

Alexandre José Tuoto Silveira Mello

**USO DE TÉCNICAS DE REDES NEURAIIS EM
INSTRUMENTAÇÃO PARA ASTRONOMIA**

Tese submetido ao Programa de Pós-
Graduação em Física para a obtenção
do Grau de Doutor em Física.
Orientador: Prof. Dr. Antônio Ka-
naan

Florianópolis

2014

AGRADECIMENTOS

Este projeto recebeu suporte financeiro da FAPESC sob o número de projeto TR2012-000034.

Agradeço o suporte sob forma de bolsa de estudos da CAPES e do CNPQ, e bolsa de estudos sanduíche da CAPES proc. BEX-0955/11-6, e ao suporte financeiro do INCT-A

Agradeço o apoio de Paul Hickson no fornecimento de dados do LIDAR do Large Zenith Telescope.

Este trabalho fez uso das instalações de computação do Laboratório de Astroinformática (IAG/USP).

Agradeço aos colegas do grupo de astrofísica pela amizade e companheirismo, em especial Fábio Herpich, Tiago Ribeiro, Adriano Fagundes, Rafael Bernardi e Germano Bortolotto.

Aos amigos do Chile Angela Cortes e James Osborn, tanto pela amizade quanto pela ajuda nos trabalhos.

Ao Antonio Kanaan, pela discussão teórica e prática, cujo incentivo subsidiou as reflexões e construção deste documento. Por ter sido um companheiro na orientação e realização desta pesquisa dando respaldo científico e tornando-o possível.

Ao Dani Guzman pelo apoio e orientação durante o meu período no Chile.

Ao Antonio Machado pelo suporte prestado em tudo que concerne a Pós-Graduação.

Ao meu sogro Wilson Taveira por seu apoio e revisões mas que infelizmente não pôde ver este trabalho terminado.

E um agradecimento especial à minha esposa Débora Amaral Taveira Mello por todo o encorajamento e apoio sem o qual este trabalho não seria possível.

RESUMO

O uso de Óptica Adaptativa está se tornando cada vez mais importante para o aproveitamento máximo dos telescópios, e será obrigatória para os telescópios gigantes de nova geração. Neste documento serão descritos os projetos a serem trabalhados no desenvolvimento de técnicas para óptica adaptativa utilizando redes neurais artificiais. Para a técnica de campo amplo MOAO apresentamos uma técnica com redes neurais artificiais capaz de executar tomografia como outras técnicas existentes, mas com o benefício de não necessitar de conhecimento prévio do perfil da turbulência atmosférica. Também utilizamos redes neurais artificiais para sensores de frente de onda Shack-Hartmann em telescópios gigantes. Quando este tipo de sensor é usado com estrelas guia laser para amostrar a pupila de telescópios com 30 m de diâmetro ou mais, é necessário computar o centroide de pontos alongados, com o ângulo e razão de alongamento variando através da pupila. Técnicas existentes como *matched filter* são consideradas as melhores para computar o centroide de pontos alongados, entretanto elas não são boas em lidar com condições dinâmicas como a variação no perfil da camada de sódio. Neste trabalho propomos uma nova técnica usando redes neurais artificiais, que se aproveita da habilidade das redes neurais de lidarem com condições variáveis, superando as técnicas existentes quando testada sob condições variáveis. Desenvolvemos simulações completas para examinar nossa nova técnica e compará-la com outras.

Palavras-chave: MOAO. Tomografia. Sensores de frente de onda.

ABSTRACT

The use of Adaptive Optics is becoming ever more important to the maximum utilization of telescopes, and will be mandatory for the new generation of extremely large telescopes. In this document the projects to be worked on the development of techniques for adaptive optics using artificial neural networks will be described. For the wide field MOAO technique we present a technique with artificial neural networks capable of executing turbulence tomography as do other existing techniques, but with the benefit of not needing to have the knowledge of the turbulence profile. We also used artificial neural networks for the Shack-Hartmann wavefront sensors in extremely large telescopes. When using this type of sensors in conjunction with laser guide stars for sampling the pupil of telescopes with 30 m in diameter or more, it is necessary to compute the centroid of elongated spots, with elongation angle and ratio changing across the telescope pupil. Existing techniques such as matched filter have been considered as best ones to compute the centroid of elongated spots, however they are not good at coping with dynamic conditions such as a variation in the Sodium profile causing a differences in the spot. In this work we propose a new technique using artificial neural networks, which take advantage of the neural networks' ability to cope with changing conditions, outperforming existing techniques when tested under variable conditions. We have developed thorough simulations to probe our new technique and compare it with existing algorithms.

Keywords: MOAO. Tomography. Wavefront sensors.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Exemplo de arquitetura de uma rede neural artificial...	22
Figura 2	Vista em corte do disco de Airy	23
Figura 3	Dois discos de Airy próximos como visto por um CCD.	24
Figura 4	Densidade espectral de potência típica para turbulência atmosférica	27
Figura 5	Imagem dos polinômios de Zernike.....	29
Figura 6	Sistema de óptica adaptativa clássico	31
Figura 7	Sistema de Controle para Óptica Adaptativa.....	32
Figura 8	Sensor de frente de onda Shack-Hartmann	33
Figura 9	Reconstrução da frente de onda.....	33
Figura 10	Relação entre as inclinações	34
Figura 11	Matriz de inclinações	35
Figura 12	Efeito Cone para estrelas guia laser	36
Figura 13	Visão em corte de um espelho segmentado	38
Figura 14	Visão em corte de um espelho de película.....	38
Figura 15	Sistema de controle detalhado	39
Figura 16	Diagrama de sistema GLAO	41
Figura 17	Diagrama de sistema MCAO	42
Figura 18	Diagrama de sistema MOAO	44
Figura 19	Diagrama topológico dos feixes de luz de quatro estrelas observadas em um telescópio	45
Figura 20	Alongamento de ponto em sensores Shack-Hartmann...	55
Figura 21	Exemplo de perfil de densidade da camada de sódio...	57
Figura 22	Sequência normalizada de perfis de densidade da camada de sódio.....	58
Figura 23	Posicionamento dos pixels de um detector de coordenadas polares.....	64
Figura 24	Fotografia da mesa de caracterização de phase-screens .	68
Figura 25	Medição da densidade espectral de potência	71
Figura 26	Diagrama do reconstrutor tomográfico CARMEN.....	74
Figura 27	Vista em corte da sobreposição dos feixes de luz	76
Figura 28	Fotografia da bancada óptica	77
Figura 29	Fotografia das fibras ópticas montadas.....	79

Figura 30	Resultado do erro de frente de onda em função da altitude	80
Figura 31	Sobreposição das estrelas fora de eixo.....	81
Figura 32	Diagrama da ANN para determinação de centroide	84
Figura 33	Simulação de imagem para a subabertura mais externa do Shack-Hartmann.....	85
Figura 34	Ajuste de cinco Gaussianas a um perfil real de densidade da camada de sódio.....	86
Figura 35	Exemplo de um perfil sintético de densidade da camada de sódio.....	87
Figura 36	Perfil de densidade da camada de sódio com centro de gravidade centrado.....	91
Figura 37	Erro médio de pixel como função do número total de fótons detectados no caso ideal.....	92
Figura 38	Perfil de densidade da camada de sódio assimétrico	93
Figura 39	Erro médio de pixel como função do número total de fótons detectados no caso assimétrico.....	94
Figura 40	Erro médio de pixel como função do número total de fótons detectados no caso turbulento.....	95
Figura 41	Histograma da posição do ponto.....	96
Figura 42	Ponto alongado diagonalmente usado para testar as técnicas no caso com CCD cartesiano.....	97
Figura 43	Erro médio de pixel como função do número total de fótons detectados no caso de CCD cartesiano.....	98
Figura 44	Perfil da camada de sódio evoluindo continuamente....	100
Figura 45	Erro de centroide com perfil de camada de sódio evoluindo e turbulência em um detector de coordenadas polares.....	101
Figura 46	Erro de centroide com perfil de camada de sódio evoluindo e turbulência, CCD cartesiano e alongamento diagonal.....	102

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Polinômios de Zernike.....	28
Tabela 2	Percentagens de sobreposição para estrelas guias.....	76
Tabela 3	Altitudes equivalentes das camadas de turbulência.....	81
Tabela 4	Erro médio (mas) para resultados com métodos COG, CMF e ANN.....	97
Tabela 5	Erro médio relativo ao erro do método COG para CMF e ANN.....	98
Tabela 6	Erro médio (mas) para COG, CMF e ANN.....	99

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FWHM	<i>Full Width at Half Maximum</i> - Largura à Meia Altura .	17
AO	<i>Adaptive Optics</i> - Óptica Adaptativa.....	17
VLT	<i>Very Large Telescope</i>	18
PSD	<i>Power spectral density</i> - Densidade espectral de potência	25
FFT2	<i>Fast Fourier Transform in Two Dimensions</i> - Transformada Rápida de Fourier em Duas Dimensões.....	30
CCD	<i>Charged Coupled Device</i>	32
GLAO	<i>Ground Layer Adaptive Optics</i> - Óptica Adaptativa de Camadas Baixas da Atmosfera	41
MCAO	<i>Multi Conjugate Adaptive Optics</i> - Óptica Adaptativa Multi Conjugada	41
MOAO	<i>Multi Object Adaptive Optics</i> - Óptica Adaptativa de Múltiplos Objetos	41
IFU	<i>Integral Field Unit</i> - Unidade de Campo Integral.....	43
MMSE	<i>Minimum Mean Square Error</i> - Mínimo Erro Quadrático Médio.....	46
SCAO	<i>Single Conjugate Adaptive Optics</i> - Óptica Adaptativa de Conjugação Única.....	53
LBT	<i>Large Binocular Telescope</i> - Grande Telescópio Binocular	53
TMT	<i>Thirty Meter Telescope</i>	54
GMT	<i>Giant Magellan Telescope</i>	54
E-ELT	<i>European Extremely Large Telescope</i>	54
ESO	<i>European Southern Observatory</i>	54
OWL	<i>Overwhelmingly Large Telescope</i>	54
CoG	<i>Center of Gravity</i> - Centro de Gravidade.....	59
TCoG	<i>Thresholded Center of Gravity</i> - Centro de Gravidade com Limiar.....	59
WCoG	<i>Weighted Center of Gravity</i> - Centro de Gravidade Ponderado	60

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
2 REVISÃO TEÓRICA	21
2.1 REDES NEURAIS ARTIFICIAIS	21
2.2 INSTRUMENTAÇÃO ASTRONÔMICA: ÓPTICA ADAP- TATIVA	23
2.2.1 Turbulência atmosférica e o modelo de Kolmogorov	24
2.2.1.1 Polinômios de Zernike	26
2.2.2 Simulação de turbulência atmosférica	28
2.2.3 Óptica Adaptativa Clássica	30
2.2.3.1 Sensores de Frente de Onda	31
2.2.3.2 Estrelas Guia Laser	35
2.2.3.3 Espelhos deformável e de <i>Tip-Tilt</i>	37
2.2.3.4 Sistema de Controle	38
2.2.4 Sistemas de Campo Amplo: GLAO, MCAO e MOAO	40
2.2.5 Reconstructores Tomográficos	43
2.2.5.1 Método de Multiplicação Matricial	45
2.2.5.2 Learn and Apply	51
2.2.5.3 Tomografia por redes neurais artificiais	52
2.2.6 Sistemas de Óptica Adaptativa Atuais	53
2.2.7 Telescópios Gigantes	54
2.2.7.1 O problema da estrela guia laser: Alongamento de Ponto	55
2.2.7.2 Algoritmos de centroide	56
2.2.7.3 Implementação das técnicas de centróide	59
2.2.7.3.1 <i>Centro de gravidade(CoG)</i>	59
2.2.7.3.2 <i>Centro de gravidade com limiar (TCoG)</i>	60
2.2.7.3.3 <i>Centro de gravidade ponderado (WCoG)</i>	60
2.2.7.3.4 <i>Quad Cell</i>	61
2.2.7.3.5 <i>Correlação</i>	62
2.2.7.3.6 <i>Detector de Coordenadas Polares</i>	62
2.2.7.4 Implementação do <i>constrained matched filter</i>	63
2.2.7.5 Centróide por redes neurais artificiais	65
3 CARACTERIZAÇÃO DE PHASE-SCREENS	67
3.1 DESCRIÇÃO DO PROJETO	67
3.2 RESULTADOS	69
4 TESTES DE LABORATÓRIO PARA TÉCNICA DE TOMOGRAFIA POR REDES NEURAIS	73
4.1 TOMOGRAFIA POR REDES NEURAIS ARTIFICIAIS ...	73

4.2	DESCRIÇÃO DO RECONSTRUTOR TOMOGRÁFICO . . .	73
4.3	DESCRIÇÃO DO PROJETO DE BANCADA	75
4.4	RESULTADOS	79
5	TÉCNICAS DE CENTROIDE PARA SENSORES DE FRENTE DE ONDA USANDO REDES NEURASIS . .	83
5.1	OBJETIVOS	83
5.2	SIMULAÇÕES PARA REDES NEURASIS ARTIFICIAIS . . .	83
5.2.1	Modelagem de Perfil	86
5.3	REDES NEURASIS ARTIFICIAIS	87
5.4	VALIDAÇÃO	88
5.5	ARQUITETURA DA REDE NEURAL ARTIFICIAL	89
5.6	RESULTADOS	89
5.6.1	Caso ideal	90
5.6.2	Caso com perfil de camada de sódio assimétrico	91
5.6.3	Caso turbulento	93
5.6.4	Caso com CCD Cartesiano com alongamento diagonal	96
5.7	RESULTADOS DO TESTE DE FUNCIONAMENTO	99
6	CONCLUSÕES	103
	REFERÊNCIAS	107

1 INTRODUÇÃO

A melhor imagem que pode ser obtida por um telescópio possui um limite físico intransponível: a figura de difração conhecida como o disco de Airy. A figura de difração para um telescópio de 1 m é de 0.117 segundos de arco de largura à meia altura (FWHM, do inglês *Full Width at Half Maximum*), para um telescópio de 4 m é de 0,029 segundos de arco e para um telescópio de 40 m é de 0,0029 segundos de arco. Para uma gaussiana o FWHM tem um tamanho de 2.35 sigma. Entretanto, devido à turbulência atmosférica, telescópios terrestres estão longe de alcançar este limite. A atmosfera é turbulenta e esta turbulência distorce a luz dos objetos astronômicos, limitando a resolução alcançável por um telescópio. Esta distorção espalha a luz, fazendo que objetos pontuais sejam vistos como um borrão que engloba, tipicamente, um segundo de arco.

Em sítios astronômicos com condições extraordinariamente boas a imagem de uma fonte puntiforme pode alcançar valores de até 0,25 segundos de arco (RACINE; ELLERBROEK, 1995), similar à figura de difração de um telescópio de 0,5 m, e muito maior que a figura de difração de telescópios maiores.

Óptica Adaptativa (AO, do inglês Adaptive Optics) é a única técnica para corrigir as distorções causadas pela turbulência atmosférica em tempo real, melhorando significativamente a resolução angular alcançável por um telescópio. Sugerida inicialmente por Babcock (1953) e implementada pela primeira vez nos anos 1980s (MERKLE et al., 1989), esta técnica transforma a frente de onda distorcida pela turbulência atmosférica de volta em uma frente de onda plana como era antes de entrar na atmosfera. A correção da frente de onda é alcançada medindo a forma da frente de onda e introduzindo distorções de compensação em um espelho deformável. A medição e compensação devem acontecer em um intervalo de tempo menor que a escala de tempo característica das mudanças na atmosfera. A frequência típica para compensação em sistemas AO clássicos é por volta de 50 a 250 Hz (HARDY, 1998), mas sistemas modernos estão sendo planejados que necessitariam alcançar até 1000 Hz (DAVIES; KASPER, 2012).

A primeira geração deste tipo de sistema alcança bons níveis de correção, mas apenas dentro de um campo de visão estreito. Para se avaliar a correção de um sistema de AO costuma-se usar o Strehl Ratio, que é a razão da intensidade detectada de uma fonte puntiforme pela intensidade teórica que seria gerada por um sistema perfeito trabalhando

no limite de difração. Como exemplo, o sistema de óptica adaptativa adotado no telescópio Keck chega a Strehl Ratio de 70% na banda K, o que equivale a um FWHM de 81 milíarcosegundos (WIZINOWICH et al., 2006). Entretanto, esta correção é obtida apenas em uma região ao redor do centro do campo em um ângulo limitado de alguns segundos de arco, fora dessa pequena área a correção é ineficaz.

Durante a última década, a AO simples utilizando estrelas guia naturais e laser emergiu como uma tecnologia de nicho e está começando a ter um impacto maior na astrofísica. Um dos grandes sucessos da AO tem sido impulsionar o nosso entendimento da fotosfera solar. Como apontado por Rimmele e Marino (2000) sistemas de AO são usados na maioria das observações. Entre os maiores telescópios de observação solar em operação estão o Big Bear Solar Observatory de 1,6m de diâmetro, que alcança uma resolução de 0,12 segundos de arco a 706 nm (GOODE et al., 2010).

Também no sistema solar AO tem sido usada para observação de asteroides. No VLT (*Very Large Telescope*), AO foi usada para confirmar que alguns asteroides são sistemas múltiplos, com a confirmação que o sistema 87 Silvia tem duas luas (MARCHIS et al., 2005). Isso é importante pois o melhor método de se medir a massa de um asteroide é observar a órbita de uma lua em seu redor. Hoje se conhece cerca de 150 asteroides binários no cinturão de asteroides, e AO é importante no estudo destes sistemas (DAVIES; KASPER, 2012).

Planetas também são alvos importantes para o uso de AO, que é particularmente adequada ao estudo da atmosfera dos planetas e de seus satélites. Um alvo frequente é Titã, o único satélite com uma atmosfera densa. Ele já foi observado por uma variedade de sistemas de AO capazes de resolver espacialmente seu diâmetro de 0,8 segundos de arco e acompanhando variações sazonais e diárias em sua atmosfera, como exemplificado pelos trabalhos de Hartung et al. (2004), Hirtzig et al. (2006) e Adámkovic et al. (2007).

Em estudo de estrelas AO tem sido usado em procuras por companheiras de baixa massa nas proximidades de estrelas de massa maior, desde os mapeamentos de estrelas OB utilizando o ADONIS (SHATSKY; TOKOVININ, 2002) até observações nas cercanias de análogos solares (METCHEV; HILLENBRAND, 2009).

AO tem contribuído também no estudo de discos circunstelares proporcionando dados no infravermelho com a mesma resolução de imagens ópticas do Hubble. O primeiro disco circunstellar a ser observado foi o beta Pic (GOLIMOWSKI; DURRANCE; CLAMPIN, 1993). Detecção de água no disco da estrela HD 142527 foi obtida utilizando coronografia

com AO no telescópio Subaru (HONDA et al., 2009). AO utilizando mascaramento de abertura está proporcionando evidências que os buracos centrais em discos são devido à presença de estrelas binárias (KRAUS et al., 2012) ou planetas gigantes (HUÉLAMO et al., 2011) (KRAUS; IRELAND, 2012).

O estudo do centro galáctico é um campo que tem avançado rapidamente em que é de particular interesse resolver espacialmente populações estelares e em que AO tem um papel central. Uma das aplicações mais notáveis de AO é resolver espacialmente a estrutura interna e a cinemática de galáxias com formação estelar a um redshift de 1,5 a 3, a época de pico na formação de estrelas. Como exemplo podemos citar os trabalhos de Genzel et al. (2006) e Förster Schreiber et al. (2009).

Para apoiar as pesquisas científicas nas quais a óptica adaptativa disponível atualmente é ineficaz, como estudo de lentes gravitacionais, aglomerados de galáxias, estudo de objetos muito fracos em aglomerados de estrelas, anãs brancas em aglomerados globulares, entre outros, o desenvolvimento atual de sistemas de óptica adaptativa tem seu foco em corrigir a turbulência em um campo de visão amplo (maior que um minuto de arco).

A próxima geração de telescópios, com diâmetros de 30 a 40m, está sendo projetada já com AO em mente, sendo que um dos principais motivadores da construção destes telescópios é o imageamento direto de exoplanetas. Outro grande objetivo destes telescópios é resolver espacialmente estrelas em galáxias próximas para traçar suas histórias de formação. Algum progresso já foi feito neste sentido com sistemas atuais na galáxia M31 (DAVIDGE et al., 2005) (OLSEN et al., 2006) e nas galáxias anãs mais próximas (MELBOURNE et al., 2010). A habilidade de imagear campos de estrelas com grande resolução angular também leva a outra aplicação científica, a medição do movimento próprio das estrelas e com isso derivar a cinemática interna de aglomerados ou galáxias assim como seu movimento geral.

O capítulo 2 é uma revisão da teoria a respeito de redes neurais artificiais e óptica adaptativa. No capítulo 3 são apresentados os resultados realizados em testes de laboratórios de *phase-screens*. No capítulo 4 são apresentados os resultados de laboratório para testar o funcionamento da técnica de redes neurais aplicada a tomografia atmosférica. Este trabalho é tema de um artigo publicado no Proceedings of SPIE. No capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos no desenvolvimento de uma nova técnica para obtenção de centróide em sensores de frente de onda com alongamento de ponto. Este trabalho é tema de um

artigo publicado na Monthly Notices of the Royal Astronomy Society.
Finalmente o capítulo 6 apresenta as conclusões.

2 REVISÃO TEÓRICA

2.1 REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

Uma rede neural artificial (ANN - do inglês artificial neural network) é um sistema computacional inspirado no funcionamento do cérebro que pode ser usado em cálculos complexos e não lineares e em sistemas de controle. A rede é composta por um número de nós, chamados de neurônios, conectados a entradas e saídas por uma função de peso. A função do neurônio é processar as entradas recebidas, normalmente somando matematicamente todas as entradas ponderadas com seus respectivos pesos e aplicando este valor em uma função linear ou não linear, por exemplo uma função sigmóide.

Cada neurônio é conectado diretamente a uma saída por outra função peso. A rede pode ter uma ou mais camadas de neurônios. Quando a rede tem mais de uma camada, as saídas da primeira camada servem como entradas para a camada seguinte. O número de camadas pode ser escolhido pelo projetista da rede com o objetivo de se obter os melhores resultados. A Figura 1 mostra um exemplo de uma ANN. este exemplo tem três entradas, dois neurônios em uma camada intermediária, chamada de camada oculta (no inglês, *hidden layer*), e uma saída. Os neurônios são conectados por pesos, e os valores destes pesos são determinados durante o treinamento de uma ANN.

Os pesos conectando os neurônios representam o ‘conhecimento’ da rede, com os valores dos pesos refletindo a importância da entrada correspondente para o neurônio. Para atribuir os valores para todos os pesos é necessário ‘treinar’ a rede. Durante o treinamento mostra-se à rede uma série de entradas com as saídas correspondentes. Para fazer isso é necessário um conjunto de dados em que para cada grupo de entradas as saídas corretas sejam conhecidas. Um algoritmo é então aplicado para obter-se os pesos desejados. Embora cada neurônio implemente sua função lenta e imperfeitamente, a estrutura como um todo é capaz de aprender funções e soluções complexas eficientemente (REILLY; COOPER, 1990).

Algoritmos de aprendizado procuram pelo espaço de soluções para encontrar uma solução com os melhores resultados possíveis. O algoritmo de treino backpropagation, usado neste trabalho, tenta minimizar a diferença dos mínimos quadrados através de todo o conjunto de treinamento. O conjunto de treinamento é feito de um grande número de casos para os quais o resultado já é conhecido.

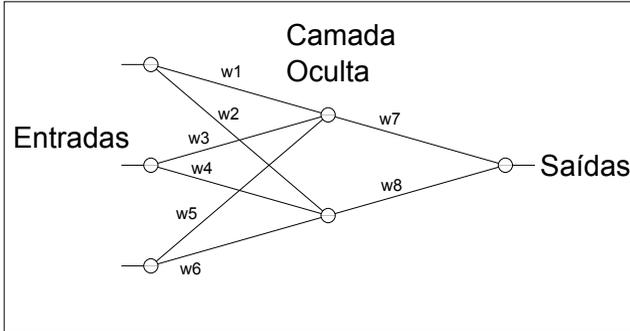


Figura 1 – Exemplo de arquitetura de uma rede neural artificial. Este exemplo possui três entradas, dois neurônios em uma camada intermediária e uma saída. Os neurônios são conectados por pesos. Cada neurônio aplica uma função à soma de suas entradas multiplicadas pelos pesos. O valor dos pesos é determinado ao se treinar a rede.

É importante ter um conjunto de treinamento grande para que se tenha variedade suficiente. A rede pode então ser treinada para ser capaz de lidar com todos os possíveis cenários. Depois de treinada a rede deve ser validada com dados que não foram vistos durante o treino (BOTTACI et al., 1997). Isso garante que a rede está funcionando e é capaz de generalizar corretamente.

Não é possível prever qual é a melhor topologia para uma ANN ou o melhor tamanho de amostra para treino, isso precisa ser determinado experimentalmente. Lições aprendidas de Osborn et al. (2012) usando ANN para sistemas de óptica adaptativa guiaram este trabalho. Uma delas sendo o uso de dados simulados para treinar a rede que será validada com dados reais.

Um problema no treinamento de redes neurais é a super-especialização (*over-fitting*). Isso pode acontecer se o conjunto de treinamento é muito pequeno, tendencioso ou se a rede tem nós demais. A consequência é que a rede perde a sua capacidade de generalizar, que é uma característica importante para uma boa rede neural. Para evitar este e outros tipos de erros de treinamento é importante que o conjunto usado para o treinamento seja estatisticamente representativo das entradas que serão encontradas posteriormente pela rede.

2.2 INSTRUMENTAÇÃO ASTRONÔMICA: ÓPTICA ADAPTATIVA

Com a evolução da tecnologia os telescópios estão ficando cada vez maiores. Isso é desejável porque telescópios maiores nos permitem enxergar mais longe. Um telescópio com maior área capta mais luz, de forma que é possível observar objetos menos luminosos. Mas esse não é o único benefício de um telescópio maior.

A luz é uma onda e efeitos de difração ocorrem quando tentamos criar uma imagem com qualquer dispositivo óptico. Ao observar uma fonte puntiforme por uma abertura circular, o que vemos não é mais um ponto, e sim uma forma estendida conhecida como disco de Airy. A Figura 2 ilustra o disco de Airy.

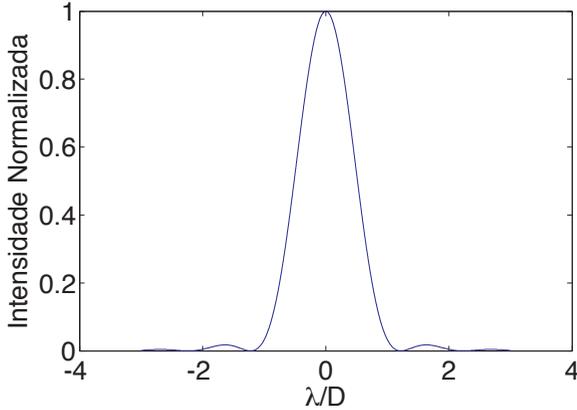


Figura 2 – Vista em corte do disco de Airy. O disco de Airy é a imagem formada quando tentamos imagear um ponto com qualquer dispositivo óptico devido a efeitos de difração. No gráfico o primeiro mínimo ocorre na posição $1,22 \lambda/D$.

Esse padrão de Airy limita a resolução alcançável por um telescópio, dois pontos (por exemplo, duas estrelas) devem ter uma distância mínima para que possam ser distinguidos. Um critério comum para se determinar essa distância é o critério de Rayleigh:

$$\theta = 1,22 \cdot \lambda/D, \quad (2.1)$$

onde θ é a distância angular mínima entre dois pontos, λ é o com-

primento de onda da luz observada e D é o diâmetro do telescópio. A Figura 3 mostra a imagem de um CCD de dois discos de Airy próximos. Se eles estivessem mais próximos seria difícil separá-los.

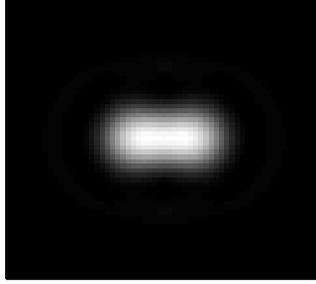


Figura 3 – Dois discos de Airy próximos como visto por um CCD. Quando dois pontos estão muito próximos a imagem se sobrepõe e isso limita a separação entre eles, estabelecendo um limite para a resolução de um telescópio.

Como se pode observar pela equação 2.1, um telescópio de diâmetro maior terá capacidade de reconhecer pontos mais próximos, ou seja, terá uma resolução melhor.

Isso é válido para um telescópio isolado da atmosfera, como um telescópio espacial, entretanto a maioria dos telescópios observam através da atmosfera. Na região do visível a atmosfera não tem grande influência na quantidade de luz captada por um telescópio por ser quase totalmente transparente, mas tem uma grande influência na resolução de um telescópio.

2.2.1 Turbulência atmosférica e o modelo de Kolmogorov

Algumas porções da atmosfera possuem temperaturas diferentes, o que faz com que essas porções tenham diferentes índices de refração. O coeficiente de refração determina a velocidade da onda eletromagnética incidente de acordo com a relação:

$$v = c/n \quad (2.2)$$

Onde v é a velocidade da luz no meio, c é a velocidade da luz no vácuo e n é o coeficiente de refração do meio. A frente de onda da luz vindo de uma estrela é praticamente plana. Ao atravessar regiões

turbulentas algumas partes da frente de onda atravessarão regiões mais densas que outras e devido às diferenças de velocidade resultantes, algumas partes da frente de onda se adiantarão em relação às outras distorcendo a forma da frente de onda. Ao observar uma estrela através de uma atmosfera turbulenta, o que se vê é um ponto distorcido movendo-se constantemente. Como a maioria das observações astronômicas se dá em um longo período de tempo, o resultado final é a soma dos efeitos da distorção do ponto e da sua movimentação resultando em uma mancha, cujo FWHM é determinado por:

$$\theta \cong \lambda/r_o \quad (2.3)$$

Onde r_o é uma medida da força da turbulência atmosférica e é conhecido como parâmetro de Fried ou comprimento de coerência de Fried. O parâmetro de Fried é uma medida estatística que define o comprimento no qual a aberração quadrática média da frente de onda resultante é menor que 1 radiano. Como pode-se observar na equação 2.3, e comparando-a com a equação 2.1, a resolução máxima que pode ser obtida por um telescópio sob influência da atmosfera é a resolução que seria obtida por um telescópio de diâmetro próximo ao valor de r_o .

Um valor típico de r_o em uma boa localização é de 10 cm a 20 cm para o visível (RACINE; ELLERBROEK, 1995), (BUSCHER et al., 1995), (NIGHTINGALE; BUSCHER, 1991). Isso significa que telescópios de diâmetro maior que 20 cm só podem alcançar resoluções compatíveis com seu tamanho, alcançando ou chegando perto de alcançar seu limite de difração, se utilizarem algum meio para corrigir a frente de onda distorcida.

Para analisar fenômenos complexos e aleatórios, como a turbulência atmosférica, é necessário desenvolver um modelo dos processos físicos básicos envolvidos. A estrutura mecânica da turbulência foi investigada por Kolmogorov (1941), que propôs um modelo para a velocidade de movimento em um meio fluido. Este modelo simples explica grande parte dos fenômenos observados.

Usando o modelo de Kolmogorov para a turbulência e aplicando a uma frente de onda atravessando camadas turbulentas de diferentes índices de refração é possível relacionar a densidade espectral de potência (PSD - do inglês *Power spectral density*) das flutuações na fase da frente de onda com o valor de r_o (HARDY, 1998):

$$\Phi(\kappa) = \frac{0,0229}{r_o^{5/3} \kappa^{11/3}} \quad (2.4)$$

onde κ é a frequência espacial. A densidade espectral de potência descreve como a potência de um sinal qualquer é distribuída através das diferentes frequências. Neste caso o sinal é a distorção da frente de onda, como para a fórmula acima sinais de baixa frequência possuem maior potência isso significa que grandes ondulações na frente de onda serão mais fortes, e ondulações de frequência espacial menor serão mais fracas.

O modelo de Kolmogorov não leva em consideração os efeitos da escala externa (*outer scale*, L_0) e da escala interna (*inner scale*, l_0) da turbulência. Segundo o modelo de Kolmogorov a turbulência se inicia com a formação de vórtices de tamanho grande e estes vão se quebrando em vórtices menores. A escala externa é o tamanho dos maiores vórtices presentes na turbulência e a escala interna é o tamanho dos menores. A escala externa não é importante quando observamos apenas um recorte pequeno da turbulência, como ocorre com telescópios comuns, mas para telescópios gigantes isso passa a ser importante. O modelo de Von Karman é uma modificação do modelo de Kolmogorov que leva em conta a escala externa L_0 e interna l_0 e é definido por (VOITSEKHOVICH; CUEVAS, 1995):

$$\Phi(\kappa) = \frac{0,0229}{r_0^{5/3}} (\kappa^2 + L_0^{-2})^{-11/6} \exp(-l_0^2 \kappa^2) \quad (2.5)$$

A Figura 4 mostra esta densidade espectral em um gráfico normalizado.

A propriedade básica de um espectro de Kolmogorov é a lei de potência de $-11/3$. À esquerda e à direita o espectro apresenta desvios desta lei por efeito da escala externa L_0 e da interna l_0 .

2.2.1.1 Polinômios de Zernike

O modelo de Kolmogorov pode gerar formas de frente de ondas complexas, que podem se beneficiar de uma forma mais simples de representação. Em sinais unidimensionais é possível utilizar a série de Fourier para representar qualquer sinal periódico como a soma de uma série de sinais senoidais. Em sistemas ópticos os polinômios bidimensionais de Zernike desempenham um papel semelhante, permitindo que formas complexas de frente de onda sejam decompostas em um conjunto de funções básicas em ordem ascendente. (NOLL, 1976)

Os polinômios de Zernike de menor ordem correspondem às aberrações de frente de onda mais familiares, como *tilt*, defocalização e

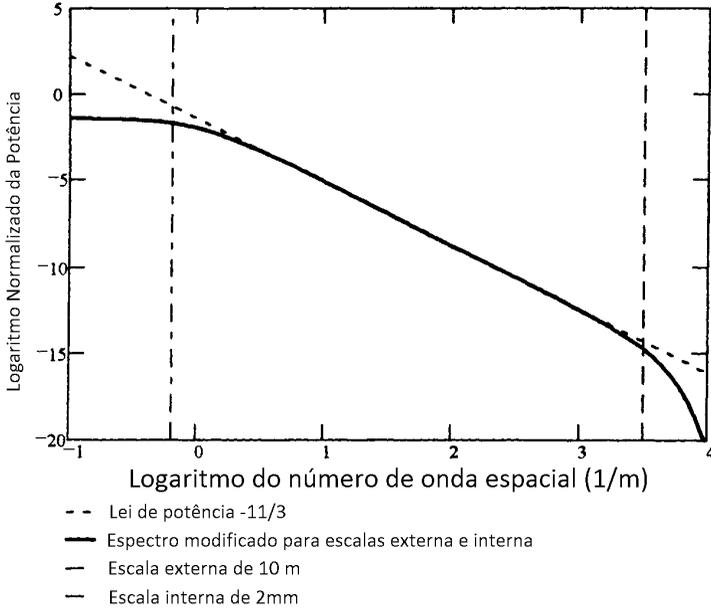


Figura 4 – Densidade espectral de potência típica para turbulência atmosférica. Fonte: (HARDY, 1998).

astigmatismo. Os polinômios de Zernike são definidos em coordenadas polares em um círculo unitário como funções de frequência azimutal m e um ângulo radial n , onde $m \leq n$, e $n - m$ é par. Os polinômios também podem ser ordenados em uma sequência j de modo que valores pares de j correspondem a funções simétricas em θ e valores ímpares de j correspondem a funções antissimétricas em θ . Os primeiros 15 polinômios de Zernike são mostrados na Tab. 1 e imagens destes polinômios são mostradas na Fig. 5.

