S. Paulo, 10 de Outubro de 1923

Vol. I

N.º 2

2

Revista da ociedade de Educação

SUMMARIO

ASSIGNATURA ANNUAL - 12$000

MONTEIRO LOBATO & COMP.

S. PAULO EDITORES BRASIL

Para Publicações:
DR. A. DE ALMEIDA JUNIOR
Rua das Flores, 11
Teleph. Central 2456

Para Assignaturas e Annuncios:
MONTEIRO LOBATO & C.
Rua Victoria, 47

S. Paulo, 10 de Outubro de 1923.

Vol. I N.º 2

Revista da Sociedade de Educação

PUBLICA-SE DE DOIS EM DOIS MEZES

Monteiro Lobato & C.ª
Editores São Paulo

se congressos de ensino e, o que mais é, congressos de geographia, e as coisas permanecem na mesma, ou peoram, como, por obra do vigente processo de exame, actualmente succede. E' lamentoso e é vexatorio. A propria concepção da geographia é entre nós frequentemente erronea, mesmo entre homens de responsabilidades intellectuaes. Aos professores cumpre contra tal situação reagir. A geographia, embora nova, já não o é tanto que a possamos sem vexame desconhecer!

Agosto de 1923.

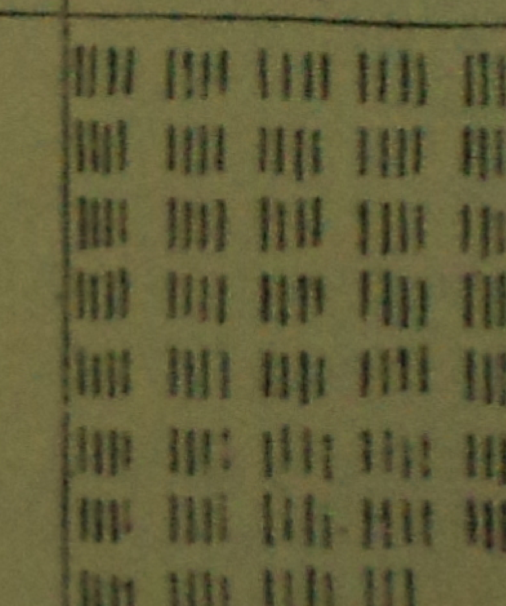
ENSINO CONCRETO DA MUDANÇA DE BASE

(CURSO COMPLEMENTAR)

Prof. José Ribeiro Escobar
Lente de mathematica da Escola Normal da Capital

DO SYSTEMA DECIMAL PARA OUTRO QUALQUER

Tenho cento e cincoenta e cinco tornos:

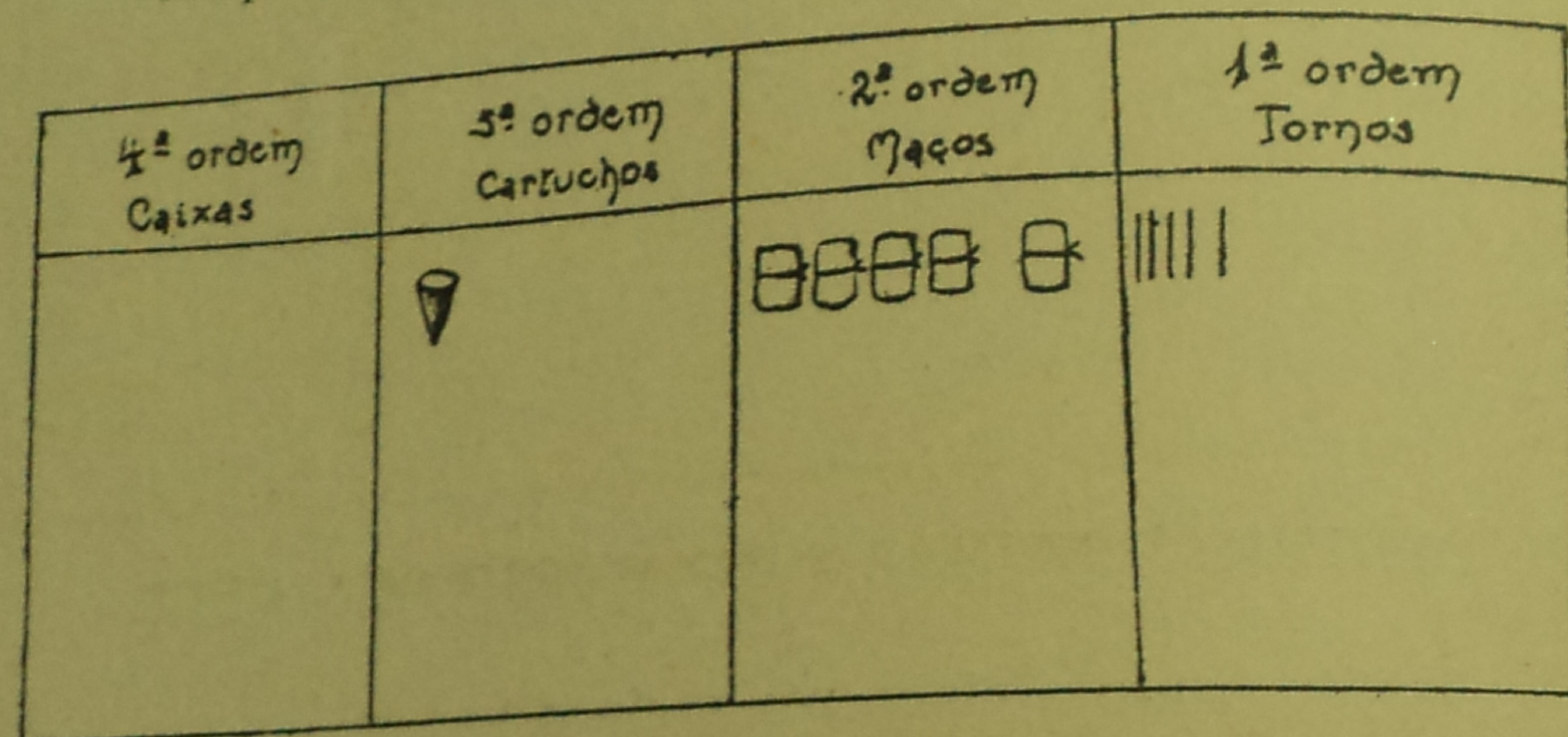
4ª ordem Caixas	3ª ordem Cartuchos	2ª ordem Maços	1ª ordem Tornos
			

Quadro n. 1 — Systema decimal

Si quizermos escrever esse numero, isto é, ver quantas unidades de 1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª ordem elle contém e representar tudo isso por algarismos, basta lembrarmo-nos da convenção da numeração decimal: dez unidades de uma ordem formam uma de ordem immediatamente superior.

Assim, 155 formam 15 unidades de 2.ª ordem e restam 5 unidades de 1.ª; as 15 unidades de 2.ª ordem formam 1 de 3.ª e restam 5 de 2.ª; então: 1 de 3.ª, 5 de 2.ª e 5 de 1.ª ou: 1 centena, 5 dezenas e 5 unidades;

Graphicamente:



