

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
Paulo Reiser dos Santos

**ANÁLISE E CÁLCULO DE ELEMENTOS  
ESTRUTURAIS EM CONCRETO ARMADO DE  
UM EDIFÍCIO RESIDENCIAL**

FLORIANÓPOLIS  
2014

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Santos, Paulo Reiser dos  
Análise e cálculo de elementos estruturais em concreto  
armado de um edifício residencial / Paulo Reiser dos Santos  
; orientador, Jano D'Araújo Coelho - Florianópolis, SC,  
2014.  
184 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -  
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico.  
Graduação em Engenharia Civil.

Inclui referências

1. Engenharia Civil. 2. Cálculo estrutural. I. Coelho,  
Jano D'Araújo. II. Universidade Federal de Santa Catarina.  
Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

Paulo Reiser dos Santos

# **ANÁLISE E CÁLCULO DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS EM CONCRETO ARMADO DE UM EDIFÍCIO RESIDENCIAL**

Trabalho de Conclusão apresentado ao curso de graduação do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito à obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof.º Jano D'Araújo  
Coelho, Dr.

FLORIANÓPOLIS  
2014

Paulo Reiser dos Santos

**ANÁLISE E CÁLCULO DE ELEMENTOS  
ESTRUTURAIS EM CONCRETO ARMADO DE  
UM EDIFÍCIO RESIDENCIAL**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para a obtenção do Título de Engenheiro Civil, e aprovado em sua forma final pelo Departamento de Engenharia Civil.

Florianópolis, 2014.



---

Prof.º Jano D' Araújo Coelho, Dr.  
Orientador

Universidade Federal de Santa Catarina

Prof.º Daniel Domingues Loriggio, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

Eng. Alberto de Oliveira Rodrigues

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço meus pais, por todo o apoio que me deram ao longo de toda essa jornada, e pela certeza que ainda me apoiaram na próxima que está por vir. Também agradeço a eles pelo ótimo exemplo que foram durante toda a vida, sendo essa a melhor educação que eu poderia receber.

A todos os meus amigos, por todas as lições aprendidas com eles e pelo companheirismo ao longo desses anos. Dedico um agradecimento especial a Arthur Boehme Tepedino Martins, Vinicius Cesar de Araujo, Matheus Telli de Lima, Gabriela Begnini e Maria Eduarda Vieira Delgado por todo o apoio, cobrança e incentivo que me deram para concluir essa etapa, sempre me dando força para continuar, mesmo nos momentos difíceis.

Aos professores da graduação, pelo conhecimento que me transmitiram ao longo de todo esse caminho e pelas oportunidades de aprenderam que me proporcionaram, em especial ao meu orientador Jano, por toda atenção e apoio, que tornou possível a conclusão deste trabalho.

Enfim, a todos que de uma forma direta ou indireta me ajudaram a chegar a este momento importante de minha vida;

*“A água que não corre forma um  
pântano; a mente que não trabalha forma  
um tolo.”  
(Victor Hugo)*

## **RESUMO**

O presente trabalho apresenta um projeto, em concreto armado, de alguns elementos estruturais de um edifício residencial utilizando os critérios da NBR 6118:2007. Os dimensionamentos serão feitos manualmente com auxílio do programa Ftool e também de planilhas eletrônicas do Microsoft Excel. Ao final do trabalho, os resultados obtidos no detalhamento do cálculo manual serão comparados com os resultados obtidos pela empresa que fez a execução do projeto.

Palavras-chave: Projeto Estrutural, Ftool.

## **OBJETIVOS**

### **Objetivo Geral**

Este trabalho tem por objetivo definir, dimensionar e detalhar os elementos estruturais de uma estrutura de concreto armado de um edifício residencial multifamiliar, efetuando os cálculos de forma manual e também com o auxílio de softwares, e compará-los com os resultados obtidos por uma empresa experiente no mercado.

### **Objetivo Específico**

Verificar a diferença entre o detalhamento executado por uma empresa com experiência e por um aluno ao final do curso de graduação.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Vão efetivo. ....	30
Figura 2 - Situações de vinculação das placas isoladas constantes nas tabelas. 31	
Figura 3 - Regiões da laje para o cálculo das reações nas vigas. ....	33
Figura 4 - Compatibilização de momentos fletores.....	35
Figura 5 - Lajes biapoiadas. ....	36
Figura 6 - Lajes biengastadas. ....	36
Figura 7 - Lajes apoiadas-engastadas. ....	37
Figura 8 - Altura total e altura útil da laje. ....	41
Figura 9 - Influência do momento negativo. ....	43
Figura 10 -Detalhe da dobra do aço. ....	44
Figura 11 – Detalhe da planta de formas para laje 23. ....	45
Figura 12 – Classificação de vinculação. ....	47
Figura 13 - Momentos calculados laje L23 .....	52
Figura 14 - Momentos corrigidos laje L23.....	54
Figura 15 - Detalhamento da armadura positiva para L23 .....	62
Figura 16 – Detalhamento da armadura negativa para L23.....	63
Figura 17 - Detalhe da planta de formas para viga V13.....	76
Figura 18 - Reação de V4 em V13.....	80
Figura 19 - Reação de V10 em V13.....	81
Figura 20 - Carregamento para ELU em V13 .....	82
Figura 21 – Diagrama de esforços cortantes do ELU em V13.....	83
Figura 22 – Diagrama de momentos fletores do ELU em V13.....	83
Figura 23 - Carregamento para ELS-W em V13.....	94
Figura 24 - Diagrama de momentos fletores do ELS-W em V13 .....	95
Figura 25 - Diagrama de momentos fletores do ELS-DEF em V13.....	97
Figura 26 - Diagrama deslocamento de V13.....	96
Figura 27 – Deslocamento do diagrama de momentos fletores no vão 1 .....	100
Figura 28 – Deslocamento do diagrama de momentos fletores no vão 2 .....	100
Figura 29 – Corte das barras no apoio 1.....	103
Figura 30 – Corte das barras no apoio 3.....	104
Figura 31 – Corte das das barras no apoio 2 .....	105
Figura 32 – Corte das barras nos vãos.....	106
Figura 33 – Detalhamento V13 .....	108
Figura 34 - Comprimento equivalente.....	111
Figura 35 - Detalhe da planta de formas para pilar P15. ....	117

Figura 36 - Momentos na direção x no pilar P15.....	119
Figura 37 - Momentos calculados no pilar P15. ....	124
Figura 38 - Detalhamento P15 .....	128
Figura 39 - Detalhe da escada .....	129
Figura 40 - Detalhamento das armaduras da escada. ....	135
Figura 41 - Detalhamento da armadura positiva de L23 pela construtora. .....	137
Figura 42 - Detalhamento da armadura negativa de L23 pela construtora. .....	138
Figura 43 - Detalhamento da V13 pela construtora. ....	140
Figura 44 – Detalhamento do P15 pela construtora. ....	142
Figura 45 - Ábaco A-10. ....	147
Figura 46 - Ábaco 2A. ....	148

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores do coeficiente $\xi$ em função do tempo. ....	38
Tabela 2 - Reações aplicadas nas vigas devido a carga permanente..	78
Tabela 3 - Reações aplicadas nas vigas devido a carga acidental. ....	79
Tabela 4 - Carregamento normal no pilar P15. ....	118
Tabela 5 - Coeficiente $\alpha$ para o cálculo de flechas elásticas em lajes.	153
Tabela 6 - Coeficiente $\mu_x$ para o cálculo dos momentos máximos nas lajes. ....	156
Tabela 7 - Coeficiente $\mu_y$ para o cálculo dos momentos máximos nas lajes. ....	159
Tabela 8 - Coeficiente $\mu'_x$ para o cálculo dos momentos máximos nas lajes. ....	162
Tabela 9 - Coeficiente $\mu'_y$ para o cálculo dos momentos máximos nas lajes. ....	165
Tabela 10 - Coeficiente $K_x$ para o cálculo das reações nas vigas de apoio.....	171
Tabela 11 - Coeficiente $K_y$ para o cálculo das reações nas vigas de apoio.....	174
Tabela 12 - Coeficiente $K'_x$ para o cálculo das reações nas vigas de apoio.....	177
Tabela 13 - Coeficiente $K'_y$ para o cálculo das reações nas vigas de apoio.....	180

# SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	17
1 estruturas de concreto armado.....	18
1.1 Conceito de concreto armado .....	18
1.2 Resistência à compressão.....	18
1.3 Resistência à tração.....	18
1.4 Módulo de elasticidade .....	19
1.5 Aço.....	19
1.6 Durabilidade da estrutura.....	20
1.6.1 Classe de agressividade ambiental (CAA).....	20
1.6.2 Cobrimento.....	20
1.7 Qualidade da estrutura .....	20
1.8 Estados limites .....	21
1.8.1 Estado limite último (ELU).....	21
1.8.2 Estado limite de serviço (ELS) .....	21
1.9 Ações e combinações.....	22
2 Considerações de projeto .....	23
2.1 Localização .....	23
2.2 Projeto arquitetônico.....	24
2.3 Ação do vento .....	24
2.4 Critérios de projeto .....	24
2.5 Concepção Estrutural.....	25
2.6 Pré-Dimensionamento .....	25
3 LAJES .....	29
3.1 Metodologia de cálculo.....	29
3.1.1 Vãos .....	29
3.1.2 Vinculação .....	30
3.1.3 Carregamentos Atuantes .....	32

3.1.4	Reações de Apoio.....	32
3.1.5	Momentos fletores e compatibilização .....	33
3.1.6	Verificações de Deformação Excessiva .....	35
3.1.7	Dimensionamento das Armaduras.....	40
3.1.8	Verificação ao Cisalhamento.....	41
3.1.9	Detalhamento .....	42
3.2	Cálculo da laje L22 do pavimento tipo 2, 4 e 6.....	44
3.2.1	Vãos efetivos .....	45
3.2.2	Tipo de armação da laje.....	46
3.2.3	Pré-dimensionamento .....	46
3.2.4	Vinculação.....	46
3.2.5	Ações.....	47
3.2.6	Estimativa da flecha elástica (ELS-DEF).....	48
(ELU)	3.2.7 Momentos máximos para o Estado Limite Último	50
3.2.8	Compatibilização dos momentos negativos .....	52
3.2.9	Correção dos momentos positivos.....	53
3.2.10	Dimensionamento da armadura positiva .....	54
3.2.11	Dimensionamento da armadura negativa .....	56
3.2.12	Detalhamento da armadura positiva .....	57
3.2.13	Detalhamento da armadura negativa .....	59
3.2.14	Reações da laje nas vigas .....	60
3.2.15	Detalhamento final .....	61
4	VIGAS.....	64
4.1	Metodologia de Cálculo .....	64
4.1.1	Vãos.....	64
4.1.2	Vinculação.....	65
4.1.3	Esforços.....	65
4.2	Detalhamento .....	65

4.3	Verificações dos estados limites de serviço.....	72
4.3.1	Estado limite de abertura de fissuras – ELS-W...	72
4.3.2	Estado limite de deformação excessiva – ELS-DEF	74
4.4	Cálculo da viga V13 do pavimento tipo 2, 4 e 6.....	75
4.4.1	Pré-dimensionamento.....	77
4.4.2	Vãos efetivos.....	77
4.4.3	Vinculação .....	77
4.4.4	Ações.....	77
4.4.5	Determinação dos esforços solicitantes para o ELU	81
4.4.6	Dimensionamento da armadura longitudinal .....	84
4.4.7	Armadura transversal .....	91
4.4.8	Estado limite de serviço .....	93
4.4.9	Detalhamento da armadura .....	99
5	PILARES .....	109
5.1	Metodologia de Cálculo.....	109
5.2	Definições Normativas .....	109
5.3	Ações .....	110
5.4	Comprimento Equivalente .....	110
5.5	Imperfeições Geométricas .....	111
5.5.1	Excentricidade inicial.....	112
5.6	Índice de Esbeltez e Raio de Giração .....	112
5.7	Cálculo dos Efeitos de Segunda Ordem.....	113
5.8	Dimensionamento .....	114
5.9	Detalhamento.....	115
5.9.1	Prescrições da Norma.....	115
5.10	Cálculo do pilar P15 do segundo pavimento .....	116
5.10.1	Ações.....	117

5.10.2	Esforços solicitantes iniciais.....	120
5.10.3	Comprimento equivalente .....	120
5.10.4	Excentricidade e momentos mínimos.....	121
5.10.5	Índice de esbeltez .....	121
5.10.6	Momentos de 2ª ordem.....	122
5.10.7	Momentos finais de cálculo.....	123
5.10.8	Dimensionamento da armadura longitudinal...	124
5.10.9	Detalhamento da armadura longitudinal .....	125
5.10.10	Detalhamento da armadura transversal .....	127
5.10.11	Detalhamento final .....	128
6	ESCADA.....	129
6.1	Espessura média.....	129
6.2	Ações.....	130
6.3	Momento e Reações .....	130
6.4	Cálculo da armadura principal .....	131
6.5	Verificação ao cisalhamento .....	132
6.6	Ancoragem nos apoios .....	133
6.7	Detalhamento .....	134
7	DIMENSIONAMENTO EXECUTADO PELA CONSTRUTORA .....	136
7.1	Laje L23 .....	136
7.2	Viga V13.....	139
7.3	Pilar P15.....	141
8	CONCLUSÃO.....	143
9	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	144
	ANEXO A .....	146
	ANEXO B.....	149
	ANEXO C.....	150
	ANEXO D .....	167

APÊNDICE A ..... 181



## INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem por objetivo abordar o cálculo de elementos estruturais em concreto armado em um edifício residencial multifamiliar. A compreensão do funcionamento dos elementos, entendimento dos resultados das distribuições dos esforços e a habilidade de escolher entre os tipos e quantidades dos materiais são algumas das características que destacam um bom profissional da área de estruturas.

O processo de cálculo dos elementos será manual, com o intuito de se obter uma maior sensibilidade de dimensionamento, visto que alunos da graduação ainda não possuem uma grande experiência em projetos estruturais. Para isso, são aplicados os conhecimentos adquiridos ao longo da graduação, através de anotações tomadas em aula, e também em pesquisas em livros e normas técnicas, assim como a utilização de programas como o Ftool, para auxiliar na obtenção dos diagramas de esforços, agilizando o processo de cálculo.

Primeiramente são mostradas algumas considerações para efeito de pré-dimensionamento, para então demonstrar o cálculo dos elementos divididos em laje, viga, pilar e escada.

Posteriormente os resultados obtidos pelos cálculos manuais serão comparados com o detalhamento já executado em obra, fazendo uma análise dos possíveis motivos para as diferenças nos dimensionamentos.

Com o trabalho, almeja-se obter um conhecimento mais aprofundado quanto ao desenvolvimento de projetos de modo a adquirir experiência na área de engenharia estrutural e obter uma ideia de quanto diferença de experiência nessa área pode causar em um dimensionamento.

# 1 ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

## 1.1 Conceito de concreto armado

O concreto possui como principal característica a alta resistência à compressão e baixa resistência à tração, que causa nos elementos estruturais surgimento de fissuras e rompimento frágil na zona tracionada, onde é pouco utilizada a resistência a compressão. Para tornar o uso do concreto viável em estruturas que apresentam tração, são introduzidas barras de aço em posições convenientes para resistir à tração aplicada no elemento, visto que o aço possui alta resistência a esse esforço. Assim, ao fissurar o concreto na zona comprimida, os esforços de tração passam a ser absorvidos pela armadura e ao concreto são atribuídas tensões de compressão, aumentando a resistência do elemento e viabilizando sua utilização.

## 1.2 Resistência à compressão

Considerada a principal característica do concreto, é determinada pelo ensaio de corpos de prova de dimensões padronizadas, definidas pelas normas NBR 5378:94 e NBR 5739:94. Com os valores de ensaios, a NBR 6118:2007 estipula um valor de resistência característica a compressão ( $f_{ck}$ ) como um valor que apresenta 95% de confiança que estará dentro do intervalo admitido da resistência característica para 28 dias.

Definidos os valores característicos de resistência dos materiais, é aplicado o coeficiente de ponderação das resistências  $\gamma_c$  (item 12.4, NBR 6118:2007) com o intuito de considerar a não conformidade dos materiais acarretando numa redução de seus valores originais. A resistência de cálculo  $f_{cd}$  é retirada do item 12.3.1 da NBR 6118:2007 e se dá pela equação:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

## 1.3 Resistência à tração

Como o concreto possui baixa resistência à tração, sua influência é desprezada durante o dimensionamento, porém essa resistência é levada em conta na verificação de deformações sob as cargas de serviço, além de também estar relacionada com a fissuração,

portante é importante conhecê-la. A determinação da resistência à tração do concreto também é determinada por ensaios, porém como não foram feitos ensaios de resistência à tração, serão utilizadas equações alternativas para a obtenção deste valor, encontradas no item 8.2.5 da NBR 6118:2007, sendo elas:

$$f_{ct,m} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3} \text{ (resist. caract. média à tração do concreto)}$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \times f_{ctm} \text{ (resist. caract. à tração inf. do concreto)}$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \times f_{ctm} \text{ (resist. caract. à tração sup. do concreto)}$$

Onde o resultado obtido é em megapascal(MPa).

#### 1.4 Módulo de elasticidade

O módulo de elasticidade é um parâmetro relativo a deformação do concreto sob a ação de tensões, sendo avaliado pelo diagrama de tensão  $\times$  deformação no ensaio de compressão.

Também por falta de ensaios, será utilizada outra equação para obter o módulo de Elasticidade Longitudinal do Concreto ( $E_c$ ), sendo calculada através da expressão encontrada no item 8.2.8 da NBR 6118:2007:

$$E_{ci} = 5600 \times f_{ck}^{1/2} \quad \text{com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

O módulo de elasticidade secante a ser utilizado na determinação de esforços solicitantes e verificação de estados limites de serviço é calculado pela seguinte expressão, também retirada da mesma norma:

$$E_{cs} = 0,85 \times E_{ci}$$

#### 1.5 Aço

Como dito anteriormente, o concreto isoladamente apresenta baixa resistência a tração, portanto é colocado aço em seu interior para absorção desses esforços, tendo o aço as características definidas pela NBR 7480:2007.

Para resistência de cálculo ( $f_{yd}$ ) também é utilizado um coeficiente de minoração ( $\gamma_y$ ), porém com um valor diferente do utilizado para o concreto, visto que o aço é um material mais confiável,

levando em consideração varios fatores, como o processo de produção, por exemplo.

## **1.6 Durabilidade da estrutura**

Além da capacidade de resistência e o desempenho de serviço, também existe a durabilidade como requisito de qualidade da estrutura, sendo este fator a capacidade da estrutura de conservar suas características de segurança, estabilidade, estanqueidade e estética, resistindo às influências do meio ambiente onde ela esta localizada, preservando sua integridade sem a necessidade de reparos.

A durabilidade de uma estrutura depende muito das características do concreto, como o cobrimento utilizado para a armadura e a relação água-cimento.

### **1.6.1 Classe de agressividade ambiental (CAA)**

No item 6.4 da NBR 6118:2007 é definido que a classe de agressividade do ambiente está relacionada a fatores físicos e químicos que atuam sobre estruturas de concreto, independente das ações mecânicas. A partir da tabela 6.1 da mesma norma, utilizando o tipo de ambiente em que a construção se localiza como dado de entrada, é possível definir em qual classe de agressividade ambiental o projeto se enquadra. Para o trabalho em questão, definiu-se a classe de agressividade ambiental III (CAA-III), pois mesmo se encontra em uma cidade litorânea, exposta às ações da classe marinha.

### **1.6.2 Cobrimento**

O cobrimento mínimo é a distância livre entre uma face da peça estrutural e a camada de barras mais próxima dessa face (CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO, 2007), visando criar uma camada de proteção para a armadura, evitando que ela fique exposta aos efeitos do ambiente, impedindo sua corrosão. O cobrimento nominal é obtido através do acréscimo de tolerância na execução ao mínimo. A partir da tabela 7.2 encontrada na NBR 6118:2007 pode-se obter os valores cobrimento nominal para os diferentes elementos da estrutura, através da relação com a Classe de Agressividade Ambiental.

## **1.7 Qualidade da estrutura**

É imprescindível que durante a construção e durante o tempo de utilização a estrutura atenda os requisitos de segurança, como suportar ações impostas sobre ela sem atingir a ruína, de ter bom desempenho, de não apresentar deformações excessivas a ponto de causar desconforto na utilização da mesma, e de ser durável, evitando a necessidade de reparos.

## **1.8 Estados limites**

Quando a estrutura não atende os critérios citados no item anterior, diz-se que ela atingiu o estado limite e não satisfaz as condições previstas para o seu uso ou encontra-se imprópria. Nesse aspecto, a estrutura deve apresentar dois estados limites, ou seja, dois valores distintos que ela não pode ultrapassar. O primeiro é o estado limite último, que está relacionado com a ruína da estrutura, e é com ele que é realizado o dimensionamento. O segundo é o estado limite de serviço, que está relacionado ao conforto do usuário e à aparência da estrutura.

Uma estrutura é considerada segura quando as resistências calculadas são maiores que as solicitações para ambos os estados limites, onde já está considerada a margem de segurança no dimensionamento, visto que são aplicados coeficientes de ponderação nos cálculos, criando uma boa margem na segurança da estrutura.

### **1.8.1 Estado limite último (ELU)**

O Estado Limite Ultimo está relacionado ao colapso ou qualquer forma de ruína da estrutura, correspondendo à máxima capacidade resistente da estrutura, e quando é atingido compromete parcial ou completamente a utilização da mesma. O item 10.3 da NBR 6118:2007 apresenta os estados limites últimos que devem ser verificados, sendo eles:

- Perda de equilíbrio como corpo rígido;
- Esgotamento da capacidade resistente da estrutura;
- Instabilidade devido a solicitações mecânicas;
- Colapso progressivo (fadiga).

### **1.8.2 Estado limite de serviço (ELS)**

O estado limite de serviço está relacionado ao conforto do usuário, à aparência e funcionalidade da estrutura, portanto a estrutura pode não ter atingido sua máxima capacidade resistente, mas pode apresentar desconforto para quem estiver utilizando o ambiente, apresentando flechas muito grandes em lajes e vigas ou fissurações, que comprometem a estética e a durabilidade da construção. O item 3.2 da NBR 6118:2007 apresenta os estados limites últimos de serviço que devem ser verificados, sendo eles:

- Formação e abertura de fissuras, denegrindo a estética e a durabilidade;
- Deformação excessiva, causando desconforto e afetando o uso;
- Vibrações excessivas, causando desconforto e podendo causar danos.

## **1.9 Ações e combinações**

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho, as ações são qualquer influência, ou conjunto delas, capazes de produzir estados de tensão e deformação em uma estrutura.

As ações são divididas em permanentes, variáveis e excepcionais.

As ações permanentes ocorrem praticamente em toda vida útil da estrutura, ou aquelas que crescem durante o tempo tendendo a um valor constante. Divididas em diretas e indiretas. Nas diretas podemos citar o peso próprio, instalações e revestimentos, além de empuxos de terra quando existirem. As indiretas são as deformações, fluência do concreto, deslocamento de apoios, retração, imperfeições geométricas e efeitos de protensão (NBR 6118:2007, item 11.3.1).

As ações variáveis são as que variam com o tempo. Da mesma forma se classificam em diretas e indiretas: no primeiro grupo tem-se as cargas acidentais previstas para o uso da construção, ação do vento, água e ações variáveis durante a construção, nas indiretas encontram-se as ações provocadas por variação de temperatura e ações dinâmicas (NBR 6118:2007, item 11.4.1).

As excepcionais são situações nas quais os efeitos não podem ser controlados, tais como explosões, enchentes, sismos e incêndios e não possuem valores definidos. Essas devem ser consideradas em cada caso particular de acordo com as Normas Brasileiras específicas.

Assim como as resistências, os valores utilizados para cálculo das ações são representados por valores característicos, que são

estabelecidos em função da variabilidade de suas intensidades e representativos, ações quantificadas por seus valores representativos (NBR 6118:2007, item 11.6). Porém, desta vez, ao invés de serem minorados serão majorados por um coeficiente  $\gamma_f$ , definido como sendo:

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \times \gamma_{f2} \times \gamma_{f3}$$

No estado limite último esses coeficientes são obtidos pelas tabelas 11.1 e 11.2 da NBR 6118:2007.

Conforme o item 11.7.2 da NBR 6118:2007 no estado limite de serviço, em geral, o coeficiente de ponderação é dado por:

$$\gamma_f = \gamma_{f2}$$

Onde,

$\gamma_{f2} = 1$  para combinações raras;

$\gamma_{f2} = \Psi_1$  para combinações frequentes;

$\gamma_{f2} = \Psi_2$  para combinações quase permanentes.

Além disso, a norma define que um carregamento é definido pela combinação das ações que têm probabilidades de atuarem simultaneamente sobre a estrutura, durante um período pré-estabelecido. As combinações são decompostas em últimas e de serviço.

As combinações últimas, que são classificadas em normais, especiais ou de construção e excepcionais podem ser observadas na tabela 11.3 da NBR 6118:2007.

As combinações de serviço são classificadas de acordo com sua permanência na estrutura em quase permanentes, frequentes e raras, dispostas na tabela 11.4 da mesma norma.

## 2 CONSIDERAÇÕES DE PROJETO

### 2.1 Localização

O terreno em que será construído o edifício residencial se encontra na Rua Carlos Correa, no bairro Agrônômica, município de Florianópolis. Com os dados da localização em mãos é possível obter informações relativas à classe de agressividade ambiental e características do solo.

## **2.2 Projeto arquitetônico**

A construção consiste em um edifício residencial multifamiliar de térreo, subsolo, 7 pavimentos com apartamentos, sendo os pavimentos 2, 4 e 6 do tipo 1 e os pavimentos 3, 5 e 7 do tipo 2, um pavimento de sótão e um reservatório elevado, totalizando uma área de 3.118,21 m<sup>2</sup> de estrutura em concreto armado e fechamento com blocos cerâmicos. O projeto arquitetônico se encontra ao final do trabalho no anexo X.

## **2.3 Ação do vento**

Segundo a NBR 6118:2007 os esforços devido à ação do vento devem ser sempre considerados, sendo esses esforços definidos de acordo com as diretrizes definidas pela NBR 6123, permitindo o emprego de regras simplificadas previstas em outras normas específicas.

Apesar da obrigatoriedade da sua consideração, esse trabalho estudou apenas elementos que não fazem parte da estrutura de contraventamento da edificação, portanto as cargas de vento não tiveram que ser consideradas nos cálculos.

## **2.4 Critérios de projeto**

O presente projeto será executado com concreto armado, aplicando lajes maciças apoiadas em vigas retangulares e estas apoiadas em pilares como sistema construtivo, e como já explicado anteriormente não será considerada a ação do vento, portanto a estrutura será submetida apenas a cargas verticais devido as ações permanentes e variáveis e carga de peso próprio. O dimensionamento será efetuado baseado no método dos estados-limite e com auxílio de ábacos.

Para o concreto o agregado graúdo escolhido para dimensionamento foi a Brita 1, que possui diâmetro máximo de 19mm, valor que será utilizado posteriormente para os cálculos de espaçamentos das armaduras.

O aço arbitrado para a realização deste projeto é do tipo CA-50, o mesmo apresenta uma resistência característica ( $f_{yk}$ ) de 500 MPa, módulo de elasticidade de 210 Gpa e é provido de nervuras transversais, que auxiliam na aderência entre o aço e o concreto.

A tabela 7.1 encontrada na NBR 6118:2007 apresenta a correspondência entre classe de agressividade e qualidade do concreto. A classe de concreto mínima permitida para CAA-III é a C30 que



corresponde a uma resistência característica a compressão mínima de 30 MPa, portanto essa foi a resistência adotada no projeto. Também relacionado à classe de agressividade está o cobrimento mínimo, que para o presente trabalho definiu-se que para lajes será utilizado 35mm e 40mm para vigas e pilares.

O peso específico dos materiais utilizados e os valores das cargas acidentais foram obtidos na NBR 6120:1980 e serão apresentados durante os cálculos, posteriormente.

## 2.5 Conceção Estrutural

A concepção estrutural consiste em escolher um sistema estrutural que constitua a parte resistente do edifício. Essa etapa, uma das mais importantes no projeto estrutural, implica em escolher os elementos a serem utilizados e definir suas posições, de modo a formar um sistema estrutural eficiente, capaz de absorver os esforços oriundos das ações atuantes e transmiti-los ao solo de fundação (PINHEIRO, 2003).

A compatibilização entre os projetos envolvidos é primordial para que sejam evitados conflitos. A arquitetura é quem dá a ideia inicial para a modelagem estrutural, e mesmo que impossibilite algumas soluções, deve estar coerente com a funcionalidade da estrutura.

O lançamento estrutural pode iniciar pelo posicionamento dos pilares, seguido da colocação de vigas as quais delimitam as lajes.

## 2.6 Pré-Dimensionamento

Esta etapa é necessária para uma boa estimativa do peso da estrutura, que faz parte do cálculo das ações. Com ele podemos prever o peso próprio e também as rigidezes entre os elementos.

Começando pelas lajes, sugere-se que as lajes maciças armadas em duas direções podem ser pré-dimensionadas com espessuras com valores entre  $l_x/50$  e  $l_x/40$ , sendo  $l_x$  o menor vão teórico.

A NBR 6118:2007, no item 13.2.4.1, traz os seguintes limites mínimos para a espessura das lajes:

- a) 5 cm para lajes de cobertura não em balanço;
- b) 7 cm para lajes de piso ou de cobertura em balanço;
- c) 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;

- d) 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN;
- e) 15 cm para lajes com protensão;
- f) 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes-cogumelo.

Para uma primeira estimativa das alturas das vigas PINHEIRO (2010) cita as seguintes relações:

- tramos internos:  $h_{est} = \frac{l_0}{12}$ ;
- tramos externos ou vigas biapoiadas:  $h_{est} = \frac{l_0}{10}$ ;
- balanços:  $h_{est} = \frac{l_0}{5}$ .

Quanto aos pilares CARVALHO E PINHEIRO (2009) recomendam que sejam utilizados para a menor dimensão os seguintes valores:

$$b \geq \begin{cases} 12 \text{ a } 20 \text{ cm} \rightarrow \text{até } 2 \text{ pavimentos} \\ 15 \text{ a } 20 \text{ cm} \rightarrow \text{até } 4 \text{ pavimentos} \\ 20 \text{ a } 30 \text{ cm} \rightarrow \text{até } 12 \text{ pavimentos} \end{cases}$$

A NBR 6118:2007 não permite a utilização de pilares com área transversal inferior a 360 cm<sup>2</sup>.

Para um pré-dimensionamento mais realista, pode-se usar o processo de áreas de influência, o qual consiste em dividir a área total do pavimento em áreas de influência, relativas a cada pilar e, a partir daí, estimar a carga que eles irão absorver (PINHEIRO, 2003).

A seção do pilar é estimada de acordo com a formulação a seguir:

$$Ac = \frac{30 \times \alpha \times A \times (n + 0,7)}{fck + 0,01 \times (69,2 - fck)}$$

Sendo:

$Ac = b \times h \rightarrow$  área da seção de concreto (cm<sup>2</sup>)

$A \rightarrow$  área de influência do pilar (m<sup>2</sup>)

$n$  → número de pavimentos-tipo

$(n+0,7)$  → número que considera a cobertura, com carga estimada em 70% da relativa ao pavimento-tipo.

$f_{ck}$  → resistência característica do concreto (kN/cm<sup>2</sup>)

O coeficiente  $\alpha$  leva em conta as excentricidades da carga, sendo utilizados os valores:

- 1,3 para pilares interno ou de extremidade, na direção da maior dimensão;
- 1,5 para pilares de extremidade, na direção da menor dimensão;
- 1,8 para pilares de canto.

Com essas recomendações, adotaram-se pilares retangulares de seção 20x80 cm, como seção padrão, excetuando apenas o pilar de seção circular que possui além de função estrutural, valor arquitetônico no projeto.



### 3 LAJES

Lajes são elementos planos, em geral horizontais, possuindo a largura e comprimento muito maiores que a sua espessura, sujeitas na maior parte por ações normais ao plano em que se encontram. A principal função das lajes é receber os carregamentos atuantes no pavimento, provenientes do uso da construção (pessoas, móveis e equipamentos), descarregando esses esforços sobre as vigas em que estão apoiadas.

Neste trabalho é estudado o caso de laje maciça. Esse tipo de laje se caracteriza por transmitir suas reações em todas as vigas que a contornam, quando a relação entre o maior e o menor vão é igual ou menor que dois. Diferenciando-se das lajes pré-moldadas de vigotas que transmitem os esforços apenas em uma direção.

#### 3.1 Metodologia de cálculo

O método utilizado é o dos estados-limites, que por meio de coeficientes de majoração e minoração garantem a segurança da peça.

Para o cálculo de lajes maciças de concreto armado, deve-se seguir um conjunto de etapas, começando-se pela determinação dos vãos, seguindo pelas suas condições de vinculação, pré-dimensionamento da altura da laje, cálculo das cargas atuantes e as verificações de flechas e fissuração para a obtenção dos momentos e armaduras correspondentes. Por último são obtidas as reações de apoio transferidas às vigas que contornam as lajes para ser realizada a verificação quanto ao cisalhamento e detalhamento das lajes. Ao final do capítulo, será mostrado um exemplo com uma laje do projeto.

##### 3.1.1 Vãos

Esta etapa consiste em determinar os vãos livres ( $l_0$ ), os vãos efetivos ( $l_{ef}$ ) e a relação entre os vãos efetivos. Com isso se define a disposição e detalhamento das armaduras.

A laje pode ser armada nas duas direções, quando a relação entre os vãos for menor ou igual a 2. Quando o valor dessa relação for superior a 2 terá armação unidirecional, tendo uma armadura principal na direção do menor vão e uma armadura de distribuição na direção do maior.

O vão efetivo é calculado de acordo com os itens 14.7.2.2 e 14.6.2.4 da NBR 6118:2007.

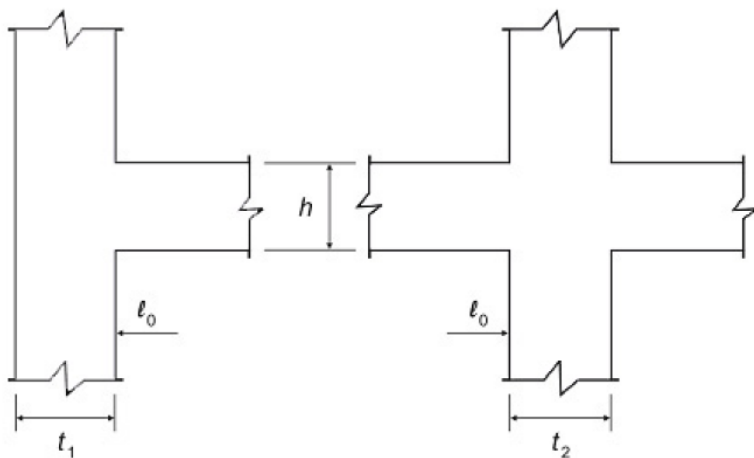
$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2$$

sendo:

$a_1$  – é o menor valor entre  $t_1/2$  e  $0,3 \times h$ ;

$a_2$  – é o menor valor entre  $t_2/2$  e  $0,3 \times h$ .

Figura 1 - Vão efetivo.



a) Apoio de vão extremo

b) Apoio de vão intermediário

Fonte: Figura 14.5 NBR 6118:2007

Da relação entre maior e menor vão efetivo encontra-se o parâmetro  $\lambda$ , sendo este calculado pela expressão:

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$$

### 3.1.2 Vinculação

São considerados três tipos vinculação das lajes: bordo livre, bordo simplesmente apoiado e engaste. Devem ser feitas algumas considerações para escolha de engastamento ou não da laje, sendo elas:

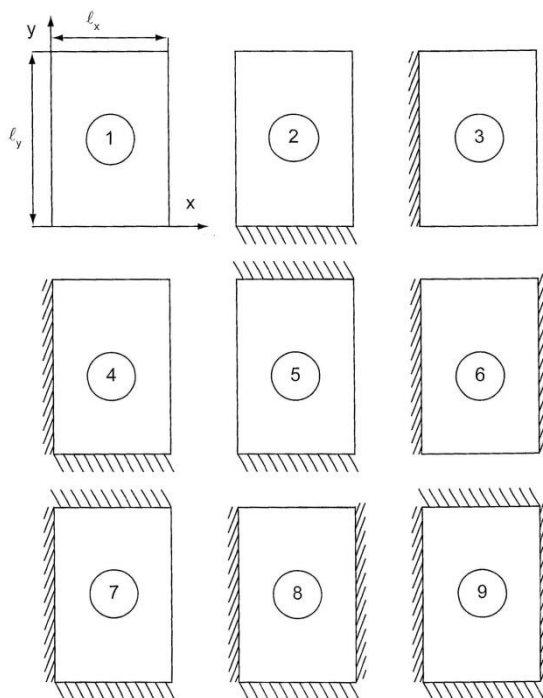
- Nos apoios intermediários ou contínuos, onde houver diferença de nível entre as lajes vizinhas devido a rebaixos, dependendo da magnitude do rebaixo, pode-

se desprezar a continuidade e calcular-se a laje rebaixada supondo tal apoio como se fosse apoio simples ou considerar continuidade e calculá-lo como engaste. A laje adjacente deverá ser considerada devido à falta de continuidade;

- Quando, ao longo de um apoio existir menos de  $2/3$  de seu comprimento com continuidade entre lajes vizinhas de mesmo nível, despreza-se a continuidade e considera-se tal apoio como simples. Quando houver  $2/3$  ou mais de continuidade ao longo de um apoio, considera-se este apoio como engaste.

Desta forma, podem ser considerados nove tipos diferentes de vinculação de lajes, que são representados na figura a seguir.

Figura 2 - Situações de vinculação das placas isoladas constantes nas tabelas.



Fonte: CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO (2007)

### 3.1.3 Carregamentos Atuantes

Os carregamentos atuantes na laje são o peso próprio, peso de revestimentos, peso de paredes e cargas de utilização. A tabela 1 da NBR 6120:1980 apresenta o peso específico dos materiais utilizados em construção. Neste projeto as cargas são as seguintes:

Para lajes que possuem carregamento de parede, o item 2.1.2 da NBR 6120:80 cita:

- Quando forem previstas paredes divisórias, cuja posição não esteja definida no projeto, o cálculo de pisos com suficiente capacidade de distribuição transversal da carga, quando não for feito por processo exato, pode ser feito admitindo, além dos demais carregamentos, uma carga uniformemente distribuída por metro quadrado de piso não menor que um terço do peso por metro linear de parede pronta, observado o valor mínimo de 1 kN/m<sup>2</sup>.

Os valores das cargas acidentais de utilização  $q$  que se encontram na tabela 2 da NBR 6120:80, representam os carregamentos devidos às pessoas, móveis, utensílios e veículos.

Para edifícios residenciais as cargas que são consideradas são 1,5kN/m<sup>2</sup> para dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiro e 2,0kN/m<sup>2</sup> para despensa, área de serviço e lavanderia, visto que nesses locais se encontram equipamentos mais pesados.

### 3.1.4 Reações de Apoio

As ações aplicadas nas lajes são transmitidas integralmente para as vigas que sustentam a laje, e ocorrem por meio de carregamento com intensidade variável ao longo de sua extensão. Porém, a NBR 6118:2007, no item 14.7.6.1, permite que sejam feitas algumas aproximações e simplificações para o cálculo das reações de apoio das lajes maciças retangulares com carga uniforme, sendo elas:

a) as reações em cada apoio são as correspondentes às cargas atuantes nos triângulos ou trapézios determinados através das charneiras plásticas correspondentes à análise efetivada com os critérios de 14.7.4 (item da Análise Plástica), sendo que essas reações podem ser, de maneira aproximada, consideradas uniformemente distribuídas sobre os elementos estruturais que lhes servem de apoio;

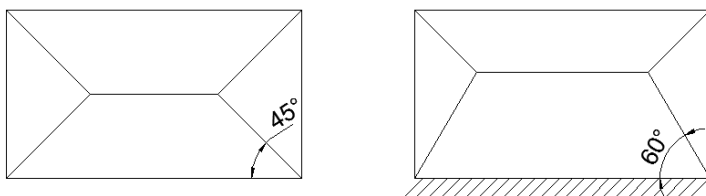


b) quando a análise plástica não for efetuada, as charneiras podem ser aproximadas por retas inclinadas, a partir dos vértices com os seguintes ângulos:

- 45° entre dois apoios do mesmo tipo;
- 60° a partir do apoio considerado engastado, se o outro for considerado simplesmente apoiado;
- 90° a partir do apoio, quando a borda vizinha for livre.

Este processo, chamado processo das áreas é ilustrado conforme a figura abaixo.

Figura 3 - Regiões da laje para o cálculo das reações nas vigas.



O cálculo das reações pode ser feito mediante o uso de expressões com o auxílio de tabelas, como as encontradas em Carvalho e Figueiredo (2012). Tais tabelas, baseadas no Processo das Áreas, fornecem coeficientes adimensionais(k) a partir das condições de apoio e de  $\lambda$ , com os quais se calculam as reações, dadas por:

$$q_x = k_x \times p \times \frac{l_x}{10} \quad q_y = k_y \times p \times \frac{l_x}{10}$$

$$q'_x = k'_x \times p \times \frac{l_x}{10} \quad q'_y = k'_y \times p \times \frac{l_x}{10}$$

Dessa forma, substituindo os coeficientes obtidos nas expressões acima, são obtidas as cargas que são transferidas para cada uma das vigas.

