

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA**

Hermano Dumont Veronese

**UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA BASEADO
EM *PROGRESSIVE HEDGING* PARA DEFINIÇÃO DE
ESTRATÉGIA DE CONTRATAÇÃO DE ENERGIA NO
AMBIENTE REGULADO**

Dissertação submetida ao Programa de
Pós-graduação em Engenharia Elétrica
da Universidade Federal de Santa
Catarina para a obtenção do Grau de
Mestre em Sistemas de Energia
Orientador: Prof. Dr. Erlon Cristian
Finardi.

Florianópolis

2013

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da USFC

Veronese, Hermano Dumont

Um modelo de otimização estocástica baseado em Progressive Hedging para definição de estratégia de contratação de energia no ambiente regulado / Hermano Dumont Veronese ; orientador, Erlon Cristian Finardi - Florianópolis, SC, 2013.

160 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Inclui referências

1. Engenharia Elétrica. 2. Comercialização de Energia. 3. Ambiente de Contratação Regulada. 4. Otimização Estocástica. 5. Progressive Hedging. I. Finardi, Erlon Cristian. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

Hermano Dumont Veronese

**UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA BASEADO
EM *PROGRESSIVE HEDGING* PARA DEFINIÇÃO DE
ESTRATÉGIA DE CONTRATAÇÃO DE ENERGIA NO
AMBIENTE REGULADO**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração Sistemas de Energia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 30 de agosto de 2013.

Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.

Coordenador do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Erlon Cristian Finardi, D. Eng.

Orientador

Prof. Dorel Soares Ramos, D. Eng.

Prof. Fabrício Yutaka Kuwabata Takigawa, D. Eng.

Prof. Raphael Eduardo Chagas Gonçalves, D. Eng.

*Dedico essa dissertação aos meus pais
Valdir Francisco Veronense
Maria Umbelina Dumont
Pelo apoio em todos os momentos e por me estimular desde muito cedo a
perseguir o crescimento pessoal e intelectual.*

AGRADECIMENTOS

É chegado o fim de mais um ciclo da vida, que se encerra com a conclusão dessa dissertação de mestrado. Foi uma experiência extremamente gratificante e engrandecedora que me propiciou um enorme avanço, tanto em termos de conhecimento técnico, como de vivência pessoal. Nesse momento, não posso deixar de agradecer às muitas pessoas que me ajudaram e contribuíram para tornar essa conquista possível.

Em primeiro lugar, agradeço a Deus por me guiar em todos os momentos.

Agradeço ao meu orientador Prof. Erlon Cristian Finardi pelo excelente trabalho desenvolvido em conjunto, pela sugestão do tema e, acima de tudo, pela amizade construída ao longo desse período.

Ao Prof. Edson Luiz da Silva, que foi um dos incentivadores da decisão de fazer esse mestrado, pela amizade construída e pelas ricas discussões, em sala de aula e fora dela, que contribuíram para o meu crescimento profissional.

Aos membros da banca examinadora, Prof. Dorel Soares Ramos, Prof. Fabrício Yutaka Kuwabata Takigawa e Prof. Raphael Eduardo Chagas Gonçalves, pela atenção dispensada a este trabalho e pelo genuíno interesse de torná-lo melhor. Obrigado pelas importantes considerações que certamente elevaram muito a qualidade técnica do trabalho.

Ao amigo Vitor de Matos que teve relevante participação nesse trabalho. O intercâmbio de ideias nas discussões travadas no ambiente do Labplan foram esclarecedoras e fundamentais para que esse trabalho fosse desenvolvido da forma como foi.

A todos os colegas e amigos do Labplan; Murilo, Mauro, Matheus, Ricardo, Fernanda, Kauana, Aline, Luís, Ícaro, Jorge, Beneti, Vitor, Teinfen, Fabrício, Raphael, Paulo, Edson, Pedro, Valmor e todos os demais, que estiveram juntos comigo ao longo dessa jornada. Pela amizade, pelo apoio mútuo nos momentos mais difíceis e por tornar essa experiência ainda mais enriquecedora.

Agradeço a ANEEL, na figura de seus representantes, pela iniciativa louvável e corajosa de apoiar e fomentar o desenvolvimento acadêmico dos seus servidores, sem a qual esse trabalho de mestrado não teria sido possível.

Por fim, agradeço aos meus pais que estiveram sempre ao meu lado, incentivando-me a fazer o meu melhor.

RESUMO

A segmentação dos ambientes de contratação trazida pelo novo modelo do Setor Elétrico Brasileiro impôs às distribuidoras de energia a responsabilidade pela aquisição de lastro contratual suficiente para o atendimento à totalidade do seu mercado cativo por meio do mecanismo de leilões públicos, promovidos no Ambiente de Contratação Regulada. O elevado grau de regulação na atuação das distribuidoras imposta pela complexa regulamentação setorial, combinada a grande volatilidade e incertezas no comportamento futuro de variáveis como o preço e demanda, expõe as distribuidoras ao risco de elevadas perdas financeiras e tornam o processo de gestão da contratação extremamente complicado. Esta dissertação busca explorar o problema da gestão do nível de contratação das distribuidoras no ambiente regulado dentro desse contexto de incertezas, abordando-o como problema de otimização estocástica. É apresentado um modelo computacional para definição de estratégia ótima de contratação que leva em consideração as complexidades ligadas às regras de compra e repasse dos custos de energia e incertezas nos valores futuros da demanda e dos preços no mercado de curto prazo. Para fornecer uma solução robusta, o modelo matemático é formulado como um problema de programação estocástico linear multiestágio, sendo resolvido por meio do algoritmo de *Progressive Hedging*.

Palavras-chave: Comercialização de Energia, Ambiente de Contratação Regulada, Otimização Estocástica, *Progressive Hedging*, Árvore de Cenários.

ABSTRACT

Due to the segmentation of the trading environments brought on by the recent reform of the Brazilian Electric Sector, distribution companies have become responsible for the purchase of future electricity contracts up to the requirement of their “captive” demand, throughout public auctions promoted in the “Regulated Purchase Environment”. The complex regulation of the distribution sector combined with the high volatility and uncertainties associated with some key aspects of the problem, such as price and demand, expose these distribution companies to high financial risk and make the trading process extremely complicated. This master degree dissertation focuses on the distributor’s contractual management problem in this context of uncertainties by approaching it as a stochastic optimization problem. A computational model was developed in order to define the optimal contract purchase strategy, considering all the complexities associated with the Brazilian regulation and uncertainties in the future values of demand and electricity prices. In order to obtain a robust solution, the mathematical model was formulated as a multi-stage stochastic programming problem solved by the Progressive Hedging algorithm.

Keywords: Electricity Procurement, Regulated Purchase Environment, Stochastic Optimization, Progressive Hedging, Scenario Tree.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Arranjo típico de mercados de eletricidade liberalizados.	24
Figura 1.2 – Tipos de modelos matemáticos usualmente aplicados a mercados de eletricidade.	32
Figura 1.3 – Técnicas de gestão de risco	35
Figura 2.1 – Diagrama da comercialização no SEB.	42
Figura 2-2 – Liquidação no MCP pela ótica do comprador.	44
Figura 2.3 – Celebração de CCEARs pós leilão.	47
Figura 2.4 – Leilões de compra no ACR.	50
Figura 3.1 – Exemplo de árvore de cenários.....	68
Figura 3.2 – Representação explícita da não-antecipatividade.	70
Figura 3.3 – Estrutura matricial das restrições do problema (3.16).	75
Figura 4.1 – Sistemática da penalização associada a compra no A-3.	87
Figura 5.1 – Perfil de contratação em $t=0$	95
Figura 5.2 – Histórico do PLD. (CCEE, 2013).....	97
Figura 5.3 – Distribuição empírica do PLD histórico.	97
Figura 5.4 – Exemplo de construção de árvore de cenários de demanda.....	99
Figura 6.1 – Evolução da função objetivo e convergência da norma δ - penalidade fixa.....	107
Figura 6.2 – Evolução da função objetivo e convergência da norma δ . Penalidade dinâmica.	111
Figura 6.3 – Evolução do valor da função objetivo e variáveis de decisão de primeiro estágio (Heurística 4).	112
Figura 6.4 – Evolução da função objetivo e convergência da norma δ – penalidades independentes.....	115
Figura 6.5 – Evolução dos parâmetros de penalidade – Heurística 7.....	115
Figura 6.6 – Diagrama de abertura para árvores com baixa e alta variabilidade.	119

Figura 6.7 – Diagrama de árvores com diferentes tamanhos e mesma variabilidade.	120
Figura 6.8 – Soluções para diferentes tamanhos de árvore.	121
Figura 6.9 – Penalizações por cenário (3 aperturas, partida 100% contratado).	122
Figura 6.10 – Representação da regra de construção de uma árvore bidimensional.	125
Figura 6.11 – Decomposição do valor da solução – Caso 1.	127
Figura 6.12 – Penalizações por cenário – Caso 1.	127
Figura 6.13 – Frequência de contratação observada (todos os estágios) – Caso 1.	129
Figura 6.14 – Decomposição do valor da solução – Caso 2.	132
Figura 6.15 – Frequência de contratação observada (todos os estágios) – Caso 2.	133
Figura 6.16 – Decomposição do valor da solução – Caso 3.	136
Figura 6.17 – Penalizações por cenário – Caso 3.	137
Figura 6.18 – Frequência de contratação observada (todos os estágios) – Caso 3.	138
Figura 6.19 – Comparação da curva de distribuição do nível de contratação – Caso 4 e Caso 3.	142
Figura 6.20 – Penalizações por cenário – Caso 5.	143
Figura 6.21 – Distribuição empírica do nível de contratação em relação à carga – Caso 5.	144
Figura 6.22 – Penalizações por cenário – Caso 6.	146
Figura 6.23 – Distribuição empírica do nível de contratação em relação à carga – Caso 6.	146
Figura 6.24 – Distribuição da contratação para diferentes volatilidades de mercado.	150

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Restrições e limites de repasse por tipo de contrato.....	53
Tabela 3.1 – Alternativas de contratos.....	58
Tabela 3.2 – Custo dos desvios em relação à demanda	59
Tabela 3.3 – Cenários de demanda.....	60
Tabela 3.4 – Solução ótima do problema para cada cenário otimizado individualmente.....	60
Tabela 3.5 – Sensibilidade do custo com compra de energia.....	61
Tabela 3.6 – Solução do PVE e REPVE.....	63
Tabela 3.7 – Solução do problema estocástico.....	64
Tabela 5.1 – Limitador da trocas (<i>limtroca</i>).....	94
Tabela 5.2 – Prazo de entrega e duração (anos).....	95
Tabela 5.3 – Intervalo de preços do sorteio.....	96
Tabela 5.4 – Projeção de demanda de referência.....	99
Tabela 6.1 – Solução da árvore com μ fixo.....	107
Tabela 6.2 – Solução da árvore com μ dinâmico.....	111
Tabela 6.3 – Solução da árvore com μ independente por variável.....	114
Tabela 6.4 – Aplicação das melhores heurísticas para diferentes tamanhos de árvore.....	117
Tabela 6.5 – Resultados das simulações com árvores de diferente variabilidade.....	119
Tabela 6.6 – Resultados com diferentes cenários de PLD.....	123
Tabela 6.7 – Solução de primeiro estágio – Caso 1.....	126
Tabela 6.8 – Contratação média em relação à carga – Caso 1.....	129
Tabela 6.9 – Transgressões de limites de contratação (% do total de observações).....	130
Tabela 6.10 – Solução de primeiro estágio – Caso 2.....	132
Tabela 6.11 – Contratação média em relação à carga – Caso 2.....	132
Tabela 6.12 – Proporção inicial de contratos da distribuidora.....	134

Tabela 6.13 – Solução de primeiro estágio – Caso 3.	135
Tabela 6.14 – Transgressões de limites de contratação (% do total de observações) – Caso 3.	138
Tabela 6.15 – Comparação da solução com limite em 103% e 105%.	141
Tabela 6.16 – Decomposição do custo esperado – Caso 5.	143
Tabela 6.17 – Nível médio de contratação – Caso 5.	144
Tabela 6.18 – Decomposição do custo esperado – Caso 6	145
Tabela 6.19 – Comparação dos custos com sobrecontratação e compra de energia das alternativas.....	147

LISTA DE SÍMBOLOS

t	índice referente aos estágios de tempo (ano);
i	índice referente a modalidade de aquisição contratual, tal que $i = 1, 2, \dots, 5$ refere-se aos leilões de Ajuste, A-1, A-3, A-5 e Trocas ¹ , respectivamente;
κ	índice dos contratos adquiridos antes do início do horizonte de estudo, tal que $\kappa = 1, 2, \dots, 4$, referem-se aos contratos inflexíveis (bilaterais, Itaipu, cotas, e outros), A-1, A-3 e A-5 respectivamente;
j	taxa de desconto utilizada na atualização dos custos para valor presente;
h	horizonte de estudo do problema;
gr	índice de correção do preço dos contratos. Para esse trabalho foi usado o IPCA ² ;
n	número de opções de leilão disponíveis no Ambiente de Contratação Regulada (ACR);
pld_t	Preço de Liquidação de Diferenças, no estágio t em R\$/MWh;
$x_{i,t}$	montante de energia contratada na modalidade i no ACR, no estágio t , em MWh;
$w_{i,t}$	montante acumulado de contratos na modalidade i , vigentes no estágio t , em MWh;
$ca_{\kappa,t}$	contratos anteriores, adquiridos antes do horizonte de estudo, via leilões ou de forma diversa (e.g., bilaterais, Itaipu, geração distribuída, cotas de energia renovada, etc.), na modalidade κ , vigentes no estágio t , em MWh;
mr_t	montante de reposição no estágio t em MWh;
d_t	energia demandada pelo mercado da concessionária no estágio t , em MWh;
$\rho_{i,t}$	preço do contrato na modalidade i no ACR, no estágio t , em R\$/MWh;
mix_t	preço médio de compra de energia da distribuidora no ACR no estágio t , em R\$/MWh;
vr_t	valor de referência para repasse de energia no estágio t , em R\$/MWh;
vre_t	valor de referência para repasse de energia existente no estágio t , em R\$/MWh;
sob_t	sobrecontratação de energia no intervalo entre 100% e 103% da carga prevista pela distribuidora no estágio t , em MWh;

¹ Trocas de contratos de energia existente ou nova via Mecanismo de Compensação de Sobras e Déficits (MCSD) ou outra modalidade de trocas.

² Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA).

- z_{sob_t} sobrecontratação de energia no intervalo acima de 103% no estágio t , em MWh;
- z_{sub_t} subcontratação de energia no estágio t , em MWh;
- z_{a3_t} montante de energia proveniente do A-3 que excede o limite regulatório no estágio t , em MWh;
- z_{en_t} montante de energia proveniente do A-1 que precisa ser comprada para atingir o limite regulatório no estágio t , em MWh;
- dl_i tempo de entrada em vigor de determinado CCEAR na modalidade i , a partir da data da sua aquisição, em anos;
- L_i duração de determinado CCEAR na modalidade i , a partir da data que entra em vigor, em anos;
- Pv_t penalização da variável “v” no estágio t , em R\$. Por exemplo, P_{sob} é penalização por sobrecontratação e assim por diante;
- $VPPv_t$ valor presente de Pv no estágio t , em R\$.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
1.1	REFORMA DO SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO – PANORAMA HISTÓRICO.....	26
1.1.1	Primeira reforma	26
1.1.2	O novo modelo.....	30
1.2	FERRAMENTAS DE TOMADA DE DECISÃO APLICADAS A MERCADOS DE ENERGIA	31
1.2.1	Modelos voltados para gestão de risco.....	33
1.3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	35
1.4	OBJETIVOS E ESTRUTURA DO TRABALHO	38
2	COMERCIALIZAÇÃO DE ENERGIA NO ACR	41
2.1	MERCADO DE CURTO PRAZO E LIQUIDAÇÃO	43
2.2	CONTRATOS DE COMPRA E VENDA DE ENERGIA	44
2.3	PROCESSO DE CONTRATAÇÃO.....	46
2.3.1	Separação da oferta.....	47
2.3.2	Tipos de leilão	48
2.4	GESTÃO DA CONTRATAÇÃO NO ACR.....	50
2.4.1	Mecanismos de troca contratual	51
2.4.2	Regras de Repasse	52
2.4.3	Estratégia de contratação	54
3	OTIMIZAÇÃO SOB INCERTEZAS	57
3.1	FORMULAÇÃO GERAL	65
3.2	REPRESENTAÇÃO E MODELAGEM DAS INCERTEZAS	68
3.3	SOLUÇÃO DE PROBLEMAS ESTOCÁSTICOS	72
3.3.1	O Algoritmo de <i>Progressive Hedging</i>	75
4	MODELAGEM DO PROBLEMA DE GESTÃO DA CONTRATAÇÃO	81

4.1	RESTRICÇÃO DE BALANÇO	81
4.2	MECANISMOS DE AJUSTE.....	83
4.3	MONTANTE DE REPOSIÇÃO E RECONTRATAÇÃO NO A-1 ...	83
4.4	RESTRICÇÃO DE COMPRA EM A-3.....	84
4.5	RESTRICÇÃO DE COMPRA EM AJUSTE	84
4.6	FUNÇÃO OBJETIVO DO PROBLEMA	85
4.6.1	Penalização por subcontratação	85
4.6.2	Penalização por sobrecontratação	86
4.6.3	Penalização por falta de repasse em Leilões de Ajuste	86
4.6.4	Penalização e por falta de repasse em A-3	87
4.6.5	Penalização por falta de repasse de energia nova.....	88
4.6.6	Custo da energia comprada	88
4.7	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA ESTOCÁSTICO	89
4.7.1	Equivalente Determinístico	89
4.7.2	<i>Progressive Hedging</i>	91
4.7.2.1	Estrutura de cada subproblema na aplicação do PH.....	92
5	ESTUDOS DE CASO.....	93
5.1	INTRODUÇÃO	93
5.2	DADOS DE ENTRADA E PREMISSAS DO MODELO	94
5.2.1	Alternativas Contratuais	94
5.2.2	Contratos anteriores ao horizonte de estudo	95
5.2.3	Atualização monetária.....	96
5.2.4	Preço de Liquidação de Diferenças	96
5.2.5	Evolução da demanda.....	98
6	RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES	101
6.1	INTRODUÇÃO	101
6.2	ASPECTOS DE IMPLEMENTAÇÃO DO <i>PROGRESSIVE HEDGING</i> 101	
6.2.1	Análise de Convergência	102
6.2.1.1	Parâmetro de penalidade fixo.....	106

6.2.1.2	Parâmetro de penalidade dinâmico	108
6.2.1.3	Parâmetros de penalidade independentes.	112
6.2.1.4	Avaliação geral das abordagens.	115
6.2.2	Análise de sensibilidade da árvore de cenários.....	118
6.3	ANÁLISE DA POLÍTICA DE CONTRATAÇÃO	124
6.3.1	Caso 1 – Simulação de Referência	125
6.3.2	Caso 2 – Maior Contratação inicial	131
6.3.3	Caso 3 – Portfólio de contratos inflexíveis.....	133
6.3.4	Caso 4 – Limite superior de tolerância em 105%.....	139
6.3.5	Caso 5 – Ajuste limitado em 4% dos contratos.....	142
6.3.6	Caso 6 – Compra em A-1 limitada a MR+1, 5%	144
6.3.7	Caso 7 – Mensuração do risco de transgressão.....	148
7	CONCLUSÕES.....	151
7.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	155
8	REFERÊNCIAS	157

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas duas décadas o Setor Elétrico Brasileiro (SEB) passou por profundas transformações no seu arranjo institucional e normativo seguindo a tendência mundial de liberalização da indústria de energia elétrica.

Inicialmente concebidos no Reino Unido, Estados Unidos e Chile³, posteriormente estendido a grande parte dos países europeus e latino americanos, o movimento de reforma dos setores de energia elétrica, bem como demais serviços públicos, seguiram uma tônica comum tendo como base a redução da participação do estado como prestador de serviço e a abertura do mercado à participação do setor privado. Norteador tais reformas estava a busca pelo aumento da eficiência na prestação e da capacidade de investimento em setores vitais da economia. Esse movimento esteve aliado a uma agenda macroeconômica que preconizava a austeridade fiscal baseando-se fortemente na diminuição do tamanho do Estado via privatizações.

Paralelamente, para que fossem atingidos os objetivos almejados, foi preciso repensar a forma como o setor de energia elétrica se organiza, adaptando-o a uma estrutura/arquitetura voltada ao mercado como forma a propiciar um ambiente competitivo e atrativo ao investimento privado. Instaurou-se um novo paradigma, no qual a energia elétrica torna-se uma *commodity* com preço livremente negociado entre os agentes de produção e consumo.

Em Joskow (2008) é apresentado um conjunto de medidas desejáveis em termos de reestruturação e reforma regulatória para o desenvolvimento de mercados de energia elétrica competitivos, dentre os quais destacam-se:

- A separação vertical dos segmentos potencialmente competitivos da cadeia, i.e. geração e comercialização, dos segmentos caracterizados por monopólios naturais (transmissão e distribuição), submetidos a regulação de preço. Essa medida busca garantir que exista de fato uma

³ O Chile foi o primeiro país a liberalizar o seu setor de energia elétrica. Contudo, alguns autores argumentam que sua reforma foi incompleta por não conceber um mercado atacadista competitivo (JOSKOW, 2008).

dinâmica de mercado entre os segmentos de geração e comercialização/consumo da cadeia;

- Aplicação de regras regulatórias que promovam o acesso eficiente às redes de transmissão e distribuição por parte de compradores e vendedores de forma a possibilitar o livre intercâmbio de energia;
- Criação de um Mercado de Curto Prazo (MCP) de energia elétrica no intuito de fornecer os requisitos para o balanço de carga em tempo real e facilitar as transações econômicas entre compradores e vendedores.

Em essência, para que mercados de energia elétrica possam existir e funcionar eficientemente é preciso garantir a existência de: i) agentes dispostos a comercializar sua energia, ii) livre acesso entre eles e iii) um ambiente de liquidação, no qual as transações possam ser registradas e contabilizadas. A Figura 1.1 apresenta um arranjo típico adotado no setor de energia elétrica em países que optaram por abrir seus mercados, com a desverticalização das atividades e a livre competição no atacado e no varejo.

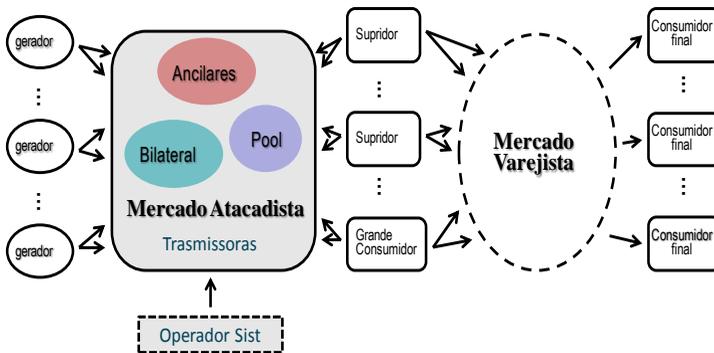


Figura 1.1 – Arranjo típico de mercados de eletricidade liberalizados.

Evidentemente, o desenho de mercado varia de acordo com o grau de liberalismo adotado por cada país. Devem ser definidas diretrizes gerais como quais atividades estão sob dinâmica de mercado, quais serão reguladas, que tipos de mercado serão criados, qual a sistemática na formação do preço, como gerenciar as restrições de transmissão, qual o papel do operador do sistema, etc. Tais escolhas

estão relacionadas à arquitetura⁴ do mercado, e podem influenciar dramaticamente o seu desempenho. Não existe um modelo consensual a ser adotado, mas prós e contras de cada abordagem que devem se conciliar com as características específicas do sistema elétrico para o qual se destinam.

Em termos de normatização, mercados liberalizados apresentam um grau de complexidade muito superior aos existentes até então, principalmente no que diz respeito aos arranjos comerciais. Onde antes haviam monopólios legais verticalizados cuja responsabilidade englobava toda a cadeia produtiva, passam agora a existir múltiplos agentes competindo pela prestação dos serviços em vários mercados. O número de agentes e transações se multiplicaram e as decisões até então tomadas de acordo com um planejamento integrado passam a ser tomadas individualmente, movidas pela dinâmica do mercado.

Assim como qualquer outra *commodity*, a possibilidade do livre comércio abriu espaço para o surgimento de novas modalidades de transações comerciais em mercados futuros, que vão desde os produtos mais simples, como contratos a termo, até sofisticados derivativos inspirados no sistema financeiro. No caso da energia elétrica, as características particulares da indústria e falhas de mercado inerentes a sistemas de energia como ausência de resposta da demanda, a natureza contínua do produto, baixa capacidade de estocagem, restrições de rede, entre outras, se manifestam no preço, tornando-o um dos mais voláteis comparativamente a outros segmentos da economia (STOFT, 2002; LIU et al., 2006). Nesse novo contexto, os agentes passaram a estar expostos a um novo patamar de risco, ou mesmo, um novo tipo de risco que depende não apenas de suas próprias decisões, mas também do conjunto de decisões individuais de todos os demais competidores. Surge, portanto, a demanda por novas estratégias comerciais que levem em consideração essa nova condição. Acompanhando essa tendência ocorre um esforço do meio acadêmico e científico no sentido do desenvolvimento de novos modelos de análise e suporte à tomada de decisão aplicados às especificidades da nova realidade do setor de eletricidade, dentre os quais se enquadra esse trabalho.

⁴ O conceitução de “estrutura” e “arquitetura” de mercados aqui abordada segue as definições trazidas por Stoft (2002).

1.1 REFORMA DO SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO – PANORAMA HISTÓRICO

1.1.1 Primeira reforma

Historicamente a reestruturação do SEB aconteceu a partir do início da década de 1990. O modelo estatal vigente à época mostrava sinais de esgotamento da capacidade de investimento e ineficiência. O papel do estado como prestador de serviços públicos era fortemente contestado em meio ao pensamento político/ideológico que prevalecia naquele momento. O processo de reestruturação surge então orientado para a abertura do mercado com o objetivo de equacionar o déficit fiscal, restaurar o fluxo de investimentos e aumentar a eficiência na prestação do serviço (TOLMASQUIM, 2011).

Um importante passo nesse sentido foi o Projeto de Reestruturação do Setor Elétrico Brasileiro (RE-SEB), de 1997, desenvolvido em parceria entre o governo brasileiro e a consultoria Coopers & Lybrand. Em seu desenho original, essa nova proposta se assemelhava muito aos modelos de reforma que haviam sido implantados em outros países com mercados já liberalizados, em especial o caso britânico. As principais sugestões oriundas pela consultoria foram:

- Livre comercialização de energia dentro do Sistema Interligado Nacional (SIN);
- Criação de um mercado atacadista de energia;
- Criação de um operador independente do sistema;
- Desverticalização das atividades;
- Organização das atividades financeiras e de planejamento;
- Estabelecimento de uma regra de transição.

A implantação seguiu em grande parte a concepção proposta pelo RE-SEB e resultou na criação do Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) no papel de operador independente e o Mercado Atacadista de Energia (MAE) (posteriormente convertido para a Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE)) como entidade responsável pelo registro de contratos e liquidação das transações comerciais. Paralelamente, houve a criação da Agência Nacional de

Energia Elétrica (ANEEL) como órgão de estado cujo papel é o de regular e fiscalizar o setor.

A livre comercialização, contudo, se mostrou mais difícil na prática. A característica principal do SEB, fortemente baseado em fontes de origem hidrelétrica, constitui um forte obstáculo à criação de um mercado *spot* nos moldes tradicionais, baseado em lances dos agentes. Alternativamente, se optou por manter o despacho centralizado, uma variante do modelo *pool (tight-pool)* (ZUCARATO, 2009) no qual apenas os agentes de geração termelétrica declaram seus custos variáveis e disponibilidade, enquanto que os agentes de geração hidrelétrica informam a disponibilidade de suas usinas. O preço no curto prazo é definido com base no custo marginal de operação do sistema. No caso brasileiro, a regra de despacho e formação do preço são obtidos a partir de um modelo matemático de otimização estocástica no qual se busca minimizar o custo esperado de operação no horizonte de médio prazo, i.e., 5 anos a frente.

Do lado do consumo, a livre contratação se restringe apenas àqueles consumidores de grande porte, com demanda contratada superior a 3 MW⁵. Os demais permanecem atrelados às distribuidoras que assumem a responsabilidade por adquirir a energia para atendimento da sua carga no mercado atacadista.

Um ponto essencial para qualquer sistema elétrico é a adequação do suprimento. Apesar de prever um planejamento indicativo de longo prazo, esse primeiro modelo setorial implantado a partir das proposições do RE-SEB se baseava fortemente em mecanismos de mercado para o incentivo a expansão. Por premissa, se entendia que o valor da energia no curto prazo (*spot*) sinalizaria a necessidade de expansão, o que também seria refletido nos contratos de longo prazo e, assim, a própria dinâmica do mercado seria responsável por incentivar a entrada de novos geradores. A experiência, contudo se mostrou diferente.

A capacidade do mercado de induzir os investimentos necessários para adequação do suprimento de energia em mercados liberalizados é um dos principais pontos de preocupação por parte dos formadores de política pública. Diversos trabalhos acadêmicos abordam esse problema e convergem no entendimento que as falhas de mercado e incertezas inerentes a sistemas elétricos, aliado a desenhos de mercado

⁵ A exceção a essa regra é feita aos consumidores classificados como “especiais” com carga contratada igual ou superior a 500 kW que compram exclusivamente de fontes de energia solar, eólica e biomassa

equivocados e insegurança regulatória, podem desencorajar o investimento privado (JOSKOW, 2008; VRIES; HENJEN, 2008; ZUCARATO, 2009).

Investidores privados têm comportamento avesso a risco e buscam regras estáveis e compromissos contratuais de longo prazo antes de se aventurar em novo empreendimento de geração. Isso é especialmente complicado no caso de financiamento das fontes de energia mais caras que tendem a ser despachadas com menos frequência e estão sujeitas a grande incerteza no seu fluxo de caixa.

