

Valéria Gradinar

**A TESE DA SUBDETERMINAÇÃO DA METAFÍSICA
PELA FÍSICA:
EM DEFESA DE UMA ONTOLOGIA DE NÃO-INDIVÍDUOS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-graduação em Filosofia da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Filosofia.

Área de Concentração: Epistemologia e Lógica

Orientador: Prof. Dr. Décio Krause
Coorientador: Prof. Dr. Jonas R. B. Arenhart

Florianópolis
2014

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Gradinar, Valéria

A tese da subdeterminação da metafísica pela física : em
defesa de uma ontologia de não-indivíduos / Valéria
Gradinar ; orientador, Décio Krause ; coorientador, Jonas
Rafael Becker Arenhart. - Florianópolis, SC, 2014.
184 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro de Filosofia e Ciências Humanas. Programa
de Pós-Graduação em Filosofia.

Inclui referências

1. Filosofia. 2. Mecânica quântica. 3. Não-indivíduos. 4.
Lógicas não-reflexivas. 5. Teoria de quase-conjuntos. I.
Krause, Décio. II. Arenhart, Jonas Rafael Becker. III.
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-
Graduação em Filosofia. IV. Título.

Folha de aprovação da banca

Ao Otto, por todo apoio e incentivo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, professor Décio Krause, pelos ensinamentos e pelas aulas, onde não faltaram entusiasmo e provocações com propostas filosóficas inquietantes, que durante dias ecoavam na minha mente, às vezes tirando-me o sono, mas sempre despertando-me para questionamentos que, além de resultarem nesta dissertação, foram absolutamente indispensáveis na formação e construção do meu pensamento filosófico. Agradeço também pela dedicação e, sobretudo, pelo apoio pessoal na última fase da orientação desta dissertação, pela confiança depositada em mim e pelo incentivo sempre presente que aumentava cada vez mais minha energia para enfrentar as dificuldades e conseguir finalizar mais uma etapa.

Ao meu coorientador, professor Jonas Rafael Becker Arenhart, pela generosidade e gentileza, pelo exemplo de conduta acadêmica que, mesmo sem estar presente no início, sempre e prontamente auxiliou-me nos meus questionamentos filosóficos, nas referências deste trabalho, ensinando-me tanto nas conversas por e-mails como nos comentários que fazia dos meus textos.

Ao professor Cezar Mortari e professor Gustavo Caponi, que compuseram a banca de qualificação, pelas contribuições, críticas e observações.

A todos os professores do curso de pós-graduação, especialmente ao professor Newton da Costa, pelas aulas imperdíveis e instigantes às quais nunca me permiti faltar.

Aos meus colegas, que sempre contribuíram com ideias e trocas de discussões interessantes, regadas a cafezinho, das quais sempre resultaram excelentes argumentos filosóficos, como também somavam-se mais questionamentos sobre o conhecimento que tanto nos apaixonava.

Aos meus familiares e, principalmente, ao meu marido Otto, que apoiou-me e incentivou-me durante todo este período e participou deste momento com compreensão e paciência, mesmo tendo, às vezes, que suportar a minha prioridade aos estudos.

“The opposite of truth is not necessarily a lie but another profound truth.”

Niels Bohr (1885-1962)

“O contrário da verdade não é necessariamente uma mentira, mas uma outra profunda verdade.”

Niels Bohr (1885-1962)

RESUMO

A tese da subdeterminação da metafísica pela física se estabelece a partir da leitura da mecânica quântica não-relativística, relativamente aos pacotes metafísicos incompatíveis que a teoria permite (certamente, estende-se a outras teorias físicas, como as teorias quânticas de campos, que no entanto não serão tratadas aqui). Tanto uma ontologia de indivíduos como uma ontologia de não-indivíduos são admitidas pelo formalismo padrão, sem que a teoria decida por nenhum desses pacotes metafísicos. Isso significa que a opção de escolha acaba sendo de ordem metafísica, fomentando muito as discussões filosóficas no contexto da física quântica sobre a individualidade dos objetos quânticos. Um dos pontos cruciais desse debate é a discussão sobre conceitos, tais como identidade e indiscernibilidade, assim como sobre a validade do *Princípio de Identidade dos Indiscerníveis*, comumente usado como princípio auxiliar de uma das teorias de individuação (teoria de feixes de propriedades). Podemos dizer que há duas metodologias para abordar esse assunto: uma visão da metafísica tomada pelo seu sentido absoluto, que podemos designar por uma metafísica tradicional; e outra, relativa a alguma teoria, tomada em um sentido naturalizado. Pela visão de uma metafísica tradicional, a qual não leva em conta a ciência empírica para desenvolver a sua ontologia, as categorias ontológicas já estão definidas de antemão. Contrariamente, a visão chamada metafísica naturalizada constrói a sua ontologia, levando em conta as teorias científicas e, por isso, abre espaço para novas categorias ontológicas ainda não consideradas pela metafísica tradicional. A partir dessas duas perspectivas metodológicas, alguns posicionamentos configuram-se: (i) há defensores de uma ontologia de indivíduos, mesmo através de uma metodologia naturalizada; (ii) há aqueles que rejeitam ambos os pacotes metafísicos, adotando um realismo de estruturas; como também, (iii) há aqueles que não se pronunciam sobre a questão, dado que a teoria por si só não a decide. A posição que defenderemos neste trabalho, diferentemente dos posicionamentos anteriores, consiste em romper esse impasse em favor de uma ontologia de não-indivíduos, o que significa quebrar a subdeterminação. Após a discussão sobre a não-individualidade, focalizaremos a nossa argumentação em uma teoria de quase-conjuntos, a qual pode tratar de coleções de objetos que não são indivíduos, ou seja, objetos que não respeitam as leis tradicionais da identidade da lógica clássica. Defenderemos que esse tipo de teoria pode ser mais adequada para representar as entidades da mecânica quântica, quando esta é interpretada, adotando-se uma ontologia de não-

indivíduos. Discutiremos também as lógicas subjacentes a esta teoria (lógicas não-reflexivas), bem como algumas das principais críticas feitas a essas lógicas. Acreditamos que a teoria de quase-conjuntos, exposta neste trabalho, apresenta mais vantagens aos propósitos de uma fundamentação mais rigorosa das entidades quânticas, vistas como não-indivíduos.

Palavras-chave: Subdeterminação da metafísica. Não-indivíduos. Mecânica quântica. Lógicas não-reflexivas. Teoria de quase-conjuntos.

ABSTRACT

The thesis of the underdetermination of metaphysics by physics is established from a reading of non-relativistic quantum mechanics, relative to the incompatible metaphysical packages that the theory permits (certainly, it extends to other physical theories, such as quantum field theories, which, however, are not treated here). Both an ontology of individuals as well as an ontology of non-individuals are admitted by the standard formalism, without the theory being decided by either of these metaphysical packages. This means that the option of choice winds up being of a metaphysical nature, strongly supporting the philosophical discussions in the context of quantum physics about the individuality of quantic objects. One of the essential points of this debate is the discussion about concepts, such as identity and indiscernibility, as well as the validity of the *Principle of Identity of Indiscernibles*, which is commonly used as an auxiliary principle to one of the theories of individuation (bundle theory). We can say that there are two methodologies for addressing this subject: a vision of metaphysics understood in the absolute sense, which we can designate as traditional metaphysics, and another relative to some theory, understood in a naturalized sense. Through the vision of a traditional metaphysics, which does not consider empiric science to develop its ontology, the ontological categories are already defined beforehand. Contrary to this, the view called naturalized metaphysics constructs its ontology considering scientific theories, and for this reason opens space to new ontological categories that are still not considered by traditional metaphysics. Based on these two methodological perspectives, some positions are formed: (i) there are those who defend an ontology of individuals, even through a naturalized methodology; (ii) there are those who reject both the metaphysical packages, adopting a realism of structures; and (iii) there are those who do not address the issue, given that theory on its own does not decide. The position that we defend in this study, unlike the previous positions, consists in breaking this impasse in favor of an ontology of non-individuals, which means breaking the underdetermination. After a discussion about non-individuality, we focus our argument on a quasi-set theory, which can involve collections of objects that are not individuals, that is, objects that do not respect the traditional laws of identity of classical logic. We defend that this type of theory can be more suitable for representing the entities of quantum mechanics, when this is interpreted, adopting an ontology of non-individuals. We also discuss the logics subjacent to this

theory (non-reflexive logics), as well as some of the main criticisms made of these logics. We believe that quasi-set theory, presented in this study, has more advantages to the proposals of a more rigorous foundation of the quantic entities, seen as non-individual.

Keywords: Underdetermination of metaphysics. Non-individuals. Quantum mechanics. Non-reflexive logics. Quasi-set theory.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|-----|
| Figura 1 – O Universo dos Q-sets | 153 |
| Figura 2 - Estrutura da cadeia molecular e estrutura espacial dos isômeros | 159 |

SUMÁRIO

| | |
|---|-----|
| 1 INTRODUÇÃO AO TEMA DA SUBDETERMINAÇÃO | 19 |
| 1.1 O PROBLEMA DA SUBDETERMINAÇÃO | 19 |
| 1.2 ALGUNS TIPOS DE SUBDETERMINAÇÃO | 24 |
| 1.3 ALGUMAS QUESTÕES FILOSÓFICAS SOBRE A SUBDETERMINAÇÃO | 31 |
| 1.4 DUAS SUPOSIÇÕES METAFÍSICAS | 38 |
| 1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO | 44 |
| 1.6 OBSERVAÇÕES GERAIS | 46 |
| 2 INDIVÍDUOS E NÃO-INDIVÍDUOS | 49 |
| 2.1 PROBLEMA DA INDIVIDUALIDADE | 49 |
| 2.2 PRINCÍPIOS DE INDIVIDUALIDADE | 52 |
| 2.2.1 Teorias de feixes de propriedades | 53 |
| 2.2.2 Teorias do substrato | 57 |
| 2.2.3 Instância da individuação espaço-temporal | 59 |
| 2.2.4 Discernibilidade numérica e identidade | 61 |
| 2.3 NÃO-INDIVÍDUOS NA MECÂNICA QUÂNTICA | 65 |
| 2.3.1 Algumas noções dos conceitos formais da mecânica quântica | 67 |
| 2.3.2 Início da teoria quântica | 73 |
| 2.3.3 Sobre as probabilidades nas medidas estatísticas | 76 |
| 2.3.4 Medidas estatísticas na mecânica quântica | 78 |
| 2.4 SUBDETERMINAÇÃO: DUAS ONTOLOGIAS POSSÍVEIS | 83 |
| 3 ‘QUEBRANDO’ A SUBDETERMINAÇÃO METAFÍSICA .. | 89 |
| 3.1 PROBLEMAS COM A NOÇÃO DE NÃO-INDIVÍDUOS | 89 |
| 3.1.1 Algumas críticas aos não-indivíduos | 92 |
| 3.2 DISCERNIBILIDADE FRACA | 95 |
| 3.3 INDIVIDUALIDADE PRIMITIVA | 102 |
| 3.4 ASSUMINDO NÃO-INDIVÍDUOS | 107 |
| 4 FUNDAMENTOS FORMAIS DA NÃO-INDIVIDUALIDADE .. | 115 |
| 4.1 ASPECTOS FORMAIS DA NÃO-INDIVIDUALIDADE | 115 |
| 4.1.1 Identidade e individualidade | 116 |
| 4.1.2 Sobre a lógica subjacente às teorias | 118 |
| 4.1.3 Aspectos relevantes para uma teoria de não-indivíduos | 121 |
| 4.2 LÓGICAS NÃO-REFLEXIVAS | 123 |
| 4.2.1 Sistemas não-reflexivos e suas motivações | 124 |
| 4.2.2 As lógicas de Schrödinger – o sistema S | 131 |
| 4.2.3 Algumas críticas dessa abordagem | 134 |
| 4.3 INTRODUÇÃO À TEORIA DE QUASE-CONJUNTOS \mathcal{Q} | 137 |
| 5 A TEORIA DE QUASE-CONJUNTOS \mathcal{Q} | 143 |
| 5.1 O FORMALISMO DA TEORIA DE QUASE-CONJUNTOS | 143 |
| 5.1.1 Axiomas, postulados e alguns teoremas de \mathcal{Q} | 144 |
| 5.1.2 Quase-relações e quase-funções | 149 |
| 5.1.3 Quase-cardinais | 151 |

| | |
|-------------------------------------|------------|
| 5.2 ASPECTOS SEMÂNTICOS..... | 161 |
| 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS | 167 |
| REFERÊNCIAS | 175 |

1 INTRODUÇÃO AO TEMA DA SUBDETERMINAÇÃO

Neste capítulo introdutório, iniciaremos com a apresentação do problema da subdeterminação de modo geral e, em particular, a subdeterminação da metafísica pela física. Abordaremos o modo que a mecânica quântica não-relativista¹ pode ser vista, sendo compatível com, pelo menos, dois tipos distintos de ontologia: uma ontologia de indivíduos e uma ontologia de não-indivíduos (uma terceira possibilidade, consistindo de uma ontologia de estruturas não será desenvolvida aqui, pois neste trabalho estamos interessados em ontologias que tratam de objetos). Também discutiremos a alegação de que a possibilidade de duas ontologias distintas e compatíveis com uma mesma teoria levanta um problema filosófico para o realista em filosofia da ciência. De fato, a tese da subdeterminação pode ser vista de modo a colocar em pauta uma discussão entre o realismo científico e o antirrealismo, sobretudo, porque nesse ponto há um dilema enfrentado por aqueles que utilizam uma via metodológica naturalista: de como quebrar a subdeterminação e tentar superá-la, uma tarefa que um realista, supostamente, deve conseguir realizar. Também apresentaremos a estrutura geral do trabalho, dando um panorama dos capítulos que se seguem.

1.1 O PROBLEMA DA SUBDETERMINAÇÃO

Se perguntarmos progressivamente do que são feitos os objetos que nos rodeiam, como as coisas que estamos acostumados a ver na nossa casa, tais como mesas, cadeiras, livros, ou na natureza, como árvores, montanhas, ou mesmo qualquer objeto que transita no universo, como planetas e estrelas, em algum momento chegaremos ao problema filosófico de se determinar a unidade mais básica de individualidade constituinte dos objetos particulares. Há, pelo menos, duas metodologias

¹ O termo ‘mecânica quântica’ em todas as suas menções neste trabalho refere-se ao formalismo teórico padrão apresentado via espaço de Hilbert na disciplina da física quântica. Além disso, nesta dissertação trataremos apenas da interpretação ortodoxa da mecânica quântica não-relativista, ou também como é conhecida, a interpretação de Copenhague, mesmo quando mencionarmos somente ‘mecânica quântica’. Ao contrário da Teoria Quântica de Campos, por exemplo, a teoria na sua versão não-relativista não considera o tempo relativo da Relatividade Geral, como também não considera a gravidade, ou seja, considera apenas o tempo clássico em suas teorias e experimentos.

através das quais podemos conduzir este tipo de investigação ontológica, ambas com suas vantagens e desvantagens.

Um dos modos de fazer essa investigação é assumir a perspectiva tradicional da metafísica através da qual, já se admite, por princípio, uma teoria metafísica acerca da individualidade, dado que a metafísica por essa visão desenvolve-se independentemente de considerações oriundas da ciência. Outra via metodológica consiste em uma perspectiva ‘naturalizada’ da metafísica a qual, contrariamente à tradicional, leva em consideração o que as teorias científicas dizem-nos a respeito do objeto físico, abrindo espaço para uma interação entre ciência e filosofia. Para os nossos propósitos acerca da defesa de uma ontologia dos não-indivíduos, seguiremos inicialmente essa última linha de abordagem, ou seja, vamos partir de uma teoria científica para tentar abarcar alguma explicação sobre a questão metafísica da individualidade das entidades tratadas por ela. Assim, a nossa análise utilizar-se-á da Física Quântica que trata com o que há de mais elementar nestes objetos, ditos objetos físicos quânticos, denominados também de modo genérico, moléculas, partículas quânticas, ou apenas partículas².

De um modo geral, ao levar-se em conta uma abordagem científica, o que pretende-se de fato é atribuir uma objetividade tradicionalmente concebida a uma relação de estreita correspondência entre a Ciência e a ‘verdade’, ou entre a Ciência e a ‘descrição da realidade’, ou mais comumente, entre proposições teóricas e proposições observacionais. Entretanto, no que se refere à tentativa de determinar o que seria esse objeto físico quântico, incluindo suas peculiaridades, várias interpretações são compatíveis com o formalismo da teoria quântica, parecendo dar a *nós* as opções de possíveis escolhas científicas. Por exemplo, a tentativa de descrever a realidade através das várias interpretações da mecânica quântica mostra diferentes

² O termo ‘partícula’ na acepção que usaremos neste trabalho refere-se a ‘partícula elementar’, como é empregada na linguagem usual dos físicos na mecânica quântica. A ‘partícula elementar’ nada tem de elementar, pois refere-se, genericamente, a todos os componentes do átomo como prótons, nêutrons e elétrons, bem como a suas estruturas indecomponíveis como sistema. No entanto, sabemos e estaremos levando em conta que, dependendo da interpretação adotada, dentre as várias possíveis, da mecânica quântica, o emprego da palavra ‘partícula’ não seria adequado como, por exemplo, na Teoria Quântica de Campos, QFT [Ver discussões a respeito em (FALKENBURG, 2007, cap. 6); (FRENCH E KRAUSE, 2010, pp. 117-118)]. Mas para os nossos propósitos, vamos supor o objeto físico quântico, genericamente, como partícula elementar no tratamento da individualidade.

tratamentos da partícula, todos permitidos pela teoria. Ainda nesse sentido, Pessoa Jr. (2005), observa que referente às interpretações do objeto físico quântico não há uma ontologia única adotada. O objeto quântico ora considerado como onda³, ora como partícula, ora como ambas sofrerá diferentes interpretações sobre como a constituição do mundo se processa por esses objetos. Uma das interpretações, a de David Bohm, por exemplo, possui implicações claras acerca da individualidade das partículas, mas às custas de admitir pressupostos metafísicos como as variáveis ocultas. Mas não iremos tratar aqui desse tipo de interpretação. Como dissemos em nota, iremos utilizar a interpretação padrão, dita interpretação ortodoxa, por considerar o cálculo da mecânica quântica a forma mais neutra possível em termos metafísicos.

A questão sobre a natureza metafísica das entidades tratadas pela teoria encontra-se, pelo nosso ponto de vista, sem uma definição, pois quando perguntamos pela individualidade da partícula, de modo mais específico, a mecânica quântica não se mostra resolvida. Desse modo, gostaríamos de enfatizar que o centro gerador da nossa discussão nesta dissertação baseia-se no fato de que a mecânica quântica ‘sugere-nos’ uma resposta que admite, pelo menos, duas noções incompatíveis de entidades que podem povoar a ontologia associada ao seu formalismo: indivíduos e não-indivíduos. Não se trata apenas de haver duas concepções ontológicas rivais mas, sobretudo, a teoria não nos sinaliza, decisivamente, por qual dessas noções devemos tratar os objetos quânticos. Isto é, a teoria não nos fornece subsídios empíricos para determinarmos como devemos tratar a partícula, ou qual pacote metafísico devemos adotar: se indivíduos ou não-indivíduos. Levando em conta esse fato, podemos dizer que a existência de mais de uma concepção acerca da natureza metafísica dos objetos físicos, ambas admissíveis pela mecânica quântica, implica que há uma subdeterminação da metafísica pela física ou, *a segunda tese da*

³ Quando falamos em ‘onda’ na mecânica quântica, temos que levar em conta que trata-se de um conceito distinto daquele advindo da física clássica e que, presentemente, há muita discussão sobre o seu estatuto ontológico [Maiores detalhes, ver (ALBERT E NEY, 2013)]. A concepção de onda que temos da física clássica, como onda mecânica, ou onda de rádio, servem-nos apenas como analogias heurísticas que podemos formar intuitivamente a respeito do fenômeno quântico. Uma onda, em mecânica quântica, *não é* algo que pode ser comparado a uma onda no mar.

subdeterminação [(FRENCH, 1998, p. 95); (FRENCH E KRAUSE, 2006, pp.189-190)], denominação dada por French e Krause, em relação à ‘primeira tese da subdeterminação’ sobre a qual também entraremos em detalhes adiante.

Devemos entender, no entanto, que assumir ambas as ontologias, em princípio, também é uma opção, mas não de forma a descrever a natureza ontológica dos seres em geral, mas, sim, admitindo uma descrição pela perspectiva de estruturas. Tal perspectiva considera que objetos são derivados de estruturas ou relações, logo os objetos não são considerados entidades metafísicas basilares. Por isso, sendo os objetos entidades metafísicas secundárias, a subdeterminação da metafísica não entraria no rol das preocupações dessa perspectiva, ao contrário, a subdeterminação metafísica seria aceita às custas de uma visão diferente da visão clássica do realismo: o realismo estrutural ontológico (REO). Porém, segundo nossa interpretação, podemos dizer que a perspectiva do REO acaba por acrescentar mais uma entidade a ser descrita metafisicamente, de modo que teríamos que dar conta das estruturas ou relações, além dos indivíduos e não-indivíduos, como escolhas metafísicas. De qualquer forma, no que concerne ao tipo de visão do realismo que nos comprometemos, devemos ter em conta que há dois modos pelos quais podemos tratar esta questão: um realismo de objetos, ou um realismo de estruturas. A nossa perspectiva dar-se-á através do realismo objetual, o qual considera os objetos particulares como a última instância metafísica dos objetos em geral e, desse modo, teremos que dar conta desses objetos: se indivíduos, ou não-indivíduos.

A situação que se apresenta é especialmente problemática para aqueles que tentam determinar a natureza das partículas exclusivamente através de recursos da teoria, ou seja, para aqueles que concebem a metafísica sob uma perspectiva ‘naturalizada’, pois tanto a explicação teórica científica como também a empírica não sugerem de modo decisivo qual é sua ontologia. Caberia questionar, então, o que nos faz optar por uma ontologia em detrimento da outra, como também questionar através de que tipo de princípios metafísicos justificar-se-ia tal preferência entre essas ontologias.

Tais conjecturas parecem afastar-nos dos pressupostos científicos e aproximar-nos das considerações de uma metodologia mais tradicional, onde não se buscam nos recursos científicos, nem na mecânica quântica respostas para problemas ontológicos (ARENHART, 2012a, pp. 349-353). Em uma tomada de posição como esta, frente aos problemas ontológicos, a concepção acerca do princípio de individualidade já estaria posta, independentemente das teorias

científicas, havendo uma doutrina metafísica anterior à investigação científica e, sendo assim, a subdeterminação não faria sentido. Nesta concepção tradicional, a metafísica é tomada como uma ‘filosofia primeira’ através da qual determina-se como o mundo é constituído, independentemente da teoria científica. Ou seja, para os filósofos defensores dessa visão, já há de antemão uma teoria estabelecida a respeito da individualidade de todos os objetos e, em particular, das partículas da mecânica quântica. Metodologicamente, as duas visões de considerar a metafísica, tradicional e naturalizada, mostram-se como perspectivas opostas e concorrentes, porém cada qual com suas dificuldades. Se, por um lado, a individualidade da partícula for a única opção ontológica como apregoa a visão tradicional, seria desconcertante à ciência considerar a ontologia sob esferas transcendentais e, se por outro lado, considerarmos as questões ontológicas exclusivamente através das teorias científicas, como pretendiam os defensores da ‘Visão Recebida’ (*Received View*), também seria problemático, pois à medida que a concepção naturalizada da metafísica revela que a teoria científica não arbitra satisfatoriamente quanto à sua ontologia, se estabelece uma subdeterminação.

No entanto, concordamos com Arenhart ao afirmar que pode haver uma perspectiva menos conflitante que seja possível buscar uma conciliação entre essas duas possibilidades metodológicas sobre a perspectiva ontológica a ser adotada, ao buscar apoio nas investigações científicas para as investigações filosóficas:

[...] se tem sugerido que a própria metafísica deve passar por um processo de ‘naturalização’, e a ontologia, em particular, deve se ater segundo esta proposta apenas ao estudo daquilo que há relativamente às nossas melhores teorias científicas. Devemos notar que, ao menos aparentemente, neste último sentido o estudo da ontologia deve ter um caráter quase sempre provisório, sempre dependente da situação atual no desenvolvimento das teorias científicas (ARENHART, 2011, p. 11).

O que parece-nos a princípio é que, se quisermos superar a subdeterminação para qualquer um dos lados, deveremos buscar as respostas baseando-nos em outros fatores que não aqueles advindos da teoria. Nesses termos, qualquer uma das escolhas metafísicas dependeria de aspectos não-formais da ciência, entretanto incluiria entre esses aspectos razões plausíveis para aqueles que lidam com os seus fundamentos. Ao assumir a tentativa de defesa de uma metafísica de

não-indivíduos, escolhemos por quebrar a subdeterminação. Entretanto, entendemos que assumir a defesa dos não-indivíduos significa ir além de romper uma subdeterminação metafísica, ou seja, arcarmos com o ônus de fornecer argumentos para uma nova ontologia.

Veremos em seguida os tipos de subdeterminação que aparecem nas investigações da filosofia e fundamentos da ciência. Devemos notar que o termo *subdeterminação* não possui um único significado bem determinado no contexto dessas discussões, de modo que acreditamos que um panorama geral acerca desta noção poderá ser útil para deixarmos claro qual tipo de subdeterminação estamos tratando.

1.2 ALGUNS TIPOS DE SUBDETERMINAÇÃO

A subdeterminação das teorias pelos dados empíricos, chamada ‘primeira tese da subdeterminação’, é uma tese pertinente a todas as ciências, de modo geral, contudo é possível considerar o termo *subdeterminação* em vários sentidos distintos, como tem sido empregada na filosofia da ciência. Nosso estudo, tratará desta questão mais especificamente no contexto da Física Quântica. Dessa forma, as várias considerações do termo que faremos, a seguir, apenas visam a mencioná-las de forma genérica com o objetivo de formar um contraponto àquela que nos interessa.

Vamos iniciar nossa abordagem geral da subdeterminação com um tipo genérico, a *subdeterminação das teorias científicas pelos dados ou pelas evidências*, que adota uma estrutura de representação chamada abordagem semântica. Trata-se da possibilidade de um determinado conjunto de subestruturas empíricas poder ser incorporado em mais de um conjunto de estruturas teóricas. Isto é, a ideia de várias teorias darem um suporte explicativo para determinado fato empírico leva a crer que a ‘correlação não implica causa’. Na prática, é difícil ao cientista encontrar qual seria a estrutura teórica em questão, pois diferentes teorias poderiam ser suportadas pelo mesmo conjunto de dados, levantando o questionamento sobre o porquê de assumir uma teoria em detrimento da(s) outra(s). Nesse sentido, dizemos que o fenômeno subdetermina o que acreditamos ser a relação causal entre teoria e a evidência. Os exemplos desse tipo de subdeterminação podem ser encontrados em vários contextos da ciência, como na Biologia, Sociologia, mas, se quisermos nos referir à Física especificamente, é

perfeitamente aplicável esse tipo de subdeterminação⁴ em questões como as diversas teorias que interpretam o fenômeno quântico: ora como partícula, ora como onda, ora como ambas. Obviamente, entram em jogo questões referentes ao realismo científico, que entende que as teorias científicas oferecem sentenças *aproximadamente* verdadeiras referentes a objetos do mundo, mas não entraremos em detalhes quanto aos posicionamentos filosóficos, por enquanto.

Encontramos também na filosofia da ciência o termo *subdeterminação holística*, em referência às ideias de Pierre Duhem (1861-1916) e Quine (1908-2000). O holismo teórico e a subdeterminação das escolhas teóricas pela evidência empírica são teses centrais na filosofia da ciência de Duhem. Ele argumentava sobre os problemas e desafios para confirmar teorias em Física, em contraste com teorias em Química e em Psicologia. Quine, no entanto, sugeria que esses desafios não se aplicavam apenas às teorias científicas, mas poderiam ser estendidos a argumentos sobre todo o conhecimento humano. Em resumo, podemos dizer que a subdeterminação holística refere-se ao argumento que teorias ou hipóteses podem apenas submeter-se a testes empíricos, se considerados em grupo, nunca isoladamente. A subdeterminação surge sempre que a nossa incapacidade para testar hipóteses isoladas subdetermina as nossas respostas, ao correlacionar dados com a teoria, ou quando a teoria não confirma a evidência, demonstrando falha em nossas previsões. Isso acontece porque as hipóteses têm implicações e consequências empíricas somente quando consideradas holisticamente, ou seja, consideradas em conjunto com outras hipóteses auxiliares que, no caso, poderiam ser teorias, hipóteses sobre instrumentos, medidas, etc. Desse modo, uma falha nas previsões, ou nas consequências empíricas, abre a possibilidade de abandonar um panorama de crenças as quais nos serviam de suporte teórico. A tese da subdeterminação, comumente associada à tese Duhem-Quine, surge como um desafio para o realismo, pois a escolha de quais teorias acreditar é subdeterminada pelos dados [Para detalhes históricos, ver (BEN-MANAHEM, 2006)].

⁴ A literatura oferece muitas referências sobre essa forma genérica de subdeterminação. Algumas delas podem ser encontradas em: (Stanford, Kyle, "Underdetermination of Scientific Theory", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2009 Edition), Edward N. Zalta (ed.). Disponível em: (<http://plato.stanford.edu/archives/win2009/entries/scientific-underdetermination/>); (FRENCH, 1998, p. 95); (FRENCH, 2011, p. 206); (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 189); (PESSOA JR., 2005, p. 127).

Outra modalidade de subdeterminação é indicada por Steven French, nomeada *subdeterminação Jones*. Trata-se de uma crítica ao realismo de Roger Jones, em *'Realism about what?'*, pelo qual alega-se ver a ciência sendo preenchida com definições e descrições de objetos, propriedades, processos e esclarecimentos, com intuito de uma correspondência completa com a ordem natural e, por isso, essa visão realista não poderia ser alcançada. No entanto, o realista argumenta através do exemplo da teoria da Relatividade Geral, pela qual diferentes 'interpretações' são sustentadas e podem ser vistas pelos realistas como modelos diferentes da teoria, sendo, no melhor dos casos, parcialmente verdadeiras, e significando que há variadas soluções das equações de campo de Einstein que proporcionam modelos diferentes de universo (FRENCH, 2011, p. 208).

Ainda com relação a modelos teóricos possíveis e diferentes, há um tipo de subdeterminação que refere-se às formulações algébricas hamiltoniana e lagrangiana da mecânica quântica. As equações hamiltonianas ou simplesmente a hamiltoniana de um sistema, denominada por H , representa a energia total do sistema físico considerado, dadas por $\dot{q} = \partial H / \partial p$ e $\dot{p} = -\partial H / \partial q$, onde p representa o momento generalizado; q representa as coordenadas generalizadas; e, H é dada por $(H(p, q, t))$. E, as equações de Lagrange, onde L representa a diferença entre as energias cinética e potencial é dada por $d/dt(\partial L / \partial \dot{q}) = \partial L / \partial q$.

As formulações algébricas acima estão diretamente relacionadas com as equações de Newton, cujos conteúdos podem ser codificados nas estruturas definidas sobre os espaços que a hamiltoniana e a lagrangiana determinam. Algumas diferenças, no entanto, podem ser destacadas em tais equações, como o espaço referido em cada uma dessas formulações: basicamente, a hamiltoniana refere-se aos espaços iniciais de um sistema, onde se consideram os possíveis estados instantâneos permitidos, enquanto que, na lagrangiana, o espaço referido é aquele das soluções do sistema. É perfeitamente possível uma transformação algébrica apropriada entre as equações, onde a lagrangiana produz a hamiltoniana e, por isso, pode-se dizer que ambas são intercambiáveis. Porém, esse movimento de transformação algébrica acarreta duas preocupações citadas por Pooley, como observa French (2011), onde evidenciam-se razões para pensarmos em uma subdeterminação. Uma delas diz respeito ao fato de que diferentes formulações podem ser entendidas, originando diferentes estruturas algébricas, e a outra é que não é suficiente uma interrelação entre as estruturas das equações para dar conta de uma interpretação que correspondesse mais fielmente à

realidade, ao contrário, seria necessário uma *estrutura unificadora e única* (grifo do autor).

French (2011) diz ainda que o que temos aqui, até agora, são estruturas diferentes de um mesmo modelo teórico, onde uma delas pode ser considerada excedente em relação à outra e, por isso, caberia uma escolha de qual das formulações dever-se-ia preferir no tratamento de um sistema quântico. Desse modo, a alegação do realismo de estruturas vale-se exatamente desse possível intercâmbio de estruturas para apoiar o argumento de que há uma estrutura subjacente a essas formulações, justamente com a qual deveríamos estar comprometidos. [(FRENCH, 2011, p. 209), (FRENCH e LADYMAN, 2003)].

Como percebemos, pela alegação acima, abandona-se a discussão sobre objetos particulares e o foco direciona-se às relações desses objetos, focalizando agora uma perspectiva possível de enfrentar a subdeterminação, aceitando-a através do realismo ontológico estrutural (REO), ao invés de quebrá-la. No entanto, concordamos com Krause e Arenhart, quando dizem que trata-se mais de uma perspectiva no debate do que uma opção metafísica (KRAUSE E ARENHART, 2013a, p. 175).

A *subdeterminação modal*, atribuída a van Fraassen, surge como outra variedade de subdeterminação vinculada a uma questão histórico-temporal. Sob o ponto de vista de um desenvolvimento teórico, considera-se nesta acepção o estágio de formalização científica que pode possibilitar, ou não, que uma estrutura teórica seja sustentada, desencadeando, por vezes, um possível curso ‘alternativo’ na história da ciência. Neste sentido, van Fraassen argumenta que cada teoria científica de um período histórico admite várias interpretações sustentáveis. Uma possível leitura nesta abordagem de van Fraassen poderia compreender as diferentes interpretações de uma teoria, como se fossem morfismos dentro de teorias diferentes, o que explicaria as restrições empíricas no decorrer da história da ciência. Por outro lado, alegações de dimensão histórica, como as que refere-se van Fraassen ao afirmar que “[n]ão pode haver, em princípio, mas apenas como acidente histórico, convergências para uma única teoria sobre nosso mundo.” (VAN FRAASSEN 1991, p. 482), direcionaria o argumento para preocupações filosóficas gerais sobre a epistemologia da modalidade e não para preocupações ontológicas.

Assim, sob uma perspectiva epistêmica, há uma defesa do realismo sob um ponto de vista naturalista, ao mencionar as teorias

científicas na física, como a teoria do flogisto⁵ (KUHN, 1992, p. 82), ou na Biologia, como a escola biométrica⁶ de Weldon, que argumentava contrariamente ao mendelismo (FRENCH, 2011, p. 207), as quais revelaram-se ao longo da história da ciência como teorias não mais aceitas para cumprir o propósito de descrição da realidade, sobretudo, porque o desenvolvimento de ferramentas matemáticas e laboratoriais tiveram um papel crítico nas escolhas teóricas. Dessa forma, meta-indutivamente, seria plausível uma conclusão de que nossas atuais teorias aceitas não necessariamente sejam mais verdadeiras ou aproximadamente verdadeiras, referindo-se às melhores teorias científicas defendidas pelo realismo científico. Na verdade, van Fraassen critica os argumentos abduativos como forma de desqualificar, na prática argumentativa científica, o realismo científico comumente baseado em inferências abduativas, sendo a inferência da melhor explicação dada por uma teoria. [Para maiores detalhes sobre essa discussão, ver (CHIBENI, 1996)].

Segundo Chibeni (1996), o principal argumento de van Fraassen, ao posicionar-se contrariamente ao realismo científico, refere-se ao fato de que determinadas teorias científicas, que são subdeterminadas empiricamente, apelam a ‘princípios não-empíricos’ ou ‘superempíricos’, uma vez que os dados empíricos são insuficientes para determinar o valor de verdade de algumas de suas preposições fundamentais, rompendo, dessa forma, com os ideais empiristas

⁵ A teoria do flogisto data entre os séculos XVII e XVIII e resume-se em um princípio que, supostamente, seria o responsável pela combustão dos corpos. Antes de ser derrubada por Lavoisier, com a descoberta do oxigênio no séc. XVIII, essa teoria científica foi largamente reconhecida pela comunidade científica da época por explicar os fenômenos físicos e químicos da combustão [Para maiores detalhes com referência a aspectos paradigmáticos da ciência, ver (KUHN, 1992, pp. 82-100); outros aspectos como uma discussão histórica-filosófica, ver (SOUZA E BRITO, 2008, pp. 52-56). Disponível em: <<http://www.scielo.oces.mctes.pt/pdf/ctm/v20n3-4/v20n3-4a08.pdf>>. Acesso em: 14/06/2012].

⁶ A escola biométrica, liderada por Walter Frank Raphael Weldon (1860-1906) entre outros, afirmava que a evidência empírica indicava a *continuidade* das variações em muitos organismos através de aspectos probabilísticos e estatísticos, contrariamente à explicação mendeliana de uma evolução por ‘saltos’ ou *mutações*, dando-se, nessa época, um debate entre a biologia experimental e a evolução [Para maiores detalhes, ver (WEBER, M., 2012. *Experiment in Biology*. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/entries/biology-experiment/>>. Acesso em: 14/06/2012)].

tradicionais (CHIBENI, 1996, p. 48).

Entretanto, há um contraponto ao ‘argumento da meta-indução pessimista’ do antirrealismo, defendido por van Fraassen. Trata-se de um dos argumentos mais fortes do realismo científico, o ‘argumento do milagre’ que pode ser resumido nas seguintes indagações: Como, então, poderíamos explicar o sucesso das previsões das nossas melhores teorias científicas, das explicações, das investigações, da acuidade das medições, etc., se não alegássemos uma verdade, ou uma verdade aproximada, ou uma descrição de mundo independente das nossas mentes? Será que deveremos admitir que tal sucesso da ciência fez-se por milagre?⁷

Lidar com os argumentos acima tornou-se um debate entre cientistas e filósofos, que dura até hoje, de onde surgiram algumas propostas para tentar enfrentar esses problemas, dentre elas o realismo estrutural. Assim, finalizando os tipos de subdeterminação aqui discutidos, abordaremos, a seguir, a noção de uma ontologia de estruturas e relações e sua relação com a subdeterminação no contexto da acepção do realismo considerado, mas apenas no intuito de complementar o nosso panorama sobre os tipos de subdeterminação, pois não nos ocuparemos com essa possibilidade de ontologia neste trabalho.

O realismo estrutural foi introduzido na filosofia da ciência contemporânea por John Worrall, em 1989, como uma forma não-clássica de realismo e com a finalidade de aceitar a subdeterminação gerada pelo impasse provocado no realismo científico pelos resultados de argumentos tomados da ciência como, por exemplo, o fato de que a natureza dos objetos, que causam o fenômeno, são corretamente descritos pela nossas melhores teorias⁸. Dentro do debate entre realistas e antirrealistas, sustentados cada um deles através do ‘argumento do milagre’ e do ‘argumento da meta-indução pessimista’, respectivamente, o realismo estrutural impõe-se como uma forma alternativa de

⁷ Essas questões resumem um debate muito difundido na literatura sobre o realismo científico. Ver, por exemplo, a discussão em *Scientific Realism*, In: Stanford Encyclopedia of Philosophy. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/entries/scientific-realism/#MirArg>>.

⁸ Essa definição e outros detalhes a respeito dos tipos de realismo estrutural podem ser encontrados em (LADYMAN, J., 2007. *Structural Realism*, In: Stanford Encyclopedia of Philosophy. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/entries/structural-realism/>>. Acesso em: 16/09/2010). Como também em (FRENCH, 1998), (FRENCH e LADYMAN, 2003) e (FRENCH, 2011).

perspectiva, sendo um ‘meio-termo’ entre o realismo tradicional e o empirismo construtivo [Cf. (STEINLE, 2006)]. Por esse ponto de vista, French e Ladyman, por exemplo, defendem uma metafísica de indivíduos baseada nas relações estabelecidas pelas estruturas dos objetos e não baseada nos objetos propriamente ditos.

Acerca do posicionamento desses autores, a subdeterminação também pode ser distinguida por duas formas básicas, a *fraca* e a *forte*, como é a opinião de Ladyman. O tipo ‘fraco’ de subdeterminação diz respeito a duas teorias rivais (T_1 e T_2) que concordam entre si em relação aos fenômenos que são observados, mas discordam quanto às diferentes previsões que cada uma defende. Nesse caso, espera-se que um novo evento empírico possa arbitrar a escolha entre as teorias. Esse tipo de subdeterminação é um problema diário enfrentado pelos cientistas. No entanto, um modo de superar esse impasse é considerar que duas teorias rivais podem ser vistas como duas versões rivais, tais como dois modelos distintos da física de partículas nos quais as teorias concordam sobre a ocorrência de algum fenômeno, dentro do espaço de aceleradores de partículas atuais, mas discordam quanto às suas previsões sobre o que ocorrerá, mesmo quando se trata de grandes quantidades de energia envolvida. Uma leitura possível desse argumento da subdeterminação ‘fraca’ pode ser vista como uma forma do problema de indução [Para maiores discussões sobre o tema, ver (LADYMAN; ROSS *et al.*, 2007, p. 80)].

O tipo ‘forte’ de argumento da subdeterminação refere-se à equivalência empírica de teorias, isto é, argumenta-se que a escolha entre teorias estaria subdeterminada por todas as possíveis alternativas de evidências. Nessa perspectiva, não apenas as teorias estariam subdeterminadas, mas o realismo científico como um todo. Pois, se todas as evidências não seriam suficientes para discriminar uma multiplicidade de teorias, então não teríamos motivos racionais para acreditar em entidades teóricas e, nem na verdade aproximada de qualquer particular teoria.

O caso de subdeterminação ‘forte’ está baseado em uma questão epistêmica, cuja decisão sobre a distinção do que sejam os observáveis e inobserváveis muda de tempos em tempos, de acordo com o desenvolvimento tecnológico e aparelhamento da ciência, de tal modo que a consequência empírica de uma teoria acaba sendo relativa à época em questão. Esse tipo de defesa coincide com a do antirrealismo, mesmo através de um argumento metodológico naturalista, diz respeito diretamente ao realismo científico, ao atribuir a subdeterminação da teoria pelos dados. E, como vimos anteriormente, essa argumentação

está alinhada com o argumento de van Fraassen que defende uma forma positiva de antirrealismo como o empirismo construtivo.

Acreditamos que os tipos de subdeterminação abordados até agora puderam nos fornecer uma noção geral daqueles que têm sido discutidos na ciência. No entanto, o tipo de subdeterminação que está em questão na argumentação do nosso trabalho será analisado em um sentido particular da expressão ‘subdeterminação’, a *subdeterminação da metafísica pela física*, assim denominada por French e Krause, ou, como também é chamada, a segunda tese da subdeterminação, significando que há uma tese de que a metafísica de uma teoria física (supondo existir) não é determinada pela física [(FRENCH, 1998, p.106); (FRENCH E KRAUSE, 2006, p.189)]. A problemática em questão destaca que nesse caso a teoria científica não é capaz de fornecer uma descrição teórica da natureza metafísica das entidades tratadas por ela, devido à situação de haver duas ontologias compatíveis com a mecânica quântica: uma ontologia de indivíduos e uma ontologia de não-indivíduos. A subdeterminação, portanto, deriva do comprometimento assumido pela mecânica quântica, de modo a sustentar ambas as ontologias incompatíveis no tratamento dos objetos quânticos, sem que ela (a teoria) estabeleça qual ontologia, ou com que tipo de entidades deveríamos nos comprometer.

Na próxima seção, seguiremos com a exposição sobre algumas questões de relevância filosófica levantadas pelo problema da subdeterminação.

1.3 ALGUMAS QUESTÕES FILOSÓFICAS SOBRE A SUBDETERMINAÇÃO

Os vários tipos de subdeterminação que abordamos geram preocupações filosóficas diferentes. Uma questão filosófica comumente relacionada com a subdeterminação, de modo geral, refere-se ao debate entre os posicionamentos realistas e antirrealistas em relação à visão de mundo. Entretanto, apesar de nos interessarmos pela segunda tese da subdeterminação, ou seja, a subdeterminação da metafísica pela física, vamos inicialmente dar uma ideia dessas questões filosóficas de forma geral, antes de entrarmos propriamente naquela que nos interessa neste trabalho.

Um tipo de subdeterminação que está envolvido nas considerações filosóficas, por exemplo, refere-se ao problema da tese da subdeterminação das teorias pelos dados empíricos, a qual tem sido pensada por muitos filósofos da ciência e algumas propostas têm sido

apresentadas no intuito de superá-la. Como observa Cao (1999), uma pergunta persistente na filosofia da ciência é a de saber se devemos dar aos conceitos teóricos uma interpretação instrumental, ou uma interpretação realista. Ambas têm seus pontos favoráveis e desfavoráveis. Segundo o autor, a interpretação realista apresenta dificuldade com a indefinição ou indeterminação dos conceitos na sua relação com dados empíricos (cf. CAO, 1999, p. 29). O que Cao parece nos dizer é que a física concede interpretações teóricas abalizadas e fatos empíricos que corroboram suas interpretações. Desse modo, uma vez que a atividade científica, de modo geral, está baseada no realismo científico, através de uma metodologia científica, poderia parecer um tanto estranho, pelo menos em um primeiro momento, que pudesse haver ‘interpretações filosóficas’ a serem atribuídas a um fato científico normalmente encerrado em dados empíricos. Mesmo porque, a partir do fato de que uma possível escolha teórica deve ser orientada por posições filosóficas, que inclui em seu contexto fatos circunstanciais externos a um conteúdo científico, a objetividade científica fragiliza-se e posicionamentos realistas entram em jogo de forma desfavorável, pois não é desejável ao realista tal comprometimento. À medida que a subdeterminação fornece vantagens à argumentação contrária ao realismo científico, a filosofia da ciência encontra um dilema a ser enfrentado nesse aspecto, pois coloca-se em relevo o fato de que a atividade científica, em especial a atividade da física, (supostamente e, em geral, de abordagem realista) está, de alguma forma, comprometida com posições metafísicas. Além disso, como já havíamos mencionado, a subdeterminação das teorias pelas suposições metafísicas também pode sugerir alguma vantagem aos pensadores que defendem o antirrealismo como um argumento metodológico contra o realismo.

Esse é um argumento corroborado pela teoria, pois levando em conta a perspectiva metodológica naturalista, os recursos teóricos disponíveis, como a mecânica quântica, não são suficientes para responder as questões sobre os indivíduos de modo definitivo. Bem, uma possibilidade de enfrentar essa dificuldade seria abrir mão da metodologia naturalista e não questionar a individualidade através das teorias científicas. Nesse caso, a metafísica não estaria subdeterminada, ao contrário, a metafísica da individualidade já estaria colocada e assumida através de uma metafísica tomada *a priori*. Uma tomada de visão desse tipo alinha-se com uma concepção da metafísica tradicional em um sentido mais universal, em oposição à uma metafísica naturalizada oriunda diretamente das teorias científicas [Para maiores

detalhes em relação aos dois sentidos de ontologia mencionados, ver (ARENHART, 2012a, p. 342); (ARENHART, 2011, p. 29)].

Ladyman e Ross afirmam, no entanto, que há uma rica tradição da metafísica naturalista na filosofia ocidental, que contrapõe-se a uma metafísica tradicional, a qual preocupa-se em dar um *entendimento* às descobertas científicas em termos de uma *explicação* (grifos dos autores) supostamente verdadeira. Nesse caso, os autores alegam que não há evidência para que tal metafísica em questão seja verdadeira, como também não há razão para que ela explique alguma coisa. Uma possível resposta dos metafísicos tradicionalistas a esse argumento seria que o conhecimento científico é uma empreitada incompleta e, baseando-se nessa constatação, uma metafísica naturalista tão pouco seria verdadeira. Um dos argumentos daqueles que contestam a metafísica naturalista, como Jonathan Lowe, consiste em dizer que mesmo o naturalismo depende de suposições metafísicas [Cf. (LADYMAN E ROSS, 2007, cap.1); (LOWE, 2002)]. Entretanto, Ladyman e Ross afirmam que, se a metafísica naturalista for motivada pelas nossas melhores hipóteses científicas em determinado momento, então, igualmente como a ciência, ela é a melhor metafísica que temos, o que acaba fornecendo à metafísica uma hipótese transitória (LADYMAN E ROSS, 2007, p. 2).

Tomando, então, ‘a melhor metafísica que temos’, estamos assumindo um comprometimento com a investigação científica e tentando, a partir dela, formar uma visão de mundo. Ou, colocando de outra forma, ao olharmos para a física, devemos lidar com as respostas que ela nos fornece. Nesse sentido, levar em conta uma metafísica originada de uma teoria científica, como no caso a mecânica quântica, significa que a subdeterminação metafísica impõe-se, nos confrontando com duas possibilidades: ou aceitamos a subdeterminação e abandonamos a tentativa de resolver a questão da individualidade dos objetos particulares, o que significaria assumir uma forma de estruturalismo que lida metafisicamente com as relações; ou tentamos quebrar a subdeterminação e defender uma das duas opções ontológicas para os objetos particulares: ou uma metafísica de indivíduos, ou uma metafísica de não-indivíduos. Podemos ainda levar em conta que há uma terceira forma de lidar com essa problemática, que obviamente não é a nossa opção, a qual propõe-se a adotar uma forma de quietismo⁹

⁹ De forma geral, o ‘Quietismo’ na filosofia analítica contemporânea é a visão, ou postura, que implica evitar a teorização filosófica do assunto da substância, além de ser geralmente associada a certas formas de ceticismo, pragmatismo e

metafísico. Neste último caso, deixamos de falar no assunto, dado que a teoria não nos permite dar uma resposta para a questão.

Muito tem-se debatido em relação a esses posicionamentos. French (1998) pergunta se há alguma razão para querer quebrar a subdeterminação e se há razões para preferir um pacote metafísico a outro (FRENCH, 1998, p. 96), sugerindo a alternativa de uma mudança da nossa tradição de visão realista dos objetos particulares em prol de um realismo estrutural, contudo ainda permanecendo dentro de uma perspectiva naturalizada. Por outro lado, ainda sob uma perspectiva naturalista, só podemos quebrar a subdeterminação, se buscarmos argumentos racionais, ou outros fatores ‘fora’ das teorias científicas, tais como simplicidade teórica, economia nas estruturas, fecundidade heurística, etc. (FRENCH, 2011, p. 210), pois, por necessidade, os critérios não podem ser empíricos, dado que a própria teoria não ajuda e nem oferece subsídios que possam sugerir uma escolha.

