Mecanismo e Significação da Aritmética

Palestra proferida pela **Prof. Irene de Albuquerque**, no Ministério de Educação.

Em Aritmética, há dois aspectos importantes que não podem ser esquecidos: Um é o **mecanismo**, outro é a **significação**.

1 — Quando eu escrevo, por exemplo, 18, êsse 18 pode significar uma data (18 de junho) ou o número de meninos que há numa sala de aula, ou o número de presentes que uma criança recebeu, ou o número de voltas que um rapaz fêz de bicicleta.

Isso é **significação** ou **significado**. É ainda importante que o aluno escreva corretamente o número 18 para poder indicar justamente essas coisas de que falamos. Isso é **mecanismo**.

2 — Se uma criança já tinha recebido 14 presentes e lhe chegaram mais 4, ela ficará com 18 presentes.

Foi efetuada uma adição, corretamente. Para chegar a essa conclusão, foi preciso conhecer o **significado** e o **mecanismo** de adição. Sem atingir a definições, a criança **sente** que, pela **adição**, juntamos dois ou mais grupos de coisas num só grupo; a adição tem êste significado de reunir; a criança sabe que tem mais do que tinha, ela sente que o total é sempre maior do que as parcelas, embora ainda não saiba o que é total nem o que são parcelas. Pelo mecanismo, soma 14 com 4 e acha 18. O 18 também tem significado para ela, porque ela tem a idéia objetiva do que sejam 18 coisas.

O **significado** permite-lhe conhecer e estabelecer as relações quantitativas que resolvem os seus problemas.

O **mecanismo** leva-a a respostas precisas.

3 — Tais aprendizagens são interrelacionadas e são igualmente importantes no ensino da Aritmética.

Se se perguntasse: "Para que serve o ensino da Aritmética?", poderíamos dizer: Para que a criança saiba somar e saiba **quando** precisa somar, para que a criança saiba subtrair e saiba **quando** precisa subtrair; e assim por diante. Em suma, diríamos, para que a criança saiba resolver problemas: numéricos e chegar a resultados corretos com facilidade.

Solucionar problemas e efetuar cálculos não são atividades dissociadas. Nós, adultos, só resolvemos os cálculos derivados de problemas. E os problemas da vida adulta são tantos e demandam resultados tão precisos que se inventaram as máquinas de calcular. Mas não se inventaram máquinas de raciocinar; isso é, ainda, atividade essencialmente humana.

E como só se aprende a fazer, fazendo, só se aprende a pensar, pensando. A atividade de pensamento deve ser permanente na escola. A Aritmética dedica-se a desenvolver o pensamento quantitativo. Estabelecer relações quantitativas para resolver problemas é função do pensamento e baseia-se fundamentalmente em jogar com os significados ou aprendizagens conceituais que se foram, aos poucos, incorporando.

Não há fórmulas infalíveis que levem o aluno a resolver problemas, embora haja métodos de pensamento bastante úteis, aos quais nos referiremos. Mas se atentarmos no ou nos significados de cada aprendizagem de Aritmética e procurarmos que êsse significado se desenvolva na criança à proporção que o treino do mecanismo se intensifica, estamos, implicitamente, resolvendo problemas simples e capacitando as crianças a resolverem problemas maiores.

Muitos aspectos do mecanismo que, em geral, são dados apelando para a simples memorização, vão ser assimilados mais ràpidamente se forem eivados de significação.

Estudar minuciosamente a maneira de desenvolver a aprendizagem de significação em Aritmética é assunto de um curso inteiro, que estamos dando, a partir de ontem, no Instituto de Educação. Entretanto, alertaremos o espírito do professor para muitos dêsses aspectos, agora.

4 — Vejamos a **subtração**, por exemplo, uma vez que já falamos, na adição.

E' apenas **uma** operação fundamental, mas quantos significados envolve?

a) — O primeiro, o mais fácil de todos, é o de operação para encontrar **resto ou sobra**. São os casos de **ter e dar**; ou **ter e quebrar**; ou **ter e gastar** etc.

As crianças podem dramatizar tais situações para compreender esta significação.

b) — Reparemos, agora. Quando eu digo:

Tenho 20 cruzeiros para comprar uma boneca de 30 cruzeiros. Quanto falta? ou:

Já li 15 páginas de um livro de 26 páginas. Quantas ainda faltam ler? ou:

Vou fazer 25 bandeirinhas para a nossa sala.