Em Zucarato (2009) e em Vries et al. (2008) faz-se uma discussão sobre como mercados de energia puros⁶ tendem a ser incapazes para atrair investimentos suficientes para atendimento aos critérios de adequação do suprimento. As possíveis razões para o insucesso dessas abordagens estariam associadas às características típicas do setor e da forma como os investidores lidam com incertezas.

Devido à incerteza quanto à demanda e a grande volatilidade dos preços futuros, geradores tendem a postergar a decisão de investimento até que se tenham maior segurança quanto à receita futura. Contudo, o preço no curto prazo pode não refletir a disponibilidade de energia vários anos à frente. Além disso, uma usina de geração de energia elétrica leva um tempo considerável para entrar em operação. Portanto, quando o investidor decidir pela construção da usina pode ser tarde demais para o atendimento aos critérios de segurança energética. Somase a isso o comportamento inelástico do segmento de demanda que não sinaliza para uma redução de consumo levando a falta de capacidade no curto prazo. Esse contexto conduziria a preços extremamente elevados e consequentemente a uma grande retomada de investimentos. O volume de investimentos tenderia a ser excessivo e no longo prazo os preços voltariam a cair, formando assim um comportamento cíclico de sobreinvestimento e escassez.

A experiência obtida nessas últimas três décadas, com a liberalização dos mercados de energia ao redor do mundo, tem demonstrado em geral bons resultados, com considerável melhoria de performance e ganho de eficiência o que, por sua vez, evidencia a superioridade de modelos pautados no mercado em relação aos seus antecessores. Contudo, a questão da adequação do suprimento permanece um problema a ser resolvido. Induzir o mercado a realizar,

⁶ Mercados de energia elétrica em que o preço esperado da energia é o único indutor de investimentos (ZUCARATO, 2009).

de forma descentralizada, o volume de investimentos necessários para garantir a expansão do parque gerador de forma sustentada pode não ser uma tarefa fácil, principalmente em países em desenvolvimento com fortes períodos de crescimento econômico. Um estudo do Banco Mundial apontou que aproximadamente 20 países passaram por problemas de racionamento ou blackouts durante o período de 1995 a 2005 (GUIMARÃES, 2006).

No caso brasileiro, o modelo originalmente concebido também não teve sucesso em promover a expansão da capacidade geradora, e esse fato aliado a um período de hidrologia desfavorável culminou no racionamento de energia de 2001. Dentre as razões apontadas para a crise energética estariam a ausência de um ambiente regulatório adequado que propiciasse o investimento privado e os elevados riscos impostos pela arquitetura de mercado, baseada fundamentalmente no preço como *driver* de investimento. A característica predominantemente hidrelétrica do sistema brasileiro o diferencia de demais mercados em termos de comportamento do preço de curto prazo. Este se caracteriza historicamente por longos períodos nos quais o Preço de Liquidação de Diferenças (PLD) permanece muito baixo, que se alternam com picos de preço muito elevados em momentos de situação hidrológica desfavorável. Esse comportamento extremamente volátil torna a viabilização de projetos estruturais de longo prazo especialmente complicada. Outra causa apontada seria a natureza excessivamente orientada ao mercado e a ausência de um efetivo planejamento setorial responsável por monitorar o desempenho do setor e propor soluções de médio-longo prazo. (TOLMASQUIM, 2011).

Outro aspecto de insucesso do modelo setorial apontado à época foi a sua incapacidade de incentivar a modicidade tarifária⁷. O modelo de livre contratação limitado a um Valor Normativo (VN) se mostrou pouco efetivo nesse sentido e deu margem para onerosos contratos de *self-dealing*⁸ entre geradores e distribuidoras pertencentes ao mesmo grupo econômico, causando pressão de aumento nas tarifas finais de energia.

⁷ Relaciona-se ao princípio de que as tarifas devem ser módicas para o consumidor e suficientes para cobertura dos custos de prestação do serviço de forma eficiente.

⁸ A legislação setorial previa à época que a distribuidora poderia firmar contratos com geradores pertencentes ao mesmo grupo econômico com preço limitado ao VN regulatório.

1.1.2 O novo modelo

A experiência na crise de racionamento de 2001 ensejou uma nova reestruturação do modelo setorial do SEB. O então batizado “novo modelo” se pautou essencialmente em dois princípios tidos como deficitários no modelo anterior: confiabilidade de suprimento e modicidade tarifária.

Com o novo modelo ocorre a retomada do planejamento setorial de longo prazo com a criação da Empresa de Pesquisa Energética (EPE), entidade ligada ao governo responsável por identificar a necessidade de expansão da geração e malha de transmissão. Os novos projetos identificados como necessários passam então a ser licitados via mecanismo de leilão, garantindo, dessa forma, que os critérios de confiabilidade de suprimento sejam atendidos.

A mudança mais radical, todavia, se deu no campo da comercialização de energia. Foram criados dois ambientes distintos de comercialização com marcantes diferenças entre si. Um livre e outro regulado. O Ambiente de Contratação Livre (ACL) destina-se à comercialização de energia entre produtores e consumidores livres e, em termos práticos, segue as mesmas regras do modelo original. O Ambiente de Contratação Regulada (ACR), por outro lado, é destinado à comercialização de energia para atendimento aos consumidores cativos. A sistemática de contratação no ACR se dá por meio de leilões públicos por menor preço.

A importância dos leilões do ACR vai além do mero atendimento ao mercado cativo. Por meio deles se assegura a contratação antecipada de energia proveniente de novas usinas via contratos de longo prazo (15 a 30 anos) anteriormente à sua construção, o que não seria possível em condições normais de mercado. Tais contratos representam fator de mitigação de risco para o fluxo de caixa dos empreendimentos, viabilizando a captação dos recursos junto às entidades financeiras e, assim, a expansão do parque gerador. Desse modo, a combinação do planejamento centralizado de longo prazo com os leilões do ACR representam a força motriz da expansão de capacidade e da garantia da adequação do suprimento do sistema elétrico brasileiro.

Portanto, é fundamental para o bom funcionamento desse modelo setorial que a energia destinada ao mercado cativo seja contratada com a maior antecedência possível com contratos de longa duração. Por outro lado, a presença de contratos de prazo muito extenso representa uma

fonte de risco para as distribuidoras frente às incertezas associadas ao comportamento da demanda.

1.2 FERRAMENTAS DE TOMADA DE DECISÃO APLICADAS A MERCADOS DE ENERGIA

Em meio a esse novo ambiente liberalizado, a energia elétrica passa a ser uma *commodity* como outra qualquer, negociada em mercados futuros. Contudo, devido às falhas de mercado inerentes a esse produto (não estocável, de uso contínuo, demanda inelástica, complexidade da rede), os preços de eletricidade tendem, de uma forma em geral, a ser substancialmente mais voláteis que das demais *commodities*.

Liu et al. (2006) apresentam dados históricos do mercado dos Estados Unidos que demonstram a grande volatilidade do preço da energia elétrica em relação a outros bens da economia. De acordo com os dados apresentados, a volatilidade média anual do preço da eletricidade se situa na ordem de 359,8%, enquanto no mesmo período outros segmentos como Petróleo e Gás, Financeiro, Siderurgia, Agricultura e Carnes apresentaram valores de 48,5%, 37,8%, 21,8%, 49,1% e 42,6%, respectivamente.

Com a reestruturação dos mercados de eletricidade, empresas que atuam nesse segmento passaram a estar expostas a uma medida consideravelmente maior de risco, o que demandou o desenvolvimento de novos modelos de suporte a decisão voltados a essa nova realidade. Os modelos tradicionais voltados para operação de sistemas elétricos estritamente técnicos não levam em consideração as novas circunstâncias impostas pelas forças do mercado. Por outro lado, modelos financeiros “puros” não capturam a inerente complexidade operacional associada a sistemas elétricos.

No trabalho de Ventosa et al. (2005) é feito um levantamento das tendências da literatura técnica voltada para modelos matemáticos aplicados ao setor elétrico, classificando-os em três categorias principais: modelos de otimização, modelos baseados em equilíbrio de mercado e modelos baseados em simulação, conforme representado na Figura 1.2. Embora o trabalho se relacione particularmente a modelos voltados para o segmento de geração, sua classificação pode ser estendida coerentemente a modelos de comercialização de energia de uma forma geral.



Figura 1.2 – Tipos de modelos matemáticos usualmente aplicados a mercados de eletricidade.

Modelos de otimização buscam uma solução ótima sob o ponto de vista de uma única firma, geralmente objetivando a maximização do lucro ou a minimização de um custo. Existe uma única função objetivo a ser otimizada dado um conjunto de restrições do problema. Dependendo das características das variáveis envolvidas no problema esses modelos podem ser classificados em determinísticos ou estocásticos. Modelos estocásticos conduzem a resultados mais robustos uma vez que levam em consideração a incerteza associada aos eventos futuros, muito embora essa vantagem venha acompanhada de um aumento da complexidade e de esforço computacional. Outra característica importante relativa a esse tipo de abordagem é a regra de formação do preço. Dado que a análise envolve, via de regra, uma única firma, o comportamento do mercado é traduzido a partir do comportamento do preço. Este pode ser tratado como uma variável exógena, independente do resultado da otimização, ou uma função da decisão individual da firma.

Por sua vez, modelos de equilíbrio representam o comportamento do mercado como um todo, levando em consideração o comportamento de todos os agentes. Em contraste com os modelos de otimização, estes consideram múltiplas funções objetivo de cada firma competindo no mercado. São baseados na teoria dos jogos, no princípio de equilíbrio de Nash, no qual o equilíbrio é alcançado quando a estratégia de cada firma individualmente é a melhor resposta a estratégia empregada pelos seus concorrentes (VENTOSA et al., 2005). Uma abordagem muito comum nessa categoria é o uso de modelos baseados no equilíbrio de *Cournot* para representação de mercados sob concorrência imperfeita.

Por fim, modelos de simulação se assemelham aos modelos de equilíbrio ao retratar o comportamento do mercado a partir de uma solução que considere os objetivos individuais de todos os agentes.

Todavia, alternativamente ao anterior, modelos de simulação representam as decisões estratégicas de cada agente a partir de um conjunto de regras sequenciais, podendo estas serem do tipo adaptativas ou não. Este tipo de abordagem possui a vantagem de ser mais flexível e recomendável em situações em que o problema em análise é muito complexo para ser formulado pelo conjunto de equações de equilíbrio tradicional.

Devido a sua estrutura matemática modelos de otimização tipo firma única permitem a representação de uma gama maior de restrições o que os torna mais propícios para solução de problemas mais difíceis e detalhados tais como estratégia de coordenação hidrotérmica, *unit commitment*, gestão de risco, entre outros, que seriam complexos demais para serem representados via modelos de equilíbrio. Por outro lado, modelos de equilíbrio e de simulação estariam mais aptos para análises que envolvessem a influência das interações entre os agentes no mercado como, por exemplo, estudo de desempenho de mercado, análise de poder de mercado ou uso ótimo da rede.

Existem ainda outras classificações possíveis, baseadas em atributos específicos dos modelos, tais como, horizonte de tempo da simulação, o grau de competição presente no mercado, tratamento dado às incertezas, a modelagem das restrições de rede, linearidades, dentre outros. Para maior aprofundamento do tema sugere-se a leitura do trabalho de Ventosa et al. (2005).

1.2.1 Modelos voltados para gestão de risco

Um tipo de aplicação que vem sido extensivamente utilizada na literatura técnica, no contexto de setores de energia liberalizados, é o uso de modelos de decisão voltados para gerenciamento de risco financeiro na comercialização.

Gerenciamento do risco pode ser entendido como o processo de atingir o balanço desejado entre risco e retorno por meio de uma determinada estratégia comercial. Conforme ilustrado na Figura 1.3, esse processo compreende dois aspectos principais: avaliação do risco e controle do risco (LIU et al., 2006).

A avaliação de risco passa pela identificação qualitativa e quantitativa de perdas associadas a uma determinada situação problema. A parcela quantitativa ou mensuração do risco requer a identificação de duas grandezas fundamentais, a magnitude das perdas e a sua probabilidade de ocorrência. Duas medidas usualmente utilizadas nessa

finalidade são o *Value at Risk (VaR)* e *Conditional Value at Risk (CVaR)* que representam, à sua maneira, uma medida de valor esperado de perdas decorrente de determinado movimento de mercado dentro de um intervalo de confiança.

Por sua vez, o controle do risco em problemas de comercialização de energia se realiza por meio de duas técnicas: *hedging* e diversificação (LIU et al., 2006).

O mecanismo de *Hedging* consiste em contrapor o risco financeiro de determinada operação com a compra de outro derivativo⁹. No caso de comercialização de energia elétrica, as opções de estratégia nessa linha se estendem até o limite da diversidade das ferramentas contratuais disponíveis. Em mercados de energia maduros, a quantidade de derivativos disponíveis se assemelha a de mercados financeiros com opções, futuros, *swaps*, dentre outros. No mercado brasileiro esse tipo de operação ainda é bastante restrita.

A diversificação nesse contexto significa comercializar energia em diferentes mercados com diferentes contrapartes de forma a diluir o risco associado a cada posição. No caso de um gerador, por exemplo, a diversificação poderia estar na escolha das quantidades de energia que seriam comercializadas via contratos de longo e curto prazo e quanto seria destinada a venda no mercado *spot* de forma a minimizar a exposição ao risco de preço no curto prazo. A combinação dessas diferentes estratégias e a correspondente metodologia de controle de risco é denominada otimização de portfólio. Assim, otimização de portfólios e *hedging* seriam as duas formas de mitigação de risco de empresas na comercialização de energia elétrica (LIU et al., 2006).

A conjugação de ferramentas de controle e avaliação de risco com modelos de otimização do tipo firma única, como descrito em Ventosa et al. (2005) é muito utilizada em aplicações práticas para problemas de tomada de decisão sob incertezas. Abordagens desse tipo se propõem a alocar de forma ótima os montantes comercializados dentre múltiplas alternativas disponíveis com o objetivo de maximizar os benefícios da firma ao mesmo tempo em que minimizam a exposição a riscos. A atratividade das alternativas está ligada a probabilidade de realização das variáveis futuras e as suas consequências em decorrência das decisões tomadas.

⁹ Derivativos são instrumentos financeiros que não representam direito de posse sobre determinado ativo, mas derivam seu valor do valor de outro ativo com o qual se relacionam (LIU,2006).

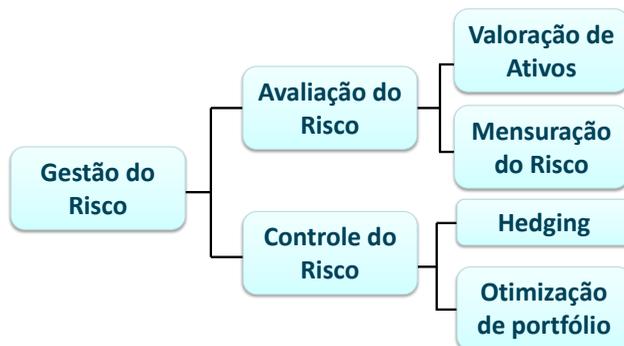


Figura 1.3 – Técnicas de gestão de risco

Probabilidades subjetivas, estudos de comportamento histórico, modelos de previsão, previsões de especialistas, são usados para ponderar o julgamento do tomador de decisão no que se refere à chance de ocorrência de cada cenário. O critério de decisão é, em geral, definido como aquele que resulte o valor esperado ótimo para o problema, muito embora diversas aplicações incorporem também ferramentas de mensuração de risco, como CVaR, na função objetivo ou nas restrições do problema, associado a um critério de aversão a risco.

Conforme será detalhado mais adiante, o problema de gestão da contratação de energia enfrentado pelas distribuidoras no Brasil envolve uma tomada de decisão contendo incertezas. A distribuidora está sujeita a riscos financeiros associados ao não repasse de custos com compra de energia e penalidades. Além das penalizações por violação dos limites de sub e sobrecontratação, existem ainda riscos de perda de repasse no preço de determinados contratos. As características do problema brasileiro sugerem uma abordagem baseada em modelos de otimização voltada para gestão do risco de exposição. Nesse caso, a otimização de portfólio está ligada a estratégia ótima de contratação, e pode ser de grande valia para tomada de decisão das distribuidoras.

1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Dentre as referências pesquisadas no âmbito de modelos de otimização aplicados a sistemas elétricos, percebe-se certa predominância de trabalhos voltados ao segmento de geração para solução de problemas relacionados à atuação no mercado atacadista

como despacho ótimo, *unit commitment*, estratégia de oferta no curto e longo prazo, coordenação hidrotérmica e outros. Os trabalhos relacionados ao segmento de consumo, conhecido como *energy procurement problem*, que em uma tradução livre pode ser entendido com “problema de contratação de energia”, aparecem em geral relacionados à estratégia de contratação de grandes consumidores frente às alternativas de contratação (bilateral, compra no *spot* e uso de geração local)¹⁰. Por exemplo, em Gómez-Villava e Ramos (2003) a modelagem trata em detalhe a situação de um autoprodutor industrial, incluindo também a gestão de balanço térmico e elétrico no problema. Merecem destaque também os trabalhos desenvolvidos por Carrión et al. (2007) e Hochreiter et al. (2006) que abordam o problema de forma probabilística considerando incerteza na formação do preço do mercado de curto prazo. Em ambos os casos, a árvore de cenários é construída a partir de modelos econométricos autoregressivos usados na construção de uma função de distribuição de probabilidades para o preço de curto prazo. A solução é obtida via algoritmo de otimização estocástica inteira-mista incorporando uma métrica de risco na função objetivo (CVaR). Em todos os casos estudados, o comportamento da demanda foi considerado determinístico.

A premissa de demanda determinística se justifica para o caso de um grande consumidor que tem grande medida de gestão sobre a sua produção; contudo, o mesmo raciocínio não se estende no caso de comercializadoras ou, no caso brasileiro, distribuidoras (que atuam como comercializadoras) em razão da natural flutuação do seu mercado consumidor sob o qual não se tem qualquer gerência.

No caso de comercializadoras atuando em mercado livres, a situação se torna mais complexa uma vez que além de determinar a estratégia de contratação deve-se ainda definir um preço de venda para a energia no varejo que tem influência direta no comportamento da carga. Se o preço for alto demais poderá haver uma perda excessiva de mercado impactando na receita. Se for muito baixo pode expor o comercializador a elevado risco financeiro. Em Hatami et al. (2009), o problema da contratação é estendido para o caso do comercializador. As incertezas em relação ao preço e demanda são modeladas a partir de uma função de distribuição bidimensional usando o modelo autorregressivo que explora a correlação entre o preço e a carga para construção dos cenários. A solução do problema é também obtida via

¹⁰ Pode-se citar os trabalhos de Gómez-Villava et al. (2003), Conejo et al. (2005), Conejo et al. (2006), Hochreiter et al. (2006), Carrión et al. (2007) e Zare et al. (2010).

programação estocástica inteira-mista com métrica de controle de risco (CVaR). Nesse caso a decisão compreende as quantidades de energia obtidas via contratos bilaterais, geração própria, compras no *spot*, contratos de opção de compra e o preço de venda de energia.

Trabalhos voltados para a distribuição são mais restritos, muito em função da abertura do mercado varejista na maioria dos mercados desenvolvidos, que fazem da distribuidora basicamente uma operadora de rede. Em Wang et al. (2008), o autor aborda o problema de avaliação de risco de distribuidoras em mercados emergentes frente às incertezas associadas ao comportamento da demanda, perda de grandes consumidores e inadimplência. O trabalho modela a função de distribuição de probabilidade conjunta de perdas financeiras e quantifica os riscos com base na metodologia do VaR, mas não envolve tomada de decisão direta via modelos de otimização. Em Oum et al. (2005), o autor elabora um modelo conceitual para determinação da estratégia ótima de contratação utilizando contratos a termo, opções de compra e venda e *bonds*, para uma *Load Serving Entity* para fazer *hedge* frente ao risco volumétrico (quantidade demandada). Os autores exploram a possibilidade de correlação entre o preço e a demanda para construção de um modelo em forma fechada, a partir de distribuições de probabilidade baseadas na distribuição normal.

Trabalhos relacionados ao problema da contratação no mercado brasileiro são restritos devido à singularidade e complexidade da nossa arquitetura de mercado e a relativa curta vigência do atual modelo. O problema ganha contornos muito particulares pelo fato de se tratar de um mercado apenas parcialmente liberalizado, especialmente no caso das distribuidoras que atuam como comercializadoras no ACR sob regulação.

Fagundes e Ramos (2009) analisam a estratégia de contratação de um consumidor livre atuando no mercado brasileiro emulando a formação dos preços dos contratos de energia no ACL e no ACR.

Em Castro e Filho (2005) é proposto um método de suporte a decisão de contratação de energia no atacado baseado em uma função de medida de risco multiobjetivo. Os autores desenvolvem um método para estimativa da função de distribuição do preço baseado no comportamento da hidrologia presente no sistema brasileiro. As probabilidades associadas a cada cenário de preço definem a função densidade de probabilidade para os resultados financeiros esperados frente a um conjunto de alternativas de contratação. A medida de risco utilizada é o VaR. Em Castro (2004), o autor faz uma análise do risco a

que as distribuidoras estão expostas frente a diferentes estratégias de contratação, de forma semelhante ao Wang et al. (2008), considerando as especificidades do caso brasileiro. O autor quantifica o grau de exposição da concessionária para um caso real, considerando diferentes estratégias de contratação frente a diferentes realizações de mercado e preços. Os cenários são criados por simulação de Monte Carlo (FISHMAN, 1996) a partir de intervalos de incerteza hipotéticos para as variáveis aleatórias sob a premissa de normalidade. A escolha da melhor estratégia se dá a partir da menor exposição a risco.

Em Susteras (2006) é desenvolvido um modelo de apoio à decisão para contratação de energia por distribuidoras atuando no ACR. O problema da contratação da distribuidora é resolvido por meio de um modelo de otimização baseado em Algoritmos Genéticos, objetivando minimizar o custo total com compra de energia e penalizações da concessionária, considerando as regras de repasse. O modelo é determinístico quanto as variáveis de entrada.

Por sua vez, Guimarães (2006) vai mais além atacando o problema via um modelo de otimização estocástica multiestágio. O problema considera o ambiente de incerteza quanto à demanda para determinar os volumes contratados em cada leilão para um determinado cenário de preço. A função objetivo consiste em minimizar o custo esperado de uma ponderação entre a tarifa do consumidor e o custo com compra de energia da distribuidora. A incerteza quanto à demanda é representada por uma árvore de cenários construída a partir de um modelo autoregressivo tendo como base uma projeção de referência.

1.4 OBJETIVOS E ESTRUTURA DO TRABALHO

Distribuidoras de energia elétrica estão sujeitas ao risco de preço e risco volumétrico (de montantes) no atendimento ao seu mercado; portanto, um risco multiplicativo que as expõem a perdas potencialmente desastrosas. A natureza estocástica das variáveis envolvidas abre espaço para a utilização de técnicas de otimização estocástica que abordam o problema da incerteza pela inclusão de múltiplos cenários baseados em uma árvore de possíveis realizações futuras.

A literatura técnica é deficiente em abordar o problema sob a ótica da distribuidora, principalmente no caso brasileiro em que as distribuidoras comercializam energia de forma regulada sob um

conjunto complexo de regras que restringem em grande parte a sua liberdade de atuação. Nesse contexto, os objetivos deste trabalho são:

- Formular o problema da gestão da contratação da distribuidora sob a forma de um modelo de otimização estocástica multiestágio, incorporando as restrições associadas as regra de comercialização do ACR, objetivando a obtenção de uma política ótima de contratação de médio/longo prazo;
- Incorporar o método de decomposição *Progressive Hedging* proposto por Rockafellar e Wets (1991) na solução do problema de grande porte, avaliando a sua eficiência e aplicabilidade a um caso real e de grande porte;
- Avaliar a efetividade e consistência do modelo desenvolvido na solução do problema por meio de estudos de caso hipotéticos.

Essa dissertação está estruturada da seguinte maneira: no Capítulo 2 é apresentada uma síntese das regras de comercialização no SEB; no Capítulo 3 são apresentados conceitos teóricos associados a problemas de otimização sob incertezas; no Capítulo 4 detalha-se o equacionamento e modelagem utilizada no trabalho; nos capítulos 5 e 6 são apresentadas as premissas e resultados das simulações computacionais realizadas e, por fim, no Capítulo 7 são discutidas as principais conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2 COMERCIALIZAÇÃO DE ENERGIA NO ACR

Conforme citado no capítulo anterior, a contratação de energia elétrica no mercado brasileiro se caracteriza pela presença de dois ambientes de comercialização distintos: o Ambiente de Contratação Livre (ACL) e o Ambiente de Contratação Regulada (ACR). A Figura 2.1 ilustra essa segmentação.

O ACL é o segmento onde se realizam operações comerciais entre consumidores classificados como livres ou especiais, produtores independentes, autoprodutores, importadores e exportadores de energia. Trata-se, portanto, de um mercado de contratos futuros de negociação bilateral. Os contratos são livremente negociados entre compradores e vendedores por negociação bilateral. A data de início do suprimento, duração, preço, sazonalização, modulação, bem como todos os demais aspectos dos contratos são definidos em comum acordo entre as partes em caráter privado.

O ACR é aquele no qual se comercializa energia para atendimento aos consumidores ditos cativos que no processo de contratação são representados pela sua distribuidora local, responsável por atender a 100% do seu mercado. Diferentemente do ACL, os contratos nesse ambiente são firmados por processo de leilão realizado entre geradores para atendimento à demanda prevista. O prazo de entrega, duração e demais aspectos do contrato são definidos de acordo o tipo do leilão, descrito em regulamento específico.

No Brasil, considera-se livre (ou potencialmente livre) consumidores cuja carga contratada seja superior a 3 MW. A esses consumidores é facultada a opção de adquirir sua energia diretamente do produtor no ambiente livre, enquanto que os demais devem obrigatoriamente adquirir energia da sua distribuidora local. A exceção a essa regra é feita aos consumidores classificados como especiais que correspondem àqueles com carga contratada igual ou superior a 500 kW e compram exclusivamente de fontes de energia solar, eólica e biomassa com potência inferior a 50 MW (BRASIL, Lei nº 9.074; Lei nº 9.427).

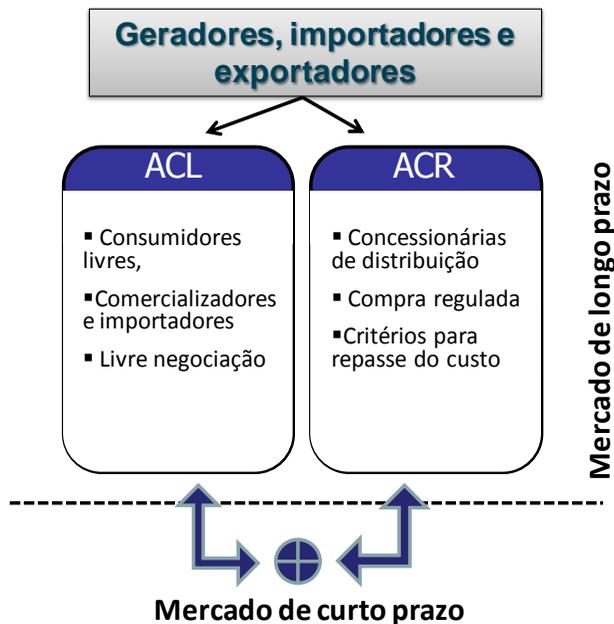


Figura 2.1 – Diagrama da comercialização no SEB.

O exercício da prerrogativa por parte do consumidor de migrar para o ambiente livre deve ser comunicado à concessionária de distribuição no prazo de até 15 dias antes da declaração de necessidade de compra da concessionária para o ano seguinte. Por sua vez, o montante de contratos correspondente a energia equivalente à migração desses consumidores pode ser devolvida ao gerador por parte da concessionária. Por outro lado, a opção de retorno do consumidor livre para o suprimento da distribuidora deve ser anunciada com 5 anos de antecedência, para que a distribuidora possa adquirir contratos correspondentes a esse consumo no ACR.

Os principais objetivos para a separação dos ambientes de comercialização, como já mencionado na seção introdutória, são a garantia da adequação do suprimento e a modicidade tarifária.

O atendimento ao primeiro objetivo foi instrumentalizado por meio da obrigatoriedade das distribuidoras de contratação antecipada de 100% do seu mercado nos leilões do ACR. Ao se estabelecer a contratação antecipada da demanda, em especial com contratos de longo prazo, criou-se um forte mecanismo de mitigação de risco para o

ingresso de novos geradores no mercado. O vencedor do leilão tem a garantia de venda de grande parte da sua produção, se não toda, ao longo de contratos de 15 a 30 anos. De fato, os leilões de energia do ACR têm demonstrado nos últimos anos ser a principal força indutora da expansão da oferta de energia elétrica no país.

O segundo objetivo decorre em grande medida da má experiência vivenciada com a aplicação do primeiro modelo institucional do setor elétrico entre 1995-2003. A presença de um mercado cativo com garantia de repasse dos custos com compra de energia, como feito no Brasil¹¹, não fornece os incentivos econômicos para que a distribuidora adquira sua energia de forma eficiente. Soma-se a isso uma estrutura de mercado concentrada com a presença de geradores e distribuidores integrantes do mesmo grupo econômico. Nesse contexto, a ausência de regras que limitem práticas anticompetitivas dá margem para abuso de poder de mercado, como verificado nos contratos *self-dealing* praticados nos períodos passados. A contratação por leilões públicos tem função de mitigar esse tipo de problema.

2.1 MERCADO DE CURTO PRAZO E LIQUIDAÇÃO

Todos os contratos de compra e venda de energia celebrados tanto no ACR como no ACL devem ser registrados na CCEE, que realiza a medição dos montantes efetivamente produzidos/consumidos por cada agente.

O processo de liquidação consiste da comparação entre os montantes contratuais firmados e os volumes de energia efetivamente transacionados entre os agentes para fechamento do balanço de carga em tempo real. Com o ilustrado na Figura 2.2, as diferenças apuradas, positivas ou negativas, são contabilizadas para posterior liquidação financeira no Mercado de Curto Prazo (MCP) e valoradas ao PLD. Caso o somatório dos contratos seja insuficiente para cobertura do consumo verificado, a CCEE liquida essa diferença a preço de PLD como se o agente comprasse essa energia no mercado de curto prazo. Da mesma maneira, na situação contrária, a CCEE liquida a diferença vendendo o excedente pelo PLD.