Ainda considerando o aspecto em que o debate do realismo científico pauta-se na questão da subdeterminação, gostaríamos de mencionar algumas observações a respeito dos posicionamentos realista e antirrealista, em relação à natureza das entidades não observáveis, uma vez que não são acessíveis empiricamente, e em relação às teorias que postulam tais entidades. Assumir uma concepção filosófica realista significa assumir que o mundo é independente de nós ou, colocando de outro modo, assume-se que nossas crenças, descobertas ou interpretações sobre o mundo não interferem na constituição deste. Caberia, então, ao realismo científico abordar em suas teorias e leis a forma mais próxima possível de traduzir o mundo e representá-lo através de um método científico. Partindo dessa definição, podemos presumir que a objetividade científica é a espinha dorsal que sustenta o realismo. De alguma forma, quando pensamos em modelos científicos, estamos tentando estabelecer relações teóricas com a realidade, mesmo que elas tenham uma correspondência discutível. E, nesse sentido, dentre as várias questões que podem ser apontadas em relação ao grau de objetividade na ciência, ou a uma possível inconsistência na física, ou

minimalismo sobre a verdade. Mais particularmente, é uma visão que opõe-se diante de teses positivas que possam desenvolver argumentos construtivos. O quietismo foi invocado recentemente, principalmente por pensadores wittgensteinianos e neopragmáticos, embora tenha sido criticado por defensores de posicionamentos realistas [Outras informações sobre essa postura filosófica, ver (VIRVIDAKIS, S. E KINDI, V. *Quietism*. Disponível em: <<http://www.oxfordbibliographies.com/>>. Acesso em: 28/07/2013)].

mesmo às questões referentes à natureza da realidade, a subdeterminação metafísica referente à individualidade das partículas vem ganhando destaque nas discussões entre filósofos da ciência e cientistas, no sentido de buscar tentativas de superar a subdeterminação.

Quanto à abordagem antirrealista das entidades, esta apresenta muitas variações, segundo seus defensores, referentes ao tipo de comprometimento que se faz do uso das inferências para concluir a existência das entidades inobserváveis. Entretanto, não é o intuito deste trabalho entrar em detalhes sobre essas variações, nem sobre os autores que originaram suas diferenciações, mas sim, concentrar a abordagem do antirrealismo, de modo a fazer um contraponto ao realismo, no que se refere à visão do objeto quântico como entidade. De modo geral, descreve-se o posicionamento filosófico antirrealista como uma negação genérica da existência de verdades objetivas, propondo uma posição agnóstica sobre a existência real de entidades inobserváveis (BLACKBUM, 2002, cap. 5). Dentre as características antirrealistas, uma delas atribui aos inobserváveis, como os elétrons por exemplo, a categoria de não-realidade, pois seus defensores não se comprometem ontologicamente com as entidades não detectáveis, ou observadas de modo indireto, que não pelos sentidos, ou por ter acessibilidade a esses objetos quânticos apenas através de aparatos instrumentais. No entanto, o que torna-se evidente nas caracterizações de cada posicionamento é a perspectiva teórica das duas abordagens no sentido correspondencial. Para o realista, a teoria tenta representar o mundo em que vivemos; se essa correspondência falha total ou parcialmente, os resultados são consequências da falha em captar o mundo e não do mundo em si. Por sua vez, o antirrealista não atribui uma independência total das teorias e das crenças que as motivaram, fazendo com que nossas crenças possam afetar o mundo, ou seja, há uma interferência exterior na sua constituição.

Assim, segundo um argumento metodológico naturalista, quando dizemos que a subdeterminação metafísica poderia contribuir favoravelmente aos opositores do realismo, queremos dizer que o antirrealismo, visto como uma forma de instrumentalismo, diz respeito a um caráter funcional das teorias em relação à existência dos objetos quânticos, ou seja, eles existem enquanto a teoria assim o disser, caso contrário, nada podemos afirmar. Nesse sentido, não há um comprometimento ontológico com entidades inobserváveis, ou até mesmo com aquelas indiretamente (através dos instrumentos) observáveis.

Van Fraassen, por exemplo, assume uma posição mais específica de antirrealismo, denominada ‘empirismo construtivo’, que defende a ideia de que a realidade vai sendo construída mediante instrumentos que disponibilizamos e, dessa forma, a realidade deveria ser considerada em uma esfera histórica, cultural e social, pois estaria subjugada aos aparatos e à nossa interpretação. Assim, ele questiona “Como nós podemos ser realistas diante da subdeterminação da metafísica pela física?” (FRENCH, 1998, p. 105). Uma das possíveis respostas a esse argumento, mesmo apesar de bastante discutível, segue de um não-comprometimento com objetos, ou com não-observáveis, mas sim, de um comprometimento com uma ontologia de estruturas e relações, como já mencionamos, o realismo estrutural ontológico. Mesmo não sendo o nosso foco de discussão, consideramos interessante, de um ponto de vista dialético, mencionar algumas noções dos argumentos daqueles que defendem esse posicionamento no tocante ao problema da subdeterminação.

Segundo Ladyman, o realismo que sustenta a dialética de van Fraassen refere-se a um realismo científico padrão e, em vista disso, ele defende uma forma reformulada de realismo, dito ontológico estrutural, que consistiria na síntese de um empirismo construtivo e um realismo científico (LADYMAN, 2007, p. 67). Na mesma linha de argumentação de Ladyman, French pondera que através de uma espécie de realismo, diferente do tradicional, seria possível ser realista e enfrentar a subdeterminação da metafísica pela física (FRENCH, 1998, p. 105). Ao abordar uma discussão sobre o realismo, ou sobre uma espécie de realismo diferente do tradicional, French afirma que lidar com as dificuldades impostas ao realista significa assumir uma postura crítica em relação ao problema dos indivíduos e não-indivíduos através da perspectiva do realismo estrutural ontológico e, como alternativa, devemos aceitar a subdeterminação e explorar suas implicações (FRENCH e RICKLES, 2003, p. 230).

Ainda sob uma perspectiva metodológica naturalista, referindo-se às relações e à estrutura essencial que pode-se estabelecer entre a teoria e a realidade, a tomada de posição do REO busca superar a subdeterminação da metafísica (FRENCH, 2011, p. 220). Nesse ponto de vista, o ente ontológico mais básico com o qual o realista estrutural está preocupado são as relações entre as estruturas invariantes que possam identificar uma partícula, não se levando em conta a individualidade dos objetos particulares em um primeiro plano metafísico. Dessa forma, os objetos particulares seriam os produtos dessas relações, tornando-se objetos metafisicamente secundários (FRENCH, 1998, p. 107).

Fica claro que, em tal posicionamento, entram em jogo considerações nada tradicionais ao realismo, como o tratamento de relações sem a consideração dos *relata*, os quais poderiam ser considerados ontologicamente elimináveis. Esse tipo de realismo estrutural sugere que a correspondência da teoria à realidade consiste certamente de relações estruturais em um sentido ontológico e não há uma preocupação com os particulares no sentido de buscar uma entidade mais básica, juntamente com sua possível constituição, aceitando a subdeterminação. De qualquer modo, essas alegações por si só tornam esse tipo de discussão um tema bem controverso, mesmo que através desse argumento se possa destacar uma vantagem: a questão que envolve uma possível preferência de uma metafísica à outra tornar-se-ia sem sentido, pois indivíduos e não-indivíduos fariam parte de uma perspectiva estrutural ontológica secundária em uma hierarquia ontológica de entidades.

Aos defensores dessa posição filosófica, a subdeterminação da metafísica pela física diz respeito a uma concepção clássica de realismo, cuja estrutura aproxima-se mais das nossas concepções e intuições a respeito do mundo, concebendo o objeto físico quântico classicamente (FRENCH E LADYMAN, 2003). Porém, isso não encerra o realismo como um todo, segundo os autores. Ainda, segundo Ladyman (2007), o realismo estrutural é considerado por muitos realistas e antirrealistas como o realismo científico mais defensável. Se entendermos a partícula quântica como estrutura, as diferentes metafísicas subdeterminadas pela física passam a ter um estatuto representacional, tais como isomorfismos estruturais, ou seja, uma mesma estrutura pode sustentar uma representação de indivíduos e uma representação de não-indivíduos.

Em resumo, há dois problemas que tornam-se evidentes em relação à subdeterminação, cada um com preocupações diferentes. A primeira tese da subdeterminação, a subdeterminação da teoria pelos dados, envolve problemas da ordem do posicionamento filosófico que dividem os filósofos e cientistas entre o realismo científico e o antirrealismo. A segunda tese da subdeterminação, a subdeterminação metafísica pela física, que é o centro da nossa discussão, está diretamente relacionada com o problema de que não somos capazes de fornecer uma descrição teórica da natureza metafísica das entidades, ditos objetos particulares, tratadas pela teoria.

O debate também coloca-se diferentemente em relação à metodologia adotada. Alguns autores não acham que a subdeterminação é um problema para o realista, como aqueles que estabelecem a sua ontologia sem considerar as teorias científicas. Outros, assumidamente

naturalistas em relação à metafísica, como French, Ladyman e van Fraassen, por exemplo, acham que sim, cada um a seu modo. Autores como French e Ladyman acham que, se queremos ser realistas sobre uma perspectiva naturalista, devemos assumir uma ontologia de estruturas (e não mais uma ontologia de objetos) e aceitar a subdeterminação pelo fato de que a teoria não nos indica qual a ontologia mais adequada.

Entretanto, contrariamente aos autores acima, acreditamos que, ainda assumindo uma posição filosófica realista e também levando em consideração, pelo menos a princípio, nossas melhores teorias científicas, podemos encontrar argumentos para a defesa de uma metafísica de não-indivíduos e, portanto, entendemos que há razões plausíveis para quebrar a subdeterminação, conforme tentaremos argumentar nesse trabalho. Além disso, temos que levar em conta as estratégias metafísicas a serem consideradas, como as metodologias para uma visão ontológica, a ontologia tradicional e a ontologia naturalizada. Também abordaremos essas variantes nas nossas argumentações.

A seguir, veremos como podemos entender essas duas categorias ontológicas às quais nos referimos.

1.4 DUAS SUPOSIÇÕES METAFÍSICAS

Como vimos, a concepção do objeto físico quântico na mecânica quântica não-relativista provocou uma discussão sobre as noções de individualidade e identidade desses objetos. Até então, os objetos físicos poderiam ser completamente inseridos em uma categoria ontológica de *indivíduos*, como os objetos do dia-a-dia os quais podem ser distinguíveis e identificáveis através de princípios de individuação. Contudo, tratar as entidades da mecânica quântica através dos mesmos princípios que tratam os objetos da mecânica clássica envolve enfrentar alguns problemas, pois assumir uma metafísica de indivíduos, mesmo ainda sob a perspectiva de uma metafísica naturalizada, são necessárias restrições, como veremos adiante. Essas duas suposições ontológicas, indivíduos e não-indivíduos, são noções possíveis e sustentáveis pelos resultados empíricos obtidos da mecânica quântica não-relativista, mais especificamente aqueles obtidos pelas estatísticas quânticas e, é dessa forma que a subdeterminação metafísica pode se estabelecer.

Falando genericamente, ao caracterizar os objetos do dia-a-dia, segundo a crença padrão, conferimos unicidade aos objetos, distinguindo uns dos outros, de modo que a individualidade dependa da distinguibilidade dos objetos e, dessa forma, tal noção implica

diretamente o vínculo entre as noções de indiscernibilidade e identidade. Conceitualmente, a individualidade dos objetos faz-se por alguns critérios de individuação, tais como os chamados *princípios de individuação*, pelos quais as qualidades intrínsecas de determinado objeto tentam indicar o modo pelo qual alguma característica possa servir para distinguir e identificar uma determinada entidade. Nos princípios de individuação baseiam-se dois tipos mais comuns de teorias sobre a individualidade: as teorias de feixes de propriedades e as teorias do substrato.

As teorias de propriedades, ou teorias de feixes de propriedades, têm como um de seus mais fundamentais princípios, o *Princípio de Identidade dos Indiscerníveis* de Leibniz, abreviadamente PII, que consiste na afirmação de que não há nenhum indivíduo com todas as características, ou propriedades, que não seja outro senão ele mesmo. Isto é, objetos que partilham todas as qualidades são idênticos e por isso, trata-se do *mesmo* objeto. Por *indiscernibilidade*, entende-se o partilhamento de propriedades, e por *identidade*, (redundantemente) o fato de um objeto só ser idêntico a ele mesmo. Como observam Arenhart e Krause, para que o princípio seja válido, a indiscernibilidade e a identidade devem colapsar na mesma relação, já que a recíproca é, aparentemente, uma incontestável lei lógica (ARENHART E KRAUSE, 2012a). A recíproca a que os autores referem-se consiste no *Princípio de Indiscernibilidade dos Idênticos*, cuja conjunção com o PII forma a chamada Lei de Leibniz. Assim, partindo do PII, há três noções que estão diretamente relacionadas: a indiscernibilidade dos objetos implica a sua identidade, o que confere-lhes individualidade. No entanto, a noção de identidade das partículas quânticas, garantida pelo PII, pode ser questionada, quando se refere às implicações oriundas das condições de indiscernibilidade, pois o princípio garante a individualidade, por tratar as noções de identidade e indiscernibilidade como conceitos inseparáveis mas, a mecânica quântica coloca o PII em suspeita como princípio de individuação, ao revelar entidades sem identidade.

A atribuição da individualidade aos objetos do dia-a-dia, ditos macroscópicos, é imediata e intuitiva, pois são objetos físicos concebidos classicamente. Mesmo quando tais objetos são absolutamente indiscerníveis em relação a suas propriedades físicas, podemos denotá-los, dando-lhes nomes, rotulando-os, marcando-os de alguma forma. Além disso os objetos físicos macroscópicos também podem ser diferenciados e isolados pela posição espaço-temporal, através do pressuposto encerrado na mecânica clássica que torna os objetos clássicos *impenetráveis*.

Porém, como o problema que vamos nos ocupar questiona como identificar objetos indiscerníveis no contexto da mecânica quântica, certas teorias da individualidade, as quais fundamentam os princípios de individuação, baseados em qualidades ou propriedades, podem tornar-se elimináveis ou inviáveis. Segundo Arenhart e Krause, algumas versões do PII (aquelas que priorizam as propriedades, como as relações espaço-temporais), ou mesmo algumas teorias de feixes de propriedades, que assumem como válida alguma versão do PII, propõem que um indivíduo seja caracterizado por suas propriedades (qualidades) e, nesse caso, isso pode ser visto como impossibilitando que objetos indiscerníveis possam ser indivíduos (ARENHART E KRAUSE, 2012a). Dessa forma, abre-se espaço para uma discussão de princípios individualizadores como o PII, até então considerado um princípio de individuação inquestionável. Além disso, outras teorias sobre a individualidade, dentre as quais as que aceitam que os objetos indiscerníveis possam ser indivíduos, não ficam excluídas, como é o caso das teorias do substrato, ao assumir que a individualidade pode ser fundamentada em um ‘algo’ mais intrínseco ao próprio objeto que, supostamente, vai além das propriedades, usualmente referido como uma ‘ipseidade’ (*thisness*).

Desse modo, surge uma subdeterminação também em relação aos critérios de individuação em que essas noções, muitas vezes, se baseiam e à interpretação de postulados e princípios filosóficos que são levados em conta, sejam eles argumentos da ordem dos critérios de individuação, das propriedades dos objetos, ou mesmo das estatísticas quânticas. Claro que, àqueles que extraem da teoria científica subsídios para uma ontologia, levar em conta o papel das estatísticas significa assumir um comprometimento ontológico em relação à não-individualidade do objeto quântico, pois, como veremos adiante, as estatísticas Bose-Einstein e Fermi-Dirac parecem implicar a não-individualidade. Nesse caso, o papel desempenhado pelos argumentos estatísticos na mecânica quântica fornece subsídios para uma ontologia de não-indivíduos.

Segundo alguns autores, os próprios cientistas que elaboraram a teoria da mecânica quântica no início do século XX, como Bohr, Heisenberg e Weyl, já se pronunciavam em relação à diferença revelada nas estatísticas quanto à descrição dos objetos quânticos, no sentido de tratar esses objetos como sendo destituídos de individualidade, concluindo que: “partículas clássicas são indivíduos, partículas quânticas, não” (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 143). Essa diferença entre partículas clássicas e partículas quânticas refere-se a um modo de contagem muito característico que os objetos quânticos apresentam

através da mecânica estatística quântica. Assim, a partir da concepção da Visão Recebida, as partículas quânticas, descritas como ‘destituídas de individualidade’, poderiam ser consideradas como não-indivíduos, comprometendo-nos com uma nova categoria ontológica a qual encontra respaldo na teoria. Devemos destacar que esses itens que ‘aparecem’, através de uma metafísica oriunda da teoria científica, opõem-se a uma concepção tradicional de metafísica que já disporia de categorias ontológicas dos seres em geral que incluiriam, naturalmente, os objetos quânticos.

Os não-indivíduos consistem em um novo conceito ontológico, advindos da constatação científica obtida através das estatísticas quânticas, e surgindo do próprio desenvolvimento formal das teorias físicas e, por isso, nos compromete com entidades assumidas como indistinguíveis e desprovidas de individualidade (ARENHART E KRAUSE, 2012a). Nesse sentido, as medidas estatísticas cumprem um papel central na mecânica quântica, pois o comportamento das entidades quânticas é um comportamento estatístico. Isto é, diferentemente dos objetos macroscópicos, que podem ser considerados e medidos isoladamente como sistemas individuais, os objetos quânticos são considerados como uma classe de sistemas, ou como é chamado, um *ensemble*. Quando as medidas estatísticas são aplicadas a objetos macroscópicos, revela-se a possibilidade de distinguir uma partícula e, conseqüentemente, a sua individualidade, seja através de uma teoria de propriedades, seja através de uma teoria dos substratos. Mas, se considerarmos a aplicação das medidas estatísticas na mecânica quântica, a partícula não pode ser descrita como indivíduo, por ser absolutamente indistinguível de outras de mesma espécie e, por isso, uma contagem da distribuição dos objetos quânticos pelos moldes clássicos apresenta probabilidades diferentes. Aliás, lembramos que essa diferenciação nos resultados é obtida através de um fator experimental, cujas noções fazem parte de uma discussão fundamental que teve origem na mecânica estatística de Maxwell-Boltzmann, quando aplicada no tratamento dos objetos quânticos, por apresentar resultados diferentes dos esperados nas relações probabilísticas, revelando a possibilidade de tratar as entidades quânticas como indivíduos e também como não-indivíduos.

Neste momento, gostaríamos de adicionar um alerta ao leitor. Quando falamos que as entidades quânticas são indiscerníveis entre si, isso não quer dizer que elas não possam ser *isoladas* de outras do mesmo tipo. Isso é possível, como os vários experimentos de *aprisionamento* de partículas têm mostrado. No entanto, esse fato não

faz delas *indivíduos*, no sentido utilizado comumente, o leibniziano, pois qualquer permutação que possa ser realizada com ‘outra’ de mesmo tipo conduz exatamente aos mesmos resultados de medida, o que contraria a noção intuitiva que temos de um indivíduo. Ou seja, quando um indivíduo é ‘trocado’ por outro, mesmo que similar, torna as configurações às quais pertence distintas daquelas anteriores à troca. [Para mais detalhes sobre como o aprisionamento não implica individualização, ver (KRAUSE, 2011a)].

Pode-se, no entanto, argumentar, como Pessoa Jr (2005), que apesar de que as partículas idênticas devam ser descritas por estados simétricos, no caso de bósons, ou antissimétricos, no caso de férmions, independentemente dos estados, a consequência observacional não irá alterar o resultado de medições sobre os estados dessas partículas, pois os observáveis são medidos com referência ao quadrado da função de onda, $|\psi|^2$ (PESSOA JR., 2005, p.133). Apesar de alegações como esta dizer mais respeito a considerações de ordem epistêmica, e não de ordem ontológica como gostaríamos de propor, uma questão importante a ser enfatizada surge como uma divergência: contrariamente à estatística clássica, mesmo que fosse possível a utilização de rótulos nas partículas quânticas, isso ainda não seria suficiente para discerni-las, pois não são gerados novos estados após uma permutação de partículas em um sistema considerado e, por isso, não se pode garantir a individualidade concebida classicamente, como dito acima.

A não-garantia de individualidade da partícula admitida pela mecânica quântica sugere fortemente uma ontologia de não-indivíduos. Contudo, a própria teoria não nos indica apenas uma ontologia de não-indivíduos como apresentamos até agora, pois há uma possibilidade indicada pela mesma teoria de considerar uma ontologia de indivíduos, como detalharemos adiante [Ver (KRAUSE, 2005, p.18); (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 154)].

Ambas as suposições, uma ontologia de indivíduos e uma ontologia de não-indivíduos, apresentam cada qual suas próprias dificuldades, o que torna a escolha de uma delas um forte debate filosófico. Conceber as entidades quânticas como uma ontologia de indivíduos traz algumas vantagens e desvantagens. A principal vantagem vem da continuidade do tratamento dado à ontologia dos objetos do dia-a-dia, o que seria mais interessante do ponto de vista da intuição, plausibilidade, facilidade. Em relação ao PII, em geral, apenas algumas versões fracas do PII são válidas na mecânica quântica e, dessa forma, a vantagem em salvar o PII, como princípio de individualização, em relação à descrição da individualidade não se torna tão relevante, mesmo

porque não há acordo se essas versões garantem individualidade, ou apenas algo mais fraco que não podemos denominar individualidade, conforme é entendida comumente (FRENCH E KRAUSE, 2006, cap. 4). A desvantagem diz respeito à concepção de que a individualidade não decorre diretamente da teoria, ou seja, sem que se empreguem princípios de simetria *ad hoc* que representam os indivíduos nas estatísticas quânticas. Nesse sentido, a nossa metodologia estaria submetida a condições ‘não-naturais’, negando, inclusive, os resultados experimentais obtidos pelas estatísticas quânticas as quais, pela Visão Recebida, são representações da não-individualidade.

Gostaríamos de explicar em que sentido estamos usando a expressão ‘Visão Recebida’. A Visão Recebida, ou *Received View*, no jargão usual, trata-se de um posicionamento metateórico desenvolvido pelos integrantes do Círculo de Viena, e por isso relacionado ao positivismo lógico, que consolidou na Filosofia da Ciência a concepção de que as teorias científicas poderiam e deveriam ser formuladas como teorias axiomáticas e em linguagem lógica. Inicialmente, esse argumento intencionava traçar uma linha demarcatória entre o que poderia ser fundado na ciência através de concepções axiomatizáveis e o que não poderia ser fundado dessa forma. Foram considerados, como sendo os únicos argumentos válidos, aqueles que poderiam ser submissíveis a critérios do verificacionismo, e como à Metafísica (no seu sentido tradicional) não era aplicável o mesmo critério, ela seria ‘vazia de significado’, denominação dada por aqueles que defendiam esse posicionamento. Contudo, não se esperava anular a Metafísica, como muitos dizem, mas sim, dar à Ciência o estatuto de fonte *exclusiva* para as hipóteses científicas. A aceção do termo ‘Visão Recebida’, como é geralmente usada, foi sugerida por Putnam para designar a visão das teorias científicas que originaram-se com o Círculo de Viena.

Entretanto, French e Krause usam o termo ‘Visão Recebida’ para designar aquela visão que surgiu dos precursores da física quântica, como Bohr, Heisenberg e Schrödinger, dentre outros teóricos da concepção ortodoxa da mecânica quântica, os quais viam os objetos quânticos como destituídos de individualidade. Ou seja, o modo de ver as partículas como não-indivíduos era *recebida* da mecânica quântica em clara oposição à noção de indivíduo da mecânica clássica (KRAUSE E ARENHART, 2013a, p. 172). É neste último sentido que empregamos o termo ‘Visão Recebida’ neste trabalho.

Relativamente às entidades consideradas como não-indivíduos, suas vantagens serão discutidas e argumentadas no decorrer de todo o trabalho, visto que esses argumentos coincidem com a nossa defesa, mas

também os não-indivíduos somam algumas dificuldades que tentaremos dar conta. Uma delas diz respeito à noção de identidade descrita pelo PII e empregada de forma irrestrita no tratamento das partículas quânticas. Pelo nosso entendimento e pela argumentação que tentaremos fundamentar formalmente, assumir os não-indivíduos consiste na violação do conceito irrestrito de identidade previsto na matemática usual e na lógica clássica, onde a indiscernibilidade é diretamente vinculada ao conceito de identidade. Para uma consideração formal dos não-indivíduos, seria interessante que esses conceitos pudessem ser independentes e, preferencialmente, propostos por uma lógica na qual o conceito de identidade não seja absoluto. Mas não é só isso. A teoria de conjuntos padrão que sustenta a matemática para representar formalmente essas entidades não poderia comprometer-se apenas com indivíduos, como de fato ocorre com a teoria de conjuntos ZF (Zermelo-Fraenkel). Argumentaremos nesse trabalho as possibilidades para um formalismo que mais adequadamente, a nosso ver, possa representar a não-individualidade: através de uma lógica não-reflexiva e de uma teoria quase-conjuntista.

Aqueles que pretendem defender uma metafísica a partir das teorias científicas, entram em jogo nesse impasse, além das considerações formais, outras considerações de ordem filosófica. Uma delas, que discute-se muito na literatura atualmente, refere-se à tentativa de salvar o PII, como princípio de individuação, mesmo assumindo que hajam entidades que são destituídas de individualidade, conforme defendem alguns autores. Assim, pretendemos construir a defesa dos não-indivíduos, conduzindo o foco das nossas atenções a partir dos aspectos ontológicos em direção à discussão dos aspectos lógicos e semânticos envolvidos.

Apresentamos até aqui os principais pontos que julgamos necessários para uma introdução da nossa pesquisa e que serão desenvolvidos no nosso trabalho. A seguir, veremos como ele será estruturado.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

A estrutura do nosso trabalho está dividida em seis capítulos, sendo o último o das nossas considerações finais. A sequência em que foi proposta a distribuição dos capítulos procura privilegiar uma argumentação a partir de aspectos ontológicos em direção a aspectos formais e lógicos. Também procuramos construir os capítulos de modo independente, oferecendo ao leitor uma possibilidade de leitura não-

sequencial, sem que isso possa vir a comprometer o entendimento do texto. Dessa forma, cada capítulo terá, como enfoque básico, um assunto pertinente e suas argumentações específicas, contudo permeado pela motivação do trabalho como um todo. O modo como trataremos a subdeterminação metafísica, problema central desta dissertação, terá a perspectiva de um argumento metodológico naturalista, através do qual assumiremos a defesa de uma ontologia de não-indivíduos. Neste corrente primeiro capítulo, procuramos ter apresentado, inicialmente, uma introdução das noções que julgamos pertinentes ao entendimento daquilo que será desenvolvido no restante do nosso trabalho. Nos capítulos que se seguem, tentaremos construir uma defesa do nosso ponto de vista.

No capítulo 2, consideramos interessante apresentar, primeiramente, o problema da individualidade de modo geral, fazendo uma exposição sobre os vários modos em que ela pode ser entendida, segundo alguns princípios e algumas teorias de individuação. Daremos algumas noções genéricas a respeito de alguns conceitos da mecânica quântica que servirão para introduzir o tema da não-individualidade. Analisaremos as divergências apresentadas nas estatísticas quânticas, sendo esse um dos fatos fundamentais para a possibilidade de entidades como os não-indivíduos, lembrando porém que, em certa acepção, também há uma ontologia de indivíduos que pode igualmente ser aplicada na mecânica quântica, provocando uma subdeterminação metafísica. Essa dupla incompatibilidade de ontologias com a mecânica quântica será discutida detalhadamente com a ressalva de que uma ontologia de indivíduos não use a distinguibilidade como um princípio de individuação.

No capítulo 3, partindo das ideias de alguns autores e suas críticas, tentaremos discutir algumas alternativas relativas à noção da individualidade, como a discernibilidade fraca e a individualidade primitiva, bem como as críticas à noção de não-individualidade. Trataremos o Princípio de Identidade dos Indiscerníveis (PII) e suas várias formulações por parte de alguns autores, inclusive aqueles que propõem uma teoria da individualidade, através de feixes de propriedades compatíveis com a falha do PII. Discutiremos qual a vantagem em assumir uma defesa dos não-indivíduos para quebrar a subdeterminação, lembrando que apesar dessa abordagem ter raízes na Visão Recebida e na concepção ortodoxa da mecânica quântica, em relação ao objeto físico quântico, pressupostos ontológicos não naturalizados parecem ter espaço, questionando a teoria científica como fonte exclusiva para o conhecimento científico.

No quarto capítulo, discutiremos os aspectos vantajosos, para se tratar as entidades quânticas, oferecidos por lógicas não-reflexivas, como as lógicas de Schrödinger, onde o conceito de identidade não é absoluto. Também discutiremos a não-individualidade e os aspectos informais que motivaram a teoria quase-conjuntista, focalizando o modo em que as noções de identidade e indiscernibilidade não precisem, necessariamente, estar vinculadas conceitualmente, de modo a permitir o tratamento de ambos os pacotes metafísicos, indivíduos e não-indivíduos. Apresentaremos também algumas críticas que apontam as dificuldades enfrentadas pelas lógicas não-reflexivas e pela teoria de quase-conjuntos.

O quinto capítulo constará basicamente da exposição formal da teoria de quase-conjuntos Q, juntamente com a explicação de seus postulados e de uma discussão sobre como a teoria quase-conjuntista poderia servir a uma semântica apropriada para as lógicas de Schrödinger, procurando fundamentar através das suas aplicações a nossa defesa dos não-indivíduos.

Nossas considerações finais têm por finalidade evidenciar os principais aspectos ontológicos, lógicos e metafísicos relevantes da Filosofia da Ciência, em particular, da Física Quântica e da realidade, referentes ao modo de tratar a não-individualidade como uma nova categoria ontológica, bem como as consequências desse posicionamento. Acreditamos que a defesa dos não-indivíduos pode iniciar um questionamento sobre a unicidade de uma ontologia, abrindo espaço para considerações metafísicas.

1.6 OBSERVAÇÕES GERAIS

Antes de continuar com o próximo capítulo, gostaríamos de mencionar que algumas partes do texto desta dissertação já foram publicadas ou aceitas para publicação. Um texto com o mesmo título desta dissertação, que trata o modo específico que abordamos a subdeterminação metafísica, compõe a edição do livro eletrônico vinculado ao XV Congresso Nacional de Filosofia (ANPOF) em 2012, *Filosofia Contemporânea: Lógica, Linguagem e Ciência* (vol. 5, pp. 685-698), disponibilizado na rede. O artigo ‘Não-individualidade em Mecânica Quântica’, que refere-se à defesa dos não-indivíduos, aparecerá em próxima edição na revista *Principia*, mas uma versão oral já foi apresentada no VIII Simpósio Internacional Principia em 2013. Também poderá ser encontrado parte do desenvolvimento de nossas conclusões em artigo publicado nos cadernos de resumos de artigos

apresentados no 'VIII Encuentro de Filosofía e Historia de la Ciencia del Cono Sur' (AFHIC) em 2012, sob o título 'A física não capta o real'.

2 INDIVÍDUOS E NÃO-INDIVÍDUOS

Neste capítulo, iniciaremos com uma discussão a respeito do problema da individualidade relativamente às nossas considerações a respeito dos indivíduos e não-indivíduos. Dentre os modos de conceituar a individualidade, abordaremos alguns princípios metafísicos, relacionados a teorias de feixes de propriedades e teorias do substrato, que tentam dar conta daquilo que faz uma entidade ser um indivíduo. Abordaremos os conceitos de discernibilidade qualitativa e de identidade e suas relações com os princípios propostos, de modo a colocar o *Princípio da Identidade dos Indiscerníveis* (PII) sob suspeita como princípio de individuação, sobretudo, pelo fato de que o PII, supostamente, deveria explicar a distinção numérica de partículas qualitativamente indiscerníveis. Discutiremos dois aspectos que podem ser usados para apontar a necessidade de não-indivíduos: as questões relacionadas com a posição espacial e, sobretudo, as divergências nas medidas estatísticas reveladas pela mecânica quântica. Daremos uma noção geral dos conceitos físicos envolvidos e explicaremos porque a não-individualidade não é a única ontologia possível à medida que uma ontologia de indivíduos também é compatível com a teoria, mesmo que de forma restrita e específica, implicando, dessa forma, uma subdeterminação da metafísica na acepção de French e Krause (FRENCH E KRAUSE, 2006).

2.1 O PROBLEMA DA INDIVIDUALIDADE

Iniciaremos a discussão de nossa problemática com uma explicação a respeito do motivo de escolher trabalhar com os conceitos da interpretação ortodoxa da mecânica quântica, também chamada interpretação de Copenhague, dentre outras interpretações. Mesmo cientes de que não há uma só versão dessa interpretação, pois havia diferenças entre as concepções de Bohr e Heisenberg, por exemplo, adotaremos uma posição neutra quanto às versões dessa interpretação. Entendemos que, além de ser a interpretação mais comum, sendo aquela que o físico utiliza no seu dia a dia, trata-se também de uma interpretação que assume o mínimo de carga metafísica, ou seja, uma quantidade mínima de pressuposições. Como queremos examinar as consequências metafísicas da teoria, devemos assumir uma interpretação com o mínimo possível de metafísica de antemão. Certamente, essa interpretação é uma forma de princípio operacional, se considerarmos

que uma interpretação mais neutra possível metafisicamente seja mais adequada na busca das consequências metafísicas da teoria.

Assim, podemos começar a nossa discussão a respeito da individualidade com a seguinte indagação: Por que a individualidade é um problema? Como a noção de indivíduo foi questionada a partir do surgimento da mecânica quântica, a noção de individualidade passou a ser discutida no que concerne aos seus critérios e princípios individualizadores e em relação às categorias ontológicas, mais especificamente, à categoria dos objetos no contexto quântico.

Na maioria das vezes, individualizamos os objetos macroscópicos através de seus atributos, mas, ao estender os mesmos conceitos filosóficos envolvidos nos princípios individualizadores dos objetos macroscópicos aos objetos microscópicos, encontramos algumas dificuldades. Quando lidamos com objetos macroscópicos, os identificamos, intuitivamente, através de relações com outros objetos do domínio, de modo a diferenciá-los e individualizá-los. Porém, tratar a partícula quântica nos moldes da física clássica torna-se problemático, pois na interpretação ortodoxa da mecânica quântica propõe-se que os objetos sejam tratados como algo destituído de individualidade, caso se considere a individualidade dependente do Princípio da Identidade dos Indiscerníveis (PII).

Através desse princípio, os conceitos ‘distinguilidade’ e ‘individualidade’, mesmo sendo conceitos distintos, são conceitos vinculados e dependentes de tal forma que, se admitirmos o PII, objetos diferentes são discerníveis e objetos indiscerníveis são o mesmo objeto. Uma das formas que podemos abordar a distinção entre esses conceitos resume-se no fato de que a identidade de um indivíduo baseia-se em igualdades e diferenças que podem se estabelecer nas relações entre as entidades, conferindo-lhes características peculiares que, supostamente, os identificariam por distingui-los de outras entidades. Dessa forma, a identidade envolveria uma relação entre dois indivíduos, pelo menos, identificados pelas suas diferenças, enquanto que a individualidade envolveria uma relação de apenas um indivíduo com ele mesmo, ou com algo que seja intrínseco a ele e nada mais. Segundo Arenhart, teorias que tentam responder sobre a individualidade, invariavelmente, relacionam-na com a identidade conjuntamente, sem que, no entanto, isso seja necessário (ARENHART, 2011, p. 232).

Mas se quisermos indagar sobre essa individualidade, como seriam esses objetos quânticos? Que sentido teria a individualidade na mecânica quântica? Uma das possibilidades seria entender a individualidade através de conceitos como ‘sortais’, isto é, uma classe

ou um certo tipo, onde se considera uma predicação. Nas palavras de Krause, tratamos em física quântica de tipos de predicação em “que não devam haver indivíduos *tout court*, mas que as entidades devem ser concebidas desde o início como ‘indivíduos-de-um-certo-tipo’ (*sort*)”. Sortais seriam predicados do tipo que estabelecem uma classe de entes com características intrínsecas comuns. De certa forma, os predicados sortais explicariam o fato de que os objetos indiscerníveis poderiam ser agrupados, sem que haja qualquer distinção entre eles, mas devemos deixar claro que os predicados sortais exigem um critério de identidade. O que Krause propõe é um tratamento onde tais predicados não têm critério de identidade, chamados ‘quase-sortais’ [Mas não desenvolveremos essa discussão aqui. Para maiores detalhes, ver (KRAUSE, 2002b)].

Lowe, entretanto, sugere outra possível visão sobre a denotação do termo ‘sortal’: aquela pela qual um indivíduo deve ser indivíduo de alguma espécie, ou de algum tipo, no sentido do precedente histórico que remete à divisão aristotélica, como em *Categorias*. Isto é, há uma referência à hierarquias de substância: um indivíduo de segunda substância denominavam espécies ou gênero ou, em outras palavras, tipos de espécies (sortais); e, de primeira substância referiam-se aos indivíduos ou particulares, mas instanciados em determinados tipos ou espécies. Ainda, segundo o autor, “[u]ma condição suficiente, mas não necessária, para um termo geral ser um sortal é que deve existir algum princípio para *contar* ou *enumerar* (grifo do autor) instâncias individuais que recaiam sobre ele” (LOWE, 2009, pp. 13-14).

Devemos salientar, no entanto, que a noção de indivíduos está relacionada com a noção de espécie ou sortal de forma discutível para Lowe, pois podemos referir-nos a um indivíduo de determinada espécie ou a uma espécie de indivíduos, o que significa que estamos tratando de termos irredutíveis. Para o autor, uma entidade particular não pode nem mesmo ser experienciada como particular sem ser particular de algum tipo (*Ibidem*, 2009). Como veremos adiante, quando discutiremos as principais teorias de individualidade, essa afirmação desqualifica diretamente um dos conceitos possíveis que poderia dar individualidade a um indivíduo. Em uma teoria de substrato, por exemplo, o conceito de ‘particular desnudado’ (*bare particular*) torna-se absolutamente falso no que diz respeito à independência de alguma distinção sortal a que um particular recaia. Mas não entraremos em detalhes no momento.

O problema com a mecânica quântica não é apenas que as partículas são indistinguíveis e, por isso, seriam destituídas de individualidade, mesmo porque as partículas clássicas também podem

ser indistinguíveis (exceto pela posição espaço-temporal). Mas, o que permite comparar as partículas quânticas às da mecânica clássica consiste na diferença entre os comportamentos estatísticos dessas partículas em relação à ‘Simetria de Permutação’, ou *Permutation Symmetry* (FRENCH E RICKLES, 2003, pp. 213-214). As partículas clássicas podem ser indistinguíveis por suas propriedades intrínsecas, mas não obedecem à simetria de permutação, ou seja, permutar partículas clássicas indistinguíveis sempre dá origem a um estado diferente. Diversamente, as partículas quânticas obedecem ao princípio de não-observabilidade das permutações, o que significa que não há diferença observável entre os estados antes da permutação e depois da permutação. A identidade nos objetos quânticos perde o sentido pelo motivo de que as partículas quânticas ‘são invariantes por automorfismo’.

Em outras palavras, ao se efetuar determinadas medidas, o resultado esperado, intuitivamente, seria aquele que pudesse garantir nos dados da observação, ou na experiência, uma correlação com o que temos na realidade, mesmo que fosse através de noções de uma verdade aproximada, ou de uma adequação empírica, conforme acontece usualmente nos moldes da física clássica. Isto é, esperava-se que os dados experimentais ainda mantivessem um correlato às teorias existentes. Contrariamente, a ausência dessa correlação levou à noção de que havia uma característica decisiva para diferenciar o comportamento entre um objeto físico na física clássica e na mecânica quântica através da concepção da Visão Recebida, ou seja, alguns pares de observáveis apresentam valores diferentes, ao se efetuar determinadas permutações estatísticas, contrariando a mecânica estatística clássica. Uma conclusão imediata fornecida desta observação é de que os observáveis representam entidades que falham em satisfazer um dos principais princípios de identidade: o Princípio de Identidade dos Indiscerníveis, princípio que sustenta a maioria das teorias de feixes de propriedades. Consequentemente, a não-observabilidade nas permutações permitiu que princípios de individuação como os substratos e outros princípios de ordem transcendental fossem introduzidos na mecânica quântica. A seguir vamos discutir esses princípios.

2.2 PRINCÍPIOS DE INDIVIDUALIDADE

As teorias de individuação que apresentaremos a seguir normalmente baseiam-se em princípios que tentam abarcar o conceito de individualidade e, por isso, pretendem responder à questão sobre o que

forneceria individualidade aos indivíduos cada qual, porém, trazendo consigo atribuições e dificuldades. Mas, de modo geral, essas teorias pretendem dar conta do problema da individuação, a partir da tentativa de responder à definição de três questões básicas: individualidade, identidade e unicidade.

As teorias que abordaremos, de feixes de propriedades e dos substratos, consistem nas propostas mais tradicionais sobre as possibilidades pelas quais a individualidade pode ser entendida. Outra forma de individuação de um objeto refere-se à sua posição espaço-temporal, o que supostamente daria distinção aos objetos por um referencial espacial e, por isso, os individualizaria; no entanto, esse atributo mostra-se problemático, quando estamos no domínio da física quântica. Lembramos que algumas versões das teorias de feixes englobam a teoria da individuação espaço-temporal, no sentido de que o fato de ter uma determinada posição contaria como uma propriedade. Mas, nesse caso, claro, há uma discussão acerca se esta é uma propriedade legítima, além da dificuldade sobre a natureza dos conceitos de espaço e tempo envolvidos. Discutiremos também como os conceitos de discernibilidade qualitativa e de identidade são conceitos distintos entre si e como se relacionam com os princípios propostos, tanto sob uma perspectiva ontológica tradicional, que concebe a noção de individualidade de modo universal, como, contrariamente, sob uma perspectiva pela qual a noção de individualidade é relativa a contextos teóricos, sendo possível, por exemplo, uma análise de acordo com a teoria científica em questão.

2.2.1 Teorias de feixes de propriedades

A constituição de um objeto particular pela teoria de feixes de propriedades, ou *Bundle Theory*, dá-se através de um agregado de propriedades e universais (FRENCH E KRAUSE, 2006, pp. 8-11). Por essa teoria, todas as propriedades são qualitativas de algum modo e um objeto particular é a soma de suas propriedades, ou atributos. Mas, para garantir que a soma de suas propriedades possa definir o objeto em questão e não outro, o que equivale a conferir unicidade ao objeto, é necessário que um feixe de propriedades seja único a cada objeto nas suas qualidades intrínsecas, ou seja, que objetos distintos não possam partilhar de um mesmo feixe de propriedades, de modo que o feixe possa atribuir ao objeto uma individualidade. À medida que o objeto particular possui individualidade porque possui propriedades as quais pertencem apenas a ele e a mais nenhum outro objeto, reduz-se a noção

de individualidade à noção de propriedades. Em geral, teorias de feixes propõem que um indivíduo seja caracterizado por suas propriedades, e isso pode ser visto como impossibilitando que objetos indiscerníveis possam ser considerados indivíduos no contexto da mecânica quântica, pois, decorre dessa premissa que, se houver um caso em que mais do que um único objeto tenha o mesmo feixe de propriedades, então, tratar-se-á do mesmo objeto. (Alertamos o leitor que não discutiremos aqui a noção de propriedade, tomando-a de forma intuitiva).

A noção de unicidade, assim concebida, está estritamente relacionada com a noção de identidade. A hipótese de identidade mais renitente na tradição metafísica foi postulada por Leibniz, no século XVII: o Princípio da Identidade dos Indiscerníveis¹⁰, abreviadamente PII, que largamente utilizado, inclusive na física, parecia resolver as questões referentes à identidade dos corpos em geral nas teorias que não adotam nenhuma forma de substrato. Exatamente deste princípio provém a noção de unicidade, como um dos princípios basilares da teoria de feixes de propriedades. Esse princípio consiste na afirmação de que se dois objetos compartilham das mesmas propriedades, então trata-se do *mesmo* objeto. Ou seja, não há duas entidades no mundo que possam ter as mesmas propriedades e, mesmo assim, serem dois indivíduos (LEIBNIZ, 1966, p. 212). A noção de identidade, basicamente garantida pela unicidade do objeto particular por esse princípio, ao dizer que dois objetos são idênticos, quando possuem as mesmas propriedades, compromete-se com a noção de indiscernibilidade, gerando uma implicação lógica. Podemos expressar esse princípio através de uma linguagem de segunda ordem do seguinte modo:

$$\forall x \forall y (\forall P (P(x) \leftrightarrow P(y)) \rightarrow x = y)$$

onde P é uma variável para propriedades. A conversa do *Princípio da Identidade dos Indiscerníveis* é conhecida como *Princípio de Indiscernibilidade dos Idênticos* a qual traz a forma recíproca do PII: se dois objetos são idênticos, então eles são indiscerníveis. Devemos perceber, no entanto, que na conversa do PII deve valer o Princípio de Substitutividade que afirma que objetos idênticos têm as *mesmas* propriedades e que seus nomes podem ser substituídos um pelo outro em qualquer contexto, preservando-se a verdade (*salva veritate*). Assim, na recíproca do PII, é a noção de identidade que implica indiscernibilidade.

¹⁰ Há uma vasta literatura sobre o assunto, abordando o PII e seus desdobramentos. Utilizamos, além das referências citadas no texto, a referência virtual: < <http://plato.stanford.edu/entries/identity-indiscernible/> >. Acesso em 15/11/2012.

Também podemos expressar esse princípio em uma linguagem de segunda ordem:

$$\forall x \forall y (x = y \rightarrow \forall P (P(x) \leftrightarrow P(y)))$$

onde P igualmente é uma variável para propriedades. A conjunção de ambos os princípios, PII e sua forma recíproca, formam a chamada *Lei de Leibniz*, gerando uma equivalência entre as noções de indiscernibilidade e identidade, como expressa a seguir:

$$\forall x \forall y (\forall P (P(x) \leftrightarrow P(y)) \leftrightarrow x = y)$$

Lembramos que ‘identidade’, aqui, significa identidade numérica: objetos idênticos são *o mesmo* objeto. Essa equivalência, entretanto, provoca algumas discordâncias. Uma delas, como observa Arenhart (2011), indica que podemos entender que o PII nos dá algumas garantias: se dois objetos são indiscerníveis por possuírem as mesmas propriedades, então, devido ao PII, não existem objetos qualitativamente indiscerníveis. Ou seja, de acordo com a Lei de Leibniz, se há uma diferença numérica, então há diferença qualitativa e vice-versa. E, dessa forma, o PII deveria garantir a implicação ‘indiscernibilidade \rightarrow identidade’ (ARENHART, 2011, p. 239). No entanto, alguns autores, como Muller, Saunders e Seevinck, que veremos no próximo capítulo, aceitam teorias de feixes para lidar com objetos indiscerníveis. Nesses casos, a diferença numérica é explicada de algum modo, ou como sendo primitiva, ou por distância espacial de feixes. Isto é, nem todos que utilizam a teoria de feixes, hoje em dia, aceitam o PII, tornando a validade da implicação acima duvidosa.

Outro ponto a considerar refere-se a uma perspectiva lógica que discute como o PII entra na disputa pela validade e legitimidade no propósito de individuação. Temos que ter em mente que, se tomarmos a equivalência entre as noções de identidade e indiscernibilidade como uma verdade lógica, o princípio torna-se indisputável. Entretanto, se levarmos em conta certos aspectos referentes à lógica subjacente da teoria considerada, a noção de identidade pode assumir significado diferente. Discutiremos esse aspecto adiante, no capítulo 4, mais precisamente os aspectos referentes à lógica de Schrödinger. Mas não vamos nos adiantar por ora.

Referente a uma perspectiva metafísica do PII, esta apresenta, pelo menos, três versões que podem servir para a discussão sobre como o PII pode ser utilizado como ponto de apoio para a questão da individualização. Excetuando-se a propriedade de autoidentidade, a discernibilidade é caracterizada através das seguintes formas: o PII(1), a forma mais fraca, afirma que não há dois indivíduos com as mesmas propriedades (inclui-se também como propriedades as relações espaço-

temporais); o PII(2), a forma menos fraca, exclui as relações espaço-temporais das propriedades dos indivíduos; e, o PII(3), a forma mais forte, inclui somente as propriedades monádicas, ou seja, as não-relacionais, que diz que não há dois indivíduos com as mesmas propriedades monádicas (Cf. FRENCH E KRAUSE, 2006, p.41). Notamos que a forma PII(3) refere-se ao princípio das entidades mais fundamentais para Leibniz, que são as mônadas. Genericamente, as mônadas sustentam uma metafísica das substâncias e podem ser entendidas como um tipo de substância simples, única e sem partes, sendo a unidade primordial que compõe cada indivíduo, portanto, uma mônada é distinguível das outras, por princípio.

De modo geral, à medida que uma teoria de feixes compromete-se com o PII para fornecer a unicidade dos feixes que individualizam o objeto, algumas dificuldades deverão ser enfrentadas para que a teoria de feixes de propriedades possa cumprir seu papel de individuação, desde que o PII reduz a noção de indiscernibilidade à noção de identidade. Basicamente, tanto a versão PII(1) como a versão PII(2) necessitam de relações com outros indivíduos para cumprir o seu propósito de individuação, o que é debatido pelos opositores da teoria de feixes. Vale lembrar que o tratamento que damos a essas teorias de feixes de propriedades assume uma versão mais robusta do PII e, nesse sentido, fica claro que viola-se os pressupostos leibnizianos, ou seja, o PII passa a não cumprir seu propósito de princípio de individuação, pelo menos da maneira em que foi proposto. Nesse caso, somente o PII(3) poderia ser considerado como um princípio de individuação legítimo, levando-se em conta a independência de relações com outros indivíduos. Entretanto, atualmente existem defensores de teorias da individualidade por feixes de propriedades que violam o PII, ou seja, mesmo com a falha do princípio, entidades indiscerníveis são admitidas. Como também há defensores de uma posição intermediária a qual prevê gradações ontológicas de indivíduos através de algumas versões e interpretações do PII. Discutiremos esses argumentos adiante, no capítulo 3 [Para maiores detalhes, ver (ARENHART, 2012b); (MORGANTI, 2009)].

Assim, a legitimidade do PII, em relação à individualidade, no tratamento proposto aqui, estaria alicerçada em pressupostos metafísicos referentes à versão (3) do princípio. Outra dificuldade das teorias de feixes, que acaba fornecendo argumento àqueles que defendem as teorias do substrato, por exemplo, é a de explicar como as propriedades agregam-se, ou o quê faz com que elas mantenham-se juntas para que possam individualizar algum particular. Os teóricos das teorias de feixes alegam haver uma relação de ‘co-presença’, que seria uma relação de

segunda ordem e não uma relação constitutiva, que mantém as propriedades sem, no entanto, esclarecer o que seria essa relação (ARENHART, 2011, p. 247).