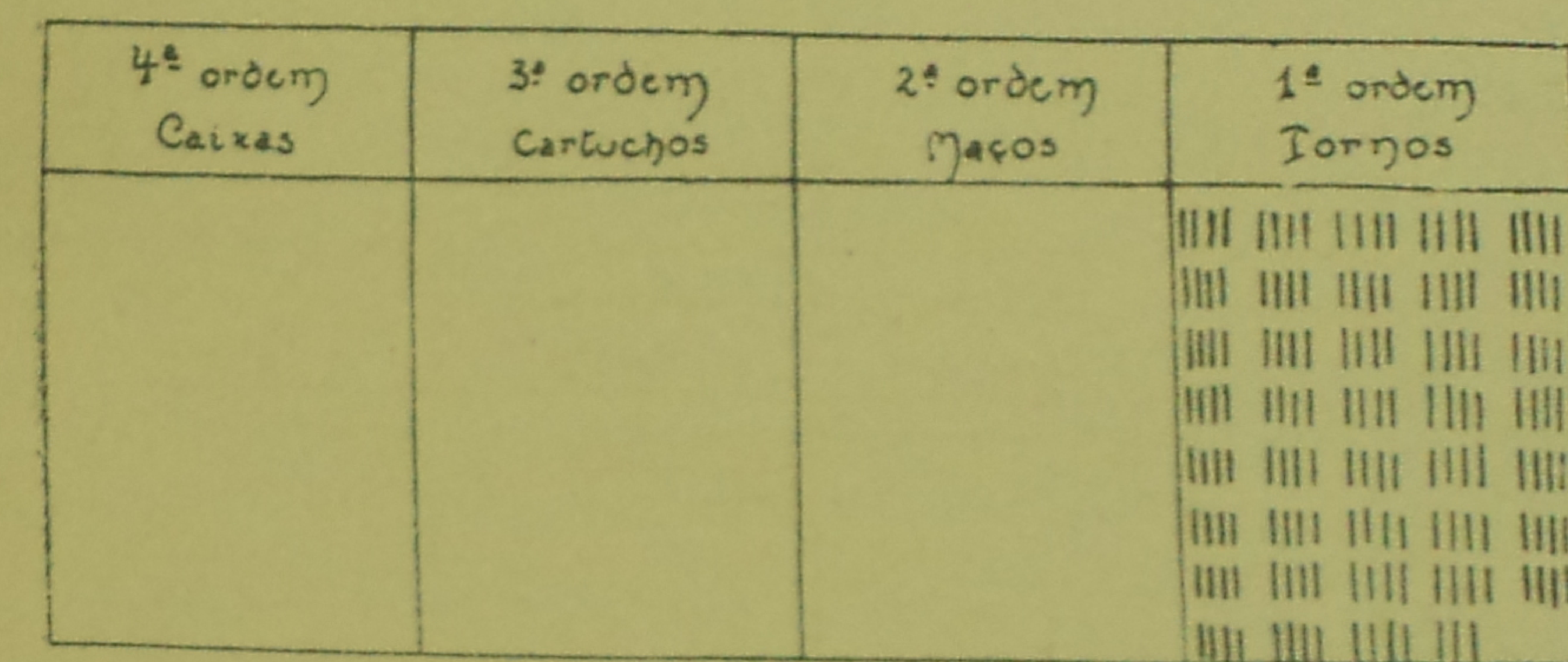
Quadro n. 2 — Systema decimal

Mas si a convenção fosse esta: quatro unidades de uma ordem formam uma de ordem immediatamente superior? Isto é, si o systema de numeração fosse quaternario, de base 4, como eu escreveria o numero 155? Como faria a mudança de base?

Para isso é preciso ver o numero 155 da base decimal quantas unidades de 1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª ordem contém na base quaternaria.

Retomemos o quadro 1: ahi estão os 155 tornos: são 155 unidades de 1.ª ordem, em qualquer systema, quer seja a base 10, 4, 2 ou 5, si bem que as enuncie ou escreva differentemente. O que varia não é a 1.ª ordem, mas a 2.ª, a 3.ª, etc, porque num systema, seis unidades de uma ordem fazem uma de ordem immediatamente superior; noutro systema são precisos 10, noutro 8, ou 4 ou 7 ou 12, para formarem uma unidade immediatamente superior.

Disto concluimos que 155 unidades de 1.ª ordem do systema decimal são 155 unidades de 1.ª ordem do systema quaternario. Então:



Quadro n. 3 — Systema quaternario

Si temos 155 unidades de 1.ª ordem do systema quaternario, falta-nos ver quantas unidades de 2.ª, 3.ª, 4.ª ordem contém nesse systema, para podermos escrever o numero.

Vamos ver quantas de 2.ª contém.

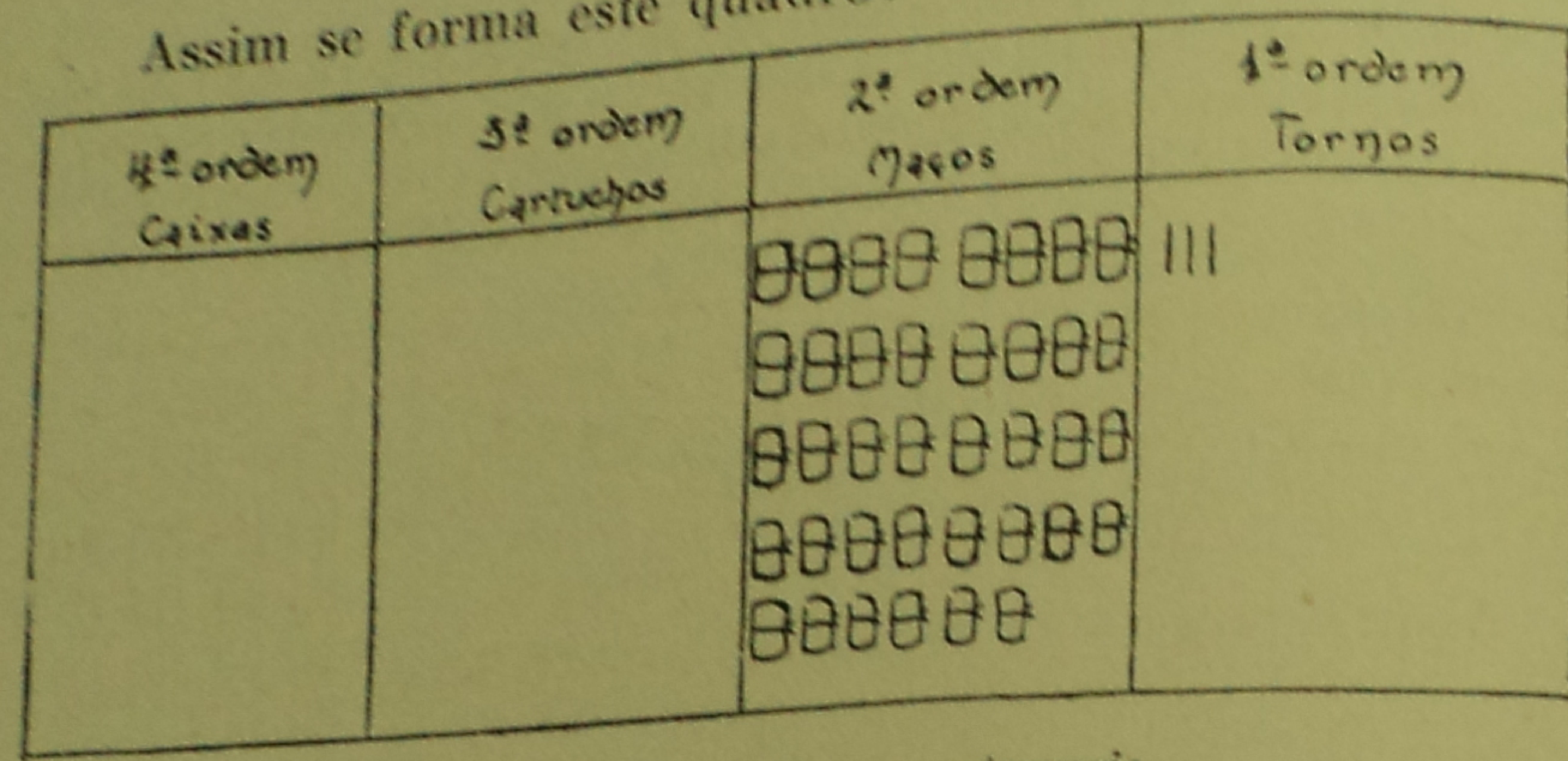
A convenção da numeração falada do systema quaternario é: quatro unidades de uma ordem formam uma de ordem immediatamente superior; ou, concretizando: quatro tornos formam um maço.

Concretamente: vamos ver 155 tornos quantos maços contém, isto é, quantos 4 tornos contém. Enleiando cada 4 tornos e formando maços, vemos que 155 tornos contém 38 maços e restam 3 tornos.

