

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
ELÉTRICA**

Daimon Castilhos Machado

**METODOLOGIA DE CÁLCULO DE PARÂMETROS DO  
CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE DE MOTORES  
DE INDUÇÃO TRIFÁSICO DE GAIOLA DE ESQUILO  
DE BAIXA POTÊNCIA**

Florianópolis

2014



Daimon Castilhos Machado

**METODOLOGIA DE CÁLCULO DE PARÂMETROS DO  
CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE DE MOTORES  
DE INDUÇÃO TRIFÁSICO DE GAIOLA DE ESQUILO  
DE BAIXA POTÊNCIA**

Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Elétrica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina .

Florianópolis, 28 de Fevereiro 2014.

---

Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.  
Coordenador do Curso

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Jean Viane Leite, Dr.  
Orientador

---

Eng. Claudenei Simão, Dr.



---

Prof. Maurício Ferreira Valência da Luz, Dr.



Dedico este trabalho aos meus pais Rogério e Eroni, e às minhas irmãs Francieli e Izabela





## AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus familiares por todo o incentivo que deram para a realização deste trabalho.

Agradeço ao meu orientador Jean Viane Leite e ao meu coorientador Nelson Sadowski pela orientação prestada.

Agradeço aos demais professores do GRUCAD: João Pedro Assumpção Bastos, Maurício Valência Ferreira da Luz, Nelson Jhoe Batistela, Patrick Kuo-Peng e Walter Pereira Carpes Junior por todo o conhecimento que me passaram.

Agradeço aos colegas Berenice Lima, Diego Prado, Chaiane Almeida e Ingrid Cezario pela cooperação durante as disciplinas do curso, e principalmente pela amizade desenvolvida ao longo desses anos.

Agradeço todos os demais colegas e amigos do GRUCAD por todo o apoio que me prestaram durante o desenvolvimento deste trabalho.



*"Não existe nenhum caminho lógico para a descoberta das leis do Universo - o único caminho é a intuição."*

Albert Einstein



## RESUMO

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo analítico para o levantamento dos parâmetros do circuito elétrico equivalente de um motor de indução trifásico, com rotor do tipo gaiola de esquilo, a partir das características construtivas e elétricas da máquina. O modelo foi desenvolvido com base nas Equações de Maxwell. O cálculo dos parâmetros do circuito elétrico equivalente permite prever a característica torque-velocidade do motor antes de realizar ensaios experimentais.

**Palavras-chave:** motor de indução, circuito elétrico equivalente, curva de torque-velocidade



## ABSTRACT

In this project we have developed an analytical model to obtain the parameters of equivalent circuit of a three phase induction motor, with squirrel cage rotor, from constructive and electric characteristics of the machine. The model was developed based on Maxwell's Equations. The calculation of the parameters of the electrical equivalent circuit allows to predict the characteristic speed-torque of the motor before performing experimental tests.

**Keywords:** induction motor, equivalent electric circuit, speed-torque curve





## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Estator de um Motor de Indução . . . . .	33
Figura 2	Rotor de um Motor de Indução do Tipo Gaiola de Esquilo	34
Figura 3	Campo Magnético Girante em um Motor de Indução ..	36
Figura 4	Circuito Equivalente por Fase do Estator e Núcleo de um Motor de Indução . . . . .	39
Figura 5	Circuito Equivalente por Fase do Rotor de um Motor de Indução . . . . .	41
Figura 6	Circuito Equivalente por Fase de um Motor de Indução	42
Figura 7	Induções Magnéticas em um Motor de Indução . . . . .	48
Figura 8	Componentes da Curva de Torque Eletromagnético Induzido em um Motor de Indução . . . . .	49
Figura 9	Regiões da Curva de Torque Eletromagnético Induzido em um Motor de Indução . . . . .	51
Figura 10	Circuito Equivalente Completo de um Motor de Indução	51
Figura 11	Circuito Equivalente de Thevenin de um Motor de Indução	52
Figura 12	Classes de Projeto de Motores de Indução . . . . .	54
Figura 13	Caminho magnético definido para a aplicação da lei de Ampère . . . . .	58
Figura 14	Enrolamentos Concentrados e Distribuídos . . . . .	59
Figura 15	Abertura de uma Ranhura do Estator . . . . .	61
Figura 16	Medidas de um Dente de um Motor de Indução . . . . .	62
Figura 17	Abertura Equivalente da Ranhura do Rotor . . . . .	67
Figura 18	Linhas de Fluxo de Dispersão em uma Ranhura . . . . .	68
Figura 19	Dimensões Para Cálculo da Permeância Específica de Ranhura . . . . .	69
Figura 20	Fluxos de Dispersão Zig-zag . . . . .	70
Figura 21	Dimensões da Cabeça de Bobina de um Estator . . . . .	72
Figura 22	Motores Analisados . . . . .	75
Figura 23	Exemplo de Malha de Elementos Finitos . . . . .	76
Figura 24	Exemplo de Aplicação do <i>Software</i> EFCAD . . . . .	81
Figura 25	Curvas de Indução Magnética no Entreferro . . . . .	82
Figura 26	Carta de Campo dos Motores Analisados . . . . .	83
Figura 27	Curva de Torque e Velocidade dos Motores Analisados .	84

Figura 28 Corrente de Linha no Estator dos Motores Analisados .	85
Figura 29 Fator de Potência dos Motores Analisados .....	86
Figura 30 Rendimento dos Motores Analisados .....	87

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Indução Máxima no Entreferro .....	78
Tabela 2	Reatância de Magnetização .....	79
Tabela 3	Reatância de Dispersão do Estator .....	79
Tabela 4	Reatância de Dispersão do Rotor .....	79
Tabela 5	Resistência dos Enrolamentos do Estator .....	79
Tabela 6	Resistência das Barras do Rotor .....	80



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FMM	Força magnetomotriz .....	35
MEF	Método de Elementos Finitos .....	76
EFCAD	Electromagnetic Field Computer Aided Design .....	77
GRUCAD	Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletro- magnéticos .....	77
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina .....	77



## LISTA DE SÍMBOLOS

$P$	Número de Polos .....	34
$\theta_e$	Ângulo Elétrico .....	34
$\theta_m$	Ângulo Mecânico .....	34
$f_e$	Frequência Elétrica .....	34
$f_m$	Frequência Mecânica .....	34
$n_s$	Velocidade Síncrona .....	37
$f_e$	Frequência Elétrica do Estator .....	37
$n$	Velocidade de Rotação .....	37
$s$	Escorregamento .....	37
$f_r$	Frequência de Escorregamento do Rotor .....	37
$R_1$	Resistência Equivalente do Enrolamento do Estator .....	38
$X_1$	Reatância de Dispersão do Enrolamento do Estator .....	38
$\hat{I}_1$	Corrente Elétrica no Estator .....	38
$R_c$	Resistência Equivalente do Núcleo Ferromagnético do Motor	38
$\hat{I}_c$	Corrente Elétrica Equivalente das Perdas no Núcleo Ferro- magnético .....	39
$X_m$	Reatância de Magnetização .....	39
$\hat{I}_m$	Corrente de Magnetização .....	39
$\hat{I}_\phi$	Corrente Necessária Para Criar o Fluxo no Núcleo do Motor	39
$\hat{V}_1$	Tensão de Fase de Terminal do Estator .....	39
$\hat{E}_2$	FCEM de Fase Gerada Pelo Fluxo de Entreferro Resultante	39
$R_{rotor}$	Resistência Equivalente do Rotor .....	39
$X_{rotor}$	Reatância Equivalente do Rotor .....	39
$Z_{rotor}$	Impedância Equivalente do Rotor .....	39
$\hat{E}_{rotor}$	Tensão Induzida no Rotor .....	39
$\hat{I}_{rotor}$	Corrente Elétrica no Rotor .....	39
$N_{ef}$	Relação de Espiras Efetivas Entre o Estator e o Rotor .....	40
$\hat{E}_{2s}$	Tensão do Rotor Referida ao Estator .....	40
$\hat{I}_{2s}$	Corrente do Rotor Referida ao Estator .....	40
$Z_{2s}$	Impedância do Rotor Referida ao Estator .....	40
$R_2$	Resistência do Rotor Referida ao Estator .....	40
$X_2$	Reatância do Rotor Referida ao Estator .....	40

$\hat{E}_2$	Tensão no Rotor Refletida ao Estator.....	41
$\hat{I}_2$	Corrente no Rotor Refletida ao Estator.....	41
$Z_2$	Impedância do Rotor Refletida ao Estator.....	42
$V_{1,vz}$	Tensão de Fase a Vazio.....	43
$I_{1,vz}$	Corrente de Linha a Vazio.....	43
$P_{vz}$	Potência Elétrica de Entrada a Vazio.....	43
$P_{rot}$	Perdas Rotacionais.....	43
$n_{fases}$	Número de Fases.....	43
$J$	Inércia do Rotor.....	43
$\omega_m$	Velocidade Angular.....	43
$T_{rot}$	Torque de Rotação.....	43
$P_{nucleo}$	Perdas no Núcleo a Vazio.....	43
$R_c$	Resistência Equivalente do Núcleo.....	44
$s_{vz}$	Escorregamento em um Ensaio a Vazio.....	44
$X_{vz}$	Reatância Aparente a Vazio.....	44
$S_{vz}$	Potência Aparente de Entrada a Vazio.....	44
$Q_{vz}$	Potência Reativa de Entrada a Vazio.....	44
$V_{1,bl}$	Tensão de Fase com Rotor Bloqueado.....	45
$I_{1,bl}$	Corrente de Linha com Rotor Bloqueado.....	45
$P_{bl}$	Potência Elétrica de Entrada com Rotor Bloqueado.....	45
$f_{bl}$	Frequência de Ensaio de Rotor Bloqueado.....	45
$S_{bl}$	Potência Aparente com Rotor Bloqueado.....	45
$Q_{bl}$	Potência Reativa com Rotor Bloqueado.....	45
$X_{bl}$	Reatância de Rotor Bloqueado.....	45
$R_{bl}$	Resistência de Rotor Bloqueado.....	46
$Z_{bl}$	Impedância de Rotor Bloqueado.....	46
$\mathbf{B}_S$	Indução Magnética Gerada pela Corrente do Estator.....	47
$\mathbf{B}_{net}$	Indução Magnética Gerada Pela Corrente Magnetizante....	47
$\mathbf{B}_R$	Indução Magnética Gerada Pela Corrente do Rotor.....	47
$\mathbf{E}_r$	Tensão Induzida no Rotor Refletida ao Estator.....	47
$\mathbf{I}_r$	Corrente do Rotor Refletida ao Estator.....	47
$\theta_r$	Ângulo de Defasagem Entre a Corrente e a Tensão do Rotor	47
$\mathbf{T}_{ind}$	Torque Eletromagnético Induzido no Rotor.....	47
$T_{ind}$	Magnitude do Torque Eletromagnético Induzido.....	47



$P_{conv}$	Potência Eletromagnética Desenvolvida Pelo Motor.....	51
$P_{AG}$	Potência Transferida do Estator Para o Entreferro.....	51
$V_{TH}$	Tensão Equivalente de Thevenin.....	52
$\hat{V}_\phi$	Tensão de Alimentação.....	52
$V_{TH}$	Módulo da Tensão Equivalente de Thevenin.....	52
$Z_{TH}$	Impedância Equivalente de Thevenin.....	52
$R_{TH}$	Resistência Equivalente de Thevenin.....	52
$X_{TH}$	Reatância Equivalente de Thevenin.....	52
$\mathcal{F}_{p1}$	Primeira Harmônica da FMM Gerada.....	58
$\mathcal{F}_{ts}$	Queda de FMM no Dente do Estator.....	58
$\mathcal{F}_{tr}$	Queda de FMM no Dente do Rotor.....	58
$\mathcal{F}_g$	Queda de FMM no Entreferro.....	58
$\mathcal{F}_{cs}$	Queda de FMM na Coroa do Estator.....	58
$\mathcal{F}_{cr}$	Queda de FMM na Coroa do Rotor.....	58
$I_m$	Valor de Pico da Corrente AC no Estator.....	58
$N_t$	Número Total de Espiras por Fase.....	59
$k_{d1}$	Fator de Distribuição Para a Primeira Harmônica.....	59
$q$	Número de Ranhuras por Polo por Fase.....	59
$k_{i1}$	Fator de Inclinação Para a Primeira Harmônica.....	59
$\alpha$	Ângulo de Inclinação das Ranhuras do Rotor em Relação ao Estator.....	60
$k_c$	Coefficiente de Carter.....	60
$g$	Comprimento do Entreferro.....	60
$g_e$	Comprimento Equivalente do Entreferro.....	60
$k_{cs}$	Coefficiente de Carter do Estator.....	60
$k_{cr}$	Coefficiente de Carter do Rotor.....	60
$b_{os}$	Abertura da Ranhura do Estator.....	61
$b_{or}$	Abertura da Ranhura do Rotor.....	61
$\tau_s$	Passo da Ranhura do Estator.....	61
$\tau_r$	Passo da Ranhura do Rotor.....	61
$B_m$	Indução Magnética Média no Dente.....	62
$B_{g1}$	Valor de Pico da Indução Magnética no Entreferro.....	62
$d_s$	Altura da Ranhura.....	62
$l_e$	Comprimento do Pacote de Lâminas.....	62
$l_i$	Comprimento Efetivo do Pacote de Lâminas.....	62

$\tau_p$	Passo Polar .....	62
$t_m$	Espessura Média do Dente.....	62
$B_{ms}$	Indução Média no Dente do Estator .....	63
$B_{mr}$	Indução Média no Dente do Rotor.....	63
$d_{ss}$	Altura da Ranhura do Estator.....	63
$d_{sr}$	Altura da Ranhura do Rotor .....	63
$t_{ms}$	Espessura Média do Dente do Estator .....	63
$t_{mr}$	Espessura Média do Dente do Rotor .....	63
$B_t$	Indução Magnética no Dente .....	63
$\mu_i$	Permeabilidade Magnética Relativa.....	63
$\mu_o$	Permeabilidade Magnética no Vácuo.....	63
$H_{ts}$	Campo Magnético no Dente do Estator.....	64
$H_{tr}$	Campo Magnético no Dente do Rotor .....	64
$B_{cs}$	Indução Magnética na Coroa do Estator .....	64
$B_{cr}$	Indução Magnética na Coroa do Rotor.....	64
$H_{cs}$	Campo Magnético no Estator.....	64
$H_{cr}$	Campo Magnético no Rotor .....	64
$D_{is}$	Diâmetro Interno do Núcleo do Estator.....	64
$D_{ir}$	Diâmetro Interno do Núcleo do Rotor .....	64
$D_{os}$	Diâmetro Externo do Núcleo do Estator .....	64
$D_{or}$	Diâmetro Externo do Núcleo do Rotor.....	64
$d_{ss}$	Altura da Ranhura do Estator.....	64
$d_{sr}$	Altura da Ranhura do Rotor .....	64
$h_{pu}$	Distância Entre o Entreferro e o Topo da Ranhura do Rotor	65
$F_{ts}$	Relação Entre a Queda de FMM no Dente do Estator e a Indução Magnética Máxima no Entreferro.....	65
$F_{tr}$	Relação Entre a Queda de FMM no Dente do Rotor e a Indução Magnética Máxima no Entreferro.....	65
$F_g$	Relação Entre a Queda de FMM no Entreferro e a Indução Magnética Máxima no Entreferro .....	65
$F_{cs}$	Relação Entre a Queda de FMM na Coroa do Estator e a Indução Magnética Máxima no Entreferro.....	65
$F_{cr}$	Relação Entre a Queda de FMM na Coroa do Rotor e a Indução Magnética Máxima no Entreferro.....	66
$I_o$	Corrente de Fase a Vazio .....	66

$X_{s1}$	Reatância de Dispersão de Ranhura do Estator . . . . .	68
$X_e$	Reatância de Cabeça de Bobina do Estator . . . . .	68
$X_{d1}$	Reatância de Dispersão Devido às Harmônicas do Estator .	68
$X_{z1}$	Reatância Zig-zag do Estator . . . . .	68
$X_{s2}$	Reatância de Dispersão de Ranhura do Rotor . . . . .	68
$X_{z2}$	Reatância Zig-zag do Rotor . . . . .	68
$X_i$	Reatância de Dispersão Devido à Inclinação do Rotor . . . . .	68
$p_s$	Permeância Específica de Ranhura . . . . .	68
$n_{slot}$	Número Total de Condutores em uma Ranhura . . . . .	69
$p_{s1}$	Permeância Específica das Ranhuras do Estator . . . . .	69
$p_{s2}$	Permeância Específica das Ranhuras do Rotor . . . . .	69
$X_{s1}$	Reatância de Dispersão de Ranhura do Estator . . . . .	69
$X_{s2}$	Reatância de Dispersão de Ranhura do Rotor . . . . .	69
$k_{dn}$	Fator de Distribuição Harmônico . . . . .	70
$p1$	Número de Pares de Polos . . . . .	71
$N_s$	Número de Condutores nas Ranhuras do Estator . . . . .	71
$N_r$	Número de Condutores nas Ranhuras do Rotor . . . . .	71
$X_e$	Reatância de Cabeça de Bobina do Estator . . . . .	71
$p_{e2}$	Permeância Específica do Anel de Curto-circuito . . . . .	72
$D_{m2}$	Diâmetro Médio do Anel do Rotor . . . . .	73
$a$	Largura do Anel do Rotor . . . . .	73
$b$	Altura do Anel do Rotor . . . . .	73
$\sigma_c$	Condutividade Elétrica do Cobre . . . . .	73
$r_{1m}$	Raio Médio da Ranhura do Estator . . . . .	73
$R_{b2}$	Resistência da Barra do Rotor . . . . .	73
$R_{e2}$	Resistência do Anel do Rotor . . . . .	73
$\sigma_a$	Condutividade Elétrica do Alumínio . . . . .	73
$A_b$	Área da Barra do Rotor . . . . .	73