2.2.2 Teorias do substrato

As teorias que levam em conta alguma forma de substrato são motivadas a tentar resolver e superar as dificuldades das teorias de feixes de propriedades. Uma das dificuldades da teoria de feixes, como mencionamos, consiste em dizer como as propriedades dos objetos mantêm-se unidas e o quê seria exatamente essa relação de ‘co-presença’, responsável por esse agregado. Outra dificuldade da teoria de feixes é explicar como objetos qualitativamente idênticos ou indiscerníveis (que seriam o mesmo objeto) podem também ser numericamente distintos. Os vários tipos de substratos intencionam dar conta dessas dificuldades, mas eles também apresentam as suas próprias.

A individualidade, assumida pelas teorias do substrato, é fundamentada em algo que vai além das propriedades, mas que é intrínseco ao próprio objeto que confere-lhe individualidade, como uma ‘essência’ (*thisness*), levando à crença de que um objeto poderia ser reduzido a um ‘particular desnudado’ (*bare particular*), ou seja, um particular que, se dele retirássemos todas as suas propriedades, restaria ‘aquilo que carrega’ as propriedades. O substrato, de modo geral, consiste em algo que não é uma propriedade, mas subjaz às propriedades dos indivíduos e as instancia. Desse modo, o substrato caracteriza-se por ser um agregador de propriedades e o responsável pela individuação. Parece, aos defensores das teorias do substrato, que apenas propriedades não são suficientes para individualizar um objeto particular, sendo necessário um componente a mais na constituição ontológica dos objetos particulares, tal qual um substrato que participa juntamente com as propriedades na constituição ontológica, sendo esse o único componente a cada indivíduo e, por isso, responsável pela individuação. Neste caso, seria possível explicar a individualidade de objetos que são indiscerníveis por partilharem das mesmas propriedades, ou seja, a individualidade que faria algo ser um indivíduo estaria para além das propriedades. O substrato transcende qualquer atributo, de modo a fazer do objeto particular algo único e, justamente, essa atribuição do substrato, como componente ontológico mais intrínseco do objeto, é que desempenha um papel individuador, colocando a individualidade em um domínio transcendental. No entanto, considerar princípios que priorizam algum tipo de substrato que funciona como

uma ‘essência’ para descrever a própria noção de individualidade também é discutível, por envolver argumentos puramente metafísicos que, por vezes, esbarram em um *petitio principii*.

A teoria do substrato também enfrentou algumas dificuldades, tais como: explicar a falta de acesso aos substratos, ou dizer o que é o substrato, ou mesmo atribuir ao substrato uma categoria transcendental. Todas essas dificuldades forneceram argumentos favoráveis àqueles que, através de uma concepção filosófica empirista no século XX, opunham-se a qualquer constatação de ordem puramente metafísica. Entretanto, segundo Alaire (1963), se considerarmos os objetos indiscerníveis, o substrato pode ser reconhecido onde à indiscernibilidade qualitativa subjaz uma diferença numérica. No entanto, essa defesa mostrou-se ineficaz no que se refere a explicar o que de fato vem a ser o substrato (ARENHART, 2011, p. 251).

Explicar o que definiria um substrato acabaria recaindo em alguma propriedade a qual necessitaria de outro substrato para poder instanciá-la e assim sucessivamente. Para evitar tal regressão seria interessante que o objeto pudesse ser individualizado por ‘algo’ que fosse próprio de cada indivíduo. Assim, uma possibilidade de lidar com essa indesejável regressão seria assumir uma forma de *haeceticismo* que postula a existência de uma ‘essência individual’ (*primitive thisness*), sustentado por uma entidade de individuação que está além das propriedades (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 17).

A diferença em relação ao substrato é que a ‘essência individual’ é um universal que possui a propriedade de ‘ser idêntico a ele mesmo’ e, dessa forma, não compartilha tal propriedade com nenhum outro indivíduo, tratando-se, portanto, de uma propriedade não-qualitativa, ou seja, nada mais tem a propriedade de ‘ser idêntico a’ além do indivíduo em questão. Dessa forma, a noção de individualidade como autoidentidade é representada pela propriedade reflexiva da identidade $\forall x(x = x)$, o que a torna particularmente interessante para nosso argumento de defesa nesse trabalho, uma vez que rejeitar a aplicação da propriedade de autoidentidade significa que a individualidade não tem caráter universal e, assim, poderíamos representar formalmente os indivíduos destituídos de individualidade, os não-indivíduos. Trataremos mais detalhadamente desse tema, quando abordarmos as questões referentes ao formalismo dos não-indivíduos e às lógicas de Schrödinger, no quarto capítulo.

Mas, também, há críticas quanto ao modo de individuação através da ‘essência individual’, por exemplo, uma circularidade na pressuposição do indivíduo em questão para ser utilizado em ‘ser

idêntico a ele mesmo’ e, assim, poder individualizá-lo. Tal qual o substrato, a ‘essência individual’ qualificar-se-ia como um subterfúgio metafísico para resolver as falhas das teorias de feixes de propriedades no processo de individuação, sem que haja uma caracterização específica sobre a constituição de uma essência, ou de outra.

2.2.3 Instância da individuação espaço-temporal

Uma propriedade individualizadora que pudesse fornecer individualidade a uma entidade, como um objeto particular, deveria, a princípio, ser independente de relações, sobretudo, porque, necessariamente, as relações pressupõem outras entidades e, também, porque a distinção espaço-temporal entre os objetos particulares se faz através de relações extrínsecas ao objeto.

French e Krause (2006) argumentam que em uma perspectiva ontológica a discernibilidade dada através da identidade relacional com outras entidades não está implicada na individualidade. Tal argumentação baseia-se na suposição de um mundo possível com apenas *um* único objeto. Apesar de ser impossível encontrar uma situação empírica onde haja apenas um objeto, podemos supor tal existência e, pelo menos, supostamente, podemos imaginar um mundo possível no qual há apenas uma única entidade e, portanto, haveria um indivíduo sem a consideração da distinção relacional com outras entidades. Em termos leibnizianos, tal especulação não tem correspondência a possibilidades genuínas e seria impossível empiricamente, mas, mesmo assim, devemos considerar a possibilidade do argumento lógico de não-implicação lógica entre os conceitos de distinguibilidade e de individualidade (cf. FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 45). Esta possível entidade não poderia ser considerada distinta entre outras e, ainda assim, ela seria considerada um indivíduo (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 6). Haveria, portanto, um indivíduo sem a necessidade de se considerar uma distinção relacional com outros objetos. As propriedades que distinguem os objetos poderiam ser extrínsecas, como as relações com outras entidades, sejam outros objetos, sejam o espaço-tempo; entretanto, aquelas que legitimamente norteiam a individualidade deveriam ser propriedades intrínsecas.

Outro ponto problemático a se considerar, quanto à distinção espaço-temporal como uma instância individualizadora na mecânica quântica, refere-se à questão da suposição da impenetrabilidade. Como se sabe, a impenetrabilidade é um pressuposto fundamental da física clássica. Tanto a impenetrabilidade como a continuidade garantem uma

forma de individualidade considerada pela distinguibilidade espaço-temporal. Quando nos referimos à física clássica, a versão do PII(1), a mais fraca, é observada a partir da condição de que na física clássica as partículas são impenetráveis (essa condição será retomada detalhadamente adiante, quando abordarmos as questões referentes à mecânica estatística). Supõe-se que não há superposição nas trajetórias espaço-temporais, segundo o axioma fundamental do Princípio da Mecânica de Boltzmann¹¹ o qual afirma que “[n]ós imaginamos que dois diferentes pontos materiais nunca ocupam o mesmo lugar ao mesmo tempo, ou se aproximam infinitamente” (Cf. FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 41). Na física clássica, as relações descritas como espaço-temporais sustentam o PII no sentido que, se não for possível discernir os objetos pelas suas propriedades intrínsecas, ainda assim restaria a distinção espaço-temporal, argumentando-se favoravelmente à distinção quantitativa. Para distinguir dois objetos macroscópicos absolutamente indistinguíveis entre si, como duas bolas de bilhar, que não sejam distinguíveis pelas suas propriedades intrínsecas, o que violaria as versões do PII(2) e do PII(3), ainda poderíamos nos valer da condição de distinguibilidade através do lugar que elas ocupam no espaço e no tempo, respeitando a versão PII(1). Dessa forma, podemos dizer que o PII(1) depende da suposição da impenetrabilidade (FRENCH E RICKLES, 2003, p. 226). O que observamos é que os conceitos de distinguibilidade e individualidade ainda estariam implicados entre si, garantidos pelo mesmo princípio. Contudo, ao se tratar das partículas quânticas, a aplicabilidade da forma fraca do PII(1) torna-se problemática devido ao fenômeno de superposição de estados, pois, quando tratamos com os observáveis, as propriedades intrínsecas e a relação entre a continuidade temporal e a localidade não são mais observadas¹².

¹¹ Boltzmann foi um físico do final do século XIX, responsável pela introdução da noção de probabilidade na mecânica estatística nos estudos da termodinâmica que influenciaram, posteriormente, o desenvolvimento do *Princípio de Incerteza* de Heisenberg na física quântica.

¹² Claro que, lembrando o que dissemos anteriormente, referimo-nos à interpretação ortodoxa da mecânica quântica por tratar-se de uma interpretação minimal com respeito à carga metafísica assumida, diferentemente da forma divergente da interpretação de Bohm, por exemplo, na qual a trajetória existe, pois a partícula é ‘guiada’ pela função de onda e, para isso, deve-se assumir um grande número de variáveis ocultas as quais nunca podem ser mensuradas. Mas apenas queremos qualificar a nossa abordagem e não desenvolveremos outras formas interpretativas da mecânica quântica neste trabalho.

Dessa forma, abre-se espaço às alegações metafísicas nas considerações sobre a individualidade, retornando à noção de substrato como princípio de individuação. A indisponibilidade da distinguibilidade conferida pelas propriedades (PII) e da distinguibilidade conferida pelas noções espaço-temporais (STI) sugere que deveríamos assumir uma forma de transcendentalismo (TI) para conceituar a individualidade nos objetos indiscerníveis. Entretanto, assumir essa noção metafísica transcendental é indesejável, ou de difícil trato, para as pressuposições teórico-científicas.

Vale comentar ainda que, em relação a se levar em conta a diferença numérica através da localização espaço-temporal para implicar uma distinção entre objetos quânticos, cientistas mostraram que BECs¹³ separados por uma fração de mil metros, o que é uma distância considerável para a escala quântica, revelam-se indiscerníveis¹⁴.

2.2.4 Discernibilidade numérica e identidade

A discernibilidade numérica e a identidade são conceitos implicados conjuntamente na individualidade dos objetos particulares. Intuitivamente, quando falamos em discernibilidade numérica dos objetos macroscópicos, em geral, nos vêm à mente um montante de objetos e a sua possível variedade, ou seja, pensamos em noções

¹³ BEC ou Condensado Bose-Einstein é considerado um dos estados da matéria e refere-se a um fenômeno no qual bósons que formam uma substância (gás bosônico) convergem para o menor estado de energia comum, em um único estado quântico. O BEC foi pesquisado por Satyendra Nath Bose que trabalhou juntamente com Albert Einstein na década de 20. Os átomos do BEC, que obedecem às leis da mecânica quântica, quando são levados a baixíssimas temperaturas, perto do zero absoluto, e são desacelerados à medida que a temperatura cai, formam um comportamento físico macroscópico que manifesta-se como um condensado. Dessa forma, suas propriedades podem ser estudadas. Observa-se um agregado de partículas as quais, além de comportarem-se como um todo, tornam-se um todo. Nessas condições, o entrelaçamento em um BEC é tal que as partículas quânticas são absolutamente indiscerníveis. Podemos dizer que um BEC consiste em várias entidades, todas em um mesmo estado quântico e todas absolutamente indiscerníveis (Biblioteca Virtual – FAPESP, *Estudo de condensação de Bose-Einstein usando a teoria de campo médio*. Disponível em: <<http://www.bv.fapesp.br/pt/projetos-tematicos/1200/estudo-condensacao-bose-einstein-usando/>>. Acesso em: 02/12/12).

¹⁴ Revista *Nature*, 8 de fevereiro de 2007, vol. 445, pp. 605-6.

quantitativas e qualitativas. No caso de tratarmos com objetos indiscerníveis, sempre buscamos algo que os fazem ser diferentes entre si, pois assim, podemos referir-nos a eles individualmente. Se não podemos diferenciar um objeto do outro, podemos nomeá-los, marcá-los, dispô-los espacialmente de alguma forma, de modo a sabermos à qual objeto estamos nos referindo: este ou aquele. Parece, nesses termos, que a discernibilidade é fundamental para que possamos identificar algum objeto. Mas, o problema em questão consiste em explicar como pode haver uma indiscernibilidade qualitativa entre objetos particulares e, mesmo assim, haver uma diferença numérica entre eles. Isto, supostamente, invalidaria o PII, referente à afirmação que diz: se objetos são indiscerníveis, não pode haver mais do que um único objeto; eles são idênticos, ou seja, são o mesmo indivíduo.

Um dos exemplos mais famosos que tentam refutar o PII como princípio de individuação e, dessa forma, favorecer as teorias do substrato vem da alegação de que o PII não é necessariamente válido. Trata-se de uma conjectura de Max Black (1952), chamada ‘as esferas de Black’, onde em um universo de simetria absoluta, apenas há duas esferas metálicas absolutamente iguais em todas as suas qualidades, como cor, massa, tamanho, brilho, etc., que distam uma milha, uma da outra. Nesse caso, a diferença numérica que admite haver duas esferas não é evidenciado pelas propriedades das próprias esferas. Mesmo que pudéssemos alegar a posição no espaço de uma das esferas, como uma qualidade, ou uma característica que distinguisse uma da outra, o universo em questão é um universo de simetria. Isto significa que romper a simetria e dar elementos para uma distinguibilidade entre as esferas, necessariamente, teria que vir de fora desse universo. As esferas de Black tentam derrubar as teorias de feixes que baseiam-se em propriedades para diferenciar e individualizar, mas também há muita discussão sobre os méritos desse exemplo [(ARENHART, 2012b, p. 2); (ARENHART E KRAUSE, 2012a, p. 43)].

A aproximação intuitiva dos conceitos de discernibilidade numérica e de identidade está diretamente ligada à noção de unicidade e, conseqüentemente, à noção de individualidade, ficando subjacente a essa associação a noção de identidade pois, se podemos identificar mais de um objeto, está implícito que tais objetos têm alguma característica que lhes dá discernibilidade. Posto dessa forma, tais conjecturas parecem estar de acordo tanto com as teorias de feixes de propriedades, como com as teorias do substrato, porém com algumas condições.

A teoria de feixes, a qual baseia-se no PII, defende que a identidade implica individualidade. Sempre haverá uma propriedade

distintiva que garantirá a individualidade dos objetos, desde que possamos identificá-los, ou seja, atribuir-lhes alguma propriedade que possa estabelecer uma diferença entre eles. Mesmo referindo-se às entidades mais fundamentais para Leibniz, no caso da versão mais forte do PII(3), ainda estamos falando em propriedades intrínsecas (não-relacionais) as quais dão individualidade ao objeto, como as mônadas. O princípio de Leibniz não considera que haja uma razão¹⁵ para que objetos indiscerníveis sejam mais que um, mas, ao contrário, devem ser, obrigatoriamente, o *mesmo* e *único*. Para objetos intrinsecamente indiscerníveis não tem sentido o plural, ou seja, nesse princípio não há entidades que difiram *solo numero*, isto é, que difiram simplesmente por uma ser uma, e outra ser outra, sem apresentar qualquer propriedade ou atributo particular [(KRAUSE E ARENHART, 2012, p. 4); (LEIBNIZ, 2004, p. 212)].

As teorias de substrato, por sua vez, garantem a identidade dos objetos de outra forma. Mesmo que eles sofram possíveis mudanças transtemporais, os objetos ainda preservariam a sua individualidade pelo fato de que aquilo que faz uma entidade ser um indivíduo refere-se a uma essência primitiva (*haecceity*) que não muda, que não é uma propriedade qualitativa, pois está além delas. Nesse sentido, a discernibilidade numérica também estaria garantida, mesmo referindo-se a objetos indiscerníveis quanto às suas propriedades, pois o que, supostamente, identificaria todos os objetos do universo seria uma essência (*thisness*) que os distingue. O que se leva em conta nessas teorias é que tudo passa a ser indivíduo sob uma perspectiva ontológica universal, pois em tudo há um substrato que tem o propósito de individuação, sem que se considere, por exemplo, se as observações das teorias científicas apontam a outras perspectivas de individualidade.

Notamos que em ambos os casos, nas teorias de feixes e nas teorias de substrato, as noções de discernibilidade numérica e identidade estão implicadas entre si em seus conceitos. Ambas as teorias estão comprometidas com a noção de indivíduo, mesmo quando tratam de objetos indiscerníveis, cada uma com seus meios de individuação, sejam eles propriedades, ou atributos qualitativos, seja um substrato mais

¹⁵ A ‘razão’, a qual Leibniz refere-se, provém da ‘razão suficiente’, conceito metafísico baseado no finalismo aristotélico. Pelo seu *Princípio da Razão*, uma coisa só pode existir se, além de não ser contraditória, houver uma causa que a faça existir. Nesse caso, uma razão só pode existir baseada em crenças divinas, ou seja, Deus não teria razão para criar duas coisas completamente iguais (LEIBNIZ, 2004, p. 8).

fundamental às propriedades. Entretanto, se quisermos estender as aplicações desses conceitos no contexto da mecânica quântica, enfrentaremos algumas dificuldades. A noção de identidade implicada com a individualidade para garantir a discernibilidade dos objetos quânticos não se sustenta. Isso porque em certas circunstâncias da mecânica quântica, como veremos adiante, a noção de identidade é vaga e merece uma discussão mais detalhada.

Há uma carência de sentido para identidade, quando tratamos de entidades como os não-indivíduos através das teorias de feixes que baseiam-se fundamentalmente na Lei de Leibniz (conjunção do PII com sua conversa). No entanto, as entidades destituídas de individualidade podem ser contadas de algum modo, caso contrário não haveria discernibilidade numérica entre as partículas quânticas, o que significa dizer, por exemplo, que não haveria sentido afirmar que um átomo de He possui dois elétrons. No entanto, há um modo de dissociar a cardinalidade da identidade através da definição do conceito de ‘quase-cardinais finitos’ [ver (DOMENECK E HOLIK, 2007); (ARENHART, 2012c)] pelo qual a atribuição de cardinal não necessariamente implica a identidade para os objetos quânticos, quando são entendidos como não-indivíduos. Aqui, cabe apenas uma referência a esse conceito, pois ainda iremos detalhar o conceito de quase-cardinais na apresentação da teoria de quase-conjuntos.

Se dois elétrons são indiscerníveis pelo PII, não poderíamos individualizá-los, pois estaríamos falando de objetos idênticos, o que significa que são o *mesmo* objeto e, por isso, não teria sentido falar em dois deles. Fica claro que a discernibilidade numérica deve ser fundamentada em outras bases ao tratar os objetos na mecânica quântica, considerando que conceitos de discernibilidade numérica e de identidade referem-se ao PII de modo relacional e dependente. Mas, no contexto da mecânica quântica, os conceitos de discernibilidade numérica e identidade são distintos entre si. Porém, isso também depende da posição metafísica adotada.

As teorias do substrato seguem uma metodologia tradicional de ontologia, a qual não considera as teorias científicas para construir seus pressupostos metafísicos. Mesmo assim, as teorias do substrato dariam conta da discernibilidade numérica dos objetos quânticos, desde que eles tenham um substrato que possa atribuir-lhes individualidade. Dessa forma, já há de antemão uma individualidade que é posta como algo universal a todos os objetos particulares, incluindo-se naturalmente as partículas quânticas. No entanto, aceitar que o substrato possa ser o responsável pela individualidade ainda é problemático para aqueles que

não desejam basear sua ontologia em aspectos puramente metafísicos. Essa prerrogativa do substrato também aponta à incompatibilidade de assumir a dependência da identidade e da discernibilidade numérica na mecânica quântica, pois assumir o substrato nesses moldes significaria que tudo no universo são indivíduos e entidades como os não-indivíduos estariam eliminadas ontologicamente.

Nessas condições, concluímos que em quaisquer das teorias de individuação abordadas que possam tratar dos objetos quânticos, nada poderia discernir entre dois de tais objetos. Se usássemos a lógica clássica, seríamos obrigados a admitir que tais objetos, por serem indiscerníveis, são o mesmo objeto, o que nenhum físico aceitaria. Aliás, um fato empírico que demonstra a indiscernibilidade absoluta das partículas quânticas pode ser evidenciado no condensado de Bose-Einstein, BEC, que mencionamos anteriormente.

2.3 NÃO-INDIVÍDUOS NA MECÂNICA QUÂNTICA

Discutir a noção de não-individualidade já nos remete a questionar se devemos chamar os não-indivíduos por termos tais como, entidades, objetos, itens, etc., pois, na medida em que estamos tentando construir a definição desses ‘entes’ ou ‘itens’, parece-nos que nomeá-los implicaria certa concepção *a priori*, subjacente ao termo, que não desejamos comprometer-nos de início. Por outro lado, sabemos que seria inevitável uma primeira abordagem dessas entidades, através das nossas intuições, com o que temos de mais próximo na linguagem porém, com o cuidado de retornar à questão e tentar determinar esses ‘entes’ sob parâmetros conceituais. Conscientes desse impasse, permitir-nos-emos, a princípio, utilizar esses termos em um sentido mais neutro da nossa linguagem para referir-nos a algo que ainda estamos tentando caracterizar, sem que seja atribuído mais peso denotativo a um termo, ou a outro.

Esses itens ‘apareceram’ no evento da mecânica quântica, mais precisamente, quando se constataram certas anomalias no comportamento de objetos quânticos, como a superposição de estados, o comportamento ondulatório, o colapso de onda, o spin, etc. Uma dessas anomalias, a superposição, é observada nas medidas estatísticas, quando se efetua a distribuição das partículas quânticas. Devemos ter em mente, porém, que tais comportamentos anômalos têm sua referência no comportamento das partículas na física, baseado nos conceitos oriundos da mecânica clássica. Dessa forma, as observações empíricas constatadas que afastavam-se das definições classicamente concebidas,

tornavam-se eventos ainda a serem descritos e explicados pela teoria científica.

Um dos aspectos, que Krause (2005) aponta, refere-se aos estados de entrelaçamento quântico¹⁶ observados nas partículas quânticas. Conceitualmente falando, essa característica própria já evidencia uma incompatibilidade com a noção usual de indivíduo. Se considerarmos conjuntamente a separabilidade (localidade) dos estados de uma partícula, de modo que o entrelaçamento não ocorra, e uma forma de realismo que diz que as partículas são dotadas de todas as suas características desde seu ato de batismo, então isso certamente implicaria a violação das desigualdades de Bell¹⁷. Falando mais informalmente, teorias realistas locais são incompatíveis com a mecânica quântica (Cf. KUMAR, 2008, cap.14). Portanto, assumir a não-separabilidade e, por conseguinte, o entrelaçamento dos estados quânticos significa que o teorema de Bell implica a não-individualidade. A violação das desigualdades de Bell foi comprovada experimentalmente em várias oportunidades, com especial ênfase nos experimentos de Alain Aspect (1984), causando uma prova contundente a favor da não-localidade, se quisermos defender a posição realista de mundo (Cf. GISIN, 2009). Esse argumento é especialmente interessante, pois contraria a posição que considera a localidade, a qual foi sempre defendida por Einstein. Argumentar sobre a não-individualidade através do estados de entrelaçamento quântico resulta em desdobramentos muito interessantes, mas fugiria dos nossos propósitos enveredar por esse caminho aqui [Para maiores detalhes, ver (KRAUSE, 2005, p. 17); (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 179)].

Outro aspecto a respeito da não-individualidade poderia ser abordado através do conceito de Individualidade Transcendental (TI) que consiste, genericamente, em assumir um substrato inerente às propriedades, como responsável pela individualidade dos objetos e, dessa forma, não seria necessário requerer o PII, que baseia-se em

¹⁶ Duas partículas estão entrelaçadas, quando seus estados estão emaranhados (*entangled*), fato que indetermina a identidade de uma partícula.

¹⁷ O teorema de John Bell refere-se a uma classe de desigualdades que, genericamente falando, estabelece que não há variáveis ocultas que possam reproduzir os resultados da mecânica quântica e que o realismo local implica violar essas desigualdades. A partir desse teorema pode-se dizer que há uma distinção absoluta entre a mecânica quântica e a física clássica. [Uma discussão detalhada, que inclui as implicações entre as desigualdades e a probabilidade clássica, a causalidade e a localidade de Einstein, pode ser encontrada em Hughes (HUGHES, 1992, pp. 237-248.)]

propriedades, como modo de individuação. Nesse caso, favoreceria aos nossos propósitos o fato de negar essa noção metafísica transcendental, o que implicaria considerar e admitir a possibilidade da não-individualidade como entidade, significando que uma entidade poderia ter a descrição de não-indivíduo.

De acordo com Heinz Post, em um artigo publicado em 1963, a não-individualidade das partículas elementares deveria ser tratada desde o início (*right at the start*) como um conceito primitivo. Assim, falar sobre objetos que não obedecem às leis físicas na sua mais fundamental relação espaço-temporal, requer uma *desindividualização* (grifo do autor), ou seja, é mais fácil referir-se a elétrons, por exemplo, como um *estado* e abandonar a referência de partículas individuais. Para ele, a noção de individualidade só tem consistência, quando falamos de objetos tão complexos, que mesmo uma identidade ou indistinguibilidade fraca seria improvável (POST, 1963, p. 20). Mas, o interessante para as nossas alegações a favor dos não-indivíduos refere-se ao que Post, na verdade, assume, ou seja, partindo do ponto de vista que a não-individualidade é um conceito primitivo, é a individualidade que deriva dessa noção, e não o contrário. Sendo assim, quando se insere a individualidade e o tratamento de indivíduos no contexto das partículas, deveríamos assumir a TI, pois não teria sentido a identidade espaço-temporal, quando tratamos de partículas elementares, devido ao fenômeno de superposição de estados.

A teoria da mecânica quântica ‘sugere’ que uma nova categoria ontológica deva ser considerada na tentativa de explicar as ocorrências nas medidas estatísticas, pois, como a identidade da partícula não pode ser determinada, a sua individualidade pode ser questionada. Esse ponto é defendido, dentre outros, por Lévy-Leblond e Balibar que sugerem o termo *quanton* (aparentemente tomado de Mario Bunge) para designar esse ‘novo’ tipo de entidade [Ver (LEVY-LEBLOND E BALIBAR, 1990, p. 68)].

2.3.1 Algumas noções dos conceitos formais da mecânica quântica

A noção de não-indivíduo é uma noção contra-intuitiva, pelo menos considerando dois modos: metafisicamente, se levarmos em conta as nossas concepções de identidade e individualidade, e formalmente, se levarmos em conta que todos os objetos tratados pela matemática usual e lógica clássica são indivíduos. Em ambos os casos, como explicar ou descrever uma entidade como a partícula elementar a qual possui sua individualidade questionada? Veremos que a não-

individualidade é uma característica intrínseca do objeto quântico; ela não depende de certas condições laboratoriais, ou aparelhos de medição, ou seja, não se trata de uma questão epistemológica, ao contrário, trata-se de um problema ontológico que demanda considerações filosóficas, mas não apenas, pois tal problema também ocupou os teóricos da mecânica quântica, no sentido de tentar captar essas novas noções de modo descritivo.

Segundo Auyang, desde 1925 várias concepções da teoria foram propostas com a intenção de entender as estruturas atômicas mais básicas. Dentre elas, podemos citar as concepções de Born, Dirac, Jordan e Pauli que juntaram-se à de Heisenberg, desencadeando o desenvolvimento da mecânica matricial. Seis meses depois, Schrödinger desenvolveu, independentemente dos demais, a mecânica de ondas, introduzindo o conceito abstrato de função de onda que abarcava os conceitos de estados quânticos e de superposição, conceitos esses que descrevem o comportamento de uma partícula. Ainda segundo a autora, as aproximações conceituais de Heisenberg e Schrödinger mostraram-se equivalentes e Dirac as unificou em sua teoria da transformação. Entretanto, somente em 1932, von Neumann fundamentou a mecânica quântica de modo mais rigoroso, complementando a teoria matematicamente com a sua formulação por meio dos espaços vetoriais de Hilbert (\mathcal{H}) (AUYANG, 1995, pps.16).

As noções dos fenômenos físicos dessa época seguiam um padrão conceitual de quase quatro séculos. Desde a mecânica newtoniana, os aspectos observacionais do nosso entorno eram comumente descritos e explicados pelos mecanismos formais, como a matemática e a lógica usuais; e, os fenômenos físicos eram confortavelmente descritos nas categorias ontológicas já estabelecidas sob uma visão tradicional da metafísica ou, como também é chamada, uma filosofia primeira, sendo subjacente a qualquer teoria científica. No entanto, tentar dar conta dos novos fenômenos quânticos que as observações laboratoriais impunham, as chamadas ‘anomalias’, como a superposição, por exemplo, requer que tais mecanismos formais tenham que ser adaptados à nova configuração, tanto na consideração de aspectos formais, como nas considerações ontológicas.

Vamos seguir nesta seção, explicando alguns conceitos referentes aos aspectos formais da teoria, e procurando fornecer ao leitor não habituado com certos termos da física uma melhor familiarização. Contudo, neste momento, não estaremos preocupados em detalhes historiográficos da filosofia da ciência a respeito da física quântica que desenvolveu-se no início do século XX. Com o intuito de fornecer uma

introdução das noções básicas do formalismo da mecânica quântica, pretendemos abordar apenas os conceitos que julgamos interessantes para auxiliar o entendimento de alguns termos os quais iremos utilizar adiante, como: observáveis, sistema físico, estado de um sistema físico e superposição de estados.

As partículas elementares, como prótons, nêutrons, elétrons e seus componentes subatômicos, são inobserváveis porque não podemos ter um acesso direto a elas, utilizando apenas os nossos sentidos. O que nos faz conhecê-las e dizer que essas entidades existem são, tão somente, as suas propriedades, através das quais esses objetos quânticos apresentam-se, como a carga e a massa. Adotou-se, então, o termo *observáveis* para referir-se às propriedades dessas partículas elementares, considerando dois aspectos: as observações empíricas a partir de aparelhos laboratoriais e as suas verificações pelas medições estatísticas experimentais. Mas há controvérsias. Segundo Pessoa Jr. (2006, 2005), as tentativas de acessar o átomo ou as partículas elementares evidenciaram-se nas técnicas de medição com relação à observação empírica desde 1955, através de alguns experimentos de “interferência quântica entre estados macroscopicamente distintos”, como um microscópio iônico de campo, e até mais recentemente em 1984, através da microscopia de tunelamento de varredura (PESSOA JR., 2006, p. 312). Tanto nas fotografias e construções de imagens obtidas, ou nas armadilhas as quais pode-se *aprisionar* elétrons e outras partículas, identificam-se alguns estados eletrônicos. Porém, dizer que há uma *observação direta* da partícula ainda é criticado por alguns autores, os quais atribuem às imagens obtidas uma observação indireta de densidades eletrônicas e não de processos dinâmicos do comportamento dos sistemas (PESSOA JR., 2005, p. 127).

As entidades físicas quânticas são representadas por entidades matemáticas e, por isso, tratadas dentro de um domínio formal o qual, devemos ter em mente, é modelo¹⁸ para nossas teorias. Um *sistema físico* é entendido como um conjunto de comportamentos físicos a ser estudado. Dizemos que uma partícula, seja um próton, um elétron, ou um átomo, é um sistema físico; e o estado de um sistema físico refere-se às características que o sistema apresenta em determinado momento, ou

¹⁸ Dissemos anteriormente que alertaríamos o leitor se a palavra ‘modelo’ fosse empregada no sentido diferente do usual. Esse é o caso: nesse contexto ‘modelo’ tem um sentido de modelo axiomático para determinada teoria, envolvendo considerações lógicas e semânticas [Para maiores detalhes, ver (ARENHART E MORAES, 2010, p. 16)].

seja, o que pode ser observado em um sistema. Nesse sentido, um *observável* representa uma grandeza física do sistema físico, como a velocidade, a posição no espaço, o momento angular, o spin, etc. Porém, há uma característica muito peculiar em relação aos observáveis.

O *Princípio da Incerteza* de Heisenberg diz que as medidas de um observável sofrem influências extrínsecas a ele, o que é incomum na física clássica. Na física quântica, a medida de uma grandeza física, como a velocidade, interfere na medida da posição da partícula. Quando temos uma medida definitiva de uma grandeza do sistema, as outras tornam-se incertas e incompatíveis de serem medidas. Isto significa que os observáveis são independentes, ou seja, não podemos medi-los simultaneamente¹⁹ [Para maiores detalhes, ver (MURR, 2010); (PESSOA JR., 2005)].

A partir dos conceitos primitivos da mecânica quântica não-relativista, como *estado de um sistema físico* e *observáveis*, desenvolveu-se um formalismo básico que pode ser construído de diferentes modos, tais como: a álgebra de von Neumann, a interpretação subjetivista de Wigner, a álgebra de Feynman, etc. Porém, a formulação mais comum e aceita, devido ao fato de que quase todos os resultados são verificados experimentalmente, é o formalismo via espaços de Hilbert (\mathcal{H}). Basicamente, um espaço de Hilbert é um espaço vetorial com produto interno completo, em relação à norma induzida por esse produto interno [Cf. (KRAUSE, 2002)], mas não abordaremos, aqui, os detalhes dessa formulação. No momento interessa-nos entender que a função de onda é representada em um espaço de Hilbert por um vetor e, portanto, devemos entender que a *função de onda* ψ (ou vetor de estado) é um constructo abstrato que não tem contraparte na realidade, sendo apenas um modelo matemático. No entanto, este é um ponto discutível, como pode-se ver pelos ensaios em Albert e Ney (2013) e em Arenhart e Krause (2014). A própria utilização da palavra ‘onda’ poderia ser questionada, se levarmos em conta outras interpretações da mecânica quântica, como as Teorias Quânticas de Campos (QFT) por exemplo,

¹⁹ A indeterminação de uma medida na física quântica não significa uma deficiência na aparelhagem, ou nas dificuldades epistêmicas envolvidas, mas sim, um atributo ontológico próprio do comportamento quântico. Murr (2010) lembra ainda a diferença entre ‘indeterminação’ e ‘incerteza’ neste contexto da física quântica. Como ela explica, “[é] a teoria que propõe, em um princípio fundamental, que a medição de um observável causa incerteza na medição de outro observável, o que não tem relação com a precisão da aparelhagem experimental.” (MURR, 2010, p. 53).

nas quais as entidades fundamentais (e sua ontologia básica) não são partículas e nem ondas, mas sim, campos²⁰. Entretanto, o que se sabe sobre a função de onda ψ é que ela fornece-nos probabilidades, ou seja, as medidas obtidas na descrição da função de onda não se referem a um valor absoluto, mas somente a um conjunto de probabilidades de um resultado (*ensemble*). Nesse sentido, as estatísticas probabilísticas desempenham um papel fundamental na física quântica no seu sentido mais abrangente, incluindo teorias, interpretações, cálculos, experimentos, como também no aspecto formal e axiomático da mecânica quântica. Outra observação importante acerca dos conceitos da mecânica quântica, que discutiremos a seguir, diz respeito às medições estatísticas através das quais lida-se com um dos conceitos mais característicos do objeto quântico, a *superposição de estados*²¹.

Devemos entender que a denominação ‘superposição’ por vezes remete-nos a uma ideia equivocada de que duas coisas ocupam o mesmo lugar no mesmo instante, ou de que algo acontece e não acontece ao mesmo tempo, parecendo indicar-nos um mundo de contradições. No entanto, sem querer adentrar em especulações acerca de possibilidades metafísicas, o que podemos afirmar sobre a superposição de estados é que certas denominações como esta referem-se tão somente a uma representação formal matemática de medidas experimentais as quais revelam-se indeterminadas e cuja tradução de tais nomes para a realidade, por vezes, torna-se sem sentido. Um caso mal interpretado, por exemplo, diz respeito ao experimento mental de Schrödinger, conhecido como o ‘gato de Schrödinger’, que diz que o gato ‘está morto e está vivo’ dentro de uma caixa²² em alusão a uma ‘superposição

²⁰ Como informamos o leitor, nossas considerações ontológicas referem-se à interpretação ortodoxa da mecânica quântica, assim não entraremos em detalhes aqui sobre campos. Há na literatura muitas referências à interpretação da Teoria Quântica de campos (QTF) na qual até mesmo o objeto como entidade ontológica básica é discutida. Podemos citar algumas delas em (FRENCH E KRAUSE, 2006, pp. 354-364), (AUYANG, 1995), (CAO, 1999).

²¹ Dizemos que duas partículas estão entrelaçadas quando seus estados estão em superposição ou, mais especificamente, quando seus estados estão emaranhados (*entangled*).

²² ‘O Gato de Schrödinger’ refere-se a um famoso experimento mental idealizado por Erwin Schrödinger no qual, de acordo com as regras da mecânica quântica, um gato existiria em uma superposição de estado vivo e estado morto até que fosse observado, assumindo um dos estados só a partir da observação. Além da analogia de um gato com uma partícula quântica, também pretende-se indicar nesse experimento uma influência do observador (fator extrínseco) nos

quântica de estados do gato’ (Cf. KUMAR, 2008, pp. 316-317). Claro que trata-se de uma imagem intraduzível para dimensões macroscópicas próprias de um gato, mas o que deve-se abstrair desse exemplo é a indefinição e a indeterminação da física quântica, ao tratar do fenômeno da superposição de um sistema físico quântico, porém sob a ótica dos moldes clássicos da física. Na verdade, isso não ocorre com gatos reais devido a um fenômeno que os físicos denominam *decoerência*, que faz com que os efeitos quânticos não sejam detectados em objetos na escala macroscópica [Para maiores detalhes, ver (PESSOA, 2006, pp. 308-313)]. Como também devemos atentar para o procedimento inverso, ou seja, pode ser igualmente inoportuno transferir nossas conjecturas clássicas para situações do domínio quântico, o que resulta, por vezes, em algo incompreensível, como a superposição.

De forma geral, as perguntas e questionamentos direcionados à mecânica quântica vêm de pressupostos clássicos, ou seja, a contextualização é clássica, como o espaço-tempo; a definição dos termos aos quais nos referimos é clássica. Visto que a experiência é sempre clássica, fala-se do que *não é* (clássico), e não daquilo que *é* a mecânica quântica. No caso do gato de Schrödinger, o que o experimento tenta evidenciar não são as contradições, mas que as propriedades, como ‘vivo’ e ‘morto’, seriam propriedades contrárias, como explicado por Arenhart e Krause (2014). A superposição significa um estado de propriedades que deve ser entendido, matematicamente, como uma combinação linear de vetores e, quanticamente, como um sistema composto que não pode ser decomposto em subsistemas isolados. Qualquer medição de um estado de superposição colapsa em uma situação que pode ser descrita na física clássica. Por exemplo, pensemos no spin. Neste caso, não se trata da partícula estar com valor de spin *up* ou spin *down* em uma dada direção, porque não sabemos qual é o caso antes de qualquer medida, mas sim, trata-se de que na partícula encontram-se essas duas propriedades misturadas, *up* e *down*. Na verdade, a mecânica quântica assevera que não podemos assumir que a partícula tenha todas as suas propriedades com valores bem determinados, mas apenas desconhecidos. Segundo resultados, como o já mencionado teorema de Bell, isso não pode ser assumido como queria, dentre outros, Einstein. O problema a ser discutido seria como representar, ou definir de modo formal, esse tipo de situação. Vamos, a

resultados do estado da partícula (fator intrínseco). [Mais detalhes sobre esse experimento, ver (KUMAR, 2008, pp. 316-7), como também em: <http://plato.stanford.edu/entries/qt-measurement/>].

seguir, entender um pouco como a noção intuitiva de objeto físico foi colocada em questão.

2.3.2 Início da teoria quântica

Como já mencionamos, o nome ‘não-indivíduo’ refere-se a uma terminologia que tenta ser mais adequada àqueles objetos do domínio quântico que são entidades destituídas de individualidade. Podemos dizer também que os não-indivíduos foram ‘sugeridos’ pela visão da mecânica quântica, através dos resultados das medidas estatísticas. Na medida em que se adota uma visão da ontologia fornecida pelas teorias científicas (estas concernentes às considerações da Visão Recebida no início do século XX), tais objetos podem ser considerados uma opção plausível de ontologia.

No congresso Solvay, em 1927, Bohr insere no contexto da física o conceito de complementaridade entre partícula e onda através de uma interpretação que parte de princípios metafísicos clássicos e avança para os formalismos usuais existentes (KUMAR, 2008, pp. 261-280). A exemplo de Bohr, veremos detalhadamente a seguir, a estratégia inversa, ou seja, a partir do formalismo na estrutura, na simetria e na lógica de uma interpretação coerente da mecânica quântica (forma naturalizada), avança-se aos princípios metafísicos. Um dos resultados é observar que nesse sentido metodológico naturalizado aparece uma categoria até agora desconhecida na metafísica clássica, os não-indivíduos. Dessa forma, se insere no contexto metafísico uma mudança de paradigma: a determinação do objeto quântico parece estar em função das suas medições e não em função das propriedades classicamente entendidas, como é comum para os objetos em geral, ditos objetos clássicos, que são independentes das medições no que diz respeito à sua constituição. Por exemplo, uma das propriedades dos objetos do cotidiano, como a posição em um determinado tempo t , é uma característica intrínseca constituinte do objeto, ela é absoluta, não se altera no processo de medida. Mas no caso dos objetos quânticos isso muda, como veremos. Podemos dizer que a decorrência das medições estatísticas dos objetos quânticos acabou tornando-se um novo princípio metafísico a ser explicado. Esboçaremos como iniciou-se essa teoria física, mas apenas genericamente, dado que não é nosso interesse fazer um levantamento histórico dessa época.

O surgimento da mecânica quântica decorreu das tentativas de explicar um comportamento anômalo das previsões teóricas físicas,

como a radiação do corpo negro²³ e suas consequências que diziam respeito a aspectos dinâmicos de um sistema. No final do século XIX, algo inédito para as concepções intuitivas da física clássica lançou um novo paradigma na física, como aconteceu através de uma das interpretações para a anomalia do corpo negro, que ficou conhecido como sendo a hipótese ‘radical’ de Planck, ou ‘postulado quântico’ que, segundo ele próprio, foi criado em um ‘ato de desespero’ para tentar descrever os dados obtidos experimentalmente em relação ao espectro da radiação do corpo negro.

A partir de 1901, Max Planck começou a tratar a distribuição de energia (distribuição no sentido de receber e compartilhar energia) de um determinado corpo como se fossem pacotes de energia. Ou seja, Planck assumiu uma interpretação física radical: de que a energia é quantizada (viria em forma de um *quantum*, ou no plural *quanta*, e que chamamos ‘fótons’ quando se trata de luz) para os osciladores que comportavam-se conforme um corpo negro. Isso significa dizer que a absorção de energia pelos elétrons, supostamente, seria feita descontinuamente, isto é, por pacotes, como se houvesse ‘saltos’ de energia. Essa interpretação dos dados empíricos era uma tentativa de resolver teoricamente o problema do corpo negro no momento em questão, porém Planck acreditava que pensar a energia de forma descontínua, ou seja, discreta, era apenas uma medida teórica provisória, que servia para dar conta da anomalia. No entanto, a esperança de Planck não se concretizou. Ao contrário, pensar a energia de forma discreta tornava-se cada vez mais uma condição fundamental para responder aos experimentos que se sucederam. Um recurso matemático denominado ‘Constante de Planck’ e representado por ‘*h*’ ($6,62 \times 10^{34}$

²³ Basicamente, um corpo negro pode ser representado por uma caixa completamente fechada a não ser por um pequeno orifício onde se incide luz. A capacidade de absorção de luz, ou energia eletromagnética, é total e a sua reflexão é nula. Como a energia eletromagnética absorvida, supostamente, não teria por onde ‘escapar’, deveria ser radiada, justificando o equilíbrio termodinâmico, ou seja, o equilíbrio entre a troca de energia cinética e energia potencial nesse sistema. Assim, concluía-se que, apesar de não refletir luz, esse corpo emite radiação. No entanto, conciliar o conceito de corpo negro com a distribuição de energia pela termodinâmica apresentava um problema: os espectros da radiação obtidos experimentalmente mostravam-se divergentes das previsões teóricas. Essa característica configurou-se em um problema controverso aos cientistas do século XIX, pois as teorias físicas da época não eram capazes de explicar um comportamento de alta frequência (radiação) de uma emissão de um corpo negro, quando em altas temperaturas, por exemplo.

J/s) foi introduzido por Planck para lidar com essas discrepâncias na tentativa de determinar a quantização da energia, levando esse fato à teoria quântica e aos estudos da mecânica quântica. Além de tal dimensão ser inalcançável empiricamente, a nova visão descontínua (ou discreta) de representar os objetos quânticos, chamada *escala de Planck*, acarretou, dentre outras, uma consequência matemática [Para maiores detalhes sobre esses aspectos históricos, ver (FRENCH E KRAUSE, 2006, pp. 85-94); (KUMAR, 2008, pp. 9-29)].

A interpretação estatística da entropia foi introduzida por Boltzmann e definida como proporcional ao logaritmo neperiano, também conhecida como método probabilístico para medir a entropia de um determinado número de partículas de um gás ideal. Tal interpretação pode ser expressa pela equação $S = k \ln W$, onde S é a entropia, k é a constante de Boltzmann e W representa o número de estados possíveis para o sistema. A interpretação estatística de Boltzmann associa o formalismo termodinâmico a um tratamento probabilístico, obtendo um tratamento matemático-probabilístico para questões físicas, o que foi muito debatido na época. No entanto, foi a partir dessa interpretação de Boltzmann, que consistia em ‘discretizar’ a energia em intervalos de energia ε para determinar W , que Planck assumiu uma derivação da lei do corpo negro e deduziu uma fórmula combinatória. O que Planck fez foi assumir que as possíveis energias de um oscilador pudessem ser discretizadas e supôs que a energia U de N osciladores fosse dada por $U = P\varepsilon$ [Cf. (OLIVEIRA, 2005)]. Essa derivação de Planck pode ser descrita através da seguinte fórmula, onde P elementos de energia podem ser distribuídos em N modos possíveis:

$$\frac{(N + P - 1)!}{(N - 1)!P!}$$

Tal equação também foi considerada, posteriormente, na década de 20 por Albert Einstein e Satyendra Nath Bose nas distribuições dos bósons. Mas, antes disso, em 1905, ao analisar o efeito fotoelétrico, Einstein avançou na teoria de Planck, mostrando que não apenas a energia dos osciladores era quantizada, mas também a própria radiação.

Vários físicos da época, como Heisenberg, Ehrenfest e Born, por exemplo, referiram-se à hipótese de Planck como conduzindo à ‘perda’ da identidade, devido ao fato de que a divisão por $P!$ implica a indiscernibilidade dos elementos de energia (*quanta*), como percebeu Ehrenfest (KRAUSE, 2011, p. 151). Segundo Krause, não há nada a ser perdido (referindo-se à identidade das partículas), uma vez que a identidade não faz sentido para esses objetos. Na verdade, podemos

presumir que houve mais ganho do que perda, se pensarmos nas possibilidades conceituais e empíricas que puderam motivar uma mudança ontológica surgida a partir de uma conquista científica (*Idem*, 2009, p. 21). Visto dessa forma, a distribuição nas medidas estatísticas demonstraram que a estatística de Maxwell-Boltzmann, utilizada comumente na mecânica clássica, ao tratar os objetos quânticos, apresentava resultados diferentes dos esperados nas relações estatísticas probabilísticas, fato esse que, basicamente, originou o termo ‘não-indivíduo’ e a noção de ‘não-individualidade’.

2.3.3 Sobre as probabilidades nas medidas estatísticas

Uma das interpretações do conceito de probabilidade sob um ponto de vista objetivo, oriundo da teoria da probabilidade frequencial ou objetiva (nomes como Reichenbach e R. von Mises estão ligados a esse tipo de probabilidade objetiva), refere-se à probabilidade de tipos precisos de eventos, onde consideram-se as ocorrências e as repetições, associadas às noções, tais como: disposição, tendência, propensão, frequência, dada uma determinada amostragem, onde a proporção entre a possibilidade de um evento ocorrer e o número total de possibilidades equiprováveis pode ser determinado (DA COSTA, 1993, p. 58). O conceito de probabilidade da axiomática de Kolmogorov²⁴, por exemplo, estabelece um algoritmo que pode ser verificado de modo contínuo e frequencial no tratamento de uma partícula clássica [Para maiores detalhes, ver (AUYANG, 1995, p.197); (DA COSTA, 1993)].

Esta ideia exerce grande fascínio sobre os empiristas que, ao interpretar enunciados probabilísticos como contingentes e ao garantir sua aplicação na prática, utilizam-se da frequência observada. Embora

²⁴Apesar de haver várias interpretações sobre as teorias de probabilidades, um sistema axiomático tido como cálculo de probabilidades padrão é a interpretação axiomática de Kolmogorov, formulada no início dos anos 30. Trata-se do primeiro sistema axiomático para probabilidades. Entende-se, de modo geral, que, associados aos possíveis resultados de um experimento aleatório, existe sempre um espaço amostral e uma álgebra de eventos. A noção de probabilidade descrita desse modo está associada à ideia de repetição. Se houver uma repetição, a frequência aproximada de um resultado é a probabilidade. Naturalmente, o conceito de probabilidade por essa definição torna-se problemático, se aplicado na mecânica quântica, principalmente pela dificuldade que há em caracterizar-se o espaço amostral. Mas, não desenvolveremos este ponto, pois necessita-se de muito mais detalhes que os aqui fornecidos.

esse tipo de abordagem atraia estudiosos de grandes eventos, como a mecânica estatística, algumas objeções apresentam-se. Dentre elas, podemos citar a desvantagem de eliminar qualquer significado à probabilidade de um evento singular. Ao contrário, a probabilidade frequencial é entendida sempre através de um caráter global, ligada a avaliações objetivas e independentes de opiniões ou crenças subjetivas.

