PARTES FRACIONÁRIAS

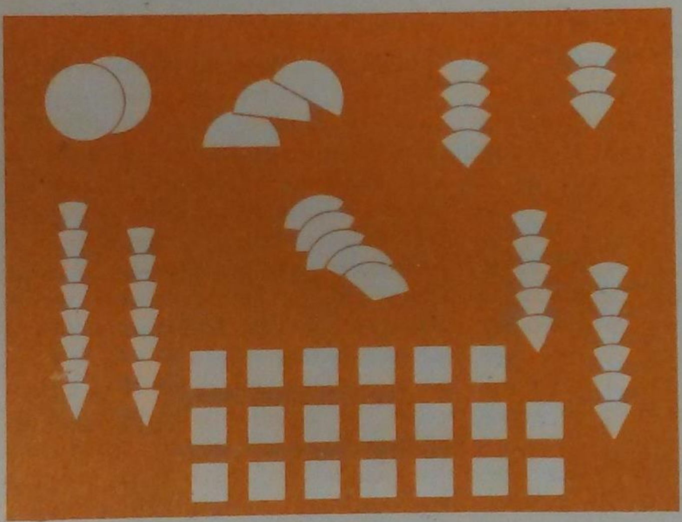
RIZZA ARAÚJO PORTO

As Partes Fracionárias formam um jôgo completo de material que a professôra usa para demonstrar os vários conceitos e relações envolvidas nas frações ordinárias, bem como tôdas as operações com frações.

Um jôgo de Partes Fracionárias consiste em um flanelógrafo de tamanho grande, com o formato de uma capa de livro que possa fechar e ser fàcilmente guardado; e um mínimo de 63 peças:

20 quadrados de mais ou menos 5 centímetros;
2 discos inteiros de mais ou menos 20 centímetros de diâmetro;
3 metades; 7 quartos; 15 oitavos;
5 terços; 11 sextos.

A professôra aumenta o número dessas peças à proporção que delas sentir necessidade, na concretização de suas aulas.



Cada aluno deve ter também estas peças para o trabalho individual. A própria criança confecciona-as, usando caixas variadas, pratos de papelão ou outro material acessível. Estas partes fracionárias são trabalhadas na carteira, quando a criança procura a solução de um problema. Quando não estão em uso, são guardadas em envelopes, para que não se percam.

O material da professôra é preparado, usando-se:

a) um papelão resistente recoberto com a flanela, que deve ser de côr contrastante com os discos inteiros e as partes fracionárias; azul marinho ou verde escuro são côres aconselhadas;

b) os discos e Partes Fracionárias podem também ser feitos de flanela, para aderirem ao flanelógrafo, à proporção que forem trabalhadas. Para a confecção dos discos e Partes Fracionárias pode ser usada ainda a cartolina ou outro papel resistente; neste caso, será colado ao material um pedaço de lixa grossa ou flanela, para que adira ao flanelógrafo;

c) os quadrados podem ter 2 côres, procedendo-se da seguinte maneira: colar um pedaço de flanela, rosa por exemplo, numa face da cartolina; na outra face, colar a flanela azul, recortar os quadrados.

Idéias Gerais

O uso dos discos partidos, que representam um "bôlo" ou um "queijo", é, provàvelmente, a melhor maneira de concretizar o conceito da parte fracionária do inteiro. A manipulação das partes iguais de uma unidade possibilita à criança descobrir a relação da parte com o todo e a relação entre as partes.

A criança terá, assim, uma transição fácil da manipulação concreta aos símbolos abstratos. Quando o aluno usa os símbolos para representar a operação que efetuou concretamente, compreende êsses símbolos, vê o seu sentido e, depois, formula regras que apreendeu, mediante uso e compreensão.

A adição e a subtração com frações podem ser descobertas pela manipulação das Partes Fracionárias da unidade, pedindo-se à criança que relate sua descoberta.

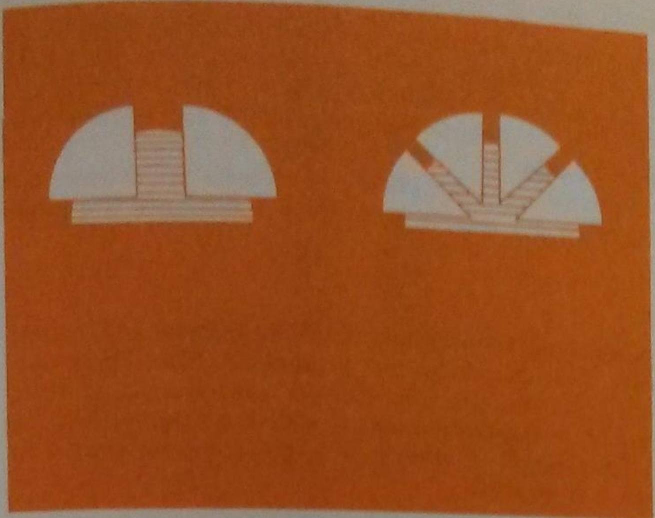
O aluno descobre naturalmente as eqüivalências e penetra, concretamente, nestas relações fracionárias.

