25°C de temperatura ambiente e com o controle PI, desenvolvido na subseção 4.1.2, das temperaturas dos compartimentos.

As Figuras 48 e 49 mostram as dinâmicas das temperaturas de entrada e saída, respectivamente do evaporador do congelador e do refrigerador, para os testes 1 e 4. Estes testes correspondem, respectiva-

Teste	Abertura - congelador $[\%]$	Abertura refrigerador $[\%]$
1	20	5
2	20	2
3	10	5
4	10	2
5	Controlada	Controlada

Tabela 6 – Testes para análise da abertura das válvulas de expansão em regime transitório.

mente, a aberturas máximas e mínimas das duas válvulas de expansão.



Figura 48 – Análise do evaporador do congelador para os testes 1 e 4.

Quando as aberturas das válvulas de expansão foram ajustadas nos valores máximos, as temperaturas de entrada e saída dos evaporadores foram equalizadas mais rapidamente, reduzindo mais rapidamente o grau de superaquecimento e aumentando a eficiência do trocador de calor no início da operação. Entretanto, quando as aberturas das válvulas de expansão foram ajustadas nos valores mínimos, embora o grau de superaquecimento tenha demorado mais para ser reduzido, a temperatura de evaporação final do congelador foi mais baixa, aumentando a capacidade deste evaporador no final da operação de partida. A temperatura de evaporação final no evaporador do refrigerador foi aproximadamente a mesma para os dois testes. A Figura 50 mostra a dinâmica das temperaturas médias dos compartimentos durante os



Figura 49 – Análise do evaporador do refrigerador para os testes de partida do sistema 1 e 4.

testes 1 e 4.



Figura 50 – Análise das temperaturas dos compartimentos para os testes de partida do sistema 1 e 4.

Verifica-se que ambas as temperaturas, do congelador e do refrigerador, responderam mais rapidamente no início do teste 1, mas a referência de -18°C no congelador foi atingida mais rapidamente no teste 4 e a referência de 0°C no refrigerador foi atingida, praticamente, no mesmo tempo nos dois testes. O início mais rápido para o teste 1 se deve ao fato dos evaporadores, neste teste, terem suas temperaturas de entrada e saída equalizadas mais rapidamente e assim serem mais eficientes no início do teste. Porém, como a temperatura do evaporador do congelador atingiu um valor mais baixo no teste 4 do que no 1, a partir de aproximadamente 2,5 h de teste, a temperatura do congelador no teste 4 fica mais baixa do que no teste 1 e atinge a referência mais rapidamente. As temperaturas do refrigerador, nos dois testes, se aproximam em aproximadamente 5h de teste e atingem a referência no mesmo tempo. Os testes 2 e 3 da Tabela 6 apresentaram resultados intermediários aos testes 1 e 4.

Com o objetivo de avaliar se o controle das válvulas de expansão poderia melhorar o desempenho na partida do sistema, foi realizado o teste 5. Neste teste, ambas as válvulas foram controladas com controladores proporcionais integrais para levar e manter o grau de superaquecimento em 2°C. Os limites de abertura das válvulas foram fixados nos valores máximos e mínimos utilizados nos testes 1 e 4. A Figura 51 compara a dinâmica das temperaturas dos compartimentos no teste 4, que foi o que obteve melhores resultados entre os quatro testes realizados com aberturas das válvulas de expansão fixas, com o teste 5.



Figura 51 - Análise das temperaturas dos compartimentos para os testes de partida do sistema 4 e 5.

No teste 5, ambas as temperaturas do congelador e do refrigerador responderam mais rapidamente no início. Entretanto, as temperaturas do congelador em ambos os testes atingiram a referência ao mesmo tempo, em aproximadamente 5 h de teste. As temperaturas do refrigerador, de ambos os testes, também atingiram a referência ao mesmo tempo, em aproximadamente 7 h de teste. Como os testes foram realizados com a velocidade do compressor e a posição da válvula de distribuição controladas, as Figuras 52 e 53 mostram essas duas variáveis para os testes 1, 4 e 5. A velocidade do compressor nos testes 4 e 5 apresentou uma dinâmica semelhante, porém no teste 1 se manteve próxima do valor máximo durante todo o teste, reflexo do excesso de carga de fluido refrigerante no evaporador do congelador, causado pela grande abertura da válvula de expansão, que levou este evaporador a operar com baixa eficiência. A fração de operação foi semelhante nos testes 1 e 5, mas, no teste 4, ela se manteve menor para o congelador (maior para o refrigerador) durante o período entre 2 h e 4 h de teste devido ao grau de superaquecimento do evaporador do refrigerador que se manteve elevado por mais tempo neste teste. Como a velocidade do compressor é a variável dominante no consumo de energia, o teste 1, além de apresentar pior desempenho para atingir as referências de temperatura, apresentou pior desempenho energético. Os testes 4 e 5 apresentaram desempenhos semelhantes tanto na velocidade para atingir as referências das temperaturas quanto na potência consumida pelo compressor para se atingir essas referências. Uma argumento que poderia ser utilizado em favor do uso de uma abertura maior das válvulas de expansão na partida do sistema é a diminuição da restrição do sistema que leva a uma pressão de descarga menor no compressor e isso deveria diminuir a potência consumida pelo compressor na partida. Porém, a diminuição da restrição do sistema na partida leva ao aumento da vazão mássica no sistema que por fim leva ao aumento da potência consumida pelo compressor, compensando, negativamente, a diminuição da pressão de descarga.

Esse resultado mostra, que para a partida do sistema, as válvulas de expansão podem ser mantidas fixas nos valores mínimos testados, ou seja, poderiam ser substituídas por tubos capilares, que são dispositivos de expansão de restrição fixa e mais baratos. Uma conclusão relevante para o estudo de controle de sistemas de refrigeração é a percepção de que existem duas dinâmicas principais que regem a partida do sistema: uma dinâmica relacionada ao grau de superaquecimento e outra relacionada à temperatura de evaporação. A dinâmica relacionada à temperatura de evaporação é dominante, justificando o tempo de resposta semelhante para os testes 4 e 5 e o tempo de resposta maior para o teste 1. Por fim, verificou-se que a abertura da válvula de expansão do refrigerador apresentou pouco efeito sobre a dinâmica das temperaturas do sistema. Isto é justificado pelo fato do tamanho do evaporador do refrigerador, no sistema utilizado para o estudo, ser muito inferior



Figura 52 – Análise da velocidade do compressor para os testes de partida do sistema 1, 4 e 5.



Figura 53 – Análise da fração de operação para os testes de partida do sistema 1, 4 e 5.

ao tamanho do evaporador do congelador, representando uma parcela mínima na capacidade de refrigeração global do sistema.

4.3 ANÁLISE DO PERÍODO DE CHAVEAMENTO DA VÁLVULA DE DISTRIBUIÇÃO

O período de chaveamento utilizado para a válvula de distribuição nos testes apresentados neste capítulo foi 10 s. Porém, o valor do período foi determinado empiricamente em testes preliminares do sistema e não havia sido analisado para verificar sua otimalidade. Com o objetivo de determinar um valor ótimo do período e verificar sua influência sobre as variáveis de interesse do sistema, foram realizados testes com diferentes valores deste. Estes testes foram efetuados com as temperaturas dos compartimentos e o grau de superaquecimento dos evaporadores controlados. Foi utilizada uma frequência de aquisição dos sinais de temperatura e pressão de 100 Hz, para observar o efeito do período de chaveamento sobre a dinâmica dos evaporadores. A Figura 54 mostra o comportamento das temperaturas de evaporação para diferentes valores do período de chaveamento.



Figura 54 – Análise das temperaturas de evaporação para diferentes períodos de chaveamento da válvula de distribuição.

O comportamento das temperaturas de evaporação, mostrado no gráfico, é semelhante ao comportamento das pressões de evaporação. A análise dessas duas variáveis para os diferentes períodos de chaveamento testados permite concluir que, quando o período é aumentado acima de 10 s, aparecem oscilações relevantes nos evaporadores, levando o sistema de duplo-evaporador a um comportamento, no que se refere à dinâmica das temperaturas e pressões de evaporação, semelhante ao observado nos sistemas convencionais com dois evaporadores. Quando o período é reduzido abaixo de 10 s, as temperaturas dos dois evaporadores se aproximam, tendendo à equalização e, como consequência, perdendo a vantagem do sistema de duplo-evaporador que é manter o evaporador do refrigerador operando com uma temperatura e pressão mais elevadas do que no evaporador do congelador. Essa aproximação das temperaturas de evaporação ocorre pelo fato de existir um volume entre o compressor e a válvula de distribuição. Quando a frequência de chaveamento é elevada, a duração do período de chaveamento é suficiente para o compressor succionar o fluido apenas desse volume, ou seja, o compressor não consegue succionar diretamente dos evaporadores. E as pressões (e temperaturas) dos evaporadores tendem a se equalizar com a pressão do fluido que se mantém naquele volume.

4.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O CAPÍTULO ESTUDO DE UM SISTEMA DE DUPLO-EVAPORADOR

Este capítulo iniciou com a apresentação da identificação das dinâmicas das temperaturas do congelador e do refrigerador do sistema de duplo-evaporador frente a mudancas na velocidade do compressor e na fração de operação da válvula de distribuição. A partir dos modelos obtidos, foram desenvolvidas três técnicas de controle: monovariável PI, multivariável LQG e monovariável por modos deslizantes para a válvula de distribuição. Essas técnicas de controle foram avaliadas experimentalmente e verificou-se que todas foram suficientes para garantir seguimento de referência e rejeição de perturbação. As técnicas monovariáveis apresentaram um efeito mais atenuado para as perturbações aplicadas na forma de abertura das portas do sistema. Foi apresentada uma análise dos equilíbrios do sistema para diferentes velocidades do compressor e frações de operação da válvula de distribuição e concluiuse que o sistema da forma em que foi tratado e no ponto de operação definido possui duas malhas de controle desacopladas: uma malha de controle da temperatura do congelador através da velocidade do compressor e uma malha de controle da temperatura do refrigerador através da fração de operação da válvula de distribuição. Esse resultado justifica o melhor resultado obtido pelas técnicas de controle monovariável. Porém a análise realizada também permitiu concluir que uma técnica de controle que permita o sistema operar com o chaveamento da velocidade do compressor acoplado com o chaveamento da válvula de distribuição, levando o compressor a operar com uma velocidade menor quando a válvula de distribuição está posicionada para o refrigerador e com uma velocidade maior quando a válvula está posicionada para o congelador, pode levar a um aumento da eficiência do sistema de refrigeração de duplo-evaporador. A técnica apropriada para atingir o objetivo pretendido é o controle chavedo que será apresentado no capítulo 5. Este capítulo também apresentou um estudo da influência da abertura das válvulas de expansão no desempenho do sistema em regime permanente e em regime transiente. Estes testes foram realizados com o controle PI das temperaturas do congelador e do refrigerador. Os resultados obtidos permitem concluir que podem ser definidas aberturas fixas para as válvulas de expansão que levam o sistema a obter um desempenho satisfatório tanto em regime permanente quanto em regime transiente, ou seja, as válvulas de expansão podem ser substituídas por dispositivos de expansão fixa, tais como tubos capilares. Ao final do capítulo foi apresentado um estudo da influência do período de chaveamento da válvula de distribuição, indicando que o valor de 10 s, utilizado a priori, é um valor ótimo para o período.
5 CONTROLE CHAVEADO PARA REFRIGERAÇÃO

O objetivo principal deste capítulo é apresentar o desenvolvimento de uma estratégia de controle chaveado multivariável baseada na estabilidade de Lyapunov para o sistema de refrigeração de duploevaporador em estudo. Esse estudo é motivado pela possibilidade de melhorar a eficiência do sistema ao permitir que este opere com uma velocidade do compressor diferente quando opera no refrigerador ou no congelador, e também por aumentar a velocidade de reação do sistema frente à distúrbios de carga. A abordagem de controle chaveado baseado na estabilidade de Lyapunov foi escolhida em detrimento da abordagem utilizada em (UTKIN, 1992), pois o projeto desta última é dependente da determinação das superfícies de chaveamento entre os subsistemas, o que não é trivial para sistemas chaveados com múltiplos modos de operação, como é o caso do sistema de refrigeração de duploevaporador.