### 3.1.5 Momentos fletores e compatibilização

Os cálculos realizados neste trabalho foram feitos com o auxílio das tabelas de Bares, retiradas de Carvalho e Figueiredo (2012), para

obter os coeficientes  $\mu$  e então coloca-los nas equações para se ter os momentos positivos e negativos das lajes.

$$m_x = \mu_x \times \frac{p \times l_x^2}{100}$$

$$m_y = \mu_y \times \frac{p \times l_x^2}{100}$$

$$m'_x = \mu'_x \times \frac{p \times l_x^2}{100}$$

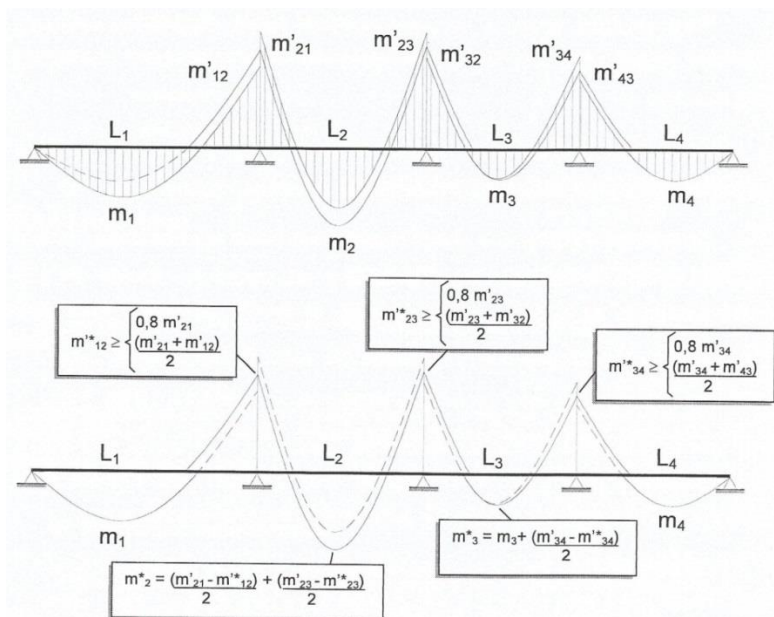
$$m'_y = \mu'_y \times \frac{p \times l_x^2}{100}$$

O valor do carregamento será feito pela combinação de ações últimas normais.

Geralmente lajes adjacentes se diferenciam nas condições de apoio, vãos teóricos ou carregamentos, resultando no apoio em comum em dois momentos negativos diferentes (PINHEIRO, 2010). Por isso deve-se fazer uma compatibilização entre esses momentos. Onde o critério a ser tomado seja utilizar o maior valor entre a média entre os dois momentos ou 80% do maior.

Em decorrência desta compatibilização, talvez haja a necessidade de correção dos momentos positivos. Se a correção diminuir o valor do momento positivo ignora-se a redução (a favor da segurança). Caso contrário, a correção é feita somando-se ao valor deste momento fletor a média das variações ocorridas nos momentos negativos sobre os respectivos apoios (PINHEIRO, 2010). A figura abaixo demonstra as situações.

Figura 4 - Compatibilização de momentos fletores



Fonte: PINHEIRO (2010)

### 3.1.6 Verificações de Deformação Excessiva

A flecha é definida como sendo o deslocamento máximo que ocorre em um elemento estrutural, portanto na verificação da flecha de uma laje de concreto armado, consideram-se: a existência de fissuras; o momento de inércia; as flechas imediata, diferida e total; e os valores limites.

A flecha imediata ocorre assim que o escoramento da laje é retirado, sendo o deslocamento inicial da mesma. Todo o deslocamento que ocorre a partir deste ponto é chamado de flecha diferida e acontece pelo efeito da fluência.

As flechas totais são a soma da flecha imediata mais a parcela diferida e não devem ultrapassar os deslocamentos limites estabelecidos na NBR 6118:2007, sendo eles representados pelos valores a seguir para a aceitabilidade visual e sensorial, respectivamente:

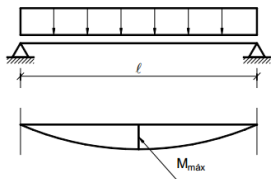
$$f_{im} = \frac{l_x}{250} \rightarrow \text{para a totalidade das cargas}$$

$$f_{im} = \frac{l_x}{350} \rightarrow \text{para o carregamento acidental}$$

Segundo BASTOS (2005), para lajes armadas em apenas uma direção deve ser considerado que o momento atuante seja na direção do menor vão, como uma viga de um metro de largura constante. Na outra direção desprezam-se os momentos fletores existentes. A seguir mostram-se os casos de vinculação com as respectivas equações para o cálculo de momento fletor e deslocamentos.

- Lajes biapoiadas:

Figura 5 - Lajes biapoiadas.

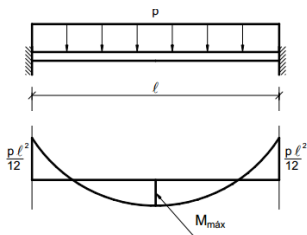


$$M_{máx} = \frac{p \times l^2}{8}$$

$$f_{máx} = \frac{5 \times p \times l^4}{384 \times E \times I}$$

- Lajes biengastadas:

Figura 6- Lajes biengastadas.

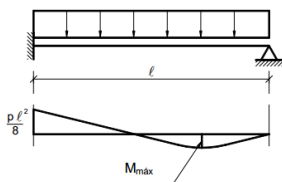


$$M_{máx} = \frac{p \times l^2}{24}$$

$$f_{máx} = \frac{1 \times p \times l^4}{384 \times E \times I}$$

- Lajes apoiadas-engastadas:

Figura 7 - Lajes apoiadas-engastadas.



$$M_{máx} = \frac{p \times l^2}{14,22}$$

$$f_{máx} = \frac{2,07 \times p \times l^4}{384 \times E \times I}$$

No caso de lajes armadas em duas direções, para se encontrar a flecha imediata, tendo-se o coeficiente  $\alpha$  obtido da tabela de Bares pode-se fazer uso da expressão:

$$f_0 = \frac{p \times l_x^4 \times \alpha}{E \times h^3 \times 100}$$

sendo:

$p$  – carregamento uniforme distribuído sobre a laje;

$\alpha$  – coeficiente retirado da tabela de Bares;

$l_x$  – menor vão da laje;

$E$  – modo de deformabilidade do concreto;

$h$  – espessura da placa.

Por se tratar de uma verificação de serviço a combinação a ser utilizada é a quase permanente, com  $\Psi_2=0,4$ , visto que se trata de um edifício residencial.

A flecha diferida é calculada a partir de um coeficiente  $\alpha_f$  o qual deve ser multiplicado pela flecha imediata. No item 17.3.2.1.2 da NBR 6118:2007 encontra-se a equação que fornece este coeficiente, sendo ela:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 \times \rho'}$$

onde:

$$\rho' = \frac{As'}{b \times d}$$

$\xi$  é um coeficiente em função do tempo, obtido através da tabela 1, calculado pelas expressões seguintes:

$$\Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

$$\xi(t) = 0,68 \times (0,996^t) \times t^{0,32} \text{ para } t \leq 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses}$$

sendo:

$t$  é o tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

$t_0$  é a idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração.

Tabela 1 - Valores do coeficiente  $\xi$  em função do tempo

Tempo (t) em meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	$\geq 70$
Coeficiente $\xi(t)$	0,00	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2,00

A flecha total é obtida multiplicando-se a flecha imediata por  $(1+\alpha_f)$ .

Nota-se que o cálculo dessa flecha é uma aproximação, visto que ao realizar a compatibilização dos momentos negativos entre lajes, há uma certa rotação em favor da laje que possui maior momento. A influência dessa compatibilização é levada em conta nos momentos positivos atuantes na laje, visto que é feita a correção destes, mas não é levada em consideração quando se diz respeito a flecha, portanto o cálculo desta não é completamente preciso.

As condições de desempenho de uma seção de concreto apresentam uma variação ao longo da aplicação das cargas, começando em seu estado inicial e terminando na ruptura. Conforme a estrutura avança nesse processo, é possível observar três etapas: estágio I, estágio II e estágio III. No estágio I as tensões são consideradas muito baixas e o concreto ainda consegue resistir à tração aplicada na peça. Conforme o carregamento vai aumentando, será atingido um ponto em que o concreto não terá mais resistência para aguentar as tensões de tração, dando início à fissuração, ponto onde a contribuição do concreto passa a ser desprezada e o aço passa a receber toda a carga de tração. Nesse

ponto é atingido o estágio II. O estágio III é caracterizado pela plastificação da zona comprimida de concreto e iminência da ruptura da seção.

Porém o item 17.3.1 da NBR 6118:2007 cita que nos estados limites de serviço as estruturas trabalham parcialmente no Estádio I e parcialmente no Estádio II. No estágio I o concreto resiste a tração e compressão, mas no estágio II se dá início à fissuração do concreto, sendo que ainda resiste a compressão, porém é o aço que passa a absorver toda a tração. Deve-se calcular o momento de fissuração para verificar junto ao momento solicitante se há fissuração na laje, caso houver, terá maior flecha. O cálculo do momento de fissuração é feito através da expressão aproximada a seguir:

$$M_r = \frac{\alpha \times f_{ct} \times I_c}{y_t}$$

sendo:

$\alpha$  1,5 para seções retangulares;

$y_t$  a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada ( $h/2$ );

$I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto:  $I_c = \frac{b \times h^3}{12}$ ; e

$f_{ct}$  é a resistência à tração direta do concreto. Para determinação do momento de fissuração deve ser usado o  $f_{ctk,inf}$  no estado limite de formação de fissura e o  $f_{ct,m}$  no estado limite de deformação excessiva.

Calculado o momento de fissuração, compara-se o seu valor com o do momento atuante. Se for verificado que houve fissuração, refaz-se o cálculo da flecha imediata considerando os dois estádios. Pode-se utilizar um modelo em que se admite uma única rigidez para todo o elemento, representando os trechos fissurados e não fissurados utilizando expressões que fornecem um valor médio para a inércia. A NBR 6118: 2007 no seu item 17.3.2.1.1, apresenta a equação obtida considerando esse modelo, fornecendo a rigidez equivalente de um elemento de concreto.

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \times I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \times I_{II} \right\} \leq E_{cs} \times I_c$$

onde:

$I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

$I_{II}$  é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II;

$M_a$  é o momento fletor na seção crítica do vão considerado;

$M_r$  é o momento de fissuração do elemento estrutural;

$E_{cs}$  é o módulo de elasticidade secante do concreto.

O momento de inércia no estágio II ( $I_{II}$ ) é dado pela expressão:

$$I_{II} = \frac{b_w \times x_{II}^3}{3} + \alpha_e \times A_s \times (d - x_{II})^2$$

A posição da linha neutra no estágio II ( $x_{II}$ ) é calculada por:

$$x_{II} = \frac{\alpha_e \times A_s}{b_w} \times \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times b_w \times d}{\alpha_e \times A_s}} \right)$$

onde:

$\alpha_e$  é a relação entre os módulos de elasticidade do aço e concreto ( $E_s/E_c$ );

### 3.1.7 Dimensionamento das Armaduras

Tendo os valores dos momentos fletores característicos compatibilizados (mk) em mãos, passa-se a determinação das armaduras. O dimensionamento é feito admitindo-se a largura  $b = 1m = 100 \text{ cm}$ , obtendo, dessa forma, uma área de aço por metro linear, que será disposto ao longo da laje no detalhamento

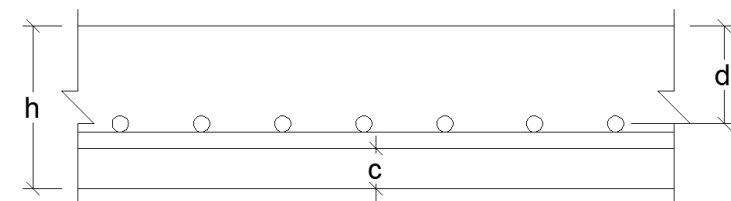
Com o objetivo de melhorar o seu desempenho e controlar a fissuração, o item 19.3.3.2 da NBR 6118:2007 define valores mínimos a serem utilizados como área de armadura. Esses valores são apresentados na tabela 19.1 da norma. Além disso, a mesma norma, no item 20.1, apresenta algumas condições quanto à disposição das armaduras.

- O diâmetro da barra não deve exceder 1/8 da altura da laje;
- As barras da armadura principal devem ser espaçadas a distâncias não superiores a 20 cm ou 2 vezes a altura da laje, prevalecendo o menor desses dois valores.
- A armadura secundária deve ser igual ou superior a 20% da armadura principal e deve haver no mínimo três barras por metro (uma a cada 33 cm).



Visto isto, é necessária a obtenção da posição da linha neutra,  $x$ , define-se a altura útil  $d$ , que é a distância entre o centro de gravidade da armadura longitudinal tracionada até a fibra mais comprimida de concreto.

Figura 8 - Altura total e altura útil da laje.



Sendo:

$$d = h - c - \frac{\phi}{2}$$

$$x = 1,25 \times d \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{M_{sd}}{0,425 \times f_{cd} \times b \times d^2}} \right)$$

Esse valor representa uma posição em relação à altura útil  $d$ , posição esta que divide a seção em duas partes: comprimida e tracionada. A razão  $x/d$  estabelece o domínio em que a peça se encontra. Para o dimensionamento ocorrer nos domínios 2 ou 3 essa razão deve permanecer abaixo de 0,628. Sendo que até o limite de 0,259 tem-se o domínio 2 e no intervalo de 0,259 e 0,628 o domínio 3. Acima destes valores se encontra o domínio 4, onde se faz necessária a utilização de armadura dupla.

Por fim é definida a equação que resulta na área do aço  $A_s$ :

$$A_s = \frac{M_{sd}}{f_{yd} \times (d - 0,4 \times x)}$$

### 3.1.8 Verificação ao Cisalhamento

Em situações usuais as lajes resistem aos esforços de cisalhamento sem que seja necessária a utilização de uma armadura

específica para isso. Para tal, de acordo com a norma, o esforço cortante de cálculo deve ser inferior a resistência de projeto ao cisalhamento.

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1}$$

sendo:

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \times k \times (1,2 + 40 \times \rho_1) + 0,15 \times \sigma_{cp}] \times b_w \times d$$

em que:

$$\tau_{Rd} = 0,25 \times f_{ctd} = 0,25 \times f_{ctk,inf} / \gamma_c ;$$

$k = 1$  para elementos em que 50% da armadura inferior não chega até o apoio;

$$k = (1,6 - d) \geq 1, \text{ com } d \text{ em metros, para os demais casos;}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \times d} \leq 0,02;$$

$$\sigma_{cp} = N_{Sd} / A_c.$$

Também devemos verificar a resistência à compressão das bielas de concreto comparando-se a força solicitante com a resistência de cálculo  $V_{Rd2}$ , dada por:

$$V_{Rd2} = 0,27 \times \alpha_{v1} \times f_{cd} \times b_w \times d$$

onde:

$$\alpha_{v1} = (1,0 - f_{ck}/250);$$

### 3.1.9 Detalhamento

Não está previsto em norma um espaçamento mínimo para as barras em lajes, porém a prática recomenda que sejam deixados espaços horizontais entre 10 e 20 cm.

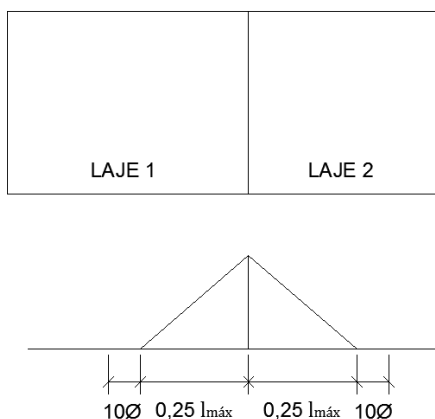
O espaçamento máximo das barras de armadura principal é dado pelo menor valor entre 20 cm ou duas vezes a altura da laje. O espaçamento máximo das barras de armadura secundária é de 33 cm, totalizando um mínimo de 3 barras por metro.

Para definir os comprimentos totais das barras de aço e as suas respectivas posições, será adotado que cada barra chegará até a face externa da viga, respeitando o cobrimento de 3,5cm definido anteriormente.

Para as armaduras negativas das lajes a norma descreve que na falta do diagrama exato dos momentos fletores negativos pode-se utilizar um diagrama triangular de momentos deslocado  $0,25l_{x\text{máx}}$ , onde  $l_{x\text{máx}}$  é:

- O maior dos menores vãos das lajes adjacentes quanto ambas forem engastadas;
- O menor vão da laje engastada quando a outra for considerada apoiada.

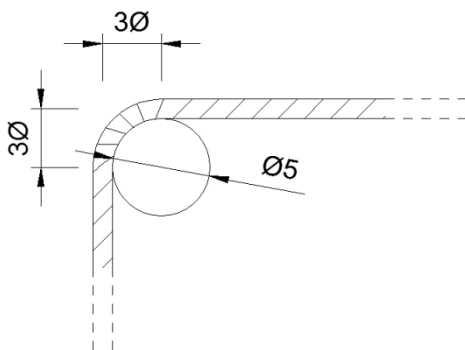
Figura 9 - Influência do momento negativo.



O comprimento total da armadura negativa será composto por  $0,25l_{x\text{máx}}$  e pelo comprimento do gancho, que será determinado pelo cobrimento da laje com um desconto devido a dobra que será realizada e depende do diâmetro da barra.

A tabela 9.1 da Norma define que para aço CA-50 com diâmetro inferior a 20 mm o pino de dobramento deve ter diâmetro de  $5\phi$ . O comprimento da dobra pode ser considerado o comprimento de um setor circular, como pode ser observado na figura abaixo:

Figura 10 – Detalhe da dobra do aço.



Nos comprimentos retos diminui-se  $3\phi$  de cada lado e soma-se com o comprimento da dobra que resulta de:

$$c_{dobra} = (5\phi + 1\phi) \times \frac{\pi}{4}$$

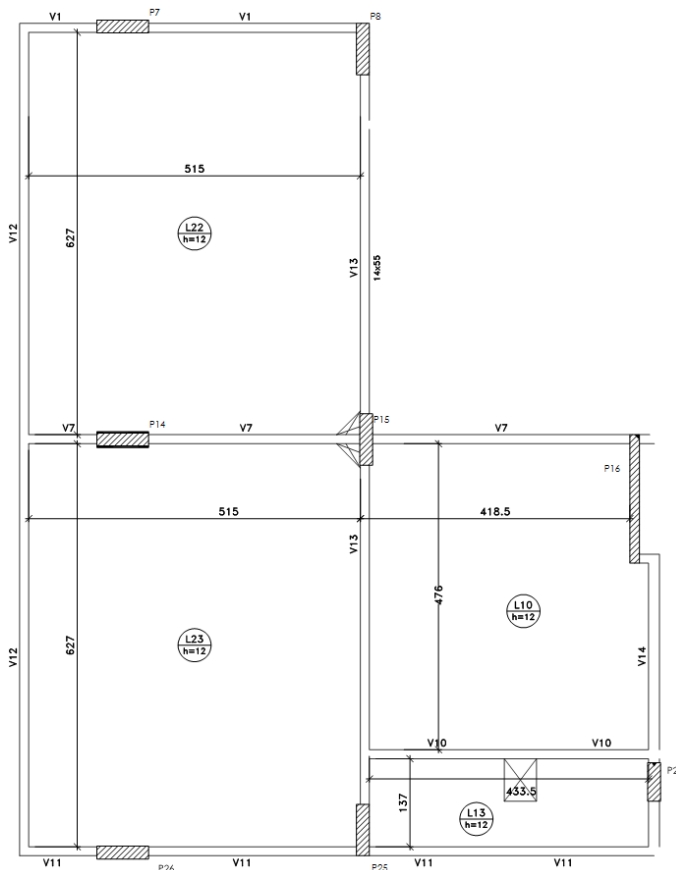
O comprimento final das barras se dá por:

$$l = 2 \times \left( 0,25 \times l_{m\acute{a}x} + 10\phi + (h - c_{inf} - c_{sup}) + (5\phi + 1\phi) \times \frac{\pi}{4} - (3\phi + 3\phi) \right)$$

### 3.2 Cálculo da laje L22 do pavimento tipo 2, 4 e 6

Para o dimensionamento e detalhamento da laje L23 do segundo pavimento, serão necessárias as análises das lajes adjacentes, sendo elas as lajes L10, L13 e L22. Na página seguinte segue um detalhe da planta de forma, com o posicionamento das lajes consideradas nesse cálculo e dados que serão fundamentais para seu dimensionamento.

Figura 11 – Detalhe da planta de formas para laje 23



### 3.2.1 Vãos efetivos

Os vãos efetivos são calculados de acordo com as expressões:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2$$

Como as vigas de apoio foram pré-dimensionadas com 14 cm, obtem-se:

$$l_x = l_0 + a_1 + a_2 = 515 + 7 + 7 = 529 \text{ cm}$$

$$l_y = l_0 + a_1 + a_2 = 627 + 7 + 7 = 641 \text{ cm}$$

### 3.2.2 Tipo de armação da laje

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{641}{529} = 1,21$$

Como o valor de  $\lambda$  é menor que 2 (limite estabelecido pela norma) a laje é armada em duas direções.

### 3.2.3 Pré-dimensionamento

O pré-dimensionamento da laje foi baseado no menor vão, utilizando as equações apresentadas anteriormente:

$$h = \frac{l_x}{40} \text{ a } \frac{l_x}{50} = \frac{529}{40} \text{ a } \frac{529}{50} = 13,2 \text{ a } 10,6$$

Pensando em manter uma espessura constante para as lajes utilizadas no projeto, será adotado  $h = 12cm$ .

### 3.2.4 Vinculação

Observando a planta de forma, a laje em estudo (L23), faz vizinhança com as lajes 10, 13 e 22. A laje 22 tem dimensões semelhantes à laje em estudo, portanto considera-se bordo engastado entre as duas. No encontro com as lajes 10 e 13 também considera-se que a laje 23 esteja engastada. Os outros dois bordos da laje são simplesmente apoiados nas vigas perimetrais, resultando na sua classificação como sendo o caso 4.

Figura 12 – Classificação de vinculação



### 3.2.5 Ações

Neste caso serão consideradas as ações provenientes do peso próprio, peso de revestimentos (tanto superior quanto inferior), peso de paredes e cargas de utilização.

O revestimento superior (contrapiso) será composto por argamassa de cimento com peso específico de  $21 \text{ kN/m}^3$  e 2,5 cm de espessura, enquanto o inferior (teto do pav. inferior) será executado com argamassa de cal, cimento e areia, possuindo peso específico de  $19 \text{ kN/m}^3$  e 1,5cm de espessura. A camada de revestimento final será executada com um revestimento cerâmico com 1,0 cm de espessura, tendo peso específico de  $18 \text{ kN/m}^3$ . Para obter os valores dessas cargas aplicadas na laje, multiplicam-se os pesos específicos pelas respectivas espessuras, obtendo:

$$\begin{aligned}
 g_{pp} &= 2,5 \text{ kN/m}^2 \\
 g_{\text{revest.sup}} &= 0,53 \text{ kN/m}^2 \\
 g_{\text{revest.inf}} &= 0,29 \text{ kN/m}^2 \\
 g_{\text{ceramica}} &= 0,18 \text{ kN/m}^2
 \end{aligned}$$

Para o carregamento das paredes, será considerada a parede de alvenaria com tijolos furados, possuindo um peso específico de  $15 \text{ kN/m}^3$ , altura de 2,65m e 0,15m de espessura, obtendo-se uma carga de 5,96 kN/m. Como definido pelo item 2.1.2 da NBR 6120:1980, será considerado um terço desse valor distribuído por metro quadrado, tendo uma carga adicional de parede de  $1,99 \text{ kN/m}^2$ , mas será adotado 2,0

kN/m<sup>2</sup> para facilitação dos cálculos, ainda trabalhando em favor da segurança. Essa carga será adicionada ao carregamento dos revestimentos e peso próprio, resultando no valor total da carga aplicada na laje :

$$g_{L23} = 5,5kN/m^2$$

A carga acidental, como visto anteriormente, também é obtida através da NBR 6120:80, sendo ela:

$$q = 1,5kN/m^2$$

### 3.2.6 Estimativa da flecha elástica (ELS-DEF)

#### 3.2.6.1 Determinação dos momentos de serviço

Como foi explicado no capítulo anterior, os momentos positivos e negativos máximos nas lajes armadas em duas direções são calculados pelas equações a seguir:

- Momento positivos em ambas as direções:

$$m_x = \mu_x \times \frac{p \times l_x^2}{100}$$

$$m_y = \mu_y \times \frac{p \times l_x^2}{100}$$

- Momentos negativos em ambas as direções

$$m'_x = \mu'_x \times \frac{p \times l_x^2}{100}$$

$$m'_y = \mu'_y \times \frac{p \times l_x^2}{100}$$

Os coeficientes foram obtidos através das tabelas de bares (caso 4 e  $\lambda = 1,21$ ), e os momentos atuantes são obtidos através da utilização de cargas em combinação quase permanente ( $\psi_2=0,3$ , conforme tabela 11.2 da NBR 6118), resultado da equação:

$$p_{serv} = g + \psi_2 \times q = 5,5 + 0,3 \times 1,5 = 5,95kN/m^2$$

Sendo assim é possível calcular os momentos de serviço:

$$m_x = 3,80 \times \frac{5,95 \times 5,29^2}{100} = 6,33kN.m/m$$

$$m_y = 2,78 \times \frac{5,95 \times 5,29^2}{100} = 4,63kN.m/m$$

$$m'_x = 8,76 \times \frac{5,95 \times 5,29^2}{100} = 14,59kN.m/m$$



$$m'_y = 7,65 \times \frac{5,95 \times 5,29^2}{100} = 12,74 \text{ kN.m/m}$$

### 3.2.6.2 Verificação do estádio

$$M_r = \frac{\alpha \times f_{ct} \times I_c}{y_t}$$

Sendo:

$\alpha = 1,5$  para seção retangular

$$I_c = \frac{b \times h^3}{12} = \frac{1,0 \times 0,12^3}{12} = 0,000144 \text{ m}^4$$

$$y_t = \frac{h}{2} = \frac{0,12}{2} = 0,06 \text{ m}$$

$$f_{ct} = f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{\frac{2}{3}} = 0,3 \times 30^{\frac{2}{3}} = 2,9 \text{ MPa} = 2900 \text{ kN/m}^2$$

Portanto:

$$M_r = \frac{1,5 \times 2900 \times 0,000144}{0,06} = 10,44 \text{ kN.m}$$

É possível verificar, assim, que os momentos negativos de serviço são maiores que o momento de fissuração, portanto ocorrerão fissuras nas bordas engastadas da laje, porém os momentos positivos estão abaixo do limite, não havendo fissuração na maior parte da laje. Portanto o cálculo será efetuado utilizando a inércia da seção bruta do concreto.

### 3.2.6.3 Verificação da flecha

- Flecha imediata:

$$f_0 = \frac{p \times l_x^4 \times \alpha}{E \times h^3 \times 100}$$

Sendo:

$\alpha = 3,38$  (caso 4 e  $\lambda = 1,21$ )

$p_{serv} = 5,95 \text{ kN/m}^2 = 5,95 \times 10^{-4} \text{ kN/cm}^2$  (calculado no item 3.2.6.1)

$$E = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{30} = 26071,59 \text{ MPa} = 2607,16 \text{ kN/cm}^2$$

Portanto:

$$f_0 = \frac{5,95 \times 10^{-4} \times 529^4 \times 3,38}{2607,16 \times 12^3 \times 100} = 0,35 \text{ cm}$$

- Flecha diferida

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1+50 \times \rho'}$$

onde:

$$\rho' = \frac{As'}{b \times d}$$

Como não será utilizada armadura negativa,  $\rho' = 0$ , então :

$$\alpha_f = \Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

$$\xi(t_0) = 0,68 \times (0,996^{t_0}) \times t_0^{0,32} \text{ para } t \leq 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses}$$

Ao considerar o primeiro carregamento aos 21 dias:

$$t_0 = \frac{21}{30} = 0,7 \text{ meses}$$

$$\xi(t_0) = 0,68 \times (0,996^{0,7}) \times 0,7^{0,32} = 0,605$$

$$\alpha_f = 2 - 0,605 = 1,395$$

- Flecha total

$$f_\infty = (1 + \alpha_f) \times f_0 = (1 + 1,395) \times 0,35 = 0,84 \text{ cm}$$

- Flecha limite para aceitabilidade visual

$$f_{adm} = \frac{l_x}{250} = \frac{529}{250} = 2,12 \text{ cm}$$

Como o valor da flecha é menor que o valor admissível, esta conforme ao estabelecido pela norma.

- Flecha limite para aceitabilidade sensorial de vibração

Para a verificação de vibração é utilizada apenas a carga acidental, visto que é apenas esta que causaria qualquer tipo de vibração na laje, já que as cargas permanentes são estáticas.

$$f_0 = \frac{q \times l_x^4 \times \alpha}{E \times h^3 \times 100} = \frac{1,5 \times 10^{-4} \times 529^4 \times 3,38}{2607,16 \times 12^3 \times 100} = 0,088 \text{ cm}$$

Então calcula-se o admissível para a vibração:

$$f_{adm} = \frac{l_x}{350} = \frac{529}{350} = 1,51 \text{ cm}$$

Como o valor da flecha é menor que o valor limite, está conforme ao estabelecido pela norma

### 3.2.7 Momentos máximos para o Estado Limite Último (ELU)

As cargas utilizadas para o cálculo dos momentos para o estado limite último são calculadas através da combinação última normal referente ao esgotamento da capacidade resistente para

elementos de concreto armado, presente na tabela 11.3 da NBR 6118:2007, utilizando os coeficientes de majoração citados nos capítulos anteriores:

$$p_{elu} = \gamma_g \times g + \gamma_q \times q = 1,4 \times 5,5 + 1,4 \times 1,5 = 9,8 \text{ kN/m}^2$$

Com o novo valor de carga, calcula-se novamente os momentos:

$$m_x = 3,80 \times \frac{9,8 \times 5,29^2}{100} = 10,42 \text{ kN.m/m}$$

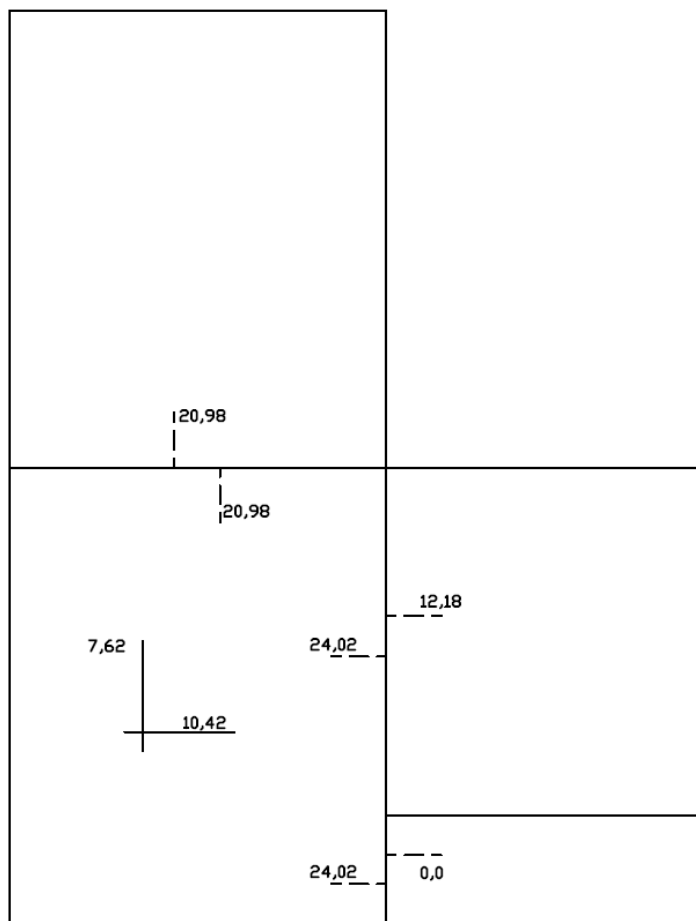
$$m_y = 2,78 \times \frac{9,8 \times 5,29^2}{100} = 7,62 \text{ kN.m/m}$$

$$m'_x = 8,76 \times \frac{9,8 \times 5,29^2}{100} = 24,02 \text{ kN.m/m}$$

$$m'_y = 7,65 \times \frac{9,8 \times 5,29^2}{100} = 20,98 \text{ kN.m/m}$$

Na figura seguinte é apresentado um resumo dos momentos dimensionados para a laje L23, assim como os negativos que estão sendo passados das lajes adjacentes para esta, visto que deverá ser realizada a compatibilização entre esses momentos.

Figura 13 – Momentos calculados laje L23



### 3.2.8 Compatibilização dos momentos negativos

Como no encontro das lajes há uma diferença entre os momentos negativos oriundos de cada uma delas, deve ser feita a compatibilização entre esses momentos, sendo utilizado o maior valor entre a média entre eles ou 80% do valor do maior momento.

- Entre L23 e L22

Como os momentos são iguais, não é necessário fazer a compatibilização

- Entre L23 e L10  
 $0,8 \times 24,02 = 19,22$   
 Ou  
 $\frac{24,02 + 12,18}{2} = 18,1$

Como se deve utilizar o maior, o novo momento será  
 $M=19,22\text{kN.m/m}$

- Entre L23 e L13  
 $0,8 \times 24,02 = 19,22$   
 Ou  
 $\frac{24,02 + 0}{2} = 12,01$

Como se deve utilizar o maior, o novo momento será  
 $M=19,22\text{kN.m/m}$

### 3.2.9 Correção dos momentos positivos

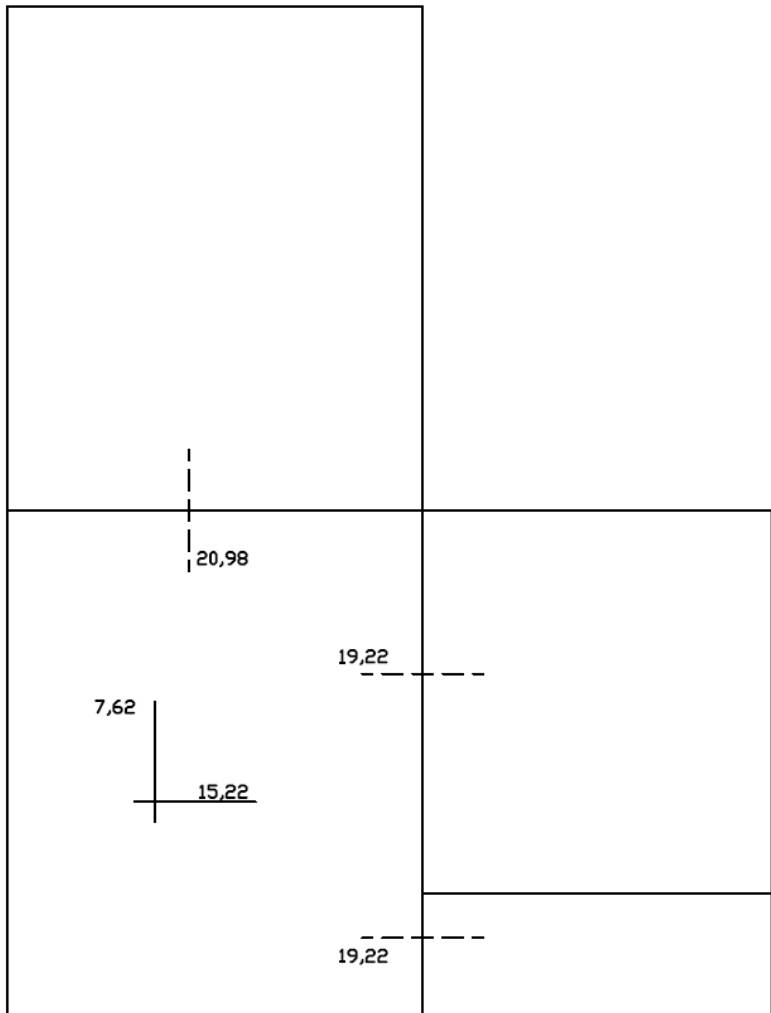
Em decorrência da mudança dos valores dos momentos negativos, deve ser feito um ajuste nos momentos positivos para sua correção.

Como o momento negativo no eixo Y não foi alterado, não há necessidade de fazer a sua correção, sendo calculado apenas o momento do eixo X:

$$M_x = 10,42 + \frac{24,02 - 19,22}{2} + \frac{24,02 - 19,22}{2} = 15,22\text{kN.m/m}$$

Tendo calculado os novos momentos, é apresentado um novo resumo do dimensionamento, com os valores compatibilizados e corrigidos.

Figura 14 – Momentos corrigidos laje L23



### 3.2.10 Dimensionamento da armadura positiva

- Direção x:

Primeiramente é feita uma estimativa do valor do diâmetro da barra, sendo esta:

$$\phi \leq \frac{h}{8} = \frac{12}{8} = 1,5cm$$

Como o valor máximo é de 15 mm, será estimado que as barras serão de 12,5mm

$$d_x = h - c - \frac{\phi}{2} = 12 - 3,5 - \frac{1,25}{2} \cong 7,9cm$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{30}{1,4} = 21,43Mpa = 2,143kN/cm^2$$

Tendo esses valores definidos, é feito o cálculo da linha neutra:

$$x = 1,25 \times d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \times f_{cd} \times b \times d^2}} \right]$$

$$x = 1,25 \times 7,9 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{1522}{0,425 \times 2,143 \times 100 \times 7,9^2}} \right]$$

$$x = 1,42cm$$

Então é feita a determinação do domínio:

$$\frac{x}{d} = \frac{1,42}{7,9} = 0,18$$

Como esse valor encontra-se abaixo de 0,259, ele se encontra no domínio 2.

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,8MPa = 43,48kN/cm^2$$

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4x)} = \frac{1522}{43,48(7,9 - 0,4 \times 1,42)} = 4,77cm^2/m$$

Comparando esse valor com a armadura mínima permitida por norma:

$$A_{smin} = 0,67 \times \rho_{min} \times h = 0,67 \times 0,173 \times 12 = 1,39cm^2/m$$

Como o valor calculado é maior que o mínimo permitido, será utilizado o calculado.

- Direção y:

O diâmetro estimado das barras será o mesmo das utilizadas na direção x, visto que facilita a execução e evita possíveis erros de troca de barras em obra e como as barras da direção y ficarão acima das barras da direção x, deve se calcular um outro d

$$d_y = d_x - \phi = 7,9 - 1,25 = 6,65cm$$

$$x = 1,25 \times 6,65 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{762}{0,425 \times 2,143 \times 100 \times 6,65^2}} \right]$$

$$x = 0,83 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,83}{6,65} = 0,12$$

Como esse valor encontra-se abaixo de 0,259, ele se encontra no domínio 2.

$$A_s = 2,77 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Que também é superior ao valor da armadura mínima, portanto é utilizado o valor calculado.

### 3.2.11 Dimensionamento da armadura negativa

- Entre L23 e L22:

O diâmetro das barras estimado para o dimensionamento da armadura negativa é o mesmo do utilizado na armadura positiva, pelo mesmo motivo citado anteriormente de evitar erros de execução em obra que poderiam ocorrer na decorrência de se utilizar vários diâmetros diferentes.

$$\emptyset = 12,5 \text{ mm}$$

$$d = h - c - \frac{\emptyset}{2} = 12 - 1,5 - \frac{1,25}{2} = 9,88 \text{ cm}$$

O cobrimento utilizado para esse caso é diferente pois a NBR 6118:2007 permite, na tabela 7.2, que o cobrimento em faces superiores de lajes e vigas seja menor que o definido relativo a classe de agressividade ambiental, podendo ser adotado um valor de 15mm.

$$x = 1,55$$

$$\frac{x}{d} = \frac{1,55}{9,88} = 0,16$$

Como esse valor encontra-se abaixo de 0,259, ele se encontra no domínio 2.

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4x)} = \frac{2098}{43,48(9,88 - 0,4 \times 1,55)} = 5,21 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Para a armadura negativa, o cálculo de armadura mínima também é diferenciado, sendo definido pela equação:

$$A_{smin} = \rho_{min} \times h = 0,173 \times 12 = 2,08 \text{ cm}^2/\text{m}$$



Como a área calculada é maior que a mínima, utiliza-se a calculada.

- Entre as lajes L23, L10 e L13

O diâmetro estimado para as barras e o valor de  $d$  continuam o mesmo para essa parte do dimensionamento, pelos mesmos motivos explicitados anteriormente.

$$\begin{aligned}\varnothing &= 12,5\text{mm} \\ d &= 9,88\text{cm} \\ x &= 1,42 \\ \frac{x}{d} &= \frac{1,42}{9,88} = 0,14\end{aligned}$$

Como esse valor encontra-se abaixo de 0,259, ele se encontra no domínio 2.

$$A_s = 4,75\text{cm}^2/\text{m}$$

A armadura mínima é a mesma definida no item anterior, e como a área calculada é maior que a mínima, utiliza-se a calculada.

### 3.2.12 Detalhamento da armadura positiva

Por mais que o dimensionamento tenha sido feito com barras de 12,5mm, para o detalhamento serão utilizadas barras de 10,0mm para todas as direções, visto que com os resultados de área obtidos não seria necessário a utilização de barras maiores.