Muitas oportunidades a criança tem para estudo intenso de várias frações com o uso dêste material. $\frac{6}{8}$ pode, por exemplo, ser separado em $\frac{1}{8}$ e $\frac{5}{8}$; $\frac{2}{8}$ e $\frac{4}{8}$; $\frac{3}{8}$ e $\frac{3}{8}$; $\frac{4}{8}$ e $\frac{2}{8}$; $\frac{5}{8}$ e $\frac{1}{8}$ (subtração). Combinando estas partes a criança tem a soma.

$\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$ de $\frac{6}{8}$ (multiplicação) é descoberto, quando a criança dispõe os seis oitavos e procura a metade ou a terça parte dêsses oitavos.

"Quantas vêzes estão $\frac{2}{8}$ $(\frac{1}{4})$ contidos em $\frac{6}{8}$? e $\frac{3}{8}$ em $\frac{6}{8}$?" (divisão) pode ser visto e sentido pela manipulação material.

A redução e a equivalência, $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, podem ser provadas pela superposição das partes. Somando $\frac{3}{4}$ a $\frac{3}{4}$ (ou 2 vêzes $\frac{3}{4}$,) a criança vê a razão das frações impróprias e números mistos. Naturalmente a criança penetra neste conceito bem antes da multiplicação de frações. Mas é uma oportunidade, que tem, para uma revisão significativa desta relação.



Algumas vêzes, as crianças registram imediatamente cada manipulação; outras vêzes, adiam o trabalho escrito até que a compreensão esteja fixada; tudo depende do amadurecimento da criança. A representação simbólica será sempre uma anotação de uma experiência vivida pela criança.

Vários quadrados de cinco centímetros podem ser agrupados, bem justapostos, numa unidade retangular. Virados alguns quadrados, de modo que as côres se contrastem, a criança tem uma fração como $\frac{1}{4}$ ou $\frac{3}{4}$. Quando êsses quadrados são ligeiramente separados, a criança poderá ver a fração de um grupo de quadrados como $\frac{1}{4}$ ou $\frac{3}{4}$ de 12. E esta relação é básica para a compreensão da multiplicação das frações.

O uso das Partes Fracionárias

1. Desenvolvimento do conceito de inteiro e das várias partes iguais da unidade.
2. Desenvolvimento do conceito de número e da fração imprópria.
3. Compreensão do verdadeiro sentido e uso dos têrmos: numerador e denominador.
4. Comparação exata e aproximada das frações.
5. Relação entre frações ordinárias com diferentes numeradores ou diferentes denominadores.
6. Descobrimento dos princípios e regras envolvidas na transformação de frações em têrmos maiores ou menores ou na transformação de números mistos em frações impróprias e vice-versa.
7. Descobrimento dos princípios e regras envolvidas nos 4 processos fundamentais com as frações.

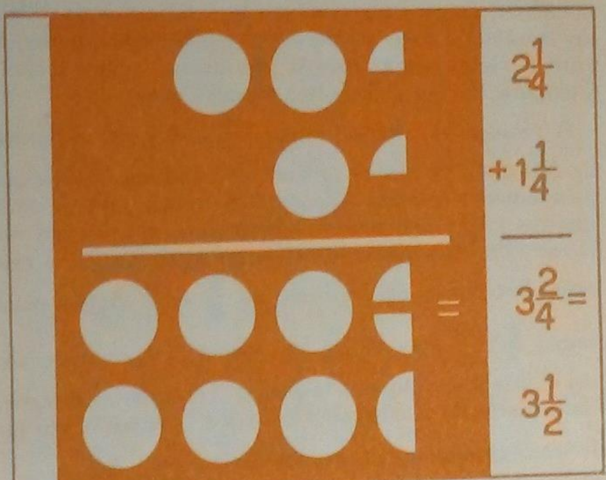
Adição

Quando as partes fracionárias são usadas, à proporção que a criança opera com os símbolos abstratos, aparece a razão de cada etapa do processo.

Suponhamos que a criança tenha que resolver êste problema:

$$2\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4}$$

Ela coloca 2 discos e uma parte fracionária de um quarto no flanelógrafo. Depois, coloca o 2.º adendo: 1 disco mais um quarto. A criança está sentindo o que significa cada número do problema. Ela quer agora, encontrar a resposta. Para tanto, soma as frações, e, depois, os inteiros. Vê, então, que o total das duas frações pode ser reduzido, e não encontra dificuldade em realizar tal operação, porque pode unir os dois quartos e sentir que com esta união constrói um meio. Assim a resposta do problema, $3\frac{1}{2}$ é perfeitamente sensível à criança. Pode suceder que a criança inicie a operação somando os inteiros em primeiro lugar, para depois, somar a parte fracionária. A professôra aceita êste raciocínio, encaminhando-o etapa por etapa, para a direção formal.