Primeiramente, os sistemas chaveados são introduzidos e uma metodologia para o projeto de leis de chaveamento baseada na estabilidade de Lyapunov é apresentada. Essa metodologia é uma extensão das metodologias propostas em (TROFINO et al., 2009), (TROFINO et al., 2011) e (TROFINO et al., 2012) e inclui, como diferencial, condições para projetar a lei de chaveamento sem utilizar o equilíbrio do sistema chaveado como um parâmetro conhecido *a priori*. A segunda parte do capítulo é dedicada à aplicação da metodologia proposta ao sistema de refrigeração de duplo-evaporador. Para finalizar, esta técnica de controle é avaliada em um ensaio experimental relizado nas mesmas condições dos ensaios para avaliar os controladores desenvolvidos no capítulo 4.

5.1 SISTEMAS CHAVEADOS

Sistemas dinâmicos descritos por uma interação entre dinâmicas contínuas e dinâmicas discretas são chamados de sistemas híbridos (LI-BERZON, 2003). Os sistemas híbridos compostos por um conjunto finito de sub-sistemas e uma lógica que controla o chaveamento entre eles são chamados de sistemas chaveados. Estes sistemas podem ser divididos em duas classes principais: sistemas com chaveamento dependente do tempo e sistemas com chaveamento dependente dos estados. Neste trabalho, o interesse é nos sistemas chavedos dependentes dos estados com o chaveamento definido por uma função de Lyapunov dependente dos estados.

O principal requisito de um sistema de controle é a estabilidade. Em sistemas chaveados, podem ocorrer fenômenos únicos causados pela escolha da lei de chaveamento. A lei de chaveamento pode estabilizar um conjunto de sub-sistemas instáveis ou instabilizar um conjunto de sub-sistemas estáveis (LIBERZON: MORSE, 1999). O estudo da estabilidade de sistemas chaveados pode ser dividido em dois tipos de problemas: sob quais condições um sistema chaveado é estável para uma lei de chaveamento arbitrária e quais as condições para determinar uma lei de chavemento que estabilize um sistema chaveado (LIN; ANTSAKLIS, 2005). Para um sistema chaveado ser estável sob uma lei de chaveamento arbitrária, é necessário que todos sub-sistemas sejam estáveis, mas essa não é uma condição suficiente. Se essa condição for satisfeita e o chaveamento for suficientemente lento, então o sistema chaveado é estável. Uma análise mais ampla de estabilidade de um sistema chaveado pode ser feita através de funções de Lyapunov. A existência de uma função de Lyapunov comum para um conjunto de sub-sistemas estáveis garante que o sistema resultante será estável para todas sequências de chaveamento. Porém, garantir a existência de uma função de Lyapunov comum para todos sub-sistemas de um conjunto é uma abordagem conservadora. O uso de múltiplas funcões de Lyapunov concatenadas para formar uma função de Lyapunov não tradicional oferece muito mais liberdade e possibilidades para demonstrar a estabilidade de um sistema chaveado (DECARLO et al., 2000).

O projeto de uma lei de chaveamento para um sistema chaveado linear e utilizando múltiplas funções quadráticas de Lyapunov, cada uma associada a um campo vetorial linear do sistema, foi proposto em (PETTERSON, 2003). O sinal de chaveamento foi definido como o argumento da função máximo entre as funções de Lyapunov associadas a cada campo vetorial, ou seja, o campo vetorial eleito para atuar é aquele que possuir a função de Lyapunov de maior valor. O problema foi formulado em termos de desigualdades matriciais bilineares (BMI).

Em (TROFINO et al., 2009), é proposto um método para o controle chaveado de sistemas compostos por campos vetoriais afins. Para garantir a estabilidade do sistema são utilizadas múltiplas funções de Lyapunov, cada uma associada a um modo de operação do sistema. Essas funções de Lyapunov possuem um termo quadrático e um termo linear. O uso do termo linear adiciona graus de liberdade na estabilidade de sistemas afins, uma vez que o termo quadrático não é restrito a ser positivo definido. O projeto da lei de chaveamento foi estendido para os casos de medição completa e parcial dos estados do sistema. O sinal de chaveamento foi definido como o argumento da função máximo entre as funções de Lyapunov associadas a cada modo de operação. O problema foi formulado em termos de desigualdades matriciais lineares (LMI). Em (TROFINO et al., 2011), essa metodologia foi estendida para tratar a ocorrência de modos deslizantes entre qualquer número de subsistemas. A inclusão de desempenho \mathcal{H}_{∞} foi realizada em (TROFINO et al., 2012). A metodologia proposta nesta dissertação, extende os resultados obtidos nestes últimos três trabalhos, incluindo desempenho via custo garantido do erro de seguimento de referência e a eliminação do equilíbrio do sistema como um parâmetro de projeto.

A estratégia de controle chaveado foi aplicada em (COUTINHO, 2006) e (DEZUO, 2010) para controlar um motor de indução. Neste último trabalho, o controle foi desenvolvido com desempenho \mathcal{H}_{∞} para atenuar o ganho máximo de distúrbios. Em (SCHARLAU, 2013), uma lei de chaveamento foi projetada com desempenho \mathcal{H}_{∞} e custo garantido. A metodologia foi aplicada ao controle de geradores eólicos. As aplicações destes trabalhos foram desenvolvidas em ambiente de simulação. Na aplicação proposta nesta dissertação, a lei de controle chaveado será projetada para ser implementada em um sistema experimental. Para tanto, o efeito da restrição da frequência de chaveamento deverá ser estudado.

Para a compreensão da metodologia que será apresentada nesta seção, o anexo A apresenta uma síntese das ferramentas utilizadas para tratar LMIs.

5.1.1 Metodologia para projeto da lei de chaveamento

A metodologia para o projeto da lei de controle chaveado proposta neste capítulo parte de um sistema chaveado com a estrutura definida em (5.1).

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + b_i, \quad x(0) = x_0, \quad i \in \mathcal{M} := \{1, \dots, m\}$$
(5.1)

onde $x \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados do sistema, supostos disponíveis para medição, m é o número de modos de operação, e $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $b_i \in \mathbb{R}^n$ são as matrizes da estrutura do sistema. Associada com o conjunto de sistemas (5.1), referidos como sub-sistemas, é definida a saída de desempenho (5.2).

$$z(t) = C_{zi}x(t), \quad i \in \mathcal{M} := \{1, \dots, m\}$$
 (5.2)

onde $z \in \mathbb{R}^{n_z}$ é o vetor de saídas de desempenho e C_{zi} são matrizes de ponderação escolhidas no projeto da lei de chaveamento.

O objetivo do projeto da lei de chaveamento proposta é conduzir, assintoticamente, o sistema chaveado para uma referência constante, minimizando um limitante superior para o custo garantido associado com a energia do sinal da saída de desempenho (5.2). Dada um referência constante \bar{x} , o sistema chaveado pode ser representado em função do erro de seguimento como em (5.3).

$$\dot{e}(t) = A_i e(t) + k_i
z_e(t) = C_{zi}e(t), \quad i \in \mathcal{M} := \{1, \dots, m\}$$
(5.3)

onde:

$$e(t) := x(t) - \bar{x}, \ k_i = b_i + A_i \bar{x}, \ z_e(t) = z(t) - C_{zi} \bar{x}$$
 (5.4)

Considerando o sistema chaveado em função do erro de seguimento (5.3), o problema de interesse pode ser redefinido para projetar uma lei de chaveamento que conduz os estados deste sistema, assintoticamente, para a origem e minimize um limitante superior para o custo garantido correspondente à energia da saída de desempenho $z_e(t)$, como na equação (5.5).

$$\int_0^\infty z_e(t)' z_e(t) dt < \gamma \qquad \forall e_0 \in \Pi$$
(5.5)

onde Π é um politopo^1 especificando um conjunto de condições iniciais.

A regra de chaveamento é definida em (5.6).

$$\sigma(e(t)) := \arg \max_{i \in \mathcal{M}} \{ v_i(e(t)) \}$$
(5.6)

onde as funções auxiliares $v_i(e(t))$ tem a estrutura definida em (5.7).

$$v_i(e(t)) = e(t)' P_i e(t) + 2e(t)' (S_i - S_{\bar{\theta}})$$
(5.7)

 $P_i = P'_i \in \mathbb{R}^{n \times n} \in S_i \in \mathbb{R}^n$ são matrizes a serem determinadas. $S_{\bar{\theta}} = \sum_{i=1}^m \bar{\theta}_i S_i \in \bar{\theta}$ são parâmetros associados com o equilíbrio do sistema. Note que o valor do sinal de chaveamento (5.6) não depende de $S_{\bar{\theta}}$ porque o termo $e(t)' S_{\bar{\theta}}$ é o mesmo $\forall i \in \mathcal{M}$.

¹Ver a definição de politopo no anexo A.

Para considerar a existência de modos deslizantes, o campo vetorial associado com a dinâmica de modos deslizantes pode ser representado como uma combinação convexa dos campos vetoriais dos subsistemas (5.3) indexados por $\sigma(e(t))$ (FILIPPOV, 1988, p.50). Nessa abordagem, o sistema pode ser descrito por uma inclusão diferencial válida para quase todo instante de tempo, no sentido da integral de Lebesgue, e pode ser expresso por (5.8).

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{m} \theta_i(e(t)) \left(A_i \, e(t) + k_i \right) \\
z_e(t) = \sum_{i=1}^{m} \theta_i(e(t)) \left(C_{zi} \, e(t) \right), \ \theta(e) \in \Theta$$
(5.8)

onde Θ representa o simplex unitário, definido em (5.9).

$$\Theta := \{ \theta \in \mathbb{R}^m : \sum_{i=1}^m \theta_i = 1 , \theta_i \ge 0 \}$$
(5.9)

e $\theta(e)$ é o vetor com elementos $\theta_i(e)$ que são definidos de acordo com os resultados de Filippov (FILIPPOV, 1988). Note que $\theta_i(e(t)) = 0$ se $i \notin \sigma(e(t))$. Considere que $\sigma(e(t))$ é constante por trechos e $\theta(e(t))$ é contínua por trechos. Sob essa consideração, o lado direito da inclusão diferencial (5.8) tem um número finito de descontinuidades em qualquer intervalo de tempo finito. Observe que, em geral, $\theta(e)$ é uma função multivalor de e, mas a evolução de $\theta(e(t))$ no tempo é contínua por partes.

Com o objetivo de ter e(t) = 0 como ponto de equilíbrio do sistema (5.8), deve-se ter $\sum_{i=1}^{m} \theta_i(0)k_i = 0$, onde $\{\theta_i(0), i \in \mathcal{M}\}$ são parâmetros desconhecidos que caracterizam a condição de equilíbrio. Essa condição leva a assumir a existência de escalares $\bar{\theta}$ que satisfaçam as relações apresentadas em (5.10).

$$\sum_{i=1}^{m} \bar{\theta}_i \, k_i = 0, \quad \sum_{i=1}^{m} \bar{\theta}_i = 1, \quad \bar{\theta}_i \ge 0.$$
(5.10)

Antes de seguir com o desenvolvimento da metodologia proposta, é necessário introduzir a definição 5.1.1 para anulador.

Definição 5.1.1 Dada uma função vetorial $f(.) : \mathbb{R}^q \to \mathbb{R}^s$ e um escalar inteiro positivo r, a função matricial $\aleph_f(.) : \mathbb{R}^q \to \mathbb{R}^{r \times s}$ será chamada de anulador de f(.) se $\aleph_f(z) f(z) = 0$, $\forall z \in \mathbb{R}^q$ de interesse. Se $\aleph_f(.)$ é uma função linear, então, será chamada de anulador linear. \Box A representação matricial de um anulador não é única. Suponha que $f(z) = z = \begin{bmatrix} z_1 & \dots & z_q \end{bmatrix}' \in \mathbb{R}^q$. Considerando todos os pares possíveis de z_i, z_j para $i \neq j$, sem repetição, isto é, $\forall i, j \in \mathbb{I}_q$ com j > i, obtém-se o anulador $\aleph_z(z) \in \mathbb{R}^{r \times q}$, onde o número de linhas é $r = \sum_{i=1}^{q-1} j$ e é dado pela fórmula (5.11).

$$\aleph_{z}(z) = \begin{bmatrix} \phi_{1}(z) & Y_{1}(z) \\ \vdots & \vdots \\ \phi_{(q-1)}(z) & Y_{(q-1)}(z) \end{bmatrix}$$
(5.11)

1

onde:

$$Y_{i}(z) = -z_{i} I_{(q-i)}, \ i \ge 1 \ , \ \phi_{1}(z) = \begin{bmatrix} z_{2} & \dots & z_{q} \end{bmatrix}$$
$$\phi_{i}(z) = \begin{bmatrix} 0_{(q-i)\times(i-1)} & \vdots \\ & z_{q} \end{bmatrix}, \ i \ge 2.$$

Antes de introduzir o teorema com os resultados da metodologia para o projeto da lei de chaveamento para sistemas chaveados com equilíbrios incertos, é necessário apresentar a notação auxiliar (5.12)-(5.27). Primeiramente, considere as constantes α_i escolhidas dentro do intervalo $0 < \alpha_i < |\lambda_i|$, onde λ_i é a parte real do autovalor estável de A_i mais próximo do eixo imaginário. Definindo $\aleph_{\theta} \in \aleph_{\bar{\theta}}$ os anuladores lineares de $\theta \in \bar{\theta}$, respectivamente, P_i , $S_i \in S_{\bar{\theta}}$ matrizes auxiliares que definem a regra de chaveamento (5.6) e, $A_i, K_i \in C_{zi}$ matrizes da estrutura do sistema.