Terminado o dimensionamento das armaduras, inicia-se o detalhamento das mesmas, sendo definido primeiramente o espaçamento máximo entre as barras:

$$s_{max} \leq \begin{cases} 20\text{cm} \leftarrow \text{utilizado} \\ 2 \times h = 2 \times 12 = 24 \end{cases}$$

- Direção x:

$$\begin{aligned}A_s &= 4,77\text{cm}^2/\text{m} \\ n &= \frac{A_s}{A_{s\varnothing}} = \frac{4,77}{0,785} = 6,08\text{barras/m} \\ s &= \frac{100}{n} = \frac{100}{6,08} = 16,45\text{cm}\end{aligned}$$

Para maior facilidade de execução, será adotado um espaçamento de 16cm, obtendo uma nova área de aço efetiva:

$$A_{efetiva} = \frac{100}{s_{adotado}} \times A_{s\emptyset} = \frac{100}{16} \times 0,785 = 4,91cm^2/m$$

Visto que essa área é maior que a calculada, esta de acordo com a norma, trabalhando em favor da segurança.

Já pode ser definido também o número de barras que serão utilizadas, visto que já foram calculados os valores de espaçamento entre elas e os vãos efetivos das lajes.

$$n_{barras} = \frac{l_{0y}}{s} - 1 = \frac{627}{16} - 1 = 39 \text{ barras}$$

- Direção y:

$$A_s = 2,77cm^2/m$$

$$n = \frac{A_s}{A_{s\emptyset}} = \frac{2,77}{0,785} = 3,53 \text{ barras/m}$$

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{3,53} = 28,33cm$$

Como o valor calculado está acima do valor máximo permitido, deve ser utilizado o valor máximo de 20 cm:

$$A_{efetiva} = \frac{100}{s_{adotado}} \times A_{s\emptyset} = \frac{100}{20} \times 0,785 = 3,92cm^2/m$$

$$n_{barras} = \frac{l_{0x}}{s} - 1 = \frac{515}{20} - 1 = 25 \text{ barras}$$

### 3.2.12.1 Comprimento da armadura positiva

O detalhamento da armadura positiva será feito sem economia de pontas, portanto as armaduras serão colocadas em todo o vão, devendo entrar no apoio com o maior dos valores entre 10 $\emptyset$  ou 6cm. Como estão sendo utilizadas barras de 10mm, o maior valor será de 10cm, sendo este o adotado.

- Direção x:

$$l_x = l_{0x} + (2 \times 10\emptyset) = 515 + (2 \times 10) = 535cm$$

$$l_{x,adotado} = 535cm$$

- Direção y

$$l_y = l_{0y} + (2 \times 10\emptyset) = 627 + (2 \times 10) = 647cm$$

$$l_{y,adotado} = 647cm$$

### 3.2.13 Detalhamento da armadura negativa

Do mesmo modo que foi feito para a armadura positiva, será utilizado o diâmetro de barras de 10,0mm para a execução da armadura negativa.

- Entre L23 e L22

$$\begin{aligned}
 A_s &= 5,21\text{cm}^2/\text{m} \\
 n &= \frac{A_s}{A_{s\emptyset}} = \frac{5,21}{0,785} = 6,64\text{barras}/\text{m} \\
 s &= \frac{100}{n} = \frac{100}{6,64} = 15,06\text{cm} \\
 A_{efetiva} &= 5,21\text{cm}^2/\text{m} \\
 n_{barras} &= \frac{l_{0y}}{s} - 1 = \frac{515}{15} - 1 = 34 \text{ barras}
 \end{aligned}$$

O cálculo do comprimento das barras para a armadura negativa difere um pouco do utilizado para a armadura positiva, sendo dado pela equação:

$$l = 2 \times 0,25 \times l_{x,max} + (2 \times 10\emptyset) + (2 \times g)$$

Sendo “g” o gancho presente no final da barra, para ancoramento da mesma, sendo calculado diminuindo-se os cobrimentos superior e inferior da altura total da laje

$$\begin{aligned}
 l &= 0,5 \times 515 + (2 \times 10) + 2(12 - 3,5 - 1,5) = 291,5\text{cm} \\
 l_{adotado} &= 294\text{cm}
 \end{aligned}$$

- Entre L23, L10 e L13

$$\begin{aligned}
 A_s &= 4,75\text{cm}^2/\text{m} \\
 n &= \frac{A_s}{A_{s\emptyset}} = \frac{4,75}{0,785} = 6,05\text{barras}/\text{m} \\
 s &= \frac{100}{n} = \frac{100}{6,05} = 16,53\text{cm} \\
 s_{adotado} &= 16\text{cm} \\
 A_{efetiva} &= \frac{100}{s_{adotado}} \times A_{s\emptyset} = \frac{100}{16} \times 0,785 = 4,91\text{cm}^2/\text{m} \\
 n_{barras,L10} &= \frac{l_{0y}}{s} - 1 = \frac{476}{16} - 1 = 29 \text{ barras} \\
 n_{barras,L13} &= \frac{l_{0y}}{s} - 1 = \frac{137}{16} - 1 = 8 \text{ barras} \\
 l &= 2 \times 0,25 \times l_{x,max} + (2 \times 10\emptyset) + (2 \times g)
 \end{aligned}$$

$$l = 0,5 \times 515 + (2 \times 10) + 2(12 - 3,5 - 1,5) = 291,5\text{cm}$$

$$l_{adotado} = 294\text{cm}$$

### 3.2.14 Reações da laje nas vigas

Tendo o carregamento na laje sendo calculado como uma combinação rara, temos:

$$p = 5,5 + 1,5 = 7,0\text{kN/m}^2$$

Utiliza-se essa carga, juntamente dos coeficientes  $k$ , para calcular as reações nas vigas de contorno em bordos simplesmente apoiados:

$$q_x = k_x \times p \times \frac{l_x}{10} \quad q_y = k_y \times p \times \frac{l_x}{10}$$

E nas vigas em bordos engastados:

$$q'_x = k'_x \times p \times \frac{l_x}{10} \quad q'_y = k'_y \times p \times \frac{l_x}{10}$$

Sendo os valores de  $k$ , para caso 4 e  $\lambda=1,21$ :

$$k_x = 2,15 \quad k_y = 1,83 \quad k'_x = 3,72 \quad k'_y = 3,17$$

Portanto:

$$q_x = 2,15 \times 7,0 \times \frac{5,29}{10} = 7,96\text{kN/m} \text{ (aplicada na viga V11)}$$

$$q_y = 1,83 \times 7,0 \times \frac{5,29}{10} = 6,78\text{kN/m} \text{ (aplicada na viga V12)}$$

$$q'_x = 3,72 \times 7,0 \times \frac{5,29}{10} = 13,78\text{kN/m} \text{ (aplicada na viga V7)}$$

$$q'_y = 3,17 \times 7,0 \times \frac{5,29}{10} = 11,74\text{kN/m} \text{ (aplicada na viga V13)}$$

#### 3.2.14.1 Verificação ao cisalhamento

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \times k \times (1,2 + 40 \times \rho_1) + 0,15 \times \sigma_{cp}] \times b_w \times d$$

sendo:

$$V_{Sd} = 1,4 \times V_s = 1,4 \times 13,78 = 19,29\text{kN}$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \times \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = 0,25 \times \frac{0,7 \times 0,3 \times \sqrt[3]{30^2}}{1,4} = 0,362\text{MPa} =$$

$$362\text{kN/m}^2$$

$$k = (1,6 - d) = 1,6 - 0,066 = 1,53$$

$$\rho_1 = \frac{4,62}{100 \times 6,65} = 0,007$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Sd}}{A_c} = 0$$

$$V_{Rd1} = [362 \times 1,53 \times (1,2 + 40 \times 0,007) + 0,15 \times 0] \times 1,0 \times 0,0665$$

$$V_{Rd1} = 54,51\text{kN}$$

Como o cortante resistente é maior que o solicitante não há necessidade de armadura transversal.

Também deve ser verificada a resistência à compressão das bielas de concreto comparando-se a força solicitante com a resistência de cálculo  $V_{Rd2}$ , dada por:

$$V_{Rd2} = 0,27 \times \alpha_{v1} \times f_{cd} \times b_w \times d$$

Onde:

$$\alpha_{v1} = \left(1,0 - \frac{30}{250}\right) = 0,88$$

$$f_{cd} = \frac{30}{1,4} = 21,43 \text{MPa} = 21430 \text{kN/m}^2$$

Portanto:

$$V_{Rd2} = 0,27 \times 0,88 \times 21430 \times 1,0 \times 0,0665 = 338,60 \text{kN}$$

Como  $V_{Sd} \leq V_{Rd2}$  não há excesso de compressão nas bielas de concreto

### 3.2.15 Detalhamento final

Nas páginas seguintes é apresentado o detalhamento final da laje L23, tendo a armadura positiva e a negativa em desenhos separados para maior facilidade de leitura.

Figura 15 – Detalhamento da armadura positiva para L23

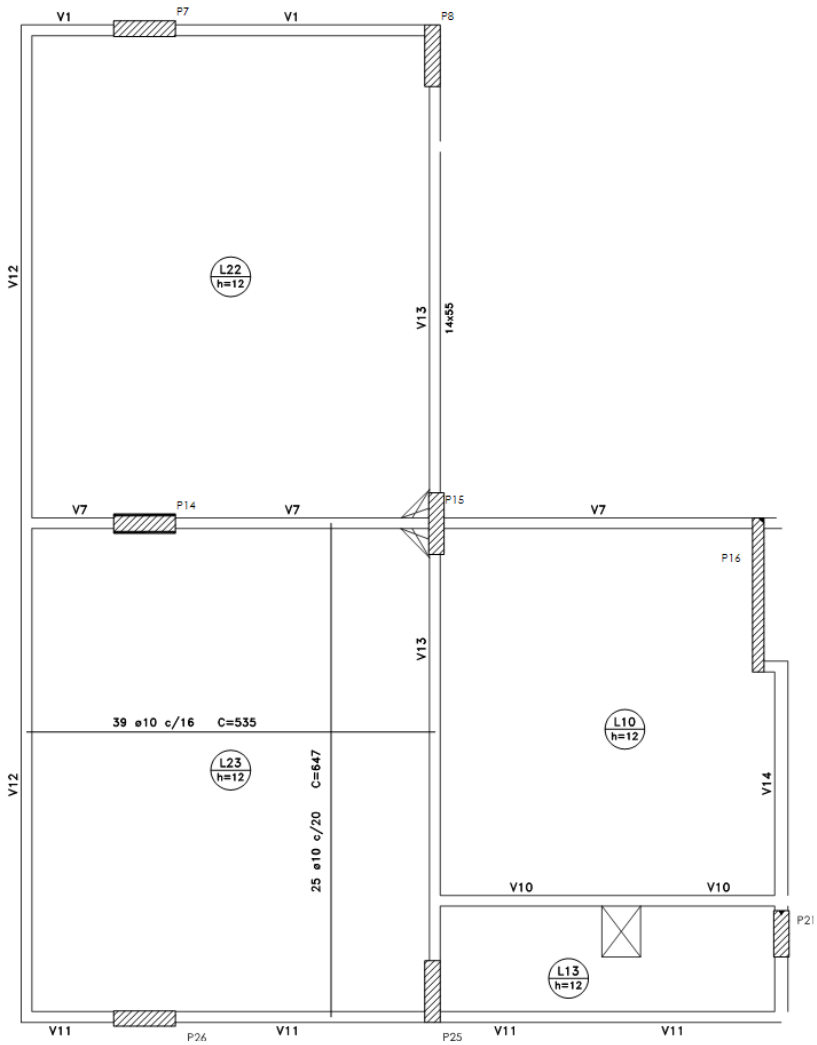
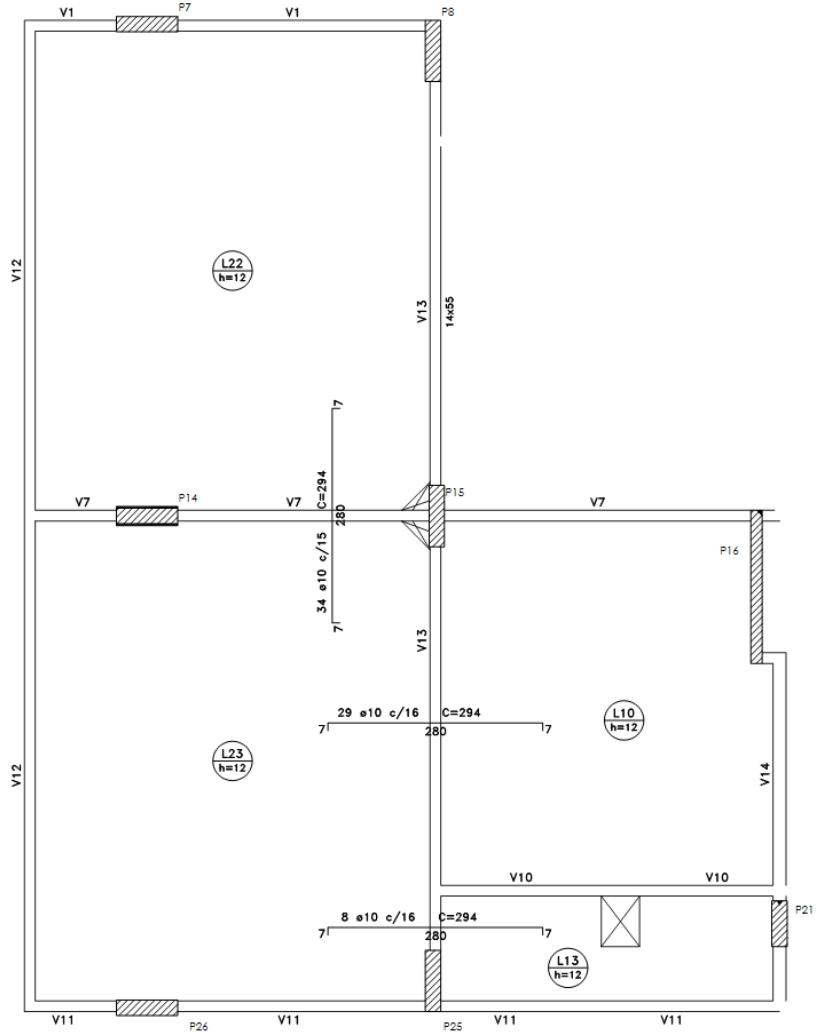


Figura 16 – Detalhamento da armadura negativa para L23



## 4 VIGAS

Vigas são elementos lineares, pois o comprimento longitudinal é três vezes maior que a maior dimensão da seção transversal, em que a flexão é preponderante. Sua principal função é receber os esforços provenientes das lajes e transferi-los para os pilares, tendo como principais esforços o momento fletor e os esforços cortantes. As tensões internas de compressão são resistidas pelo concreto e as de tração pela armadura.

### 4.1 Metodologia de Cálculo

Primeiramente é feita a verificação referente ao estado limite último, obtendo o dimensionamento da peça, para então partir para as verificações junto aos estados limites de serviço.

Após definir todos os esforços que atuam na viga é feito o dimensionamento à flexão calculando o valor da linha neutra, altura útil e domínio de deformação para obter a área de aço necessária. Para as vigas é possível a realização do dimensionamento no Domínio 4, visto que a aplicação de armadura dupla em vigas é de mais fácil execução que em lajes, entretanto a NBR 6118:2007, no item 14.6.4.3, diz que para efeito de melhorar a ductilidade nas regiões de apoios ou de ligação com outros elementos estruturais, a posição da linha neutra no ELU deve respeitar os seguintes limites:

- $x/d \leq 0,50$  para concretos com  $f_{ck} \leq 35\text{MPa}$
- $x/d \leq 0,40$  para concretos com  $f_{ck} \geq 35\text{MPa}$ .

Após terminado o dimensionamento, é feito o detalhamento da armadura longitudinal da viga, dando principal atenção a detalhes como ganchos, comprimentos de ancoragem e decalagem do diagrama do momento fletor, para então seguir com o cálculo da quantidade de armadura necessária para resistir ao esforço cortante, respeitando sempre a quantidade mínima imposta por norma. Somente após todos os cálculos do dimensionamento é feita a verificação dos estados limites de serviço, sendo calculado pelo mesmo procedimento utilizado para lajes para o deslocamento. Deverá ser feita também uma verificação com relação a abertura de fissuras, respeitando limites estabelecidos em norma.

#### 4.1.1 Vãos



O cálculo dos vãos efetivos de vigas é feito de maneira análoga ao executado para os vãos efetivos de lajes, contudo é comum a adoção do vão teórico como sendo a distância entre o apoio dos eixos.

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2$$

Sendo:

$$a_i \leq \begin{cases} t_i/2 \\ 0,3h \end{cases}$$

$t_i$ =largura dos apoios a direita e a esquerda

$l_0$ =distância entre as faces internas de dois apoios

$h$ =altura da seção transversal da viga

#### 4.1.2 Vinculação

A NBR 6118:2007, no seu item 14.6.7.1, que diz respeito ao modelo de viga contínua, permite que as vigas sejam consideradas solidarizadas ao pilares mediante a introdução da regidez à flexão dos pilares intermediários e extremos.

#### 4.1.3 Esforços

Para maior facilidade e agilidade no processo de cálculo, os esforços atuantes na viga analisada foram calculados através do software Ftool. Com ele são obtidos os diagramas de reações, esforços cortantes e momento fletor, para iniciar-se o dimensionamento da peça.

Nas vigas atuam cargas distribuídas do seu peso próprio, cargas de paredes, cargas provenientes de lajes e também cargas concentradas quando recebidas de outras vigas ou pilares.

### 4.2 Detalhamento

O detalhamento consiste na definição da quantidade e disposição das barras necessárias para atender a área de aço calculada no dimensionamento. Para isso, serão feitas algumas verificações da NBR 6118:2007 como taxa de armadura mínima e máxima, espaçamento entre as barras, comprimentos de ancoragem, ganchos e decalagem.

#### 4.2.1.1 Prescrições da Norma

Conforme o item 13.2.2 da NBR 6118:2007, a largura mínima prevista para vigas é de 12cm, porém esse limite pode ser diminuído para 10cm em casos específicos, mas mesmo assim a seção deve respeitar as condições de alojamento das armaduras, de lançamento e vibração do concreto.

No item 17.3.5.2.4 da NBR 6116:2007, referente aos limites de armadura, é definido que a soma das armaduras de tração e compressão se limita a 4% da área da seção, calculada fora da zona de emendas. A taxa mínima de armadura em vigas se dá pelo mesmo processo visto nas lajes.

A norma exige que em vigas com altura superior a 60 cm seja utilizada a armadura de pele, cuja função principal é minimizar os efeitos da fissuração, provenientes da retração natural do concreto e também da variação de temperatura (CARVALHO E FIGUEIREDO,2007).

Quanto ao espaçamento entre barras, o item 18.3.2.2 a NBR 6118:2007 define que, deve ser igual ou superior aos seguintes valores:

Na direção horizontal:

- 20 mm;
- Diâmetro da barra, do feixe ou da luva;
- 1,2 vezes a dimensão máxima característica do agregado graúdo.

Na direção vertical:

- 20 mm;
- Diâmetro da barra, do feixe ou da luva;
- 0,5 vezes a dimensão máxima característica do agregado graúdo.

Além disso, é feita uma verificação com a finalidade de avaliar se a altura útil utilizada nos cálculos foi estimada corretamente, para isso a razão  $d_{real}/d_{est}$  não deve exceder 1,05. Caso esse limite seja superado, ou o valor real seja menor que o calculado, deve ser calculada uma nova área de aço utilizando o valor real.

A Norma, no item 17.2.4.1, restringe que, para que os esforços nas armaduras possam ser considerados concentrados no centro de gravidade correspondente, a distância do referido centro até o ponto de armadura mais afastado da linha neutra deve ser menor que 10% de  $h$ . Esta imposição é feita para limitar o número de camadas de barras, onde

a partir de certo ponto as armaduras não estariam mais trabalhando em conjunto.

#### 4.2.1.2 Ancoragem das Barras

Ancoragem é a fixação da barra no concreto, podendo ser feita através de ganchos ou apenas utilizando a aderência. No item 9.4.2.1 a NBR 6118:2007 determina que as barras tracionadas podem ser ancoradas ao longo de um comprimento de acordo com as seguintes condições:

- Obrigatoriamente com ganchos para barras lisas;
- Sem gancho nas que tenham alternância de solicitação, de tração e compressão;
- Com ou sem ganchos nos demais casos, não sendo recomendado para barras de  $\Phi > 32$  mm ou para feixes de barras.

Não deve haver ganchos nas barras comprimidas.

O comprimento de ancoragem é a medida necessária para que a armadura não seja arrancada da peça de concreto, considerando o esforço que está sendo aplicado nela. O comprimento de ancoragem básico é definido pela Norma, no item 9.4.2.4 como o comprimento reto de uma barra necessário para ancorar a força limite  $A_s f_{yd}$ , admitindo, ao longo desse comprimento, resistência de aderência uniforme e igual a  $f_{bd}$ . Esse comprimento básico é dado pela equação:

$$l_b = \frac{\phi \times f_{yd}}{4 \times f_{bd}}$$

Sendo  $f_{bd}$  definido no item 9.3.2.1 da mesma norma como:

$$f_{bd} = \eta_1 \times \eta_2 \times \eta_3 \times f_{cta}$$

Onde:

- $\eta_1 = 1,0$  para barras lisas (CA-25);
- $\eta_1 = 1,4$  para barras entalhadas (CA-60);
- $\eta_1 = 2,25$  para barras nervuradas (CA-50);
- $\eta_2 = 1,0$  para situações de boa aderência;
- $\eta_2 = 0,7$  para situações de má aderência;
- $\eta_3 = 1,0$  para  $\Phi < 32$  mm;

$\eta_3 = (132 - \Phi)/100$  para  $\Phi \geq 32$  mm.

$$f_{ctd} = \frac{f_{ck,inf}}{\gamma_c} = \frac{f_{ct,m}}{\gamma_c} = 0,21 \times \frac{\sqrt[3]{f_{ck}^2}}{1,4}$$

Quando a área efetiva da armadura detalhada ( $A_{s,ef}$ ) é maior que a calculada ( $A_{s,calc}$ ), a Norma determina que deve ser utilizado um comprimento de ancoragem necessário, definido no item 9.4.2.5 como sendo:

$$l_{b,nec} = \alpha \times l_b \times \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min}$$

Onde:

$\alpha = 1,0$  para barras sem gancho;

$\alpha = 0,7$  para barras tracionadas com gancho, com cobrimento no plano normal ao do gancho  $\geq 3\Phi$ ;

$l_{b,min}$  sendo o maior valor entre  $0,3 l_b$ ,  $10x\Phi$  e  $100$ mm.

Na norma também se encontram indicações de ganchos para as barras tracionadas, sendo que essas recomendações se encontram no item 9.4.2.3, podendo ser:

- Semicirculares, com ponta reta de comprimento não inferior a  $2x\Phi$ ;
- Em ângulos de  $45^\circ$  (interno), com ponta reta de comprimento não inferior a  $4x\Phi$ ;
- Em ângulo reto, com ponta reta de comprimento não inferior a  $8x\Phi$ .

#### 4.2.1.3 Emendas de Barras

Segundo o item 9.5 da NBR 6118:2007 as emendas podem ser por:

- Traspasse;
- Luvas de preenchimento metálico, rosqueadas ou prensadas;
- Por solda
- Por outros dispositivos devidamente justificados.

Caso seja necessária a emenda de barras neste trabalho, ela será feita por traspasse, onde no item 9.5.2 da NBR 6118:2007, é definido que não é permitido esse tipo de emenda em barras com diâmetro maior que 32mm.

O comprimento de traspasse das barras comprimidas, de acordo com o item 9.5.2.3, deve ser:

$$l_{0c} = l_{b,nec} \geq l_{0c,min}$$

Onde  $l_{0c,min}$  o maior valor entre  $0,6l_b$ ,  $15\phi$  e 200 mm.

#### 4.2.1.4 Deslocamento do Diagrama de Momentos Fletores (Decalagem)

O processo de decalagem consiste na translação do diagrama de momento fletor para o lado mais desfavorável, para que, com essa medida, se consiga reduzir a possibilidade de ocorrência de ruptura por escorregamento da armadura sobre os apoios da viga.

São possíveis dois modelos de cálculo para estabelecer o valor de  $a_l$ . Sendo eles:

- Modelo I (item 17.4.2.2):

$$a_l = d \times \left[ \frac{V_{sd,m\acute{a}x}}{2 \times (V_{sd,m\acute{a}x} - V_c)} \times (1 + \cot \alpha) - \cot \alpha \right] \\ \geq \begin{cases} 0,5 \times d \text{ (caso geral)} \\ 0,2 \times d \text{ (estribos a } 45^\circ) \end{cases}$$

- Modelo II (item 17.4.2.3):

$$a_l = 0,5 \times d \times (\cot \theta - \cot \alpha) \geq \begin{cases} 0,5 \times d \text{ (caso geral)} \\ 0,2 \times d \text{ (estribos a } 45^\circ) \end{cases}$$

Com isso pode ser feita a retirada de barras conforme a necessidade, de acordo com o diagrama de momento fletor, respeitando o limite mínimo de quatro barras, uma em cada extremidade, no decorrer de toda a seção da peça.

#### 4.2.1.5 Ancoragem da Armadura de Tração nos Apoios

A NBR 6118:2007, no seu item 18.3.2.4, define que os esforços de tração junto aos apoios devem ser resistidos por armaduras longitudinais que satisfaçam à mais severa das seguintes condições:

- No caso de ocorrência de momentos positivos, as armaduras obtidas através do dimensionamento da seção;

- Em apoios extremos, para garantir a ancoragem da diagonal de compressão, armaduras capazes de resistir a uma força de tração expressa por:

$$R_{st} = \frac{a_l}{d} \times V_d + N_d$$

Sendo  $V_d$  o esforço cortante no apoio,  $N_d$  é uma força de tração eventualmente existente.

- Em apoios extremos e intermediários, por prolongamento de uma parte da armadura de tração do vão, correspondente ao máximo momento positivo do tramo, de modo que:

$$A_{s,apoi} \geq \frac{A_{s,v\tilde{a}o}}{3} \text{ se } M_{apoi} \text{ for nulo ou negativo e de valor absoluto } \leq 0,5 \times M_{v\tilde{a}o};$$

$$A_{s,apoi} \geq \frac{A_{s,v\tilde{a}o}}{4} \text{ se } M_{apoi} \text{ for nulo ou negativo e de valor absoluto } > 0,5 \times M_{v\tilde{a}o}.$$

Quando ocorrer em apoios extremos, o item 18.3.2.4.1 da Norma define que as barras das armaduras devem ser ancoradas a partir da face do apoio, com comprimentos não inferiores ao maior dos seguintes valores:

- $L_{b,nec}$ ;
- $(r+5, 5x\Phi)$ ;
- 60 mm.

onde  $r$  é o raio de curvatura interno do gancho.

#### 4.2.1.6 Armadura Transversal

Para o cálculo da armadura transversal, devem-se respeitar simultaneamente as seguintes condições:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2}$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} = V_c + V_{sw}$$

em que:

- $V_{Sd}$  é a força solicitante de cálculo na seção;

- $V_{Rd2}$  é a força cortante resistente de cálculo, relativa a ruína das diagonais comprimidas de concreto;
- $V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$  é a força cortante resistente de cálculo, relativa a ruína por tração diagonal;
- $V_c$  é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça;
- $V_{sw}$  é a parcela de força cortante resistida pela armadura transversal.

Existem dois modelos de cálculo propostos pela NBR 6118:2007, ambos fundamentados pela treliça generalizada de Morsch.

O modelo de cálculo I, admite diagonais de compressão inclinadas de  $45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural e que a parcela complementar  $V_c$  tenha valor constante.

O modelo de cálculo II admite diagonais de compressão inclinadas de  $\theta$  em relação ao eixo longitudinal do elemento, com  $\theta$  variando entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$ . Admite ainda que a parcela complementar  $V_c$  sofra redução com o aumento de  $V_{sd}$ .

Adotando o modelo I para o presente trabalho, inicia-se o cálculo realizando a verificação das diagonais de compressão, para garantir que não haverá ruína do concreto, através da equação:

$$V_{Rd2} = 0,27 \times \alpha_{v2} \times f_{cd} \times b_w \times d$$

com  $\alpha_{v2} = (1 - f_{ck}/250)$ , sendo  $f_{ck}$  em MPa.

Tendo feita essa verificação, procede-se o início do cálculo da armadura transversal, definindo primeiramente o valor do esforço cortante que estará efetivamente atuando na armadura ( $V_{sw}$ ), visto que parte do esforço é resistido pelo concreto ( $V_c$ ):

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c$$

Sendo:

$$V_c = 0,6 \times f_{ctd} \times b_w \times d$$

$$f_{ctd} = 0,15 \times f_{ck}^{2/3}$$

De posse do valor do cortante atuante no elemento é feito o cálculo da armadura transversal a ser utilizada por metro de viga através da equação:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right) = \frac{V_{sw}}{0,9 \times d \times f_{ywd}}$$

A Norma também determina que o diâmetro da barra que constitui o estribo deverá atender o limite mínimo de 5mm e o máximo de 10% da largura da viga.

Com relação ao espaçamento máximo entre os estribos, são definidos os seguintes limites:

$$s_{m\acute{a}x} = \begin{cases} 0,6 \times d \leq 300 \text{ mm se } V_{sd} \leq 0,67 \times V_{Rd2} \\ 0,3 \times d \leq 200 \text{ mm se } V_{sd} \geq 0,67 \times V_{Rd2} \end{cases}$$

No item 17.4.1.2.1 é estabelecido que podem ser feitas reduções da força cortante junto aos apoios da seguinte maneira:

- a força cortante oriunda da carga distribuída pode ser considerada, no trecho entre o apoio e a seção situada à distância  $d/2$  da face do apoio, constante igual à desta seção;
- a força cortante devida a uma carga concentrada aplicada a uma distância  $a \leq 2 \times d$  do eixo teórico do apoio pode, nesse trecho de comprimento  $a$ , ser reduzida multiplicando-a por  $a/(2 \times d)$ .

#### **4.3 Verificações dos estados limites de serviço**

Concluído o dimensionamento e o detalhamento da armadura da viga, faz-se as verificações quanto aos estados limites de serviço, sendo eles definidos nos itens seguintes .

##### **4.3.1 Estado limite de abertura de fissuras – ELS-W**

Devido a pequena resistência do concreto a tração as fissuras são quase inevitáveis na flexão. Porém elas devem ter aberturas dentro de certos limites de durabilidade impostos pela NBR 6118:2007. No item 17.3.3 dela são estabelecidos os critérios para a verificação dos valores limite da abertura de fissuras. Encontram-se na Norma, na tabela 13.3, os limites máximos em função da classe de agressividade ambiental. Para o caso de classe de agressividade ambiental III esse limite é representado por:

$$w_k \leq 0,3 \text{ mm}$$



Para verificar o limite de serviço de abertura de fissuras para esdificações residenciais é utilizada a combinação frequente, definida por:

$$p_{serv} = g + 0,4 \times q$$

O tamanho da abertura de fissuras será o menor valor resultante das expressões que seguem:

$$w = \begin{cases} \frac{\phi_i}{12,5 \times \eta_i} \times \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \times \frac{3 \times \sigma_{si}}{f_{ct,m}} \\ \frac{\phi_i}{12,5 \times \eta_i} \times \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \times \left( \frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \end{cases}$$

Em que:  $E_{si}$  é o módulo de elasticidade da barra  $\phi_i$  considerada;

$\phi_i$  é o diâmetro da barra;

$\sigma_{si}$  é a tensão de tração da armadura, calculada

no estágio II;

$\eta_i$  é o coeficiente de conformação superficial

da barra ;

$$CA-50 \rightarrow \eta_i = 2,25$$

$\rho_{ri}$  é a taxa de armadura em relação à região de

envolvimento, obtida por:  $\rho_{ri} = \frac{A_{si}}{A_{cr}}$

O item 17.3.3.3 da Norma, diz que para dispensar a avaliação da grandeza da abertura de fissuras e atender ao estado limite de fissuração, um elemento estrutural deve ser dimensionado respeitando as restrições da tabela 17.2 quanto ao diâmetro máximo e ao espaçamento máximo das armaduras, bem como as exigências de cobrimento e de armadura mínima. A tensão  $\sigma_s$  deve ser determinada no estágio II. Assim a tensão pode ser obtida através da seguinte expressão para vigas retangulares com armadura simples:

$$\sigma_s = \frac{M_s}{A_s \times \left( d - \frac{x_{II}}{3} \right)}$$

Onde  $x_{II}$  definido em CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO (2007) é dado por:

$$x_{II} = \frac{\alpha_e \times A_s}{b_w} \times \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times b \times d}{\alpha_e \times A_s}} \right)$$

### 4.3.2 Estado limite de deformação excessiva – ELS-DEF

Os deslocamentos excessivos dos elementos estruturais podem ser indesejáveis, comprometendo a estética, por isso também são impostos valores limites recomendados. Para o cálculo das flechas foi utilizado o carregamento atuante com a combinação quase permanente.

O valor da flecha imediata pode ser obtido com as mesmas formulações utilizadas em lajes, mas para a viga calculada nesse trabalho, o valor será obtido com o auxílio do software Ftool. Se os momentos atuantes na viga ultrapassarem o momento de fissuração  $M_r$ , o elemento se encontrará no estágio II, se fazendo necessário o cálculo da inércia equivalente do concreto juntamente com as fissuras e o posterior cálculo da altura equivalente da peça. Caso isso ocorra, a altura equivalente será calculada e o novo valor será aplicado no software sob a influência dos mesmos carregamentos, sendo obtido, assim, o valor real da flecha imediata.

De posse do valor da flecha imediata, é feito o cálculo da flecha total diferida, multiplicando o valor da inicial por um  $\alpha_f$  para aumentar o seu valor, afim de considerar o efeito da fluência do concreto. Esse valor é definido através das mesmas equações utilizadas para o cálculo da flecha diferida de lajes, sendo elas:

$$f_{\infty} = (1 + \alpha_f) \times f_0$$

Sendo:

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \times \rho'}$$

onde:

$$\rho' = \frac{As'}{b \times d}$$

$\xi$  é um coeficiente em função do tempo, obtido através da tabela 1, calculado pelas expressões seguintes:

$$\Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

$$\xi(t) = 0,68 \times (0,996^t) \times t^{0,32} \text{ para } t \leq 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses}$$

sendo:

$t$  é o tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

$t_0$  é a idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração.

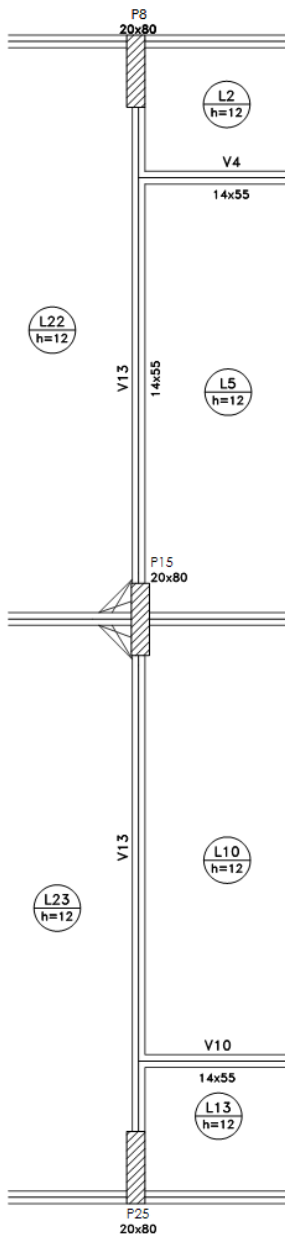
Com o valor da flecha total diferida calculado, o resultado é comparado com o valor limite estabelecido pela norma:

$$f_{lim} = \frac{l}{250}$$

#### **4.4 Cálculo da viga V13 do pavimento tipo 2, 4 e 6**

Para o dimensionamento e detalhamento da viga V13 do segundo pavimento, serão necessárias as análises de todos os elementos que se apoiam sobre ela, sendo esses elementos as lajes L2, L5, L10, L13, L22 e L23 e as vigas secundárias V4 e V10. Na página seguinte segue um detalhe da planta de forma, indicando o posicionamento da viga em estudo assim como dos outros elementos que foram citados anteriormente.

Figura 17 – Detalhe da planta de formas para viga V13



#### 4.4.1 Pré-dimensionamento

O pré-dimensionamento é feito utilizando a expressão abaixo, devendo ser considerado o maior vão da viga:

$$h = \frac{l_0}{10} = \frac{527,5}{10} = 52,75\text{cm}$$

Por se tratar apenas de uma estimativa inicial, para não utilizar valores quebrados, será adotado uma altura de 55cm. A largura do pilar será utilizada de 14cm, como já havia sido especificado no cálculo dos vãos efetivos das lajes.

#### 4.4.2 Vãos efetivos

Para o cálculo dos vãos efetivos é utilizada a fórmula:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2$$

Para  $a_1$  e  $a_2$  foi adotado o critério de distância de 30% da altura do pilar, visto que esse apresenta um valor menor que a distância até o centro do apoio, portanto o vão livre sofrerá um acréscimo de 16,5cm de cada lado. Como os dois vãos da viga são iguais, o comprimento efetivo para os dois lados será igual:

$$l_{ef} = 527,5 + 16,5 + 16,5$$

$$l_{ef} = 560,5$$

#### 4.4.3 Vinculação

Como descrito no item 4.1.2 do presente trabalho, as vigas serão admitidas como simplesmente apoiadas, considerando a solidarização dos pilares.

#### 4.4.4 Ações

As ações atuantes ao longo da viga são subdivididas em carregamentos distribuídos, provenientes das paredes, lajes e peso próprio, e carregamentos concentrados, provenientes das vigas secundárias apoiadas nela.

##### 4.4.4.1 Carregamentos distribuídos

- Peso próprio

Utilizando o valor da seção obtida no item 4.4.1 e considerando  $\gamma_{\text{conc}}=25\text{kN/m}^3$ , temos:

$$g_{pp} = \gamma_{conc} \times A$$

$$g_{pp} = 25 \times (0,14 \times 0,55)$$

$$g_{pp} = 1,93kN/m$$

- Paredes

Com exceção dos locais onde há a presença de portas, existem paredes ao longo de toda a viga V13, portanto serão desconsiderados esses pequenos vãos e aplicada a carga de parede distribuída por toda a extensão da viga. A altura da parede será considerada de 2,25m, visto que ela não atinge o topo do pé direito do pavimento em virtude da viga do andar superior, e a espessura de 0,15m. Como foi definido no capítulo de lajes, o peso específico para parede de alvenaria de tijolos furados será adotado como 15,0kN/m<sup>2</sup>, portanto:

$$g_{par} = \gamma_{par} \times A$$

$$g_{par} = 15 \times (2,25 \times 0,15)$$

$$g_{par} = 5,06kN/m$$

- Carregamento resultante das lajes

A obtenção das reações das lajes que são absorvidas pela viga em estudo foi feita com o auxílio de planilhas do excel para dar maior agilidade aos cálculos e separadas entre carregamento permanente e acidental, visto que será necessário fazer a combinação dessas. As lajes em questão são as citadas no início deste capítulo e as cargas são as seguintes:

Tabela 2 – Reações aplicadas nas vigas devido a carga permanente

Laje	Caso	Lx(m)	$\lambda$	g(kN/m <sup>2</sup> )	qx(kN/m)	qy(kN/m)	q'x(kN/m)	q'y(kN/m)
L2	3	1,51	2,98	5,5	3,04	1,52	5,19	0,00
L5	4	4,5	1,09	5,5	4,90	4,53	8,49	7,85
L10	8	4,48	1,09	5,5	0	3,55	7,86	6,16
L13	4	1,51	2,97	5,5	3,04	1,52	5,26	2,63
L22	4	5,29	1,21	5,5	6,26	5,32	10,82	9,22
L23	4	5,29	1,21	5,5	6,26	5,32	10,82	9,22

Tabela 3 – Reações aplicadas nas vigas devido a carga acidental

Laje	Caso	Lx(m)	$\lambda$	q(kN/m <sup>2</sup> )	qx(kN/m)	qy(kN/m)	q'x(kN/m)	q'y(kN/m)
L2	3	1,51	2,98	1,5	0,83	0,41	1,42	0,00
L5	4	4,5	1,09	1,5	1,34	1,24	2,32	2,14
L10	8	4,48	1,09	1,5	0,00	0,97	2,14	1,68
L13	4	1,51	2,97	1,5	0,83	0,41	1,43	0,72
L22	4	5,29	1,21	1,5	1,71	1,45	2,95	2,52
L23	4	5,29	1,21	1,5	1,71	1,45	2,95	2,52

Porém essas são as reações das lajes em todas as vigas que elas estão apoiadas, e para esse estudo de cálculo nos interessam apenas as cargas aplicadas na viga V13, portanto elas serão destacadas:

$$L_2 \begin{cases} g = 1,52 \\ q = 0,41 \end{cases} \text{ kN/m} \qquad L_5 \begin{cases} g = 8,49 \\ q = 2,32 \end{cases} \text{ kN/m}$$

$$L_{10} \begin{cases} g = 7,86 \\ q = 2,14 \end{cases} \text{ kN/m} \qquad L_{13} \begin{cases} g = 1,52 \\ q = 0,41 \end{cases} \text{ kN/m}$$

$$L_{22} \begin{cases} g = 10,82 \\ q = 2,95 \end{cases} \text{ kN/m} \qquad L_{23} \begin{cases} g = 10,82 \\ q = 2,95 \end{cases} \text{ kN/m}$$

- Carregamentos concentrados

As cargas concentradas são provenientes das vigas que estão apoiadas na viga em estudo, sendo estas a V4 e a V10. Para obter as reações que essas vigas aplicam na V13 deve ser feito o cálculo das mesmas, utilizando a carga das lajes que elas suportam. Como elas recebem cargas das lajes apresentadas, já é possível obter as ações sobre elas:

#### **Viga V4:**

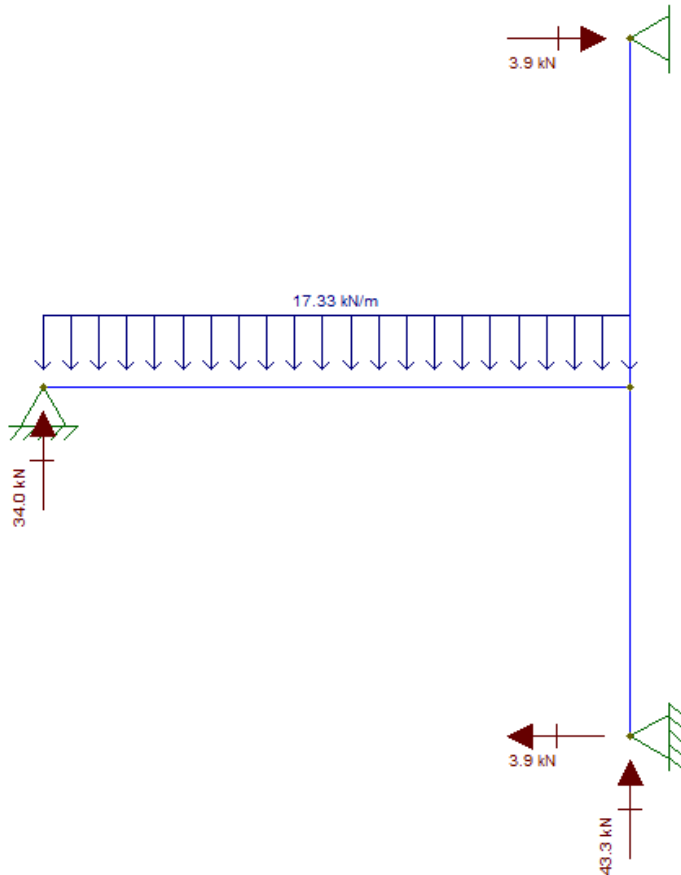
$$L_2 \begin{cases} g = 5,19 \\ q = 1,42 \end{cases} \text{ kN/m} \qquad L_5 \begin{cases} g = 4,53 \\ q = 1,24 \end{cases} \text{ kN/m}$$

Fazendo a soma dessas cargas, visto que elas são aplicadas juntas ao longo de todo o seu comprimento, obtemos o carregamento total aplicado nessa viga, utilizando este para calcular as reações através do software Ftool, utilizando a combinação última dos seguintes valores:

$$g = 9,72 \text{ kN/m}$$

$$q = 2,66 \text{ kN/m}$$

Figura 18 – Reação de V4 em V13



**Viga V10:**

$$L_{10} \begin{cases} g = 3,55 \\ q = 0,97 \end{cases} \text{ kN/m}$$

$$L_{13} \begin{cases} g = 5,26 \\ q = 1,43 \end{cases} \text{ kN/m}$$

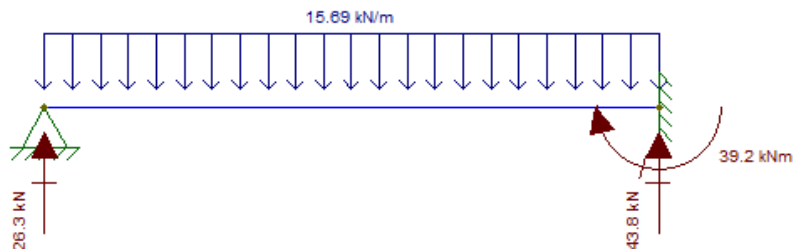
Executando o mesmo processo que foi utilizado para a viga 4, obtém-se a reação da viga 10 na viga em estudo:

$$g = 8,81 \text{ kN/m}$$

$$q = 2,40 \text{ kN/m}$$



Figura 19 – Reação de V10 em V13



Como a viga V10 possui continuidade ao longo do seu apoio central, o momento nesse apoio será praticamente o mesmo nos seus dois lados, portanto para simplificação na modelagem pode ser considerado como um engaste.