Já fiz 4. Quantas faltam fazer?

Em todos êsses problemas, a subtração entra para resolver situações de **falta**.

Desenhando, pintando, brincando de loja, fazendo trôco, lendo ou até resolvendo problemas orais formulados pelo professor, desenvolvemos êsse segundo significado — o de falta — ligado à subtração. Aos poucos, a criança vai aprendendo a explicar, por escrito, a conta que fêz para encontrar quanto falta. Notemos que é um processo difícil. Principalmente porque, no seu raciocínio, ela vê a soma para encontrar falta. É o que nós empregamos não raro, nos problemas de trôco:

20 cruzeiros com 10 cruzeiros são 30 cruzeiros.

A criança, portanto, não deve ser levada a escrever a operação que resolve o problema até que tenha ligado o conceito de falta ao de subtração.

Êsse significado não é dos mais fáceis, mas é dos que precisam cedo ser introduzidos, para que o aluno compreenda o próprio processo pelo qual deve subtrair.

Êste seria o processo eclético (que, como o nome diz, tem "um" pouco do melhor de cada um").

Por êsse processo, raciocinemos assim:

$$\begin{array}{r} 85 \\ -\ 42 \\ \hline 43 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \text{2 para 5 são 3} \\ \text{4 para 8 são 4} \end{array}$$

ou

$$\begin{array}{r} 92 \\ -\ 36 \\ \hline 56 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \text{6 para 12, 6; vai 1} \\ \text{1 e 3, 4; 4 para 9, 5} \end{array}$$

O mérito do processo tem sido assás discutido e, por pesquisas objetivas levados a efeito nos Estados Unidos (*) foi considerado um dos menos sujeitos a erros, enquanto o processo de empréstimos sucessivos foi evidenciado o mais sujeito a erros, uma vez que a criança, lidando com números maiores, se perde em meio das transformações. Pense, por exemplo, o professor numa operação como a seguinte (pelos empréstimos sucessivos).

$$\begin{array}{ccccc} 9 & 10 & 9 & 9 & 11 \\ \cancel{10} & \cancel{1} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{1} \\ 7 & 8 & 7 & 3 & 6 \\ \hline 2 & 2 & 2 & 6 & 5 \end{array}$$

(*) J. J. Johnson — "The Relative Merits of Thre e Methods of Subtraction".

c) — Finalmente, o terceiro conceito de subtração é o de operação que encontra o **quanto um tem mais do que o outro, de quanto um excede o outro** ou **quanto um tem menos do que o outro.** (O que são várias formas de dizer a mesma coisa).

Êsse é o significado mais difícil, é o que a criança custa mais a atingir e dificilmente uma criança de 1.º ano, mesmo ao fim do ano letivo, o alcança suficientemente. Tal significado deve ser reservado para o fim do segundo ano, talvez; querer antecipá-lo ao grau de maturidade necessário para atingi-lo é o mesmo que propor à criança situações que nada significam para ela e tornar a resolução de problema não mais exercício de raciocínio, mas de memorização sem sentido.

Se a criança desenvolver o significado da soma e fôr paulatinamente ampliando os da subtração, não terá dificuldades de distinguir se um problema é de **"soma** ou **"de subtração"**.

E justamente esta é a pergunta que comumente uma criança faz ao encarar um problema: "É de somar?" "É de diminuir?". Se ela pergunta isto tais situações ainda não adquiriram sentido para ela.

5 — Analisemos o significado da **multiplicação.**

a) E' dos mais simples, tratando-se de uma soma abreviada. E pode ser dado objetivamente.

4 caixas com 3 brinquedos cada uma
3 jarras com 9 flôres cada uma
pratinhos com 8 doces cada um
papelões com 12 botões cada um
grupos de crianças com 4 crianças em cada grupo

aluno vê:
ma caixa tem 3 brinquedos
Quatro caixas têm 3 + 3 + 3 + 3, isto é, quatro vêzes rinquedos, que são 12 brinquedos.
Um pratinho tem 8 doces
Três pratinhos têm 3 vêzes 8 doces, que são 24 doces.
Um papelão tem 12 botões.
Cinco papelões têm 5 x 12 = 60 (botões).