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & \dots & A_m \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} P_1 & \dots & P_m \end{bmatrix}'$$
(5.12)

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & \dots & K_m \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} S_1 & \dots & S_m \end{bmatrix}$$
(5.13)

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 I_n & \dots & \alpha_m I_n \end{bmatrix}, \quad E = 1_m \otimes I_n \tag{5.14}$$

$$A_{\theta} = \sum_{i=1}^{m} \theta_i A_i, \quad K_{\theta} = \sum_{i=1}^{m} \theta_i K_i, \quad C_{z\theta} = \sum_{i=1}^{m} \theta_i C_{zi}$$
(5.15)

$$K_{\bar{\theta}} = \sum_{i=1}^{m} \bar{\theta}_i K_i, \quad P_{\bar{\theta}} = \sum_{i=1}^{m} \bar{\theta}_i P_i, \quad S_{\bar{\theta}} = \sum_{i=1}^{m} \bar{\theta}_i S_i$$
(5.16)

$$P_{\theta} = \sum_{i=1}^{m} \theta_i P_i, \quad S_{\theta} = \sum_{i=1}^{m} \theta_i S_i, \quad P_{\theta-\bar{\theta}} = P_{\theta} - P_{\bar{\theta}}$$
(5.17)

$$K_{\theta-\bar{\theta}} = K(\theta-\bar{\theta}), \quad S_{\theta-\bar{\theta}} = S(\theta-\bar{\theta})$$
(5.18)

$$C_a(\theta,\bar{\theta}) = \begin{bmatrix} \aleph_\theta \otimes I_n & 0_{(rn \times m)} \\ 0_{(r \times nm)} & \aleph_\theta - \aleph_{\bar{\theta}} \end{bmatrix}, \ \aleph_\theta \in \mathbb{R}^{r \times m}$$
(5.19)

$$Q_a = \begin{bmatrix} 0_{(1 \times mn)} & 1_m \end{bmatrix}$$
(5.20)

$$C_b(\theta, \bar{\theta}) = \begin{bmatrix} C_a & 0\\ 0 & I_m \otimes C_a\\ \bar{\theta} \otimes I_{mn+m} & -I_{m(mn+m)} \end{bmatrix}$$
(5.21)

$$Q_b = \begin{bmatrix} Q_a & 0\\ 0 & I_m \otimes Q_a\\ -I_{(mn+m)} & 1_m \otimes I_{(mn+m)} \end{bmatrix}$$
(5.22)

$$e_a = \begin{bmatrix} e_0\\1 \end{bmatrix} \tag{5.23}$$

$$\Psi_1 = \begin{bmatrix} PA + A'P' + E'C'_{zi}C_{zi}E & PK + A'S \\ \bullet & K'S + S'K \end{bmatrix}$$
(5.24)

$$\Psi_2 = \begin{bmatrix} EP_{\theta-\bar{\theta}}\alpha + \alpha'P_{\theta-\bar{\theta}}E' & 2\alpha'S\\ \bullet & 0 \end{bmatrix}$$
(5.25)

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 \tag{5.26}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} P_{\theta} & S_{\theta - \bar{\theta}} \\ \bullet & -\gamma \end{bmatrix}$$
(5.27)

A partir da notação auxiliar (5.12)-(5.27) e considerando $L_a(\bar{\theta})$ uma matriz a ser determinada com as dimensões de $C_a(\theta, \bar{\theta})'$, G_b uma base para o espaço nulo de Q_b , L_b uma matriz a ser determinada com as dimensões de $C_b(\theta, \bar{\theta})'$, \aleph_{e_a} o anulador linear do vetor e_a , L_{e_a} uma matriz a ser determinada com as dimensões de \aleph'_{e_a} , $K^j_{\bar{\theta}}$ o j-ésimo elemento da matriz $K_{\bar{\theta}} \in N_j(\bar{\theta})$ matrizes a serem determinadas com a dimensão de Ψ . Considere a decomposição afim das matrizes $L_a(\bar{\theta}) \in N_j(\bar{\theta})$ em (5.28) e (5.29), respectivamente.

$$L_{a}(\bar{\theta}) = L_{a0} + \sum_{i=1}^{m} \bar{\theta}_{i} L_{ai}$$
(5.28)

$$N_j(\bar{\theta}) = N_{j0} + \sum_{i=1}^m \bar{\theta}_i N_{ji}, \quad j \in \{1, \dots, n\}$$
(5.29)

A partir da notação apresentada, é enunciado o teorema 5.1.1, o qual apresenta uma solução para o projeto de leis de chaveamento para sistemas chaveados com ponto de equilíbrio incerto.

Teorema 5.1.1 Considere \bar{x} um vetor constante representando a referência para o sistema (5.1) e suponha que x(t) é conhecido através de sensores. Considere a dinâmica do sistema em modos deslizantes (5.8) com as relações apresentadas em (5.10) satisfeitas. Suponha que existam matrizes $P_i, S_i, L_{a0}, L_{ai}, L_b, L_{e_a}, N_{j0}, N_{ji}, M_i$ com N_{i0}, P_i, M_i simétricas que solucionem o problema a seguir

$$minimize \quad \gamma \quad sujeito \ a \tag{5.30}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \bar{\theta}_i P_i + K^i_{\bar{\theta}} M_i > 0, \ \forall \bar{\theta} \in \vartheta(\Theta)$$
(5.31)

$$\Omega + L_{e_a} \aleph_{e_a} + \aleph'_{e_a} L'_{e_a} < 0, \ \forall e_0 \in \vartheta(\Pi), \ \forall \theta, \bar{\theta} \in \vartheta(\Theta)$$
(5.32)

$$G'_{b} \begin{pmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \bullet & 0 \end{bmatrix} + L_{b}C_{b} + C'_{b}L'_{b} \\ G_{b} < 0 , \ \forall \theta, \bar{\theta} \in \vartheta(\Theta)$$
(5.33)

onde:

$$\Phi_{11} = \Psi + L_{a0}C_a(\theta,\bar{\theta}) + C_a(\theta,\bar{\theta})'L'_{a0} + K^{\frac{1}{\theta}}N_{10} + \ldots + K^{n}_{\bar{\theta}}N_{n0}$$

$$\Phi_{12} = [L_{a1}C_a(\theta,\bar{\theta}) + K^{\frac{1}{\theta}}N_{11} + \ldots + K^{n}_{\bar{\theta}}N_{n1} \ldots$$

$$\ldots L_{am}C_a(\theta,\bar{\theta}) + K^{\frac{1}{\theta}}N_{1m} + \ldots + K^{n}_{\bar{\theta}}N_{nm}]$$

Então, o sistema (5.8) é globalmente assintoticamente estável com a regra de chaveamento (5.6) para qualquer $\bar{\theta}$ caracterizando a condição de equilíbrio (5.10). A condição para o custo garantido (5.5) da saída de desempenho é satisfeita. E, uma função de Lyapunov para o sistema chaveado (5.8) é definida em (5.34).

$$V(e(t)) := \max_{i \in \mathcal{M}} \{ v_i(e(t)) \}$$
(5.34)

Prova 5.1.1 Como $\theta_i(e) = 0$ para $i \notin \sigma(e) e V(e) = v_i(e), \forall i \in \sigma(e),$ obtém-se a relação (5.35).

$$V(e) := \max_{i \in \mathcal{M}} \{ v_i(e) \} = \sum_{i=1}^m \theta_i(e) \, v_i(e).$$
 (5.35)

e para qualquer elemento fixo $\bar{\theta}$ do simplex unitário, é obtida a relação (5.36).

$$V(e) \ge e'(\sum_{i=1}^{m} \bar{\theta}_i P_i)e = e'P_{\bar{\theta}}e$$
(5.36)

Observe de (5.31) que $P_{\bar{\theta}} > 0$ para qualquer $\bar{\theta}$ que satisfaça a relação (5.10). Então, V(e) é positiva definida e radialmente ilimitada uma vez que o lado direito de (5.36) é uma forma quadrática positiva definida. Além do mais, $v_i(e) \leq \beta_i(||e||)$ onde $\beta_i(||e||) := ||P_i|| ||e||^2 + 2||S_i - S_{\bar{\theta}}|||e||$. Essas proposições levam à relação (5.37).

$$\lambda_{\min}(P_{\bar{\theta}}) \|e\|^2 \le V(e) \le \max_{i \in \mathcal{M}} \{\beta_i(\|e\|)\}$$
(5.37)

onde os limitantes superiores e inferiores são funções classe \mathcal{H}_{∞} . No próximo passo da prova do teorema 5.1.1, é mostrado que V(e(t)) é estritamente decrescente. Para este propósito, note que, para qualquer ponto "e" e direção "h", a derivada direcional de V(e) existe e é dada por (5.38).

$$D_h V(e) = \max_{i \in \sigma(e)} \nabla v_i(e) h \tag{5.38}$$

onde $\nabla v_i(e) = 2(e'P_i + S'_i - S'_{\bar{\theta}})$ denota o gradiente de $v_i(e)$.

Considere a notação (5.39) para o sistema (5.8) e a derivada direcional na direção h = f(e).

$$f(e) := \sum_{i=1}^{m} \theta_i(e) (A_i e(t) + k_i)$$
(5.39)

A expressão (5.38) é desenvolvida na sequência para o sistema (5.8). A primeira situação que deve ser considerada é quando $\sigma(e)$ é

singleton² constante durante um intervalo de tempo. Neste caso, como $\theta_i(e) = 0$ para $i \notin \sigma(e)$, (5.38) pode ser reescrita como (5.40).

$$D_{f(e)}V(e) = \sum_{i=1}^{m} \theta_i(e) \nabla v_i(e) f(e).$$
 (5.40)

Outra situação de interesse é quando $\sigma(e)$ não é singleton em um ponto "e" de uma superfície de chaveamento e a trajetória não sai da superfície de chaveamento neste ponto. Neste caso, um modo deslizante ocorre e, para todos os pontos e(t) neste intervalo, é válida a expressão (5.41).

$$\begin{cases} v_i(e(t)) = v_j(e(t)) = V(e(t)) \\ \nabla v_i(e(t))f(e(t)) = \nabla v_j(e(t))f(e(t)) \end{cases}, \quad \forall i, j \in \sigma(e(t))$$
(5.41)

Em particular, como $\nabla v_i(e(t))f(e(t)) = \nabla v_j(e(t))f(e(t))$, a expressão (5.38) pode ser reescrita como (5.40) para qualquer $\theta(e)$ no simplex unitário satisfazendo $\theta_i(e) = 0$ para $i \notin \sigma(e)$.

A última situação a ser analisada é quando $\sigma(e)$ não é singleton em um ponto "e" de uma superfície de chaveamento e a trajetória sai da superfície de chaveamento neste ponto. Neste caso, $\sigma(e)$ mudará e, como $\sigma(e(t))$ é constante por partes, a trajetória se moverá para uma nova região ou superfície de chaveamento definida por um dos dois casos anteriores, onde (5.40) é válida. O decrescimento de V(e), nestes pontos, é garantido pela condição $D_{f(e)}V(e) < 0$ de (5.40) na vizinhança destes pontos e pelo fato de V(e) ser localmente Lipschitz.

Sob os argumentos apresentados, fica evidente que a condição $D_{f(e)}V(e) < 0$, obtida de (5.40) garante o decaimento de V(e(t)) ao longo da trajetória do sistema (5.8) sob a regra de chaveamento (5.6). Observe que V(e) é localmente Lipschitz, logo as derivadas direcional e temporal coincidem em quase todos os pontos, mas $D_{f(e)}V(e) < 0$ garante o decrescimento de V(e(t)) mesmo nas retas ou superfícies onde o gradiente de V(e) não existe e as expressões usuais para a derivada temporal não podem ser utilizadas (FILIPPOV, 1988).