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	29
1.1 OBJETIVOS GERAIS .....	29
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	30
1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	30
<b>2 O MOTOR DE INDUÇÃO</b> .....	33
2.1 GENERALIDADES .....	33
2.2 CAMPO MAGNÉTICO GIRANTE .....	35
2.3 ESCORREGAMENTO .....	37
2.4 CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE POR FASE.....	38
2.4.1 Circuito Elétrico Equivalente por Fase do Estator ..	38
2.4.2 Circuito Elétrico Equivalente por Fase do Rotor ...	39
2.5 ENSAIOS PARA DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE .....	42
2.5.1 Ensaio a Vazio .....	43
2.5.2 Ensaio de Rotor Bloqueado .....	45
2.6 CURVA DE TORQUE E VELOCIDADE .....	47
2.7 CLASSES DE PROJETO DE MOTORES DE INDUÇÃO ..	53
<b>3 METODOLOGIA ANALÍTICA DE CÁLCULO DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO ELÉTRICO EQUI- VALENTE POR FASE DO MOTOR DE INDUÇÃO .</b>	57
3.1 PRINCÍPIO .....	57
3.2 FMM GERADA .....	58
3.3 QUEDA DE FMM NO ENTREFERRO .....	60
3.4 QUEDA DE FMM NOS DENTES DO ESTATOR E DO ROTOR .....	62
3.5 QUEDA DE FMM NAS COROAS DO ESTATOR E DO ROTOR .....	64
3.6 MÉTODO PROPOSTO .....	65
3.7 CÁLCULO DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE .....	66
<b>4 RESULTADOS NUMÉRICOS E ANALÍTICOS.....</b>	75
4.1 INTRODUÇÃO .....	75
4.2 O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS .....	76
4.3 FERRAMENTA COMPUTACIONAL .....	77
4.4 DADOS COMPARATIVOS .....	78
<b>5 CONCLUSÕES.....</b>	89
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	91



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 OBJETIVOS GERAIS

Os dispositivos de conversão de energia são largamente empregados em aplicações residenciais e industriais. Por ser a energia elétrica uma energia que pode ser transportada com perdas muito pequenas comparadas a outros tipos de energia (térmica, mecânica, etc.), seu uso se torna bastante conveniente. Pode-se converter energia com origem em diversas formas (hidráulica, térmica, nuclear, etc.) em energia elétrica, que pode ser transportada a diversas cidades através de um sistema de transmissão e distribuição. Ao chegar ao consumidor, essa energia pode ser novamente convertida em outras formas de acordo com suas necessidades e tecnologias existentes para tal fim. Energia pode ser utilizada para gerar aquecimento, refrigeração, iluminação, movimento, entre outras formas.

Os dispositivos elétricos podem ser geradores de energia elétrica ou motores elétricos. Os geradores convertem energia mecânica em elétrica e os motores convertem energia elétrica em mecânica.

A análise dos dispositivos de conversão de energia pode ser feita através de métodos experimentais ou através de modelos matemáticos. Os métodos experimentais geram resultados mais precisos que os métodos matemáticos, porém esses métodos podem, em algumas ocasiões, gerar um custo muito elevado, pois é necessário construir diversos protótipos para um único estudo. Com os modelos matemáticos pode-se realizar uma grande variedade de análises e utilizar os métodos experimentais apenas uma vez com o objetivo de validá-lo, reduzindo os custos do estudo.

Dentre os motores elétricos, os motores de indução se destacam por terem altos rendimentos com baixos custos de fabricação e manutenção. Devido a estas vantagens os motores de indução são, atualmente, os mais utilizados na indústria.

O Brasil destaca-se como produtor de motores, possuindo empresas com parcelas significativas do mercado mundial de máquinas elétricas. No projeto de motores usualmente são utilizadas metodologias e *softwares* para projeto e otimização, porém com conhecimento limitado das técnicas utilizadas. O projetista utiliza então o *software* como um sistema de entrada/saída, desconhecendo muitas das variáveis envolvidas. Pretende-se neste trabalho contribuir com o projeto de máquinas, reunindo e sistematizando técnicas

básicas de projeto. O objetivo deste trabalho é sistematizar o projeto de um motor de indução trifásico de média potência, com rotor de gaiola de esquilo, utilizando métodos matemáticos baseados em suas características construtivas.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os objetivos específicos para este trabalho são:

- Desenvolver um modelo matemático analítico baseado nos princípios eletromagnéticos e na geometria do motor elétrico para calcular os parâmetros do circuito elétrico equivalente de um motor de indução trifásico de média potência;
- a partir do circuito elétrico equivalente, fazer um levantamento da curva de Torque-Velocidade do motor;
- Comparar os resultados com cálculos numéricos utilizando o Método de Elementos Finitos;
- Comparar os resultados com resultados obtidos com *software* comercial.

## 1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A seguir são listadas algumas das contribuições atuais que norteiam este trabalho.

Em (WILLIAMSON; MCCLAY, 1996) técnicas de otimização são utilizadas para modificar o formato das ranhuras com o objetivo de melhorar o desempenho da máquina. O método consiste em utilizar um circuito elétrico equivalente da máquina acoplado com um modelo de campo baseado no Método de Elementos Finitos. Com esse método é possível desenvolver projetos de ranhuras com formatos diferentes das usuais, garantindo uma maior eficiência da máquina.

Em (BARBOUR; THOMSON, 1997) são analisadas as harmônicas na corrente de alimentação em função da abertura das ranhuras e da excentricidade estática do rotor através de análise pelo Método de Elementos Finitos e análises experimentais. A investigação mostra que o formato da ranhura possui um efeito considerável na magnitude das harmônicas de corrente para um mesmo aumento de



excentricidade estática. Essa informação é importante para o monitoramento de diferentes motores na indústria.

Em (LEE et al., 1997) mostra-se que através de diversas análises pelo Método de Elementos Finitos, a ranhura do estator de um motor teve suas dimensões ajustadas, mantendo o formato original, para minimizar as perdas no ferro e nos condutores, levando em consideração harmônicas na alimentação. Encontrou-se as dimensões da ranhura que ocasionam as menores perdas. Posteriormente um ensaio experimental foi feito com as novas dimensões e verificou-se uma redução de 10 por cento nas perdas do ferro em relação ao projeto original.

Em (GALINDO et al., 2001) um estudo de redesenho da ranhura do rotor é feito através de um modelo magnetodinâmico utilizando o Método de Elementos Finitos, com o objetivo de obter curvas de performance de um motor. As dimensões das ranhuras do rotor foram parametrizadas e, a partir dessa parametrização, foram levantadas curvas de corrente e curvas de torque em função da velocidade do motor para encontrar as dimensões que levam ao melhor desempenho do motor.

Em (KIM; KIM; KWON, 2005) o período de uma fase do estator de um motor é acoplada com seu circuito elétrico equivalente e analisada através do uso do Método de Elementos Finitos, com o objetivo de encontrar a geometria ótima para minimizar as perdas no núcleo do estator e no cobre, incluindo perdas harmônicas. A análise foi feita variando-se a altura e o comprimento da ranhura original, até se encontra o formato com as menores perdas. O método foi confirmado com o uso de testes experimentais.

Em (SHUMEI; YING; LIWEI, 2006) são investigadas geometrias de ranhuras para motores de indução com aplicação em veículos elétricos híbridos. O objetivo é analisar o perfil de torque do motor, verificando os ruídos indesejáveis. Três geometrias comuns para esse tipo de aplicação são analisadas com o uso do Método de Elementos Finitos, cujos resultados são utilizados para estimar magnitudes de vibração do estator e níveis de potência sonora. Descobriu-se qual é o melhor dos formatos analisados e comprovou-se com testes experimentais.

Em (FIRETEANU; TUDORACHE; TURCANU, 2007) três geometrias de ranhuras do rotor são utilizadas, onde suas dimensões são variadas, mantendo a área constante, e são analisados os efeitos sobre o torque, valores nominais, eficiência e aquecimento do rotor. A análise é feita através do Método de Elementos Finitos e comparada com resultados

experimentais.

Em (VALTONEN; PARVIAINEN; PYRHONEN, 2007) um motor de indução do tipo gaiola de esquilo é analisado, variando-se o número de ranhuras do rotor. Características como torque de partida, torque máximo, perdas no rotor e fator de potência foram analisadas. Foi concluído que o número de ranhuras do rotor altera significativamente a performance do motor. De uma variação amostral de números de ranhuras do rotor, alguns foram considerados mais apropriados que outros, de acordo com os resultados.

Em (PARK et al., 2008) as dimensões da ranhura são variadas e se faz uma comparação entre os valores ótimos de torque de partida para o cobre e para o alumínio. A análise é realizada através do Método de Elementos Finitos, com o objetivo de encontrar os valores ótimos de torque de partida. Concluiu-se que as barras de cobre conduzem a um melhor desempenho que as barras de alumínio.

Em (KIM; LIM; LEE, 2009) a geometria das ranhuras do rotor de um motor de indução monofásico é analisada variando-se suas dimensões, e observando-se os resultados através do Método de Elementos Finitos, com o objetivo de otimizar a performance desse motor. O estudo revelou uma geometria otimizada que conduz o motor a ter um torque de partida maior que o projeto de ranhura original.

Pela observação do estado da arte percebe-se que este campo de pesquisa é de extrema importância acadêmica e industrial, e mantém ainda muitas vertentes para exploração.

## 2 O MOTOR DE INDUÇÃO

### 2.1 GENERALIDADES

Um motor de indução é composto por dois circuitos elétricos acoplados magneticamente. Um circuito elétrico possui enrolamentos monofásicos ou trifásicos onde os condutores são distribuídos em ranhuras de um núcleo de ferro fixo chamado estator. O outro circuito é constituído por condutores dispostos em ranhuras de um núcleo magnético girante chamado rotor.

Os condutores do rotor de um motor de indução podem ser bobinados, onde os condutores são dispostos em uma maneira semelhante aos condutores do estator com o mesmo número de fases, ou podem ser dispostos no formato chamado gaiola de esquilo, onde são utilizadas barras condutoras, com o formato das ranhuras do rotor, sendo estas curto-circuitadas por anéis condutores. A Figura 1 mostra o estator de um motor de indução, e a Figura 2 mostra um rotor do tipo gaiola de esquilo. Entre os dois tipos de rotores, este trabalho se dedica ao estudo de motores de indução trifásicos com rotor do tipo gaiola de esquilo.

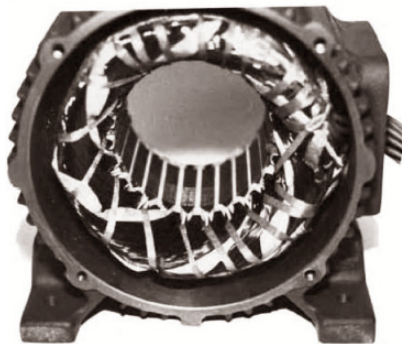


Figura 1 – Estator de um Motor de Indução  
Fonte: (CHAPMAN, 2005).

Um motor elétrico trifásico é dividido em pares de polos magnéticos. As correntes que circulam nas fases do estator geram campos magnéticos pulsantes, cuja resultante produz um campo

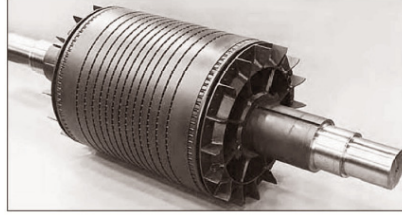


Figura 2 – Rotor de um Motor de Indução do Tipo Gaiola de Esquilo  
Fonte: (CHAPMAN, 2005).

magnético girante, cuja dinâmica será explicada posteriormente.

Pode-se associar o ângulo mecânico descrito pela geometria do motor com o ângulo de suas características elétricas e magnéticas, que podem ser considerados iguais em uma máquina de dois polos. Porém, normalmente as máquinas são construídas com enrolamentos onde as características elétricas se repetem, formando mais de um par de polos. Nesse caso as características elétricas, como ângulo e frequência, são iguais às características mecânicas multiplicadas pelo número de pares de polos, de acordo com as Equações 2.1 e 2.2.

$$\theta_e = \left( \frac{P}{2} \right) \theta_m. \quad (2.1)$$

$$f_e = \left( \frac{P}{2} \right) f_m. \quad (2.2)$$

Onde,

$P$  é o número de polos

$\theta_e$  é o ângulo elétrico

$\theta_m$  é o ângulo mecânico

$f_e$  é a frequência elétrica [Hz]

$f_m$  é a frequência mecânica [Hz]

É usual medir velocidades de rotação em máquinas em rotações por minuto, *rpm*. A velocidade do campo girante do estator é também chamada de velocidade síncrona  $n_s$ , e possui uma relação com a frequência elétrica, que é dada pela Equação 2.3.

$$n_s = \left( \frac{120}{P} \right) f_e. \quad (2.3)$$

## 2.2 CAMPO MAGNÉTICO GIRANTE

Para explicar como ocorre a produção do campo magnético girante utiliza-se a Figura 3, onde se ilustra uma máquina de dois polos. Os enrolamentos são considerador concentrados para simplificar a análise, sendo que os enrolamentos distribuídos que são utilizados na prática serão considerados na seção 3.2. As três fases são denominadas por  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Cada fase gera uma distribuição de força magnetomotriz FMM ao longo do estator. Se for considerada apenas a primeira harmônica dessa distribuição, pode-se definir um vetor  $\mathbf{F}_a$ , que se encontra na direção do eixo magnético e cuja amplitude corresponde ao valor de pico de FMM gerado pela bobina da fase  $a$ , sendo que o mesmo ocorre nas fases  $b$  e  $c$ , onde pode-se também definir os vetores  $\mathbf{F}_b$  e  $\mathbf{F}_c$ , respectivamente.

As amplitudes dos três vetores descritos variam senoidalmente com o tempo e estão defasadas em  $120^\circ$  elétricos entre eles, de acordo com as Equações 2.4, 2.5 e 2.6.

$$F_a = F_{max} \cos(\omega_e t). \quad (2.4)$$

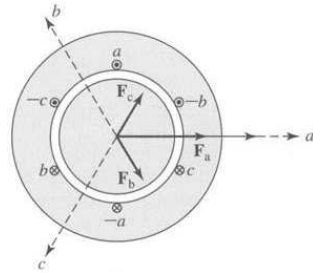
$$F_b = F_{max} \cos(\omega_e t - 120^\circ). \quad (2.5)$$

$$F_c = F_{max} \cos(\omega_e t + 120^\circ). \quad (2.6)$$

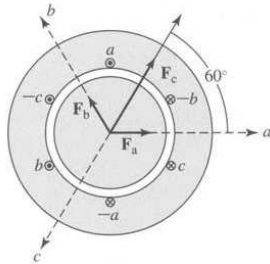
A Figura 3(a) mostra o vetor das três fases em um instante dado  $\omega_e t = 0$ . Ao somar as componentes das três fases, encontra-se como resultado um vetor de amplitude  $F$  no sentido positivo do eixo da fase  $a$ . Pode-se demonstrar que a amplitude  $F$  resultante é dada pela Equação 2.7.

$$F = \frac{3}{2} F_{max}. \quad (2.7)$$

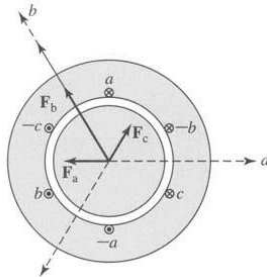
A Figura 3(b) mostra os mesmos vetores das três fases em um dado instante  $\omega_e t = \pi/3$ . Nesse caso o vetor resultante tem a mesma amplitude do caso anterior, porém está defasado em  $60^\circ$  elétricos em relação ao eixo da fase  $a$ . A Figura 3(c) mostra o mesmo tipo de análise para um instante  $\omega_e t = 2\pi/3$  e encontra-se um vetor com a mesma amplitude dos casos anteriores com uma defasagem de  $120^\circ$  elétricos em relação ao sentido positivo do eixo da fase  $a$ . Se essa análise for feita para todos os instantes de tempo chega-se a conclusão de que o vetor



(a)



(b)



(c)

Figura 3 – Campo Magnético Girante em um Motor de Indução  
 Fonte: (FITZGERALD; KINGSLEY; UMANS, 2002).

resultante possui amplitude constante e gira ao longo do entreferro da máquina, esse é o campo magnético girante que induz o movimento no rotor.