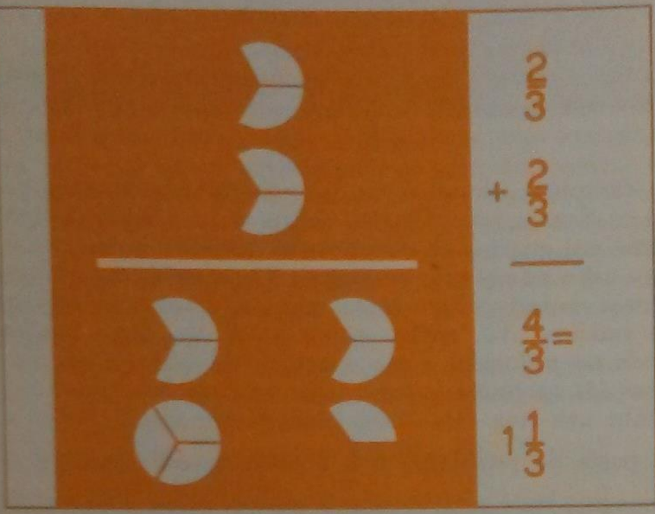
Depois da resolução de vários problemas com as Partes Fracionárias, a criança deve usar também o desenho para fixação da compreensão.

Vejamos outro exemplo. A criança vai descobrir a resposta para êste problema:

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = ?$$

Neste caso, haverá uma dificuldade a mais. A criança terá que expressar a soma $\frac{4}{3}$ em número misto. Como chegará ao resultado? Ela toma 2 partes fracionárias de um têrço e coloca no flanelógrafo. Agora, coloca mais duas, que é o segundo adendo. Verá que no flanelógrafo estão 4 têrços. Sabe que pode reagrupar estas partes, formando 1 disco e tendo ainda um têrço. Sente a razão da resposta de seu problema e melhor compreendê-la-á se fôr guiada a discutir questões como:

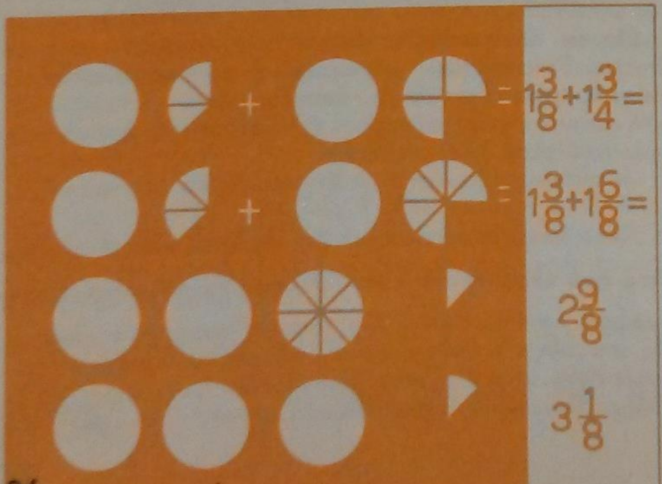
a) Por que é a soma maior que um inteiro?
b) Por que é a soma menor que dois inteiros?
c) A soma é maior ou menor que $1\frac{1}{2}$?
d) Por que não pode você mostrar $\frac{4}{3}$ com um disco só?



Para responder a cada questão, a criança volta a manipular as partes fracionárias, e descobre que, realmente, a sua resposta é certa.

A professôra deve guiar a criança a descobrir tantas maneiras quantas fôr possível de verificar a exatidão do resultado. Isto proporciona muitas oportunidades para o aluno operar com o pensamento quantitativo. Compara frações e descobre relações entre elas.

A criança vai, agora, somar $1\frac{3}{8}$ e $1\frac{3}{4}$. É a soma de dois números mistos, que envolve a necessidade de um denominador comum. Não podemos somar oitavos com quartos. Mas podemos transformar os quartos em oitavos. Trabalhando com as Partes Fracionárias, a criança descobre a eqüivalência de $\frac{3}{4}$ e $\frac{6}{8}$. Agora, pode somar $\frac{6}{8}$ e $\frac{3}{8}$, que são $\frac{9}{8}$. A criança, em seguida, soma os inteiros, e obtém a resposta: 2 inteiros e 9 oitavos. Sabe que pode reagrupar 9 oitavos e 1 inteiro e um oitavo, chegando, assim ao resultado final: $3\frac{1}{8}$.



É possível que algumas crianças percebam imediatamente que $\frac{3}{8}$ são iguais $1\frac{3}{8}$. Usando a idéia do reagrupamento, adquirida na aprendizagem dos números inteiros, podem escrever logo apenas a parte fracionária e reagrupar o inteiro com os inteiros.