Uma função arbitrária representando uma frente de onda com fase $\phi(r, \theta)$ em uma abertura circular pode ser expandida como

$$\phi(r, \theta) = \sum_0^{\infty} a_j Z_j(r, \theta) \quad (2.6)$$

onde as amplitudes a_j dos componentes de Zernike são dadas por

Tabela 1 – Polinômios de Zernike. Os polinômios de Zernike permitem que formas complexas de frente de onda sejam decompostas em um conjunto de funções básicas.

	m = 0	m = 1	m = 2	m = 3	m = 4
n = 0	$Z_1 = 1$				
n = 1		$Z_2 = 2r \cos \theta$ $Z_3 = 2r \sin \theta$			
n = 2	$Z_4 = \sqrt{3}(2r^2 - 1)$		$Z_5 = \sqrt{6}r^2 \sin 2\theta$ $Z_6 = \sqrt{6}r^2 \cos 2\theta$		
n = 3		$Z_7 = \sqrt{8}(3r^2 - 2r) \sin \theta$ $Z_8 = \sqrt{8}(3r^2 - 2r) \cos \theta$		$Z_9 = \sqrt{8}r^3 \sin 3\theta$ $Z_{10} = \sqrt{8}r^3 \cos 3\theta$	
n = 4	$Z_{11} = \sqrt{5}(6r^4 - 6r^2 + 1)$		$Z_{12} = \sqrt{10}(4r^4 - 3r^2) \cos 2\theta$ $Z_{13} = \sqrt{10}(4r^4 - 3r^2) \sin 2\theta$		$Z_{14} = \sqrt{10}r^4 \cos 4\theta$ $Z_{15} = \sqrt{10}r^4 \sin 4\theta$

$$a_j = \int d^2r \phi(r, \theta) Z_j(r, \theta) \quad (2.7)$$

Uma forma bidimensional definida em um círculo unitário pode ser representada pelos valores para as amplitudes a_j . Isso simplifica muito a especificação de uma frente de onda e faremos uso disto neste trabalho. Retornaremos a este assunto na seção 4.2

Com óptica adaptativa é possível se corrigir as distorções à frente de onda causadas pela turbulência atmosférica com o uso de um ou mais sensores de frente de onda, capazes de detectar qual é a distorção e um ou mais espelhos deformáveis, que tem a função de corrigir essa distorção em tempo real. A seguir as várias técnicas utilizadas para se obter essa correção são detalhadas.

2.2.2 Simulação de turbulência atmosférica

Neste trabalho, para simular turbulência, construímos o que é conhecido como uma *phase-screen*. Para isso usamos um método baseado na densidade espectral de potências. A densidade espectral de potências já foi apresentada na seção 2.2.1, tanto no modelo de Kolmogorov na equação 2.4, quanto no modelo de Von Karman na equação 2.5:

$$\Phi(\kappa) = \frac{0,0229}{r_0^{5/3} \kappa^{11/3}} \quad (2.8)$$

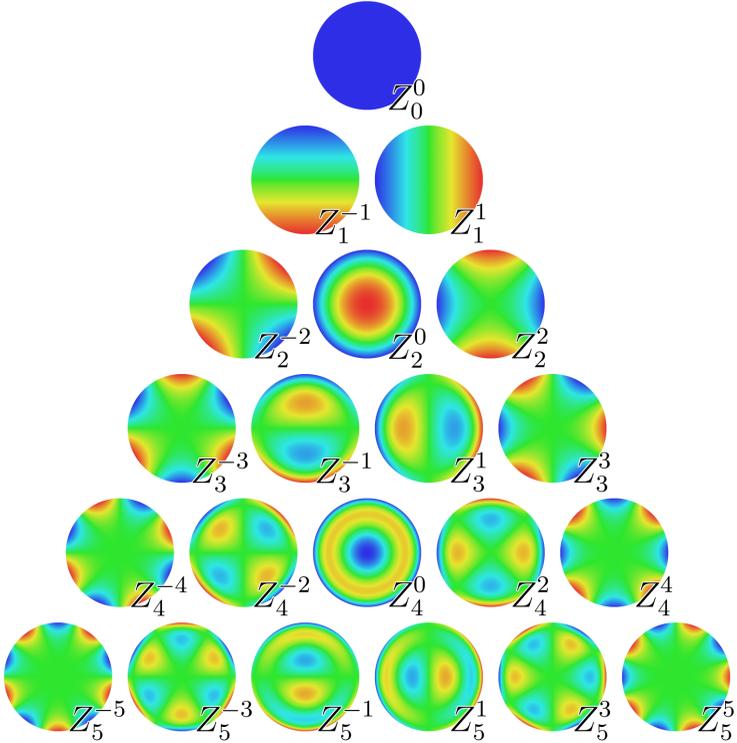


Figura 5 – Imagem dos polinômios de Zernike Z_n^m . Fonte: Wikimedia Commons

$$\Phi(\kappa) = \frac{0,0229}{r_0^{5/3}} (\kappa^2 + L_0^{-2})^{-11/6} \exp(-l_0^2 \kappa^2) \quad (2.9)$$

Estas equações definem a potência de cada uma das frequências espaciais existentes em uma amostra de frente de onda distorcida por turbulência atmosférica. Basicamente o que fazemos neste trabalho para simular uma camada turbulenta é criar uma imagem computacional com ruído branco, ou seja, um ruído onde todas as frequências tem a mesma intensidade, e filtrar este ruído segundo o espectro de Kolmogorov ou de Von Karman. Este é um processo semelhante ao que se faz na equalização sonora, atenuando ou reforçando certas frequências.

Para trabalhar em frequências utiliza-se a transformada de Fou-

rier, que computacionalmente pode ser feita usando o processo de transformada rápida de Fourier bidimensional (*Fast Fourier Transform in Two Dimensions*, FFT2).

Primeiramente se cria uma matriz com ruído branco bidimensional, uma matriz de imagem com a quantidade de pixels desejada. Como estamos trabalhando no espaço transformado as frequências deverão ser números complexos. Cada pixel terá um valor aleatório com uma distribuição normal. A filtragem de frequências se dará ao multiplicarmos essa matriz ponto a ponto por outra com o espectro de frequências, seja ele de Kolmogorov ou de Von Karman. Isso é equivalente a um filtro atenuando as frequências.

Finalmente uma transformada de Fourier bidimensional (FFT2) transformará o espectro espacial em uma imagem, cujos valores reais representam a amplitude da frente de onda distorcida e os valores imaginários representam a fase, ou vice versa. Para uso com um sensor Shack-Hartmann apenas a fase deve ser usada pois o mesmo só mede a fase da frente de onda (através das inclinações).

Uma *phase-screen* deste tipo pode representar o efeito de todas as camadas de turbulência, ou mais de uma *phase-screen* pode ser combinada para representar o efeito de múltiplas camadas turbulentas.

2.2.3 Óptica Adaptativa Clássica

O método clássico de correção é utilizar um sensor de frente de onda e um espelho deformável, trabalhando em laço fechado.

Como pode-se observar na Fig. 6, a luz do telescópio é primeiro colimada e é corrigida pelos espelhos, um deles é responsável por corrigir a movimentação da imagem (espelho *tip-tilt*) e outro é responsável por corrigir distorções de maior ordem (espelho deformável), depois a luz é dividida em dois feixes por um divisor de luz, um deles vai para a câmera científica que obterá a imagem e o outro vai para o sensor de frente de onda. Um computador processa os comandos para os espelhos de acordo com o que foi obtido pelo sensor de frente de onda.

Este tipo de sistema é de laço fechado porque a correção se dá a jusante da medição da frente de onda, de modo que o que se mede é o erro residual. Isto pode ser visualizado mais facilmente através de um diagrama do sistema de controle, na Fig. 7.

Neste diagrama podemos observar que a frente de onda incidente (ϕ_{tur}) é primeiro subtraída por reflexão da frente de onda reproduzida pelo espelho deformável (ϕ_{DM}) resultando em uma frente de onda com

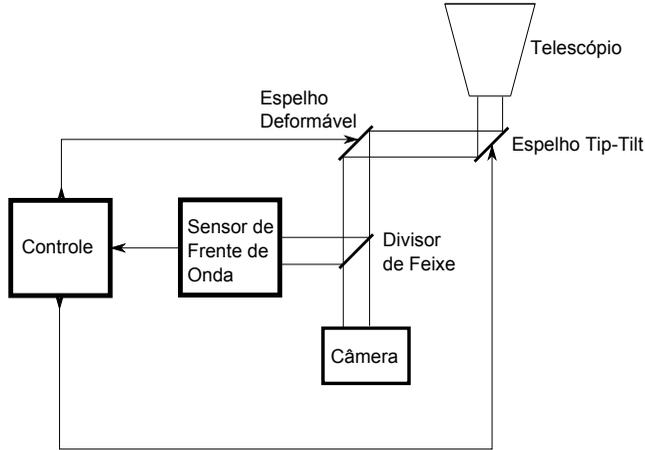


Figura 6 – Sistema de óptica adaptativa clássico. Em um sistema clássico se usa um sensor de frente de onda para medir a distorção de frente de onda, e dois espelhos são usados para corrigi-la. O espelho *tip-tilt* é um espelho rígido que corrige a inclinação geral da frente de onda e o espelho deformável corrige as aberrações de maior ordem.

um resíduo de erro (ϕ_{res}). O erro de correção residual existente será medido pelo sensor de frente de onda (H). A partir das medições obtidas pelo sensor de frente de onda o controlador (C) irá enviar os comandos necessários para corrigir o erro residual ao espelho deformável (G), fechando o laço de controle.

2.2.3.1 Sensores de Frente de Onda

Um sensor de frente de onda para AO deve ser rápido o suficiente para acompanhar as variações da atmosfera. Frequências entre 10 e 50 Hz são o mínimo necessário (DAVIES; KASPER, 2012). O sistema também precisa ser eficiente pois as fontes de luz são fracas, uma estrela ou uma estrela artificial produzida com um laser.

Existem vários tipos de sensores de frente de onda, os mais comuns sendo o sensor Shack-Hartmann, o sensor de curvatura e o sensor pirâmide. Aqui será explicado em maior detalhes o sensor do tipo Shack-Hartmann, pois além de ser o mais comum, é o sensor que será utilizado neste trabalho.

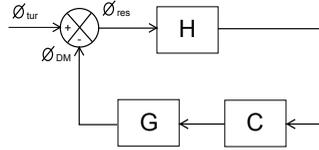


Figura 7 – Sistema de Controle para Óptica Adaptativa. A frente de onda incidente (ϕ_{tur}) é primeiro subtraída por reflexão da frente de onda reproduzida pelo espelho deformável (ϕ_{DM}) resultando em uma frente de onda com um resíduo de erro (ϕ_{res}). O erro de correção residual existente será medido pelo sensor de frente de onda (H). A partir das medições obtidas pelo sensor de frente de onda o controlador (C) irá enviar os comandos necessários para corrigir o erro residual ao espelho deformável (G)

O sensor tipo Shack-Hartmann é um sensor que divide a frente de onda em várias subaberturas e mede a inclinação média da frente de onda em cada subabertura. Essa divisão é feita por meio de uma matriz de lentes colocada em frente a um dispositivo eletrônico de imagem, normalmente um CCD. Cada lente na matriz forma o que é conhecido como uma subabertura. A Figura 8 mostra um exemplo onde observamos uma vista em corte do Shack-Hartmann. Uma frente de onda plana livre de turbulência produz pontos na projeção de cada subabertura no detector, enquanto que uma frente de onda distorcida produz pontos deslocados em cada projeção de subabertura.

Medindo a posição dos pontos na Fig. 8 a inclinação média na posição de cada subabertura pode ser determinada. O sistema de AO pode então reconstruir a forma da frente de onda distorcida através destas medições. Portanto, é essencial medir a posição de cada ponto precisamente.

Após obtidas as inclinações deve-se utilizar um reconstrutor para que seja reconstruída a forma da frente de onda medida. A Figura 9 ilustra esse processo de obtenção de uma frente de onda contínua a partir de inclinações, em uma vista de corte lateral.

Para realizar a reconstrução pode-se utilizar o método de Fried (SOUTHWELL, 1980), onde se relaciona as inclinações com os pontos circundantes à subabertura. Para a subabertura ilustrada na Fig. 10, a relação das inclinações será:

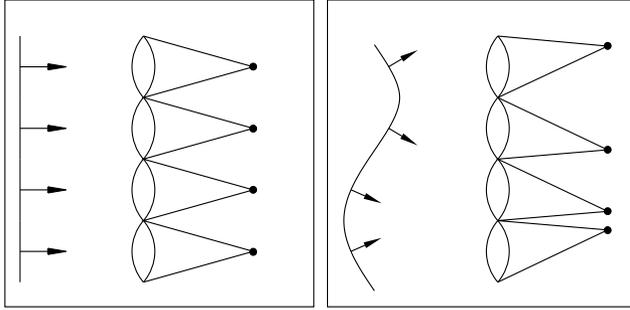


Figura 8 – Sensor de frente de onda Shack-Hartmann. A esquerda uma frente de onda plana incide sobre o sensor. A direita uma frente de onda distorcida incide e os pontos são deslocados do centro.

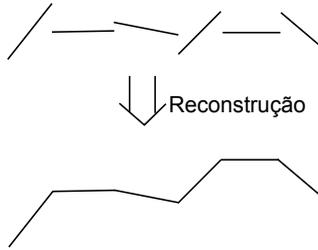


Figura 9 – Reconstrução da frente de onda. Várias medidas independentes de inclinações são combinadas para obter a forma contínua da frente de onda.

$$\begin{aligned}
 s_x &= \frac{(z_2 + z_4)/2 - (z_1 + z_3)/2}{d} \\
 s_y &= \frac{(z_3 + z_4)/2 - (z_1 + z_2)/2}{d}
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

Nesta equação, s é a inclinação da frente de onda, z é a posição da frente de onda nas bordas das sub-aberturas no eixo z , e d é a distância entre duas subaberturas.

Constrói-se então uma matriz relacionando as inclinações às posições z . A matriz completa para um sensor com 4x4 subaberturas é ilustrada na Fig. 11.

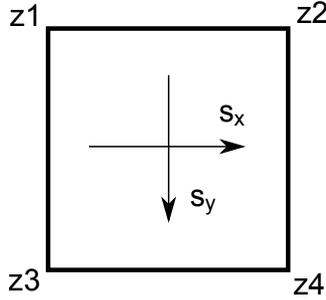


Figura 10 – Relação entre as inclinações. As inclinações horizontal e vertical podem ser relacionadas às quatro posições indicadas na figura de z1 a z4.

Para este caso a matriz é:

$$\begin{bmatrix} s_{x1} \\ s_{y1} \\ s_{x2} \\ s_{y2} \\ \vdots \\ s_{x16} \\ s_{y16} \end{bmatrix} = \frac{1}{2d} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & \dots \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{25} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Ou de forma resumida:

$$\vec{s} = B \cdot \vec{z} \quad (2.12)$$

Onde chamamos a matriz que relaciona \vec{z} com \vec{s} de B . Para que a reconstrução seja realizada, deve-se realizar a operação:

$$\vec{z} = B^{-1} \cdot \vec{s} \quad (2.13)$$

Como a matriz B não é quadrada, deve-se utilizar métodos de pseudo inversão de matrizes para se obter a matriz B^{-1} .

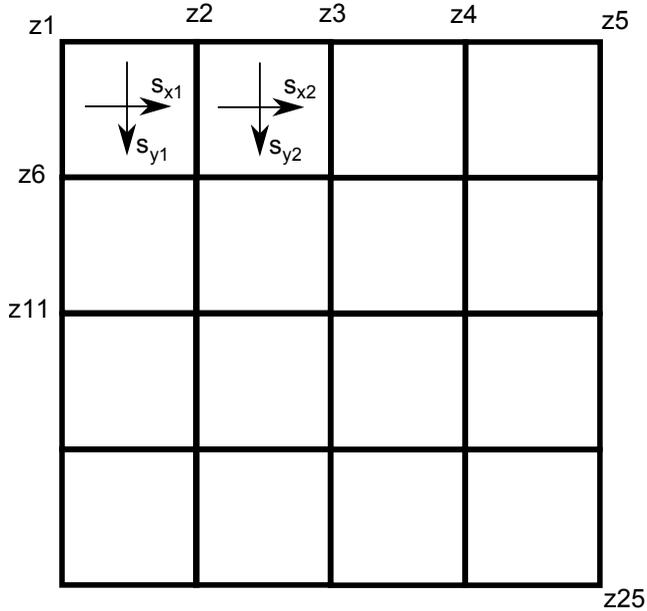


Figura 11 – Matriz de inclinações. Para um Shack-Hartmann completo cada subabertura terá suas inclinações horizontais e verticais relacionadas às quatro posições como indicado na Fig. 10, várias destas posições são comuns entre subaberturas.

2.2.3.2 Estrelas Guia Laser

Um sensor de frente de onda necessita observar uma estrela para obter a distorção da frente de onda na direção dela; esta estrela é chamada de estrela guia. Um sistema de óptica adaptativa realiza correções em uma escala de tempo que varia entre 50-1000 Hz, dependendo da precisão do sistema, o que significa tempos de integração menores que 0,02 s. Como a correção deve ser rápida uma estrela guia necessita ser brilhante para que o tempo necessário para obter uma imagem no sensor de frente de onda seja curto.

Entretanto, na maioria das vezes não existem estrelas brilhantes suficientemente próximas do objeto científico para que se possam utilizar como estrelas guia. Neste caso, uma opção é criar uma estrela “artificial” e brilhante que se possa utilizar para esse fim. O meio mais utilizado em óptica adaptativa para isso é lançar um laser na atmosfera

e observar a luz de retorno.

Para tanto pode-se utilizar um laser focalizado na atmosfera, a dispersão de Rayleigh irá espalhar a luz em todas as direções proporcionando o sinal de retorno. Para este tipo de sistema normalmente utiliza-se um laser no ultra-violeta por ter melhor custo benefício: o espalhamento é maior neste comprimento de onda e o custo deste tipo de laser não é alto. Entretanto este tipo de sistema não funciona bem para grandes altitudes, pois à medida que a atmosfera se torna menos densa a dispersão de Rayleigh se torna muito fraca.

A frente de onda vinda de uma estrela, que está a uma distância tão grande que pode ser considerada infinita, ao ser recortada pela pupila do telescópio passa a ser um cilindro de luz atravessando a atmosfera. Entretanto, uma estrela laser artificial está a uma altitude relativamente baixa e o cilindro de luz colimado proveniente da fonte não será mais um cilindro e sim um cone. Qualquer turbulência acima da posição do laser não poderá ser medida pelo sensor de frente de onda e além disso nas partes mais altas do cone somente a turbulência central será medida e parte da turbulência que está presente no cilindro da estrela natural não está presente no cone da estrela laser. Essas regiões de turbulência não amostrada vão causar o erro de medição de frente de onda conhecido como efeito cone. Este efeito está ilustrado na Fig. 12.

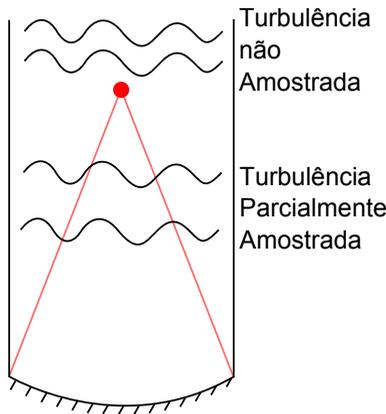


Figura 12 – Efeito Cone para estrelas guia laser. Como a estrela artificial está posicionada relativamente perto do telescópio parte da turbulência não será amostrada pelo cone de luz.

Uma alternativa ao laser por dispersão de Rayleigh é utilizar um laser que pode ser focalizado a uma altitude maior na atmosfera, o laser de sódio. Existe uma camada de sódio na atmosfera a uma altura aproximada de 90 km e com uma grossura de aproximadamente 10 km. Os átomos de sódio podem ser excitados ao serem iluminados na linha D2 do sódio, em um comprimento de onda aproximado de 589 nm (amarelo). O laser excita os átomos de sódio que reemitem luz em todas as direções e essa luz reemitida pela camada é utilizada como um ponto de referência, servindo como uma estrela artificial.

Mesmo a esta altitude o efeito de cone ainda existe, mas seus efeitos são bem menores que os de lasers posicionados em altitudes mais baixas.

2.2.3.3 Espelhos deformável e de *Tip-Tilt*

Como se observa na Fig. 6, um sistema de óptica adaptativa clássico utiliza dois espelhos, um espelho deformável e um espelho Tip-Tilt. O espelho tip-tilt é um espelho rígido que pode ser inclinado em dois eixos, de forma a inserir uma inclinação em x ou y. Isso é utilizado porque o termo mais forte da distorção da frente de onda é a inclinação total média (responsável pelo movimento geral da imagem). Este espelho remove primeiramente a inclinação média da frente de onda, para reduzir os limites de movimento necessário ao espelho seguinte, o espelho deformável.

O espelho deformável é um espelho capaz de se deformar para compensar a deformação da frente de onda restante. Este tipo de espelho pode ser segmentado, bimorfo ou de superfície contínua (membrana).

Os espelhos do tipo segmentado são formados por vários segmentos, cada um desses segmentos pode se deslocar no eixo z (pistão), e se curvar angularmente (como o espelho tip-tilt). Abaixo a Fig. 13 ilustra um espelho deste tipo.

O espelho bimorfo é constituído por duas placas piezoelétricas com eletrodos entre elas. Quando os eletrodos são energizados as placas se curvam, de modo que é possível ajustar a curvatura da superfície do espelho à deformação desejada.

O tipo de espelho deformável mais comum é o espelho de superfície contínua ou de membrana. Neste tipo de espelho uma superfície reflexiva é deformada pela ação de atuadores que empurram esta película para cima e para baixo. A Figura 14 ilustra este processo.

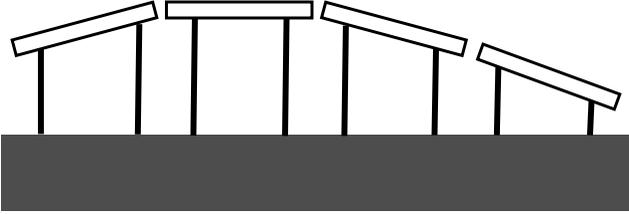


Figura 13 – Visão em corte de um espelho segmentado.

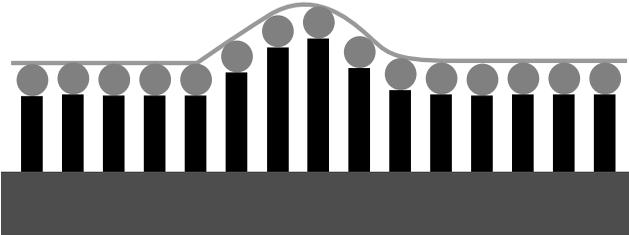


Figura 14 – Visão em corte de um espelho de película.

2.2.3.4 Sistema de Controle

O sistema de controle já mencionado acima, é representado em mais detalhes na Fig. 15.

Os elementos representados na figura são: ϕ_{tur} é frente de onda incidente turbulenta ϕ_{DM} é a frente de onda reproduzida pelo espelho deformável, ϕ_{res} é frente de onda residual após a reflexão pelos espelhos. $H(z)$ representa o sensor de frente de onda que mede as inclinações criando uma matriz de inclinações. O argumento z representa que é uma matriz discretizada no tempo, ou seja, a cada medição do Shack-Hartmann se obtém uma nova matriz. A matriz B^{-1} é a matriz responsável pela reconstrução da frente de onda, como discutido anteriormente na seção 2.2.3.1. O espelho deformável é representado por $G(s)$, onde o argumento s representa uma função contínua no tempo, pois o espelho é um elemento mecânico que se movimenta de forma não discreta¹. O elemento $K(z)$ é o sistema de controle responsável por controlar o formato do espelho de modo que ϕ_{res} seja mínimo. Final-

¹Apesar do controle do espelho ser discreto, a resposta do mesmo é contínua pois existe um tempo de atraso até que os atuadores atinjam a posição desejada.

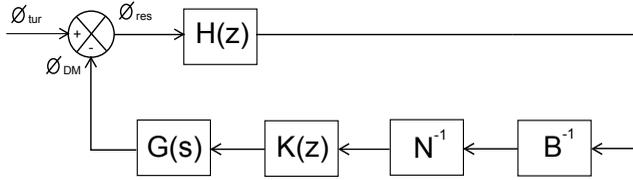


Figura 15 – Sistema de controle detalhado. ϕ_{tur} é frente de onda incidente turbulenta ϕ_{DM} é a frente de onda reproduzida pelo espelho deformável, ϕ_{res} é frente de onda residual após a reflexão pelos espelhos. $H(z)$ representa o sensor de frente de onda. A matriz B^{-1} é a matriz responsável pela reconstrução da frente de onda. A matriz N^{-1} é a matriz responsável por transformar a forma de onda medida em voltagens a serem aplicadas ao espelho deformável. O elemento $K(z)$ é o sistema de controle e o espelho deformável é representado por $G(s)$.

mente a matriz N^{-1} é a matriz responsável por transformar a forma de onda medida em voltagens a serem aplicadas ao espelho deformável.

Na realidade como medimos inclinações para se obter voltagens, não é realmente necessário calcular a forma da frente de onda e podemos simplificar o processo introduzindo uma matriz M^{-1} de forma que:

$$M^{-1} = N^{-1} \cdot B^{-1} \quad (2.14)$$

O processo de obtenção da matriz M é o seguinte: Insere-se uma frente de onda perfeita (sem turbulência), por exemplo usando um laser e se observa com o Shack-Hartmann esse feixe após o mesmo ser refletido pelo espelho. Desse modo, pode-se inserir uma posição nos atuadores do espelho deformável e observar as inclinações resultantes como observado no Shack-Hartmann, estabelecendo uma relação entre atuadores e inclinações.

Dessa forma, deixando-se todos os atuadores no nível médio e levantando apenas um atuador por vez ao seu nível máximo, pode-se criar uma tabela que relaciona um vetor de voltagens nos atuadores \vec{v} com um vetor de inclinações \vec{s} . Colocando a tabela em forma de matriz, para todos os atuadores, se obtém:

$$\vec{s} = M \cdot \vec{v} \quad (2.15)$$

Esta matriz também não é quadrada, e deve-se obter a pseudo inversa para que se possa obter a matriz M^{-1} que dá a relação:

$$\vec{v} = M^{-1} \cdot \vec{s} \quad (2.16)$$

Obtido o vetor de voltagens, nos resta o sistema de controle que irá tratar este vetor antes de aplicar as voltagens aos atuadores correspondentes. Na Figura 14, $K(z)$ representa o sistema de controle, que poderia ser um controle simples como um controlador PID, mas também poderia ser um sistema de controle mais avançado.

Na figura não foi representado, mas em um sistema real o controle seria um pouco mais complexo pois teria que separar o controle do espelho tip-tilt do controle do espelho deformável.

2.2.4 Sistemas de Campo Amplo: GLAO, MCAO e MOAO

A maior limitação de um sistema de óptica adaptativa clássico é a limitação no campo corrigido. A turbulência é observada em uma direção específica, e corrigida nesta direção, mas à medida que afastamos nossa visão desta direção para outros objetos no campo visual, a turbulência atravessada pela luz não é mais a mesma que foi medida, e a correção passa a não ser mais efetiva.

Uma medida utilizada para avaliar o campo corrigido é conhecida como ângulo isoplanático θ_0 e é relacionada ao comprimento de coerência r_0 por:

$$\theta_0 \cong 0,31 \cdot \frac{r_0}{\bar{h}} \quad (2.17)$$

Onde \bar{h} é a altitude média da turbulência. Usando para \bar{h} o valor de 3,5 km, como medido por Flicker e Rigaut (2002) no Mauna Kea (região no Haváí onde se encontram vários telescópios, como o Gemini, Subaru e o Keck) e para um r_0 entre 10 e 20 cm, obtém-se $1,83 < \theta_0 < 3,65$ segundos de arco.

Para se superar este problema e se obter uma correção em um campo amplo, se utilizam as técnicas modernas de óptica adaptativa de campo amplo, entre elas Óptica Adaptativa de Camadas Baixas da Atmosfera (GLAO, do inglês *Ground Layer Adaptive Optics*), Óptica Adaptativa Multi Conjugada (MCAO, do inglês *Multi Conjugate Adaptive Optics*) e Óptica Adaptativa de Múltiplos Objetos (MOAO, do inglês *Multi Object Adaptive Optics*). Todos estes métodos se aproveitaram do fato de que a turbulência não está distribuída continuamente na atmosfera, mas sim possui regiões de maior intensidade a diferentes altitudes (HARDY, 1998). A seguir se faz uma descrição sucinta de cada

uma destas técnicas.

O método GLAO se aproveita do fato de que a turbulência de maior intensidade se localiza próxima ao solo, e corrige a turbulência apenas desta camada mais baixa. Como somente a camada mais baixa é corrigida, a correção não é tão boa quanto na AO clássica, mas como esta camada é comum a todas as direções, quase todo o campo tem uma correção uniforme.

A Figura 16. ilustra este sistema. Para fins de simplificação, nesta figura o espelho deformável foi representado como uma lente e não está representada a câmera científica.

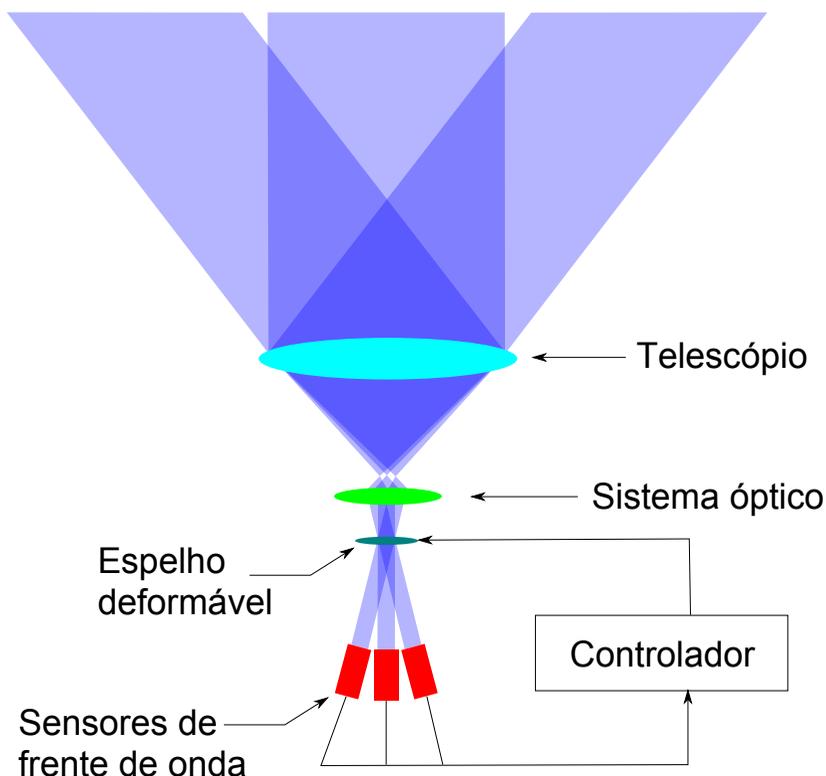


Figura 16 – Diagrama esquemático de um sistema de óptica adaptativa a nível de solo (GLAO). O espelho deformável está posicionado conjugado à pupila do telescópio.

A parte superior da figura representa três feixes de luz vindos

de três estrelas diferentes, se vê três sensores de frente de onda, cada um observando alvos em direções diferentes. Dois ou mais sensores são necessários para que seja possível separar a turbulência de solo das turbulências de maior altitude. O computador é responsável por fazer essa separação através de técnicas de tomografia e enviar a correção apenas da camada de solo ao espelho deformável.

O método MCAO vai um pouco além, e executa correção não só para a camada de solo, como também para camadas mais altas. Para isso é necessário utilizar mais de um espelho deformável. A Figura 17 ilustra esta técnica.

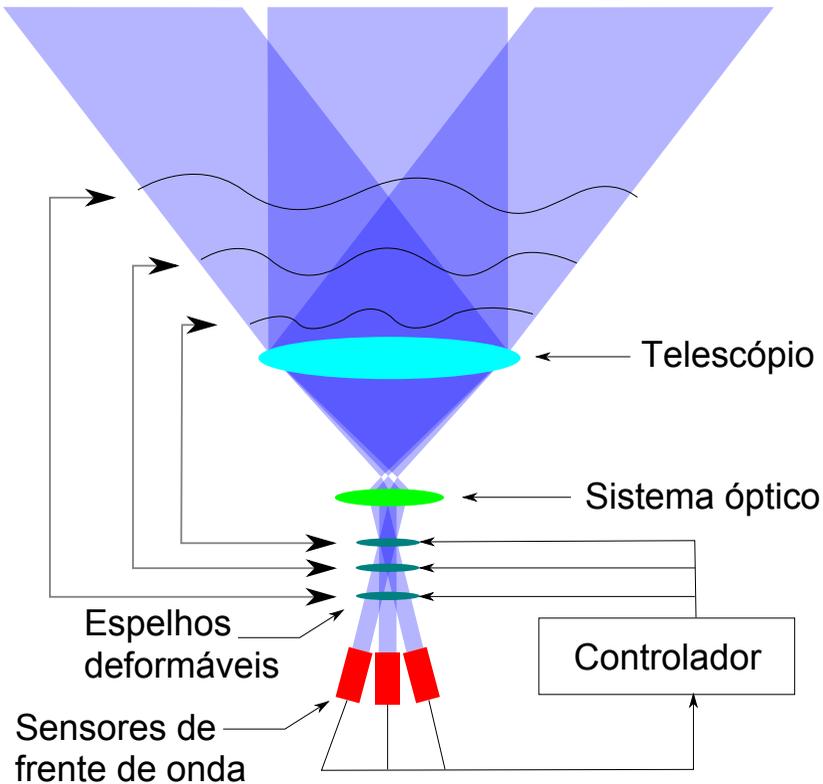


Figura 17 – Diagrama esquemático de um sistema de óptica adaptativa multi conjugada (MCAO). Cada espelho deformável está posicionado conjugado à altitude da turbulência correspondente.