Considerando um contexto clássico, a probabilidade da medida de um ponto qualquer em uma trajetória que representa uma grandeza física, por exemplo, revela-se a mesma. Diferentemente, quando nos referimos à mecânica quântica, a probabilidade revela-se através de uma distribuição não-contínua da repetição de um experimento. Assim, na mecânica quântica não é possível sustentar uma frequência na medida em que os eventos são isolados e não repetíveis. Como não há uma teoria de probabilidade universalmente aceita, considera-se uma classe de experimentos que fornecerá uma média de seus resultados (*ensemble*) e não um resultado específico como na mecânica clássica. Assim, os resultados na mecânica quântica não apenas são probabilísticos, mas também a axiomática para formalizar tal probabilidade estatística não pode ser o cálculo padrão utilizado classicamente.

Um exemplo da impossibilidade de verificação frequencial, dado por Griffith (1995), refere-se à indeterminação da partícula. A partir do teorema de Bell, em 1964, os experimentos confirmaram, decididamente, a interpretação ortodoxa da mecânica quântica, no sentido de que a pergunta ‘Onde estaria a partícula antes de efetuar a medida?’ tem como resposta uma indeterminação. A indeterminação é assim entendida, devido ao fato de que a primeira medida efetuada do sistema físico altera radicalmente a função de onda, ou seja, a função de onda colapsa no ato da medida, expressando uma característica pontual e corpuscular e, novamente espalha-se como onda, de acordo com a equação de Schrödinger. Há, portanto, dois processos físicos completamente diferentes: o processo padrão no qual a função de onda espalha-se, obedecendo à equação de Schrödinger, e o processo de medidas no qual a função de onda instantânea e descontinuamente colapsa. Por isso, várias medidas da função de onda ou, como se diz, uma classe de experimentos são realizados para obter-se uma média dos resultados. Dessa forma, devido à interpretação estatística, a probabilidade é considerada uma característica central na mecânica quântica (GRIFFITH, 1995, pp. 2-4).

2.3.4 Medidas estatísticas na mecânica quântica

Primeiramente, vamos descrever um comportamento clássico para discutirmos melhor a diferença entre as probabilidades estatísticas. Dados dois objetos indiscerníveis (vamos utilizar, por exemplo, dois quadradinhos pretos) com todas as suas propriedades absolutamente iguais em relação às suas propriedades intrínsecas, daremos o nome de A e B a cada um deles para diferenciá-los e saber com qual estamos tratando; vamos agora distribuir esses objetos em dois estados diferentes α e β . As possibilidades de distribuição desses objetos são: partindo da hipótese de estarem juntos: (1) ou ambos estão no estado α , (2) ou ambos estão no estado β ; e, se estiverem separados: (3) cada um está em um estado.

Mesmo sendo objetos idênticos e intrinsecamente indistinguíveis, essa distribuição já é suficiente para poder individualizar os objetos nos estados α e β nas possibilidades (1) e (2), pois os nomes A e B indicam-nos a ordem em que encontram-se tais objetos. Mas ainda restaria mais uma opção ao diferenciá-los no estado (3), pois, quando separamos os objetos nos estados, a ordem pode ser um diferenciador, na medida em que damos os nomes de A e B a cada um. Assim, temos mais uma possibilidade (4), onde a permutação dos objetos A e B deve ser levada em conta, ocasionando uma quarta possibilidade de distribuição. Observamos que as quatro possibilidades de distribuição estatística conferem quatro estados diferentes, se supusermos, é claro, o mesmo peso probabilístico a cada uma delas, totalizando-se uma probabilidade de 1/4 para cada situação. Observamos que nas possibilidades de distribuição (3) e (4) os objetos A e B são considerados indivíduos de algum modo, pois cada um deles determinou um estado diferente. São esses estados diferentes que garantem a individualidade da partícula à medida que a indiscernibilidade esteja vinculada à individualidade. Essa estatística probabilística é usual na física clássica e chamada estatística de Maxwell-Boltzmann (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 23). Abaixo, segue um esquema desse tipo de distribuição estatística para esses dois objetos:

| <i>Possibilidades</i> | <i>Estado α</i> | <i>Estado β</i> |
|-----------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| 1 | ■A■B | |
| 2 | | ■A■B |
| 3 | ■A | ■B |
| 4 | ■B | ■A |

Entretanto, quando tratamos com objetos quânticos, conforme essa mesma distribuição estatística acima, o resultado estatístico das probabilidades muda radicalmente. De modo geral, a situação é a seguinte: começando pela classificação na natureza as partículas quânticas, sejam elas prótons, nêutrons, elétrons, fótons, ou subpartículas, são classificadas em dois tipos: bósons e férmions²⁵, sendo que a natureza bosônica ou fermiônica determina como a distribuição de energia é feita nos estados. Como os bósons podem partilhar os mesmo estados, as possibilidades de distribuição para bósons seria inicialmente conforme a anterior: (1) ou estão juntas no estado α , (2) ou estão juntas no estado β , (3) ou cada uma está em um estado. Observa-se, no entanto, que qualquer permutação nessa última possibilidade (3) não será gerado um novo estado de função como na mecânica estatística clássica, pois não podemos distingui-los e, assim, uma ordem entre eles não tem sentido. Isso permite apenas três possibilidades de distribuição, totalizando-se uma probabilidade de 1/3, se considerarmos, igualmente, o mesmo peso na distribuição das três possibilidades. A essa estatística dá-se o nome de Estatística Bose-Einstein (BE). Os férmions, no entanto, não podem compartilhar os mesmos estados como os bósons, assim, apenas uma possibilidade é permitida, a de um objeto em cada estado (3). Isso se deve ao *Princípio de Exclusão*, de Wolfgang Pauli, que diz que férmions não podem compartilhar os mesmos estados (ou seja, a partícula tem spin *up* ou *down*). Dessa forma, para férmions só há uma possibilidade de distribuição, totalizando uma única probabilidade de peso 1, chamada Estatística de Fermi-Dirac (FD). Observamos que a situação para os bósons em (1) e (2) é a mesma da mecânica clássica, ou seja, a distribuição nesses estados não muda, significando que podemos igualmente distinguir as partículas quânticas através dos seus estados e, portanto, podemos descrevê-las conforme descrevemos as clássicas. Mas, diferentemente, quando consideramos a possibilidade (3), não há como distinguir as partículas indiscerníveis pelas suas propriedades

²⁵ Encontra-se na literatura referência às estatísticas fracionárias denominadas *anyons*, como partículas indiscerníveis [ver WILCZEC, F. (1991), *Scientific American*], as quais não se comportam como as estatísticas quânticas, mas apresentam uma interação diferente, ou mesmo as subpartículas denominadas antipartículas, destituídas de massa, ou as parapartículas estudadas a partir das paraestatísticas. De qualquer modo, muitas delas não têm base empírica e ainda investigam-se suas propriedades como os constituintes de quarks, por exemplo. Mas, para o objetivo desse trabalho, apenas consideraremos bósons e férmions.

como fizemos com os objetos clássicos. Se tomarmos $N=P=2$ e fizermos o cálculo usando a fórmula de Planck (citada anteriormente), o resultado é exatamente o esperado, três situações possíveis para bósons e, para férmions temos uma única possibilidade, exatamente o caso (3).

Podemos ilustrar esse evento, tomando como exemplo um átomo inicialmente estável que após um processo de ionização retorna à estabilidade. De modo geral, em uma ionização, um átomo estável sofre uma mudança através de uma reação iônica, ocasionando a perda ou ganho de elétrons e, por isso, o átomo torna-se instável e propenso a reações com outros íons. Uma nova reação tornará esse íon um átomo estável novamente, quando ele obtiver a mesma configuração eletrônica que tinha antes. Apesar de que os elétrons do átomo no estado inicial não poderem ser afirmados ser os mesmos do átomo no estado final, as configurações iniciais e finais são as mesmas. A estabilidade inicial e final desse átomo é representada pela possibilidade (3).

Para melhor descrever a distribuição das estatísticas quânticas seria interessante, neste momento, introduzir um pouco de formalismo. No caso a seguir (1), (2) e (3) representam as possibilidades de distribuição, as partículas em seus estados são representadas por vetores da função de onda $|\psi\rangle$ no espaço de Hilbert \mathcal{H} e ‘ \otimes ’ denota o produto tensorial (não comutativo) que gera os possíveis estados para essas partículas. Considerando uma representação formal da função de onda $|\psi\rangle$, através do espaço de Hilbert \mathcal{H} , vamos ver abaixo um esquema desse tipo de distribuição estatística:

| <i>Possibilidades</i> | <i>Estados da função</i> |
|-----------------------|---|
| 1 | $ \psi_\alpha^A\rangle \otimes \psi_\alpha^B\rangle$ |
| 2 | $ \psi_\beta^A\rangle \otimes \psi_\beta^B\rangle$ |
| 3* | $ \psi_\alpha^A\rangle \otimes \psi_\beta^B\rangle$ |

Nas possibilidades (1) e (2) a função de onda apresenta-se de uma forma que podemos afirmar que ambas as partículas estão no mesmo estado. A possibilidade (3*) nunca se verifica, pois ela distinguiria as partículas pelo estado a que pertenceriam. [Ver (FRENCH E KRAUSE, 2006, pp. 260-271)].

A representação formal correta das simetrias diferentes no estado (3*) pode ser expressa do seguinte modo, separando o comportamento para bósons e férmions e considerando uma representação de vetores no espaço de Hilbert \mathcal{H} :

$$(3a) \frac{1}{\sqrt{2}} (|\psi_\alpha^A\rangle \otimes |\psi_\beta^B\rangle + |\psi_\alpha^B\rangle \otimes |\psi_\beta^A\rangle) \text{ para bósons}$$

$$(3b) \frac{1}{\sqrt{2}} (|\psi_\alpha^B\rangle \otimes |\psi_\beta^A\rangle - |\psi_\alpha^A\rangle \otimes |\psi_\beta^B\rangle) \text{ para férmions}$$

Como elétrons são férmions, informalmente diz-se que não podemos ter mais de um férmion em um dado estado, pois eles obedecem ao Princípio de Exclusão de Pauli, lembrando que férmions não podem ter todos os mesmos números quânticos. Segundo Krause, essa característica é fundamental para toda a física quântica e está na base da tabela periódica (KRAUSE, 2011, p. 114). Quando os bósons estão no estado (3a), a função de onda é simétrica, representada pela adição de seus estados de onda; e, quando os férmions estão no estado (3b), a função de onda é antissimétrica, ou seja, se houver uma permutação, a função troca de sinal.

No entanto, observamos que, dependendo do tipo de superposição da função de onda, simétrica ou antissimétrica, assumidas pelas permutações das partículas na estatística da mecânica quântica, podemos considerar as partículas indivíduos em algum sentido, como estados puros nas possibilidades (1) e (2). Contrariamente, nos estados híbridos ou mistos, isto é nas possibilidades (3a) e (3b), a permutação dos objetos quânticos não faz nenhuma diferença, uma vez que mesmo a assimetria fermiônica não poderia distinguir as partículas, devido ao fato de que a probabilidade da função de onda é sempre considerada em módulo, dada por $|\psi|^2$, o que significa que uma mudança de sinal não acarreta alteração no resultado e, correlatamente, não nos permite atribuir propriedades que possam distinguir as partículas. Portanto, podemos dizer que há um estado (3) onde a permutação entre as partículas, sejam bósons, ou férmions, não produz nenhuma distinguibilidade. A noção ontológica dos não-indivíduos provém dessa característica específica na qual o PII é violado e, por conseguinte, o princípio não lhes confere individualidade, pelo menos, como nós a concebemos classicamente [(KRAUSE, 2005); (FRENCH E KRAUSE, 2006, p.154)].

Podemos ainda exemplificar do seguinte modo. Vamos imaginar que desejamos descrever o estado fermiônico (3b) do sistema composto por dois objetos quânticos, por exemplo, dois elétrons do átomo de He em seu estado fundamental, de menor energia. Sabemos da teoria física que um deles tem spin $+1/2$ e o outro $-1/2$. Chamaremos, neste exemplo, o primeiro elétron de A e o segundo elétron de B em seus respectivos estados ψ_α e ψ_β . Se quisermos dizer que o primeiro (A) está em α e o segundo (B) em β , o que, supostamente, distinguiria os elétrons, devemos utilizar um vetor da forma composta como $\psi_\alpha^A \otimes \psi_\beta^B$, porém,

se quisermos dizer o contrário, que o primeiro (A) está em β e o segundo (B) está em α , utilizamos o vetor $|\psi_\beta^A\rangle \otimes |\psi_\alpha^B\rangle$, sendo que os dois vetores são distintos, uma vez que o produto tensorial não é comutativo.

Como esses vetores não denotam estados físicos, não podemos tratá-los de modo a saber em qual estado está o primeiro elétron, o que, indiretamente, configuraria uma distinção entre eles. Dessa forma, o sistema é descrito conjuntamente, através de uma composição de vetores:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\psi_\alpha^A\rangle \otimes |\psi_\beta^B\rangle - |\psi_\beta^A\rangle \otimes |\psi_\alpha^B\rangle)$$

ou apenas,

$$(3) \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (|\psi_\alpha^A\rangle |\psi_\beta^B\rangle \pm |\psi_\beta^A\rangle |\psi_\alpha^B\rangle)$$

Devemos entender que esses estados descrevem uma superposição por serem estados equivalentes, onde ‘ \pm ’ representa a descrição de superposição de estados simétricos e não-simétricos, significando que não podemos atribuir a uma das partículas um valor de spin definido, ou seja, não há uma propriedade absoluta e intrínseca como na definição clássica; não há uma propriedade que diz se o spin é *up*, ou se o spin é *down*. Classicamente, podemos assumir que uma das partículas tem spin *up*, mas somos ignorantes quanto a qual delas, o que não pode ser feito na mecânica quântica, pois isso implicaria atribuir a possibilidade de que as quantidades físicas tenham, todas elas, valores bem determinados antes de qualquer medida, o que contraria resultados fortes, como o célebre teorema de Kochen-Specker. Intuitivamente, esse teorema assevera exatamente isso: as quantidades físicas dos sistemas quânticos, dadas algumas condições que o exemplo acima satisfaz, não podem assumir valores bem definidos simultaneamente²⁶.

As diferentes simetrias significam que o estado obtido através das estatísticas de Bose-Einstein e Fermi-Dirac representam a mesma distinção entre fótons e partículas materiais. Ou seja, como os estados estão em movimento, não se pode nem mesmo atribuir a individualidade à partícula, mas apenas aos estados que as partículas assumem. Mesmo assim, usualmente, a individualidade na mecânica quântica, como concebida classicamente, é mantida, mas à custa de recursos os quais comentaremos adiante. O que também deve ser notado é que, mesmo se pudéssemos nomear as partículas com rótulos, não seria possível

²⁶ Esse teorema, juntamente com os argumentos de uma fundamentação da mecânica quântica, pode ser visto com detalhes em: <http://plato.stanford.edu/entries/kochen-specker/>.

distingui-las depois da permutação, pois os valores dos operadores, que representam os observáveis, permanecem fornecendo os mesmos valores de probabilidades. Falando de outro modo, uma permutação de objetos indiscerníveis, quando são objetos clássicos, sempre origina um novo estado. Por exemplo, se em uma plateia trocarmos dois espectadores de lugar de modo que eles ocupem, um o lugar do outro, poderíamos dizer que a plateia antes da permutação é uma e depois da permutação é outra, pois a simetria muda e a individualidade dos objetos fica garantida pela a distinção. Entretanto, se em vez de espectadores, tivermos objetos quânticos, quaisquer permutações não originam estados novos. Ou seja, o que dizemos hoje é que permutações de objetos quânticos indiscerníveis não conduzem a estados distintos (KRAUSE, 2011, p. 151); as permutações não interferem na distinção dessas entidades. Antes da permutação e depois dela não há nenhuma diferença que possa distinguir as partículas e, por isso, não há nada que possa atribuir-lhes individualidade e, portanto, não podemos dizer qual partícula é qual. Essa característica deve-se ao *Postulado da Indistinguibilidade* (PI) que afirma ‘se uma permutação de partícula é aplicada a um conjunto de partículas, então não há nenhum modo de distinguir o conjunto de partículas resultante do original não-permutado, seja por qualquer meio de observação, em qualquer instante’ (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 142).

2.4 SUBDETERMINAÇÃO: DUAS ONTOLOGIAS POSSÍVEIS

Procuramos mostrar até agora que como a mecânica quântica é compatível com entidades destituídas de individualidade, os não-indivíduos, apesar de que uma ontologia de indivíduos também seja compatível com a mecânica quântica. Essa dupla situação pode ser considerada relativamente aos princípios de individuação. As teorias de feixes, que propõem que um indivíduo seja caracterizado por suas propriedades, podem impossibilitar que objetos indiscerníveis sejam considerados indivíduos, favorecendo uma vantagem à argumentação dos não-indivíduos. Mas, outras teorias, como as teorias do substrato, não ficam totalmente eliminadas, no sentido de admitir que objetos indiscerníveis possam ser individualizados, mesmo utilizando em seus princípios pressupostos puramente metafísicos. Ou seja, ambas as concepções metafísicas, de indivíduos e não-indivíduos, são sustentáveis pela teoria, porém cada uma delas também sustentada por diferentes visões ontológicas de critérios de individuação, juntamente com suas respectivas dificuldades.

A não-individualidade ‘surge’ como uma opção plausível de ontologia, contrariando dois fortes aspectos do comportamento físico clássico usual dos objetos: os dados experimentais da mecânica estatística, revelando algumas situações novas através dos resultados inalterados dos observáveis na permutação das partículas quânticas e a suposição da impenetrabilidade, ao impossibilitar a utilização da posição espacial em todos os casos para distinguir dois objetos quânticos. Além disso, torna-se problemático sustentar as teorias da individualidade que fundamentam o princípio de individuação, segundo as características (qualidades) dos indivíduos e, em particular, torna-se inviável a validade de algumas das teorias de feixes de propriedades que, em geral, assumem como válida algumas das versões mais fracas do PII (aquelas que admitem as relações espaço-temporais como propriedades). Todos esses argumentos referentes à não-individualidade impuseram-se através de uma leitura ontológica naturalizada, uma vez que em uma posição metafísica nos moldes tradicionais, os pressupostos metafísicos já estariam decididos quanto às categorias ontológicas dos seres em geral.

Entretanto, a não-individualidade não é a única ontologia possível ‘sugerida’ pela teoria, pois uma ontologia de indivíduos também é compatível de um modo específico, ou seja, com a ressalva de que não se use a distinguibilidade como princípio de individuação. Considerar os objetos físicos quânticos sob a perspectiva de uma metafísica de indivíduos significa estar sujeito a determinadas restrições. Essas restrições têm origem em uma das perspectivas referente ao *Postulado da Indistinguibilidade* (PI), lembrando que o postulado diz que qualquer permutação, mesmo levando-se em conta que as partículas sejam rotuladas, a indiscernibilidade das partículas estaria garantida. A princípio, o PI garante que é impossível distinguir os valores medidos dos observáveis, não permitindo saber a qual dos observáveis estamos nos referindo, se àquele antes ou depois da permutação.

Mas a possibilidade, ou aceção específica, de considerar as partículas quânticas como indivíduos refere-se à perspectiva de abordar o PI sob uma forma fraca de indistinguibilidade. Seguindo a terminologia de Redhead e Teller (1992), pode-se aplicar duas leituras a esse princípio: uma forte e uma fraca. A leitura forte é similar à indiscernibilidade das entidades provocada pelo resultado inalterado dos observáveis, quando há permutação de estados, implicando uma ontologia de não-indivíduos. A leitura fraca, entretanto, considera a possibilidade de que alguns estados antissimétricos que dão origem à estatística de Maxwell-Boltzmann sejam estados potencialmente acessíveis, embora nunca realizados (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 148).

Nesse caso, há uma possibilidade de considerar uma ontologia de objetos com individualidade. A leitura fraca de indiscernibilidade pode ser vista de forma a fornecer às entidades gradações de individualidade, as quais tem motivado várias discussões quanto à questão ontológica dos objetos quânticos. Discutiremos essa interpretação no próximo capítulo.

As simetrias também desempenham um papel fundamental na permutação dos estados das partículas. Pelo *Postulado de Simetria* (PS), as partículas indistinguíveis são representadas através das funções de onda simétrica, o que acontece quando bósons estão no estado (3), ou funções de onda antissimétrica, quando férmions estão no estado (3) [(ARENHART, 2008, p. 9); (FRENCH E KRAUSE, 2006, cap. 4)]. Podemos entender a diferença entre esses postulados, PS e PI da seguinte maneira: o postulado da simetria expressaria a restrição nos estados para todos os observáveis, enquanto que o postulado da indistinguibilidade expressaria a restrição nos observáveis para todos os estados, tal como no processo de ionização, nenhum dos estados ajudam a diferenciar os observáveis considerados [(FRENCH E RICKLES, 2003); (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 143)].

Como a mecânica quântica não nos indica apenas uma ontologia, pois podemos dizer que há uma possibilidade indicada pela mesma teoria de considerar uma ontologia de indivíduos, dizemos que há uma subdeterminação metafísica pela física (cf. FRENCH E KRAUSE, 2006, pp. 149-173). Diante dessas duas leituras possíveis e sustentáveis pela mecânica quântica, argumentar a favor de uma metafísica de indivíduos ou uma metafísica de não-indivíduos, necessariamente, não sai da teoria, mas, sim, de interpretações metafísicas, considerando que a teoria não nos fornece recursos para determinar com qual tipo de entidade podemos nos comprometer [(FRENCH, 1998); (FRENCH E RICKLES, 2003)].

Na visão de French e Krause, pode-se falar em uma espécie de subdeterminação da individualidade das partículas já na física clássica, em relação à determinação da individualidade considerada pela diferenciação das permutações observadas nas estatísticas de Maxwell-Boltzmann. Tais diferenciações já encontram-se comprometidas no que refere-se à entropia dos gases, onde a individualidade, sob uma forma de identidade transcendental (TI) não-espaco-temporal, pode ser suficiente para a mecânica estatística clássica, mas não necessária. Segundo os autores, não há um consenso na teoria física em relação à individualidade: se uma metafísica da individualidade transcendental

(TI), ou uma metafísica da individualidade espaço-temporal (STI) (FRENCH e KRAUSE, 2006, p. 83).

Devemos lembrar ao leitor que a subdeterminação metafísica só tem sentido àqueles defensores de uma ontologia que tratam os objetos particulares como entidades mais fundamentais, diferentemente daqueles que aceitam algum tipo de relação como estrutura ontológica mais básica do que os objetos particulares, a chamada ontologia de estruturas. Essa possibilidade, ainda muito controversa, carece de aprofundamento, pois seus proponentes ainda não alcançaram uma definição sensata de estrutura que cumpra os requisitos desejados, uma estrutura envolvendo, como eles dizem, 'relações sem os relata' [Para uma discussão, ver (KRAUSE, 2005)].

Outra condição para considerar a subdeterminação metafísica diz respeito à metodologia utilizada para responder a problemas ontológicos de forma geral. Se considerarmos uma metodologia pela qual a concepção ontológica dá-se por pressupostos de individualidade já determinados, como quando optamos por uma ontologia tradicional, que não considera os aspectos formais das teorias científicas para responder aos problemas ontológicos, as categorias ontológicas são universais e indiscutíveis, por princípio. Nesse caso, a ontologia que se impõe é uma ontologia de indivíduos apenas e, dessa forma, não tem sentido falar em subdeterminação (cf. ARENHART, 2012a).

Portanto, a subdeterminação metafísica, na acepção a qual nos referimos, impõe-se por alguns aspectos. Um deles, refere-se à visão metodológica que concebe a ontologia sob uma perspectiva naturalizada que considera as explicações teóricas científicas e empíricas na discussão da ontologia. Nesse caso, a ontologia é relativa à teoria e o estudo ontológico assume um caráter provisório que depende do desenvolvimento das teorias científicas (ARENHART, 2011, p. 11). Posto desse modo, retoma-se a discussão sobre escolher entre as metafísicas, enfrentar suas dificuldades e justificar os princípios que orientam uma das escolhas. Outro aspecto diz respeito a que tipo de entidades concebemos como fundamentais. Tratamos neste trabalho de uma ontologia de objetos particulares como entidades mais básicas e, portanto, apresentam-se duas maneiras de tratá-los: como indivíduos, ou como não-indivíduos. Entretanto, esse impasse envolve uma preocupação àqueles que defendem uma ontologia obtida através de recursos da teoria, pois a mecânica quântica não decide, ao contrário, sustenta as duas concepções ontológicas.

No que diz respeito aos sentidos ontológicos que podemos nos valer, ou seja, se uma ontologia tradicional ou naturalizada, Arenhart,

em seu artigo *Ontological Frameworks for Scientific Theories*, comenta o exemplo do que acontece na mecânica quântica em relação aos não-indivíduos, de forma a deixar claro que apenas as categorias ontológicas, no sentido tradicional, não são suficientes para explicar-nos a questão da não-individualidade e, por outro lado, só poderemos adequadamente classificar o que as teorias científicas apresentam-nos já equipados de antemão de algum pressuposto ontológico (ARENHART, 2012a, p. 356). Podemos dizer que, para Arenhart, as duas formas de perspectiva ontológica mantêm uma dialética no sentido de serem igualmente influentes entre si. A ontologia tradicional influencia positivamente, por fornecer categorias ontológicas necessárias às teorias científicas, e a ontologia naturalizada influencia negativamente, por restringir, através dos recursos das teorias científicas, uma escala de possibilidades conceituais. Por fim, o autor reconsidera a subdeterminação metafísica sob outro enfoque, o qual releva o propósito de estabelecer teorias científicas razoáveis a respeito do mundo, levando em conta a ideia de uma relação entre as investigações *a priori* e as informações científicas (ARENHART, 2012a, pp. 354-355).

Uma aproximação a minimizar os conflitos existentes entre os dois sentidos ontológicos, tradicional e naturalizado, não foi apenas proposto por Arenhart, ao dizer que “[a] ontologia tradicional busca uma ligação das categorias ontológicas com aquelas entidades que acreditamos existir de acordo com uma teoria científica” (ARENHART, 2011, p. 32). Lowe, que defende uma perspectiva tradicional da metafísica, também parece estar de acordo com uma intermediação entre os sentidos ontológicos, ao defender que a investigação metafísica deve pelo menos ser crítica, pois não deveria limitar-se em analisar ou descrever os conceitos, mas sim, revisá-los e refiná-los onde fosse necessário (LOWE, 1998, p. 6).

Relativamente ao impasse fornecido pela teoria entre as escolhas metafísicas, acreditamos que levando em consideração, pelo menos a princípio, nossas melhores teorias científicas, podemos encontrar argumentos para a defesa de uma metafísica de não-indivíduos e, portanto, quebrar a subdeterminação. De qualquer modo, esta opção, seja a favor dos não-indivíduos, seja a favor dos indivíduos, envolve aceitar outros tipos de pressupostos e argumentos e não apenas aqueles fornecidos pela teoria científica em questão, em particular, pressupostos de caráter puramente metafísico, por exemplo, aceitar uma teoria metafísica em detrimento de outra pelo fato de que ela é mais simples, ou é mais condizente com determinados fenômenos. Entretanto, entendemos que assumir esse posicionamento não significa que a teoria

científica deva ser abandonada ou ignorada nos moldes da metafísica tradicional, mas, antes, admitir apenas que ela não é a fonte *exclusiva* de nosso conhecimento acerca de determinadas características do mundo, como pretendiam aqueles que defendiam a Visão Recebida. Nosso argumento para a defesa de uma ontologia de não-indivíduos está alinhado com a abordagem de Arenhart, no sentido de entender o fenômeno da subdeterminação, de forma a “considerar o resultado de uma metafísica cujas direções são dadas pela teoria, mas mesmo assim não completamente fixadas por ela.” (ARENHART, 2011, p. 45).

Argumentar a favor da escolha de uma metafísica de não-indivíduos dos objetos particulares levanta algumas questões metafísicas a serem desenvolvidas. Dentre elas, uma das dificuldades apontadas pela nova categoria ontológica dos não-indivíduos refere-se à discussão de princípios individualizadores, antes tidos como indisputáveis, como é o caso do PII. Seguiremos, no próximo capítulo, focalizando algumas críticas e posicionamentos contrários de alguns autores acerca da não-individualidade.

3 'QUEBRANDO' A SUBDETERMINAÇÃO METAFÍSICA

A mecânica quântica oferece-nos pelo menos dois pacotes metafísicos possíveis: o formalismo padrão é compatível tanto com uma ontologia de indivíduos quanto com uma ontologia de não-indivíduos. É a partir de uma situação como essa que a tese da subdeterminação da metafísica pela física pode se estabelecer. Embora há quem considere que a subdeterminação só seria quebrada se novos dados científicos favorecessem uma ou outra interpretação metafísica, encontramos atualmente, entre cientistas e filósofos, aqueles que advogam por uma ontologia, ou pela outra, de forma a oferecer argumentos que possibilitem a escolha por um desses pacotes metafísicos na intenção de 'quebrar' a subdeterminação. Neste capítulo, discutiremos os principais problemas relativos ao pacote metafísico dos não-indivíduos, percorrendo uma trajetória crítica de alguns autores e tentando dar conta das suas observações. Nesse debate, apresentaremos de que modo justifica-se a escolha de alguns autores por um dos pacotes, a partir das ideias de 'discernibilidade fraca' e 'individualidade primitiva', ambas assumindo um tipo de individualidade que opõe-se à noção dos não-indivíduos. Abordaremos também que o PII (Princípio de Identidade dos Indiscerníveis) admite diversas formulações as quais já vêm sendo associadas às teorias da individualidade e discernibilidade quântica, fomentando ainda mais as discussões sobre indivíduos e não-indivíduos. Por fim, discutiremos as vantagens em 'quebrar' a subdeterminação em outra direção, assumindo uma defesa dos não-indivíduos.

3.1 PROBLEMAS COM A NOÇÃO DE NÃO-INDIVÍDUOS

A noção de não-indivíduos apresenta alguns problemas, os quais podemos concentrar em três esferas que relacionam-se entre si e as quais julgamos pontuais:

- i) metodológica
- ii) ontológica
- iii) lógica.

A primeira problemática assume um sentido metodológico no que diz respeito ao tipo de visão utilizada para abordar os problemas ontológicos: se através de uma visão tradicional da metafísica, ou através de uma visão naturalizada da metafísica. Lembramos que a diferença fundamental entre essas abordagens é que a tradicional sustenta uma ontologia única, universal, independente de quaisquer pressupostos científicos, aos moldes de uma metafísica aristotélica que

estuda o ser enquanto ser; por outro lado, uma visão naturalizada da metafísica, que por levar em conta pressupostos científicos e por entender que a ciência progride, sustenta que qualquer ontologia ligada a ela teria um sentido provisório, por princípio, e um caráter investigativo disposto a mudança, procurando informar a metafísica a partir das nossas teorias científicas. Por isso, uma ontologia através dessa visão não poderia ser considerada acabada, mas em constante mudança, juntamente com a ciência na qual se baseia.

A categoria ontológica da não-individualidade alinha-se claramente a uma perspectiva naturalizada da metafísica a respeito dos objetos particulares, sobretudo, por ter na ciência sua origem. Nesse sentido, torna-se pertinente construir uma base argumentativa, considerando os elementos científicos das estatística quânticas, ou os fenômenos quânticos da superposição, como já discutimos. No entanto, isso pode ser considerado uma opção tal como aquela dos defensores de uma visão tradicional da metafísica. Para os autores que não extraem da ciência os argumentos ontológicos, a não-individualidade não está nas bases da discussão metafísica a respeito da natureza metafísica dos objetos particulares. Nesse caso, a não-individualidade estaria reduzida à ordem de uma opção ontológica a ser escolhida. Aliás, devemos lembrar que a não-individualidade pode ser uma opção mesmo para metafísicos não naturalistas, como de fato ocorre com Lowe (2012) que classifica as entidades, segundo sua terminologia, em: pseudo-indivíduos, quase-indivíduos e sub-indivíduos, sendo todos tipos de não-indivíduos, mas diferentes entre si. [Retornaremos a esse argumentos adiante. Para maiores detalhes, ver (LOWE, 2012, p. 14)].

Em relação à esfera de ordem ontológica, alega-se que, uma vez assumida a não-individualidade dos objetos quânticos, o célebre Princípio da Identidade dos Indiscerníveis é violado. Uma vez que não-indivíduos são entidades indiscerníveis, elas supostamente não têm identidade, mas contam mais de uma. A noção de individualidade, por esse princípio, somente pode ser efetiva, quando as noções de identidade e indiscernibilidade estiverem implicadas e, fortemente, comprometidas. Discute-se muito na literatura como salvar o PII como princípio de individuação, através de reformulações, como também outros atributos que poderiam fornecer individualidade às entidades, como uma individualidade primitiva, ou mesmo considerar uma metafísica de estruturas, onde as relações seriam as entidades metafísicas mais básicas, não esquecendo que os não-indivíduos também entram na disputa sobre o tratamento que devemos dar aos objetos quânticos. De qualquer forma, todas essas possibilidades metafísicas têm uma

metodologia naturalista, seu ponto de partida é a teoria científica, ou seja, a mecânica quântica é compatível com mais de uma ontologia, por isso diz-se que a física subdetermina a metafísica.

Por sua vez, os problemas que envolvem uma discussão lógica estão relacionados com os problemas de ordem ontológica no sentido de se utilizar a lógica clássica como lógica subjacente à mecânica quântica, onde o PII, como princípio de individuação, é um teorema e continua válido. Como alternativa, há aqueles que defendem que uma lógica mais apropriada e diferente da clássica deva ser assumida no tratamento dessas entidades. Por exemplo, uma lógica não-reflexiva, onde a noção de identidade não seja absoluta, como é o caso das lógicas de Schrödinger e da teoria de quase-conjuntos. Além disso, um problema formal dos não-indivíduos apresenta-se à medida que uma lógica deva ser construída sobre uma semântica informal na qual, supostamente e a princípio, pressupostos metafísicos já estejam estabelecidos, como a identidade para todas as entidades. Entretanto, como veremos no próximo capítulo, isso não determina que tais pressupostos ontológicos devam ser *a priori* e não possam ser articulados em uma segunda abordagem. Dessa forma, pressupostos lógicos e ontológicos formam-se em um mesmo plano de discussão em torno do qual se constrói uma argumentação a favor dos não-indivíduos. Entendemos que defender a noção de não-indivíduos demanda discutir pressupostos lógicos e teóricos nas bases dos seus conceitos primitivos, isto é, nos fundamentos da teoria. Nesse sentido, o formalismo empregado usualmente para tratar as entidades na mecânica quântica, como os não-indivíduos, também é objeto de discussão referente aos problemas oriundos dessa noção, como a dificuldade na representação formal dessas entidades, caso usemos as mesmas teorias de fundo utilizadas na física e matemática tradicionais. Sustentar a noção de não-individualidade significa tentar dar conta de dificuldades também na ordem de um formalismo que possa, adequadamente, representar essa noção, inserindo as questões lógicas subjacentes e uma teoria de fundo que possa, pelo menos, supor em suas bases uma nova categoria ontológica.

Entretanto, acreditamos que essas dificuldades não se reduzem apenas ao âmbito filosófico, mas podem ser vinculadas a uma esfera mais prática, no sentido de adequar ao rigor dos conceitos envolvidos nas teorias disponíveis uma categoria ontológica advinda da mecânica quântica. Isto é, a noção de não-individualidade indica uma dificuldade a ser superada em relação à própria representação na teoria, conseqüentemente, dar conta dessa dificuldade significa fornecer uma fundamentação formal mais rigorosa no tratamento dessas entidades. É

o que tentaremos discutir nos próximos capítulos. Vamos a seguir apresentar os argumentos de alguns autores a respeito das dificuldades em admitir os não-indivíduos.

3.1.1 Algumas críticas aos não-indivíduos

Segundo Don Howard (2011), o problema de assumir a não-individualidade leva em conta a decorrência das considerações a respeito do PII que persistem em algumas situações. Uma delas refere-se à interpretação da mecânica quântica assumida. Por exemplo, em uma interpretação diferente da ortodoxa (não-*standard*) da mecânica quântica, como a interpretação bohmiana, às partículas elementares são atribuídas trajetórias determinadas, dotando as partículas de algum princípio de identidade. Sendo assim, a individualidade já estaria nas considerações da partícula elementar. Outro modo de resistir à não-individualidade é assumir uma espécie de individualidade transcendental, uma essência primitiva ou, na linguagem dos escolásticos, um *haecceitas*. Ou seja, dois bósons indiscerníveis poderiam ser considerados metafisicamente distintos por qualquer uma dessas perspectivas e assim seriam indivíduos. O autor ainda afirma que, seja pela via da interpretação bohmiana, seja pela via dos *haecceitas*, não há evidência empírica, ou lógica, que exclua nenhuma dessas vias (HOWARD *et al.*, 2011, p. 227).

Na verdade, argumentar que partículas quânticas são não-indivíduos encontra resistência de vários modos, a começar pela noção absolutamente contraintuitiva da não-individualidade, mesmo porque também há algumas interpretações em que o PII ainda continua válido, permitindo considerar as partículas como indivíduos, como observa Howard acima. Analisaremos essas possibilidades nas duas próximas seções com a discussão da discernibilidade fraca e da individualidade primitiva, por isso não iremos nos adiantar aqui. Mas, concordamos que as evidências empíricas não descartam outras possibilidades, como uma individualidade baseada em algum tipo de substrato. Entretanto, assumir um *haecceitismo* ou assumir uma interpretação bohmiana significa assumir um comprometimento com uma carga metafísica forte, uma vez que essa interpretação utiliza-se de argumentos como as ‘variáveis ocultas’ para dar conta de certas anomalias (na visão da física clássica) na mecânica quântica, além de basear suas alegações em pressupostos epistemológicos. Contrariamente, considerar uma interpretação ortodoxa da mecânica quântica nos fornece a neutralidade necessária para legitimar uma aproximação entre metafísica e ciência. Entretanto,

concordamos com Howard, quando ele diz que as escolhas acabam sendo efetivadas fora do âmbito científico, pois entendemos que quebrar a subdeterminação metafísica para qualquer um dos lados leva-nos para fora das evidências empíricas e, justamente por isso, as tentativas de justificar uma escolha deve estar fundamentada lógica e teoricamente. É o que pretendemos fazer.

Outra observação a respeito dos não-indivíduos é fornecida por van Fraassen, que sugere uma leitura de Leibniz de acordo com a qual o PII não se aplicaria a objetos ideais ou abstratos. Se as partículas quânticas (objetos inobserváveis) são consideradas como ideais nesse sentido, então a não aplicabilidade do PII significaria uma questão de como seu *status* é previsto nesse contexto. Assim, a partir de uma perspectiva do empirismo construtivo, a aparente ontologia dos objetos distintos, mas indiscerníveis, é apenas uma modalidade em ser meramente uma característica de seus modelos (HOWARD *et al*, 2011, p. 246).

Vale a pena comentar ainda duas das críticas formuladas por Castellani e Crosilla que nos darão oportunidade de explicar melhor o nosso entendimento a respeito da não-individualidade e da teoria de quase-conjuntos. A primeira delas refere-se à individualidade. As autoras partem do pressuposto ontológico através do qual as partículas são não-indivíduos no sentido de que a relação de identidade não faz sentido para essas entidades. Assim, continuam elas, se considerarmos um átomo de hidrogênio com um elétron, como pensar a partícula, ontologicamente, não tendo nenhuma identidade? Como considerá-lo um não-indivíduo? (HOWARD *et al*, 2011, p. 243).

Segundo French e Krause, essas questões podem ter duas respostas possíveis. Primeiramente, se pensarmos um mundo possível onde apenas um sistema físico seja considerado, não estaríamos nos referindo ao mundo que estamos lidando. No entanto, o argumento das autoras poderia resistir, se nesse mesmo no mundo real considerarmos um átomo de hidrogênio, porém como um sistema isolado. Nesse caso, as derivações filosóficas envolvidas refletem algo que estariam além daquilo que chamamos mecânica quântica, e estaria mais próximo talvez de um modelo particular aplicável a cada situação (HOWARD *et al*, 2011, p. 247). Em segundo lugar, atribuir individualidade à partícula neste modelo de hidrogênio, por exemplo, significa rejeitar o critério de individualidade ontológica pela separabilidade dos pares de estados. No caso de um sistema onde os estados estão em emaranhamento, apela-se para outros atributos, como a observação de traços de partículas distintas, via detectores de cintilação, artifício que identificava a

individualidade experimental de Bohm-Aharonov (PESSOA JR., 2006, pp. 222-223). Ou seja, uma individualidade contextualizada seria metafisicamente uma espécie de ‘pseudo-individualidade’, como denominada por Toraldo di Francia, pois seria revelada pós-medições (FRENCH E KRAUSE, 2006, p.162).

Dado que estamos lidando com partículas em estados emaranhados, o melhor que podemos fazer é utilizar misturas impróprias como uma espécie de substituição para estados puros, os quais representam a propriedade de possuir estados dependentes. Lembramos que os estados puros não são disponíveis pela característica da superposição de estados, daí a consideração das misturas impróprias. Segundo French e Krause, esse recurso justifica-se epistemologicamente mas, ontologicamente encontramos problemas. Baseado nesse argumento, as misturas impróprias não representam, ontologicamente, estados separados, nem codificam genuinamente as propriedades monádicas (FRENCH E KRAUSE, 2006, pp. 162-163).

Além disso, a proposta da separabilidade dos conceitos como individualidade, identidade e cardinalidade em uma estrutura, como a teoria de quase-conjuntos, oferece-nos condições de representar a não-individualidade através de um formalismo lógico e, conseqüentemente, as considerações ontológicas estão implicadas, uma vez que na referida estrutura formal há um conceito primitivo de quase-cardinalidade (*qc*) que independe da cardinalidade das entidades envolvidas, ou do número de elétrons de um átomo. Mas não queremos nos adiantar por enquanto, pois iremos discutir detalhadamente esse conceito no capítulo quinto.

Castellani e Crosilla ainda observam que embora a *física relevante* (grifo das autoras), quando interpretada de acordo com a Visão Recebida, possa tornar-se uma importante função heurística, sugerindo novos caminhos para as investigações matemáticas e lógicas, isso não implicaria que uma estrutura formal sem a noção de identidade (referindo-se diretamente à teoria quase-conjuntista) seja mais adequada para a formulação da teoria física (HOWARD *et al*, 2011, p. 243).

Certamente, esse é um argumento baseado na estratégia de Weyl, através da qual tenta-se acomodar as entidades sem identidade da mecânica quântica nos pressupostos da Visão Recebida pela manutenção da teoria de conjuntos, usualmente aplicada na física, e pela formação das classes de equivalência relevantes. Entretanto, como mostram French e Krause essa estratégia *mascara* (grifo dos autores) o que está acontecendo, desde que ela reconhece os elementos discerníveis do conjunto, mas garante que nunca podemos saber qual é qual. Contrariamente, a teoria de quase-conjuntos e a metafísica da não-

individualidade oferecem a possibilidade de trazer a metafísica para uma proximidade mais harmoniosa com a epistemologia (HOWARD *et al*, 2011, p. 248). Também entraremos em detalhes sobre essas considerações nos próximos capítulos.

Essas são as objeções mais pontuais aos não-indivíduos, mas continuaremos com as alegações sobre como as questões referentes ao PII e suas possíveis falhas no propósito de individuação não encerram a discussão sobre a individualidade no contexto da mecânica quântica. O conceito de individualidade, ainda baseado no PII o qual é tomado como uma noção não absoluta, mantém-se presente nos objetos indiscerníveis na visão de alguns autores, através de uma noção de ‘discernibilidade fraca’ ou de uma ‘individualidade primitiva’. No entanto, ao nosso ver, essas perspectivas também apresentam algumas dificuldades.

3.2 DISCERNIBILIDADE FRACA

A definição de discernibilidade, como concebida tradicionalmente, é aquela referida no PII (Princípio de Identidade dos Indiscerníveis) onde a identidade e a individualidade são conceitos vinculados. No sentido que Leibniz propôs, a discernibilidade é promovida pela assimetria e reflexividade. Assim, os itens assimétricos apresentam alguma distinção que os diferencia e, no caso de objetos simétricos, a simetria assegura-nos que não há ordem privilegiada entre os itens relacionados, a qual poderia ser empregada para discernir tais itens. Em relação à reflexividade, a identidade dos itens é a mesma, ou seja, a reflexividade supõe apenas um indivíduo. Entretanto, a irreflexividade assegura-nos também que um item não está relacionado consigo mesmo. Assim, se pudermos ter uma relação irreflexiva, estaremos assegurando que nos referimos a, pelo menos, dois itens nessa relação. Essas específicas relações poderiam ser empregadas para fundamentar a discernibilidade e, conseqüentemente, a individualidade das entidades quânticas (ARENHART E KRAUSE, 2012b, p. 3). A princípio, as relações assimétricas e reflexivas são condições suficientes para a discernibilidade, como na descrição leibniziana, mas o que Muller e Saunders defendem é que não são condições necessárias. Nessa perspectiva, a discernibilidade fornecida pelas relações que são simétricas e irreflexivas é chamada discernibilidade fraca (MULLER E SAUNDERS, 2008, p. 504).

A discernibilidade fraca pressupõe um tipo de individualidade, ou uma noção de individualidade fraca, onde o PII não seria eliminado, necessariamente, como princípio de individuação. Esta noção de

individualidade fraca seria a noção daquelas entidades que poderíamos chamar ‘proto-indivíduos’, os quais entrariam em relações irreflexivas, mas também seriam entidades *relativamente* discerníveis.

Optar por uma individualidade na mecânica quântica significa, no nosso entendimento, aceitar uma forma de substância individualizadora, como uma substância não qualitativa como um *haecceitas*, que possa diferenciar os indivíduos e assim, conferir-lhes individualidade. Mas, Muller, Saunders e Seevinck sustentam uma posição intermediária a qual prevê gradações ontológicas de indivíduos, onde padrões relativos de individualidade são levados em conta através, inclusive, de algumas versões e tentativas de reformular o PII, o que ainda manteria o princípio no debate sobre a individuação das entidades. [Para maiores detalhes, inclusive com argumentos detalhados, ver (MULLER E SEEVINCK, 2009); (MULLER E SAUNDERS, 2008)].

Lembramos que a definição do Princípio de Identidade dos Indiscerníveis diz que aqueles objetos que partilham as suas propriedades qualitativas são objetos idênticos e por isso o mesmo objeto. A maior dificuldade na validade do PII para a individualidade das entidades refere-se justamente a admitir, segundo sua definição, a discernibilidade numérica dos objetos indiscerníveis, tais como as partículas quânticas. Uma das alternativas propostas por alguns autores é uma reformulação do PII, de modo que ele ainda possa ser objeto de critério para a individualidade. Tal reformulação amplia o domínio de validade do princípio, fornecendo, além de uma distinção absoluta, como já é fornecida pelo princípio na sua formulação tradicional baseada nas relações assimétricas e reflexivas, uma distinção relativa baseada nas relações simétricas e irreflexivas.

A reformulação sugerida por Muller e Saunders (2008) é dada basicamente em três versões do PII: (i) o Princípio Absoluto da Identidade dos Indiscerníveis (PII-A), que afirma não haver dois objetos físicos *absolutamente* indiscerníveis; (ii) o Princípio Relacional da Identidade dos Indiscerníveis (PII-R), que afirma não haver dois objetos físicos *relativamente* indiscerníveis; e, (iii) o Princípio de Identidade dos Indiscerníveis (PII), que afirma não haver dois objetos físicos *absolutamente e relativamente* indiscerníveis (MULLER E SAUNDERS, 2008, p. 504). As relações lógicas entre as versões acima são as seguintes:

$$\text{PII-A} \rightarrow \text{PII} \text{ e } \text{PII-R} \rightarrow \text{PII}$$

As implicações lógicas acima fazem com que as versões PII-A e PII-R sejam suficientes para o PII. Se o PII falha, então ambos os PII-A

e PII-R também falham. Mas toda discernibilidade absoluta e relativa (PII) é também uma discernibilidade relativa (PII-R). Assim, temos:

$$\text{PII} \leftrightarrow \text{PII-R}$$

Como o PII-A não é necessário para o PII, ou seja $\neg(\text{PII} \rightarrow \text{PII-A})$, isso implica uma possibilidade lógica genuína que o PII-A possa falhar, enquanto o PII se sustenta:

$$\text{PII} \wedge \neg\text{PII-A}$$

As conjecturas de Muller e Saunders desvinculam o PII do PII-A, restando como possibilidade lógica o PII-R. Isto é, mesmo havendo uma falha no PII-A, a disputa em manter o PII sustenta-se através do PII-R, uma versão onde os indiscerníveis podem apresentar algum tipo de distinção relacional que os autores denominam como entidades absolutamente indiscerníveis não-idênticas. A notação *n-discernibilidade* é sugerida para uma ‘discernibilidade relacional’, significando que objetos são discerníveis por algum tipo de relação *n*-ária, ou seja, por alguma relação de peso *n*, como por exemplo, ‘ter spin oposto a’, para o caso de férmions. Nesse caso, dois férmions seriam fracamente discerníveis entre si, pois estariam em uma relação simétrica e irreflexiva: ‘ter spin oposto a’ discerne o elétron pela irreflexividade, mas não pela simetria. Assim, uma hierarquia infinita de princípios de indiscernibilidade segue, cada qual, mais fraca que a sua discernibilidade relacional sucessora.

Entretanto, uma das alegações de que o PII não se aplicaria na individualidade das partículas diz respeito aos estados antissimétricos assegurados pelo Princípio de Exclusão de Pauli, que determina que férmions não podem ter os mesmos números quânticos em comum, ou seja, seus estados são antissimétricos por definição. Em 1944, Henry Margenau derrubou o argumento dos defensores do PII, como Hermann Weyl e outros, com um novo argumento, afirmando que férmions são indiscerníveis, pois todos os valores esperados de qualquer férmion em estado de antissimetria deve ser o mesmo antes e depois de uma permutação, impedindo uma distinção através do PII. No entanto, Saunders resgata a defesa de Weyl em relação à validade do PII, quando afirma que “a discernibilidade não requer a discernibilidade absoluta” (SAUNDERS, 2006, pp. 58-59), indicando haver uma forma de distinção possível, como a discernibilidade relativa, ou discernibilidade fraca.