¹¹ O Brasil adota um regime *price cap* com *pass through* na regulação tarifária das distribuidoras, caracterizado pelo repasse integral para custos não gerenciáveis, incluindo compra de energia, ressalvados os limites de repasse previstos em norma.

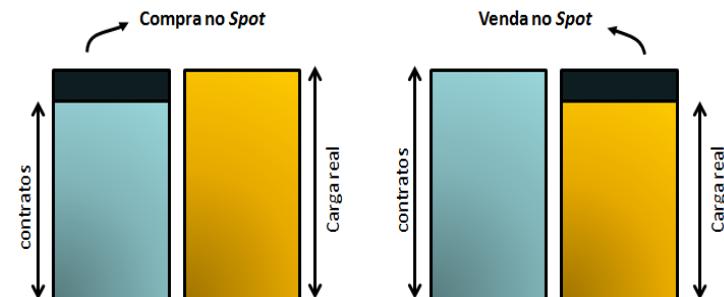


Figura 2-2 – Liquidação no MCP pela ótica do comprador.

Assim, o MCP pode ser definido como o ambiente onde são liquidadas as diferenças entre os montantes de energia elétrica contratados e comercializados entre os agentes, de forma a fechar suas posições no mercado.

Para o processo de contabilização, os contratos devem ser discretizados ao longo do período de comercialização. Assim, devem ser realizados dois processos:

- A sazonalização, à qual corresponde a distribuição do volume contratado ao longo dos meses de duração do contrato;
- A modulação que corresponde à alocação dos montantes mensais em discretização horária ou patamar de carga a cada mês.

No ACL esses processos são realizados de forma negocial entre os compradores e vendedores. No ACR há regras específicas para cada tipo de contrato (TOMALSQUIM, 2011).

2.2 CONTRATOS DE COMPRA E VENDA DE ENERGIA

O Contrato bilateral (contrato a termo) é o principal instrumento de mitigação de exposição a risco disponível na comercialização de energia no mercado brasileiro¹².

¹² Existem instrumentos diversos de mitigação de risco como o Mecanismo de Realocação de Energia (MRE) ou mesmo alguns derivativos negociados bilateralmente no mercado livre, mas estes têm finalidade específica e não estão estruturados na forma de um mercado (SAMPAIO, 2011).

Existe uma vasta gama de tipos de contratos disponíveis dependendo do ambiente em que são comercializados, dentre os quais destacam-se:

- Contratos de Comercialização em Ambiente Livre (CCEAL);
- Contrato de Comercialização em Ambiente Regulado (CCEAR);
- Contratos de Ajuste;
- Contratos de Geração Distribuída;
- Contrato de Itaipu;
- Contratos do PROINFA;
- Contratos de Cotas de Angra I e II;
- Contrato de Cotas de Garantia Física e Potência (CCGF)¹³;
- Contratos de Energia de Reserva (CER)

Os contratos tipo CCEAL decorrem da livre negociação entre os agentes integrantes do ACL. Uma categoria especial desse tipo de contrato é o Contrato de Comercialização de Energia Incentivada (CCEI) usado para celebração de acordo de compra e venda entre consumidores especiais e fontes de energia incentivadas.

Os CCEARs são contratos de compra e venda celebrados entre os geradores vencedores do leilão realizado e as distribuidoras participantes do certame no âmbito do ACR. Como será visto mais adiante, a distribuidora pode ainda adquirir energia por meio de processos públicos diferenciados como Leilões de Ajuste (LAJ) ou chamadas públicas para contratação de geração de distribuída (GD). Por conseguinte, contratos específicos são previstos para celebração de acordo de compra e venda por essas alternativas.

Além dos contratos acima citados, que decorrem do processo voluntário de contratação por parte das distribuidoras, existem ainda

¹³ A energia elétrica proveniente de concessões de geração prorrogadas nos seus termos sejam alocadas às concessionárias de distribuição por meio de cotas de garantia física a preços regulados e reajustados anualmente de acordo com metodologia específica (ANEEL, REN 521)

outros de natureza compulsória, atribuídos às distribuidoras integrantes do Sistema Interligado Nacional (SIN) sob condições específicas.

O Contrato de Itaipu tem por finalidade repartir entre as distribuidoras a energia proveniente da produção de Itaipu Binacional. Nesse caso específico, a responsabilidade pela comercialização é da Eletrobrás e as quantidades de energia e potência disponibilizadas para o Brasil e parcela adquirida do Paraguai são repassadas às distribuidoras integrantes das regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste por meio de cotas-parte na proporção do mercado de cada uma. De forma semelhante, Contratos do Proinfa, Usinas de Angra I e II e Cotas de Garantia Física de Usinas Renovadas tem por objetivo ratear também na forma de cotas-parte a energia proveniente dessas fontes entre as distribuidoras do SIN. A definição das cotas é realizada com periodicidade anual pela ANEEL, usualmente na proporção do mercado cativo de cada distribuidora. Particularmente no caso das cotas de usinas renovadas a distribuição se dá por regra específica¹⁴.

Por fim, o mecanismo de contratação da Energia de Reserva visa assegurar a segurança no fornecimento de energia elétrica do SIN com usinas especialmente contratadas para essa finalidade em leilão específico. A Energia de Reserva é liquidada exclusivamente no curto prazo e não constitui lastro contratual para as distribuidoras. Não obstante, a sua contratação enseja que sejam firmados o Contrato de Energia de Reserva (CER) e o Contrato de Uso de Energia de Reserva (CNUER) entre as partes vendedora e compradora.

2.3 PROCESSO DE CONTRATAÇÃO

A principal característica do processo de contratação no ACR é a obrigatoriedade de contratação pública por meio de leilões ou chamada pública. Para assegurar o princípio da modicidade tarifária, que balizou o novo modelo, os leilões são realizados na forma de comprador único, onde as distribuidoras se agrupam em *pool* na medida das suas necessidades de contratação e os geradores competem por menor preço para atender à demanda a ser contratada. Às distribuidoras cabe somente a declaração da sua necessidade de compra no leilão, que deve ser gerenciada de forma a garantir o lastro contratual para atender a 100% do seu mercado cativo.

¹⁴ A forma de rateio das Cotas de Garantia física proveniente de usinas que passaram por renovação da concessão foi definido pela Resolução Normativa nº 521, de 11 de novembro de 2012.

Como ilustrado na Figura 2.3, o processo de contratação é multilateral¹⁵, ou seja, finalizado o leilão são celebrados CCEARs bilaterais entre todos os vendedores vitoriosos do certame e distribuidoras inscritas na proporção da sua declaração de necessidade. Com isso se objetiva minimizar o risco de inadimplência para os vendedores haja vista que o gerador não tem gestão sobre a escolha da sua contraparte compradora. Ao mesmo tempo mitiga também a possibilidade de práticas anticompetitivas entre agentes compradores e vendedores pertencentes ao mesmo grupo econômico.

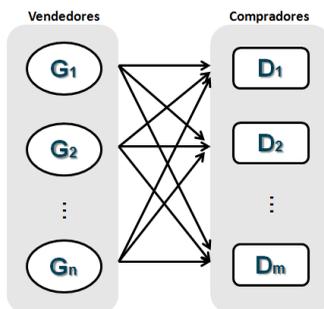


Figura 2.3 – Celebração de CCEARs pós leilão.

2.3.1 Separação da oferta

No âmbito da comercialização no ACR a energia ofertada nos leilões públicos é segmentada em duas categorias principais de acordo com a sua origem: energia existente e energia nova.

A regra é simples: classifica-se como energia existente àquela proveniente de empreendimentos que até a data de início de leilão já possuam o termo de outorga para comercialização de energia. Ou seja, o empreendimento está disponível para ser comercializado. Por outro lado, empreendimentos de geração que ainda não detêm à época do certame o termo de outorga são classificados como energia nova. Se enquadram nesse segundo grupo empreendimentos que ainda estão por ser construídos ou mesmo a parcela de energia referente a expansão de um empreendimento já existente.

A classificação da energia como nova ou existente independe do tipo de potencial energético a ser explorado, podendo esse ser de origem hidrelétrica, termelétrica ou demais fontes alternativas. Trata-se de um

¹⁵ Exceção feita à chamada pública para contratação de GD.

conceito jurídico que está associado à disponibilidade da energia para ser comercializada no momento do certame, ou no futuro.

A fundamentação por trás dessa separação está na necessidade de distinguir as usinas antigas com investimentos já amortizados daquelas novas e mais caras. A presença dos dois tipos competindo no mesmo mercado poderia elevar o preço da energia existente comercializada a patamares próximos daqueles praticados por novos empreendimentos.

Além disso, há também a necessidade de garantir um ambiente propício para a expansão da oferta de energia. Por essa razão, leilões destinados a comercialização de energia nova resultam em contratos de maior duração e prazo para início de entrega de forma a minimizar o risco para o empreendedor.

2.3.2 Tipos de leilão

Existem diversos tipos de leilão disponíveis no ACR, com prazos contratuais e duração variando de acordo com cada um deles, conforme destacado a seguir:

- i. Leilão de Energia Nova;
- ii. Leilão de Energia Existente;
- iii. Leilão de Ajuste;
- iv. Geração distribuída.

Leilões destinados a contratação de energia nova tem por objetivo atender a expansão futura da demanda e ocorrem com maior antecedência em relação a data de entrega de forma a permitir tempo suficiente para execução das etapas necessárias à construção da usina. Podem ser realizados de três a cinco anos antes ao ano de suprimento, ano “A”, daí a convenção em chamá-los Leilões A-5 e A-3. Tipicamente os leilões A-5 destinam-se a contratação de energia proveniente de fontes de origem hidrelétrica devido ao maior tempo de construção de tais empreendimentos. Já nos leilões A-3, via de regra, se contrata energia de origem termelétrica, importação e fontes renováveis, que podem ser construídos em menor tempo. A legislação possibilita ainda a realização de leilões em A-4, A-2 e A-1 para contratação de energia proveniente exclusivamente de fontes alternativas.

Diferentemente da energia existente, os processos de licitação de energia nova, especialmente de origem hidrelétrica, são precedidos de uma série de etapas prévias. No caso de empreendimentos hidrelétricos,

os projetos são estudados e habilitados pela Empresa de Pesquisa Energética (EPE) para a participação no leilão. No caso de empreendimentos termelétricos, PCHs e hidrelétricas com potência inferior a 50 MW, os projetos são estudados por particulares e habilitados tecnicamente pela EPE. O processo licitatório ocorre em duas etapas, sendo a primeira delas destinada a obter o direito de exploração do empreendimento de geração e a segunda, composta pelos vencedores da primeira etapa para cada empreendimento, destinada a competição para a comercialização da energia para atendimento as distribuidoras¹⁶.

A duração dos contratos de energia nova pode variar de, no mínimo, dez e, no máximo, trinta anos, dependendo do tipo de leilão e fonte. Em geral, os contratos provenientes de leilões de energia nova de origem hidrelétrica são firmados por trinta anos e os de origem térmica quinze anos.

Nos leilões destinados a contratação de energia existente, há possibilidade de uma antecedência menor na realização. A contratação ocorre no ano anterior ao início de suprimento, nos chamados leilões A-1, e sua duração também é menor, podendo variar de um a quinze anos. Como o tempo para atendimento à carga é bem menor, o objetivo desse tipo de leilão é atender a parcela existente da demanda. Por essa razão, as compras nesse tipo de leilão ficam limitadas aos chamados Montantes de Reposição (MR) que representam os montantes contratuais que estão por vencer da distribuidora, ou seja, os leilões em A-1 buscam manter o lastro contratual para atendimento a carga existente. A Figura 2.4 ilustra cronologicamente o processo de contratação nos leilões do ACR.

Os Leilões de Ajuste têm por finalidade suprir valores residuais de demanda das distribuidoras não atendida pelos leilões de energia nova e existente. Diferentemente dos demais leilões, o processo de contratação é individualizado para cada submercado. Os geradores escolhem o submercado que pretendem suprir e competem entre si para atendimento do requerimento de demanda. O prazo de entrega é em geral para o próprio ano do leilão e a duração do contrato de até dois anos. Por se tratar de uma ferramenta de ajuste, as compras nesse tipo de leilão são limitadas a um por cento da carga da distribuidora.

¹⁶ Nos leilões A-3 e A-5 o edital do leilão poderá prever que parte da energia seja destinada a comercialização no ambiente livre ou consumo próprio (BRASIL, DECRETO Nº 5.163) .

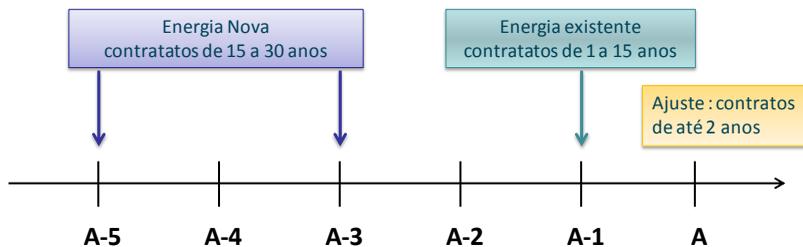


Figura 2.4 – Leilões de compra no ACR.

Finalmente, de forma a incentivar a geração local descentralizada, é facultado à distribuidora a contratação por meio de chamada pública de energia proveniente de geração distribuída conectada à sua rede de distribuição¹⁷. Compras nesse tipo de leilão estão limitadas a no máximo dez por cento da carga da distribuidora.

2.4 GESTÃO DA CONTRATAÇÃO NO ACR

Cabe a concessionária gerenciar sua contratação de forma a se manter em um nível contratual suficiente para atendimento do seu mercado consumidor. E deve fazê-lo de forma eficiente, uma vez que grandes desvios do volume contratado em relação à demanda ensejam penalizações, seja por meio de penalidade direta, no caso de insuficiência de lastro, ou por restrições de repasse nas demais situações. Por essa razão é de fundamental importância para concessionária a definição de uma boa estratégia de contratação.

Tendo em vista a dificuldade de prever com precisão a evolução do mercado consumidor permite-se à distribuidora certo grau de tolerância, podendo ela estar até 3%¹⁸ sobrecontratada em relação a carga. Situação esta em que lhe é garantida o repasse integral do custo com a compra de energia até esse limite. Por outro lado, caso a distribuidora se encontre em situação de subcontratação, a mesma estará sujeita a penalidades por insuficiência de lastro contratual.

¹⁷ O Decreto nº 5.163/2004 define como geração distribuída PCHs, termelétricas com eficiência não inferior a 75%, inclusive de cogeração, e empreendimentos termelétricos que utilizem biomassa ou resíduos de processo como combustível não limitados a esse parâmetro de eficiência.

¹⁸ No decorrer da elaboração deste trabalho foram promovidas alterações normativas no limite superior de sobrecontratação em decorrência das alterações provocadas pela Lei nº 12.783/2013. O Decreto nº 7.945 de 7 de março de 2013 ampliou esse limite para 5%.

2.4.1 Mecanismos de troca contratual

Além dos processos de contratação descritos na seção anterior, existe ainda a possibilidade de aquisição de contratos de energia (ou mesmo partes de contratos) entre as concessionárias pelos mecanismos de troca contratual previstos no ACR. Por meio deles é possível mitigar o grau de exposição das distribuidoras no curto prazo.

O Mecanismo de Compensação de Sobras e Déficits – MCS D (CCEE) permite o intercâmbio de montantes contratuais referentes aos CCEARs de energia existente e caracteriza-se por ser um mercado de ajuste, de participação voluntária entre os agentes de distribuição. As concessionárias com excedente contratual (cedentes) declaram a quantidade que pretendem ceder e as distribuidoras com déficit contratual (cessionárias) declaram quanto precisam adquirir.

Operacionalmente existem diversas modalidades de MCS D. O chamado MCS D 4%, principal ferramenta de mitigação de risco, faculta às concessionárias descontratar de forma unilateral seu montante contratual de energia existente sob as seguintes condições: (i) migração de consumidores potencialmente livres ao ACL; (ii) outras variações de mercado, possibilitando a redução de até 4% ao ano; e, (iii) acréscimo nos contratos iniciais, celebrados até 16 de março de 2004. Caso o volume a ser cedido seja maior que a necessidade dos cessionários, a parcela residual dos contratos é devolvida aos vendedores. Existe ainda o MCS D “Trocas Livres” que permite trocas adicionais de contratos sem as limitações impostas pelo anterior. Contudo, este é, em termos práticos, mais limitado, pois necessita sempre de uma parte cessionária, ou seja, não há possibilidade de devolução ao vendedor. Por último, o MCS D *ex-post* é uma ferramenta destinada unicamente à mitigação do risco de subcontratação, realizado em base anual.

Também é possível a troca de CCEAR de energia nova, muito embora não exista um mecanismo centralizado como o MCS D para essa finalidade. De acordo com a Resolução Normativa nº 508 - ANEEL, de 04 de setembro de 2012, para adequar o nível de cobertura contratual às necessidades de seu mercado cativo, a distribuidora poderá celebrar as seguintes modalidades de acordo bilateral envolvendo CCEAR de energia nova:

- i. Postergação do início do período de suprimento;
- ii. Suspensão temporária do período de suprimento;
- iii. Redução temporária ou permanente de energia contratada;

- iv. Rescisão contratual amigável; e
- v. Transferência direta, temporária ou permanente, de posição contratual para outra distribuidora.

As modalidades acima devem ser aprovadas por todas as partes envolvidas e pela própria ANEEL em processo de análise específico.

2.4.2 Regras de Repasse

De forma a evitar que o exercício de escolha individual de cada concessionária sobre sua estratégia de contratação comprometa a expansão do sistema ou exponha o consumidor a risco de elevação das tarifas, foram criados mecanismos de incentivo à contratação eficiente, instrumentalizados por meio de restrições de repasse de preços para os casos de transgressão dos limites estabelecidos.

Um dos principais mecanismos de incentivo nesse sentido é o Valor de Referência (VR), que tem como função limitar o repasse de aquisição de energia ao preço médio ponderado da energia nova observado pelo *pool* das distribuidoras. Seu valor é calculado anualmente de acordo com a seguinte fórmula:

$$VR = \frac{VL5 \cdot Q5 + VL3 \cdot Q3}{Q5 + Q3} \quad (2.1)$$

Em que $Q5$, $Q3$, $VL5$ e $VL3$ representam as quantidades adquiridas e preços médios negociados nos leilões A-5 e A-3, respectivamente, para um determinado ano A.

Existe também o Valor de Referência de Energia Existente (VRE) que corresponde ao preço médio de compra nos leilões de energia existente, utilizado para limitar o preço de compra de energia nova nos casos em que se descumprem o critério de recontração mínima em leilões A-1, como será explicado mais à frente.

A margem de atuação da distribuidora é bastante restrita, principalmente nos leilões com prazo de entrega mais curto. Existe uma série de restrições quanto aos montantes de energia que podem ser adquiridos e preços máximos de repasse em cada tipo de leilão. De uma forma geral, o que a norma se propõe é incentivar as distribuidoras a contratar a energia para atendimento ao crescimento da sua demanda com maior antecedência possível e, assim, viabilizar a expansão do parque gerador e garantir a adequação do suprimento. Ao mesmo tempo, existe também o incentivo para que a concessionária projete com

precisão o crescimento da sua demanda penalizando grandes desvios de contratação em relação à carga.

A seguir, na Tabela 2.1, estão descritas resumidamente as restrições impostas pela regulamentação envolvendo o problema da gestão da contratação de uma distribuidora no ACR.

Tabela 2.1 – Restrições e limites de repasse por tipo de contrato.

Tipo de Leilão	Restrições
Geração Distribuída	Compra limitada a 10% da carga da distribuidora Repasse limitado ao VR
Leilões de Ajuste	Compra limitada a 1% do total de contratos da distribuidora Repasse limitado ao VR
Leilões A-1	Compra limitada ao Montante de Reposição mais 0,5% da carga da distribuidora no A-1 Recontração mínima pelo menos 96% do seu Montante de Reposição para o ano seguinte Limitação de repasse da parcela de contratos correspondente ao descumprimento do critério de recontração mínima pelo VRE Possibilidade de devolução de até 4% do volume total de contratos dessa modalidade anualmente
Leilões A-3	Compra limitada 2% da carga da distribuidora no A-5; Repasse limitado do menor valor entre VL3 e VL5 para a parcela que exceder o limite
Leilões A-5	Sem restrições de compra

Portanto, a distribuidora está sujeita a riscos financeiros associados ao não repasse de custos com compra de energia e penalidades. Além das penalizações, por violação dos limites de sub e sobrecontratação, existem ainda riscos de perda de repasse no preço de determinados contratos. O Leilão de Ajuste, por exemplo, oferece um risco de perda financeira na medida em que o preço de aquisição no leilão supere o valor do VR para aquele ano. O mesmo vale para energia comprada na forma de GD.

Também no caso dos leilões A-3, em caso de violação do limite de 2%, a parcela contratual que excede esse limite terá o seu repasse limitado ao menor valor entre o preço de fechamento do A-3 e A-5. Essa limitação visa incentivar as distribuidoras a comprar a maior parte do crescimento do seu mercado nos leilões A-5.

Há também o risco de repasse do preço da energia nova, que decorre do não cumprimento do critério de recontratação de 96% do MR nos leilões A-1. O montante contratual equivalente à diferença entre o total recontratado e o referido limite aplicado aos contratos de energia nova da distribuidora terá o seu preço limitado ao VRE. A intenção nesse caso é desestimular a distribuidora a substituir energia existente por nova em seu portfólio de contratos e, assim, elevar excessivamente o custo médio com compra de energia pago pelo consumidor.

2.4.3 Estratégia de contratação

Existem, portanto, seis alternativas para aquisição de contratos no ACR para fins desse trabalho. Cinco tipos de leilão e ainda a possibilidade de aquisições de sobras de outras distribuidoras por meio de trocas. Ao mesmo tempo, existe também a possibilidade de devolução ou seção de contratos via trocas.

Cumprir à distribuidora gerir o seu nível contratual dentro de um equilíbrio fino e respeitando-se os limites de aquisição atinentes a cada modalidade de leilão de forma a evitar as penalizações. Naturalmente, quanto maior a antecedência da contratação, menor certeza haverá com relação ao comportamento do mercado e dos preços no futuro. Existe um *trade off* claro entre se contratar com muita antecedência e ficar exposto ao risco da variação da demanda ou esperar para contratar a energia com menos antecedência, ficando sujeito a penalizações de ordem regulatória no repasse dessa energia às tarifas. Trata-se de um problema de mitigação de risco no qual uma atuação equivocada pode conduzir a um impacto significativo no caixa da distribuidora. A definição da estratégia adequada de atuação, que minimize o custo

esperado com perdas de receita da concessionária, é justamente o que este trabalho se propõe a estudar.

3 OTIMIZAÇÃO SOB INCERTEZAS

Nesta seção serão abordados os conceitos básicos envolvendo problemas de otimização sob incertezas que serão usados para fundamentar as análises apresentadas nas seções seguintes.

Incertezas sempre estarão presentes em situações de tomada de decisão, quaisquer que sejam os modelos utilizados. Podem estar associadas, por exemplo, à aleatoriedade de variáveis relevantes para a tomada de decisão, ou mesmo ao desconhecimento do processo que as produz. Nesse aspecto, os problemas de otimização podem ser classificados em duas categorias: determinísticos ou estocásticos, dependendo da natureza dos dados de entrada do problema.

Em problemas determinísticos não há representação de incertezas, i.e., todos os dados de entrada são conhecidas no momento da decisão. Tal proposição pode se dar em decorrência de uma simplificação do processo em si ou resultado do uso de estimativas confiáveis no caso de processos bem conhecidos. Situações em que o peso do componente aleatório não conhecido tem pouca relevância no problema como um todo favorecem o uso de modelos determinísticos. Contudo, problemas do mundo real normalmente envolvem grande medida de incertezas que não podem ser desprezadas e, apesar de muito mais simples em comparação aos problemas estocásticos, abordagens de natureza determinística nem sempre podem ser aplicadas de forma satisfatória na prática.

No contexto desse trabalho, o problema da gestão da contratação envolve uma série de incertezas, tais como a oferta de energia, o preço de fechamento nos leilões, o comportamento do PLD, a realização futura da demanda, dentre outras. Trata-se de um problema envolvendo grande número de variáveis estocásticas em que o resultado de cada uma delas representará, em maior ou menor grau, impacto no resultado financeiro da distribuidora. Diante disso, soluções de caráter determinístico tendem a se mostrar pouco robustas. Uma solução ótima para determinado cenário pode se mostrar extremamente desastrosa em outro.

Modelos estocásticos buscam contrapor essas incertezas por meio de uma solução que agregue múltiplos cenários, sendo a cada cenário atribuída uma probabilidade de realização. A solução torna-se então um valor esperado, com base nas possíveis realizações futuras. A ideia é se obter uma solução que leve em conta as diversas possibilidades de

realizações futuras (minimizando o valor esperado da solução frente a cada uma delas).

Afim de melhor elucidar esses conceitos, será apresentado a seguir um exemplo simplificado de um problema de otimização linear de dois estágios. A formulação foi inspirada em um problema conhecido da literatura, denominado problema do estoque ou problema do jornaleiro (BIRGE; LOUVEAUX, 2011), com adaptações de forma a contextualizá-lo a situação de gestão de contratação de energia.

Considere o problema de uma distribuidora que deve decidir quanto de energia deverá contratar para atender a sua demanda para o ano seguinte “ d ” e, para tanto, a distribuidora dispõe de duas opções de contratação, i.e., contratos C_1 e C_2 , conforme apresentado na Tabela 3.1.

Deixando de lado por ora toda a complexidade envolvendo as regras de contratação no ACR, supõe-se que a distribuidora tem a opção de escolher entre duas alternativas de contratos, um de longo e outro de curto prazo. A opção de longo prazo, C_1 , apresenta um preço mais baixo de R\$30/MWh, enquanto que o contrato de curto prazo, C_2 , apresenta um preço mais alto de R\$ 40/MWh . Por outro lado, C_2 é mais flexível, facultado a concessionária descontratar uma pequena parte da energia comprada no ano seguinte, caso seja necessário. Assim, a distribuidora deve encontrar uma solução de compromisso entre flexibilidade e custo para alocação do seu portfólio entre contratos de longo e curto prazo. Ademais, há de se considerar que por questões de disponibilidade só é possível contratar até 80 MWh de energia via C_1 .

Tabela 3.1 – Alternativas de contratos.

Tipo de contrato	Preço (R\$/MWh)	Contratação máxima (MWh)	Descontratação (MWh)
Contrato C_1	30	80	-
Contrato C_2	40	-	5

O processo simplificado de liquidação ocorre da seguinte forma: caso a distribuidora possua mais contratos do que o necessário para atender a sua demanda, o excedente será liquidado a um preço menor do que o valor comprado, implicando em um custo de R\$ 20/MWh para a distribuidora. A situação inversa, a falta de lastro contratual, implicará em penalidade para a concessionária, além da despesa com compra no MCP, representando um custo de R\$150/MWh sobre a parcela do

déficit. Ou seja, a concessionária é penalizada por desvios de contratação em ambas as situações como apresentado na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Custo dos desvios em relação à demanda

Situação	Preço (R\$/MWh)
Sobrecontratação	20
Subcontratação	150

Assim, o problema de contratação dessa distribuidora pode ser formulado como um problema de otimização da seguinte forma:

$$\min p_1 q_1 + p_2 q_2 + p_{sob} z_{sob} + p_{sub} z_{sub}$$

s.a:

$$\begin{aligned} q_1 + q_2 - z_{sob} + z_{sub} - tr &= d \\ q_2 - tr &\geq 0 \\ 0 \leq q_1 &\leq 80 \\ 0 \leq tr &\leq 5 \\ q_1, q_2, z_{sob}, z_{sub} &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

em que:

q_1, q_2 são os montantes de energia contratados via C_1 e C_2 , respectivamente em MWh;

z_{sob} montante de sobrecontratação, em MWh;

z_{sub} montante de subcontratação, em MWh;

tr montante de trocas de C_2 , em MWh;

d energia demandada, em MWh;

p_1, p_2 são os preços dos contratos C_1 e C_2 , respectivamente em R\$/MWh;

p_{sob} é o custo da sobrecontratação em R\$/MWh;

p_{sub} é o custo da subcontratação em R\$/MWh.

As variáveis q_1 e q_2 representam as decisões tomadas do primeiro estágio do problema enquanto z_{sob} , z_{sub} e tr representam as decisões de recurso disponíveis no segundo estágio frente à decisão tomada no primeiro. Interessante notar que embora se trate de um problema de dois estágios, as decisões tomadas no primeiro só tem efeito no estágio seguinte quando de fato ocorre a liquidação. Como será visto mais

adiante, essa é uma característica do problema de contratação no ACR, em que as decisões tomadas em um determinado estágio podem só ter efeito muitos estágios à frente. O acoplamento temporal dessas decisões é obtido pela restrição de balanço contratual.

A representação das situações de sobre e subcontratação se dão por meio de variáveis de folga (z_{sob} e z_{sub}) que assumem valores positivos não nulos quando da ocorrência de desvios dessa natureza e representam a venda e compra no MCP. Da mesma forma, a flexibilidade contratual proporcionada por C_2 se insere por meio da variável de folga tr na equação de balanço contratual em (3.1).

Como na vida real, existe um componente de incerteza ξ em relação ao valor de demanda de energia que irá se realizar para o próximo ano. Nesse exemplo, as estimativas da concessionária giram em torno de três cenários de referência ($\omega = 1, 2$ e 3), sendo um otimista, um neutro e um pessimista, conforme ilustrado na Tabela 3.3 a seguir:

Tabela 3.3 – Cenários de demanda.

Cenário	Demanda (MWh)
Otimista ($\omega=1$)	120
Neutro ($\omega=2$)	110
Pessimista ($\omega=3$)	90

A concessionária não tem como prever exatamente qual dos cenários irá se realizar; não obstante, deve tomar sua decisão antecipadamente, tendo como base as previsões de cenários futuros e os recursos disponíveis no segundo estágio. A Tabela 3.4 apresenta o resultado da aplicação do modelo descrito em (3.1) para cada um dos três cenários.