Abstractamente: vamos ver 155 unidades de 1.ª ordem quantas de 2.ª ordem contém, isto é, quantos 4 contém. A operação que mostra quantas vezes um numero contém outro é a divisão:

Deu 38 unidades de 2.ª ordem e restam 3 unidades de 1.ª ordem.

Assim se forma este quadro:



Quadro n. 4 — Systema quaternario

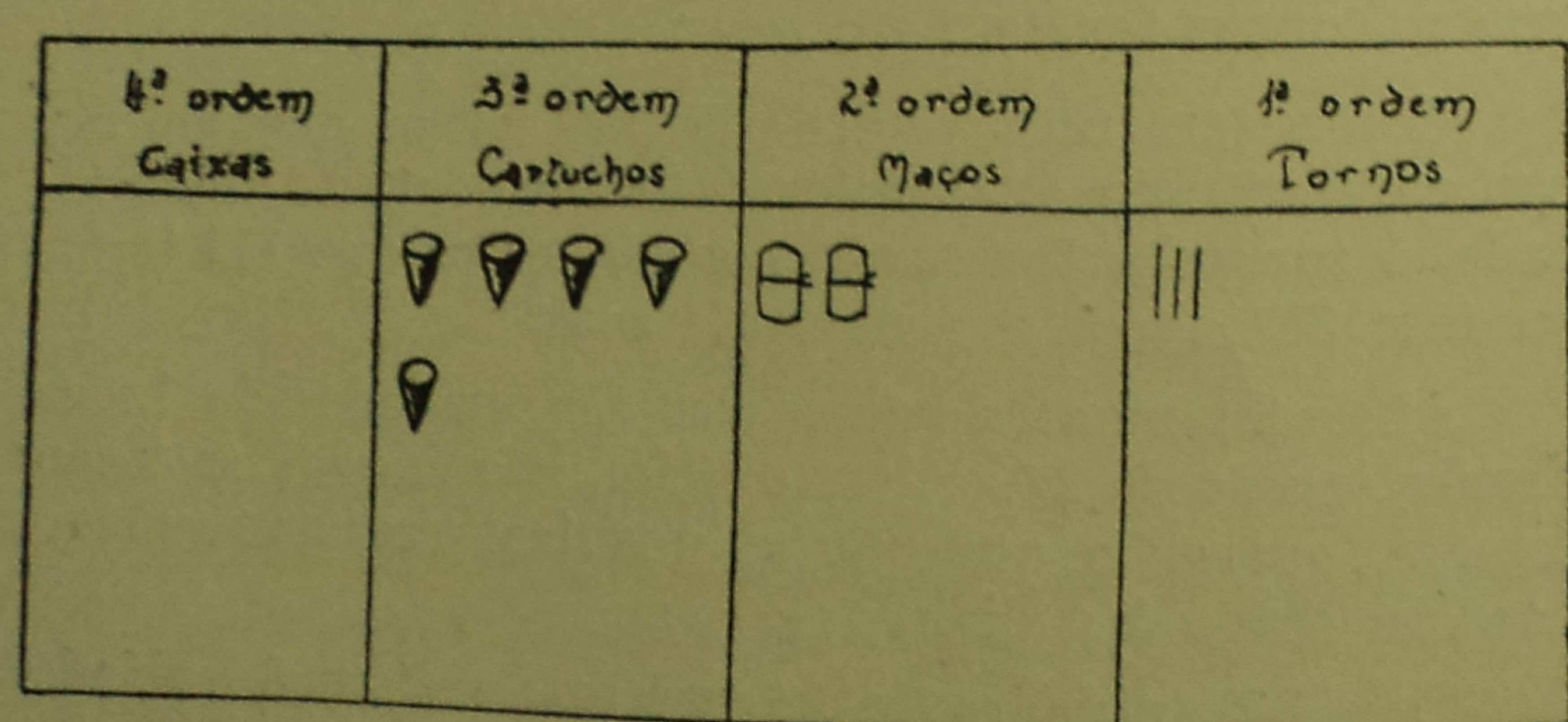
Vimos que 155 contém 3 unidades de 1.ª ordem e 38 de 2.ª; como 4 unidades de uma ordem formam 1 de ordem immediatamente superior, essas 38 de 2.ª ordem contém unidades de 3.ª ordem. Procuremol-as.

Concretamente: Vamos ver nesses 38 maços quantos cartuchos se podem encher, ou quantos 4 maços ha. Vamos enchendo os cartuchos com cada 4 maços e vemos que são 9 cartuchos e restaram 2 maços.

Abstractamente: Vamos ver essas 38 unidades de 2.ª ordem quantas unidades de 3.ª contém ou quantos 4 de 2.ª ordem contém. A operação que mostra quantas vezes um numero contém outro é a divisão:

Deu 9 unidades de 3.ª ordem e restaram 2 de 2.ª.

E o quadro é este agora:



Quadro n. 5 — Systema quaternario

155 tem pois 3 unidades de 1.ª ordem, 2 de 2.ª e 9 de 3.ª; como quatro unidades de uma ordem formam uma de ordem immediatamente superior, essas 9 unidades de 3.ª ordem contém unidades de 4.ª ordem. Procuremol-as.

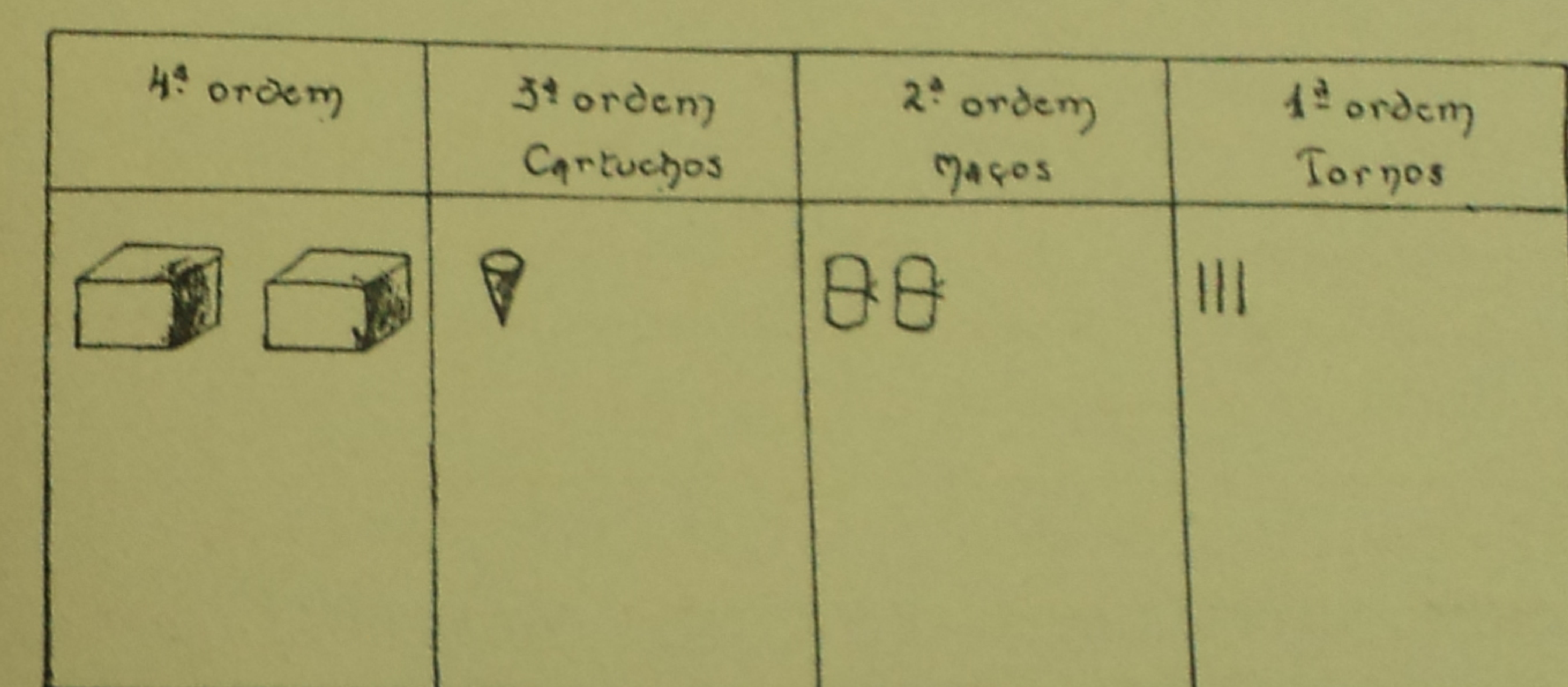
Concretamente: vamos ver, com esses 9 cartuchos quantas caixas encherei, ou 9 cartuchos quantos 4 cartuchos contém. Vejo praticamente que encho 2 caixas e resta 1 cartucho.