Um aspecto interessante na defesa de uma individualidade nesses termos é o fato de que ela não se dá através do conceito de uma individualidade transcendental, mas, sim, através de princípios adicionais que poderiam ser empregados na mecânica quântica. Segundo esta abordagem, as entidades quânticas poderiam ser distintas por

relações deriváveis no formalismo da mecânica quântica, via espaço de Hilbert [(ARENHART E KRAUSE, 2012b, p. 3); (SAUNDERS, 2006, p. 57)]. Uma falha no PII não significa, necessariamente, que a individualidade esteja inteiramente comprometida para Muller e Saunders (2008). Ao contrário, dentre as diversas formulações que o PII pode assumir, encontra-se aquela onde defensores da individualidade propõem teorias da individualidade através de teorias de feixes de propriedades que compatibilizam-se com a falha do PII.

Saunders (2009) admite a falha do PII, mesmo ao se considerar o Postulado de Simetria de Permutação (*Permutation Symmetry Postulate*) (PS) tanto para férmions como para bósons, mas argumenta que, quando se diz ‘partículas’, quer-se dizer ‘estados e propriedades de partícula’. E nesse caso, o autor declara que “[n]osso interesse não é qual partícula tem qual estado ou propriedade, mas sim, o que são esses estados e propriedades.” (SAUNDERS, 2009, p. 4). O autor está considerando que, em algumas circunstâncias, os estados podem ser considerados identificadores de partículas. Nesse caso, estados ou propriedades indicariam que a partícula deve ter um componente de spin ou nenhum. Se entendermos que no PII ‘todas as propriedades’ significam propriedades relacionais e não-relacionais, então o princípio torna-se mais forte quanto menos admissíveis são as propriedades e relações, mostrando que, mesmo com a falha do PII, a individualidade das entidades é uma questão de graduar as relações entre elas (*Idem*, p. 5).

Para Saunders (2009), tradicionalmente, o debate filosófico tem se concentrado em tratar o que seria contado como admissível: certamente, não as relações que envolvem a identidade e os nomes próprios, o que acabariam trivializando o PII como princípio de individuação. No entanto, não há o mesmo interesse nas questões de forma lógica e no significado de ‘propriedades relacionais’. Assim, o autor questiona porque não permitir que objetos quânticos sejam discernidos por relações ou propriedades relacionais, pois dessa forma não seria óbvio que o PII falhasse como princípio de individuação na mecânica quântica (*Ibidem*). A alusão a que o autor refere-se, quanto às ‘propriedades relacionais’, diz respeito ao fato de que, quando tratamos de ‘propriedades’, estamos referindo-nos a uma espécie de correspondência a predicados monádicos complexos, presumivelmente envolvendo relações com outras coisas através de uma quantificação obrigatória. O fato importante, segundo Saunders, é que, se as relações são utilizadas como predicação, o PII fica desnecessariamente estrito, admitindo-se uma forma compatível de falha do PII em teorias de feixes de propriedades. Como consequência, o autor conclui que a violação do

PII não é nem suficiente, nem necessária para a Simetria de Permutação (*Permutation Symmetry*) (PS) observada nas estatísticas quânticas (*Ibidem*, p. 6). Aliás, devemos lembrar que o exemplo das esferas de Black (citado no capítulo anterior) já alegava que o PII não seria um princípio de individuação necessariamente válido, mas nesse caso, oferecendo vantagens à atribuição da individualidade pelos substratos. Saunders argumenta ainda que as esferas de Black são fracamente discerníveis pela relação simétrica e irreflexiva, quando é dito que elas ‘estão separadas no espaço por uma milha’; mas elas não são nem absolutamente, nem relativamente discerníveis (SAUNDERS, 2006, p. 57). Ao introduzir o PII-R, isto é, ao admitir que dois objetos possam ter uma discernibilidade relativa, Muller e Saunders (2008) pretendem salvar a validade do PII (garantida pela implicação $\text{PII-R} \rightarrow \text{PII}$), mostrando que na mecânica quântica os objetos podem ser relativamente discerníveis.

Por essa definição simplificada, entendemos que mostrar que o PII é falso significa mostrar que os objetos não podem nem mesmo ser relativamente discerníveis. Segundo os autores acima mencionados, a definição da discernibilidade relativa e absoluta é logicamente disjuntiva, mas a utilização de relações no escopo do PII ainda é um tema controverso. Arenhart (2012b) lembra que, para a maioria dos filósofos, as relações não deveriam ser permitidas na formulação do PII, posto que elas não apresentam uma característica discernível entre itens discerníveis e, assim, não se pode contar com as suas diferenças como sendo qualitativas (ARENHART, 2012b, pp. 8-9).

A discussão em torno do estatuto do PII mantém um debate entre defensores de uma discernibilidade fraca [(MULLER E SAUNDERS, 2009) e (MULLER E SEEVINCK, 2008)] que sustentam uma forma relativa do PII e assim defendem uma distinguibilidade possível entre os objetos quânticos, dotando-os de uma individualidade; e, aqueles que discordam de uma distinguibilidade em termos de uma discernibilidade fraca [Ver (LADYMAN E BIGAJ, 2010) e, para uma discussão atualizada que inclui as permutações de simetria e suas consequências metafísicas, ver (BIGAJ, 2013)]. O ponto central nessa oposição diz respeito ao fato de que uma versão mais fraca de discernibilidade está relacionada a uma versão fraca do PII, o PII(1), lembrando que nessa versão até as relações espaço-temporais estão envolvidas. No entanto, aqueles que discordam argumentam que as distinções estariam na ordem de propriedades qualitativas e por isso, é a versão mais forte do PII, o PII(3), que está sendo referida nesse debate, onde apenas as propriedades monádicas são relevantes. A partir dessas conjecturas, e uma vez que a discernibilidade

fraca estaria baseada em relações, Arenhart questiona para que serviria a validade do PII se, no final das contas, o que acabaria fornecendo distinções qualitativas a essas entidades são distinções monádicas as quais necessariamente acabariam restringindo a individualidade em uma esfera metafísica (ARENHART, 2012b, p. 5).

Ao nosso ver, algumas dificuldades com a noção de indiscernibilidade fraca, como critério de individuação, ainda permanecem. Autores, como Muller e Saunders, tentam reformular o princípio leibniziano de forma a considerar ‘relações’ no lugar de ‘propriedades’. Nesse sentido, Arenhart e Krause (2012a) observam que essa substituição consiste em um reducionismo leibniziano, onde as diferenças por relações deveriam ser suficientes para determinar diferenças qualitativas. Mas, o problema é que as relações não servem para diferenciar, segundo uma concepção de realismo de objetos e considerando-se a indiscernibilidade e a distinção numérica [Cf. (ARENHART E KRAUSE, 2012a)]. Uma alegação que leva em conta as relações para uma descrição metafísica da individualidade seria insatisfatória, se quisermos tomar os objetos particulares como entidades metafísicas mais fundamentais.

Vejamus isso de outra forma. Se utilizarmos as propriedades para diferenciar os objetos particulares, recairemos em teorias de feixes de propriedades, cujos princípios individualizadores pressupõem, na sua maioria das vezes, o PII. Se seguirmos a sugestão de Muller e Saunders, as relações deverão fazer o papel de agente individualizador. No entanto, aceitar relações para discernir e individualizar os objetos quânticos levanta problemas metafísicos próprios, como aqueles onde as relações já assumem metafisicamente os objetos a serem relacionados. Como então definir a individualidade dos objetos, se esses já estão assumidos na relação?

Esta questão encontra algumas respostas, inserindo as relações como premissa: através da mudança de paradigma da concepção realista envolvida, como a noção metafísica dirigida por um realismo ontológico estrutural; e através da reformulação de princípios individualizadores, como o PII, resultando uma noção de discernibilidade mais fraca, a qual pressupõe que entidades, mesmo que ainda não possam ser absolutamente discerníveis, sejam distintas por alguma relação e, nesse sentido, o PII é resgatado. Muller e Seevinck (2009) defendem que as partículas quânticas pertencem a uma categoria de entidades que satisfazem uma forma de discernibilidade fraca e, conseqüentemente, não são indiscerníveis, como argumentam os defensores dos não-indivíduos. Ainda segundo os autores, as partículas quânticas seriam

como ‘pontos em uma reta, em um plano ou em um espaço euclidiano: absolutamente indiscerníveis ainda que não idênticos’, ou seja, ambos os pontos e as partículas elementares estariam em uma categoria relacional, mais precisamente, em uma categoria fracamente discernível (MULLER E SEEVINCK, 2009, p. 199). O problema com isso é que não pode haver superposição de pontos, mas, sim, de estados de partículas. Essa linha de pensar a individualidade encontra-se também nas alegações de Quine, que abordaremos adiante.

Embora talvez seja mais óbvio uma aproximação da problemática sobre a individualidade da partícula a partir de uma perspectiva do PII, pode se considerar que essa estratégia mostra apenas um significado, dentre os fundamentos da individualidade no caso de objetos físicos. Contrariamente, as alegações de French e Krause (2011) abrangem as várias versões do PII apenas para concluir que ele efetivamente falha no contexto da mecânica quântica. Dessa forma, pode parecer que o pacote de partículas, como indivíduos, requeira a introdução de um *haecceitas*, ou algo similar, restringindo a individualidade em uma esfera de individuação relacionada com algum tipo de substrato. Entretanto, o argumento de Muller e Saunders de que férmions são relativamente discerníveis (via uma relação irreflexiva mas simétrica tal como ‘o spin em oposição a’) mas, não absolutamente discerníveis (via propriedades monádicas), ainda é problemático, dessa vez considerando que tal discernibilidade é sustentada em uma estrutura de primeira ordem subjacente, como a teoria de conjuntos Zermelo-Fraenkel (ZF), pelo menos no caso de férmions finitos. Isso porque, dado dois férmions, dizemos que podemos estender a linguagem de ZF com duas constantes adicionais²⁷, *a* e *b*, e definimos as propriedades monádicas ‘ser idêntico a (*b*)’, o que distingue os elétrons, absolutamente, como uma propriedade de autoidentidade. Essas propriedades não são relações disfarçadas para cada um dos férmions que nomeamos, pois podemos fazê-lo, estendendo ZF no caso de conjuntos finitos; ao contrário, essas definições podem ser consideradas como uma verdadeira apresentação das propriedades monádicas. Assim, a escolha de uma estrutura formal pode não ser a apropriada para o objetivo filosófico em questão (HOWARD *et al*, 2011, p. 246).

Uma alternativa para garantir a individualidade seria trabalhar com distinções relativas ao invés de discernibilidade. Contudo, como

²⁷ Apenas gostaríamos de lembrar que em ZF toda estrutura pode ser estendida para uma estrutura rígida. Discutiremos mais detalhadamente essa característica de ZF no próximo capítulo.

mostra a história da metafísica, as relações não podem diferenciar para individualizar e, segundo nosso ponto de vista, acreditamos tratar-se de um tema discutível aceitar as relações para individualizar os objetos particulares, mesmo tratando-se de uma discernibilidade fraca. Mas não é só isso. Desde que a mecânica quântica oferece distinções, mas não oferece discernibilidade, seus pressupostos não servem para fundamentar uma metafísica da individualidade, ou mesmo da não-individualidade. Parece que a fundamentação deve se sustentar em outras bases. Quebrar a subdeterminação a favor de um dos dois pacotes metafísicos não se trata apenas de assumir uma escolha mas, sobretudo, de fornecer argumentos teóricos e lógicos para justificá-la e sustentá-la, mesmo porque a definição sobre como devemos tratar a partícula não vem da teoria; a mecânica quântica não nos fornece subsídios para tal escolha. A opção em quebrar a subdeterminação possivelmente deve partir de outros pressupostos, tais como pressupostos metafísicos, ou princípios de uma individualidade transcendental, por exemplo. No entanto, não parece muito confortável uma opção em que a individualidade seja realizada por algo que vai além de qualidades empiricamente detectáveis àqueles que têm uma perspectiva metafísica naturalizada (ARENHART, 2012b, p. 2). Mas, podemos pensar, pelo menos, que a opção que leva em conta os não-indivíduos apresenta-se mais simples no sentido de que não envolve a característica metafísica que pretendemos definir.

Vamos, a seguir, discutir outra crítica à noção da não-individualidade, mas desta vez em termos de uma individualidade primitiva. Devemos observar que, tanto para os defensores de uma discernibilidade fraca, como para os defensores de uma individualidade primitiva, uma ontologia de indivíduos está determinada e é a única opção metafísica possível, significando, portanto, que a metafísica não está subdeterminada pela física.

3.3 INDIVIDUALIDADE PRIMITIVA

O primitivismo escolástico e o reducionismo leibniziano são basicamente duas perspectivas extremas de discutir a individualidade e a identidade dos objetos materiais. Em termos gerais, uma forma de primitivismo prevê que a individualidade é intrínseca e irredutível; já um reducionismo significa que a individualidade fica reduzida à unicidade das propriedades.

Segundo Dorato e Morganti (2013), diferentemente de Muller e Saunders, aceitar que relações sejam concebidas antes mesmo dos itens

os quais são relacionados é controverso e somam-se razões para se duvidar da força da discernibilidade fraca, empregada como dispositivo a favor da manutenção do reducionismo leibniziano na disputa da individuação. Além disso, em uma relação pressupõem-se distinções numéricas, evidenciando-se uma carga de circularidade, quando relações irreflexivas podem discernir apenas se já tivermos dois indivíduos. No entanto, pode-se argumentar que as relações não precisam necessariamente ser derivadas, isto é, dependentes da existência *a priori* de seus *relata*, mas esse argumento é questionável, uma vez que não parece haver uma evidência independente para assumir a existência de tais relações (DORATO E MORGANTI, 2013, p. 6).

Assim, os autores sugerem que, em alguns casos, a individualidade deveria ser concebida nas bases de um primitivismo, sem que isso, no entanto, signifique que uma forma naturalizada de visão da metafísica implique apenas uma concepção da individualidade reducionista. Ao contrário, seria plausível uma espécie de pluralismo de identidade e individualidade, pretendendo ainda, através da perspectiva naturalizada, harmonizar a relação entre as diferentes ciências e seus domínios de investigação, como também entre teorias e modelos no mesmo domínio. Neste sentido, para os autores, a individualidade não se encerra em um conceito monolítico, pois parece que questionar, significativamente, ‘o quanto de individualidade de um objeto’ pode e deve encontrar respostas nos recursos das nossas melhores teorias, mostrando-se ser essa uma posição satisfatória de um ponto de vista naturalista (DORATO E MORGANTI, 2013, p. 21). Ainda é possível argumentar que as partículas possuiriam identidades intrínsecas primitivas, mas seus estados seriam dependentes de propriedades holísticas que apenas pertencem ao todo e descrevem exclusivamente correlações entre as suas partes. Através dessa argumentação, uma explicação imediata revela que, se as características peculiares do domínio quântico, enquanto propriedades de seus estados dependentes, forem monádicas, as partículas quânticas teriam que apresentar diferenças na base de um *haecceitismo* (*Idem*).

Segundo Morganti, vale a pena explorar com mais detalhes uma opção plausível que sugere uma alternativa em relação à individualidade das partículas quânticas a qual viria de uma condição inerente das propriedades envolvidas. Para o autor, sustentar a noção de não-individualidade baseada nas diferenças alegadas nas distribuições de probabilidade entre as estatísticas clássicas e quânticas não funciona, ou explica os não-indivíduos apenas parcialmente, pois tal noção depende da suposição de indiscernibilidade de todas as partículas, o que pode-se

preferir não considerar. Neste caso, seria inevitável que surgisse uma forma de ceticismo em considerar uma metafísica originada da física. A alternativa proposta por Morganti (2009), mas que também tenta dar conta da não-individualidade das estatísticas quânticas, tem base na suposição de que as particularidades das estatísticas quânticas são devidas ao fato de que, ao contrário do caso clássico em que as estatísticas geralmente descrevem propriedades monádicas reais de partículas individuais, o que é descrito no caso quântico são propriedades disposicionais inerentes ao conjunto de partículas (MORGANTI, 2009, p. 230). Tal argumento refere-se diretamente ao fato de que a descrição da individualidade nas medidas estatísticas quânticas é considerada para um conjunto (*ensemble*) de partículas e, nesse sentido, as propriedades são consideradas também em conjunto, ou seja, as propriedades seriam relativas ao todo e não a cada partícula. Desse modo, para o autor, levar em conta a individualidade nesses termos parece admitir o pressuposto de que a relação entre partículas que formam o *ensemble* está nas considerações básicas da individualidade (*Idem*, p. 227).

Outra consideração de Dorato e Morganti (2013) diz respeito à cardinalidade. Para os autores, mesmo uma discernibilidade fraca pressupõe outra forma de individualidade que seria mais fundamental com suas relações derivadas as quais permitem dar conta da pluralidade de partículas, definida por um cardinal. Mas, questionam eles, como alcançar a cardinalidade sem pressupor a individualidade? Ou seja, para os autores uma cardinalidade bem-definida para qualquer pluralidade é por si uma manifestação de individualidade (ARENHART E KRAUSE, 2012b, p. 3). Ainda para Dorato e Morganti, a autoidentidade que possibilitaria uma cardinalidade é uma característica própria da partícula como algo primitivo e não fundamentada por nada mais. Além disso, o fato da mecânica quântica apresentar sempre uma pluralidade de itens com cardinalidade definida, no caso não-relativístico, endossa a ideia de que a individualidade está nas bases dessas entidades e, nesse caso, não há sentido falar em não-indivíduos.

A ideia acima poderia ser facilmente rebatida pelo mesmo argumento, ou seja, podemos dizer que a mecânica quântica igualmente sustenta o pacote dos não-indivíduos, como entidades sem identidade, como discutimos até agora, implicando as duas possibilidades ontológicas. Devido a essa subdeterminação metafísica, entendemos que qualquer preferência entre os pacotes metafísicos, de indivíduos ou não-indivíduos, estaria sob considerações não-científicas, uma vez que a teoria não decide qual a ontologia devemos empregar para tratar essas

entidades. As boas razões para optar por uma ontologia poderia, então, basear-se em uma economia metafísica, na simplicidade, no poder explicativo (ARENHART E KRAUSE, 2012b, p. 4), fazendo com que o distanciamento das considerações científicas seja o menor possível, já que seria inevitável.

Dorato e Morganti ainda defendem que a tese ‘ter um cardinal maior do que um’ implica individuação das entidades. No entanto, quando discutirmos a cardinalidade no capítulo quinto, veremos que a teoria de quase-conjuntos mostra que isso é falso. Aliás, Krause e Arenhart (2012b) observam que essa é uma questão central a ser respondida, ou seja, o primeiro passo é qualificar o tipo de cardinalidade da qual estamos falando. Se ao referirmo-nos a um número cardinal no sentido usual (de von Neumann), o qual é inicialmente um ordinal, não há dúvida que alguma forma de identidade e, talvez, de indiscernibilidade sejam necessárias. Mas, se a ideia for a de preservar a indiscernibilidade quântica, então outra noção de cardinalidade deveria ser empregada. Essa noção pode ser conseguida, por exemplo, através de uma visão pela qual a individualidade, a identidade e a cardinalidade não sejam noções vinculadas tão fortemente como tem sido considerado, abandonando-se a ideia de que os itens são autoidênticos, ou melhor, abandonando-se a ideia da reflexividade de alguns itens. Mesmo em casos como esses, podemos formar coleções que têm uma cardinalidade bem-definida a qual pode caminhar junto com a não-individualidade, rompendo a implicação individualidade-cardinalidade (ARENHART E KRAUSE, 2012b, p. 5).

Tanto os defensores de uma discernibilidade fraca como aqueles que defendem uma individualidade primitiva seguem uma metodologia naturalizada de conceber a metafísica. Entretanto, Dorato e Morganti defendem, diferentemente de Muller, Saunders e Seevinck, que a individualidade não pode basear-se em relações e que uma reformulação do PII, que somente mantém-se na disputa através da consideração das relações nas bases da individualidade, parece tornar-se desnecessária. Portanto, os autores reintroduzem algum tipo de essência individualizadora (*thisness*) ou, como eles chamam, um ‘primitivismo’ na discussão metafísica da individualidade, porém ainda sob uma perspectiva naturalizada.

Para nós, a discussão não está polarizada apenas nessas opções. Por um lado, a noção de discernibilidade fraca mantém-se mediante assumir as relações nas bases da individualidade; por outro, a individualidade primitiva assume haver uma espécie de propriedade que seria inerente aos objetos quânticos. Ambas as noções não aceitam os

não-indivíduos e para dar conta daquilo que a teoria científica lança como desafio, cada uma, a seu modo, oferece opções plausíveis para tentar justificar a individualidade. Entretanto, acreditamos serem ambas as opções problemáticas.

Se nossa perspectiva metodológica leva em conta as teorias científicas, devemos similarmente oferecer algo além de considerações puramente metafísicas para dar conta da individualidade. Muller, Saunders e Seevinck o fazem, resgatando o PII em uma reformulação na qual as relações estão na bases de seus pressupostos. A reformulação do PII pretende eliminar qualquer motivação que não esteja circunscrita nas noções de individualidade e, dessa forma, os não-indivíduos estão descartados como possibilidade ontológica, assim como quaisquer tentativas de conceber a noção da não-individualidade através de outra lógica ou de outra teoria metamatemática. Concordamos que o sucesso de resgatar o PII, como princípio de individuação, implica essas considerações, mas, nesse caso, não estaríamos referindo-nos aos objetos particulares. Também concordamos com Dorato e Morganti no que diz respeito a considerar a individualidade em termos de uma qualidade intrínseca ao objeto particular e por isso, igualmente acreditamos problemático definir uma individualidade através de relações que já presumem indivíduos. Não há como manter a validade do PII, mesmo na reformulação proposta pelos autores, se não admitirmos que a individualidade, a qual eles referem-se, parte de relações. Isto é, a individualidade nessa visão, obrigatoriamente, é concebida por algo extrínseco ao objeto. No entanto, também acreditamos problemático assumir uma individualidade primitiva como Dorato e Morganti sugerem, sem explicar o que seria essa individualidade inerente aos indivíduos.

A escolha de uma ontologia de não-indivíduos parece-nos ser um caminho a considerar-se seriamente, mesmo que para isso tenhamos que abandonar certas ideias intuitivas mais tradicionais de linguagem, princípios teóricos e formais. Em primeiro lugar, a proposta da nossa defesa tenta levar em conta que uma possibilidade ontológica de não-individualidade pode e deve ser reconhecida tão plausível como as demais discutidas, mas não é só isso, discuti-la em seus termos intuitivos, lógicos e formais parece ser o ônus daqueles que a defendem, uma vez que estamos igualmente em uma esfera metafísica de qualquer modo. Por ter em mente tal direcionamento, nossas justificativas, em relação aos não-indivíduos, tomará o sentido de uma justificativa formal tanto no sentido lógico, como no sentido matemático, tendo em vista alcançar um rigor nos seus fundamentos.

3.4 ASSUMINDO NÃO-INDIVÍDUOS

Quebrar a subdeterminação da metafísica pela física significa assumir algumas prerrogativas. A primeira delas refere-se a dar sentido ao termo ‘subdeterminação da metafísica’. A princípio, é necessário que se assuma uma visão metodológica naturalizada de ontologia, caso contrário, as possibilidades ontológicas advindas de teorias científicas não seriam relevantes ou, pelo menos, não seriam a fonte primária de nossa ontologia. Porém, não queremos dizer com isso que uma visão naturalizada da ontologia implica a subdeterminação, pois, como vimos anteriormente, mesmo considerando-se a teoria científica, há defensores de uma individualidade e, portanto, a subdeterminação não faz sentido para esses autores.

Ao assumirmos a subdeterminação metafísica entendemos, primeiramente, que a visão de uma ontologia é dada através das teorias científicas; e, em segundo lugar assumimos que pressupostos de ordem metafísica ou, até mesmo, pressupostos da ordem da lógica envolvida devam ser reconsiderados para uma construção ontológica dos seres em geral, conjuntamente com as teorias científicas. Dessa forma, nos deparamos com duas opções ontológicas incompatíveis, porém ambas sustentáveis pela teoria: uma ontologia de indivíduos, já assumida desde a física clássica, e uma possível ontologia de não-indivíduos revelada pela mecânica quântica. Ao nosso ver, é dessa forma que a subdeterminação metafísica impõe-se.

Essa constatação aponta-nos um dilema de escolha, pois os recursos da teoria não nos indicam se os seres em geral são indivíduos, ou não-indivíduos. Sem poder apelar para os recursos da teoria que poderiam apoiar uma decisão, a escolha sobre qual ontologia devemos seguir para referir-nos às entidades metafísicas caberia a nós. Entretanto, como observam Arenhart e Krause, “apelar para virtudes não empíricas, as chamadas virtudes teóricas, é visto por muitos filósofos como ilegítimo” (KRAUSE E ARENHART, 2013a, p. 172), uma vez que não há razões para acreditar que uma ontologia possa ser melhor candidata que outra, expandindo a dificuldade igualmente à opção dos não-indivíduos.

Devemos entender que não assumir nenhuma das ontologias também é uma opção, mas não de forma a descrever a natureza ontológica dos seres em geral, mas, sim por uma perspectiva das estruturas. Indivíduos e não-indivíduos, supostamente, consistiriam em morfismos estruturais resultantes de relações que, por sua vez, seriam as entidades metafísicas mais básicas. Dessa forma, a subdeterminação é aceita, significando que a natureza metafísica dos objetos seria apenas

uma preocupação metafísica secundária, posto que a discussão das entidades fundamentais não trata de uma ontologia de objetos, mas, sim, de relações. Mas, como a nossa preocupação metafísica refere-se à natureza dos objetos particulares, não podemos aceitá-la. Assim, nos restaria quebrar a subdeterminação e fazer uma opção por uma das ontologias. Quebrar a subdeterminação não significa apenas uma escolha entre os pacotes metafísicos: se indivíduos, ou não-indivíduos mas, sobretudo, significa fornecer argumentos para justificar tal escolha.

Uma ontologia de não-indivíduos parece-nos ser a opção mais plausível por várias razões. A motivação principal, além de preservar uma visão ontológica naturalizada, alinhada às considerações da Visão Recebida, concerne às observações nas distribuições estatísticas quânticas nas quais entidades destituídas de individualidade (lembrando que estamos tratando o *status* de indivíduo segundo a concepção leibniziana) revelaram-se naturalmente das observações científicas. No entanto, assumir os não-indivíduos não se trata apenas de uma problemática ontológica ao questionar-se os princípios de individuação, mas também os princípios lógicos envolvidos são questionáveis, tornando-se também uma problemática formal. Assim, a conduta que nos auxiliará a quebrar a subdeterminação em favor dos não-indivíduos basear-se-á nos princípios de individuação que falham em dar conta de uma exclusividade da individualidade e, também, na utilização de uma lógica que permita uma representação formal dessa nova categoria ontológica.

A primeira questão que nos aparece como um desafio diz respeito a como devemos entender a não-individualidade, uma vez que os princípios baseados no PII mostram-se ineficazes nesse aspecto²⁸. A dificuldade em abordar essa noção de modo o mais objetivo possível deve-se ao fato de que a noção de indivíduo vem carregada de um pressuposto muito difundido, baseado em nossas intuições leibnizianas, nas quais o conceito de identidade está vinculado à noção de individualidade, tornando-os conceitos interdependentes. Claro que partículas, átomos e etc. podem ser ‘isolados’, dando uma ideia de individualidade, separando-os de outros de mesmo tipo como bem ilustra o filme *O menino e seu átomo* da IBM²⁹. Mas, o que importa é

²⁸ Essa afirmação refere-se ao PII formulado na sua forma tradicional, onde as relações não são permitidas, diferentemente das considerações de Muller e Saunders como vimos.

²⁹ Esse filme acompanha uma matéria sobre nanotecnologia, publicada pela Revista Exame em 06/05/2013 e pode ser acessada em: <

que isso não lhes confere a individualidade na acepção que estamos argumentando, ou seja, conceitualmente, no sentido leibniziano. Abordar o conceito de individualidade sem esbarrar no conceito de identidade parece contraintuitivo. Entretanto, a separação e a independência desses conceitos ajudariam a formar uma concepção menos comprometida e mais livre para interpretações.

Como vimos, nem sempre tratar a ontologia de forma naturalizada implica admitir a não-individualidade, admitindo que a ontologia também está subdeterminada pela perspectiva metodológica. Uma das tendências filosóficas analíticas no século XX mais reconhecidas de conceber a ontologia, de forma a tratar a metafísica sob uma dimensão mais naturalizada, foi fundamentada por Quine em muitos de seus trabalhos [Uma boa perspectiva das principais ideias de Quine pode ser encontrada em (CHATEAUBRIAND, 2003)]. Segundo Quine, em *On what there is*, uma entidade, para existir, em uma teoria que a concebe, deveria supostamente poder ser quantificada nessa teoria, o que ele expressa através da máxima ‘ser é ser o valor de uma variável’, que resume o critério de comprometimento ontológico de uma teoria, bem como o contexto no qual ela se insere, significando que em uma teoria as noções de quantificação, identidade e entidades estão imbricadas entre si (QUINE, 1961, pp.13-15). Quine também argumenta, em um artigo de 1976, intitulado *Whither physical objects*, que o desenvolvimento da física no século passado (referindo-se aos objetos sem identidade que a mecânica quântica revelou) sustenta que o conceito de objeto físico ‘evaporou’, como partícula elementar fundamental, e nada além de regiões no espaço-tempo comportariam certas propriedades do objeto. Quine sugere uma redução ontológica do seguinte modo: ele propõe identificar os objetos físicos com uma região espaço-temporal que eles ‘ocupam’ e depois identificar esta região espaço-temporal através de um conjunto de quádruplas de números reais, ou seja, três coordenadas no espaço tridimensional R^3 e uma coordenada temporal (x, y, z, t) que podem ser descritas através de um conjunto numérico³⁰. Assim, a base de sua ontologia estaria reduzida a uma teoria de conjuntos: uma ontologia do objeto físico seria uma ontologia de conjuntos de quádruplas. Desde que a teoria de conjuntos

<http://exame.abril.com.br/tecnologia/noticias/ibm-produz-menor-filme-do-mundo-com-atomos> >.

³⁰ Similarmente, essa é a posição de Saunders, como vimos anteriormente, que considera um espaço euclidiano, onde as partículas elementares estariam em uma categoria relacional.

envolvida nessa acepção quiniã de ontologia pode ser considerada como sendo a teoria de conjuntos ZF com o axioma da extensionalidade, fica subentendida a suposição da noção de identidade nos fundamentos teóricos que sustentam essa ontologia. Um exemplo claro da redução ontológica de Quine evidencia-se também na sua famosa frase “*Não há entidade sem identidade*”, sugerindo-nos o grau de significação que o conceito de identidade assume na sua ontologia, ou seja, o comprometimento ontológico é relativo à teoria de conjuntos padrão (como ZF) com identidade. Dessa forma, qualquer outra teoria de conjuntos que teria por base fundacional uma lógica não-reflexiva onde, por exemplo, a identidade fosse questionada (ou até mesmo eliminada), como as lógicas de Schrödinger, não seria aceitável para Quine [Para maiores detalhes, ver (DALLA CHIARA E TORALDO DI FRANCIA, 1995, pp.104-111); (FRENCH, 1998, pp. 93-94)].

Mas, considerar a quantificação apenas para objetos com identidade é uma decisão metafísica que pode ser questionada, se pensarmos na utilização desse pressuposto como uma ferramenta de critério ontológico acerca da existência ou não das entidades sem identidade (ARENHART, 2011, p. 218). Contudo, para alguns autores, como Quine, por exemplo, os objetos físicos são tidos sob uma perspectiva de indivíduos por serem considerados dentro de uma lógica de domínio mais restrito, ou seja, um domínio determinado por uma linguagem de primeira ordem com identidade.

Por outro lado, a Visão Recebida considera uma ontologia advinda da teoria científica com o ‘surgimento’ dos não-indivíduos, como entidades destituídas de identidade, isto é, na acepção que não seriam ‘indivíduos’ nesse sentido. Desse modo, os não-indivíduos na concepção da Visão Recebida não serão entidades na concepção quiniã, a qual admite o PII como princípio fundamental de individuação, além de admitir, como única lógica subjacente, a lógica clássica de primeira ordem em cujo domínio de quantificação deverão constar as entidades da teoria.

Pelo nosso ponto de vista, concordante com a concepção pragmatista de da Costa, os princípios lógicos devem ser flexíveis, ou ‘*dialelizáveis*’, como ele diz, e conformativos às necessidades das teorias científicas (DA COSTA, 1980, p.116). Assim, quando a mecânica quântica pode ser dita comprometer-se com entidades destituídas de individualidade, devemos dar conta dessas entidades ontológicas, antes não concebidas por uma visão de ontologia tradicional, mas também que sejam concordantes com a visão de uma ontologia advinda das teorias científicas, mesmo que, para isso, devamos assumir outras bases lógicas

não-clássicas com novos princípios, além, é claro, de uma semântica onde, por exemplo, a quantificação de objetos sem identidade não está descartada. Uma das possibilidades que discutiremos no próximo capítulo é a utilização de uma lógica não-reflexiva, como as lógicas de Schrödinger, onde a quantificação de suas entidades independe da identidade, ou seja, a identidade não faz sentido para todas as entidades do domínio (DA COSTA e KRAUSE, 1994).

Com o propósito de fundamentar formalmente uma ontologia de não-indivíduos, a adequação de uma matemática e de uma lógica subjacente deve estar nas bases de uma fundamentação teórica que possa sustentar tais noções metafísicas. Se assumirmos que a lógica clássica não é mais única, nem fixa, nem absoluta, não se pode mais assumir uma ‘lógica verdadeira’. Nesta acepção, abrem-se possibilidades para pensar em um pluralismo lógico, onde uma mudança de lógica acarreta mudanças ontológicas (KRAUSE, 2004, p. 77). E, nesse sentido, pode-se contrariar o famoso lema de Quine que afirma ‘*Não há entidade sem identidade*’, pois pela nossa argumentação os objetos indiscerníveis, isto é, objetos sem identidade podem ser vistos como entidades sem individualidade, ou seja, como não-indivíduos e podem figurar no domínio de quantificadores de adequadas lógicas ou teorias ‘regimentadas’ sobre essas lógicas (KRAUSE, 2007).

Outro ponto para se argumentar a favor dos não-indivíduos refere-se à questão das propriedades e das lógicas não-reflexivas. Uma das alternativas de tratar a individualidade com propriedade, por exemplo, torna-se interessante no sentido de podermos formalizá-la. Post (1963) denominou ‘individualidade transcendental’ (TI) ao tratamento da individualidade, como se fosse um tipo de ‘essência’, que tem a propriedade de ‘ser ele mesmo’, gerando uma identidade, diferentemente da noção de individualidade de Locke, que apesar de ser igualmente descrita como um substrato, não poderia ser uma propriedade, mas algo que transcende a ela, ou como Locke dizia: “*algo que não sabemos o quê*” (“*something, we know not what*”) (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 13). Assumir uma forma de TI, aos moldes de Post, traz certa vantagem à defesa dos não-indivíduos, pois embora considerando a individualidade de modo transcendental, ela poderia ser descrita como uma propriedade reflexiva de autoidentidade. O interessante nesse caso, ao tratar a individualidade como uma essência primitiva (*primitive thisness*), é que uma propriedade autorreflexiva (ou a autoidentidade) pode ser formalizada e, conseqüentemente, pode também ser negada ou violada e, conseqüentemente, se violarmos essa propriedade, poderemos captar a noção de que essa lei não é universal.

Dessa forma, podemos ter uma representação formal da não-individualidade, ao admitir que a propriedade de autoidentidade não se aplica a todos os elementos do domínio (ARENHART, 2008, p. 18). Esse é um foco central nas considerações sobre a construção de um sistema teórico que possa dar conta dos não-indivíduos desde os seus conceitos primitivos.

Assumir a defesa dos não-indivíduos significa romper uma subdeterminação metafísica e fornecer argumentos para uma nova ontologia. Por outro lado, apesar dessa abordagem ter raízes na interpretação ortodoxa da mecânica quântica em relação ao objeto físico, abrem-se possibilidades ontológicas não naturalizadas, uma vez que a própria teoria não nos indica como devemos tratar a partícula, destituindo a teoria científica como fonte exclusiva para o conhecimento científico. Nesse sentido, devemos levar em conta que os argumentos que tendem, supostamente, para uma ontologia de indivíduos ou não-indivíduos são igualmente de ordem metafísica.

Uma das preocupações envolvidas neste argumento é demonstrada por French. Segundo ele, existe a preocupação de que grande parte da metafísica moderna parece ter se distanciado de qualquer fundamentação na física moderna e, portanto, supostamente, explicaria que um modelo normativo apelasse para princípios extraídos de uma ‘metafísica sem física’, a fim de quebrar a subdeterminação dentre as possíveis e diferentes formulações ou interpretações de teorias, podendo inclusive levar a algumas escolhas potencialmente desastrosas. O autor continua dizendo que apelar à metafísica parece deixar-nos com um dilema: ou a metafísica flutua livre da física e requer uma justificação própria; ou ela é contínua à física, mas então ela não pode realmente quebrar a subdeterminação (FRENCH, 2011, p. 209). Tal preocupação está, em parte, na base da crítica da metafísica atual de Ladyman e Ross (LADYMAN E ROSS, 2007). Algo parecido com o ponto de vista deles pode ser o que Musgrave tinha em mente quando sugeriu que a metafísica deveria ser vista como contínua à física, mas ela realmente não ajudaria quebrar a subdeterminação desde que poderia surgir uma circularidade óbvia (FRENCH, 2011, pp. 209-10).

Em uma tentativa de responder a essa alegação, Arenhart sugere uma intermediação entre essas duas possibilidades de ver a metafísica. Segundo ele, é possível quebrar a subdeterminação a favor dos não-indivíduos, utilizando o melhor das nossas teorias científicas para uma visão crítica das categorias ontológicas já pressupostas pela metafísica tradicional; e, por outro lado, também devemos admitir que, ao utilizar as nossas teorias, já estamos, de algum modo, contaminados pelas

nossas categorias metafísicas. Um avanço para qualquer um dos lados dar-se-ia através de uma dialética crítica, onde tanto novas categorias ontológicas poderiam ser admissíveis, como também pressupostos que não se baseiam completamente nas teorias científicas, ou seja, aspectos metafísicos deveriam ser levados em conta. De um modo claro, essa perspectiva aproxima valores metafísicos de credenciais científicas através de uma relação dinâmica e pragmática, a nosso ver construtiva, entre a metafísica e a ciência. Entendemos que de certa forma, assumir os não-indivíduos nas bases dos conceitos primitivos de uma teoria nos dá uma vantagem, se quisermos continuar a tratar a ontologia por uma metodologia naturalizada, pois estaríamos servindo-nos de argumentos formais.

No próximo capítulo, abordaremos a dificuldade que diz respeito à representação formal dos não-indivíduos, por nós considerada como representações formalmente pouco adequadas, quando referidas em uma teoria, como a teoria de conjuntos ZF (Zermelo-Fraenkel) que traz como lógica subjacente, a lógica clássica. Essa dificuldade refere-se basicamente aos conceitos de indivíduo e de identidade, os quais são tratados como conceitos inseparáveis e implicados entre si. Também apresentaremos os argumentos que permitem-nos justificar nossa posição de defesa através de uma fundamentação formal dos não-indivíduos.

4 FUNDAMENTOS FORMAIS DA NÃO-INDIVIDUALIDADE

Neste capítulo discutiremos os conceitos de identidade e individualidade, explorando os aspectos formais relativos a uma metafísica de não-indivíduos. Esses conceitos foram fundamentais e serviram de motivação para o desenvolvimento de sistemas de lógicas não-reflexivas. Utilizando esses sistemas podemos abordar, diferentemente, o princípio da identidade, bem como desenvolver uma teoria na qual as noções de identidade e indiscernibilidade possam ser consideradas independentemente. Abordaremos os aspectos principais das lógicas de Schrödinger, assim como suas motivações, suas dificuldades e seus principais postulados, buscando mostrar de que forma esta lógica pode ser considerada uma lógica subjacente à teoria de quase-conjuntos. Por fim, discutiremos os pressupostos formais que fundamentam a teoria de quase-conjuntos Q, cujos princípios permitem acomodar uma metafísica da não-individualidade desde os conceitos primitivos da teoria, justificando, com isso, sua aplicação a uma metafísica de não-indivíduos.

4.1 ASPECTOS FORMAIS DA NÃO-INDIVIDUALIDADE

Gostaríamos de relembrar o que já dissemos sobre a não-individualidade antes de entrarmos no seu aspecto formal. Se assumirmos a hipótese metafísica de que a mecânica quântica fornece evidências de que o mundo é composto por entidades para as quais a identidade não faz sentido, aspectos formais envolvidos devem ser discutidos. Resumidamente falando, a denominação ‘não-indivíduos’ decorre da impossibilidade de individualizar certos objetos quânticos (no sentido de particulares) que ainda mantêm sua expressão sob a perspectiva de uma identidade que depende da discernibilidade, que nada mais é do que é a perspectiva usual tanto da matemática padrão, como da sua lógica subjacente, a lógica clássica. Essa perspectiva de identidade é uma noção advinda da lei de Leibniz onde a identidade é equivalente à indiscernibilidade pois, novamente relembrando, segundo essa lei, apenas podemos individualizar uma entidade, se a distinguimos das demais, caso contrário, trata-se da mesma e única entidade. Assim, uma vez que a discernibilidade não é observada em certos objetos quânticos, nomeadamente partículas elementares, então eles seriam, supostamente, por esse ponto de vista, sem identidade e, conseqüentemente, não poderiam ser categorizados como indivíduos. Desse modo, os não-indivíduos seriam entidades tratadas pela mecânica

quântica para as quais a igualdade ou a diferença não faria sentido, pois são entidades ‘desprovidas’ de identidade.

Posto isto, os aspectos formais da não-individualidade que abordaremos a seguir concentram-se, particularmente, na separabilidade dos conceitos de individualidade e identidade, até então, implicados entre si, se considerarmos apenas a visão da lógica clássica e a teoria de conjuntos ZF (Zermelo-Fraenkel). Na verdade, o alvo das nossas preocupações será como a noção de identidade pode ser concebida por um formalismo não-clássico e, direcionados por esse prisma, discutiremos as lógicas subjacentes às teorias científicas de acordo com a visão de Newton da Costa. A última particularidade formal da não-individualidade que discutiremos nesta seção consiste nos traços relevantes que conduziram ao desenvolvimento da teoria de quase-conjuntos a qual, no nosso entender, seria uma teoria mais adequada para representar as entidades destituídas de individualidade.

4.1.1 Identidade e individualidade

Uma das dificuldades em absorver intuitivamente a noção de entidades como os não-indivíduos diz respeito ao fato de que ainda não há uma metafísica de não-indivíduos desenvolvida a contento; essa dificuldade estende-se também no campo da lógica [Ver detalhes em (KRAUSE E VIDEIRA, 2011, pp. 257-267)]. Informalmente, podemos entender que, quando falamos de não-indivíduos, estamos referindo-nos a entidades que podem ser entendidas como ‘muitas’, sem que essa multiplicidade requeira algo como uma identidade que as fundamente. Posto desse modo, não há sentido tratá-las de forma a distingui-las umas das outras, entendendo que tratamos com coleções de mais de uma entidade as quais são indiscerníveis entre si. Por outro lado, podemos tentar dar sentido à noção de não-indivíduo de modo formal a partir da indiscernibilidade, na medida em que desvinculamos as noções conceituais de identidade e individualidade, quando nos referimos a objetos quânticos. É através dessa argumentação que tentaremos minimizar a dificuldade de se tratar uma entidade sem individualidade, conforme concebida pela Visão Recebida³¹.

Uma ideia similar da noção de indistinguibilidade a qual nos referimos pode ser relacionada com o seguinte exemplo, como mostra

³¹ Gostaríamos de lembrar o leitor que o termo ‘Visão Recebida’ ainda está sendo empregado no mesmo sentido que o empregamos no primeiro capítulo, ou seja, como a *visão recebida* da mecânica quântica.

Paul Teller. Imagine que uma soma de dinheiro depositado em um banco poderia ser comparado com partículas indiscerníveis, ou seja, não podemos dizer quais são as *nossas* (grifo do autor) notas, assim como também não podemos dizer qual partícula é qual (TELLER, 1998, p. 115). Lembramos que em um banco não há dinheiro ‘físico’ com notas marcadas que ficam lá, como se fossem as notas que depositamos. Se fizermos um saque no banco, *qualquer* nota pode ser a nossa. O mesmo ocorre com as partículas, ‘sacar’ um elétron é como sacar dez reais, não há um especial: qualquer um serve para os propósitos da física. Aliás, Schrödinger já havia afirmado que “não se pode marcar um elétron, não se pode pintá-lo de vermelho” [Cf. (SCHRÖDINGER, 1935, pp. 131-132); (ARENHART e KRAUSE, 2012a, p. 45)]. Se as noções de identidade e individualidade forem consideradas de modo equivalente, como preconiza a lei de Leibniz, a indistinguibilidade, supostamente, impediria uma identidade: como poderíamos identificar, se não podemos distinguir? Ou seja, classicamente, entidades indistinguíveis são a mesma entidade, pois, por essa lei, nenhuma característica pode diferenciá-las. Mas isso não se aplica ao domínio dos micro-objetos porque, ainda assim indiscerníveis, esses objetos podem ser considerados como mais de uma entidade para a qual a identidade não faz sentido (ver a discussão detalhada na seção 2.3.2, capítulo 2).

Aceitar a concepção de uma ontologia de modo ‘naturalizado’, ou seja, uma ontologia que vem de uma teoria científica, como a mecânica quântica, significa que estamos propensos a mudar as nossas concepções metafísicas a respeito do que entendemos por individualidade. Uma das medidas concernentes à filosofia da ciência nesta questão exprime-se na motivação em buscar uma outra lógica e uma matemática diferente da tradicional que também possa dar conta dessas representações metafísicas. Da Costa, por exemplo, reconhece que uma abordagem formal para tais sistemas trata-se, sobretudo, de uma questão pragmática e de suas diferentes implicações metafísicas pertinentes a uma possível mudança de abordagem lógica e matemática. Essa perspectiva também é compartilhada por Krause:

[...] na mecânica quântica não relativista, a estrutura usualmente utilizada é a de um espaço de Hilbert, ainda que haja outras abordagens. Uma vez que o estudo de tais estruturas se faz dentro da matemática, fica patente a importância desta para a ciência como um todo. Isso traz ainda uma questão interessante e pouco explorada [...]; tendo-se em vista a existência de diferentes

matemáticas, [...] constitui sem dúvida tarefa essencial do filósofo da ciência investigar as estruturas subjacentes às diversas teorias científicas sob a perspectiva dessas diferentes teorias. Uma mudança de arcabouço matemático pode trazer consequências filosóficas importantes (KRAUSE, 2009, p. 119).

No caso dos não-indivíduos, tentaremos argumentar como as relações de identidade e diferença não fazem o mesmo sentido para esses objetos quânticos e, no entanto, são usualmente apreendidos (mas, às custas de alguns artifícios inseridos *ad hoc* à teoria) pela lógica clássica com identidade e pela matemática usual, onde a propriedade reflexiva é sempre válida. Lembrando que tal propriedade segue a noção da identidade leibniziana, ou seja, aquela a qual trata de modo equivalente as noções de discernibilidade e individualidade, quando diz que objetos indiscerníveis são idênticos.

Parece-nos claro que tratar os não-indivíduos requer sistemas diferentes daqueles os quais são utilizados usualmente. As lógicas candidatas a uma lógica subjacente a contento deveriam ser, a princípio, diferentes da lógica clássica, onde não se aplicariam a lei da identidade, ou a propriedade reflexiva da identidade de modo genérico, o que viria ao encontro da aplicação que os físicos comumente dão aos elétrons, ao considerá-los partículas elementares da mesma espécie absolutamente indiscerníveis. De modo resumido, tratar de entidades para as quais a identidade não se aplica requer uma lógica na qual o conceito de identidade não faz sentido para essas entidades.

4.1.2 Sobre a lógica subjacente às teorias

Um questionamento pertinente também poderia ser considerado: em que tipo de lógica deveriam estar baseadas as teorias científicas, ou até mesmo as interpretações da mecânica quântica? Certamente, uma lógica que admita, de alguma forma, princípios contraditórios parecem-nos mais plausível de início.

Segundo da Costa (1980), ao interpretar o formalismo da mecânica quântica, como é o caso do átomo de Bohr, por exemplo, emerge uma lógica que pode ser mais compatível a esta teoria do que a lógica clássica (DA COSTA, 1980, p. 209). O autor esclarece que a lógica da física, tomada como uma totalidade, deve ser uma lógica que seja capaz de sustentar a existência de contradições conceituais, pois a física atual trabalha com uma combinação de teorias incompatíveis, cujas

explicação e descrição formal podem ser sustentadas por uma lógica subjacente, como, por exemplo, a lógica paraconsistente³², pela qual é admissível que teorias, ou enunciados contraditórios não trivializem um sistema, tornando-o inconsistente [Para maiores informações e detalhes, ver (DA COSTA, 1980); (KRAUSE, 2012; 2004)].

Levando-se em conta que uma das tarefas do filósofo da ciência consiste em sistematizar as teorias científicas de modo a fornecer uma fundamentação mais adequada, algumas preocupações formais apresentam-se. No caso da mecânica quântica, a relevância da escolha de uma lógica reside no fato de que seria mais adequado utilizar uma lógica cujos conceitos não estejam comprometidos de forma rígida, como o conceito de identidade da lógica clássica aplicado de forma absoluta a todos os objetos do domínio considerado. Parece ser coerente um conceito mais flexível de identidade, como aquele que *necessariamente* não se aplique a todos os objetos do domínio, para que a fundamentação da teoria da qual estamos tratando torne-se mais adequada. Se a teoria admite contradições e a lógica subjacente a esta determinada teoria não as admite, significa certa incoerência nos fundamentos teóricos os quais estão baseados nesta lógica. Realizar estudos metateóricos em consonância com os aspectos lógicos de uma teoria, para saber se as possíveis inconsistências são aparentes, ou fazem parte da teoria em um nível mais básico, faz parte das preocupações do trabalho fundacionista sobre as teorias [Um detalhamento sobre a relevância dos estudos fundacionistas pode ser encontrado em (KRAUSE E ARENHART, 2013a, pp. 7-10)].