Como se vê na figura, nesta técnica se utiliza um espelho que está

conjugado a cada uma das camadas de turbulência. O computador é responsável por detectar qual é a turbulência em cada camada e enviar a correção correspondente para cada espelho.

O método MOAO utiliza uma técnica diferente onde se usa um espelho deformável para cada direção observada. A Figura 18 ilustra este método com correção em uma direção. Nesta figura vemos dois sensores de frente de onda, representados em vermelho, observando estrelas em direções diferentes do objeto científico. O objeto científico é observado por uma Unidade de Campo Integral (IFU, do inglês *Integral Field Unit*) e a correção é realizada no espelho deformável apenas nesta direção. Uma IFU é um instrumento óptico que combina capacidades de imageamento com espectrografia e é usado para obtenção de espectros resolvidos espacialmente.

Este método não separa a turbulência em camadas, mas calcula por técnicas de tomografia como seria a turbulência se vista de uma direção diferente da direção dos sensores de frente de onda. A figura representou apenas uma direção, mas na verdade se corrigem várias direções, uma para cada objeto de interesse dentro do campo.

Como resultado não temos um campo totalmente corrigido como em MCAO e sim apenas os objetos de interesse são corrigidos. A maior aplicação disso é a espectroscopia multi-objetos, caso no qual somente os objetos de interesse necessitam ter uma alta correção. Em MOAO a espectroscopia de cada objeto pode ser realizada usando-se um IFU, e por isso o mesmo foi representado como elemento de observação na figura.

2.2.5 Reconstructores Tomográficos

Para MOAO é necessário corrigir a turbulência em uma direção diferente da direção em que se mede a mesma com os sensores de frente de onda. Isso requer o uso de tomografia, que é a técnica de se obter a estrutura tridimensional de um objeto utilizando-se de observações do objeto de direções diversas.

No caso de AO a tomografia consiste em medir a distorção na frente de onda pela turbulência em estrelas guia naturais ou artificiais que estão fora de eixo em relação ao alvo científico. O feixe de luz vindo destas estrelas fora de eixo se sobrepõe com o feixe de luz do alvo, como pode ser visto na Fig. 19.

A Figura 19 mostra um diagrama topológico dos feixes de luz de três estrelas guia e um alvo para um telescópio de 4,2 m e estrelas

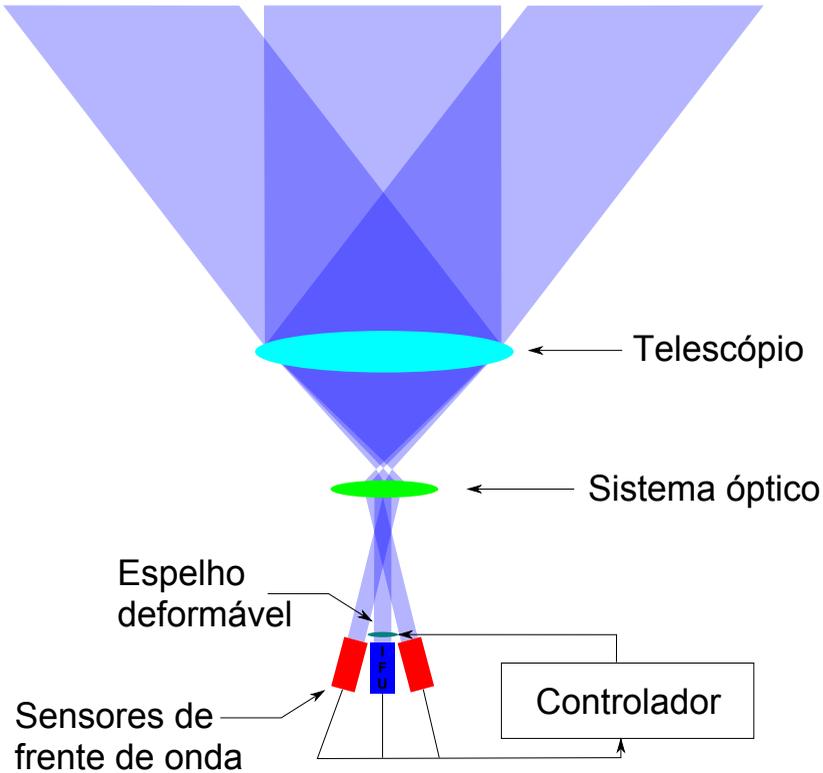


Figura 18 – Diagrama esquemático de um sistema de óptica adaptativa de múltiplos objetos (MOAO). O espelho deformável corrige a turbulência apenas na direção do objeto alvo.

guia distribuídas igualmente em um raio de 30 segundos de arco. Os cortes à direita foram tomados a altitudes de 0, 5000 e 10000 m. A sobreposição dos feixes de luz diminui a altitudes maiores, de forma que a correlação entre eles é reduzida. Em um extremo, a turbulência no nível do solo resulta em medidas altamente correlacionadas entre as estrelas guia e uma reconstrução precisa. No outro extremo a turbulência acima da sobreposição de feixes implica em nenhuma correlação entre as medições, e a correlação estimada será dominada por ruído.

Existem várias técnicas tomográficas que podem ser usadas para combinar a informação das estrelas guia. Alguns exemplos são o método de multiplicação matricial (FUSCO et al., 2001) e o método learn and

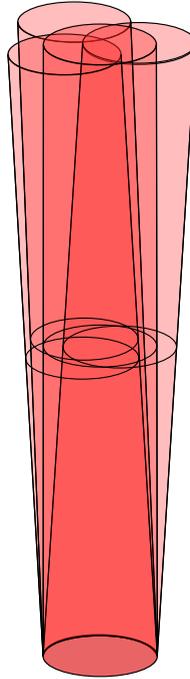


Figura 19 – Diagrama topológico dos feixes de luz de quatro estrelas observadas em um telescópio. A altitudes mais altas a sobreposição dos feixes de luz é menor.

apply (VIDAL; GENDRON; ROUSSET, 2010). Estes métodos requerem que o perfil da turbulência seja conhecido e necessitam recalibração se o mesmo mudar. A seguir estes dois métodos são explicados em maior detalhe.

2.2.5.1 Método de Multiplicação Matricial

O método de reconstrução tomográfica mais comum é o método de multiplicação matricial (FUSCO et al., 2001). Este método foi desenvolvido para uso em sistemas MCAO, e uma adaptação pode ser feita para uso em MOAO. A seguir dissertaremos sobre seu uso em MCAO para depois descrever o uso em MOAO.

Este método é baseado no suposição de que a atmosfera turbu-

lenta é composta de uma soma discreta de camadas turbulentas finas localizadas a diferentes altitudes. Neste caso, a fase $\Phi(r, \alpha)$ da frente de onda na pupila do telescópio após ter atravessado todas as camadas turbulentas será, para uma direção α :

$$\Phi(\mathbf{r}, \alpha) = \sum_{j=1}^{N_t} \phi_j(\mathbf{r} + h_j \alpha) \quad (2.18)$$

onde r é a coordenada da pupila e $\phi_j(\rho_j)$ são as perturbações de fase da camada turbulenta j localizada a uma altitude h_j . N_t é o número de camadas turbulentas. O objetivo é então minimizar a variação de fase residual após a correção por múltiplos espelhos deformáveis em um campo de visão de interesse, ou seja, minimizar as distorções causadas pela turbulência atmosférica usando mais de um espelho deformável conjugado à altitude das camadas de turbulência.

Um modo de se obter essa minimização é derivar um estimador de fase usando o método de mínimo erro quadrático médio (MMSE, do inglês *minimum mean square error*). O estimador MMSE é definido como aquele que minimiza a distância quadrática média no campo de visão de interesse $\{\alpha\}_{FOV}$ entre as frentes de onda medida e a a de correção pelos espelhos deformáveis:

$$\epsilon = \left\langle \int_{\{\alpha\}_{FOV}} \|\widehat{\Phi}(\mathbf{r}, \alpha) - \Phi(\mathbf{r}, \alpha)\|^2 d\alpha \right\rangle_{\Phi, noise} \quad (2.19)$$

onde $\langle \cdot \rangle_{\Phi, noise}$ significa valor esperado matemático tanto da turbulência quanto do ruído dos sensores de frente de onda, $\| \cdot \|^2$ significa a variância espacial na pupila do telescópio, $\Phi(r, \alpha)$ é a fase verdadeira em uma dada direção α em um campo de visão $\{\alpha\}_{FOV}$ e $\widehat{\Phi}(r, \alpha)$ é a fase de correção estimada na mesma direção α . O problema é o de estimar $\widehat{\Phi}(r, \alpha)$ com a restrição que a mesma será gerada por um número finito de espelhos deformáveis.

Para cada sensor de frente de onda, a fase medida pode ser expressa como:

$$\Phi^m(\mathbf{r}, \alpha_i) = \Phi(\mathbf{r}, \alpha_i) + n_i(\mathbf{r}) \quad (2.20)$$

onde α_i é a posição angular do sensor de frente de onda i , e $n_i(r)$ é o ruído deste sensor. Usando a equação 2.18 esta relação fica:

$$\Phi^m(\mathbf{r}, \boldsymbol{\alpha}_i) = \sum_{j=1}^{N_t} \phi_j(\mathbf{r} + h_j \boldsymbol{\alpha}_i) + n_i(\mathbf{r}) \quad (2.21)$$

As incógnitas do problema são as fases de correção ϕ_k a serem estimadas para cada espelho deformável de forma a minimizar o critério definido na equação 2.19. A fase da frente de onda de correção combinada dos vários espelhos deformáveis $\widehat{\Phi}(r, \alpha)$ para uma dada direção α será:

$$\widehat{\Phi}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\alpha}) = \sum_{j=1}^{N_t} \widehat{\phi}_k(\mathbf{r} + h_k \boldsymbol{\alpha}) \quad (2.22)$$

onde h_k denota a posição do espelho deformável k . A equação 2.19 se torna então:

$$\epsilon = \left\langle \int_{\{\alpha\}_{FOV}} \left\| \sum_{j=1}^{N_t} \widehat{\phi}_k(\mathbf{r} + h_k \boldsymbol{\alpha}) - \sum_{j=1}^{N_t} \phi_j(\mathbf{r} + h_j \boldsymbol{\alpha}) \right\|^2 d\boldsymbol{\alpha} \right\rangle_{\Phi, noise} \quad (2.23)$$

As equações 2.18, 2.21 e 2.22 podem ser reescritas, para simplificar a notação, na forma matricial como:

$$\Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\alpha}) = M_{\alpha}^{N_t} \boldsymbol{\phi} \quad (2.24)$$

$$\Phi^m(\mathbf{r}, \boldsymbol{\alpha}_i) = M_{\alpha_i}^{N_t} \boldsymbol{\phi} + n_i \quad (2.25)$$

$$\widehat{\Phi}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\alpha}) = M_{\alpha}^{N_{DM}} \widehat{\boldsymbol{\phi}} \quad (2.26)$$

onde $M_{\alpha}^{N_t}$ e $M_{\alpha}^{N_{DM}}$ são as matrizes que efetuam a soma das contribuições de cada frente de onda $\phi_j(\rho_j)$ e $\widehat{\phi}_k(\rho_k)$ na pupila do telescópio em uma dada direção α . $\boldsymbol{\phi}$ e $\widehat{\boldsymbol{\phi}}$ são definidas como:

$$\boldsymbol{\phi} = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_j \\ \vdots \\ \phi_{N_t} \end{pmatrix}, \quad \widehat{\boldsymbol{\phi}} = \begin{pmatrix} \widehat{\phi}_1 \\ \vdots \\ \widehat{\phi}_j \\ \vdots \\ \widehat{\phi}_{N_t} \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

O critério de minimização então se torna:

$$\epsilon = \left\langle \int_{\{\alpha\}_{FOV}} \| M_{\alpha}^{N_{DM}} \widehat{\phi} - M_{\alpha}^{N_t} \phi \|^2 d\alpha \right\rangle_{\Phi, noise} \quad (2.28)$$

Podemos então buscar a solução MMSE na forma:

$$\widehat{\phi} = W \Phi^m \quad (2.29)$$

com

$$\Phi^m = M_{N_{GS}}^{N_t} \phi + \mathbf{n} \quad (2.30)$$

onde as novas incógnitas são os elementos da matriz W . $M_{N_{GS}}^{N_t}$, Φ^m e \mathbf{n} são matrizes e vetores definidos como:

$$M_{N_{GS}}^{N_t} = (M_{\alpha_1}^{N_t}, \dots, M_{\alpha_i}^{N_t}, \dots, M_{\alpha_{N_{GS}}}^{N_t}) \quad (2.31)$$

$$\Phi^m = \begin{pmatrix} \Phi^m(\mathbf{r}, \alpha_1) \\ \vdots \\ \Phi^m(\mathbf{r}, \alpha_i) \\ \vdots \\ \Phi^m(\mathbf{r}, \alpha_{N_{GS}}) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{n} = \begin{pmatrix} n_1(\mathbf{r}) \\ \vdots \\ n_i(\mathbf{r}) \\ \vdots \\ n_{N_{GS}}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

W é a matriz de reconstrução:

$$W = \begin{pmatrix} W_1 \\ \vdots \\ W_j \\ \vdots \\ W_{N_{DM}} \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

de forma que

$$\widehat{\phi}_j = W_j \Phi^m \quad (2.34)$$

Combinando as equações 2.29 e 2.28 temos

$$\epsilon = \int_{\{\alpha\}_{FOV}} \langle \| M_{\alpha}^{N_{DM}} (W M_{N_{GS}}^{N_t} + W \mathbf{n}) - M_{\alpha}^{N_t} \phi \|^2 \rangle_{\Phi, noise} d\alpha \quad (2.35)$$

Esta equação deve então ser minimizada com respeito a W . Usando a relação $\|A\mathbf{v}\|^2 = \text{traço}[A\mathbf{v}(A\mathbf{v})^T]$ entre uma matriz A e um vetor \mathbf{v} na equação 2.35:

$$\begin{aligned} \epsilon = \int_{\{\alpha\}_{FOV}} & \text{traço}[(M_\alpha^{NEL} W M_{NGS}^{N_t} \\ & - M_\alpha^{N_t}) \times \langle \boldsymbol{\phi} \boldsymbol{\phi}^T \rangle (M_\alpha^{NEL} W M_{NGS}^{N_t} \\ & - M_\alpha^{N_t})^T + M_\alpha^{NEL} W \langle \mathbf{n} \mathbf{n}^T \rangle (M_\alpha^{N_t} W)^T] d\alpha \end{aligned} \quad (2.36)$$

$\langle \boldsymbol{\phi} \boldsymbol{\phi}^T \rangle$ e $\langle \mathbf{n} \mathbf{n}^T \rangle$ são denotados como C_ϕ e C_n e definidos como:

$$\begin{aligned} C_\phi &= \begin{bmatrix} \langle \phi_1 \phi_1^T \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle \phi_j \phi_j^T \rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \langle \phi_{N_t} \phi_{N_t}^T \rangle \end{bmatrix}, \\ C_n &= \begin{bmatrix} \langle n_1 n_1^T \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle n_i n_i^T \rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \langle n_{N_{GS}} n_{N_{GS}}^T \rangle \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.37)$$

C_ϕ pode ser vista como a matriz de covariância de turbulência para a camada N_t , e C_n como a matriz de covariância de ruído para o sensor de frente de onda N_{GS} . Finalmente, o critério a ser minimizado com respeito a W é

$$\begin{aligned} \epsilon = \int_{\{\alpha\}_{FOV}} & \text{traço}[M_\alpha^{N_t} C_\phi (M_\alpha^{N_t})^T \\ & + M_\alpha^{NEL} W M_{NGS}^{N_t} C_\phi (M_{NGS}^{N_t})^T W^T (M_\alpha^{NEL})^T \\ & - 2M_\alpha^{N_t} C_\phi (M_{NGS}^{N_t})^T W^T (M_\alpha^{NEL})^T \\ & + M_\alpha^{NEL} W C_n W^T (M_\alpha^{NEL})^T] d\alpha \end{aligned} \quad (2.38)$$

Usando diferenciação matricial obtemos

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon}{\partial W} = \int_{\{\alpha\}_{FOV}} & [(M_{\alpha}^{NEL})^T M_{\alpha}^{NEL} W M_{NGS}^{N_t} C_{\phi} (M_{NGS}^{N_t})^T \\ & - (M_{\alpha}^{NEL})^T M_{\alpha}^{N_t} C_{\phi} (M_{NGS}^{N_t})^T \\ & + (M_{\alpha}^{NEL})^T M_{\alpha}^{N_t} W C_n] d\alpha = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2.39)$$

onde $\mathbf{0}$ é a matriz nula. A equação 2.39 nos leva ao resultado final

$$\begin{aligned} W = & \left[\int_{\{\alpha\}_{FOV}} (M_{\alpha}^{NEL})^T M_{\alpha}^{NEL} d\alpha \right]^+ \left[\int_{\{\alpha\}_{FOV}} (M_{\alpha}^{NEL})^T M_{\alpha}^{N_t} d\alpha \right] \\ & \times C_{\phi} (M_{NGS}^{N_t})^T [M_{NGS}^{N_t} C_{\phi} (M_{NGS}^{N_t})^T + C_n]^{-1} \end{aligned} \quad (2.40)$$

onde A^+ denota a inversa generalizada da matriz A .

Com a matriz W pode-se calcular $\hat{\Phi} = W \Phi^m$, que dá a fase de correção estimada em cada espelho deformável que garanta a menor variância residual de fase em todas as direções do campo de visão.

Em suma, obtendo-se a matriz W pode-se obter a fase de correção em cada espelho deformável a partir das medições da frente de onda Φ^m , que é a combinação das medições Φ de cada sensor de frente de onda m . Entretanto, para a obtenção de W é necessário o conhecimento do perfil da turbulência para obter-se $M_{\alpha}^{N_t}$ e C_{ϕ} . Na prática o perfil da turbulência poderia ser obtido com um instrumento que examina a turbulência, como um SCIDAR (FUCHS; TALLON; VERNIN, 1998).

Esta técnica foi desenvolvida para ser aplicada em MCAO, onde cada espelho estaria posicionado em uma posição conjugada à da turbulência atmosférica. Para MOAO, onde existe apenas um espelho, deve-se projetar a correção em uma direção específica, onde estará posicionado o espelho como se fosse um sistema clássico. Para realizar essa projeção, realiza-se um cálculo computacional onde espelhos “virtuais” são posicionados em posições conjugadas à turbulência e a seguir a deformação de cada espelho é projetada na direção desejada em um novo espelho que estaria posicionado na pupila e apontado na direção α como descrito na equação 2.22. É esta projeção calculada que será utilizada para comandar o espelho real. Em suma o que se faz é simular espelhos em suas posições corretas (conjugados às camadas de turbulência) como no método MCAO e projetá-los a um único espelho. Isso deve ser feito para cada direção do campo onde se deseje efetuar a

correção.

Uma desvantagem deste tipo de reconstrutor tomográfico é que o mesmo depende do conhecimento do perfil da turbulência para o cálculo da matriz W . Outra limitação desta técnica é que ela é computacionalmente pesada.

2.2.5.2 Learn and Apply

O método *Learn and Apply* também realiza uma projeção, mas ao invés de ter uma matriz de controle que projeta vetores de sensores de frente de onda diretamente em vetores de atuadores do espelho, a projeção se realiza para um sensor de frente de onda "virtual", que estaria posicionado na direção do objeto a ser observado. Com os dados deste sensor virtual pode-se realizar correção como se fosse óptica adaptativa clássica, mas em laço aberto, já que esse sensor virtual não mede a turbulência já corrigida. (VIDAL; GENDRON; ROUSSET, 2010)

O nome deste método pode ser traduzido para o português como "aprender e aplicar", e tem esse nome porque a projeção não é calculada, e sim "aprendida" pelo computador através de uma calibração feita no próprio céu. Deste modo não é necessário conhecer o perfil da turbulência como no método anterior.

Dois sensores de frente de onda distintos, observando a mesma turbulência ao mesmo tempo podem ser relacionadas linearmente por:

$$\vec{m}_2 = C \cdot \vec{m}_1 \quad (2.41)$$

Onde \vec{m}_i é o vetor de inclinações dos sensores de frente de onda e C é uma matriz que os relaciona. (VIDAL; GENDRON; ROUSSET, 2010)

Se realizamos um grande número de medições, obtemos uma matriz para os sensores de frente de onda M_i que é constituída por vetores de inclinações em cada instante de tempo. Assim a equação fica:

$$M_2 = C \cdot M_1 \quad (2.42)$$

Se as matrizes M_i tiverem informação em um tempo grande o suficiente, pode-se descobrir a matriz C pelo meio da pseudo-inversa:

$$C = (M_2 \cdot M_1^t)(M_1 \cdot M_1^t)^{-1} \quad (2.43)$$

Esse mesmo processo pode ser utilizado para relacionar vários sensores de frente de onda com um único sensor:

$$M_{onaxis} = W \cdot M_{offaxis} \quad (2.44)$$

Onde $M_{offaxis}$ é a informação do conjunto de sensores de frente de onda fora de eixo (em direções diferentes do objeto científico), M_{onaxis} é a matriz do sensor no eixo e a matriz W é a matriz de projeção.

W pode ser obtido, assim como feito com C , com:

$$W = (M_{onaxis} \cdot M_{offaxis}^t)(M_{offaxis} \cdot M_{offaxis}^t)^{-1} \quad (2.45)$$

Portanto, para se obter a matriz W é necessário calibrar o sistema obtendo-se as matrizes $M_{offaxis}$ e também a matriz M_{onaxis} . Como esta última está na direção do objeto científico, que normalmente não será brilhante o suficiente para ser observado por um sensor de frente de onda, é necessário que seja criada uma estrela artificial laser na direção deste objeto durante a calibração.

Esta calibração é válida apenas para esta direção e condições atmosféricas e deve portanto ser recalibrada a cada nova observação.

2.2.5.3 Tomografia por redes neurais artificiais

O método de uso de redes neurais artificiais para MOAO consiste em obter-se uma projeção a um sensor de frente de onda ‘virtual’ como no método *Learn and Apply* apresentado na seção 2.2.5.2, mas sem a necessidade de calibração a cada observação, utilizando para este fim redes neurais.

Para o treinamento destas ANNs foi usada turbulência simulada por computador, como explicado na seção 2.2.2. A turbulência simulada é utilizada para gerar inclinações de medidas de um sensor de frente de onda, também simulado. A simulação leva em consideração a topologia da atmosfera, como já mostrado na Fig. 19, de forma que cada sensor de frente de onda observa a turbulência de um ângulo ligeiramente diferente, de acordo com a altitude da mesma. Na atmosfera existem múltiplas camadas turbulentas, mas para treino utilizamos apenas uma camada a variadas altitudes. A capacidade de generalização inerente às ANNs permite que a mesma seja capaz de extrapolar para múltiplas camadas mesmo com este treinamento simplificado. Como saída da ANN tem-se a forma da frente de onda na direção do objeto científico, sem a necessidade de conhecimento do perfil da turbulência como no caso do método de multiplicação

O uso de redes neurais artificiais é uma nova proposta para realização de tomografia em MOAO testada em simulações por computador por Osborn et al. (2012), mas que ainda não tinha sido testada em bancada óptica. Pretendemos neste projeto testar o método de MOAO de redes neurais em uma mesa óptica para validar a técnica em uma situação mais realista. Resultados destes testes são apresentados na seção 4

2.2.6 Sistemas de Óptica Adaptativa Atuais

Óptica adaptativa clássica com conjugação de um único espelho (SCAO, do inglês *Single Conjugate Adaptive Optics*) está disponível a algumas décadas em telescópios modernos, como o SOAR, Gemini, Subaru Keck e VLT. Sistemas de campo amplo estão atualmente em desenvolvimento. Para sistemas de compensação de camadas de baixas (GLAO) podemos citar o SAM do telescópio SOAR e o GLAS do William Herschel Telescope. Em sistemas de compensação multi-conjugado (MCAO) podemos citar o MAD, comissionado para o VLT (MARCHETTI et al., 2008). Este sistema usa estrelas guia naturais para obter resoluções no infra vermelho até 0,1 arcosegundos em um campo de 120 arcosegundos.

O sistema GeMS (Gemini Multi-Conjugate Adaptive Optics System) do telescópio Gemini é o primeiro sistema MCAO com estrelas laser a entrar em operação e utiliza 5 estrelas guia laser e 3 estrelas guia naturais para tip-tilt (NEICHEL et al., 2012). Um sistema multi conjugado também está sendo construído para o LBT (*Large Binocular Telescope*) (HERBST et al., 2008).

Sistemas que integram óptica adaptativa a unidades de campo integral (Integral Field Unit, ou IFU) trabalhando em MOAO também estão sendo planejados, como o sistema Raven que será comissionado para o telescópio Subaru (CONAN et al., 2010) e o sistema FALCON para o VLT.

Sistemas conhecidos com Óptica Adaptativa Extrema (*Extreme AO*) são focados em obter performance extremamente alta em um campo muito estreito. O objetivo principal é a observação direta de exoplanetas cuja proximidade com a sua estrela não permitem observação com outros sistemas. O sistema geral não é diferente do sistema de AO clássico, o que muda é o nível de correção que pode alcançar Strehl ratio de 90% na banda H (OPPENHEIMER; HINKLEY, 2009), que corresponde a um comprimento de onda entre 1,5 a 1,8 μm .

Para que isso seja possível é necessário utilizar espelhos deformáveis com um número de atuadores altíssimo, e também uma taxa de amostragem maior que 1 kHz (DAVIES; KASPER, 2012). Um dos primeiros sistemas deste tipo é o sistema de 672 atuadores do LBT (ESPOSITO et al., 2010). Mas sistemas ainda mais avançados já estão sendo produzidos, como o PALM-3000 do telescópio de 5 m do Observatório Palomar, que tem 3000 atuadores e iniciou operação em Junho de 2011 (DEKANY et al., 2011). Os instrumentos SPHERE (BEUZIT et al., 2008) do VLT e Gemini Planet Imager (MACINTOSH et al., 2008) do telescópio Gemini estão em fase de comissionamento.

Todos os sistemas acima citados são projetados para trabalhar com os atuais telescópios, mas uma nova geração de telescópios está sendo planejada que terá óptica adaptativa em mente desde seu projeto inicial, os telescópios gigantes.

2.2.7 Telescópios Gigantes

Os desenvolvimentos atuais de óptica adaptativa permitem aproveitar o diâmetro dos telescópios não só como forma de captar mais luz, mas também para aumentar a resolução alcançável. Para aproveitar-se desse ganho que a óptica adaptativa permite alcançar os telescópios gigantes em planejamento, com diâmetros por volta de 30 m já estão sendo projetados com óptica adaptativa em mente.

O Thirty Meter Telescope (TMT) é um telescópio sendo planejado por um consórcio formado por entidades dos EUA, China, Índia, Japão e Canadá. O TMT terá 30 m de diâmetro de espelho primário.

O *Giant Magellan Telescope* (GMT) está sendo construído por um consórcio internacional e usará 6 espelhos de 8,4 m de diâmetro combinados para formar uma abertura total de 24,5 m.

O *European Extremely Large Telescope* (E-ELT) do ESO, terá 42 m de diâmetro e já tem planejados os sistemas de óptica adaptativa MAORY para MCAO, EAGLE para MOAO e EPICS para Extreme AO.

Um outro projeto do ESO que está descartado pelo momento mas poderia ser reconsiderado no futuro é o *Overwhelmingly Large Telescope* (OWL) que teria de 60 a 100 m de diâmetro.

Os sistemas de óptica adaptativa apresentam novos desafios quando trabalhando em telescópios gigantes, um dos quais é o alongamento de ponto em sensores Shack-Hartmann, assunto que será discutido na seção seguinte.

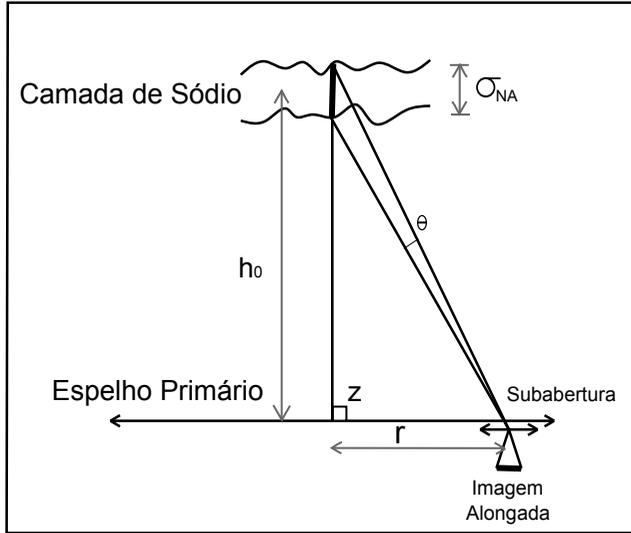


Figura 20 – Alongamento de ponto em sensores Shack-Hartmann. Uma subabertura de um SH é representada. A estrela artificial é imageada pela subabertura mais externa como um ponto alongado. A imagem criada pela subabertura central é um ponto normal. r é a distância da subabertura no Shack-Hartmann do centro (diâmetro do espelho primário), h_0 é a altitude média da camada de sódio, σ_{NA} é a grossura da camada de sódio e z é o ângulo de zenith.

2.2.7.1 O problema da estrela guia laser: Alongamento de Ponto

Quando não existe uma estrela adequada nas cercanias do objeto observado, é necessário criar-se uma estrela artificial para servir de referência para o sensor de frente de onda. Como já mencionado na seção 2.2.3.2 pode-se utilizar um laser para criar um estrela artificial de referência na camada de sódio, a 90 km de altitude. Como esta camada tem uma espessura finita de 10 km, a região de átomos de sódio excitados tem um formato cilíndrico. Quando visto de baixo este cilindro é um ponto, mas quando visto diagonalmente é um ponto alongado. Em telescópios gigantes a imagem desta estrela artificial criada pelas subaberturas mais externas em um Shack-Hartmann é alongada em comparação com o ponto central. A Figura 20 mostra um diagrama de como esse alongamento acontece.

Na Figura 20 o espelho primário do telescópio é representado esquematicamente assim como a subabertura mais externa do Shack-Hartmann. Esta subabertura forma o ponto mais alongado porque a camada de sódio é vista pelo maior ângulo. O alongamento depende do raio do telescópio e da altitude e espessura da camada de sódio. O alongamento do ponto é aproximadamente (LARDIERE et al., 2008b):

$$\theta = \frac{r \cdot \sigma_{NA}}{h_0^2} \cos(z) \quad (2.46)$$

onde r é a distância da subabertura no Shack-Hartmann do centro (raio do espelho primário), h_0 é a altitude média da camada de sódio, σ_{NA} é a espessura da camada de sódio e z é a distância zenital. Para o telescópio TMT, (NELSON; SANDERS, 2006), com $r = 15$ m, $h_0 = 90$ km e $\sigma_{NA} = 10$ km o alongamento será $\theta=3.82$ segundos de arco no zênite. Com uma escala de pixel de 0,5 segundos de arco por pixel isso resulta em um ponto de 7,64 pixels. Neste trabalho estamos usando um telescópio com tamanho do TMT para manter a consistência com a referência citada, mas os resultados também podem ser aplicados a outros telescópios gigantes.

O ponto alongado resultante também não é uniforme por causa das variações de densidade na camada de sódio com a altitude. Na Figura 21 um exemplo do perfil de densidade da camada de sódio com a altitude é mostrado, e também o ponto alongado resultante. Estes dados provém de medições feitas no Large Zenith Telescope (LZT) usando LIDAR (PFROMMER; HICKSON, 2010). Esta densidade também varia no tempo, de forma que o perfil não é estável.

Outra dificuldade é que a densidade da camada de sódio também não é constante no tempo. A altitude média flutua, assim como a grossura e o perfil vertical da densidade de átomos, com mudanças em uma escala de tempo de minutos (DAVIS et al., 2006). Isso dificulta a detecção do centro correto do ponto alongado pois a parte mais brilhante da linha não é necessariamente a central. Isso é ilustrado na Fig. 22 que mostra uma sequência de perfis da camada de sódio reais (LARDIERE et al., 2008a).

2.2.7.2 Algoritmos de centroide

Um algoritmo de centroide é uma técnica de detectar o centro real de uma imagem. As variações imprevisíveis na forma da imagem de um ponto causadas por mudanças temporais no perfil da camada de

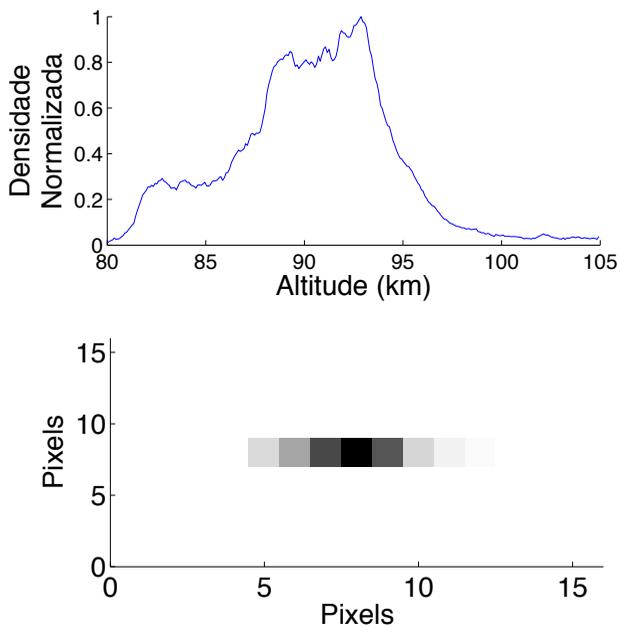


Figura 21 – Exemplo de perfil de densidade da camada de sódio e um ponto alongado correspondente. As variações de densidade com a altitude serão reproduzidas como variações de intensidade no ponto alongado.