Para que o sistema chaveado seja globalmente estável, é requerido $D_{f(e)}V(e) < 0 \quad \forall e \neq 0, \forall \theta(e) \in \Theta.$ Como V(e), pela expressão (5.37), é positiva definida e, pela condição $D_{f(e)}V(e) < 0$, não é crescente, conclui-se, de imediato, que a origem é um ponto de equilíbrio do sistema sempre que essas condições são satisfeitas. A estabilidade assintótica global assume os mesmos argumentos apresentados em (FI-

 $^{^2 \}mathrm{Termo},$ em inglês, para designar um conjunto com apenas um elemento.

LIPPOV, 1988) e utilizados anteriormente.

Como a dependência de $\theta(e)$ com respeito a "e" é difícil de determinar em (5.40), pode ser utilizada uma condição mais conservadora substituindo $\theta(e)$ por um parâmetro θ que admite variações arbitrárias no tempo e assume valores no simplex unitário Θ . Para reduzir o conservadorismo associado à esse relaxamento do problema, pode ser aplicado o procedimento-S³ para a condição $D_{f(e)}V(e) < 0$ e levar em consideração a restrição (5.36), obtendo a expressão (5.42).

$$D_{f(e)}V(e) + 2\alpha_{\theta}\left(V(e) - e'P_{\bar{\theta}}e\right) < 0 \tag{5.42}$$

 $\forall e \neq 0, \quad \forall \theta \in \Theta \ com \ \theta \neq \overline{\theta} \ e \ \alpha_{\theta} := \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \theta_i > 0 \ \acute{e} \ um \ fator$ de escalonamento escolhido, de acordo com (TROFINO et al., 2011), no intervalo $0 < \alpha_i < |\lambda_i|$, onde $\lambda_i \ \acute{e}$ a parte real do autovalor estável de A_i mais próximo do eixo imaginário. Note que (5.42) implica em (5.40), considerando $V(e) - e'P_{\overline{\theta}}e > 0 \ de \ (5.36) \ e \ \alpha_{\theta} > 0 \ por \ construção.$

Com o objetivo de considerar o custo garantido da saída de desempenho, a condição (5.42) é modificada para a forma (5.43).

$$D_{f(e)}V(e) + 2\alpha_{\theta} \left(V(e) - e'P_{\bar{\theta}}e \right) < 0 + z'_e z_e < 0$$
(5.43)

A condição (5.43) implica em $D_{f(e)}V(e) + z'_e z_e < 0$ e partindo da consideração de que as derivadas direcional e temporal coincidem em quase todos os pontos, pode-se assumir que $\frac{d}{dt}V(e) + z'_e z_e < 0$ para quase todo o tempo. Integrando esta expressão, obtém-se (5.44).

$$\int_{0}^{\infty} (\frac{d}{dt}V(e) + z'_{e}z_{e})dt = \int_{0}^{\infty} z'_{e}z_{e}dt + \lim_{t \to \infty} V(e(t)) - V(e_{0}) < 0 \quad (5.44)$$

A condição (5.43) implica na estabilidade assintótica do sistema chaveado, logo $\lim_{t\to\infty} V(e(t)) = 0$ e a condição (5.5) para o custo garantido das variáveis de desempenho é satisfeita se (5.45) for satisfeita.

$$V(e_0) = \max_{i \in \mathcal{M}} \{ v_i(e_0) \} < \gamma \quad , \quad \forall e_0 \in \Pi$$
(5.45)

O valor de $\max_{i \in \mathcal{M}} \{v_i(e_0)\}$ não é conhecido a priori, portanto, para garantir a condição (5.45), deve-se restringir todas funções $v_i(e_0)$ menores que γ . A condição $v_i(e_0) < \gamma$ pode ser reescrita em função de θ como (5.46). Observe que escolhendo $\theta_i = 1$ (e, por consequência, $\theta_j = 0, \ \theta_i \neq \theta_j$), retorna-se à condição $v_i(e_0) < \gamma$.

 $^{^{3}\}mathrm{Ver}$ a definição do procedimento-S no anexo A.

$$e_0' P_\theta e_0 + 2e_0' S_{\theta - \bar{\theta}} < \gamma \tag{5.46}$$

Considerando a definição do vetor e_a apresentada em (5.23), \aleph_{e_a} o anulador linear deste vetor e aplicando o Lema de Finsler⁴, a expressão (5.46) pode ser reescrita como (5.47). Para esta última desigualdade, a LMI (5.32) é uma condição suficiente.

$$e_{a}' \begin{pmatrix} P_{\theta} & S_{\theta-\bar{\theta}} \\ \bullet & -\gamma \end{pmatrix} + L_{e_{a}} \aleph_{e_{a}} + \aleph_{e_{a}}' L_{e_{a}}') e_{a} < 0$$
(5.47)

A saída de desempenho foi definida como $z'_e z_e = e'C'_{z\theta}C_{z\theta}e$ e, dessa forma, (5.43) é reescrita como (5.48).

$$\begin{bmatrix} e \\ 1 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ \bullet & 2K'_{\theta}S_{\theta-\bar{\theta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ 1 \end{bmatrix} < 0$$
 (5.48)

$$\Lambda_{11} = P_{\theta}A_{\theta} + A'_{\theta}P_{\theta} + 2\alpha_{\theta}(P_{\theta} - P_{\bar{\theta}}) + C'_{z\theta}C_{z\theta}$$
$$\Lambda_{12} = P_{\theta}K_{\theta} + A'_{\theta}S_{\theta-\bar{\theta}} + 2\alpha'_{\theta}S_{\theta-\bar{\theta}}$$

Observe que $K_{\bar{\theta}} = 0$ implica em $K_{\theta} = K_{\theta} - K_{\bar{\theta}} = K(\theta - \bar{\theta}).$ Utilizando essa consideração, (5.48) pode ser reescrita como (5.49).

$$\begin{bmatrix} e_{\theta} \\ \theta - \bar{\theta} \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \bullet & K'S + S'K \end{bmatrix}}_{\Gamma} \begin{bmatrix} e_{\theta} \\ \theta - \bar{\theta} \end{bmatrix} < 0$$
(5.49)

$$\Gamma_{11} = PA + A'P + E(P_{\theta} - P_{\bar{\theta}})\alpha + \alpha'(P_{\theta} - P_{\bar{\theta}})E' + C'_{z}C_{z}$$

$$\Gamma_{12} = PK + A'S + 2\alpha'S$$

$$e_{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_{1}e\\ \vdots\\ \theta_{m}e \end{bmatrix}$$

Com $C_a(\theta, \overline{\theta})$ definido em (5.19), é válida a relação (5.50).

⁴Ver a definição do Lema de Finsler no anexo A.

$$C_a(\theta, \bar{\theta}) \begin{bmatrix} e_{\theta} \\ \theta - \bar{\theta} \end{bmatrix} = 0$$
(5.50)

Assim, para qualquer matriz $L_a(\bar{\theta})$ com uma dimensão apropriada, aplicando o Lema de Finsler, (5.49) é equivalente a (5.51).

$$\begin{bmatrix} e_{\theta} \\ \theta - \bar{\theta} \end{bmatrix}' (\Gamma + L_a(\bar{\theta})C_a(\theta, \bar{\theta}) + C_a(\theta, \bar{\theta})'L_a(\bar{\theta})') \begin{bmatrix} e_{\theta} \\ \theta - \bar{\theta} \end{bmatrix} < 0$$
 (5.51)

Observe a dependência da matriz L_a em relação a $\bar{\theta}$. Se L_a fosse definida como uma matriz fixa a ser determinada, uma vez que a condição (5.51) fosse transformada em uma LMI, as propriedades de convexidade implicariam que a condição seria satisfeita para todo $\bar{\theta}$, o que é uma condição, evidentemente, conservadora pois $\bar{\theta}$ é definido como um parâmetro fixo desconhecido. Para contornar a dificuldade introduzida pelo produto não convexo $L_a(\bar{\theta})C_a(\theta,\bar{\theta})$ em relação a $\bar{\theta}$, é necessário introduzir a decomposição afim (5.28) e expandir (5.51). Considere os vetores auxiliares apresentados em (5.52).

$$\xi = \begin{bmatrix} e_{\theta} \\ \theta - \bar{\theta} \end{bmatrix}, \quad \xi_a = \begin{bmatrix} \xi \\ \bar{\theta}_1 \xi \\ \vdots \\ \bar{\theta}_m \xi \end{bmatrix}$$
(5.52)

Com o auxílio desses vetores, (5.51) pode ser reescrita como (5.53).

$$\xi_a' \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} \\ \bullet & 0 \end{bmatrix} \xi_a < 0 \tag{5.53}$$

$$\Pi_{11} = \Gamma + L_{a0}C_a(\theta,\bar{\theta}) + C_a(\theta,\bar{\theta})'L'_{a0}$$
$$\Pi_{12} = [L_{a1}C_a(\theta,\bar{\theta})\dots L_{am}C_a(\theta,\bar{\theta})]$$

Não é necessário que a condição (5.53) seja satisfeita para todo $\bar{\theta}$ no simplex unitário, mas apenas para os valores de $\bar{\theta}$ que satisfaçam a igualdade $K_{\bar{\theta}} = 0$. Para considerar essa restrição, o termo $K^{j}_{\bar{\theta}}N_{j}(\bar{\theta})$ pode ser adicionado à condição. A notação $K^{j}_{\overline{\theta}}$ denota o j-ésimo elemento do vetor $K_{\overline{\theta}} \in N_{j}(\overline{\theta})$ é uma matriz a ser determinada com a dimensão de Γ . O produto não convexo $K^{j}_{\overline{\theta}}N_{j}(\overline{\theta})$ é tratado de maneira análoga ao termo $L_{a}(\overline{\theta})C_{a}(\theta,\overline{\theta})$ utilizando a decomposição afim (5.29). Assim, (5.53) pode ser reescrita como (5.54).

$$\xi_a' \underbrace{\begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \bullet & 0 \end{bmatrix}}_{\Phi} \xi_a < 0 \tag{5.54}$$

$$\Phi_{11} = \Psi + L_{a0}C_{a}(\theta,\bar{\theta}) + C_{a}(\theta,\bar{\theta})'L'_{a0} + K^{\frac{1}{\theta}}N_{10} + \ldots + K^{n}_{\bar{\theta}}N_{n0}$$

$$\Phi_{12} = [L_{a1}C_{a}(\theta,\bar{\theta}) + K^{\frac{1}{\theta}}N_{11} + \ldots + K^{n}_{\bar{\theta}}N_{n1} \ldots$$

$$\ldots L_{am}C_{a}(\theta,\bar{\theta}) + K^{\frac{1}{\theta}}N_{1m} + \ldots + K^{n}_{\bar{\theta}}N_{nm}]$$

Por fim, observe que $C_b(\theta, \overline{\theta})$ e $Q_b(\theta, \overline{\theta})$ definidos em (5.21) e (5.22), respectivamente, satisfazem as igualdades apresentadas em (5.55).

$$C_b(\theta,\bar{\theta})\xi_a = 0, \quad Q_b\xi_a = 0 \tag{5.55}$$

Como Q_b é uma matriz fixa, a restrição $Q_b\xi_a = 0$ pode ser tratada diferentemente, sem introduzir mais variáveis de folga ao aplicar o Lema de Finsler. Para a restrição de igualdade $C_b(\theta, \overline{\theta})\xi_a = 0$, o Lema de Finsler é aplicado introduzindo a matriz auxiliar L_b com a dimensão de C'_b . Com essas considerações, (5.54) pode ser reescrita como (5.56).

$$\xi_a'(\Phi + L_b C_b + C_b' L_b')\xi_a < 0 \tag{5.56}$$

Finalmente, para considerar a restrição $Q_b\xi_a = 0$, é utilizada a base G_b para o espaço nulo de Q_b e obtida a LMI (5.33).