## 2.3 ESCORREGAMENTO

A corrente elétrica que flui nos enrolamentos do estator gera um campo magnético que gira à velocidade síncrona  $n_s$ . Essa velocidade é medida em rotações por minuto  $rpm$  e depende do número de polos da máquina  $P$  e da frequência elétrica do estator  $f_e$ , de acordo com a Equação 2.3.

O rotor de um motor de indução não é alimentado, a corrente que circula em seus condutores é induzida por ação de transformador. O torque eletromagnético do rotor é produzido pela interação entre sua corrente induzida e o campo magnético girante produzido pela corrente do rotor.

Define-se o escorregamento do motor como a diferença entre a velocidade síncrona  $n_s$  e a velocidade de rotação  $n$ . Normalmente se usa o escorregamento como uma fração da velocidade síncrona, que é denotado por  $s$  e calculado pela Equação 2.8.

$$s = \frac{n_s - n}{n_s}. \quad (2.8)$$

O movimento relativo entre o fluxo gerado pelo estator e a velocidade do rotor induz tensões nas barras do rotor, cuja frequência é chamada frequência de escorregamento, denotada por  $f_r$ , que é produto entre o escorregamento  $s$  e a frequência elétrica do estator  $f_e$ , conforme a Equação 2.9.

$$f_r = s f_e. \quad (2.9)$$

Portanto o motor de indução possui um princípio de funcionamento similar ao de um transformador, porém a frequência elétrica do secundário é diferente da frequência elétrica do primário.

Conforme expresso pela Equação 2.3, o campo girante do estator gira à velocidade síncrona  $n_s$ . No momento da partida o motor está parado e, deste modo, o campo girante do estator induz tensões e correntes no rotor com a mesma frequência elétrica do estator, o que produz um campo girante do rotor que gira à velocidade síncrona. Um torque eletromagnético é gerado pela interação entre o campo do estator e a corrente do rotor. Se esse torque for maior que a oposição causada pela carga e pelo eixo, o rotor começa a girar e sua velocidade aumenta até uma determinada velocidade  $n$ , que deve ser menor que a velocidade síncrona  $n_s$ , pois se forem idênticas o movimento relativo entre o campo do estator e o

rotor é nulo, não havendo tensões e correntes induzidas no rotor e não havendo, conseqüentemente, torque eletromagnético induzido no rotor.

A corrente que é induzida no rotor à frequência  $s f_e$ , dada pela Equação 2.9, produz um campo girante que gira à velocidade  $s n_s$ . A soma entre essa velocidade e a velocidade de rotação  $n$  se iguala a velocidade síncrona do campo girante do estator  $n_s$ , de acordo com a Equação 2.10, produzindo um sincronismo entre os dois campos girantes.

$$s n_s + n = n_s. \quad (2.10)$$

A velocidade do rotor  $n$  também pode ser expressa em função do escorregamento e da velocidade síncrona  $n_s$ , de acordo com a Equação 2.11.

$$n = (1 - s) n_s. \quad (2.11)$$

## 2.4 CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE POR FASE

As perdas de energia por efeito Joule e os fluxos magnéticos presentes em um motor de indução podem ser representados por um circuito elétrico equivalente, onde as perdas por aquecimento são representadas por resistências equivalentes e os fluxos magnéticos são representados por reatâncias equivalentes. Como as tensões trifásica de alimentação e os condutores do estator e do rotor são distribuídos em forma equilibrada, pode-se fazer o modelo de um circuito elétrico equivalente por fase do motor de indução.

### 2.4.1 Circuito Elétrico Equivalente por Fase do Estator

Nos enrolamentos do estator existem as perdas por efeito Joule nos condutores que são representadas pela resistência  $R_1$ . Também existem fluxos de dispersão, ou seja, fluxos magnéticos que não enlaçam os condutores do rotor, representados pela reatância de dispersão  $X_1$ . A corrente que circula nos enrolamentos do estator é representada por  $\hat{I}_1$ .

No núcleo ferromagnético existem as perdas por histerese e perdas por correntes induzidas no material ferromagnético, que são representadas pela resistência equivalente  $R_c$  percorrida pela corrente



elétrica equivalente  $\hat{I}_c$ . O fluxo magnético que enlaça tanto os condutores do estator quanto os do rotor é representado pela reatância de magnetização  $X_m$  que é percorrida por uma corrente de magnetização  $\hat{I}_m$ . A soma das correntes  $\hat{I}_c$  e  $\hat{I}_m$  é a corrente necessária para criar o fluxo no núcleo do motor  $\hat{I}_\phi$ .

A Fig. 4 ilustra o circuito elétrico equivalente por fase do estator e do núcleo do motor de indução.

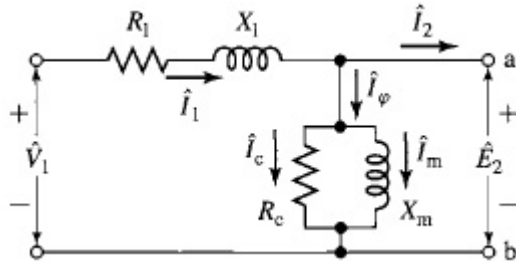


Figura 4 – Circuito Equivalente por Fase do Estator e Núcleo de um Motor de Indução

Fonte: (FITZGERALD; KINGSLEY; UMANS, 2002).

Pela análise do circuito pode-se chegar à Equação 2.12.

$$\hat{E}_2 = \hat{V}_1 - (R_1 + jX_1) \hat{I}_1. \quad (2.12)$$

Onde,

$\hat{V}_1$  é a tensão de fase de terminal do estator [V];

$\hat{E}_2$  é a FCEM de fase gerada pelo fluxo de entreferro resultante [V].

#### 2.4.2 Circuito Elétrico Equivalente por Fase do Rotor

No rotor também existem as perdas por Efeito Joule que são modeladas por uma resistência equivalente  $R_{rotor}$ , e existem os fluxos de dispersão do rotor que são modelados por uma reatância equivalente  $X_{rotor}$ . Ambas são componentes da impedância equivalente do rotor  $Z_{rotor}$ , que é a razão entre a FEM induzida no rotor  $\hat{E}_{rotor}$  e a corrente do rotor  $\hat{I}_{rotor}$ , de acordo com a Equação 2.13.

$$Z_{rotor} = \frac{\hat{E}_{rotor}}{\hat{I}_{rotor}} = R_{rotor} + jX_{rotor}. \quad (2.13)$$

Porém esses valores não são adequados para se utilizar no circuito elétrico equivalente do motor de indução, pois deve-se considerar dois fenômenos: o efeito transformador e o efeito da frequência de escorregamento.

O efeito transformador depende da relação efetiva entre espiras do estator e do rotor  $N_{ef}$ , sendo que a FEM referida ao estator  $\hat{E}_{2s}$  é diretamente proporcional a essa relação, e a corrente referida ao estator  $\hat{I}_{2s}$  é inversamente proporcional a  $N_{ef}$ , de acordo com as Equações 2.14 e 2.15, respectivamente.

$$\hat{E}_{2s} = N_{ef} \hat{E}_{rotor}. \quad (2.14)$$

$$\hat{I}_{2s} = \frac{\hat{I}_{rotor}}{N_{ef}}. \quad (2.15)$$

A impedância referida ao estator  $Z_{2s}$  é a relação entre a FEM referida  $\hat{E}_{2s}$  e a corrente referida  $\hat{I}_{2s}$ , de acordo com a Equação 2.16.

$$Z_{2s} = \frac{\hat{E}_{2s}}{\hat{I}_{2s}}. \quad (2.16)$$

Combinando as Equações 2.13, 2.14, 2.15 e 2.16 pode-se deduzir que a impedância referida ao estator  $Z_{2s}$  é diretamente proporcional ao quadrado da relação de espiras efetivas  $N_{ef}$ , de acordo com a Equação 2.17.

$$Z_{2s} = N_{ef}^2 Z_{rotor}. \quad (2.17)$$

Do mesmo modo, a resistência do rotor referida ao estator  $R_2$  e a reatância do rotor referida ao estator  $X_2$  são diretamente proporcionais ao quadrado da relação de espiras efetivas  $N_{ef}$ , de acordo com as Equações 2.18 e 2.19, respectivamente.

$$R_2 = N_{ef}^2 R_{rotor}. \quad (2.18)$$

$$X_2 = N_{ef}^2 X_{rotor}. \quad (2.19)$$

A impedância do rotor referida ao estator  $Z_{2s}$  pode ser expressa em forma complexa conforme a Equação 2.20.

$$Z_{2s} = R_2 + js X_2. \quad (2.20)$$

Na parte imaginária da Equação 2.20 aparece o escorregamento  $s$ , isso se deve ao fato de que a reatância de dispersão referida do rotor ser calculada na frequência elétrica do estator  $f_e$ , necessitando de uma correção para a frequência elétrica do rotor  $f_r$ , de acordo com a Equação 2.9.

A Figura 5 descreve o circuito elétrico equivalente por fase do rotor em movimento.

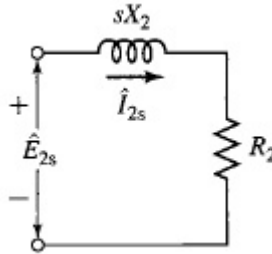


Figura 5 – Circuito Equivalente por Fase do Rotor de um Motor de Indução

Fonte: (FITZGERALD; KINGSLEY; UMANS, 2002).

É necessário fazer uma correção para um circuito equivalente estacionário que represente o circuito elétrico equivalente completo do motor de indução. A tensão induzida no rotor referida ao estator  $E_{2s}$  é igual, em módulo, à tensão no rotor refletida ao estator  $\tilde{E}_2$  multiplicada pelo escorregamento, de acordo com a Equação 2.21, essa correção se deve ao fato de que a amplitude da tensão induzida no rotor referida ao estator  $E_{2s}$  depende do movimento relativo entre o campo girante do estator e o movimento do rotor.

$$\hat{E}_{2s} = s \hat{E}_2. \quad (2.21)$$

A corrente no rotor referida ao estator  $I_{2s}$  possui o mesmo módulo que a corrente no rotor refletida ao estator  $\hat{I}_2$ , de acordo com a Equação 2.22, pois a intensidade do campo girante do rotor depende diretamente da intensidade da corrente do rotor, sendo que a sua frequência é corrigida pelo movimento do rotor.

$$\hat{I}_2 = \hat{I}_{2s}. \quad (2.22)$$

A impedância do rotor refletida ao estator  $Z_2$  é igual à razão entre a tensão no rotor refletida ao estator  $\hat{E}_2$  e a a corrente no rotor refletida ao estator  $\hat{I}_2$ , de acordo com a Equação 2.23.

$$Z_2 = \frac{\hat{E}_2}{\hat{I}_2}. \quad (2.23)$$

Combinando-se as Equações 2.20, 2.21, 2.22 e 2.23 pode-se deduzir a Equação 2.24.

$$Z_2 = \frac{Z_{2s}}{s} = \frac{R_2}{s} + jX_2. \quad (2.24)$$

A Fig. 6 ilustra o circuito elétrico equivalente por fase do motor de indução completo.

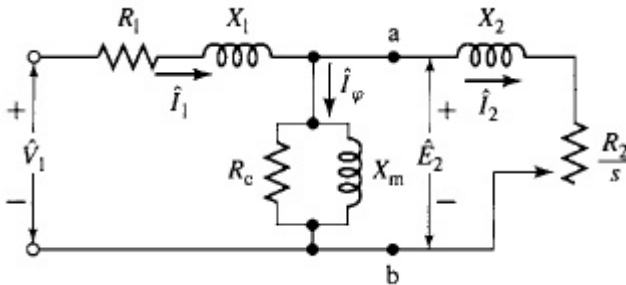


Figura 6 – Circuito Equivalente por Fase de um Motor de Indução  
Fonte: (FITZGERALD; KINGSLEY; UMANS, 2002).

## 2.5 ENSAIOS PARA DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE

A descrição dos ensaios para a determinação dos parâmetros do circuito elétrico equivalente do motor de indução é baseado na norma IEEE 112 (IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY, 2004), que é a norma internacional para ensaios de desempenho de máquinas elétricas.

### 2.5.1 Ensaio a Vazio

O ensaio a vazio de um motor de indução é semelhante ao ensaio de circuito aberto de um transformador, onde é possível encontrar a corrente de magnetização e as perdas sem carga. Nesse ensaio o motor é acionado sem carga e após chegar ao regime permanente são medidas as seguintes grandezas, em frequência nominal:

$$\begin{aligned} V_{1,vz} &\longrightarrow \text{Tensão de Fase a Vazio [V]} \\ I_{1,vz} &\longrightarrow \text{Corrente de Linha a Vazio [A]} \\ P_{vz} &\longrightarrow \text{Potência Elétrica de Entrada a Vazio [W]} \end{aligned}$$

Se as perdas por efeito Joule no rotor e as perdas no núcleo forem desprezadas, as perdas rotacionais a vazio  $P_{rot}$  podem ser calculadas pela Equação 2.25.

$$P_{rot} = P_{vz} - n_{fases} I_{1,vz}^2 R_1. \quad (2.25)$$

É possível calcular também as perdas rotacionais utilizando um motor de acionamento externo para impulsionar o rotor até a velocidade nominal, onde a potência de saída do motor de acionamento corresponde às perdas rotacionais a vazio do motor ensaiado.

Se a inércia do rotor  $J$  e as perdas rotacionais a vazio forem conhecidas, é possível calcular as perdas rotacionais em função da velocidade de rotação  $\omega_m$ . O procedimento para esse cálculo se baseia no cálculo do Torque de Rotação  $T_{rot}$ , de acordo com a Equação 2.26.

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = -T_{rot} = -\frac{P_{rot}}{\omega_m}. \quad (2.26)$$

A partir da Equação 2.26 pode-se escrever a Equação 2.27.

$$P_{rot}(\omega_m) = -\omega_m J \frac{d\omega_m}{dt}. \quad (2.27)$$

Dessa maneira as perdas no núcleo a vazio  $P_{nucleo}$  podem ser determinadas pela Equação 2.28.

$$P_{nucleo} = P_{vz} - P_{rot} - n_{fases} I_{1,vz}^2 R_1. \quad (2.28)$$

Com o motor operando a vazio, a corrente no estator é

pequena, de modo que as perdas resistivas no estator são muito menores que as perdas no núcleo e podem, portanto, ser desprezadas. Assim a resistência equivalente do núcleo  $R_c$  pode ser calculada pela Equação 2.29.

$$R_c = \frac{n_{fases} V_{1,vz}^2}{P_{nucleo}}. \quad (2.29)$$

O escorregamento em um ensaio a vazio  $s_{vz}$  é muito pequeno, tornando a resistência do rotor refletida ao estator a vazio  $R_2/s_{vz}$  muito elevada. Como a resistência no núcleo também possui um valor elevado, a combinação em paralelo da impedância do rotor refletida ao estator  $Z_2$ , a resistência no núcleo  $R_c$  e a reatância de magnetização  $X_m$  terá um valor próximo a esta última. Desse modo a reatância aparente a vazio  $X_{vz}$ , medida nos terminais do estator, terá um valor próximo à soma das reatâncias de magnetização  $X_m$  e de dispersão do estator  $X_1$ , de acordo com a Equação 2.30.

$$X_{vz} = X_1 + X_m. \quad (2.30)$$

A potência ativa de entrada a vazio  $P_{vz}$  é medida durante o ensaio. A potência aparente de entrada a vazio  $S_{vz}$  pode ser calculada pelo produto do número de fases, da tensão de fase no estator a vazio  $V_{1,vz}$  e da corrente de fase no estator a vazio  $I_{1,vz}$ , de acordo com a Equação 2.31.

$$S_{vz} = n_{fases} V_{1,vz} I_{1,vz}. \quad (2.31)$$

A potência reativa de entrada a vazio  $Q_{vz}$  é dada pela Equação 2.32.

$$Q_{vz} = \sqrt{S_{vz}^2 - P_{vz}^2}. \quad (2.32)$$

A reatância a vazio  $X_{vz}$  é a razão entre a potência reativa de entrada a vazio  $Q_{vz}$  e o produto do número de fases  $n_{fases}$  pela corrente de fase no estator a vazio  $I_{1,vz}$ , de acordo com a Equação 2.33.

$$X_{vz} = \frac{Q_{vz}}{n_{fases} I_{1,vz}^2}. \quad (2.33)$$

Como o fator de potência a vazio é muito pequeno, pode-se considerar que a potência reativa de entrada a vazio  $Q_{vz}$  é aproximadamente igual à potência aparente a vazio  $S_{vz}$ . Desse modo, a reatância a vazio  $X_{vz}$  pode ser alternativamente calculada pela

Equação 2.34.

$$X_{vz} \approx \frac{V_{1,vz}}{I_{1,vz}}. \quad (2.34)$$

### 2.5.2 Ensaio de Rotor Bloqueado

O ensaio de rotor travado é semelhante ao ensaio de curto-circuito de um transformador. Durante esse ensaio são aplicadas tensões trifásicas equilibradas ao terminal do estator, mas o rotor é bloqueado, de modo que não possa girar. Durante o ensaio são medidas as seguintes grandezas:

$$\begin{aligned} V_{1,bl} &\longrightarrow \text{Tensão de Fase com Rotor Bloqueado [V]} \\ I_{1,bl} &\longrightarrow \text{Corrente de Linha com Rotor Bloqueado [A]} \\ P_{bl} &\longrightarrow \text{Potência Elétrica de Entrada com Rotor Bloqueado [W]} \\ f_{bl} &\longrightarrow \text{Frequência de Ensaio de Rotor Bloqueado [Hz]} \end{aligned}$$

A corrente no ensaio de rotor bloqueado deve ter um valor próximo ao da corrente nominal, para isso a norma IEEE 112 (IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY, 2004) sugere que a frequência de alimentação para o ensaio de rotor bloqueado seja igual a 25% da frequência nominal, pois assim se ajustam as reatâncias de dispersão para ajustar o valor de corrente. As reatâncias de dispersão encontradas no ensaio de rotor bloqueado, multiplicadas pela razão entre as frequências nominal e da ensaio, nos fornecem as reatâncias de dispersão em frequência nominal.