Tabela 3.4 – Solução ótima do problema para cada cenário otimizado individualmente.

Cenário	C_1^*(MWh)	C_2^*(MWh)	Custo*(\$)
Otimista ($\omega=1$)	80	40	4.000,00
Neutro ($\omega=2$)	80	30	3.600,00
Pessimista ($\omega=3$)	80	10	2.800,00

As soluções são de toda forma óbvias, na medida em que se analisa cada cenário individualmente como um problema determinístico: a solução ótima é a contratação do valor exato da demanda por ordem de mérito do preço dos contratos, ou seja, contrata-se o limite disponível de

C_1 e o restante por C_2 até completar o montante necessário. O objetivo do problema, portanto, se resume a escolha de quanto comprar do contrato C_2 de forma a minimizar o custo de compra de energia para a concessionária¹⁹.

Caso a concessionária obtivesse informação perfeita sobre o comportamento futuro do seu mercado, a estratégia ótima seria contratar os montantes apresentados na Tabela 3.4, a cada realização. Supondo que a probabilidade de ocorrência seja a mesma para cada cenário, então o valor esperado do custo de contratação da concessionária seria de \$ 3.466,67. Na literatura esse valor é conhecido como valor da solução *wait-and-see* (WS) (BIRGE; LOUVEAUX, 2011). Contudo, como já dito, a concessionária não detêm a informação perfeita sobre qual cenário irá de fato se realizar. Nesse sentido, corre-se o risco de se incorrer em custos superiores aos indicados na Tabela 3.4 caso o cenário realizado não corresponda àquele para o qual o problema foi otimizado.

Tabela 3.5 – Sensibilidade do custo com compra de energia.

Cenário otimizado/ Cenário realizado	$\omega = 1$	$\omega = 2$	$\omega = 3$
$\omega = 1$	\$4.000,00	\$5.100,00 ($Z_{sub} = 10\text{MWh}$)	\$7.300,00 ($Z_{sub}=30\text{MWh}$)
$\omega = 2$	\$ 4.100,00 ($Z_{sob}=5\text{MWh}$)	\$ 3.600,00	\$ 5.800,00 ($Z_{sub}=20\text{MWh}$)
$\omega = 3$	\$ 4.500,00 ($Z_{sob}=25\text{MWh}$)	\$ 3.900,00 ($Z_{sob}=15\text{MWh}$)	\$ 2.800,00
$E_z[\mathbf{f}(\omega = \omega_i)]$	\$4.200,00	\$4.200,00	\$5.300,00

A Tabela 3.5 apresenta como se comporta o custo da concessionária na medida em que o cenário realizado varia em relação ao cenário usado como referência para solução do problema. Percebe-se que a não correspondência entre os dois implica em custos adicionais para a concessionária em razão da penalização dos desvios, sejam por sobre ou subcontratação. Por exemplo, caso o problema seja resolvido tendo como base o cenário neutro ($\omega=2$, $q_1=80$, $q_2=30$), e este de fato se realize, o custo com compra de energia será ótimo, no valor de \$ 3.600,00, que corresponde ao elemento da segunda linha e segunda coluna da tabela. Contudo, se por ventura o cenário otimista ($\omega=1$) se

¹⁹ Partindo-se da premissa que a concessionária adota uma postura neutra a risco na definição da sua estratégia de compra.

realizasse, tendo como base a decisão tomada na expectativa do cenário neutro, a concessionária ficaria subcontratada 10 MWh ($d - q_1 - q_2$) e seu custo subiria para \$ 5.100,00 em razão da penalidade (elemento 1x2 da tabela).

Interessante notar que a estrutura do problema penaliza de forma mais severa os desvios de subcontratação, resultando em um valor esperado menor para os eventos de sobrecontratação, como pode ser constatado na Tabela 3.5. Portanto, como estratégia nesse caso, na ausência de qualquer outra ferramenta de análise, seria preferível definir a sua contratação como base nos cenários mais otimistas se expondo ao risco da sobrecontratação a ficar exposta a penalidades por subcontratação comprando de acordo com o cenário pessimista²⁰.

Outra possibilidade seria solucionar o problema usando como referência um cenário baseado na estimativa de maior probabilidade para a variável aleatória, no caso d , substituindo seu valor pelo valor pelo esperado da variável, mas ainda mantendo uma solução de natureza determinística para o problema. Na literatura esse é conhecida como *Problema do Valor Esperado* (PVE) (BIRGE; LOUVEAUX, 2011) e costuma ser uma alternativa utilizada na prática por evitar a complexidade associada à solução de problemas estocásticos.

Para esse exemplo o valor esperado de $\bar{d}(\omega)$ é 106,67 MWh. A solução de (3.1) para esse valor seria a contratação de 80 MWh de C_1 e 26,67 MWh de C_2 e, por consequência, um custo de R\$ 3.466,67. Evidentemente está é uma solução em grande medida limitada uma vez que não leva em consideração a variabilidade dos cenários. A rigor, não há como se afirmar que a solução obtida pelo PVE estará próxima da solução ótima para o problema, principalmente em se tratando de variáveis com distribuições que se distanciem de uma normal. De fato, conforme apresentado na Tabela 3.6, o resultado da aplicação da solução indicada acima considerando os três possíveis cenários de demanda conduz a um custo esperado de compra de R\$ 4.377,64, superior ao que se obteria caso se utilizasse $\omega=1$ como cenário de referência, por exemplo. Esse valor pode ser entendido como o *Resultado Esperado do Problema do Valor Esperado* (REPVE) (BIRGE; LOUVEAUX, 2011).

²⁰ Como será visto mais a frente as regras de comercialização no ACR induzem as distribuidoras a sobrecontratação em razão do elevado custo associado a subcontratação.

Tabela 3.6 – Solução do PVE e REPVE.

Cenário	C_1 (MWh)	C_2 (MWh)	z_{sob} (MWh)	z_{sub} (MWh)	tr (MWh)	Custo (\$)
$\bar{d}(\omega)$	80	26,67	0	0	0	3.466,67
$\omega=1$	80	26,67	0	13,34	0	5.466,67
$\omega=2$	80	26,67	0	3,34	0	3.966,67
$\omega=3$	80	26,67	11,67	0	5	3.700,00
$E_{\xi}[f(\xi)]$						4.377,64

O resultado indica que é fundamental considerar de alguma forma a diversidade das possíveis realizações de d^ω na resolução do problema. Nesse sentido, uma alternativa seria incorporar a incerteza à formulação do problema por meio da inclusão das realizações dos múltiplos cenários de demanda na função objetivo e em suas restrições. Assumindo que os cenários são equiprováveis e, portanto, tem 1/3 de chance de ocorrer, o Problema (3.1) pode ser reescrito como se segue:

$$\begin{aligned} \min p_1 q_1 + p_2 q_2 + \frac{1}{3}(p_{sob} z_{sob}^1 + p_{sub} z_{sub}^1) \\ + \frac{1}{3}(p_{sob} z_{sob}^2 + p_{sub} z_{sub}^2) \\ + \frac{1}{3}(p_{sob} z_{sob}^3 + p_{sub} z_{sub}^3) \end{aligned}$$

s.a

$$\begin{aligned} q_1 + q_2 - z_{sob}^1 + z_{sub}^1 - tr^1 &= d^1 \\ q_1 + q_2 - z_{sob}^2 + z_{sub}^2 - tr^2 &= d^2 \\ q_1 + q_2 - z_{sob}^3 + z_{sub}^3 - tr^3 &= d^3 \\ q_2 - tr^1 &\geq 0 \\ q_2 - tr^2 &\geq 0 \\ q_2 - tr^3 &\geq 0 \\ 0 \leq q_1 &\leq 80 \\ 0 \leq tr^1 &\leq 5 \\ 0 \leq tr^2 &\leq 5 \\ 0 \leq tr^3 &\leq 5 \\ q_1, q_2, z_{sob}^1, z_{sob}^2, z_{sob}^3, z_{sub}^1, z_{sub}^2, z_{sub}^3 &\geq 0 \end{aligned} \tag{3.2}$$

O problema (3.2) é conhecido como Equivalente Determinístico (ED) do problema estocástico na sua forma extensiva, pois ele descreve explicitamente as variáveis de segundo estágio para todos os cenários. São assim chamados porque buscam tomar uma decisão no momento presente que minimize o valor esperado do custo futuro associada a ela, levando em conta os recursos disponíveis no estágio seguinte. Percebe-se que o problema cresce à medida em as variáveis de segundo estágio se multiplicam na proporção do número de cenários considerados. Tal constatação aponta na direção de uma das principais dificuldades associadas à solução de problemas estocásticos: a dimensionalidade²¹.

A solução do problema estocástico descrito em (3.2) está apresentada na Tabela 3.7. Não por coincidência, o valor da solução corresponde ao valor esperado da solução de primeiro estágio aplicada aos três cenários de demanda. Importante notar que não existe uma solução ideal que atenda a todas as situações, nesse caso o que se apresenta é uma solução “balanceada” que apresenta um melhor resultado, em média, considerando os possíveis cenários futuros. O valor esperado do custo para a concessionária por essa abordagem é inferior àqueles obtidos nas alternativas anteriormente testadas.

Tabela 3.7 – Solução do problema estocástico.

Cenário	C_1 (MWh)	C_2 (MWh)	z_{sob} (MWh)	z_{sub} (MWh)	tr (MWh)	Custo (\$)
Solução Estocástica	80	35	-	-	-	4.183,34
$\omega=1$	80	35	0	5	0	4.550,00
$\omega=2$	80	35	0	0	5	3.800,80
$\omega=3$	80	35	20	0	5	4.200,00
$E_{\xi}[f(\bar{\xi})]$						4.183,34

Aqui cabem algumas definições sobre o valor da informação e da solução estocástica. Caso a concessionária tivesse conhecimento perfeito sobre como iria se comportar a sua demanda no ano seguinte, a melhor estratégia, sem dúvida, seria a das contratações apresentadas na Tabela 3.4, resultando em um valor esperado de \$3.466,67. A diferença entre

²¹ Em problemas de programação estocástica, o número de cenários cresce exponencialmente com o espaço de estados da variável estocástica, o que representa um obstáculo significativo na solução de problemas de grande porte. Na literatura esse comportamento é conhecido como maldição da dimensionalidade (*curse of dimensionality*) (BELLMAN, 1957).

esse valor e o valor obtido na solução do equivalente determinístico, de \$4.183,34, é conhecida na literatura como *valor esperado da informação perfeita* – *VEIP*, que nesse caso é \$716,66. Conceitualmente esse seria o valor máximo que a concessionária estaria disposta a pagar pela informação perfeita quanto à realização de sua demanda no ano seguinte.

$$VEIP = ED - WS \quad (3.3)$$

Outro conceito interessante está associado à proximidade das soluções obtidas pelo PVE e ED. O *valor da solução estocástica* – VSE corresponde à diferença entre o REPVE e a solução do ED. Com isso pode-se mensurar quão vantajosa é a abordagem do problema por modelagem estocástica em relação às outras baseadas em valores históricos.

$$VSE = REPVE - ED \quad (3.4)$$

Para esse problema o VSE resultou em uma diferença de \$ 194,31. Esse valor pode ser interpretado como o custo adicional para a concessionária em se desprezar as incertezas do problema. Naturalmente, quanto maior for essa diferença, maiores serão as vantagens em se usar um modelo estocástico na solução do problema.

3.1 FORMULAÇÃO GERAL

Problemas de otimização estocástica se caracterizam pela necessidade de se tomar decisões em determinado estágio sem conhecimento completo quanto aos eventos que se realizarão em estágio futuro. No exemplo de gestão da contratação apresentado anteriormente, essa decisão diz respeito ao montante de energia a ser contratado por meio dos contratos disponíveis, definido aqui com vetor de decisões de primeiro estágio: x . O resultado é dependente do processo aleatório de formação da demanda, aqui representado por ξ .

No estágio seguinte a informação quanto à realização do processo aleatório é conhecida, cabendo a concessionária tomar decisões recursivas de segundo estágio, aqui definidas por y . Assim, seja ω uma realização de ξ , caberá a concessionária tomar uma decisão $y(x, \omega)$, que minimize o efeito causado pela decisão tomada *a priori* frente a essa realização. Nesse exemplo isso corresponderia a devolver parte da

energia contratada ou liquidar as diferenças no curto prazo, quando cabível. O problema pode ser associado à formulação clássica de um problema estocástico, conforme apresentado a seguir:

$$\begin{aligned} z(x, \xi) = \min_x c_1^T x + E_\xi[Q(x, \xi(\omega))] \\ \text{s.a} \\ A_1 x = b \end{aligned} \quad (3.5)$$

Em que $Q(x, \xi(\omega))$ representa a função de recurso que minimiza o custo de segundo estágio, dada a realização ω e a decisão de primeiro estágio, dada por:

$$\begin{aligned} Q(x, \xi(\omega)) = \min_{y^\omega} c_2^T y^\omega \\ \text{s.a} \\ A_2 y^\omega = b_2^\omega - B_2 x \end{aligned} \quad (3.6)$$

A Formulação (3.6) considera um caso simplificado em que as incertezas estão apenas relacionadas ao vetor b_2 . Entretanto, as discussões feitas aqui são válidas para os outros casos, como quando há incerteza no vetor de custos c_2 .

A formulação pressupõe que o processo aleatório do segundo estágio pode ser modelado como uma variável contínua, muito embora na prática esse pressuposto seja de difícil aplicação. No exemplo analisado, a variável aleatória é representada por um vetor de realizações discretizado em três valores possíveis para representar os cenários de demanda. Considerando que ξ tem distribuição discreta com realizações $\xi^{\omega_1}, \xi^{\omega_2}, \dots, \xi^{\omega_s}$ e probabilidade de ocorrência $p^{\omega_1}, p^{\omega_2}, \dots, p^{\omega_s}$ os problemas (3.5) e (3.6) podem ser reescritos como se segue:

$$\begin{aligned} \min_x c_1^T x + \sum_{\omega=1}^s p^\omega c_2^T y^\omega \\ \text{s.a} \\ A_1 x = b \\ A_2 y^\omega = b_2^\omega - B_2 x \quad \omega = 1, 2, \dots, s. \end{aligned} \quad (3.7)$$

A formulação apresentada acima tem como base um problema linear de dois estágios; contudo, grande parte das aplicações práticas envolvem decisões em sequência que se ajustam aos acontecimentos que evoluem ao longo do tempo e exigem um horizonte de análise mais longo. Assim, extensão dessa formulação do problema como múltiplos estágios pode ser visualizada no conjunto de equações a seguir, em que x_t representam as decisões de recurso para $t > 1$.

$$\begin{aligned}
 \min_x c_1^T x + \sum_{t=2}^h \sum_{\omega=1}^S p^{\omega_t} c_t^T x_t^{\omega_t} \\
 \text{s.a} \\
 A_1 x = b \\
 A_t x_t^{\omega_t} = b_t^{\omega_t} - B_t x_{t-1} \quad \omega = 1, \dots, S \\
 t = 2, \dots, h
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Com já mencionado, o tamanho do problema cresce com o aumento do número de estágios. O acoplamento entre as decisões tomadas entre os estágios t e $t + 1$ estão representadas no segundo conjunto de equações, e se repetem a cada estágio e cenário. Para maior detalhamento quanto a formulação de problemas de programação estocástica sugere-se a leitura de Birge e Louveaux (2011) e Shapiro e Philpott (2011).

Tendo como base a terminologia apresentada, é possível agora conceituar matematicamente as alternativas de solução testadas no exemplo numérico apresentado. Seja $z(x, \xi)$ o problema estocástico que se pretende resolver, a solução WS pode ser representada por:

$$WS = E_{\xi}[\min_x z(x, \xi)] \tag{3.9}$$

Por outro lado, o PVE e o REPVE são calculados com base no valor esperado da variável aleatória e podem ser representados como se segue:

$$PVE = \min_x z(x, \bar{\xi}) \tag{3.10}$$

$$REPVE = E_{\xi}[z(x^*(\bar{\xi}), \xi)] \tag{3.11}$$

Onde $\bar{\xi}$ representa o valor esperado da variável aleatória ξ e $x^*(\bar{\xi})$ representa a solução do PVE descrito em (3.10).

Por fim, a solução do problema estocástico completo, ou ED, consiste da aplicação da formulação em (3.5) ao problema e pode ser resumida como:

$$ED = \min_x E_{\xi}[z(x, \xi)] \tag{3.12}$$

Como isso se encerra os conceitos básicos no que se refere a modelagem de problemas lineares estocásticos com recurso.

3.2 REPRESENTAÇÃO E MODELAGEM DAS INCERTEZAS

Incertezas em problemas de programação estocástica são modeladas por processos aleatórios, representados no problema por meio de suas realizações ω . No exemplo estudado até então essa incerteza é introduzida no modelo por meio de cenários de realização de demanda. É importante ter claro aqui as razões para tal procedimento.

Em problemas da vida real, processos aleatórios, em geral, possuem uma Função Densidade de Probabilidade (FDP) contínua, podendo assumir infinitos valores dentro de determinado intervalo. Assim, o cálculo do valor exato do custo esperado futuro implica no uso de técnicas de cálculo integral o que, na prática, impõe sérias restrições no uso de algoritmos de otimização eficientes para solução do problema. Em problemas de grande porte, que geralmente é o caso de problemas de múltiplos estágios, essa prática seria proibitiva. Portanto, a alternativa que se coloca é a discretização das variáveis. Nesses casos, é usual a representação das incertezas por meio de uma árvore de cenários conforme exemplificado na Figura 3.1, na qual os cenários representam amostras de uma distribuição discreta.

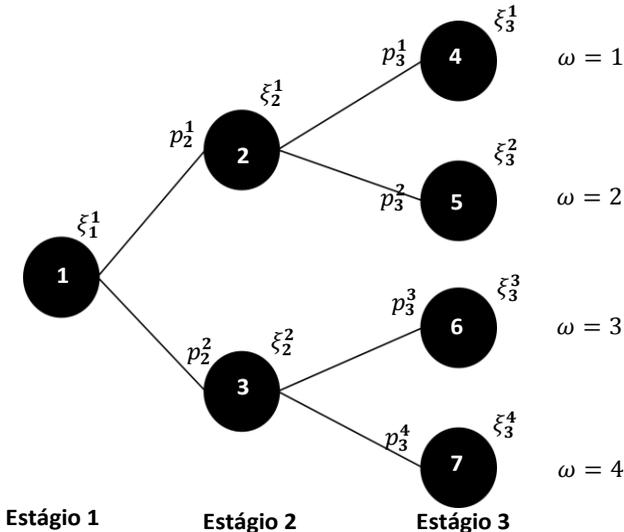


Figura 3.1 – Exemplo de árvore de cenários

A representação em árvore visa estabelecer de forma visual o relacionamento entre os estágios do problema e as realizações dos processos aleatórios a cada cenário, permitindo o entendimento de como uma decisão tomada em determinado instante produz consequências nos seguintes. Assim, como ilustrado na figura anterior, o segundo estágio é composto por um conjunto de cenários decorrentes das realizações da variável aleatória ξ que, por sua vez, se subdividem no terceiro e assim por diante, de forma sequencial. Em relação às nomenclaturas utilizadas, denominam-se nós os pontos associados à realização das variáveis aleatórias do problema em determinado estágio de tempo, que normalmente estão também associados às tomadas de decisão, representados na Figura 3.1 pelos círculos escuros. Como pode ser visto, a cada nó é atribuída uma probabilidade, que no caso de problemas com múltiplos estágios, é uma composição da probabilidade de todos os nós antecessores até o correspondente estágio.

Um cenário ω_t é definido por um caminho completo do primeiro estágio até um determinado estágio t . Portanto, para a Figura 3.1, existem 7 nós e 4 cenários, no terceiro estágio, sendo que a probabilidade de cada cenário corresponde à probabilidade do último nó pertencente ao cenário em questão. Vale destacar que o número de cenários cresce na medida em que se avança no número de estágios, assim ω_t pode ser usado tanto para definir um cenário completo, do primeiro ao último estágio, como um nó intermediário se $t < h$ (MATOS, 2012).

Analisando a árvore apresentada na Figura 3.1 é possível depreender ainda alguns outros conceitos importantes: as decisões são tomadas sequencialmente na medida em que se avança na árvore e devem levar em conta as decisões já tomadas nos nós antecessores. Assim, as decisões tomadas nos cenários 1 e 2, por exemplo, devem compartilhar as mesmas decisões referentes aos nós 1 e 2, para que a solução seja viável. Da mesma maneira, o vetor de decisões associado aos cenários 3 e 4 deve compartilhar as mesmas decisões no que se refere aos nós 1 e 3. Por essa constatação, ilustra-se um importante conceito associado a problemas estocásticos, implicitamente representado na Figura 3.1, denominado condição de não-antecipatividade. A ideia central consiste no fato de que as decisões devem ser tomadas sem que seja possível antecipar qual realização irá de fato acontecer. Assim, as decisões devem ser únicas para todos os cenários que contém nós comuns. Formalmente, dado um vetor de decisões $x(\omega)$ que atribui um valor de decisão para cada cenário $\omega \in s$

em que $x_t(\omega)$ denota a decisão tomada para o cenário ω no estágio t tal que

$$x(\omega) = [x_1(\omega), x_2(\omega), \dots, x_h(\omega)] \quad (3.13)$$

então para uma dada política x , se dois cenários distintos ω e ω' são indistinguíveis entre si para determinado estágio t em termos da informação disponível no estágio t , então para que a política seja implementável na prática $x_t(\omega) = x_t(\omega')$ (ROCKAFELLAR; WETS, 1991). Essas restrições podem também ser representadas explicitamente na árvore de cenários conforme apresentado na Figura 3.2.

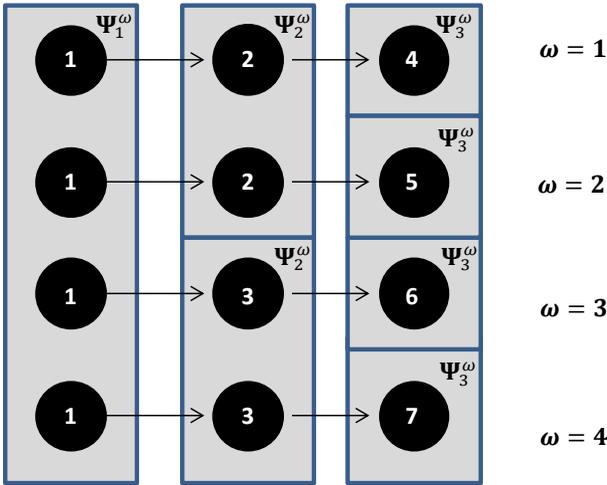


Figura 3.2 – Representação explícita da não-antecipatividade.

Note que as decisões comuns para todos os cenários estão explicitamente apresentadas e podem ser agrupadas em conjuntos Ψ_t^ω que representam conjuntos de cenários que compartilham nós comuns. Dessa forma, a formulação descrita em (3.8) pode ser reescrita de forma a contemplar explicitamente tais restrições na formulação do problema.

$$\min_x \sum_{\omega=1}^s \left[c_1^T x_1^{\omega_1} + \sum_{t=2}^h p^{\omega_t} c_t^T x_t^{\omega_t} \right] \quad (3.14)$$

s.a

$$A_1 x_1 = b$$

$$A_t x_t^{\omega_t} = b_t^{\omega_t} - B_t x_{t-1}$$

$$x_t^\omega - x_t^{\omega'} = 0, \forall \omega, \omega' \in \Psi_t^\omega$$

Outro ponto fundamental quando se trata da representação das incertezas é forma de construção da árvore de cenários. Uma vez que a formulação estocástica busca resolver o problema minimizando o custo esperado de uma solução frente determinados cenários futuros, a construção de uma árvore de cenários representativa à realidade é fundamental para que se obtenha resultados coerentes e próximos daquele que seria o verdadeiro valor ótimo para o problema. Nesse aspecto supõe-se uma boa metodologia para construir os cenários. Não é intenção desse trabalho discorrer sobre métodos utilizados para projeção de cenários, mesmo porque grande parte dessas ferramentas possuem forte componente empírico. Estão associados às características específicas do processo aleatório que se está buscando prever, de forma que dificilmente haveria uma abordagem geral a ser apresentada. O que se procura abordar aqui, como será visto mais adiante, é como resolver o problema dado uma determinada árvore de cenários previamente especificada.

Outro aspecto importante diz respeito ao tamanho da árvore a ser utilizada, que está diretamente associada ao número de aberturas do processo aleatório discretizadas a cada estágio. Aqui deve-se ter em mente que o número de cenários cresce exponencialmente com o número de discretizações da variável estocástica, o que pode ser um limitador muito grande para problemas com horizonte de tempo mais longo. Por outro lado, um maior número aberturas pode significar uma melhor amostragem do processo aleatório. Naturalmente quanto mais cenários de abertura mais próxima poderá ser a modelagem da árvore do processo ao qual se quer representar e mais robusta será a solução. Há, portanto, dois objetivos contraditórios. Se por um lado o número de cenários deve ser adequado para limitar o esforço computacional, de outro essa árvore de cenários tem que fornecer uma solução com boa qualidade para o problema.

Para o problema da gestão da contratação que possui um horizonte de médio/longo prazo, o tamanho do problema pode representar um obstáculo considerável. Um estudo com horizonte de seis estágios que considere três cenários de demanda por estágio, por exemplo, envolveria a solução de um problema contendo $3^5 = 243$ cenários. Caso se entenda que esse número seria insuficiente e se opte por adicionar mais duas aberturas por estágio, o número de cenários

subiria para 3.125, tornando o problema difícil de ser resolvido por meio do seu ED.

Além disso, o processo aleatório pode envolver mais de uma variável aleatória, o que multiplica a necessidade de cenários para sua representação na árvore. No caso da contratação de energia, existem duas fontes de incerteza muito marcantes cuja influência no problema não pode ser desprezada: a demanda e o PLD. Tais fatores tornam o problema ainda mais complexo de ser resolvido do ponto de vista computacional. A construção de uma árvore bidimensional contendo, por exemplo, três cenários independentes de PLD combinados com três cenários de demanda exigiriam não menos que nove aberturas por estágio, o que implica em resolver um problema com 59.049 cenários!

A questão que se coloca então é: quanto grande deve ser a árvore de cenários? A resposta está diretamente associada à capacidade de se resolver o problema. Objetivamente, pode-se sustentar que a árvore deve ser grande o suficiente para que se obtenha uma solução aproximada da real limitada à capacidade de processamento disponível, de forma que o problema não se torne intratável computacionalmente. Existem métodos voltados para a construção da árvore que visam diminuir o tamanho do problema com a menor perda possível na qualidade da solução, como técnicas de agregação de cenários, por exemplo. Nessa direção, o uso de funções econométricas que explorem as correlações entre as variáveis pode reduzir drasticamente a necessidade de cenários quando o problema envolve mais de uma variável aleatória.

Por fim, outra questão importante é como resolver o problema de maneira eficiente. Nesse sentido, alguns algoritmos de decomposição visam explorar determinadas propriedades do problema para separá-lo em subproblemas menores com o objetivo para reduzir o esforço computacional. Para tanto, existem diversas classes de algoritmos que se valem de diferentes estratégias. A seção a seguir aborda esse ponto em mais profundidade.

3.3 SOLUÇÃO DE PROBLEMAS ESTOCÁSTICOS

Como discutido na seção anterior, o crescimento exponencial do número de cenários e variáveis pode ser um forte limitador na solução de problemas de otimização estocástica. Em muitos casos o problema resultante da aplicação do ED a árvore de cenários definida torna-se grande demais para ser resolvido diretamente, o que torna o uso de

algoritmos de decomposição essencial a fim de reduzir o esforço computacional na sua solução.

A ideia central por trás desses métodos consiste em desmembrar o problema principal em subproblemas menores, mantendo-se a coordenação entre eles, de forma a garantir que as soluções individuais sejam utilizadas para calcular a solução ótima do problema original. Assim, tais métodos são essencialmente iterativos e envolvem a resolução de problemas menores diversas vezes em contrapartida a se resolver um único problema excessivamente grande. Assim, paga-se o preço da redução da dimensão do problema original aumentando-se a necessidade do número de problemas a serem resolvidos, o que deve ser levado em consideração quando da opção de escolha de qual método deverá ser usado.

Algoritmos de decomposição podem ser subdivididos em duas categorias principais (MORTON, 1998):

- i. **Métodos de solução exata:** Resolvem o problema considerando todo espaço amostral das variáveis aleatórias. O que equivale a dizer que o algoritmo percorre todos os cenários que compõe a árvore. Nessa categoria estão incluídos, por exemplo, os métodos de Decomposição Aninhada (DA) descrito em Birge e Louveaux (2011) e o *Progressive Hedging* (PH) desenvolvido em Rockafellar e Wets (1991).
- ii. **Métodos de amostragem:** Utilizam técnicas de amostragem para selecionar apenas um subconjunto do espaço amostral original para resolver o problema, reduzindo, assim, a necessidade de percorrer toda árvore de cenários. Merece destaque nesse grupo a PDDE de Pereira e Pinto (1991) usada no setor elétrico brasileiro para solução do problema de planejamento da operação energética do sistema hidrotérmico.

De uma forma geral, os métodos de decomposição exploram a estrutura de dados do problema, relaxando restrições de forma a tornar os subproblemas separáveis. Existem diversas formas de fazê-lo. Métodos do tipo *L-Shaped* (BIRGE; LOUVEAUX, 2011) e seus variantes como a DA buscam quebrar o problema original em subproblemas correspondentes aos nós da árvore de cenários. O

acoplamento temporal entre as decisões é feito por meio de uma função de recurso linear por partes obtida pela adição de restrições de desigualdade criadas a partir das soluções intermediárias até que se atinja a otimalidade. Para maiores detalhes sugere-se a leitura de (FINARDI; DECKER; MATOS, 2013).