Para que êsse conceito da multiplicação se firme é preciso que a operação seja indicada como se diz, isto é:

4 x 3 brinquedos	= 12 brinquedos
3 x 8 doces	= 24 doces
3 x 9 flôres	= 27 flôres

O multiplicando é o número que se repete como parcela e o produto é da mesma natureza do multiplicando.

Didàticamente, na indicação da multiplicação, o multiplicando deve vir depois do multiplicador, de tal maneira que a criança indique o que pensou e o que dá significado à multiplicação.

Quando dizemos "Três vêzes nove flôres" e indicamos **9 x 3**, estamos desvirtuando o significado da multiplicação aos olhos infantis, pois o que sente na multiplicação é o multiplicando depois o multiplicador.

E' de tôda conveniência que se indique a natureza do multiplicando, bem como a do produto, embora não vamos ao extremo de exigir que a criança o faça sempre.

3 x 9 flôres = 27 flôres

Quando explicamos ao aluno o que é dôbro, o que é triplo, mostramos, por exemplo, que o dôbro de 8 laranjas são "duas vêzes 8 laranjas" e não "8 laranjas vêzes dois"; o triplo de 8 laranjas são "3 vêzes 8 laranjas" e não "8 laranjas vêzes 3".

Se lembramos que um metro de fita custa 5 cruzeiros e queremos saber o preço de 3 metros, chegamos à conclusão que o preço de 3 metros seriam três vêzes cinco cruzeiros e não "cinco cruzeiros vêzes três".

A conta seria indicada:

3 x 5 cruzeiros = 15 cruzeiros

ou

3 x Cr$ 5,00 = Cr$ 15,00

(conforme o nível da classe).

O fato de indicar o multiplicador antes do multiplicando, fazendo coerência entre o que se escreve e o que se diz e que se pensa, não contraria, em hipótese alguma, as definições de multiplicação adotadas entre nós.

A definição seguinte é de um dos compêndios de Matemática Ginasial de Thiré e Melo e Souza "**Multiplicação é a operação segundo a qual um dos números se repete como parcela tantas vêzes quantas são as unidades do outro**".

Não há, pois, necessidade, que o multiplicando se antecipe ao multiplicador.

O que dizemos não é inovação. Os livros americanos de vinte anos atrás não mais discutem o assunto; é questão pacífica.

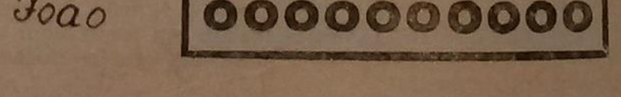
b) Há, ainda, outros aspectos de significado da multiplicação em que convém atentar.

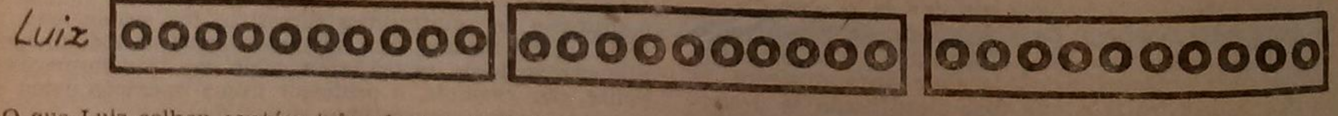
Por exemplo, quando propomos a questão:

João colheu 10 jabuticabas e Luiz 3 vêzes mais. Quantas jabuticabas colheu Luiz? — o "três vêzes mais" é compreendido pelas crianças como **"Mais três vêzes"**. Por isso, raciocina assim: Luiz colheu 10 jabuticabas, mais 3 vêzes 10, ou sejam: 40 jabuticabas.

Êsse significado é difícil de desenvolver e não adianta precipitar-se o professor.

Se fizermos um diagrama, compreenderemos o raciocínio da criança.





O que Luiz colheu contém três vêzes o de João, mas só tem **mais** duas vêzes o que João colheu. A palavra **mais** sugere soma, no espírito infantil.

E' bom desenvolver o significado em situações práticas, mandando o aluno formar grupos e estabelecer a comparação.

Quem colheu mais: João ou Luiz? Luiz.

Vamos fazer as jabuticabas que João colheu num grupinho?

Luiz colheu três vêzes o que João colheu, ou sejam **três grupinhos de 10.**

Vamos olhar. João tem um grupinho.