De modo geral, a mecânica quântica oferece-nos condições para interpretações diversas. Dentre elas, uma interpretação possível é considerar certos objetos do seu domínio como não-indivíduos, segundo os parâmetros expostos até agora (ver, principalmente, a seção 2.3.2, capítulo 2). No entanto, essa interpretação demanda uma fundamentação adequada, como uma lógica sobre a qual se possam alicerçar os pressupostos teóricos científicos que lidam, por exemplo, com uma indiferença da aplicação da identidade a essas entidades. Ao mudar a lógica nos fundamentos de uma teoria, pode-se encontrar uma estrutura (*framework*) mais adequada para expressar certas suposições filosóficas

³² Uma das características da lógica paraconsistente, a qual mudou o paradigma da lógica, é inviabilizar a noção de que a contradição possa derrocar um sistema lógico, anulando-o. Ao contrário, a contradição tem um significado e tem lugar nessa lógica, ganhando sentido e, por isso, impedindo a trivialização do sistema em determinado universo de aplicação.

e até mesmo compatibilizar pressupostos físicos, como aqueles da teoria do átomo de Bohr, por exemplo. Nesse sentido, uma lógica que possa credenciar tais pressupostos, como a destituição de individualidade para certos objetos, acabaria por adaptar-se melhor aos fundamentos da teoria. Dessa forma, caberia uma pergunta: em que bases, então, se estabeleceria o nosso comprometimento ontológico? Bem, poderíamos considerar que uma teoria compromete-se, ou pelo menos deveria comprometer-se, a princípio, com as suas próprias bases no sentido de manter uma coerência com os princípios lógicos a partir dos quais é construída a teoria. Mas, observamos que, no caso da mecânica quântica, essa correspondência não se mantém de forma adequada, pois a lógica clássica não sustenta a não-individualidade que a teoria propõe, segundo a interpretação que consideramos.

Sabemos que o cientista que utiliza determinada lógica ou matemática compromete-se com seus pressupostos teóricos. Contudo, por mais que seja essa a expectativa, deter-se a essas questões não parece ser uma percepção, nem uma preocupação do cientista. Aliás, esta é uma das preocupações do filósofo da ciência, isto é, deter-se em aspectos que dizem respeito aos fundamentos de uma teoria científica, até mesmo para discutir certas noções representadas por postulados, axiomas, etc. que, supostamente, estariam comprometidas por pressupostos lógicos subjacentes à teoria. A noção de identidade, por exemplo, pode ser questionada desde os seus pressupostos lógicos, como observa da Costa, quando afirma que “[...] as noções clássicas de objeto e de identidade podem ser *dialelizadas* com base no próprio desenrolar da história da ciência, em especial da física”. O que significa dizer que tanto os postulados científicos, ou até mesmo os lógicos, podem ser flexíveis, adaptados e superados, afinal para o autor, não há teoria definitiva, nem leis que não possam ser derogadas (DA COSTA, 1980, p. 116). Particularmente, da Costa refere-se a derogar o princípio de identidade $\forall x(x = x)$ através de um sistema de lógica, como as lógicas de Schrödinger, na qual a identidade ou a diferença não são aplicáveis a todas as entidades do domínio.

O posicionamento de uma concepção dialética dos pressupostos lógicos coloca a lógica de forma relativizada às teorias, em oposição a um absolutismo lógico no qual as leis lógicas são invariáveis, absolutas, independentes de tempo, lugar e quaisquer outras circunstâncias (*Idem*, p. 219). Ao contrário, adotar uma visão antidogmática com relação aos princípios lógicos, inclusive, significa submeter a lógica a uma constante avaliação e à possibilidade de utilizar mais de um sistema lógico em contextos racionais, evidenciando-se uma pluralidade lógica.

Na medida em que podemos, legitimamente, utilizar os conceitos que a teoria propõe de forma a obter consistência lógica, parece-nos, a princípio, que dependendo da teoria a qual retrata a porção de realidade considerada, uma lógica mais específica poderá ser mais adequada a cada caso, o que torna a condição da lógica nas teorias científicas relativa. Dessa forma, a aplicabilidade de determinada lógica nos contextos científicos deve-se a uma atitude pragmática, embora o desejo de fundamentar uma ontologia de não-indivíduos em uma lógica não-reflexiva possa ser oriundo de fatores puramente filosóficos.

Convém salientar que falar em *dialeitizar* o Princípio da Identidade, expresso na forma $\forall x(x = x)$, não significa negá-lo, o que corresponderia a $\neg\forall x(x = x)$, ou seja, $\exists x(x \neq x)$. O que faremos, seguindo da Costa, é assumir o dito de Schrödinger pelo qual o conceito de identidade não se aplicaria às partículas elementares, fazendo com que o predicado de identidade não seja aplicável a todos os objetos do domínio do discurso. Isso ficará mais claro a seguir.

4.1.3 Aspectos relevantes para uma teoria dos não-indivíduos

Ao considerarmos o formalismo usual empregado nas teorias científicas, em geral, como as lógicas clássicas onde a identidade das entidades é baseada em uma identidade leibniziana, as entidades indiscerníveis devem ser tratadas com uma entidade única e idêntica. Imediatamente algumas questões apresentam-se, referentes ao tratamento dos objetos quânticos: se mantivermos a identidade leibniziana, implicando que as entidades indiscerníveis, ou partículas elementares, sejam idênticas e, por isso, sejam a mesma entidade, como, então, representar a diferença numérica entre as partículas? Em que princípios baseia-se a afirmação de que há, por exemplo, dois elétrons em um átomo, se eles resultariam ser idênticos (e pelo PII, são o *mesmo* elétron)? Como devemos tratar a partícula elementar em relação à sua indiscernibilidade? Certamente, devemos esclarecer essas questões, mas talvez o melhor exemplo nesse caso sejam os bósons que podem partilhar todos os números quânticos, tais como os BECs, que são ‘absolutamente indiscerníveis’, como já mencionamos anteriormente. Mesmo que a razoabilidade de comprometer-se com uma teoria de não-indivíduos esteja experimentalmente argumentada, com referência às medidas estatísticas (ver seção 2.3.2, capítulo 2), ainda assim, há implicações de algumas considerações relativamente à sua sustentação formal junto às teorias existentes.

Um ponto fundamental, por exemplo, diz respeito à aplicação do mesmo tratamento formal dos indivíduos aos não-indivíduos, que só é possível com a adição de axiomas *ad hoc* à teoria, o que torna tal tratamento formal inadequado por princípio, relativamente aos conceitos primitivos da teoria. Em relação aos não-indivíduos, não se encontra nas ferramentas usuais uma adequada contextualização para uma representação formal dessas entidades, uma vez que através da teoria matemática usual e da lógica clássica não se pode conceber entidades para as quais a teoria usual de identidade não se aplica. Quando falamos em tratamento formal referente às partículas quânticas, estamos incluindo a discussão de alguns segmentos: a lógica subjacente à teoria, juntamente com seus subsistemas, e a própria teoria que fornece uma semântica para essa lógica, mas que também intenciona dar conta de tratar uma categoria de entidades ontológicas, até então não tratadas pela matemática usual. Dalla Chiara lembra que Schrödinger, em muitos de seus escritos, já discutia a inconsistência entre os conceitos clássicos do objeto físico, como uma entidade individual, e o comportamento da partícula na mecânica quântica. A inconsistência refere-se à individualidade das partículas quânticas, cujo conceito de identidade não poderia ser aplicado a elas, conforme é aplicado na física clássica (DALLA CHIARA, *et al.*, 1998, p.143)

Os aspectos acima mencionados parecem ser suficientes para que se pense em uma teoria onde a adequação sistemática e formal seja compatível com as noções de uma nova categoria ontológica como os não-indivíduos. Mas também, seria interessante que, além da noção de não-individualidade, tal teoria de fundo pudesse operar com a noção de individualidade simultaneamente. Se as duas categorias ontológicas puderem ser assumidas dentre os conceitos primitivos dos fundamentos da teoria, a questão da individualidade não precisaria ser descartada, permitindo um tratamento similar nos seus termos primitivos também para essas entidades. Mas, nesse sentido, a lógica clássica não poderia cumprir o papel de lógica subjacente para esse tipo de teoria de fundo, por não permitir contradições em seus fundamentos, como admitir representações de indivíduos e não-indivíduos, e também por depender de uma identidade absoluta e classicamente concebida, ou seja, uma identidade nos moldes da identidade de Leibniz aplicada a todos os objetos do seu domínio.

Contrariamente a uma lógica com as restrições acima mencionadas, as lógicas candidatas a sustentar uma teoria que admita a não-individualidade por princípio, seriam aquelas não-clássicas por permitirem vantagens em algumas situações. Entretanto, no caso

específico da não-individualidade e para os nossos propósitos de sistematizá-la formalmente, uma lógica que pudesse articular o conceito de identidade de forma não-absoluta, que igualmente não é compatível com a lógica clássica, indicaria o principal motivo pelo qual uma lógica, supostamente, deveria ser preferida. Nesse sentido, para tal lógica dar conta dos não-indivíduos, ela deveria poder violar o princípio de identidade. Esse é o caso das lógicas não-reflexivas.

4.2 LÓGICAS NÃO-REFLEXIVAS

As lógicas não-reflexivas são lógicas em que não vale, em geral, o princípio da identidade. Essa característica já classifica as lógicas não-reflexivas em lógicas não-clássicas. Devemos lembrar que as três leis mais célebres da lógica clássica são, em uma de suas formulações: (i) a lei da identidade (todo objeto é igual a ele mesmo); (ii) a lei da contradição ou da não-contradição (dentre duas proposições, onde uma delas é a negação da outra, uma delas é falsa); e (iii) a lei do terceiro excluído (de duas proposições contraditórias, uma delas é verdadeira). Dentre as lógicas não-clássicas, há aquelas que são heterodoxas, ou contrárias à lógica clássica, que limitam ou derrogam seus princípios, contribuindo para uma mudança de paradigma (ABE, 2011, p. 8). Nesta categoria encontram-se as lógicas não-reflexivas. Para Krause, as lógicas não-reflexivas divergem da lógica clássica no tocante à teoria da identidade desta última, em particular, podendo violar o princípio da identidade (PI) tal qual como formulado pela Lei de Leibniz (DA COSTA E KRAUSE, 1994, p. 537). De qualquer modo, o princípio de identidade, formulado em algumas versões, como no cálculo de predicados, no cálculo proposicional ou em lógicas de ordem superior, pode ser limitado parcialmente, ou rejeitado totalmente pelas lógicas não-reflexivas. Mas, a principal motivação para a construção de lógicas dessa espécie surge da física, especialmente de algumas interpretações da mecânica quântica onde o princípio de identidade, da forma como é utilizado pela da lógica clássica, parece não funcionar.

Nesta seção focalizaremos as lógicas de Schrödinger, como uma das opções das lógicas não-reflexivas, iniciando pelas razões que motivaram da Costa à sua construção seguidas pela discussão formal de seus axiomas e postulados.

4.2.1 Sistemas não-reflexivos e suas motivações

Newton da Costa tem dado atenção, em seus trabalhos, aos sistemas formais inconsistentes e a suas aplicações em diversas áreas do conhecimento, o que ele chama Teoria da Ciência, ou seja, uma teoria que envolve aspectos lógicos, epistemológicos e metodológicos da ciência, os quais podem ser revistos, inclusive, à luz de uma lógica paraconsistente. Partindo dessa visão de da Costa, tal revisão dos sistemas formais também estaria a serviço de uma axiomatização que pudesse contribuir para enfrentar as dificuldades relativas ao tratamento da individualidade nos fundamentos da mecânica quântica.

O princípio de individualidade, quando baseado na Lei de Leibniz (lembrando que trata-se da conjunção do PII e sua conversa) pela qual bastam que as propriedades sejam as mesmas para identificar um indivíduo, deixa claro que os conceitos de identidade e indistinguibilidade estão implicados logicamente na definição de individualidade, conforme é expressa formalmente em $x = y \leftrightarrow \forall F(F(x) \leftrightarrow F(y))$ e, é dessa forma que esses conceitos são usados pelos físicos ao tratar a partícula elementar na mecânica quântica, isto é, como se fossem conceitos equivalentes, como observam da Costa e Krause:

A definição acima não permite tratar *identidade* e *indistinguibilidade* (de acordo com suas respectivas atribuições) como conceitos distintos: se duas entidades são indistinguíveis, isto é, se elas compartilham todos os seus atributos, então elas devem ser a mesma entidade, e isso é tudo. Como se sabe, de um ponto de vista filosófico essa caracterização é atribuída a Leibniz, que diz que não há dois objetos os quais diferem '*solo numero*' [...] [m]as, aparentemente, no campo da mecânica quântica os conceitos de *identidade* e *indistinguibilidade* não são equivalentes nesse sentido. Físicos usam o termo *indistinguibilidade* para significar que entidades concordam com seus respectivos atributos e não para expressarem a ideia que eles são o mesmo objeto (DA COSTA E KRAUSE, 1994, p. 535).

Entendemos que o cientista que se instrumentaliza através de determinados princípios matemáticos, ou de uma lógica específica, compromete-se com os seus princípios, modelos matemáticos e interpretações, como também entendemos que as limitações e

representações contextuais de tais instrumentos teóricos devem ser respeitadas, ainda que, na maior parte das vezes, ele não esteja ciente desse comprometimento. Tanto a matemática como a lógica subjacente são as ferramentas utilizadas para dar sustentação e validade às teorias propostas, sobretudo, quando essas disciplinas funcionam como meio disponível de tentar abarcar o que escapa dos modelos empíricos. Se a lógica clássica e a matemática usual, baseada na teoria de conjuntos ZF, forem utilizadas na mecânica quântica, então as entidades já estariam comprometidas desde o início nos princípios da teoria com as noções de identidade e, conseqüentemente, com a individualidade, pois, como já mencionamos antes, em ZF com identidade todos os elementos do seu domínio são indivíduos.

O comprometimento indesejável com a individualidade de forma irrestrita leva-nos a querer tratar separadamente os conceitos de identidade e indistinguibilidade de tal modo que a equivalência entre esses conceitos não exista. Assim, surge a ideia de assumir uma espécie de não-identidade do modo em que Post sugeriu (ver seção 2.3 no capítulo 2). Na verdade, não se trata de negar a identidade propriamente mas, sim, de poder violar a representação formal da auto-identidade expressa pela propriedade reflexiva $\forall x(x = x)$, como já antecipado. O que se pretende com essa estratégia é que a relação de igualdade não seja válida para todos os objetos e, assim, este princípio não poderia ser afirmado para aqueles objetos do domínio para os quais a identidade seja-lhes indiferente. Dessa forma, a noção de não-indivíduos, supostamente, encontraria na violação dessa propriedade sua representação formal. Alternativas de diferentes lógicas e teorias de conjuntos têm sido propostas, como a teoria de qua-conjuntos, ou a teoria de quase-conjuntos, que discutiremos adiante, no sentido de fornecer uma metamatemática, como uma teoria de fundo, que possa comprometer-se ontologicamente com as entidades destituídas de identidade, como os não-indivíduos.

É nesse sentido que as lógicas de Schrödinger foram propostas por da Costa, ou seja, com a intenção de flexibilizar o conceito de identidade para que se pudesse tratar dos objetos indiscerníveis da mecânica quântica. Trata-se de uma extensão da lógica de primeira ordem na qual a identidade ou não dos objetos não se aplica a todas as entidades. Segundo ele: “[...] o fato é que a mecânica quântica patenteia a possibilidade de se dialetizar a ideia de identidade e, em consequência, a própria lei correspondente” (DA COSTA, 1980, p. 115). A noção de identidade que da Costa utiliza é a usual, isto é, a clássica, mas, no entanto, ela não valeria para todos os objetos. Aliás, a denominação

‘Schrödinger’ a esse tipo de lógica é dada por da Costa, em referência à concepção de Erwin Schrödinger, exposta em *Science and Humanism*, de que as partículas elementares são entidades nas quais a identidade torna-se inteiramente sem sentido e não se trata de uma questão epistêmica, ou seja, uma questão de sermos ou não capazes de determinar a identidade em alguns casos mas, sim, de uma questão ontológica onde não há nenhum significado em aplicar a identidade ou a diferença para essas entidades (SCHRÖDINGER, 1952, pp. 16-18).

Da Costa e Krause (1994) observam a razoabilidade de uma formalização adequada para o tratamento dos idênticos e dos indiscerníveis na mecânica quântica onde esses conceitos podem ser concebidos em um sistema de lógica no qual tanto a identidade como a diferença não se aplicam necessariamente a todas as entidades que queira-se tratar:

Schrödinger sugeriu que há uma circunstância na qual não tem nenhum significado afirmar que um elétron é idêntico ou diferente de outro. Esta visão é, em certo sentido, apoiada por Toraldo di Francia, que enfatizou que a utilização de linguagens comuns para falar sobre as entidades da microfísica falta, em geral, fundamentação adequada (DA COSTA E KRAUSE, 1994, p. 537).

Por esse motivo, uma lógica que trata dos sistemas quânticos não poderia ser a mesma lógica de valoração bivalente usada na física clássica, tais como a lógica proposicional, ou uma álgebra booleana. Embora a lógica trivalente³³ de Łukasiewski tenha sido sugerida por Z. Zarwiski em 1931 para dar conta da dualidade onda-partícula, as razões de da Costa têm enfoque nos fundamentos utilizados, muitas vezes, inadequadamente [Para maiores detalhes, ver (DA COSTA, 1980, p.165)].

Por exemplo, o formalismo que a mecânica clássica utiliza corresponde a uma álgebra de Boole, que é a estrutura do cálculo proposicional clássico (CPC). A lógica clássica é essencialmente bivalente, tem apenas as valorações de verdade V (verdadeiro) ou F (falso) pois, nela vale o ‘princípio do terceiro excluído’: não há um terceiro caso, ou seja, a lógica clássica não considera situações indeterminadas. Isso foi percebido por von Neumann que juntamente com Birkhoff sugeriram uma lógica denominada ‘Lógica Quântica’, ou seja, uma versão modificada da lógica proposicional na qual a álgebra

³³ A lógica trivalente, de modo geral, é um sistema lógico multivalorado que admite três valores de verdade para suas sentenças: verdadeiro, falso e indeterminado, ou (1), (0), e (2), respectivamente.

utilizada não poderia ser a álgebra booleana, pois na estrutura lógica, onde deve-se sustentar tal álgebra, a lei distributiva da conjunção em relação à disjunção, por exemplo, modifica-se, o que contraria a lógica clássica. Dessa forma, a álgebra utilizada na mecânica quântica é um reticulado ortomodular complementado. Trata-se de uma álgebra onde a lei da distributividade é substituída pela ortomodularidade: uma distributividade onde há implicação lógica apenas quando considera-se a ortogonalidade de vetores em um espaço de Hilbert, o que significa que o reticulado apresenta uma restrição nas propriedades em relação à álgebra de Boole. Dessa forma, toda álgebra de Boole é um reticulado, mas o inverso não ocorre. Segundo da Costa, o reticulado da mecânica quântica é inapropriadamente denominado como ‘lógica quântica’. Seria melhor denominá-la “*álgebra da mecânica quântica*” (grifo do autor), pois, nos termos em que foi concebida, a ‘lógica quântica’ é uma álgebra e não envolve qualquer aspecto lógico que venha derrogar a lógica clássica (*Ibidem*, p.166). Neste sentido, ainda seria necessário desenvolver uma lógica que pudesse sustentar a mecânica quântica, pois o reticulado ortomodular, diferente de uma álgebra de Boole, é uma álgebra que não pode ter como lógica subjacente a lógica clássica. Mas não entraremos aqui em detalhes quanto ao formalismo a respeito da álgebra envolvida no tratamento da mecânica quântica [Para maiores detalhes, ver (DA COSTA *et al*, 2012); (DA COSTA E BUENO, 2012); (DA COSTA E KRAUSE, 1994)]. Salientamos apenas que hoje há vários sistemas que têm um reticulado ortomodular, como a álgebra de Lindenbaum, apresentada em Pavicic (PAVICIC, 1992) .

Ao se tratar questões de fundamentos, podemos dizer que, tradicionalmente, a matemática clássica usual e a lógica subjacente a ela, pelas quais estamos acostumados a descrever os objetos em geral, têm como teoria de fundo, ou melhor, como metalinguagem, a teoria de conjuntos ZF. Devemos lembrar que, até princípios do século XX, só havia uma lógica e esta era usada (implicitamente) como lógica subjacente às teorias científicas. Dentre as tentativas de fundamentação da matemática, a partir do final do século XIX com Frege, Russell, Zermelo e a escola de Hilbert, a teoria de conjuntos ZF foi a que apresentou uma axiomatização que mais tornou-se afeita aos filósofos e matemáticos em geral. Entretanto, se utilizarmos a teoria de conjuntos ZF como uma metalinguagem para tratarmos os fundamentos da mecânica quântica, já estaremos comprometidos logo de partida com indivíduos, pois *todo* objeto descrito pela matemática e lógica tradicionais é um indivíduo, à medida que a teoria de conjuntos envolve uma teoria da identidade a qual toma os elementos de um conjunto

(mesmo se admitirem os *Urelemente*) como indivíduos de alguma espécie. Nesse caso, a ‘teoria da identidade’ contrasta com a visão (da Visão Recebida) das entidades quânticas, como entidades absolutamente indistinguíveis e, assim, não poderia fornecer uma base para tratar os não-indivíduos (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 240). Explicaremos adiante o motivo desta afirmação.

Recapitulando, temos que uma teoria conjuntista como ZF não dá conta dos não-indivíduos em um sentido ontológico forte, ou seja, somente por intermédio de inserções *ad hoc* (‘truques’) a teoria permite tratar os não-indivíduos em ZF. É nesse sentido que a teoria mostra-se inadequada, isto é, ela não assume nos seus conceitos primitivos a noção de não-individualidade. Assim, a teoria quase-conjuntista aparece como uma proposta alternativa, cujos fundamentos tentam captar a hipótese metafísica de não-indivíduos [Ver, por exemplo (FRENCH E KRAUSE, 2006); (KRAUSE, 2010)].

Mas, surge uma dificuldade relativamente à lógica subjacente a essa teoria. Tal teoria mais abrangente nos seus conceitos primitivos não teria um respaldo a contento, se tivesse que ser sustentada por uma lógica com uma linguagem de primeira ordem com identidade, ou mesmo por uma lógica na qual a noção de identidade é absoluta e indiscutível. Uma lógica clássica ainda estaria comprometida, através de uma metalinguagem, com princípios clássicos que queremos evitar, se a semântica for desenvolvida em ZF, ou outra teoria de conjuntos clássica (ARENHART E KRAUSE, 2009, p. 262). Aí, nesse caso, as lógicas de Schrödinger parecem desempenhar satisfatoriamente o papel de sustentar uma teoria quase-conjuntista. No entanto, a dificuldade quanto à semântica permanece, pois tal lógica necessita de uma semântica na qual são definidos os significados das representações expressas na sintaxe dessa lógica. Daí, novamente podemos servir-nos da teoria quase-conjuntista, como uma semântica para as lógicas de Schrödinger (*Ibidem*, p. 263). Fica clara a circularidade dessa estratégia. Mas, igualmente essa circularidade também ocorre com ZF e a lógica clássica. Na verdade, há uma espécie de regresso ao infinito: uma lógica que precisa de uma metateoria, uma metateoria que precisa de uma base lógica, e assim por diante.

Assim, entendemos que a construção de uma teoria inicia-se primeiramente de forma intuitiva e informal, contanto que, em um segundo momento, possamos retornar aos seus pressupostos e fundamentá-los adequadamente, isto é, concordando com Kunen, “[...] a

lógica formal deve ser desenvolvida duas vezes.”³⁴ (KUNEN, 2009, p.191). Podemos assumir informalmente a teoria ZF, por exemplo, como uma metamatemática de onde construiremos os conceitos lógicos e, a partir de então, redefinimos novamente aqueles conceitos que tínhamos de forma intuitiva, agora porém, através de uma conceituação mais rigorosa, mais precisa e adequadamente fundamentada. [Para uma explicação mais detalhada sobre essa estratégia baseada na afirmação de Kunen, ver (ARENHART E KRAUSE, 2013, p.79); (KRAUSE, 2011, p.147)].

A matemática usual (matemática *standard*) como aquela baseada na teoria de conjuntos ZF, cujo domínio não admite entidades descomprometidas com a identidade, não estaria representando os não-indivíduos adequadamente, além do que também seria problemático utilizar a teoria de conjuntos como semântica para a lógica de Schrödinger. Necessitamos de uma teoria cujo domínio possa admitir entidades onde a noção de identidade não as comprometa e nem diga respeito à definição desses não-indivíduos. O motivo da incompatibilidade desse sistema lógico com a teoria conjuntista é garantido por um pressuposto de ZF que considera todos os elementos do conjunto como indivíduos, uma vez que nessa teoria a concepção da noção de identidade em seus pressupostos é a única possibilidade válida e, sobretudo, porque vale o PII, porém de algum modo, pois lembramos que o PII é formulado em linguagem de ordem superior e, em geral, ZF é uma teoria elementar.

Ficamos devendo uma explicação em relação a ZF e a teoria de identidade. O pressuposto citado acima, na verdade, é um metateorema de ZF, “[...] que nos garante que para qualquer estrutura formulada em ZF sempre existe uma estrutura que a estenda e que é uma estrutura rígida, entendendo por estrutura rígida aquela a qual o único automorfismo é a função identidade.” (ARENHART, 2008, p. 21). Assim, poderíamos construir estruturas em ZF, de modo a ampliá-la ou restringi-la aos propósitos desejados. Bastaria inserir propriedades aos objetos do domínio, assim poderíamos distingui-los, individualizando-os sempre que quisermos. Nesse sentido, quaisquer estruturas, ainda dentro de ZF, podem ser estendidas a estruturas rígidas de modo que o PII seja válido. Isso significa que *qualquer* objeto de ZF (isto é, qualquer conjunto, pois não estamos considerando átomos) obedece à sua teoria

³⁴ “[...] *formal logic must be developed twice.*”

da identidade que pode ser resumida, adotando-se o predicado binário de igualdade como primitivo, através dos axiomas da reflexividade, da identidade, da substitutividade e da extensionalidade.

Parece-nos, portanto, que a teoria ZF é uma teoria de indivíduos na qual as estruturas matemáticas usuais são desenvolvidas, não importando seus desdobramentos: as noções de indistinguibilidade e identidade ainda permanecem. Por exemplo, se tomarmos dentro de ZF a estrutura $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$, que é o grupo aditivo dos números inteiros com a operação binária da adição, temos que n e $-n$ são indiscerníveis nesta estrutura, para todo $n \in \mathbb{Z}$. Assim, dado o conjunto domínio de $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$, apenas podemos dizer que o elemento '0' é discernível na estrutura, pois quando dizemos que 1 e -1 são distintos entre si, estamos *necessariamente* tendo uma visão de fora da estrutura. Portanto, 1 e -1 são entidades isomorfas e indiscerníveis dentro da estrutura Z [(KRAUSE, 2010, p. 82); (KRAUSE, 2011, p. 118)].

A visão da indiscernibilidade através das estruturas fortalece um argumento que consideramos desde o início desse trabalho, ou seja, tratamos a indiscernibilidade dos não-indivíduos de forma que seja uma natureza intrínseca ao objeto. No entanto, trabalhando em ZF, uma diferença entre essas entidades só poderá ser estabelecida se vier de fora da estrutura $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$, como no exemplo acima. Como as estruturas elaboradas em ZF são passíveis de extensão, sempre podemos *olhar* uma estrutura construída em ZF de outra perspectiva – “*from outside*” como dizem os autores – e, nesse sentido, sempre poderemos distinguir seus elementos e admiti-los como indivíduos (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 268). Por isso, pode-se argumentar, contrariamente, ao fato de utilizar a teoria ZF no tratamento dos não-indivíduos, seja em ZF, seja em qualquer matemática construída em ZF, onde só há objetos indiscerníveis com respeito à estrutura, isto é, a indiscernibilidade é tratada de forma relativa à estrutura a qual refere-se, fazendo com que a discernibilidade entre os objetos seja dependente de relações, o que seria algo de natureza extrínseca ao objeto.

Segundo Krause (2008), uma mudança adequada na lógica subjacente altera o comprometimento ontológico de uma teoria, pois a lógica clássica aponta para um comprometimento ontológico de indivíduos e, conseqüentemente, quando desejamos abordar uma ontologia de não-indivíduos, a teoria não pode ser considerada neutra no tratamento da mecânica quântica, ao contrário, é fortemente compromissada (KRAUSE, 2008, p. 73). Desse modo, admitir e tratar as entidades como os não-indivíduos significa, caso se opere na lógica clássica, derivá-los de axiomas posteriores, isto é, em ZF a

indiscernibilidade dos não-indivíduos é obtida, ou como dizem os autores, ‘*produzida*’ (grifo dos autores) através de ‘truques’ no formalismo matemático e às custas de restrições de teoremas admitidos *ad hoc* à teoria que, a princípio, determinam apenas a individualidade (KRAUSE E BECKER, 2006, p. 60). Lidar com essas incoerências nos fundamentos da teoria surge como motivação ontológica para da Costa e Krause ao idealizar uma teoria de conjuntos, cuja axiomática pudesse dar conta da questão de identidade como um pressuposto parcial e não, como usualmente é considerada, incondicional e absoluta, bem como admitir uma estrutura compatível para uma semântica adequada às lógicas de Schrödinger.

Se utilizássemos uma semântica baseada em uma metalinguagem, tal qual uma teoria de conjuntos ZF, que tem como lógica subjacente o cálculo de predicados de primeira ordem com igualdade, as noções de individualidade ainda permaneceriam as mesmas, pois a reflexividade é respeitada, anulando a intenção das lógicas de Schrödinger.

Segundo da Costa, uma semântica para as lógicas de Schrödinger é necessária, mas que não seja baseada em uma teoria padrão como ZF, simplesmente porque essa teoria não seria adequada para expressar a ideia intuitiva de coleções de objetos aos quais a noção de identidade não se aplica. Assim, embora da Costa não indicasse de que modo pudesse ser desenvolvida tal teoria, ele propôs a ideia de uma forma mais abrangente de teoria a qual pudesse abarcar também os conjuntos usuais, os quais seriam apenas um caso particular dessa nova teoria. Krause desenvolveu essa teoria denominada teoria de quase-conjuntos.

Mas antes de abordarmos a teoria de quase-conjuntos, vamos finalizar essa seção com uma apresentação genérica dos axiomas e postulados das lógicas de Schrödinger, seguindo-se as críticas pertinentes a essa abordagem.

4.2.2 As lógicas de Schrödinger – o sistema *S*

Da Costa e Krause denominaram como ‘Sistema *S*’ o sistema de primeira ordem, cujos axiomas são construídos com base no Cálculo de Predicados de primeira ordem sem identidade no qual o princípio de identidade carece de sentido para certos objetos do domínio, no sentido de que a identidade não pode constituir fórmula bem-formada para alguns tipos de entidades. A formulação do sistema *S* que iremos abordar está baseada em dois textos: no cap. 5 de *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica* de Newton da Costa (DA COSTA, 1980, pp. 117-118) e em *Schrödinger Logics* de N. da Costa e D. Krause (DA COSTA E

KRAUSE, 1994, pp. 538-539). Nesse último, além do sistema de primeira ordem, encontra-se também o desenvolvimento das lógicas de Schrödinger de ordem superior, mas não as abordaremos aqui.

A linguagem formal para o sistema S é composta de símbolos lógicos primitivos, fórmulas e postulados.

1. Símbolos primitivos de S :

- a) conectivos: \neg , \vee (\rightarrow , \wedge , \leftrightarrow são introduzidos de maneira habitual);
- b) quantificador universal: \forall (define-se \exists como de costume);
- c) parênteses: $)$, $($;
- d) variáveis de primeira espécie: x_1, x_2, x_3, \dots ;
- e) variáveis de segunda espécie: X_1, X_2, X_3, \dots ;
- f) constantes (individuais) de primeira espécie: a_1, a_2, a_3, \dots ;
- g) constantes (individuais) de segunda espécie: A_1, A_2, A_3, \dots ;
- h) o símbolo da igualdade: $=$;
- i) para cada número natural $n > 0$, uma coleção não vazia de símbolos de predicado de peso n .

A qualquer variável ou constante denominamos *termo*. Logo, há termos de primeira espécie e de segunda espécie. De modo geral, a definição dos símbolos lógicos acima segue a definição usual em uma linguagem de primeira ordem. Mas, como observa-se, um ponto fundamental nessa lógica é que há dois tipos de termos, configurando-se uma lógica bissortida. Os termos de primeira espécie referem-se a objetos para os quais uma identidade não pode ser aplicada, a exemplo das partículas elementares, e as constantes dessa espécie poderiam vir a denotar os não-indivíduos. Os termos de segunda espécie correspondem aos demais objetos onde a identidade faz sentido, como usualmente é concebida na teoria de conjuntos e, da mesma forma, as constantes do segundo tipo denotariam indivíduos. Assim, o PI (princípio da identidade) formulado da forma $\forall x (x = x)$ só tem sentido, se x for uma variável do segundo tipo (X_1, X_2, X_3, \dots).

2. Fórmulas de S :

- a) se P for um símbolo de predicado de peso n , t_1, t_2, \dots, t_n forem termos, então $P_{t_1 t_2 \dots t_n}$ é uma fórmula atômica; se t e u forem termos da segunda espécie, então $t = u$ é também uma fórmula atômica.
- b) a partir das fórmulas atômicas, define-se o conceito de fórmula como usualmente é definido na linguagem de primeira ordem.
- c) Apenas estas são fórmulas.

Notamos que se t e u não forem ambos termos de segunda espécie, ou seja, se forem não-indivíduos, $t = u$ não é fórmula, visto que a identidade não se aplica. Definem-se de modo habitual os conceitos sintáticos, como as noções de ocorrência ligada de determinada variável em uma fórmula, de termo livre para uma variável em dada fórmula, teorema, demonstração, dedução, etc.

3. Postulados de S :

I. Postulados do Cálculo Proposicional (A , B e C são fórmulas):

- I₁. $A \rightarrow (A \vee B)$
- I₂. $(A \vee A) \rightarrow A$
- I₃. $(A \vee B) \rightarrow (B \vee A)$
- I₄. $(A \rightarrow B) \rightarrow ((C \vee A) \rightarrow (C \vee B))$
- I₅. $A, A \rightarrow B / B$ (*Modus Ponens*)

II. Postulados da quantificação:

- II₁. $\forall x A(x) \rightarrow A(t)$,

onde $A(x)$ é uma fórmula, x uma variável e t um termo livre para x em $A(x)$; além disso, se x for de segunda espécie, t também deve ser de segunda espécie; se x for de primeira espécie, t também deverá ser de primeira espécie. Ou seja, o termo livre para x sempre será da mesma espécie do próprio x .

- II₂. $C \rightarrow A(x) / C \rightarrow \forall x A(x)$,

onde C e $A(x)$ são fórmulas e a variável x não figura livre em C .

III. Postulados da igualdade:

- III₁. $=_1 \forall X'(X' = X')$
- III₂. $=_2 u = v \rightarrow (A(u) \rightarrow A(v))$,

As restrições dos postulados da igualdade são as comuns, apenas devendo-se acrescentar que u e v são termos de segunda espécie.

Uma estrutura na qual pode-se interpretar S compõe-se de dois conjuntos não vazios, D_1 e D_2 , representando os domínios de não-indivíduos e indivíduos respectivamente, com $D_2 \subset D_1$, bem como, para todo número natural $n > 0$, de predicados n -ários que estão em correspondência com os símbolos de predicado de peso n e são subconjuntos de D_1^n , e de elementos de D_1 , que estão em correspondência com as estruturas de primeira espécie e de membros de D_2 , que correspondem às constantes de segunda espécie. Naturalmente, ao símbolo de igualdade associa-se a relação de igualdade em D_2 .

A seguir, discutiremos algumas dificuldades que apresentam-se nas lógicas não-reflexivas.

4.2.3 Algumas críticas dessa abordagem

Um primeiro problema que podemos apontar refere-se à correspondência entre as lógicas não-reflexivas e seu domínio de aplicação citadas no parágrafo anterior. Há estruturas elementarmente equivalentes nas quais a lógica elementar não permite discernir qual das estruturas estamos considerando. Por exemplo, considere o domínio D de indivíduos e um domínio-quociente D/\sim de classes de indivíduos que chamamos de D' , onde \sim é uma relação de equivalência sobre D . Seja a função $f: D \rightarrow D'$ a qual associa a cada $x \in D$ sua classe de equivalência $f(x) \in D'$ (isto é, a classe de equivalência à qual x pertence). Pode-se, a partir daí, provar a equivalência entre a estrutura $\mathcal{A} = \langle D, \rho \rangle$ (uma estrutura da linguagem de primeira ordem \mathcal{L} no sentido padrão (*standard*), onde ρ é uma função denotação definida usualmente, ou seja, para cada constante individual c , $\rho(c)$ denota um elemento de D) e a estrutura $\mathcal{A}' = \langle D', \rho' \rangle$ (sendo outra interpretação para a linguagem \mathcal{L} , tal que seu domínio D' é o conjunto quociente de D , ou seja, D/\sim). Intuitivamente, do ponto de vista da linguagem de primeira ordem \mathcal{L} , qualquer elemento do domínio de \mathcal{A}' age como indivíduo do domínio de \mathcal{A} e, dessa forma, não é possível saber se estamos lidando com os elementos de D , ou com uma classe de equivalência D' , que seria uma certa coleção dos elementos de D . (FRENCH E KRAUSE, 2006, pp. 251-254).

Ainda no caso de considerarmos a semântica, os axiomas de uma linguagem de primeira ordem têm consequências interessantes. A expectativa seria que uma interpretação semântica do predicado de identidade deveria ser a diagonal do domínio do discurso, ou seja, o conjunto $\Delta_D \stackrel{\text{def}}{=} \{\langle x, y \rangle : x, y \in D \text{ e } x = y\}$, mas também o domínio do discurso poderia ser $\Delta_{D'} \stackrel{\text{def}}{=} \{\langle [x], [y] \rangle : [x], [y] \in D' \text{ e } \neg(x \sim y)\}$, ou seja, a diagonal da estrutura, cujo domínio consiste das classes de equivalência de D pela relação \sim . Portanto, apresenta-se uma dificuldade: para muitas estruturas, a diagonal não é a única relação de congruência, pois podem existir outras relações que igualmente satisfaçam os axiomas da identidade.

Segundo da Costa *et al.* (2012), a estratégia usualmente adotada para evitar essa situação consiste em postular na metamatemática que o símbolo da relação de identidade da linguagem \mathcal{L} receberá sempre uma interpretação fixa para cada estrutura, a diagonal do domínio. Assim, a interpretação desejada é garantida por decreto, o que raramente aparece devidamente justificado nas discussões sobre o assunto (cf. DA COSTA *et*

al, 2012, p. 81). Na verdade, este é um problema para a lógica clássica: a axiomatização da identidade não permite determinar que a interpretação da identidade é a diagonal, por isso esta interpretação deve ser posta na metalinguagem, como uma exigência. Igualmente as lógicas de Schrödinger seguem com o mesmo problema, mas apenas na parte clássica, ao tratar de indivíduos, pois os não-indivíduos não entram na relação de identidade.

Essa característica diz respeito à outra dificuldade referente ao problema da própria linguagem. Uma noção informal de identidade faz parte da nossa linguagem usual a qual a teoria da identidade da lógica clássica capta parcialmente. Outra crítica, decorrente dessa dificuldade, refere-se à impossibilidade de fornecer uma semântica natural e intuitiva para as lógicas não-reflexivas. A falta de uma semântica própria que possa dar sentido à noção de não-reflexividade deve-se ao fato de que não temos uma noção intuitiva daquilo que não possui identidade. Para preservar as motivações de S , uma semântica teria que ser feita em uma metalinguagem sem identidade, mas a dificuldade reside no fato de que uma semântica intuitiva é feita em uma língua natural, por exemplo, o português que já possui a noção de identidade. Essa dificuldade não é uma prerrogativa do sistema S , valendo também aos desdobramentos das lógicas de Schrödinger para além de uma linguagem de primeira ordem. Krause estendeu as lógicas de Schrödinger para lógicas de ordem superior (teoria simples de tipos) e para uma lógica intensional de ordem superior. Entretanto, ainda mantém-se para essas lógicas a mesma dificuldade referente à uma semântica própria (FRENCH E KRAUSE, 2006, pp. 326-336).

Assim, surgem as seguintes questões: como elaborar, legitimamente, uma lógica sem identidade em uma linguagem que possui esta noção? Como podemos identificar algo, se não podemos distinguir? Uma possível conduta para tentar responder essas questões é iniciar por aquilo que não podemos fazer. Na medida em que não podemos falar de identidade para alguns objetos, também não podemos falar da sua diferença, entendendo-se a distinção ou a diferença como a negação da identidade. A dificuldade em questão diz respeito à implicação entre quantificação e identidade do mesmo modo que distinguir objetos ou quantificá-los parece igualmente carecer de sentido. Isso compromete qualquer intuito informal de uma semântica a contento que pudesse expressar a não identidade por uma lógica, uma vez que nela já estejam incorporadas implicações metafísicas (cf. DA COSTA e BUENO, 2012).

No entanto, Krause e Arenhart mostram que isso não ocorre necessariamente (ARENHART E KRAUSE, 2009, pp 264-265). De modo geral, é possível considerar uma forma de quantificar sem que haja uma identificação implicada, ou seja, sem que reintroduza-se a individualidade para cada item no domínio da quantificação. Não queremos adiantar-nos por ora, pois essas questões serão discutidas adiante, de modo detalhado, quando abordarmos a cardinalidade na teoria dos quase-conjuntos.

Há também outros recursos utilizados como alternativas de uma semântica apropriada para esses tipos de lógica que podem ser empregados. Quando recursos semânticos falham, recursos sintáticos podem ser utilizados. Segundo os trabalhos de H. Curry e G. Gentzen, podemos dar sentido às operações lógicas por meio da sintaxe, como já evidenciava-se no *Principia Mathematica* de Russell e Whitehead e nos trabalhos de lógica de Frege [Para maiores detalhes, ver (CURRY, 1997)]. A possibilidade de operar com uma lógica não-reflexiva de modo a compreender o que significa a não-reflexividade restringe-se à compreensão do *significado* dos símbolos lógicos. De modo geral, esses símbolos desempenham papéis variáveis no domínio de aplicação, comportando-se de acordo com regras sintáticas de Gentzen. Assim, transfere-se o sentido usualmente fornecido por uma semântica intuitiva, deslocando-o para uma ‘semântica sintática’ através dos métodos de Gentzen ou, como também é chamada, *Proof Theoretic Semantics* (DA COSTA e BUENO, cap. 4.2, 2012).

Na verdade, o propósito de uma ‘semântica sintática’ é atribuir sentido à identidade na linguagem através dos quantificadores. Dessa forma, inverte-se o argumento do entendimento de que as regras da quantificação baseiam-se na identidade. Se aceitarmos a tese de que as regras sintáticas obedecidas pelos símbolos lógicos conferem-lhe sentido de algum modo, o entendimento será aquele de que é a identidade que está baseada na quantificação. De qualquer forma, a circularidade se estabelece, pois a quantificação pressupõe a identidade que, por sua vez, pressupõe a quantificação. Segundo Arenhart, uma saída possível é relacionar a quantificação não com a identidade, mas, sim, com algum tipo de descritor, como aqueles encontrados nas linguagens propostas por Russell ou Hilbert. Desse modo, poder-se-ia atribuir um sentido aos quantificadores independente da identidade [Para uma maior explicação à respeito dessa tese, ver (ARENHART, 2011, p. 162)].

Outros argumentos vêm sendo discutidos em relação a uma semântica apropriada para esses tipos de lógica não-reflexiva para que

uma semântica possa refletir de algum modo a não-reflexividade (*idem*, p. 164). No entanto, fugiria do nosso escopo desenvolver esses argumentos aqui [Para maiores detalhes ver (ARENHART, 2011)].

Em resumo, da Costa pretende esclarecer dois pontos com as lógicas de Schrödinger. O primeiro refere-se ao fato de que o princípio de identidade pode ser dialetizado por meio de construções técnicas. Há lógicas razoáveis nas quais a identidade não tem valor universal. Outro ponto diz respeito à semântica. Nem sempre dispõe-se de uma semântica intuitiva e precisa, como quando se afirma que para um sistema lógico ser aceitável, ele deve ser dotado de uma semântica já edificada. Ao contrário, as lógicas de Schrödinger derrubam esses dois pressupostos ao admitir o tratamento de elementos onde o princípio de identidade não faz sentido e, ao inverter uma ordem na proposta de uma semântica informal aplicada (DA COSTA, 1980, p. 119).

Cientes das principais dificuldades promovidas pelas lógicas não-reflexivas, vamos continuar a nossa discussão, abordando uma teoria que procura fundamentar adequadamente o conceito de indiscernibilidade e que representa a noção de não-indivíduo: a teoria de quase-conjuntos.

4.3 INTRODUÇÃO À TEORIA DE QUASE-CONJUNTOS \mathcal{Q}

Há algumas teorias que pretendem tratar matematicamente entidades com as peculiaridades da partícula elementar. Dentre elas, podemos citar a teoria de qua-conjuntos, proposta por Dalla Chiara e Toraldo di Francia, como também a teoria de quase-conjuntos, desenvolvida posteriormente por Krause. Para French e Krause, por exemplo, a teoria de qua-conjuntos parece fornecer uma estrutura metafísica apropriada na qual as partículas podem ser consideradas como indivíduos nomeados ou rotulados, quando sua distinguibilidade não pode ser dada (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 237). Contudo, não seria a estrutura formal mais apropriada para capturar a noção de não-individualidade, dada pela Visão Recebida a qual seria expressa, pela visão dos autores, somente abandonando a condição de autoidentidade ($x=x$) para as partículas quânticas e construindo um sistema formal nessa base. [Para maiores detalhes da teoria de qua-conjuntos e suas diferenças em relação à teoria de quase-conjuntos, ver (DALLA CHIARA *et al.*, 1998, pp. 143-152); (FRENCH E KRAUSE, 2006, pp. 318-320)].

Em meados dos anos 90, a intenção de uma teoria como a de quase-conjuntos \mathcal{Q} consistia, inicialmente, no desenvolvimento de uma estrutura matemática a qual pudesse fornecer uma semântica para as

lógicas de Schrödinger, mas essa não é a sua motivação principal. A razão fundamental da teoria é apresentar uma proposta para capturar a ideia intuitiva de coleções de objetos para os quais a identidade não se aplica, levando-se em conta que a teoria usual da matemática (ZF) não seria a mais adequada para expressar essas coleções, pelo fato de ter como um de seus conceitos primitivos a identidade em um sentido único.

Além disso, trata-se de uma ferramenta formal que torna mais fácil pensar e falar claramente sobre não-indivíduos (HOWARD, 2011, p. 227). French e Krause alegam a importância de enfatizar que através da teoria de quase-conjuntos podemos considerar mais apropriadamente aquelas coleções de objetos indistinguíveis não idênticos entre si, como os condensados de Bose-Einstein, os chamados BECs, nos quais os bósons não são idênticos, mas são indiscerníveis. Entretanto, se considerarmos uma abordagem do domínio quântico de forma geral, ela não é *necessária* (grifo dos autores), visto que determinadas formulações da mecânica quântica nem mesmo lidam com partículas, como é o caso da Teoria Quântica de Campos (QFT), através da qual não há partícula como entidade básica metafísica, mas, sim, campos. (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 274).

Um ponto que norteia a noção motivadora da teoria é aquele em que a indiscernibilidade não deveria implicar identidade porque, dessa forma, implicaria os princípios de individuação que sofrem algumas dificuldades, como os critérios da individualidade já discutidos. Assim, na teoria quase-conjuntista, ao invés de dizer que os objetos são distintos, diz-se que os objetos são discerníveis. É uma forma mas fraca de tentar abordar os conceitos de indiscernibilidade e identidade de modo a separar essas duas noções, e de forma a não haver comprometimento com a difícil noção de identidade para aquelas entidades que informalmente denotam os objetos quânticos. Falando genericamente, a indiscernibilidade, expressa na linguagem da teoria quase-conjuntista pelo símbolo ' \equiv ', é um predicado binário e pode dar conta da não-observação das permutações de modo direto, ao serem derivadas das estatísticas quânticas, e não indiretamente, como usualmente se faz, quando utilizamos uma teoria como ZF. Quando associada à individualidade sob uma perspectiva clássica, a noção de identidade determina que uma permutação de objetos indiscerníveis sempre origina um estado novo e diferente pela distinção espaço-temporal, como no exemplo dos espectadores em uma plateia, citado no capítulo 2, significando que apenas a mudança de um elemento individual já é relevante para uma possível identificação, sendo esta a

noção de identidade captada pela teoria de conjuntos ZF onde elementos idênticos contam como *um* indivíduo.

A relação de indiscernibilidade nos quase-conjuntos parece capturar melhor o que ocorre na permutação quântica dos objetos indiscerníveis na qual a permutação dos elementos não resulta em diferentes valores medidos, o que, supostamente, deveria interferir na distinção dos elementos e na sua consequente individualização. Segundo nossos parâmetros intuitivos, poderíamos questionar: como pode-se mudar um elemento de um conjunto e nada mudar? É nesse sentido que a indiscernibilidade na teoria quase-conjuntista assume uma noção mais fraca, mais adaptável à mecânica quântica quanto à representação formal de bósons e férmions, pois trata-se de uma noção mais fraca que a identidade (note que dizemos mais fraca no sentido de que é implicada por ela, mas não a implica). Fisicamente, as diferenças nas permutações estatísticas não são relevantes para o físico, mas, ontologicamente, a indiscernibilidade pode ser evidente mesmo entre os idênticos em uma formalização, segundo a teoria quase-conjuntista. Nesse sentido, assume-se que a relação de indiscernibilidade é uma relação malcomportada na teoria (cf. KRAUSE, 2002, pp.190-192). Dessa forma, pretende-se que os conceitos como a indiscernibilidade e a identidade sejam desvinculados desde o princípio, já na construção dos conceitos primitivos da teoria.

Dentre as possíveis teorias que poderiam ser utilizadas como base para a teoria quase-conjuntista, como a NBG (von Neumann-Bernays-Gödel), a Kelley-Morse, a NF (Quine-Rosser), ou mesmo teorias baseadas hierarquias de tipos, [para uma explicação detalhada sobre essas teorias e sistemas, ver (KRAUSE, 2002, pp. 145-177)], segundo o autor, uma teoria interessante é a teoria ZFU³⁵, (Zermelo-Fraenkel com *Urelemente*) baseada em ZF (*idem*, 2002, p.137). A escolha dessa teoria prioriza a facilidade de se operar com uma teoria já utilizada na matemática usual além de que, ao partir de uma teoria base, poderíamos tratar alguns axiomas e postulados da teoria Q de forma clássica, o que facilitaria o tratamento de indivíduos, inclusive.