O *Progressive Hedging*, por outro lado, se utiliza da relaxação das restrições de não-antecipatividade para separar o problema em subproblemas correspondentes aos cenários. A condição de não-antecipatividade é gradualmente atingida na medida em que o algoritmo converge para a otimalidade. Com foco nesse último e para ilustrar melhor a decomposição em subproblemas, considere o exemplo de problema da contratação apresentado no início do capítulo, formulado com base na forma explícita das restrições de não-antecipatividade:

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{3} \sum_{\omega=1}^3 p_1 q_1^\omega + p_2 q_2^\omega + p_{sob} \cdot z_{sob}^\omega + p_{sub} \cdot z_{sub}^\omega \\ \text{s.a} & \\ & q_1^\omega + q_2^\omega - z_{sob}^\omega + z_{sub}^\omega - tr^\omega = d^\omega \\ & q_2^\omega - tr^\omega \geq 0 \\ & 0 \leq tr^\omega \leq 5 \\ & q_1^\omega - q_1^{\omega'} = 0, \forall \omega, \omega' \in \Psi_t^\omega \\ & q_2^\omega - q_2^{\omega'} = 0, \forall \omega, \omega' \in \Psi_t^\omega \end{aligned} \quad (3.15)$$

Renomeando as variáveis de decisão de primeiro estágio por \mathbf{x} e a função de recursos por \mathbf{y} o problema pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{3} \sum_{\omega=1}^3 c_1 \mathbf{x}^\omega + c_2 \mathbf{y}^\omega \\ \text{s.a} & \\ & A^\omega \mathbf{x}^\omega + B^\omega \mathbf{y}^\omega = d^\omega \\ & T^\omega \mathbf{x}^\omega + W^\omega \mathbf{y}^\omega \leq 0 \\ & N^\omega \mathbf{x}^\omega = 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

Onde A e B representam as matrizes associadas às restrições de balanço contratual, T e W são as matrizes associadas às restrições de

trocas e, por fim, N representa as restrições de não antecipatividade no Problema (3.16).

A Figura 3.3 a seguir apresenta a estrutura matricial das restrições do Problema (3.16). Por fins didáticos, para essa representação, a notação $Z^{(\omega_1, \omega_2)}$ indica a matriz “Z” que relaciona os cenários ω_1 e ω_2 apresentados na Figura 3.3.

	x^1	y^1	x^2	y^2	x^3	y^3
$\omega = 1$	$A^{1,1}$	$B^{1,1}$				
	$T^{1,1}$	$W^{1,1}$				
	$N^{1,1}$		$N^{1,2}$		$N^{1,3}$	
$\omega = 2$			$A^{2,2}$	$B^{2,2}$		
			$T^{2,2}$	$W^{2,2}$		
	$N^{2,1}$		$N^{2,2}$		$N^{2,3}$	
$\omega = 3$					$A^{3,3}$	$B^{3,3}$
					$T^{3,3}$	$W^{3,3}$
	$N^{3,1}$		$N^{3,2}$		$N^{3,3}$	

Figura 3.3 – Estrutura matricial das restrições do problema (3.16).

Interessante notar que a estrutura matricial do problema é bastante esparsa e apresenta a possibilidade de separação em blocos (*block separability*). Percebe-se que a matriz N , associada às restrições de não-antecipatividade, é o único vínculo que mantém o acoplamento entre os cenários ω . Portanto, se fosse possível eliminá-la, o problema poderia ser decomposto em três subproblemas menores correspondentes as submatrizes que compõe a diagonal da Figura 3.3. Essencialmente, esse é o princípio no qual se baseia o *Progressive Hedging* ao relaxar as restrições de não-antecipatividade para desacoplar os subproblemas, como será descrito a seguir.

3.3.1 O Algoritmo de *Progressive Hedging*

O *Progressive Hedging* é um algoritmo de decomposição baseado no método do Lagrangeano Aumentado (LA) (NOCEDAL; WRIGHT, 2006) que se caracteriza pela decomposição em subproblemas correspondentes aos cenários. No intuito de melhor compreender o

algoritmo, primeiramente é interessante apresentar o método de Relaxação Lagrangeana (RL), que pode ser entendido como o primeiro passo para aplicação do algoritmo de PH.

O objetivo da RL é decompor o problema original por meio da relaxação de restrições de algumas de suas restrições. Dessa forma, dado uma função $z(x_t, \omega)$ a ser minimizada sujeita a um conjunto de restrições \mathcal{C} , cuja estrutura se assemelhe àquela apresentada na Figura 3.3, e dado que as restrições de não-antecipatividade são as únicas restrições acoplando os diferentes cenários, a relaxação dessas restrições resultaria na possibilidade de separação em um subproblema para cada cenário, sujeitos a \mathcal{C}^ω , representados matematicamente conforme a seguir:

$$L^\omega(x_t, \pi) = f(x_t) + \sum_{\omega=1}^s \sum_{t=1}^h \sum_{k \in \Psi_t^\omega} \pi_t^\omega (x_t^\omega - x_t^k) \quad (3.17)$$

Como visto, as restrições de não-antecipatividade são relaxadas por meio da sua inclusão na função objetivo do problema, associadas aos multiplicadores de Lagrange do problema, π_t^ω . Dessa forma, cada subproblema se restringe a um cenário $\omega \in s$, ou seja, o subproblema torna-se determinístico quanto a esse cenário e as soluções podem ser tratadas independentemente.

Importante destacar que as restrições de não-antecipatividade vinculam as decisões, que devem ser únicas dentre os cenários que compartilham as mesmas decisões. Portanto, a diferença entre elas entre esses cenários deve ser nula para que a solução encontrada seja viável:

$$\dot{x}_t^\omega - \dot{x}_t^k = 0, \quad \forall \omega, k \in \Psi_t^\omega \quad (3.18)$$

Contudo, é sabido que a RL não fornece soluções ótimas primais viáveis quando o problema é linear. Adicionalmente, a coordenação dos subproblemas demanda técnicas de otimização não-diferenciáveis, o que pode ser proibitivo para casos de grande porte.

Para sobrepujar essa desvantagem da RL, a alternativa é usar métodos baseados no LA os quais contém além dos termos relaxados um termo quadrático penalizado por um parâmetro de penalidade μ , incluído como forma de acelerar a convergência das variáveis primais, ou seja, o atendimento a (3.18) (SANTOS et al., 2008). Logo, a função objetivo neste caso pode ser reescrita como:

$$\Theta^\omega(x_t, \pi) = f(x_t) + \sum_{\omega=1}^s \sum_{t=1}^h \sum_{k \in \Psi_t^\omega} \pi_t^\omega (x_t^\omega - x_t^k) + \frac{\mu}{2} \sum_{\omega=1}^s \sum_{t=1}^h \sum_{k \in \Psi_t^\omega} \|x_t^\omega - x_t^k\|^2 \quad (3.19)$$

Diferentemente de (3.17), a formulação do LA descrita em (3.19) não permite a separabilidade entre os cenários devido à presença do termo quadrático. O PH busca contornar essa limitação introduzindo um novo parâmetro ao problema que deve ser atualizado a cada iteração.

$$\bar{x}_t^\omega = \sum_{k \in \Psi_t^\omega} p^k x_t^k \quad (3.20)$$

O termo \bar{x}_t^ω pode ser entendido como um “valor meta”, definido pelo valor esperado das variáveis de decisão que compartilham nós comuns em relação a sua probabilidade de ocorrência, p^k . Com a introdução desse termo o problema torna-se desacoplado em cenários. Finalmente, o problema pode ser reescrito como:

$$\Lambda^\omega(x_t, \pi) = f(x_t) + \sum_{\omega=1}^s \sum_{t=1}^h \pi_t^\omega (x_t^\omega - \bar{x}_t^\omega) + \frac{\mu}{2} \sum_{\omega=1}^s \sum_{t=1}^h \|x_t^\omega - \bar{x}_t^\omega\|^2 \quad (3.21)$$

Portanto, a solução pelo algoritmo do PH consiste em resolver iterativamente o problema (3.21) até que os requisitos de factibilidade da solução primal (3.18) sejam atendidos. A rotina pode ser resumida conforme a seguir:

- Passo 1: Inicializa-se o problema com a escolha de uma solução de partida x^0 e dos valores dos multiplicadores de Lagrange π e parâmetro de penalidade associado aos termos quadráticos μ .*
- Passo 2: Com os valores fixados resolvem-se os subproblemas $\Lambda^\omega(x_t, \pi)$ para cada cenário ω sobre o subconjunto das restrições \mathcal{C}^ω .*
- Passo 3: Com base nas soluções dos subproblemas executa-se o teste de parada do algoritmo δ^v ; caso, afirmativo este é encerrado.*

$$\delta^v \leq tol$$

Passo 4: Caso a solução não atenda o requisito atualizam-se os multiplicadores de Lagrange de acordo com a expressão:

$$\pi_t^{\omega, v+1} = \pi_t^{\omega, v} + \mu(x_t^{\omega, v} - \bar{x}_t^{\omega, v})$$

Passo 5: Retorna ao Passo 2.

A rotina descrita acima descreve o PH na sua concepção original, muito embora possa haver variações em sua aplicação. Dois aspectos críticos que impactam sobremaneira a eficiência na execução ao algoritmo são o critério de parada e a atualização dos parâmetros descritos nos passos 3 e 4, os quais podem ser adaptados para levar em consideração características específicas do problema. Com relação ao primeiro, a formulação proposta por Rockafellar e Wets (1991) assegura que para o caso convexo a diferença $\|x_t^\omega - \bar{x}_t^\omega\|^2$ tenderá a zero no ponto de otimalidade, ao mesmo tempo π_t^ω tenderão para os valores dos multiplicadores de Lagrange da solução do problema completo z . Correspondem, portanto, aos indicadores da distância da solução primal e dual do problema.

Com relação ao Passo 4 é preciso destacar a importância da escolha do valor de μ no processo de convergência. O parâmetro de penalidade está associado diretamente a velocidade com que as soluções primal e dual convergem para a meta a cada iteração. Valores mais altos aumentam o tamanho do passo em 4, e tendem a aumentar a velocidade de convergência da solução dual. O principal contraponto a essa vantagem é redução da qualidade da solução. Valores muito elevados de penalidade podem prejudicar a convergência da solução primal. O algoritmo tende a convergir rapidamente para uma solução próxima do ótimo, mas o peso dos resíduos das perturbações introduzidas na função do lagrangeano aumentado se sobrepõe aqueles obtidos pela função objetivo original do problema, conduzindo assim a uma solução subótima. Alternativamente, o uso de um parâmetro de penalidade muito menor do que o necessário para o problema implica em um reforço muito fraco às condições de não antecipatividade em cada iteração, de forma que a convergência pode se tornar muito lenta (ROCKAFELLAR; WETS, 1991; MULVEY; VLADIMIROU, 1991).

Existe, portanto, um *trade off* na escolha do parâmetro de penalidade quando se busca ao mesmo tempo uma convergência rápida e eficiente aliada a uma solução final de qualidade. Permeando esses dois objetivos, o que se busca é um valor ideal de parâmetro de

penalidade que acelere a convergência com a menor perturbação possível. Ao mesmo tempo, apesar da formulação original estabelecida, não é mandatório que se atribua um único valor μ , nem tampouco que este permaneça fixo ao longo do processo de solução. Bons resultados têm sido observados com o uso de parâmetros de penalidade dinâmicos. Nesse sentido, recomenda-se a leitura de Mulvey e Vladimirou (1991), Watson, Woodruff e Strip (2007) e Gonçalves (2011). No Capítulo 6 é feita uma discussão mais aprofundada sobre a escolha do critério de parada e parâmetro de penalidade para esse trabalho.

Ainda em se tratando de convergência, o dispêndio de um esforço inicial para escolha dos parâmetros de partida do algoritmo (x^0, π) também representa uma alternativa importante na redução do tempo de solução do algoritmo em alguns casos. Problemas nos quais é possível se obter uma solução aproximada para o ponto de partida com base em um algoritmo simplificado ou em uma solução prévia existe potencial ganho em termos de tempo de convergência com o uso do PH (GONÇALVES, 2011).

Outra vantagem do PH está na fraca interconexão entre os subproblemas, restrita apenas à condição de não-antecipatividade. Tal peculiaridade torna essa ferramenta computacional especialmente indicada para uso de alternativas de processamento paralelo na solução dos cenários independentes.

Por fim, existem outras técnicas que podem ser usadas para acelerar o processo de convergência. O PH possui a vantagem de ser um método flexível e permitir a implementação de heurísticas com relativa facilidade. Como exemplo, pode-se citar a heurística de *variable fixing* implementada em Watson, Woodruff e Strip (2007), no qual o algoritmo força o valor de determinada variável de decisão para o valor esperado quando se observa que seu valor tenha se estabilizado ao longo de certo número de iterações, apesar de persistirem divergências ao longo dos cenários. O autor reporta substancial redução no tempo de solução com pouca perda em sua qualidade.

4 MODELAGEM DO PROBLEMA DE GESTÃO DA CONTRATAÇÃO

A gestão da contratação no ACR pode ser representada como um problema de otimização cujo objetivo é estabelecer uma política de contratação que satisfaça a restrição de atendimento a demanda da distribuidora ao menor custo possível. Neste problema, os custos representam as penalizações ou restrições de repasse em virtude de violação de limites normativos e os custos relativos ao custo da compra da energia em si. Embora se trate de um problema de natureza estocástica, inicialmente, para melhor entendimento, será apresentada a modelagem determinística do problema.

4.1 RESTRIÇÃO DE BALANÇO

Começando pela descrição das restrições, a restrição de balanço contratual apresentada em (4.1) define que o conjunto de contratos vigentes, trocas, contratos anteriores e eventuais, deve ser igual à carga da distribuidora mais desvios em cada estágio²².

$$\sum_{i=1}^5 w_{i,t} + \sum_{\kappa=1}^4 ca_{\kappa,t} + z_sub_t - sob_t - z_sob_t = d_t \quad (4.1)$$

$$0 \leq sob_t \leq 0,03d_t, \\ z_sob_t \geq 0, z_sub_t \geq 0$$

em que:

- $w_{i,t}$ representa os montantes acumulados de contratos na modalidade i , vigentes no estágio t ;
- $ca_{\kappa,t}$ representa os montantes de contratos anteriores, adquiridos antes do horizonte de estudo;
- z_sub_t representa a subcontratação de energia;
- sob_t representa a sobrecontratação de energia no intervalo entre 100% e 103% da carga prevista pela distribuidora;

²² Para fins das simulações desse trabalho manteve-se a proposição original de 3% para o limite de sobrecontratação repassável a tarifa.

z_sob_t representa a sobrecontratação de energia no intervalo acima de 103%;
 d_t é a energia demandada no estágio t .

Por meio de (4.1) tem-se o acoplamento temporal das decisões de compra $x_{i,t}$ ao longo do horizonte de estudo do problema. Os contratos anteriores, $ca_{\kappa,t}$, refletem a condição inicial do problema no início do horizonte de estudo. Para fins desse trabalho considerou-se a possibilidade de quatro tipos de contratos anteriores, tal que $\kappa = 1, \dots, 4$, referem-se aos contratos totalmente inflexíveis (bilaterais, Itaipu, PROINFA, cotas, dentre outros), A-1, A-3 e A-5 respectivamente. As variáveis de folga z_sub_t , sob_t e z_sob_t visam representar os desvios contratuais em relação a demanda, d_t . A representação da sobrecontratação com duas variáveis de folga é necessária para expressar a margem de tolerância prevista pela legislação na modelagem.

Dada a sistemática de compra nos leilões do ACR, os montantes contratados em determinado estágio t podem ter seus efeitos percebidos vários estágios a frente. Dessa forma, os montantes contratados devem ser contabilizados ano a ano considerando a sua vigência, i.e. o tempo até a sua entrada em vigor e sua duração. A fim de representar tal característica define-se a variável adicional w e a restrição (4.2) a seguir.

$$\begin{aligned} w_{i,t} &= w_{i,t-1} + x_{i,t-dl_i} - x_{i,t-dl_i-L_i} \\ x_i &\geq 0, w_i \geq 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

em que:

$w_{i,t-1}$ representa os montantes acumulados de contratos na modalidade i , vigentes no estágio $t - 1$;
 $x_{i,t-dl_i}$ são os montantes de contrato que entram em vigor no estágio t ;
 $x_{i,t-dl_i}$ são os montantes de contrato que se encerram no estágio t ;
 dl_i é o tempo de entrada em vigor de determinado CCEAR na modalidade i , a partir da data da sua aquisição, em anos;
 L_i é duração de determinado CCEAR na modalidade i , a partir da data que entra em vigor, em anos;

4.2 MECANISMOS DE AJUSTE

Com relação aos mecanismos de ajuste, no caso de contratos de energia existente é facultado à distribuidora devolver unilateralmente até 4% do contrato via MCSD 4%, acrescido dos montantes de perda de mercado por migração de consumidores para o mercado livre. Há outros mecanismos como o MCSD trocas livres e intercâmbios bilaterais de energia nova. Não existe limitação quanto ao volume que pode ser intercambiada por estes mecanismos; contudo, existem limitações de ordem prática em razão da necessidade de se obter uma contraparte disposta a ceder ou adquirir. Por premissa desse trabalho, a possibilidade de aquisição de energia via trocas ficou limitada a um percentual lim_{troca} , cujo valor foi definido em cada simulação. Também por premissa considerou-se a metade desse limite para intercâmbios de contratos de energia nova em função da menor liquidez desses tipos de contratos. A expressão a seguir representa as restrições associadas a essa modalidade:

$$\begin{aligned}
 -0,04(w_{2,t} + w_{5,t} + ca_{2,t}) - 1/2lim_{troca} \cdot (w_{3,t} + w_{4,t} + ca_{3,t} \\
 + ca_{4,t}) \leq x_{5,t} \\
 \leq lim_{troca} \cdot (w_{2,t} + w_{5,t} + ca_{2,t}) \\
 + 1/2lim_{troca}(w_3 + w_{4,t} + ca_{3,t} + ca_{4,t})
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Os subscritos 2 e 5 representam contratos do tipo energia existente e trocas, enquanto que 3 e 4 representam contratos de energia nova do tipo A-3 e a-5, respectivamente. O subscrito 1 destina-se a representar contratos do tipo Leilão de Ajuste.

A partir da Equação (4.3) pode-se perceber que será sempre possível devolver até 4% dos contratos de energia existente e trocas presentes no portfólio da distribuidora. Devoluções além desse patamar, bem como aquisições de contratos por meio de trocas ficam restritas aos limites definidos para cada simulação.

4.3 MONTANTE DE REPOSIÇÃO E RECONTRATAÇÃO NO A-1

O Montante de Reposição (MR) refere-se ao montante de contratos que estão por vencer ao final do ano A-1, incluindo CCEARs, bilaterais e contratos anteriores a Lei nº 10.848/2004. Sua apuração é fundamental para definição dos limites de compra de energia no “A-1”. A restrição abaixo representa esse efeito no problema.

$$mr_t = \sum_{i=1}^5 x_{i,t+1-dl_i-L_i} + \sum_{\kappa=1}^4 [ca_{\kappa,t} - ca_{\kappa,t+1}]^+ \quad (4.4)$$

A distribuidora pode recontratar até o limite do seu MR acrescido de 0,5% do seu mercado realizado no ano A-1. Por outro lado, a distribuidora deve recontratar no mínimo 96% do seu MR no A-1, sob pena de sofrer limitação de repasse do montante de energia nova equivalente a parcela que deixou de ser recomprada. Esta limitação de repasse passa a existir a partir do momento em que o contrato A-1 entra em vigor, dando origem a variável de folga z_{en} . As Equações (4.5) representam os limites de repasse no A-1.

$$\begin{aligned} x_{2,t} &\leq mr_t + 0,005d_t \quad \text{e} \quad x_{2,t-dl_2} + z_{en_t} \geq 0,96mr_{t-dl_2} \\ z_{en_t} &\geq 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

O termo $x_{2,t-dl_2}$ indica o total de energia contratada no leilão de energia existente no estágio $(t - dl_2)$, onde dl_2 corresponde à representação genérica da antecedência com que o leilão foi realizado. De forma semelhante, mr_{t-dl_2} representa o MR da distribuidora no estágio $(t - dl_2)$.

4.4 RESTRIÇÃO DE COMPRA EM A-3

A compra de energia em A-3 deve ficar limitada a 2% da carga da distribuidora no ano A-5. No caso de transgressão desse limite, o repasse do montante de energia que excedeu ao limite tem restrição de repasse, dando origem à variável z_{a3} na Equação (4.6).

$$\begin{aligned} x_{3,t-dl_3} - z_{a3_t} &\leq 0,02d_{t-dl_4} \\ z_{a3_t} &\geq 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Onde termo $x_{3,t-dl_3}$ representa a compra no leilão A-3 no estágio $(t - dl_3)$, e d_{t-dl_4} a demanda da distribuidora no estágio $(t - dl_4)$.

4.5 RESTRIÇÃO DE COMPRA EM AJUSTE

A compra de energia nos Leilões de Ajuste fica limitada a 1% do total de contratos do tipo CCEAR da distribuidora.

$$x_{1,t} \leq 0,01 \left[\sum_{\kappa=1}^4 ca_{\kappa,t} + \sum_{i=1}^5 w_{i,t} \right] \quad (4.7)$$

4.6 FUNÇÃO OBJETIVO DO PROBLEMA

Com relação a função objetivo do problema, a mesma é composta pelo valor presente dos custos associados às penalizações no repasse e a compra da energia em si. Existem, portanto, dois componentes principais presentes na função objetivo: (i) o custo com compra de energia é representado pelo somatório das despesas com as cinco alternativas de contratação disponíveis e compras no MCP, quando cabível; (ii) a parcela de custo não repassável para tarifa é representada pelo somatório das perdas financeiras decorrentes de violações dos limites de contratação descritos no Capítulo 2, como (sobre)subcontratação, restrição de repasse em Leilão de Ajuste, A-3, ou restrição de repasse de energia nova. A Equação (4.8) a seguir apresenta a função a ser minimizada para esse problema.

$$\min_{x_i} \sum_{t=1}^h \left[\lambda \left(\sum_{i=1}^5 VP_{x_{i,t}} + VP_{CCP} \right) + VPP_{sub,t} + VPP_{sob,t} + VPP_{ra0,t} + VPP_{ra3,t} + VPP_{ren,t} \right] \quad (4.8)$$

Importante destacar que a solução envolve dois objetivos paralelos, ou seja, procura-se uma solução que minimize o custo da energia, mas de tal forma que não sejam violados os limites de contratação vigentes. Foi introduzida uma constante de ponderação, λ , cujo objetivo é expressar o grau de importância dado pela distribuidora aos dispêndios com a compra de energia que seriam integralmente repassados as tarifas. Pelo fato de ter repasse integral, é esperado que os componentes de custo não associados às penalizações tenham menor relevância para a tomada de decisão da distribuidora. Nesse trabalho foi usado $\lambda=0,001$.

Na sequência, cada termo de (4.8) é detalhado matematicamente. Por questões didáticas se iniciará pelos termos associados às penalizações.

4.6.1 Penalização por subcontratação

Em (4.9) é mostrado o segundo termo da função objetivo, $VPP_{sub,t}$, referente a subcontratação. Computa-se a perda de receita incorrida pela distribuidora devido a condição de subcontratação, que corresponde à restrição de repasse da energia comprada, limitada ao

mínimo entre o VR e o PLD, e a penalidade por insuficiência de lastro, correspondente ao maior entre VR e PLD.

$$VPP_{sub,t} = \frac{1}{(1+j)^{t-1}} [pld_t - \min(vr_t, pld_t) + \max(vr_t, pld_t)] z_{sub,t} \quad (4.9)$$

4.6.2 Penalização por sobrecontratação

Em (4.10) detalha-se o terceiro termo relacionado com a sobrecontratação. Neste caso, o montante de energia que exceder 103% de sobrecontratação não é repassado para a tarifa, constituindo uma perda de receita. Contudo, a distribuidora liquida essa energia no mercado de curto prazo a PLD, de forma que esse valor pode ser usado para compensar parcialmente ou integralmente o prejuízo obtido pelo não repasse.

$$VPP_{sob,t} = \frac{1}{(1+j)^{t-1}} [mix_t - pld_t]^+ z_{sob,t} \quad (4.10)$$

Na expressão anterior mix_t representa o preço médio dos contratos vigentes da distribuidora no estágio t .

Por premissa considerou-se que $z_{sob,t}$ estaria associada apenas a penalizações para a concessionária, de forma que foi limitada a possibilidade de ganhos com a liquidação do excedente contratual no MCP. A justificativa para adoção dessa premissa será melhor discutida nos capítulos seguintes.

4.6.3 Penalização por falta de repasse em Leilões de Ajuste

Em (4.11) detalha-se termo relacionado a restrição de repasse do custo da energia comprada em Leilões de Ajuste. O repasse do preço fica limitado ao VR.

$$VPP_{ra0,t} = \frac{1}{(1+j)^{t-1}} [\rho_{1,t} - \min(\rho_{1,t}, vr_t)] x_{1,t} \quad (4.11)$$

Onde $x_{1,t}$ e $\rho_{1,t}$ representam, respectivamente, o preço e montante contratado em Leilão de Ajuste em determinado estágio, e vr_t o valor do VR para aquele estágio.

4.6.4 Penalização e por falta de repasse em A-3

O repasse do montante de energia proveniente de leilões A-3 que exceder o limite de 2% está limitado ao preço médio de fechamento realizado no leilão de energia nova ocorrido no estágio A-5, considerando as atualizações monetárias dos contratos. Isso pode ser dado por:

$$P_{ra3_t} = \left[\rho_{3,t-dl_3} (1 + gr)^{dl_3} - \min \left[\rho_{3,t-dl_3} (1 + gr)^{dl_3}, \rho_{4,t-dl_4} (1 + gr)^{dl_4} \right] \right] z_{a3_t} \quad (4.12)$$

Na expressão acima $\rho_{3,t-dl_3}$ e $\rho_{4,t-dl_4}$ representam os preços de aquisição nos leilões A-3 e A-5 em seus respectivos estágios de tempo. Contudo, é importante perceber que a penalização só se realiza a partir do momento em que o contrato entra em vigor. Portanto, os preços devem ser atualizados por um índice de correção (gr), que nesse caso corresponde ao IPCA, até o estágio t .

Cabe ressaltar que a penalização se estende por mais de um estágio a partir da data de início de exercício, de forma crescente de acordo com a atualização dos contratos pelo IPCA. Representa, portanto uma série de pagamentos crescentes com *delay* em relação ao início dos pagamentos, conforme ilustrado na Figura 4.1.

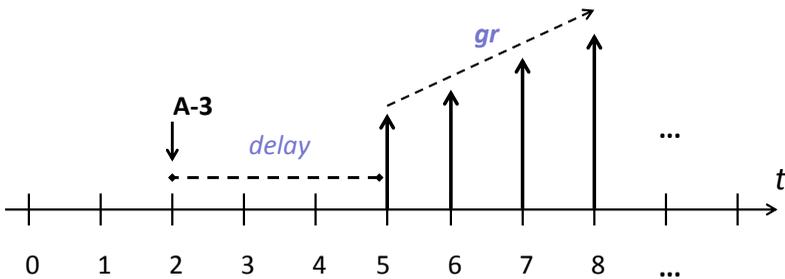


Figura 4.1 – Sistemática da penalização associada a compra no A-3.

O valor presente de uma série de pagamentos de crescimento uniforme geométrico gr pode ser definido conforme expressão a seguir (QUEVEDO, 2012):

$$VP = A \left[\frac{1}{(1 - gr)} - \frac{(1 + gr)^m}{(1 - gr)(1 + j)^m} \right] \quad (4.13)$$

Onde A representa o pagamento inicial, gr o gradiente de crescimento da série, m a sua duração e j a taxa de juros.

Combinando (4.12) e (4.13) pode-se definir o valor presente do custo com restrição de repasse de A-3 conforme expressão a seguir:

$$VPP_{ra3,t} = \frac{P_{ra3,t}}{(1+j)^{t-1}} \left[\frac{1}{1-gr} - \frac{(1+gr)^{\min(h-t+1, L_3)}}{(1-gr)(1+j)^{\min(h-t+1, L_3)}} \right] \quad (4.14)$$

4.6.5 Penalização por falta de repasse de energia nova

No caso de não cumprimento (4.5) a concessionária terá restrição de repasse de montante de energia nova equivalente ao que excedeu ao limite regulatório. O repasse será limitado ao VRE nos primeiros três anos de exercício do contrato. O Decreto nº 5.163/2004 estabelece ainda que essa glosa deve ser realizada seguindo a ordem decrescente dos preços dos contratos vigentes. Logo:

$$P_{ren_t} = \left[\max_{k \in \Phi_t} \rho_k - vre_t \right] z_{en_t} \quad (4.15)$$

em que, Φ_t representa o conjunto dos contratos de energia proveniente de novos empreendimentos, vigentes no estágio t , e ρ_k os seus respectivos preços.

De forma semelhante a (4.12) essa penalização se estende por três anos a partir do início do contrato A-1 que a originou, portanto:

$$VPP_{ren,t} = \frac{P_{ren_t}}{(1+j)^{t-1}} \left[\frac{1}{1-gr} - \frac{(1+gr)^{\min(h-t+1, 3)}}{(1-gr)(1+j)^{\min(h-t+1, 3)}} \right] \quad (4.16)$$

4.6.6 Custo da energia comprada

O primeiro termo da função objetivo diz respeito ao custo da energia comprada ponderada pela constante λ . De forma semelhante a (4.14) e (4.16) o custo do contrato pode ser representado como uma série crescente. A Equação (4.17) representa o valor presente de um contrato ao longo da sua vida, onde $x_{i,t}$ e $\rho_{i,t}$ indicam o montante contratado e o seu preço respectivamente :

$$VP_{x_{i,t}} = \frac{x_{i,t} \rho_{i,t} (1+gr)^{dl_i}}{(1+j)^{|t-1+dl_i-1|}} \left[\frac{1}{1-gr} - \frac{(1+gr)^{\min(h-t-dl_i+1, L_i)}}{(1-gr)(1+j)^{\min(h-t-dl_i+1, L_i)}} \right] \quad (4.17)$$

Além disso, podem existir ainda custos adicionais de compra de energia no MCP em situações de déficit contratual. O valor presente de compras no curto prazo (VP_{CCP}) está apresentado na Equação (4.18) a seguir:

$$VP_{CCP} = \frac{1}{(1+j)^{t-1}} \lambda pld_t z_{sub_t} \quad (4.18)$$

4.7 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA ESTOCÁSTICO

O problema de gestão da contratação no ACR envolve uma série de incertezas, sendo duas delas especialmente determinantes para o resultado de uma política de contratação: a demanda e o PLD. A seguir será apresentada a formulação do Equivalente Determinístico (ED) do problema estocástico considerando a presença de incerteza em relação a essas duas variáveis.