Dispondo desses dois diagramas, obtemos as duas cargas concentradas que estão sendo aplicadas na V13: 34,0kN proveniente da V4 e 26,3kN proveniente da V10.

#### 4.4.5 Determinação dos esforços solicitantes para o ELU

Tendo todos os valores de cargas aplicadas na viga, tanto distribuídas quanto concentradas, pode se dar início ao cálculo dos esforços solicitantes na viga, combinando os valores obtidos anteriormente para o estado limite último. Porém, antes de serem feitas as combinações, deve ser feita a soma das cargas provenientes das lajes que atuam nos mesmos trechos da viga.

- Trecho 1 – Lajes L22 e L2

$$g = 1,52 + 10,82 = 12,34 \text{ kN/m}$$

$$q = 0,41 + 2,95 = 3,36 \text{ kN/m}$$

Com as cargas acidentais e permanentes totais calculadas, é feito o cálculo da combinação para o estado limite ultimo:

$$p = 1,4 \times (12,34 + 3,36)$$

$$p = 21,98 \text{ kN/m}$$

- Trecho 2 – Lajes L22 e L5

$$g = 8,49 + 10,82 = 19,31 \text{ kN/m}$$

$$q = 2,32 + 2,95 = 5,27 \text{ kN/m}$$

Portanto:

$$p = 1,4 \times (19,31 + 5,27)$$

$$p = 34,41 \text{ kN/m}$$

- Trecho 3 – Lajes L23 e L10

$$g = 7,86 + 10,82 = 18,68 \text{ kN/m}$$

$$q = 2,14 + 2,95 = 5,09 \text{ kN/m}$$

Portanto:

$$p = 1,4 \times (18,68 + 5,09)$$

$$p = 33,28 \text{ kN/m}$$

- Trecho 4 – Lajes L23 e L13

$$g = 1,52 + 10,82 = 12,34 \text{ kN/m}$$

$$q = 0,41 + 2,95 = 3,36 \text{ kN/m}$$

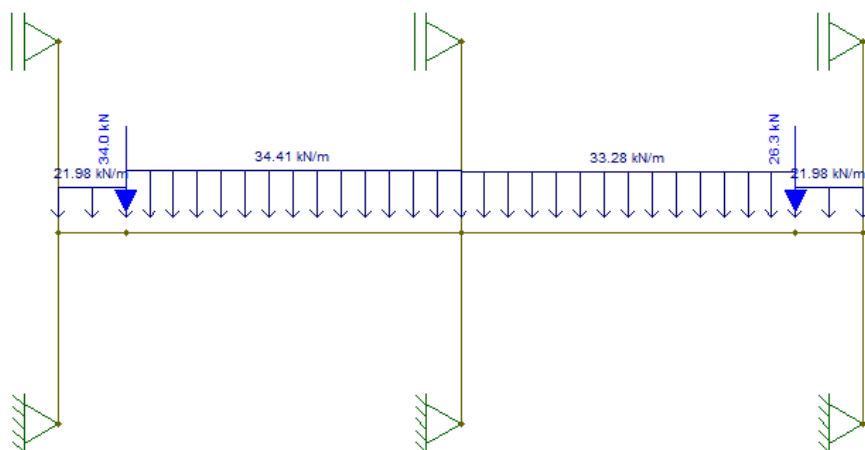
Portanto:

$$p = 1,4 \times (12,34 + 3,36)$$

$$p = 21,98 \text{ kN/m}$$

Com os valores das ações calculados, é feita a determinação dos esforços solicitantes na viga V13 através do software Ftool, apresentados nas figuras a seguir:

Figura 20 – Carregamento para ELU em V13





#### 4.4.6 Dimensionamento da armadura longitudinal

Com os resultados obtidos no diagrama de momentos fletores pode ser iniciado o cálculo da armadura longitudinal da viga.

Primeiramente é feita uma estimativa do valor do diâmetro das barras, tanto longitudinais quanto transversais, para que seja possível calcular a altura útil da seção:

$$\phi_l = 10,0mm \quad \phi_t = 5,0mm$$

Portanto a altura útil é definida como (utilizando cobrimento de 4cm para armadura positiva e 2,5cm para armadura negativa):

$$d_{pos} = h - c - \phi_t - \frac{\phi_l}{2} = 55 - 4,0 - 0,5 - \frac{1,0}{2} = 50cm$$

$$d_{neg} = h - c - \phi_t - \frac{\phi_l}{2} = 55 - 2,5 - 0,5 - \frac{1,0}{2} = 51,5cm$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{30}{1,4} = 21,43Mpa = 2,143kN/cm^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,78Mpa = 43,48kN/cm^2$$

##### 4.4.6.1 Armadura positiva

- Vão 1 – Entre P8 e P15

$$M_d = 49,4kN.m = 4940kN.cm$$

Portanto:

$$x = 1,25 \times 50,0 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4940}{0,425 \times 2,143 \times 14 \times 50^2}} \right]$$
$$x = 5,0cm$$

Então é feita a determinação do domínio:

$$\frac{x}{d} = \frac{5,0}{50} = 0,10$$

Como esse valor encontra-se abaixo de 0,259, ele se encontra no domínio 2.

$$A_{s,calc} = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4x)} = \frac{4940}{43,48(50 - 0,4 \times 5,0)}$$
$$A_s = 2,37cm^2$$

Comparando esse valor com a armadura mínima permitida por norma:

$$A_{smin} = \rho_{min} \times b \times h = 0,00173 \times (14 \times 55) = 1,33cm^2$$

Como o valor calculado é maior que o mínimo permitido, será utilizado o calculado, sendo adotada a utilização de uma armadura de 4 barras de  $\varnothing 10,0mm$ , obtendo uma área efetiva:

$$A_{s,ef} = 3,14cm^2$$

Deve ser definido o número máximo de barras por camada, calculado através da equação:

$$n_{max} = \frac{b - 2c - 2\varnothing_t + s_{hmin}}{\varnothing_{barra} + s_{hmin}}$$

Sendo  $s_{hmin}$  o espaçamento horizontal mínimo entre as barras, definido por:

$$s_{hmin} \geq \begin{cases} 20mm \\ \varnothing_{barra} = 10mm \\ 1,2 \times d_{max,agreg} = 1,2 \times 19 = 23mm \end{cases}$$

$$s_{hmin} = 23mm$$

Portanto

$$n_{max} = \frac{14 - 2 \times 4,0 - 2 \times 0,5 + 2,3}{1,0 + 2,3} = 2,21$$

$$n \leq 2,21$$

Então as barras calculadas serão utilizadas em duas camadas, com duas barras cada uma.

- Vão 2 – Entre P15 e P25

$$M_d = 47,1kN.m = 4710kN.cm$$

Portanto:

$$x = 1,25 \times 50,0 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4710}{0,425 \times 2,143 \times 14 \times 50^2}} \right]$$

$$x = 4,80cm$$

Então é feita a determinação do domínio:

$$\frac{x}{d} = \frac{4,80}{50} \cong 0,10$$

Como esse valor encontra-se abaixo de 0,259, ele se encontra no domínio 2.

$$A_{s,calc} = \frac{4710}{43,48(50 - 0,4 \times 5,0)}$$

$$A_s = 2,25cm^2$$

Como o valor calculado é maior que o mínimo permitido, calculado no item anterior, será utilizado o calculado. Para atender a essa necessidade de área seriam suficientes 3 barras de Ø10,0mm (que totalizaria uma área de 2,35cm<sup>2</sup>), porém como serão necessárias duas camadas de barras de qualquer modo, será adotada a utilização de uma armadura de 4 barras de Ø10,0mm, assim:

$$A_{s,ef} = 3,14cm^2$$

A utilização de 4 barras ao invés de 3 visa a simetria da armadura e também facilidade de execução, visto que é o mesmo dimensionamento previsto para o vão 1.

- Verificação da altura útil estimada

A verificação está sendo feita apenas uma vez para os dois vãos visto que os valores de área de aço, número de barras e altura útil são iguais para os dois casos.

Primeiramente deve ser determinada a posição do centro de gravidade do conjunto de barras:

$$y_{CG} = \frac{S_A}{A_{s,ef}}$$

Sendo:

$$S_A = (2 \times A_{\phi l}) \times d_1 + (2 \times A_{\phi l}) \times d_2$$

$$d_1 = c + \phi_t + \frac{\phi_l}{2} = 4,0 + 0,5 + \frac{1,0}{2} = 5,0cm$$

$$d_2 = c + \phi_t + \phi_l + S_{vmin} + \frac{\phi_l}{2} = 4,0 + 0,5 + 1,0 + 2,0 + \frac{1,0}{2}$$

$$= 8,0cm$$

$$S_A = (2 \times 0,785) \times 5,0 + (2 \times 0,785) \times 8,0 = 20,41cm^3$$

Portanto:

$$y_{CG} = \frac{20,41}{3,14} = 6,5 = d''_{real}$$

A distância entre a armadura longitudinal mais afastada da linha neutra e o centro de gravidade calculado é dada pela equação de variação da posição do centro de gravidade:

$$\Delta_{CG} = y_{CG} - c + \phi_t = 6,5 - 4 - 0,5 = 2cm$$

Como esse valor é menor que 10% da altura total da viga, pode se considerar que os esforços recebidos pela armadura são concentrados no seu centro de gravidade.

Agora, comparando o valor que havia sido estimado para a altura útil anteriormente com o valor real calculado, vemos que

$$\frac{d''_{real}}{d''_{est}} = \frac{6,5}{5,0} = 1,3$$

Visto que essa relação é superior a 1,0, a área de aço deve ser calculada novamente, utilizando a altura útil real.

- Recalculo do vão 1

$$x = 5,22cm$$

Então é feita a determinação do domínio:

$$\frac{x}{d} = \frac{5,22}{48,5} = 0,107$$

Como esse valor encontra-se abaixo de 0,259, ele se encontra no domínio 2.

$$A_{s,calc} = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4x)} = \frac{4940}{43,48(48,5 - 0,4 \times 5,22)}$$

$$A_s = 2,45cm^2$$

Como a área de aço efetiva definida para o primeiro cálculo continua superior a esta, permanece a área calculada anteriormente, com 4 Ø 10,0mm:

$$A_{s,ef} = 3,14cm^2$$

- Recalculo do vão 2

$$x = 4,96cm$$

Então é feita a determinação do domínio:

$$\frac{x}{d} = \frac{4,96}{48,5} = 0,102$$

Como esse valor encontra-se abaixo de 0,259, ele se encontra no domínio 2.

$$A_s = 2,33cm^2$$

Como a área de aço efetiva definida para o primeiro cálculo continua superior a esta, permanece a área calculada anteriormente, com 4 Ø 10,0mm:

$$A_{s,ef} = 3,14cm^2$$

#### 4.4.6.2 Armadura negativa

- Apoio 1 – Pilar 8

$$M_d = 101,10kN.m = 10110kN.cm$$

Portanto:

$$x = 1,25 \times 51,5 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{10110}{0,425 \times 2,143 \times 14 \times 51,5^2}} \right]$$

$$x = 10,47cm$$

Então é feita a determinação do domínio:

$$\frac{x}{d} = \frac{10,47}{51,5} = 0,203$$

Como esse valor encontra-se abaixo de 0,259, ele se encontra no domínio 2.

$$A_{s,calc} = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4x)} = \frac{10110}{43,48(51,5 - 0,4 \times 10,47)}$$

$$A_s = 4,91cm^2$$

Comparando esse valor com a armadura mínima permitida por norma:

$$A_{smin} = \rho_{min} \times b \times h = 0,00173 \times (14 \times 55) = 1,33cm^2$$

Como o valor calculado é maior que o mínimo permitido, será utilizado o calculado, sendo adotada a utilização de uma armadura de 4 barras de Ø12,5mm, obtendo uma área efetiva:

$$A_{s,ef} = 4,91cm^2$$

As barras calculadas serão utilizadas em duas camadas, com duas barras cada uma.

Também deve ser feita a verificação da altura útil estimada para a armadura negativa:

$$y_{CG} = \frac{S_A}{A_{s,ef}}$$

Sendo:

$$S_A = (2 \times A_{\phi l}) \times d_1 + (2 \times A_{\phi l}) \times d_2$$

$$S_A = 25,64cm^3$$

Portanto:

$$y_{CG} = \frac{25,64}{4,91} = 5,22 = d''_{real}$$



$$\Delta_{CG} = y_{CG} - c + \phi_t = 6,01 - 2,5 - 0,5 = 3,01\text{cm} \leq 10\%h \rightarrow \text{ok!}$$

$$\frac{d''_{real}}{d''_{est}} = \frac{5,22}{3,5} = 1,49$$

Visto que essa relação é inferior ao limite de 1,0 permitido, a área de aço precisa ser calculada novamente, obtendo os valores:

$$x = 10,91\text{cm}$$

Então é feita a determinação do domínio:

$$\frac{x}{d} = \frac{10,91}{49,78} = 0,219$$

Como esse valor encontra-se abaixo de 0,259, ele se encontra no domínio 2.

$$A_s = 5,12\text{cm}^2$$

Portanto serão utilizadas 5 barras de  $\emptyset$  12,5mm, executadas em duas camadas, sendo a primeira de 3 barras e a segunda de 2 barras.

- Apoio 2 – Pilar 15

$$M_d = 96,70\text{kN.m} = 9670\text{kN.cm}$$

Portanto:

$$x = 9,98\text{cm}$$

Então é feita a determinação do domínio:

$$\frac{x}{d} = \frac{9,98}{51,5} = 0,19$$

Como esse valor encontra-se abaixo de 0,259, ele se encontra no domínio 2.

$$A_s = 4,68\text{cm}^2$$

Comparando esse valor com a armadura mínima permitida por norma:

$$A_{smin} = \rho_{min} \times b \times h = 0,00173 \times (14 \times 55) = 1,33\text{cm}^2$$

Como o valor calculado é maior que o mínimo permitido, será utilizado o calculado, sendo adotada a utilização de uma armadura de 4 barras de  $\emptyset$ 12,5mm, obtendo uma área efetiva:

$$A_{s,ef} = 4,91\text{cm}^2$$

Serão feitas duas camadas com duas barras cada uma.

Como as dimensões da seção e das barras são iguais às do apoio 1, é necessário fazer o novo cálculo da área de aço.

$$x = 10,39\text{cm}$$

Então é feita a determinação do domínio:

$$\frac{x}{d} = \frac{10,39}{49,78} = 0,209$$

Como esse valor encontra-se abaixo de 0,259, ele se encontra no domínio 2.

$$A_s = 4,87cm^2$$

Portanto será mantido o detalhamento anterior de 4 barras de Ø 12,5mm, executadas em duas camadas de duas barras cada uma.

- Apoio 3 – Pilar 25

$$M_d = 93,80kN.m = 9380kN.cm$$

Portanto:

$$x = 9,65cm$$

Então é feita a determinação do domínio:

$$\frac{x}{d} = \frac{9,35}{51,5} = 0,19$$

Como esse valor encontra-se abaixo de 0,259, ele se encontra no domínio 2.

$$A_s = 4,53cm^2$$

Comparando esse valor com a armadura mínima permitida por norma:

$$A_{smin} = \rho_{min} \times b \times h = 0,00173 \times (14 \times 55) = 1,33cm^2$$

Como o valor calculado é muito próximo ao da armadura negativa no apoio 2, o seu detalhamento será igual ao mesmo, adotando uma armadura de 4 barras de Ø12,5mm, obtendo uma área efetiva:

$$A_{s,ef} = 4,91cm^2$$

Considerando o limite de duas barras por camada, serão feitas duas camadas com duas barras cada uma.

Como as dimensões da seção e das barras são iguais às do apoio 1, é necessário fazer o novo cálculo da área de aço.

$$x = 10,05cm$$

Então é feita a determinação do domínio:

$$\frac{x}{d} = \frac{10,05}{49,78} = 0,202$$

Como esse valor encontra-se abaixo de 0,259, ele se encontra no domínio 2.

$$A_s = 4,71\text{cm}^2$$

Portanto será mantido o detalhamento anterior de 4 barras de  $\emptyset 12,5\text{mm}$ , executadas em duas camadas de duas barras cada uma.

#### 4.4.7 Armadura transversal

Primeiramente deve ser verificado se há esmagamento das bielas de concreto nas diagonais de compressão, sendo feita através do cálculo da resistência do concreto à esse esforço, tendo que possuir valor maior que o cortante máximo atuante na viga, ou seja:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2}$$

Sendo o esforço resistido dado pela equação:

$$V_{Rd2} = 0,27 \times \alpha_{v2} \times f_{cd} \times b_w \times d$$

Com:

$$\alpha_{v2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 1 - \frac{30}{250} = 0,88$$

$$f_{cd} = \frac{30}{1,4} = 21,4286\text{MPa} = 21428,6\text{kN/m}^2$$

Portanto:

$$V_{Rd2} = 0,27 \times 0,88 \times 21428,6 \times 0,14 \times 0,5$$

$$V_{Rd2} = 356,4\text{kN}$$

Como o esforço cortante máximo atuante na viga é de 114,7kN, a peça está segura, não havendo risco de esmagamento das bielas.

Com essa verificação feita, é iniciado o cálculo da armadura transversal, primeiramente definindo a parcela do cortante absorvida pelo concreto::

$$V_c = 0,6 \times f_{ctd} \times b_w \times d$$

Com:

$$f_{ctd} = 0,15 \times f_{ck}^{2/3} = 0,15 \times \sqrt[3]{30^2} = 1,45\text{MPa} = 1450\text{kN/m}^2$$

Portanto:

$$V_c = 0,6 \times 1450 \times 0,14 \times 0,5$$

$$V_c = 60,9\text{kN}$$

- Vão 1 – Entre P8 e P15

A parcela do esforço para a qual a armadura deve ser dimensionada é a que não é resistida pelo concreto, assim sendo:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c = 114,7 - 60,9$$

$$V_{sw} = 53,8\text{kN}$$

Valor que é aplicado diretamente na equação da área de aço necessária por metro:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right) = \frac{V_{sw}}{0,9 \times d \times f_{ywd}} = \frac{53,8}{0,9 \times 0,5 \times 43,48}$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right) = 2,75 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Como definido anteriormente serão utilizados estribos de Ø5,0mm, portanto é possível definir o espaçamento entre eles tendo a área de aço necessária calculada, lembrando que a área da seção do estribo é multiplicada por dois, visto que a barra passa pelos dois lados da viga:

$$s = \frac{2 \times 0,196}{2,75} = 0,14 \text{ m} = 14 \text{ cm}$$

É necessário que seja verificada a área mínima de aço para os estribos:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min} = \frac{0,2 \times f_{ctm}}{f_{ywd}} \times b_w = \frac{0,2 \times 2896,47}{50,0} \times 0,14 = 1,62 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Como o valor calculado é maior que o valor mínimo, mantemos o valor calculado.

Também deve se verificar se o espaçamento definido está abaixo do espaçamento máximo estabelecido pela Norma:

$$s_{max} = \begin{cases} 0,6 \times d \leq 300 \text{ mm se } V_{sd} \leq 0,67 \times V_{Rd2} \\ 0,3 \times d \leq 200 \text{ mm se } V_{sd} \geq 0,67 \times V_{Rd2} \end{cases}$$

$$0,67 \times 356,4 = 238,8 \text{ kN}$$

$$V_{sd} = 114,7$$

Portanto:

$$s_{max} = 0,6 \times d = 0,6 \times 50 = 30,0 \text{ cm}$$

O espaçamento está abaixo do máximo definido, então o estabelecido anteriormente pode ser utilizado, sendo adotado, portanto, Ø5,0mm com 14cm.

- Vão 2 – Entre P15 e P25

A parcela do esforço para a qual a armadura deve ser dimensionada é a que não é resistida pelo concreto, assim sendo:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c = 105,5 - 60,9$$

$$V_{sw} = 44,6 \text{ kN}$$

Valor que é aplicado diretamente na equação da área de aço necessária por metro:

$$\left(\frac{A_{Sw}}{s}\right) = \frac{V_{sw}}{0,9 \times d \times f_{ywd}} = \frac{44,6}{0,9 \times 0,5 \times 43,48}$$

$$\left(\frac{A_{Sw}}{s}\right) = 2,28 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Então calcula-se o espaçamento:

$$s = \frac{2 \times 0,196}{2,49} = 0,17 \text{ m} = 17 \text{ cm}$$

Porém será adotado um espaçamento de 14cm, para deixar um espaçamento contínuo ao longo de toda a viga, evitando possíveis erros em obra e ainda trabalhando a favor da segurança.

É necessário que seja verificada a área mínima de aço para os estribos:

$$\left(\frac{A_{Sw}}{s}\right)_{min} = \frac{0,2 \times f_{ctm}}{f_{ywd}} \times b_w = \frac{0,2 \times 2896,47}{50,0} \times 0,14 = 1,62 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Como o valor calculado é maior que o valor mínimo, mantemos o valor calculado.

O espaçamento máximo é igual ao definido no item anterior, portanto já se pode definir que o calculado é menor que ele. Deste modo, a armadura utilizada para esse vão da viga é de estribos de Ø5,0mm com 17cm.

#### 4.4.8 Estado limite de serviço

Para o estado limite de serviço, os carregamentos devem ser calculados novamente, visto que para o estado limite de abertura de fissuras é utilizada a combinação frequente ( $\Psi_1$ ) e para o estado limite de deformação excessiva é utilizada a quase permanente ( $\Psi_2$ ).

##### 4.4.8.1 Estado limite de abertura de fissuras

- Trecho 1 – Lajes L22 e L2

$$p = 12,34 + 0,4 \times 3,36$$

$$p = 13,68 \text{ kN/m}$$

- Trecho 2 – Lajes L22 e L5

$$p = 19,31 + 0,4 \times 5,27$$

$$p = 21,42 \text{ kN/m}$$

- Trecho 3 – Lajes L23 e L10

$$p = 18,68 + 0,4 \times 5,09$$

$$p = 20,72 \text{ kN/m}$$

- Trecho 4 – Lajes L23 e L13

$$p = 12,34 + 0,4 \times 3,36$$

$$p = 13,68 \text{ kN/m}$$

Para as vigas que se apoiam em V13 também foi re-feito o calculo com o auxílio do Ftool, utilizando a combinação frequente para obter as novas cargas de reação, obtendo para a viga V4 uma reação de 21,2kN e para a viga V10 foi obtido 16,4kN.

Com esses valores é gerado um novo diagrama no Ftool para a viga V13:

Figura 23 – Carregamento para ELS-W em V13

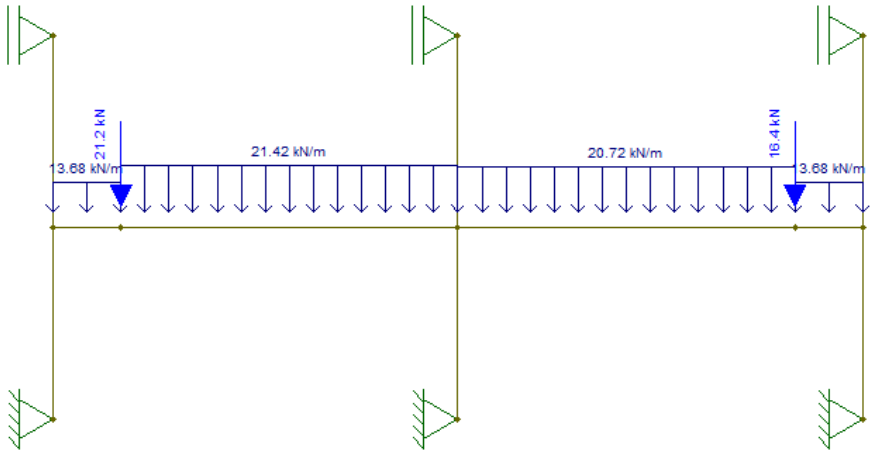
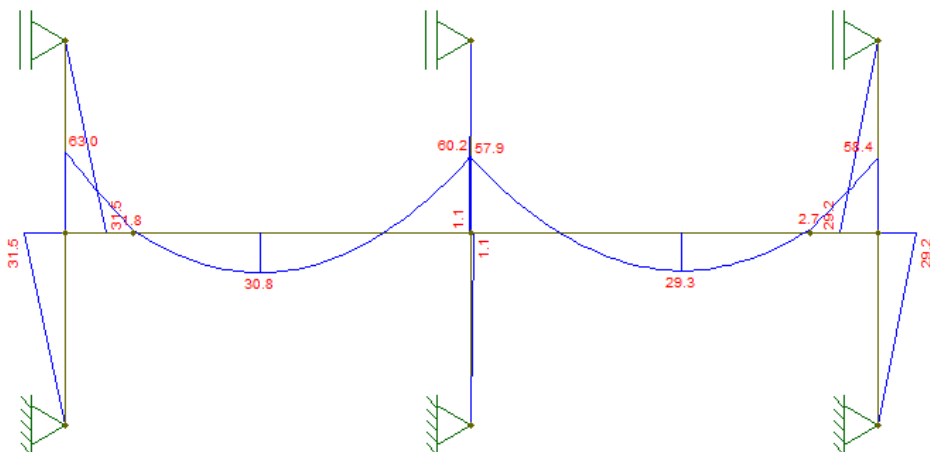


Figura 24 – Diagrama de momentos fletores do ELS-W em V13



Primeiramente será definido o momento de fissuração:

$$M_r = \frac{\alpha \times f_{ctk,inf} \times I_c}{\gamma_t}$$

Sendo:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \times 0,3 \times \sqrt[3]{30^2} = 2,03 \text{MPa} = 2030,6 \text{kN/m}^2$$

$$I_c = \frac{b \times h^3}{12} = \frac{0,14 \times 0,55^3}{12} = 0,0019 \text{m}^4$$

$$\gamma_t = \frac{h}{2} = \frac{0,55}{2} = 0,275 \text{m}$$

Portanto:

$$M_r = \frac{1,5 \times 2030,6 \times 0,0019}{0,275} = 21,04 \text{kN.m}$$

O momento aplicado na viga ultrapassa o momento de fissuração nos dois vãos, evidenciando que a viga se encontra no estágio II, portanto ocorre fissuração. A análise de fissuras deve ser realizada mesmo se o momento aplicado for menor que o momento de fissuração, visto que pode ocorrer abertura de fissuras por retração também. Essa análise será feita apenas para o vão com o maior momento, visto que se o valor para este estiver dentro do limite, o vão com momento menor também estará. As fissuras são determinadas pelo menor dos seguintes valores:

$$w_1 = \frac{\phi_i}{12,5 \times \eta_i} \times \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \times \frac{3 \times \sigma_{si}}{f_{ct,m}}$$

$$w_2 = \frac{\phi_i}{12,5 \times \eta_i} \times \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \times \left( \frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right)$$

Para tal se faz necessária a definição de alguns outros fatores antes:

$$A_{s,efet} \rightarrow 4 \text{ barras } \phi 10,0\text{mm} = 3,14\text{cm}^2$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210000}{26072} = 8,05$$

$$x_{II} = \frac{\alpha_e \times A_s}{b_w} \times \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times b \times d}{\alpha_e \times A_s}} \right)$$

$$x_{II} = \frac{8,05 \times 3,14}{14} \times \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 14 \times 48,5}{8,05 \times 3,14}} \right) = 11,55\text{cm}$$

A partir desse valor é calculada a tensão na armadura referente ao estádio II:

$$\sigma_s = \frac{3080}{3,14 \times \left( 48,5 - \frac{11,55}{3} \right)} = 21,97\text{kN/cm}^2 = 219,7\text{MPa}$$

De acordo com a tabela 17.2 da NBR 6118:2007, pode ser dispensado a verificação da abertura de fissuras se alguns requisitos forem atendidos. Para uma tensão na barra de 200MPa a norma limita o diâmetro máximo das barras a 25,0mm e o espaçamento máximo a 25cm, portanto como esses critérios são atendidos, não seria necessário o calculo de abertura de fissuras, porém ele será feito a fim de demonstração de cálculo:

$$w_1 = \frac{12,5}{12,5 \times 2,25} \times \frac{219,7}{210000} \times \frac{3 \times 219,7}{2,9} = 0,106\text{mm}$$

$$w_2 = \frac{12,5}{12,5 \times 2,25} \times \frac{219,7}{210000} \times \left( \frac{4}{0,0046} + 45 \right) = 0,42\text{mm}$$

Como se utiliza o menor valor entre as duas equações, o valor adotado para w é 0,106mm, que é inferior ao limite permitido de 0,3mm.

#### 4.4.8.2 Estado limite de deformação excessiva

- Trecho 1 – Lajes L22 e L2



$$p = 12,34 + 0,3 \times 3,36$$

$$p = 13,35 \text{ kN/m}$$

- Trecho 2 – Lajes L22 e L5

$$p = 19,31 + 0,3 \times 5,27$$

$$p = 20,89 \text{ kN/m}$$

- Trecho 3 – Lajes L23 e L10

$$p = 18,68 + 0,3 \times 5,09$$

$$p = 20,21 \text{ kN/m}$$

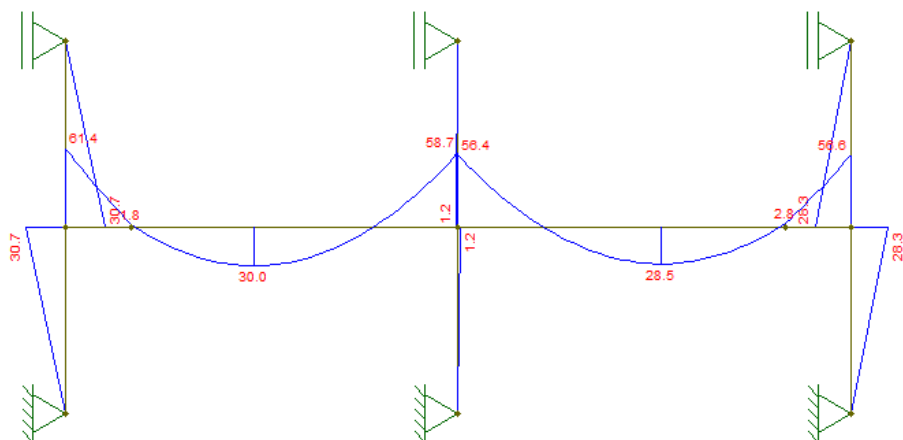
- Trecho 4 – Lajes L23 e L13

$$p = 12,34 + 0,3 \times 3,36$$

$$p = 13,35 \text{ kN/m}$$

Para as vigas apoiadas foi feito o mesmo cálculo, obtendo os valores das reações através do Ftool, sendo 20,7kN para a V4 e 15.3kN para V10, portanto temos o seguinte diagrama de momentos para o estado limite de deformação excessiva:

Figura 25 – Diagrama de momentos fletores do ELS-DEF em V13



Primeiramente será definido o momento de fissuração:

$$M_r = \frac{\alpha \times f_{ct,m} \times I_c}{\gamma_t}$$

Sendo:

$$f_{ct,m} = 0,3 \times \sqrt[3]{30^2} = 2,9MPa = 2900kN/m^2$$
$$I_c = \frac{b \times h^3}{12} = \frac{0,14 \times 0,55^3}{12} = 0,0019m^4$$
$$\gamma_t = \frac{h}{2} = \frac{0,55}{2} = 0,275m$$

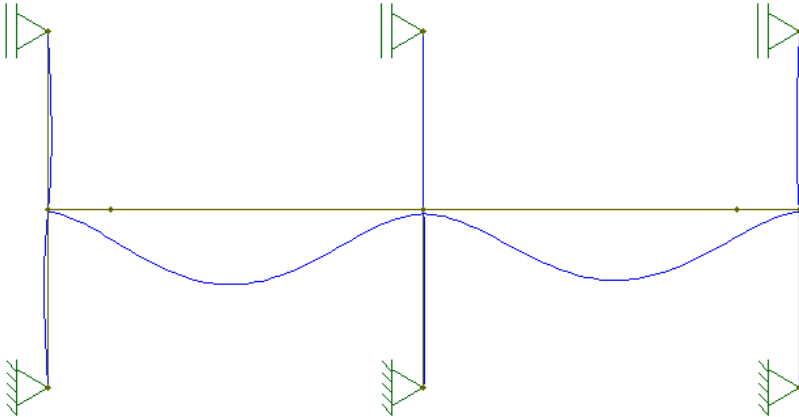
Portanto:

$$M_r = \frac{1,5 \times 2900 \times 0,0019}{0,275} = 30,05kN.m$$

O momento aplicado na é inferior ao momento de fissuração nos dois vãos, evidenciando que a viga se encontra no estágio I, portanto não se faz necessário o cálculo da inércia equivalente para o estágio II, podendo prosseguir com o cálculo da flecha total.

A flecha imediata também será definida com o auxílio do software Ftool, sendo o valor encontrado no programa utilizado para o cálculo da flecha total diferida:

Figura 26 – Diagrama deslocamento de V13



- Flecha imediata

Vão 1:

$$f_0 = 1,35mm$$

Vão 2:

$$f_0 = 1,30mm$$

- Flecha total diferida

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1+50 \times \rho'}$$

onde:

$\rho' = \frac{A_s'}{b \times d}$  em que  $A_s'$  é a área da armadura negativa

$\xi(t_0) = 0,68 \times (0,996^t) \times t^{0,32}$  para  $t \leq 70$  meses

$\xi(t) = 2$  para  $t > 70$  meses

Ao considerar o primeiro carregamento aos 21 dias:

$$t_0 = \frac{21}{30} = 0,7 \text{ meses}$$

$$\xi(t_0) = 0,68 \times (0,996^{0,7}) \times 0,7^{0,32} = 0,605$$

$$\Delta\xi = 2 - 0,605 = 1,395$$

$$\rho' = \frac{4,91}{14 \times 50} = 0,007$$

$$\alpha_f = \frac{1,395}{1+50 \times 0,007} = 1,03$$

- Flecha total

$$f_\infty = (1 + \alpha_f) \times f_0 = (1 + 1,03) \times 1,35 = 2,74 \text{ mm}$$

$$f_{lim} = \frac{l}{250} = \frac{560}{250} = 2,24 \text{ cm} = 22,4 \text{ mm}$$

Como o vão 1, que possui maior flecha imediata, atende aos critérios de deformação máxima, o vão 2 também vai atender, estando a viga de acordo a esse estado limite de serviço.

#### 4.4.9 Detalhamento da armadura

##### 4.4.9.1 Deslocamento do diagrama de momentos fletores

$$V_{sd,max} = 114,7 \text{ kN}$$

$$V_c = 60,9 \text{ kN}$$

$$a_l = d \left[ \frac{V_c}{2 \times (V_{sd,max} - V_c)} \right] \geq 0,5 \times d$$

$$a_l = 50 \left[ \frac{60,9}{2 \times (114,7 - 60,9)} \right] \geq 0,5 \times 50$$

$$a_l = 28,3 \text{ cm} \geq 25 \text{ cm}$$

Figura 27 – Deslocamento do diagrama de momentos fletores no vão 1



Figura 28 – Deslocamento do diagrama de momentos fletores no vão 2



#### 4.4.9.2 Armadura nos apoios extremos P8 e P25

Como o esforço cortante atuante nos dois apoios é muito próximo, será efetuado apenas um cálculo para os dois, utilizando o maior como base, em favor da segurança.

- Armadura positiva

Armadura para ancoragem da diagonal de compressão:

$$R_{st} = \frac{a_l}{d} \times V_d = \frac{28,3}{50} \times 114,7 = 64,92 \text{ kN}$$

$$A_{st} = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{64,92}{43,48} = 1,49 \text{ cm}^2$$

Armadura mínima necessária:

$$A_{min,apoio} = \frac{A_{s,v\tilde{a}o}}{4}$$

Visto que o Momento negativo no apoio é maior que 50% do momento positivo no centro do vão, portanto:

$$A_{min,apoio} = \frac{3,14}{4} = 0,78 \text{ cm}^2$$

Como existe necessidade de armadura porta-estribo, duas das quatro barras da armadura utilizada no vão foram estendidas até o apoio.