8. Descobrimento dos princípios e regras envolvidas na subtração.

Vejamos um exemplo de subtração. A criança tem 3 inteiros e 1 quarto para tirar 1 inteiro e 3 quartos:

$$3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4}$$

Coloca no flanelógrafo 3 discos inteiros e 1 quatro. Posso tirar 3 quartos de 1 quarto? Não. Que devo fazer? Toma um disco (dos 3 que colocou no flanelógrafo) e transforma em 4 quartos. Agora, ela tem no flanelógrafo 2 inteiros e 5 quartos para tirar 1 inteiro e 3 quartos:

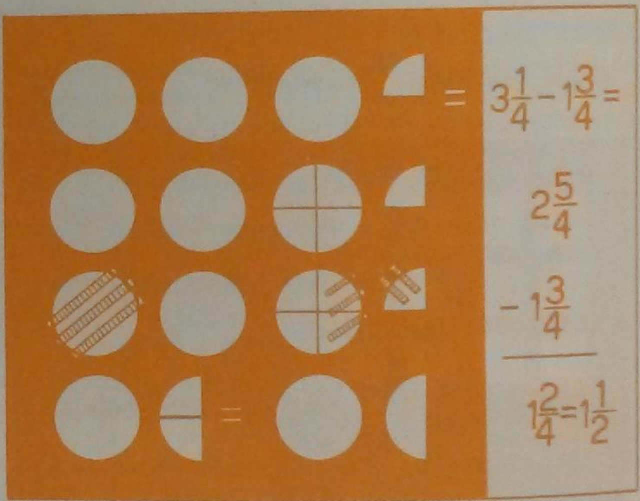
$$2\frac{5}{4} - 1\frac{3}{4}$$

Poderá resolver o problema? Sim, porque pode retirar 3 quartos dos 5 quartos. Sobram ainda 2 quartos. Em seguida, a criança retira 1 inteiro dos 2 inteiros e vê o resultado no flanelógrafo: 1 inteiro e 2 quartos:

$$2\frac{5}{4} - 1\frac{3}{4} = 1\frac{2}{4}$$

Nesta etapa, a criança não encontra dificuldade em transformar $\frac{2}{4}$ em $\frac{1}{2}$

$$3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4} = 1\frac{1}{2}$$

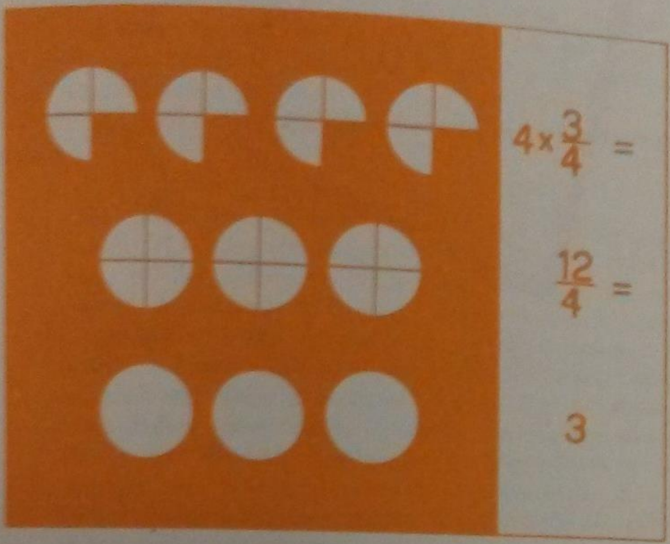


O hábito de ver 2 pedaços $\frac{2}{4}$ e reconhecê-los, formando apenas 1 pedaço $\frac{1}{2}$, ajuda a criança a lembrar que deve reduzir a fração, quando trabalhar com os símbolos abstratos.

9. Multiplicação de frações.

A professôra deve usar problemas que podem ser encontrados na vida diária, para introduzir um nôvo processo. O seguinte problema poderia ser usado com tal finalidade: — D. Lúcia deu $\frac{3}{4}$ da maçã para cada um de seus filhos. Ela tem 4 filhos. D. Lúcia distribuiu...

A criança dar-se-á a oportunidade de descobrir por sua própria maneira, a resposta para o problema. Ela tem, então, oportunidade de manusear as suas Partes Fracionárias para procurar a solução. Vem, depois, ao flanelógrafo demonstrar o raciocínio. A criança coloca 3 quartos quatro vêzes no quadro, reagrupa as partes e vê o resultado final: 3 maçãs.



Vejamos mais êste exemplo:

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = ?$$

A criança sabe, por experiências passadas, que a metade de um meio é um quarto:

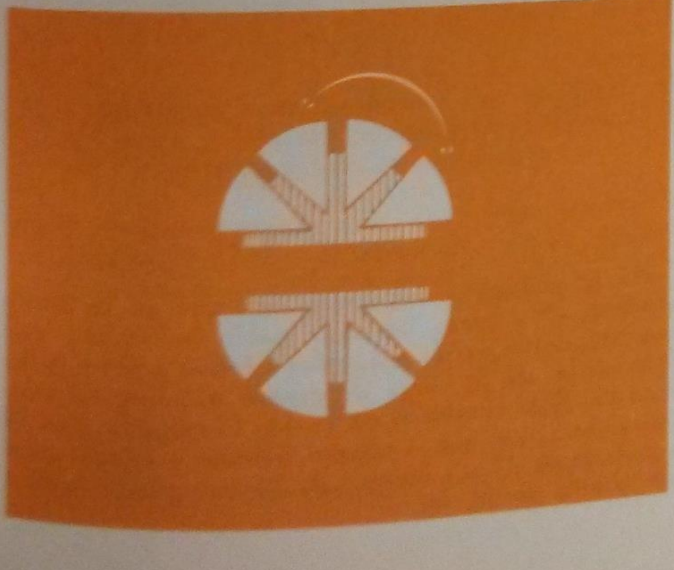
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

e que a metade de um têrço é um sexto.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