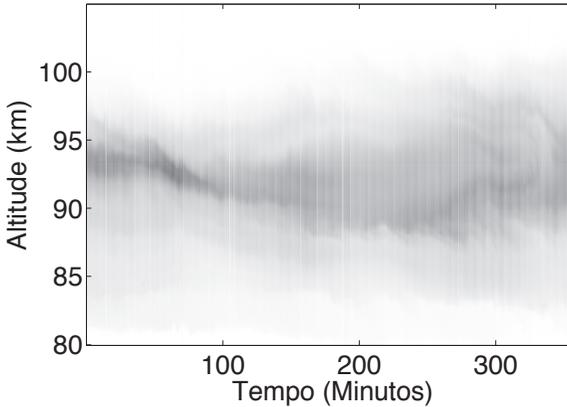


Figura 22 – Sequência normalizada de perfis de densidade da camada de sódio em medição por LIDAR. Esta sequência temporal mostra um exemplo de como a densidade da camada de sódio varia com o tempo.

sódio cria pontos alongados com formas variadas cujo centro geométrico real é um desafio de ser determinado.

A presença de ruído, seja de ruído de fótons, de leitura do CCD, e de luz de fundo também introduz erros na determinação de centroide e deve ser levado em consideração. Uma boa técnica de centroide deve prover uma boa estimativa da posição do centro do ponto mesmo na presença de ruído. Uma análise da influência do ruído e do alongamento no erro do centroide é fornecida por Thomas et al. (2008).

As técnicas mais comuns utilizadas para encontrar o centro do ponto se baseiam no centro de gravidade da imagem, mas isso não pode ser utilizado para um ponto alongado se o perfil não tem em si um centro de gravidade constante.

Algumas técnicas foram propostas para lidar com estes problemas, sendo a mais proeminente delas o *matched filter* (GILLES; ELLERBROEK, 2006), e a sua versão aperfeiçoada o *constrained matched filter* (GILLES; ELLERBROEK, 2008). O *matched filter* precisa de uma imagem de referência com a forma do ponto sendo detectado e também um sinal de *dither*.

O sinal de *dither* é um grupo de imagens do ponto com um pequeno movimento nas direções vertical e horizontal; é usado como uma forma de ‘calibrar’ o movimento do ponto para o *matched filter*. Isto pode ser realizado usando um espelho tip-tilt movendo o ponto

para fora do centro no Shack-Hartmann. Tanto a referência como o *dither* precisam ser atualizados periodicamente para acompanhar as mudanças no perfil da camada de sódio afetando a forma do ponto alongado.

Neste trabalho apresentamos resultados do uso de redes neurais artificiais (artificial neural networks - ANNs) para identificar o centro correto do ponto, mesmo na presença de ruído e alongamento. Esta técnica não precisa de uma referência ou sinal de *dither*.

2.2.7.3 Implementação das técnicas de centróide

Para comparação com a nossa técnica, implementamos as técnicas centro de gravidade (CoG, do inglês *Center of Gravity*), centro de gravidade com limiar (TCoG, do inglês *Thresholded Centre of Gravity*) e o *constrained matched filter*. A seguir fornecemos mais detalhes da implementação das várias técnicas existentes de centróide para sensores de frente de onda Shack-Hartmann.

2.2.7.3.1 Centro de gravidade(CoG)

O centro de gravidade (CoG) é a técnica mais simples e direta de calcular o centro da imagem de um ponto simétrica:

$$x_{CoG} = \frac{\sum x I_{x,y}}{\sum I_{x,y}} \quad (2.47)$$

Onde x é a posição do pixel na coordenada x e $I_{x,y}$ é a intensidade do pixel posicionado nas coordenadas x e y . A somatória deve ser feita sobre todos os pixels da imagem. Para o centro na coordenada y a fórmula é semelhante:

$$y_{CoG} = \frac{\sum y I_{x,y}}{\sum I_{x,y}} \quad (2.48)$$

Esta técnica é muito suscetível a ruído e para reduzir a influência do ruído uma adaptação a esta técnica pode ser feita, restringindo a somatória somente aos pixels com intensidade acima de um limiar, na técnica conhecida como centro de gravidade com limiar.

2.2.7.3.2 Centro de gravidade com limiar (TCoG)

Na técnica centro de gravidade com limiar (TCoG) inicialmente se determina qual é o pixel com a maior intensidade I_{max} , depois o limiar é definido como $I_T = T \cdot I_{max}$ onde o limiar T é uma variável a ser otimizada. Basicamente a operação é a mesma da técnica do centro de gravidade simples mas os pixels com intensidade abaixo do limiar não participam da somatória. Matematicamente para a coordenada x isto fica:

$$x_{TCoG} = \frac{\sum_{I>I_T} x(I - I_T)}{\sum_{I>I_T} (I - I_T)} \quad (2.49)$$

2.2.7.3.3 Centro de gravidade ponderado (WCoG)

A técnica centro de gravidade ponderado (WCoG, do inglês *Weighted Center of Gravity*) é semelhante ao método TCoG, mas ao invés de eliminar completamente alguns pixels eles são apenas atenuados, evitando um corte súbito em volta do ponto que é em si mais uma fonte de ruído. Esta atenuação se dá multiplicando a imagem da subabertura por uma função de ponderação $(F_w)_{x,y}$, de modo que:

$$x_{WCoG} = \gamma \frac{\sum x I_{x,y} (F_w)_{x,y}}{\sum I_{x,y} (F_w)_{x,y}} \quad (2.50)$$

e a fórmula para a direção y é a mesma trocando x por y . O coeficiente γ é necessário pois a função de ponderação ao atenuar as bordas irá também atenuar o valor da somatória, este coeficiente compensa esta atenuação para que o resultado seja a verdadeira posição do centro. Uma função de ponderação comum é uma gaussiana centrada em zero. Para este caso o coeficiente γ será (THOMAS et al., 2008):

$$\gamma = \frac{N_w^2}{N_T^2 + N_w^2} \quad (2.51)$$

onde N_w é FWHM da função de ponderação e N_T é FWHM do ponto. Este tipo de função de ponderação fixa somente pode ser usado em sistemas de óptica adaptativa trabalhando em laço fechado, pois neste caso o ponto nunca se distancia muito do centro. Como a função de ponderação é fixa ela só funciona bem para pontos nas cercanias do centro.

Um outro tipo de função de ponderação que funciona mesmo em laço aberto é utilizar uma média temporal das últimas imagens da subabertura como função de ponderação. A média das últimas imagens, que chamaremos aqui de imagem de referência I_0 , será uma versão como menos ruído da imagem da subabertura e terá centro próximo ao centro do ponto atual. Para que isso seja verdade o ponto deve se mover lentamente, o que é verdadeiro em sistemas de óptica adaptativa com taxa de amostragem compatível com a velocidade da turbulência. Usando este tipo de função de ponderação a fórmula para o γ não é mais válida. Isso pode ser contornado se a implementação for realizada da seguinte forma: Sendo $x_{COG}(I)$ o método centro de gravidade simples aplicado à imagem I , e II_0 a multiplicação pixel a pixel entre a imagem atual e a imagem de referência, o centro real para a coordenada x será (LARDIÈRE et al., 2010):

$$x_{WCOG} = 2(x_{COG}(II_0) - \frac{x_{COG}(I_0I_0)}{2}) \quad (2.52)$$

2.2.7.3.4 Quad Cell

Para aproveitamento máximo da luz captada alguns sensores de frente de onda do tipo Shack-Hartmann possuem somente 4 pixels. Este tipo de sensor é conhecido como *Quad Cell*. Nomeando os pixels I_1 = inferior esquerdo, I_2 = superior esquerdo, I_3 = inferior direito e I_4 = superior direito, as relações de intensidade x e y são computadas como:

$$Q_x = \frac{I_1 + I_2 - I_3 - I_4}{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}; Q_y = \frac{I_1 + I_3 - I_2 - I_4}{I_1 + I_2 + I_3 + I_4} \quad (2.53)$$

A partir disto a posição x e y do ponto pode ser estimada por:

$$x_{QC} = \frac{Q_x}{G_x}; y_{QC} = \frac{Q_y}{G_y} \quad (2.54)$$

Onde G_x e G_y são os ganhos nas direções x e y medidos deslocando o ponto com uma amplitude conhecida A . Este deslocamento, conhecido como *dithering*, pode ser obtido com um espelho do tipo *tip-tilt* em frente ao sensor de frente de onda ou deslocando o próprio laser da estrela guia artificial. O ganho será então:

$$G_x = \frac{Q_{x+} - Q_{x-}}{2A}; G_y = \frac{Q_{y+} - Q_{y-}}{2A} \quad (2.55)$$

Onde Q_{x+} é o valor de Q_x para um deslocamento de A para a direita, e Q_{x-} para um deslocamento para a esquerda. O mesmo se dá na direção y para deslocamentos para cima e para baixo. As imagens usadas para o *dithering* podem ser uma média de vários quadros para diminuir o ruído presente.

2.2.7.3.5 Correlação

Todas as técnicas citadas acima funcionam bem para pontos simétricos, mas apresentam problemas para pontos alongados como citado na seção 2.2.7.1. Uma técnica que pode ser usada para qualquer tipo de imagem de subabertura é a técnica de correlação. Primeiro se faz a correlação cruzada (*cross-correlation*) entre a imagem da subabertura I e um modelo F_w .

$$C(x, y) = I \otimes F_w = \sum_{i,j} I_{i,j} F_w(x_i + x, y_i + y) \quad (2.56)$$

O centro do ponto estará localizado no ponto máximo de $C(x, y)$. É importante notar que as coordenadas x e y podem ser computadas com uma resolução arbitrária. O modelo F_w é semelhante a uma imagem da subabertura, mas com o ponto centrado e uma resolução maior. No caso do ponto alongado ela pode ser criada computacionalmente se o perfil da camada de sódio for conhecido.

Existe uma outra técnica que pode ser aplicada a pontos alongados, a técnica *matched filter*. A implementação desta será discutida na seção 2.2.7.4.

Uma análise da influência do ruído sobre as técnicas CoG, TCoG, WCoG, Quad Cell e correlação é fornecida por Thomas et al. (2006) e expandido para pontos alongados por Thomas et al. (2008).

2.2.7.3.6 Detector de Coordenadas Polares

Como em um Shack-Hartmann normal o alongamento dos pontos pode não estar alinhado com as linhas do CCD, o uso de um CCD especial, o detector de coordenadas polares (polar coordinate detector), está sendo desenvolvido para lidar com os pontos alongados (ADKINS; AZUCENA; NELSON, 2006).

Diferente de um Shack-Hartmann utilizando um CCD normal, neste detector os pixels de cada subabertura possuem um alinhamento

diferente. Eles estão alinhados para coincidir com a direção de alongamento do ponto, de forma que o alongamento nunca se dá diagonalmente em relação aos pixels. A Figura 23 ilustra o posicionamento dos pixels neste tipo de detector.

2.2.7.4 Implementação do *constrained matched filter*

Uma imagem I de uma sub-abertura, quando deslocada para a posição $\theta = (\theta_x, \theta_y)$, pode ser representada como a expansão de Taylor de primeira ordem ao redor de uma posição de referência $\theta_o = (\theta_{ox}, \theta_{oy})$ como:

$$I = I_o + (\theta_x - \theta_{ox}) \frac{\partial I}{\partial \theta_x} + (\theta_y - \theta_{oy}) \frac{\partial I}{\partial \theta_y} \quad (2.57)$$

Esta expansão só é válida se a imagem atual I é uma cópia deslocada da imagem de referência I_o e se o deslocamento é muito pequeno, de uma fração de pixel. Por essa razão a referência I_o deve ser atualizada constantemente para acompanhar as variações no perfil do ponto alongado. Para cada sub-abertura esta relação pode ser escrita em uma notação matricial como:

$$I = I_o + G(\theta - \theta_o) \quad (2.58)$$

Onde G é a matriz de ganho. A matriz de ganho pode ser obtida usando *dithering*, da mesma forma que foi feito com o *Quad Cell* na seção 2.2.7.3.4, de forma que:

$$G_x = \frac{I_+ - I_-}{2A} \quad (2.59)$$

Onde A é o raio de *dithering* e I_+ e I_- são as imagens obtidas nas posições $\theta = +A$ e $\theta = -A$. Uma matriz G_x será obtida para a direção x e uma G_y para a direção y . Assim como no caso do *Quad Cell*, deve-se usar média temporal das imagens para diminuição do ruído. A equação 2.58 pode ser solucionada para θ como:

$$\theta = R(I - I_o) + \theta_o \quad (2.60)$$

Onde R é a pseudoinversa da matriz G . Gilles e Ellerbroek (2008) estabelecem a seguinte forma de implementação da pseudoinversa ponderada com o ruído:

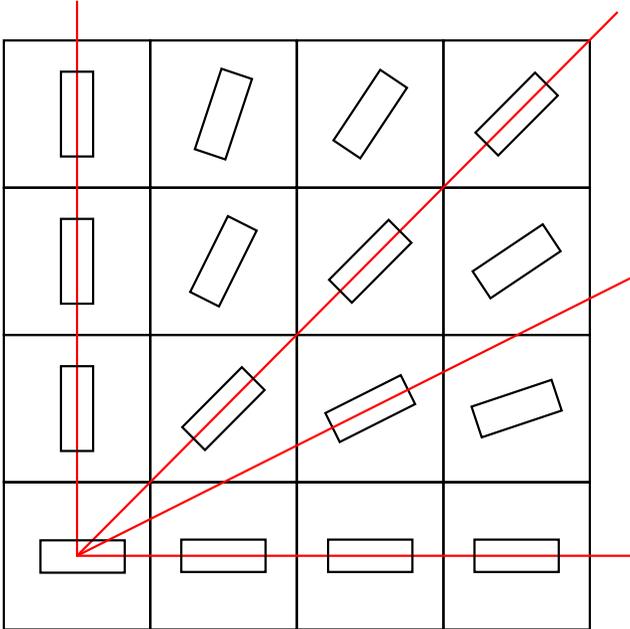


Figura 23 – Posicionamento dos pixels de um detector de coordenadas polares. Neste tipo de detector os pixels em cada subabertura estão alinhados com a direção de alongamento de ponto. No desenho está representado um sensor shack-hartmann com 4x4 subaberturas, o laser está projetado na subabertura inferior esquerda, de modo que os alongamentos são em relação a esta subabertura. Os retângulos representam uma matriz de pixels típica de um CCD, que neste caso está alinhada com a direção de alongamento em cada subabertura.

$$R = M(G_e^T C_\eta^{-1} G_e)^{-1} G_e^T C_\eta^{-1} \quad (2.61)$$

onde C_η é a matriz de covariância do ruído definida por $C_\eta = \text{diag}(I_o + \sigma^2)$ e σ é o ruído de leitura do detector. Por sua vez a matriz G_e é: $G_e = [G_y \ G_x \ I_o]$. A matriz M , é definida por

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Esta implementação pode levar a problemas para deslocamentos do ponto maiores que um pixel e uma versão mais robusta da pseudoinversa é utilizar para:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

$$G_e = [G_y \ G_x \ I_o \ I_1 \ I_2 \ I_3 \ I_4] \quad (2.64)$$

Onde I_1 e I_2 denotam a imagem I_o com deslocamentos de ± 1 pixels nas linhas e I_3 e I_4 o mesmo para deslocamento nas colunas. Para cada caso uma linha ou coluna sairá para fora da imagem sendo descartada e no outro extremo outra linha ou coluna será adicionada com zeros.

Para a implementação do *constrained matched filter* neste trabalho utilizamos a versão mais complexa dada pelas equações 2.63 e 2.64, mas tivemos que escolher o valor A para os deslocamentos do *dither* pois os autores não o especificaram. Lardiere et al. (2008b) testou vários valores de *dither*, 0,02 pixels foi o melhor valor. Nós verificamos e o adotamos. Nas nossas simulações a imagem de referência I_o foi construída usando uma média das últimas cinco imagens para criar uma versão com melhor sinal ruído da imagem. As imagens de *dither* também são médias para melhor sinal ruído. Os sinais de *dither* e a referência estão sempre atualizados neste trabalho, isto não é prático na realidade mas nos dá o melhor resultado possível. Usamos a imagem sendo processada em cada iteração para obter a matriz de ruído C_η .

2.2.7.5 Centroide por redes neurais artificiais

Neste trabalho apresentaremos uma nova técnica de detecção de centroide que utiliza ANNs. Para treinar as ANNs usamos imagens simuladas dos pontos alongados. A rede é apresentada a pares de imagem

de entrada e saídas correspondentes. Se apresentada a um grande conjunto de pares entrada-saída ela aprenderá a reconhecer as inclinações que correspondem a cada imagem de entrada. Da nossa experiência, para que o treino possa ser capaz de lidar com qualquer posição do ponto e forma do perfil, cada imagem de treinamento deve ser computada com uma posição e perfil aleatórios. A imagem de ponto simulada usa um perfil aleatório que é modelado segundo a aparência de um perfil de densidade real da camada de sódio.

No conjunto de treinamento o ponto é posicionado aleatoriamente seguindo uma distribuição normal. Como resultado, o conjunto de treino terá o ponto posicionado em qualquer região do sensor, mas com uma probabilidade maior de estar próximo ao centro. Isso é aproximadamente o que a rede verá quando o movimento for criado por turbulência com estatística de Kolmogorov.

As vantagens de utilizar ANNs é que esta técnica não exige conhecimento prévio sobre o perfil de densidade da camada de sódio como a técnica de convolução e não necessita de informação de *dithering* como o *matched filter*. Ela é capaz de lidar com qualquer formato do ponto alongado automaticamente porque foi treinada para reconhecer uma variedade grande de formas. Uma descrição mais detalhada, assim como resultados obtidos com esta técnica serão apresentados na seção 5.

A seguir são detalhados os projetos que foram objeto de estudo.

3 CARACTERIZAÇÃO DE *PHASE-SCREENS*

As técnicas de óptica adaptativa novas precisam ser testadas em laboratório antes de serem levadas para teste em telescópios, pois realizar um teste em um telescópio rouba valioso tempo que pode ser usado em observações. Os telescópios grandes, aqueles que necessitam de óptica adaptativa, costumam ter todo o seu tempo dedicado a pesquisas científicas e manutenção.

Para que uma técnica de óptica adaptativa possa ser testada em laboratório, é necessário reproduzir o que seria encontrado em um telescópio. Isso pode ser feito utilizando lentes para simular o telescópio, fibras ópticas ou laser para simular estrelas e, no caso da turbulência, é possível reproduzi-la em bancada com uma ou mais *phase-screens*. Uma *phase-screen* é uma superfície que permite a passagem da luz, mas distorce a frente de onda reproduzindo o que acontece na atmosfera.

Um método barato de se fabricar uma *phase-screen* como essa é aplicar tinta acrílica a um substrato transparente (RAMPY et al., 2010). Para que essa *phase-screen* possa então ser utilizada em uma simulação de laboratório a mesma precisa ser avaliada quanto a suas características.

3.1 DESCRIÇÃO DO PROJETO

A Figura 24 é uma fotografia de uma mesa de caracterização de *phase-screen*. Esta bancada foi montada no laboratório de óptica do departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Católica do Chile, onde fiz Doutorado Sanduíche pelo período de Julho de 2011 a Julho de 2012. Nesta montagem se utiliza a luz de um laser que é colimada antes de passar pela *phase-screen*. Um divisor de feixe é responsável por reduzir a intensidade da luz emitida para evitar saturação do CCD, e é posicionado no plano imagem. O feixe de luz é então recolimado para atravessar uma matriz de microlentes. A matriz de microlentes mais o CCD formam um sensor de frente de onda tipo Shack-Hartmann.

Nesta montagem foi utilizado um laser com alargador de feixe como fonte de luz colimada. A *phase-screen* foi montada com um motor para movimentá-la, simulando uma turbulência dinâmica como ocorre na atmosfera.

Na seção 2.2.1 foi apresentada a densidade espectral de potência

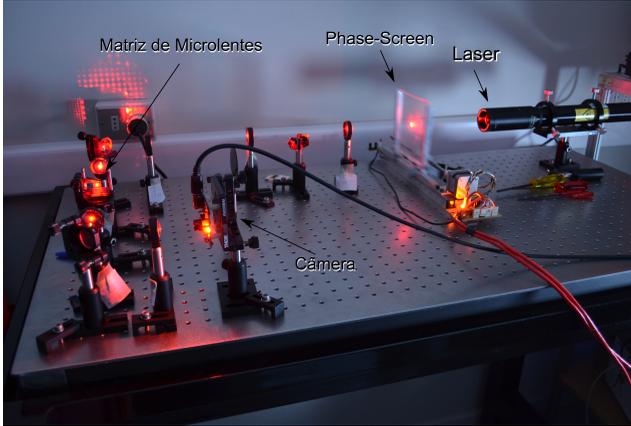


Figura 24 – Fotografia da mesa de caracterização de phase-screens. Nesta montagem se utiliza a luz de um laser que é colimada antes de passar pela *phase-screen*. Após o plano imagem o feixe de luz é recolimado para atravessar uma matriz de microlentes. A matriz de microlentes mais o CCD formam um sensor de frente de onda tipo Shack-Hartmann.

(*Power spectral density* - PSD) para a turbulência de Kolmogorov. Isso também pode ser medido com um sensor tipo Shack-Hartmann. Segundo o modelo de turbulência de Kolmogorov, o espectro de Wiener de uma turbulência atmosférica deve ser (HARDY, 1998):

$$\Phi(\kappa) = \frac{0.0229}{r_0^{5/3} \kappa^{11/3}} \quad (3.1)$$

Onde r_0 é o comprimento de coerência de Fried e κ é a frequência espacial.

Tanto r_0 quanto o espectro de Wiener devem ser determinados para validar o uso da *phase-screen* para simular turbulência. Obtendo-se um gráfico do espectro de Wiener a partir do movimento da imagem de uma subabertura, pode-se compará-lo ao espectro de turbulência segundo a teoria de Kolmogorov, para determinar a adequação da *phase-screen* para uso em simulação de turbulência atmosférica.

O valor de r_0 pode ser obtido a partir da medição da variância do movimento da imagem em uma subabertura do sensor de frente de onda. A equação que relaciona a variância do movimento da imagem

com r_0 obtida por Sarazin e Roddier (1990) é:

$$\sigma^2 = K\lambda^2 r_0^{-5/3} D^{-1/3} \quad (3.2)$$

Onde K é uma constante e D é o diâmetro da subabertura (projetadas no espelho primário, em metros). Para o caso de um sensor de frente de onda tipo Shack-Hartmann com subabertura quadrada utilizamos o valor de $K = 0.162$ calculado por Saint-Jacques (1998). A medição de r_0 é importante para determinação da força da turbulência sendo inserida pela *phase-screen*.

3.2 RESULTADOS

No projeto de testes de laboratório para técnicas de tomografia apresentado na seção 4, construímos uma bancada óptica e utilizamos uma *phase-screen* para simulação da turbulência atmosférica. Esta *phase-screen* é uma *turbulence phase plate* da Lexitek (EBSTEIN, 2002), montada em uma plataforma rotativa. Esta *phase-screen* foi criada sob encomenda baseada em uma simulação computadorizada para reproduzir uma camada turbulenta com estatísticas de Kolmogorov. A simulação foi feita para que a *phase-screen* tenha um parâmetro de Fried r_0 de 0.4 mm.

Para garantir que a *phase-screen* assim produzida tenha as características desejadas, eu executei testes de laboratório para se medir os principais parâmetros da *phase-screen*. Para medição do valor de r_0 utilizei um sensor de frente de onda tipo Shack-Hartmann da Thorlabs modelo WFS150. Este sensor possui uma matriz de microlentes com $150 \mu\text{m}$ de diâmetro cada e com distância focal de 3,7 mm. Possui também um CCD de 1,3 Megapixels e com cada pixel possuindo $4.65 \mu\text{m}$.

Para a medição a *phase-screen* foi atravessada por um feixe laser colimado de comprimento de onda de 635 nm . Dados foram obtidos durante toda uma volta da *phase-screen*. Para as medições utilizei uma pupila de 2,7 mm de diâmetro que equivale a um Shack-Hartmann com 18x18 subaberturas. A detecção do centroide foi realizada com o método centro de gravidade com limiar (TCoG). O centroide obtido nos dá a posição do ponto em pixels, para conversão em termos de ângulo deve-se multiplicar este valor pela escala de placa. Como os ângulos são pequenos pode-se usar a aproximação $\text{sen}\theta \simeq \theta$ e a escala de placa é então o tamanho do pixel dividido pela distância focal das microlentes. Com os dados obtidos durante toda a volta da *phase-screen* pode-se

obter a variância σ^2 do movimento do ponto. Finalmente o valor de r_0 é calculado pela equação:

$$r_0 = \left(\frac{\sigma^2}{0,162\lambda^2 d^{-1/3}} \right)^{-3/5} \quad (3.3)$$

Equação esta obtida isolando r_0 na equação 3.2. Em cada subabertura obtêm-se uma medida para o valor de r_0 . Fazendo a média de todas as subaberturas o valor obtido na medição da resultou $r_0 = 0.41$ mm, muito próximo do valor planejado de 0.4 mm.

O próximo valor que podemos verificar é a PSD. Especialmente uma medição das distorções na frente de onda com um sensor de frente de onda Shack-Hartman não terá muita informação para que se crie uma PSD pois o Shack-Hartmann visualizará apenas um recorte muito pequeno da turbulência, apenas o que se vê na pupila. Entretanto conhecendo-se a velocidade com que a turbulência se move é possível obter uma PSD temporal e executar uma conversão.

Quando a turbulência se move em frente à pupila, uma única subabertura terá informação espacial do caminho percorrido em frente a esta subabertura. Fazendo-se a transformada de Fourier desta informação é possível recuperar a PSD. Neste caso também fez-se a média da PSD obtida por cada subabertura. A taxa de obtenção de dados para este teste foi de 5 Hz com uma velocidade de movimento da *phase-screen* de $2,6 \cdot 10^{-4}$ m/s. A PSD obtida pode ser observada na Fig. 25.

Este gráfico mostra uma grande influência da escala externa (outer scale) no lado esquerdo. Isso acontece pois estamos vendo apenas a parte do gráfico de baixas frequências espaciais. Já que a taxa de dados é de 5 Hz pelo limite de Nyquist, a frequência máxima observável é de 2.5 Hz. Considerando a velocidade de $2,6 \cdot 10^{-4}$ m/s isso equivale a 0.104 mm e uma frequência espacial de $9615 m^{-1}$. Selecionamos a área não influenciada pela escala externa, de $3800 m^{-1}$ a $8600 m^{-1}$ e ajustamos uma reta nesta região para determinação da lei de potência, uma reta deste ajuste é mostrada no gráfico. O valor obtido para a potência foi de -4,01, próximo do valor esperado de $-11/3 = -3,67$.

Este método de avaliação de phase-screen será útil em projetos futuros onde pretende-se utilizar phase-screens produzidas em laboratório com tinta acrílica, onde o valor de r_0 precisa ser determinado e deve-se verificar se a phase-screen se desvia das estatísticas de Kolmogorov.

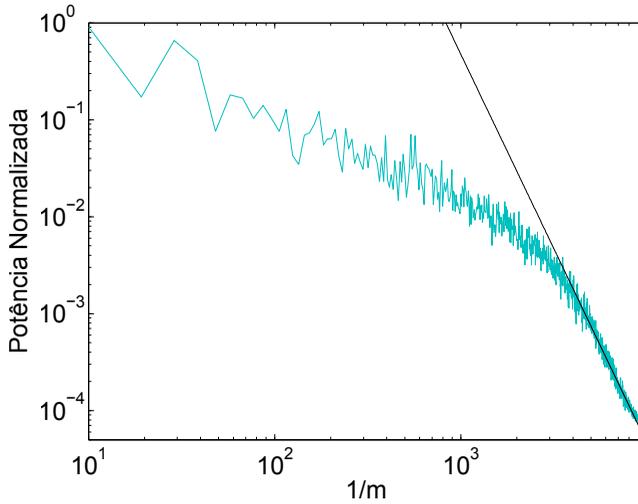


Figura 25 – Medição da densidade espectral de potência em um gráfico log-log. Esta medição foi obtida da *phase-screen* para verificar se a mesma segue as estatísticas de Kolmogorov. A reta indica um ajuste da inclinação para determinar a potência da mesma, que foi -4,01, próximo do valor esperado de $-11/3 = -3,67$.

4 TESTES DE LABORATÓRIO PARA TÉCNICA DE TOMOGRAFIA POR REDES NEURAIAS

4.1 TOMOGRAFIA POR REDES NEURAIAS ARTIFICIAIS

O método de uso de redes neurais artificiais para MOAO consiste em obter-se uma projeção a um sensor de frente de onda ‘virtual’ como no método *Learn and Apply* apresentado na seção 2.2.5.2, mas sem a necessidade de calibração a cada observação, utilizando para este fim redes neurais.

As redes neurais são bem conhecidas como um método de resolver problemas complexos e difíceis de serem modelados. (SWINGLER, 1996)

Essas redes neurais são treinadas em um ambiente simulado, onde se simula a turbulência em todas as altitudes possíveis, de modo que o sistema estará pronto para qualquer perfil de turbulência. O objetivo disso é treinar a rede em um intervalo completo de cenários possíveis.

O uso de redes neurais artificiais é uma nova proposta para realização de tomografia em MOAO testada em simulações por computador por Osborn et al. (2012), mas que ainda não tinha sido testada em bancada óptica. Pretende-se neste projeto testar o método de MOAO de redes neurais em uma mesa óptica para validar a técnica em uma situação mais realista.

O objetivo principal do projeto é executar testes em bancada de forma a aprimorar e validar o reconstrutor tomográfico antes que o mesmo seja testado em um telescópio real.

4.2 DESCRIÇÃO DO RECONSTRUTOR TOMOGRÁFICO

Para a tomografia da turbulência atmosférica será utilizado o reconstrutor baseado em redes neurais CARMEN (Complex Atmospheric Reconstructor based on Machine LEarNing) (OSBORN et al., 2012). O reconstrutor CARMEN usa as inclinações medidas pelo sensor de frente de onda de cada estrela guia fora de eixo como entradas, e os coeficientes de Zernike do alvo no eixo como saídas. Os polinômios de Zernike são utilizados como uma forma simplificada de representar a forma da frente de onda, como explicado na seção 2.2.1.1. Um diagrama simplificado da rede utilizada pelo CARMEN é mostrado na Fig. 26.

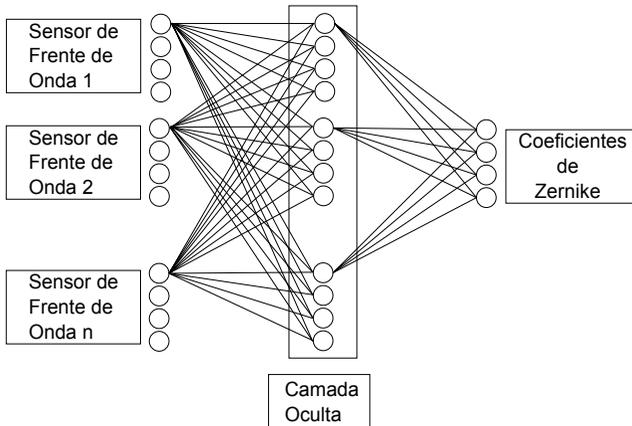


Figura 26 – Um diagrama simplificado do reconstrutor tomográfico CARMEN utilizando ANN. As inclinações medidas pelos sensores de frente de onda são as entradas da rede, todas elas ligando a cada neurônio da camada oculta. Os neurônios da camada oculta são por sua vez ligados aos neurônios de saída, sendo que as saídas são os coeficientes de Zernike que definem a forma da frente de onda.

Os pesos conectando os neurônios representam o ‘conhecimento’ da rede, seus valores refletem a importância da entrada correspondente para o neurônio. Para atribuir os valores para os pesos é necessário ‘treinar’ a rede. O treino é feito mostrando à rede um conjunto de entradas com as saídas correspondentes. Um algoritmo é então aplicado para obter os pesos desejados.

O algoritmo utilizado para CARMEN é o algoritmo de treinamento *backpropagation*; este algoritmo tenta minimizar a diferença mínima quadrada média sobre todo o conjunto de treinamento. O conjunto de treinamento é constituído de um número grande de casos nos quais o resultado é conhecido.

É importante que o conjunto de treinamento seja grande o suficiente, tendo assim variação suficiente, para que a rede possa ser treinada para lidar com todos os cenários possíveis. No caso da tomografia de turbulência as possíveis variações são a altitude da camada turbulenta e as aberrações de fase induzidas, ou em outras palavras, a forma da frente de onda resultante.

Para o treinamento do reconstrutor CARMEN são utilizados dados simulados. Para a simulação foi utilizada uma das facilidades

do software para simulação de óptica adaptativa da Universidade de Durham (BASDEN et al., 2007). Se treinada com dados suficientemente independentes a rede deve poder lidar com qualquer entrada similar, ou uma combinação das entradas de treinamento. Para CARMEN os melhores resultados foram obtidos treinando a rede com uma única camada turbulenta. Esta camada é posicionada a altitudes variáveis para que a rede veja uma variedade de possíveis altitudes para a turbulência. Para cada altitude, a rede é apresentada a um número de *phase-screens* geradas aleatoriamente. Mesmo sendo treinada com uma camada única a rede irá aprender a lidar com um caso multicamadas porque a rede pode processar uma combinação dos dados de treino.

Também experimentamos com diferentes arquiteturas de redes, variando o número de neurônios e o número total de camadas. Estes números definem o grau de liberdade do sistema, de forma que o valor ótimo varia de acordo com a complexidade do problema, que em nosso caso significa o perfil da turbulência atmosférica e o ruído. Como a arquitetura ótima muda de acordo com as circunstâncias, optamos por uma abordagem simples que fornece bons resultados para variados casos. Esta arquitetura simples é composta por uma camada oculta contendo o mesmo número de neurônios da entrada, permitindo mapeamento completo.

Treinando a rede com conjuntos de dados simplísticos (os dados simulados) que cobrem uma gama completa de posições e formas da turbulência, a rede pode combinar as respostas para estimar a resposta para perfis muito mais complicados. Nenhuma informação adicional ou retreino são necessários mesmo que a atmosfera mude drasticamente durante as observações, fazendo deste reconstrutor tomográfico um reconstrutor robusto.

4.3 DESCRIÇÃO DO PROJETO DE BANCADA

O experimento consiste em simular luz colimada de ‘estrelas guia’ (implementadas com LEDs ou fibras ópticas) que se sobrepõe como ocorre na realidade quando atravessam camadas turbulentas na atmosfera. Estas estrelas guia são re-imageadas por um simulador de telescópio, de modo a alimentar um sensor de frente de onda tipo Shack-Hartmann para amostrar a frente de onda incidente.