4.7.1 Equivalente Determinístico

Como base na modelagem apresentada em (4.1)-(4.18), a formulação do problema estocástico em sua forma explícita pode ser representada como a seguir. Por simplicidade, representa-se (4.13) por um fator de acumulação de capital fac .

$$p^\omega \sum_{\omega=1}^s \sum_{t=1}^h \left[\begin{aligned} & \lambda \sum_{i=1}^n \frac{x_{i,t}^\omega \rho_{i,t} (1+gr)^{d_i}}{(1+j)^{|t-1+d_i-1|}} fac_{x_i} \\ & + \frac{1}{(1+j)^{t-1}} \lambda pld_t^\omega z_{sub_t}^\omega \\ & + \frac{1}{(1+j)^{t-1}} \left[\frac{pld_t^\omega - \min(vr_t, pld_t^\omega)}{\max(vr_t, pld_t^\omega)} + \right] z_{sub_t}^\omega \\ & + \frac{1}{(1+j)^{t-1}} [mix_t - pld_t^\omega]^+ z_{sob_t}^\omega \\ & + \frac{1}{(1+j)^{t-1}} [\rho_{1,t} - \min(\rho_{1,t}, vr_t)] w_{1,t}^\omega \\ & + \frac{P_{ra3_t}^\omega}{(1+j)^{t-1}} fac_{ra3} \\ & + \frac{P_{ren_t}^\omega}{(1+j)^{t-1}} fac_{ren} \end{aligned} \right] \quad (4.19)$$

s.a:

(4.20)

$$\sum_{i=1}^n w_{i,t}^{\omega} + \sum_{\kappa=1}^4 ca_{\kappa,t} + z_{sub_t}^{\omega} - sob_t^{\omega} - z_{sob_t}^{\omega} = d_t^{\omega}$$

$$w_{i,t}^{\omega} - w_{i,t-1}^{\omega} - x_{i,t-dl_i}^{\omega} + x_{i,t-dl_i-L_i}^{\omega} = 0$$

$$mr_t - \sum_{i=1}^5 x_{i,t+1-dl_i-L_i} - \sum_{\kappa=1}^4 [ca_{\kappa,t} - ca_{\kappa,t+1}]^+ = 0$$

$$-x_{5,t}^{\omega} - 0,04(w_{2,t}^{\omega} + w_{5,t}^{\omega} + ca_{2,t}) - 1/2lim_{troca}(w_{3,t}^{\omega} + w_{4,t}^{\omega} + ca_{3,t} + ca_{4,t}) \leq 0$$

$$x_{5,t}^{\omega} - lim_{troca}(w_{2,t}^{\omega} + w_{5,t}^{\omega} + ca_{2,t}) - 1/2lim_{troca}(w_{3,t}^{\omega} + w_{4,t}^{\omega} + ca_{3,t} + ca_{4,t}) \leq 0$$

$$x_{2,t}^{\omega} - mr_t^{\omega} \leq 0,005d_t^{\omega}$$

$$-x_{2,t-dl_2}^{\omega} - z_{en_t}^{\omega} + 0,96mr_{t-dl_2}^{\omega} \leq 0$$

$$x_{3,t-dl_3}^{\omega} - z_{a3_t}^{\omega} \leq 0,02d_{t-dl_4}^{\omega}$$

$$x_{1,t}^{\omega} - 0,01[\sum_{\kappa=1}^4 ca_{\kappa,t} + \sum_{i=1}^n w_{i,t}^{\omega}] \leq 0$$

$$x_{i,t}^{\omega} - x_{i,t}^{\omega'} = 0, \forall \omega, \omega' \in \Psi_t^{\omega}$$

$$0 \leq sob_t^{\omega} \leq 0,03d_t^{\omega}, z_{sob_t}^{\omega} \geq 0, z_{sub_t}^{\omega} \geq 0$$

$$x_i^{\omega} \geq 0, w_i^{\omega} \geq 0$$

$$t = 1, \dots, h; i = 1, \dots, n; \omega = 1, \dots, s;$$

Fazendo um paralelo com a formulação apresentada o Capítulo 3 pode-se relacionar x à tomada de decisão nos leilões do ACR, ou seja, a declaração de necessidade da distribuidora no certame, e y à função de recurso representada pelas variáveis de folga do problema. As matrizes A e B estão associadas à restrição de balanço contratual (4.1)-(4.2) que acoplam os cenários²³ enquanto que T e W correspondem às restrições de aquisição nos leilões (Ajuste, A-1, A-3, A-5 e Trocas) presentes em (4.3)-(4.7). As incertezas do PLD e da demanda estão presentes nos vetores c_2 , b_{eq} e b , conforme abaixo.

$$\min p^{\omega} \sum_{\omega=1}^s (c_1 x^{\omega} + c_2 y^{\omega})$$

s.a:

$$A^{\omega} x^{\omega} + B^{\omega} y^{\omega} = b_{eq}^{\omega}$$

$$T^{\omega} x^{\omega} + W^{\omega} y^{\omega} \leq b^{\omega}$$

(4.21)

²³ A restrição (4.4) pode ser eliminada pela inserção em (4.5). Foi mantida em (4.18) por simplicidade de representação.

$$N^{\omega} \mathbf{x}^{\omega} = 0$$

Por se tratar de um problema de grande porte o uso de algum algoritmo de decomposição torna-se necessário para que a solução seja possível do ponto de vista computacional. O ED apresentado em (4.19)-(4.20) possui um total de $(2n + 5)hs$ variáveis. Considerando um horizonte de análise de seis estágios e nove aberturas (realizações das variáveis aleatórias) por estágio, se obteria um problema de PL associado com o ED com um total de 5.314.410 variáveis! A solução computacional de um problema desse tamanho, ainda que possível, poderia demandar um tempo de processamento extremamente elevado.

4.7.2 *Progressive Hedging*

Problemas com a estrutura de (4.21) permitem a separação do problema em blocos conforme ilustrado na Figura 3.3. Em virtude dessa estrutura particular optou-se por se utilizar o método de decomposição baseado no *Progressive Hedging* para solução do problema. Essa opção não é mandatória, outro método poderia ter sido escolhido. Contudo, vale destacar que o problema se caracteriza por possuir muitas restrições de acoplamento temporal devido à sistemática dos leilões. Tal propriedade favorece a decomposição do problema por cenários. Alternativamente, uma decomposição por nós, como a DA, por exemplo, poderia ser usada, mas certamente a sua implementação seria mais complicada. Entendeu-se, portanto, que o uso do PH nesse caso seria mais apropriado.

No tocante à decomposição do problema, é importante notar que, muito embora existam dois conjuntos de variáveis (\mathbf{x}, \mathbf{y}) apenas, as restrições de não-antecipatividade associadas a variáveis de decisão, \mathbf{x} , precisam ser relaxadas. Isso porque \mathbf{y} seguirá como consequência das decisões tomadas em \mathbf{x} em cada cenário. Portanto, se a não-antecipatividade for atendida para as primeiras também será para as últimas. A partir dessa proposição foi possível reduzir consideravelmente o tamanho do problema dual. Isto posto, é apresentada a seguir a estrutura de cada subproblema tendo como base as fundamentações apresentadas no Capítulo 3.

4.7.2.1 Estrutura de cada subproblema na aplicação do PH

Seja $f(x_{i,t})^\omega$ a função objetivo do subproblema associado ao cenário ω conforme descrito em (4.8), a solução do PH consiste em resolver cada subproblema associado a função do Lagrangeano Aumentado $\Lambda^\omega(x_t, \pi)$ conforme descrito a seguir:

$$\min \Lambda^\omega(x_{i,t}, \pi_{i,t}) = p^\omega \left[f(x_{i,t})^\omega + \sum_{\omega=1}^s \sum_{t=1}^h \pi_{i,t}^\omega (x_{i,t}^\omega - \bar{x}_{i,t}^\omega) + \frac{\mu}{2} \sum_{\omega=1}^s \sum_{t=1}^h \|x_{i,t}^\omega - \bar{x}_{i,t}^\omega\|^2 \right]$$

s.a:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n w_{i,t}^\omega + \sum_{\kappa=1}^4 ca_{\kappa,t} + z_{sub_t}^\omega - sob_t^\omega - z_{sob_t}^\omega = d_t^\omega \\ & w_{i,t}^\omega - w_{i,t-1}^\omega - x_{i,t-d_{li}}^\omega + x_{i,t-d_{li}-L_i}^\omega = 0 \\ & mr_t - \sum_{i=1}^5 x_{i,t+1-d_{li}-L_i}^\omega - \sum_{\kappa=1}^4 [ca_{\kappa,t} - ca_{\kappa,t+1}]^+ = 0 \\ & -x_{5,t}^\omega - 0,04(w_{2,t}^\omega + w_{5,t}^\omega + ca_{2,t}) - 1/2lim_{troca}(w_{3,t}^\omega + w_{4,t}^\omega + ca_{3,t} + ca_{4,t}) \leq 0 \\ & x_{5,t}^\omega - lim_{troca}(w_{2,t}^\omega + w_{5,t}^\omega + ca_{2,t}) - 1/2lim_{troca}(w_{3,t}^\omega + w_{4,t}^\omega + ca_{3,t} + ca_{4,t}) \leq 0 \\ & x_{2,t}^\omega - mr_t^\omega \leq 0,005d_t^\omega \\ & -x_{2,t-d_{l2}}^\omega - z_{en_t}^\omega + 0,96mr_{t-d_{l2}}^\omega \leq 0 \\ & x_{3,t-d_{l3}}^\omega - z_{a3_t}^\omega \leq 0,02d_{t-d_{l4}}^\omega \\ & x_{1,t}^\omega - 0,01[\sum_{\kappa=1}^4 ca_{\kappa,t} + \sum_{i=1}^n w_{i,t}^\omega] \leq 0 \\ & 0 \leq sob_t^\omega \leq 0,03 \cdot d_t^\omega, z_{sob_t}^\omega \geq 0, z_{sub_t}^\omega \geq 0 \\ & x_i^\omega \geq 0, w_i^\omega \geq 0 \\ & t = 1, \dots, h; i = 1, \dots, n \end{aligned} \tag{4.22}$$

em que:

$$\bar{x}_t^\omega = \sum_{k \in \Psi_t^\omega} p^k x_t^k \tag{4.23}$$

5 ESTUDOS DE CASO

5.1 INTRODUÇÃO

Nesta seção são apresentadas as premissas básicas e dados utilizados nas simulações computacionais. A intenção é avaliar e validar a aplicabilidade da modelagem proposta nesse trabalho para a solução do problema da contratação de energia no ACR. Para tanto, foram realizadas diversas simulações considerando uma distribuidora hipotética atuando nos leilões de energia em diversos cenários ao longo de um horizonte de médio prazo. A solução do problema, como já discutido, se dá na forma das decisões dos montantes associados à declaração de compra nos leilões que, por hipótese, se converterão em contratos de longo prazo. É importante ressaltar que a operação das concessionárias nesse contexto envolve uma grande quantidade de incertezas, tanto no que diz respeito ao comportamento do mercado e preços quanto aquelas de natureza político/regulatória que impactam diretamente no resultado da estratégia proposta. A disponibilidade de oferta nos leilões de energia ou nos mecanismos de troca como MCSD, a possibilidade de seções ou interrupções contratuais em caráter bilateral, a frequência de realização dos leilões e suas regras, a forma de alocação de cotas de energia, e outros, são exemplos de fatores externos que se encontram à margem da decisão da concessionária e que são, a rigor, impossíveis de serem previstos.

Nesse sentido, não é a intenção desse trabalho a reprodução fidedigna dos aspectos que envolvem a atuação da concessionária na vida real, com todas as suas especificidades, mas a construção de um modelo genérico que represente da forma mais detalhada possível a legislação e normatização pertinente ao assunto e que traduza na forma das decisões tomadas os sinais dados aos agentes do mercado.

Com o objetivo de tornar a solução mais robusta as incertezas são introduzidas na formulação do problema na representação estocástica das variáveis associada à demanda futura de energia e PLD.

5.2 DADOS DE ENTRADA E PREMISSAS DO MODELO

5.2.1 Alternativas Contratuais

Como discutido anteriormente, se considerou que a distribuidora possui cinco alternativas para adquirir sua energia no ACR (Ajuste, A-1, A-3, A-5 e Trocas) correspondentes as variáveis de decisão (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5). Parte-se do princípio que sempre há oferta de energia, ou seja, haverá leilões todos os anos e que não ocorrerão leilões frustrados de compra. Portanto, a decisão de declaração de compra realizada pela distribuidora sempre será efetivada.

No caso dos mecanismos de troca, estes envolvem tanto as modalidades de MCSD tradicionais quanto àquelas previstas na Resolução Normativa nº 508, de 4 de setembro de 2012, referente aos contratos de energia de novos empreendimentos. A rigor não existem limites para seções e aquisições de contratos; todavia, a observação demonstra que em geral a capacidade de trocas nessas modalidades é limitada. Além disso, observa-se na prática uma forte correlação entre os mercados das distribuidoras devido ao seu comportamento sistêmico, de forma que as concessionárias tendem a ter posições contratuais semelhantes.

Nesse trabalho considerou-se para fins de modelagem limitadores dinâmicos para as trocas associados aos cenários de demanda. Nos cenários em que há grande crescimento de demanda há menos capacidade de aquisição de energia por esse mecanismo e maior possibilidade de cessão. Pelas mesmas razões, nos cenários de queda de demanda há menor possibilidade de cessão e maior capacidade de aquisição de energia via trocas. A Tabela 5.1 resume o critério para definição do valor de lim_{troca} usado para calcular os limites de troca em cada cenário (Equação 4.3).

Tabela 5.1 – Limitador da trocas (lim_{troca})

Cenário de crescimento de demanda	Limite superior	Limite inferior
Acima da média	1%	5%
Neutro	4%	4%
Abaixo da média	5%	1%

Assume-se que cada leilão possui um único produto com prazo para entrar em vigor e duração padronizados de acordo com a sua

modalidade. A Tabela 5.2 resume os tempos de entrada em operação e duração referente a cada tipo de contrato.

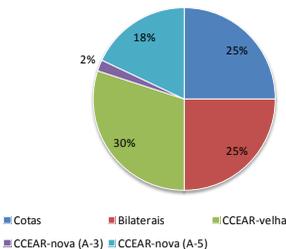
Tabela 5.2 – Prazo de entrega e duração (anos).

Tipo de contrato	Prazo de entrega dl	Duração L
Ajuste (x_1)	0	1
A-1 (x_2)	1	4
A-3 (x_3)	3	15
A-5 (x_4)	5	30
Trocas (x_5)	0	10

5.2.2 Contratos anteriores ao horizonte de estudo

A condição inicial do problema considera uma distribuidora com contratos suficientes para atender a 100% da sua demanda no primeiro estágio. Além disso, assumiu-se a existência de contratos firmados em estágios anteriores ao início do horizonte de estudo (ca_k) que entrarão em vigor para atender a projeção de crescimento da demanda ao longo do horizonte de estudo. Considerou-se também um portfólio de contratos diversificado, composto por uma parcela de contratos CCEAR de energia nova e existente, e uma parcela de contratos inflexíveis (bilaterais, GD, Itaipu, Cotas, Proinfa, e outros)²⁴. De forma a dar um tom mais realístico para a simulação, considerou-se também que parte desses contratos se extinguem ao longo do horizonte de estudo e devem ser recontratados em A-1.

Portfólio de contratos em $t=0$



Descontratação no horizonte de estudo

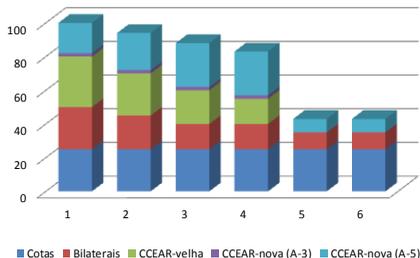


Figura 5.1 – Perfil de contratação em $t=0$.

²⁴ Ao longo das simulações foram testados diferentes condições de contratação inicial com diferentes graus de flexibilidade.

Importante destacar que esta foi a condição inicial de contratação considerada para o caso base. Ao longo do trabalho foram realizadas diversas simulações computacionais e em algumas delas foram consideradas variações da condição de contratação inicial de contratação a fim avaliar aspectos específicos do problema.

Por fim, os preços de fechamento dos leilões foram obtidos por um sorteio pseudoaleatório tendo como base uma distribuição uniforme e um intervalo de confiança estabelecido pra cada tipo de leilão. No caso particular da energia proveniente de mecanismos de troca utilizou-se como preço a média móvel de contratos A-1 e A-5 vigentes nos últimos 5 anos até o estágio em análise, conforme apresentado na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Intervalo de preços do sorteio.

Tipo de contrato	Lim. Inferior [R\$/MWh]	Lim. Superior [R\$/MWh]
Ajuste (x_1)	40	150
A-1 (x_2)	80	105
A-3 (x_3)	100	150
A-5 (x_4)	90	130
Trocas (x_5)	Média móvel A-1, A-5	Média móvel A-1, A-5

5.2.3 Atualização monetária

A taxa de desconto utilizada no trabalho corresponde ao custo médio ponderado de capital (*Weighted Average Cost of Capital - WACC*) definido pela Aneel pra o 3º ciclo de revisões tarifárias, de 7,5% a.a., e o índice de correção dos contratos ao longo dos estágios foi Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), assumido como 4% a.a.

5.2.4 Preço de Liquidação de Diferenças

O valor PLD representa uma das maiores fontes de incerteza associada ao processo de contratação de energia. Muito embora historicamente seu valor permaneça na maior parte do tempo em patamares inferiores aos preços de longo prazo praticados no ACR, mudanças hidrológicas conjunturais do sistema podem ocasionar escaladas rápidas de preço com picos extremamente altos. Essa elevada volatilidade faz com que a exposição ao preço no MCP represente grande risco financeiro à concessionária no caso de insuficiência de lastro contratual. A Figura 5.2 a seguir apresenta a evolução histórica do PLD.

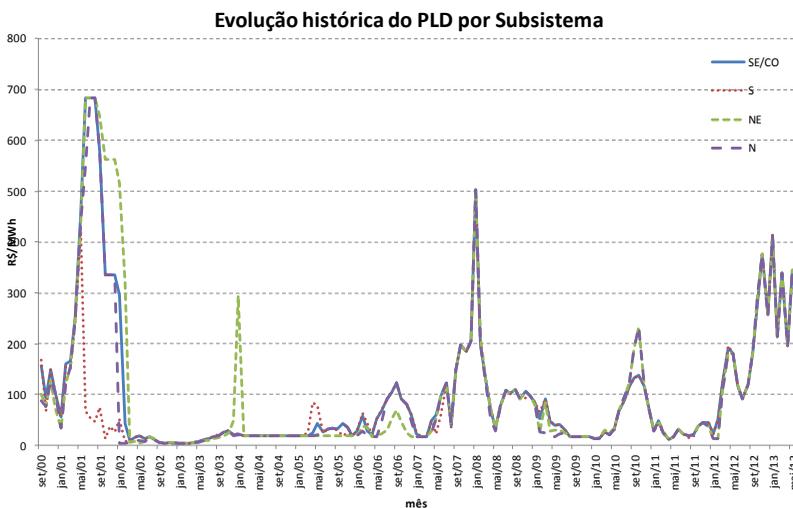


Figura 5.2 – Histórico do PLD. (CCEE, 2013)

Apesar do valor médio da série ser relativamente baixo, da ordem de R\$ 43,86/MWh, dentro do intervalo de confiança de 10%-90% o PLD pode assumir valores de R\$ 12/MWh a R\$ 300/MWh como pode ser visualizado na Figura 5.3.

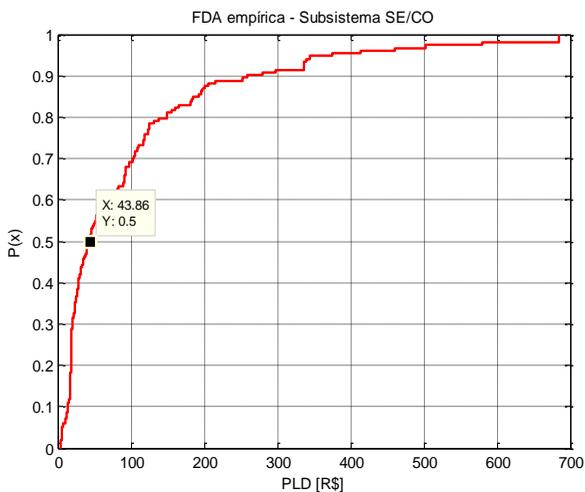


Figura 5.3 – Distribuição empírica do PLD histórico.

Nos estudos de caso realizados ao longo desse trabalho foram considerados diversos valores de PLD variando entre 18 e 200 R\$/MWh.

5.2.5 Evolução da demanda

O crescimento da carga ou energia demandada pela distribuidora está muito associado às particularidades da sua área de concessão, como comportamento da economia local, entrada de grandes consumidores, fatores climáticos, políticas públicas voltadas ao desenvolvimento regional; enfim, existe uma série de fatores que devem ser considerados.

Na prática, ao se avaliar alternativas de contratação futura, talvez a variável de maior importância seja o comportamento futuro da demanda. Tal relevância se acentua ainda mais pela forma como estão estruturadas as regras do ACR, com forte penalização de repasse para concessionárias que não atinjam ou excedam o lastro contratual para atendimento ao seu mercado. Grande esforço deve ser dispendido no sentido de prever com maior precisão possível as realizações do mercado futuro. Ainda assim, a incerteza sempre estará presente.

Conforme discutido, foge ao escopo desse trabalho o tratamento e modelagem de especificidades das distribuidoras. Nas simulações realizadas, tomou-se como base uma evolução de mercado hipotética. A árvore de cenários é construída a partir de cenários de desvios de crescimento em relação à projeção de referência. A Figura 5.4 ilustra esse processo para uma projeção de crescimento de demanda fictício de 4% a.a. com cenários de desvio de $\pm 1,5\%$. Para o crescimento da demanda, tomou-se como base nas simulações a projeção de crescimento definida pela EPE para o período de 2011-2021, tendo como referência a carga do Subsistema Sudeste/Centro-Oeste. A incerteza associada a essa projeção estaria representada por desvios de cenários otimistas e pessimistas em relação à projeção central. A Tabela 5.4 apresenta a projeção de referência utilizada nas simulações.

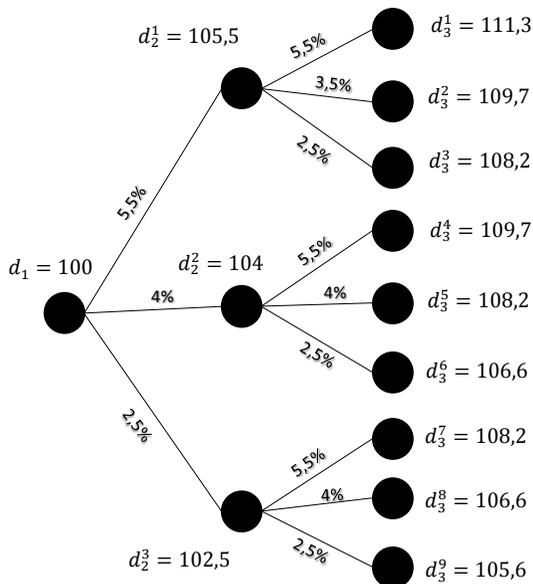


Figura 5.4 – Exemplo de construção de árvore de cenários de demanda

Tabela 5.4 – Projeção de demanda de referência.

$t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=4$	$t=5$	$t=6$
-	4,94%	4,25%	3,68%	3,80%	3,90%

6 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

6.1 INTRODUÇÃO

Nesta seção serão apresentados os resultados das simulações realizadas com o modelo de otimização, frente ao problema da contratação, considerando a presença de incerteza nas variáveis de entrada.

Foram realizadas diversas simulações considerando diferentes condições iniciais e árvores de distintos tamanhos e variabilidade entre os cenários.

As simulações computacionais foram divididas em duas etapas: (i) avaliação de aspectos de implementação do *Progressive Hedging* em termos da adequação e desempenho do uso da ferramenta na solução do problema proposto; (ii) avaliação da política obtida pelo modelo desenvolvido a partir da análise e interpretação das soluções decorrentes da sua aplicação no contexto da contratação de energia em diferentes casos.

O algoritmo de solução foi desenvolvido em ambiente MATLAB, como exceção do solver para solução do problema quadrático, implementado por meio de interface com o software comercial GUROBI OPTIMIZER, por ter se mostrado muito superior em termos de velocidade na solução dos subproblemas do que a subrotina disponível no MATLAB. Para execução dos modelos, foi utilizado um processador Intel Core i-7-2600, com 3,40 GHz e 4 Gb de memória RAM.

De forma a acelerar o tempo de processamento, foi implementada uma rotina de particionamento do processador para processamento paralelo na solução dos cenários independentes utilizando o *toolbox* de computação paralela disponível no Matlab, cuja implementação foi muito facilitada pela estrutura do problema decomposto por cenários, apresentada anteriormente.

6.2 ASPECTOS DE IMPLEMENTAÇÃO DO *PROGRESSIVE HEDGING*

Em princípio, é preciso ressaltar os ganhos imediatos percebidos pelo uso do PH no que diz respeito à formulação matemática. Um

aspecto particular da contratação nos leilões do ACR é a presença frequente de lacuna temporal entre a decisão tomada e os seus respectivos efeitos, a exemplo do que acontece com os leilões tipo A-1, A-3 e A-5. A característica fundamental do PH de decomposição do problema em cenários simplificou de forma considerável a formulação e implementação computacional do problema, o que pode ser considerada por si só uma vantagem do método em relação aos demais correlatos.

6.2.1 Análise de Convergência

Como discutido no Capítulo 3, duas escolhas são determinantes na qualidade da solução e eficiência de convergência do PH: a definição do parâmetro de penalidade, μ , e o critério de parada do algoritmo.

Não existe estudo conclusivo apontando uma regra geral na definição do parâmetro de penalidade. Seu valor é essencialmente definido através do processo de tentativas. Trabalhos anteriores sugerem que o seu valor ideal deve ser obtido empiricamente e pode variar drasticamente de acordo com as características de cada problema. No trabalho de Mulvey e Vladimirov (1991), por exemplo, foram obtidos melhores resultados com os valores inferiores a 1 enquanto que para Watson, Woodruff e Strip (2007), melhores performances foram observadas com valores de penalidade da ordem de 100.000.

Testes preliminares apontam a relação particular entre determinadas características do problema e o parâmetro de penalidade. A ordem de grandeza das variáveis sem dúvida é um fator determinante. Nos testes realizados, a mudança da ordem de grandeza das variáveis implicou de forma correlata na necessidade de uma mudança da ordem de grandeza da penalidade de forma a equilibrar o valor dos componentes de perturbação na função objetivo. Também, a variabilidade dos cenários da árvore e as condições iniciais do problema mostraram ter grande influência nesse quesito.

Há ainda abordagens alternativas que sugerem a mudança no valor da penalidade ao longo do processo de solução. Em seu trabalho Watson, Woodruff e Strip (2007) argumentam que o valor do parâmetro de penalidade não precisa necessariamente permanecer constante ao longo do processo de solução e analisam a aplicação de diferentes heurísticas a atualização da penalidade em comparação com valores de penalidade fixa. No seu caso, o uso de um valor de penalidade dinâmico proporcionou uma melhora considerável na qualidade da solução obtida nos casos estudados comparado ao uso do parâmetro fixo. Contudo, esta

melhoria de qualidade veio acompanhada de um aumento no tempo computacional.

Na mesma linha, Gonçalves (2011) abordou o problema com parâmetros de penalidade dinâmicos, partindo de valores iniciais muito pequenos com uma heurística de crescimento ponderada pela norma do gradiente das variáveis relaxadas. Nesse caso, o uso de penalidade variável resultou em soluções de melhor qualidade com tempo de processamento muitas vezes menor que daquelas simulações utilizando parâmetro fixo.

Mulvey e Vladimirov (1991) também encontraram resultados superiores com reduções da ordem de 20-30% no tempo computacional com o uso de heurísticas de ajuste dinâmico do parâmetro de penalidade comparativamente ao uso de parâmetros fixos.

No que diz respeito ao critério de parada do algoritmo, em geral são utilizados critérios pautados na convergência das variáveis primais e duais do problema. O grau de proximidade da solução primal e seus respectivos valores meta no atendimento das restrições de não antecipatividade medem a viabilidade da solução e tendem a valores muito pequenos nas proximidades de uma solução viável. Da mesma maneira, a variação das variáveis duais a cada iteração sinaliza quão próxima a solução se encontra da otimalidade. Na medida em que a solução se aproxima do ponto de otimalidade, a variação dos multiplicadores de Lagrange tende zero. Rockafellar e Wets (1991) demonstram que a norma composta pela variação das variáveis primais e duais a cada iteração, δ^v , a qual está definida abaixo, tenderá a zero quando a solução tende para a otimalidade.

$$\delta^v = E \left[\left\| \bar{x}_{i,t}^v - \bar{x}_{i,t}^{v-1} \right\|^2 + \frac{1}{\mu^2} \left\| \pi_{i,t}^v - \pi_{i,t}^{v-1} \right\|^2 \right] \quad (6.1)$$

Onde,

$\bar{x}_{i,t}^v$ é o valor meta da variável $x_{i,t}$ na iteração v ;

$\bar{x}_{i,t}^{v-1}$ é o valor meta da variável $x_{i,t}$ na iteração anterior ;

$\pi_{i,t}^v$ é o multiplicador de Lagrange associando a variável $x_{i,t}$ na iteração v ;

$\pi_{i,t}^{v-1}$ é o multiplicador de Lagrange associando a variável $x_{i,t}$ na iteração v ;

μ é o parâmetro de penalidade.