Em síntese, (5.37) mostra que V(e) é positiva definida e radialmente ilimitada. A expressão (5.43) implica que V(e) é globalmente decrescente, mesmo na ocorrência de modos deslizantes e, além disso, implica que γ é um limitante superior para a função de custo (5.5). Como V(e) é localmente Lipschitz, a prova se completa com os mesmos argumentos apresentados em (FILIPPOV, 1988, p.155). \Box

Os resutados do teorema 5.1.1 foram apresentados para o caso ideal de modos deslizantes, onde a frequência de chaveamento é ilimitada. Como, na prática, isso nunca é possível, na sequência é apresentado um procedimento para aproximar o parâmetro $\theta(e)$ de Filippov utilizado no sistema chaveado (5.8). A idéia é usual em modelos baseados em PWM (SIRA-RAMIREZ, 1993) e consiste em substituir a dinâmica em modos deslizantes ideal, associada com uma frequência de chaveamento ilimitada, por uma frequência de chaveamento limitada. Esta frequência limitada de chaveamento deve ser elevada o suficiente para que o chavemento ocorra em uma escala de tempo em que os campos vetoriais dos subsistemas possam ser considerados praticamente constantes. Neste caso, o parâmetro de Filippov $\theta(e)$ pode ser aproximado pela média do valor de uma variável lógica. Para ilustrar essa idéia, suponha que $f_i(e(t))$ seja uma função contínua no sentido de Lipschitz representando o campo vetorial dos subsistemas e $f(e(t)) = \sum_{i=1}^{m} \theta_i(e(t)) f_i(e(t))$ seja o campo vetorial do sistema chaveado onde $\theta_i(e(t))$ é o parâmetro convexo definido de acordo com os resultados de Filippov. Considere a aproximação (5.57).

$$f(e(t)) = \sum_{i=1}^{m} \theta_i(e(t)) f_i(e(t)) \cong \frac{1}{T} \int_{t-T}^{t} \sum_{i=1}^{m} \mu_i(t) f_i(e(t)) dt \qquad (5.57)$$

onde T > 0 é um intervalo de tempo suficientemente pequeno, $\mu_i(t)$ são variáveis lógicas definidas de acordo com (5.58).

$$\begin{cases} \mu_i(t) = 1 \text{ para algum } i \in \sigma(e(t)) \\ \mu_j(t) = 0 \text{ para } j \neq i \end{cases}$$
(5.58)

 $\operatorname{com} \sigma(e(t))$ definido em (5.6).

Como as funções $f_i(e(t))$ são Lipschitz, quanto mais T é reduzido, mais $f_i(e(t))$ se aproxima de um valor fixo no intervalo, no sentido de que f(e(t)) é praticamente constante no intervalo [t - T, t]. Logo, para T > 0 suficientemente pequeno, o lado direito da equação (5.57) pode ser aproximado por (5.59).

$$\frac{1}{T} \int_{t-T}^{t} \sum_{i=1}^{m} \mu_i(t) f_i(e(t)) dt \cong \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{1}{T} \int_{t-T}^{t} \mu_i(t) dt \right) f_i(e(t)) \quad (5.59)$$

Por sua vez, (5.59) pode ser aproximada por (5.60).

$$\theta_i(e(t)) \cong \frac{1}{T} \int_{t-T}^t \mu_i(t) dt$$
(5.60)

A aproximação (5.60) é válida para T > 0 suficientemente pequeno e expressa um aproximação baseada na média do valor das variáveis lógicas $\mu_i(t)$.

5.2 APLICAÇÃO NO SISTEMA DE DUPLO-EVAPORADOR

A metodologia apresentada para o projeto da lei de chaveamento foi aplicada ao sistema de refrigeração de duplo-evaporador. O sistema foi dividido em quatro modos de operação conforme a tabela 7. Estes modos de operação representam as velocidades máximas e mínimas consideradas para o compressor e as frações de operação máximas e mínimias consideradas para a válvula de distribuição.

Modo de operação	Operação	Velocidade do compressor (rpm)
1	Congelador	1600
2	Congelador	4200
3	Refrigerador	1600
4	Refrigerador	4200

Tabela 7 – Modos de operação do sistema.

Da mesma forma, e pela mesma justificativa, como foram tratados os modos de operação para o desenvolvimento do controle via modos deslizantes no capítulo 4, o modo de operação 1, definido com a operação no congelador e velocidade do compressor igual a 1600 rpm (26,67 Hz), representa 99% de operação do evaporador do congelador e 1% de operação do evaporador do refrigerador em um acionamento baseado em um sinal PWM com período igual a 10 s. O modo de operação 2, definido com a operação no congelador e velocidade do compressor igual a 4200 rpm (70 Hz), representa 95% de operação do evaporador do congelador e 5% de operação do evaporador do refrigerador. Os modos de operação 3 e 4, definidos com a operação no refrigerador, representam 70% de operação do evaporador do refrigerador e 30% de operação do evaporador do congelador. Esses modos de operação, chamados de subsistemas do sistema chaveado, foram identificados via ensaios experimentais.

5.2.1 Identificação dos subsistemas

Os ensaios de identificação dos subsistemas foram realizados em ambiente controlado. A temperatura ambiente foi mantida em 25° C e a umidade relativa do ar em 50%. As aberturas das válvulas de expansão do congelador e do refrigerador foram mantidas fixas em 10% e 2%, respectivamente. Foram realizados quatro ensaios, um para cada subsistema. Com base nos experimentos realizados no capítulo 4, os modelos serão tratados como de primeira ordem. Com o objetivo de definir modelos afins, apropriados para o desenvolvimento da lei de chaveamento proposta, esses modelos serão representados no formato (5.61).

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_c \\ \dot{T}_r \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-1}{\tau_c} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{\tau_r} \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} T_c \\ T_r \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{k_c + T_{c0}}{\tau_c} \\ \frac{k_r + T_{r0}}{\tau_r} \end{bmatrix}}_{B}$$
(5.61)

onde T_c e T_r são os estados do sistema, definidos como as próprias temperaturas medidas do congelador e do refrigerador, τ_c e τ_r são, respectivamente, as constantes de tempo para o congelador e refrigerador, k_c e k_r são os ganhos estáticos das temperaturas do congelador e do refrigerador em relação à velocidade do compressor, T_{c0} e T_{r0} são os valores das temperaturas do congelador e do refrigerador nos pontos de operação em que foram levantados os modelos. A posição da válvula de distribuição não é tratada, explicitamente, no modelo e está ímplicita ao modo de operação que o modelo representa.

O ensaio de identificação do subsistema 1 é apresentado através das Figuras 55 e 56. O modelo obtido é representado pela equação (5.62). Note que a temperatura do refrigerador se manteve constante, assim, teoricamente, não teria nenhuma dinâmica associada, porém foi considerada uma dinâmica lenta relativa à dinâmica do subsistema 1 para, partindo de uma condição fora do ponto de operação, atingir este ponto de operação. Esta dinâmica foi definida através de heurística como 10% da constante de tempo do refrigerador no modo de operação 3, que é o modo de operação definido para o refrigerador e com a mesma velocidade do compressor no modo 1.

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_c \\ \dot{T}_r \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0,718 & 0 \\ 0 & -0,0360 \end{bmatrix}}_{A_1} \begin{bmatrix} T_c \\ T_r \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -9,054 \\ 0,270 \end{bmatrix}}_{B_1}$$
(5.62)



Figura 55 – Identificação da dinâmica da temperatura do congelador no modo de operação 1.



Figura 56 – Identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador no modo de operação 1.

O ensaio de identificação do subsistema 2 é apresentado através

das Figuras 57 e 58. O modelo obtido é representado pela equação (5.63). Observe que a temperatura do refrigerador aumentou durante este teste, porém esse aumento não foi considerado no modelo, já que ele não provém da influência da velocidade do compressor ou da posição da válvula de distribuição, mas da formação de gelo no evaporador do refrigerador. Este evaporador, devido à sua exposição à umidade do refrigerador, é bastante suscetível à formação de gelo quando opera continuamente, por um longo período, à uma temperatura inferior à temperatura de congelamento da água. Desconsiderando a formação de gelo, a temperatura do refrigerador se manteria constante e não haveria uma dinâmica associada a esta temperatura, porém, utilizando os mesmos argumentos apresentados para o modo de operação 1, foi definida uma dinâmica igual a 10% da dinâmica do refrigerador no modo de operação 4.



Figura 57 – Identificação da dinâmica da temperatura do congelador no modo de operação 2.

O ensaio de identificação do subsistema 3 é apresentado através das Figuras 59 e 60. O modelo obtido é representado pela equação (5.64).



Figura 58 – Identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador no modo de operação 2.



Figura 59 – Identificação da dinâmica da temperatura do congelador no modo de operação 3.

O ensaio de identificação do subsistema 4 é apresentado através



Figura 60 – Identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador no modo de operação 3.

das Figuras 61 e 62. O modelo obtido é representado pela equação (5.65).

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_c \\ \dot{T}_r \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0,740 & 0 \\ 0 & -0,560 \end{bmatrix}}_{A_4} \begin{bmatrix} T_c \\ T_r \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -15,245 \\ -8,514 \end{bmatrix}}_{B_4}$$
(5.65)

5.2.2 Projeto da lei de chaveamento

O projeto da lei de chaveamento seguiu a metodologia apresentada no Teorema 5.1.1. A referência de temperaturas desejadas para o projeto foi $[\bar{T}_c \ \bar{T}_r] = [-21^{\circ}\text{C} - 4^{\circ}\text{C}]$. Os modelos dos subsistemas foram redefinidos em função do erro de seguimento de referência como em (5.3). Os parâmetros α_i foram escolhidos de acordo com a Tabela 8. Os parâmetros $\theta \in \bar{\theta}$ foram tratados no simplex unitário. Para determinar o custo garantido da saída de desempenho, o conjunto de erros de seguimento de referência a serem minimizados foi tratado no politopo definido na Tabela 9. Os vértices foram escolhidos para minimizar o erro de seguimento na região em torno das referências desejadas.

Para resolver as LMIs, foi utilizado o algoritmo Sedumi com a interface Yalmip (LöFBERG, 2004). No total foram resolvidas 84 LMIs,



Figura 61 – Identificação da dinâmica da temperatura do congelador no modo de operação 4.



Figura 62 – Identificação da dinâmica da temperatura do refrigerador no modo de operação 4.

rabola o ratalliotios al	Tabela 8 –	Parâmetros	α_i .
--------------------------	------------	------------	--------------

α	1	2	3	4
	0,015	0,025	$0,\!150$	0,250

das quais 4 para a condição (5.31) com $\bar{\theta}$ no simplex unitário , 16 para a condição (5.33) com $\theta \in \bar{\theta}$ no simplex unitário e 64 para a condição

Tabela 9 – Vértices do politopo do erro de seguimento para o custo garantido da saída de desempenho.

e_c	e_r
15	15
15	-5
-5	15
-5	-5

 $(5.32) \operatorname{com} \theta \in \overline{\theta}$ no simplex unitário, e e_a no politopo definido na Tabela 9. Como o sistema possui quatro modos de operação, o simplex unitário que define $\theta \in \overline{\theta}$ possui 4 vértices e, como possui dois estados, o politopo que define o conjunto de erros de seguimento a serem minimizados no custo garantido também possui 4 vértices. O tamanho desses politopos justifica o tamanho do problema, em termos do número de LMIs.

As matrizes auxiliares M_i , utilizadas para relaxar a condição $P_{\bar{\theta}} > 0$ em (5.31), não foram necessárias, pois foi possível encontrar solução para o problema sem esse recurso. A lei de chaveamento (5.6) foi implementada utilizando as funções v_i definidas em (5.66)-(5.69). Note que o termo $S_{\bar{\theta}}$ não foi considerado, pois este termo está presente em todas as funções v_i , logo pode ser desconsiderado quando o objetivo é estimar a v_i que apresenta o valor máximo. O valor do limitante superior γ obtido para o custo garantido da saída de desempenho foi 1,9946.

$$v_1 = e'10^{-3} \begin{bmatrix} 0,0088 & 0,0057\\ 0,0057 & 0,8416 \end{bmatrix} e + 2e'10^{-4} \begin{bmatrix} -0,1596\\ -0,0437 \end{bmatrix}$$
(5.66)

$$v_2 = e'10^{-3} \begin{bmatrix} 0,0088 & 0,0058\\ 0,0058 & 0,8418 \end{bmatrix} e + 2e'10^{-4} \begin{bmatrix} -0,1155\\ 0,2397 \end{bmatrix}$$
(5.67)

$$v_3 = e'10^{-3} \begin{bmatrix} 0,0088 & 0,0057\\ 0,0057 & 0,8415 \end{bmatrix} e + 2e'10^{-4} \begin{bmatrix} -0,1611\\ 0,0000 \end{bmatrix}$$
(5.68)

$$v_4 = e'10^{-3} \begin{bmatrix} 0,0088 & 0,0062\\ 0,0062 & 0,8395 \end{bmatrix} e + 2e'10^{-3} \begin{bmatrix} 0,0000\\ 0,2096 \end{bmatrix}$$
(5.69)

A implementação da lei de controle chaveada no sistema de duplo-evaporador deve considerar a limitação na frequência de chaveamento dos atuadores. Para esse fim, a frequência de chaveamento foi limitada em 0,1 Hz. Mesmo com essa limitação, o tempo de resposta do compressor é superior ao período de chaveamento, levando a velocidade do compressor a não atingir a referência definida quando são aplicados chaveamentos consecutivos entre a velocidade máxima e a mínima. Para evitar este comportamento indesejado, sem que seja limitada ainda mais a frequência de chaveamento, o sinal de controle enviado aos atuadores foi definido não como o sinal instantâneo calculado pela lei de chaveamento, mas como a média dos últimos seis sinais calculados através da equação (5.60). O intervalo de seis sinais para determinar a média foi escolhido empiricamente e corresponde a um intervalo apropriado para suavizar a resposta do compressor a mudanças

5.2.3 Resultados

bruscas na velocidade.