Ela vai agora procurar conhecer três quartos de um meio:

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = ?$$



A criança toma a Parte Fracionária relativa a um meio. Divide esta metade em quartos e vê que cada quarto desta metade é do tamanho de um oitavo do inteiro. Assim sendo, três quartos serão três oitavos:

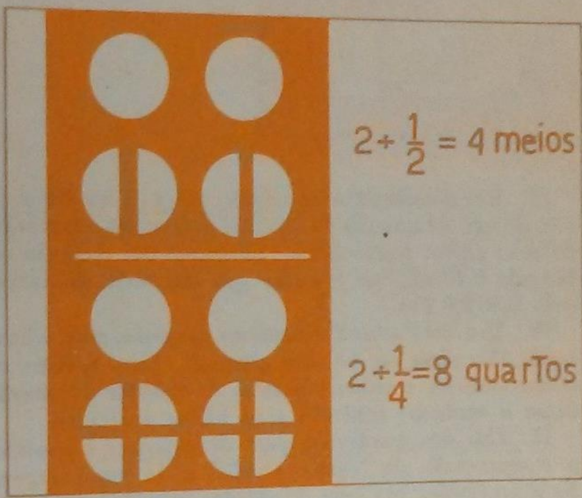
$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

10. Divisão de frações:

A criança irá trabalhar com esta divisão:

$$2 \div \frac{1}{4} = 8$$

Muitas vêzes, acha difícil entender, porque a resposta encontrada num problema, como êste, é maior que o número dividido. Para isto precisa compreender o sentido real da operação. A professôra guia o pensamento da criança com perguntas como: "Se eu tenho 2 laranja e divido-as ao meio, quantas metades terei? Se eu tenho 2 laranjas e divido-as em quartos, quantos quartos terei? Quantas vêzes posso retirar um quarto de 2?" Manipulando as Partes Fracionárias, a criança pode ver que, quando dividimos 2 laranjas ao meio nós temos 4 meios. Quando dividimos 2 laranjas em quartos, nós temos 8 quartos. Assim procedendo, entende o porquê da resposta. A interpretação da resposta é mais im portante que a resposta em si mesma.



Quantas vêzes eu posso tirar $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$?

$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ Eis um nôvo problema.

A criança coloca a parte fracionária de um meio no flanelógrafo. Depois, toma uma parte fracionária de um quarto, que será a medida. Pela superposição vê que pode tirar 2 vêzes um quarto de um meio. Eis a razão da resposta ao problema:

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = 2$$

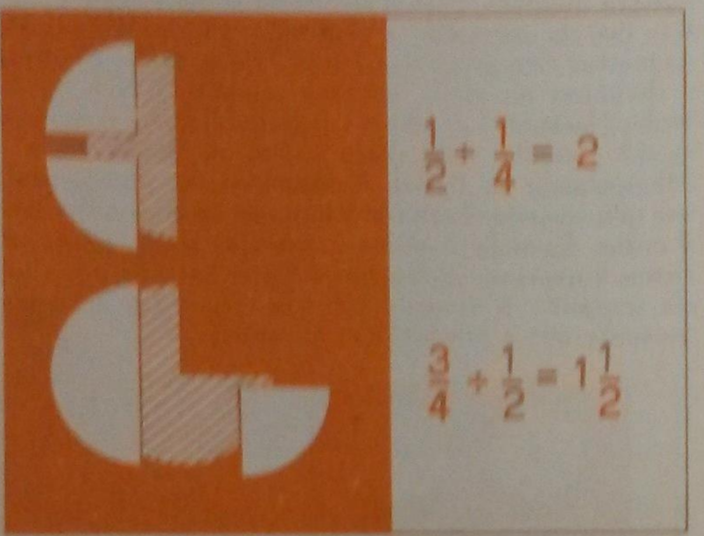
Vejamos um outro exemplo: $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = ?$

A criança coloca no flanelógrafo 3 partes fracionárias de um quarto. Toma uma parte de $\frac{1}{2}$ para descobrir quantas vêzes $\frac{1}{2}$ está contido em $\frac{3}{4}$. Pela superposição verifica que $\frac{1}{2}$ está contido uma vez em $\frac{3}{4}$, mas que ainda sobra uma parte dos $\frac{3}{4}$. Que representa esta parte? Naturalmente é um resto dos $\frac{3}{4}$ Mas que fração da medida será êste resto? A criança pode ver que a parte restante é a metade da medida com a qual trabalhamos $\frac{1}{2}$. Desta maneira, chega ao resultado do problema:

$$1\frac{1}{2}.$$

A criança interpreta, então, o resultado da divisão: — uma vez um meio e a metade de um meio.