Para simular a turbulência atmosférica é colocada uma tela móvel (a *phase-screen*) a certas distâncias da pupila do telescópio. Estas distâncias são escolhidas para equivaler a uma camada turbulenta a

certa altura na atmosfera, e esta equivalência se dá pela percentagem de sobreposição dos feixes de luz. A Tabela 2 mostra valores típicos de sobreposição para um telescópio de 4,2 metros de diâmetro, considerando alturas típicas para as camadas de turbulência.

Tabela 2 – Percentagens de sobreposição para estrelas guias segundo separação entre as estrelas e altitude da camada.

θ (arcoseg)	h = 0 m	h = 4000 m	h = 6000 m	h = 8000 m
20	100 %	88,26 %	82,42 %	76,62 %
40	100 %	76,62%	65,18 %	54,06 %
60	100 %	65,18 %	48,65 %	33,25 %

A Figura 27 ilustra a sobreposição do feixe de quatro estrelas a uma posição intermediária da atmosfera simulada.

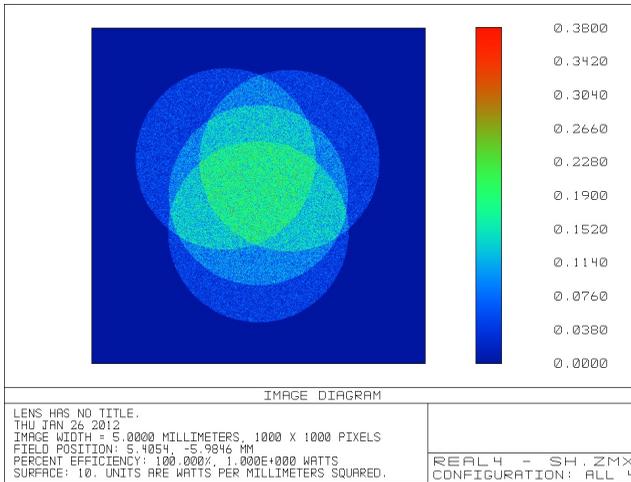


Figura 27 – Vista em corte da sobreposição dos feixes de luz a uma posição intermediária da atmosfera simulada.

Na Figura 28 apresentamos a mesa óptica usada para produzir dados reais (não simulados em computador) para validar a rede neural. A mesa foi construída para simular um telescópio observando quatro estrelas, uma estrela alvo circundada por três estrelas guia. A estrela alvo será usada como uma referência para comparar sua frente de onda

medida com a frente de onda reconstruída. Eu montei esta mesa durante meus trabalhos na Universidade Católica do Chile utilizando o material já existente no laboratório de óptica do departamento de Engenharia Elétrica. O equipamento laser conectado a fibras ópticas foi projetado e montado por alunos desta universidade.

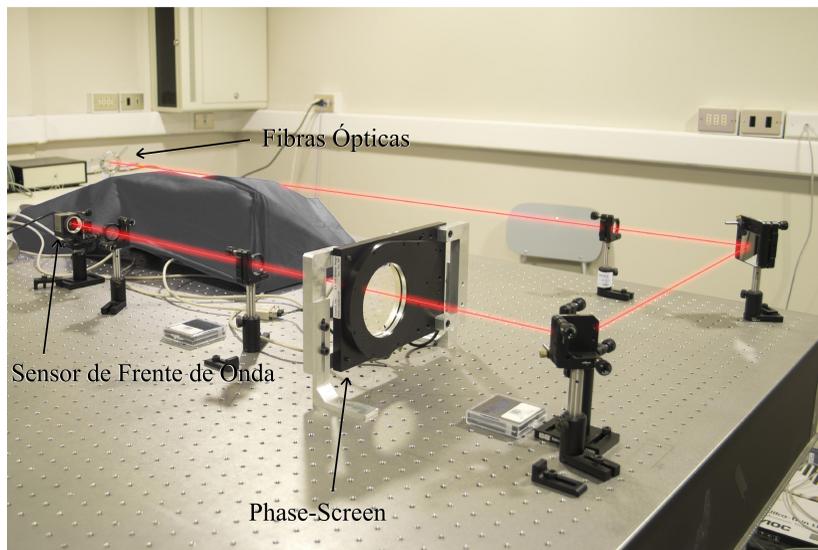


Figura 28 – Fotografia da bancada óptica ilustrando o caminho percorrido pela luz desde a fonte com fibras ópticas até o sensor de frente de onda.

As estrelas foram simuladas com laser guiado por fibras ópticas para criar fontes pontuais. Após passar por uma lente imageadora, a luz é colimada por outra lente para criar feixes colimados. Nesta parte os quatro feixes estarão convergindo, simulando o que acontece na atmosfera, como ilustrado pela Fig. 19. Nesta parte uma *phase-screen* pode ser posicionada para simular uma camada turbulenta a uma dada altitude. A altitude equivalente que seria obtida em um telescópio real pode ser calculada pela percentagem de sobreposição entre os feixes de luz, como já mencionado e ilustrado na tabela 2.

A *phase-screen* usada na mesa óptica é uma *turbulence phase plate* da Lexitek (EBSTEIN, 2002), montada em um estágio rotativo. Esta *phase-screen* foi criada para reproduzir uma camada turbulenta com estatísticas de Kolmogorov. A *phase-screen* é um disco com 10 cm

de diâmetro e possui um r_0 de 0,4 mm.

Depois da parte 'atmosférica' da *phase-screen* um par de lentes recolima e magnifica os feixes de forma que um Shack-Hartmann possa ser posicionado na posição conjugada à pupila. Para o sensor de frente de onda Shack-Hartmann estamos usando o sensor WFS150 da Thorlabs, que é uma câmera de 1,3 megapixels montada com uma matriz de microlentes.

Estamos usando apenas uma câmera e uma matriz de microlentes como sensor de frente de onda para as quatro estrelas. Isso torna o projeto óptico mais simples e barato, ao custo de dados com maior ruído. Cada microlente irá criar imagens das quatro estrelas e as subaberturas são então separadas por software em volta da imagem de cada estrela. A técnica de centroide utilizada para o sensor de frente de onda é o algoritmo padrão de centro de gravidade com limiar (TCoG).

As estrelas, na realidade lasers posicionados por fibras ópticas, foram posicionadas em um triângulo em volta da estrela central. A distância entre a estrela central e cada uma das estrelas fora de eixo é de 6 mm. Após passar pelo sistema óptico e serem imageadas pelo Shack-Hartmann isso resulta em 11 pixels entre a estrela central e cada uma das estrelas fora de eixo. A separação entre as imagens de uma microlente e a seguinte é de 32 pixels. Para as medições escolhemos um tamanho de pupila que contém 18 subaberturas de diâmetro, e para a medição de centroide foi selecionado um quadrado com 11x11 pixels. Na posição da *phase-screen* o tamanho do feixe colimado para cada estrela é de 5,4 mm, e o valor de r_0 para a *phase-screen* é de 0,4 mm. A Figura 29 mostra uma fotografia das fibras ópticas posicionadas (esquerda) e uma captura de tela da imagem como vista pelo sensor de frente de onda Shack-Hartmann (direita).

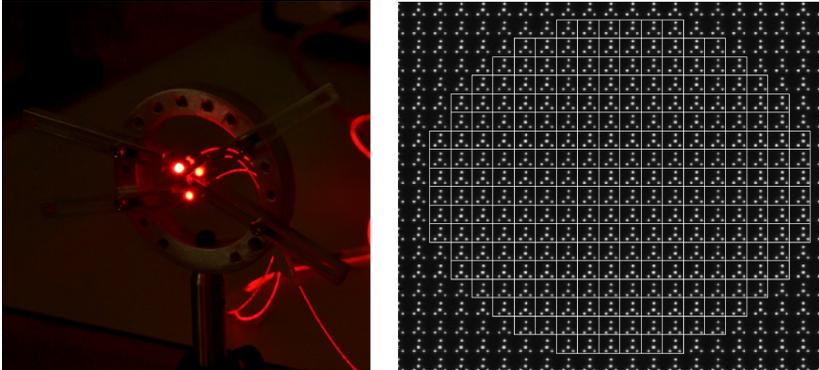


Figura 29 – Fotografia das fibras ópticas montadas (esquerda) e imagem obtida pelo sensor Shack-Hartmann (direita). A fibra central representa o objeto científico. As três fibras circundantes são as estrelas guias.

4.4 RESULTADOS

Para obter uma medida do erro de tomografia máximo, fiz uma reconstrução da frente de onda usando os coeficientes de Zernike, e subtraí a frente de onda calculada pela ANN da frente de onda obtida das medições dos centroides no Shack-Hartmann. O resultado representa o erro do reconstrutor tomográfico mais o erro do ajuste de Zernike.

A Figura 30 mostra os resultados: uma medida da variância de fase da frente de onda como função da percentagem de sobreposição dos feixes fora de eixo. Mostro o erro de frente de onda da estrela no eixo segundo medido pelo Shack-Hartmann, o erro de frente de onda no eixo predita pela rede neural e o erro de frente de onda residual depois da subtração. O erro de frente de onda residual é reduzido por um fator de aproximadamente 5 em comparação com o erro de frente de onda medido. Também mostro no gráfico o erro de frente de onda predito por cálculo se levamos em consideração o erro inserido pela cintilação.

Se mudarmos a escala deste resultado para um telescópio de 2 metros de diâmetro, teríamos um valor de r_0 de 0,15 metros, e para uma separação entre estrelas de 20 arcosegundos as altitudes das camadas turbulentas medidas seguiriam os valores da Tab. 3.

A fração de sobreposição foi calculada como a relação da área onde existe sobreposição dos feixes das estrelas fora de eixo em relação à área total do feixe. A Figura 31 mostra a sobreposição para 0,5, 0,25

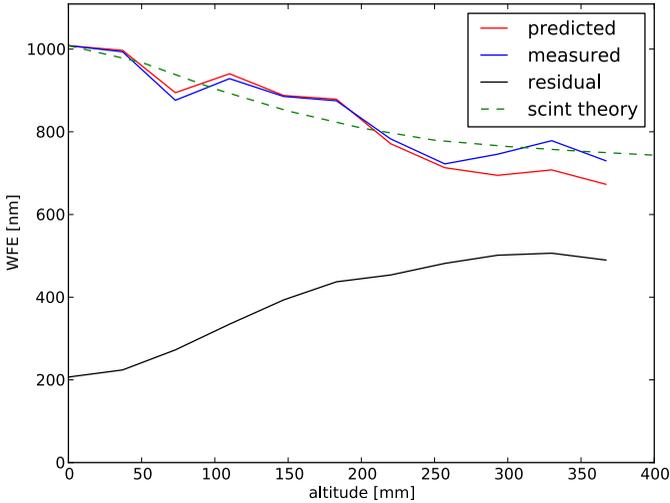


Figura 30 – Resultado do erro de frente de onda em função da altitude da turbulência. É mostrado o erro de frente de onda da estrela no eixo medida (*measured*), o erro de frente de onda da frente de onda predita pela rede (*predicted*) e o erro de frente de onda para a frente de onda residual depois da subtração (*residual*). Também mostramos no gráfico o erro de frente de onda previsto por cálculo se levamos em consideração o erro inserido pela cintilação (*scint theory*).

e 0.

Ainda existe possibilidade de melhoria com os dados atuais da bancada. Como pode ser observado na Fig. 30, o erro medido para a frente de onda é maior que os valor teóricos esperados e diminui à medida que a altitude aumenta. Estamos investigando as causas dessas diferenças. Nossas hipóteses atuais são as seguintes: 1) Vibrações na bancada causadas pelo motor da *phase-screen* funcionando enquanto os dados são obtidos; 2) cintilação para as camadas mais altas e o ruído eletrônico da câmera. Apesar destas diferenças, o erro para a frente de onda predito pela rede neural é muito próximo do erro de frente de onda medido pelo Shack-Hartmann, mostrando que o reconstrutor é capaz de lidar com esta fonte adicional de erro de frente de onda.

Tabela 3 – Altitudes equivalentes das camadas de turbulência para um telescópio de 2 metros de diâmetro, sobreposição a esta altitude entre estrelas com separação de 20 arcosegundos e posição equivalente da *phase-screen* na bancada.

Fração de Sobreposição	1,0	0,866	0,735	0,597	0,479	0,371	0,269	0,182	0,112	0,05
Altitude (m)	0	856	1761	2758	3682	4607	5569	6532	7449	8514
Bancada (mm)	0	37	73	110	147	183	220	257	293	330

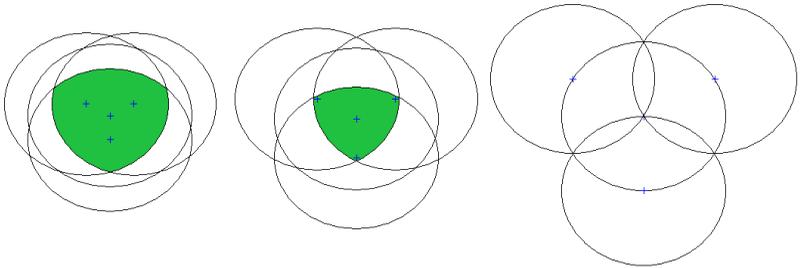


Figura 31 – Da esquerda para a direita: Sobreposição das estrelas fora de eixo para 50, 25 e 0 % de sobreposição. As cruzes são o centro de cada círculo.

5 TÉCNICAS DE CENTROIDE PARA SENSORES DE FRENTE DE ONDA USANDO REDES NEURAIIS

5.1 OBJETIVOS

O principal objetivo a ser alcançado com o projeto tema deste capítulo é criar uma nova técnica de detecção de centro para sensores de frente de onda do tipo Shack-Hartmann que seja independente do perfil da camada de sódio. As técnicas atuais, como citado anteriormente, dependem do conhecimento do perfil instantâneo da camada de sódio para que funcionem corretamente. A intenção é de se criar uma técnica usando redes neurais que seja capaz de lidar com qualquer perfil da camada de sódio sem necessitar de nenhuma regulação ou adaptação. A boa detecção da frente de onda é essencial para o bom funcionamento dos futuros telescópios gigantes, como o TMT e E-ELT.

A técnica sugerida é de uso de redes neurais artificiais para a realização da operação de detecção de centro. As redes neurais são bem conhecidas como um método de resolver problemas complexos e difíceis de serem modelados (SWINGLER, 1996).

Uma rede neural é capaz de obter a solução para um problema complexo, mesmo na presença de ruído, se for previamente treinada. O treinamento de uma rede neural consiste em apresentá-la a um grupo grande de possíveis cenários, com as suas respectivas soluções. Durante o treinamento a rede se adequa aos cenários apresentados de modo a minimizar os erros.

Para este projeto pretende-se treinar a rede através de simulações por computador. Esta simulação deverá ser fidedigna ao que acontece na realidade, de modo a obter-se um bom treinamento da rede.

5.2 SIMULAÇÕES PARA REDES NEURAIIS ARTIFICIAIS

No caso descrito aqui as entradas para a ANN são a contagem dos pixels de cada subabertura do sensor Shack-Hartmann. O trabalho da rede consiste em determinar o centro dos pontos formados por cada subabertura. As saídas da rede será as posições vertical e horizontal do centro do ponto. Isto é ilustrado na Fig. 32.

Para treinar as ANNs usei imagens simuladas dos pontos alongados. A rede é apresentada a pares de imagem de entrada e as saídas correspondentes. Se apresentada a um grande conjunto de pares entradas-



Figura 32 – Diagrama da ANN para determinação de centroide. As entradas da ANN são os pixels da imagem de uma subabertura. As saídas são as posições x e y do centro real. Para treinar a ANN as saídas são fornecidas com as entradas; quando em uso, a ANN deve gerar as saídas corretas automaticamente.

saídas ela aprenderá a reconhecer as inclinações que correspondem a cada imagem de entrada. Da nossa experiência, para que o treino possa ser capaz de lidar com qualquer posição do ponto e forma do perfil, cada imagem de treinamento deve ser computada com uma posição e perfil aleatórios. A imagem de ponto simulada usa um perfil aleatório que é modelado segundo a aparência de um perfil de densidade real da camada de sódio.

A simulação do ponto alongado, mostrado na Fig. 33, é implementada da seguinte forma: uma linha é construída com o alongamento e perfil requeridos, como ocorreria com uma estrela artificial sendo imageada por um sistema óptico perfeito (painel a). O perfil é reproduzido nesta linha pela intensidade em cada pixel. Esta linha é então convoluída com uma Gaussiana com o mesmo tamanho que um disco de Airy teria considerando o tamanho da lente e a escala de pixel (painel b). No caso sendo estudado o diâmetro da subabertura é de 0,5 m, com uma escala de pixel de 0,5 segundos de arco por pixel, o que resulta em um ponto com 1,19 pixel FWHM. Se a Gaussiana não estiver centrada a imagem convoluída resultante também não estará centrada e isso é usado para simular a inclinação de frente de onda desejada.

A imagem resultante é um ponto alongado livre de ruído como seria visto em uma longa exposição. A seguir adiciono ruído. Ruído de fóton é adicionado usando a imagem gerada como um modelo e lançando fótons em uma simulação de Monte Carlo (painel c). A simulação Monte Carlo é feita da seguinte maneira: um pixel da imagem é escolhido aleatoriamente, o modelo gerado no passo b determina a probabilidade de um fóton cair em cada pixel, de forma que um novo número aleatório é escolhido para determinar se o fóton cai ou não.

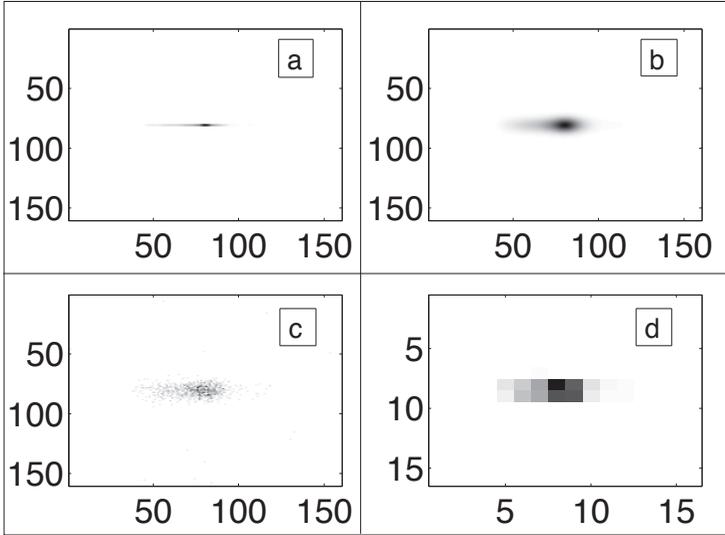


Figura 33 – Simulação de imagem para a subabertura mais externa do Shack-Hartmann, neste caso o alongamento do ponto está alinhado com as linhas do CCD. As dimensões estão em pixels. Aqui mostramos os passos da simulação para formar um ponto alongado. a: esta linha representa a projeção do perfil da camada de sódio no CCD pela subabertura correspondente a esta região. b: a linha anterior após uma convolução com uma Gaussiana para simular efeito de *seeing*. c: ruído de fóton adicionado à imagem anterior. d: redução da resolução para a escala dos pixels da subabertura.

Repete-se até o número requerido de fótons caírem no detector. A imagem resultante está em uma resolução espacial mais alta que a do sistema sendo modelado, então diminuímos a resolução da imagem para 16x16 pixels, que é o valor usada nas subaberturas neste trabalho (painel d).

No conjunto de treinamento o ponto é posicionado aleatoriamente seguindo uma distribuição normal. Como resultado, o conjunto de treino terá o ponto posicionado em qualquer região do sensor, mas com uma probabilidade maior de estar próximo ao centro. Isso é aproximadamente o que a rede verá quando o movimento for criado por turbulência com estatística de Kolmogorov.

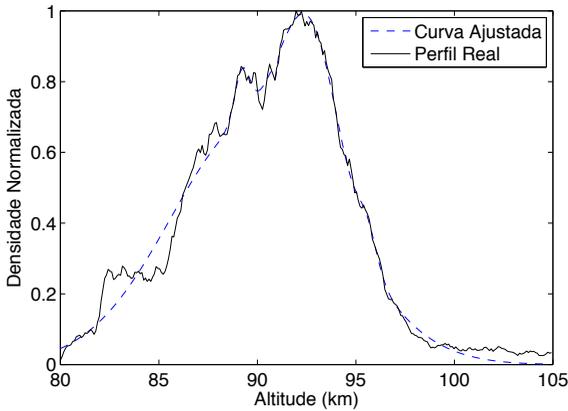


Figura 34 – Ajuste de cinco Gaussianas a um perfil real de densidade da camada de sódio. Os ajustes são repetidos para um grande número de perfis. As estatísticas dos parâmetros dessas Gaussianas são guardadas. Novos perfis sintéticos são criados aleatoriamente usando cinco Gaussianas que obedecem as estatísticas obtidas.

5.2.1 Modelagem de Perfil

Eu evitei usar perfis reais da densidade da camada de sódio no treinamento da ANN. Perfis simulados podem ter muito mais variedade de forma que a rede possa lidar com casos não vistos em um conjunto limitado de dados. Trabalhos anteriores com ANNs (OSBORN et al., 2012) mostraram que o uso de dados simulados com as mesmas estatísticas de dados reais apresentam resultados perto dos que usaram dados reais, com a vantagem de ter mais diversidade no conjunto de treinamento.

Para a construção do modelo do perfil da camada de sódio usei dados obtidos pelas instalações de LIDAR do LZT (PFROMMER; HICKSON, 2010). Cada medida real da densidade da camada de sódio foi ajustada com cinco Gaussianas. Um exemplo de um perfil ajustado pode ser visto na Fig. 34.

Cada gaussiana pode ser construída com três parâmetros, de acordo com

$$f(x) = ae^{-(x-b)^2/c^2} \quad (5.1)$$

Os parâmetros, a , b e c , para cada uma das cinco Gaussianas

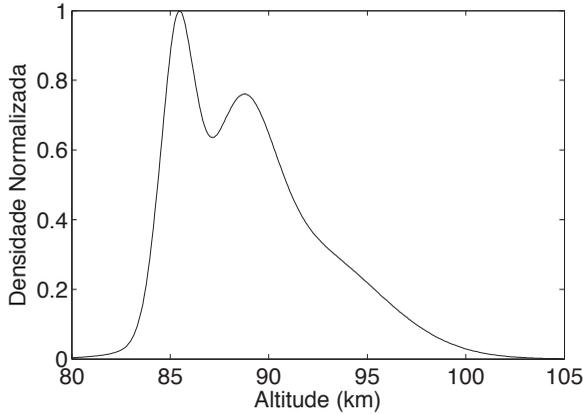


Figura 35 – Exemplo de um perfil sintético de densidade da camada de sódio usando cinco Gaussianas como explicado na Fig. 34

seguem uma distribuição estatística. Eu caracterizei esta distribuição dos parâmetros como uma distribuição normal e determinei a média e a variância para cada uma das cinco Gaussianas. Estas variâncias e médias são usadas para criar simulações Monte Carlo para gerar perfis sintéticos que são a soma das cinco Gaussianas. Para treinar a ANN eu usualmente criei um milhão de perfis sintéticos. Um exemplo de um perfil simulado construído usando este método é mostrado na Fig. 35.

Modelos mais simples do perfil da camada de sódio também foram testados. Com menos de cinco Gaussianas os resultados da ANN não foram aceitáveis, os erros médios resultantes foram maiores que o da rede treinada com cinco Gaussianas. Para seis ou mais Gaussianas nenhum ganho apreciável foi obtido. Mais detalhes sobre como estes erros são calculados são apresentados na seção 5.6.

5.3 REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

O detector de coordenadas polares, apresentado na seção 2.2.7.3.6, tem os pixels sempre alinhados com a direção de alongamento do ponto. A técnica *constrained matched filter* foi desenvolvida para este tipo de detector então desenvolvi algumas redes ANN para trabalhar com este caso. Mas também estou interessado no uso de ANNs

em CCDs normais, em que o alongamento do ponto não está alinhado com os pixels do detector, e alguns resultados tratam disso. Para diferenciar do detector de coordenadas polares chamarei o detector normal de CCD cartesiano. O fator limitante do CCD cartesiano é que a ANN não manobra bem com diferentes direções de alongamento, então é preciso treinar uma rede diferente para cada direção de alongamento. A vantagem é que a rede treinada deste modo ainda funciona com CCDs normais, permitindo o uso de CCDs convencionais.

As simulações e treinamento das ANNs foram efetuadas no laboratório de instrumentação astronômica da Universidade Federal de Santa Catarina no período de Agosto de 2012 a Novembro de 2013. Parte das simulações com maior carga computacional foi efetuado utilizando as instalações de computação do Laboratório de Astroinformática (IAG/USP).

5.4 VALIDAÇÃO

Para validar uma ANN já treinada, eu expus a rede a um conjunto de dados que não foi usado durante o treinamento. No caso em estudo treinei a ANN com dados simulados que seguiam as estatísticas obtidas das observações por LIDAR da camada de sódio. Para validar a ANN usei perfis reais da camada de sódio obtidos pelo LIDAR do LZT (PFROMMER; HICKSON, 2010) para fornecer as assimetrias no ponto alongado. Para criar o movimento do ponto no Shack-Hartmann simulado criei turbulência de Kolmogorov em uma *phase-screen* virtual.

Para simular um perfil de camada de sódio com evolução temporal os dados do LIDAR do LZT foram interpolados. Os dados do LIDAR do LZT possuem uma resolução temporal de um segundo, enquanto que eu preciso simular um sistema funcionando a 700 Hz, a frequência que um sistema de óptica adaptativa real deste tipo operaria. Portanto interpolação linear foi usada para obter um perfil com evolução contínua.

Ao treinar a rede, as inclinações da frente de onda foram criadas aleatoriamente e sem dependência temporal. Mas para os dados de validação, inclinações com dependência temporal foram obtidas gerando uma *phase-screen* com estatísticas de Kolmogorov e movendo-a com uma velocidade de 10 m s^{-1} .

5.5 ARQUITETURA DA REDE NEURAL ARTIFICIAL

Todas as ANNs usadas neste trabalho possuem 256 entradas, representando os 16x16 pixels da imagem da subabertura, e 2 saídas, representando o deslocamento horizontal e vertical do ponto. Para a camada oculta, 16 neurônios foram usados, e o método de treinamento utilizado foi o Levenberg-Marquardt *backpropagation*. (MARQUARDT, 1963).

Minhas redes foram treinadas utilizando Matlab. O Matlab funciona bem em um ambiente simulado mas para um sistema real seria difícil porta-lo para um controlador local, e a performance de uma linguagem por *script* como a do Matlab teria uma performance muito abaixo de linguagens compiladas como C e C++.

Uma vez treinada e validada uma rede pode ser implementada em um controlador local usando um sistema como o DARC (BASDEN; MYERS, 2012) que é um projeto *open source* e um sistema de controle de tempo real de alta performance para sistemas de óptica adaptativa.

5.6 RESULTADOS

Nesta seção comparo os resultados obtidos com a ANN nos testes de validação com outras técnicas de centroide: centro de gravidade simples (CoG), e o *constrained matched filter*. O método CoG não funciona bem com pontos alongados mas foi implementado para estabelecer um patamar mínimo.

Para avaliar a performance do meu algoritmo usei erro de centroide como uma figura de mérito. Para testar um algoritmo de centroide simulei uma imagem de subabertura com alongamento. Depois comparei a posição simulada do ponto com a posição medida pelo algoritmo de centroide. O erro de centroide é a diferença absoluta entre o centro do ponto simulado e o valor medido pelo algoritmo.

Experimentei com o maior alongamento do ponto como o pior dos casos. Implementei cuidadosamente as técnicas de centroide existentes para comparação direta com o algoritmo proposto.

Um sensor de frente de onda Shack-Hartmann completo com N subaberturas é requerido para produzir resultados em termos de erro de frente de onda. Como estamos introduzindo a técnica, não considero necessário apresentar resultados em termos de erro de frente de onda neste estágio. Em vez disso, uso erro de centroide como figura de mérito, já que quanto menor for o erro de centroide, menor será o erro

de frente de onda. Para testar como as ANNs lidam com diferentes níveis de ruído projetei um conjunto de testes com uma variedade de níveis de ruído, neste caso ruído de fóton, que varia de 100 a 30000 fótons.

As imagens ruidosas foram geradas com somente ruído de fóton por simplicidade, e os níveis escolhidos correspondem a uma relação sinal ruído de 10 a 173. Isto cobre e excede o esperado pelo E-ELT usando estrelas guia laser, que varia de 300 a 1100 fótons por pixel por quadro (LARDIÈRE et al., 2010). Apesar de estarmos baseando a simulação no telescópio TMT, neste caso tive que usar informação para o E-ELT por falta de dados referente aos níveis de fótons esperados para o TMT.

Dez mil iterações foram computadas para cada nível de ruído, os resultados apresentados nas Figs. 37 a 43 são o erro de centroide médio para cada técnica em todas as iterações. O erro de centroide médio foi calculado como a média em todas as iterações do erro absoluto. O erro absoluto é o valor absoluto do centro medido subtraído do centro real. Estes valores são então comparados com outras técnicas de centroide.

A seguir mostro quatro casos diferentes. Nestes uso duas ANNs diferentes, uma treinada com a presença de ruído, que foi escolhido como sendo 1000 fótons para coincidir com o maior nível esperado para o E-ELT, chamada ANN 1K nos gráficos e uma treinada sem a presença de ruído, chamada ANN Noiseless nos gráficos.

5.6.1 Caso ideal

Para determinar o melhor cenário possível rodei simulações baseadas em uma medida do LIDAR em que o centro de gravidade coincide com o centro geométrico. Este caso gera o melhor resultado para o método CoG. A simulação foi feita sem turbulência e o detector usado foi o detector de coordenadas polares, o alongamento de ponto para este detector e o perfil de densidade da camada de sódio são mostrados na Fig. 36. Nesta simulação estamos olhando somente para os efeitos de ruído de fóton.

Resultados para o erro médio de centroide são mostrados na Fig. 37 para os métodos CoG, *constrained matched filter* e ANN.

Como pode ser visto nos resultados, a ANN treinada com ruído (ANN 1K) é melhor que a ANN treinada sem ruído (ANN Noiseless) em situações na presença de alto ruído. Como a rede foi treinada com um ruído de fóton de 1000 fótons ele opera bem em situações com níveis

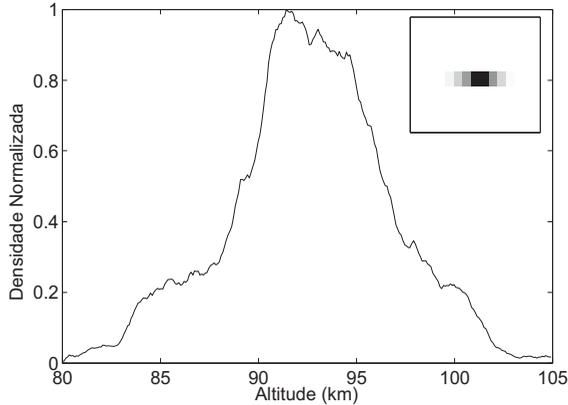


Figura 36 – Perfil de densidade da camada de sódio com centro de gravidade centrado usado para testar o caso ideal. Este perfil não introduz desvios no centroide. Na inserção vê-se o ponto alongado resultante.

semelhantes ou maiores, mas a medida que o nível de ruído é reduzido ela para de melhorar e alcança-se um *plateau*. A rede treinada sem ruído (ANN Noiseless) apresenta resultados piores com níveis altos de ruído mas continua melhorando até situações com ruído muito baixo.

5.6.2 Caso com perfil de camada de sódio assimétrico

Nesta seção apresento resultados usando um perfil de camada de sódio com centro de gravidade assimétrico, mostrado na Fig. 38, usando um detector de coordenadas polares e sem turbulência. Este perfil tem uma densidade mais forte na parte mais baixa, de 80 km a 90 km, e isto cria um desequilíbrio para o método CoG.

A Figura 39 mostra o erro de pixel médio para os métodos CoG, *constrained matched filter* e ANN.

Como o perfil não está centrado, o método CoG tem um erro sistemático grande, e por isso o erro se mantém por volta de 0,45 pixels. Aqui percebemos uma clara vantagem em se usar o método *constrained matched filter*. Tanto o *matched filter* quanto a ANN treinada sem ruído ficam continuamente melhores a medida que o ruído é reduzido.

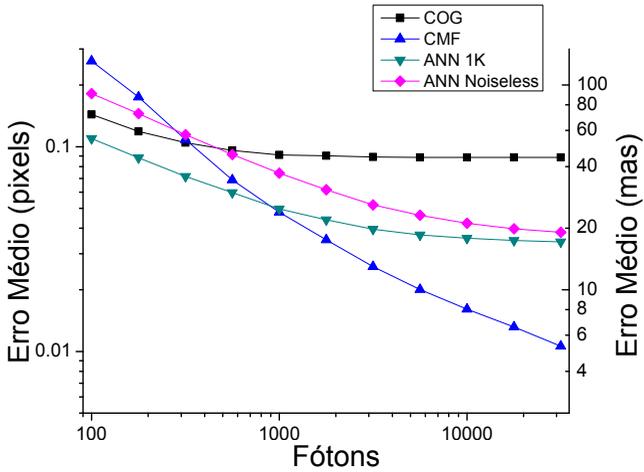


Figura 37 – Erro médio de pixel como função do número total de fótons detectados no caso ideal: perfil de camada de sódio centrado com um detector de coordenadas polares sem turbulência. COG = método centro de gravidade, TCOG = método centro de gravidade com limiar, CMF = método *constrained matched filter*, ANN 1k = método ANN treinada com ruído e ANN Noiseless = método ANN treinada sem ruído.

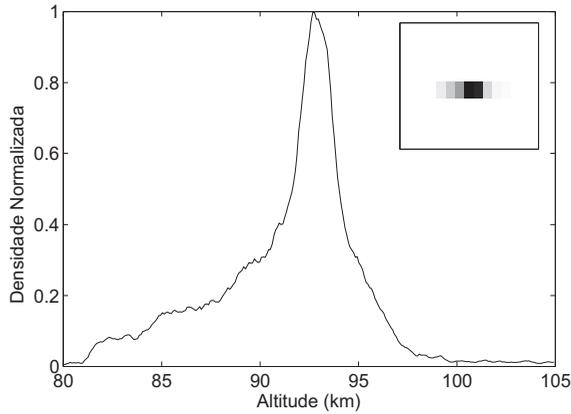


Figura 38 – Perfil de densidade da camada de sódio assimétrico usado para testar o caso assimétrico e também o caso turbulento. Este perfil introduz desvios no centroide. Na inserção vê-se o ponto alongado resultante.

A ANN treinada com ruído (ANN 1k) atinge um plateau a um nível baixo de ruído e não melhora mais.