A lei de chaveamento projetada foi testada, primeiramente, em simulação com uma frequência de chavemento elevada ($f_{simulada} >> f_{real}$). As simulações foram realizadas no Simulink/MatLab. As Figuras 63, 64 e 65 apresentam os resultados simulados para as temperaturas dos compartimentos, velocidade do compressor e fração de operação da válvula de distribuição.



Figura 63 – Temperaturas dos compartimentos durante a simulação do controle chaveado.



Figura 64 – Velocidade do compressor durante a simulação do controle chaveado.



Figura65– Fração de operação durante a simulação do controle chaveado.

Observe que, quando o sistema opera em equilíbrio, a velocidade do compressor e a fração de operação aparecem nos gráficos como manchas entre os limites de operação máximos e mínimos. Isso é efeito da operação em modos deslizantes com frequência de chaveamento elevada. As curvas em vermelho nas Figuras 64 e 65 representam os valores médios da velocidade do compressor e da fração de operação obtidos pelos chaveamentos dessas variáveis. O controle levou as temperaturas dos compartimentos a atingirem as referências desejadas com erro nulo e a rejeitar perturbações do tipo degrau. Após a validação em simulação, a lei de chaveamento foi testada no protótipo do sistema de refrigeração de duplo-evaporador. As Figuras 66 e 67 mostram o resultado obtido para as temperaturas do congelador e do refrigerador.



Figura 66 – Temperatura do congelador durante avaliação do controle chaveado.



Figura 67 – Temperatura do refrigerador durante avaliação do controle chaveado.

Observe que as temperaturas de ambos os compartimentos apresentaram uma pequena oscilação devido à limitação da frequência de chaveamento. Além dessa oscilação, foi verificado, durante o desenvolvimento da lei de chaveamento e realização de testes para validar o controle, que pode aparecer um erro constante no seguimento de referência quando a frequência de chaveamento é limitada. Esse erro de seguimento deve pertencer ao conjunto de erros que são minimizados no custo garantido da saída de desempenho para garantir uma resposta eficaz do controle à limitação da frequência e reduzir o erro causado por esta.

As Figuras 68 e 69 mostram os gráficos da velocidade do compressor e da fração de operação durante o teste experimental.



Figura 68 – Velocidade do compressor durante avaliação do controle chaveado.

Observe que a velocidade do compressor e a fração de operação não aparecem nos gráficos como manchas, como no resultado de simulação, devido à frequência limitada em 0,1 Hz e à aplicação nos atuadores da média de seis amostras do sinal de controle. A utilização da média do sinal de controle faz com que as variáveis de atuação possam assumir valores intermediários aos valores definidos pelos modos de operação.

Para finalizar, o sistema foi avaliado em regime permanente durante 1 h. Nesse período, a potência média consumida pelo compressor foi 62,6 W, para uma velocidade média do compressor igual a 2870 rpm (47,83 Hz) e uma fração de operação média para o congelador igual a 84,8 %. A potência do compressor foi inferior à obtida nos testes com controle LQG e controle por modos deslizantes, porém foi superior à obtida no teste com controle PI. Embora o sistema tenha



Figura 69 – Fração de operação durante avaliação do controle chaveado.

operado com uma fração de operação maior para o refrigerador, o que, segundo a análise realizada na subseção 4.1.5, corresponde a uma região de operação mais eficiente, as oscilações causadas no sistema devido aos chaveamentos podem ter comprometido um resultado melhor em termos de eficiência. Além disso, quando o sistema operou nos modos de operação relativos à operação no refrigerador, a velocidade do compressor não foi necessariamente mais baixa do que quando operou no congelador, como na proposta apresentada na subseção 4.1.5, o que contribuiu para impedir uma melhor eficiência. A lei de chaveamento apresentada foi eficiente para controlar o sistema e permitir que seja calculada uma velocidade do compressor diferente para cada compartimento, porém o chaveamento não foi otimizado para levar o sistema a operar nos modos de operação que maximizam a eficiência. Comparando a resposta do sistema nos testes de abertura das portas dos compartimentos, o controle chaveado apresentou uma reação mais rápida, para ambas as temperaturas do congelador e do refrigerador, do que as técnicas avaliadas no capítulo 4. Essa resposta mais rápida decorre da escolha imediata, pela lei de chaveamento, do modo de operação mais apropriado para levar o sistema ao equilíbrio desejado e é uma vantagem do controle chaveado sobre outras técnicas de controle.

5.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O CAPÍTULO CONTROLE CHAVEADO PARA REFRIGERAÇÃO

Este capítulo iniciou com uma breve revisão bibliográfica sobre sistemas chaveados. Na sequência, foi apresentada uma metodologia para o projeto de leis de chaveamento independente do conhecimento dos parâmetros relacionados ao equilíbrio do sistema. Essa metodologia foi aplicada ao sistema de refrigeração de duplo-evaporador e a lei de controle projetada foi avaliada experimentalmente. Neste caso, como a frequência de chaveamento é limitada por motivos físicos, foram incluídas condições para reduzir o impacto da limitação da frequência de chaveamento. O controle projetado foi suficiente para garantir seguimento de referência e rejeição de perturbação aplicada na forma de abertura das portas dos compartimentos do sistema. O controle chaveado não melhorou a eficiência do sistema como era esperado, porém levou a uma resposta mais rápida frente às perturbações impostas do que as técnicas apresentadas no capítulo 4.

6 CONCLUSÃO

O objetivo desta dissertação foi estudar a influência dos dispositivos de ação variável de um sistema de refrigeração de duplo-evaporador sobre as temperaturas dos compartimentos refrigerados e sobre o desempenho energético do sistema. Para organizar a apresentação deste estudo, este documento foi dividido em seis capítulos.

O capítulo 1 iniciou com uma motivação ao estudo de estratégias de controle aplicadas a sistemas de refrigeração domésticos. Foram citados trabalhos relevantes que serviram como inspiração para esta dissertação e foi apresentado o sistema de refrigeração de duplo-evaporador. O capítulo encerrou com a definição dos objetivos deste trabalho e a organização do documento. O capítulo 2 apresentou a teoria básica de refrigeração necessária para o entendimento desta dissertação. Foram descritas as principais arquiteturas de ciclos de refrigeração utilizados em sistemas domésticos. Foi apresentado o protótipo do sistema de refrigeração de duplo-evaporador montado para a realização dos experimentos pertinentes. No capítulo 3, foi apresentada uma revisão bibliográfica de trabalhos que estudaram o efeito dos dispositivos de ação variável em sistemas de refrigeração. Estes trabalhos foram desenvolvidos em sistemas de refrigeração convencionais, porém os resultados foram úteis para planejar e analisar o trabalho desenvolvido no sistema de duplo-evaporador. O capítulo 4 foi dedicado ao estudo experimental do sistema de duplo-evaporador. Foram testadas e analisadas três técnicas de controle para as temperaturas dos compartimentos via velocidade do compressor e posição da válvula de distribuição. Foi estudada a influência da abertura das válvulas de expansão na eficiência do sistema em regime permanente e em regime transitório. O capítulo foi finalizado com o estudo da influência do período de chaveamento da válvula de distribuição sobre o desempenho do sistema. O capítulo 5 apresentou a principal contribuição desta dissertação à teoria de controle. Foi formulada uma metodologia para o projeto de leis de chaveamento baseada nos trabalhos desenvolvidos em (TROFINO et al., 2011) e (TRO-FINO et al., 2012) com modificações para redução do conservadorismo do problema e inclusão do custo garantido de variáveis de desempenho. Com a motivação dos resultados obtidos no capítulo 4, essa metodologia foi estudada e aplicada ao sistema de refrigeração de duplo-evaporador. Para encerrar esta dissertação, o presente capítulo é dedicado à análise dos resultados obtidos frente aos objetivos propostos no capítulo 1 e à sugestão para trabalhos futuros na área de controle aplicado a sistemas

de refrigeração.

6.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

Para elucidar a análise dos resultados obtidos, estes foram confrontados com os objetivos específicos previstos na introdução do trabalho. Na sequência são apresentados esses objetivos juntamente com a análise dos resultados obtidos.

- Revisão bibliográfica: A revisão bibliográfica desta dissertação foi dividida em três partes principais. A primeira parte foi focada na motivação do trabalho presente no capítulo 1 e corresponde a pesquisas sobre a conservação de alimentos utilizando refrigeradores domésticos e sobre o impacto do consumo de energia destes sistemas. A segunda parte, presente no capítulo 3, abordou o estudo do efeito dos dispositivos de ação variável presentes nos sistemas de refrigeração domésticos e o desenvolvimento de diferentes abordagens de estratégias de controle aplicadas sobre estes dispositivos. Esta parte da revisão bibliográfica foi fundamental para orientar o desenvolvimento experimental do trabalho apresentado no capítulo 4. Foram incluídos trabalhos sobre sistemas de degelo e de ventilação dos trocadores de calor. Estes trabalhos não foram diretamente utilizados nesta dissertação, mas foram incluídos com o objetivo de motivar trabalhos futuros de controle aplicado a sistemas de refrigeração. A terceira parte da revisão bibliográfica corresponde à análise de trabalhos sobre sistemas chaveados presente no capítulo 5. Esta revisão orientou a formulação da metodologia para projeto da lei de chaveamento aplicada ao sistema de refrigeração de duplo-evaporador.
- Montagem de um protótipo do sistema de refrigeração de duplo-evaporador: Para a relização dos experimentos descritos nos capítulos 4 e 5, foi montado um protótipo do sistema de refrigeração de duplo-evaporador. Este protótipo é descrito no capítulo 2 e possui a instrumentação apropriada para monitorar o funcionamento do sistema e implementar as malhas de controle para as temperaturas dos compartimentos refrigerados. O protótipo pode ser reutilizado em trabalhos futuros, tanto para estudar o sistema de refrigeração de duplo-evaporador, quanto para estudar a aplicação de outras técnicas de controle não estudadas nesta dissertação.

- Estudo de técnicas de controle clássicas para a velocidade do compressor e posição da válvula de distribuição: Foram desenvolvidas três técnicas de controle para as temperaturas dos compartimentos internos via atuação na velocidade do compressor e na posição da válvula de distribuição no capítulo 4. A primeira técnica consistiu na implementação de dois controladores PI de
 - compartimentos internos via atuação na velocidade do compressor e na posição da válvula de distribuição no capítulo 4. A primeira técnica consistiu na implementação de dois controladores PI desacoplados, um para controlar a temperatura do congelador via velocidade do compressor e outro para controlar a temperatura do refrigerador via posição da válvula de distribuição. A segunda técnica foi uma abordagem multivariável do problema através de um controlador LQG. Na última técnica foi estudado um controle por modos deslizantes para a válvula de distribuição em conjunto com o controlador PI para a velocidade do compressor utilizado na primeira técnica. Resultados experimentais indicaram menor consumo de energia quando foram utilizados controladores PI desacoplados para as duas temperaturas de saída. A resposta do controle para excitações do sistema através de aberturas de portas foi pior no caso do controle LQG. O controlador por modos deslizantes para a válvula de distribuição levou à resposta mais rápida para rejeitar perturbações no refrigerador. Após uma bateria de testes para análise desses resultados, concluiu-se que o resultado obtido, melhor para as estratégias desacoplantes, se deve ao ponto de operação em que o sistema opera. Neste ponto de operação, a fração de operação é mantida em torno de 5% para o evaporador do refrigerador. O ponto de operação é determinado pelas características construtivas do sistema e pelas estratégias de controle avaliadas, que mantém a mesma velocidade do compressor quando a válvula de distribuição está posicionada para o congelador ou para o refrigerador. Foi concluído que uma estratégia que levasse o compressor a operar com uma velocidade V_c quando a válvula de distribuição está posicionada para o congelador e com uma velocidade V_r quando a válvula de distribuição está posicionada para o refrigerador, onde $V_c > V_r$, levaria ao aumento da temperatura de evaporação do refrigerador e, por consequência, ao aumento da fração de operação para o refrigerador. O aumento da fração de operação para o refrigerador levaria o sistema a operar em um ponto de operação de maior eficiência, porém com um maior acoplamento entre as variáveis de atuação e as variáveis de saída. A estratégia de controle ideal para lidar com o chaveamento da velocidade do compressor e da válvula de distribuição simultaneamente é o controle chaveado apresentado

no capítulo 5.