Para a definição do comprimento de ancoragem deve primeiro ser calculada a tensão última de aderência:

$$f_{bd} = \eta_1 \times \eta_2 \times \eta_3 \times f_{ctd}$$

Onde:

$\eta_1 = 2,25$  para barras nervuradas (CA-50);

$\eta_2 = 1,0$  para situações de boa aderência;

$\eta_3 = 1,0$  para  $\Phi < 32$  mm;

$$f_{ctd} = \frac{f_{ck,inf}}{\gamma_c} = \frac{f_{ct,m}}{\gamma_c} = 0,21 \times \frac{\sqrt[3]{f_{ck}^2}}{1,4} = 1,45$$

Portanto:

$$f_{bd} = 2,25 \times 1,0 \times 1,0 \times 1,45 = 3,26 \text{MPa}$$

Para então ser calculado o comprimento de ancoragem básico:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{1 \times 500}{4 \times 1,15 \times 3,26} = 33,34 \text{cm}$$

E posteriormente o comprimento de ancoragem necessário:

$$l_{b,nec} = \alpha \times l_b \times \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min}$$

$l_{b,min}$  sendo o maior valor entre  $0,3 l_b$ ,  $10 \times \Phi$  e  $100 \text{mm}$ , sendo  $10 \text{cm}$  nesse caso. O valor de  $\alpha$  é definido caso a barra tenha gancho ou não, como existe, seu valor é de  $0,7$ , portanto:

$$l_{b,nec} = 0,7 \times 33,34 \times \frac{2,45}{3,14} \geq 10 \text{cm}$$

$$l_{b,nec} = 18,21 \text{cm} \rightarrow \text{adotado } 19 \text{cm}$$

Após definir o quanto a barra vai entrar no apoio, é definido o comprimento do gancho, através da equação seguinte:

$$l_g = \frac{\pi(5\phi + \phi)}{4} + 8\phi = 4,7\phi + 8\phi = 4,7 + 8,0$$

Portanto o gancho terá um comprimento total de  $12,7 \text{cm}$ , sendo  $4,7 \text{cm}$  o comprimento da dobra e  $8,0 \text{cm}$  o comprimento de trecho reto perpendicular à barra. Com o comprimento de ancoragem e o comprimento do gancho calculado, tem-se o comprimento total da ancoragem:

$$l_t = l_b + l_g = 31,7 \text{cm}$$

- Armadura negativa

Tensão de aderência da ancoragem:

$$f_{bd} = \eta_1 \times \eta_2 \times \eta_3 \times f_{ctd} = 2,25 \times 0,7 \times 1,0 \times 1,45 = 2,28 \text{MPa}$$

Comprimento de ancoragem básico:

$$l_b = \frac{\emptyset}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{1,25 \times 500}{4 \times 1,15 \times 2,28} = 59,59 \text{ cm}$$

Comprimento de ancoragem necessário:

$$l_{b,nec} = \alpha \times l_b \times \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min}$$

$l_{b,min}$  sendo o maior valor entre  $0,3 l_b$ ,  $8\emptyset$  e  $60\text{mm}$ , sendo  $17,88\text{cm}$  nesse caso. O valor de  $\alpha$  é definido caso a barra tenha gancho ou não, como existe, seu valor é de  $0,7$ , portanto:

Apoio 1:

$$l_{b,nec} = 0,7 \times 59,59 \times \frac{5,12}{6,15} \geq l_{b,min}$$

$$l_{b,nec} = 34,73 \geq 17,88 \rightarrow \text{adotado } 35\text{cm}$$

Apoio 3:

$$l_{b,nec} = 0,7 \times 59,59 \times \frac{4,71}{4,91} \geq l_{b,min}$$

$$l_{b,nec} = 40,01 \geq 17,88 \rightarrow \text{adotado } 40\text{cm}$$

Cálculo do gancho:

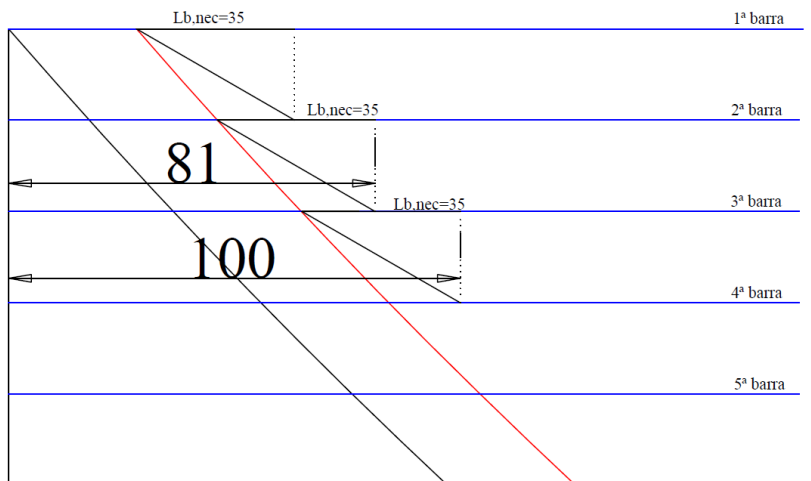
$$l_g = \frac{\pi(5\emptyset + \emptyset)}{4} + 8\emptyset = 4,7\emptyset + 8\emptyset = 5,87 + 10$$

Portanto o gancho terá um comprimento total de  $15,87\text{ cm}$ , sendo  $5,87\text{cm}$  o comprimento da dobra e  $10,0\text{cm}$  o comprimento de trecho reto perpendicular à barra. Com o comprimento de ancoragem e o comprimento do gancho calculado, tem-se o comprimento total da ancoragem:

$$l_t = l_b + l_g = 50,87\text{cm}$$

Para fazer a retirada da segunda camada de barras e da barra central da primeira camada no apoio 1, é feita a divisão do diagrama de momentos fletores em cinco partes, sendo este o número total de barras. Então, pelo método gráfico e respeitando o deslocamento do diagrama de momentos fletores, a ancoragem necessária e o adicional de  $10\emptyset$ , é definido a partir de qual distância do apoio é possível ser feita a retirada das barras.

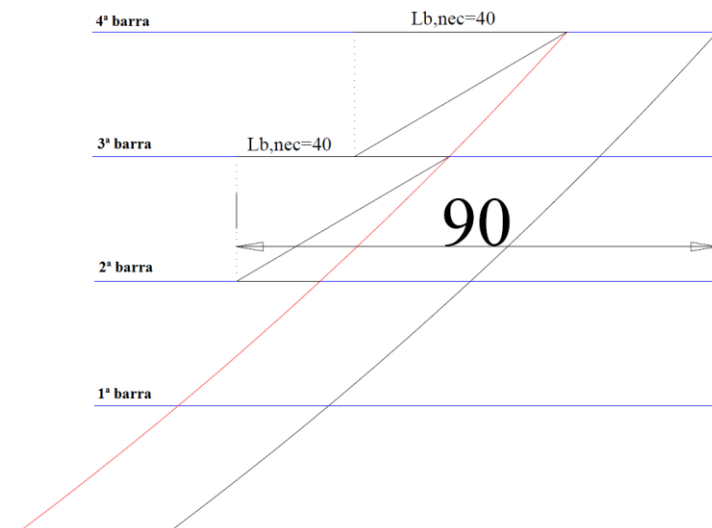
Figura 29 – Corte das barras no apoio 1



Deste modo, no apoio 1, a retirada das duas barras da segunda camada será feita aos 81cm e a retirada da barra central da primeira camada será feita aos 100cm.

No apoio 3 foi aplicado o mesmo método, porém sendo feita a retirada de apenas 2 barras aos 90cm, visto que são utilizadas 4 barras neste apoio.

Figura 30 – Corte das barras no apoio 3



#### 4.4.9.3 Armadura no apoio intermediário P15

- Armadura negativa

Tensão de aderência da ancoragem:

$$f_{bd} = \eta_1 \times \eta_2 \times \eta_3 \times f_{ctd} = 2,25 \times 0,7 \times 1,0 \times 1,45 = 2,28 \text{MPa}$$

Comprimento de ancoragem básico:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{1,25 \times 500}{4 \times 1,15 \times 2,28} = 59,59 \text{cm}$$

Comprimento de ancoragem necessário:

$$l_{b,nec} = \alpha \times l_b \times \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min}$$

$l_{b,min}$  sendo o maior valor entre  $0,3 l_b$ ,  $8\phi$  e  $60\text{mm}$ , sendo  $14,3\text{cm}$  nesse caso. O valor de  $\alpha$  é definido caso a barra tenha gancho ou não, como não existe, seu valor é de  $1,0$ , portanto:

$$l_{b,nec} = 1,0 \times 59,59 \times \frac{4,87}{4,91} \geq l_{b,min}$$

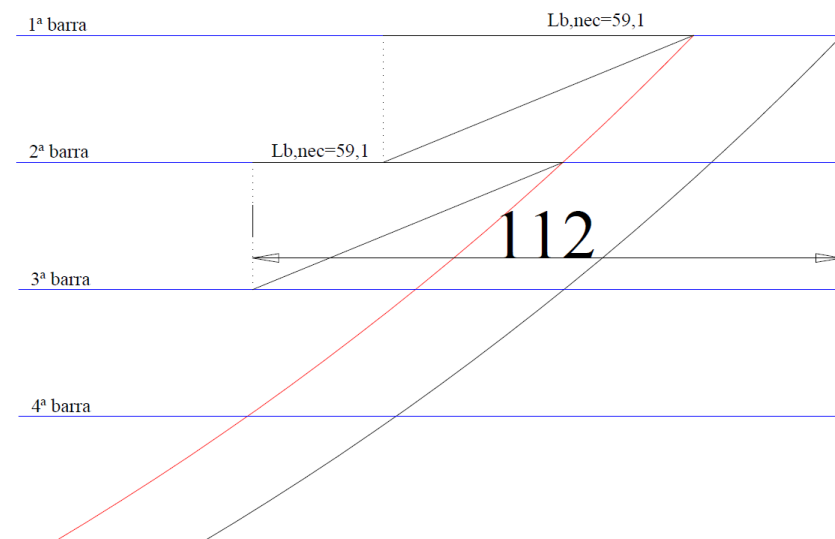
$$l_{b,nec} = 59,1 \geq 17,88$$



Como esse valor seria vindo dos dois lados, superaria o comprimento total do pilar de apoio, portanto opta-se por manter as barras contínuas ao longo desse apoio.

Para fazer a retirada da segunda camada de barras, é feita a divisão do diagrama de momentos fletores em quatro partes, sendo este o número total de barras. Então, pelo método gráfico e respeitando o deslocamento do diagrama de momentos fletores, a ancoragem necessária e o adicional de  $10\phi$ , é definido a partir de qual distância do apoio é possível ser feita a retirada das barras.

Figura 31 – Corte das barras no apoio 2



Portanto as duas barras serão retiradas a partir dos 112cm, sendo este valor aplicado para os dois lados do apoio P15.

- Armadura positiva

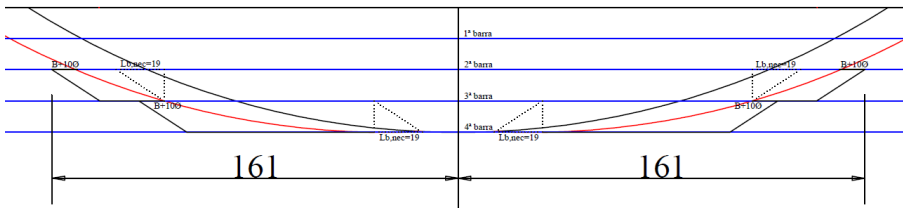
Como não há ocorrência de momentos positivos no apoio intermediário, o comprimento de ancoragem pode ser definido por 10 vezes o diâmetro da barra da armadura positiva do vão (ancoragem mínima), no caso 10,0cm para os dois lados do apoio. Visto que o pilar que serve de apoio possui 80cm de dimensão na direção da viga, não haverá interferência entre as armaduras.

#### 4.4.9.4 Armadura ao longo dos vãos

- Armadura positiva

Para ambos os vãos da viga foi feita a retirada da segunda camada de barras a partir do momento em que os momentos positivos estavam mais reduzidos, utilizando também o método gráfico nesse caso:

Figura 32 – Corte das barras nos vãos



Portanto a retirada das barras será feita a partir de 161cm a partir do centro, para os dois lados.

- Armadura negativa

Duas barras da primeira camada da armadura negativa se manterão constante ao longo de todo o comprimento da viga, enquanto a segunda camada só avançará no vão até os comprimentos definidos nos itens anteriores.

#### 4.4.9.5 Comprimento de traspasse

Como a barra da primeira camada da armadura negativa ultrapassaria o comprimento de 12m, será necessário executar uma emenda, sendo esta feita por traspasse, e o comprimento deste é definido por:

$$l_{oc} = l_{b,nec} \geq l_{oc,min}$$

Onde  $l_{oc,min}$  o maior valor entre  $0,6l_b$ ,  $15\phi$  e  $200$  mm

Como a área de aço calculada é igual à área de aço efetiva:

$$l_{oc} = l_{b,nec} = l_b$$

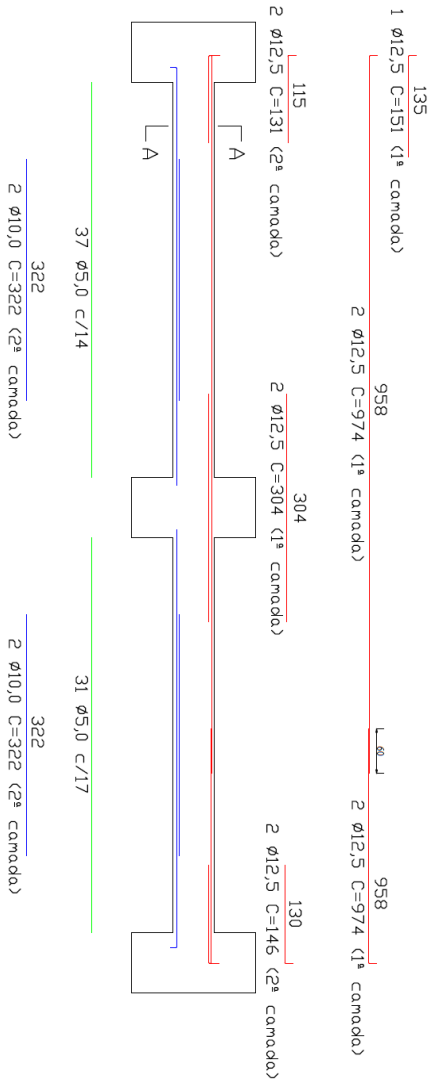
$$l_b = \frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{1,25 \times 500}{4 \times 1,15 \times 2,28} = 59,59cm$$

Como o valor calculado é maior que o mínimo, será utilizado o valor calculado, adotando 60cm para facilitar a execução.

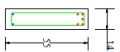
#### **4.4.9.6 Detalhamento final**

Tendo todos os dados calculados, pode ser feito o detalhamento final da viga, ilustrado na página seguinte.

Figura 33 – Detalhamento V13



Corte A-A



## **5 PILARES**

Pilares são elementos estruturais lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes e cuja função principal é receber as ações atuantes nos diversos níveis e conduzi-las até as fundações (PINHEIRO, 2005).

Estruturas de edificações podem ser divididas em duas subestruturas, possuindo finalidades distintas. Existem as estruturas de contraventamento, que devem possuir rigidez suficiente para garantir a indeslocabilidade, visto que resiste apenas a uma parte do carregamento vertical, possuindo também função de absorver às ações horizontais. O outro tipo de subestrutura é a contraventada, resistindo apenas ao carregamento vertical, podendo ser calculados apoiados nos níveis das lajes, considerando efeitos de segunda ordem apenas localizados, por possuírem pequenos deslocamentos nos nós.

No presente trabalho será abordado o caso de pilares contraventados, submetidos apenas à carga vertical, admitidos como elementos isolados, apresentando em suas extremidades apenas efeitos de primeira ordem.

### **5.1 Metodologia de Cálculo**

Deve-se analisar um conjunto de variáveis para o dimensionamento do pilar, tais como as características geométricas, sendo respeitadas as condições de dimensões mínimas e o cálculo do comprimento equivalente, classificação, indicando a posição do pilar na forma, esbelteza, tipo de solicitação e excentricidade.

Primeiramente obtém-se os esforços atuantes no elemento, para então estabelecer sua esbelteza e compará-la com valores limites impostos pela norma, para verificar se haveria a necessidade de considerar efeitos de segunda ordem sejam ou não. Obtidos os valores de momento e carregamento normal, pode ser definida a armadura com o auxílio de ábacos.

### **5.2 Definições Normativas**

A seção transversal de pilares não deve apresentar dimensão menor que 19 cm. Em casos especiais é permitida a consideração de dimensão não menor que 12 cm, desde que as ações a serem

consideradas no dimensionamento sejam majoradas por um coeficiente adicional  $\gamma_n$ , obtido pela expressão:

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 \times b$$

Sendo  $b$  a menor dimensão da seção transversal do pilar. Contudo, não é permitido pilar com seção transversal de área inferior a 360 cm<sup>2</sup>. Também não é permitido que a maior dimensão da seção transversal de um pilar seja maior que cinco vezes a sua menor dimensão. Caso isso ocorra o elemento não é mais considerado um pilar convencional e passa a ser dimensionado como um pilar-parede.

### 5.3 Ações

As ações atuantes no pilar, são obtidas através de uma análise na planta, na qual observa-se quais vigas se apoiam no pilar. No presente trabalho, a análise será feita pelo programa Ftool, para obtenção dos esforços atuantes no pilar, o qual receberá o carregamento proveniente das vigas de apoio..

A configuração de cargas atuantes em cada lance de pavimento se dá:

$$\begin{aligned} N_d &= \text{reação das vigas que influenciam diretamente no pilar} \\ M_{dx} &= \text{momento atuante no eixo de menor inércia do pilar} \\ M_{dy} &= \text{momento atuante no eixo de maior inércia do pilar} \end{aligned}$$

Além das cargas das vigas, também é considerado o peso próprio do pilar, sendo calculado através da expressão:

$$g_{pp} = \gamma_{conc} \times h \times A_{seção}$$

Sendo  $h$  a altura do pilar e  $A_{seção}$  a área da seção transversal do pilar.

### 5.4 Comprimento Equivalente

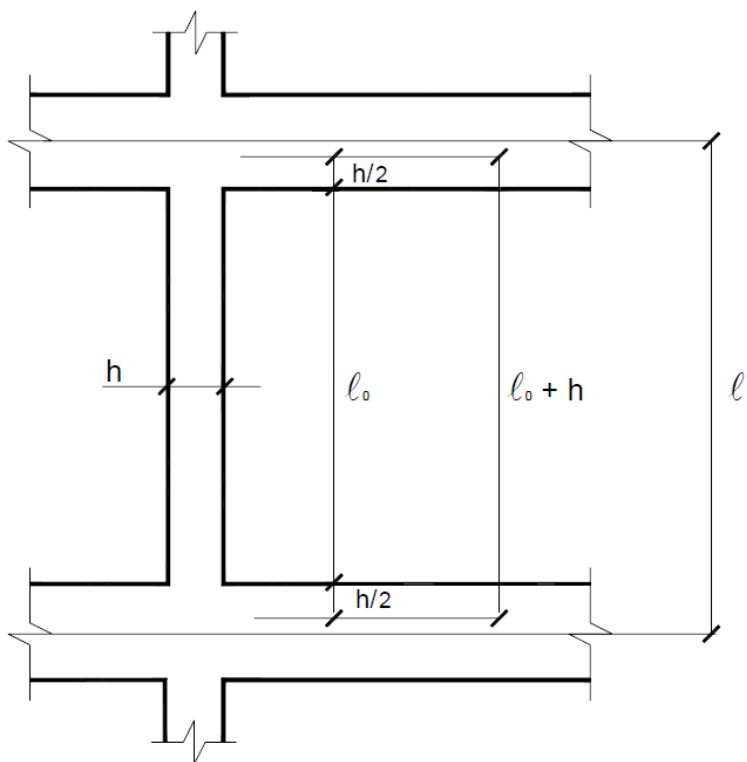
O comprimento equivalente do pilar, suposto vinculado em ambas as extremidades, deve ser o menor valor entre:

$$l_e \leq \begin{cases} l_0 + h \\ l \end{cases}$$

Sendo:

- $l_0$  é a distância entre as faces internas dos elementos estruturais, supostos horizontais, que vinculam o pilar;
- $h$  é a altura da seção transversal do pilar, medida no plano da estrutura;
- $l$  é a distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado.

Figura 34 - Comprimento equivalente.



Fonte: PINHEIRO (2010)

No caso de pilar engastado na base e livre no topo,  $l_e = 2l$ .

## 5.5 Imperfeições Geométricas

As imperfeições geométricas resultam em excentricidades, do tipo acidental, devido a incertezas na localização da força normal ou desvio do eixo da peça em relação ao projeto.

Para suprir os problemas da falta de retinidade do pilar ou o desaprumo, devemos considerar o momento mínimo de primeira ordem.

Em estruturas reticuladas usuais, não há a necessidade de se calcular as excentricidades acidentais contanto que os momentos de primeira ordem respeitem o valor de momento mínimo recomendado pela NBR 6118:2007 obtido através da seguinte expressão (CARVALHO E PINHEIRO, 2009):

$$M_{1d,min} = N_d \times (0,015 + 0,03 \times h)$$

### 5.5.1 Excentricidade inicial

As excentricidades iniciais de topo ou base dos pilares são obtidas através da seguinte expressão, sendo ela utilizada para os dois eixos:

$$e_{1A} = \frac{M_{1A}}{N}$$

Sendo estes fatores o momento solicitante de cálculo e a força normal solicitante de cálculo.

Normalmente os momentos máximos iniciais são aplicados nas extremidades do pilar, enquanto os de segunda ordem são aplicados na seção intermediária, visto que esses apenas ocorrem caso haja o deslocamento da peça. A excentricidade intermediária para os momentos de segunda ordem é definida por:

$$e_{1C} = 0,6 \times e_{1A} + 0,4 \times e_{1B} \geq 0,4 \times e_{1A}$$

Visto que o sinal de  $e_{1B}$  é positivo se os momentos A e B tracionarem a mesma face e negativo se tracionarem faces opostas.

### 5.6 Índice de Esbeltez e Raio de Giração

O índice de esbeltez é a relação entre o comprimento de flambagem (também chamado de comprimento equivalente) e o raio de giração, sendo:

$$\lambda = \frac{l_e}{i}$$

O raio de giração é obtido em função do momento de inércia e da seção transversal da peça, onde:



$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

Desenvolvendo as equações chega-se a seguinte expressão para o cálculo do índice de esbeltez:

$$\lambda = 3,46 \times \frac{l_e}{h}$$

Os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados quando o índice de esbeltez respeitar um valor limite dado pela seguinte expressão:

$$\lambda_1 = \frac{(25 + 12,5 \times e_1/h)}{\alpha_b}; \quad 35 \leq \lambda_l \leq 90$$

Onde:

$e_1$  a excentricidade de primeira ordem, não incluindo a excentricidade accidental;

$\alpha_b$  um fator que depende da vinculação dos extremos do pilar isolado e do carregamento atuante, podendo ser obtido da seguintes maneiras:

- Para pilares bi-apoiados sem cargas transversais:

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \times \frac{M_B}{M_A}; \quad 0,40 \leq \alpha_b \leq 1,00$$

Onde:

$M_A$  é o maior valor absoluto ao longo do pilar bi apoiado;

$M_B$  o menos valor absoluto com sinal positivo se tracionar a mesma face que  $M_A$  e sinal negativo em caso contrário.

- Para pilares bi-apoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura e pilares bi-apoiados ou em balanço com momentos fletores menores que o momento mínimo:

$$\alpha_b = 1,00$$

- Para pilares em balanço:

$$\alpha_b = 0,80 + 0,20 \times \frac{M_C}{M_A}; \quad 0,85 \leq \alpha_b \leq 1,00$$

Onde:

$M_A$  é o momento de primeira ordem no engaste;

$M_C$  é o momento de primeira ordem no meio do pilar.

## 5.7 Cálculo dos Efeitos de Segunda Ordem

Os efeitos de segunda ordem são decorrentes das deformações causadas pela força normal atuante no pilar que dão origem a uma nova excentricidade (PINHEIRO, 2010). A Norma apresenta quatro métodos aproximados para obtenção desses esforços: métodos do pilar-padrão com curvatura aproximada, método do pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada, método do pilar-padrão acoplado a diagramas M, N, 1/r, e por último o método do pilar-padrão para pilares de seção retangular submetidos à flexão composta oblíqua.

O método utilizado para o cálculo nesse trabalho foi o método do pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada, podendo ser empregado no dimensionamento de pilares com índice de esbelteza menor que 90, com seção constante e armadura simétrica.

O momento total máximo no pilar é dado pela expressão:

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b \cdot M_{1dA}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \cdot k/v}}$$

$$k = 32 \cdot \left(1 + \frac{M_{d,tot}}{h \cdot N_d}\right) \cdot v$$

Que por possuir o momento total nos dois termos deve ser resolvida iterativamente. Ou através da resolução direta desta equação, que se dá pela expressão de segundo grau:

$$M_{d,tot} = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2A}$$

Com:

$$A = 5 \cdot h$$

$$B = h^2 \cdot N_d - \frac{N_d \cdot l_e^2}{320} - 5 \cdot h \cdot M_{s1d}$$

$$C = -N_d \cdot h \cdot M_{s1d}$$

Sendo:

$N_d$  = força normal de cálculo;

$l_e$  = comprimento equivalente

$h$  = altura da seção na direção considerada

$M_{s1d}$  = o valor de cálculo de primeira ordem do momento M;

## 5.8 Dimensionamento

O dimensionamento da armadura longitudinal se dá através da utilização de ábacos, onde as condições de contorno são calculadas pelas seguintes expressões:

$$\nu = \frac{N_{sd}}{A_c \times f_{cd}}$$

$$\mu = \frac{M_d}{A_c \times f_{cd} \times h}$$

Utilizando esses dois coeficientes como dados de entrada no ábaco, é obtido o valor de  $\omega$ , utilizado para calcular a área de aço através da seguinte expressão:

$$A_s = \omega \times A_c \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

A escolha do ábaco se dá através das condições de contorno. O aço é da categoria CA-50 e as distâncias relativas às bordas da seção serão calculadas considerando cobrimento de 4 cm, como definido anteriormente.

## 5.9 Detalhamento

A NBR 6118:2007 define algumas imposições como taxa de armadura mínima e máxima, espaçamento entre as barras, comprimentos de ancoragem e armadura transversal. Definindo-se a quantidade e disposição da armadura.

### 5.9.1 Prescrições da Norma

A Norma define uma taxa mínima de armadura que tem por objetivo evitar a ruptura frágil das seções transversais. Este valor é dado pela seguinte expressão, item 17.3.5.3.1 da NBR 6118:2007:

$$A_{s,min} = \left( 0,15 \times \frac{N_d}{f_{yd}} \right) \geq 0,004 \times A_c$$

A armadura máxima, obtida no item seguinte da Norma, que certifica que as condições de ductilidade não devem ultrapassar 8% da seção real de concreto, considerando-se inclusive a sobreposição de armadura nos trechos de emendas.

No item 18.4 a Norma recomenda que o diâmetro das barras longitudinais não seja inferior a 10 mm nem superior a 1/8 da menor

dimensão transversal. Quanto à disposição construtiva, para seções retangulares, deve existir pelo menos uma barra em cada vértice.

Com o intuito de se garantir que as barras não vão influenciar na concretagem, é adotado um espaçamento mínimo entre as barras, definido por:

$$s \geq \begin{cases} 20mm \\ \phi_{barra} \\ 1,2 \times \phi_{max,agregado} \end{cases}$$

E o espaçamento máximo por:

$$s \leq \begin{cases} 2 \times b \\ 40cm \end{cases}$$

A armadura transversal tem como objetivo garantir o posicionamento correto da armadura e impedir que haja flambagem das barras longitudinais, devendo ser colocada ao longo de toda a altura do pilar, sendo composta por estribos com diâmetro não inferior a 5mm nem a 1/4 do diâmetro da barra longitudinal. O espaçamento não deve ultrapassar:

$$s \leq \begin{cases} 20cm \\ b \\ 12 \times \phi_l \text{ para CA} - 50 \\ 24 \times \phi_l \text{ para CA} - 25 \end{cases}$$

Estribos suplementares devem ser utilizados sempre que necessário, eles garantem contra flambagem as barras longitudinais situadas em seus cantos e por eles abrangidas, situadas no máximo  $20\phi_l$  do canto.

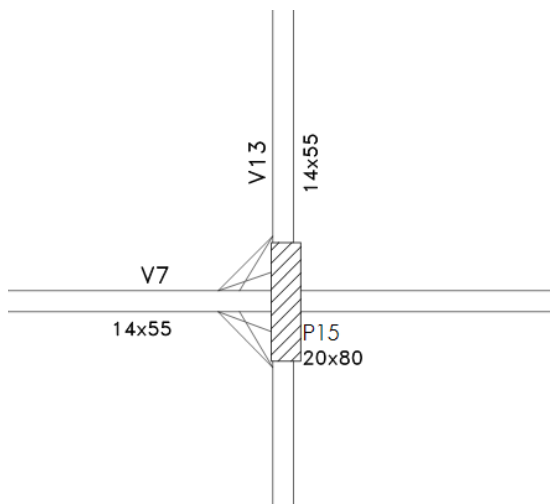
Para haver continuidade de um lance a outro deve ser adotado um comprimento ancoragem, que segue de mesmo modo de obtenção que o das vigas.

### 5.10 Cálculo do pilar P15 do segundo pavimento

O pilar 15 é um pilar interno, visto que as lajes e vigas que se apoiam sobre ele apresentam continuidade nas duas direções. Para o dimensionamento e detalhamento deste, serão necessárias as análises das duas vigas que se apoiam nele, sendo elas as vigas V13, calculada no capítulo anterior deste trabalho, e V7, que será dimensionada com

auxílio do software Ftool para que sejam obtidas as reações aplicadas no pilar. A seguir é apresentado um detalhe da planta de forma, mostrando o posicionamento do pilar em relação às vigas que ele sustenta.

Figura 35 – Detalhe da planta de formas para pilar P15



### 5.10.1 Ações

- Peso próprio:

$$g_{pp} = \gamma_{conc} \times h \times A_c = 25 \times 2,5 \times 0,20 \times 0,80$$

$$g_{pp} = \gamma_{conc} \times h \times A_c = 10kN$$

- Carregamento proveniente das vigas

Com o auxílio do software Ftool, foram obtidas as seguintes reações aplicadas pelas vigas no pilar 15:

$$g_{v7} = 57,3kN$$

$$g_{v13} = 140,9kN$$

Porém essas cargas são aplicadas em todos os pavimentos que se situam acima do pavimento em questão, portanto é necessário que seja feita uma composição, somando todos os valores de peso próprio e

cargas das vigas para saber qual o real valor do carregamento que chega até o segundo pavimento, expresso na tabela a seguir:

Tabela 4 – Carregamento normal no pilar P15

Teto do Pavimento 7			
V7 (kN)	V13 (kN)	PP (kN)	Total (kN)
57,3	140,6	10	207,9
Teto do Pavimento 6			
V7 (kN)	V13 (kN)	PP (kN)	Total (kN)
57,3	140,6	10	416,1
Teto do Pavimento 5			
V7 (kN)	V13 (kN)	PP (kN)	Total (kN)
57,3	140,6	10	624,3
Teto do Pavimento 4			
V7 (kN)	V13 (kN)	PP (kN)	Total (kN)
57,3	140,6	10	832,5
Teto do Pavimento 3			
V7 (kN)	V13 (kN)	PP (kN)	Total (kN)
57,3	140,6	10	1040,7
Teto do Pavimento 2			
V7 (kN)	V13 (kN)	PP (kN)	Total (kN)
57,3	140,6	10	1248,9

Essa tabela representa o valor de  $N_k$ , portanto é necessário aplicar os coeficientes de majoração para obter  $N_d$  através da equação:

$$N_d = N_k \times \gamma_c$$

Sendo:

$$\gamma_c = 1,4$$

Portanto:

$$N_d = 1249,2 \times 0,95 \times 1,4$$

$$N_d = 1748,46kN$$

- Momento inicial viga-pilar

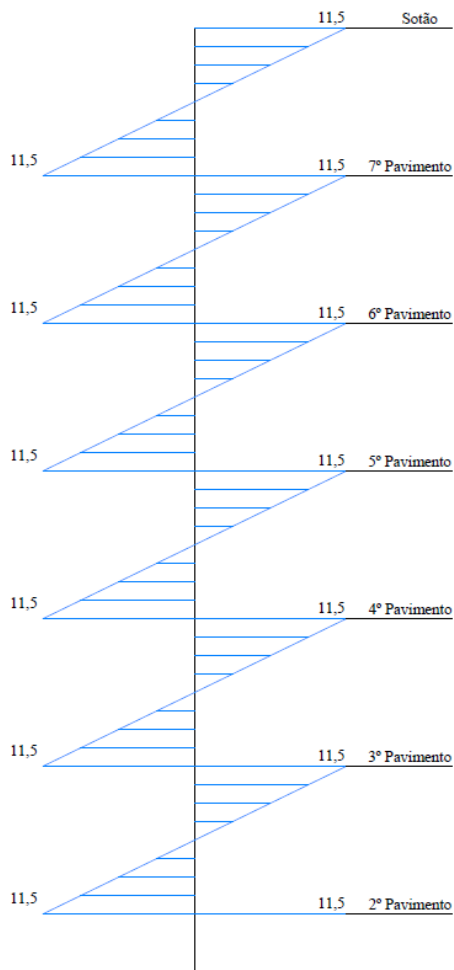
Mesmo sendo um pilar central, há uma diferença nas cargas atuantes nos dois lados da viga V7, portanto na direção desta ocorre

momento fletor no pilar na direção x, caracterizando uma flexão normal composta.

Como as cargas e as dimensões da viga V13 são praticamente iguais para os dois lados do pilar P15, não será considerado momento fletor, apenas a força normal da reação de apoio.

Os momentos foram obtidos com o auxílio do software Ftool, e apresentados no diagrama a seguir com seus valores para cada lance da estrutura:

Figura 36 – Momentos na direção x no pilar P15



### 5.10.2 Esforços solicitantes iniciais

O esforço normal é o mesmo para ambas as direções do pilar, porém, como dito anteriormente, existe momento inicial diferente para os dois eixos, portanto as duas direções serão avaliadas separadamente.

$$N_d = 1661,4kN$$

- Eixo x:

Primeiramente é calculado o valor do momento solicitante de cálculo, majorando o momento obtido pelo software Ftool:

$$M_{1dA,x} = -M_{1dB,x} = M_k \times \gamma_c = 1150 \times 1,4$$

$$M_{1dA,x} = -M_{1dB,x} = 1610kN.cm$$

Então define-se a excentricidade inicial da base e do topo do pilar:

$$e_{1A,x} = e_{1B,x} = \frac{M_{dx}}{N_d} = \frac{1610}{1748,46} = 0,92cm$$

Para então calcular a excentricidade intermediária para os efeitos de segunda ordem, caso devam ser considerados, levando em consideração que os momentos tracionam lados opostos, portando as excentricidades terão sinais opostos:

$$e_{1C,x} = 0,6 \times 0,92 + 0,4 \times (-0,92) \geq 0,4 \times 0,92$$

$$e_{1C,x} = 0,6 \times 0,92 + 0,4 \times (-0,92) = 0,184cm \geq 0,4 \times 0,92$$

$$= 0,368cm$$

$$e_{1C,x} = 0,368cm$$

- Direção y:

Como explicado no início do cálculo, não há momento significativo no eixo Y, portanto ele será considerado como nulo, visto que os dois lados da viga são praticamente iguais.

### 5.10.3 Comprimento equivalente

O comprimento equivalente é considerado diferente para os dois eixos do pilar, sendo utilizada a notação seguinte para os dois eixos separadamente:

$$l_e \leq \begin{cases} l_0 + h \\ l \end{cases}$$

- Direção x:



$$l_{ex} \leq \begin{cases} (2,8 - 0,55) + 0,20 = 2,45m \\ 2,8m \end{cases}$$

$$l_{ex} = 2,45m$$

- Direção y:

$$l_{ey} \leq \begin{cases} (2,8 - 0,55) + 0,80 = 3,05m \\ 2,8m \end{cases}$$

$$l_{ey} = 2,80m$$

#### 5.10.4 Excentricidade e momentos mínimos

- Direção x:

Primeiramente é definida a excentricidade mínima, visto que esta é utilizada no cálculo do momento mínimo:

$$e_{1,min,x} = 0,015 + 0,03 \times h = 0,015 + 0,03 \times 0,20 = 0,021m$$

$$= 2,1cm$$

$$M_{1d,min,x} = N_d \times e_{1,min} = 1748,46 \times 2,1 = 3671,85kN.cm$$

- Direção y:

$$e_{1,min,y} = 0,015 + 0,03 \times h = 0,015 + 0,03 \times 0,80 = 0,039m$$

$$= 3,9cm$$

$$M_{1d,min,y} = N_d \times e_{1,min} = 1748,46 \times 3,9 = 6819,15kN.cm$$

#### 5.10.5 Índice de esbeltez

Tendo calculado o valor do comprimento equivalente para ambos os eixos, é possível calcular o índice de esbeltez através da relação:

$$\lambda = \frac{3,46 \times l_e}{h}$$

E posteriormente compará-los com o valor limite:

$$\lambda_{lim} = \frac{25 + 12,5 \times e_1/h}{\alpha_b}$$

Para enfim descobrir se os efeitos de segunda ordem devem ser considerados ou não.

- Direção x:

$$\lambda_x = \frac{3,46 \times l_{e,x}}{h} = \frac{3,46 \times 2,45}{0,2} = 42,4$$

Definindo o limite:

Visto que os momentos de cálculo são menores que o mínimo:

$$\alpha_{bx} = 1,0$$
$$\lambda_{lim,x} = \frac{25 + 12,5 \times 2,1/20}{1,0} = 25,31$$

Como o valor calculado encontra-se acima do limite permitido, o pilar é considerado esbelto na direção do eixo x, portanto há necessidade de se considerar os efeitos de segunda ordem para esta direção.

- Direção y:

$$\lambda_y = \frac{3,46 \times l_{e,y}}{h} = \frac{3,46 \times 2,8}{0,8} = 12,1$$

Para o limite, como foram considerados nulos os momentos no eixo y, o coeficiente  $\alpha_b$  é definido como sendo 1,0, portanto:

$$\lambda_{lim,y} = \frac{25 + 12,5 \times 3,9/20}{1,0} = 27,44 \rightarrow 35 \leq \lambda_{lim} \leq 90$$
$$\lambda_{lim,y} = 35$$

Este valor também se encontra abaixo do limite, portanto não é necessário considerar os efeitos de segunda ordem para essa direção também.

### 5.10.6 Momentos de 2ª ordem

Visto que a esbeltez limite foi ultrapassada na direção x, devem ser considerados os efeitos de segunda ordem nesse eixo. O cálculo desse novo momento se dá através das seguintes equações:

$$M_{d,tot} = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2A}$$

Com:

$$A = 5 \cdot h$$
$$B = h^2 \cdot N_d - \frac{N_d \cdot l_e^2}{320} - 5 \cdot h \cdot M_{s1d}$$
$$C = -N_d \cdot h^2 \cdot M_{s1d}$$

Portanto:

$$A = 5 \cdot 20$$
$$A = 100 \text{ cm}$$

$$B = 20^2 \cdot 1748,46 - \frac{1748,46 \cdot 245^2}{320} - 5 \cdot 20 \cdot 3671,85$$

$$B = 4226,15 \text{ kN} \cdot \text{cm}^2$$

$$C = -1748,46 \cdot 20 \cdot 3671,85$$

$$C = -2568033140,4 \text{ kN}^2 \cdot \text{cm}^3$$

Aplicando esses valores na expressão do momento total, resulta o seguinte valor:

$$M_{dx,tot} = 5046,49 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Para conferir a precisão do resultado obtido pela expressão direta ele será aplicado na expressão iterativa:

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b \cdot M_{1dA}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \cdot k/v}}$$

$$k = 32 \cdot \left(1 + 5 \cdot \frac{M_{d,tot}}{h \cdot N_d}\right) \cdot v$$

Portanto:

$$k = 32 \cdot \left(1 + \frac{5046,49}{20 \cdot 1748,46}\right) \cdot 0,51 = 28,1$$

$$M_{d,tot} = \frac{1,0 \cdot 3671,85}{1 - \frac{42,4^2}{120 \cdot 28,1 / 0,51}} = 5043,1 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Como os dois valores são muito próximos, verifica-se que o cálculo está correto.

### 5.10.7 Momentos finais de cálculo

O dimensionamento da armadura longitudinal deve ser feito para a situação mais desfavorável das situações de cálculo, devendo ser realizada uma combinação dos momentos nas extremidades e no centro dos pilares. Os momentos retirados do software Ftool são os momentos de primeira ordem das extremidades do pilar, portanto eles devem ser multiplicados pelo coeficiente  $\alpha_b$  calculado anteriormente para se descobrir os momentos de primeira ordem no centro dos pilares:

$$\alpha_{by} = 1,0 \quad \alpha_{bx} = 1,0$$

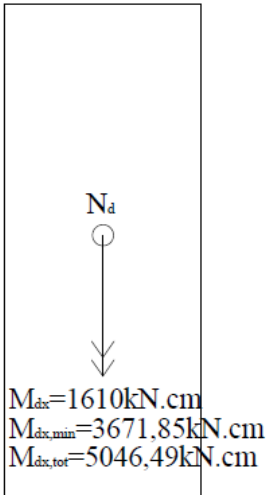
$$M_{1dx,c} = 1,0 \times 1610 = 1610 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{1dy,c} = 1,0 \times 0 = 0 \text{ kN.m}$$

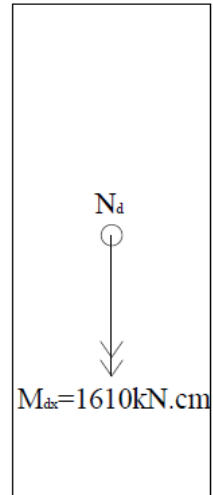
De posse desse momento, pode ser feita uma organização de todos os calculados para o pilar, conforme a imagem a seguir:

Figura 37 – Momentos calculados no pilar P15

### Extremidades



### Centro



Conclui-se que o caso mais desfavorável acontece quando são utilizados o momento de segunda ordem no eixo x da extremidade.

### 5.10.8 Dimensionamento da armadura longitudinal

O dimensionamento da armadura longitudinal se dá através da utilização de ábacos, e para a escolha destes deve se definir primeiramente a altura efetiva. Para tal será estimado o diâmetro das barras utilizadas como 12,5mm para as longitudinais e 6,3mm para as transversais, com 4,0 cm de cobrimento, portanto:

$$d' = c + \phi_t + \frac{\phi_l}{2} = 4,0 + 0,63 + 0,625 = 5,25 \text{ cm}$$

- Direção x:

Definindo as condições de contorno:

$$v = \frac{N_{sd}}{A_c \times f_{cd}} = \frac{1748,46}{(20 \times 80) \times 2,143} = 0,51$$

$$\mu_x = \frac{M_{dx}}{A_c \times f_{cd} \times h_x} = \frac{5046,49}{(20 \times 80) \times 2,143 \times 20} = 0,074$$

E a relação entre altura efetiva e altura da direção do eixo em questão, para a escolha do ábaco:

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{5,25}{20} = 0,27 \cong 0,25$$

Após calcularmos esses valores é escolhido o ábaco A-5 (Venturini). Inserindo os valores das condições de contorno no ábaco, é obtida uma taxa geométrica de armadura igual a 0

- Direção y:

Definindo as condições de contorno:

$$v = \frac{N_{sd}}{A_c \times f_{cd}} = \frac{1748,46}{(20 \times 80) \times 2,143} = 0,51$$

$$\mu_y = \frac{M_{dy}}{A_c \times f_{cd} \times h_y} = \frac{6479,46}{(20 \times 80) \times 2,143 \times 80} = 0,024$$

E a relação entre altura efetiva e altura da direção do eixo em questão, para a escolha do ábaco:

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{5,25}{80} = 0,07 \cong 0,05$$

O ábaco utilizado foi o A-6 (Venturini), novamente resultando em uma taxa geométrica de armadura igual a 0.