Em Mulvey e Vladimirov (1991) e Helgason e Wallace (1991), a norma δ^v definida acima foi explicitamente usada como critério de parada do algoritmo. Assim, encerra-se o processo iterativo do algoritmo quando $\delta^v \approx 0$.

O trabalho de Watson, Woodruff e Strip (1991) se destaca nesse aspecto por abordar o problema da convergência de forma particular. Foi usado como critério inicial o desvio médio por cenário para os valores meta (solução primal)

$$td = \left(\sum_{i,\omega} x_i^\omega - \bar{x}_i \right) / s \quad (6.2)$$

onde \bar{x}_i representa o valor médio de x_i^ω sobre todo conjunto $\omega \in s$. Combinado com um segundo critério que mede o impacto das violações de não-antecipatividade na função objetivo

$$qd = (c \cdot x_i^{max} / c \cdot \bar{x}_i) * 100 \quad (6.3)$$

onde $x_i^{max} = \max_{\omega \in s} x_i^\omega$ e c o valor de custo associado a variável x_i .

Conceitualmente, a ideia é que pequenas discrepâncias entre as variáveis de decisão podem ter pouca relevância na função objetivo. Assim, usa-se um critério pouco restritivo na parada, td , ao mesmo tempo em que se assegura que o termo qd permaneça abaixo de certo nível de tolerância.

Fica claro que a implementação prática de algoritmos de solução baseados em PH apresentam comportamento fortemente baseado em heurística. O uso de critério de parada e parâmetros de penalidade apropriados ao problema pode ser crucial em termos de desempenho do algoritmo e da qualidade da solução. Nesse sentido, nesta etapa inicial do trabalho buscou-se fazer uma análise comparativa da aplicação do método de PH utilizando diferentes heurísticas com vistas a identificar o seu grau de influência e adequação na solução do problema.

A heurística de parada do algoritmo se pautou essencialmente no atendimento as restrições de não-antecipatividade. O critério de parada utilizado teve como base o grau de proximidade da solução primal, medido pela norma absoluta de uma “matriz de atendimento a não-antecipatividade”, definida a partir das diferenças entre a solução das variáveis primais e os seus respectivos valores meta.

$$\delta^v = \left\| \mathbf{x}_{i,t}^{\omega,v} - \bar{\mathbf{x}}_{i,t}^{\omega,v} \right\|_{\infty} \quad (6.4)$$

$i = 1, \dots, n; t = 1, \dots, h; \omega = 1, \dots, s$

Assim encerra-se o algoritmo se $\delta^v < tol$. Ao se utilizar a norma infinita se garante a parada do algoritmo quando o maior desvio entre as variáveis primais estiver dentro da tolerância, significando que a restrição de não-antecipatividade estará dentro do critério de tolerância em todos os cenários. Nas simulações computacionais foi usado $tol = 0,05$.

É importante destacar esse critério de parada pode ser considerado rigoroso por considerar o valor absoluto da convergência e não seu valor relativo. A observação da solução de problemas via PH indica uma rápida convergência para uma região próxima a solução nos primeiros estágios, até um ponto a partir do qual ocorre apenas um refinamento da solução. Em alguns casos com o uso do erro absoluto em relação ao critério de não-antecipatividade pode-se dispendir muito tempo buscando o ajuste da solução para variáveis pouco representativas para o valor da solução. Em princípio esse comportamento pode ser detectado em situações que a redução do valor da norma da matriz de diferenças represente pouca variação no valor da função objetivo.

Nesse estudo foi considerado um critério adicional para a parada do algoritmo seguindo uma estratégia semelhante à proposição de Watson, Woodruff e Strip (1991). Ou seja, algo que avalie o impacto do não atendimento a restrição de não-antecipatividade no valor final da solução. O objetivo deste critério é forçar a parada antecipada do algoritmo nas situações em que a solução já se encontre muito próxima do resultado ótimo, mas, no entanto, o critério de convergência baseado na não-antecipatividade ainda não tenha sido atingido.

Portanto, adicionalmente ao critério de tolerância já descrito, foi considerado um critério de parada alternativo baseado na evolução da solução. A parada antecipada ocorrerá quando os três critérios abaixo descritos forem simultaneamente satisfeitos, onde z^v representa o valor da função objetivo na iteração v .

$$Crit_1: v > 100$$

$$Crit_2: \frac{z^v - z^{v-30}}{z^v} < 1\%$$

$$Crit_3: \left\| \frac{z^v - z^{v-10}}{10} \right\| < 0,01 \quad (6.5)$$

Importante reforçar que essa proposição de parada é inteiramente empírica, baseada na observação do comportamento do algoritmo na

solução desse problema em específico. O primeiro critério garante que já se tenha processado número razoável de iterações do algoritmo. O segundo e terceiro critérios garantem que o valor da função objetivo não tenha sofrido variação significativa ao longo de um número considerável de iterações e que a inclinação da curva associada com os valores da função objetivo em iterações próximas a solução seja desprezível.

No tocante ao parâmetro de penalidade, foram feitas três abordagens: (i) parâmetro de penalidade fixo, (ii) parâmetro de penalidade dinâmico, (iii) parâmetros de penalidade independentes.

6.2.1.1 Parâmetro de penalidade fixo

O algoritmo de solução apresentado foi aplicado a um problema de grande porte com uma árvore composta por 59.049 cenários de crescimento de demanda e PLD. Os resultados das simulações usando parâmetros fixos estão resumidos na Tabela 6.1. Os resultados apontam para o uso preferencial de valores de penalidade mais altos na solução do problema. As soluções utilizando valores menores apresentaram soluções menores e mais próximas do ponto ótimo, porém, com um custo computacional muito superior. O incremento de $\mu=10$ para $\mu=100$, por exemplo, implicou em aumento no valor da solução de 3%; por outro lado, reduziu o tempo computacional em aproximadamente quatro vezes.

Interessante notar que com $\mu=10$ a solução se estabiliza mais rapidamente em um patamar próximo ao valor final da solução, como pode ser visto na Figura 6.1; no entanto, é superado em tempo de convergência pelo caso de $\mu=100$.

O problema não convergiu com $\mu=1$ e o algoritmo foi interrompido pelo critério de parada alternativo. Apesar disso, a solução encontrada apresenta pouco desvio em relação às demais, tanto no valor da solução quanto na decisão de primeiro estágio. Por outro lado, houve uma redução significativa no número de iterações se comparado a solução com $\mu=10$, indicando que heurísticas desse tipo apresentam ganhos potenciais para esse problema.

Tabela 6.1 – Solução da árvore com μ fixo.

Parâmetro de penalidade fixo		Parâmetro de penalidade (μ)		
		1	10	100
Valor da Solução [\$]		27,76	29,91	30,83
Decisão de 1º estágio [MWh]	x_1 (A-0)	0,00	0,00	0,00
	x_2 (A-1)	10,45	10,50	10,50
	x_3 (A-3)	2,01	2,00	2,00
	x_4 (A-5)	4,30	5,10	3,50
	x_5 (Trocas)	1,62	1,67	1,67
Norma do gradiente		0,52*	0,05	0,04
Número de iterações		157	239	61
Tempo de processamento [horas]		2,83	4,46	1,09

*Parada forçada

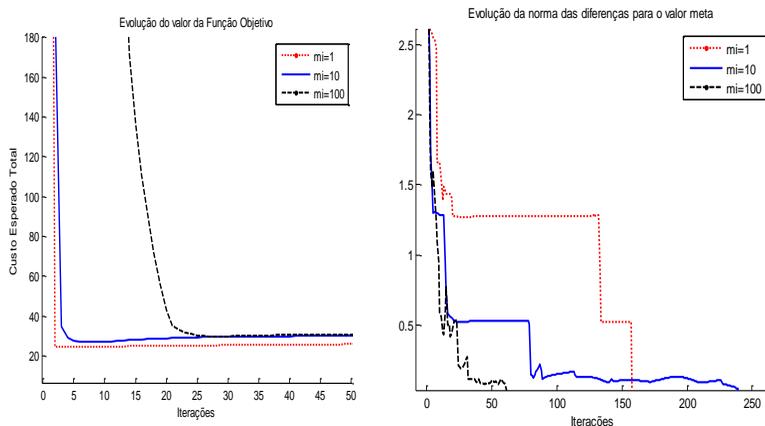


Figura 6.1 – Evolução da função objetivo e convergência da norma δ - penalidade fixa.

Analisando o comportamento da decisão de primeiro estágio, chama atenção a grande diferença do valor de x_4 , que corresponde a declaração de compra no leilão A-5. Diferentemente das demais variáveis, a política de contratação no A-5 parece sofrer grande variação dependendo do valor do parâmetro de penalidade escolhido. O valor da

função objetivo, por outro lado, parece não ser impactado. Tal fato se explica pela estrutura particular do problema em que a compra de energia tem peso muito pequeno na função objetivo. Além disso, vale lembrar que a energia comprada no A-5 só estará disponível no último estágio do problema, de forma que é sempre possível suprir uma possível diferença de contratação no primeiro estágio usando as margens de ajustes disponíveis nos demais leilões ao longo dos estágios intermediários. Todas as soluções nesse contexto seriam igualmente ótimas, o que remete a questão de múltiplas soluções para esse problema. De toda forma, as simulações indicam que os montantes comprados no A-5 têm menor relevância nesse caso. Evidentemente, esse resultado depende da capacidade da distribuidora de contratar energia adicional via Trocas e também em Leilões de Ajuste, que foi uma premissa adotada para essa simulação. Na ausência dessa premissa possivelmente os resultados seriam outros.

6.2.1.2 Parâmetro de penalidade dinâmico

Em se tratando de parâmetro de penalidade dinâmico é preciso definir o valor inicial do qual partirá o algoritmo, μ^0 , e que heurística será usada na sua atualização. Naturalmente existe uma infinidade de heurísticas possíveis, mas em geral, dentre os trabalhos pesquisados, as implementações mais bem sucedidas foram aquelas que envolveram heurísticas de atualização crescentes a cada iteração, partindo de valores iniciais muito pequenos até um teto pré-estabelecido. Nesse sentido foram propostas algumas regras de atualização baseando-se nessa sistemática de penalidade crescente.

Heurística 1:

Buscou-se uma taxa de ajuste que refletisse o grau de distanciamento da solução em relação ao atendimento ao critério de parada; ou seja, o valor de δ^v , ponderado por um fator de forma a evitar um crescimento excessivo da penalidade nas primeiras iterações. O interessante dessa abordagem é que na medida em que a solução se aproxima da convergência o valor de μ tende a se estabilizar, evitando assim uma penalização excessiva do problema nos últimos estágios.

$$\begin{aligned}\mu^0 &= 0,1 \\ \mu^{v+1} &= \mu^v(1 + \delta^v/10)\end{aligned}\tag{6.6}$$

Heurística 2:

Nesse caso buscou-se definir o ponto de partida de forma automatizada. Parte-se de um valor inicial muito pequeno na primeira iteração e na iteração seguinte se atualiza o parâmetro de penalidade com base na maior violação de não convergência. Nos estágios seguintes o valor de μ é incrementado por uma taxa de crescimento constante.

Adicionalmente, duas considerações foram feitas. A taxa de crescimento pode ser ampliada quando não se observar evolução no decaimento da norma por cinco iterações seguidas. Além disso, por se tratar de uma taxa de crescimento constante um valor máximo da penalidade foi definido.

$$\begin{aligned}
 &\mu^0 = 10^{-8} \\
 &\text{se } \delta^{v-5} - \delta^v < 0,01 \\
 &\quad \mu^{v+1} = \max(\delta^v, 1,2\mu^v) \\
 &\text{se não} \\
 &\quad \mu^{v+1} = \max(\delta^v, 1,05\mu^v) \\
 &\text{fim} \\
 &\mu^{\max} = 100
 \end{aligned} \tag{6.7}$$

Heurística 3:

Essa heurística procura combinar propriedades das duas anteriores, como uso de uma iteração inicial para escolher o valor de μ e taxa de crescimento proporcional a norma da matriz δ^v .

$$\begin{aligned}
 &\mu^0 = 10^{-8} \\
 &\mu^{v+1} = \max(\delta^v, \mu^v(1 + \delta^v/10)) \\
 &\mu^{\max} = 100
 \end{aligned} \tag{6.8}$$

Heurística 4:

Heurística inspirada na proposição de Gonçalves (2011), a ideia é atualizar o parâmetro de penalidade de acordo com a média da norma dos desvios quadráticos entre variáveis com nós comuns, escalonada pela diferença entre os valores máximos e mínimos entre elas, conforme expressão a seguir, onde $\hat{\omega}_1, \hat{\omega}_2, \dots, \hat{\omega}_n$ representam os cenários com nós comuns em t , $x_t^{\omega, \max, (\min)}$ são os maiores(menores) valores obtidos e $N_{nós}$ o número total de nós da árvore de decisão.

$$\sigma_i = \frac{1}{N_{nós}} \sum_{t=1}^h \left[\sum_{\omega=\hat{\omega}_1}^{\hat{\omega}_n} \frac{\|x_t^\omega - \bar{x}_t\|^2}{(x_t^{\omega, \max} - x_t^{\omega, \min} + 1)} \right] \tag{6.9}$$

Contudo, para esse problema específico existem cinco variáveis de decisão e, conseqüentemente cinco valores σ_i . Nesse caso o

parâmetro de penalidade foi atualizado pelo maior valor de σ_i calculado na iteração atual, conforme:

$$\begin{aligned}\mu^0 &= 0,01 \\ \mu^{v+1} &= \mu^v(1 + \max(\sigma_i^v)) \\ \mu^{\max} &= 100\end{aligned}\tag{6.10}$$

Os resultados das simulações utilizando as quatro heurísticas estão resumidos na Tabela 6.2. Em termos de valor final da função objetivo, os resultados se mostraram em geral muito semelhantes. As heurísticas 2 e 3 apresentaram uma solução de valor levemente superior às demais, mas por outro lado obtiveram tempos de processamento consideravelmente inferiores. Boa parte desse desempenho superior em termos de tempo computacional pode ser consequência da lógica de escolha do parâmetro de penalidade inicial, comum às duas. Como pode ser visto na Figura 6.2, o uso de um valor de penalidade inicial proporcional ao grau de discrepância das soluções dos cenários independentes possibilita uma grande aceleração da convergência e um “salto” do valor da solução nas primeiras iterações do problema. Por outro lado, como ponto negativo, as duas heurísticas apresentaram também movimento oscilatório no valor da solução logo após estas primeiras iterações, o que contribuiu para retardar bastante a convergência do problema. Esse movimento foi particularmente marcante no caso da Heurística 2, o que pode ser um indício de que taxas de crescimento maiores para o parâmetro de penalidade seriam preferíveis nas primeiras iterações, uma vez que a heurística 3 atualiza μ^0 de forma mais acelerada nas primeiras iterações.

A Heurística 4, embora tenha apresentado uma convergência tardia em relação às demais, apresentou um comportamento muito satisfatório durante as primeiras trinta iterações. Como pode ser observado o algoritmo converge para valores muito próximos da solução final com pouco mais de trinta iterações. Entretanto, dispense cerca de quarenta iterações adicionais para atender o critério de tolerância. Percebe-se um comportamento assintótico a partir de $v = 40$.

A aplicação da Heurística 4 retrata bem esse comportamento assintótico do problema na relação entre a evolução do valor da solução e o atendimento ao critério de convergência ao longo das iterações do algoritmo. O que se observa é uma rápida convergência inicial seguido por um período longo de refinamento da solução.

Tabela 6.2 – Solução da árvore com μ dinâmico.

Parâmetro de penalidade crescente		Parâmetro de penalidade			
		heu1	heu2	heu3	heu4
Valor da Solução [\$]		30,96	31,04	31,12	30,97
Decisão de 1º estágio [MWh]	x_1 (A-0)	0,00	0,00	0,00	0,00
	x_2 (A-1)	10,50	10,50	10,50	10,49
	x_3 (A-3)	2,00	2,00	2,00	2,00
	x_4 (A-5)	2,97	3,10	2,99	3,28
	x_5 (Trocas)	1,66	1,67	1,66	1,66
Norma do gradiente		0,02	0,01	0,01	0,03
Valor da penalidade na convergência		76,31	100,00	79,51	39,62
Número de iterações		76	51	53	73
Tempo de processamento [horas]		1,40	0,93	0,97	1,34

Há uma convergência mais rápida das variáveis de maior peso nas primeiras iterações, o que proporciona a evolução rápida da solução, como pode ser visto na Figura 6.3. Contudo, nesse ponto, o critério de convergência ainda não está atendido uma vez que restam violações do critério de não-antecipatividade. Na prática tais violações têm pouca ou nenhuma relevância para o resultado final. Comportamento parecido foi por relatado por Helgason e Wallace (1991), com o uso do PH para o problema de gestão do volume ótimo de pesca.

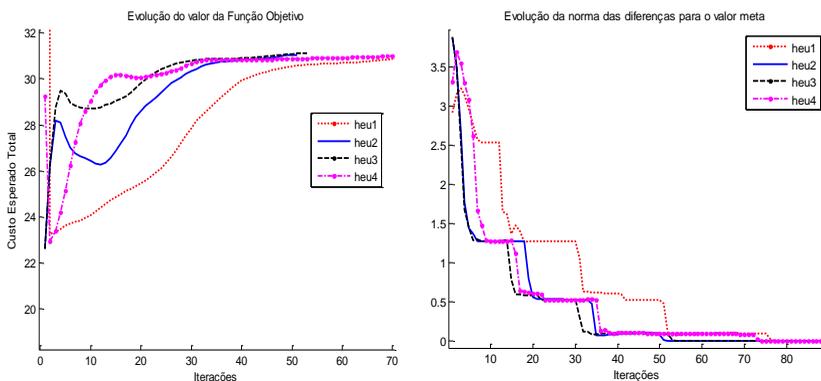


Figura 6.2 – Evolução da função objetivo e convergência da norma δ . Penalidade dinâmica.

Analisando as variáveis de decisão de primeiro estágio, se observa que, na 32ª iteração a solução já estava muito próxima do seu valor final. Praticamente todas as decisões de primeiro estágio já se encontravam definidas; restava apenas a convergência de x_4 (A-5), que, como já discutido anteriormente, tem pouca relevância para o valor da solução final. A rigor, o algoritmo poderia ter sido interrompido neste ponto sem muito prejuízo em termos de qualidade de solução e grande ganho em termos de tempo computacional. Tais resultados sugerem uma flexibilização do critério de parada inicialmente utilizado no algoritmo.

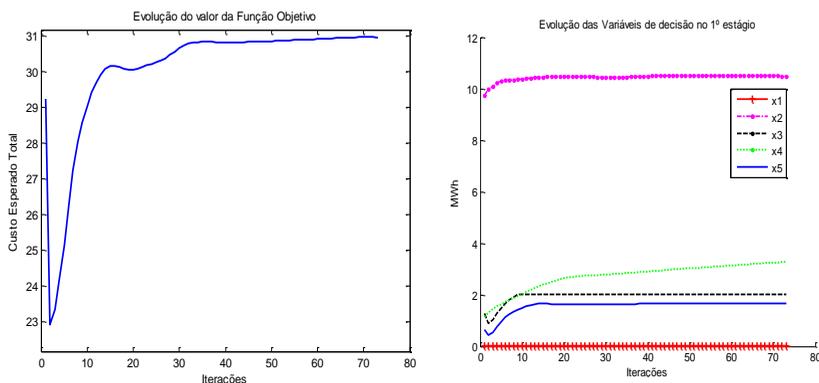


Figura 6.3 – Evolução do valor da função objetivo e variáveis de decisão de primeiro estágio (Heurística 4).

6.2.1.3 Parâmetros de penalidade independentes.

O problema em análise possui cinco variáveis de decisão por estágio que, por sua vez, convergem a taxas diferentes. Nesse contexto, o uso de um parâmetro de penalidade independente por grupo de variáveis de mesma categoria com taxas de atualização distintas surge como uma possível alternativa para acelerar a convergência. A ideia é focar naquelas variáveis cuja convergência se mostra mais lenta com parâmetros de penalidade mais altos e, ao mesmo tempo manter valores mais baixos para as variáveis de convergência rápida, minimizando assim a perturbação na função objetivo.

Foram feitas três simulações para o mesmo problema considerando sempre o parâmetro de penalidade dinâmico. As heurísticas testadas correspondem a derivações das heurísticas usadas anteriormente adaptadas para o caso com parâmetros de penalidade independentes.

Heurística 5:

Adaptação da Heurística 1 para o problema com múltiplos parâmetros de penalidade, atualiza o valor de μ_i^v de acordo com a norma δ_i^v .

$$\begin{aligned}\delta_i^v &= \|\mathbf{x}^{\omega}_{i,t} - \bar{\mathbf{x}}^{\omega}_{i,t}\|_{\infty} \quad p/ i=1,2,..5 \\ \mu_i^0 &= 0,1 \\ \mu_i^{v+1} &= \mu_i^v(1 + \delta_i^v/10)\end{aligned}\tag{6.11}$$

Heurística 6:

Adaptação da Heurística 4 para o problema com múltiplos parâmetros de penalidade. Nesse caso a adaptação é facilitada em razão de já existir um σ_i^v para cada variável de decisão.

$$\begin{aligned}\mu_i^0 &= 0,01 \\ \mu_i^{v+1} &= \mu_i^v(1 + \sigma_i^v) \\ \mu^{\max} &= 100\end{aligned}\tag{6.12}$$

Heurística 7:

Adaptação da Heurística 3 para o problema com múltiplos parâmetros de penalidade.

$$\begin{aligned}\mu_i^0 &= 10^{-8} \\ \mu_i^{v+1} &= \max(\delta_i^v, \mu_i^v(1 + \delta_i^v/10)) \\ \mu^{\max} &= 100\end{aligned}\tag{6.13}$$

Os resultados estão resumidos na Tabela 6.3 e indicam para uma piora do tempo de computacional em relação às simulações utilizando um único parâmetro de penalidade. Por outro lado, foi possível se obter valores de solução até 5% menores, o que pode ser atribuído a menor influência de perturbações na função objetivo.

Muito embora tenha apresentado valores de soluções mais baixos, o algoritmo se mostrou menos eficiente em termos de tempo computacional. Observou-se que na medida em que os parâmetros de penalidade se distanciam em termos de grandeza para cada variável a solução começa a apresentar padrão oscilatório para a convergência. Verificou-se que determinados conjuntos de variáveis apresentam maior discrepância entre as soluções nas iterações iniciais que faz com que o parâmetro de penalidade evolua muito rapidamente para esse conjunto em relação às demais. Contudo, o que se percebeu é que esse reforço excessivo de penalidade para um único conjunto de variáveis faz com que o algoritmo caminhe para uma solução que privilegia a

convergência desse conjunto de variáveis em detrimento das demais, mas que não necessariamente represente o caminho da solução ótima. Essa desproporção entre os tamanhos de passo parece não ter um efeito positivo sobre o problema. Percebe-se uma piora da convergência das normas, δ_i , durante algumas iterações e a solução passa a oscilar até que a convergência das demais variáveis seja atingida. O processo está retratado nas Figuras 6.4 e 6.5. Tal comportamento foi observado para as três heurísticas testadas.

Tabela 6.3 – Solução da árvore com μ independente por variável.

Parâmetro de penalidade crescente e independente por variável de decisão		Parâmetro de penalidade		
		heu5	heu6	heu7
Valor da Solução [\$]		29.95	29.71	30.10
Decisão de 1º estágio [MWh]	x_1 (A-0)	0.00	0.00	0.00
	x_2 (A-1)	10.50	10.48	10.50
	x_3 (A-3)	2.00	2.00	2.00
	x_4 (A-5)	5.13	5.05	5.03
	x_5 (Trocás)	1.67	1.65	1.67
Norma do gradiente		0.04	0.79*	0.04
Valor da penalidade na convergência		93.00	25.43	88.34
Número de iterações		263	101	165
Tempo de processamento [horas]		4.78	1.86	3.02

*Parada forçada

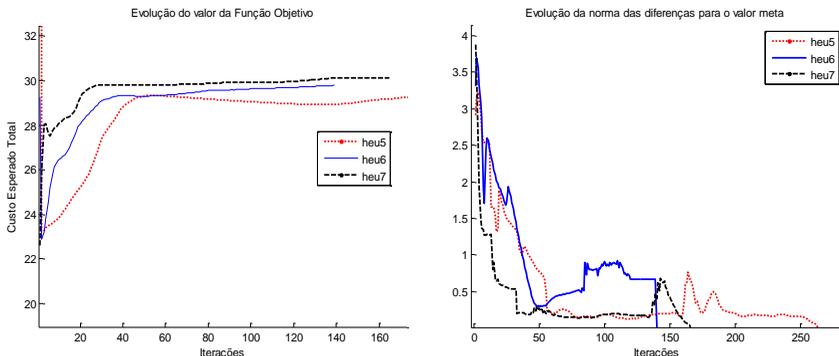


Figura 6.4 – Evolução da função objetivo e convergência da norma δ – penalidades independentes.

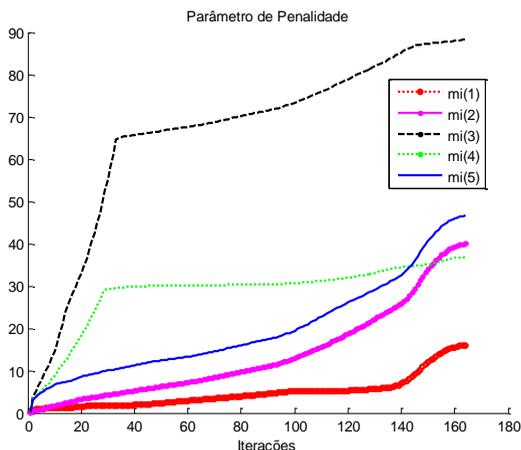


Figura 6.5 – Evolução dos parâmetros de penalidade – Heurística 7.

6.2.1.4 Avaliação geral das abordagens.

De uma forma geral, as simulações realizadas demonstraram ser possível o uso das três abordagens de parâmetro de penalidade para o problema, uma vez que em todos os casos foi possível a obtenção de uma solução de relativa qualidade. Comparando os resultados fica claro mais uma vez a existência de um *trade off* entre qualidade da solução e tempo de processamento. Os melhores resultados em termos de tempo

de convergência foram obtidos utilizando penalidade dinâmica, particularmente as heurísticas 2 e 3 que fazem uso de uma heurística adicional para obtenção de μ inicial. As simulações com parâmetros fixos apontaram para um valor ideal de μ no intervalo entre 10 e 100 para esse problema. O menor valor de solução foi obtido na simulação com $\mu = 10$, muito embora esta tenha demandado excessivo número de iterações para a convergência e foi 369% maior ao melhor resultado (Heurística 2). As aplicações com múltiplos parâmetros de penalidade se mostraram menos eficientes em relação às demais.

Com relação a esse último conjunto, ressalta-se que os resultados apresentados não buscam ser conclusivos sobre o tema, mas apresentar um resultado experimental observado. É possível que a elaboração de heurísticas adicionais baseadas em uma métrica distinta se mostrem vantajosas na solução de problemas com conjuntos distintos de variáveis dualizadas.

Comparando as alternativas testadas sob uma ótica de custo/benefício, pode-se concluir que o uso de penalidade dinâmica seguindo as heurísticas de atualização 2 e 3 apresentaram o melhor desempenho geral. Isto porque a perda de qualidade na solução é pouco significante em face das excelentes melhoras em termos de tempo de convergência. Como já discutido, a Heurística 4 também apresentou excelente resultado de convergência nas primeiras iterações. A sua aplicação combinada com critérios alternativos de parada do algoritmo que considerem, por exemplo, a relevância das restrições residuais não atendidas poderiam produzir bons resultados.

Foram realizados testes adicionais utilizando diferentes tamanhos de árvore e variabilidade de forma a verificar se os resultados obtidos até então se mantêm sob outras condições do problema. A Tabela 6.4 resume os resultados obtidos em termos de valor final da função objetivo e número de iterações para cada árvore, com referência no melhor resultado encontrado.

Observa-se que não há uma solução ideal para todos os problemas. O parâmetro fixo em $\mu = 100$ se mostrou mais vantajoso tanto no quesito de número de iterações, quanto de solução para árvores com alta variabilidade, ou seja, onde há maior variância entre as soluções dos cenários individuais. Nas árvores de menor variabilidade prevaleceram as aplicações com penalidade variável. Nesses casos, o valor atribuído à penalidade fixa pode estar muito acima do ideal para os problemas menores.

Tabela 6.4 – Aplicação das melhores heurísticas para diferentes tamanhos de árvore.

		$\mu=100$	heu2	heu3	heu4
Três aberturas, média variabilidade	Fobj	4,63%	0,92%	0,61%	0,00%
	Iter	35,48%	0,00%	32,26%	180,65%
Quatro aberturas, alta variabilidade	Fobj	0,00%	1,95%	0,76%	0,60%
	Iter	0,00%	25,00%	64,29%	60,71%
Seis aberturas, baixa variabilidade	Fobj	4,50%	1,06%	0,63%	0,00%
	Iter	0,00%	31,71%	148,78%	112,20%

A escolha do parâmetro de penalidade parece influenciar dramaticamente a convergência do algoritmo; contudo, a distorção por ele provocada no valor da solução parece ser menor impactado por essa escolha. As maiores distorções foram observadas no uso de parâmetro fixo “descalibrado”. Já as aplicações com parâmetro de penalidade dinâmica se mostraram como um todo mais versáteis por se adequar de forma razoável as várias situações testadas. A Heurística 2 se apresentou como uma opção nesse sentido por apresentar sempre bons tempos de convergência e distorções razoavelmente pequenas no valor da solução.

De todo exposto, pode-se concluir que o valor de parâmetro de penalidade é de crucial importância para a eficiência do algoritmo e seu valor ideal pode variar sensivelmente de acordo com as condições de contorno do problema. Nesse sentido, o uso de parâmetros dinâmicos a partir de heurísticas que correlacionam a taxa de crescimento da penalidade com uma medida de distância da convergência da solução se apresentam como uma alternativa interessante como forma de reduzir o tempo de processamento e evitar a necessidade de excessivas simulações para identificar o melhor valor de penalidade em cada situação.