Abstractamente: vamos ver 9 unidades de 3.ª ordem quantas de 4.ª ordem contem, isto é, quantas 4 unidades de 3.ª ordem contem.

A operação é a divisão:

Vimos que são 2 unidades de 4.ª ordem, sobrando 1 unidade de 3.ª.

O quadro fica assim:



Quadro n. 6 — Systema quaternario

155 tem pois no systema quaternario, 3 unidades de 1.ª ordem; 2 de 2.ª; 1 de 3.ª, e 2 de 4.ª. Escrevamos, começando das unidades de ordem mais elevada, como já sabemos: 2123.

Attentando bem nos raciocinios e nas operações decorrentes, tiramos a regra para passar um numero do systema decimal para outro:

1.°) Dado um numero no systema decimal: o numero de unidades de 1.ª ordem que elle contem é o mesmo numero de unidades de 1.ª ordem em qualquer systema.

2) Para achar as unidades de 2.ª ordem no systema designado para a mudança, divide-se o numero pela base desse systema; o resto é de 1.ª ordem.

3) Para achar as unidades de 3.ª ordem, dividem-se as de 2.ª pela mesma base; o resto é de 2.ª ordem.

4) O mesmo se faz para as outras ordens.

5) Forma-se o numero, escrevendo-se os restos do ultimo para o primeiro; isto é, escrevem-se as unidades restantes começando das ordens mais elevadas para as menos elevadas.

A disposição pratica é esta:

```
155 |_4_
 35  38 |_4_
  3   2   9 |_4_
          1   2
```

DE UM SYSTEMA QUALQUER PARA O DECIMAL

Temos o numero 2123 escripto no systema quaternario e queremos escrevel-o no systema decimal.

Sendo o numero de unidades de 1.ª ordem no systema quaternario o mesmo numero de unidades de 1.ª ordem no decimal, claro é que precisamos transformar as unidades de todas as ordens de 2123, numero no systema quaternario, só em unidades de 1.ª ordem.

O quadro de 2.123 no systema quaternario é este:

4ª ordem	3ª ordem Cartuchos	2ª ordem Maços	1ª ordem Tornos

Quadro n. 6 — Systema quaternario

Concretamente: 1 caixa vale 4 cartuchos e 2 caixas valerão 2×4 ou 8 cartuchos; com 1 cartucho solto são 9 cartuchos.

Com as ordens, abstractamente: 1 unidade de 4.ª ordem vale 4 unidades de 3.ª, logo 2 de 4.ª $= 2 \times 4 = 8$ de 3.ª, com mais 1 de 3.ª são 9 de 3.ª. Que fizemos? Multiplicámos as unidades de 4.ª ordem pela base e sommámos com as de 3.ª ordem

Vejamos como o quadro fica:

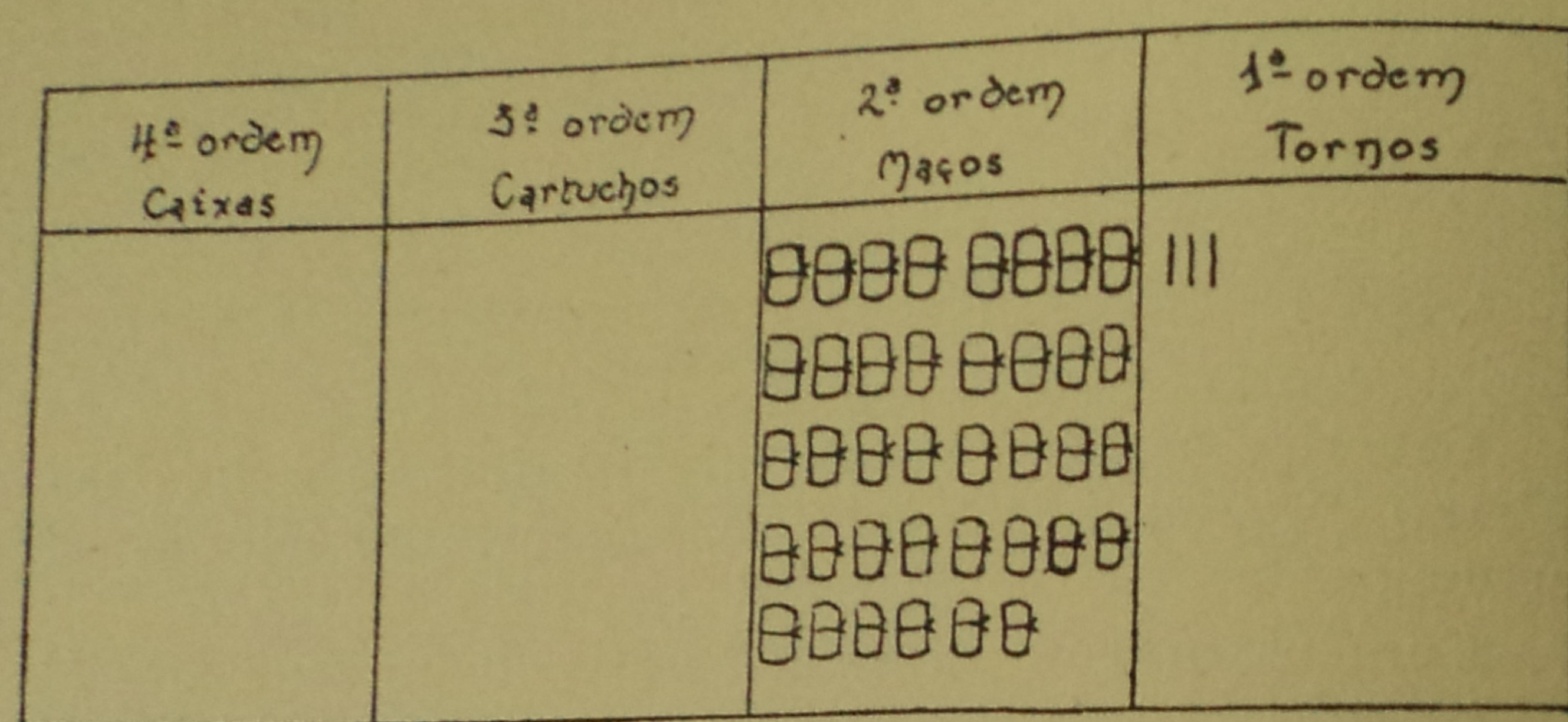
4ª ordem Caixas	3ª ordem Cartuchos	2ª ordem Maços	1ª ordem Tornos

Quadro n. 5 — Systema quaternario

Si 1 cartucho vale 4 maços, 9 cartuchos valem 9 × 4 ou 36 maços; com os 2 maços avulsos, temos 38 maços.

Do mesmo modo: si 1 unidade de 3.ª ordem vale 4 unidades de 2.ª, 9 de 1.ª valem 9×4 ou 36 de 2.ª; com as 2 de 2.ª são 38. Multiplicámos as 9 unidades de 3.ª pelo numero da base e sommámos com as unidades da ordem seguinte.