Luiz tem mais do que João, tem três vêzes um grupinho. Luiz tem três vêzes mais do que João.

Só depois que a criança estiver familiarizada com essa linguagem a ponto de compreendê-la sem precisar de objetivação é que estará apta a compreender problemas de multiplicação em que ela aparece.

Alunos de 5.ª série primária muitas vêzes se vêem a braços com essa dificuldade, que poderia ter sido eliminada mais cedo.

c) Também, muitas vêzes, ao trabalhar com números decimais, o aluno se surpreende ao encontrar um produto menor do que o multiplicando.

E' porque também a multiplicação de decimais, como qualquer conhecimento de Aritmética, não deve ser dada com um fim em si mesma, mas sempre ligada a situações que lhe emprestem significação.

Exemplo: **Um metro de fazenda custa Cr$ 36,00. Quanto custam 0,25 cm?**

$$\begin{array}{r} \text{Cr\$}\ 36{,}00 \\ \times\ 0{,}25 \\ \hline 180 \\ 72 \\ \hline \text{Cr\$}\ 9{,}00\cancel{0}\cancel{0} \end{array}$$

Mostraremos que 0,25 m são a quarta parte do metro; logo o preço também vai ser a quarta parte. Dessa forma, calcularemos o preço de outros pedaços, sempre menores que o metro, e levaremos o aluno a observar que, quando se multiplica um número por outro, menor que a unidade o produto é menor do que o multiplicando.

Quando o aluno lidar com operações de tal natureza, saberá fazer uma estimativa dos seus resultados, julgando-os se são sensatos ou não; quando usar tais operações para resolver problemas, terá também a possibilidade de avaliar se seu resultado, a grosso modo, é ou não absurdo em relação ao que está procurando saber.

Aproveitamos para acentuar, aqui, êsse outro valor do desenvolvimento dos conceitos em relação ao mecanismo; o próprio mecanismo é melhor entendido e assimilado.

Em Matemática, a aprendizagem deve ser feita pela redescoberta; mas isso não quer dizer que o aluno descubra as coisas por si mesmo, às apalpadelas. O professor deve despertar-lhe, no momento oportuno, a curiosidade pelo que vai descobrir e guiá-lo nos meios de descobri-lo e tornar-se senhor da descoberta.

6 — **A divisão** é outra operação que, às vêzes, estarrece.

a) Um dos conceitos de divisão é o que se prende ao de **medida.**

Por exemplo: dividir 8 maçãs em grupos de 4 maçãs. É como se tivéssemos uma quantidade "oito maçãs" para comprar com outra quantidade tomada como unidade (no caso, quatro maçãs). Queremos ver quantas vêzes esta quantidade se contém naquela outra.

$$\text{8maçãs}\ \begin{array}{|l} \text{4maçãs} \\ \hline \ \ 2 \end{array}$$

Vejamos outros exemplos:

— Dividir um terreno de 1000 m² em lotes de 100 m². Quantos lotes?

$$1000\ m^2\ \begin{array}{|l} 100\ m^2 \\ \hline 10\ \text{lotes} \end{array}$$

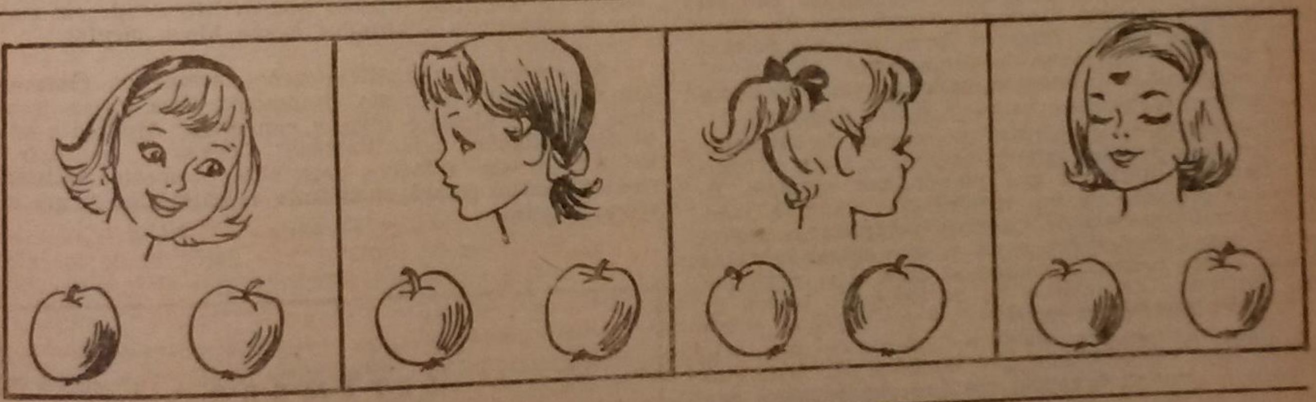
— Colocar 6 dúzias de garrafas em caixas de 3 dúzias. Quantas caixas?