Com base nas medidas do ensaio de rotor bloqueado pode-se encontrar o valor da potência aparente com rotor bloqueado  $S_{bl}$ , a partir da Equação 2.35.

$$S_{bl} = n_{fases} V_{1,bl} I_{1,bl}. \quad (2.35)$$

Também pode-se encontrar o valor da potência reativa com rotor bloqueado  $Q_{bl}$ , a partir da Equação 2.36.

$$Q_{bl} = \sqrt{S_{bl}^2 - P_{bl}^2}. \quad (2.36)$$

A reatância de rotor bloqueado  $X_{bl}$ , corrigida para a frequência nominal pode ser calculada pela Equação 2.37.

$$X_{bl} = \left( \frac{f_r}{f_{bl}} \right) \left( \frac{Q_{bl}}{n_{fases} I_{1,bl}^2} \right). \quad (2.37)$$

A resistência de rotor bloqueado  $R_{bl}$ , pode ser calculada pela Equação 2.38.

$$R_{bl} = \frac{P_{bl}}{n_{fases} I_{1,bl}^2}. \quad (2.38)$$

A impedância de rotor bloqueado  $Z_{bl}$  é igual à combinação da impedância do estator  $R_1 + jX_1$  em série com a combinação em paralelo da impedância do rotor com a reatância de magnetização. Calculando-se o resultado dessa combinação chega-se a uma expressão do valor da impedância de rotor bloqueado  $Z_{bl}$  em função dos parâmetros do circuito elétrico equivalente do motor, que é dada pela Equação 2.39.

$$Z_{bl} = R_1 + R_2 \left( \frac{X_m}{X_2 + X_m} \right)^2 + j \left( X_1 + X_2 \left( \frac{X_m}{X_2 + X_m} \right) \right). \quad (2.39)$$

A partir da Equação 2.39 pode-se expressar os valores da resistência e reatância de rotor bloqueado, de acordo com as Equações 2.40 e 2.41, respectivamente.

$$R_{bl} = R_1 + R_2 \left( \frac{X_m}{X_2 + X_m} \right)^2. \quad (2.40)$$

$$X_{bl} = X_1 + X_2 \left( \frac{X_m}{X_2 + X_m} \right). \quad (2.41)$$

A partir das Equações 2.40 e 2.41, pode-se encontrar a resistência do rotor  $R_2$  e a reatância de dispersão do rotor  $X_2$ , através das Equações 2.42 e 2.43.

$$R_2 = (R_{bl} - R_1) \left( \frac{X_2 + X_m}{X_m} \right)^2. \quad (2.42)$$

$$X_2 = (X_{bl} - X_1) \left( \frac{X_m}{X_m + X_1 - X_{bl}} \right). \quad (2.43)$$

A norma IEEE 112 (IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY, 2004) estabelece uma relação entre a reatância de dispersão do estator  $X_1$  e a reatância de dispersão do rotor  $X_2$  de acordo com a classe de projeto



do motor. As relações são as seguintes:

- $X_1/X_2 = 1,0$  para motores de classe A e D e com rotor bobinado;
- $X_1/X_2 = 0,67$  para motores de classe B;
- $X_1/X_2 = 0,43$  para motores de classe C.

A descrição das classes de motores é feita na Seção 2.7.

Combinando-se as Equações 2.30 e 2.43 e a relação  $X_1/X_2$  é possível encontrar a reatância de dispersão do estator  $X_1$ , a reatância de dispersão do rotor  $X_2$  e a reatância de magnetização  $X_m$ .

## 2.6 CURVA DE TORQUE E VELOCIDADE

A curva de torque e velocidade de um motor nos indica o valor do torque eletromagnético para qualquer velocidade de rotação, desde a partida até a velocidade síncrona. Essa curva pode ser determinada pelas características físicas do motor e pelo seu circuito elétrico equivalente.

A Figura 7 ilustra três componentes de indução magnética que são úteis para a dedução da curva de torque-velocidade da máquina. A componente  $\mathbf{B}_S$  é a indução magnética gerada pela corrente do estator  $\hat{I}_1$ ,  $\mathbf{B}_{net}$  é a indução magnética gerada pela corrente magnetizante  $\hat{I}_m$  e  $\mathbf{B}_R$  é a indução magnética gerada pela corrente do rotor. Na Figura 7,  $\mathbf{E}_r$  é a tensão induzida no rotor refletida ao estator e  $\mathbf{I}_r$  é a corrente do rotor refletida ao estator, e o ângulo  $\theta_r$  é o ângulo de defasagem entre a corrente e a tensão do rotor. Como a tensão  $\hat{E}_{rotor}$  está defasada em  $90^\circ$  elétricos da tensão induzida no rotor refletida ao estator  $\hat{E}_2$ , o mesmo ocorre com a corrente, onde a corrente do rotor  $\hat{I}_{rotor}$  está defasada em  $90^\circ$  da corrente do rotor refletida ao estator  $\hat{I}_2$ , o mesmo ocorrendo com a indução  $\mathbf{B}_r$ . O ângulo  $\delta$  é o ângulo entre as induções  $\mathbf{B}_{net}$  e  $\mathbf{B}_R$ , que é igual ao ângulo  $\theta_r$  acrescido de  $90^\circ$ .

De acordo com (CHAPMAN, 2005), o torque eletromagnético induzido no rotor  $\mathbf{T}_{ind}$  é dado pela Equação 2.44.

$$\mathbf{T}_{ind} = k \mathbf{B}_r \times \mathbf{B}_{net}. \quad (2.44)$$

E o módulo do torque eletromagnético induzido  $T_{ind}$  é dado pela Equação 2.45.

$$T_{ind} = k B_r B_{net} \text{sen } \delta. \quad (2.45)$$

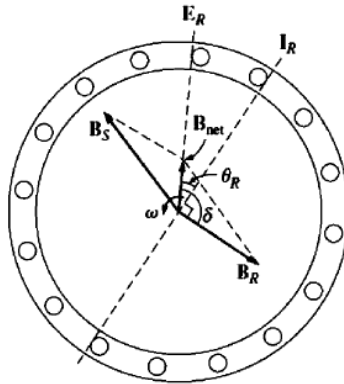


Figura 7 – Induções Magnéticas em um Motor de Indução  
 Fonte: (CHAPMAN, 2005).

De acordo com a Figura 7 pode-se concluir que  $\sin \delta = \cos \theta_r$ , logo a Equação 2.45 também pode ser expressa na forma da Equação 2.46.

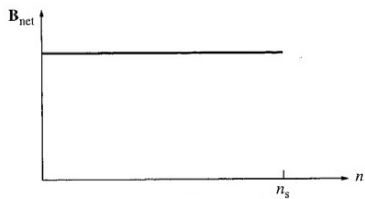
$$T_{ind} = k B_r B_{net} \cos \theta_r. \quad (2.46)$$

O termo  $\cos \theta_r$  é o fator de potência do circuito elétrico do rotor, e o ângulo  $\theta_r$  é dado pela Equação 2.47.

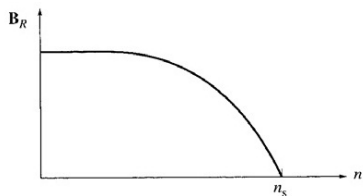
$$\theta_r = \tan^{-1} \left( \frac{s X_2}{R_2} \right). \quad (2.47)$$

Para se analisar o torque eletromagnético  $T_{ind}$  em função da velocidade de rotação  $n$ , pode-se analisar separadamente os três termos da Equação 2.46:  $B_{net}$ ,  $B_r$  e  $\cos \theta_r$ .

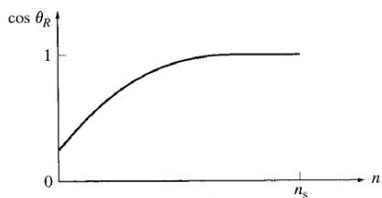
O termo  $B_{net}$  é proporcional à tensão  $E_1$ , que varia conforme a corrente do estator  $I_1$  varia. Porém essa variação pode ser desprezada e o valor de  $B_{net}$  pode ser considerado constante. A Figura 8(a) mostra a curva de  $B_{net}$  em função da velocidade de rotação  $n$ .



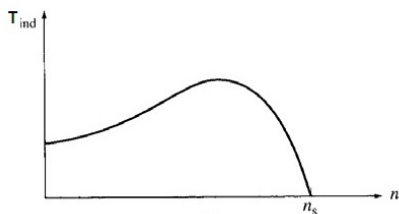
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 8 – Componentes da Curva de Torque Eletromagnético Induzido em um Motor de Indução

Fonte: (CHAPMAN, 2005).

O termo  $B_r$  é proporcional à corrente elétrica  $I_2$ . De acordo com a Figura 6, a corrente  $I_2$  pode ser expressa pela Equação 2.48.

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{E}_2}{R_2/s + jX_2}. \quad (2.48)$$

Pelo que foi descrito no parágrafo anterior e pela análise da Equação 2.48, pode-se deduzir a curva de  $B_r$  em função da velocidade de rotação  $n$ . Para pequenas velocidades, onde o escorregamento  $s$  é próximo da unidade,  $B_r$  possui um valor aproximadamente constante, porém quando a velocidade está próxima da velocidade síncrona  $n_s$ , onde o escorregamento é próximo de zero, esse valor decresce até zero. A Figura 8(b) mostra a curva de  $B_r$  em função de  $n$ .

Para se analisar o termo  $\cos \theta_r$  convém substituir a Equação 2.47 nesse termo, dando origem à Equação 2.49.

$$\cos \theta_r = \cos \left[ \tan^{-1} \left( \frac{sX_2}{R_2} \right) \right]. \quad (2.49)$$

Para pequenas velocidades, onde o escorregamento é próximo da unidade, o ângulo  $\theta_r$  possui um valor intermediário entre 0 e 90° e o valor de  $\cos \theta_r$  possui um valor entre 0 e 1. Para velocidades maiores, onde o escorregamento é próximo de zero, o ângulo  $\theta_r$  tende a 0 e o valor de  $\cos \theta_r$  tende a 1. A Figura 8(c) mostra a curva de  $\cos \theta_r$  em função de  $n$ .

A Figura 8(d) mostra a curva resultante do torque induzido  $T_{ind}$  em função da velocidade de rotação  $n$ .

A curva mostrada na Figura 8(d) pode ser dividida em três partes, conforme a Figura 9. A parte I da figura é a região de alto escorregamento, que caracteriza o processo de partida da máquina. A parte II é a região de médio escorregamento, onde ocorre o Torque Induzido máximo. A parte III é a região de baixo escorregamento, onde o motor normalmente trabalha em regime permanente.

É possível encontrar uma expressão para o torque eletromagnético induzido  $T_{ind}$  em função dos parâmetros do circuito elétrico equivalente do motor de indução mostrado na Figura 6. Como o valor de  $R_c$  normalmente é muito elevado, pode ser desprezado e o circuito elétrico equivalente se torna o ilustrado pela Figura 10.

O torque eletromagnético induzido  $T_{ind}$  pode ser expresso pela Equação 2.50 ou pela Equação 2.51.

$$T_{ind} = \frac{P_{conv}}{\omega_m}. \quad (2.50)$$

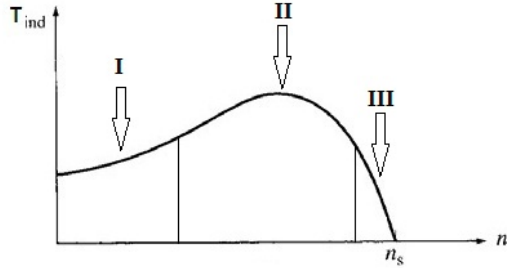


Figura 9 – Regiões da Curva de Torque Eletromagnético Induzido em um Motor de Indução

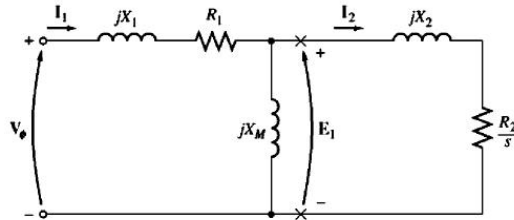


Figura 10 – Circuito Equivalente Completo de um Motor de Indução  
Fonte: (CHAPMAN, 2005).

$$T_{ind} = \frac{P_{AG}}{\omega_s}. \quad (2.51)$$

Onde,

$P_{conv}$  → Potência eletromagnética desenvolvida pelo motor [W]  
 $P_{AG}$  → Potência transferida do estator para o entreferro [W]

Analisando-se o circuito elétrico mostrado na Figura 10, observando-se a potência que flui para o rotor, conclui-se que o valor da potência eletromagnética desenvolvida pelo motor  $P_{AG}$  pode ser expresso pela Equação 2.52.

$$P_{AG} = n_{fases} I_2^2 \frac{R_2}{s}. \quad (2.52)$$

Para a aplicação da Equação 2.52 é necessário encontrar o valor da corrente  $I_2$ , mostrada na Figura 10. Para encontrar esse valor pode-se simplificar o circuito elétrico da Figura 10 pelo seu circuito equivalente de Thevenin, que é ilustrado pela Figura 11.

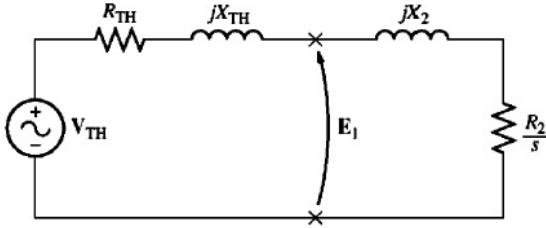


Figura 11 – Circuito Equivalente de Thevenin de um Motor de Indução  
Fonte: (CHAPMAN, 2005).

O valor da tensão equivalente de Thevenin  $\hat{V}_{TH}$  pode ser expresso pela Equação 2.53.

$$\hat{V}_{TH} = \frac{jX_m}{R_1 + j(X_1 + X_m)} \hat{V}_\phi. \quad (2.53)$$

Onde,

$\hat{V}_\phi \rightarrow$  Tensão de alimentação [V]

E seu valor em módulo  $V_{TH}$  é dado pela Equação 2.54.

$$V_{TH} = \frac{X_m}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_m)^2}} V_\phi. \quad (2.54)$$

O valor da impedância equivalente de Thevenin  $Z_{TH}$  pode ser expressa pela Equação 2.55.

$$Z_{TH} = \frac{R_1 X_m^2 + jX_m [R_1^2 + X_1 (X_1 + X_m)]}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_m)^2}}. \quad (2.55)$$

A parte real da Equação 2.55 corresponde à resistência equivalente de Thevenin  $R_{TH}$ , e a parte imaginária dessa Equação corresponde à reatância equivalente de Thevenin  $X_{TH}$ , conforme as Equações 2.56 e 2.57, respectivamente.

$$R_{TH} = \frac{R_1 X_m^2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_m)^2}}. \quad (2.56)$$

$$X_{TH} = \frac{X_m [R_1^2 + X_1 (X_1 + X_m)]}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_m)^2}}. \quad (2.57)$$

Analisando o circuito elétrico equivalente da Figura 11 pode-se concluir que a corrente elétrica do rotor refletida ao estator  $\hat{I}_2$  pode ser calculada pela Equação 2.58.

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}_{TH}}{R_{TH} + R_2/s + j(X_{TH} + X_2)}. \quad (2.58)$$

E seu valor em módulo  $I_2$  pode ser expresso pela Equação 2.59.

$$I_2 = \frac{V_{TH}}{\sqrt{(R_{TH} + R_2/s)^2 + (X_{TH} + X_2)^2}}. \quad (2.59)$$

Substituindo-se a Equação 2.59 na Equação 2.52, e o resultado na Equação 2.51 pode-se expressar o valor do torque eletromagnético induzido  $T_{ind}$  pela equação 2.60.

$$T_{ind} = \frac{n_{fases} V_{TH}^2 R_2/s}{\omega_s [(R_{TH} + R_2/s)^2 + (X_{TH} + X_2)^2]}. \quad (2.60)$$

Assim, conhecendo-se os parâmetros do circuito elétrico equivalente do motor de indução, pode-se fazer o levantamento da curva de torque-velocidade aplicando-se a Equação 2.60.