Eis o quadro:

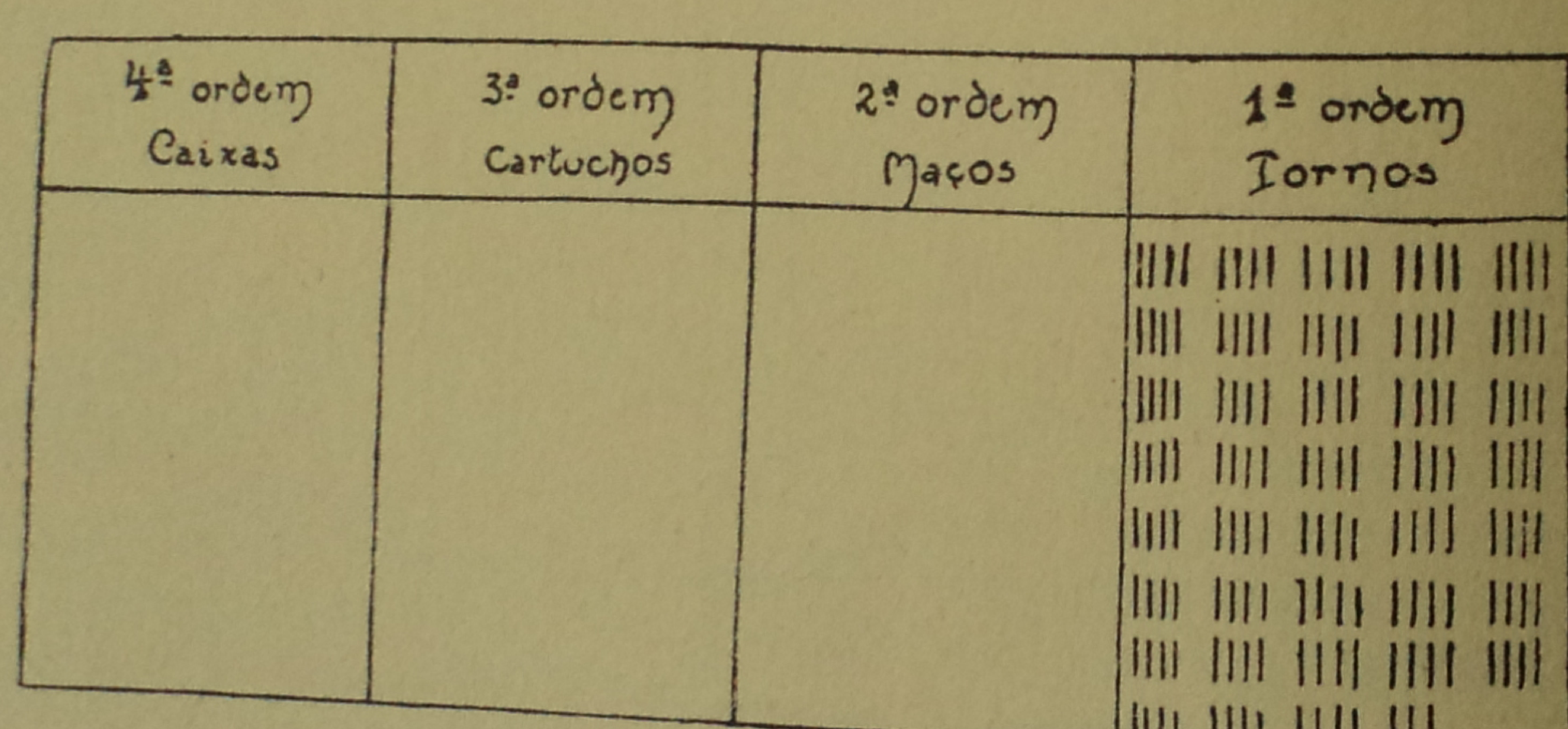


Quadro n. 4 — Systema quaternario

Si 1 maço contem 4 tornos, 38 maços contem 38×4 ou 152 tornos; com os 3 tornos existentes são 155 tornos.

Analogamente: si 1 unidade de 2.ª ordem é igual a 4 de 1.ª, 38 de 2.ª = 38×4 de 1.ª ou 152 de 1.ª; com 3 de 1.ª, temos 155 de 1.ª ordem.

Olhemos o quadro:



Quadro n. 3 — Systema quaternario

Assim o numero 2123 escripto no systema quaternario passa a ser 155 no decimal.

Evocando os raciocinios e generalisando os calculos, induz-se a regra: multiplica-se o numero de unidades da ordem mais alta pela base do systema em que o numero está e somma-se com o numero de unidades da ordem seguinte; multiplica-se esse numero achado pela mesma base e somma-se com o numero de unidades da ordem seguinte; e assim por diante.

A disposição é esta:

$$
\begin{array}{r}
2123 \\
\times\ 4 \\ \hline
8 \\
+\ 1 \\ \hline
9 \\
\times\ 4 \\ \hline
36 \\
+\ 2 \\ \hline
38 \\
\times\ 4 \\ \hline
152 \\
+\ 3 \\ \hline
155
\end{array}
$$

APPLICAÇÕES DIDACTICAS

(METHODO NO ENSINO DA MATHEMATICA)

Dr. Sampaio Doria
Lente de Pedagogia e Psychologia da Escola Normal da Capital

NORMAS DIDACTICAS SUPREMAS

Os elementos essenciaes do methodo de ensino se resumen nas seguintes normas:

1.º — observarem os alumnos as realidades que aprendem;

2.º — determinar o professor quaes e em que ordem se succedem as realidades a serem ensinadas;

3.º — encaminhar o professor a observação dos alumnos, de modo que adquiram estes, por leis de analyse, suavemente, os conhecimentos novos.

GRAUS DE INTUIÇÃO

Não desfitemos, egualmente, os olhos dos gráos deste methodo, que denominamos *intuitivo analytico*:

1.º gráo, a intuição immediata, que se caracteriza pela presença real do objecto do ensino ao espirito do estudante;

2.º gráo, a intuição mediata, que consiste em evocar o professor, no cerebro dos alumnos, impressões que elles já conheçam, e combinal-as de modo que gerem a idea desconhecida. As impressões evocadas devem ter sido adquiridas pela intuição immediata. E o instrumento que realiza estas evocações, é a palavra.

APPLICAÇÃO A' MATHEMATICA

Supponhamos ser mathematica o objecto da aula. Ou ella será explicada, mediante as tres normas intuitivas, acima referidas, ou o professor, sobre não saber ensinar, incute, nos seus alumnos, o preconceito de que não dão para mathematica.

Tomemos quatro noções variadas, que se pretendem ensinar. A applicação didactica, que lhe fizermos, se poderá egualmente fazer no ensino de quaesquer outras.

Sejam:

1.º) a taboada de multiplicar;

2.º) nas divisões exactas, o dividendo é egual ao divisor pelo quociente;

3.º) o numero que dividir egualmente as parcellas de uma somma, dividirá egualmente esta somma;

4.º) o valor do angulo inscripto é o da metade do arco comprehendido entre os seus lados.

1.º — O ENSINO DA TABOADA

O grande mal, ainda hoje, das escolas atrazadas é a decoração. Decorar a taboada, a secco, em toada, ou seja como for, é uma infracção ás leis naturaes. Como tudo, a taboada se ensina pelo unico methodo de ensino, que é a intuição analytica.

Trata-se de ensinar que tres vezes cinco são quinze.

Comece o professor pondo á disposição dos escolares, tornos, caroços de milho, grãos de café, pequenos objectos. As crianças organizam tres grupos de cinco tornos, e os contam. Verificam que 3 grupos de 5 tornos são 15 tornos. Repetem a observação com grãos de café, pedrinhas, caroços de feijão. Sempre 3 grupos de 5, seja o que for, são 15. Isto é, 3 vezes 5 são 15.

A noção resultou, suavemente, da observação pessoal dos aprendizes. Foi a consequencia de uma analyse, segundo a lei conhecida: — o que se repete em cousas variadas tende a ser objecto de consciencia distincta.

A regra vem opportuna neste momento, vem nomear uma noção, adquirida pessoalmente pelos proprios alumnos.

O mesmo se pode fazer para as demais regras da taboada. Nem é preciso, no ensino della, a consideração insulada da de sommar, depois a de diminuir, em seguida a de multiplicar, e, por fim, a de dividir.

Comprindo ao professor, escolher o que devem as crianças observar, poderá, no ensino da taboada, dar a somma e a subtração, a de multiplicar e a de dividir simultaneamente.

Em resumo:

1.º) condemna-se, sem appello, a decoração inicial da taboada;

2.º) aprendam os alumnos concretamente, sob a superintendencia do professor.