$$6\ \text{dúzias}\ \begin{array}{|l} 3\ \text{dúzias} \\ \hline 2\ \text{caixas} \end{array}$$

O dividendo e o divisor são da mesma espécie. O cociente não. Isso é um aspecto para o qual a criança precisa ser alertada.

c) O outro significado é o de **repartir** ou **fracionar.**

Tenho 8 maçãs para dividir por 4 meninas. Quantas maçãs caberia a cada uma delas?



O conceito é desenvolvido objetivamente, como o primeiro. Daí pasaremos a armar e indicar a operação.

Assim, ao contrário do primeiro aspecto, o cociente é que será da mesma espécie do dividendo.

Os autores têm considerado o primeiro significado mais fácil do que o segundo.

E' fora de dúvida que os dois significados não podem ser dados simultâneamente.

7 — O que dissemos em relação às operações fundamentais, diríamos em relação a outras aprendizagens de Aritmética.

Pediríamos que, ao ensinar alguma coisa, o professor pensasse:

Qual é a significação disso, na vida prática? Como é que se faz?

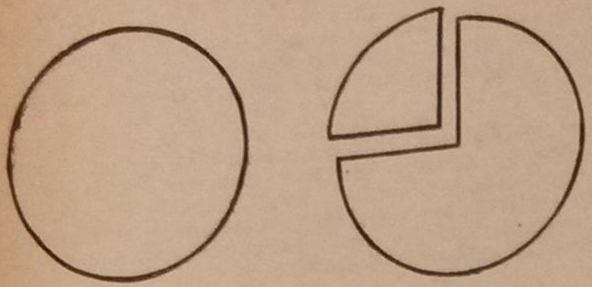
Por exemplo, num cálculo como:

$$2 - \frac{1}{4}$$

é sensato levar o aluno a fazer uma transformação como essa

$$2 - \frac{1}{4} = \frac{2}{1} - \frac{1}{4} = \frac{8}{4} - \frac{1}{4} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}\ ?$$

Ou tem mais sentido levar a criança, pela objetivação a agir como queijeiro na loja, quando tem 2 queijos e vende 1/4 do queijo?



objetivam-se essas situações fàcilmente).

E' óbvio que a primeira forma nunca ocorre fora do compêndio ou do quadro-negro e torna a aprendizagem impossível para a criança de curso primário. A segunda é econômica e tem significação aritmética em situações reais.

Aprender pelo primeiro método faz com que o aluno deixe de sentir o valor da Aritmética, diminua o seu interêsse por chegar a resultados exatos, faça uma aprendizagem mecânica e pouco duradoura.

Usar cálculo como o primeiro está longe de identidade com qualquer problema que a criança possa compreender, êle não tem significado para ela.

8 — A criança deve ser acostumada a "levar a sério" os problemas da escola, **quando** os está vivendo ou **como se** os estivesse vivendo. "Levando-os a sério", não se contentará com respostas absurdas; preferirá as respostas sensatas.

a) Isso vem chamar a atenção do professor para o sentido de realidade e de interêsse que o problema **pode** e **deve** despertar.

Naturalmente que o problema que emerge de uma situação vivida na classe é o que mais interessa, pois é absolutamente real.

Como tais problemas, em geral, não são quantidade suficiente para o treino de pensamento que é necessário na escola, somos obrigados a recorrer a problemas de compêndios ou inventados pelo professor.

Os dados de tais problemas precisam estar atualizados ou os problemas perderão, por isso, significação para o aluno. Se o problema apresentar, por exemplo, ovos a 15 cruzeiros a dúzia, hoje, no Distrito Federal, imediatamente o aluno dissociará o problema da escola de que êle enfrenta na feira ou na quitanda e passará a usar processos inferiores de pensamento.