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$$



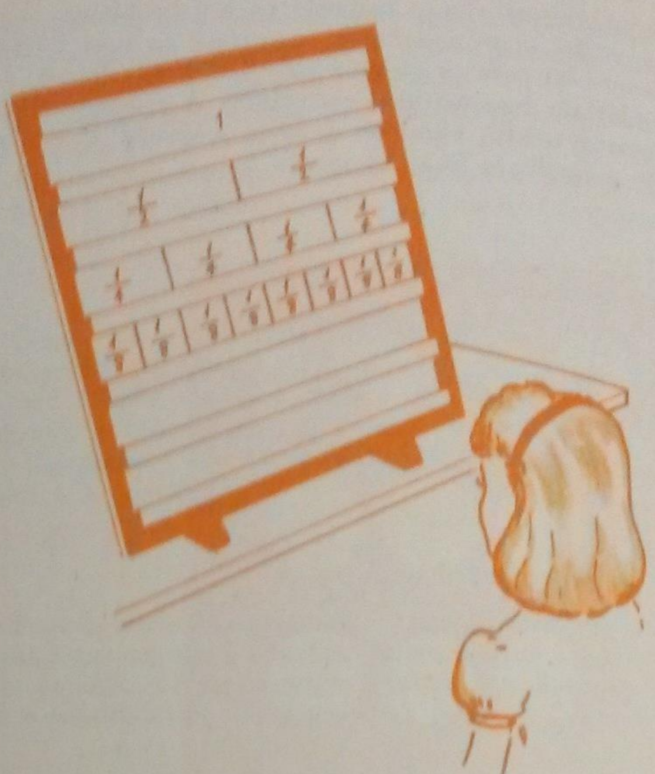
11. Reconhecimento da relação entre as frações e do fato de que o tamanho da unidade determina o tamanho de suas partes fracionárias. Exemplo: um meio do retângulo 0,40×0,30m é maior que um meio do retângulo 0,30×0,20m.

12. Uso das Partes Fracionárias nas séries mais adiantadas (5.ª série ou 1.º ano ginasial), para revisão de conhecimentos e como um meio de manter a conexão entre o material concreto e as idéias abstratas.

13. Uso dos quadrados para desenvolver o sentido, a compreensão da fração decimal e da percentagem. Se a professôra usa cem quadrados num bloco com 10 em cada lado, pode mostrar, fàcilmente, um centésimo ou um décimo de 100. A combinação dêstes décimos e centésimos mostra decimais compostas. Tendo cada quadrado em 2 côres (um lado de uma côr e o outro em côr diferente), a criança poderá colocar 0,36, por exemplo, dos quadrados, numa côr e os demais em outra côr. A parte decimal ficará, assim, bem visível.

A criança poderá, também, considerar 36%. São 36 quadrados dos 100 quadrados dispostos no flanelógrafo.

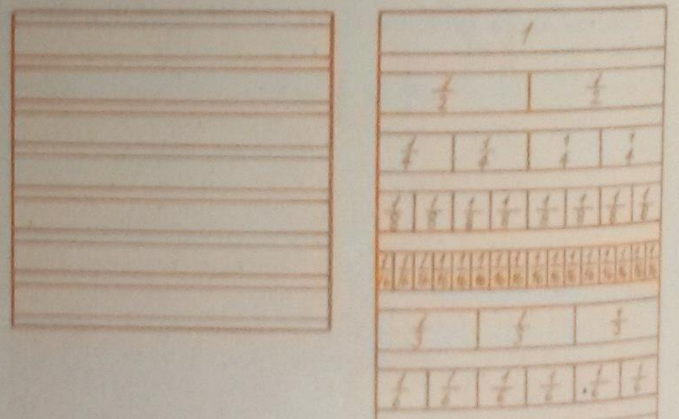
QUADRO DAS FRAÇÕES



O **quadro de frações** consiste num suporte quadrado de madeira (0,53m x 0,53m) no qual se fixam 6 corrediças. Cartões representando partes fracionárias de um inteiro podem adaptar-se em cada uma dessas peças. A fração deve estar impressa de modo bem visível, na superfície de cada cartão.

Os cartões de cada grupo fracionário podem ser de côr distinta: meios, quartos, oitavos, dezesseis avos de uma côr; têrços, sextos, doze avos de outra côr.

Pode ser usada também a mesma côr para todos os cartões.



Há 12 triângulos impressos no verso do cartão da unidade. No verso de cada parte fracionária, está impresso o número de triângulos relativo a estas partes fracionárias de 12. Será de grande utilidade ter também um jôgo completo de partes fracionárias com 24 triângulos, para que a criança perceba a relação entre a metade de 12 e a metade de 24; um quarto de 12 e um quarto de 24, etc.

Acompanham êste material:

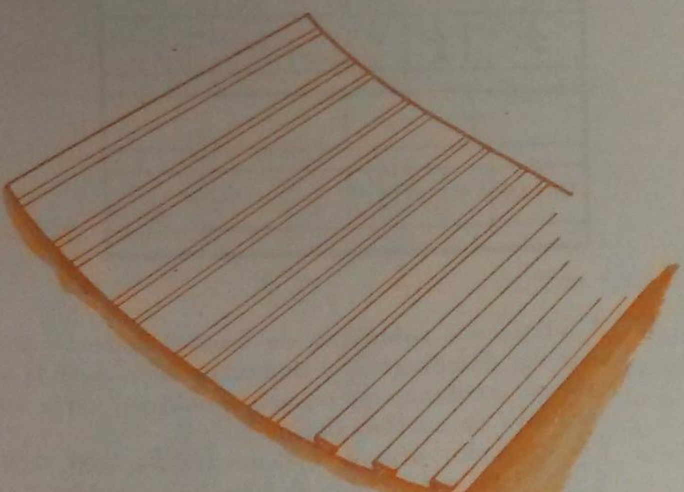
a) um cartão dividido em décimos e subdividido em centésimos;

b) um grupo de 10 cartões mostrando a unidade partida em décimos; de um lado de cada um dêstes cartões, está impressa a fração decimal 0,1; de outro lado, em forma de fração ordinária, $\frac{1}{10}$.