2.º — O ENSINO DE PRINCIPIOS MATHEMATICOS

Trata-se, agora, numa classe mais adeantada, de ensinar que, nas divisões exatas, o dividendo é egual ao divisor pelo quociente.

O mal, hoje como sempre, nas escolas rotineiras, é a memoriação de formulas. Ennunciam-se os principios, e, no dia seguinte, toma-se a lição. Os alumnos os decoram, sem ter, no cerebro, a imagem das realidades que elles designam. No entanto, podem as creanças aprendel-os suavemente, por observação pessoal.

Digamos que o professor aggrupou 10 laranjas, ou qualquer outro objecto. Annuncia que vae repartil-as em partes eguaes, por dois meninos. E o faz. Cada menino recebeu cinco laranjas. Como já sabem a taboada, facil lhes será verificar que o numero de laranjas, recebidas por cada menino, multiplicado pelo numero de meninos por que se repartiram as laranjas, é egual ao numero total das laranjas do grupo. Pode dar o nome ás cousas: o grupo que se vae dividir, se chama *dividendo;* o numero de pessoas por quem se reparte, se denomina *divisor,* e ao numero egual de cousas que cabe a cada pessoa por quem se reparte, se dá o nome de *quociente.* Verificam, então, que, no caso experimentado, o quociente multiplicado pelo divisor é egual ao dividendo.

Varia-se a experiencia. Já não são laranjas, mas caroços de milho, grãos de arroz. Já não são 10, mas 12, 15, 40, 50. Já não são 2 os meninos por quem se vão repartir os objectos, mas 3, 5, 8, 10.

Em todos estes casos, variados na quantidade e nos objectos, uma cousa é constante: o dividendo é egual ao

producto do divisor pelo quociente. E' sempre a mesma lei da analyse. E as crianças aprendem por observação pessoal, mediante analyse espontanea da intelligencia, sob a orientação providencial do mestre.

Uma das formas da intuição immediata é o processo dos graphicos. Este mesmo theorema se poderia explicar assim:

Seja a linha |—| *A* com 3 centimetros de comprimento. Supponhamos duas outras linhas |—|—|—|—| *B* e |—|—|—|—|—|—| *C* ambas formadas de certo numero de linhas eguaes á |—|*A*, a primeira de 4, ou com 12 centimetros, e a segunda de 6, ou com 18 centimetros. Isto é: a linha *B* contem 4 vezes, e a linha *C* contem 6 vezes a mesma linha *A*.

Juntando-se as duas linhas:

|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|

vê-se claramente que a somma dellas se constitue de 4 linhas eguaes á linha *A* (linha *B*), mais 6 eguaes á mesma linha *A* (linha *C*). Não ha quantidade nova na somma.

Têm os alumnos, deante de experiencias como esta, a impressão quasi axiomatica de que o numero que dividir exactamente as parcellas de uma somma, dividirá exactamente esta somma. Todas as creanças gravam nitidamente o phenomeno, e percebem, com a maior evidencia, a verdade que ignoravam.

3.º — A DEMONSTRAÇÃO EM ARITHMETICA

Quer-se demonstrar que, se um numero dividir exatamente as parcellas de uma somma, dividirá exatamente esta somma.

Podr-se-ia ensinar esta verdade, como nos dois casos anteriores, pelo primeiro grão da intuição analytica. Dava-se, por exemplo, esta somma: $14 + 35 = S$, e este divisor: 7. A hypothese é que o numero 7 divide exatamente as duas parcellas 14 e 35. A these é que 7 dividirá a somma destas duas parcellas. Realizada a somma, os proprios alumnos verificam a these. Depois, é repetir experiencias variadas no divisor, no valor e numero das parcellas. Sempre uma cousa se repete: o numero que dividir exatamente as parcellas de uma somma, dividirá exatamente esta somma.

Mas esta noção teria um defeito. Exprimiria a verdade para os casos observados. E para os outros? A convicção só deriva do raciocinio que demonstre. Em mathematica, o ensino não pode cifrar-se ao empirismo das experimentações. Dahi a necessidade de empregar o professor o segundo gráo da intuição.

E' o que se poderá ver, sem difficuldade, nesta mesma noção.

E' claro que os alumnos, nessa altura, já são capazes de comprehender o symbolismo das letras. Começaram pelo contacto directo com as realidades. Não tardaram, desde a taboada, a elevar-se ás abstrações, pois começam logo a pensar em numeros desacompanhados de objectos. Agora, podem facilmente subir ás generalizações das generalizações: o numero generaliza sobre as cousas concretas, as letras sobre os numeros.

Figure-se, então, esta hypothese: o numero *d* (3, 5, 6, ou qualquer outro) divide, sem deixar resto, os numeros *A* e *B*, cujos valores podem ser quaesquer. Vae-se demonstrar que o numero *d* dividirá exatamente a somma de *A* mais *B*, symbolizada por *S*.

A these pode mesmo não ser declarada pelo professor aos alumnos. Bastará que ennuncie as hypotheses. A conclusão final, que prova a these, deve ser conquista dos alumnos, sob o commando do professor. Este não deve jamais transmittir uma noção directamente; os alumnos é que a devem adquirir, observando o que lhes for indicado pelo mestre, e na direcção a que elle os levar.

Estabeleçamos o desenvolvimento logico entre o professor que dirige, e os alumnos que descobrem. Escreve um alumno na pedra, e cada qual em papel:

$$\begin{array}{cc} d & A \\ & B \\ \hline & S \end{array}$$

Diz o professor, precisando a hypothese:

$$\frac{A}{d} = q$$

$$\frac{B}{d} = q'$$

Isto é, *d* divide exatamente a parcella *A*, e por isto *q*, symbolisando o quociente desta divisão, é numero inteiro; *d* divide exatamente a parcella *B*, e, por isto, *q'*, symbolizando o quociente desta segunda divisão, é tambem numero inteiro.

Daqui em deante, isto é, depois de precisada a hypothese, o professor apenas encaminha, fazendo observar, evocando noções conhecidas, para que, da combinação dellas, resulte a verdade final da these.

Fará observar a primeira parte da hypothese:

$$\frac{A}{d} = q$$

E' a premissa menor no primeiro syllogismo da demonstração .Mas esta divisão exata, que os alumnos percebem, lhes recorda uma noção já sabida: a de que, nas divisões exatas, o dividendo é egual ao divisor pelo quociente. E' a premissa maior do syllogismo. Dahi a primeira conclusão que os alumnos mesmos tiram:

$$A = dq$$

Até aqui, o professor não fez mais do que orientar a observação dos alumnos. Não transmittio idea nova. Os alumnos é que concluiram ser A = dq.

Fará, em seguida, o professor que os alumnos observem a segunda parte da hypothese:

$$\frac{A}{d} = q'$$

E' a premissa menor do segundo syllogismo na demonstração. Esta divisão, exata por hypothese, lembra aos alumnos o mesmo principio de ser o dividendo egual ao divisor pelo quociente: — premissa maior, simples recordação. Das duas premissas deriva a segunda conclusão:

$$B = dq'$$

O professor, que não perde de vista a these, e pela qual se orienta no escolher o que vão os alumnos observar, manda sommar os membros destas duas egualdades já concluidas, $A = dq$ e $B = dq'$.

Eis a somma:

$$\begin{array}{l} A = dq \\ B = dq' \\ \hline S \quad dq + dq' \end{array}$$

Observam os alumnos que S e dq + dq' são duas sommas de quantidades eguaes. E' a premissa menor do terceiro syllogismo. Ora esta observação evoca o axioma de que sommas de quantidades eguaes são eguaes entre si. Logo,

$$S = dq + dq'$$

Ainda aqui, o professor não disse novidade: fez observar, fez lembrar, e os alumnos, por si mesmos, concluiram.