## 2.7 CLASSES DE PROJETO DE MOTORES DE INDUÇÃO

Os motores de indução com rotor de gaiola de esquilo podem ser classificados de acordo com algumas características da curva de torque e velocidade, como torque de partida e torque máximo em relação ao torque em carga nominal, além de outras características operacionais, como corrente de partida, rendimento e escorregamento nominal. Existem quatro classes principais, que são ilustradas na Figura 12 e detalhadas a seguir.

- Classe A: possui torque de partida normal, cerca de 200 por cento

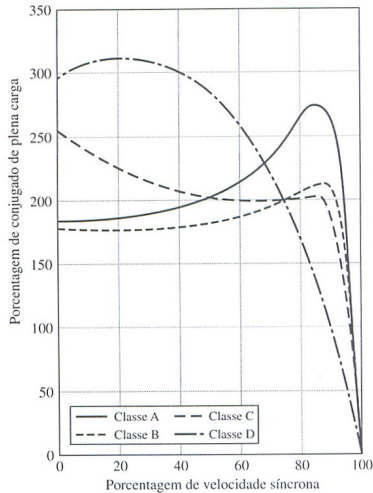


Figura 12 – Classes de Projeto de Motores de Indução

Fonte: (FITZGERALD; KINGSLEY; UMANS, 2002).

do torque nominal, e baixo escorregamento a plena carga. O rendimento de motores dessa classe é alto, porém a corrente de partida a tensão nominal é alta, 500 a 800 por cento da corrente nominal, o que gera a necessidade de um sistema de partida com tensão reduzida. É bastante utilizado em motores de indução com potência menor que 7,5 HP e maior que 200 HP.

- Classe B: possui torque de partida normal, baixo escorregamento e alto rendimento em plena carga, muito semelhante aos motores de classe A, diferenciando-se destes por ser incluída no projeto uma elevada reatância de dispersão, que diminui a corrente de partida. A desvantagem dessa classe de motores é que o uso dessa reatância de dispersão elevada diminui o fator de potência e o torque máximo, que é pouco maior que o torque de partida. É bastante utilizado em motores com pouca exigência no torque de partida, como ventiladores, sopradores, bombas, etc.
- Classe C: possui uma resistência de rotor mais elevada que os motores de classe B, que gera um torque de partida mais elevado, mas diminui um pouco o rendimento e aumenta um pouco o escorregamento nominal. É bastante utilizado em



compressores e transportadores.

- Classe D: possui torque de partida elevado com corrente de partida baixa e um torque máximo em velocidade baixa, escorregamento maior que 50 por cento. Porém, possui escorregamento nominal alto, 7 a 11 por cento, o que gera um baixo rendimento. É bastante usado em motores com cargas de alto impacto, como prensas perfuradoras e máquinas de cortar chapas.



### 3 METODOLOGIA ANALÍTICA DE CÁLCULO DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE POR FASE DO MOTOR DE INDUÇÃO

#### 3.1 PRINCÍPIO

O modelo matemático desenvolvido neste trabalho foi direcionado a um motor de indução trifásico com rotor do tipo gaiola de esquilo. Para testar e validar a metodologia, foram analisadas três estruturas de motores de indução de 4 polos, potência nominal 6 cv, tensão nominal 440 V, frequência nominal 60 Hz, classe A. A metodologia se aplica a motores com potência abaixo de 100 kW, pois motores com potência superior a esse valor possuem detalhes construtivos não abordados neste trabalho.

Em uma primeira análise, a onda de indução magnética é considerada perfeitamente senoidal ao longo do entreferro, formando um ciclo completo a cada dois polos do motor. Para o cálculo do valor de pico dessa onda utiliza-se a lei de Ampère, considerando um determinado instante de operação da máquina em que a posição do valor de pico da indução magnética coincida com o centro de um dos dentes do estator e de um dos dentes do rotor simultaneamente. Satisfeitas essas condições, se define um caminho fechado contendo um lado reto que atravessa o centro dos dentes do estator e do rotor coincidindo com o valor de pico positivo da indução magnética, outro lado semelhante coincidindo com o valor de pico negativo da onda, e dois arcos, um no centro da coroa do rotor e outro no centro da coroa do estator, de acordo com a Figura 13.

O caminho magnético definido na Figura 13 é dividido em partes em que a queda de FMM deve ser calculada separadamente para facilitar os cálculos, sendo que a soma de todas as quedas de FMM é igual ao valor de FMM gerado pelas correntes que circulam nos enrolamentos do estator que são envolvidos pelo caminho definido. A Equação 3.1 representa matematicamente a aplicação da lei de Ampère de acordo com as definições acima.

$$2\mathcal{F}_{p1} = 2\mathcal{F}_{ts} + 2\mathcal{F}_{tr} + 2\mathcal{F}_g + \mathcal{F}_{cs} + \mathcal{F}_{cr}. \quad (3.1)$$

Onde,

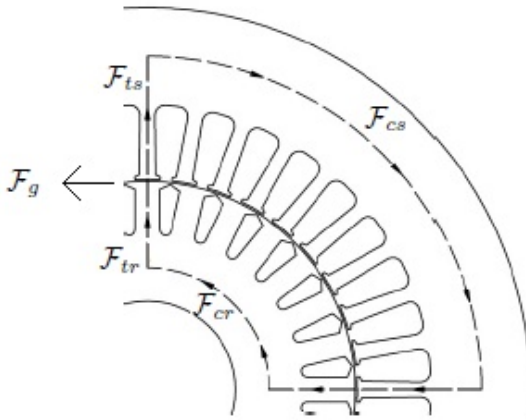


Figura 13 – Caminho magnético definido para a aplicação da lei de Ampère

- $\mathcal{F}_{p1}$  é a primeira harmônica da FMM gerada [Ae]
- $\mathcal{F}_{ts}$  é a queda de FMM no dente do estator [Ae]
- $\mathcal{F}_{tr}$  é a queda de FMM no dente do rotor [Ae]
- $\mathcal{F}_g$  é a queda de FMM no entreferro [Ae]
- $\mathcal{F}_{cs}$  é a queda de FMM na coroa do estator [Ae]
- $\mathcal{F}_{cr}$  é a queda de FMM na coroa do rotor [Ae]

As seções seguintes detalham as variáveis da Equação 3.1.

### 3.2 FMM GERADA

O valor total da FMM gerada pelos enrolamentos do estator, que são envolvidos pelo caminho definido, é dado pela Equação 3.2 (LIPO; CENTER, 2007).

$$\mathcal{F}_{p1} = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_t}{P} k_{d1} k_{s1} I_m. \quad (3.2)$$

Onde,

$I_m$  é o valor de pico da corrente AC no estator [A]

$N_t$  é o número total de espiras por fase  
 $P$  é o número de polos

Na seção 2.2 os enrolamentos do estator foram considerados como sendo enrolamentos concentrados para facilitar a análise, porém na prática é necessário que haja enrolamentos distribuídos ao longo do estator para que haja uma distribuição de indução magnética o mais próximo possível de uma distribuição senoidal, ou seja, com componentes harmônicas maiores que 1 minimizadas.

O fator  $k_{d1}$  incluído na Equação 3.2 é o fator de distribuição para a primeira harmônica, utilizado para realizar a conversão do sistema de enrolamentos distribuídos utilizados na prática para um sistema de enrolamentos concentrados equivalente ao original. Esse fator leva em consideração a distribuição dos condutores em uma dada fase em  $q$  ranhuras por polo por fase, que são separadas entre si por um ângulo  $\gamma$ , medido em graus elétricos. A Figura 14 ilustra essa conversão, onde a Figura 14(a) mostra os enrolamentos distribuídos e a Figura 14(b) mostra os enrolamentos concentrados equivalentes. O fator de distribuição para a primeira harmônica  $k_{d1}$  é dado pela Equação 3.3 (LIPO; CENTER, 2007).

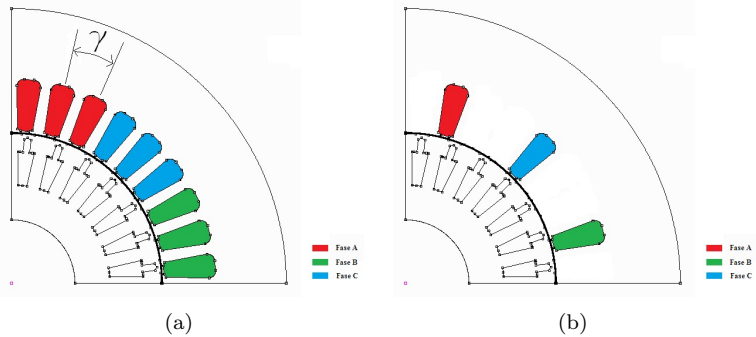


Figura 14 – Enrolamentos Concentrados e Distribuídos

$$k_{d1} = \frac{\text{sen}\left(\frac{q\gamma}{2}\right)}{q \text{sen}\left(\frac{\gamma}{2}\right)}. \quad (3.3)$$

Outro fator a ser levado em consideração na Equação 3.2 é o fator  $k_{i1}$ , que é o fator de inclinação para a primeira harmônica. As

barras do rotor são inclinadas em relação aos enrolamentos do estator, pois assim há uma grande redução das harmônicas indesejáveis e apenas uma pequena redução na primeira harmônica. Essa pequena redução na primeira harmônica é calculada pelo fator  $k_{i1}$ , que é expresso pela Equação 3.4 (LIPO; CENTER, 2007).

$$k_{i1} = \frac{\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\alpha/2}. \quad (3.4)$$

Onde,

$\alpha$  é o ângulo de inclinação das ranhuras do rotor em relação ao estator

### 3.3 QUEDA DE FMM NO ENTREFERRO

Para que se possa calcular a queda de FMM no entreferro deve-se levar em consideração um fenômeno eletromagnético que ocorre devido à abertura das ranhuras. A abertura das ranhuras do rotor e do estator produzem uma alteração no caminho do fluxo magnético que atravessa o entreferro. Esse efeito pode ser modelado por um entreferro equivalente com uma correção no seu comprimento. Essa correção leva em consideração o fenômeno eletromagnético descrito acima e é expresso pelo fator de Carter  $k_c$ . O comprimento do entreferro equivalente é igual ao comprimento do entreferro original multiplicado pelo fator de Carter, de acordo com a equação 3.5.

$$g_e = k_c g. \quad (3.5)$$

Onde,

$g$  é o comprimento do entreferro [m]

$g_e$  é o comprimento equivalente do entreferro [m]

O coeficiente de Carter definido acima é o produto entre o coeficiente de Carter do estator  $k_{cs}$ , que leva em consideração a abertura da ranhura do estator, e o coeficiente de Carter do rotor  $k_{cr}$ , que leva em consideração a abertura da ranhura do rotor, de acordo com a Equação 3.6.

$$k_c = k_{cr} k_{cs}. \quad (3.6)$$

Os coeficientes de Carter do estator e do rotor são expressos pelas Equações 3.7 e 3.8, respectivamente (LIPO; CENTER, 2007).

$$k_{cs} = \frac{\tau_s}{\tau_s - b_{os} + \frac{4g}{\pi} \log_e \left( 1 + \frac{\pi}{4} \frac{b_{os}}{g} \right)}. \quad (3.7)$$

$$k_{cr} = \frac{\tau_r}{\tau_r - b_{or} + \frac{4g}{\pi} \log_e \left( 1 + \frac{\pi}{4} \frac{b_{or}}{g} \right)}. \quad (3.8)$$

Onde,

$b_{os}$  é a abertura da ranhura do estator [m]

$b_{or}$  é a abertura da ranhura do rotor [m]

$\tau_s$  é o passo da ranhura do estator [m]

$\tau_r$  é o passo da ranhura do rotor [m]

A Figura 15 exemplifica uma ranhura do estator, mostrando sua abertura e as variáveis  $b_{os}$  e  $\tau_s$ .

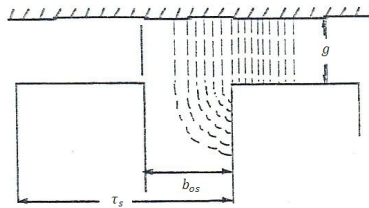


Figura 15 – Abertura de uma Ranhura do Estator

Fonte: (LIPO; CENTER, 2007).

A queda de FMM no entreferro no caminho definido pela Figura 13 é definido pela Equação 3.9 (LIPO; CENTER, 2007).

$$\mathcal{F}_g = \frac{1}{\mu_o} B_{g1} g_e. \quad (3.9)$$

### 3.4 QUEDA DE FMM NOS DENTES DO ESTATOR E DO ROTOR

Pode ser demonstrado que existe uma relação entre a indução magnética média no dente  $B_m$  e o valor de pico da indução magnética no entreferro  $B_{g1}$ , de acordo com a Equação 3.10 (LIPO; CENTER, 2007). Algumas das variáveis da Equação 3.10 são exibidas na Figura 16.

$$B_m = B_{g1} \frac{2 d_s \left( \frac{l_e}{l_i} \frac{\tau_p}{t_m} + g_e \right)}{2 d_s + g_e + \frac{2 d_s}{\mu_i} \left( \frac{l_e}{l_i} \frac{\tau_p}{t_m} + g_e - 1 \right)}. \quad (3.10)$$

Onde,

$d_s$  é a altura da ranhura [m]

$l_e$  é o comprimento do pacote de lâminas [m]

$l_i$  é o comprimento de ferro do pacote de lâminas [m]

$\tau_p$  é o passo polar [m]

$t_m$  é a espessura média do dente [m]

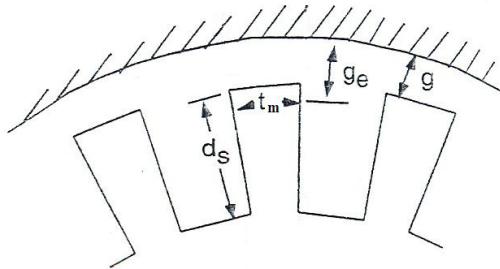


Figura 16 – Medidas de um Dente de um Motor de Indução

Fonte: (LIPO; CENTER, 2007).

No caso do estator, o valor do passo polar  $\tau_p$  é o valor do passo



de ranhura do estator  $\tau_s$ . E no caso do rotor, o valor do passo polar  $\tau_p$  é o valor do passo de ranhura do rotor  $\tau_r$ . A Equação 3.10 pode ser aplicada ao estator e ao rotor, de acordo com as Equações 3.11 e 3.12.

$$B_{ms} = B_{g1} \frac{2 d_s \left( \frac{l_e}{l_i} \frac{\tau_s}{t_s} + g_e \right)}{2 d_s + g_e + \frac{2 d_{ss}}{\mu_i} \left( \frac{l_e}{l_i} \frac{\tau_s}{t_s} + g_e - 1 \right)}. \quad (3.11)$$

$$B_{mr} = B_{g1} \frac{2 d_r \left( \frac{l_e}{l_i} \frac{\tau_r}{t_r} + g_e \right)}{2 d_r + g_e + \frac{2 d_{sr}}{\mu_i} \left( \frac{l_e}{l_i} \frac{\tau_r}{t_r} + g_e - 1 \right)}. \quad (3.12)$$

Onde,

$B_{ms}$  é a indução média no dente do estator [T]

$B_{mr}$  é a indução média no dente do rotor [T]

$d_{ss}$  é a altura da ranhura do estator [m]

$d_{sr}$  é a altura da ranhura do rotor [m]

$t_{ms}$  é a espessura média do dente do estator [m]

$t_{mr}$  é a espessura média do dente do rotor [m]

A indução magnética calculada anteriormente é o valor médio de indução magnética no dente. Porém, se houver variação na espessura do dente, deve-se fazer a correção adequada. Essa correção é feita baseando-se na lei da conservação do fluxo magnético, onde pode-se discretizar áreas do dente que possuem a mesma espessura, sendo o valor resultante da indução magnética em cada região discretiza  $B_t$  igual ao valor médio de indução multiplicado pela espessura média da ranhura  $t_m$  e dividido pela espessura da parte discretizada do dente  $t$ , de acordo com a Equação 3.13.

$$B_t = B_m \frac{t_m}{t}. \quad (3.13)$$

O valor de campo magnético em cada área discretizada é igual ao valor da indução magnética calculada na Equação 3.13 dividido pela permeabilidade da respectiva área, de acordo com a Equação 3.14.

$$H_t = \frac{B_t}{\mu_i \mu_o}. \quad (3.14)$$

A Equação 3.14 pode ser aplicada tanto para encontrar o campo magnético no dente do estator  $H_{ts}$  quanto para encontrar o campo magnético no dente do rotor  $H_{tr}$ . O valor da queda de FMM no dente é igual a soma dos valores de campo das áreas discretizadas multiplicados pelos respectivos comprimentos.