Como os dois casos obtiveram taxas nulas, indica que a seção do pilar é muito grande, evidenciando que seu pré-dimensionamento foi muito conservador, sendo necessária apenas a armadura mínima.

### 5.10.9 Detalhamento da armadura longitudinal

- Armadura mínima

$$A_{s,min} = \left( 0,15 \times \frac{N_d}{f_{yd}} \right) \geq 0,004 \times A_c$$

$$A_{s,min} = \left( 0,15 \times \frac{1748,46}{43,48} \right) = 6,03cm^2 \geq 6,4cm^2$$

$$A_{s,adotado} = 6,4cm^2$$

- Diâmetro, quantidade e espaçamento de barras

$$\phi_t = \begin{cases} \geq 10mm \\ \leq b/8 = 2,5cm \end{cases}$$

Portanto o dimensionamento será feito com barras de diâmetro 12,5mm.

Visto que a área necessária de aço também já foi definida, pode ser calculado o número de barras a serem utilizadas através da expressão:

$$n = \frac{A_{s,adotado}}{A_{s,barra}} = \frac{6,4}{1,23} = 5,2 \text{ barras}$$

Portanto serão necessárias apenas 6 barras para suprir essa necessidade de armadura.

O espaçamento mínimo entre as barras será definido por:

$$s \geq \begin{cases} 20mm \\ \phi_{barra} = 12,5mm \\ 1,2 \times \phi_{max,agregado} = 23mm \end{cases}$$

E o espaçamento máximo por:

$$s \leq \begin{cases} 2 \times b = 40cm \\ 40cm \end{cases}$$

Como a maior dimensão da seção possui 80cm e está sendo dimensionada com a utilização de 6 barras de cada lado, o espaçamento entre elas será de 12,7cm, estando acima do valor mínimo e abaixo do máximo, podendo ser efetuado sem complicações.

- Comprimento de ancoragem

As emendas dos pilares, assim como das vigas, serão feitas por traspasse, utilizando metodologia de cálculo análoga:

$$f_{bd} = \eta_1 \times \eta_2 \times \eta_3 \times f_{ctd} = 2,25 \times 1,0 \times 1,0 \times 1,45 = 3,26MPa$$

Comprimento de ancoragem básico:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{1,25 \times 500}{4 \times 1,15 \times 3,26} = 41,68cm$$

Comprimento de ancoragem necessário:

$$l_{b,nec} = \alpha \times l_b \times \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = 1,0 \times 41,68 \times \frac{6,4}{7,38} \geq l_{b,min}$$

Sendo:

$$l_{b,min} \geq \begin{cases} 0,6 \times l_b = 25cm \\ 20cm \\ 15\phi_l = 18,75cm \end{cases}$$

$$l_{b,nec} = 1,0 \times 41,68 \times \frac{6,4}{7,38} = 36,15 \geq 25cm$$

Portanto o comprimento de traspasse adotado é:

$$l_{b,adot} = 37,0cm$$

### 5.10.10 Detalhamento da armadura transversal

- Diâmetro mínimo dos estribos

$$\phi_t \geq \begin{cases} 5mm \\ \phi_l = 3,1mm \\ 4 \end{cases}$$

Portanto serão adotadas barras de  $\phi 5,0mm$ , visto que as de  $6,3mm$  haviam sido superestimadas.

- Espaçamento máximo entre estribos

$$s \leq \begin{cases} 20cm \\ b = 20cm \\ 12 \times \phi_l = 15cm \end{cases}$$

Portanto será adotado um espaçamento total de  $15cm$  entre os estribos.

- Número de estribos:

Tendo a altura de cada pavimento e o espaçamento entre os estribos, calcula-se o número total que será utilizado por andar:

$$n = \frac{h}{s} + 1 = \frac{280}{15} + 1 = 19,67 = 20 \text{ estribos}$$

- Estribos suplementares

Também é necessário verificar se as barras centrais da armadura necessitam de um estribo suplementar para auxiliar na sua fixação:

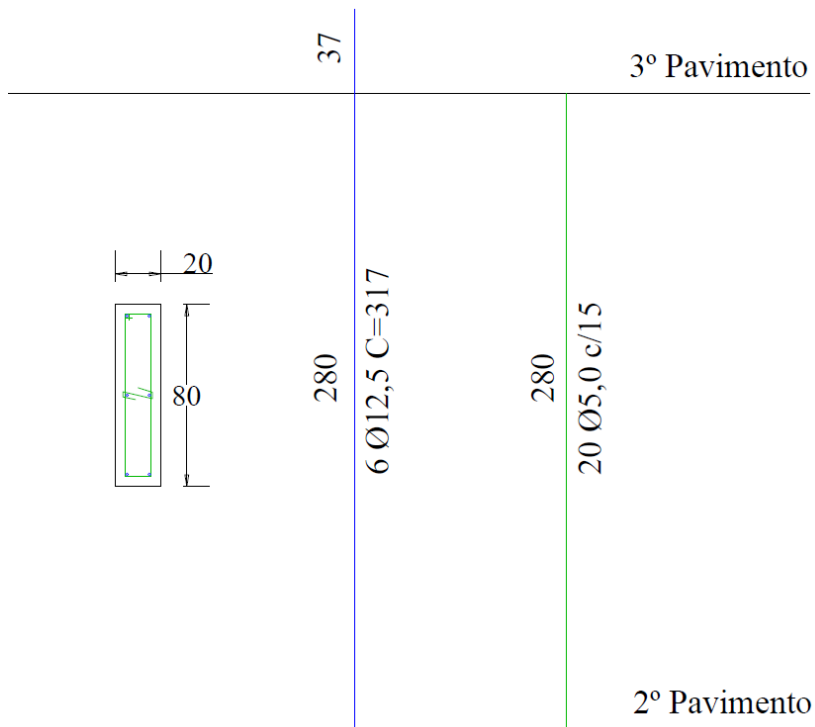
$$20 \times \phi_t = 20 \times 0,5 = 10cm$$

Como a barra está situada a uma distância superior a permitida, deve ser utilizado um estribo suplementar nas barras centrais, totalizando  $20\phi 5,0mm$  c/  $15$  e um suplementar, com o mesmo diâmetro e espaçamento.

Com todos os dados calculados, é apresentado o detalhamento final do pilar P15 na página seguinte.

### 5.10.11 Detalhamento final

Figura 38 – Detalhamento P15

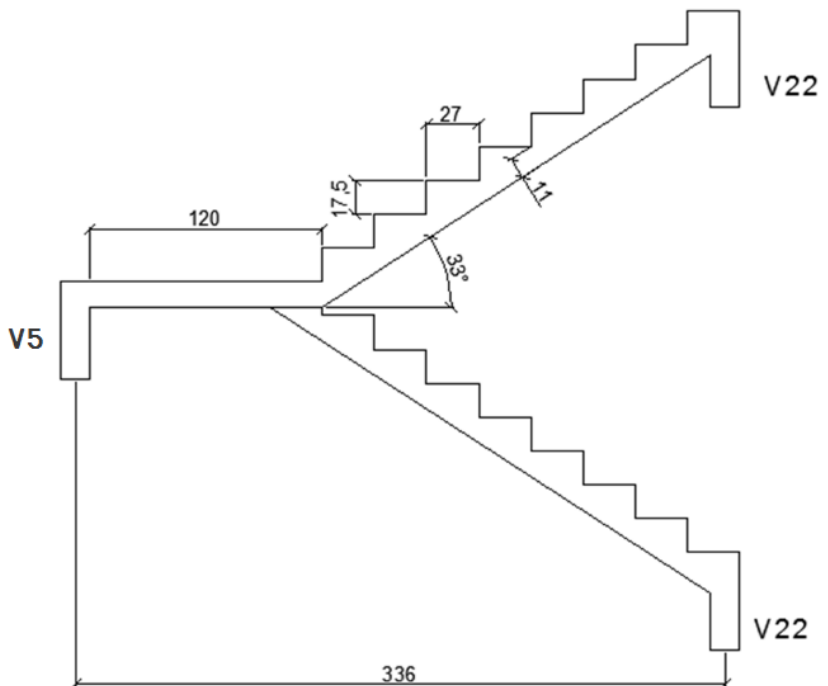




## 6 ESCADA

As escadas consideradas possuem um dimensionamento similar ao de lajes, sendo utilizados os mesmos conceitos para o seu cálculo, portanto esse capítulo será apresentado de maneira resumida, abordando apenas o dimensionamento. Suas dimensões são mostradas a seguir:

Figura 39 - Detalhe da escada.



A escada será armada longitudinalmente para resistir à flexão e irá possuir uma armadura transversal de distribuição.

### 6.1 Espessura média

Como a escada não possui uma seção retangular constante, é necessário fazer a sua análise considerando uma espessura média, dada através da expressão:

$$h_m = \frac{e}{2} + \frac{h}{\cos \alpha}$$

Onde  $h$  é a altura da seção sem contar os degraus, e é o espelho do degrau e  $\alpha$  é o ângulo de inclinação da escada. Sendo assim:

$$h_m = \frac{17,5}{2} + \frac{11}{\cos 33} = 21,9 \text{ cm}$$

## 6.2 Ações

As ações atuantes consideradas foram o peso próprio, calculado através da espessura média e do peso específico do concreto.

$$g_{pp} = 25 \times 0,219 = 5,47 \text{ kN/m}^2$$

Para o revestimento será adotado o mesmo valor que foi utilizado para o cálculo das lajes no capítulo 3, visto que o tipo de revestimento das áreas externas não será tão diferente das áreas internas dos apartamentos:

$$g_{rev} = 1,0 \text{ kN/m}^2$$

A definição da carga accidental é feita conforme especificado na tabela 2 da NBR 6120:1980, utilizando o valor apresentado por esta para escadas com acesso a público de:

$$q = 3,0 \text{ kN/m}^2$$

O carregamento total resulta em:

$$g_{tot} = 9,47 \text{ kN/m}^2$$

## 6.3 Momento e Reações

As lajes são consideradas bi-apoiadas nas vigas que as sustentam, portanto não é necessário fazer o cálculo dos momentos e das reações de apoio com a utilização de softwares, sendo mais simples utilizar as equações:

$$M = \frac{p \times l^2}{8}$$

$$M_{L1=L2} = \frac{9,47 \times 3,36^2}{8} = 13,86 \text{ kN.m/m}$$

$$M_d = 13,86 \times 1,4 = 19,04 \text{ kN.m/m}$$

E para as reações de apoio:

$$q = \frac{p \times l}{2}$$

$$q_{V22} = q_{V5} = \frac{9,47 \times 3,36}{2} = 15,91 \times 1,4 = 22,27 \text{ kN/m}$$

#### 6.4 Cálculo da armadura principal

Primeiramente deve ser estimada uma altura útil para a barra, arbitrando um diâmetro de barra a ser utilizado. Para o cálculo dessa escada foi escolhido trabalhar com barras de Ø8,0mm. Com esse diâmetro, a altura útil será definida por:

$$d = 11 - 2,5 - 0,4 = 8,1 \text{ cm}$$

Então é feito o cálculo da linha neutra:

$$x = 1,25 \times d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \times f_{cd} \times b \times d^2}} \right]$$

$$x = 1,25 \times 8,1 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{1940}{0,425 \times 2,143 \times 100 \times 8,1^2}} \right]$$

$$x = 1,8 \text{ cm}$$

Sendo definido, então, o domínio:

$$\frac{x}{d} = \frac{1,8}{8,1} = 0,22$$

Como esse valor se encontra abaixo de 0,259, encontra-se no domínio 2.

A área de aço necessária resulta em:

$$A_{s,calc} = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4x)}$$

$$A_{s,calc} = \frac{1940}{43,48(8,1 - 0,4 \times 1,8)} = 6,05 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Devendo ser feita a comparação deste valor com a armadura mínima permitida, obtida através da expressão:

$$A_{smin} = \rho_{min} \times b \times h = 0,00173 \times (100 \times 11) = 1,9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Como a armadura calculada é maior que a mínima, utiliza-se a calculada:

$$A_{s,adot} = 6,05 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Utilizando esse valor, é verificado quantas barras serão necessárias por metro e qual o espaçamento entre elas:

$$n = \frac{A_s}{A_{s\emptyset}} = \frac{6,05}{0,5} = 12,1 \text{ barras/m}$$

$$s = \frac{100}{12,1} = 8,25 \text{ cm}$$

Sendo adotado um espaçamento de 8cm a favor da segurança.

Conforme a tabela 19.1 da NBR 6118:2007 lajes armadas em uma direção devem conter armadura secundária superiores a 20% da armadura principal, 50% da armadura mínima ou  $0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ . Portanto para as lajes da escada serão utilizadas armaduras secundárias com área igual a:

$$A_{s,sec} = 6,05 \times 20\% = 1,21 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Para a armadura secundária são adotadas barras de 5mm de diâmetro, portanto o espaçamento entre elas será definido por:

$$n = \frac{A_s}{A_{s\emptyset}} = \frac{1,21}{0,2} = 6,05 \text{ barras/m}$$

$$s = \frac{100}{6,05} = 17 \text{ cm}$$

## 6.5 Verificação ao cisalhamento

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \times k \times (1,2 + 40 \times \rho_1) + 0,15 \times \sigma_{cp}] \times b_w \times d$$

sendo:

$$V_{Sd} = 22,27 \text{ kN/m}$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \times \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = 0,25 \times \frac{0,7 \times 0,3 \times \sqrt{30^2}}{1,4} = 0,362 \text{ MPa} =$$

$$362 \text{ kN/m}^2$$

$$k = (1,6 - d) = 1,6 - 0,081 = 1,52$$

$$\rho_1 = \frac{12 \times 0,5}{100 \times 6,65} = 0,007$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Sd}}{A_c} = 0$$

$$V_{Rd1} = [362 \times 1,52 \times (1,2 + 40 \times 0,007) + 0,15 \times 0,0] \times 1,0$$

$$\times 0,081$$

$$V_{Rd1} = 65,96 \text{ kN/m}$$

Como o cortante resistente é maior que o solicitante não há necessidade de armadura transversal.

Também deve ser verificada a resistência à compressão das bielas de concreto comparando-se a força solicitante com a resistência de cálculo  $V_{Rd2}$ , dada por:

$$V_{Rd2} = 0,5 \times \alpha_{v1} \times f_{cd} \times b_w \times 0,9 \times d$$

Onde:

$$\alpha_{v1} = \left(0,7 - \frac{30}{200}\right) = 0,55 \leq 0,5;$$

$$\alpha_{v1} = 0,5$$

$$f_{cd} = \frac{30}{1,4} = 21,43 \text{ MPa} = 21430 \text{ kN/m}^2$$

Portanto:

$$V_{Rd2} = 0,5 \times 0,5 \times 21430 \times 1,0 \times 0,9 \times 0,081 = 390,56 \text{ kN}$$

Como  $V_{Sd} \leq V_{Rd2}$  não há excesso de compressão nas bielas de concreto

## 6.6 Ancoragem nos apoios

$$R_{st} = \frac{a_l}{d} \times V_d$$

$$A_{st} = \frac{R_{st}}{f_{yd}}$$

O modelo de cálculo utilizado será novamente o modelo I, com estribos verticais e lajes sem armadura de cisalhamento:

$$a_l = d \left[ \frac{V_{sd,max}}{2 \times (V_{sd,max} - V_c)} \right] \geq 1,5 \times d$$

$$V_c = 0,6 \times f_{ctd} \times b \times d$$

$$f_{ctd} = \frac{0,7 \times 0,3 \times \sqrt[3]{30^2}}{1,4} = 1,45 \text{ MPa} = 1450 \text{ kN/m}^2$$

Portanto:

$$V_c = 0,6 \times 1450 \times 1,0 \times 0,081 = 70,47 \text{ kN}$$

$$a_l = 8,1 \left[ \frac{22,27}{2 \times (22,27 - 70,47)} \right] \geq 1,5 \times 8,1$$

$$a_l = 1,5 \times d = 12,15 \text{ cm}$$

$$R_{st} = \frac{12,15}{8,1} \times 22,27 = 33,41$$

$$A_{st} = \frac{33,41}{43,48} = 0,77 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Resistência de aderência:

$$f_{bd} = 2,25 \times 1,0 \times 1,0 \times 1,45 = 3,26 \text{ MPa}$$

Comprimento de ancoragem básico:

$$l_b = \frac{\emptyset}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{0,8 \times 500}{4 \times 1,15 \times 3,26} = 26,67 \text{ cm} \cong 30 \text{ cm}$$

Como esse valor é maior que a largura da viga em que a escada está apoiada, a ancoragem nos apoios deve ser feita com gancho

E posteriormente o comprimento de ancoragem necessário,:

$$l_{b,nec} = \alpha \times l_b \times \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min}$$

Sendo o valor do comprimento mínimo o maior entre 30% de  $l_b$ , 100mm ou 10 vezes o valor do diâmetro das barras, portanto será adotado 10cm.

$$l_{b,nec} = \alpha \times l_b \times \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min}$$

$$l_{b,nec} = 0,7 \times 26,67 \times \frac{0,75}{6,05} \geq 10cm$$

$$l_{b,nec} = 2,31cm \rightarrow \text{adotado } 10cm$$

E finalmente o dimensionamento do gancho:

$$l_g = \frac{\pi(5\phi + \phi)}{4} + 8\phi = 4,7\phi + 8\phi = 3,76 + 6,4 = 10,16cm$$

## 6.7 Detalhamento

O detalhamento final da armadura principal é de barras de 8mm com 8 cm de espaçamento, enquanto a armadura secundaria utiliza barras de 5mm com 17cm de espaçamento, representados na figura a seguir:

Figura 40 - Detalhamento das armaduras da escada.

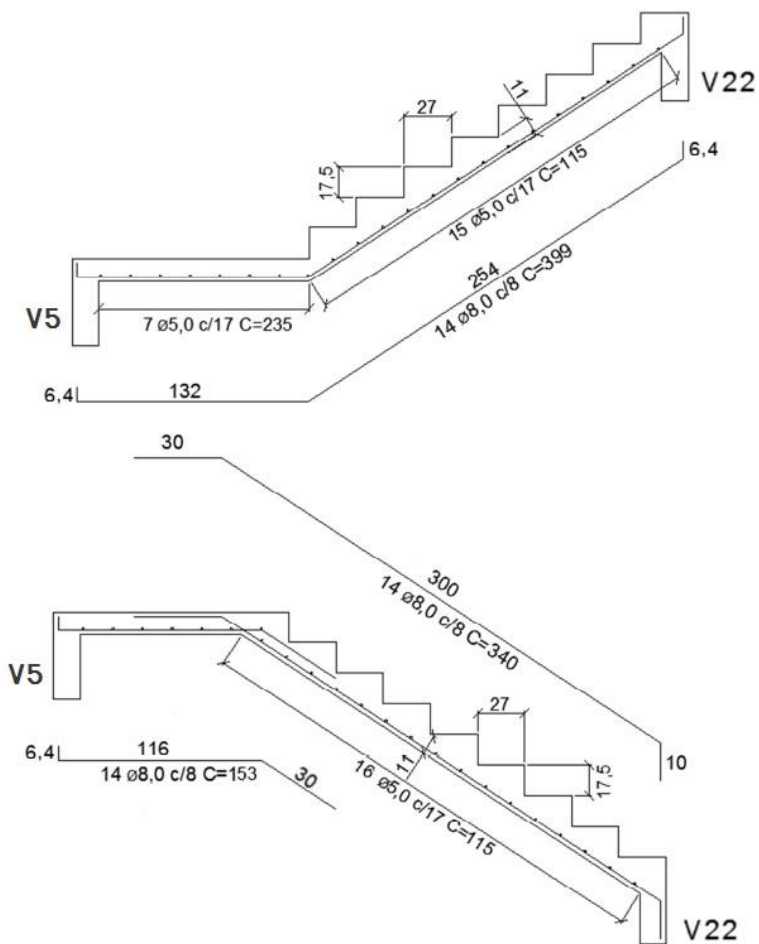
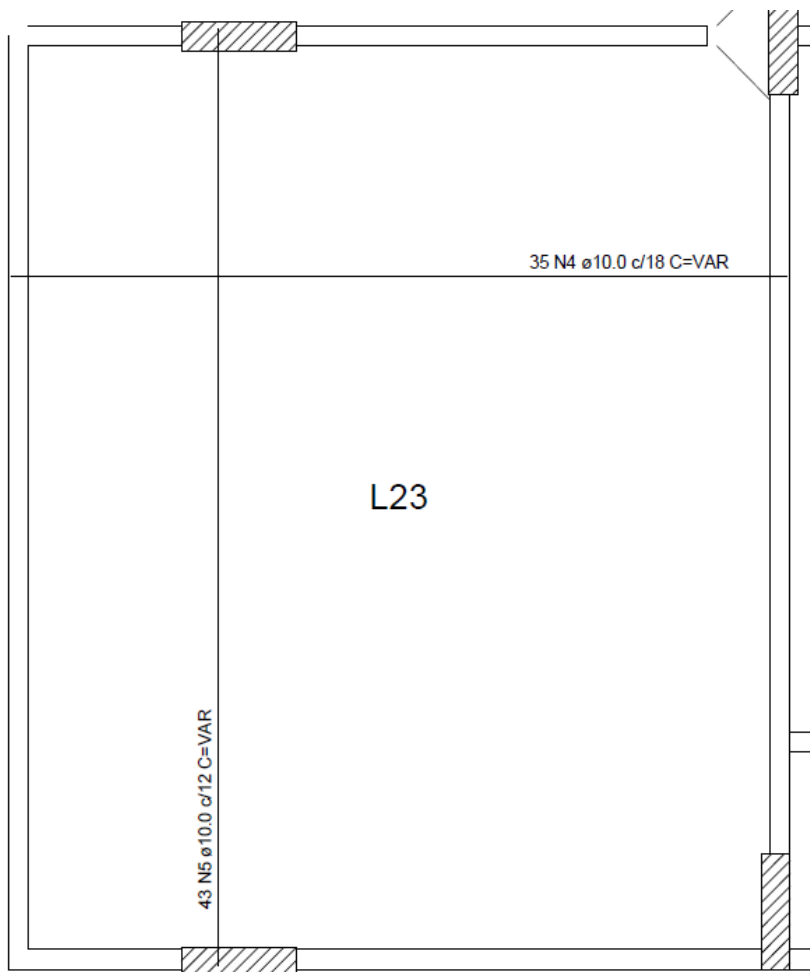




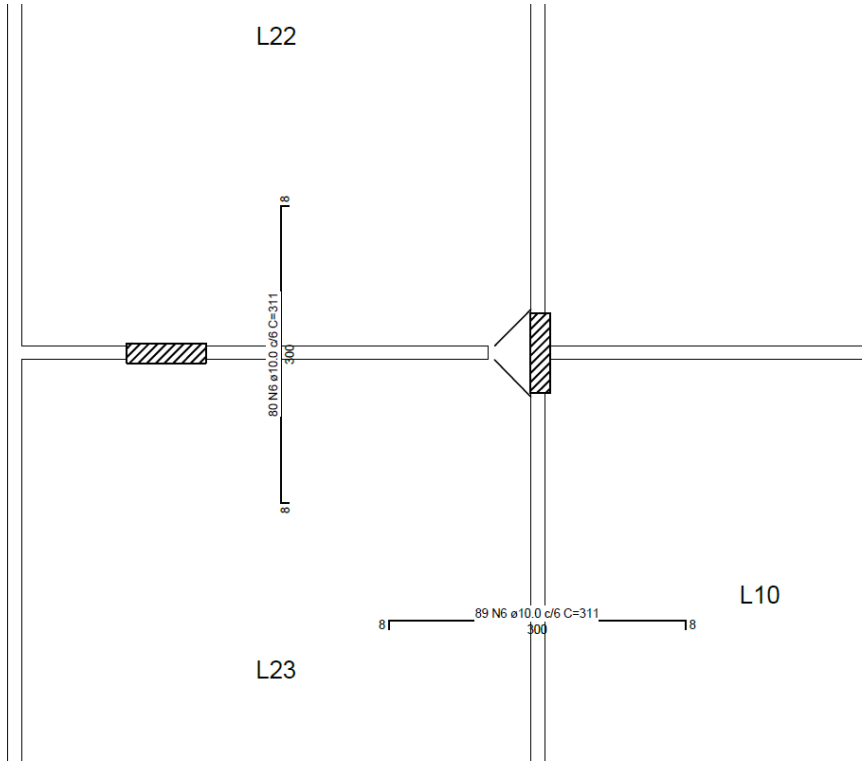


Figura 41 - Detalhamento da armadura positiva de L23 pela construtora.



Para a armadura negativa de distribuição e nos bordos da laje temos o seguinte detalhamento executado pela empresa:

Figura 42 - Detalhamento da armadura negativa de L23 pela construtora.



É notada uma diferença ainda maior no caso da armadura negativa, porém como explicado anteriormente, o modelo de cálculo computacional utiliza os picos de concentração de tensões, podendo ter encontrado um pico em algum canto isolado e utilizado esse valor para o detalhamento de toda a parte negativa, o que explicaria a utilização excessiva de armadura nesse local.

## 7.2 Viga V13

Notou-se uma baixa diferença no cálculo entre as duas vigas, explicitando que as cargas utilizadas para o cálculo das lajes foi parecido, reforçando a teoria de que a alta taxa de armadura utilizada nas lajes foi devida ao método computacional utilizado.

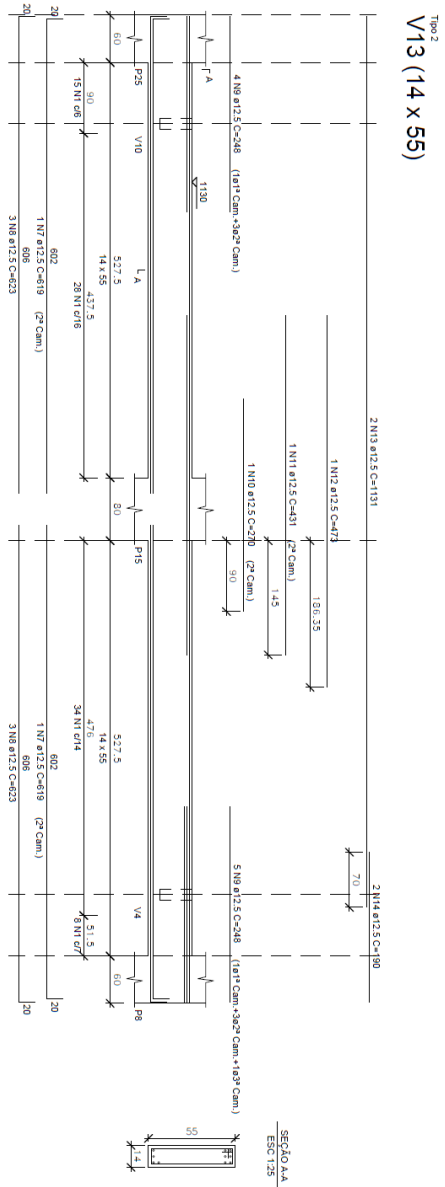
O presente trabalho fez o dimensionamento da armadura positiva com 4 barras de  $\varnothing 10,0\text{mm}$  e o dimensionamento executado pela empresa utiliza 4 barras de  $\varnothing 12,5\text{mm}$ . Essa diferença pode nem se dar pela diferença de carga, mas pela bitola da barra de aço escolhida para o detalhamento, visto que a diferença entre a área efetiva dos dois é baixa.

Para a armadura negativa, foi calculada a utilização de 5 barras de  $\varnothing 12,5\text{mm}$  em um trecho e 4 barras no restante, enquanto na execução da construtora foram utilizadas 6 barras de  $\varnothing 12,5\text{mm}$ , sendo também um detalhamento bem próximo, podendo ser explicado pelos dados de entrada utilizados nos dois cálculos ou até mesmo pelos coeficientes de segurança utilizados no software.

A armadura transversal também apresentou valores próximos, porém o detalhamento executado pela empresa utiliza mais estribos nas áreas de maior esforço cortante e menos estribos nas áreas não tão solicitadas, apresentando uma solução mais eficaz para a resistência desse esforço.

Na página seguinte é apresentado o detalhamento feito pelo projetista:

Figura 43 - Detalhamento da V13 pela construtora.



### 7.3 Pilar P15

Na armadura longitudinal do pilar P15 foi notada uma grande diferença entre os dois detalhamentos. Enquanto no cálculo manual realizado neste trabalho foram utilizadas 6 barras de  $\varnothing 12,5\text{mm}$ , o dimensionamento realizado pelo projetista apresenta 18 barras de  $\varnothing 12,5\text{mm}$ . Como foi demonstrado nos cálculos, no eixo x realmente existe uma diferença entre os momentos atuantes nos dois lados do pilar, porém essa diferença não é de uma magnitude grande o suficiente para que seja necessária a utilização de uma taxa de armadura tão elevada, levantando a possibilidade de que o projetista tenha utilizado esse pilar como parte da estrutura de contraventamento da edificação, portanto ele estaria recebendo solicitações horizontais nesse cálculo, o que tornaria necessária uma taxa de armadura tão elevada.

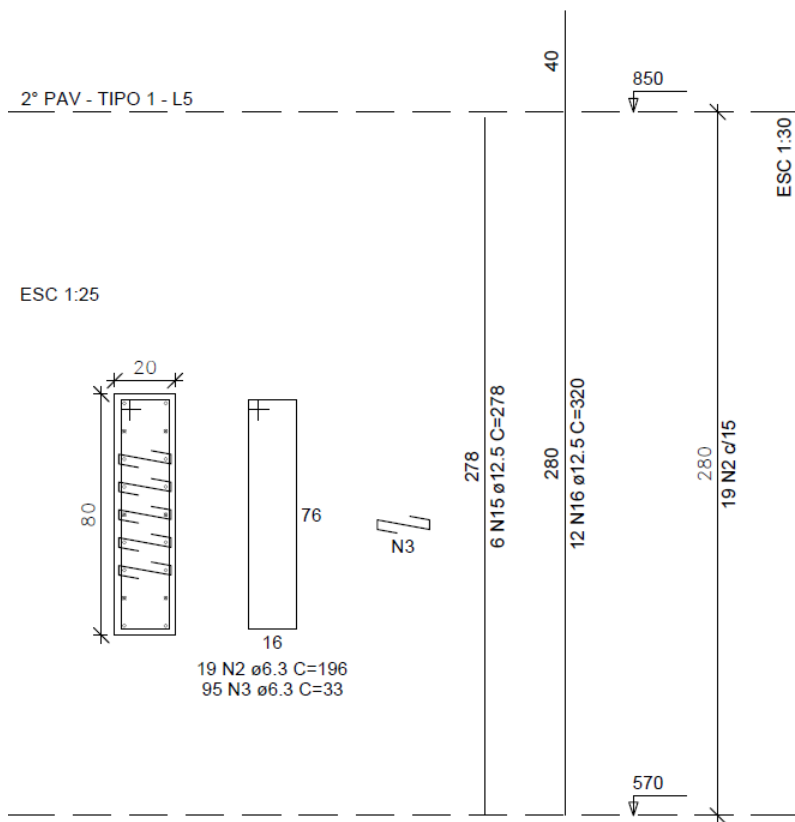
Para a armadura transversal foi utilizada a armadura mínima para os dois casos. A diferença notada no detalhamento destes foi que a construtora utilizou estribos de  $\varnothing 6,3\text{mm}$ , enquanto neste trabalho foram utilizados estribos de  $\varnothing 5,0\text{mm}$ , portanto mesmo que o espaçamento utilizado nos dois cálculos tenha sido o mesmo, houve foi utilizado 1 estribo a mais no cálculo manual.

Houve diferença também no comprimento de ancoragem, mas acredita-se que isso tenha sido por arredondamento da empresa, visto que o cálculo manual obteve 37cm e a empresa utilizou 40cm.

Na página seguinte é apresentado o detalhamento realizado pelo projetista.

Figura 44 - Detalhamento do P15 pela construtora

P15



## 8 CONCLUSÃO

A realização deste trabalho proporcionou uma maior percepção referente a área estrutural, onde notou-se que para se trabalhar nesta área é necessário se manter em constante estudo, devido a grande quantidade de detalhes a serem considerados, que variam desde a localização do empreendimento até os aspectos de projeto arbitrados pelo próprio engenheiro.

O desenvolvimento desta análise e cálculo dos elementos estruturais serviu para assimilar e compreender em conjunto as bases teóricas apresentadas ao longo da graduação, que antes eram fragmentadas. Foi possível notar que é necessária uma boa compreensão de todas as disciplinas de estrutura estudadas, além de atenção e bom senso por parte do projetista.

Por fazer o cálculo manualmente, adquiriu-se uma maior percepção e entendimento da estrutura, favorecendo assim, uma melhor concepção estrutural para projetos futuros, o qual pode evitar erros e problemas de dimensionamento, obtendo-se um desempenho satisfatório e econômico.

A análise de um outro detalhamento executado para a mesma estrutura foi bastante válida para efeito de comparação com o calculado manualmente, evidenciando que por mais que existam muitos aspectos da estrutura definidos por normas, a experiência e costumes do calculista podem influenciar muito no resultado final de uma estrutura. Notou-se que independente dos materiais e métodos arbitrados, um projeto estrutural de qualidade só é alcançado com a atuação de um engenheiro capaz, sabendo que além de prezar pela segurança, fatores como qualidade, estética e economia de materiais são imprescindíveis.

## 9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. NBR 6118:2007.** Rio de Janeiro, RJ, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. NBR 6120:1980.** São Paulo, SP, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. NBR 8681:2003.** Rio de Janeiro, RJ, 2003.

BASTOS, Paulo S. dos Santos. **Lajes de concreto.** Bauru, 2005. Notas de aula – 1288 – Universidade Estadual Paulista – UNESP.

BOTELHO, M.H.C, MARCHETTI, O. **Concreto armado eu te amo.** São Paulo: Edgard Blucher, 2004.

CARVALHO, Roberto Chust & FIGUEIREDO, Jasson Rodrigues. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR6118:2007.** 3ª ed. EdUFSCAR, São Carlos, SP, 2007.

CARVALHO, Roberto Chust & PINHEIRO, Libânio M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: volume 2.** 1ª ed. 3ª tiragem. PINI, São Paulo, 2010.

COELHO, Jano D'Araújo. **Estruturas de concreto armado III.** Florianópolis, SC, 2014. Notas de aula. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC.

COELHO, Jano D'Araújo. **Estruturas de concreto armado I.** Florianópolis, SC, 2012. Notas de aula. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC.

PINHEIRO, Libânio M. **Estruturas de concreto: ábacos para flexão oblíqua.** São Carlos, SP, 2009. Universidade de São Paulo – USP.



PINHEIRO, Libânio M. **Fundamentos do concreto e projetos de edifícios**. São Carlos, SP, 2010. Apostila. Universidade de São Paulo - USP.

PFEIL, Walter. **Concreto armado, 1: introdução**. 5ª ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora LTDA., 1988.

PADARATZ, Ivo José & PINTO, Roberto Caldas de A. **Estruturas de concreto armado II**. Florianópolis, SC, 2013. Notas de aula. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC.