Mas, continuando, sempre de olhos postos na these, o professor manda dividir ambos os membros desta ultima egualdade pelo numero *d*:

$$\frac{S}{d} \qquad \frac{dq + dq'}{d}$$

Os alumnos observam, agora que $\frac{S}{d}$ e $\frac{dq + dq'}{d}$ são, da mesma egualdade, os dois membros, que foram divididos pelo mesmo numero *d*. Ora, isto lhes desperta outro axioma: se dividirmos os membros de uma egualdade por um mesmo numero, a egualdade não se altera. Logo, concluem os alumnos:

$$\frac{S}{d} = \frac{dq + dq'}{d}$$

Reparam os alumnos, insinuados pelo professor, no segundo membro desta egualdade: é uma somma de duas parcellas, cada uma das quaes se multiplica pelo numero *d* e, depois, se divide pelo mesmo numero *d*. Ora, evocam os alumnos, permanece o mesmo o numero que é multiplicado por outro e por este mesmo dividido. Logo:

$$\frac{S}{d} = q + q'$$

Ainda faz o professor que os alumnos observem o segundo membro desta egualdade: é uma somma de dois numeros inteiros, pois são quocientes de divisões exactas. Esta observação evoca, no espirito dos alumnos, novo axioma: somma de numeros inteiros é numero inteiro. Logo q + q' é numero inteiro.

Isto é: *d* divide exatamente a somma *S*. E' a these.

Recapitulará, então, o professor: por hypothese, *d* divide exatamente as duas parcellas *A* e *B*, seja qual for o valor de *A*, de *B* e de *d*. Sendo isto verdade, *d* dividirá exatamente a somma *S*.

Enunciará então o theorema: si um numero dividir exatamente as parcellas de uma somma, dividirá exatamente esta somma.

A these é uma noção nova, que os alumnos acabam de conquistar, de descobrir, orientados pelo professor.

O trabalho deste foi o de fazer observar, o de evocar cousas sabidas, e, pela combinação destas cousas, chegar ao inedito. Caminhou do conhecido, para o desconhecido, do sabido para o ignorado, do velho para o novo. E não transmittio a novidade. Esta foi conquista passoal dos alumnos.

4.º — A DEMONSTRAÇÃO EM GEOMETRIA

Tambem nesta disciplina, se podem applicar os dois gráos da intuição. O primeiro nos levaria ao mero empirismo. O segundo satisfaz os rigores scientificos.

Queremos demonstrar, por exemplo, que o valor do angulo inscripto é egual á metade do arco comprehendido entre os seus lados.

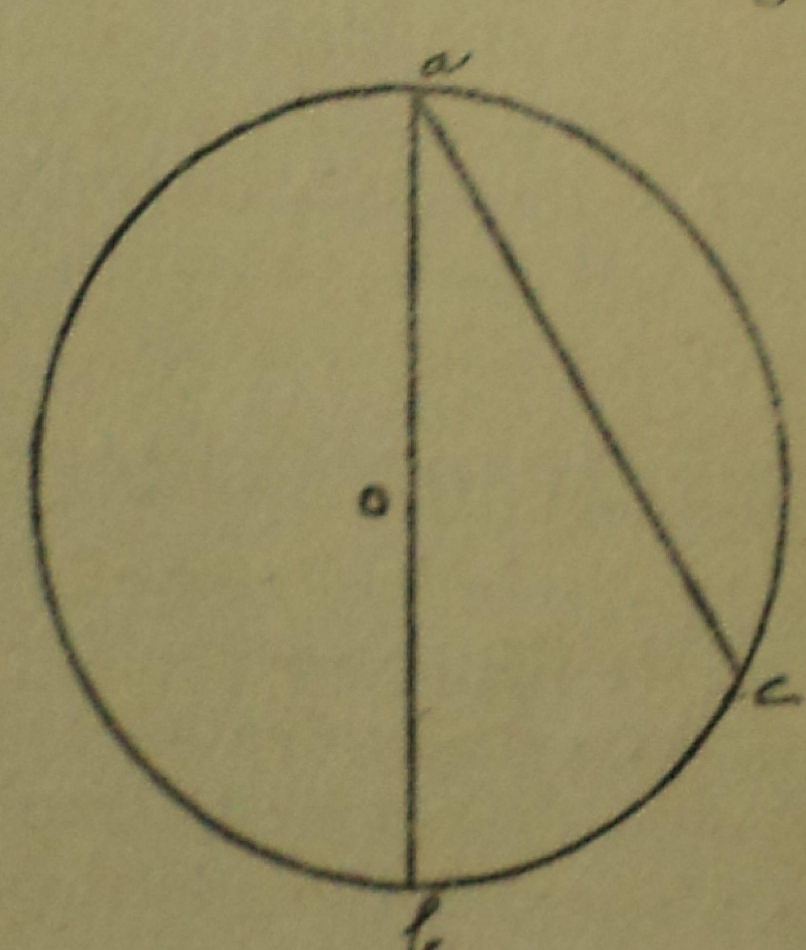
A intuição immediata consistiria em medir o angulo inscripto, e metade do arco no circulo onde se inscrever. A equivalencia é constante, qualquer que seja o angulo, e qualquer que seja o circulo a cuja circumferencia se insira o vertice do angulo.

Mas este empirismo não basta. Sem duvida, por observações desta natureza se chega á mesma inferencia. A unidade, o que permanece, o que subsiste nos phenomenos variados que se observem, (no caso, os angulos variados inscriptos em circumferencias variadas,) é a equivalencia do angulo inscripto com metade do arco que os seus lados delimitem. Mas a razão desta verdade para os casos não observados, só a demonstração logica poderá realmente alcançar.

Dahi, a necessidade de se valer o ensino desse theorema da intuição mediata. Isto a que chamam *methodo dedutivo.* Só pela demonstração logica se logrará a convicção definitiva da verdade, e só por meio de exercicios logicos se poderá, de par com a erudição resultante, desenvolver o raciocinio dedutivo. Se o ensino da mathematica visasse apenas o conhecimento das suas noções, a intuição immediata seria o processo definitivo deste ensino. Mas não ha negar que o objectivo maior do ensino da mathematica é apparelhar o raciocinio dedutivo para as necesidades da vida. Razão por que se impoem as demonstrações. E, nestas, não cabe o gráo da intuição immediata, mas sim o da intuição mediata.

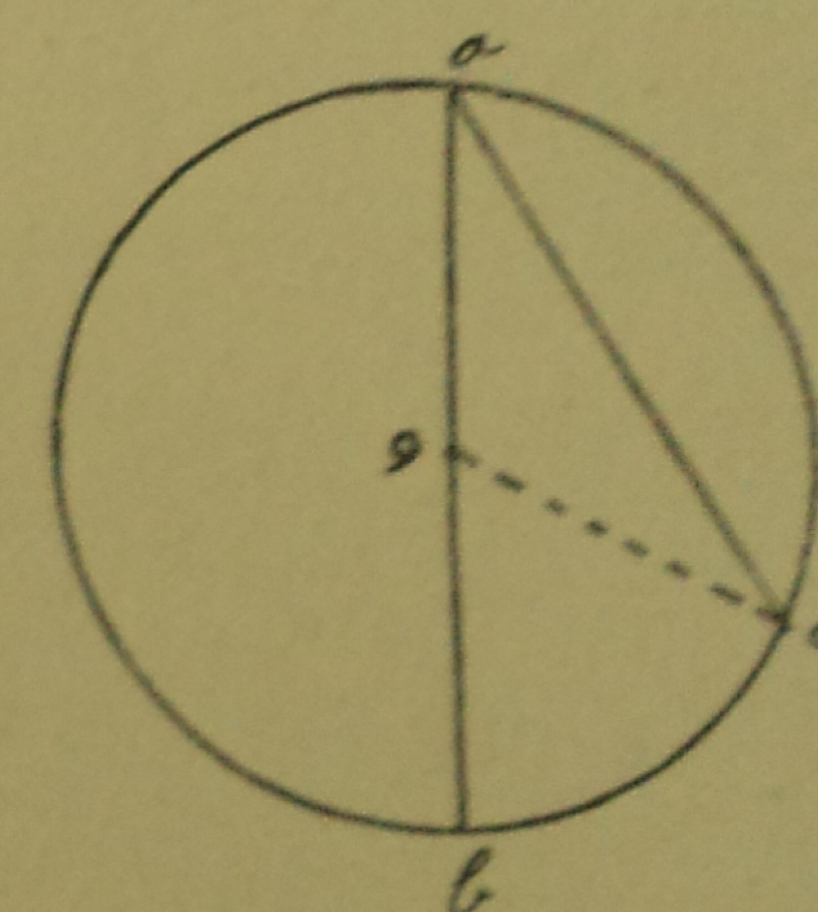
Vejamos como applical-a na demonstração do theorema acima indicado.