- Desenvolvimento de uma técnica de controle chavedo para a velocidade do compressor e posição da válvula de distribuição: Uma metodologia para o projeto de leis de chaveamento baseada nos resultados obtidos em (TROFINO et al., 2011) e (TROFINO et al., 2012), porém com a utilização de um parâmetro $\bar{\theta}$ desconhecido foi desenvolvida e é apresentada no capítulo 5. Esta metodologia garante a convergência das variáveis de saída de um sistema chaveado para valores de referência desejados com custo garantido de certas variáveis de desempenho. Esta metodologia foi aplicada ao sistema de refrigeração de duplo-evaporador para controlar as temperaturas do congelador e do refrigerador através dos chaveamentos entre um valor mínimo e um valor máximo da velocidade do compressor e da fração de operação da válvula de distribuição. Para adaptar a lei de chaveamento ao protótipo, a frequência de chaveamento foi limitada. Para não reduzir demasiadamente a frequência de chaveamento, os sinais aplicados aos atuadores foram definidos como as médias dos últimos seis sinais de controle calculados pela lei de chaveamento. Foi verificado que uma escolha apropriada dos vértices que definem o conjunto politópico das variáveis a serem minimizadas no custo garantido das saídas de desempenho reduz o efeito da limitação da frequência no sistema chaveado. A avaliação experimental da técnica desenvolvida mostrou que a lei de chaveamento levou o sistema à seguir as referências desejadas e rejeitar as perturbações, aplicadas na forma de abertura das portas dos compartimentos refrigerados, mais rapidamente do que nas outras técnicas de controle avaliadas. Entretanto, o chaveamento aplicado à velocidade do compressor levou o sistema a apresentar oscilações nos evaporadores, o que levou ao superaquecimento do fluido refrigerante e, consequentemente, impediu um ganho de eficiência do sistema.
- Análise da influência da abertura das válvulas de expansão: Um estudo sobre a influência da abertura das válvulas de expansão em regime permanente e em regime transitório foi apresentado no capítulo 4. A análise em regime permanente foi realizada em três temperaturas ambiente diferentes (18°C, 25°C e 32°C). Para estas três condições, o sistema foi avaliado com as temperaturas médias dos compartimentos controladas para diferentes aberturas da válvula de expansão do congelador, com a válvula de expansão do refrigerador fixa e para diferentes abertu-

ras da válvula de expansão do refrigerador, com a válvula de expansão do congelador fixa. O resultado obtido indicou que existe uma faixa de aberturas ótimas da válvula de expansão do congelador para cada temperatura ambiente. Essas faixas de aberturas ótimas coincidem em um intervalo e uma abertura ótima única pode ser definida para as três condições. Devido à baixa fração de operação para o refrigerador com que o sistema opera em regime permanente, o desempenho do sistema é aumentado com a redução da abertura da válvula de expansão do refrigerador. Logo, uma abertura mínima desta válvula de expansão pode ser definida como ótima para as três condições de temperatura ambiente testadas. A análise em regime transitório foi realizada para uma única temperatura ambiente em testes de partida do sistema. As temperaturas dos compartimentos foram controladas com os controladores PI desenvolvidos na seção 4.1.2 e 5 configurações de abertura das válvulas de expansão foram testadas. Foi concluído que existem duas dinâmicas principais associadas à partida do sistema: uma dinâmica associada ao grau de superaquecimento nos evaporadores e outra dinâmica associada à temperatura de evaporação. Quanto mais rápido é reduzido o superaquecimento nos evaporadores e quanto mais baixa é a temperatura de evaporação. mais rápido o sistema atinge as temperaturas de referência. A dinâmica associada à temperatura de evaporação é dominante, o que significa que a condição que leva o evaporador à temperatura de evaporação mais baixa, mesmo que demore mais para reduzir o grau de superaquecimento, resulta em um tempo menor para a temperatura do compartimento atingir a referência desejada. A configuração em que as válvulas de expansão foram mantidas com aberturas mínimas, próximas às ideais para a operação em regime permanente, foi a que resultou no menor tempo para o sistema atingir as temperaturas de referência. Destas análises, pode-se concluir que podem ser definidas aberturas únicas para as válvulas de expansão que sejam próximas das ótimas tanto para regime permanente quanto para regime transitório. Ou seja, tubos capilares bem dimensionados podem ser utilizados como dispositivos de expansão para o sistema de refrigeração de duploevaporador estudado sem grandes penalizações em comparação com o desempenho obtido com válvulas de expansão variável.

6.2 PERSPECTIVAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Os resultados obtidos nesta dissertação, amparados pelo estudo de sistemas de controle e sistemas de refrigeração realizados no decorrer deste projeto, levaram a algumas sugestões para trabalhos futuros. Essas sugestões são:

- Reformular os modos de operação na lei de chaveamento: O projeto da lei de chaveamento pode ser reformulado para determinar o chaveamento entre valores mais próximos de velocidade do compressor, ou seja, ao invés de serem definidas apenas duas velocidades do compressor, seriam definidos vários pares de velocidade entre o valor mínimo e o máximo, e o chaveamento ocorreria entre os valores destes pares. Essa modificação pode reduzir as oscilações causadas nas temperaturas de evaporação que levaram ao superaquecimento intermitente nos evaporadores.
- Forçar a operação nos modos mais eficientes: A motivação para estudar controle chaveado aplicado ao sistema de refrigeração de duplo-evaporador é levar o compressor a operar com uma velocidade no congelador e outra, mais baixa, no refrigerador e, com isso, aumentar a eficiência do sistema. Na lei de chaveamento projetada, embora as velocidades aplicadas ao congelador e refrigerador sejam diferentes, o controle não levou o refrigerador a operar com uma velocidade mais baixa em regime permanente. Podem ser incluídas condições no projeto da lei de chaveamento para forçar o compressor a operar com uma velocidade mais baixa no refrigerador.
- Estudar controle dos sistemas de degelo e ventilação: O foco desta dissertação foi nos dispositivos de ação variável diretamente relacionados ao ciclo de refrigeração. Os dispositivos de ação variável auxiliares do sistema de refrigeração, tais como o sistema de degelo e os ventiladores dos trocadores de calor, merecem ser estudados com a perspectiva de se aplicar estratégias de controle para aumentar a eficiência energética do sistema de refrigeração e melhorar o desempenho das temperaturas dos compartimentos.
- Estudar controle do compressor para operações com desligamento deste: Neste trabalho, o controle da velocidade do compressor foi realizado assumindo-se uma velocidade mínima
igual a 1600 rpm (26,67 Hz), porém, há situações em que a carga térmica é baixa o suficiente para esta velocidade mínima exceder a capacidade de refrigeração necessária. O controle da velocidade do compressor assumindo desligamentos do mesmo para manter as temperaturas dos compartimentos refrigerados em valores desejados deve ser estudado futuramente.

6.3 PUBLICAÇÕES

Esta dissertação deve gerar quatro artigos a serem publicados em congressos e revistas internacionais. O primeiro artigo é sobre a metodologia de controle chaveado desenvolvida e testada experimentalmente e foi submetido ao CDC^1 2014. O segundo artigo deve ser uma versão mais detalhada do primeiro e será submetido a uma revista especializada em controle. O terceiro artigo trata da comparação das técnicas de controle desenvolvidas, com o foco nos resultados de refrigeração obtidos. O quarto artigo aborda o estudo realizado sobre a influência da restrição dos dispositivos de expansão em regime permanente e regime transitório sobre o sistema de refrigeração de duplo-evaporador. Estes dois últimos artigos devem ser submetidos a revistas de refrigeração.

¹Conference on Decision and Control.

REFERÊNCIAS

APREA, C.; MASTRULLO, R. Experimental evaluation of electronic and thermostatic expansion valves performances using r22 and r407c. *Applied Thermal Engineering*, n. 22, p. 205–218, 2002.

APREA, C.; MASTRULLO, R.; RENNO, C. Fuzzy control of the compressor speed in a refrigeration plant. *International Journal of Refrigeration*, n. 27, p. 639–648, 2004.

BOENG, J.; MELO, C. Mapping the energy consumption of household refrigerators by varying the refrigerant charge and the expansion restriction. *International Journal of Refrigeration (2013)*, doi: 10.1016/j.ijrefrig.2013.06.005, 2013.

BOYD, S. et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia, EUA: SIAM, 1994.

COUTINHO, M. dos S. Projeto via LMI de sistemas de controle comutado para um motor de indução. Dissertação (Mestrado) — PPGEEL, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC - Brasil, 2006.

DECARLO, R. A. et al. Perspectives and results on the stability and stabilizability of hybrid systems. In: . [S.l.: s.n.], 2000. v. 88, n. 7, p. 1069–1082.

DEZUO, T. J. M. Estabilidade de sistemas não lineares e controle de sistemas chaveados. Dissertação (Mestrado) — PPGEAS, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC - Brasil, 2010.

EKREN, O.; SAHIN, S.; ISLER, Y. Comparison of different controllers for variable speed compressor and eletronic expansion valve. *International Journal of Refrigeration*, n. 33, p. 1161–1168, 2010.

ELETROBRÁS. Avaliação do mercado de eficiência energética do Brasil - Pesquisa de posse de equipamentos e hábitos de uso - ano baes 2005 - Classe residencial - Relatório Brasil. Rio de Janeiro, Brasil, 2007. Empresa de Pesquisa Energética. *Eficiência energética na indústria e nas residências*. Rio de Janeiro, Brasil, 2010.

FILIPPOV, A. F. Differential Equations with Discontinuous Righthand Sides. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 1988.

FOSTER, A. et al. A novel pcm thermo siphon defrost system for a frozen retail display cabinet. 2nd IIR Conference on Sustainability and the Cold Chain, Paris, France, 2013.

HOFFENBECKER, N.; KLEIN, S. A.; REINDL, D. T. Hot gas defrost model development and validation. *International Journal of Refrigeration*, n. 28, p. 605–615, 2005.

HOVGAARD, T. B. et al. Model predicive control technologies for efficient and flexible power consumption in refrigeration systems. *Energy*, n. 44, p. 105–116, 2012.

HUA, L.; JEONG, S.; YOU, S. Feedforward control of capacity and superheat for a variable speed refrigeration system. *Applied Thermal Engineering*, n. 29, p. 1067–1074, 2009.

HUANG, D.; LI, Q.; YUAN, X. Comparison between hot-gas bypass defrosting and reverse-cycle defrosting methods on air-to-water heat pump. *Applied Energy*, n. 86, p. 605–615, 2009.

ISO:15502. Household refrigerating appliances - characteristcs and test methods. Genebra, Switzerland, 2007.

JAMES, S. J.; EVANS, J. The temperature performance of domestic refrigerators. *International Journal of Refrigeration*, v. 15, n. 5, p. 313–319, 1992.

JAMES, S. J.; EVANS, J.; JAMES, C. A review of the performance of domestic refrigerators. *Journal of Food Engineering*, n. 87, p. 2–10, 2008.

LARSEN, L. S.; HOLM, J. R. Modelling and multi-variable control of refrigeration systems. *Central R&D - Refrigeration and Air Conditioning, Danfoss A/S*, Nordborg, Denmark, 2003.

LöFBERG, J. Yalmip : A toolbox for modeling and optimization in matlab. In: *Proceedings of the CACSD Conference*. Taipei, Taiwan: [s.n.], 2004. http://users.isy.liu.se/johanl/yalmip.

LIBERZON, D. Switching in systems and control. Boston, EUA: Birkhäuser, 2003.

LIBERZON, D.; MORSE, A. S. Basic problems in stability and design of switched systems. *IEEE Control Systems*, v. 19, n. 5, p. 59–70, 1999.

LIN, H.; ANTSAKLIS, P. J. Stability and stabilizability of switched linear systems: a short survey of recent results. In: . Limassol, Chipre: [s.n.], 2005. p. 24–29.

LORENTZEN, G. Food preservation by refrigeration, a general introduction. *International Journal of Refrigeration*, v. 1, n. 1, p. 13–26, 1978.

MARCINICHEN, J. B.; HOLANDA, T. N.; MELO, C. A dual siso controller for a vapor compression refrigeration system. *International Refrigeration and Air Conditioning Conference at Purdue*, Purdue, EUA, 2008.

MARCINICHEN, J. B.; MELO, C. Comparative analysis between a capillary tube and an eletronic expansion valve in a household refrigerator. *International Refrigeration and Air Conditioning Conference at Purdue*, Purdue, EUA, 2006.