**ANEXO A**  
**ÁBACOS**

Figura 45 - Ábaco A-5. Fonte: Venturini

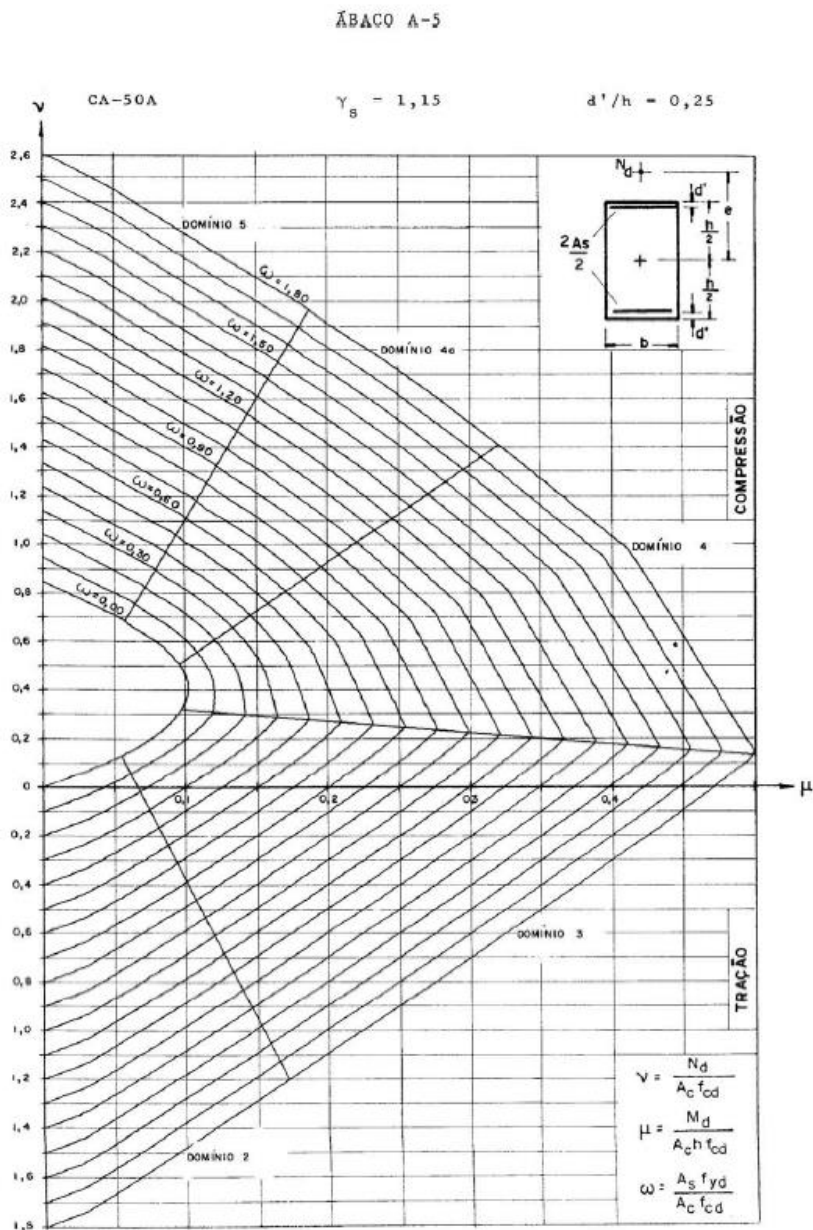
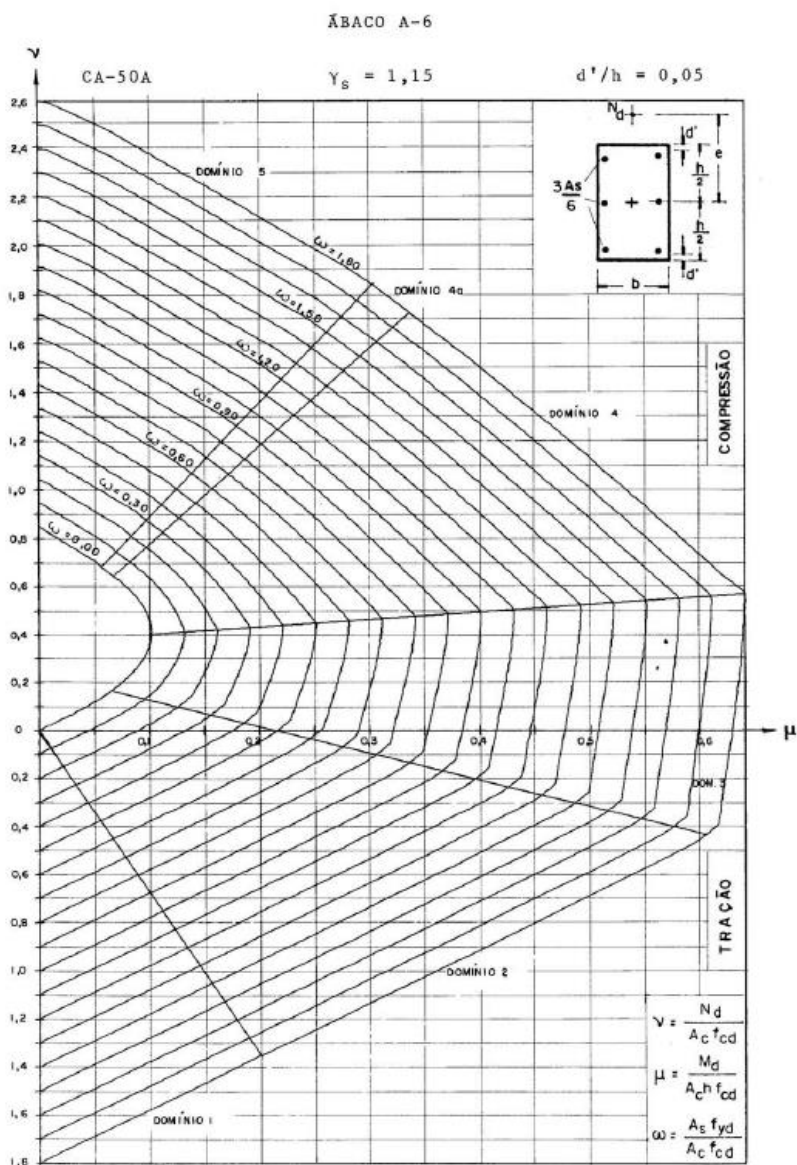
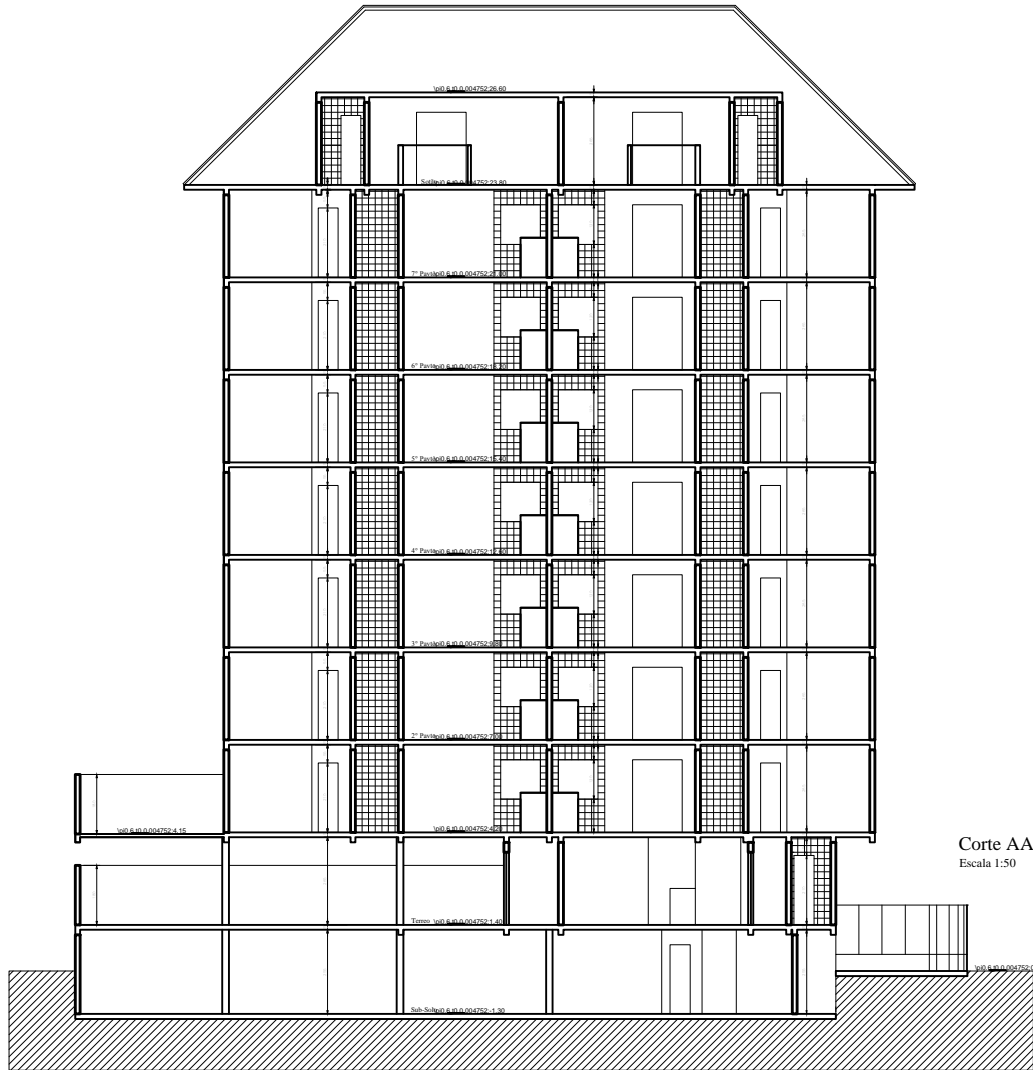


Figura 46 - Ábaco A-6. Fonte: Venturini



**ANEXO B**  
**PLANTA BAIXA DO PAVIMENTO TIPO E CORTE AA**





Corte AA  
Escala 1:50

Tipo de Proyecto		Arquitectónico	
Número de Hojas		07 Hojas	
Nombre de Proyecto		Corte AA	
Escala		1:50	
Fecha de Proyecto		07 de Febrero	
Autor		Arquitecto	

**ANEXO C**  
**COEFICIENTES ( $\alpha$ ,  $\mu_x$ ,  $\mu_y$ ,  $\mu'_x$ ,  $\mu'_y$ )**



**Tabela 5 - Coeficiente  $\alpha$  para o cálculo de flechas elásticas em lajes.**

$\alpha$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,00	4,67	3,20	3,20	2,42	2,21	2,21	1,81	1,81	1,46
1,01	4,77	3,28	3,24	2,47	2,28	2,23	1,86	1,83	1,49
1,02	4,87	3,36	3,29	2,52	2,35	2,25	1,90	1,85	1,52
1,03	4,97	3,45	3,33	2,57	2,41	2,27	1,95	1,88	1,54
1,04	5,07	3,53	3,38	2,62	2,48	2,29	1,99	1,90	1,57
1,05	5,17	3,61	3,42	2,67	2,55	2,31	2,04	1,92	1,60
1,06	5,26	3,70	3,46	2,72	2,62	2,33	2,09	1,94	1,63
1,07	5,36	3,78	3,50	2,77	2,70	2,35	2,13	1,97	1,66
1,08	5,45	3,87	3,55	2,81	2,77	2,37	2,18	1,99	1,68
1,09	5,55	3,95	3,59	2,86	2,85	2,39	2,22	2,02	1,71
1,10	5,64	4,04	3,63	2,91	2,92	2,41	2,27	2,04	1,74
1,11	5,73	4,13	3,67	2,95	2,99	2,42	2,31	2,06	1,77
1,12	5,82	4,21	3,71	2,99	3,07	2,44	2,36	2,08	1,79
1,13	5,91	4,30	3,74	3,04	3,14	2,45	2,40	2,10	1,82
1,14	6,00	4,38	3,78	3,08	3,22	2,47	2,45	2,12	1,84
1,15	6,09	4,47	3,82	3,12	3,29	2,48	2,49	2,14	1,87
1,16	6,18	4,56	3,86	3,16	3,37	2,50	2,54	2,16	1,89
1,17	6,26	4,65	3,90	3,21	3,44	2,51	2,58	2,18	1,91
1,18	6,35	4,73	3,94	3,25	3,52	2,53	2,63	2,20	1,94
1,19	6,43	4,82	3,98	3,30	3,59	2,54	2,67	2,22	1,96
1,20	6,52	4,91	4,02	3,34	3,67	2,56	2,72	2,24	1,98
1,21	6,61	5,00	4,05	3,38	3,75	2,57	2,77	2,26	2,00
1,22	6,69	5,08	4,08	3,42	3,83	2,59	2,81	2,28	2,03
1,23	6,78	5,17	4,12	3,47	3,91	2,60	2,86	2,29	2,05
1,24	6,86	5,25	4,15	3,51	3,99	2,62	2,90	2,31	2,08
1,25	6,95	5,34	4,18	3,55	4,07	2,63	2,95	2,33	2,10
1,26	7,03	5,43	4,21	3,59	4,15	2,64	2,99	2,35	2,12
1,27	7,11	5,51	4,25	3,62	4,23	2,65	3,03	2,37	2,14
1,28	7,20	5,60	4,28	3,66	4,32	2,67	3,08	2,38	2,16
1,29	7,28	5,68	4,32	3,69	4,40	2,68	3,12	2,40	2,18
1,30	7,36	5,77	4,35	3,73	4,48	2,69	3,16	2,42	2,20
1,31	7,44	5,86	4,38	3,77	4,57	2,70	3,20	2,43	2,22
1,32	7,52	5,95	4,41	3,81	4,66	2,70	3,24	2,44	2,24
1,33	7,60	6,03	4,44	3,84	4,74	2,71	3,28	2,46	2,26
1,34	7,68	6,12	4,47	3,88	4,83	2,71	3,32	2,47	2,28

1,35	7,76	6,21	4,50	3,92	4,92	2,72	3,36	2,48	2,30
1,36	7,84	6,29	4,53	3,95	5,00	2,73	3,40	2,50	2,31
1,37	7,91	6,37	4,56	3,98	5,08	2,73	3,44	2,51	2,33
1,38	7,99	6,46	4,59	4,02	5,15	2,74	3,48	2,53	2,34
1,39	8,06	6,54	4,62	4,05	5,23	2,74	3,52	2,54	2,36
1,40	8,14	6,62	4,65	4,08	5,31	2,75	3,56	2,56	2,37
1,41	8,21	6,70	4,68	4,11	5,39	2,76	3,59	2,57	2,39
1,42	8,29	6,78	4,70	4,14	5,48	2,77	3,63	2,58	2,40
1,43	8,36	6,86	4,73	4,17	5,56	2,78	3,66	2,60	2,42
1,44	8,44	6,94	4,75	4,20	5,65	2,79	3,70	2,61	2,43
1,45	8,51	7,02	4,78	4,23	5,73	2,80	3,73	2,62	2,45
1,46	8,58	7,10	4,81	4,26	5,81	2,81	3,77	2,63	2,46
1,47	8,65	7,18	4,84	4,29	5,89	2,82	3,80	2,64	2,47
1,48	8,73	7,25	4,86	4,32	5,98	2,82	3,84	2,66	2,49
1,49	8,80	7,33	4,89	4,35	6,06	2,83	3,87	2,67	2,50
1,50	8,87	7,41	4,92	4,38	6,14	2,84	3,91	2,68	2,51
1,51	8,94	7,49	4,94	4,41	6,22	2,84	3,94	2,65	2,52
1,52	9,01	7,57	4,95	4,44	6,30	2,85	3,97	2,62	2,53
1,53	9,08	7,65	4,97	4,47	6,38	2,85	4,01	2,59	2,55
1,54	9,15	7,73	4,98	4,50	6,46	2,86	4,04	2,56	2,56
1,55	9,22	7,81	5,00	4,53	6,54	2,86	4,07	2,53	2,57
1,56	9,28	7,88	5,02	4,55	6,62	2,86	4,10	2,60	2,58
1,57	9,35	7,95	5,04	4,58	6,70	2,86	4,13	2,67	2,59
1,58	9,41	8,03	5,05	4,60	6,77	2,87	4,16	2,73	2,61
1,59	9,48	8,10	5,07	4,63	6,85	2,87	4,19	2,80	2,62
1,60	9,54	8,17	5,09	4,65	6,93	2,87	4,22	2,87	2,63
1,61	9,60	8,24	5,10	4,67	7,01	2,87	4,25	2,85	2,63
1,62	9,67	8,31	5,11	4,70	7,09	2,87	4,28	2,83	2,63
1,63	9,73	8,38	5,11	4,72	7,17	2,87	4,31	2,82	2,62
1,64	9,80	8,45	5,12	4,75	7,25	2,87	4,34	2,80	2,62
1,65	9,86	8,52	5,13	4,77	7,33	2,87	4,37	2,78	2,62
1,66	9,92	8,59	5,14	4,79	7,40	2,87	4,40	2,78	2,64
1,67	9,98	8,66	5,15	4,81	7,48	2,87	4,43	2,78	2,66
1,68	10,03	8,73	5,15	4,84	7,55	2,88	4,45	2,79	2,68
1,69	10,09	8,80	5,16	4,86	7,63	2,88	4,48	2,79	2,70
1,70	10,15	8,87	5,17	4,88	7,70	2,88	4,51	2,79	2,72
1,71	10,21	8,93	5,19	4,90	7,77	2,88	4,53	2,79	2,73
1,72	10,26	9,00	5,21	4,92	7,84	2,88	4,56	2,80	2,74
1,73	10,32	9,06	5,22	4,93	7,92	2,88	4,58	2,80	2,74

1,74	10,37	9,13	5,24	4,95	7,99	2,88	4,61	2,81	2,75
1,75	10,43	9,19	5,26	4,97	8,06	2,88	4,63	2,81	2,76
1,76	10,49	9,26	5,28	4,99	8,13	2,88	4,65	2,81	2,77
1,77	10,54	9,32	5,30	5,01	8,21	2,88	4,68	2,82	2,78
1,78	10,60	9,39	5,32	5,03	8,28	2,89	4,70	2,82	2,78
1,79	10,65	9,45	5,34	5,05	8,36	2,89	4,73	2,83	2,79
1,80	10,71	9,52	5,36	5,07	8,43	2,89	4,75	2,83	2,80
1,81	10,76	9,58	5,37	5,09	8,50	2,89	4,77	2,83	2,81
1,82	10,81	9,64	5,39	5,11	8,57	2,89	4,80	2,84	2,81
1,83	10,86	9,70	5,40	5,12	8,63	2,89	4,82	2,84	2,82
1,84	10,91	9,76	5,42	5,14	8,70	2,89	4,85	2,85	2,82
1,85	10,96	9,82	5,43	5,16	8,77	2,89	4,87	2,85	2,83
1,86	11,01	9,88	5,44	5,17	8,83	2,89	4,89	2,85	2,83
1,87	11,06	9,94	5,46	5,19	8,89	2,89	4,91	2,86	2,84
1,88	11,11	9,99	5,47	5,20	8,96	2,90	4,94	2,86	2,84
1,89	11,16	10,05	5,49	5,22	9,02	2,90	4,96	2,87	2,85
1,90	11,21	10,11	5,50	5,23	9,08	2,90	4,98	2,87	2,85
1,91	11,26	10,17	5,52	5,25	9,15	2,90	5,00	2,87	2,86
1,92	11,30	10,22	5,53	5,26	9,21	2,90	5,02	2,88	2,86
1,93	11,35	10,28	5,55	5,28	9,28	2,90	5,04	2,88	2,87
1,94	11,39	10,33	5,56	5,29	9,34	2,90	5,06	2,89	2,87
1,95	11,44	10,39	5,58	5,31	9,41	2,90	5,08	2,89	2,88
1,96	11,49	10,45	5,60	5,33	9,47	2,90	5,10	2,89	2,89
1,97	11,54	10,51	5,61	5,34	9,53	2,90	5,12	2,90	2,89
1,98	11,58	10,56	5,63	5,36	9,60	2,91	5,15	2,90	2,90
1,99	11,63	10,62	5,64	5,37	9,66	2,91	5,17	2,91	2,90
2,00	11,68	10,68	5,66	5,39	9,72	2,91	5,19	2,91	2,91
$\infty$	15,35	15,35	6,38	6,38	15,35	3,07	6,38	3,07	3,07

**Tabela 6 - Coeficiente  $\mu_x$  para o cálculo dos momentos máximos nas lajes.**

$\mu_x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,00	4,41	3,07	3,94	2,81	2,15	3,17	2,13	2,60	2,11
1,01	4,49	3,14	3,99	2,86	2,21	3,19	2,18	2,64	2,15
1,02	4,57	3,21	4,04	2,91	2,28	3,22	2,23	2,67	2,19
1,03	4,64	3,28	4,09	2,95	2,34	3,24	2,28	2,71	2,23
1,04	4,72	3,35	4,14	3,00	2,41	3,27	2,33	2,74	2,27
1,05	4,80	3,42	4,19	3,05	2,47	3,29	2,38	2,78	2,31
1,06	4,88	3,49	4,24	3,10	2,53	3,32	2,43	2,81	2,35
1,07	4,95	3,56	4,29	3,15	2,59	3,34	2,48	2,85	2,39
1,08	5,03	3,63	4,33	3,20	2,66	3,37	2,53	2,88	2,42
1,09	5,10	3,70	4,38	3,25	2,72	3,39	2,58	2,92	2,46
1,10	5,18	3,77	4,43	3,30	2,78	3,42	2,63	2,95	2,50
1,11	5,26	3,84	4,47	3,35	2,84	3,44	2,68	2,98	2,55
1,12	5,33	3,92	4,51	3,39	2,90	3,46	2,73	3,01	2,59
1,13	5,41	3,99	4,56	3,44	2,96	3,48	2,77	3,03	2,64
1,14	5,48	4,07	4,60	3,48	3,02	3,50	2,82	3,06	2,68
1,15	5,56	4,14	4,64	3,53	3,08	3,52	2,87	3,09	2,73
1,16	5,63	4,21	4,68	3,58	3,14	3,54	2,92	3,12	2,77
1,17	5,70	4,29	4,72	3,62	3,20	3,56	2,97	3,15	2,81
1,18	5,76	4,36	4,77	3,67	3,26	3,59	3,01	3,17	2,86
1,19	5,83	4,44	4,81	3,71	3,32	3,61	3,06	3,20	2,90
1,20	5,90	4,51	4,85	3,76	3,38	3,63	3,11	3,23	2,94
1,21	5,97	4,58	4,89	3,80	3,46	3,65	3,17	3,25	2,96
1,22	6,05	4,66	4,92	3,84	3,54	3,66	3,24	3,27	2,98
1,23	6,12	4,73	4,96	3,88	3,63	3,68	3,30	3,30	3,00
1,24	6,20	4,81	4,99	3,92	3,71	3,69	3,37	3,32	3,02
1,25	6,27	4,88	5,03	3,96	3,79	3,71	3,43	3,34	3,04
1,26	6,34	4,95	5,06	4,00	3,86	3,73	3,46	3,36	3,06
1,27	6,40	5,03	5,10	4,04	3,93	3,74	3,48	3,39	3,08
1,28	6,47	5,10	5,13	4,08	4,01	3,76	3,51	3,41	3,09
1,29	6,53	5,18	5,17	4,12	4,08	3,77	3,53	3,44	3,11
1,30	6,60	5,25	5,20	4,16	4,15	3,79	3,56	3,46	3,13
1,31	6,67	5,32	5,23	4,19	4,22	3,80	3,60	3,48	3,15
1,32	6,73	5,39	5,26	4,23	4,29	3,81	3,64	3,50	3,18
1,33	6,80	5,46	5,30	4,26	4,36	3,82	3,68	3,51	3,20
1,34	6,86	5,53	5,33	4,30	4,43	3,83	3,72	3,53	3,23

1,35	6,93	5,60	5,36	4,33	4,50	3,84	3,76	3,55	3,25
1,36	6,99	5,67	5,39	4,37	4,57	3,85	3,80	3,57	3,28
1,37	7,06	5,74	5,42	4,40	4,64	3,86	3,84	3,59	3,30
1,38	7,12	5,81	5,45	4,44	4,71	3,88	3,88	3,60	3,33
1,39	7,19	5,88	5,48	4,47	4,78	3,89	3,92	3,62	3,35
1,40	7,25	5,95	5,51	4,51	4,85	3,90	3,96	3,64	3,38
1,41	7,31	6,01	5,54	4,54	4,92	3,91	4,00	3,65	3,40
1,42	7,37	6,08	5,56	4,57	4,99	3,92	4,04	3,67	3,42
1,43	7,43	6,14	5,59	4,60	5,05	3,92	4,07	3,68	3,44
1,44	7,49	6,21	5,61	4,63	5,12	3,93	4,11	3,70	3,46
1,45	7,55	6,27	5,64	4,66	5,19	3,94	4,15	3,71	3,48
1,46	7,61	6,34	5,67	4,69	5,26	3,95	4,18	3,72	3,50
1,47	7,67	6,40	5,69	4,72	5,33	3,96	4,22	3,74	3,52
1,48	7,74	6,47	5,72	4,75	5,39	3,97	4,25	3,75	3,54
1,49	7,80	6,53	5,74	4,78	5,46	3,98	4,29	3,77	3,56
1,50	7,86	6,60	5,77	4,81	5,53	3,99	4,32	3,78	3,58
1,51	7,91	6,66	5,79	4,83	5,60	4,00	4,35	3,79	3,60
1,52	7,96	6,72	5,81	4,86	5,66	4,01	4,38	3,80	3,61
1,53	8,02	6,78	5,83	4,88	5,73	4,01	4,42	3,82	3,63
1,54	8,07	6,84	5,85	4,91	5,79	4,02	4,45	3,83	3,64
1,55	8,12	6,90	5,87	4,93	5,86	4,03	4,48	3,84	3,66
1,56	8,16	6,96	5,89	4,96	5,92	4,04	4,51	3,85	3,67
1,57	8,21	7,02	5,91	4,98	5,99	4,04	4,54	3,86	3,69
1,58	8,25	7,09	5,94	5,01	6,05	4,05	4,57	3,87	3,70
1,59	8,30	7,15	5,96	5,03	6,12	4,05	4,60	3,88	3,72
1,60	8,34	7,21	5,98	5,06	6,18	4,06	4,63	3,89	3,73
1,61	8,40	7,25	6,00	5,08	6,24	4,07	4,66	3,90	3,74
1,62	8,45	7,29	6,02	5,10	6,30	4,07	4,69	3,91	3,76
1,63	8,51	7,34	6,03	5,12	6,36	4,08	4,72	3,92	3,77
1,64	8,56	7,38	6,05	5,14	6,42	4,08	4,75	3,93	3,79
1,65	8,62	7,42	6,07	5,16	6,48	4,09	4,78	3,94	3,80
1,66	8,67	7,46	6,09	5,18	6,54	4,10	4,81	3,95	3,81
1,67	8,72	7,50	6,11	5,20	6,60	4,10	4,84	3,96	3,82
1,68	8,76	7,54	6,12	5,23	6,66	4,11	4,86	3,96	3,84
1,69	8,81	7,58	6,14	5,25	6,72	4,11	4,89	3,97	3,85
1,70	8,86	7,62	6,16	5,27	6,78	4,12	4,92	3,98	3,86
1,71	8,90	7,63	6,18	5,29	6,84	4,12	4,94	3,99	3,87
1,72	8,94	7,64	6,19	5,31	6,90	4,13	4,97	3,99	3,88
1,73	8,98	7,64	6,21	5,32	6,96	4,13	4,99	4,00	3,89

1,74	9,02	7,65	6,22	5,34	7,25	4,14	5,02	4,00	3,90
1,75	9,06	7,66	6,24	5,36	7,11	4,14	5,04	4,01	3,91
1,76	9,10	7,67	6,25	5,38	7,17	4,14	5,07	4,02	3,92
1,77	9,14	7,67	6,27	5,40	7,23	4,14	5,09	4,02	3,93
1,78	9,19	7,68	6,28	5,41	7,29	4,15	5,12	4,03	3,93
1,79	9,23	7,68	6,30	5,43	7,35	4,15	5,14	4,03	3,94
1,80	9,27	7,69	6,31	5,45	7,41	4,15	5,17	4,04	3,95
1,81	9,31	7,80	6,32	5,47	7,46	4,15	5,19	4,05	3,96
1,82	9,34	7,90	6,34	5,48	7,52	4,15	5,21	4,05	3,96
1,83	9,38	8,01	6,35	5,50	7,57	4,16	5,22	4,06	3,97
1,84	9,41	8,11	6,37	5,51	7,63	4,16	5,24	4,06	3,97
1,85	9,45	8,22	6,38	5,53	7,68	4,16	5,26	4,07	3,98
1,86	9,49	8,32	6,39	5,54	7,73	4,16	5,28	4,08	3,99
1,87	9,52	8,43	6,40	5,56	7,79	4,16	5,30	4,08	3,99
1,88	9,56	8,53	6,41	5,57	7,84	4,17	5,32	4,09	4,00
1,89	9,59	8,64	6,42	5,59	7,90	4,17	5,34	4,09	4,00
1,90	9,63	8,74	6,43	5,60	7,95	4,17	5,36	4,10	4,01
1,91	9,66	8,79	6,44	5,61	8,00	4,17	5,38	4,10	4,02
1,92	9,69	8,83	6,45	5,63	8,05	4,17	5,40	4,10	4,02
1,93	9,71	8,88	6,45	5,64	8,11	4,17	5,41	4,11	4,03
1,94	9,74	8,92	6,46	5,66	8,16	4,17	5,43	4,11	4,03
1,95	9,77	8,97	6,47	5,67	8,21	4,17	5,45	4,11	4,04
1,96	9,82	9,01	6,48	5,68	8,26	4,17	5,47	4,11	4,05
1,97	9,86	9,05	6,49	5,70	8,31	4,17	5,49	4,12	4,05
1,98	9,91	9,10	6,49	5,71	8,37	4,18	5,51	4,12	4,06
1,99	9,95	9,14	6,50	5,73	8,42	4,18	5,53	4,13	4,06
2,00	10,00	9,18	6,51	5,74	8,47	4,18	5,55	4,13	4,07
∞	12,57	9,18	7,61	7,06	12,58	4,18	7,07	4,18	4,19

**Tabela 7 - Coeficiente  $\mu_y$  para o cálculo dos momentos máximos nas lajes.**

$\mu_y$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,00	4,41	3,94	3,07	2,81	3,17	2,15	2,60	2,13	2,11
1,01	4,42	3,91	3,02	2,81	3,20	2,13	2,61	2,12	2,11
1,02	4,43	3,88	2,98	2,81	3,23	2,12	2,62	2,11	2,11
1,03	4,43	3,84	2,93	2,81	3,26	2,10	2,64	2,11	2,10
1,04	4,44	3,81	2,89	2,81	3,29	2,09	2,65	2,10	2,10
1,05	4,45	3,78	2,84	2,81	3,32	2,07	2,66	2,09	2,10
1,06	4,46	3,80	2,82	2,81	3,35	2,05	2,67	2,08	2,10
1,07	4,47	3,83	2,81	2,81	3,38	2,04	2,68	2,07	2,10
1,08	4,47	3,85	2,79	2,81	3,41	2,02	2,69	2,06	2,09
1,09	4,48	3,88	2,78	2,81	3,44	2,01	2,70	2,05	2,09
1,10	4,49	3,90	2,76	2,81	3,47	1,99	2,71	2,04	2,09
1,11	4,49	3,91	2,74	2,81	3,49	1,97	2,72	2,03	2,08
1,12	4,49	3,93	2,73	2,81	3,51	1,95	2,73	2,02	2,08
1,13	4,49	3,94	2,71	2,80	3,54	1,93	2,73	2,00	2,07
1,14	4,49	3,96	2,70	2,80	3,56	1,91	2,74	1,99	2,07
1,15	4,49	3,97	2,68	2,80	3,58	1,89	2,75	1,98	2,06
1,16	4,49	3,99	2,66	2,80	3,60	1,87	2,76	1,97	2,05
1,17	4,49	4,00	2,64	2,80	3,63	1,85	2,76	1,96	2,04
1,18	4,48	4,02	2,63	2,79	3,65	1,84	2,77	1,94	2,04
1,19	4,48	4,03	2,61	2,79	3,68	1,82	2,77	1,93	2,03
1,20	4,48	4,05	2,59	2,79	3,70	1,80	2,78	1,92	2,02
1,21	4,47	4,06	2,57	2,78	3,72	1,79	2,78	1,91	2,01
1,22	4,47	4,07	2,56	2,77	3,74	1,78	2,78	1,89	2,00
1,23	4,46	4,08	2,54	2,76	3,76	1,76	2,79	1,88	1,99
1,24	4,46	4,09	2,53	2,75	3,78	1,75	2,79	1,86	1,98
1,25	4,45	4,10	2,51	2,74	3,80	1,74	2,79	1,85	1,97
1,26	4,44	4,11	2,49	2,73	3,82	1,73	2,79	1,84	1,96
1,27	4,44	4,12	2,47	2,72	3,84	1,71	2,78	1,82	1,95
1,28	4,43	4,13	2,46	2,71	3,86	1,70	2,78	1,81	1,93
1,29	4,43	4,14	2,44	2,70	3,88	1,68	2,77	1,79	1,92
1,30	4,42	4,15	2,42	2,69	3,90	1,67	2,77	1,78	1,91
1,31	4,41	4,16	2,40	2,68	3,91	1,65	2,76	1,77	1,90
1,32	4,40	4,16	2,39	2,67	3,92	1,64	2,76	1,76	1,89
1,33	4,39	4,17	2,37	2,67	3,94	1,62	2,75	1,74	1,88
1,34	4,38	4,17	2,36	2,66	3,95	1,61	2,75	1,73	1,87

1,35	4,37	4,18	2,34	2,65	3,96	1,59	2,74	1,72	1,86
1,36	4,38	4,19	2,32	2,64	3,97	1,58	2,73	1,70	1,85
1,37	4,39	4,19	2,30	2,63	3,99	1,56	2,73	1,69	1,84
1,38	4,41	4,20	2,29	2,62	4,00	1,55	2,72	1,67	1,83
1,39	4,42	4,20	2,27	2,61	4,02	1,53	2,72	1,66	1,82
1,40	4,43	4,21	2,25	2,60	4,03	1,52	2,71	1,64	1,81
1,41	4,40	4,21	2,24	2,59	4,04	1,51	2,70	1,63	1,79
1,42	4,38	4,20	2,23	2,58	4,05	1,49	2,69	1,62	1,78
1,43	4,35	4,20	2,21	2,56	4,07	1,48	2,69	1,61	1,76
1,44	4,33	4,19	2,20	2,55	4,08	1,46	2,68	1,60	1,75
1,45	4,30	4,19	2,19	2,54	4,09	1,45	2,67	1,59	1,73
1,46	4,29	4,19	2,18	2,53	4,10	1,44	2,66	1,58	1,72
1,47	4,28	4,19	2,16	2,51	4,11	1,42	2,65	1,57	1,70
1,48	4,27	4,18	2,15	2,50	4,12	1,41	2,65	1,55	1,69
1,49	4,26	4,18	2,13	2,48	4,13	1,39	2,64	1,54	1,67
1,50	4,25	4,18	2,12	2,47	4,14	1,38	2,63	1,53	1,66
1,51	4,24	4,18	2,10	2,45	4,14	1,37	2,62	1,52	1,65
1,52	4,23	4,18	2,09	2,44	4,15	1,36	2,62	1,51	1,64
1,53	4,22	4,17	2,07	2,42	4,15	1,36	2,61	1,49	1,62
1,54	4,21	4,17	2,06	2,41	4,16	1,35	2,61	1,48	1,61
1,55	4,20	4,17	2,04	2,39	4,16	1,34	2,60	1,47	1,60
1,56	3,99	4,16	2,02	2,37	4,16	1,33	2,59	1,46	1,59
1,57	3,78	4,16	2,00	2,36	4,16	1,32	2,58	1,45	1,58
1,58	3,56	4,15	1,99	2,34	4,17	1,30	2,57	1,44	1,56
1,59	3,35	4,15	1,97	2,33	4,17	1,29	2,56	1,43	1,55
1,60	3,14	4,14	1,95	2,31	4,17	1,28	2,55	1,42	1,54
1,61	3,33	4,14	1,93	2,30	4,16	1,27	2,54	1,41	1,53
1,62	3,51	4,13	1,92	2,28	4,16	1,26	2,53	1,40	1,51
1,63	3,70	4,13	1,90	2,27	4,15	1,25	2,52	1,39	1,50
1,64	3,88	4,12	1,89	2,25	4,15	1,24	2,51	1,38	1,48
1,65	4,07	4,12	1,87	2,24	4,14	1,23	2,50	1,37	1,47
1,66	4,06	4,11	1,85	2,22	4,14	1,22	2,49	1,36	1,46
1,67	4,04	4,11	1,84	2,21	4,13	1,21	2,48	1,35	1,44
1,68	4,03	4,10	1,82	2,19	4,13	1,20	2,47	1,34	1,43
1,69	4,01	4,10	1,81	2,18	4,12	1,19	2,46	1,33	1,41
1,70	4,00	4,09	1,79	2,16	4,12	1,18	2,45	1,32	1,40
1,71	3,99	4,08	1,78	2,15	4,12	1,17	2,44	1,31	1,39
1,72	3,98	4,07	1,77	2,14	4,12	1,17	2,43	1,30	1,38
1,73	3,98	4,07	1,76	2,13	4,12	1,16	2,41	1,29	1,38



1,74	3,97	4,06	1,75	2,12	4,12	1,16	2,40	1,28	1,37
1,75	3,96	4,05	1,74	2,11	4,12	1,15	2,39	1,27	1,36
1,76	3,95	4,04	1,73	2,10	4,12	1,14	2,38	1,26	1,35
1,77	3,94	4,03	1,72	2,08	4,11	1,13	2,36	1,24	1,34
1,78	3,93	4,01	1,70	2,07	4,11	1,13	2,35	1,23	1,34
1,79	3,92	4,00	1,69	2,05	4,10	1,12	2,33	1,21	1,33
1,80	3,91	3,99	1,68	2,04	4,10	1,11	2,32	1,20	1,32
1,81	3,89	3,99	1,67	2,03	4,10	1,10	2,31	1,19	1,31
1,82	3,88	3,98	1,66	2,02	4,09	1,10	2,30	1,19	1,30
1,83	3,86	3,98	1,66	2,01	4,09	1,09	2,29	1,18	1,28
1,84	3,85	3,97	1,65	2,00	4,08	1,09	2,28	1,18	1,27
1,85	3,83	3,97	1,64	1,99	4,08	1,08	2,27	1,17	1,26
1,86	3,81	3,96	1,63	1,98	4,07	1,07	2,26	1,16	1,25
1,87	3,80	3,96	1,62	1,97	4,06	1,06	2,25	1,16	1,24
1,88	3,78	3,95	1,61	1,95	4,06	1,06	2,24	1,15	1,23
1,89	3,77	3,95	1,60	1,94	4,05	1,05	2,23	1,15	1,22
1,90	3,75	3,94	1,59	1,93	4,04	1,04	2,22	1,14	1,21
1,91	3,74	3,93	1,58	1,93	4,03	1,03	2,20	1,13	1,21
1,92	3,73	3,92	1,57	1,92	4,02	1,03	2,19	1,13	1,20
1,93	3,73	3,90	1,56	1,92	4,01	1,02	2,17	1,12	1,20
1,94	3,72	3,89	1,55	1,91	4,00	1,02	2,16	1,12	1,19
1,95	3,71	3,88	1,54	1,91	3,99	1,01	2,14	1,11	1,19
1,96	3,70	3,86	1,53	1,90	3,98	1,00	2,13	1,10	1,18
1,97	3,68	3,85	1,52	1,90	3,96	0,99	2,11	1,10	1,18
1,98	3,67	3,83	1,50	1,89	3,95	0,99	2,10	1,09	1,17
1,99	3,65	3,82	1,49	1,89	3,93	0,98	2,08	1,09	1,17
2,00	3,64	3,80	1,48	1,88	3,92	0,97	2,07	1,08	1,16
$\infty$	3,77	3,80	1,48	1,95	4,13	0,97	2,05	1,09	1,17

**Tabela 8 - Coeficiente  $\mu'x$  para o cálculo dos momentos máximos nas lajes.**

$\mu'x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,00	0,00	0,00	8,52	6,99	0,00	6,99	5,46	6,17	5,15
1,01	0,00	0,00	8,60	7,08	0,00	7,03	5,56	6,23	5,22
1,02	0,00	0,00	8,68	7,17	0,00	7,07	5,67	6,29	5,29
1,03	0,00	0,00	8,75	7,25	0,00	7,12	5,77	6,35	5,36
1,04	0,00	0,00	8,83	7,34	0,00	7,16	5,88	6,41	5,43
1,05	0,00	0,00	8,91	7,43	0,00	7,20	5,98	6,47	5,50
1,06	0,00	0,00	8,99	7,52	0,00	7,24	6,08	6,53	5,57
1,07	0,00	0,00	9,07	7,61	0,00	7,28	6,19	6,59	5,64
1,08	0,00	0,00	9,14	7,69	0,00	7,33	6,29	6,64	5,71
1,09	0,00	0,00	9,22	7,78	0,00	7,37	6,40	6,70	5,78
1,10	0,00	0,00	9,30	7,87	0,00	7,41	6,50	6,76	5,85
1,11	0,00	0,00	9,37	7,95	0,00	7,44	6,62	6,81	5,91
1,12	0,00	0,00	9,43	8,03	0,00	7,47	6,74	6,85	5,97
1,13	0,00	0,00	9,50	8,12	0,00	7,50	6,87	6,90	6,02
1,14	0,00	0,00	9,56	8,20	0,00	7,53	6,99	6,94	6,08
1,15	0,00	0,00	9,63	8,28	0,00	7,56	7,11	6,99	6,14
1,16	0,00	0,00	9,69	8,36	0,00	7,59	7,23	7,04	6,20
1,17	0,00	0,00	9,76	8,44	0,00	7,62	7,35	7,08	6,26
1,18	0,00	0,00	9,82	8,53	0,00	7,64	7,48	7,13	6,31
1,19	0,00	0,00	9,89	8,61	0,00	7,67	7,60	7,17	6,37
1,20	0,00	0,00	9,95	8,69	0,00	7,70	7,72	7,22	6,43
1,21	0,00	0,00	10,00	8,76	0,00	7,72	7,94	7,26	6,48
1,22	0,00	0,00	10,06	8,83	0,00	7,75	8,16	7,29	6,53
1,23	0,00	0,00	10,11	8,89	0,00	7,77	8,37	7,33	6,57
1,24	0,00	0,00	10,17	8,96	0,00	7,80	8,59	7,36	6,62
1,25	0,00	0,00	10,22	9,03	0,00	7,82	8,81	7,40	6,67
1,26	0,00	0,00	10,27	9,10	0,00	7,84	8,77	7,43	6,72
1,27	0,00	0,00	10,32	9,17	0,00	7,86	8,72	7,47	6,76
1,28	0,00	0,00	10,38	9,23	0,00	7,89	8,68	7,50	6,81
1,29	0,00	0,00	10,43	9,30	0,00	7,91	8,63	7,54	6,85
1,30	0,00	0,00	10,48	9,37	0,00	7,93	8,59	7,57	6,90
1,31	0,00	0,00	10,53	9,43	0,00	7,95	8,62	7,60	6,94
1,32	0,00	0,00	10,57	9,48	0,00	7,97	8,65	7,62	6,98
1,33	0,00	0,00	10,62	9,54	0,00	7,98	8,68	7,65	7,01
1,34	0,00	0,00	10,66	9,59	0,00	8,00	8,71	7,67	7,05

1,35	0,00	0,00	10,71	9,65	0,00	8,02	8,74	7,70	7,09
1,36	0,00	0,00	10,75	9,71	0,00	8,04	8,77	7,72	7,13
1,37	0,00	0,00	10,79	9,76	0,00	8,06	8,80	7,75	7,17
1,38	0,00	0,00	10,84	9,82	0,00	8,07	8,82	7,77	7,20
1,39	0,00	0,00	10,88	9,87	0,00	8,09	8,85	7,80	7,24
1,40	0,00	0,00	10,92	9,93	0,00	8,11	8,88	7,82	7,28
1,41	0,00	0,00	10,96	10,03	0,00	8,11	8,94	7,84	7,31
1,42	0,00	0,00	10,99	10,12	0,00	8,12	8,99	7,86	7,34
1,43	0,00	0,00	11,03	10,22	0,00	8,12	9,05	7,87	7,37
1,44	0,00	0,00	11,06	10,31	0,00	8,13	9,10	7,89	7,40
1,45	0,00	0,00	11,10	10,41	0,00	8,13	9,16	7,91	7,43
1,46	0,00	0,00	11,13	10,45	0,00	8,13	9,22	7,93	7,46
1,47	0,00	0,00	11,17	10,49	0,00	8,14	9,27	7,95	7,49
1,48	0,00	0,00	11,20	10,54	0,00	8,14	9,33	7,96	7,51
1,49	0,00	0,00	11,24	10,58	0,00	8,15	9,38	7,98	7,54
1,50	0,00	0,00	11,27	10,62	0,00	8,15	9,44	8,00	7,57
1,51	0,00	0,00	11,30	10,66	0,00	8,16	9,49	8,01	7,59
1,52	0,00	0,00	11,33	10,70	0,00	8,17	9,54	8,03	7,61
1,53	0,00	0,00	11,36	10,74	0,00	8,18	9,58	8,04	7,64
1,54	0,00	0,00	11,39	10,78	0,00	8,19	9,63	8,06	7,66
1,55	0,00	0,00	11,42	10,82	0,00	8,20	9,68	8,07	7,68
1,56	0,00	0,00	11,45	10,83	0,00	8,21	9,73	8,08	7,70
1,57	0,00	0,00	11,47	10,85	0,00	8,22	9,77	8,10	7,72
1,58	0,00	0,00	11,50	10,86	0,00	8,23	9,82	8,11	7,75
1,59	0,00	0,00	11,52	10,88	0,00	8,24	9,86	8,13	7,77
1,60	0,00	0,00	11,55	10,89	0,00	8,25	9,91	8,14	7,79
1,61	0,00	0,00	11,57	10,94	0,00	8,26	9,95	8,15	7,81
1,62	0,00	0,00	11,60	11,00	0,00	8,26	10,00	8,16	7,83
1,63	0,00	0,00	11,62	11,05	0,00	8,27	10,04	8,18	7,84
1,64	0,00	0,00	11,65	11,11	0,00	8,27	10,09	8,19	7,86
1,65	0,00	0,00	11,67	11,16	0,00	8,28	10,13	8,20	7,88
1,66	0,00	0,00	11,70	11,19	0,00	8,28	10,17	8,21	7,90
1,67	0,00	0,00	11,72	11,22	0,00	8,29	10,21	8,22	7,92
1,68	0,00	0,00	11,75	11,24	0,00	8,29	10,26	8,23	7,93
1,69	0,00	0,00	11,77	11,27	0,00	8,30	10,30	8,24	7,95
1,70	0,00	0,00	11,80	11,30	0,00	8,30	10,34	8,25	7,97
1,71	0,00	0,00	11,82	11,33	0,00	8,30	10,38	8,26	7,99
1,72	0,00	0,00	11,85	11,35	0,00	8,30	10,42	8,27	8,00
1,73	0,00	0,00	11,87	11,38	0,00	8,31	10,45	8,28	8,02