Há minúcias que afetam a maneira pela qual a criança recebe o problema e às quais é fácil atender.

Por exemplo, os problemas de compra de mercadorias interessam menos à criança quando se trata de compra feita pelo adulto do que quando, por exemplo, figuramos a situação de um menino que ajuda a mãe, anotando as despesas. As crianças preferem as situações que elas próprias vivem ou as que outras crianças viveram e que poderiam passar-se com elas, pois. Em geral, problemas de salários ou de custo do tempo de mão de obra interessam pouco.

Outro tipo de problema que também não tem sentido para a criança é aquêle em que ela descobre que quem os formulou já sabia a resposta ou não os teria formulado. Exemplo:

"José tem 6 anos e seu irmão tem o dôbro da idade. Quantos anos tem o irmão de José?" Se a pessoa que propôs o problema não soubesse que o irmão de José tinha 12 anos jamais poderia tê-lo enunciado.

Tais problemas podem ser dados, mas como adivinhação ou charada, honestamente; muitos estudantes, em inquérito feito, declararam que gostavam da Matemática como jôgo de quebra-cabeças que desafiava o seu raciocínio.

A maior crítica aos problemas absurdos foi feita, há muitos anos atrás, num filme americano no qual o fazendeiro mandou o filho estudar na cidade, à noite resolvia êle o célebre problema do tanque que é servido por uma torneira que o abastece à velocidade **X**, enquanto um ralo deixa escapar água a uma velocidade Y. E a mãe do menino, analfabeta, pergunta-lhe, ingenuamente: "E a sua professôra, porque não veda o ralo?"

Isso prova duas coisas: Primeiro, que o absurdo do problema é patente. Segundo, que é preciso ir à escola para aprender que há problemas que se propõem insensatamente e que se resolvem insensatamente. A resposta a tais problemas, coerentemente, jamais, seria sensata. Para que, então, meditar sôbre ela?

Problemas sem sentido afastam o interêsse do aluno pela Aritmética e levam-no a negligenciar os bons hábitos de pensamento quantitativo.

Resolver problemas é atividade mental e, não fôsse a necessidade de complementar os problemas reais com outros de livro ou de quadro-negro, o aluno não o precisaria ler problemas.

Mas **ler** é importante, no caso, e a leitura deve ser meditada, procurando entender e gravar o que se lê. E' a leitura do tipo de estudo e não a que empregamos para recreação.

Tem sido bastante discutido como levar o aluno a resolver um problema.

Em linhas gerais, pede-se ao aluno que **conte** a história que o problema narra. Em seguida, veja o que falta para completar a história, isto é, examine o que o problema quer saber.

A seguir, consulte novamente o problema e veja como pode achar a resposta, verificando imediatamente se sua resposta é ou não sensata. E dada ênfase especial a essa parte de verificação, levando-se o aluno a processos de estimativa de resultados de operações evitando erros grosseiros.

Isso é, mais ou menos o que se poderia chamar a análise do problema. Com essa análise, procuramos orientar a criança no sentido de formar melhores métodos de pensamento, estabelecendo as relações quantitativas entre os dados do problema.

É lógico que os problemas que se resolvem em uma só etapa são mais fáceis do que os problemas mais longos.

Se o problema fôr significativo em si mesmo, apelando para o interêsse da criança; se fôr apresentado em linguagem correta e simples; se o significado de tôdas as operações e de todos os conhecimentos de Aritmética tiver sido mètodicamente desenvolvido, acreditamos que os alunos terão pouca dificuldade em resolver os problemas adaptados à sua idade mental.

Ao ensinar Aritmética, pense sempre o professor: Isso tem significação em si mesmo? Essa forma de ensino ajuda o aluno a formar conceitos? Ajuda-o a estabelecer relações quantitativas? Leva-o a empregar o melhor de seus esforços para obter respostas satisfatórias? Só assim estará ensinando a Aritmética de que seu aluno precisa.

SETEMBRO

Eunice Tietjens

Lindas flôres, agora, estão nascendo:
Rosas, hortências, lírios, a enfeitar
Os verdes campos de capim novinho...
E, se você muita atenção prestar,
Há de ouvir, certamente, a primavera
Com a voz do vento, alegre, a gargalhar...