O quadro de frações pode ser colocado, verticalmente, na mesa da professôra, amparado nos pés removíveis de que dispõe. Podemos, todavia, usar ganchos para pendurá-los à parede.

Podemos fazer êste **quadro** usando o seguinte material:

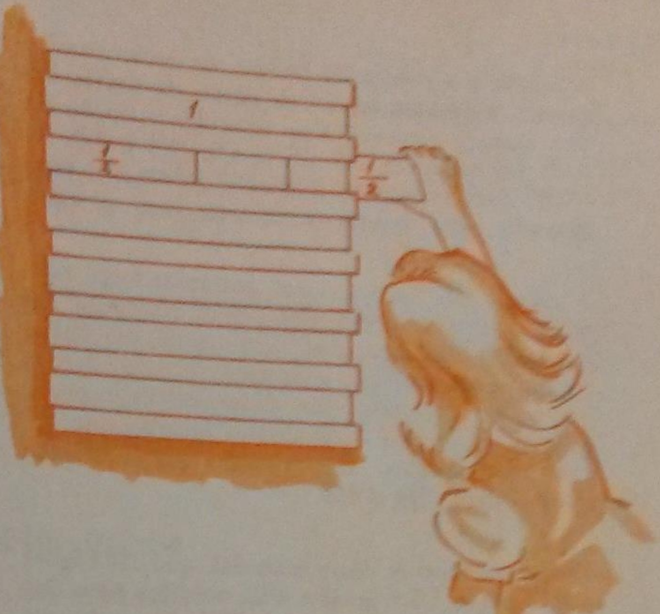
a) uma fôlha de cartolina com 0,78m de comprimento e 0,53m de largura. A professôra marca todo o comprimento, de ambos os lados, na seguinte seqüência de espaço: 3 cm; 1 cm; 7,5 cm; 1 cm; 3 cm; 1 cm; 7,5 cm 1 cm; 3 cm; e assim por diante. Liga, com o lápis, bem de leve, estas marcas em tôda a largura. Feito isto, a professôra dobra, com muito cuidado, nas linhas como se fizesse pregas, formando as corrediças e os espaços onde as fichas serão introduzidas. A 1.ª prega é dobrada para baixo, a 2.ª é dobrada para cima, a 3.ª para baixo, etc.
A professôra pode colar as pregas do lado avêsso. Para reforçar o **quadro** êle pode, por fim, ser colado a um papelão bem resistente;



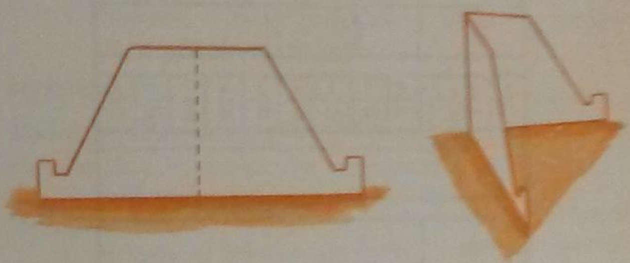
b) a professôra corta as fichas, em cartolina; os triângulos podem ser recortados em cartolina de côr contrastante e, colados nas fichas;

c) a professôra poderá usar, para êste trabalho, o fichário tão útil nas atividades de linguagem. Êste fichário é feito com uma fôlha de cartolina, onde são dadas pregas em espaços constantes: 7,5 cm; 2,5 cm; 7,5 cm; 2,5 cm, etc. Estas pregas são feitas tôdas na mesma direção. Para prendê-las é usada a fita adesiva nas extremidades da fôlha de cartolina.

As fichas fracionárias são introduzidas nestas pregas;



d) o suporte do quadro de frações é feito de papelão. Êste suporte pode ter 0,58m de base e 0,23m de altura. Ligeiramente dobrado ao meio, forma o suporte onde o Quadro é colocado.



O uso do **quadro de frações**

1. Desenvolvimento de conceito de um inteiro e das várias partes iguais da unidade.

2. Compreensão do verdadeiro sentido e uso dos têrmos: numerador — o número de partes; denominador — o tamanho das partes.