### 3.5 QUEDA DE FMM NAS COROAS DO ESTATOR E DO ROTOR

Se o fluxo de dispersão dos enrolamentos das ranhuras for desconsiderado, a onda de indução magnética ao longo das coroas do estator e do rotor são idênticas à onda de indução magnética no entreferro, porém com uma defasagem espacial de  $90^\circ$  elétricos. Assim têm-se as ondas de indução magnética na coroa do estator  $B_{cs}$  e a onda de indução magnética na coroa do rotor  $B_{cr}$ . A partir dessas ondas é possível encontrar a onda de campo magnético no estator  $H_{cs}$  e a onda de campo magnético no rotor  $H_{cr}$  dividindo-se pela permeabilidade de cada coroa de acordo com as Equações 3.15 e 3.16.

$$H_{cs} = \frac{B_{cs}}{\mu_i \mu_o}. \quad (3.15)$$

$$H_{cr} = \frac{B_{cr}}{\mu_i \mu_o}. \quad (3.16)$$

Para encontrar as quedas de FMM nas coroas é preciso encontrar o caminho médio correspondente. As Equações 3.17 e 3.18 mostram como calcular o caminho médio nas coroas do estator e do rotor, respectivamente.

$$l_{cs} = \pi \frac{D_{os} + D_{is} + 2d_s}{2P}. \quad (3.17)$$

$$l_{cr} = \pi \frac{D_{ir} + D_{or} - 2h_{pu} - 2d_r}{2P}. \quad (3.18)$$

Onde,

$D_{is}$  é o diâmetro interno do núcleo do estator [m]

$D_{ir}$  é o diâmetro interno do núcleo do rotor [m]

$D_{os}$  é o diâmetro externo do núcleo do estator [m]

$D_{or}$  é o diâmetro externo do núcleo do rotor [m]

$d_{ss}$  é a altura da ranhura do estator [m]

$d_{sr}$  é a altura da ranhura do rotor [m]

$h_{pu}$  é a distância entre o entreferro e o topo da ranhura do rotor [m]

Com essas informações é possível calcular as quedas de FMM nas coroas do estator e do rotor, de acordo com as equações 3.15 e 3.16, respectivamente.

$$\mathcal{F}_{cs} = H_{cs} l_{cs}. \quad (3.19)$$

$$\mathcal{F}_{cr} = H_{cr} l_{cr}. \quad (3.20)$$

### 3.6 MÉTODO PROPOSTO

Conforme visto nas seções anteriores, a FMM gerada é função da corrente de entrada, do número de espiras e do modo como o enrolamento é distribuído, e as quedas de FMM são função das dimensões da máquina e do valor de pico da indução magnética máxima no entreferro  $B_{g1}$ . Este último é a incógnita do nosso problema. O método proposto é definir variáveis que expressam uma relação entre cada queda de FMM e  $B_{g1}$ . Define-se as seguintes variáveis:

$F_{ts}$  é a relação entre a queda de FMM no dente do estator  $\mathcal{F}_{ts}$  e a indução magnética máxima no entreferro  $B_{g1}$ , conforme a Equação 3.21.

$$F_{ts} = \frac{\mathcal{F}_{ts}}{B_{g1}} [Ae/T]. \quad (3.21)$$

$F_{tr}$  é a relação entre a queda de FMM no dente do rotor  $\mathcal{F}_{tr}$  e a indução magnética máxima no entreferro  $B_{g1}$ , conforme a Equação 3.22.

$$F_{tr} = \frac{\mathcal{F}_{tr}}{B_{g1}} [Ae/T]. \quad (3.22)$$

$F_g$  é a relação entre a queda de FMM no entreferro  $\mathcal{F}_g$  e a indução magnética máxima no entreferro  $B_{g1}$ , conforme a Equação 3.23.

$$F_g = \frac{\mathcal{F}_g}{B_{g1}} [Ae/T]. \quad (3.23)$$

$F_{cs}$  é a relação entre a queda de FMM na coroa do estator  $\mathcal{F}_{cs}$

e a indução magnética máxima no entreferro  $B_{g1}$ , conforme a Equação 3.24.

$$F_{cs} = \frac{\mathcal{F}_{cs}}{B_{g1}} [Ae/T]. \quad (3.24)$$

$F_{cr}$  é a relação entre a queda de FMM na coroa do rotor  $\mathcal{F}_{cr}$  e a indução magnética máxima no entreferro  $B_{g1}$ , conforme a Equação 3.25.

$$F_{cr} = \frac{\mathcal{F}_{cr}}{B_{g1}} [Ae/T]. \quad (3.25)$$

Essas variáveis relativas são possíveis de calcular, pois são funções das variáveis conhecidas descritas nas seções anteriores. A Equação 3.26 mostra a Lei de Ampère aplicada à máquina da Figura 13, de acordo com o método indicado.

$$2\mathcal{F}_{p1} = (2F_{ts} + 2F_{tr} + 2F_g + F_{cs} + F_{cr})B_{g1}. \quad (3.26)$$

Isolando  $B_{g1}$  da Equação 3.26 chega-se à Equação 3.27.

$$B_{g1} = \frac{2\mathcal{F}_{p1}}{2F_{ts} + 2F_{tr} + 2F_g + F_{cs} + F_{cr}}. \quad (3.27)$$

Para modelar a saturação se utilizam, na modelagem, aberturas equivalentes na parte superior da ranhura do rotor. A Figura 17 mostra um exemplo de ranhura de um rotor modelado dessa maneira. A Figura 17(a) mostra a ranhura original e a figura 17(b) mostra a ranhura com a abertura equivalente devido a saturação.

### 3.7 CÁLCULO DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE

A seção 3.6 explica como encontrar o valor da indução máxima no entreferro  $B_{g1}$ . Conhecendo-se esse valor, as dimensões do motor e a corrente de magnetização, é possível encontrar a reatância de magnetização  $X_m$ . Para simplificar os cálculos, utiliza-se a corrente de fase a vazio  $I_o$  em vez da corrente de magnetização, pois ambas possuem um valor muito próximo, o que gera um pequeno erro no cálculo. A reatância de magnetização  $X_m$  pode ser expressa pela Equação 3.28.

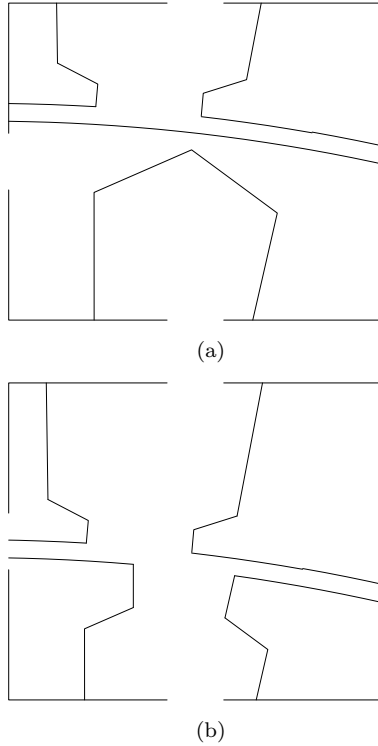


Figura 17 – Abertura Equivalente da Ranhura do Rotor

$$X_m = 2\pi f \frac{q N_t k_{d1} k_{s1} B_{g1} (\pi D P / 2) l_i}{\sqrt{2} I_o}. \quad (3.28)$$

Onde,

$f$  é a frequência elétrica do estator [Hz]

$q$  é o número de ranhuras por polo por fase

$N_t$  é o número espiras por fase do estator

$k_{d1}$  é o fator de distribuição

$k_{s1}$  é o fator de inclinação

$B_{g1}$  é a indução magnética máxima no entreferro [T]

$D$  é o diâmetro interno do estator [m]

$P$  é número de polos

$l_i$  é o comprimento efetivo do pacote de lâminas do estator [m]

O cálculo da reatância de dispersão é mais complexo que o cálculo da reatância magnetizante, pois a análise dos fluxos dispersos envolve diversos fluxos de fuga. Para facilitar o problema pode-se dividir a reatância de dispersão em componentes que somadas entre si geram os valores  $X_1$  e  $X_2$  do circuito elétrico equivalente descrito na seção 2.4.

A reatância de dispersão do estator  $X_1$  pode ser dividida em: reatância de dispersão de ranhura do estator  $X_{s1}$ ; reatância de cabeça de bobina do estator  $X_e$ ; reatância de dispersão devido às harmônicas do estator  $X_{d1}$  e a reatância zig-zag do estator  $X_{z1}$ . A reatância de dispersão do rotor  $X_2$  pode ser dividida em: reatância de dispersão de ranhura do rotor  $X_{s2}$ ; reatância zig-zag do rotor  $X_{z2}$  e a reatância de dispersão devido à inclinação do rotor  $X_i$ .

A reatância de dispersão de ranhura do estator  $X_{s1}$  e a reatância de dispersão de ranhura do rotor  $X_{s2}$  se devem ao fluxos magnéticos que enlaçam apenas as ranhuras do estator e do rotor, respectivamente. A Figura 18 exemplifica esse tipo de fluxo disperso em uma dada ranhura.

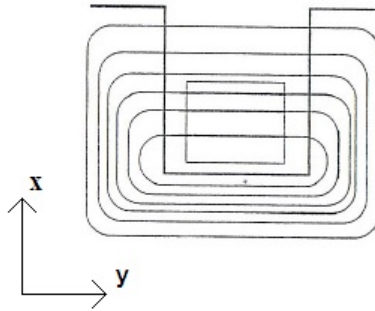


Figura 18 – Linhas de Fluxo de Dispersão em uma Ranhura  
Fonte: (LIPO; CENTER, 2007).

Para se calcular a reatância de dispersão de uma ranhura é conveniente calcular a permeância da ranhura. Para facilitar esse cálculo se utiliza a relação entre a permeância total da ranhura e o comprimento efetivo do pacote  $l_i$ , essa relação é denominada permeância específica de ranhura  $p_s$ . A partir das dimensões mostradas, de uma forma generalizada, pela Figura 19 pode-se calcular a permeância específica de uma ranhura através da Equação 3.29.

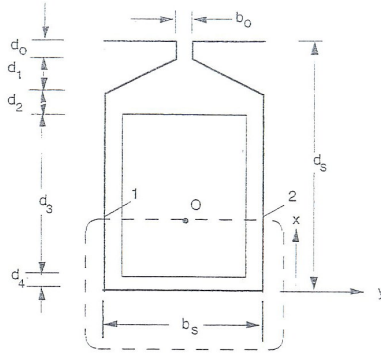


Figura 19 – Dimensões Para Cálculo da Permeância Específica de Ranhura

Fonte: (LIPO; CENTER, 2007).

$$p_s = \mu_o \int \left[ \frac{n(x)}{n_{slot}} \right]^2 \frac{dx}{y}. \quad (3.29)$$

Onde  $n_{slot}$  é o número total de condutores na ranhura analisada, e  $n(x)$  é o número de ranhuras no interior da superfície limitada pela linha tracejada na Figura 19.

Utilizando-se a Equação 3.29 pode-se calcular a permeância específica das ranhuras do estator  $p_{s1}$  e a permeância específica das ranhuras do rotor  $p_{s2}$ .

A reatância de dispersão de ranhura do estator  $X_{s1}$  é dada pela Equação 3.30 (BOLDEA; NASAR, 2010).

$$X_{s1} = 2\pi f q P \mu_o l_i p_{s1}. \quad (3.30)$$

E a reatância de dispersão de ranhura do rotor  $X_{s2}$  é dada pela Equação 3.31 (BOLDEA; NASAR, 2010).

$$X_{s2} = 2\pi f f_i \mu_o l_i p_{s2}. \quad (3.31)$$

O fator  $f_i$  utilizado na Equação 3.31 é um fator que possibilita o cálculo da impedância equivalente das barras do rotor vista pelo estator, e é expresso pela Equação 3.32 (BOLDEA; NASAR, 2010).

$$f_i = \frac{12}{N_r} \left( \frac{k_{d1} q P}{k_{i1}} \right)^2. \quad (3.32)$$

A reatância de dispersão devido às harmônicas do estator é a soma das reatâncias magnetizantes para harmônicas maiores do que 1. O cálculo dessa reatância é uma função da reatância de magnetização  $X_m$  e dos fatores de distribuição harmônicos  $k_{dn}$ . Os fatores de distribuição harmônicos  $k_{dn}$  são expressos pela Equação 3.33 (LIPO; CENTER, 2007) e a reatância de dispersão devido às harmônicas  $X_{d1}$  é dado pela Equação 3.34 (LIPO; CENTER, 2007).

$$k_{dn} = \frac{\text{sen} \left( \frac{n q \gamma}{2} \right)}{q \text{sen} \left( \frac{n \gamma}{2} \right)}. \quad (3.33)$$

$$X_{d1} = X_m \sum_2^{\infty} \left( \frac{k_{dn}}{n} \right)^2. \quad (3.34)$$

A reatância de dispersão zig-zag do estator  $X_{z1}$  e do rotor  $X_{z2}$  se devem aos fluxos de dispersão que atravessam o entreferro várias vezes, como é exemplificado na Figura 20.

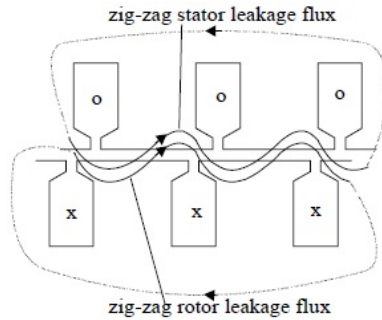


Figura 20 – Fluxos de Dispersão Zig-zag  
Fonte: (BOLDEA; NASAR, 2010).

A reatância zig-zag do estator  $X_{z1}$  é dada pela Equação 3.35 (BOLDEA; NASAR, 2010).

$$X_{z1} = X_m \frac{\pi^2 p_1^2}{12 N_s^2} \left[ 1 - \frac{a_s(1 + a_s)(1 - K')}{2K'} \right]. \quad (3.35)$$



E a reatância zig-zag do rotor  $X_{z1}$  é dada pela Equação 3.36 (BOLDEA; NASAR, 2010).

$$X_{z2} = X_m \frac{\pi^2 p_1^2}{12 N_s^2} \left[ \frac{N_s^2}{N_r^2} - \frac{a_r(1 + a_r)(1 - K')}{2K'} \right]. \quad (3.36)$$

Onde,

$p_1$  é o número de pares de polos

$N_s$  é o número de condutores nas ranhuras do estator

$N_r$  é o número de condutores nas ranhuras do rotor

$K'$  é o inverso do Coeficiente de Carter, dado pela Equação 3.37.

$$K' = \frac{1}{k_c}. \quad (3.37)$$

$a_s$  é a relação entre abertura da ranhura do estator  $b_{os}$  e o passo da ranhura do estator  $\tau_s$ , de acordo com a Equação 3.38.

$$a_s = \frac{b_{os}}{\tau_s}. \quad (3.38)$$

$a_r$  é a relação entre abertura da ranhura do rotor  $b_{or}$  e o passo da ranhura do rotor  $\tau_r$ , de acordo com as Equação 3.39.

$$a_r = \frac{b_{or}}{\tau_r}. \quad (3.39)$$

A reatância de dispersão devido à inclinação do rotor  $X_i$  é dada pela Equação 3.40 (LIPO; CENTER, 2007).

$$X_i = X_m(1 - k_{i1}^2). \quad (3.40)$$

O fator de inclinação  $k_{i1}$  que aparece na Equação 3.40 é calculado pela Equação 3.4.

A reatância de cabeça de bobina do estator  $X_e$  é dada pela Equação 3.41 (LIPO; CENTER, 2007).

$$X_{e1} = 8\pi f (k_{d1} q N_t)^2 (L_{ew1} + L_{ew2} + L_{ew3} + L_{ew4}). \quad (3.41)$$

Os valores de  $L_{ew1}$ ,  $L_{ew2}$ ,  $L_{ew3}$  e  $L_{ew4}$  são dados pelas Equações 3.42 - 3.45, cujas variáveis estão ilustradas na Figura 21.