Traça o professor, na lousa, esta figura:



Tratando-se de uma classe, cada alumno deverá acompanhar a demonstração, fazendo-a. E' o modo mais apto de fiscalisar o professor o cumprimento da primeira norma: observarem os alumnos as realidades que aprendem. Um dos alumnos vae á pedra. Os outros acompanham, a lapis, na sua carteira, o desenvolvimento da demonstração.

Depois de haverem os alumnos notado que a figura traçada é a de um angulo inscripto, mandará o professor traçar um raio ao ponto c da circumferencia. E assim ficará a figura:



Não é de rigor que se enuncie a these. A ella chegarão os alumnos por actividade pessoal, sob a direcção do professor.

O professor, este sim, não a pode perder de vista. A segunda norma suprema do methodo é determinar o professor quaes e em que ordem se succedem as realidades que importa aos alumnos observarem. O professor não transmittirá, feita e acabada, a noção. Mas ensejará a que os seus alumnos a conquistem, a descubram. Sem que os discipulos raciocinem, sob a sua presidencia, o ensino será falho.

No theorema indicado, fará o professor observar que o angulo boc é externo do triangulo aoc. Eis a premissa menor do primeiro syllogismo. E' uma verdade que os alumnos apanham pelo simples olhar. Mas esta verdade que observam, lhes evoca uma verdade conhecida por elles, e já demonstrada: a de que o angulo externo de um triangulo é egual á somma dos seus angulos internos oppostos. Logo concluem os alumnos

boc = oac + aco.

Cabe de novo ao profesor encaminhar a observação dos seus alumnos. O criterio que o dirige, é a these que lhe releva atingir. A segunda observação é serem os lados *oa* e *oc* do triangulo *oac* eguaes como raios do mesmo circulo. Isto lembra uma verdade conhecida pelos alumnos e já demonstrada: a de que, nos triangulos isocelles, os angulos oppostos aos lados eguaes são entre si eguaes. Logo, concluem os alumnos:

oac = aco.

E eis completo o segundo syllogismo da demonstração. E' tempo de ocasionar o professor nova observação aos seus alumnos. Sempre a premissa menor de cada syllogismo é observação pessoal dos alumnos. O professor se limitará a determinar o que elles devem observar, guiando-se pela necessidade de attingir ao que quer provar. Em face das duas conclusões anteriores:

boc = oac + aco
oac = aco.

o profesor fará observar que, na somma boc de duas parcellas: oac e aco, estas parcellas são eguaes entre si. E então mandará substituir a parcella aco por oac.

boc oac + oac

E como a substituição de uma quantidade por outra, eguiaes entre si, não altera, axioma que facilmente se evoca, concluem os alumnos:

boc = oac + oac = 2oac

Voltando á figura, fará o professor observar que boc é um angulo com o vertice no centro de um circulo. Simples inspecção. Mas este facto recorda uma verdade co-

nhecida pelos alumnos e já demonstrada: a de que os angulos com o vertice no centro de um circulo valem tantos graos, quantos medir o arco comprehendido entre os seus lados. Logo, concluem os alumnos

boc = ao arco bc

Observam, agora, os alumnos, na conclusão anterior, a equivalencia de boc com 2 oac. Ora quantidades eguaes se podem substituir sem se alterar (axioma que evocam)

Logo,

2 aoc = arco bc

Manda o professor que dividam ambos os membros desta egualdade por 2

$$\frac{2aoc}{2} \qquad \frac{arco\ bc}{2}$$

E os alumnos já sabem que, dividindo-se os termos de uma egualdade por um mesmo numero, a egualdade subsiste. E' um axioma. Logo,

$$\frac{2aoc}{2} = \frac{arco\ bc}{2}$$

Por fim reparam os alumnos, guiados sempre pelo professor, que o angulo aoc se acha, no primeiro termo desta ultima egualdade, multiplicado e dividido pelo mesmo numero 2. Ora, esta verificação evoca o axioma de que não se altera o valor de um numero que se multiplique e logo depois se divida por outro. Logo:

$$aoc = \frac{arco\ bc}{2}$$

Quer dizer o angulo aoc, o angulo inscripto, é egual a metade do arco bc, arco comprehendido entre os seus lados. E' a these a que chegaram os alumnos: o angulo inscripto vale metade dos graos que medir o arco comprehendido entre os seus lados.

Resumamos. Nesta orientação didatica, os alumnos observaram na figura:

1.º) que *boc* é angulo externo do triangulo *oac*:

2.º) que o triangulo *aoc* é isocelles;

3.º) que, no segundo termo da egualdade, boc = oac + aco, se substituio a parcella *aco* por uma equivalente *oac;*

4.º) que o angulo *boc* tem o seu vertice no centro de um circulo;

5.º) que, na egualdade boc=ao arco bc se substituio o primeiro termo *boc* por um valor egual 2 aoc;

6.º) que, na egualdade 2 aoc=ao arco bc, se dividiram ambos os sesu termos por 2;

7.º) que, na egualdade $\frac{2aoc}{2} = \frac{\text{arco bc}}{2}$, o primeiro termo se forma do *aoc* multiplicado e dividido pelo mesmo numero 2.

A cada uma destas observações corresponde uma evocação pessoal dos alumnos. As cousas evocadas ou são verdades já obtidas por meio de raciocinios, ou são axiomas.

Eis as evocações na mesma ordem:

1.º) o angulo externo de um triangulo é egual á somma dos seus angulos internos, oppostos, (theorema sabido);

2.º) nos triangulos isocelles, são entre si eguaes os angulos oppostos aos lados eguaes, (theorema sabido);

3.º) a substituição de uma quantidade por outra egual não altera (axioma);

4.º) mede tantos graos quantos o arco comprehendido entre os seus lados o angulo cujo vertice está no centro de um circulo (theorema sabido);

5.º) fica-se no mesmo, substituindo-se uma quantidade por outra egual a ella, (axioma;

6.º) dividindo-se ambos os termos de uma egualdade por um mesmo numero, a egualdade subsiste (axioma);

7.º) não se altera o valor de uma quantidade que se multiplique e se divida por um mesmo numero (axioma).

São tres theoremas e quatro axiomas as premissas maiores da demonstração. Os axiomas, como evidencias immediatas, os alumnos conhecem. Os trhoremas evocados são verdades sabidas por quem tente aprender o theorema em debate.

Logo, não faz o professor senão dar azo a que os alumnos observem e se recordem do que já tenham observado.

De cada observação pessoal e da sua observação correspondente resulta uma conclusão. Estas se succedem até surgir, afinal, uma, que é a these.

Neste trabalho, coube aos alumnos observarem, e ao professor determinar e orientar a observação dos alumnos não transmittindo, de mão beijada a verdade. Deu vasa a que os alumnos a descobrissem .Tudo o que sahir destes preceitos, viola a naturalidade com que a intelligencia adquire a verdade.

No ensino da mathematica, da escola primaria á superior, a marcha deve ser, primeiro, o empirismo, a observação e a analyse, e, segundo, a demonstração que se compõe de observação e lembranças do que, originariamente, se alcançou por observação e analyse. O principio originario e supremo é, sempre, observação pessoal de quem aprende, e analyse mental espontanea em face do que observa, é, numa palavra, a intuição analytica. A principio, a intuição no seu primeiro gráo, a intuição immediata: observação e analyse, e, por fim, a intuição no segundo gráo, a intuição mediata: observação actual e evocação de cousas já observadas.

O mesmo objecto pode ser susceptivel dos dois gráos da intuição. O primeiro convem melhor aos primordios da evolução infantil, que reproduz, abreviadamente, a evolução da humanidade. O segundo lhe deve succeder, como condição natural para o definitivo ingresso aos dominios da sciencia.