3. Comparação exata e aproximada das frações.

4. Relação entre frações de numeradores diferentes.

5. Relação entre frações de denominadores diferentes.

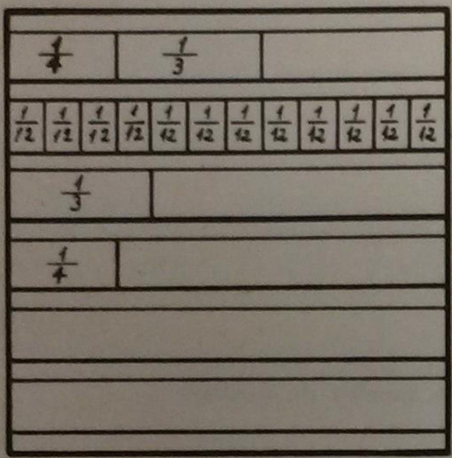
6. Transformação de frações em têrmos menores ou maiores. Por exemplo: — a eqüivalência de frações pode ser evidenciada, colocando-se o grupo de quartos na peça corrediça próxima à dos oitavos, à dos meios ou à dos dezesseis avos.

7. Descobrimento e demonstração dos princípios e regras envolvidos nos 4 processos fundamentais com as frações.

8. A adição e a subtração podem ser demonstradas, quando a criança separa as partes de tantas formas quanto possível. Por exemplo: a fração 6/8 pode ser separada em 5/8 e 1/8; 4/8 e 2/8; 3/8 e 3/8. Esta separação mostra a subtração; combinando estas partes a criança tem a soma.

A adição de frações, com denominadores diferentes, pode ser descoberta, pela colocação das frações a serem somadas, uma seguida da outra, na mesma corrediça; a criança procura, depois, em outra corrediça, (um denominador comum) frações que sejam equivalentes àquelas que devem ser somadas. Suponhamos que a criança queira somar 1/4 e 1/3.

Pode ver, através dêste material, que 1/4 é igual a 3/12 e que 1/3 é igual a 4/12; combina estas duas frações e obtém a resposta, 7/12. Ela pode perceber também que a diferença entre 1/3 e 1/4 é 1/12. Após várias descobertas desta espécie, as regras e generalizações são apreendidas, como uma conquista do pensamento da criança.



9. A multiplicação é mostrada mediante o uso dos triângulos no verso das fichas. Por exemplo: 1/2 de 12; 2/3 de 12; 1/2 de 6 é ilustrado separando-se ligeiramente êsses grupos de triângulo.

10. Podemos levar a criança a descobrir a divisão, encaminhando seu pensamento com perguntas como: "Quantos oitavos há em 1/2?" Colocando a ficha de 1/2, próxima às fichas de oitavos, a criança encontra a resposta.

11. A idéia de razão envolvida numa fração é descoberta e demonstrada com o uso dos triângulos. Por exemplo: a criança descobre a relação entre 3 e 12 quando coloca a parte fracionária de 3 triângulos na corrediça abaixo do cartão mostrando 12 triângulos. Ela vê que 3 é 1/4 de 12 e que 3/12 é igual a 1/4.

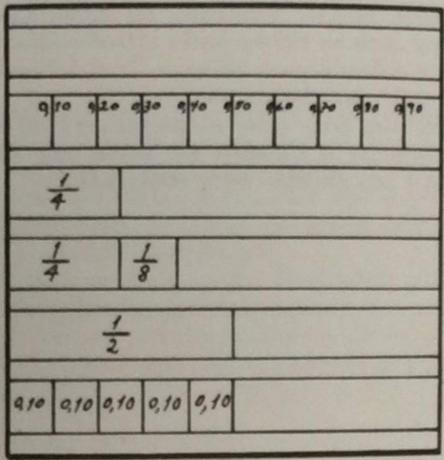
12. Os cartões de frações decimais podem ser usados de per si, ou conjugados com os cartões de frações ordinárias. Através de seu uso, a criança descobre o conceito relativo às várias partes decimais da unidade.

13. A comparação entre a escrita de números inteiros, frações ordinárias e decimais pode ser feita com êste material.

14. A comparação aproximada e exata das partes decimais pode ser vista quando a criança aproxima estas partes.

15. A criança descobre também a relação entre unidade e décimos; unidade e centésimos; décimos e centésimos.

16. O uso dêste material pode ser feito para mostrar a equivalência entre frações decimais e ordinárias. Tal equivalência é prontamente evidenciada, quando a criança coloca a escala decimal em uma corrediça, e qualquer parte fracionária, ou grupo de partes fracionárias, na corrediça próxima. A criança vê, então, que 1/2 é igual a 0,50 ou que 1/4 é igual a 0,25.



17. A adição e a subtração de frações decimais podem ser descobertas, e demonstradas, quando a criança combina, ou separa, qualquer parte do conjunto de cartões decimais.
Por exemplo: separa 0,70 em 0,50 e 0,20; 0,30 e 0,40; 0,60 e 0,10 para demonstrar a subtração. Combinando estas partes separadas, faz a soma.

18. A extensão do conceito de valor relativo do algarismo, colocado à direita da vírgula decimal, é alcançada também com êste material.

19. O quadro de frações pode ser usado na 5.ª série primária, ou mesmo no 1.º ano de ginásio, para revisão de conceitos, e como um meio de preservar a conexão necessária entre o material concreto e as idéias abstratas.

Transcrito de "Ver, Sentir, Descobrir a Aritmética", de Rizza Araújo Porto — PABAEE