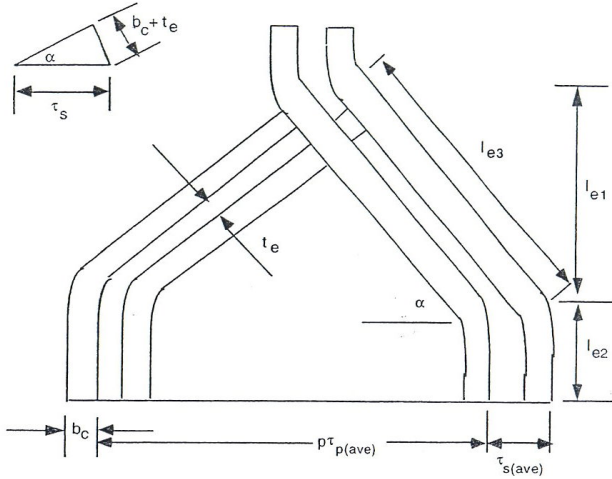


Figura 21 – Dimensões da Cabeça de Bobina de um Estator  
Fonte: (LIPO; CENTER, 2007).

$$L_{ew1} = 2\mu_o \frac{l_{e2}}{\pi} \ln \left( \frac{p\tau_p}{r_1} \right). \quad (3.42)$$

$$L_{ew2} = \frac{2\mu_o}{\pi} l_{e1} \left[ \log \left( \frac{p\tau_p}{r_1} \right) - 1 \right] \text{sen } \alpha_o. \quad (3.43)$$

$$L_{ew3} = \frac{2\mu_o}{\pi} \cos \alpha_o \left[ l_{e1} \left( \log \left( \frac{l_{e1} - l_{e2}}{r_1} \right) - 1 \right) + l_{e2} \log \left( \frac{l_{e1} + l_{e2}}{l_{e2}} \right) \right]. \quad (3.44)$$

$$L_{ew4} = \frac{\mu_o}{\pi} \left( l_{e2} + \frac{l_{e1}}{\text{sen } \alpha_o} \right). \quad (3.45)$$

Para se calcular a reatância de dispersão do anel de curto-circuito do rotor é necessário calcular a permeância específica do anel de curto-circuito  $p_{e2}$ , que é dada pela Equação 3.46 (BOLDEA; NASAR, 2010).

$$p_{e2} = \frac{3D_{mr}}{2N_r l_e \text{sen}^2 \left( \frac{\pi P}{2N_r} \right)} \log \left( 4,7 \frac{D_{m2}}{a + 2b} \right). \quad (3.46)$$

Onde,

$D_{m2}$  é o diâmetro médio do anel do rotor [m]

$a$  é a largura do anel do rotor [m]

$b$  é a altura do anel do rotor [m]

A reatância de dispersão devido ao anel de curto-circuito do rotor é dada pela Equação 3.47.

$$X_{e2} = 2\pi f \mu_o f_i l_e p_{e2}. \quad (3.47)$$

A reatância de dispersão total do estator é dada pela Equação 3.48.

$$X_1 = X_{s1} + X_{d1} + X_{z1} + X_{e1}. \quad (3.48)$$

E a reatância de dispersão total do rotor é dada pela Equação 3.49.

$$X_2 = X_{s2} + X_{z2} + X_{e2} + X_i. \quad (3.49)$$

A resistência do estator  $R_1$  é dada pela Equação 3.50.

$$R_1 = \frac{1}{\sigma_c} q N t P \frac{l_e + 2l_{e2} + \frac{l_{e3}}{3}}{\pi r_{1m}^2}. \quad (3.50)$$

Onde,

$\sigma_c$  é a condutividade elétrica do cobre [S/m]

$r_{1m}$  é o raio médio da ranhura do estator [m]

Para se calcular a resistência do rotor é necessário calcular a resistência da barra do rotor  $R_{b2}$  e a resistência do anel do rotor  $R_{e2}$ .

A resistência da barra do rotor  $R_{b2}$  é dada pela Equação 3.51.

$$R_{b2} = \frac{1}{\sigma_a} \frac{l_e}{A_b}. \quad (3.51)$$

Onde,

$\sigma_a$  é a condutividade elétrica do alumínio [S/m]

$A_b$  é a área da barra do rotor [m]

A resistência do anel do rotor  $R_{e2}$  é dada pela Equação 3.52.

$$R_{e2} = \frac{1}{\sigma_a} \frac{\pi \frac{D_{m2}}{N_r}}{a b \operatorname{sen}^2 \left( \frac{\pi P}{2 N_r} \right)}. \quad (3.52)$$

Onde  $a$  e  $b$  são a espessura e a altura do anel do rotor, respectivamente.

A resistência do rotor vista pelo estator  $R_2$  é calculada pela Equação 3.53.

$$R_2 = f_i (R_{b2} + R_{e2}). \quad (3.53)$$

O valor de  $f_i$  é dado pela Equação 3.32.

## 4 RESULTADOS NUMÉRICOS E ANALÍTICOS

### 4.1 INTRODUÇÃO

O modelo matemático descrito no Capítulo 3 foi aplicado a um motor de indução com as seguintes características: rotor com gaiola de esquilo, 4 polos, potência nominal de 6 cv, tensão nominal de 440 V, frequência nominal de 60 Hz, classe A. Foram analisadas três especificações diferentes desse motor, onde todas as dimensões e valores nominais são iguais, variando-se apenas a geometria das ranhuras do rotor. A Figura 22 ilustra a geometria das ranhuras das três especificações desse motor.

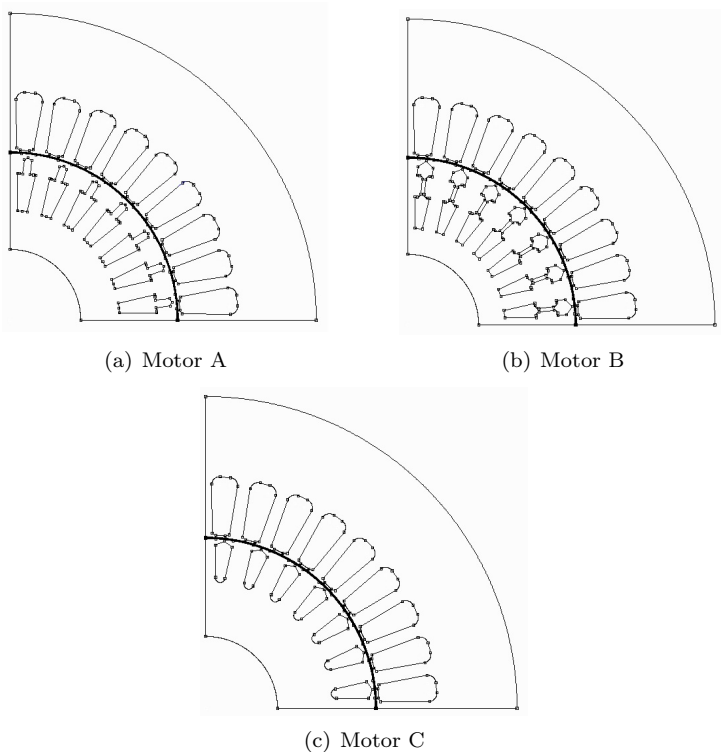


Figura 22 – Motores Analisados

## 4.2 O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

O Método de Elementos Finitos - MEF foi criado na década de 1950 para solucionar problemas direcionados à aplicações aeronáuticas. No início se utilizava o MEF para problemas mecânicos e térmicos, sendo que a partir da década de 1970 passou a ser utilizado também em problemas eletromagnéticos.

O Método de Elementos Finitos é um método numérico utilizado para solucionar problemas que envolvam equações diferenciais parciais, como é o caso de problemas eletromagnéticos. A grande vantagem desse método é que ele discretiza a geometria do problema em malhas que podem ser regulares ou irregulares, desse modo a discretização se adapta facilmente a qualquer geometria, mesmo as mais complexas. A Figura 23 mostra um exemplo de uma malha de elementos finitos de um motor.

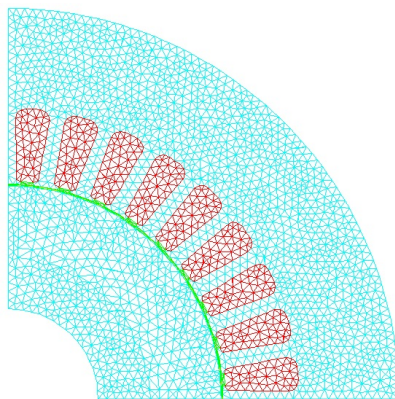


Figura 23 – Exemplo de Malha de Elementos Finitos

Nesse método se faz a consideração de que cada elemento possui propriedades físicas distintas dos outros para cada instante de tempo, o que possibilita uma análise bem detalhada da distribuição de campos no domínio de estudo, assim como facilita a modelagem de efeitos não-lineares. Os vértices dos elementos são denominados nós, e para cada nó é calculado um valor de potencial que serve para referencia para o cálculo de outras grandezas em qualquer ponto do domínio de cálculo.

As informações de entrada para o cálculo com MEF são: as propriedades físicas dos materiais, as condições de contorno e as fontes

de alimentação. Tendo essas informações é possível utilizar as Equações de Maxwell em todos os elementos para encontrar o valor da indução magnética  $\mathbf{B}$  em qualquer ponto desejado, e posteriormente analisar o desempenho da estrutura.

#### 4.3 FERRAMENTA COMPUTACIONAL

Os cálculos com o Método de Elementos Finitos são muito extensos e necessitam de uma ferramenta computacional em que a sequência de cálculos esteja programada. Atualmente existem diversos *Softwares* destinados a essas aplicações. Neste trabalho foi utilizado o *Software* EFCAD - Electromagnetic Field Computer Aided Design - um *Software* de cálculo de problemas eletromagnéticos, baseado no Método de Elementos Finitos, que foi desenvolvido pelo GRUCAD - Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos - laboratório de pesquisa vinculado à Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC.

O uso do EFCAD consiste em quatro etapas: desenho da estrutura eletromagnética; definição das propriedades físicas; cálculo de potenciais através do Método de Elementos Finitos; exibição gráfica dos resultados.

O EFCAD é dividido em vários módulos, cada módulo possui uma determinada função. Segue a descrição de alguns módulos:

- EFD: módulo para desenhar a estrutura a ser analisada;
- EFP: módulo que gerencia as propriedades físicas dos materiais definidos;
- EFM: módulo onde se definem os materiais, fontes de alimentação, condições de contorno e malha de elementos finitos do problema;
- EFCS: módulo de cálculo para problemas estáticos;
- EFCC: módulo de cálculo para problemas com formulação complexa;
- EFCJ: módulo de cálculo que utiliza fontes de correntes como alimentação;
- EFCT: módulo de cálculo que utiliza fontes de tensão como alimentação;

- EFCV: módulo de cálculo para problemas que possuem estruturas móveis;
- EFCM: módulo de cálculo para máquinas elétricas;
- EFGN: módulo para representação gráfica dos casos já calculados.

A Figura 24 ilustra um exemplo de aplicação do *Software* EFCAD, onde a Figura 24(a) mostra um desenho feito no módulo EFD, a Figura 24(b) mostra uma malha feita pelo módulo EFM e a Figura 24(c) mostra a saída dos resultados exibida pelo módulo EFGN.

#### 4.4 DADOS COMPARATIVOS

Os resultados obtidos com o modelo matemático analítico foram comparados com o Método de Elementos Finitos, utilizando o *software* EFCAD, descrito na seção 4.3, e um *software* comercial.

A indução magnética no entreferro foi calculada analiticamente pelo método descrito na seção 3.6, numericamente utilizando-se o módulo EFCM do *software* EFCAD, e também através de um *Software* comercial de projeto de máquinas elétricas. A Tabela 1 mostra os valores de indução magnética máxima no entreferro calculados pelos três métodos, A Figura 25 ilustra o módulo da indução magnética ao longo do entreferro dos motores analisados e a Figura 26 mostra uma carta de campo desses motores.

	Analítico [T]	Numérico [T]	<i>Software</i> Comercial [T]
Motor A	0.952	0.95	0.953
Motor B	0.983	0.95	0.948
Motor C	0.953	0.95	0.963

Tabela 1 – Indução Máxima no Entreferro

Os parâmetros do circuito elétrico equivalente das máquinas foram calculados analiticamente, utilizando o método descrito na Seção 3.7, e comparados com os cálculos obtidos com um *software* comercial de projeto de máquinas elétricas. A Tabela 2 mostra os valores da reatância de magnetização  $X_m$ ; A Tabela 3 mostra os valores da reatância de dispersão do estator  $X_1$ ; A Tabela 4 mostra os valores da reatância de dispersão do rotor  $X_2$ ; A Tabela 5 mostra os



valores da resistência dos enrolamentos do estator  $R_1$ ; A Tabela 6 mostra os valores da resistência das barras do rotor  $R_2$ .

	Análítico [ $\Omega$ ]	<i>Software</i> Comercial [ $\Omega$ ]	Diferença [%]
Motor A	168,6	155,3	8,57
Motor B	161,1	178,6	9,80
Motor C	201,9	224,3	10,0

Tabela 2 – Reatância de Magnetização

	Análítico [ $\Omega$ ]	<i>Software</i> Comercial [ $\Omega$ ]	Diferença [%]
Motor A	8,52	9,73	12,4
Motor B	8,64	10,6	18,7
Motor C	8,98	11,0	18,6

Tabela 3 – Reatância de Dispersão do Estator

	Análítico [ $\Omega$ ]	<i>Software</i> Comercial [ $\Omega$ ]	Diferença [%]
Motor A	12,6	15,2	17,6
Motor B	13,6	19,9	31,8
Motor C	11,5	12,7	9,3

Tabela 4 – Reatância de Dispersão do Rotor

	Análítico [ $\Omega$ ]	<i>Software</i> Comercial [ $\Omega$ ]	Diferença [%]
Motor A	5,63	5,28	6,54
Motor B	5,63	5,28	6,54
Motor C	5,63	5,28	6,54

Tabela 5 – Resistência dos Enrolamentos do Estator

Após a obtenção dos parâmetros do circuito elétrico equivalente, simulou-se o comportamento da máquina. As curvas obtidas são mostradas nas Figuras 27, 28, 29 e 30. O levantamento da curva de torque-velocidade foi realizado implementando-se o modelo matemático descrito na seção 2.6.

	Analítico [ $\Omega$ ]	<i>Software</i> Comercial [ $\Omega$ ]	Diferença [%]
Motor A	3,86	5,16	25,3
Motor B	4,03	5,50	26,8
Motor C	4,82	6,64	27,4

Tabela 6 – Resistência das Barras do Rotor

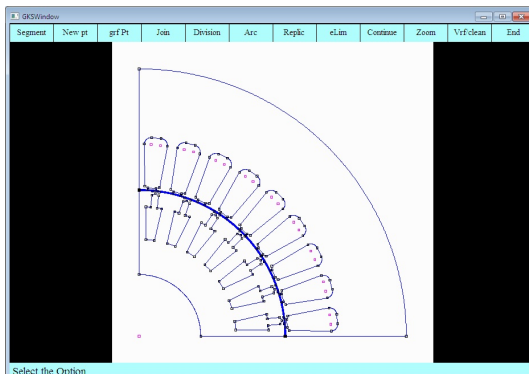
Analisando-se os gráficos de torque da Figura 27, pode-se notar que os valores de torque de partida obtidos pelos dois métodos são muito próximos, exceto para o Motor B. Porém os valores de torque máximo e torque nominal, para velocidade de aproximadamente 1700 *rpm*, possuem diferenças maiores.

As curvas de corrente mostradas na Figura 28 nos indicam uma diferença um pouco elevada, mas que se mantém aproximadamente constante para a maior faixa de velocidades, sendo que o Motor B possui uma diferença maior que os outros.

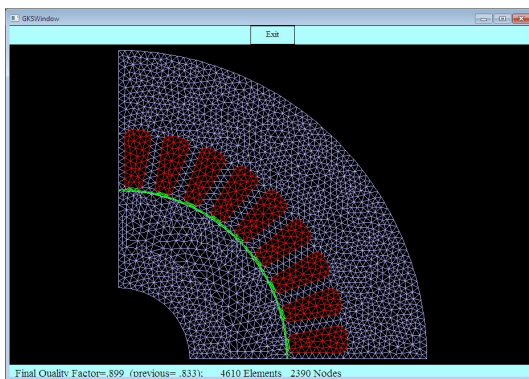
Conforme ilustrado no gráfico da Figura 29, o cálculo de fator de potência para os Motores A e C geram valores muito próximos para toda a faixa de velocidade pelos dois métodos, enquanto no caso do Motor B nota-se uma diferença considerável nos resultados.

A Figura 30 nos mostra que o rendimento calculado pelos dois métodos possui valores muito próximos para toda a faixa de velocidades para as três especificações.

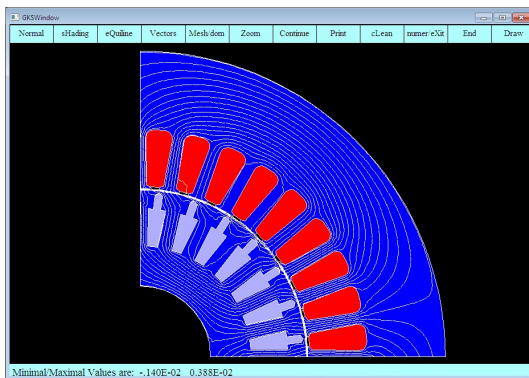
As diferenças ocorridas se devem a efeitos físicos que não foram incluídos na metodologia, mas que possuem influência significativa nos parâmetros do circuito elétrico equivalente. Alguns desses efeitos são: a temperatura, o efeito skin e a não-linearidade do ferro, que foi considerada de forma bastante simplificada neste trabalho. Os cálculos do Motor B possuem diferenças maiores que os outros, isso se deve ao fato de que esse motor é um motor de dupla gaiola de esquivo, como pode ser verificado na Figura 22(b). Essas diferenças maiores indicam a necessidade de uma metodologia mais aprimorada para motores desse tipo.