Porém, a teoria de quase-conjuntos também poderia ser descrita com base em ZU (sem o Axioma da Substituição introduzido por

³⁵ O ‘U’ de ZFU vem de *Urelemente* que significa elementos primitivos (*ur-*, prefixo que significa ‘primordial’ em alemão). É um termo para designar em ZFU, ‘átomos’ ou ‘indivíduos’ os quais não são um conjunto, mas podem ser elementos de um conjunto, diferentemente da teoria de conjuntos ‘pura’ na qual todos os elementos são conjuntos e não há *Urelemente*.

Fraenkel e Skolem na teoria de conjuntos Zermelo). Há exemplos, como em Arenhart (2008), que utilizam ZU, ao invés de ZFU, como teoria-base para construir os teoremas e axiomas da teoria de quase-conjuntos, alegando que “para as aplicações às quais a teoria Q se destina, não são necessárias mais do que coleções finitas de m-átomos e a matemática usual que, por sua vez, não depende do axioma da substituição” (ARENHART, 2008, p. 41). No entanto, aqui vamos seguir a formulação sugerida por French e Krause, utilizando como teoria-base, ZFU (FRENCH E KRAUSE, 2006, cap.7).

A teoria de quase-conjuntos pode ser vista, intuitivamente, como uma teoria que engloba dois tipos básicos de quase-conjuntos: (i) um tipo onde a individualidade é semelhante àquele conceito da teoria ZFU, e por isso há continuidade da aplicabilidade do PII e do tratamento dos objetos aos quais a identidade se aplica e, conseqüentemente, por esse tipo de quase-conjunto permite-se a abordagem de indivíduos, o que posteriormente será chamado parte ‘clássica’ de Q; e, (ii) outro tipo de quase-conjunto, onde a identidade ou a diferença não fazem sentido e, por isso, tais conceitos não se aplicariam a todos os elementos, permitindo uma abordagem como requer o conceito dos não-indivíduos. Assim, evidenciam-se aqueles quase-conjuntos que coincidem com os conjuntos de ZFU e os quase-conjuntos típicos, chamados ‘puros’. Esses dois tipos de quase-conjuntos da teoria de quase-conjuntos são uma extensão de ZFU, mas com axiomas que admitem dois tipos de átomos: M-átomos (macroscópicos), onde vale o princípio de identidade ‘ $x = x$ ’ e as propriedades dos *Urelemente*; e, m-átomos (microscópicos), onde não faz sentido nem $x = x$, nem $\neg(x = x)$, os quais desempenhariam o papel das partículas elementares. Nesse sentido, a teoria Q visa a uma adequação ao tratamento peculiar da identidade, exigidos pelos objetos quânticos, de modo a preservar as noções de indiscernibilidade. Para garantir essas noções, um conceito primitivo de indistinguibilidade mais fraco, que admite entidades as quais não são nem m-átomos, nem M-átomos, já deve ser previsto nos fundamentos da teoria. Aliás, nas palavras de Krause, definem-se os quase-conjuntos como aqueles objetos que não são nem macro, nem micro átomos.

Uma outra peculiaridade de Q refere-se à cardinalidade dos quase-conjuntos denominados ‘puros’. Contrariamente àqueles quase-conjuntos que assemelham-se aos conjuntos de ZFU os quais têm ordinal, dizer dos objetos dos quase-conjuntos ‘puros’ *qual é qual*, ou dizer *este* ou *aquele* não faz sentido, pois não podemos ordenar os objetos quânticos indiscerníveis. Para tais objetos não se segue o padrão usual de contagem, embora possamos quantificá-los de alguma forma,

mesmo que a indiscernibilidade não implique diferença. Como a definição de cardinalidade, como um tipo específico de ordinalidade, não pode ser utilizada nesses casos, os cardinais são assumidos diferentemente, no sentido de que a teoria não os associa aos ordinais. São denominados quase-cardinais $qc(x)$, cujo conceito é tomado como primitivo na teoria (FRENCH E KRAUSE, 2006, pp. 276-277). Mas não vamos nos adiantar por ora, voltaremos à cardinalidade da teoria Q no próximo capítulo na abordagem do seu formalismo.

Uma das vantagens de utilizar ZFU, como teoria-base, é que a partir dela poderemos definir os conceitos clássicos e operar com os objetos clássicos de Q, além de resolver também um problema da metalinguagem de Q. Entretanto, como trata-se de uma saída informal para iniciar a construção de uma teoria objeto (Q) através de uma metalinguagem (teoria ZFU), devemos novamente ter o cuidado de retornar aos fundamentos e conceituá-los adequadamente, lembrando o que já dissemos com referência a Kunen (ver pág. 113), mesmo porque, se não fosse assim, a construção de Q estaria pré-determinada em uma metalinguagem que envolve unicamente a concepção primitiva de indivíduos e não a de não-indivíduos, como propõe a teoria Q.

Fundamentalmente, a teoria Q tenta investigar formalmente a ideia defendida por Schrödinger de que a identidade não é definida para micro-objetos. Ao comparar as duas diferentes abordagens, a noção de quase-conjunto com a noção de qua-conjunto, Dalla Chiara *et al.* observam uma aproximação básica comum através das palavras de Schrödinger, quando afirmam que “[c]omo consequência, não se pode nem mesmo asseverar que um elétron é idêntico a ele mesmo. No domínio dos micro-objetos apenas uma relação de *indistinguibilidade* (grifo dos autores) faz sentido.” [Como já dissemos no primeiro parágrafo desta seção, quanto à comparação dessas abordagens, ver (DALLA CHIARA *et al.*, 1998, pp. 143-152)]. Assim, a indiscernibilidade é admitida na teoria Q de forma a fazer sentido independentemente da identidade ou da não-identidade que as entidades possam vir a assumir, desvinculando ambos os conceitos de indiscernibilidade e identidade e, tratando-os separadamente.

Vale lembrar, como observam French e Krause (2006), que Lowe fala em entidades³⁶, ao referir-se à mecânica quântica, de modo a

³⁶ Aliás, como vimos no capítulo anterior (seção 3.1), a concepção de Lowe sobre a não-individualidade apresenta uma interpretação que sub-classifica as entidades quânticas, porém de modo a diferenciá-las entre si. Ou seja, para Lowe os não-indivíduos não são concebidos como entidades indiscerníveis.

formular que seriam “entidades as quais são determinantemente contáveis, mas nem sempre determinantemente identificáveis” (LOWE, 1998, p. 70). Tais entidades poderiam ser exemplificadas pelos m-átomos na teoria de quase-conjuntos, porém nesse caso essas entidades seriam os não-indivíduos. Para Lowe, a validade em falar de tais objetos deve vir acompanhada de uma autoidentidade que cumpra $\forall x(x = x)$ sem explicar, no entanto, o seu significado no contexto. Mesmo utilizando-se de algum critério de identidade, o autor não faz referência sobre a definição de identidade. Acreditamos que a identidade deveria ser entendida em conformidade com algum tipo de lógica neste caso, mas não fica claro, pela atribuição de Lowe, qual a lógica que se assume nessa discussão. Se for a lógica clássica, então os objetos de Lowe são semi-clássicos e, sendo assim, não podem representar as partículas quânticas, como os não-indivíduos, segundo o contexto da Visão Recebida (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 276).

Tendo abordado do que se trata e a que propósitos veio a teoria de quase-conjuntos Q , seguiremos para o próximo capítulo com a parte formal da teoria e a discussão de seus postulados.

5 A TEORIA DE QUASE-CONJUNTOS

Neste capítulo, faremos uma exposição detalhada da teoria de quase-conjuntos \mathcal{Q} no que se refere aos pressupostos formais, juntamente com os comentários pertinentes dos axiomas, postulados e teoremas da teoria, os quais estão basicamente referidos segundo a formulação de French e Krause (FRENCH E KRAUSE, 2006, cap. 7). Discutiremos também algumas considerações sobre os aspectos semânticos envolvidos, utilizando a teoria quase-conjuntista como uma metalinguagem que mais adequadamente possa fundamentar a lógica de Schrödinger e, com isso, tentar justificar a possibilidade de quebrar a subdeterminação a favor de uma nova categoria ontológica, os não-indivíduos.

5.1 O FORMALISMO DA TEORIA DE QUASE-CONJUNTOS \mathcal{Q}

Vamos iniciar com a apresentação da teoria de quase-conjuntos \mathcal{Q} , que tem como base a teoria ZFU. Chamaremos os quase-conjuntos de q-sets. \mathcal{Q} tem, como lógica subjacente, um sistema parecido com o sistema \mathcal{S} apresentado no capítulo anterior, porém no lugar de uma linguagem bissortida, serão utilizadas variáveis individuais de um único tipo, formando um conjunto enumerável infinito: x_1, x_2, \dots , mas predicados adequados farão o papel de distinguir entre os tipos de objetos envolvidos na teoria. Ao invés de usar apenas um tipo de átomo como em ZFU, a teoria dos q-sets permite a existência de dois tipos de *Urelemente*: os M -átomos, usuais em ZFU, onde há a noção de distinguibilidade e os m -átomos, aqueles que irão representar os objetos indiscerníveis, os não-indivíduos. Não há constantes individuais, mas para distingui-los usaremos três predicados unários primitivos: M , m e Z , tais que $M(x)$ significa que x é um macro-átomo; $m(x)$ significa que x é m -átomo; e, $Z(x)$ significa que x é um objeto ‘clássico’, ou seja, um conjunto. Há também dois predicados binários: ‘ \equiv ’ (indiscernibilidade) e ‘ \in ’ (pertinência) e um símbolo funcional unário qc (quase-cardinal).

Os predicados unários M e m são excludentes para os átomos da teoria, ou seja, nenhum átomo pode ser ao mesmo tempo dos dois tipos. Também definiremos os q-sets como coleções de objetos que não são átomos. Dessa forma, teremos no domínio de \mathcal{Q} átomos (de dois tipos) e q-sets, sendo a indiscernibilidade um conceito primitivo em \mathcal{Q} . A seguir, apresentaremos os axiomas, postulados e alguns teoremas de \mathcal{Q} divididos em dois grupos.

5.1.1 Axiomas, postulados e alguns teoremas de \mathcal{Q}

[Definições do Grupo 1]

(D1.1) [Q-set]: $Q(x) \stackrel{\text{def}}{=} \neg(m(x) \vee M(x))$

Um quase-conjunto é um objeto que não é um átomo.

(D1.2) [Q-set puro]: $P(x) \stackrel{\text{def}}{=} Q(x) \wedge \forall y(y \in x \rightarrow m(y)) \wedge \forall y \forall z(y \in x \wedge z \in x \rightarrow y \equiv z)$

Um Q-set puro é uma coleção de m-átomos indistinguíveis.

(D1.3) [Dinge]: $D(x) \stackrel{\text{def}}{=} M(x) \vee Z(x)$

Podemos entender *Ding* como um objeto clássico dos q-sets. Um objeto clássico dos q-sets ou tem predicado unário M , ou Z .

A teoria de Conjuntos de Zermelo é relacionada a um domínio (*Bereich*) de indivíduos. No caso dos conjuntos e dos *Urelemente*, ele refere-se simplesmente aos objetos como sendo *Dinge*. (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 279).

(D1.4) $E(x) \stackrel{\text{def}}{=} Q(x) \wedge \forall y(y \in x \rightarrow Q(y))$

Um q-set cujos elementos também são q-sets.

Como dissemos, a identidade nos q-sets foi substituída pela indiscernibilidade. Mas, podemos introduzir por definição um conceito de identidade, chamada *identidade extensional*, do seguinte modo:

(D1.5) [Identidade Extensional] $x =_E y \stackrel{\text{def}}{=} (Q(x) \wedge Q(y) \wedge \forall z(z \in x \leftrightarrow z \in y)) \vee (M(x) \wedge M(y) \wedge \forall_Q z(x \in z \leftrightarrow y \in z))$

\forall_Q é um quantificador universal relativizado para os q-sets. Assim, ‘ x ’ é igual ou idêntico a ‘ y ’ se, e somente se, forem ambos quase-conjuntos e tiverem os mesmos elementos, ou forem ambos M -átomos e pertencerem aos mesmos quase-conjuntos.

(D1.6) [Subconjunto q-set]: $x \subseteq y \stackrel{\text{def}}{=} \forall z(z \in x \rightarrow z \in y)$

Em \mathcal{Q} , não faz sentido dizer que um átomo está contido em algum q-set, nem que um q-set está contido em algum átomo. Assim, essa relação de subconjunto diz respeito apenas aos q-sets.

Dadas as definições acima, vamos seguir apresentando os primeiros axiomas e teoremas dos q-sets.

(Q1) [Reflexividade] $\forall x(x \equiv x)$

(Q2) [Simetria] $\forall x\forall y(x \equiv y \rightarrow y \equiv x)$

(Q3) [Transitividade] $\forall x\forall y\forall z(x \equiv y \wedge y \equiv z \rightarrow x \equiv z)$

(Q4) $\forall x\forall y(x =_E y \rightarrow (A(x, x) \rightarrow A(x, y)))$

No axioma (Q4) segue a mesma restrição sintática usual, ou seja, $A(x, x)$ é qualquer fórmula e $A(x, y)$ surge de $A(x, x)$ pela substituição de algumas ocorrências livres de x por y , contanto que y seja livre para x em $A(x, x)$.

Dadas as relações de equivalência, podemos deprender o seguinte teorema que diz que, se um elemento for um elemento dos q-sets ou um macro-átomo, então eles são extensionalmente idênticos:

[Teorema 1] Se $Q(x)$ ou $M(x)$, então $x =_E x$

Prova. Se $Q(x)$, desde $\forall z(z \in x \leftrightarrow z \in x)$, então $x =_E x$ pela definição da identidade extensional. Se $M(x)$, então naturalmente para todo q-set z , nós temos que $(x \in z \leftrightarrow x \in z)$, então $x =_E x$ ■

(Q5) Nada é ao mesmo tempo um m-átomo e M-átomo: $\forall x(\neg(m(x) \wedge M(x)))$

Esse axioma determina os dois tipos de átomos para os elementos nos q-sets. Ou a identidade faz sentido para os elementos, tais como os indivíduos representados pelos M-átomos, ou a identidade não faz sentido, tais como os não-indivíduos representados pelos m-átomos.

A partir desse axioma, temos o seguinte teorema.

[Teorema 2] Se $Q(x)$ ou $M(x)$, então $\neg m(x)$

Prova. Se $Q(x)$, então $\neg m(x)$ pela definição (D1). Se $M(x)$, então $\neg m(x)$ por (Q5). ■

Cabe uma observação, como encontramos em Arenhart (2008), quanto ao tipo de classificação das coleções que serão construídas em Q as quais serão estabelecidas pelos próximos postulados para estruturar a teoria. A classificação desejada deve permitir que haja:

- a. Conjuntos: que são os q-sets que satisfazem o predicado unário Z . Seus elementos são ou M-átomos ou outros q-sets que satisfaçam Z .
- b. Q-set puros: que são os q-sets que contêm apenas m-átomos indiscerníveis como elementos.

c. Q-set mistos: que possuem os dois tipos de elementos, M-átomos e m-átomos. Podem ter objetos clássicos, m-átomos, ou q-sets puros (ARENHART, 2008, p. 40).

Continuando com os axiomas, temos:

(Q6) Os átomos são vazios: $\forall x \forall y (x \in y \rightarrow Q(y))$.

(Q7) Todo conjunto é um q-set: $\forall x (Z(x) \rightarrow Q(x))$.

(Q8) Os q-sets cujos elementos são ‘coisas clássicas’ são conjuntos e vice-versa: $\forall_Q x (\forall y (y \in x \rightarrow D(y)) \leftrightarrow Z(x))$.

(Q9) Esse axioma é a conjunção das três seguintes fórmulas e pretende definir cada um dos predicados m , M ou Z :

$\forall x \forall y (m(x) \wedge x \equiv y \rightarrow m(y))$

$\forall x \forall y (x \equiv y \wedge M(x) \rightarrow M(y))$

$\forall x \forall y (x \equiv y \wedge Z(x) \rightarrow Z(y))$

A partir dos próximos axiomas, os q-sets serão construídos através dos postulados de existência de alguns elementos.

(Q10) [Conjunto Vazio] Existe um q-set (denotado por \emptyset) o qual não tem elementos: $\exists_Q x \forall y (\neg(y \in x))$.

A unicidade do (quase)-conjunto vazio será provada a partir do Axioma da Extensionalidade Fraca, que para ‘objetos clássicos’ recai no Axioma da Extensionalidade usual de ZFU. Isso justifica a terminologia utilizada para o quase-conjunto vazio. Portanto, doravante, denotaremos por \emptyset o (único) q-set postulado por (Q10).

[Teorema 3] O quase-conjunto vazio é um conjunto.

Prova. Tome $x =_E \emptyset$. Desde que $y \in x$ é falso por (Q10), então o antecedente de $\forall y (y \in x \rightarrow D(x))$ é verdadeiro. Daí, $Z(\emptyset)$ por (Q8). ■

(Q11) Os *Dinge* indistinguíveis (ver Definição 1.1) são extensionalmente idênticos: $\forall_D x \forall_D y (x \equiv y \rightarrow x =_E y)$. Lembre-se que *Dinge* são ‘objetos clássicos’.

[Teorema 4] A relação de igualdade extensional tem todas as propriedades da igualdade clássica.

Prova. Com x tal que $D(x)$ então $x \equiv x \rightarrow x =_E x$ por (Q11); o axioma (Q4) fornece a Substitutividade para os *Dinge*; assim são obtidos os axiomas usuais (*standard*) para a identidade em uma linguagem de primeira-ordem. ■

[Teorema 5] Se $M(x)$ e $x \equiv y$, então $M(y)$; o mesmo assume-se para ‘conjuntos’ nomeadamente $Z(x)$ e $x \equiv y$, decorrendo $Z(y)$.

Prova. (Para M-átomos) Suponha $M(x)$ e $x \equiv y$. Se $m(y)$, desde que $y \equiv x$ por (Q2), então nós temos $m(x)$ por (Q9). Daí, $M(x)$ ou $z(y)$. Mas, por (Q11), desde que x seja M-átomo, $x \equiv y$ decorre em $x =_E y$, daí por (Q4), se $M(x)$ denota $A(x, x)$, nós obtemos $M(y)$. Coisas similares acontecem se supusermos $Z(y)$. ■

Observação: Pelos axiomas e teoremas acima, a relação ‘ \equiv ’ de indistinguibilidade permite a substitutividade para todos os símbolos não-lógicos primitivos, exceto para pertinência ‘ \in ’. Isto é, se B é m, M, Z , então $B(x) \wedge x \equiv y \rightarrow B(y)$ é teorema. Se isso for possível para \in , então \equiv seria reflexiva (Axioma Q1) e nós teríamos uma substitutividade completa para \equiv . Daí, não poder-se-ia distinguir a indiscernibilidade da usual forma de identidade. Mas, com relação à pertinência, esse não é o caso, isto é, $x \in w \wedge y \equiv x$ não decorre, necessariamente, que $y \in w$ para que a teoria não tenha axiomas os quais envolvam esse fato. Dessa forma, a indistinguibilidade não é a identidade ‘*standard*’, ou seja, a identidade da lógica clássica.

(Q12) [Par-Fraco] $\forall x \forall y \exists_Q z \forall t (t \in z \leftrightarrow t \equiv x \vee t \equiv y)$.

Para todo x e y , existe um q-set cujos elementos são indistinguíveis ou de x , ou de y . Nós denotamos esse q-set por $[x, y]$. Quando x e y são *Dinge*, nós podemos usar a notação usual $\{x, y\}$. Deixe-nos lembrar que $[x, y]$ denota os q-sets de elementos distinguíveis ou de x , ou de y e, em geral, pode conter mais que dois elementos.

(Q13) [Esquema da Separação] $\forall_Q x \exists_Q y \forall t (t \in y \leftrightarrow t \in x \wedge A(t))$.

Por considerar as restrições sintáticas usuais na fórmula $A(t)$, isto é, $A(t)$ sendo uma sentença (fórmula) bem-formada na qual t é livre, vale esse esquema de axioma. Esse q-set é escrito $[t \in x: A(t)]$; e quando tal q-set é um conjunto, escrevemos $\{t \in x: A(t)\}$.

(Q14) [União] $\forall_Q x (E(x) \rightarrow \exists_Q y (\forall z (z \in y) \leftrightarrow \exists t (z \in t \wedge t \in x)))$

Esse q-set denotado por $\cup x$ ou por $\cup_{t \in x} t$ ou mesmo por $u \cup v$ quando t tem apenas dois elementos (q-sets) u e v .

(Q15) [Partes de Q-set] $\forall_Q x \exists_Q y \forall t (t \in y \leftrightarrow t \subseteq x)$

De acordo com a notação padrão, escrevemos $\wp(x)$ para esse q-set.

Antes de continuarmos com os axiomas, seguiremos com mais um grupo de definições que nos orientarão a respeito da formação dos q-sets nas relações binárias.

[Definições do Grupo 2]

(D2.1) [Par ordenado] $\langle x, y \rangle \stackrel{\text{def}}{=} [[x], [x, y]]$

(D2.2) [Conjunto Unitário Fraco] $[x] = [x, x]$
Essa é a coleção dos objetos indistinguíveis de x .

(D2.3) $x \times y \stackrel{\text{def}}{=} [\langle z, u \rangle \in \wp(\wp(x \cup y)) : z \in x \wedge u \in y]$

Como no caso de $[x, y]$, $[x]$ é q-set de todos aqueles elementos indistinguíveis de x , dessa forma, pode-se ter mais de um elemento. O mesmo pode ser dito para o produto cartesiano de dois q-sets. O conceito de interseção e diferença de q-sets são definidos na forma usual, tal que:

$$t \in x \cap y \text{ se, e somente se, } t \in x \wedge t \in y$$

$$t \in x - y \text{ se, e somente se, } t \in x \wedge t \notin y.$$

(Q16) [Infinito] $\exists_Q x (\emptyset \in x \wedge \forall y (y \in x \wedge Q(y) \rightarrow y \cup [y] \in x))$.

(Q17) [Regularidade] (Os q-sets são bem-fundados): $\forall_Q x (E(x) \wedge x \neq_E \emptyset \rightarrow \exists_Q y (y \in x \wedge y \cap x =_E \emptyset))$.

Naturalmente esse axioma levanta um outro conjunto de questões. Se m-átomos são para serem pensados como representando partículas elementares, então, aparentemente, nós enfrentamos o velho problema de dividir continuamente um certo objeto e o nosso axioma poderia sugerir que nós propomos que tal ‘divisão’ terá um fim. Mas, claro, isso não é assim para os axiomas, falando em termos de q-sets; todo q-set tem um q-set como elemento com o qual não há elementos em comum, mas nada é dito sobre átomos. Segundo French e Krause, com relação a essas questões, ainda permanece o problema relativo a uma mereologia apropriada, por isso não discutiremos esse problema aqui [Para maiores detalhes ver (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 281)].

5.1.2 Quase-relações e quase-funções

[Definição 3] [Quase-relação] Um q-set w é uma quase-relação (nós as chamaremos simplesmente ‘relações’) entre x e y , se satisfizer o seguinte predicado R :

$$R(w) \stackrel{\text{def}}{=} Q(w) \wedge \forall z(z \in w \rightarrow \exists u \exists v(u \in x \wedge v \in y =_E \langle u, v \rangle)).$$

Partindo da definição na teoria de conjuntos, uma relação de ordem pode ser de dois tipos: ordem parcial e ordem total. A relação de ordem parcial é uma relação binária que caracteriza-se por ser: reflexiva, $\forall x(xPx)$; transitiva, $\forall x \forall y \forall z(xPy \wedge yPz \rightarrow xPz)$; e antissimétrica, $\forall x \forall y(xPy \wedge yPx \rightarrow x = y)$. Mas surge um problema quando falamos em antissimetria nesse tipo de relação, se quisermos transpor seus conceitos para os q-sets. A noção de identidade faz parte da definição de uma relação assimétrica como mostra a definição. Para a relação P entre x e y ser antissimétrica, se xPy e yPx , então necessariamente $x =_E y$, recaindo na identidade para m-átomos, o que não é possível, pois usamos a indiscernibilidade para os q-sets e não a identidade. Portanto, a relação parcial de antissimetria não pode ser definida entre q-sets, cujos elementos são m-átomos indistinguíveis. O outro tipo de relação, a relação de ordem total é caracterizada pela adição de mais um atributo aos anteriores: $\forall x \forall y(x \neq y \rightarrow xPy \vee yPx)$. Nota-se que, igualmente, não podemos formular esse tipo de relação nos q-sets, considerando a falta de sentido da identidade, ou da diferença entre os m-átomos indistinguíveis.

Tomando a [Definição 3], quando dizemos que a relação uWv ou $\langle u, v \rangle \in W$, devemos lembrar que um par ordenado $\langle u, v \rangle$ é dado por $[[u], [u, v]]$, que é indistinguível de $[[v], [v, u]]$ o qual é o par ordenado de $\langle v, u \rangle$.

Devemos observar que uma relação de ordem, envolvendo m-átomos indistinguíveis, deixa de fazer sentido para os q-sets puros, uma vez que não podemos indicar qual elemento é qual, ou mesmo falar em outras relações, como ‘maior que’, ‘menor que’. A mesma falta de sentido ocorre na ordem: uma relação de m-átomos sempre conserva-se inalterada, mesmo invertendo os elementos entre si, posto que são elementos indistinguíveis. Quando tratamos com q-sets que possuem m-átomos como elementos, não podemos ordená-los em pares ordenados de forma usual. Também não se pode definir ‘função’ entre q-sets de modo usual, porque em alguns casos relevantes, como quando há q-sets

puros, não se pode discernir os objetos. Entretanto, pode-se definir q-funções, como faremos a seguir.

Outra observação importante, que havíamos mencionado anteriormente, é que não podemos dizer que os q-sets têm um cardinal no sentido de obtê-lo através de um ordinal. A impossibilidade de se usar uma relação de ordem nos q-sets significa que não podemos definir uma cardinalidade como usualmente é obtida. Por isso, nos q-sets, usamos o quase-cardinal (qc) como conceito primitivo.

As quase-funções nos q-sets seguem os mesmos moldes da definição de quase-relação, isto é, partindo da ideia de que as funções são um tipo de relação que seguem determinadas condições, podemos iniciar com algumas definições que caracterizam o tipo de função para os q-sets. Tanto na função injetiva como na função sobrejetiva, a condição que determina a relação entre domínio e contradomínio da quase-função são extensões usuais de relações da teoria dos conjuntos, contudo referem-se aos quase-cardinais (qc).

[Definição 4] [Quase-função] Se x e y são q-sets e R é o predicado para ‘relação’ definida acima, dizemos que f é uma quase-função (q-função) com domínio x e contradomínio y , se satisfizer o seguinte predicado:

$$QF(f) \stackrel{\text{def}}{=} R(f) \wedge \forall u(u \in x \rightarrow \exists v(v \in y \wedge \langle u, v \rangle \in f)) \\ \wedge \forall u \forall u' \forall v \forall v' (\langle u, v \rangle \in f \wedge \langle u', v' \rangle \in f \wedge u \equiv u' \rightarrow v \equiv v')$$

As definições a seguir fazem uso do conceito primitivo de quase-cardinal, cujos axiomas serão vistos à frente.

(D4.1) [Q-função injetiva] f é injetiva se, e somente se, f é uma q-função de x em y e satisfaz a condição:

$$\forall u \forall u' \forall v \forall v' (\langle u, v \rangle \in f \wedge \langle u', v' \rangle \in f \wedge v \equiv v' \rightarrow u \equiv u') \\ \wedge qc(Dom(f)) \leq_E qc(Rang(f))$$

(D4.2) [Q-função sobrejetiva] Do mesmo modo, f é sobrejetiva se, e somente se, f é uma q-função de x em y , tal que:

$$\forall v(v \in x \rightarrow \exists u(u \in x \wedge \langle u, v \rangle \in f)) \wedge qc(Dom(f)) \geq_E qc(Rang(f))$$

Lembramos que a conjunção das funções injetiva e sobrejetiva, resulta na função bijetiva. Assim, nos q-sets, temos:

(D4.3) [Q-função bijetiva] Se qf é injetiva e sobrejetiva, dizemos que é bijetiva. Nesse caso, $qc(Dom(f)) =_E qc(Rang(f))$, onde $Dom(f)$ e $Rang(f)$ são respectivamente domínio e imagem de f com seus significados usuais. No entanto, devido à falta de individualidade de m-

átomos, esses q-sets têm uma característica peculiar expressa pelo *Teorema da Inobservabilidade das Permutações* (que mencionaremos adiante). Caso contrário, quando não há m-átomos envolvidos, o conceito de q-função bijetiva coincide com a definição padrão de função bijetiva.

[Teorema 6] Nem relações de ordem parciais, nem relações de ordem totais podem ser definidas em um q-set puro, cujos elementos são indistinguíveis entre si.

Prova. A definição de ordem parcial e total requer uma antissimetria e essa propriedade não pode ser estabelecida sem a identidade. A assimetria também não pode ser suposta. De fato, se $x \equiv y$, então para toda relação R tal que $\langle x, y \rangle \in R$, segue que $\langle x, y \rangle =_E [[x]] =_E \langle y, x \rangle \in R$; então, xRy implica yRx . ■

Em resumo, podemos ter q-sets possuindo um quase-cardinal (que tem o mesmo sentido intuitivo de um cardinal, a saber, designando a quantidade de elementos em um q-set), mas que não pode ser ordenado. Tratam-se, portanto, de coleções de objetos indiscerníveis. O conceito de quase-cardinal será delineado a seguir.

5.1.3 Quase-cardinais

O conceito de quase-cardinal pretende responder à questão intuitiva de como falar sobre o tamanho de conjuntos de elementos indistinguíveis, como também pretende definir um tipo de cardinalidade para os q-sets. Usualmente a cardinalidade é obtida através de recursos que caracterizam-se como um tipo específico de ordinalidade mas, uma vez que não se define uma relação de ordem nos q-set, a cardinalidade associada aos q-sets é obtida através de recursos diferentes dos usuais. Nesse caso, surge o conceito de quase-cardinal (*qc*) que pretende estabelecer uma relação entre a teoria de conjuntos ZFU e a teoria quase-conjuntista \mathcal{Q} . A opção dos autores, como formulado em (FRENCH E KRAUSE, 2006), foi a de postular esse conceito como primitivo, entretanto G. Domenech e F. Holik (2007) e Arenhart (2012c), dentre outros autores, chegaram a definir o quase-cardinal a partir de quase-conjuntos finitos, onde o quase-cardinal é um número natural, como na parte clássica de \mathcal{Q} [Para maiores detalhes, ver (DOMENECH, *et al.*, 2010); (DOMENECH; HOLIK, 2007); (ARENHART, 2012c)]

Para haver uma relação entre a teoria ZFU e a teoria \mathcal{Q} é necessário, primeiramente, mostrar que uma ‘cópia’ de ZFU pode ser

definida dentro de \mathcal{Q} e, para isso, teremos que definir uma tradução da linguagem ZFU para a linguagem \mathcal{Q} . Isso mostrará que a teoria \mathcal{Q} abrange uma contraparte ‘clássica’ a qual coincide com ZFU. A tradução pode ser definida da seguinte maneira: seja A uma fórmula da linguagem de ZFU (a qual admitimos ter um predicado unário S o qual denota ‘conjuntos’), chamamos A^q sua tradução para a linguagem de \mathcal{Q} , definida do seguinte modo:

1. Se A é $S(x)$, então A^q é $Z(x)$
2. Se A é $x = y$, então A^q é $((M(x) \wedge M(y)) \vee (Z(x) \wedge Z(y))) \wedge x =_E y$
3. Se A é $x \in y$, então A^q é $((M(x) \vee Z(x)) \wedge Z(y)) \wedge x \in y$
4. Se A é $\neg B$, então A^q é $\neg B^q$
5. Se A é $B \vee C$, então A^q é $B^q \vee C^q$
6. Se A é $\forall x B$, então A^q é $\forall x (M(x) \vee Z(x) \rightarrow B)$

A partir das definições acima, o teorema a seguir é imediato.

[Teorema 7] Se A é um axioma de ZFU a A^q é sua tradução para a linguagem dos \mathcal{Q} , dada pela definição acima, então A^q é um teorema de \mathcal{Q} .

Prova. Esse teorema mostra que, se \mathcal{Q} é consistente, então ZFU também é. ■

Como definimos, os conceitos usuais de ZF na parte clássica de \mathcal{Q} , temos $Cd(x)$, significando que x é um cardinal; $card(x)$ denotará o cardinal de x ; e, $Fin(x)$ diz que x é finito. Salientamos que os q-cardinais são cardinais construídos na ‘parte clássica’ de \mathcal{Q} , como ficará claro abaixo com o axioma (Q19), Portanto, entre eles vale a identidade extensional. Vamos aos axiomas dos q-cardinais:

(Q18) Todo objeto o qual não é um q-set, ou melhor todo *Urelemente*, tem quase-cardinal zero: $\forall x (\neg Q(x) \rightarrow qc(x) =_E 0)$.

Podemos representar a abrangência do universo dos q-sets através do seguinte esquema, baseado no universo de von Neumann, no qual observamos a classe dos ordinais ‘*On*’ definida na parte ‘clássica’ da teoria a qual abrange uma cópia de ZFU (FRENCH E KRAUSE, 2010, p.102).

Figura 1 - O Universo dos Q-sets



(Q19) O quase-cardinal de um quase-conjunto é um cardinal definido na ‘parte clássica’ da teoria e coincide com seu mesmo cardinal quando esse quase-conjunto é um conjunto. Tendo em vista esse fato, o significado de um único y faz pleno sentido.

$$\forall_Q x \exists! y (Cd(y) \wedge y =_E qc(x) \wedge (Z(x) \rightarrow y =_E card(x)))$$

Para o que segue-se, é conveniente saber que \leq_E é definida como de hábito entre cardinais usando-se a identidade extensional. O mesmo para $<_E$.

(Q20) Todo q-set não-vazio tem um quase-cardinal não-nulo.

$$\forall_Q x (x \neq_E \emptyset \rightarrow qc(x) \neq_E 0)$$

(Q21) $\forall_Q x (qc(x) =_E \alpha \rightarrow \forall \beta (\beta \leq_E \alpha \rightarrow \exists_{Qy} (y \subseteq x \wedge qc(y) =_E \beta)))$

(Q22) $\forall_Q x \forall_{Qy} (y \subseteq x \rightarrow qc(y) \leq_E qc(x))$

(Q23) $\forall_Q x \forall_{Qy} (Fin(x) \wedge x \subset y \rightarrow qc(x) <_E qc(y))$

(Q24) $\forall_Q x \forall_{Qy} (\forall w (w \notin x \vee w \notin y) \rightarrow qc(x \cup y) =_E qc(x) + qc(y))$

No próximo axioma, $2^{qc(x)}$ denota (intuitivamente) a quantidade de sub-quase-conjuntos de x . Então:

(Q25) $\forall_Q x (qc(\wp(x)) =_E 2^{qc(x)})$

No caso de objetos clássicos de Q , podemos entender esse teorema como sendo o mesmo de ZF. No entanto, para m -objetos seguiremos a seguinte analogia. Vamos supor um q-set x com 2

elementos cujos m -objetos possam ser nomeados: $x = [a, b]$. Os sub-q-sets de x seriam os mesmos de ZF: $[[a], [b], [a, b], \emptyset]$, ou seja, 4 sub-q-sets. Mas, segundo o axioma da extensionalidade fraca (que falaremos abaixo), tanto os unitários $[a]$ e $[b]$ como o par $[a, b]$ são indiscerníveis, porém isso não implica que sejam o mesmo quase-conjunto, pois a noção de ‘mesmo’ não faz sentido aqui. Assim, a única distinção que pode ser aplicada refere-se à quase-cardinalidade. Dessa forma, podemos pensar em um q-set com 2 elementos quânticos indiscerníveis, cujos sub-q-sets seriam: dois unitários, o próprio q-set e o vazio. Segundo Krause, esse axioma fornece-nos a noção de que, mesmo sem serem individualizados, os m -objetos são entidades por si mesmos, ou seja, o atributo de um não-indivíduo é intrínseco a ele próprio como objeto (KRAUSE, 2011, p.163).

Antes porém, de apresentar o axioma da extensionalidade fraca devemos definir duas noções: similaridade e quase-similaridade entre q-sets.

[Definição 5] [Similaridade] Dizemos que x e y são similares, se possuírem todos os elementos indistinguíveis entre si.

$$Sim(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \forall z \forall t (z \in x \wedge t \in y \rightarrow z \equiv t)$$

[Definição 6] [Quase-Similaridade] Dizemos que x e y são quase-similares se, além de serem similares, também têm a mesma quase-cardinalidade.

$$QSim(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} Sim(x, y) \wedge qc(x) =_E qc(y)$$

Lembramos que a identidade clássica, onde vigoram os axiomas da reflexividade, da substitutividade e da extensionalidade usual, diz respeito somente aos M -termos e Z -termos e não vale para o m -termos, para os quais apenas vigora a noção de indiscernibilidade ‘ \equiv ’. Dessa forma, através da linguagem de Q , a teoria expressa, formalmente e em um sentido mais preciso, a impossibilidade de falar de identidade ou de diferença entre os m -objetos. Como veremos, é nesse sentido que o axioma da extensionalidade fraca é um dos mais significativos da teoria, pois trata-se de um dos fundamentos que caracterizam a noção de quase-conjuntos (KRAUSE, 2011, p.159).

No axioma abaixo, x/\equiv denota o q-set quociente de um q-set x pela relação de equivalência (\equiv). Claro que este teorema está supondo que, dado um q-set qualquer, a relação de indiscernibilidade é uma relação de equivalência sobre ele, fato esse que é imediato, dados os axiomas acima.

(Q26) [Extensionalidade Fraca] Os q-sets, os quais têm a mesma quantidade de elementos da mesma classe, são indistinguíveis.

$$\forall_Q x \forall_Q y ((\forall z (z \in x \equiv \rightarrow \exists t (t \in y \equiv \wedge QSim(z, t)))) \wedge \forall t (t \in y \equiv \rightarrow \exists z (z \in x \equiv \wedge QSim(t, z))) \rightarrow x \equiv y)$$

Esse axioma diz que aqueles quase-conjuntos que são indistinguíveis têm a mesma quantidade de elementos indistinguíveis e reciprocamente. Observamos que se não houver m -átomos envolvidos, então a indiscernibilidade torna-se a identidade usual e assim o axioma coincide com o axioma de extensionalidade usual em ZFU: $\forall x \forall y (\forall z (z \in x \leftrightarrow z \in y) \rightarrow x = y)$. E, como consequência, pode-se provar os seguintes teoremas:

[Teorema 8]

- (i) $x =_E \emptyset \wedge y =_E \emptyset \rightarrow x \equiv y$
- (ii) $\forall_Q x \forall_Q y (Sim(x, y) \wedge qc(x) =_E qc(y) \rightarrow x \equiv y)$
- (iii) $\forall_Q x \forall_Q y (\forall z (z \in x \leftrightarrow z \in y) \rightarrow x \equiv y)$
- (iv) $x \equiv y \wedge qc([x]) =_E qc([y]) \leftrightarrow [x] \equiv [y]$

Uma das principais aplicações do axioma da extensionalidade fraca é o teorema da Inobservabilidade das Permutações, o qual fornece um modo de representar, dentro da teoria de quase-conjuntos, a ideia de que certo objeto é ‘permutado’ com um outro indistinguível sem que ‘nada’ mude. Lembramos que na matemática padrão isso não é possível, pois não há sentido falar de indistinguibilidade de objetos não-idênticos. Nesse caso, se aplicado o axioma da extensionalidade padrão, qualquer permutação de objetos não-idênticos naturalmente nos daria um conjunto diferente (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 291).

Na teoria de conjuntos, o axioma da substituição é um esquema de axiomas que diz, intuitivamente, que a imagem de um conjunto por uma função é ainda um conjunto. Para formular o axioma da substituição na teoria de quase-conjuntos, devemos definir o que vem a ser uma *condição*. Se $A(x, y)$ é uma fórmula onde x e y são variáveis livres, dizemos que $A(x, y)$ define uma condição em um q-set, t se: $\forall w (w \in t \rightarrow \exists s A(w, s) \wedge \forall w \forall w' (w \in t \wedge w' \in t \rightarrow \forall s \forall s' (A(w, s) \wedge A(w', s') \wedge w \equiv w' \rightarrow s \equiv s')))$.

Sendo $\forall x \exists! y A(x, y)$ uma abreviação da expressão acima, teremos o seguinte esquema:

(Q27) [Esquema axiomático da Substituição] $\forall x \exists ! y A(x, y) \rightarrow \forall_Q u \exists_Q v (\forall z (z \in v \rightarrow \exists w (w \in u \wedge A(w, z)))$

Esse esquema de axioma tenta expressar que as imagens de q-sets geradas pelas q-funções também são q-sets. A diferença desse axioma nos q-sets envolve obedecer à *condição* acima. Novamente, se não houver m -átomos envolvidos, trata-se a teoria Q como se fosse ZFU e, conseqüentemente, o esquema coincide com o esquema de axioma da substituição usual.

Outro importante conceito na teoria q-set é o ‘unitário forte’ de um elemento x . Trata-se de um q-set de cardinalidade 1, cujo *único* elemento é indistinguível de x . No entanto, não se pode provar que esse elemento seja x , pois para isso necessitaríamos da identidade. Assim, o que pode-se afirmar é que há apenas um elemento de certa espécie, mas sem os meios teóricos de identificá-lo, mesmo em princípio.

[Definição 7] [Unitário forte] de x é um q-set x o qual satisfaz a seguinte propriedade:

$$x' \subseteq [x] \wedge qc(x') =_E 1$$

Na teoria de conjuntos padrão esse q-set é naturalmente um unitário *stricto sensu* cujo único elemento é o próprio x . Mas aqui, x pode ser um m -átomo e, nesse caso, não há nenhum modo de falar que algo seja idêntico a x . Mesmo assim, podemos provar que tal q-set existe.

[Teorema 9] Para todo x , existe um unitário forte de x .

Prova. O q-set $[x]$ existe pelo axioma do par fraco. Desde que $x \in [x]$ (desde que \equiv é reflexiva), temos que $qc([x]) \geq_E 1$ por (Q20). Mas por (Q21), existe um sub-q-set de $[x]$ o qual tem um quase-cardinal 1. Tome esse q-set como sendo x' . ■

[Teorema 10] Todos os unitários fortes de x são indistinguíveis.

Prova. A consequência vem imediatamente de (Q26), desde que todos os unitários fortes tenham a mesma quase-cardinalidade 1 e seus elementos sejam indistinguíveis por definição. ■

Uma observação, segundo os autores, lembra que não podemos provar que os unitários fortes de x são extensionalmente idênticos. Com relação à indistingüibilidade dos m -átomos, não podemos dar definições pontuais que possibilitem, por exemplo, indicar e dizer ‘este aqui é *fulano*’. Mas, mesmo assim, na física quântica podemos raciocinar como

se um certo elemento pertence ou não a um q-set, pois a Lei do Terceiro Excluído ($x \in y \vee x \notin y$) ainda é válida mesmo que não possamos verificar em qual dos casos aplica-se. Essa ideia ajusta-se àquilo que acontece com os elétrons em um átomo que, em geral, sabemos quantos deles há, mas não podemos dizer *quais* (grifo dos autores) elétrons particulares estão em um átomo: a identidade dos elétrons ‘se perdeu’, mas na verdade não há identidade a ser perdida, segundo a interpretação de que eles *não teriam* identidade em um sentido ontológico (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 293).

[Teorema 11] Para todos os q-sets x e y , se $y \subseteq x$ e x é finito, então $qc(x - y) =_E qc(x) - qc(y)$.

Prova. Por definição, $t \in x - y$ se, e somente se, $t \in x \wedge t \notin y$. Então, $(x - y) \cap y =_E \emptyset$. Daí, por (Q25), $qc((x - y) \cup y) =_E qc(x - y) + qc(y)$ (vamos chamar essa expressão (i)). Mas desde que $y \subseteq x$, $(x - y) \cup y =_E x$, e assim, na medida em que (i) seja verdadeira, $qc(x - y) =_E qc(x) - qc(y)$. ■

Os próximos resultados podem ser considerados como uma versão dos q-set para o Postulado da Indistinguibilidade a qual diz que as permutações de *quantas* indistinguíveis não são observadas. Para indicar e provar esse resultado, seguem a definição e os lemas:

[Definição 8]

(i) Seja x um q-set tal que $E(x)$, isto é (de acordo com a definição D1.1), seus elementos são também q-sets, então:

$$\bigcap x \stackrel{\text{def}}{=} [z \in \bigcup x: \forall s(s \in x \rightarrow z \in s)]$$

(ii) Se $m(u)$, então $S_u \stackrel{\text{def}}{=} [s \in \wp([u]): u \in s]$

(iii) $u^* \stackrel{\text{def}}{=} \bigcap_{t \in S_u} t$

[Lema 12] Se $m(u)$, então:

(i) $u \in \bigcup_{t \in S_u} t$

(ii) $\forall s(s \in S_u \rightarrow u \in s)$

(iii) $z \in u^*$, sse, $z \in \bigcup_{t \in S_u} t \wedge \forall s(s \in S_u \rightarrow z \in s)$

(iv) $u \in u^*$

(v) $u^* \subseteq [u]$

(vi) Se $s \in S_u$, então $u^* \subseteq s$

Provas. (i) $z \in \bigcup_{t \in S_u} t$ se, e somente se, $\exists t(t \in S_u \wedge z \in t)$. Assim, pela definição acima, $z \in \bigcup_{t \in S_u} t$ se, e somente se, $\exists t(t \in \wp([u]) \wedge u \in t \wedge z \in t)$. Mas desde que $[u] \in \wp([u])$ e $u \in [u]$, segue que $u \in \bigcup_{t \in S_u} t$.

(ii) $\forall s(s \in S_u \leftrightarrow s \in \wp([u] \wedge u \in s))$. Consequentemente, $\forall s(s \in S_u \rightarrow u \in s)$.

(iii) É uma consequência imediata da definição acima.

(iv) É uma consequência imediata de (i) e (iii).

(v) Suponha que $z \in u^*$. Por (iii), temos $\forall s(s \in S_u \rightarrow z \in s)$. Mas desde que $[u] \in S_u$, segue que $z \in [u]$.

(vi) Se $z \in u^*$, então, como antes, $\forall s(s \in S_u \rightarrow z \in s)$. Mas, por hipótese, $s \in S_u$; então, $z \in s$. ■

[Lema 13] Se u é um m -átomo e z é um q -set, então se $z \subseteq u^*$ e $qc(z) =_E 1$, segue que $u \in u^* - z$ ou $qc(u^*) =_E 1$.

Prova. Suponha que $u \notin u^* - z$. Desde que $u \in u^*$, segue que $y \in z$. Mas $z \subseteq u^* \subseteq [u]$, assim, $z \in S_u$. Mas pelo Lema 12 (vi) acima, $u^* \subseteq z$. Por hipótese, $z \subseteq u^*$, daí $u^* =_E z$, e então, $qc(u^*) =_E qc(z) =_E 1$. ■

[Teorema 14] Para todo u , $qc(u^*) =_E 1$.

Prova. Pelo Lema 12 (iv), $u^* \neq_E 0$. Assim, por (Q20), $qc(u^*) \neq_E 0$, daí, $qc(u^*) >_E 1$. Mostraremos que a igualdade sustenta-se. Suponha que $qc(u^*) \geq_E 1$. Então, por (Q21) existe um q -set $w \subseteq u^*$ tal que $qc(w) =_E 1$. Então pelo Lema 13, $u \in u^* - w$. Mas $u^* - w \subseteq [u]$, desde que $u^* \subseteq [u]$, consequentemente, pelo Lema 12 (v), $u^* \subseteq u^* - w$. Entretanto, desde que $u^* - w \subseteq u^*$, segue que $u^* =_E u^* - w$. Novamente por (Q20), $w \neq_E 0$, desde $qc(w) =_E 1$. Então, seja $t \in w$. Assim, $t \in u^*$, desde que $w \subseteq u^*$, daí, $t \in u^* - w$ (desde que $u^* =_E u^* - w$). Desse modo, $t \notin w$ é uma contradição. ■

[Lema 15] Para todos os m -átomos u e v , se $u \equiv v$, então $u^* \equiv v^*$. Além disso, se $u \in w$, então $u^* \subseteq w$, para qualquer q -set w .

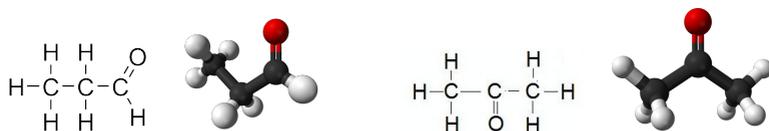
Prova. Se $u \equiv v$, então $u^* \subseteq [u]$ e $v^* \subseteq [v]$, assim, $Sim(u^*, v^*)$ (veja definição 5). Mas pelo [Teorema 14] acima, $qc(u^*) =_E 1$ e $qc(v^*) =_E 1$ e então, pelo Lema 13, $u^* \equiv v^*$. A última parte pode ser provada, notando que, se $u \in w$, então $u \in w \cap [u]$, assim como $w \cap [u] \subseteq [u]$, consequentemente, $w \cap [u] \subseteq S_u$. Então pelo Lema 12 (v), $u^* \subseteq w \cap [u]$ e $u^* \subseteq w$. ■

Esse último resultado mostra que u^* é, como esperado, um unitário forte de u . O fato notável é que não podemos provar que $u^* \equiv v^*$ implica $u^* =_E v^*$. Isso deve-se ao fato de que nada na teoria pode assegurar que m -átomos os quais pertencem a u^* é o mesmo (grifo dos autores) m -átomo o qual pertence a v^* , fazendo com que expressões como $u = v$ ou $u =_E v$ não sejam expressões bem formadas nesse caso. Além disso, é válido recordar que o axioma usual da extensionalidade, o qual pode ser empregado para expressar esse fato, não é axioma da nossa teoria mas, ao invés dele, temos o axioma (Q26) da Extensionalidade Fraca que refere-se apenas à indistinguibilidade e não à identidade.

A impossibilidade de provar o resultado acima expressa mais proximamente aquilo que acontece na física quântica do que quando é expressado pela teoria de conjuntos usual (*standard*), no sentido de conferir uma adequação mais apropriada na caracterização matemática de algumas estruturas atômicas o que, supostamente, justifica não considerar essa impossibilidade como uma deficiência da teoria. Porém, antes de continuarmos com o próximo teorema, a inobservabilidade das permutações, vamos pensar intuitivamente sobre a composição de átomos, prótons, elétrons.