Nestes resultados o método *constrained matched filter* é melhor, mas saliento que esse é um caso idealizado, não existe turbulência e também a referência e o *dither* para o *matched filter* são atualizados em todos os quadros, o que não é prático na realidade. Devemos esperar uma performance melhor para o *matched filter* neste caso porque o ponto está estacionário e o *matched filter* usa uma referência. O ponto sempre estará no mesmo local que a referência no em que o ponto é estacionário.

Até o método usando ANN treinada sem ruído parece ser melhor que a treinada com ruído, mas as coisas mudam quando a turbulência é adicionada, como mostra o próximo caso.

5.6.3 Caso turbulento

A seguir, os mesmos testes são feitos na presença de turbulência, detector de coordenadas polares e o mesmo perfil de camada de sódio assimétrico mostrado no último caso (Fig. 38). O erro médio é mos-

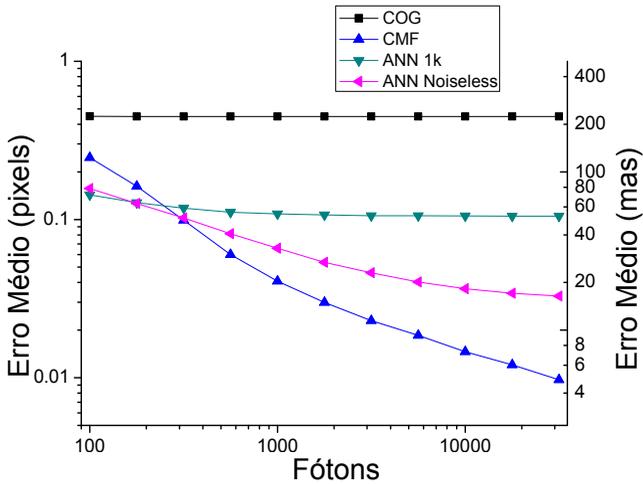


Figura 39 – Erro médio de pixel como função do número total de fótons detectados no caso assimétrico: perfil de camada de sódio assimétrico com um detector de coordenadas polares sem turbulência. COG = método centro de gravidade, CMF = método *constrained matched filter*, ANN 1k = método ANN treinada com ruído e ANN Noiseless = método ANN treinada sem ruído.

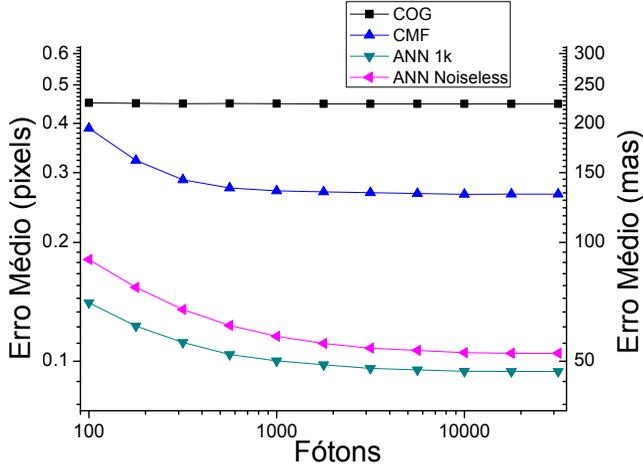


Figura 40 – Erro médio de pixel como função do número total de fótons detectados no caso turbulento: perfil de camada de sódio assimétrico com um detector de coordenadas polares na presença de turbulência. COG = método centro de gravidade, CMF = método *constrained matched filter*, ANN 1k = método ANN treinada com ruído e ANN Noiseless = método ANN treinada sem ruído.

trado na Fig. 40.

Na presença de turbulência, o método ANN é o melhor método. A turbulência foi modelada com phase-screen seguindo estatísticas de Kolmogorov, $r_0 = 0.15$ m e um perfil de camada de sódio estático. Esta turbulência resultou de um movimento de ponto limitado a um pixel, como mostra o histograma da Fig. 41.

O método *constrained matched filter* não se comporta tão bem na presença de turbulência. Deveria ser esperado que este método fosse melhor nos casos anteriores pois ele usa uma referência com o ponto localizado sempre no mesmo lugar, fazendo deste método o melhor para o centroide. Mas no caso com turbulência o ponto está se movendo e a referência estará deslocada, fazendo o centroide mais instável e propenso a erros para esta técnica. O método por ANN não usa referências e o movimento do ponto não influencia os resultados.

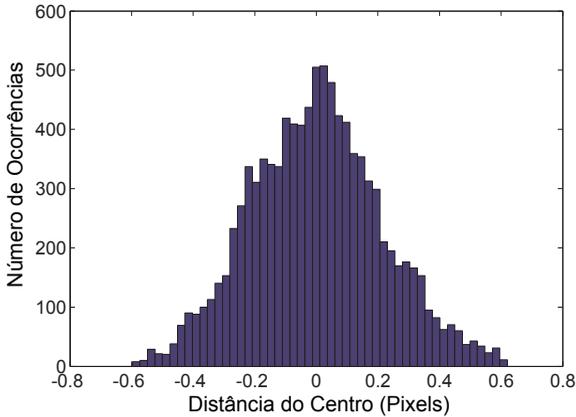


Figura 41 – Histograma da posição do ponto. A turbulência movimentou o ponto em torno da posição média.

5.6.4 Caso com CCD Cartesiano com alongamento diagonal

Nesta seção apresento resultados para um CCD cartesiano, isto é, um CCD normal onde os alongamentos não são alinhados às linhas ou colunas do CCD. A Figura 42 mostra uma subabertura com um alongamento diagonal máximo. Nestas simulações os testes são feitos na presença de turbulência, e o mesmo perfil de camada de sódio assimétrico do último caso, mas com um CCD cartesiano. Discutimos agora os resultados desta situação na presença de turbulência. A Figura 43 mostra o erro médio. A ANN foi treinada especificamente para esta direção de alongamento, e é chamada de ANN Diag no gráfico. Para futura implementação em um sistema real, precisamos treinar a ANN para cada subabertura do Shack-Hartmann; um trabalho que é computacionalmente caro, mas que precisa ser feito apenas uma vez. Como pode ser visto, neste caso o método com ANN gera resultados relativos ainda melhores que os outros métodos.

Os resultados acima são resumidos na Tab. 4 para 300 e 1000 fótons, que correspondem a um sinal ruído de 17,32 e 31,6, o mais próximo ao esperado para o E-ELT. A ANN usada na tabela é a que gerou os melhores resultados, treinada na presença de ruído. A Tabela 5 mostra os mesmos resultados em porcentagens.

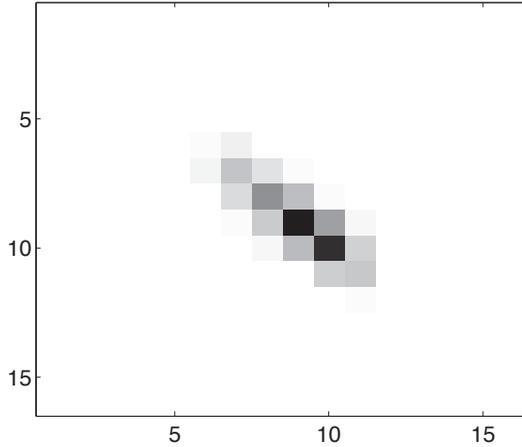


Figura 42 – Ponto alongado diagonalmente usado para testar as técnicas no caso com CCD cartesiano. Este é um ponto com um alongamento diagonal e na subabertura mais distante do centro, proporcionando o maior alongamento.

Tabela 4 – Erro médio (mas) para resultados com métodos COG, CMF e ANN na presença de turbulência para resultados com 316 e 1000 fótons.

Caso	1	2	3	4
COG	224,24	224,24	222,94	222,43
CMF	143,94	135,00	224,06	220,29
ANN	55,85	50,12	117,86	114,27

Caso 1 é um detector de coordenadas polares com 316 fótons.

Caso 2 é um detector de coordenadas polares com 1000 fótons.

Caso 3 é um CCD cartesiano com 316 fótons.

Caso 4 é um CCD cartesiano com 1000 fótons.

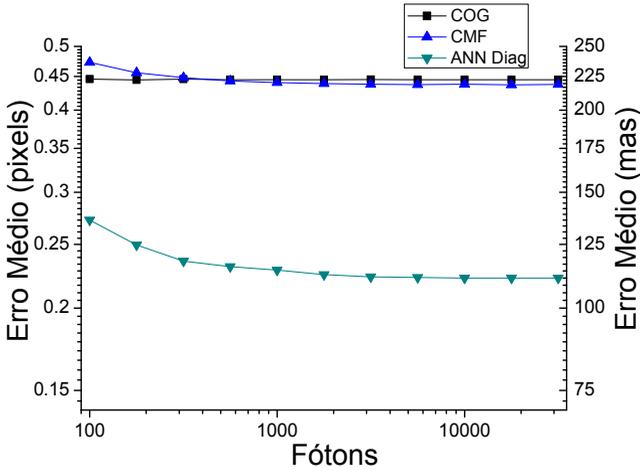


Figura 43 – Erro médio de pixel como função do número total de fótons detectados no caso de CCD cartesiano: perfil de camada de sódio assimétrico em um CCD cartesiano com ponto alongado diagonalmente na presença de turbulência. COG = método centro de gravidade, CMF = método *constrained matched filter*, ANN 1k = método ANN treinada com ponto alongado diagonalmente. O método de redes neurais é claramente melhor que os outros.

Tabela 5 – Erro médio relativo ao erro do método COG para CMF e ANN na presença de turbulência para resultados com 316 e 1000 fótons.

Case	1	2	3	4
COG	100 %	100 %	100 %	100 %
CMF	64,19 %	60,20 %	100,50 %	99,03 %
ANN	24,91 %	22,35 %	52,87 %	51,37 %

Caso 1 é um detector de coordenadas polares com 316 fótons.

Caso 2 é um detector de coordenadas polares com 1000 fótons.

Caso 3 é um CCD cartesiano com 316 fótons.

Caso 4 é um CCD cartesiano com 1000 fótons.

5.7 RESULTADOS DO TESTE DE FUNCIONAMENTO

Nesta validação escolhi uma porção dos perfis medidos de alguns segundos e interpolei para gerar um perfil contínuo para um sistema trabalhando a 700 Hz. Uma *phase-screen* com estatísticas de Kolmogorov para simular a distorção de frente de onda também é usada para criar um movimento de ponto realístico e com dependência temporal. A Figura 44 mostra o perfil contínuo usado nesta simulação.

Esta simulação de validação foi configurada para refletir uma situação que seria experimentada no telescópio TMT: um diâmetro do espelho primário de 30 metros usando um sensor de frente de onda Shack-Hartmann com subaberturas de 0,5 metros. Cada subabertura cria uma imagem de uma estrela artificial em um CCD com 16x16 pixels. Foram usadas *phase-screens* Kolmogorov com $r_0 = 0.15$ m. A velocidade do vento que determina o movimento da *phase-screen* foi fixada em 10 m s^{-1} . O nível de ruído de fóton para esta simulação foi fixado em 1000 fótons.

A Figura 45 mostra um teste executado com este perfil em evolução, com um detector de coordenadas polares e na presença de turbulência. A Figura 46 mostra um teste com o mesmo perfil em evolução e turbulência, mas com um CCD cartesiano usando um ponto com alongamento diagonal mostrado na Fig. 42. Os resultados médios para esta simulação também são mostrados na Tab. 6.

Os resultados mostram que a ANN executa melhor que outras técnicas em uma simulação mais realista com um perfil de densidade de camada de sódio em evolução e turbulência atmosférica. Em alguns momentos tanto a ANN quanto o *matched filter* apresentam grandes picos de erro, mas também possuem erro médio menor que o da técnica CoG, como esperado. Em um telescópio utilizando um sistema de óptica adaptativa as imagens científicas serão de longa exposição, de forma que o erro médio é o fator determinante na qualidade da imagem. Mas estes picos de erro podem criar artefatos nas imagens portanto seu uso

Tabela 6 – Erro médio (mas) para COG, CMF e ANN para detector de coordenadas polares e CCD cartesiano

	COG	CMF	ANN
Polar	237,31	184,23	88,06
Cartesian	236,82	182,48	122,78

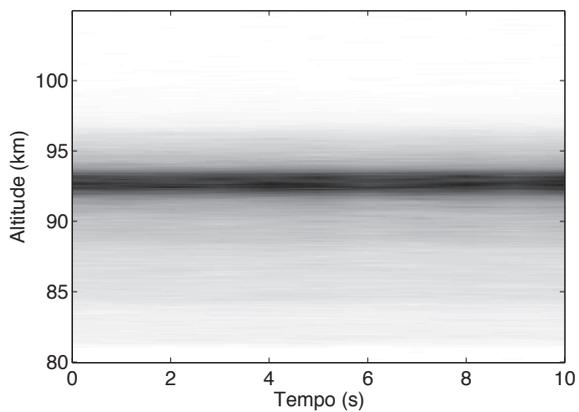


Figura 44 – Perfil da camada de sódio evoluindo continuamente usado nos testes de funcionamento.

em imageamento de alto contraste necessita ser avaliado.

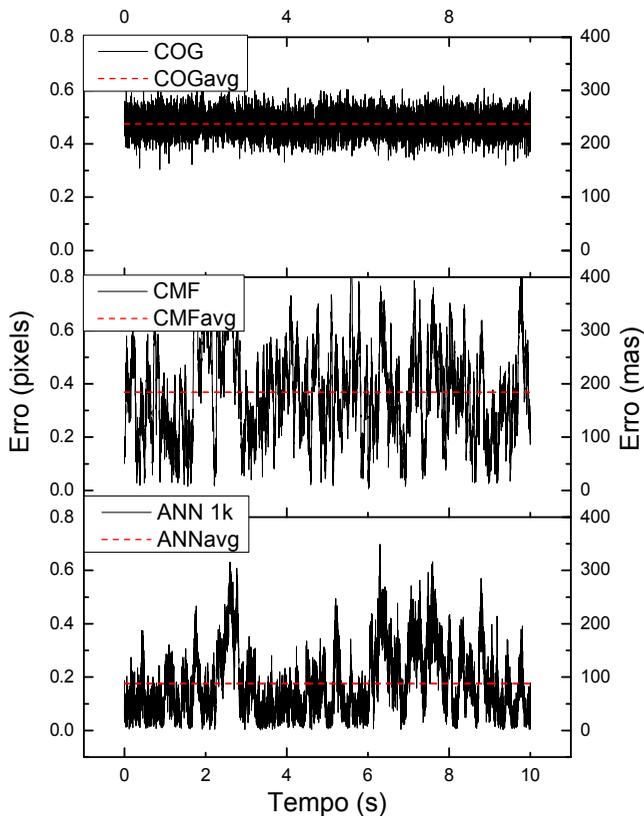


Figura 45 – Erro de centroide com perfil de camada de sódio evoluindo e turbulência em um detector de coordenadas polares. O valor médio para cada técnica está ilustrado em uma linha tracejada. Os valores médios são 0,474 pixels para COG, 0,368 pixels para CMF e 0,176 pixels para ANN.

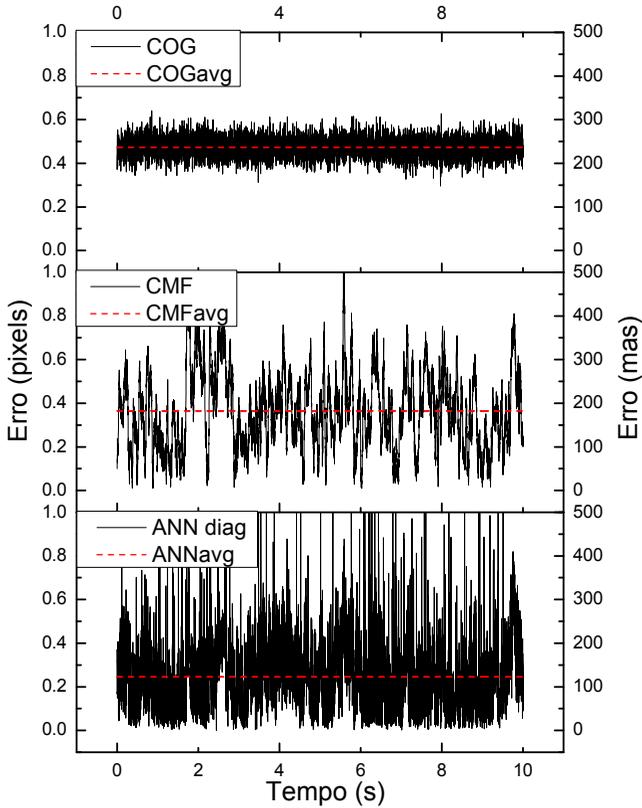


Figura 46 – Erro de centroide com perfil de camada de sódio evoluindo e turbulência, CCD cartesiano e alongamento diagonal. Também está ilustrado o valor médio para cada técnica. Os valores médios são 0,473 pixels para COG, 0,365 pixels para CMF e 0,245 pixels para ANN.

6 CONCLUSÕES

Demonstrei que é possível utilizar os métodos descritos para caracterizar uma *phase-screen* de modo que possa ser utilizada para simulações em bancada de óptica adaptativa. Entretanto a medição da densidade espectral de potência pode ser melhorada. Trabalhos futuros neste tema devem ser direcionados a utilizar um motor de maior precisão para movimentar a *phase-screen* assim como uma câmera com velocidade de quadro mais precisa para melhorar a densidade espectral de potência obtida.

Apresentei e testei em uma mesa óptica uma técnica de reconstrução tomográfica para MOAO implementada com uma rede neural artificial. Os resultados obtidos em bancada mostram que o reconstrutor que já havia sido testado em simulações também funciona com dados reais, mesmo tendo sido treinado apenas com dados simulados. O reconstrutor foi capaz de lidar com fontes adicionais de erro que não a turbulência óptica.

A vantagem de utilizar redes neurais em relação a outros métodos é que este método é independente de conhecimento prévio do perfil da turbulência. A rede precisa ser treinada antes das observações com as posições relativas corretas das estrelas guia, mas não é necessário retreino se o perfil da turbulência se altera, como ocorre com outros métodos. O treinamento poderia, por exemplo, ser feito muito antes das observações já que a única variável será o perfil de turbulência na noite de observação, e a rede é imune a mudanças de perfil. Além disso o treino pode ser feito em uma simulação de computador, não sendo necessário o uso de tempo do telescópio. As redes neurais também podem ser implementadas em uma maneira paralela com *hardware* dedicado.

Como desenvolvimento futuro para este trabalho prevê-se uma expansão da bancada óptica. O sensor de frente de onda Shack-Hartmann pode ser expandido em vários sensores, um para cada estrela. Isso implica em maior complexidade construindo divisores de feixe que separem a luz proveniente de cada estrela, mas como vantagem obtemos uma redução drástica no ruído. O uso de apenas um Shack-Hartmann como foi feito neste experimento implica que a luz de cada estrela é afetada pela luz das estrelas circundantes. Outra melhoria é o uso de mais de uma *phase-screen*, isso permite observar o funcionamento do reconstrutor tomográfico em uma situação com múltiplas camadas de turbulência. Finalmente a inclusão de um espelho deformável para correção da estrela alvo a partir dos dados do reconstrutor tomográfico

permitirá a avaliação da qualidade do sistema em termos de Strehl ratio, e permitirá que este reconstrutor seja comparado diretamente com outros reconstrotores, como o método de multiplicação matricial e o método *Learn and Apply*.

Para centroide em sensores Shack-Hartmann, demonstrei que na presença de turbulência atmosférica o método de centroide ANN é superior e que a ANN é uma técnica viável e resistente a ruídos. Outra vantagem em relação a outros métodos é que a ANN não requer calibração ou referência em tempo de execução.

O método ANN também é vantajoso em laço aberto porque ela pode lidar com longas excursões de ponto se treinada para tanto e não requer sinal de *dither*, que é mais difícil de implementar em laço aberto e requer atualização constante. Neste trabalho concluí o seguinte para treinamento de ANNs: o uso de ruído no conjunto de treino gera melhores resultados para alto ruído, mas a rede não dará resultados muito melhores se o nível de ruído se tornar menor que os usados no treino. No treino precisamos usar imagens que são representativas do que será visto na realidade, mas não necessariamente dados reais. Treinar com dados simulados que representam bem os dados reais geram bons resultados.

No sistema atual precisa-se treinar a rede com a direção de alongamento que a rede verá na realidade, conseqüentemente necessita-se o uso de um grande número de ANNs diferentes para um CCD cartesiano (ou seja, que não é um detector de coordenadas polares), pois cada subabertura vê uma direção diferente de alongamento de ponto. Trabalhos futuros serão direcionados em usar conjuntos de treino maiores e melhorias na topologia de rede para obter ANNs que possam lidar com diferenças na direção de alongamento de pontos. Para o treinamento das ANNs neste trabalho foi utilizado a ferramenta para redes neurais do Matlab, pretende-se no futuro buscar outras ferramentas que permitam maior flexibilidade na especificação de topologia para ANNs.

Outra perspectiva de trabalho futuro é a construção de uma mesa óptica para testar a técnica de centroide em bancada. Esta bancada deve ter os elementos usuais necessários para testes em bancada de sistemas de óptica adaptativa, como um sensor Shack-Hartmann e *phase-screen* para simulação de turbulência, mas também necessitará de uma forma de simular o alongamento do ponto. Pretende-se obter a alongação de ponto em bancada utilizando um espelho deformável. Criando aberração esférica variando de um valor negativo a um positivo, o que se vê em um sensor de frente de onda do tipo Shack-Hartmann é a movimentação dos pontos em uma direção radial, com

deslocamento maior para as subaberturas mais externas. Se esse deslocamento for feito em uma longa exposição o resultado final será um ponto alongado em cada subabertura. Pretende-se utilizar um filtro variável movimentando-se em sincronia com o espelho deformável para criar o perfil da camada de sódio nos pontos alongados.

REFERÊNCIAS

- ADÁMKOVICS, M. et al. Widespread morning drizzle on Titan. *Science*, v. 318, n. 5852, p. 962–5, nov. 2007.
- ADKINS, S. M.; AZUCENA, O.; NELSON, J. E. The design and optimization of detectors for adaptive optics wavefront sensing. In: ELLERBROEK, B. L.; Bonaccini Calia, D. (Ed.). *Proceedings of SPIE*. Bellingham WA: SPIE, 2006. v. 6272, p. 62721E–62721E–12.
- BABCOCK, H. W. The Possibility of Compensating Astronomical Seeing. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, v. 65, p. 229, out. 1953.
- BASDEN, A. et al. Durham extremely large telescope adaptive optics simulation platform. *Applied Optics*, OSA, v. 46, n. 7, p. 1089, 2007.
- BASDEN, A. G.; MYERS, R. M. The Durham adaptive optics real-time controller: capability and Extremely Large Telescope suitability. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 424, n. 2, p. 1483–1494, ago. 2012.
- BEUZIT, J.-L. et al. SPHERE: a Planet Finder Instrument for the VLT. *The Messenger*, International Society for Optics and Photonics, n. 125, p. 29–34, jul. 2008.
- BOTTACI, L. et al. Artificial neural networks applied to outcome prediction for colorectal cancer patients in separate institutions. *Lancet*, v. 350, n. 9076, p. 469–72, ago. 1997.
- BUSCHER, D. F. et al. Interferometric seeing measurements on Mt. Wilson: power spectra and outer scales. *Applied optics*, v. 34, n. 6, p. 1081–96, fev. 1995.
- CONAN, R. et al. Raven: a harbinger of multi-object adaptive optics-based instruments at the Subaru Telescope. In: ELLERBROEK, B. L. et al. (Ed.). *Proceedings of SPIE*. Bellingham WA: SPIE, 2010. v. 7736, p. 77360T–77360T–14.
- DAVIDGE, T. J. et al. Deep ALTAIR + NIRI Imaging of the Disk and Bulge of M31. *The Astronomical Journal*, v. 129, n. 1, p. 201–219, jan. 2005.

- DAVIES, R.; KASPER, M. Adaptive Optics for Astronomy. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, v. 50, n. 1, p. 305–351, set. 2012.
- DAVIS, D. S. et al. Temporal variability of the telluric sodium layer. *Optics Letters*, v. 31, n. 22, p. 3369, set. 2006.
- DEKANY, R. et al. Palm-3000 on-sky results. In: *Second International Conference on Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*. Victoria: ONERA, 2011.
- EBSTEIN, S. M. Pseudo-random phase plates. In: *Proceedings of SPIE*. Bellingham WA: SPIE, 2002. v. 4493, p. 150–155.
- ESPOSITO, S. et al. First light AO (FLAO) system for LBT: final integration, acceptance test in Europe, and preliminary on-sky commissioning results. In: ELLERBROEK, B. L. et al. (Ed.). *Proceedings of SPIE*. Bellingham WA: SPIE, 2010. v. 7736, p. 773609–773609–12.
- FLICKER, R. C.; RIGAUT, F. J. Hokupa‘a Anisoplanatism and Mauna Kea Turbulence Characterization. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, v. 114, n. 799, p. 1006–1015, set. 2002.
- Förster Schreiber, N. M. et al. The SINS Survey: SINFONI Integral Field Spectroscopy of $z \sim 2$ Star-Forming Galaxies. *The Astrophysical Journal*, v. 706, n. 2, p. 1364–1428, dez. 2009.
- FUCHS, A.; TALLON, M.; VERNIN, J. Focusing on a Turbulent Layer: Principle of the Generalized SCIDAR. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, v. 110, n. 743, p. 86–91, jan. 1998.
- FUSCO, T. et al. Optimal wave-front reconstruction strategies for multiconjugate adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America.*, v. 18, n. 10, p. 2527–38, out. 2001.
- GENZEL, R. et al. The rapid formation of a large rotating disk galaxy three billion years after the Big Bang. *Nature*, v. 442, n. 7104, p. 786–9, ago. 2006.
- GILLES, L.; ELLERBROEK, B. Shack-Hartmann wavefront sensing with elongated sodium laser beacons: centroiding versus matched filtering. *Applied Optics, OSA*, v. 45, n. 25, p. 6568, set. 2006.

- GILLES, L.; ELLERBROEK, B. L. Constrained matched filtering for extended dynamic range and improved noise rejection for Shack-Hartmann wavefront sensing. *Optics Letters*, OSA, v. 33, n. 10, p. 1159, maio 2008.
- GOLIMOWSKI, D. A.; DURRANCE, S. T.; CLAMPIN, M. Coronagraphic imaging of the Beta Pictoris circumstellar disk - Evidence of changing disk structure within 100 AU. *The Astrophysical Journal*, v. 411, p. L41, jul. 1993.
- GOODE, P. R. et al. Highest Resolution Observations of the Quietest Sun. *The Astrophysical Journal*, v. 714, n. 1, p. L31–L35, maio 2010.
- HARDY, J. W. *Adaptive optics for astronomical telescopes*. New York: Oxford University Press, 1998. ISBN 0195090195.
- HARTUNG, M. et al. A new VLT surface map of Titan at 1.575 microns. *Astronomy and Astrophysics*, v. 421, n. 1, p. L17–L20, jul. 2004.
- HERBST, T. M. et al. LINC-NIRVANA: achieving 10 mas imagery on the Large Binocular Telescope. In: MCLEAN, I. S.; CASALI, M. M. (Ed.). *Proceedings of SPIE*. Bellingham WA: SPIE, 2008. v. 7014, p. 70141A–70141A–6.
- HIRTZIG, M. et al. Monitoring atmospheric phenomena on Titan. *Astronomy and Astrophysics*, v. 456, n. 2, p. 761–774, set. 2006.
- HONDA, M. et al. Detection of water ice grains on the surface of the circumstellar disk around HD 142527. *The Astrophysical Journal*, v. 690, n. 2, p. L110–L113, jan. 2009.
- HUÉLAMO, N. et al. A companion candidate in the gap of the T Chamaeleontis transitional disk. *Astronomy & Astrophysics*, v. 528, p. L7, fev. 2011.
- KOLMOGOROV, A. Dissipation of energy in locally isotropic turbulence. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, n. 32, p. 1, 1941.
- KRAUS, A. L.; IRELAND, M. J. LkCa 15: A young exoplanet caught at formation? *The Astrophysical Journal*, v. 745, n. 1, p. 5, jan. 2012.
- KRAUS, A. L. et al. The role of multiplicity in disk evolution and planet formation. *The Astrophysical Journal*, v. 745, n. 1, p. 19, jan. 2012.

- LARDIERE, O. et al. A laser guide star wavefront sensor bench demonstrator for TMT. *Optics express*, v. 16, n. 8, p. 5527–43, abr. 2008.
- LARDIERE, O. et al. Laser-guide-star wavefront sensing for TMT: experimental results of the matched filtering. In: *Proceedings of SPIE*. Bellingham WA: SPIE, 2008. v. 7015, p. 70154T–70154T–12.
- LARDIERE, O. et al. Performance comparison of centroiding algorithms for laser guide star wavefront sensing with extremely large telescopes. *Applied Optics*, v. 49, n. 31, p. G78, ago. 2010.
- MACINTOSH, B. A. et al. The Gemini Planet Imager: from science to design to construction. In: HUBIN, N.; MAX, C. E.; WIZINOWICH, P. L. (Ed.). *Proceedings of SPIE*. Bellingham WA: SPIE, 2008. v. 7015, p. 701518–701518–13.
- MARCHETTI, E. et al. MAD on sky results in star oriented mode. In: HUBIN, N.; MAX, C. E.; WIZINOWICH, P. L. (Ed.). *Proceedings of SPIE*. Bellingham WA: SPIE, 2008. v. 7015, p. 70150F–70150F–12.
- MARCHIS, F. et al. Discovery of the triple asteroidal system 87 Sylvia. *Nature*, v. 436, n. 7052, p. 822–4, ago. 2005.
- MARQUARDT, D. W. An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, v. 11, n. 2, p. 431–441, jun. 1963.
- MELBOURNE, J. et al. the Asymptotic Giant Branch and the Tip of the Red Giant Branch As Probes of Star Formation History: the Nearby Dwarf Irregular Galaxy Kkh 98. *The Astrophysical Journal*, v. 712, n. 1, p. 469–483, mar. 2010.
- MERKLE, F. et al. Successful tests of adaptive optics. *The Messenger*, v. 58, p. 1–4, 1989.
- METCHEV, S. a.; HILLENBRAND, L. a. The Palomar/Keck Adaptive Optics Survey of Young Solar Analogs: Evidence for a Universal Companion Mass Function. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, v. 181, n. 1, p. 62–109, mar. 2009.
- NEICHEL, B. et al. Science readiness of the Gemini MCAO system: GeMS. In: ELLERBROEK, B. L.; MARCHETTI, E.; VÉRAN, J.-P. (Ed.). *Proceedings of SPIE*. Bellingham WA: SPIE, 2012. v. 8447, p. 84470W–84470W–24.

- NELSON, J.; SANDERS, G. H. TMT status report. In: STEPP, L. M. (Ed.). *Proceedings of SPIE*. Bellingham WA: SPIE, 2006. v. 6267, p. 626728–626728–17.
- NIGHTINGALE, N. S.; BUSCHER, D. F. Interferometric seeing measurements at the La Palma Observatory. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 251, p. 155–166, 1991.
- NOLL, R. J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence. *Optical Society of America*, v. 66, p. 207–211, 1976.
- OLSEN, K. a. G. et al. The star formation histories of the bulge and disk of M31 from resolved stars in the near-infrared. *The Astronomical Journal*, v. 132, n. 1, p. 271–289, jul. 2006.
- OPPENHEIMER, B. R.; HINKLEY, S. High-Contrast Observations in Optical and Infrared Astronomy. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, Annual Reviews, v. 47, n. 1, p. 253–289, set. 2009.
- OSBORN, J. et al. Using artificial neural networks for open-loop tomography. *Optics Express*, v. 20, n. 3, p. 2420, jan. 2012.
- PFROMMER, T.; HICKSON, P. High-resolution lidar observations of mesospheric sodium and implications for adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America.*, v. 27, n. 11, p. A97–105, nov. 2010.
- RACINE, R.; ELLERBROEK, B. L. Profiles of nighttime turbulence above Mauna Kea and isoplanatism extension in adaptive optics. In: *Proceedings of SPIE*. Bellingham WA: SPIE, 1995. v. 2534, p. 248–257.
- RAMPY, R. et al. New method of fabricating phase screens for simulated atmospheric turbulence. In: *Proceedings of SPIE*. Bellingham WA: SPIE, 2010. v. 7736, p. 77362Y1–77362Y10.
- REILLY, D. L.; COOPER, L. N. An overview of neural networks: early models to real world systems. In: *An introduction to neural and electronic networks*. San Diego, CA, USA: Academic Press Professional, Inc., 1990. p. 227–248. ISBN 0-12-781881-2.
- RIMMELE, T. R.; MARINO, J. Solar Adaptive Optics. *Proceedings of SPIE*, v. 4007, p. 218–231, jul. 2000.
- SAINT-JACQUES, D. *Astronomical seeing in space and time*. Tese (Doutorado) — University of Cambridge, 1998.

- SARAZIN, M.; RODDIER, F. The ESO differential image motion monitor. *Astronomy and Astrophysics*, v. 227, p. 294–300, 1990.
- SHATSKY, N.; TOKOVININ, A. The mass ratio distribution of B-type visual binaries in the Sco OB2 association. *Astronomy and Astrophysics*, v. 382, n. 1, p. 92–103, jan. 2002.
- SOUTHWELL, W. Wave-front estimation from wave-front slope measurements. *JOSA*, v. 70, n. 8, p. 998–1006, 1980.
- SWINGLER, K. *Applying Neural Networks: A Practical Guide*. San Francisco, CA: Academic Press, 1996. ISBN 0126791708.
- THOMAS, S. et al. Comparison of centroid computation algorithms in a Shack-Hartmann sensor. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 371, n. 1, p. 323–336, ago. 2006.
- THOMAS, S. J. et al. Study of optimal wavefront sensing with elongated laser guide stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 387, n. 1, p. 173–187, jun. 2008.
- VIDAL, F.; GENDRON, E.; ROUSSET, G. Tomography approach for multi-object adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America A*, v. 27, n. 11, p. A253, out. 2010.
- VOITSEKHOVICH, V. V.; CUEVAS, S. Adaptive optics and the outer scale of turbulence. *Journal of the Optical Society of America A*, v. 12, n. 11, p. 2523, nov. 1995.
- WIZINOWICH, P. L. et al. The W. M. Keck Observatory Laser Guide Star Adaptive Optics System: Overview. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, v. 118, n. 840, p. 297–309, fev. 2006.