MARCINICHEN, J. B. et al. Performance evaluation of a plug-in refrigeration system running under the simultaneous control of compressor speed and expansion valve opening. *International Refrigeration and Air Conditioning Conference at Purdue*, Purdue, EUA, 2008.

MELO, C.; KNABBEN, F. T.; PEREIRA, P. V. An experimental study on defrost heaters applied to frost-free household refrigerators. *Applied Thermal Engineering*, n. 51, p. 239–245, 2013.

MELO, C.; SILVA, L. W. A perspective on energy savings in househould refrigerators. *Sustainable Refrigeration and Heat Pump Technology*, Stockholm, Sweden, 2010.

OGATA, K. Engenharia de Controle Moderno. São Paulo, Brasil: Pearson, 2010.

OLIVEIRA, V.; TROFINO, A.; HERMES, C. J. L. A switching control strategy for vapor compression refrigeration systems. *Applied Thermal Engineering*, n. 31, p. 3914–3921, 2011.

PETTERSON, S. Synthesis of switched linear systems. *Conference on Decision and Control*, Maui, EUA, p. 5283–5288, 2003.

POSSAMAI, F. C.; TODESCAT, M. L. A review of household compressor energy performance. *International Compressor Engineering Conference*, Purdue, EUA, 2004.

POTTKER, G.; MELO, C. Experimental study of the combined effect of the refrigerant charge, compressor speed and expansion valve opening in a refrigeration system. *International Congress of Refrigeration*, Beijing, China, 2007.

RASMUSSEN, B. P.; ALLEYNE, A. G. Dynamic modeling and advanced control of air conditioning and refrigeration systems. Dissertação (Mestrado) — University of illinois at Urbana-Champaign, Urbana - IL - EUA, 2006.

RASMUSSEN, H.; LARSEN, L. F. S. Non-linear and adaptative control of a refrigeration system. *IET Control Theory and Applications*, v. 5, n. 2, p. 364–378, 2011.

RONZONI, A. F.; HERMES, C. J. L.; MELO, C. Assessment of pulse-width modulated flow through serial expansion valve/capillary tube arrangements. *International Journal of Refrigeration*, v. 36, n. 1, p. 258–269, 2013.

SCHARLAU, C. C. Controle de sistemas chaveados e aplicações. Tese (Doutorado) — PPGEAS, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2013.

SCHURT, L. C.; HERMES, C. J. L.; TROFINO, A. A model-driven multivariable controller for vapor compression refrigeration systems. *International Journal of Refrigeration*, n. 32, p. 1672–1682, 2009.

SCHURT, L. C.; HERMES, C. J. L.; TROFINO, A. Assessment of the controlling envelope of a model-based multivariable controller for vapor compression refrigeration systems. *Applied Thermal Engineering*, n. 30, p. 1538–1546, 2010.

SILVEIRA, A. dos S. Desenvolvimento de um calorímetro automatizado para avaliação de microcompressores. Dissertação (Mestrado) — Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina, Florianópolis - SC - Brasil, 2012. SIM, J. S.; HA, J. S. Experimental study of heat transfer characteristics for a refrigerator by using reverse heat loss method. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, v. 38, n. 5, p. 572–576, 2011.

SIRA-RAMIREZ, H. Nonlinear pulse width modulation controller design. [S.l.]: Elsevier Science, 1993.

STOECKER, W. F.; JONES, J. W. *Refrigeração e Ar Condicionado*. São Paulo, Brasil: McGraW-Hill, 1985.

TASSOU, S. A.; QURESHI, T. Q. Comparative performance evaluation of positive displacement compressors in variable-speed refrigeration applications. *International Journal of Refrigeration*, v. 21, n. 1, p. 29–41, 1998.

TROFINO, A. et al. Switching rule design for switched dynamic systems with affine vecor fields. 48_{st} *IEEE Conference on Decision and Control and* 28_{th} *Chinese Controle Conference*, Xangai, R.P.China, p. 6365–6370, 2009.

TROFINO, A.; COUTINHO, D.; BARBOSA, K. A. Sistemas Multivariáveis: Uma abordagem via LMIs. Florianópolis, Brasil: Universidade Federeal de Santa Catarina - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2003.

TROFINO, A. et al. Stabilizing switching rule design for affine switched systems. 50_{st} *IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando, EUA, p. 1183–1188, 2011.

TROFINO, A. et al. Switching rule design for affine switched systems with \mathcal{H}_{∞} performance. 51_{st} *IEEE Conference on Decision and Control*, Maui, EUA, p. 1923–1928, 2012.

UTKIN, V. I. *Sliding Modes in Control and Optimization*. EUA: Springer-verlag, 1992.

 $\mathbf{AP}\hat{\mathbf{E}}\mathbf{ND}\mathbf{ICE}$ A – Dados do desenvolvimento do controle LQG

A.1 REALIZAÇÃO DE ESTADOS

A realização de estados do sistema de duplo-evaporador é definida pelas matrizes (A.1)-(A.4).



A.2 MODELO DISCRETIZADO DO SISTEMA

O sistema discretizado com período de amostragem de 0,0019 h (7 s) é representado pelas matrizes (A.5)-(A.8).



$$C = 10^{-2} \begin{bmatrix} -0, 6 & -11, 0 & -3, 9 & -36, 7 & -6, 9 & -38, 2 & -3, 2 & -12, 6 \\ -0, 4 & 21, 0 & -24, 3 & 126, 4 & -4, 5 & 167, 0 & -2, 4 & 62, 9 \end{bmatrix}$$
(A.7)
$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(A.8)

A.3 OBSERVADOR E CONTROLADOR DE ESTADOS

Os ganhos do observador de estados são dados pela matriz (A.9).

$$L = \begin{bmatrix} 0, 2116 & 0, 0324 \\ -0, 3142 & -0, 0413 \\ -0, 4766 & -0, 1808 \\ -0, 2767 & 0, 1441 \\ 0, 05145 & -0, 0981 \\ 0, 0474 & 0, 3050 \\ -0, 4472 & -0, 1135 \\ 0, 0366 & 0, 1288 \end{bmatrix}$$
(A.9)

As matrizes de ponderação Q e R da realimentação de estados são definidas por (A.10) e (A.11), respectivamente.

				Q	=					
$\begin{bmatrix} 0, 01 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 $	0 0,01 0 0 0 0 0 0 0	0 0,01 0 0 0 0 0 0	0 0 0,01 0 0 0 0 0	0 0 0,01 0 0 0 0 0	0 0 0 0,01 0 0 0	0 0 0 0 0,01 0 0	0 0 0 0 0 0 0,01 0 0	0 0 0 0 0 0 5000 0	0 0 0 0 0 0 0 0 5000	(A.10)
			R	= [^{0,}	005 0 (0 0,005				(A.11)

Os ganhos da realimentação de estados são dados pela matriz $({\rm A}.12).$

$$K'_{c} = \begin{bmatrix} 4,5757 & -0,5688 \\ -5,6641 & 10,1571 \\ 39,5112 & -9,3616 \\ -81,4383 & 55,9985 \\ 19,4299 & 0,3289 \\ -124,0931 & 72,1786 \\ 10,5536 & -0,0113 \\ -49,5502 & 26,8658 \\ 891,8406 & 140,2114 \\ 442,6722 & -280,0603 \end{bmatrix}$$
(A.12)

ANEXO A – Desigual dades matriciais lineares (LMIs)

A.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A motivação para o estudo de LMIs é trabalhar com problemas convexos que podem ser resolvidos de forma eficiente. Geralmente, os problemas não se encontram na forma de uma LMI, mas podem ser reformulados para tal forma e numericamente resolvidos (BOYD et al., 1994). As definições apresentadas neste anexo, foram retiradas de (TROFINO; COUTINHO; BARBOSA, 2003).

A.2 DEFINIÇÃO DE DESIGUALDADE MATRICIAL LINEAR (LMI)

Uma LMI é uma desigualdade matricial do tipo F(g) > 0, onde $F(g) : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^{q \times q}$ é simétrica e afim nas variáveis de busca que são representadas pelo vetor g. Dessa forma, uma LMI pode ser representada pela expressão (A.1).

$$F(g) = F_0 + \sum_{i=1}^m g_i F_i > 0$$
, $g_i = [g_1 \dots g_m]'$ (A.1)

onde $F_i = F'_i \in \mathbb{R}^{q \times q}$ são matrizes dadas e g_i são variáveis escalares a serem determinadas de forma a satisfazer a desigualdade em (A.1). Quando existe uma solução g para satisfazer F(g) > 0, a LMI é factível.

Um problema que pode ser expresso na forma (A.1) pode ser resolvido com pacotes computacionais eficientes (LöFBERG, 2004). Como exemplo de problema que pode ser colocado na forma (A.1) pode ser citado o problema de estabilidade de Lyapunov definido por (A.2).

$$A'P + PA < 0 \quad , \quad P > 0 \tag{A.2}$$

onde P é uma matriz simétrica a ser determinada e $\dot{X} = AX$ define o sistema em estudo. Nesse caso, o vetor g na expressão (A.1) consiste dos elementos da matriz P e as matrizes F_i são obtidas a partir dos elementos da matriz A.

A.3 LEMA DE FINSLER

O Lema de Finsler, enunciado no Lema A.3.1, permite que restrições de igualdade possam ser inseridas em uma única desigualdade que pode ser resolvida via LMI.

Lema A.3.1 Seja $C \in \mathbb{R}^{n \times m}$ uma matriz dada e C_0 uma base para o espaço nulo de C. Seja F(g) uma função afim em $G \in \mathbb{R}^q$ com $F(g) = F(g)' \in \mathbb{R}^{m \times m}$. As condições (A.3)-(A.6) são equivalentes.

$$\exists g: x'F(g)x < 0 \forall x \in \mathbb{R}^m : Cx = 0, x \neq 0$$
 (A.3)

- $\exists g, L: F(g) + LC + C'L' < 0, \quad L \in \mathbb{R}^{m+n}$ (A.4)
- $\exists g: C_0' F(g) C_0 < 0 \tag{A.5}$

$$\exists g, \alpha : F(g) - \alpha C'C < 0, \ \alpha \in \mathbb{R}$$
(A.6)

A.4 PROCEDIMENTO S

A técnica conhecida como procedimento S permite concatenar várias restrições escalares de desigualdade em uma única. Para reduzir o conservadorismo, a técnica introduz multiplicadores como fatores de ponderação a serem determinados.

Sejam $T_i, \ldots T_p \in \mathbb{R}^{n \times n}$ matrizes simétricas dadas e $F(g) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ uma função afim em g. Considere o problema de encontrar g, se possível, tal que a condição (A.7) seja satisfeita.

$$\xi' F(g) \xi > 0, \quad \forall \xi \neq 0: \quad \xi' T_i \xi \ge 0, \quad i = 1, \dots p$$
 (A.7)

É fácil perceber que se existem escalares $\tau_i \ge 0$, $i = 1, \dots p$ e algum g tais que a condição (A.8) é satisfeita, então (A.7) é satisfeita.

$$F(g) - \sum_{i=1}^{p} \tau_i T_i > 0 \tag{A.8}$$

A condição (A.8) é uma LMI nas variáveis $g \in T_i$.

A.5 SISTEMAS INCERTOS

Um problema ao se trabalhar com sistemas incertos, é como tratar as incertezas na formulação final do problema. Uma solução é desecrever os possíveis valores das variáveis incertas através de uma combinação convexa dos valores extremos que esta pode assumir. Uma incerteza δ pode ser definida como em (A.9).

$$\delta \in \mathcal{B}_{\delta} = \{\delta_i : |\delta_i| < a_i \ , \ i = 1, \dots, q\}$$
(A.9)

onde \mathcal{B}_{δ} representa um politopo¹ com 2^{q} vértices, onde q é o número de incertezas do problema. Para um problema com duas incertezas, o politopo \mathcal{B}_{δ} que descreve estas incertezas pode ser representado pela Figura 70.



Figura 70 – Representação de um politopo para um problema com duas variáveis incertas.

Essa abordagem para descrever incertezas é conhecida como abordagem politópica e formalmente é enunciada na Definição A.5.1 .

Definição A.5.1 A classe de matrizes $\mathcal{A}(\delta)$ com incertezas na forma politópica pode ser descrita pelo conjunto (A.10).

 $^{^1{\}rm Politopo}$ é um conjunto convexo fechado que pode ser representado pela combinação convexa dos vértices ou por inequações matriciais.

$$\mathcal{A} = \{A : A = \sum_{i=1}^{j} q_i A_i \ , \ \sum_{i=1}^{j} q_i = 1 \ , \ q_i \ge 0\}$$
 (A.10)

onde ${\cal A}$ é convexo, fechado e as matrizes A_i são conhecidas. \Box