1,74	0,00	0,00	11,90	11,40	0,00	8,31	10,49	8,29	8,03
1,75	0,00	0,00	11,92	11,43	0,00	8,31	10,53	8,30	8,05
1,76	0,00	0,00	11,94	11,45	0,00	8,31	10,57	8,31	8,06
1,77	0,00	0,00	11,97	11,48	0,00	8,31	10,60	8,32	8,08
1,78	0,00	0,00	11,99	11,50	0,00	8,32	10,64	8,32	8,09
1,79	0,00	0,00	12,02	11,53	0,00	8,32	10,67	8,33	8,11
1,80	0,00	0,00	12,04	11,55	0,00	8,32	10,71	8,34	8,12
1,81	0,00	0,00	12,06	11,55	0,00	8,32	10,74	8,35	8,13
1,82	0,00	0,00	12,08	11,56	0,00	8,32	10,78	8,36	8,14
1,83	0,00	0,00	12,10	11,56	0,00	8,33	10,81	8,36	8,16
1,84	0,00	0,00	12,12	11,57	0,00	8,33	10,85	8,37	8,17
1,85	0,00	0,00	12,14	11,57	0,00	8,33	10,88	8,38	8,18
1,86	0,00	0,00	12,16	11,59	0,00	8,33	10,91	8,39	8,19
1,87	0,00	0,00	12,18	11,61	0,00	8,33	10,94	8,40	8,20
1,88	0,00	0,00	12,20	11,63	0,00	8,33	10,98	8,40	8,22
1,89	0,00	0,00	12,22	11,65	0,00	8,33	11,01	8,41	8,23
1,90	0,00	0,00	12,24	11,67	0,00	8,33	11,04	8,42	8,24
1,91	0,00	0,00	12,25	11,69	0,00	8,33	11,07	8,43	8,25
1,92	0,00	0,00	12,26	11,71	0,00	8,33	11,10	8,43	8,26
1,93	0,00	0,00	12,27	11,74	0,00	8,33	11,14	8,44	8,27
1,94	0,00	0,00	12,28	11,76	0,00	8,33	11,17	8,44	8,28
1,95	0,00	0,00	12,29	11,78	0,00	8,33	11,20	8,45	8,29
1,96	0,00	0,00	12,30	11,80	0,00	8,33	11,23	8,45	8,30
1,97	0,00	0,00	12,31	11,82	0,00	8,33	11,26	8,46	8,31
1,98	0,00	0,00	12,32	11,85	0,00	8,33	11,29	8,46	8,31
1,99	0,00	0,00	12,33	11,87	0,00	8,33	11,32	8,47	8,32
2,00	0,00	0,00	12,34	11,89	0,00	8,33	11,35	8,47	8,33
∞	0,00	0,00	12,76	12,50	0,00	8,33	12,50	8,33	8,33

**Tabela 9 - Coeficiente  $\mu$  y para o cálculo dos momentos máximos nas lajes.**

$\mu$ y	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,00	0,00	8,52	0,00	6,99	6,99	0,00	6,17	5,46	5,15
1,01	0,00	8,57	0,00	7,03	7,08	0,00	6,23	5,48	5,18
1,02	0,00	8,63	0,00	7,07	7,17	0,00	6,29	5,50	5,21
1,03	0,00	8,68	0,00	7,10	7,25	0,00	6,34	5,52	5,23
1,04	0,00	8,74	0,00	7,14	7,34	0,00	6,40	5,54	5,26
1,05	0,00	8,79	0,00	7,18	7,43	0,00	6,46	5,56	5,29
1,06	0,00	8,87	0,00	7,22	7,52	0,00	6,52	5,58	5,32
1,07	0,00	8,95	0,00	7,25	7,61	0,00	6,58	5,60	5,35
1,08	0,00	9,02	0,00	7,29	7,69	0,00	6,63	5,61	5,37
1,09	0,00	9,10	0,00	7,32	7,78	0,00	6,69	5,63	5,40
1,10	0,00	9,18	0,00	7,36	7,87	0,00	6,75	5,65	5,43
1,11	0,00	9,25	0,00	7,39	7,95	0,00	6,79	5,66	5,45
1,12	0,00	9,32	0,00	7,42	8,03	0,00	6,84	5,67	5,46
1,13	0,00	9,39	0,00	7,44	8,10	0,00	6,88	5,68	5,48
1,14	0,00	9,46	0,00	7,47	8,18	0,00	6,93	5,69	5,49
1,15	0,00	9,53	0,00	7,50	8,26	0,00	6,97	5,70	5,51
1,16	0,00	9,60	0,00	7,53	8,34	0,00	7,01	5,71	5,53
1,17	0,00	9,67	0,00	7,55	8,42	0,00	7,06	5,72	5,54
1,18	0,00	9,74	0,00	7,58	8,49	0,00	7,10	5,73	5,56
1,19	0,00	9,81	0,00	7,60	8,57	0,00	7,15	5,74	5,57
1,20	0,00	9,88	0,00	7,63	8,65	0,00	7,19	5,75	5,59
1,21	0,00	9,94	0,00	7,65	8,73	0,00	7,22	5,75	5,60
1,22	0,00	9,99	0,00	7,67	8,80	0,00	7,26	5,75	5,61
1,23	0,00	10,05	0,00	7,68	8,88	0,00	7,29	5,75	5,62
1,24	0,00	10,10	0,00	7,70	8,95	0,00	7,33	5,75	5,63
1,25	0,00	10,16	0,00	7,72	9,03	0,00	7,36	5,75	5,64
1,26	0,00	10,21	0,00	7,74	9,09	0,00	7,39	5,75	5,65
1,27	0,00	10,26	0,00	7,76	9,15	0,00	7,42	5,75	5,66
1,28	0,00	10,31	0,00	7,77	9,21	0,00	7,45	5,76	5,66
1,29	0,00	10,36	0,00	7,79	9,27	0,00	7,48	5,76	5,67
1,30	0,00	10,41	0,00	7,81	9,33	0,00	7,51	5,76	5,68
1,31	0,00	10,46	0,00	7,82	9,40	0,00	7,53	5,76	5,68
1,32	0,00	10,50	0,00	7,84	9,47	0,00	7,56	5,76	5,68
1,33	0,00	10,55	0,00	7,85	9,55	0,00	7,58	5,75	5,69
1,34	0,00	10,59	0,00	7,87	9,62	0,00	7,61	5,75	5,69

1,35	0,00	10,64	0,00	7,88	9,69	0,00	7,63	5,75	5,69
1,36	0,00	10,68	0,00	7,89	9,75	0,00	7,65	5,75	5,69
1,37	0,00	10,73	0,00	7,90	9,81	0,00	7,67	5,75	5,69
1,38	0,00	10,77	0,00	7,92	9,88	0,00	7,70	5,74	5,70
1,39	0,00	10,82	0,00	7,93	9,94	0,00	7,72	5,74	5,70
1,40	0,00	10,86	0,00	7,94	10,00	0,00	7,74	5,74	5,70
1,41	0,00	10,90	0,00	7,95	10,05	0,00	7,76	5,74	5,70
1,42	0,00	10,94	0,00	7,96	10,10	0,00	7,78	5,74	5,70
1,43	0,00	10,97	0,00	7,98	10,15	0,00	7,79	5,73	5,71
1,44	0,00	11,01	0,00	7,99	10,20	0,00	7,81	5,73	5,71
1,45	0,00	11,05	0,00	8,00	10,25	0,00	7,83	5,73	5,71
1,46	0,00	11,09	0,00	8,01	10,30	0,00	7,85	5,73	5,71
1,47	0,00	11,12	0,00	8,02	10,35	0,00	7,86	5,73	5,71
1,48	0,00	11,16	0,00	8,04	10,39	0,00	7,88	5,72	5,72
1,49	0,00	11,19	0,00	8,05	10,44	0,00	7,89	5,72	5,72
1,50	0,00	11,23	0,00	8,06	10,49	0,00	7,91	5,72	5,72
1,51	0,00	11,26	0,00	8,07	10,53	0,00	7,92	5,71	5,72
1,52	0,00	11,29	0,00	8,07	10,57	0,00	7,94	5,71	5,72
1,53	0,00	11,33	0,00	8,08	10,62	0,00	7,95	5,70	5,72
1,54	0,00	11,36	0,00	8,08	10,66	0,00	7,97	5,70	5,72
1,55	0,00	11,39	0,00	8,09	10,70	0,00	7,98	5,69	5,72
1,56	0,00	11,42	0,00	8,10	10,74	0,00	7,99	5,68	5,72
1,57	0,00	11,45	0,00	8,10	10,78	0,00	8,00	5,68	5,72
1,58	0,00	11,49	0,00	8,11	10,83	0,00	8,00	5,67	5,72
1,59	0,00	11,52	0,00	8,11	10,87	0,00	8,01	5,67	5,72
1,60	0,00	11,55	0,00	8,12	10,91	0,00	8,02	5,66	5,72
1,61	0,00	11,57	0,00	8,12	10,94	0,00	8,02	5,65	5,72
1,62	0,00	11,60	0,00	8,13	10,98	0,00	8,02	5,64	5,72
1,63	0,00	11,62	0,00	8,13	11,01	0,00	8,03	5,64	5,72
1,64	0,00	11,65	0,00	8,14	11,05	0,00	8,03	5,63	5,72
1,65	0,00	11,67	0,00	8,14	11,08	0,00	8,03	5,62	5,72
1,66	0,00	11,69	0,00	8,14	11,11	0,00	8,04	5,61	5,72
1,67	0,00	11,72	0,00	8,14	11,14	0,00	8,06	5,60	5,72
1,68	0,00	11,74	0,00	8,15	11,18	0,00	8,07	5,60	5,72
1,69	0,00	11,77	0,00	8,15	11,21	0,00	8,09	5,59	5,72
1,70	0,00	11,79	0,00	8,15	11,24	0,00	8,10	5,58	5,72
1,71	0,00	11,81	0,00	8,15	11,27	0,00	8,11	5,58	5,72
1,72	0,00	11,83	0,00	8,15	11,30	0,00	8,11	5,57	5,72
1,73	0,00	11,84	0,00	8,16	11,33	0,00	8,12	5,57	5,72

1,74	0,00	11,86	0,00	8,16	11,36	0,00	8,12	5,56	5,72
1,75	0,00	11,88	0,00	8,16	11,39	0,00	8,13	5,56	5,72
1,76	0,00	11,90	0,00	8,16	11,40	0,00	8,14	5,56	5,72
1,77	0,00	11,91	0,00	8,16	11,41	0,00	8,15	5,55	5,72
1,78	0,00	11,93	0,00	8,17	11,41	0,00	8,15	5,55	5,72
1,79	0,00	11,94	0,00	8,17	11,42	0,00	8,16	5,54	5,72
1,80	0,00	11,96	0,00	8,17	11,43	0,00	8,17	5,54	5,72
1,81	0,00	11,97	0,00	8,17	11,47	0,00	8,17	5,54	5,72
1,82	0,00	11,99	0,00	8,17	11,52	0,00	8,17	5,54	5,72
1,83	0,00	12,00	0,00	8,17	11,56	0,00	8,16	5,55	5,72
1,84	0,00	12,02	0,00	8,17	11,61	0,00	8,16	5,55	5,72
1,85	0,00	12,03	0,00	8,17	11,65	0,00	8,16	5,55	5,72
1,86	0,00	12,05	0,00	8,17	11,67	0,00	8,16	5,55	5,72
1,87	0,00	12,07	0,00	8,17	11,70	0,00	8,15	5,55	5,72
1,88	0,00	12,10	0,00	8,18	11,72	0,00	8,15	5,56	5,72
1,89	0,00	12,12	0,00	8,18	11,75	0,00	8,14	5,56	5,72
1,90	0,00	12,14	0,00	8,18	11,77	0,00	8,14	5,56	5,72
1,91	0,00	12,15	0,00	8,18	11,78	0,00	8,14	5,57	5,72
1,92	0,00	12,15	0,00	8,18	11,79	0,00	8,14	5,58	5,72
1,93	0,00	12,16	0,00	8,19	11,81	0,00	8,13	5,58	5,72
1,94	0,00	12,16	0,00	8,19	11,82	0,00	8,13	5,59	5,72
1,95	0,00	12,17	0,00	8,19	11,83	0,00	8,13	5,60	5,72
1,96	0,00	12,18	0,00	8,19	11,84	0,00	8,13	5,61	5,72
1,97	0,00	12,18	0,00	8,19	11,85	0,00	8,13	5,62	5,72
1,98	0,00	12,19	0,00	8,20	11,86	0,00	8,12	5,62	5,72
1,99	0,00	12,19	0,00	8,20	11,87	0,00	8,12	5,63	5,72
2,00	0,00	12,20	0,00	8,20	11,88	0,00	8,12	5,64	5,72
∞	0,00	12,20	0,00	8,20	11,88	0,00	8,12	5,64	5,72





**ANEXO D**  
**COEFICIENTES ( $k_x, k_y, k'_x, k'_y$ )**



**Tabela 10 - Coeficiente Kx para o cálculo das reações nas vigas de apoio.**

kx	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,00	2,50	1,83	2,32	1,83	1,44	0,00	1,44	0,00	0,00
1,01	2,52	1,85	2,33	1,85	1,46	0,00	1,46	0,00	0,00
1,02	2,55	1,87	2,34	1,87	1,47	0,00	1,47	0,00	0,00
1,03	2,57	1,88	2,36	1,88	1,49	0,00	1,49	0,00	0,00
1,04	2,60	1,90	2,37	1,90	1,50	0,00	1,50	0,00	0,00
1,05	2,62	1,92	2,38	1,92	1,52	0,00	1,52	0,00	0,00
1,06	2,64	1,94	2,39	1,94	1,53	0,00	1,53	0,00	0,00
1,07	2,66	1,96	2,40	1,95	1,55	0,00	1,55	0,00	0,00
1,08	2,69	1,97	2,42	1,97	1,56	0,00	1,56	0,00	0,00
1,09	2,71	1,99	2,43	1,98	1,58	0,00	1,58	0,00	0,00
1,10	2,73	2,01	2,44	2,00	1,59	0,00	1,59	0,00	0,00
1,11	2,75	2,03	2,45	2,01	1,60	0,00	1,60	0,00	0,00
1,12	2,77	2,05	2,46	2,03	1,62	0,00	1,62	0,00	0,00
1,13	2,79	2,06	2,48	2,04	1,63	0,00	1,63	0,00	0,00
1,14	2,81	2,08	2,49	2,06	1,65	0,00	1,65	0,00	0,00
1,15	2,83	2,10	2,50	2,07	1,66	0,00	1,66	0,00	0,00
1,16	2,85	2,12	2,51	2,08	1,67	0,00	1,67	0,00	0,00
1,17	2,87	2,14	2,52	2,10	1,69	0,00	1,69	0,00	0,00
1,18	2,88	2,16	2,52	2,11	1,70	0,00	1,70	0,00	0,00
1,19	2,90	2,18	2,53	2,13	1,72	0,00	1,72	0,00	0,00
1,20	2,92	2,20	2,54	2,14	1,73	0,00	1,73	0,00	0,00
1,21	2,94	2,22	2,55	2,15	1,74	0,00	1,74	0,00	0,00
1,22	2,95	2,24	2,56	2,16	1,76	0,00	1,76	0,00	0,00
1,23	2,97	2,25	2,57	2,18	1,77	0,00	1,77	0,00	0,00
1,24	2,98	2,27	2,58	2,19	1,79	0,00	1,79	0,00	0,00
1,25	3,00	2,29	2,59	2,20	1,80	0,00	1,80	0,00	0,00
1,26	3,02	2,31	2,60	2,21	1,82	0,00	1,82	0,00	0,00
1,27	3,03	2,33	2,61	2,22	1,83	0,00	1,83	0,00	0,00
1,28	3,05	2,34	2,61	2,23	1,85	0,00	1,85	0,00	0,00
1,29	3,06	2,36	2,62	2,24	1,86	0,00	1,86	0,00	0,00
1,30	3,08	2,38	2,63	2,25	1,88	0,00	1,88	0,00	0,00
1,31	3,09	2,40	2,64	2,26	1,89	0,00	1,89	0,00	0,00
1,32	3,11	2,42	2,65	2,27	1,91	0,00	1,90	0,00	0,00
1,33	3,12	2,43	2,65	2,28	1,92	0,00	1,92	0,00	0,00
1,34	3,14	2,45	2,66	2,29	1,94	0,00	1,93	0,00	0,00

1,35	3,15	2,47	2,67	2,30	1,95	0,00	1,94	0,00	0,00
1,36	3,16	2,49	2,68	2,31	1,96	0,00	1,95	0,00	0,00
1,37	3,17	2,51	2,68	2,32	1,98	0,00	1,96	0,00	0,00
1,38	3,19	2,52	2,69	2,33	1,99	0,00	1,98	0,00	0,00
1,39	3,20	2,54	2,69	2,34	2,01	0,00	1,99	0,00	0,00
1,40	3,21	2,56	2,70	2,35	2,02	0,00	2,00	0,00	0,00
1,41	3,22	2,58	2,71	2,36	2,03	0,00	2,01	0,00	0,00
1,42	3,24	2,59	2,72	2,37	2,05	0,00	2,02	0,00	0,00
1,43	3,25	2,61	2,72	2,38	2,06	0,00	2,04	0,00	0,00
1,44	3,27	2,62	2,73	2,39	2,08	0,00	2,05	0,00	0,00
1,45	3,28	2,64	2,74	2,40	2,09	0,00	2,06	0,00	0,00
1,46	3,29	2,66	2,75	2,41	2,11	0,00	2,07	0,00	0,00
1,47	3,30	2,67	2,75	2,42	2,12	0,00	2,08	0,00	0,00
1,48	3,31	2,69	2,76	2,42	2,14	0,00	2,09	0,00	0,00
1,49	3,32	2,70	2,76	2,43	2,15	0,00	2,10	0,00	0,00
1,50	3,33	2,72	2,77	2,44	2,17	0,00	2,11	0,00	0,00
1,51	3,34	2,74	2,78	2,45	2,18	0,00	2,12	0,00	0,00
1,52	3,35	2,75	2,78	2,46	2,20	0,00	2,13	0,00	0,00
1,53	3,37	2,77	2,79	2,46	2,21	0,00	2,14	0,00	0,00
1,54	3,38	2,78	2,79	2,47	2,23	0,00	2,15	0,00	0,00
1,55	3,39	2,80	2,80	2,48	2,24	0,00	2,16	0,00	0,00
1,56	3,40	2,81	2,80	2,49	2,25	0,00	2,17	0,00	0,00
1,57	3,41	2,83	2,81	2,50	2,27	0,00	2,18	0,00	0,00
1,58	3,42	2,84	2,81	2,50	2,28	0,00	2,19	0,00	0,00
1,59	3,43	2,86	2,82	2,51	2,30	0,00	2,20	0,00	0,00
1,60	3,44	2,87	2,82	2,52	2,31	0,00	2,21	0,00	0,00
1,61	3,45	2,88	2,83	2,53	2,32	0,00	2,22	0,00	0,00
1,62	3,46	2,89	2,83	2,53	2,34	0,00	2,23	0,00	0,00
1,63	3,46	2,91	2,84	2,54	2,35	0,00	2,23	0,00	0,00
1,64	3,47	2,92	2,84	2,54	2,37	0,00	2,24	0,00	0,00
1,65	3,48	2,93	2,85	2,55	2,38	0,00	2,25	0,00	0,00
1,66	3,49	2,94	2,85	2,56	2,39	0,00	2,26	0,00	0,00
1,67	3,50	2,95	2,86	2,56	2,41	0,00	2,27	0,00	0,00
1,68	3,51	2,97	2,86	2,57	2,42	0,00	2,28	0,00	0,00
1,69	3,52	2,98	2,87	2,57	2,44	0,00	2,29	0,00	0,00
1,70	3,53	2,99	2,87	2,58	2,45	0,00	2,30	0,00	0,00
1,71	3,54	3,00	2,87	2,59	2,47	0,00	2,31	0,00	0,00
1,72	3,55	3,01	2,88	2,59	2,48	0,00	2,31	0,00	0,00
1,73	3,55	3,03	2,88	2,60	2,50	0,00	2,32	0,00	0,00

1,74	3,56	3,04	2,89	2,60	2,51	0,00	2,32	0,00	0,00
1,75	3,57	3,05	2,89	2,61	2,53	0,00	2,33	0,00	0,00
1,76	3,58	3,06	2,90	2,62	2,54	0,00	2,34	0,00	0,00
1,77	3,59	3,07	2,90	2,62	2,55	0,00	2,35	0,00	0,00
1,78	3,59	3,08	2,91	2,63	2,57	0,00	2,35	0,00	0,00
1,79	3,60	3,09	2,91	2,63	2,58	0,00	2,36	0,00	0,00
1,80	3,61	3,10	2,92	2,64	2,59	0,00	2,37	0,00	0,00
1,81	3,62	3,11	2,92	2,65	2,60	0,00	2,38	0,00	0,00
1,82	3,63	3,12	2,93	2,65	2,62	0,00	2,38	0,00	0,00
1,83	3,63	3,13	2,93	2,66	2,63	0,00	2,39	0,00	0,00
1,84	3,64	3,14	2,94	2,66	2,65	0,00	2,39	0,00	0,00
1,85	3,65	3,15	2,94	2,67	2,66	0,00	2,40	0,00	0,00
1,86	3,66	3,16	2,94	2,68	2,67	0,00	2,41	0,00	0,00
1,87	3,66	3,17	2,95	2,68	2,68	0,00	2,42	0,00	0,00
1,88	3,67	3,18	2,95	2,69	2,70	0,00	2,42	0,00	0,00
1,89	3,67	3,19	2,96	2,69	2,71	0,00	2,43	0,00	0,00
1,90	3,68	3,20	2,96	2,70	2,72	0,00	2,44	0,00	0,00
1,91	3,69	3,21	2,96	2,70	2,73	0,00	2,45	0,00	0,00
1,92	3,70	3,22	2,96	2,71	2,74	0,00	2,45	0,00	0,00
1,93	3,70	3,23	2,97	2,71	2,76	0,00	2,46	0,00	0,00
1,94	3,71	3,24	2,97	2,72	2,77	0,00	2,46	0,00	0,00
1,95	3,72	3,25	2,97	2,72	2,78	0,00	2,47	0,00	0,00
1,96	3,73	3,26	2,97	2,73	2,79	0,00	2,48	0,00	0,00
1,97	3,73	3,27	2,98	2,73	2,80	0,00	2,48	0,00	0,00
1,98	3,74	3,27	2,98	2,74	2,82	0,00	2,49	0,00	0,00
1,99	3,74	3,28	2,99	2,74	2,83	0,00	2,49	0,00	0,00
2,00	3,75	3,29	2,99	2,75	2,84	0,00	2,50	0,00	0,00
∞	5,00	5,00	3,66	3,66	5,00	0,00	3,66	0,00	0,00

**Tabela 11 - Coeficiente  $K_y$  para o cálculo das reações nas vigas de apoio.**

ky	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,00	2,50	2,32	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,01	2,50	2,33	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,02	2,50	2,34	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,03	2,50	2,35	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,04	2,50	2,36	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,05	2,50	2,37	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,06	2,50	2,38	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,07	2,50	2,39	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,08	2,50	2,39	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,09	2,50	2,40	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,10	2,50	2,41	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,11	2,50	2,42	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,12	2,50	2,42	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,13	2,50	2,43	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,14	2,50	2,43	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,15	2,50	2,44	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,16	2,50	2,44	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,17	2,50	2,45	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,18	2,50	2,45	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,19	2,50	2,46	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,20	2,50	2,46	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,21	2,50	2,46	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,22	2,50	2,47	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,23	2,50	2,47	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,24	2,50	2,48	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,25	2,50	2,48	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,26	2,50	2,48	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,27	2,50	2,48	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,28	2,50	2,49	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,29	2,50	2,49	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,30	2,50	2,49	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,31	2,50	2,49	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,32	2,50	2,49	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,33	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,34	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00



1,74	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,75	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,76	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,77	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,78	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,79	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,80	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,81	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,82	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,83	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,84	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,85	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,86	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,87	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,88	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,89	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,90	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,91	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,92	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,93	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,94	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,95	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,96	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,97	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,98	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,99	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
2,00	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
$\infty$	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00



**Tabela 12 - Coeficiente  $K'x$  para o cálculo das reações nas vigas de apoio.**

$k'x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,00	0,00	0,00	4,02	3,17	0,00	3,56	2,50	3,03	2,50
1,01	0,00	0,00	4,04	3,20	0,00	3,57	2,53	3,05	2,52
1,02	0,00	0,00	4,06	3,23	0,00	3,59	2,55	3,07	2,55
1,03	0,00	0,00	4,09	3,26	0,00	3,60	2,58	3,08	2,57
1,04	0,00	0,00	4,11	3,29	0,00	3,62	2,60	3,10	2,60
1,05	0,00	0,00	4,13	3,32	0,00	3,63	2,63	3,12	2,62
1,06	0,00	0,00	4,15	3,35	0,00	3,64	2,65	3,14	2,64
1,07	0,00	0,00	4,17	3,38	0,00	3,65	2,68	3,16	2,66
1,08	0,00	0,00	4,19	3,40	0,00	3,67	2,70	3,17	2,69
1,09	0,00	0,00	4,21	3,43	0,00	3,68	2,73	3,19	2,71
1,10	0,00	0,00	4,23	3,46	0,00	3,69	2,75	3,21	2,73
1,11	0,00	0,00	4,25	3,48	0,00	3,70	2,78	3,23	2,75
1,12	0,00	0,00	4,27	3,51	0,00	3,71	2,80	3,24	2,77
1,13	0,00	0,00	4,28	3,53	0,00	3,72	2,83	3,26	2,79
1,14	0,00	0,00	4,30	3,56	0,00	3,73	2,85	3,27	2,81
1,15	0,00	0,00	4,32	3,58	0,00	3,74	2,88	3,29	2,83
1,16	0,00	0,00	4,34	3,60	0,00	3,75	2,90	3,30	2,85
1,17	0,00	0,00	4,36	3,63	0,00	3,76	2,93	3,32	2,87
1,18	0,00	0,00	4,37	3,65	0,00	3,78	2,95	3,33	2,88
1,19	0,00	0,00	4,39	3,68	0,00	3,79	2,98	3,35	2,90
1,20	0,00	0,00	4,41	3,70	0,00	3,80	3,00	3,36	2,92
1,21	0,00	0,00	4,42	3,72	0,00	3,81	3,03	3,37	2,94
1,22	0,00	0,00	4,44	3,74	0,00	3,82	3,05	3,38	2,95
1,23	0,00	0,00	4,45	3,76	0,00	3,83	3,08	3,40	2,97
1,24	0,00	0,00	4,47	3,78	0,00	3,84	3,10	3,41	2,98
1,25	0,00	0,00	4,48	3,80	0,00	3,85	3,13	3,42	3,00
1,26	0,00	0,00	4,49	3,82	0,00	3,86	3,15	3,43	3,02
1,27	0,00	0,00	4,51	3,84	0,00	3,87	3,18	3,44	3,03
1,28	0,00	0,00	4,52	3,86	0,00	3,87	3,20	3,46	3,05
1,29	0,00	0,00	4,54	3,88	0,00	3,88	3,23	3,47	3,06
1,30	0,00	0,00	4,55	3,90	0,00	3,89	3,25	3,48	3,08
1,31	0,00	0,00	4,56	3,92	0,00	3,90	3,27	3,49	3,09
1,32	0,00	0,00	4,58	3,94	0,00	3,91	3,29	3,50	3,11
1,33	0,00	0,00	4,59	3,95	0,00	3,91	3,32	3,52	3,12
1,34	0,00	0,00	4,61	3,97	0,00	3,92	3,34	3,53	3,14

1,35	0,00	0,00	4,62	3,99	0,00	3,93	3,36	3,54	3,15
1,36	0,00	0,00	4,63	4,01	0,00	3,94	3,38	3,55	3,16
1,37	0,00	0,00	4,64	4,03	0,00	3,95	3,40	3,56	3,17
1,38	0,00	0,00	4,66	4,04	0,00	3,95	3,43	3,57	3,19
1,39	0,00	0,00	4,67	4,06	0,00	3,96	3,45	3,58	3,20
1,40	0,00	0,00	4,68	4,08	0,00	3,97	3,47	3,59	3,21
1,41	0,00	0,00	4,69	4,09	0,00	3,98	3,49	3,60	3,22
1,42	0,00	0,00	4,70	4,11	0,00	3,98	3,51	3,61	3,24
1,43	0,00	0,00	4,72	4,12	0,00	3,99	3,53	3,62	3,25
1,44	0,00	0,00	4,73	4,14	0,00	3,99	3,55	3,63	3,27
1,45	0,00	0,00	4,74	4,15	0,00	4,00	3,57	3,64	3,28
1,46	0,00	0,00	4,75	4,17	0,00	4,01	3,59	3,65	3,29
1,47	0,00	0,00	4,76	4,18	0,00	4,02	3,61	3,66	3,30
1,48	0,00	0,00	4,77	4,20	0,00	4,02	3,62	3,67	3,31
1,49	0,00	0,00	4,78	4,21	0,00	4,03	3,64	3,68	3,32
1,50	0,00	0,00	4,79	4,23	0,00	4,04	3,66	3,69	3,33
1,51	0,00	0,00	4,80	4,24	0,00	4,05	3,68	3,70	3,34
1,52	0,00	0,00	4,81	4,25	0,00	4,05	3,70	3,71	3,35
1,53	0,00	0,00	4,82	4,27	0,00	4,06	3,71	3,71	3,37
1,54	0,00	0,00	4,83	4,28	0,00	4,06	3,73	3,72	3,38
1,55	0,00	0,00	4,84	4,29	0,00	4,07	3,75	3,73	3,39
1,56	0,00	0,00	4,85	4,30	0,00	4,08	3,77	3,74	3,40
1,57	0,00	0,00	4,86	4,32	0,00	4,08	3,78	3,75	3,41
1,58	0,00	0,00	4,87	4,33	0,00	4,09	3,80	3,75	3,42
1,59	0,00	0,00	4,88	4,35	0,00	4,09	3,81	3,76	3,43
1,60	0,00	0,00	4,89	4,36	0,00	4,10	3,83	3,77	3,44
1,61	0,00	0,00	4,90	4,37	0,00	4,11	3,84	3,78	3,45
1,62	0,00	0,00	4,91	4,38	0,00	4,11	3,86	3,79	3,46
1,63	0,00	0,00	4,91	4,40	0,00	4,12	3,87	3,79	3,46
1,64	0,00	0,00	4,92	4,41	0,00	4,12	3,89	3,80	3,47
1,65	0,00	0,00	4,93	4,42	0,00	4,13	3,90	3,81	3,48
1,66	0,00	0,00	4,94	4,43	0,00	4,13	3,92	3,82	3,49
1,67	0,00	0,00	4,95	4,44	0,00	4,14	3,93	3,82	3,50
1,68	0,00	0,00	4,95	4,46	0,00	4,14	3,95	3,83	3,51
1,69	0,00	0,00	4,96	4,47	0,00	4,15	3,96	3,83	3,52
1,70	0,00	0,00	4,97	4,48	0,00	4,15	3,98	3,84	3,53
1,71	0,00	0,00	4,98	4,49	0,00	4,15	3,99	3,85	3,54
1,72	0,00	0,00	4,99	4,50	0,00	4,16	4,00	3,85	3,55
1,73	0,00	0,00	4,99	4,51	0,00	4,16	4,02	3,86	3,55

1,74	0,00	0,00	5,00	4,52	0,00	4,17	4,03	3,86	3,56
1,75	0,00	0,00	5,01	4,53	0,00	4,17	4,04	3,87	3,57
1,76	0,00	0,00	5,02	4,52	0,00	4,18	4,05	3,88	3,58
1,77	0,00	0,00	5,03	4,51	0,00	4,18	4,07	3,88	3,59
1,78	0,00	0,00	5,03	4,50	0,00	4,19	4,08	3,89	3,59
1,79	0,00	0,00	5,04	4,49	0,00	4,19	4,10	3,89	3,60
1,80	0,00	0,00	5,05	4,48	0,00	4,20	4,11	3,90	3,61
1,81	0,00	0,00	5,06	4,51	0,00	4,20	4,12	3,91	3,62
1,82	0,00	0,00	5,07	4,54	0,00	4,21	4,13	3,91	3,63
1,83	0,00	0,00	5,07	4,57	0,00	4,21	4,15	3,92	3,63
1,84	0,00	0,00	5,08	4,60	0,00	4,22	4,16	3,92	3,64
1,85	0,00	0,00	5,09	4,63	0,00	4,22	4,17	3,93	3,65
1,86	0,00	0,00	5,10	4,64	0,00	4,22	4,18	3,94	3,66
1,87	0,00	0,00	5,10	4,65	0,00	4,23	4,19	3,94	3,66
1,88	0,00	0,00	5,11	4,65	0,00	4,23	4,19	3,95	3,67
1,89	0,00	0,00	5,11	4,66	0,00	4,24	4,20	3,95	3,67
1,90	0,00	0,00	5,12	4,67	0,00	4,24	4,21	3,96	3,68
1,91	0,00	0,00	5,13	4,68	0,00	4,24	4,22	3,97	3,69
1,92	0,00	0,00	5,13	4,69	0,00	4,25	4,24	3,97	3,70
1,93	0,00	0,00	5,14	4,69	0,00	4,25	4,25	3,98	3,70
1,94	0,00	0,00	5,14	4,70	0,00	4,26	4,27	3,98	3,71
1,95	0,00	0,00	5,15	4,71	0,00	4,26	4,28	3,99	3,72
1,96	0,00	0,00	5,16	4,72	0,00	4,26	4,29	3,99	3,73
1,97	0,00	0,00	5,16	4,73	0,00	4,27	4,30	4,00	3,73
1,98	0,00	0,00	5,17	4,73	0,00	4,27	4,31	4,00	3,74
1,99	0,00	0,00	5,17	4,74	0,00	4,28	4,32	4,01	3,74
2,00	0,00	0,00	5,18	4,75	0,00	4,28	4,33	4,01	3,75
$\infty$	0,00	0,00	6,25	6,33	0,00	5,00	6,34	5,00	5,00

**Tabela 13 - Coeficiente  $K_y$  para o cálculo das reações nas vigas de apoio.**

k'y	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,00	0,00	4,02	0,00	3,17	3,56	0,00	3,03	2,50	2,50
1,01	0,00	4,04	0,00	3,17	3,58	0,00	3,04	2,50	2,50
1,02	0,00	4,05	0,00	3,17	3,60	0,00	3,05	2,50	2,50
1,03	0,00	4,07	0,00	3,17	3,62	0,00	3,06	2,50	2,50
1,04	0,00	4,08	0,00	3,17	3,64	0,00	3,07	2,50	2,50
1,05	0,00	4,10	0,00	3,17	3,66	0,00	3,08	2,50	2,50
1,06	0,00	4,11	0,00	3,17	3,68	0,00	3,09	2,50	2,50
1,07	0,00	4,13	0,00	3,17	3,70	0,00	3,09	2,50	2,50
1,08	0,00	4,14	0,00	3,17	3,71	0,00	3,10	2,50	2,50
1,09	0,00	4,16	0,00	3,17	3,73	0,00	3,10	2,50	2,50
1,10	0,00	4,17	0,00	3,17	3,75	0,00	3,11	2,50	2,50
1,11	0,00	4,18	0,00	3,17	3,77	0,00	3,12	2,50	2,50
1,12	0,00	4,19	0,00	3,17	3,79	0,00	3,12	2,50	2,50
1,13	0,00	4,20	0,00	3,17	3,80	0,00	3,13	2,50	2,50
1,14	0,00	4,21	0,00	3,17	3,82	0,00	3,13	2,50	2,50
1,15	0,00	4,22	0,00	3,17	3,84	0,00	3,14	2,50	2,50
1,16	0,00	4,23	0,00	3,17	3,86	0,00	3,14	2,50	2,50
1,17	0,00	4,24	0,00	3,17	3,87	0,00	3,15	2,50	2,50
1,18	0,00	4,25	0,00	3,17	3,89	0,00	3,15	2,50	2,50
1,19	0,00	4,26	0,00	3,17	3,90	0,00	3,16	2,50	2,50
1,20	0,00	4,27	0,00	3,17	3,92	0,00	3,16	2,50	2,50
1,21	0,00	4,28	0,00	3,17	3,93	0,00	3,16	2,50	2,50
1,22	0,00	4,28	0,00	3,17	3,95	0,00	3,16	2,50	2,50
1,23	0,00	4,29	0,00	3,17	3,96	0,00	3,17	2,50	2,50
1,24	0,00	4,29	0,00	3,17	3,98	0,00	3,17	2,50	2,50
1,25	0,00	4,30	0,00	3,17	3,99	0,00	3,17	2,50	2,50
1,26	0,00	4,30	0,00	3,17	4,00	0,00	3,17	2,50	2,50
1,27	0,00	4,31	0,00	3,17	4,02	0,00	3,17	2,50	2,50
1,28	0,00	4,31	0,00	3,17	4,03	0,00	3,17	2,50	2,50
1,29	0,00	4,32	0,00	3,17	4,05	0,00	3,17	2,50	2,50
1,30	0,00	4,32	0,00	3,17	4,06	0,00	3,17	2,50	2,50
1,31	0,00	4,32	0,00	3,17	4,07	0,00	3,17	2,50	2,50
1,32	0,00	4,32	0,00	3,17	4,08	0,00	3,17	2,50	2,50
1,33	0,00	4,33	0,00	3,17	4,10	0,00	3,17	2,50	2,50
1,34	0,00	4,33	0,00	3,17	4,11	0,00	3,17	2,50	2,50

1,35	0,00	4,33	0,00	3,17	4,12	0,00	3,17	2,50	2,50
1,36	0,00	4,33	0,00	3,17	4,13	0,00	3,17	2,50	2,50
1,37	0,00	4,33	0,00	3,17	4,14	0,00	3,17	2,50	2,50
1,38	0,00	4,33	0,00	3,17	4,15	0,00	3,17	2,50	2,50
1,39	0,00	4,33	0,00	3,17	4,16	0,00	3,17	2,50	2,50
1,40	0,00	4,33	0,00	3,17	4,17	0,00	3,17	2,50	2,50
1,41	0,00	4,33	0,00	3,17	4,18	0,00	3,17	2,50	2,50
1,42	0,00	4,33	0,00	3,17	4,19	0,00	3,17	2,50	2,50
1,43	0,00	4,33	0,00	3,17	4,20	0,00	3,17	2,50	2,50
1,44	0,00	4,33	0,00	3,17	4,21	0,00	3,17	2,50	2,50
1,45	0,00	4,33	0,00	3,17	4,22	0,00	3,17	2,50	2,50
1,46	0,00	4,33	0,00	3,17	4,23	0,00	3,17	2,50	2,50
1,47	0,00	4,33	0,00	3,17	4,23	0,00	3,17	2,50	2,50
1,48	0,00	4,33	0,00	3,17	4,24	0,00	3,17	2,50	2,50
1,49	0,00	4,33	0,00	3,17	4,24	0,00	3,17	2,50	2,50
1,50	0,00	4,33	0,00	3,17	4,25	0,00	3,17	2,50	2,50
1,51	0,00	4,33	0,00	3,17	4,26	0,00	3,17	2,50	2,50
1,52	0,00	4,33	0,00	3,17	4,26	0,00	3,17	2,50	2,50
1,53	0,00	4,33	0,00	3,17	4,27	0,00	3,17	2,50	2,50
1,54	0,00	4,33	0,00	3,17	4,27	0,00	3,17	2,50	2,50
1,55	0,00	4,33	0,00	3,17	4,28	0,00	3,17	2,50	2,50
1,56	0,00	4,33	0,00	3,17	4,28	0,00	3,17	2,50	2,50
1,57	0,00	4,33	0,00	3,17	4,29	0,00	3,17	2,50	2,50
1,58	0,00	4,33	0,00	3,17	4,29	0,00	3,17	2,50	2,50
1,59	0,00	4,33	0,00	3,17	4,30	0,00	3,17	2,50	2,50
1,60	0,00	4,33	0,00	3,17	4,30	0,00	3,17	2,50	2,50
1,61	0,00	4,33	0,00	3,17	4,30	0,00	3,17	2,50	2,50
1,62	0,00	4,33	0,00	3,17	4,31	0,00	3,17	2,50	2,50
1,63	0,00	4,33	0,00	3,17	4,31	0,00	3,17	2,50	2,50
1,64	0,00	4,33	0,00	3,17	4,32	0,00	3,17	2,50	2,50
1,65	0,00	4,33	0,00	3,17	4,32	0,00	3,17	2,50	2,50
1,66	0,00	4,33	0,00	3,17	4,32	0,00	3,17	2,50	2,50
1,67	0,00	4,33	0,00	3,17	4,32	0,00	3,17	2,50	2,50
1,68	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,69	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,70	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,71	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,72	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,73	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50

1,74	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,75	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,76	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,77	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,78	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,79	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,80	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,81	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,82	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,83	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,84	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,85	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,86	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,87	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,88	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,89	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,90	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,91	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,92	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,93	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,94	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,95	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,96	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,97	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,98	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
1,99	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
2,00	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50
$\infty$	0,00	4,33	0,00	3,17	4,33	0,00	3,17	2,50	2,50

**APÊNDICE A**  
**PLANTA DE FORMAS DO PAVIMENTO TIPO**