ANEXO A - Artigo “Tomographic reconstructor for multi-object adaptive optics using artificial neural networks” publicado na Proceedings of SPIE

Tomographic reconstructor for multi-object adaptive optics using artificial neural networks

Dani Guzman^a, Alexandre T. Mello^{a,b}, James Osborn^a, Francisco J. De Cos^c, Marlon Gómez^c, Timothy Butterley^d, Nicole David^a, Nieves Roqueñi^c, Richard M. Myers^d, Andrés Guesalaga^a, Matías Salas^a

^aPontificia Univ. Católica de Chile (Chile); ^bUniv. Federal de Santa Catarina (Brazil); ^cUniv. de Oviedo (Spain); ^dDurham Univ. (United Kingdom)

ABSTRACT

Multi-object adaptive optics requires a tomographic reconstructor to compute the AO correction for scientific targets within the field, using measurements of incoming turbulence from guide stars angularly separated from the science targets. We have developed a reconstructor using an artificial neural network, which is trained in simulation only. We obtained similar or better results than current reconstructors, such as least-squares and Learn and Apply, in simulation and also tested the new technique in the laboratory. The method is robust and can cope well with variations in the atmospheric conditions. We present the technique, our latest results and plans for a full MOAO experiment.

Keywords: Multi-Object Adaptive Optics; Tomography; Artificial Neural Networks.

1 INTRODUCTION

Tomography is very important for modern Adaptive Optics (AO) systems. It is used in laser tomography AO (LTAO) [1], multi-conjugate AO (MCAO) [2], and multi-object AO (MOAO) [3][4]. These types of systems use tomographic techniques to reconstruct the phase aberrations due to the atmospheric optical turbulence in the direction of the scientific object using, as references, natural or artificial stars that are off-axis. If there is enough overlap between the light cones of the off-axis stars and the on-axis stars, the phase aberrations of the on-axis target can be reconstructed.

In previous work [5] we presented a new tomographic reconstructor method that uses Artificial Neural Networks (ANN) to do the tomographic reconstruction. This reconstructor is called CARMEN (Complex Atmospheric Reconstructor based on Machine lEarNing). Here we briefly review the simulated results and present preliminary results of testing this reconstructor technique on a laboratory optical bench, with the aim of evaluating the reconstructor performance in a non-simulated environment.

The ANN is trained with simulated data of turbulence at variable altitudes. The input of the ANN is the measured slopes of the off-axis targets, and the network returns the Zernike coefficients of the on-axis target. After training, the ANN should be able to handle any configuration of turbulence profile. This is an advantage over other reconstructor techniques because it does not need to be retrained or re-optimised if the turbulence characteristics change. This happens because no assumption is made about the atmospheric optical turbulence profile in training, the ANN is trained to handle all possible scenarios.

2 TOMOGRAPHIC RECONSTRUCTOR

In the case of AO the tomography consists of measuring the wavefront distortion caused by the turbulence in natural or artificial stars that are off-axis in relation to the scientific target. The light cone coming from these off-axis stars overlap with the science target light cone, as can be seen in the Figure 1.

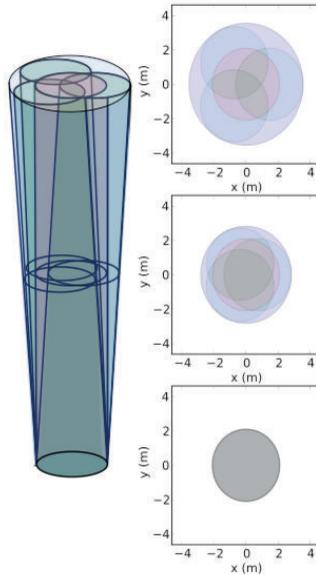


Figure 1. Topological diagram of the light cones for three guide stars and one target for a 4.2 m telescope and guide stars equally distributed on a ring of radius 30 arcseconds. The target direction is shown in red, the guide stars in green and the full field of view in blue. The cut-throughs on the right are taken at 0 m, 5000 m and 10000 m. At higher altitudes the overlap of the guide stars reduces and we sample smaller areas of the target light cone.

As Figure 1 shows, the overlap of the light cones decreases at higher altitudes, thus the correlation gets reduced. On one extreme, turbulence at the ground layer results in highly correlated measurements among guide stars and an accurate reconstruction. On the other, turbulence above physical overlap between the light cones implies no correlation among measurements, thus the estimated correction will be noisy.

There are several tomographic techniques which can be used to combine the information from the guide stars. Some examples are the standard least squares type matrix vector multiplication (LS) [6][7] and the learn and apply method (L+A) [8]. These methods require the turbulence profile to be known, and need to be recalibrated if it changes. The advantage of using neural networks in the CARMEN reconstructor is that it can cope with any turbulence profile, so that no recalibration is needed if the turbulence profile changes.

3 NEURAL NETWORKS

An Artificial Neural Network is a computational system inspired by the working of the brain (a biological neural network) that can be used for complex and non-linear calculations and control systems. The network is comprised of a number of nodes, called neurons, connected to inputs and outputs by a weight function. The neuron itself processes the received inputs, normally summing all the weighted inputs and applying either a linear or a non-linear function (a sigmoid, for example).

Each neuron is connected directly to one output by another weighting function. The network can have one or more layers of neurons, when the network has more than one layer the outputs of the first layer serves as inputs for the next layer. The number of layers can be chosen by the network designer with the objective of obtaining the best results.

The CARMEN reconstructor uses the slopes of the off-axis guide stars, measured by the corresponding wave-front sensor (WFS) as inputs, and the Zernike coefficients of the on-axis target as outputs. A simplified diagram for the network used for CARMEN is shown on Figure 2.

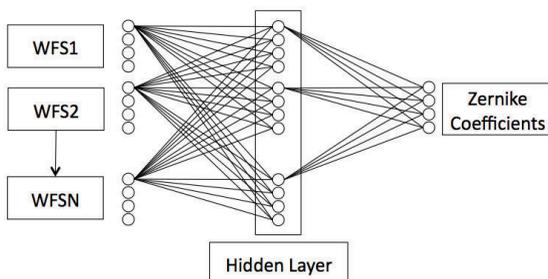


Figure 2. A simplified network diagram for CARMEN. In the diagram only a few of the synapses are shown for clarity.

The weights connecting the neurons represents the network “knowledge”, its value reflects the importance of the corresponding input to the neuron. To assign the values to all the weights it is necessary to “train” the network. The training is done by showing the network a set of inputs with its corresponding outputs. An algorithm is then applied to obtain the desired weights. Although each individual neuron implements its function slowly and imperfectly, the whole structure is capable of learning complex functions and solutions quite efficiently [9].

The algorithm used for CARMEN is the backpropagation training algorithm, this algorithm tries to minimize the least mean square difference over the entire training set. The training set is made up of a large number of cases for which the outcome is already known. It is important for the training set to be big enough so that it has enough variation so the network can be trained to be able to cope with all possible scenarios. In the tomography case the possible variations are the altitude of the turbulence and the turbulence induced phase aberrations, or in other words, the shape of the resulting distorted wavefront.

One problem in network training is over-fitting. This can happen if the training set is too small, biased or if the network has too many nodes. The consequence is that the network loses its capacity to generalize, an important characteristic for a good neural network.

The number of layers in the network in our case was chosen by experimentation. Once trained the network must be validated with data the network has not seen during training [10]. This assures the network is working and is able to generalize correctly.

3.1 Training

The training is done by showing the network a representative set of inputs with its corresponding outputs. For CARMEN we used simulated data for training. If trained with enough independent data the network should be able to cope with any input which is similar to, or a combination of, the training data.

We tested many simulation training scenarios. The best results were found by training the network with one single turbulent layer. This layer is placed at varying altitudes so that the network will see a variety of possible turbulent altitudes. For each altitude, the network is presented with a number of randomly generated phase screens. Even being trained with only a single layer, the network will learn how to deal with a real multilayer case because the network can process a combination of the training data.

We also experimented with different networks architectures, varying the number of neurons and the number of neural layers. These numbers define the degrees of freedom of the system, therefore the optimum numbers vary depending on the complexity of the problem, which in our case means the profile of the optical turbulence and the noise. As the optimum architecture changes under different conditions, we opted for a simple approach that gives good results for a number of cases. This simple architecture is composed of one hidden layer containing the same number of neurons as the input, allowing full mapping.

By training the networks with simplistic data sets (the simulated data) that cover the full range of possible layer positions and shape, the network can combine the responses in order to estimate the outputs from much more complicated profiles. No additional information or re-training is necessary even if the atmosphere changes drastically during observing, creating robustness for the tomographic reconstructor.

4 SIMULATION RESULTS

In this section we show a brief overview of the results from simulation. A more detailed explanation can be found in [5]. The results presented here are generated by a Monte Carlo simulation of a MOAO system. We assume three off-axis natural guide stars equally spaced in a ring of 30 arcseconds radius. The target direction is at the center of this ring. The telescope diameter is 4.2 m and we assume 7×7 subapertures in the Shack-Hartmann WFS. The simulation parameters were chosen to be similar to those of CANARY [11] and the results are compared with a standard LS method and with L+A.

In the simulations we use a standard thresholded center of gravity algorithm for the centroiding. CARMEN is trained to return the first six radial orders of Zernike coefficients (not including piston) rather than the subaperture slopes. This was done to reduce the computational load during training for a more efficient investigation. However, it should be noted that there is no reason why the system could not be trained to return slopes (or deformable mirror commands) instead. For a fair comparison we apply all of the reconstructors to a modal DM, correcting to the same number of Zernike modes. The reconstructed Zernike phase is subtracted from the pupil phase and then used to generate the point spread function (PSF). The metrics used to assess the results are wavefront error (WFE [nm]), PSF Strehl ratio, azimuthally averaged PSF full-width at half maximum (FWHM [arcseconds]) and diameter of 50% encircled energy (E50d [arcseconds]) in the H-band (1650 nm). The WFE includes the tomographic error and the fitting error of the six radial orders of Zernikes to the real phase.

We assess each of the tomographic reconstructors with three test cases. These are the good, median and bad seeing atmospheric profiles from La Palma, as used in the CANARY simulations. Each of the profiles has four turbulent layers, but the altitudes and the relative strengths of the layers and the integrated turbulence strength is different in each case.

4.1 Simulation results with shot noise

We have tested our reconstructor with simulated detector noise (shot noise and read noise) in the wavefront sensor. We assumed 100 photons per subaperture (which equates to an 11th magnitude star and throughput of 50% on a 4.2m telescope), twenty by twenty pixels per subaperture and 0.2 electrons readout noise.

There are two approaches that we can take to train the ANN for noise. We can attempt to run the noisy WFS measurements through the original CARMEN trained without noise and we can try training a new ANN with slopes including centroid noise. After testing in simulation we find that the latter turns out to be a significantly better solution. Table 1 shows the resultant PSF metrics generated with reconstructors using WFS vectors including shot noise.

The data presented includes shot noise and we see that CARMEN behaves better than other reconstructors. Neural networks have shown to be effective at learning patterns in noisy data [12]. The neural network is essentially deprioritizing higher order modes which are now indistinguishable from the noise. The noise was not included when training L+A and the conditioning parameter was altered to maximize the performance of the LS reconstructor.

Table 1. Table of PSF Metrics for Each Tomographic Reconstructor and Test Scenario Including Shot Noise in the WFSs

Test Name	Reconstructor	Metrics (defined at 1650 nm)			
		Strehl ratio	FWHM (arcsec)	E50d(arcsec)	WFE (nm)
atm1	Uncorrected	0.048	0.319	0.482	643
	LS	0.106	0.187	0.378	451
	L+A	0.113	0.174	0.379	436
	CARMEN	0.274	0.095	0.359	297
atm2	Uncorrected	0.025	0.458	0.633	817
	LS	0.060	0.250	0.476	543
	L+A	0.055	0.254	0.524	547
	CARMEN	0.158	0.105	0.477	368
atm3	Uncorrected	0.012	0.684	0.912	1087
	LS	0.021	0.455	0.771	756
	L+A	0.020	0.455	0.773	751
	CARMEN	0.026	0.333	0.776	594

Figure 3 (left) shows the radial profiles of the PSFs with the three different tomographic reconstructors with the median seeing atmospheric test case. The residual WFE for the uncorrected, LS, L+A and CARMEN reconstructors are 817, 543, 547 and 368 nm respectively. Figure 3 (right) shows the variance of the residual Zernike coefficients ($\sum (Z_{\text{reconstructed}} - Z_{\text{measured}})^2 / n$, where $Z_{\text{reconstructed}}$ are the reconstructed Zernike coefficients, Z_{measured} are the measured Zernike coefficients and n is the number of iterations of the simulation) for each of the three reconstructors. We can see that CARMEN fits the low order modes better than the other methods. As most of the energy is concentrated in these modes this explains where the performance advantage of CARMEN comes from. However, in order to do this CARMEN must be trained with a dataset containing the same magnitude of shot noise.

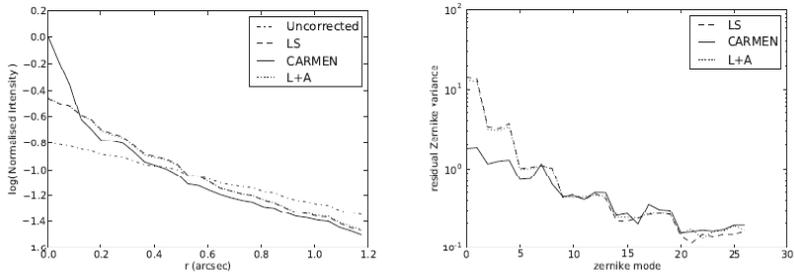


Figure 3. Azimuthally averaged radial profiles of the uncorrected and LS, L+A and CARMEN reconstructed PSFs (left). Note that the LS and L+A radial profiles overlap almost perfectly. Residual Zernike variance for the three reconstructors with WFS shot noise (right).

5 OPTICAL BENCH

In this section we present the optical bench used to produce real (not computer simulated) data to validate the network. The bench was constructed to simulate a telescope viewing 4 stars, one target star surrounded by three guide stars. The target star will be used as a reference to compare its measured wavefront to the reconstructed wavefront.

The stars were simulated with a laser guided by optical fibers to create a point source. After an imaging lens, the light is collimated by another lens to create collimated beams. In this section the four beams will be converging, simulating what happens in the atmosphere, as shown in Figure 1. In this section a phase-screen can be placed to simulate a turbulent layer at a given altitude. The equivalent height that would be obtained in a real telescope can be calculated by the percentage of overlap between the light beams.

The phase-screen used on the bench is a turbulence phase plate from Lexitek [13], mounted in a motorized rotary stage. This phase-screen was created to reproduce a turbulent layer with Kolmogorov statistics. The phase screen is a disc with 10 cm in diameter and has an r_0 of 0.4 mm.

After the phase-screen ‘atmospheric’ section a pair of lenses recollimates and magnifies the beam so that a Shack-Hartmann sensor can be placed at the conjugate pupil position. For the wavefront sensor we are using the Thorlabs WFS150, which is a 1.3 megapixel camera mounted with a microlens array.

Figure 4 shows a photograph of the whole bench.

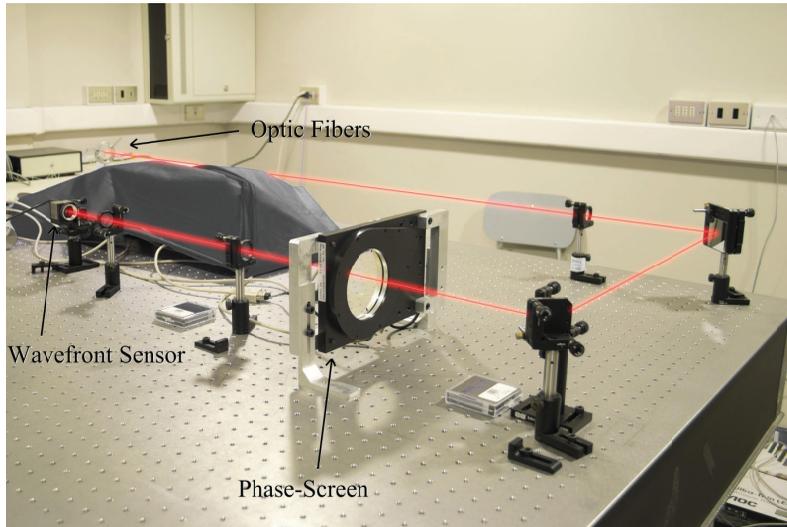


Figure 4. Photograph of the bench illustrating the light path

We are using only one camera and one lenslet array as wave-front sensor for the four stars. This makes the optical design simpler and cheaper, at the cost of noisier data. Each lenslet will image the four stars and the subapertures are then software separated around each star image. The centroiding technique used for the wavefront sensor is a standard thresholded center of gravity algorithm.

The stars, in reality a laser positioned by optic fibers, were positioned in a triangle around the central star. The distance between the central star and each one of the off-axis stars is 6 mm. After going through the optical system and imaged by the Shack-Hartmann this gives around 11 pixels between the central star and an off-axis star. The separation between the image of one lenslet array and the next is 32 pixels. For the measurements we chose the pupil size to contain 18 subapertures in diameter, and for the centroid measurement it was selected a square with 11x11 pixels. In the phase-screen position the size of the collimated beam of each star is 5.4 mm, and the r_0 value for the phase-screen is 0.4 mm. Figure 5 shows a photograph of the positioned optic fibers (left) and a print-screen of the image as seen by the Shack-Hartmann sensor (right). In section 6 we present the equivalent separation of the stars scaled for a real telescope.

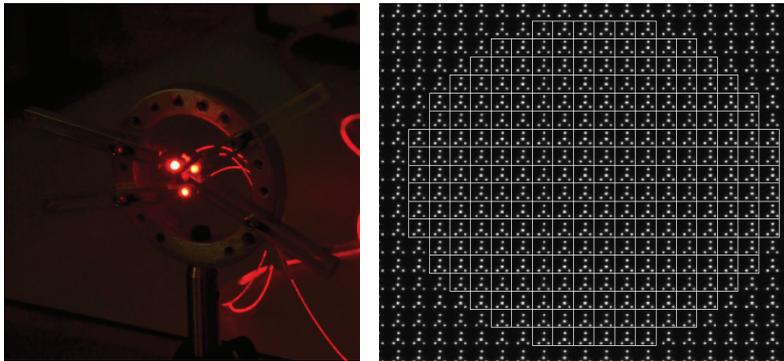


Figure 5. Photograph of the mounted optical fibers (left) and image obtained by the Shack-Hartmann sensor (right)

6 RESULTS

In this section we present the results obtained by applying the neural network tomographic reconstructor, which was trained with computer simulated data, on the bench data. The network outputs are the Zernike coefficients of the wavefront as viewed by the on-axis star. As the centroids for the on-axis star were also obtained, this can be compared to the network result if we convert the centroids to the same number of Zernike coefficients.

To obtain a measurement of the maximum tomographic error, we did a reconstruction of the wavefront using the Zernike coefficients, and subtracted the resulting wavefront of the network from the wavefront of the centroids measurement. The result represents the tomographic reconstructor error plus the Zernike fitting error.

Figure 6 shows the results: a measurement of wavefront phase variance as a function of percentage of overlap of the off-axis beams. It is shown the wavefront error for the measured on-axis star, the wavefront error for the neural network predicted wavefront and the wavefront error for the residual wavefront after the subtraction. The residual WF error is reduced by a factor of approximately 18 in comparison to the measured WFE.

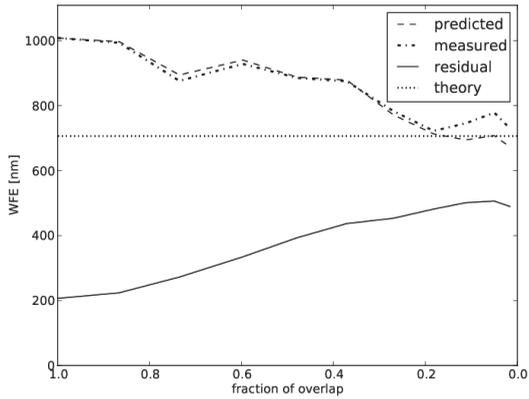


Figure 6. Wavefront Error as a function of turbulence height

If we scale this result for a real telescope with 2 meters diameter, we would have a r_0 value of 0,15 m, and for a star separation of 20 arcseconds the altitudes of the measured layers would be as shown in Table 2.

Table 2. Scaling of altitudes

Fraction of Overlap	1.0	0.866	0.735	0.597	0.479	0.371	0.269	0.182	0.112	0.05	0.016
Altitude (m)	0	856	1761	2758	3682	4607	5569	6532	7449	8514	9378

The fraction of overlap was calculated as the ratio of the area where there is overlap of the off-axis stars beams in relation of the total area of one beam. The Figure 7 shows the overlap for 0.5, 0.25 and 0.

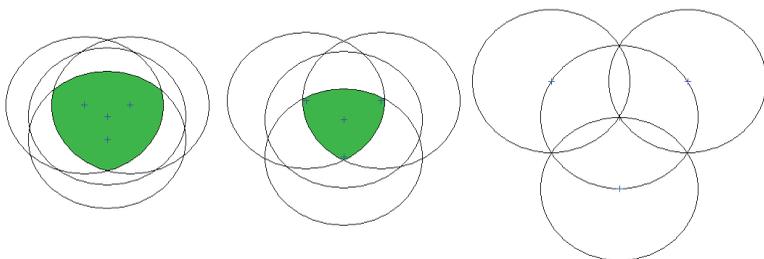


Figure 7. From left to right: Overlap of off axis stars beams for 0.5, 0.25 and 0 overlap. Blue crosses are the center of each circle.

We still have some room for improvement with the current bench data. As it can be seen on the results in Figure 6, the measured wavefront error is more than the expected theoretical values and decreases with increasing altitude. We are investigating the causes of these differences. Our current hypotheses are twofold: 1) vibrations on the bench caused by the phase-screen motor rotating as the data is gathered. 2) Scintillation for higher layers and the electronic noise on the camera. In spite of these differences, the predicted wavefront error is very close to the measured wavefront, showing that the reconstructor is able to cope with this additional source of wavefront error.

7 CONCLUSION

We have presented and tested in simulation and on an optical bench a tomographic reconstructor technique implemented with an artificial neural network. In simulation we compared the CARMEN reconstructor with the LS and L+A methods to show that the performance of CARMEN is on a par with other accepted reconstructor techniques. The bench results also show that the reconstructor still works with real data, even though it is trained with only simulated data. Another positive result was that the reconstructor was able to cope with additional sources of wavefront error present on the bench data other than optical turbulence (vibration and scintillation).

The advantage of using neural networks over other methods is that it is, as shown, independent of prior knowledge of the turbulence profile. The network needs to be trained prior to the observation with the correct relative position of the guide stars, but no retraining is needed if the turbulence profile changes, as occurs with other methods. The training could, for example, be done long before the observation takes place as the only variable will be the turbulence profile at the night of observation, and the network is immune to changes in it. Also, as the training can be made in a computer simulation, no telescope time is needed for training. The neural networks can also be implemented in a parallelized manner with dedicated hardware.

The next step will be to include a deformable mirror in the laboratory optical bench. The deformable mirror will allow us to form AO corrected images, obtaining Strehl ratios for correction characterization and reconstruction comparison.

8 ACKNOWLEDGMENTS

D. Guzman would like to thank support from FONDECYT 1110149 as well as the CONICYT-ALMA grant. A. Mello appreciates support from CAPES proc. BEX-0955/11-6. J. Osborn thanks grants from the School of Engineering, Pontificia Universidad Católica de Chile and the European Southern Observatory / Chilean Government. F. de Cos appreciates support from Spanish Science and Innovation Ministry, project reference: PLAN NACIONAL AYA2010-18513. N. David thanks support from the European Southern Observatory / Chilean Government.

REFERENCES

- [1] M. Le Louarn and N. Hubin, "Wide-field adaptive optics for deep-field spectroscopy in the visible," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **349**, 1009–1018 (2004).
- [2] J. M. Beckers, "Detailed compensation of atmospheric seeing using multiconjugate adaptive optics.," *Proc. SPIE* **1114**, 215–217 (1989).

- [3] F. Hammer, F. Sayède, E. Gendron, T. Fusco, D. Burgarella, V. Cayatte, J. Conan, F. Courbin, H. Flores, et al., “The FALCON concept: multi-object spectroscopy combined with MCAO in near-IR,” *Astrophysics, in Scientific Drivers for ESO Future VLT/VLTI Instrumentation*, J. Bergeron and G. Monnet, Eds., p. 139, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg (2002).
- [4] F. Assémat, E. Gendron, and F. Hammer, “The FALCON concept: multi-object adaptive optics and atmospheric tomography for integral field spectroscopy - principles and performance on an 8-m telescope,” *Astrophysics, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **376**, 287–312 (2007).
- [5] J. Osborn, F. J. De Cos Juez, D. Guzman, T. Butterley, R. Myers, A. Guesalaga, and J. Laine, “Using artificial neural networks for open-loop tomography,” *Optics Express* **20**, 2420 (2012).
- [6] B. L. Ellerbroek, “First-order performance evaluation of adaptive-optics systems for atmospheric-turbulence compensation in extended-field-of-view astronomical telescopes,” *Journal of the Optical Society of America A* **11**, 783, Optical Society of America (1994).
- [7] T. Fusco, J. M. Conan, G. Rousset, L. M. Mugnier, and V. Michau, “Optimal wave-front reconstruction strategies for multiconjugate adaptive optics.,” *Journal of the Optical Society of America. A, Optics, image science, and vision* **18**, 2527–2538 (2001).
- [8] F. Vidal, E. Gendron, and G. Rousset, “Tomography approach for multi-object adaptive optics,” *Journal of the Optical Society of America A* **27**, A253 (2010).
- [9] D. L. Reilly and L. N. Cooper, “An overview of neural networks: early models to real world systems,” in *An introduction to neural and electronic networks*, pp. 227–248, Academic Press Professional, Inc., San Diego, CA, USA (1990).
- [10] L. Bottaci, P. J. Drew, J. E. Hartley, M. B. Hadfield, R. Farouk, P. W. Lee, I. M. Macintyre, G. S. Duthie, and J. R. Monson, “Artificial neural networks applied to outcome prediction for colorectal cancer patients in separate institutions.,” *Lancet* **350**, 469–472 (1997).
- [11] T. Morris, Z. Hubert, R. Myers, E. Gendron, A. Longmore, G. Rousset, G. Talbot, T. Fusco, N. Dipper, et al., “CANARY: The NGS/LGS MOAO demonstrator for EAGLE,” in *1st AO4ELT conference - Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*, p. 08003, EDP Sciences, Les Ulis, France (2010).
- [12] S. Tamura, “An analysis of a noise reduction neural network,” in *International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, pp. 2001–2004, IEEE (1989).
- [13] S. M. Ebstein, “Pseudo-random phase plates,” in *Proceedings of SPIE* **4493**, pp. 150–155, SPIE (2002).

ANEXO B - Artigo “Artificial neural networks for centroiding elongated spots in Shack-Hartmann wavefront sensors” aceito e aguardando publicação na revista Monthly Notices of the Royal Astronomy Society.

Artificial neural networks for centroiding elongated spots in Shack-Hartmann wavefront sensors

A. T. Mello¹, A. Kanaan¹, D. Guzman² and A. Guesalaga²

¹*Dept. of Physics, Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Universitário Reitor João David Ferreira Lima, Florianópolis, Brazil*

²*Dept. of Electrical Engineering, Pontificia Universidad Católica de Chile, Vicuña Mackenna 4860, Santiago, Chile;*

Accepted 2014 March 3. Received 2014 March 1; in original form 2014 January 9

ABSTRACT

The use of Adaptive Optics in Extremely Large Telescopes brings new challenges, one of which is the treatment of Shack-Hartmann Wavefront sensors images. When using this type of sensors in conjunction with laser guide stars for sampling the pupil of telescopes with 30+ m in diameter, it is necessary to compute the centroid of elongated spots, whose elongation angle and aspect ratio are changing across the telescope pupil. Existing techniques such as Matched Filter have been considered as the best technique to compute the centroid of elongated spots, however they are not good at coping with the effect of a variation in the Sodium profile. In this work we propose a new technique using artificial neural networks, which take advantage of the neural network's ability to cope with changing conditions, outperforming existing techniques in this context. We have developed comprehensive simulations to explore this technique and compare it with existing algorithms.

Key words: instrumentation: adaptive optics – turbulence.

1 INTRODUCTION

The most compact image formed by a telescope is limited by the diffraction pattern known as the Airy disk. However, owing to atmospheric turbulence, ground based telescopes are generally far from reaching such limit. The diffraction spot in the visible for a 1 m telescope is 0.117 arcsec FWHM, for a 4 m telescope it is 0.029 arcsec and for a 40 m telescope 0.0029 arcsec. At the very best astronomical sites under extraordinary conditions the image of a point source can reach values as small as 0.25 arcsec (Racine& Ellerbroek 1995), similar to the diffraction figure of a 0.5 m telescope, and much larger than the diffraction limit of larger telescopes.

Adaptive optics (AO), first suggested by Babcock (1953) and first implemented in the 1980s (Merkle et al. 1989) partially corrects the wavefront distorted by atmospheric turbulence. The rectification of the wavefront is achieved by measuring the wavefront shape and introducing compensating distortions using a deformable mirror. Measurement and compensation must happen at a time interval shorter than the characteristic time scale for changes in the atmosphere. The typical frequency for such compensations for classical AO systems is around 50 to 250 Hz (Hardy 1998), but modern systems are being planned that can approach 1000 Hz (Davies & Kasper 2012). The increase in frame rate reflects a need to better sample the turbulence in systems with a higher order of correction.

Current adaptive optics systems deliver angular reso-

lutions down to 22 mas in observations of the Sun, asteroids, atmosphere of planets in the solar system, circumstellar disks, the Galactic centre, and spatially resolving galaxies at z of 1.5 to 3 (Davies & Kasper 2012). Some of the key projects for the new generation of extremely large telescopes with 30 to 40 m in diameter are dependent upon the implementation of AO systems on these telescopes. These include direct imaging of exoplanets; resolving stellar populations in nearby galaxies in order to trace their star-formation history and measuring the proper motion of stars in clusters to derive their internal kinematics.

1.1 The Shack-Hartmann wavefront sensor

The Shack-Hartmann wavefront sensor (SH-WFS) consists of an array of lenses used to create multiple of images of a point source, normally a star, onto an image sensor such as a CCD. Each lens in the array constitutes a subaperture. Fig. 1 shows a side view of the array. A plane wavefront produces diffraction-limited spots in the projection of each subaperture on the detector, whereas a distorted wavefront displaces and degrades the spots within each subaperture image.

Measuring the spot positions in Fig. 1 the average wavefront slope at each subaperture can be determined. The AO system will reconstruct the shape of the distorted wavefront from these measurements. Therefore, it is essential to measure the position of the spot centre accurately.

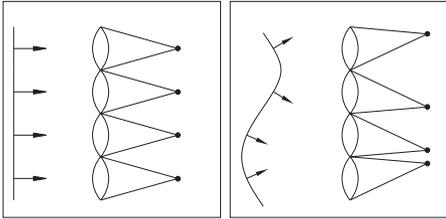


Figure 1. Shack-Hartmann Wavefront Sensor: Left panel shows a plane wavefront. Right panel shows a distorted wavefront and the corresponding displacement of the spots.

1.2 Elongated spots

When there is no suitable star near the observed object, it is necessary to create an artificial star to serve as a reference for the wavefront sensor. There is a layer of sodium atoms at an altitude of approximately 90 km that can be used to produce this artificial star by using a laser focused at this layer. The laser must have a wavelength of 589 nm (D-line of sodium) to excite the sodium atoms that in turn will re-emit the light in this wavelength to provide the return signal. As this layer has a finite thickness of approximately 10 km, the region of excited sodium atoms has a roughly cylindrical shape. When viewed from the centre of the SH-WFS this cylinder appears as a spot. When viewed from the periphery of the SH-WFS it becomes an elongated spot. In extremely large telescopes the image of this artificial star created by the outermost subapertures in a Shack-Hartmann is elongated in comparison to the central spot. Fig. 2 shows a diagram of how this elongation occurs.

In Fig. 2 the primary mirror is schematically represented while highlighting the outermost subaperture of the SH-WFS as projected onto the primary mirror. This subaperture forms the most elongated spot. The elongation depends on the projected distance from centre of telescope pupil and on the altitude and thickness of the sodium layer. The elongation of the spot is approximately (Lardière et al. 2008):

$$\theta = \frac{r \cdot \sigma_{NA}}{h_0^2} \cos(z) \quad (1)$$

where r is the distance of the subaperture in the Shack Hartmann from the centre as projected onto the telescope pupil (for maximum elongation it is the primary mirror radius), h_0 is the sodium layer mean altitude, σ_{NA} is the sodium layer thickness and z is the zenith angle. For the Thirty Meter Telescope (TMT), (Nelson et al. 2006) with $r = 15$ m, $h_0 = 90$ km and $\sigma_{NA} = 10$ km the maximum elongation would be $\theta = 3.82$ arcsec at zenith. With a pixel scale of 0.5 arcsec per pixel this gives a 7.64 pixels spot. In this work we are using TMT sized telescope for consistency with the cited references, but the results can also be scaled to other extremely large telescopes.

The resulting elongated spot is not uniform because of the density variations in the sodium layer with altitude. In Fig. 3 an example profile of the sodium layer density is shown, with the resulting elongated spot. These examples come from the measurements done at the Large Zenith

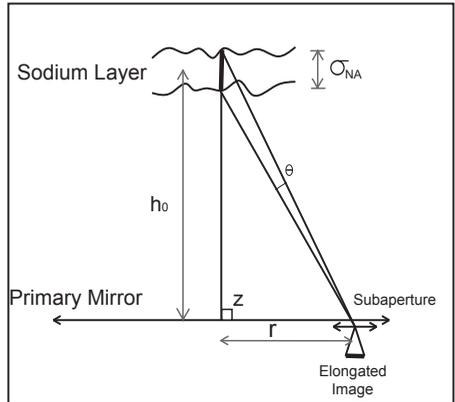


Figure 2. Elongation of Shack-Hartmann spots: an outer subaperture of a SH-WFS is represented. The artificial star is imaged by the outermost subaperture as an elongated spot. The image created by the central subapertures is a normal circular spot. r is the distance of the subaperture in the Shack Hartmann from the centre (as projected onto the primary mirror), h_0 is the sodium layer average altitude, σ_{NA} is the sodium layer thickness and z is the zenith angle.

Telescope (LZT) using LIDAR (Pfrommer & Hickson 2010). The density profile also varies in time, so the profile is not stable.

1.3 Centroiding algorithms

A centroiding algorithm is a technique to determine the real centre of a spot image. The unpredictable variations in spot shape caused by temporal changes in the sodium layer profile generate elongated spots of varying shapes whose real geometric centre is difficult to determine.