(a)

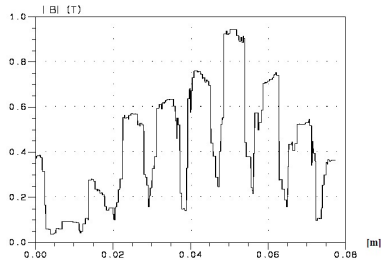


(b)

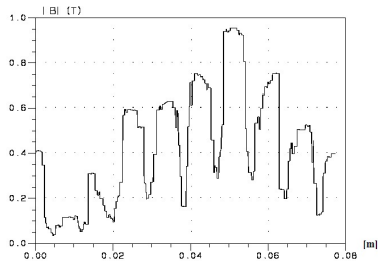


(c)

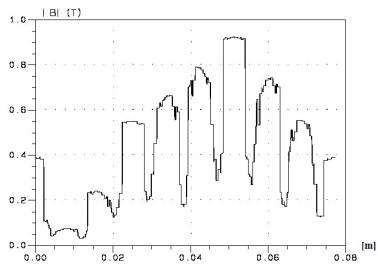
Figura 24 – Exemplo de Aplicação do *Software* EFCAD



(a) Motor A

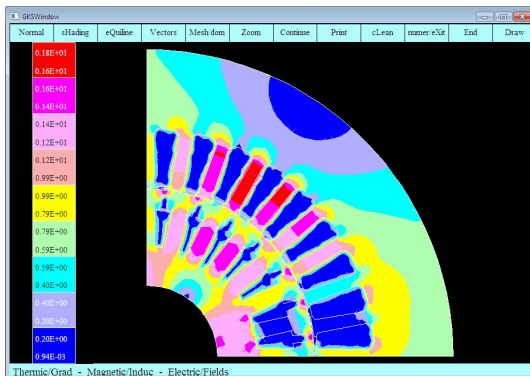


(b) Motor B

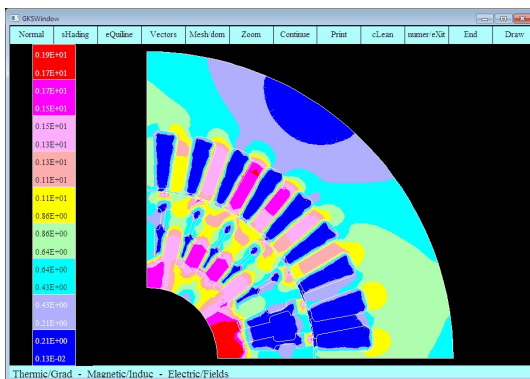


(c) Motor C

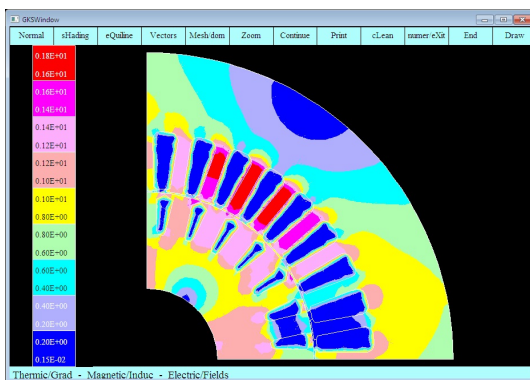
Figura 25 – Curvas de Indução Magnética no Entreferro



(a) Motor A

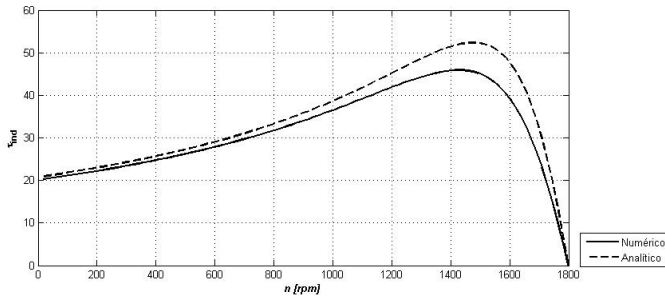


(b) Motor B

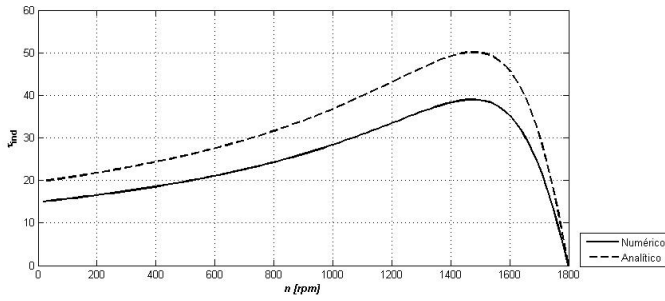


(c) Motor C

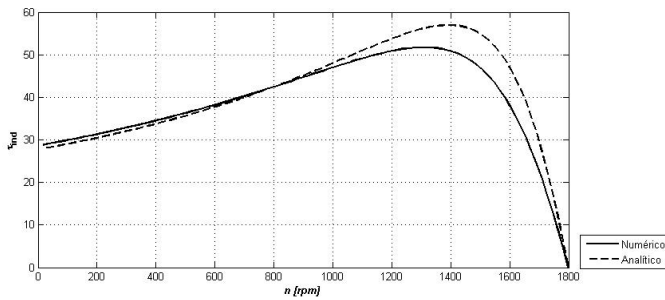
Figura 26 – Carta de Campo dos Motores Analisados



(a) Motor A

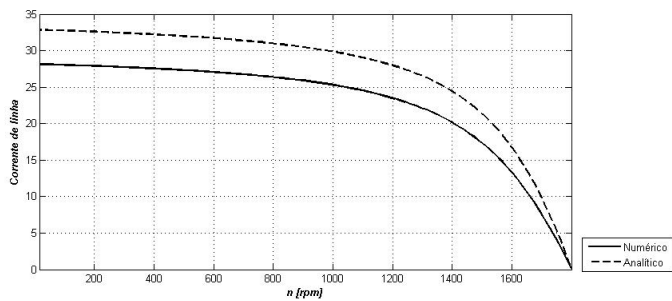


(b) Motor B

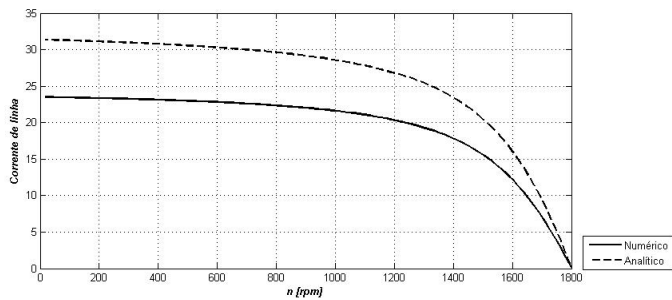


(c) Motor C

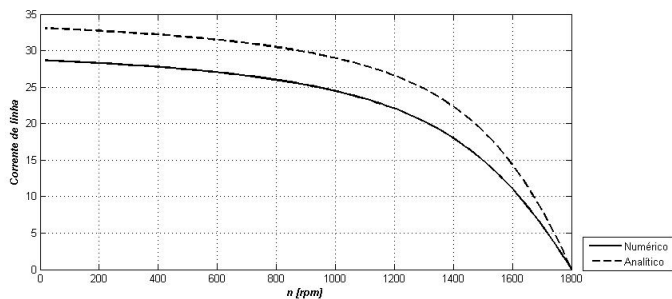
Figura 27 – Curva de Torque e Velocidade dos Motores Analisados



(a) Motor A

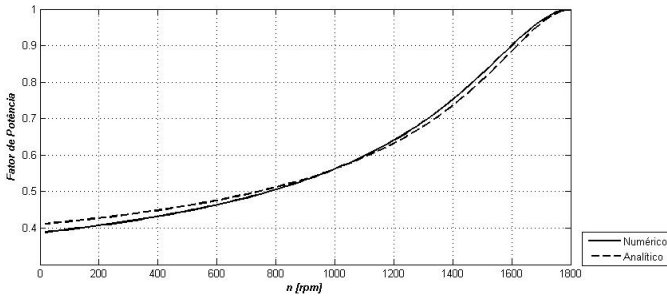


(b) Motor B

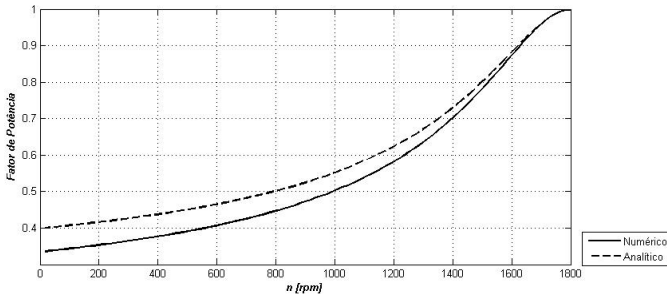


(c) Motor C

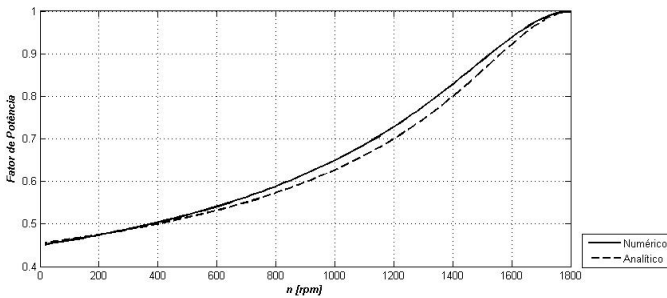
Figura 28 – Corrente de Linha no Estator dos Motores Analisados



(a) Motor A



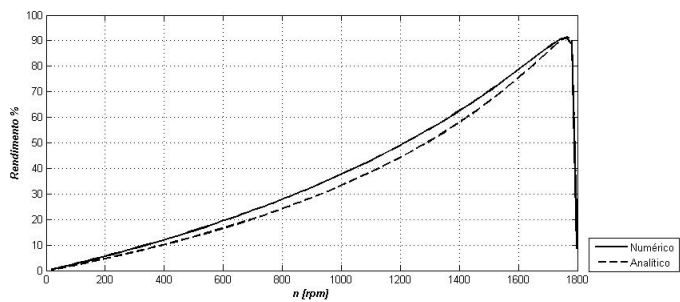
(b) Motor B



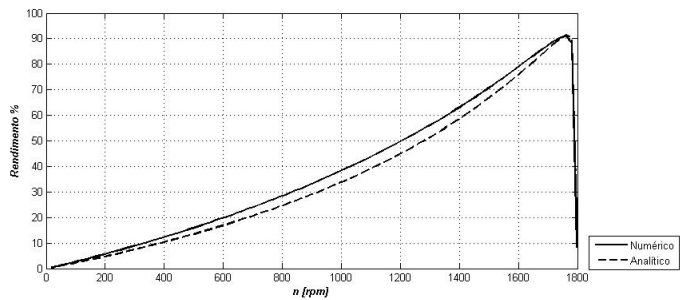
(c) Motor C

Figura 29 – Fator de Potência dos Motores Analisados

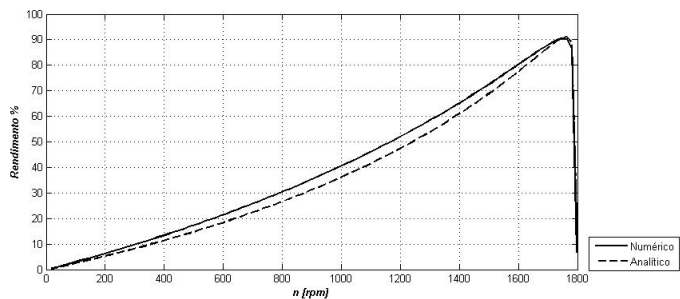




(a) Motor A



(b) Motor B



(c) Motor C

Figura 30 – Rendimento dos Motores Analisados



## 5 CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi desenvolver um modelo matemático que possibilita prever o desempenho de um motor de indução específico, a partir de seus dados de projeto, sem a necessidade de se realizar ensaios experimentais.

O modelo matemático desenvolvido é baseado em equações analíticas e os resultados são comparados com simulações baseadas no Método de Elementos Finitos, que é um método matemático bastante utilizado com a finalidade descrita no parágrafo anterior.

A metodologia deste trabalho consiste em aplicar as leis do eletromagnetismo a um motor de indução, considerando suas características construtivas, para criar um circuito elétrico equivalente e posteriormente fazer um levantamento da curva de torque e velocidade desse motor.

Ao se calcular os parâmetros do circuito elétrico equivalente, com esta metodologia, notou-se uma diferença significativa em relação a outros *softwares* já consolidados para essa aplicação. Essas diferenças se devem ao fato de que alguns efeitos físicos, como temperatura e efeito skin, não foram considerados nesta metodologia. Além disso, a modelagem da saturação do material ferromagnético foi realizada de maneira bastante simplificada, o que também gerou uma certa diferença entre os métodos.

A metodologia foi aplicada a um motor de indução com três especificações diferentes, onde o único parâmetro de projeto que diferencia cada uma delas é a geometria da ranhura do rotor. Em duas dessas especificações havia um rotor de gaiola de esquilo simples, enquanto na outra havia um rotor com dupla gaiola de esquilo. Ao se fazer o levantamento da curva de torque e outros parâmetros de desempenho da máquina em função da velocidade, notou-se uma boa aproximação dos resultados para os motores com gaiola de esquilo simples. Porém houveram diferenças maiores para o motor de dupla gaiola de esquilo. Esse fato leva a conclusão de que existe a necessidade de se desenvolver uma metodologia diferenciada para motores desse tipo.

De acordo com as conclusões feitas, seguem algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Incorporar técnicas de otimização ao modelo matemático desenvolvido;

- Incluir os efeitos físicos não considerados na modelagem, como temperatura e efeito skin;
- Desenvolver uma metodologia diferenciada para motores de indução com rotor de dupla gaiola de esquilo;
- Desenvolver uma metodologia diferenciada para motores de indução com rotor bobinado;
- Aperfeiçoar a modelagem da saturação do material ferromagnético da máquina.

## REFERÊNCIAS

- BARBOUR, A.; THOMSON, W. *Finite element study of rotor slot designs with respect to current monitoring for detecting static airgap eccentricity in squirrel-cage induction motors*. oct 1997. 112 -119 vol.1 p.
- BOLDEA, I.; NASAR, S. *The Induction Machines Design Handbook*. [S.l.]: CRC Press/Taylor & Francis, 2010. (The electric power engineering series). ISBN 9781420066685.
- CHAPMAN, S. *Electric machinery fundamentals*. [S.l.]: McGraw-Hill Higher Education, 2005. (McGraw-Hill Series in Electrical and Computer Engineering). ISBN 9780072465235.
- FIRETEANU, V.; TUDORACHE, T.; TURCANU, O. Optimal design of rotor slot geometry of squirrel-cage type induction motors. In: *Electric Machines Drives Conference, 2007. IEMDC '07. IEEE International*. [S.l.: s.n.], 2007. v. 1, p. 537 -542.
- FITZGERALD, A.; KINGSLEY, C.; UMANS, S. *Electric machinery*. [S.l.]: McGraw-Hill, 2002. (McGraw-Hill series in electrical engineering: Power and energy). ISBN 9780073660097.
- GALINDO, V. A. et al. Parametric study of rotor slot shape on a cage induction motor. *X International Symposium on Electromagnetics Fields*, v. 1, p. 441-447, 2001.
- IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY. *IEEE 112 - Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators*. 2004.
- KIM, J.-W.; KIM, B.-T.; KWON, B. I. Optimal stator slot design of inverter-fed induction motor in consideration of harmonic losses. *Magnetics, IEEE Transactions on*, v. 41, n. 5, p. 2012 - 2015, may 2005. ISSN 0018-9464.
- KIM, K.; LIM, S.-B.; LEE, J. Design of rotor slot of single phase induction motor with copper die-cast rotor cage for high efficiency. In: *Telecommunications Energy Conference, 2009. INTELEC 2009. 31st International*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1 -4.
- LEE, H.-Y. et al. Shape design of stator slot for the reduction of stator core loss in the induction motor. In: *Electric Machines and*

*Drives Conference Record, 1997. IEEE International.* [S.l.: s.n.], 1997. p. WB3/7.1 –WB3/7.3.

LIPO, T.; CENTER, U. of W.-M. W. P. E. R. *Introduction to AC Machine Design.* [S.l.]: Wisconsin Power Electronics Research Center, University of Wisconsin, 2007. ISBN 9780974547022.

PARK, K. et al. Optimal design of rotor slot of three phase induction motor with die-cast copper rotor cage. In: *Electrical Machines and Systems, 2008. ICEMS 2008. International Conference on.* [S.l.: s.n.], 2008. p. 61 –63.

SHUMEI, C.; YING, D.; LIWEI, S. Rotor slots design of induction machine for hybrid electric vehicle drives. In: *Vehicle Power and Propulsion Conference, 2006. VPPC '06. IEEE.* [S.l.: s.n.], 2006. p. 1 –3.

VALTONEN, M.; PARVIAINEN, A.; PYRHONEN, J. The effects of the number of rotor slots on the performance characteristics of axial-flux aluminium-cage solid-rotor core induction motor. In: *Electric Machines Drives Conference, 2007. IEMDC '07. IEEE International.* [S.l.: s.n.], 2007. v. 1, p. 668 –672.

WILLIAMSON, S.; MCCLAY, C. Optimization of the geometry of closed rotor slots for cage induction motors. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, v. 32, n. 3, p. 560 –568, may/jun 1996. ISSN 0093-9994.