Podemos ilustrar a relação da identidade e da indiscernibilidade, mostrando como coleções de átomos indiscerníveis originam diferentes substâncias. Por exemplo, se tomarmos os dois isômeros de C_3H_6O (duas moléculas que possuem igualmente o mesmo número de átomos cada uma) percebemos que ambas têm a mesma fórmula química, mas pertencem a diferentes famílias, isto é, diferem no grupo funcional. A fórmula (I) representa um aldeído (*propanal*) e a fórmula (II) representa uma cetona (*propanona*). Vejamos as diferentes configurações dessas estruturas:

Figura 2 - Estrutura da cadeia molecular e estrutura espacial dos isômeros³⁷.



(I) *Propanal*: C_3H_6O

(II) *Propanona*: C_3H_6O

³⁷ Figuras obtidas em: <http://www.chemspider.com/Chemical-Structure.512.html>. Acesso em: 02/02/2013.

Nesse exemplo, queremos mostrar que a identidade dos compostos acima não se baseia no número de átomos que cada qual possui. Os compostos acima são indiscerníveis quanto aos elementos que possuem em sua estrutura atômica, o que significa que a cardinalidade não determina a identidade dos isômeros. Um tipo de extensionalidade, nesse caso, é indicado pelo axioma da extensionalidade fraca, uma vez que os quase-conjuntos são formados pelos seus elementos, mas igualmente não se distinguem, caso esses elementos sejam indiscerníveis entre si (KRAUSE, 2011, p 160).

Diferentemente da característica contínua dos corpos macroscópicos, um ‘corpo quântico’ deve ser considerado como coleções de alguma espécie as quais expressam características estruturais. Como as permutações nos objetos quânticos não são observadas, tal conceito de objeto, como uma simples coleção de objetos, não é capturado pelo conceito de objeto físico usual, onde qualquer permutação de qualquer elemento muda o conjunto no todo. E, como já dissemos anteriormente, não se trata de uma deficiência epistêmica, mas, sim, de uma característica intrínseca (ontológica) do objeto quântico. É exatamente essa característica que o seguinte teorema tenta capturar, como uma versão dos q-set pra o *Postulado da Indistinguibilidade* (PI).

[Teorema 16] [Inobservabilidade das Permutações] Seja x um q-set finito tal que $x \neq_E [z]$ e z um m -átomo tal que $z \in x$. Se $w \equiv z$ e $w \notin x$, então existe um w' tal que $(x - z') \cup w' \equiv x$.

Prova. Caso 1: $t \in z'$ não pertence a x . Nesse caso, $x - z' =_E x$ e podemos admitir a existência de w' tal que seu único elemento s pertença a x (por exemplo, s pode ser o próprio z); então, $(x - z') \cup w' =_E x$. Caso 2: $t \in z'$ pertence a x . Então, $qc(x - z') =_E qc(x) - 1$, pelo [Teorema 11]. Então, tomamos w' tal que seu elemento seja o próprio w , e assim segue que $(x - z') \cap w' =_E \emptyset$. Daí, por (Q25), $qc((x - z') \cup w') =_E qc(x)$. Intuitivamente falando, significa que $(x - z') \cup w'$ e x têm a mesma quantidade de elementos indistinguíveis. Assim, aplicando o axioma (Q27), obtemos o resultado. ■

Suponha que x tem n elementos. Se ‘trocaros’ os elementos z pelos elementos indistinguíveis correspondentes w (o que, teoricamente, significa realizar a operação $x - z' \cup w'$), então o resultado q-set permanece indistinguível do original. De certo forma, a

indiscernibilidade vista nesses moldes axiomáticos não é importante de um ponto de vista pragmático, ou seja, se estamos lidando com x ou com $(x - z') \cup w'$.

Por último, apresentaremos a versão q-set do axioma da escolha.

(Q28) [Axioma da Escolha] $\forall_Q x(E(x) \wedge \forall y \forall z (y \in x \wedge z \in x \rightarrow y \cap z =_E \emptyset \wedge y \neq_E \emptyset) \rightarrow \exists_Q u \forall y \forall v (y \in x \wedge v \in y \rightarrow \exists_Q w (w \subseteq [v] \wedge qc(w) =_E 1 \wedge w \cap y \equiv w \cap u)))$

Intuitivamente falando, se x é um q-set cujos elementos são q-sets disjuntos e não-vazios, então, existe um q-set u tal que, para todo $y \in x$, u tem um elemento que é indistinguível de algum elemento de v . Isto é, podemos formar um q-set o qual possui elementos indistinguíveis de algum membro dos elementos de x . French e Krause lembram o conhecido exemplo de Russell dos ‘pares de meias’: não é o caso de escolher um elemento u de cada q-set para compor um quase-conjunto escolhido (como cada um dos elementos de um par de meias) mas, sim, uma meia indistinguível de cada elemento dos pares de meias (que pode ser uma das meias de um determinado par de meias, mas nunca podemos provar qual). Através das ferramentas fornecidas pela teoria Q , pretende-se abordar novas perspectivas para uma caracterização formal das permutações dos indistinguíveis, uma vez que na matemática padrão essa discussão acaba ‘se perdendo’ pela noção da extensionalidade. (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 297).

Colocados os axiomas, postulados e teoremas mais importantes de Q , a seguir discutiremos os aspectos de uma semântica envolvidos na teoria de quase-conjuntos.

5.2 ASPECTOS SEMÂNTICOS

Considerar que haja uma redução da teoria quase-conjuntista a ZF, por mais que justifique-se aos propósitos físicos, não pode ser admitido para os propósitos filosóficos, ainda que isso possa ser feito formalmente, como apontado em French e Krause (2006). A razão fundamental dessa impossibilidade refere-se, por exemplo, à inadequação de uma lógica subjacente envolvida e à consequente assunção de seus pressupostos. No entanto, devemos lembrar que qualquer estrutura em ZF pode ser estendida a uma estrutura rígida (ver seção 4.2.1, no capítulo 4), demonstrando que os elementos

indiscerníveis, como os m -átomos tratados pela estrutura Q (mas dentro de ZF), podem ser distinguíveis, se ‘vistos de fora’ da estrutura Q , ou seja, em ZF. Nesse sentido Krause observa que a *redução* (grifo do autor) é apenas formal, ficando de fora a motivação básica da teoria: a representação dos não-indivíduos (KRAUSE, 2011, pp. 173-174). Relativamente à questão do desenvolvimento formal de indivíduos e não-indivíduos pretendida pela teoria de quase-conjuntos, devemos lembrar que uma tradução da linguagem de Q na linguagem de ZF admite uma interpretação clássica na teoria ZF onde os axiomas de Q tornam-se sentenças de ZF, de forma que possam ser provadas como teoremas de ZF. Isso, basicamente, significa que há um modelo de Q em ZF, ou seja, Q é consistente à medida que ZF é consistente.

O fato de uma teoria comprometer-se a expressar sintaticamente tal estrutura semântica através de axiomas, postulados, etc. refere-se a uma abordagem semântica que diz respeito às linguagens formais. Se um conceito primitivo, como o conceito de indistinguibilidade fraca fornecido por uma teoria, for adequado para expressar formalmente entidades como as partículas elementares, em especial a partir da interpretação de não-indivíduos que estamos defendendo, a teoria de quase-conjuntos justifica-se.

Esta necessidade não é um argumento novo. Conhecido como o ‘Problema de Manin’, trata-se de uma tentativa de responder à proposta de Yuri Manin de pesquisar novas teorias de conjuntos que pudessem ter nos fundamentos da matemática uma expressão que não se fundamente nas noções da física clássica, onde os objetos são contados e ordenados, sugerindo que os axiomas usuais ou ‘*standard*’ para conjuntos são inadequados para representar coleções de objetos indistinguíveis. O ‘Problema de Manin’ era um daqueles propostos em uma nova lista de problemas matemáticos discutidos em 1974 no congresso da *American Mathematical Society*³⁸, onde se discutiram os avanços dos ‘23 Problemas de Hilbert’ apresentado em 1900 no Congresso Internacional de Paris, os quais intencionavam guiar as pesquisas dos matemáticos do século XX (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 240). Outros estudos teóricos que envolvem o desenvolvimento de uma mecânica quântica a partir de uma teoria de quase-conjuntos vêm sendo realizados, resultando uma *mecânica quântica não-reflexiva* por ter, como lógica subjacente a Q , um tipo de lógica na qual a identidade não existe, ou não é equivalente à

³⁸ Segundo French e Krause, nessa época tanto o ‘Problema de Manin’ era ainda desconhecido como também a teoria de qua-conjuntos de Dalla Chiara e Toraldo di Francia (FRENCH E KRAUSE, 2006, p. 273).

TTI³⁹ [Maiores detalhes desse tipo de abordagem podem ser vistos em (DOMENECH, *et al.*, 2009)].

Há um aspecto semântico que apresenta-se também em relação à subdeterminação no que refere-se aos aspectos formais. Como sabemos, a teoria quase-conjuntista permite representar a relação de indiscernibilidade, característica dos não-indivíduos, mas ainda é necessário uma interpretação, isto é, uma semântica a ser desenvolvida a contento. Nesse sentido poderíamos pensar que a perspectiva de uma semântica envolvida na mecânica quântica, como sendo uma metalinguagem para as teorias, encontra-se de forma imprecisa, desde que a descrição de entidades, como indivíduos ou não-indivíduos, estaria subdeterminada pela mecânica quântica quanto ao tratamento dessas entidades. E, além disso, também poderíamos ter uma leitura de que a semântica, no sentido de uma metalinguagem para a construção dos significados lógicos, também estaria subdeterminada pela lógica subjacente a essas teorias para tratar dessas entidades, se lógicas não-reflexivas, ou se lógicas clássicas (ARENHART e KRAUSE, 2013, p. 78).

Seja pela escolha entre os pacotes metafísicos, indivíduos ou não-indivíduos, seja pela escolha da lógica subjacente, lógicas reflexivas ou não-reflexivas, podemos tentar lidar com esse impasse da seguinte forma. Como dissemos anteriormente, um pressuposto muito interessante para a teoria quase-conjuntista refere-se àquele o qual permite também um tipo de tratamento de entidades no qual a individualidade faz sentido. Devemos lembrar que, segundo a nossa concepção, abordada nesse trabalho, os indivíduos são derivados dos não-indivíduos os quais estão representados na teoria \mathcal{Q} como categorias ontológicas primitivas e não o contrário, como é usual em ZF. Assim, uma lógica não-reflexiva, como a lógica de Schrödinger, seria compatível para sustentar a teoria quase-conjuntista como um todo, incluindo, naturalmente, a parte clássica da teoria que lida com os indivíduos. Nesse sentido, como observam Arenhart e Krause, o formalismo lógico pode ser interpretado em distintas metalinguagens,

³⁹ A TTI, Teoria Tradicional da Identidade, é uma denominação dada à teoria da identidade da lógica e matemática usuais. Segundo Krause: “De acordo com a TTI, não há entidades indiscerníveis, exceto se for relativamente a um determinado grupo de propriedades ou relações que possam partilhar (esta é a forma de Quine definir a identidade); a indiscernibilidade absoluta no sentido do partilhamento de todas as propriedades e relações é algo proibido pela TTI. Assim, a TTI impõe à lógica clássica e à matemática padrão uma característica leibniziana, sendo um teorema da TTI alguma forma da lei de Leibniz.” (KRAUSE, 2011, p. 58).

uma reflexiva, como a teoria de conjuntos ZF, e uma não-reflexiva, como a teoria de quase-conjuntos Q (ARENHART e KRAUSE, 2013, p. 80). Segundo Krause, as duas opções são igualmente possíveis de sustentar-se; uma delas pode ser usada dependendo das finalidades e hipóteses assumidas, ou seja, opta-se por uma, ou por outra, devido a critérios pragmáticos e o melhor é fazer com que as duas possibilidades sejam contempladas com teorias adequadas (KRAUSE, 2011, p. 112).

De modo geral, para a finalidade de uma semântica formal, os objetos, aos quais uma teoria se refere, são descritos na metalinguagem que pode ser uma teoria de conjuntos ou uma teoria de categorias, por exemplo. No entanto, se a metalinguagem for a teoria ZF e a lógica subjacente for a lógica clássica, os objetos estão restritos a serem considerados apenas indivíduos (ARENHART, 2011, p. 40). Isso significa que teríamos que assumir na metalinguagem pressupostos clássicos que pretendemos abandonar, ou como observam da Costa *et al.* “reintroduzir pela porta dos fundos exatamente o que se pretendia ser deixado na entrada!” (DA COSTA; BÉZIAU E BUENO, 1995, p. 44). Ao se propor uma lógica e uma semântica formulada em uma metalinguagem que faça sentido nas suas interpretações, compromete-se com a própria metalinguagem. Isso parece, em um primeiro momento, uma certa circularidade, ou seja: formulamos uma teoria que possa servir como semântica para uma lógica na qual a própria teoria se fundamenta. Porém, de acordo com o *Princípio de Consistência Semântica de von Weizsäcker-da Costa*, que foi primeiramente introduzido com esse nome e dessa forma em Krause e Arenhart:

[...] a semântica para um sistema de lógica não-clássica deve ser formulada em uma metalinguagem que é ela mesma suposta como sendo a mais adequada para codificar as categorias ontológicas que se deseja explorar em nossa ontologia (KRAUSE E ARENHART, 2011, p.10).

Ainda segundo Arenhart e Krause, essa é a motivação mais consistente e o procedimento filosófico mais adequado para formular uma semântica formal referente a uma lógica e a uma teoria, se quisermos também evitar a reintrodução de propriedades pela metalinguagem que se quer restringir ou violar, como por exemplo, a igualdade irrestrita [(ARENHART E KRAUSE, 2012a, pp. 51-52); (ARENHART, 2011, pp. 42-43)].

Por fim, observamos que o comprometimento que estabelecemos entre uma teoria e a sua metalinguagem baseia-se em categorias

ontológicas que podemos obter de modo a considerar uma ontologia tradicional, ou de modo a considerar uma ontologia naturalizada. A metalinguagem ficaria sujeita a decisão de se determinar em qual metodologia ontológica é construída a interpretação do mundo. E, conseqüentemente, a teoria estaria relacionada à metalinguagem no sentido de que a teoria científica é construída, tendo como base axiomas e postulados direcionados por conceitos já assumidos pela metalinguagem. Essa linha de argumento favorece a opção pelo pacote metafísico dos não-indivíduos, uma vez que essa nova categoria ontológica faz parte de uma metalinguagem baseada em uma ontologia advinda da mecânica quântica. Assim, pelo nosso entendimento, a utilização de uma semântica para o cálculo formal é construída com base em uma metalinguagem onde as categorias ontológicas devem ser observadas, pois essas entidades farão parte do domínio de interpretação das teorias (ARENHART, 2011, p. 38).

A teoria quase-conjuntista desempenha um papel semântico, ao permitir não apenas que os conjuntos sejam utilizados para representar os indivíduos no domínio da quantificação, mas também os não-indivíduos teriam lugar através dos quase-conjuntos. No entanto, colocar dessa maneira parece-nos uma generalização de um caso usual, tendo a semântica clássica como limite. Arenhart afirma que é mais do que isso: “Nós usamos a teoria de quase-conjuntos para clarificar as semânticas de uma linguagem de primeira ordem” (ARENHART, 2009 p. 262). Neste caso, a teoria quase-conjuntista apresenta uma dimensão maior, a de servir também como metalinguagem e, conseqüentemente, servir como uma possível e mais adequada estrutura para desenvolvimentos semânticos. Procuramos mostrar algumas opções possíveis, baseando-se no arcabouço lógico e matemático que discutimos até agora, para que através da discussão do problema da indiscernibilidade das partículas quânticas pudéssemos sustentar que essas partículas podem ser consideradas não-indivíduos e como tais, não podem ser tratadas, adequadamente, nem em uma lógica clássica com identidade, nem em uma teoria de conjuntos, como ZF, onde todos os objetos do domínio são indivíduos.

Vamos passar agora às conclusões e considerações finais.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

"I am now convinced that theoretical physics is actual philosophy." ⁴⁰
Max Born (1882-1970)

A discussão desta dissertação teve como objetivo principal abordar, em que medida, as considerações, quanto aos conceitos de individualidade e identidade dos objetos do dia-a-dia, podem ser transportadas para as teorias físicas quânticas e como podemos analisar as implicações metodológicas, ontológicas e lógicas dessas considerações.

Parece-nos que as escolhas metodológicas para abordar essas questões (no caso, tradicional e naturalista) como também as bases de um formalismo estão nos propósitos condicionados por vínculos pragmáticos e, dessa forma, de acordo com a preferência de concepção metafísica da realidade haveria uma interpretação formal mais adequada. Isto é, a partir de um pacote metafísico escolhido e estabelecido, seja de indivíduos ou não-indivíduos, as teorias que sustentam quaisquer um desses pacotes, assim como a sua lógica subjacente, deveriam estar de acordo entre si e fundamentadas formalmente. Mas entendemos que tal escolha metafísica acabará recaindo em aspectos metafísicos de qualquer modo, pois não há dados empíricos que nos indiquem uma determinada ontologia. Mas, se desejamos levar em conta uma visão ontológica fornecida pela mecânica quântica, os aspectos sintáticos (próprias expressões) devem estar de acordo com aspectos semânticos (significados das expressões) para que uma teoria possa denotar ou representar os não-indivíduos.

Resumidamente, a subdeterminação da metafísica nos apresenta duas situações a refletir:

(i) Se considerarmos a partícula elementar como uma espécie de indivíduo, estaremos admitindo a violação do PII, ao enfrentarmos a diferença apresentada nas estatísticas quânticas das simetrias nas permutações e, conseqüentemente, caberia questionar em que consiste a individualidade neste caso, uma vez que não podemos atribuí-la ao PII;

(ii) Se considerarmos a partícula elementar como não-indivíduo, estaremos admitindo que uma teoria científica, como a mecânica quântica, sustenta mais de uma suposição metafísica, como também que a formalização para tratá-las não é adequada.

⁴⁰ "Eu estou convencido agora que a física teórica é a filosofia real." (Trad. nossa).

No primeiro caso, não haveria problema em continuar se referindo à mecânica quântica através da lógica clássica de primeira ordem e da matemática clássica, pois a noção de indivíduo já se encontra como fundamento teórico em ambas. Porém, a individualidade estaria sujeita a ser considerada dentro de parâmetros transcendentais, no sentido de que a falta de distinguibilidade das partículas, consideradas indivíduos, estaria nos direcionando a admitir a distinguibilidade através de um tipo de individualidade transcendental (TI), seja um substrato, ou um *thisness*.

No segundo caso, a opção de quebrar a subdeterminação a favor de uma metafísica de não-indivíduos ainda poderia prevalecer através de uma forte argumentação formal sob dois aspectos. O primeiro refere-se à inadequação da teoria de conjuntos ZF, usual na matemática, na qual a identidade das entidades é absoluta, implicando apenas a individualidade dos objetos. Sendo assim, quaisquer representações formais dos não-indivíduos não se aplica de forma direta, o que, supostamente, nos indica que a teoria quase-conjuntista, por exemplo, torna-se mais adequada a tais propósitos. E, o segundo aspecto diz respeito ao rigor e à consistência nas fundamentações da teoria, à medida que fornecemos fundamentações lógicas e teóricas para o pacote metafísico dos não-indivíduos. Uma ontologia de não-indivíduos é uma escolha de caráter metafísico, tal qual uma ontologia de indivíduos, ou seja, não há dados empíricos que sustentem quaisquer das escolhas. O que nos faz seguir esse caminho baseia-se na busca de uma consistência entre a teoria e aquilo que ela se propõe a representar. Como nossos argumentos seguem uma linha analítica, sustentamos a escolha do pacote metafísico dos não-indivíduos, partindo de argumentos lógicos e formais. A perspectiva naturalizada pela qual direcionamos as nossas alegações metafísicas pretende não intervir desfavoravelmente entre os elementos lógicos e teóricos, de um lado, e a escolha do pacote metafísico de não-indivíduos, de outro. Ao contrário, ao utilizar uma via analítica dos sistemas formais, acreditamos possibilitar uma aproximação entre as credenciais científicas e as suposições metafísicas.

Sabemos que ainda resta-nos entender o que significa a não-individualidade de um modo informal, isto é, na metalinguagem. Mas também devemos entender que as prerrogativas da individualidade baseadas no conceito de identidade universal são entendimentos que temos dos objetos macroscópicos e, ao tentarmos relacionar esse conceito aos objetos quânticos nos mesmos moldes clássicos, constatamos que esse tipo de correspondência não se efetiva. Entretanto, essa constatação também tem uma perspectiva positiva. Embora a

correspondência dos conceitos clássicos possa ter restrições na microfísica, podemos entender que depois da mecânica quântica, a física clássica tornou-se mais objetiva no sentido de que os limites do seu domínio agora estão mais definidos.

Talvez a ontologia esteja no comportamento dos objetos e não na sua materialidade. Claro que os átomos pensados como indivíduos na acepção leibniziana não são a realidade que se opera nos laboratórios. O O_2 é oxigênio em quaisquer laboratórios, segundo uma definição conceitual e não segundo os elétrons que cada átomo de O_2 possui. Uma ontologia da não-individualidade vale-se de argumentos científicos que, ao contrário de encerrar uma ontologia nos moldes de uma filosofia primeira, a qual já dita *a priori* as categorias ontológicas, coloca-se em uma perspectiva de contínuo desafio e análise. Nesse sentido, uma metodologia de perspectiva naturalizada utiliza-se dos recursos da teoria para problematizar a ontologia, mas também, em um sentido contrário, articula a ciência em bases metafísicas. Ao derivarmos uma ontologia da física ou das bases científicas, a entendemos como uma ontologia provisória, circunstancial, além de atribuir-lhe um caráter investigativo.

Pelo nosso entendimento, uma demanda a ser realizada pelo filósofo da ciência é aquela que propõe uma investigação com neutralidade, o que justifica a obrigação filosófica de não encerrar nossas conjecturas em concepções já determinadas. Devemos poder questionar: Por que não os não-indivíduos? Como tratar o que é contraintuitivo? Abrir uma discussão com estas questões já pressupõe questionar a unicidade de alguma ontologia, seja ela qual for. Dessa forma, é importante destacar que, a partir de uma nova categoria ontológica, podemos admitir perspectivas diferentes, ou plurais de ontologia.

Um ponto de vista que Ortega y Gasset explora, por exemplo, possibilita uma posição de neutralidade sobre a relação entre a realidade e a descrição da realidade, no caso de envolver certos aspectos discutidos sob a luz de uma visão particular do desenvolvimento de teorias científicas. Inspirados pelo autor, Krause e Arenhart desenvolvem um conceito do ‘perspectivismo’ cuja visão permite incorporar descrições da realidade aparentemente incompatíveis com a realidade. Dessa forma, certas incompatibilidades, inclusive ontológicas, supostamente, encontrariam espaço sob uma visão plural de ontologias [Não discutiremos aqui essa questão, mas não se trata de um relativismo ingênuo. Para detalhes sobre essa forma de visão, ver (KRAUSE E ARENHART, 2013a)].

O conceito acima nos sugere que podemos ir além. A nossa proposta resumiu-se em uma tentativa de pensar a razoabilidade de romper o impasse que a subdeterminação da metafísica pela física impõe através da defesa da não-individualidade. Mas, claro, essa proposta tem desdobramentos. Vamos nos deter a princípio àquele em que uma ontologia a favor dos não-indivíduos coincide com a investigação das teorias científicas. Isso traz mais vantagem à perspectiva metodológica naturalista. Entretanto, sob um ponto de vista do perspectivismo, seria possível considerar uma ontologia de indivíduos, admitida às custas de uma indiscernibilidade fraca com restrições e ainda bastante discutida na literatura. Diferente dos opositores dos não-indivíduos, nosso posicionamento permite também alcançar, embora em um segundo plano, um pluralismo de possibilidades metafísicas subdeterminadas pela física, a partir da defesa dos não-indivíduos, no sentido de que devemos estudar todos os casos e não nos comprometermos em favor de apenas um deles exclusivamente, pelo menos, a princípio. Dessa forma, se para o formalismo científico as duas metafísicas são possíveis, plausíveis e pertinentes sob um ponto de vista pluralista, deveremos considerar, primeiramente, algumas implicações.

Uma implicação relevante refere-se à uma perspectiva metodológica: ‘O que nos faz preferir uma ontologia a outra, uma vez que para a teoria física são ambas possíveis? Parece que teremos que buscar a resposta através de outros fatores que não apenas os pressupostos teóricos da mecânica quântica, o que, supostamente, nos direciona a assumir uma posição intermediária na tentativa de conciliar ciência e metafísica. Nesse sentido, estamos tratando de uma investigação que nos leva não apenas a considerar o que a teoria nos diz, mas também leva-nos a considerar que pressupostos metafísicos tradicionais, os quais já determinam as categorias ontológicas, estão de alguma forma envolvidos nas decisões *a priori* daquilo que será enfocado na teoria. Tentar responder esta questão acaba tornando-se como qualquer investigação metafísica, ou seja, também não é conclusiva. No entanto, estabelecer um contraponto entre as duas visões ontológicas, tradicional e naturalizada, parece indicar-nos um caminho mais construtivo [Para maiores detalhes, ver (ARENHART, 2012a); (ARENHART, 2012b)].

Outro aspecto que a discussão da não-individualidade promove, estende-se também a considerações sobre a concepção da realidade. Parece-nos que o retrato da realidade mostra-se confinado a domínios da experiência, já que as teorias e suas lógicas subjacentes estariam

confinadas a domínios de aplicação. Similarmente, acreditamos que a identidade ou mesmo a individualidade são conceitos que ‘funcionam’ melhor, se relativizarmos a suas aplicações.

Atrás dessa discussão revela-se um apelo ao domínio de realidade no qual encontra-se o pensamento de da Costa. Isto é, a partir da perspectiva de considerar, primeiramente, o domínio do discurso no qual aplicam-se os pressupostos que estão sendo questionados, no caso os não-indivíduos, a decisão em utilizar um determinado arcabouço teórico e axiomático de uma determinada estrutura, que permita explicar um determinado fenômeno físico, estaria respaldada na racionalidade da ciência e no conceito de ‘quase-verdade’⁴¹. Segundo o autor, o problema é como acomodar a prática científica em uma estrutura sustentada por uma lógica clássica. O conjunto de consequências de uma teoria inconsistente explodiria em trivialidade e o resultado seria desastroso: ‘uma anarquia lógica’. A alternativa seria utilizar um modelo teórico que desse conta de teorias consideradas em termos de estruturas parciais, oferecendo um modo direto e natural de acomodar as inconsistências. No caso de uma perspectiva epistêmica, as inconsistências teóricas podem ser consideradas como quase-verdade e aceitas como tal (DA COSTA E FRENCH, 2003, p. 85).

Na verdade, esse conceito baseia-se no fato de que, para cada problema específico, há um conjunto teórico (incluindo a lógica) de aplicação plausível e razoável e, nesse sentido, perde-se a objetividade nos moldes propostos pela física clássica, sobretudo, em relação à universalidade das leis físicas, aspecto comum no contexto clássico. Dependendo do domínio de aplicação da teoria, tal concepção de objetividade não se coloca mais, uma vez que não há uma única teoria para todos os sistemas físicos atuais, indicando-nos que deve-se construir um modelo matemático próprio para estudar uma porção da realidade, ou um sistema físico. De certa forma, parece ser este o procedimento do cientista: por exemplo, no caso da mecânica quântica, há um modelo para cada teoria, ou para os sistemas conceituais, que

⁴¹ O conceito ‘quase-verdade’ foi desenvolvido por da Costa, Mikenberg e Chuaqui inspirados, em parte, na teoria pragmática da verdade de C. S. Pierce. A noção de quase-verdade não destrói a concepção clássica da verdade na ciência, que seria a concepção correspondencial entre a teoria e a realidade na sua totalidade, ao contrário, procura contribuir para o entendimento das grandes teorias científicas que se apresentam conceitualmente incompatíveis [Para maiores detalhes sobre a teoria da quase-verdade, ver (BUENO, 2000); (DA COSTA E FRENCH, 2003); (KRAUSE, 2009)].

permite ao cientista interpretar os dados obtidos de modo ‘quase-verdadeiro’ e, ao retornar à realidade, ele diz como ela se comporta, reinterpretando-a.

Queremos dizer que determinadas teorias podem corresponder a uma porção de realidade, constituindo desta forma seu retrato parcial, onde tal teoria possa ser ‘verdadeira’ em certos domínios. No entanto, hoje em dia questiona-se, por exemplo, os domínios de aplicabilidade de certas teorias concomitantes e ‘verdadeiras’ como a mecânica quântica e a teoria da relatividade, as quais são aplicadas em grande escala, porém cada qual em seu domínio de aplicação.

Segundo nosso ponto de vista, a ocupação da ciência e da filosofia da ciência também tem seus domínios distintos. A preocupação da ciência ou da física consistiria, a princípio, na tentativa de capturar a realidade e em determinar a eficácia dos modelos teóricos conceituais utilizados para descrever e prever o comportamento do sistema físico estudado. E, a preocupação em dizer se uma teoria refere-se ou não a algo (existente) no mundo, faz parte daquilo que o filósofo da ciência se ocupa. Entretanto, isso não significa, necessariamente, que ambas andam disjuntas. Ao contrário, revela-se uma aproximação dialética entre as mudanças de aspectos lógicos e as consequências ontológicas.

Concordamos com os defensores de que a relação entre a física e a realidade, ou entre a realidade e a sua suposta descrição não se efetiva na sua totalidade no sentido correspondencial, ao contrário, as teorias tentam retratar um modelo de realidade à medida que são confinadas a domínios da experiência. Em alguns, a teoria correspondente é verdadeira, em outros, é falsa. Neste sentido, podemos dizer que a física mostra apenas uma possível leitura do que seja o real a partir das nossas teorias. Como as teorias estão em constante aprimoramento, essa leitura estará sempre aberta a alterações, assim como o caráter ontológico dos objetos particulares concebidos sob uma perspectiva naturalizada da metafísica. E, desse modo, saber a realidade daquilo que nos cerca ainda é um tema aberto que demanda investigação.

Da Costa defende que a escolha de teorias ‘quase-verdadeiras’ relativas ao mesmo campo de aplicação faz-se através de critérios pragmáticos que podem ser mensurados como, por exemplo, a simplicidade matemática e a intuitividade do modelo formulado (KRAUSE, 2009, p. 117). É nesse aspecto que dizemos que a escolha entre os pacotes metafísicos está sob uma esfera metafísica e não científica. Mas, juntamente com a escolha teórica, devemos dar conta do comprometimento ontológico que a teoria exige. Dessa forma, se escolhermos utilizar uma teoria quase-conjuntista, conseqüentemente,

nosso comprometimento ontológico é com a teoria com a qual estamos tratando.

Como tentamos mostrar, as mais variadas razões indicam uma tendência de se levar seriamente em conta aspectos metafísicos em ciência, não somente como uma argumentação filosófica, mas até mesmo de forma a alterar o estudo dos fundamentos lógicos de certas disciplinas. Ainda hoje, os físicos trabalham como se houvesse duas teorias paralelas da física quântica, pois as teorias comportam-se de modo efetivo apenas em seus respectivos domínios de aplicação, porém, ao se unificarem, não se compatibilizam formalmente, como é o caso das interpretações incompatíveis da mesma teoria, ou das teorias incompatíveis do mesmo domínio de aplicação. Claro que, os sistemas de teorias funcionam como um modelo, mas tratá-los logicamente em conjunto, isto é, com as implicações e as consequências lógicas que devem ser assumidas, ainda é um procedimento a ser alcançado pelo filósofo da ciência.

REFERÊNCIAS

- ABE, J. M. [2011]. **Aspectos de Lógica e Teoria da Ciência**. Instituto de Estudos Avançados da USP. Disponível em: <<http://www.iea.usp.br/iea/textos/livroaspectosdelogica.pdf>>. Acesso em: 10 abr. 2013.
- ALBERT, D. A.; NEY, A. (eds.) [2013]. **The Wave Function: essays on the metaphysics of quantum mechanics**. Oxford: Oxford Un. Press.
- ARENHART, J.R.B. [2012a]. **Ontological Frameworks for Scientific Theories**. *Foundations of Science*, v. 17, p. 339-356.
- _____. [2012b]. **Weak discernibility in quantum mechanics: does it save PII?** Forthcoming In: *Axiomathes*. doi: 10.1007/s10516-012-9188-x.
- _____. [2012c]. **Finite Cardinals in Quasi-set Theory**. *Studia Logica*, v. 100, p. 437-452.
- _____. [2011]. **Discussões sobre a Não-Individualidade Quântica**. 2011. 255 f. Tese (Doutorado em Filosofia) - Curso de Pós-Graduação em Filosofia, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- _____. [2008]. **Tópicos em Teoria de Quase-Conjuntos e Filosofia da Física Quântica**. 2008. 128 f. Dissertação (Mestrado em Filosofia) - Curso de Pós-Graduação em Filosofia, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- ARENHART, J.R.B.; KRAUSE, D. [2014]. **Contradiction, Quantum Mechanics, and the Square of Opposition**. (a aparecer em *Metascience*).
- _____. [2013]. **Classical logic or non-reflexive logic? A case of semantic underdetermination**. *Revista Portuguesa de Filosofia*, v. 68, p.73-86.
- _____. [2012a]. **Indistinguibilidade, não reflexividade, ontologia e física quântica**. *Scientiae Studia*, v. 10, n. 1, p. 41-69.

_____. [2012b]. **Why non-individuality? A discussion on individuality, identity, and cardinality in the quantum context.** Forthcoming in *Erkenntnis*. Doi: 10.1007/s10670-013-9429-4.

_____. [2009]. **Quantifiers and the Foundations of Quasi-Set Theory.** *Principia*, v. 13, n. 3, p. 251-268.

ARENHART, J.R.B.; MORAES, F.T.F. [2010]. **Estruturas, Modelos e os Fundamentos da Abordagem Semântica.** *Principia*, v. 14, n. 1, p. 15-30.

AUYANG, S.Y. [1995]. **How is Quantum Field Theory Possible?** New York: Oxford University Press.

BEN-MENACHEM, Y. [2006]. **Conventionalism.** Cambridge: Cambridge University Press.

BIBLIOTECA VIRTUAL – FAPESP Fundação de Amparo a Pesquisa do estado de São Paulo (Brasil). **Estudo de condensação de Bose-Einstein usando a teoria de campo médio.** Disponível em: <<http://www.bv.fapesp.br/pt/projetos-tematicos/1200/estudo-condensacao-bose-einstein-usando/>>. Acesso em: 02 dez. 2012.

BIBLIOTECA VIRTUAL – STANFORD ENCYCLOPEDIA OF PHILOSOPHY (E.U.A.). **The Identity of Indiscernibles.** First published Wed Jul 31, 1996; substantive revision Sun Aug 15, 2010. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/entries/identity-indiscernible/>>. Acesso em: 15 nov. 2012.

_____. **Measurement in Quantum Theory.** First published Tue Oct 12, 1999; substantive revision Wed Aug 22, 2007. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/entries/qt-measurement/>>. Acesso em: 15 abr. 2012.

_____. **Underdetermination of Scientific Theory.** First published Wed Aug 12, 2009. Winter 2009 Edition, Edward N. Zalta (ed.). Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/archives/win2009/entries/scientific-underdetermination/>>. Acesso em: 03 abr. 2012.

BIGAJ, T. [2013]. **Exchange Quantum Particles**. Forthcoming in: Pierre Edouard Bour, Gerhard Heinzmann, Wilfrid Hodges and Peter Schroeder-Heister (eds.), 14th CLMPS 2011, Proceedings, Philosophia Scientiae, v. 19, n. 1, March 2015. Disponível em: <http://academia.edu/3747814/Exchanging_quantum_particles>. Acesso em: 28 jun. 2013.

BLACK, M. [1952]. **The Identity of Indiscernible**. Mind, v. 61, p. 153-164.

BLACKBUM, S. [2002]. **Metaphysics**. Cap. 5, Westview Press.

BUENO, O. [2000]. **Quasi-truth in Quasi-set Theory**. Synthese, v. 125, n. 1-2, p. 33-53.

CAO, T.Y. [1999]. **Why are philosophers interested in quantum field theory?** In: Conceptual Foundations of Quantum Field Theory, Cambridge: Cambridge University Press.

CHATEAUBRIAND, O. [2003]. **Quine and Ontology**. Principia, v. 7, n. 1-2, p. 41-74.

CHIBENI, S. [1996]. **A Inferência Abdutiva e o Realismo Científico**. Cadernos de História e Filosofia da Ciência, série 3, v. 6, n. 1, p. 45-73.

da COSTA, N. C. A. [1993]. **Lógica Indutiva e Probabilidade**. 2ª. Ed., São Paulo: Hucitec/EDUSP.

_____. [1980]. **Ensaios sobre os Fundamentos da Lógica**. 2ª ed. (1994), São Paulo: Hucitec/EDUSP

da COSTA, N. C. A.; BUENO, O. [2012]. **Lógicas não-reflexivas**. Cosmo e Contexto, v. 7, Jun., 2012. Disponível em: <<http://www.cosmosecontexto.org.br/?p=1474>>. Acesso em: 10 dez. 2012.

da COSTA, N. C. A. et al. [2012]. **Sobre uma fundamentação não reflexiva da Mecânica Quântica**. Scientiae Studia, v. 10, n. 1, São Paulo. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/S1678-31662012000100004>>. Acesso em: 04 fev. 2013.

da COSTA, N. C. A.; FRENCH, S. [2003]. **Science and Partial Truth: A Unitary Approach to Models and Scientific Reasoning**. Oxford: Oxford Un. Press.

da COSTA, N. C. A.; BÉZIAU, J.Y.; BUENO, O. [1995]. **What is Semantics? - A Brief Note on a Huge Question**. *Sorites*, p. 43-47.

da COSTA, N. C. A.; KRAUSE, D. [1994]. **Schrödinger Logics**. *Studia Logica*, v. 53, n.4, p. 533-550.

CURRY, H. B. [1977]. **Foundations of mathematical logic**. New York: Dover.

DALLA CHIARA, M. D. *et al.* [1998]. **Quasi-set Theories for Micro-objects: A Comparison**. *In: Interpreting Bodies*, ed. E. Castellani, v. 8, p. 142-152. New Jersey: Princeton University Press.

DALLA CHIARA, M. L.; TORALDO DI FRANCIA, G. [1995]. **Quine – On Physical Objects**. *In: On Quine: New Essays*, ed. P. Leonardi, v. 7, p. 104-112. Cambridge: Cambridge University Press.

DOMENECH, G.; et al. [2009]. **No Labeling Quantum Mechanics of Indiscernible Particles**. *Int. J. Theor. Physics*, v. 49, n. 12, p. 3085-3091.

DOMENECH, G.; HOLIK, F. [2007]. **A Discussion On Particle Number Quantum Indistinguishability**. *Foundations of Physics*, v. 37, n. 6, p. 855-878.

DORATO, M.; MORGANTI, M. [2013]. **Grades of Individuality. A pluralistic view of identity in quantum mechanics and in the sciences**. *Philosophical Studies*, v. 163, n. 3, p. 591-610.

FALKENBURG, B. [2007]. **Particle Metaphysics: A Critical Account of Subatomic Reality**. Berlin: Springer.

FRENCH, S. [2011]. **Metaphysical Underdetermination: why worry?** *Synthese*, v. 180, p. 205-221.

_____. [2000]. **Identity and Individuality in Quantum Theory**. *In: Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Disponível em:

<<http://plato.stanford.edu/entries/qt-idind/>>. First published Tue Feb 15, 2000; substantive revision Fri Jan 20, 2006. Acesso em: 19 jul 2012.

_____. [1998]. **On the withering away of Physical Objects**. *In*: *Interpreting Bodies*, ed. E. Castellani, v. 6, p. 93-113. New Jersey: Princeton University Press.

FRENCH, S.; KRAUSE, D. [2010]. **Remarks on the Theory of Quasi-Sets**. *Studia Logica*, v. 95, p. 97-120.

_____. [2006]. **Identity in Physics: A Historical, Philosophical and Formal Analysis**. Oxford: Oxford University Press.

FRENCH, S.; LADYMAN, J. [2003]. **Remodelling Structural Realism: Quantum Mechanics and the Metaphysics of Structure**. *Synthese*, v. 136, p. 31-56.

FRENCH, S.; RICKLES, D. [2003]. **Understanding Permutation Symmetry**. *In*: *Symmetries in Physics – Philosophical Reflections*, eds. K. Brading and E. Castellani, p. 212-238, Cambridge: Cambridge University Press.

GISIN, N. [2009]. **Quantum nonlocality: how does Nature perform the trick?** *Science*, v. 326, p. 1357. Disponível em: <<http://arXiv:0912.1475v1>>. [quant-ph], 8 Dec. 2009. Acesso em: 12 jun 2013.

GRIFFITH, D.J. [1995]. **Introduction to Quantum Mechanics**. New Jersey: Prentice Hall Inc.

HOWARD, D.; *et al.* [2011]. **The Physics and Metaphysics of Identity and Individuality**. *Metascience*, v. 20, p. 225-251.

HUGHES, R.I.G. [1992]. **The Structure and Interpretation of Quantum Mechanics**. Massachusetts: Harvard University Press.

KNEEBONE, G. T. [1963]. **Mathematical Logic and the Foundations of Mathematics**. London: Van Nostrand.

KRAUSE, D. [2012]. **Paraconsistent Quasi-Set Theory**. Disponível em: <http://philsci-archive.pitt.edu/9053/1/Kra_ParacQset.pdf>. Acesso

em: 12 jul 2012.

_____. [2011]. **Tópicos em Ontologia Analítica**, no prelo.

_____. [2011a]. **Is Priscilla, the trapped positron, an individual? Quantum physics, the use of names, and individuation**. *Arbor Ciencia, Pensamiento y Cultura*, v. 187-747, enero-febrero, p. 61-66.

_____. [2010]. **Logical Aspects of Quantum (Non-)Individuality**. *Foundations of Science*, v. 15, n. 1, p. 79-94.

_____. [2009]. **Newton da Costa e a Filosofia da Quase-Verdade**. *Principia*, v. 13, n. 2, p. 105-28.

_____. [2009a]. **Questões a uma Teoria de Quase-Objetos**. Disponível em: <http://www.ifcs.ufrrj.br/~cehc/Artigos/decio%20krause/22+1.pdf>. Acesso em: 20 dez. 2012.

_____. [2005]. **Separability and Non-Individuality: Is it possible to conciliate (at least a form of) Einstein's realism with quantum mechanics?** *Philpapers – online research in philosophy*. Edited by David Bourget and David Chalmers. Disponível em: <http://philpapers.org/s/krause>. Acesso em: 04 set. 2010.

_____. [2005a]. **Structures and structural realism**. *Logic Journal of IGPL*, v. 13, n. 1, p. 113-126.

_____. [2004]. **Lógica Paraconsistente**. *Science American Brasil*, Duetto Editorial, Ed. Nov., p.70-77.

_____. [2002]. **Introdução aos Fundamentos Axiomáticos da Ciência**. São Paulo: EPU.

_____. [2002b]. **Lógica Sortal e Física Quântica**. *In: Linguagem e Filosofia. Anais do Segundo Simpósio Internacional Principia*. Cupani, A. O. e Mortari (orgs.), C. A., NEL/UFSC, Florianópolis, Col. Rumos da Epistemologia, v. 6, p. 23-42.

KRAUSE, D.; ARENHART, J.R.B. [2013a]. **Perspectivism in Philosophy of Science: A Case-Study in Quantum Physics**. *Scientiae*

Studia, v. 11, n. 1, p. 159-183.

_____. [2013b]. **Logical Reflections on the Semantic Approach**. Disponível em: <<http://www.cfh.ufsc.br/~dkrause/pg/WorkProgress/SemApproach.pdf>>. Acesso em: 03 mai. 2013.

_____. [2012]. **Individuality, quantum physics and metaphysics of non-individuals: the role of the formal**. Disponível em: <<http://philsci-archive.pitt.edu/9220/>>. Acesso em: 05 set. 2012.

KRAUSE, D.; ARENHART, J.R.B.; MORAES, F.T.F. [2011]. **Axiomatization and Models of Scientific Theories**. Foundations of Science. DOI: 10.1007/s10699-011-9226-y.

KRAUSE, D.; BECKER, J. [2006]. **Hume, Schrödinger e a individuação de objetos físicos**. Revista Eletrônica Informação e Cognição, v. 5, n. 2, p. 59-71.

KRAUSE, D.; VIDEIRA, A.A.P. (eds.) [2011]. **The metaphysics of non-individuality**. In: Brazilian Studies in Philosophy and History of Science: An Account of Recent Works. Springer: Boston Studies in Philosophy of Science, v. 290, p. 257-267.

KUHN, T.S. [1992]. **A Estrutura das Revoluções Científicas (1970)**. 3ª. Ed. São Paulo: Perspectiva.

KUMAR, M. [2008]. **Quantum: Einstein, Bohr and the great debate about the nature of reality**. 1st. Ed. New York: W.W. Norton & Company, Inc.

KUNEN, K. [2009]. **The Foundations of mathematics**. London: College Publications.

LADYMAN, J. [2007]. **Structural Realism**. In: Stanford Encyclopedia of Philosophy. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/entries/structural-realism/>>. Acesso em: 16 set. 2010.

LADYMAN, J.; BIGAJ, T. [2010]. **The Principle of the Identity of Indiscernibles and Quantum Mechanics**. In: Philosophy of Science, v.

77, p. 117-136.

LADYMAN, J.; ROSS, D. [2007]. **Everything must go: Metaphysics Naturalized**. Oxford: Oxford University Press.

LEIBNIZ, G. W. [2004]. **Novos Ensaios sobre o Entendimento Humano**. Trad. Luiz João Baraúna, versão: Paris, 1966. *In: Os Pensadores*, São Paulo: Nova Cultural.

LEVY-LEBLOND, J. M. ; BALIBAR, F. [1990]. **Quantics: rudiments of quantum physics**, Amsterdam: North-Holland.

LOWE, E. J. [2012]. **Non-Individuals**. Conference on ‘Individuals Across Sciences: A Revisionary Metaphysics?’ Paris, 18-20 May 2012.

_____. [2009]. **More Kinds of Being: A further study of Individuation, Identity, and the Logic of Sortal Terms**. Oxford: Wiley-Blackwell Press.

_____. [2002]. **A Survey of Metaphysics**. Oxford: Oxford University Press.

_____. [1998]. **A Possibility of Metaphysics: Substance, Identity and Time**. Oxford: Clarendon Press.

MORGANTI, M. [2009]. **Inherent properties and statistics with individual particles in Quantum Mechanics**. *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, v. 40, p. 223-231.

MULLER, F. A.; SAUNDERS, S. [2008]. **Discerning Fermions**. *British Journal for the Philosophy of Science*, v. 59, p. 499-548.

MULLER, F. A.; SEEVINCK, M. P. [2009]. **Discerning Elementary Particles**. *Philosophy of Science*, v. 76, n. 2, p. 179-200.

MURR, C. E. [2010]. **Física Quântica e Objetividade Científica: Algumas Ideias Filosóficas de Erwin Schrödinger**. 2010. 162 f. Dissertação (Mestrado em Filosofia) - Curso de Pós-Graduação em Filosofia, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

OLIVEIRA, M.J. [2005]. **Termodinâmica**. São Paulo: Editora Livraria da Física.

PAVICIC, M. [1992]. **A new axiomatization of unified quantum logic**. *Int. J. Theo. Physics*, v. 31, p. 1753-66.

PESSOA JR., O. [2006]. **Conceitos de Física Quântica**, vol. 2, 2ª Ed., São Paulo: Editora Livraria da Física.

_____. [2005]. **Conceitos de Física Quântica**, vol. 1, 2ª Ed., São Paulo: Editora Livraria da Física.

POST, H. [1963]. **Individuality and Physics**. *Vedanta for East and West*, 1973, v. 132, p. 14-22.

QUINE, W. v. O. [1961]. **On what there is**: The Review of Metaphysics. v. 2, p. 21-38. Reprinted with additions, *In: From a Logical Point of View*, pp. 1-19.

REDHEAD, M.; TELLER, P. [1992]. **Particle Labels and the Theory of Indistinguishable Particles in Quantum Mechanics**. *British Journal for the Philosophy of Science*, v. 43, p. 201-218.

SAUNDERS, S. [2009]. **Identity**. *In: Compendium of Quantum Physics: Concepts, Experiments, History and Philosophy*. Friedel Weinert, Klaus Hentschel, Dan Greenberger, (eds.), Springer-Verlag.

_____. [2006]. **Are Quantum Particles Objects?** *Analysis*, v. 66, p. 52-63.

SCHRÖDINGER, E. [1952], **Science and the Humanism**. Cambridge: Un. Press.

_____. [1935]. **Science and the Human Temperament**. Latimer Trend and Co. Plymouth, Great Britain.

SOUZA E BRITO, A. A. [2008]. **‘Flogisto’, ‘Calórico’ & ‘Éter’**. *Ciência e Tecnologia dos Materiais*, v. 20, n. 3/4, Lisboa. Disponível em: <http://www.scielo.oces.mctes.pt/pdf/ctm/v20n3-4/v20n3-4a08.pdf>. Acesso em: 14 jun. 2012.

STEINLE, W. [2006]. **Estudos sobre o realismo estrutural**. 2006. 150 f. Dissertação (Mestrado em Filosofia) - Curso de Pós-Graduação em Filosofia, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

TELLER, P. [1998]. **Quantum Mechanics and Haecceities**. *In: Interpreting Bodies*, ed. E. Castellani, v. 7, p. 114 -141. New Jersey: Princeton University Press.

van FRAASSEN, B. C. [1991]. **Quantum Mechanics: An empiricist View**. Oxford: Clarendon Press.

VIDEO – **A Boy And His Atom: The World's Smallest Movie** [2013]. Produzido pela IBM. (1:34 min.) Son., Color, Formato: Stop motion. IBM Almaden, Califórnia. Disponível em: <<http://exame.abril.com.br/tecnologia/noticias/ibm-produz-menor-filme-do-mundo-com-atomos>>. Acesso em 06 mai. 2013.

VIRVIDAKIS, S.; KINDI, V. [2013]. **Quietism**. Oxford Bibliographies. Disponível em: <<http://www.oxfordbibliographies.com/view/document/obo-9780195396577/obo-9780195396577-0184.xml?rskey=W1ZSNF&result=1&q=quietism#firstMatch>>. Acesso em: 28 jul. 2013.

WEBER, M. [2012]. **Experiment in Biology**. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/entries/biology-experiment/>>. Acesso em: 14 jun. 2012.

WILCZEC, F. [1991]. **Anyons**. Scientific American, vol. 264, ed. 5.