The presence of noise, from photon noise, CCD read-out noise, and background light introduce errors in centroid determination that must be taken into account. A good centroiding technique should be relatively immune from these sources of noise. An analysis of noise and spot elongation influences on centroiding error is provided by Thomas et al. (2008)

Some techniques have been proposed to cope with these problems, the most prominent of which being the matched filter (Gilles & Ellerbroek 2006), and its improved version, the constrained matched filter (Gilles & Ellerbroek 2008). The matched filter technique needs a reference image with the shape of the spot being detected, and also a dither signal.

The dither signal is used as a means of ‘calibrating’ the spot movement for the matched filter. It is made by moving the spot by a known amplitude in the four cardinal directions. Each direction will generate an image that will be used to calibrate the matched filter gain in that direction. This can be accomplished with a tip-tilt mirror moving the spot away from the center on the Shack-Hartmann subaperture. Both the reference and the dither are required be updated

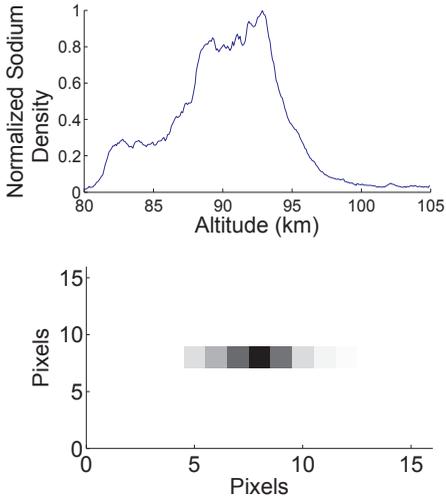


Figure 3. Sodium layer density profile and the corresponding elongated spot. The line-of-sight profile of the sodium density variations are reproduced as intensity variations of the elongated spot.

frequently to keep up with the changes in the sodium profile which affects the shape of the elongated spot.

Another technique used determining the centroids of elongated spots is correlation tracking (Michau et al. 2006). This technique uses a reference model of the elongated spot and correlates this with the spot image to determine its centre. This technique requires that the current sodium density profile be known for the reference.

In this paper we present results on the use of artificial neural networks (ANNs) to identify the correct centre of the spot in the presence of noise and elongation. This technique does not need the use of reference or dither.

1.3.1 Constrained matched filter implementation

For comparison with our ANN technique, we also implemented the centre of gravity (CoG) and the constrained matched filter techniques as a reference. Information on the implementation of the centre of gravity techniques can be found at Thomas et al. (2006). The Centre of Gravity technique, although not appropriate for elongated spots, was implemented to establish a reference point to judge how much is gained with the other techniques. We chose not to compare our system with the correlation tracking technique because it uses a reference with arbitrary resolution that needs to be optimized, and we decided to concentrate our work in only one technique, the constrained matched filter. Lardière et al. (2010) shows that the constrained matched filter gives very

close, and sometimes better results than correlation tracking.

The implementation of the constrained matched filter in this work follows exactly that described by Gilles & Ellerbroek (2008), but we had to choose the value for the dither displacements as the authors did not specify it. Lardière et al. (2008) tested several dither values on a variety of conditions, 0.02 pixels was the best and we verified that with our data, so it was adopted. In our simulation the reference image was constructed using the average of the last 5 images to create a better SN version of the elongated spot. The dithered images were also averaged for better SN. The dither and reference signals are always updated in this work, this is impractical in reality but gives the best possible results. The Matched Filter technique uses a linear filter that is noise-weighted, and we used the image being processed in each iteration to extract the noise vector.

1.4 Artificial neural networks

An artificial neural network (ANN) is a computational system, inspired by the working of the brain, that can be used in complex and non-linear calculations and control systems. The ANN is comprised of a number of nodes, called neurons, connected to inputs and outputs by a weight function. The neuron itself processes the received inputs, normally mathematically summing all the weighted inputs and applying to this value either a linear or a non-linear function, a sigmoid, for example.

Each neuron is connected directly to one output by another weighting function. The ANN can have one or more hidden layers of neurons. A hidden layer is one that is inside the ANN, receiving inputs and outputs only from other neurons, and not from outside the ANN. The outputs of the first layer serve as inputs for the next layer. The number of layers can be chosen by the ANN designer with the objective of obtaining the best results. The weights connecting the neurons represent the ANN knowledge, the weight value reflects the importance of the corresponding input to the neuron. To assign the values to all the weights it is necessary to train the ANN. Training is done by showing the ANN a set of inputs with its corresponding outputs. To do that a dataset with the known correct outputs is needed. An algorithm is then applied to obtain the desired weights. Although each individual neuron implements its function slowly and imperfectly, the whole structure is capable of learning complex functions and solutions quite efficiently (Reilly & Cooper 1990).

Learning algorithms search through the solution space to find a function that has the best possible result. The back-propagation training algorithm, used in this work, attempts to minimize the least mean square difference over the entire training set. The training set is made up of a large number of cases for which the outcome is already known. Fig. 4 is a schematic diagram of an ANN. This example has three inputs, two neurons in an intermediate layer, called the hidden layer, and one output. The neurons are connected by weights, and these weights are the values that are determined when training an ANN.

It is important to have a large training set so that it has enough variations of scenarios. The ANN can then be trained to be able to cope with all possible scenarios. Once

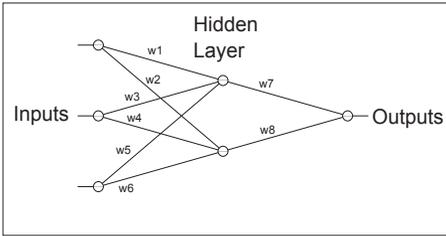


Figure 4. Example of an ANN architecture. This example has three inputs, two neurons in an intermediate layer, called the hidden layer, and one output. The neurons are connected by weights. Each neuron applies a function over the sum of its weighted inputs. The weight values are determined when training an ANN.



Figure 5. The inputs of the ANN are the subaperture image pixels. The outputs are the x and y position of the real centre. To train the ANN the outputs are provided with the inputs; when being used, the ANN should generate the correct outputs automatically.

trained the ANN must be validated with data the ANN has not seen during training (Bottaci et al. 1997). This assures the ANN is working and is able to generalize correctly.

It is not possible to predict what is the best ANN topology or sample size, and this needs to be determined by experimentation. Lessons learned from Osborn et al. (2012) using ANN for adaptive optics systems guided our work here. One of them being the use of simulated data to train the ANN to be validated with real data.

2 SIMULATIONS FOR ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS

In the case being described here the inputs for the ANN are the pixel counts from each subaperture of the Shack-Hartmann sensor. The ANN’s job consists of determining the centre of the spots formed by each subaperture. The outputs of the ANN will be the horizontal and vertical centre of the spot. This is illustrated in Fig. 5.

To train the ANNs we used simulated images of the elongated spots. The ANN is presented with pairs of input images and the corresponding output slopes. If presented with a large set of input–output pairs it will learn to recognize the slopes that correspond to each input image. From our experience, for this training to cope with any spot position and profile shape, each training spot image should be computed with a random position and random sodium layer profile. The simulated spot image will use a random profile that is modelled after a real profile.

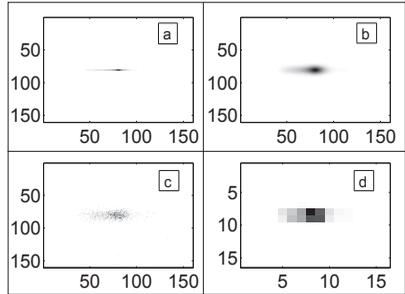


Figure 6. Image simulation for the outermost Shack-Hartmann subaperture, in this case the spot elongation is aligned with a CCD line. Dimensions are in pixels. Here we show the simulation steps to form an elongated spot. a: this line represents the sodium profile projection onto the CCD by the subaperture corresponding to this region. b: previous line convolved with a Gaussian to simulate seeing effects. c: photon noise added to the previous spot image. d: re-sampling to the detector pixel scale.

The simulation of the elongated spot, shown in Fig. 6, is implemented as follows: a line is constructed with the required elongation and sodium layer density profile, as if the artificial star would be imaged by a perfect optical system (panel a). The profile is reproduced in this line by the intensity in each pixel. This line is then convolved with a Gaussian with the same size that an Airy disk would have considering the size of the lens and the pixel scale (panel b). In the case under study the subaperture diameter is 0.5 m, with a pixel scale of 0.5 arcsec per pixel; this results in a spot of 1.19 pixels FWHM. If the Gaussian is not centred the resulting convolved image will also not be centred, and this is used to simulate the required slope.

The resulting image is a long exposure and noise-free elongated spot. Next we add noise. Photon noise is added using the generated image as a template and generating photons with a Monte Carlo simulation (panel c). The Monte Carlo simulation is done as follows: a random pixel in the image is chosen, the template determines the probability of a photon falling on each pixel, so a new random number is chosen to decide if this photon falls or not. It is repeated until the chosen number of photons falls onto the detector. The resulting image is at a higher spatial resolution than the system being modelled, so we lower the resolution of the image to the 16x16 pixels used for the subaperture in this work (panel d).

For the spot position in the training set, the spot is positioned randomly following a normal distribution. As a result, the training set will have the spot positioned anywhere around the sensor, but with a much higher probability of being near the centre. This is closely related to what the ANN will see when the image movement is created by turbulence with Kolmogorov statistics.

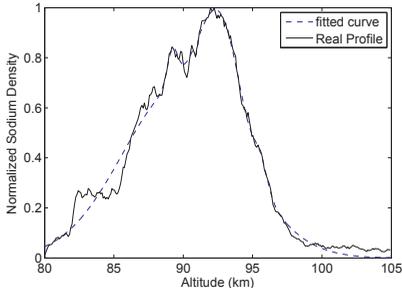


Figure 7. Fitting five Gaussians to a real sodium profile. The fits are repeated for a large number of profiles. The statistics of the Gaussian parameters are stored. New synthetic profiles are created at random using five Gaussians which obey the recovered statistics.

2.1 Profile modelling

We avoided using real profiles of the sodium layer density in training the ANN. Simulated profiles can be much more varied so that the ANN can cope with cases not seen in a limited set of real measurements. Previous work with ANNs (Osborn et al. 2012) have shown that the use of simulated data with the same statistics as the real data in the training set gives results close to the ones trained with real data, with the advantage of having more diversity in the training set.

For construction of the sodium layer model we used measurements obtained by the LIDAR facility of the LZT (Pfrommer & Hickson 2010). Each real measurement of the sodium layer density profile was fitted with five Gaussians. An example of a fitted profile can be seen in Fig. 7.

Each Gaussian can be constructed with three parameters, according to

$$f(x) = ae^{-(x-b)^2/c^2} \quad (2)$$

The parameters, a , b and c , for each of the five fitted Gaussians follow a statistical distribution. We characterize this distribution of the parameters as a normal distribution and determine the mean and the variance for each of the five Gaussians. These variances and means are used to create a Monte Carlo simulation to generate synthetic profiles which are the sum of the five Gaussians. To train the ANN we typically create one million synthetic profiles. An example of a single simulated profile constructed using this method is shown in Fig. 8.

Simpler models of sodium layer profiles were also tried. With less than five Gaussians the trained ANN results were unacceptable, the average resulting error was bigger than the ANN trained with five Gaussians. For six or more Gaussians there was no appreciable gain. More details on how the error was calculated are provided in section 3.1

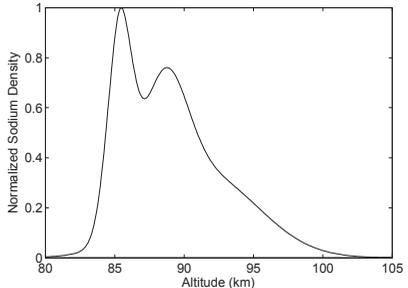


Figure 8. Example of a simulated Sodium Profile using five Gaussians as explained in Fig. 7.

2.2 Artificial neural networks

Because in a normal Shack-Hartmann image elongation of the spots may not be aligned with the CCD lines, the use of a special CCD, a polar coordinate detector, is being developed to cope with elongated spots (Adkins 2006). A more complete description of this detector can be found in Adkins (2012). This polar coordinate detector would have the pixels always aligned with the elongation of the spots. The constrained matched filter technique was developed for this detector type so we developed some ANNs designed to work in this case. But we are also interested in the use of ANNs in normal types of CCDs, where the elongation is not aligned with the detector pixels, and some of our results pertain to this. To differentiate it from the polar coordinate detector we are going to call it the cartesian CCD. The limiting factor of the cartesian CCD is that the ANNs do not manage different elongation directions well, enforcing the need to train a different ANN for each direction of elongation. The advantage is that ANNs so trained still work with cartesian CCDs, allowing the use of conventional CCDs.

2.3 Validation

To validate a previously trained ANN we expose the ANN to a dataset which was not used during training. In our case we trained the ANN with simulated data following the statistics of LIDAR observations of the sodium layer. To validate the ANN we used real sodium profiles from the LZT LIDAR experiment (Pfrommer & Hickson 2010) to provide the asymmetries in the spot. To create spot movement on the simulated Shack-Hartmann we created Kolmogorov turbulence on a virtual phase-screen.

To simulate a time evolving sodium profile the LZT LIDAR data needed interpolation. LZT LIDAR data have a time resolution of one second, while we need to simulate a system running at 700 Hz, the frequency a real adaptive optics system of this type would operate at. Therefore linear interpolation was used to obtain a continuously evolving profile.

When training the ANN, wavefront slopes were created randomly and time independently. But for the validation data, time dependent slopes were obtained by generating a

phase-screen with Kolmogorov statistics and moving it with a speed of 10 ms^{-1} .

2.4 Artificial neural network architecture

All ANNs used in this work have 256 inputs, representing the 16×16 pixels of the subaperture image, and 2 outputs representing the horizontal and vertical spot displacements. For the hidden layer, 16 neurons were used, and the training method used was the Levenberg-Marquardt backpropagation. (Marquardt 1963)

Our ANNs were trained using Matlab. Matlab works well in a simulated environment but for a real system it would be difficult to port it to a local controller, and as a scripting language Matlabs performance would be much worse than other compiled languages like C or C++.

Once an ANN is trained and validated it can be implemented on a local controller using a system like DARC (Basden & Myers 2012) which is an open source high performance real-time control system for astronomical adaptive optics systems.

3 RESULTS

In this section we compare the ANN results obtained in the validation tests with other centroiding techniques: centre of gravity and the constrained matched filter.

3.1 Average error

To evaluate the performance of our algorithms we use centroiding error as a figure of merit. To test a centroiding algorithm we simulated a subaperture image with given elongation and position. We then compare the simulated position for the spot with the position measured by the centroiding algorithm. The centroiding error is the absolute difference between the centre for the simulated spot and the value measured by the algorithm.

We experimented with the biggest elongation in the spot as a worst case scenario. We carefully implemented the existing centroiding techniques for direct comparison with our proposed algorithm.

A complete SH-WFS with a number of subapertures is required to produce results in terms of wavefront error. As we are introducing the technique, we do not consider wavefront error results necessary at this stage. Instead, we use centroiding error as a figure of merit, since the smaller the centroiding error, the lower the WFE will be. To test how the ANNs cope with varying levels of noise we designed a set of tests in a range of noise levels; in this case photon noise, which vary from 100 to 30000 photons.

The noisy images were generated using only photon noise for simplicity, so this corresponds to signal to noise (SN) ranging from 10 to 173. This brackets the expected photon throughput for the E-ELT using laser guide stars, varying from 300 - 1100 photons per pixel per frame (Lardière et al. 2010). Although we are using TMT as a reference in this paper, we have no information on expected photon levels for it so in this case we are using the information available for the E-ELT.

Ten thousand iterations were computed for each noise

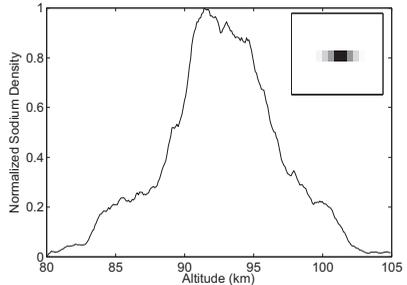


Figure 9. Profile with centred centre of gravity used to test the ideal case. This profile introduces no bias in the centroiding. The inset shows the resulting elongated spot.

level; the results presented in Figs. 10 to 16 are the average centroiding error for each technique for all the iterations. The average centroiding error was computed as the average throughout all iterations of the absolute error; the absolute error being the absolute value of the difference between the measured centre and the real centre. These values are then compared with other centroiding techniques.

Next we show four different cases. In these we used two different ANNs. The first was trained in the presence of noise, chosen to be 1000 photons coinciding with the higher expected value for the E-ELT; this is referred to ANN 1K in the plots. The second is trained without the presence of noise; this is referred to as ANN Noiseless in the plots.

3.1.1 Ideal case

To determine the best possible scenario we ran a simulation based on LIDAR measurements where the centre of gravity coincided with the geometric centre of the subaperture. These cases give the best result for CoG. The simulation had no turbulence included and the detector used was a polar coordinate CCD, the spot elongation of this detector and the employed sodium layer density profile are shown in Fig. 9. In this simulation we are looking at the effects of photon noise only.

Results for the average centroiding error are shown in Fig. 10 for the CoG, constrained matched filter and ANN Methods.

As it can be seen in the results, the ANN trained with noise (ANN 1K) is better than the ANN trained with no noise (ANN Noiseless) for situations in the presence of high noise. As our ANN was trained at a photon level of 1000 photons it operates well in situations with this noise level or higher, but as the noise levels are reduced it stops improving and a plateau is reached. The ANN trained without noise gives worse results at high noise but keeps improving until very low noise situations are reached.

3.1.2 Uncentred sodium layer CoG case

In this section we present the results using an uncentred centre of gravity profile, shown in Fig. 11, polar coordinate

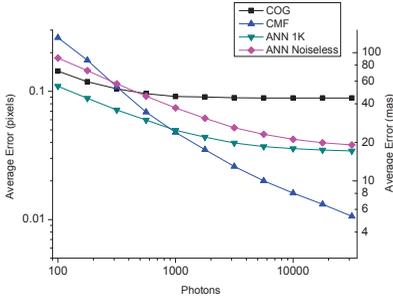


Figure 10. Average pixel error as a function of total detected photons for the ideal case: centred CoG sodium profile in a polar coordinate detector with no turbulence. COG=centre of gravity method, CMF = constrained matched filter method, ANN 1k = ANN method trained with noise and ANN Noiseless = ANN method trained without noise.

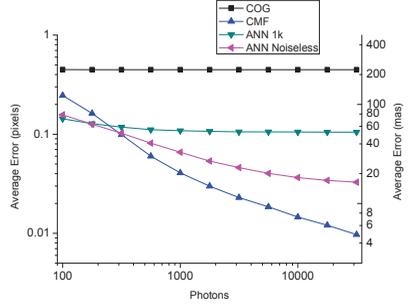


Figure 12. Average pixel error as a function of total detected photons in the uncentred case: uncentred CoG sodium profile in a polar coordinate detector with no turbulence. COG=centre of gravity method, CMF = constrained matched filter method, ANN 1k = ANN method trained with noise and ANN Noiseless = ANN method trained without noise.

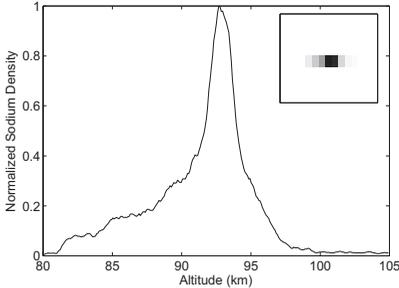


Figure 11. Profile with uncentred centre of gravity used to test the uncentred case and also the turbulent case. This profile introduces bias in the centroiding. In the inset the resulting elongated spot is shown.

detector and no turbulence. This profile has a stronger density on its lower part, from 80 km to 90 km, and this creates a bias for the CoG methods.

Fig. 12 shows the average pixel error result for the CoG, constrained matched filter and ANN methods.

As the profile is not centred, the CoG method has a big systematic error, so the error stays around 0.45 pixels. There is a clear advantage in using the constrained matched filter. Both the matched filter and the ANN trained without noise gets continuously better as the noise is reduced. The ANN trained with noise (ANN 1k) hits a plateau at low noise and does not improve beyond that point.

The constrained matched filter is better in these results, but we should point out that this is an idealized case, there is no turbulence and also the matched filter reference and dither are updated every frame, which is not feasible in practice. We should expect a better performance from the matched filter in this case because the spot is stationary and

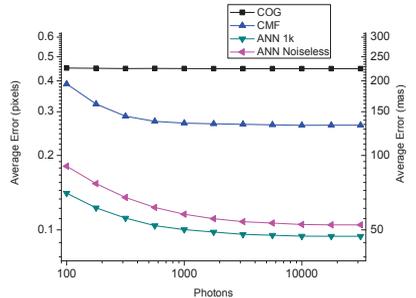


Figure 13. Average pixel error as a function of total detected photons in the turbulent case: uncentred CoG sodium profile in a Polar coordinate detector with the presence of turbulence. COG=centre of gravity method, CMF = constrained matched filter method, ANN 1k = ANN method trained with noise and ANN Noiseless = ANN method trained without noise.

the matched filter uses a reference. The spot will be always at the same place as the reference in this unmoving spot case.

Even the method using ANN trained without noise appears better than the one trained with noise, but things change when turbulence is added as the next case shows.

3.1.3 Turbulent case

Next, the same tests are made in the presence of turbulence, polar coordinate detector and the same uncentred centre of gravity profile shown in the last case (Fig. 11). The average error is shown in Fig. 13.

In the presence of turbulence, the ANN method is the best. The turbulence was modelled by phase-screens fol-

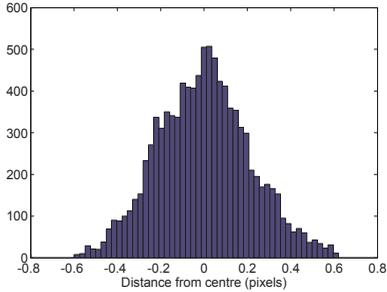


Figure 14. Spot position histogram. Turbulence moves the spot about the average position.

lowing Kolmogorov statistics, with a Fried parameter $r_0 = 0.15$ m and a static sodium layer profile. This turbulence resulted in a spot movement limited to one pixel, as shown in the histogram in Fig. 14.

The constrained matched filter method does not perform well in the presence of turbulence. It should be expected in reference to the previous cases, for it to be better since it uses a reference that is in the exact same place as the current spot, making it the optimum case for spot centroiding. But in the case with turbulence the spot is moving and the reference will be shifted, making the centroiding more unstable and error prone for this technique. The ANN method uses no references and the spot movement has no bearing on the centroiding.

3.1.4 Cartesian CCD case with diagonal elongation

In this section we present results for a conventional cartesian CCD, where the spot elongations are not aligned with CCD lines or columns. Fig. 15 shows a subaperture with maximum diagonal elongation. In this simulation the tests are made in the presence of turbulence, with the same uncentred centre of gravity profile shown in the last case, but with a cartesian CCD. We now discuss the results for this situation in the presence of turbulence. Fig. 16 shows the average error. The ANN was specially trained for this spot elongation direction, it was trained in the presence of noise at a photon level of 1000 photons and is called in the plot ANN Diag. For future implementation in a real system, we must train the ANN for each subaperture of the Shack-Hartmann; a computationally expensive task which however, needs to be done only once. As it can be seen, in this case the ANN method gives even better results than other cases.

The above results are summarized in Table 1 for 300 and 1000 photons, which correspond to SN of 17.32 and 31.6, the nearest given the expected throughput for the E-ELT. The ANN used in the table is the one that yielded best results, trained with the presence of noise. Table 2 shows the same results in percentages.

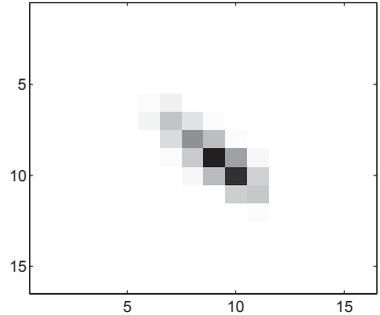


Figure 15. Diagonally elongated spot used to test the techniques in the cartesian CCD case. This is a spot with a diagonal elongation furthest from the centre, providing the most elongation.

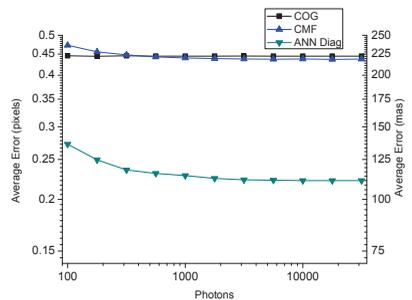


Figure 16. Average pixel error as a function of total detected photons in the diagonal case: uncentred CoG sodium profile in a cartesian CCD with diagonally elongated spots and no turbulence. COG=centre of gravity method, CMF = constrained matched filter method, ANN Diag = ANN method trained with diagonally elongated spots. The ANNs are clearly better than any other method.

Table 1. Average error (mas) for COG, constrained matched filter and ANN results in the presence of turbulence for 316 and 1000 photons.

Case	1	2	3	4
COG	224.24	224.24	222.94	222.43
CMF	143.94	135.00	224.06	220.29
ANN	55.85	50.12	117.86	114.27

Case 1 is polar coordinate detector with 316 photons.

Case 2 is polar coordinate detector with 1000 photons.

Case 3 is cartesian CCD with diagonal spot elongation with 316 photons.

Case 4 is cartesian CCD with diagonal spot elongation with 1000 photons.

Table 2. Average error relative to COG error for constrained matched filter and ANN results in the presence of turbulence for 316 and 1000 photons

Case	1	2	3	4
COG	100 %	100 %	100 %	100 %
CMF	64.19 %	60.20 %	100.50 %	99.03 %
ANN	24.91 %	22.35 %	52.87 %	51.37 %

Case 1 is polar coordinate detector with 316 photons.

Case 2 is polar coordinate detector with 1000 photons.

Case 3 is cartesian CCD with diagonal spot elongation with 316 photons.

Case 4 is cartesian CCD with diagonal spot elongation with 1000 photons.

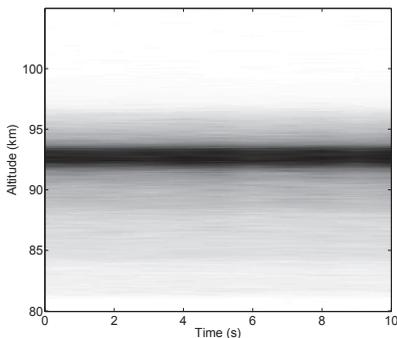


Figure 17. Continuously evolving sodium layer profile used in the validation tests.

3.2 Test run results

In this validation a portion of the measured profiles over a few seconds is chosen and interpolated to generate a continuous profile for a system working at 700 Hz. This generates a real profile but with interpolation to achieve the desired rate. A phase screen following Kolmogorov statistics simulates the distorted wavefront to create realistic and time-dependent spot movements. Fig. 17 shows the continuous profile used for this simulation.

The variables for the validation simulation were chosen to reflect the situation that would be experienced at the TMT telescope: a telescope diameter of 30 metres using a Shack-Hartmann wavefront sensor with 0.5 metres sub-apertures. Each subaperture images the artificial star on a CCD with 16x16 pixels. Kolmogorov phase-screens with $r_0 = 0.15$ m were used. The wind speed determining the phase-screen motion was set at 10 ms^{-1} . The photon noise level for this simulation was 1000 photons.

Fig. 18 shows a test executed with the evolving profile, a polar coordinate detector in the presence of turbulence. Fig. 19 shows a test executed with the evolving profile and the presence of turbulence, and with a cartesian CCD using

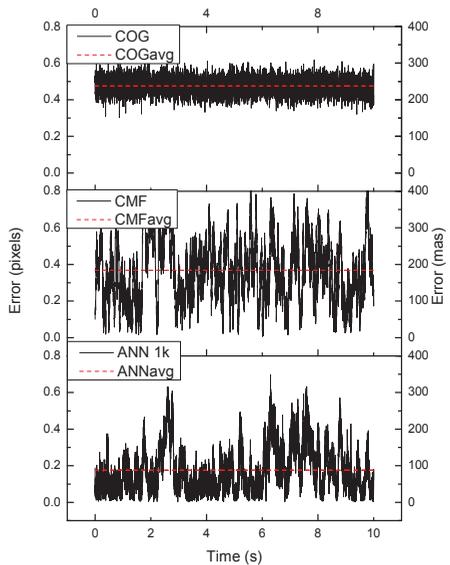


Figure 18. Error with evolving sodium layer and turbulence in a polar coordinate detector. The average value for each technique is shown as a dashed line. The averages are 0.474 pixels for COG, 0.368 pixels for CMF and 0.176 pixels for ANN.

Table 3. Average error (mas) for COG, constrained matched filter and ANN results for polar coordinate detector and cartesian CCD.

	COG	CMF	ANN
Polar	237.31	184.23	88.06
Cartesian	236.82	182.48	122.78

a spot with diagonal elongation as shown in Fig. 15. The average results are also given in Table 3.

The results show that the ANN performs better than other techniques in a more realistic simulation given an evolving sodium profile density and turbulence. In some moments both the ANN and the Matched Filter have a big error spikes, but both also have average errors below that of the centre of gravity technique, as expected. In a telescope using an adaptive optics system the science image will generally be a long exposure, so the average error is the determinant factor in image quality. But it can nonetheless create artefacts in the images so its use in high contrast imaging needs to be evaluated.

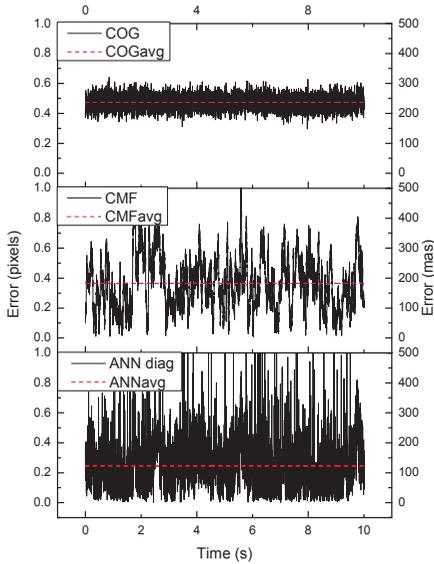


Figure 19. Error with evolving sodium layer and turbulence, cartesian CCD and diagonal elongation. Also shown the average value for each technique. The averages are 0.473 pixels for COG, 0.365 pixels for CMF and 0.245 pixels for ANN.

4 CONCLUSIONS

We have shown that in the presence of turbulence the ANN method for centroiding is superior and that the ANN is a viable and noise resistant technique for use in Shack-Hartmann wavefront sensors. Another advantage over other methods is that the ANN requires no calibration or reference at execution time.

The ANN method also has an advantage in open loop because it can handle big spot displacements if trained for it. Furthermore, it does not require dithering, which is more difficult to implement in open loop and requires constant updating. In this work we have determined the following for ANN training: using noise in the training set generates better results for high noise, however the ANN will not give much better results if the noise level becomes less than the one used in training. In training we need to use images that are representative of reality, without being necessarily real data. Training with well simulated data gives good results.

Another advantage of the ANN method is that it still works for conventional cartesian CCD. For the spot elongation we had to train the ANN with the elongation direction that the ANN would see in reality, which means the use of a large number of different ANNs for a cartesian CCD, as each subaperture would see a different orientation. Future work will be directed at using larger data sets and improved

ANN topology to obtain an ANN that can cope with spot direction variabilities. Validation tests with real data on an optical bench are also being planned.

ACKNOWLEDGEMENTS

This project received financial support from FAPESC under project number TR2012-000034. ATM appreciates support from CAPES and CNPq. AK acknowledges support from CNPq. DG appreciates support from FONDECYT through grant 11110149. AG thanks support from FONDECYT, grant 1120626. We appreciate Paul Hickson's support in providing LIDAR data. This work has made use of the computing facilities of the Laboratory of Astroinformatics (IAG/USP). ATM and AK appreciate support from INCT-A.

REFERENCES

- Adkins S. M., 2006, in Azucena O., Nelson J. E., eds, Proc. SPIE Vol. 6272, Advances in Adaptive Optics II. SPIE, Bellingham, WA, p. 62721E
- Adkins S. M., 2012, eds, Proc. SPIE Vol. 8447, Adaptive Optics Systems III. SPIE, Amsterdam, p. 84470R
- Babcock HW., 1953, Publ. Astron. Soc. Pac., 65, 229
- Basden A. G., Myers R. M., 2012, MNRAS, 424, 1483
- Bottaci L., Drew P. J., Hartley J. E., Hadfield M. B., Farouk R., Lee P. W., Monson J. R., 1997, Lancet, 350, 469
- Davies R., Kasper M., 2012, Annu. Rev. Astron. Astrophys., 50, 305
- Gilles L., Ellerbroek B., 2006, Appl. Opt., 45, 6568.
- Gilles L., Ellerbroek B. L., 2008, Opt. Lett., 33, 1159.
- Hardy J. W., 1998, Adaptive optics for astronomical telescopes. Oxford Univ. Press, New York, NY
- Lardièrè O., 2008, in Conan R., Bradley C., Herriot G., Jackson K., eds, Proc. SPIE Vol. 7015, Adaptive Optics Systems. SPIE, Marseille, p. 70154T
- Lardièrè O., Conan R., Clare R., Bradley C., Hubin N., 2010, Appl. Opt., 49, G78
- Marquardt D. W., 1963, J. Appl. Math., 11, 431
- Merkle F. et al, 1989, Messenger, 58, 1
- Michau V., 2006, in Conan J. M., Fusco T., Nicolle M., Robert C., Velluet M. T., Piganeau E., Hammel S. M., Kohnle A., eds, Proc. SPIE Vol. 6303, Atmospheric Optical Modeling, Measurement, and Simulation II. SPIE, Bellingham, p. 63030B
- Nelson, J. E., 2006 in Sanders G. H., eds, Proc. SPIE Vol. 6267, Ground-based and Airborne Telescopes, Orlando, FL, p. 626728
- Osborn J., De Cos Juez F. J., Guzman D., Butterley T., Myers R., Guesalaga A., Laine J., 2012, Opt. Express, 20, 2420
- Pfrommer T., Hickson P., 2010, J. Opt. Soc. Am., 27, A97
- Racine R., 1995, in Ellerbroek B. L., eds, Proc. SPIE Vol. 2534, Adaptive Optical Systems and Applications. SPIE, San Diego, CA, p. 248.
- Reilly D. L., Cooper L. N., 1990, An overview of neural networks: early models to real world systems. In An in-

roduction to neural and electronic networks pp. 227-248,
USA: Academic Press Professional Inc., San Diego, CA
Thomas S., Fusco T., Tokovinin A., Nicolle M., Michau V.,
Rousset G., 2006, MNRAS, 371, 323
Thomas S. J., Adkins S., Gavel D., Fusco T., Michau V.,
2008, MNRAS, 387, 173