No campo das penalidades dinâmicas não foi possível determinar uma heurística que se mostrasse superior em todos os casos; todavia, foram identificadas algumas propriedades bem sucedidas. O uso de uma iteração inicial para estimação do valor μ , por exemplo, se mostrou muito eficiente. Além disso, os melhores resultados indicam ser preferíveis taxas de crescimento elevadas nas primeiras iterações e menores nas iterações finais. Em todos os casos se observou uma oscilação no valor da solução até as proximidades da região de otimalidade. Diferentes heurísticas apresentaram diferentes graus de oscilação, sugerindo que no limite haveria uma taxa de crescimento ótima para o parâmetro de penalidade para a qual o problema

convergiria no menor tempo possível. A métrica para tanto, porém, não pode ser identificada.

Os testes sugerem também uma necessidade de adaptação do critério de parada do algoritmo. Uma maior flexibilização da convergência primal pode se mostrar vantajosa na medida em que o problema possui muitas variáveis cujo resultado tem pouca influência no resultado final do problema. Nesse sentido, a parada do algoritmo em pontos subótimos pode ser uma alternativa para paradas mais rápidas sem perda significativa de qualidade na solução.

6.2.2 Análise de sensibilidade da árvore de cenários

A definição de uma árvore que represente coerentemente o comportamento das variáveis aleatórias é fundamental para que se obtenha resultados condizentes com a realidade do problema. Evidentemente, esse processo envolve boa dose de estimação e incerteza associada às funções de densidade de probabilidade das variáveis no futuro. É necessário um conhecimento aprofundado das variáveis e suas tendências futuras, bem como fatores estruturais e conjunturais que as influenciam. Em suma, a construção de uma adequada árvore de cenários constitui um processo à parte que envolve uma série de detalhamentos e especificidades que, como já discutido, não faz parte do escopo desse trabalho. Contudo, procurou-se dedicar algum tempo no estudo do comportamento do problema frente a diferentes árvores, procurando identificar em que medida fatores como tamanho ou variabilidade podem influenciar no resultado final. Além disso, procurou-se entender como cada variável influencia o problema e o grau de sensibilidade da solução a mudanças em cada uma delas.

Foram avaliadas as influências das duas principais incertezas, o crescimento da demanda e o PLD. A demanda está associada ao balanço de contratos da concessionária, representada no problema pela Restrição (4.1), de tal forma que o comportamento estocástico dessa variável pode acarretar maior risco de penalizações por sobre ou subcontratação, muito embora possa também estar associada indiretamente a penalizações de repasse de valor de contratos (P_{ra0} , P_{ren} e P_{ra3}).

Primeiramente procurou-se comparar a solução para um problema pequeno de 243 cenários considerando duas árvores distintas como diferentes variabilidades. A medida de variabilidade nesse caso se deu a partir do distanciamento das realizações de crescimento de demanda em torno da referência. Conforme ilustrado na Figura 6.6, no caso da árvore de baixa variabilidade considerou-se uma possibilidade de desvio

de $\pm 0,5$ p.p. em cada estágio, e na árvore de alta variabilidade permitiu-se desvios de até $\pm 1,5$ p.p. Convém destacar que, por simplicidade, se parte da premissa que todos os cenários são equiprováveis, ou seja, na segunda opção de árvore se estaria lidando com um mercado hipoteticamente mais volátil, no qual existe um maior intervalo de realizações equiprováveis.

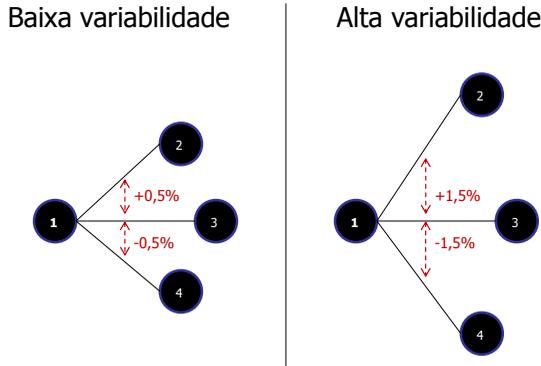


Figura 6.6 – Diagrama de abertura para árvores com baixa e alta variabilidade.

As simulações foram realizadas considerando três condições diferentes de partida. A concessionária iniciando o problema com 100% de contratação em relação à demanda, sobrecontratada em 110% e subcontratada em 90%. Os resultados estão apresentados na Tabela 6.5 e indicaram uma considerável influência da variabilidade da demanda na solução. Particularmente nos casos sobre e subcontratados observou-se grande mudança nas variáveis de decisão de primeiro estágio não sujeitas à restrição como A-3 e A-5. Mudanças essas sempre no sentido de aumentar o volume de energia comprado no primeiro estágio nas árvores de maior variabilidade.

Tabela 6.5 – Resultados das simulações com árvores de diferente variabilidade.

		100%		110%		90%	
		Árvore 1	Árvore 2	Árvore 1	Árvore 2	Árvore 1	Árvore 2
Valor da Solução [\$]		2010.50	2094.62	2269.99	2347.66	4599.97	4726.52
Decisão de 1º estágio [MWh]	x1 (A-0)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.93	0.93
	x2 (A-1)	10.49	10.50	9.49	9.53	10.50	10.50
	x3 (A-3)	2.00	2.00	0.00	0.70	5.68	6.69
	x4 (A-5)	3.01	3.72	3.87	4.70	3.80	5.06
	x5 (Trocias)	0.01	1.42	-1.26	-1.25	1.67	1.67

Paralelamente, testes realizados com árvores de tamanhos distintos, que demonstraram pouca influência desse aspecto no resultado do problema. Realizou-se um procedimento de aumentar gradativamente

o tamanho da árvore através do número de aberturas de demanda por estágio, mantidas as mesmas amplitudes de variação de $\pm 1,5$ p.p. A intenção é observar como o aumento do número de aberturas influencia nos resultados mantendo-se a mesma variabilidade dos cenários.

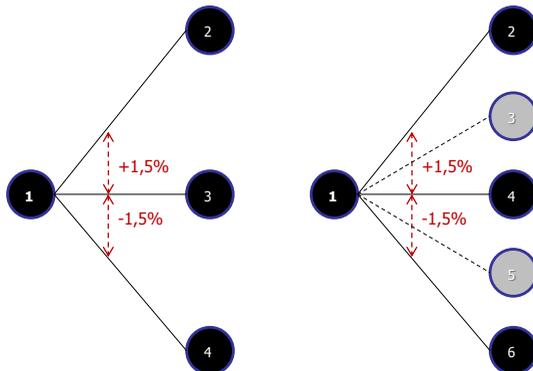


Figura 6.7 – Diagrama de árvores com diferentes tamanhos e mesma variabilidade.

Pôde-se notar uma mudança no valor da função objetivo na medida em que se aumenta o número de aberturas, o que pode se uma indicação da melhoria na estimativa do valor da solução na medida em que existem mais discretizações de cenários possíveis. Essa melhoria, todavia, se apresentou pouco significativa, representando pouco mais de 1% de desvio entre a menor e maior árvore testada. Também é interessante observar que as variáveis de primeiro estágio foram pouco impactadas pelo incremento do número de aberturas da árvore. A partir da simulação com cinco aberturas os números praticamente se estabilizam, como pode ser observado na Figura 6.8. Resultados semelhantes foram observados em simulações com outras condições de contratação de partida, sobrecontratada e também subcontratada.

Esse comportamento evidencia que o problema seja muito mais influenciado pela amplitude de variação da demanda do que pela realização dos cenários intermediários. Uma forma de explicar esse resultado é analisar a própria natureza do problema. Em síntese, o que se objetiva é minimizar o valor esperado de penalizações com a compra de energia considerando as possíveis flutuações da demanda. Na medida em que as realizações sejam muito próximas é possível atender a todos os cenários utilizando os mecanismos de compra disponíveis sem incorrer em nenhuma penalização. No limite, se a demanda fosse determinística, as penalizações tenderiam a zero. Portanto, a solução obtida para uma árvore qualquer tende a ser aquela em que se atendam

as flutuações de mercado sem penalizações para a maioria dos cenários possíveis. Evidentemente, na medida em que as variações sejam muito grandes entre os cenários não será possível se obter uma solução que atenda a todas as situações.

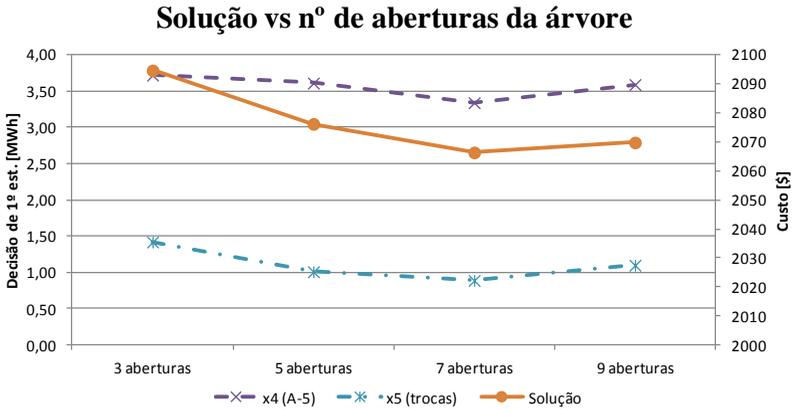


Figura 6.8 – Soluções para diferentes tamanhos de árvore.

A Figura 6.9 apresenta um espectro das penalizações incorridas na solução de uma árvore de 243 cenários (3 aberturas) para uma concessionária partindo com 100% de contratação no primeiro estágio. Se observa que na grande maioria dos cenários não se incorre em qualquer penalização. Apenas em alguns cenários específicos que representam realizações extremas dentro da árvore é que são observadas penalizações por subcontratação e compra no Leilão de Ajuste, ou seja, a concessionária utilizando de recursos de curto prazo para suprir seu déficit contratual. O que se constata é que de fato são os cenários extremos, aqueles com maiores e menores variações de demanda, que definem o valor da solução do problema. A presença de cenários intermediários tende a não ter relevância porque neles o valor da função objetivo tende a ser próximo de zero. Por essa razão o incremento do número de aberturas da árvore teve pouco efeito no resultado final.

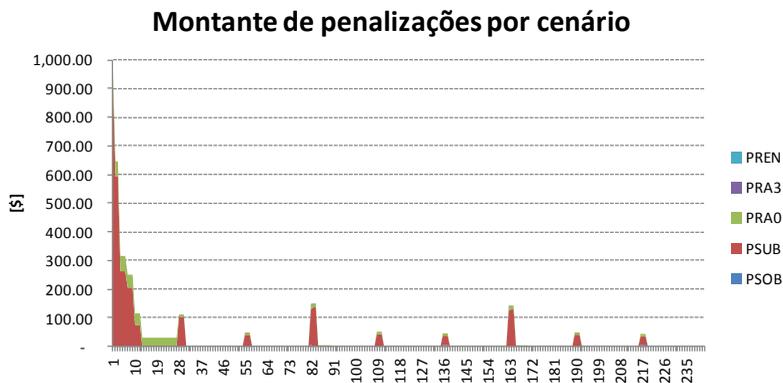


Figura 6.9 – Penalizações por cenário (3 aberturas, partida 100% contratado).

Outra importante fonte de incerteza do modelo é a realização dos valores de PLD nos estágios futuros, presente na formulação matemática em (4.9) e (4.10), associado às penalizações por déficit ou sobra contratual. Como forma de identificar o seu impacto no comportamento da solução procurou-se testar o problema para diferentes condições e cenários de PLD, mantendo-se a demanda constante. Os primeiros testes considerando árvores compostas apenas por aberturas de PLD se mostraram pouco efetivos. O algoritmo convergiu na primeira iteração com soluções idênticas para todos os cenários independentemente das demais condições do problema. Foi necessária a introdução de pelo menos duas realizações distintas de demanda na construção da árvore para que houvesse variabilidade de soluções entre cenários.

A Tabela 6.6 resume os resultados das simulações realizadas com árvores de 7.776 cenários considerando diferentes níveis de contratação de partida. Foram montadas duas estruturas de árvores distintas com duas aberturas de demanda e três de PLD, perfazendo um total de 6 aberturas por estágio. A Árvore 1 e Árvore 2 se distinguem pela variabilidade do PLD entre cenários. A primeira representa um problema com baixa variabilidade e a última grande variabilidade do PLD.

Tabela 6.6 – Resultados com diferentes cenários de PLD

		100%		110%		90%	
		Árvore 1	Árvore 2	Árvore 1	Árvore 2	Árvore 1	Árvore 2
Valor da Solução [\$]		1881.77	1881.77	1891.01	1893.88	4440.63	5347.00
Decisão de 1º estágio [MWh]	x1 (A-0)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.93	0.93
	x2 (A-1)	10.50	10.50	9.60	9.60	10.50	10.50
	x3 (A-3)	2.00	2.00	0.00	0.00	5.85	6.33
	x4 (A-5)	3.00	3.00	3.13	3.06	3.16	4.51
	x5 (Trocas)	0.00	0.00	-1.54	-1.54	1.67	1.67

Os resultados corroboram para o entendimento de que o crescimento da demanda é de fato a variável determinante para a solução do problema. É a demanda que define o grau de exposição da concessionária às penalizações por meio da equação de balanço contratual ao passo que o PLD estaria mais associado à intensidade dessas penalidades. Em tese, um valor mais elevado de PLD e consequentemente a incidência de uma penalização mais elevada em situações de subcontratação poderia ensejar um uso mais intenso de leilões de curto prazo como o A-3 e Ajuste, e possíveis penalizações associadas. Porém, na prática, os resultados indicam que nem sempre essa dinâmica é relevante a ponto de alterar a solução do problema. Por essa razão o estudo com árvores de cenários compostas apenas por aberturas de PLD resultou em soluções determinísticas.

A esse respeito algumas ressalvas merecem ser feitas. Primeiramente cabe destacar que a modelagem proposta impõe simplificações quanto a liquidações financeiras positivas para a concessionária no caso de sobrecontratação e PLD muito altos, limitando a possibilidade de ganho financeiro. Os testes preliminares sem essa restrição se apresentaram de difícil convergência e com comportamentos pouco intuitivos como, por exemplo, uma política de sobrecontratação voluntária para ganho de receita quando $PLD > mix$. Isso pode estar associado ao fato de se estar utilizando um número muito reduzido de aberturas de PLD, de forma que os cenários com ganho de receita na liquidação passam a ter um grande peso no problema. Na prática, todavia, uma política como essa seria impensável por parte da concessionária dada a grande volatilidade do preço.

Além disso, está se utilizando uma modelagem por princípio neutra a risco, baseada em valor esperado dos cenários. Contudo há cenários com valores de penalização extremamente elevados se comparados à média. Possivelmente outra abordagem avessa a risco com função objetivo compostas por figuras de quantificação de risco, como por exemplo, CVaR, apresentasse uma sensibilidade maior para variações de PLD.

De todo exposto, as simulações indicam para o problema a construção de árvores baseadas fundamentalmente na variabilidade do crescimento da demanda. O uso de cinco aberturas por estágio se mostrou suficiente para atender a uma solução estável, contudo caso haja restrição em termos de esforço computacional árvores com três aberturas podem ser usadas sem prejuízo significativo na qualidade da solução. O PLD se mostrou menos significativo de uma forma geral embora nos casos específicos de subcontratação ele tenha apresentado considerável influência no resultado. Assim, o uso de árvores com cenários distintos de PLD seria aconselhável para dar maior robustez ao resultado.

6.3 ANÁLISE DA POLÍTICA DE CONTRATAÇÃO

Nesta seção são analisados aspectos relacionados à resposta do modelo frente ao contexto ao qual o mesmo está inserido. Buscou-se realizar uma análise crítica, interpretando os resultados sob o ponto de vista da política de contratação ótima apontada pelo modelo de otimização sob diferentes condições.

As premissas que nortearam estas simulações foram as mesmas já descritas e detalhadas no Capítulo 5. Procurou-se estudar casos hipotéticos de uma distribuidora atuando no ACR sujeita as opções e restrições de aquisição e trocas contratuais pertinentes.

Procurou-se restringir o problema a seis estágios de tempo, com seis possíveis realizações a cada estágio, sendo duas possíveis realizações de PLD e três para a demanda, como apresentado na Figura 6.10. A árvore possui um total de 7.776 cenários. Conforme já discutido na seção anterior, as simulações realizadas com tamanhos de árvore muito superiores apresentaram pouco ganho em termos de melhoria da solução. Em todas as simulações foi usada a Heurística 2, descrita na Seção 6.2.1, para atualização do parâmetro de penalidade no algoritmo do PH.

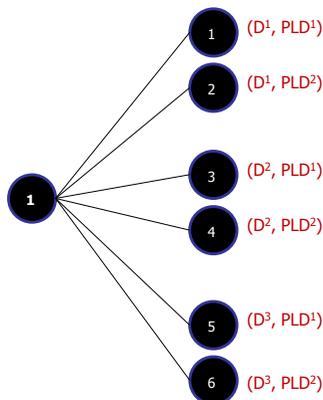


Figura 6.10 – Representação da regra de construção de uma árvore bidimensional.

6.3.1 Caso 1 – Simulação de Referência

Parte-se do princípio que a distribuidora possui contratos suficientes para o atendimento a 100% de sua carga no primeiro estágio e possui energia adicional contratada para o atendimento ao crescimento associado à projeção de referência da demanda para os primeiros três estágios (anos). A partir do quarto estágio o crescimento da demanda deverá ser suprido pelos novos contratos adquiridos dentro do horizonte de análise.

A árvore de cenários foi construída com desvios de demanda de $\pm 1,5\%$ em relação à projeção de referência e o PLD pode assumir os valores de R\$65/MWh e R\$200/MWh. A solução de primeiro estágio encontrada está apresentada na Tabela 6.7.

A estratégia ótima encontrada sugere, para essa configuração, a compra no A-5 de um valor aproximadamente igual ao crescimento projetado para o último estágio do horizonte (4,59 MWh pela projeção de referência). Para os demais leilões, com exceção do Ajuste, a solução indica a compra até o limite do previsto pela regra do ACR, como fica evidenciado na tabela. A rigor, para que se atenda o crescimento de demanda esperado para o quarto estágio seria necessário adquirir 4,02 MWh no A-3; contudo, tal compra implicaria restrição de repasse da parcela desse contrato que excedesse o limite de 2,00 MWh. Alternativamente as margens de aquisição de 0,5% da demanda no A-1 e Trocas são usadas para compensar essa diferença nesse estágio e nos

seguintes. Além disso, se observa que a estratégia ótima obtida busca certo grau de sobrecontratação nos estágios iniciais.

Tabela 6.7 – Solução de primeiro estágio – Caso 1

Valor da solução (R\$)	66,64	
Variáveis de 1º estágio	Solução	Limites
Declaração Ajuste (MWh)	0,00	1,00
Declaração A-1 (MWh)	10,50	10,50 ²⁵
Declaração A-3 (MWh)	2,00	2,00 ²⁶
Declaração A-5 (MWh)	4,64	-
Declaração Trocas (MWh)	1,67	1,67
Gasto total com compra de Energia (R\$)	54.541,49	

O valor esperado do custo para a distribuidora ficou em \$ 66,64, o que representa 0,122% do custo total com compra de energia da distribuidora para esse exemplo hipotético. Tal valor é uma composição de basicamente três custos: i) \$2,72 (0,005%) é o valor esperado de penalização por sobrecontratação acima do 103%; ii) \$ 37,75 (0,069%) decorre de subcontratação e iii) \$5,29 (0,010%) é referente ao risco de perda de repasse de preço de energia comprada em Leilões de Ajuste. Soma-se a estes o valor de \$20,80 (0,038%) correspondente ao custo atribuído à compra de energia em si, atenuada por λ na função objetivo. As demais fontes de risco (repasso na energia nova VPP_{ra3} e VPP_{ren}) resultaram em valores nulos. Apesar da constante usada para atenuar o peso da energia da função objetivo ($\lambda=0,001$), esta ainda se mantém consideravelmente relevante em decorrência principalmente da diferença na ordem de grandeza do custo da energia em relação às penalizações. A Figura 6.11 ilustra a segmentação do custo da política por componente.

²⁵ O Montante de Reposição para o estágio é de 10 MWh.

²⁶ Limite a partir do qual começa a incidir penalidade de repasse no A-3.



Figura 6.11 – Decomposição do valor da solução – Caso 1.

Vale lembrar que os valores apresentados correspondem a valores esperados para todos os cenários. A Figura 6.12 apresenta os mesmos resultados, porém discretizados cenário a cenário. Analisando individualmente, pode-se visualizar claramente a razão da predominância da penalização de subcontratação. Embora menor em frequência, quando a mesma ocorre, sempre representa intensidade muito superior às demais penalizações, podendo chegar a valores próximos de \$ 2.500,00 nos cenários de PLD alto, que representaria 4,58% do custo total com compra de energia.

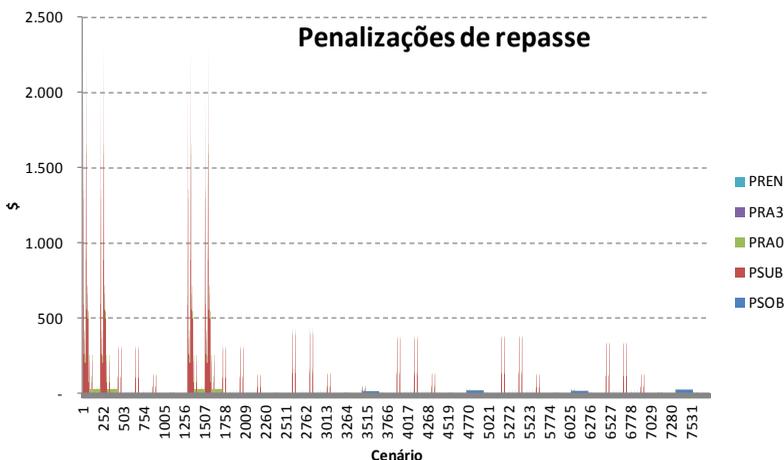


Figura 6.12 – Penalizações por cenário – Caso 1.

A partir da Figura 6.12 pode-se perceber um padrão que indica uma característica de solução já observada na seção anterior. Busca-se uma solução que represente um custo mínimo de penalizações em

média, de modo que na grande maioria dos cenários não se incorre em qualquer custo de penalização ou quando existem são pouco significativos. Isso explica o baixo valor esperado da solução. Há, contudo, cenários extremos nos quais a solução média falha em atender os critérios de tolerância, expondo a concessionária a custos elevadíssimos. Tais cenários podem ser identificados como os picos em vermelho. Nesse sentido entende-se cabível uma análise complementar tendo por base a otimização do risco de exposição da concessionária utilizando ferramentas de quantificação de risco como, por exemplo, o *Value-at-Risk* (VaR) e *Conditional-Value-at-Risk* (CVaR) incorporadas a função objetivo do problema.

Em termos de gestão do nível de contratação percebe-se que a solução aponta para a manutenção do nível contratual próximo a zona central do intervalo de tolerância entre 100%-103%. Nessa simulação, em termos médios, a contratação da distribuidora permaneceu entre 1%-1,5% ao longo do horizonte de estudo. Percebe-se uma tendência a maior sobrecontratação nos primeiros estágios como forma a fazer *hedge* contra situações de subcontratação nos estágios futuros. Assim, as compras adicionais no primeiro estágio seriam utilizadas para formação desse excedente. Nos últimos estágios essa margem tende a cair, mas tal diminuição está mais associada ao fim do horizonte do estudo do que uma mudança na política de contratação em si. Testes adicionais realizados utilizando horizontes de análise mais longos verificou-se o mesmo comportamento, permanecendo o nível de contratação médio no intervalo de 1%-2% até a proximidade do fim do horizonte de tempo de estudo, como pode ser visto na Tabela 6.8.

Tal comportamento estaria alinhado com o que se observa na prática cotidiana das distribuidoras, que, de fato, tendem a se sobrecontratar, procurando sempre se manter no ponto central do intervalo de contratação. Essencialmente a origem dessa necessidade está no elevado impacto financeiro da subcontratação e na falta de capacidade de compra de energia no curto prazo devido às limitadas margens no A-1 e Ajuste e nas incertezas das Trocas. De todo modo, esse exemplo confirma a eficácia dessa estratégia, embora o nível de contratação só tenha atingido o centro do intervalo no quinto estágio, indicando que a meta de 101,5% sempre pode não ser a melhor estratégia em todas as situações.

Tabela 6.8 – Contratação média em relação à carga – Caso 1.

Estágio	1	2	3	4	5	6
Contratação	101,67%	102,13%	102,59%	101,90%	100,73%	100,86%

A Figura 6.13 apresenta a distribuição de frequência empírica observada considerando todos os estágios e cenários do problema. Aproximadamente 2,5% das observações apresentaram condição de subcontratação e 13% apresentaram sobrecontratação superior a 103%, implicando, portanto penalizações de repasse. Provavelmente esse primeiro conjunto de violações seriam eliminados em grande medida caso o exemplo considerasse algum nível de sobrecontratação na partida.

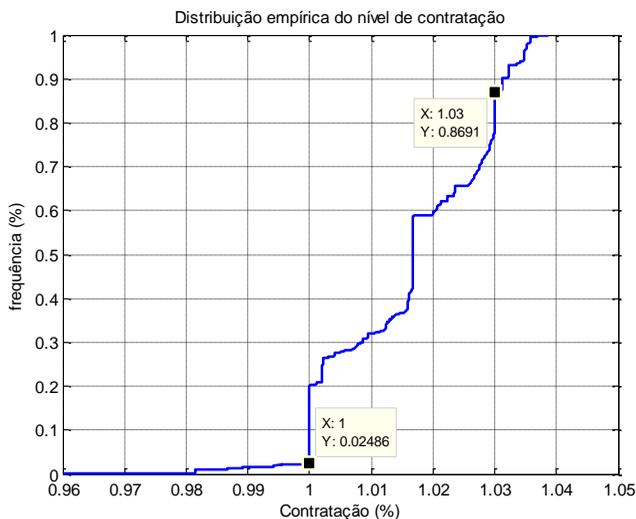


Figura 6.13 – Frequência de contratação observada (todos os estágios) – Caso 1.

Chama atenção a presença muito superior de observações em zona de sobrecontratação em relação àquelas em subcontratação. Contudo, nem toda sobrecontratação decorre exclusivamente de fatos exógenos ao processo de contratação. Parte dela é intencional e faz parte da estratégia ótima obtida frente à árvore de cenários.

As regras do ACR induzem a sobrecontratação por parte das concessionárias. Primeiramente porque permitem um limite aceitável de sobrecontratação até 103% da carga, e segundo e mais importante

porque por definição a penalização por subcontratação será sempre muito superior àquela associada à sobrecontratação. Além disso, no processo de ajuste do nível de contratação um dos principais entraves observados é a limitada capacidade de aquisição de energia adicional no curto prazo, principalmente nos anos de alta de demanda. Os Leilões de Ajuste e o A-1 são restritos para aquilo que excede o montante de reposição e a disponibilidade de trocas tende a ser pequena nesses cenários devido ao comportamento sistêmico da demanda. Assim, as distribuidoras tendem a se sobrecontratar de forma a se resguardar de uma possível subcontratação em cenários mais otimistas, ficando sujeitas muitas vezes a grande sobrecontratação quando da realização de cenários mais pessimistas.

Diante de tais cenários a estratégia ótima apontada pelo modelo foi a de intencionalmente se sobrecontratar nos primeiros estágios de forma a minimizar ao máximo as penalizações por subcontratação. A Tabela 6.9 indica como as transgressões de limite observadas se distribuem entre os estágios. Quase a totalidade das transgressões de contratação acima do limite 103% ocorreram nos primeiros três estágios evidenciando essa estratégia de formação de *hedge* contratual.

Tabela 6.9 – Transgressões de limites de contratação (% do total de observações)

Estágio	1	2	3	4	5	6
Observações > 103%	0,00%	5,58%	6,48%	0,00%	0,00%	1,02%
Observações < 100%	0,00%	0,00%	0,00%	0,62%	1,59%	0,10%

Da mesma maneira, a subcontratação também apresenta certa dose de discricionariedade. Como se observa, a frequência de registro de subcontratações se concentra basicamente nos três últimos estágios do problema. Mas é interessante notar que nesses últimos estágios entram em vigor os contratos de energia dos leilões A-3 adquiridos nos primeiros estágios do problema. Embora a princípio estes estejam limitados em seus montantes conforme Restrição (4.6), em tese, tais limites poderia ter sido transgredidos em benefício de um menor nível de subcontratação nos estágios finais, ficando a concessionária apenas sujeita a perda de repasse no preço dessa energia adicional contratada. Nesse caso haveria uma substituição de uma penalização pela outra.

No caso em tela a solução indica que o ponto ótimo envolve a exposição a certa dose de subcontratação. Pesa o fato do A-3 ser um leilão com tempo de resposta longo para o horizonte de análise. Assim,

seria necessário transgredir o limite de compra desde o primeiro estágio, e consequentemente a concessionária estaria sujeita a penalização de repasse dessa energia em todos os cenários. Por outro lado, a subcontratação a que está exposta só ocorre em alguns cenários extremos. A Figura 6.12 ilustra bem esse comportamento.

6.3.2 Caso 2 – Maior Contratação inicial

Para esse caso buscou-se analisar a política de contratação ótima obtida pela solução do problema partindo-se de uma diferente premissa de contratação inicial. Diferentemente do anterior, nesse caso considerou-se por premissa que a distribuidora já contratou todo o seu crescimento de carga futuro até o penúltimo estágio²⁷ em leilões realizados anteriormente o início do horizonte de estudo ($t < 0$). A contratação se deu com base nos montantes necessários para atendimento à projeção de referência de crescimento da demanda apresentado na Tabela 5.4. Todas as demais premissas permanecem inalteradas.

A política ótima encontrada difere da obtida no Caso 1 em relação às compras no A-3 e A-5. Nesse caso a solução sugere compra no A-5 de apenas parte do crescimento da demanda projetado para último estágio do horizonte (4,59 MWh). O restante permanece descontratado para contratação em leilões de mais curto prazo, de forma a flexibilizar à concessionária nos cenários de baixo crescimento. Além disso, se observam compras de curto prazo via trocas e no A-3, além do uso da margem de 0,5% da demanda para aquisição no A-1. Essas aquisições não seriam a rigor necessárias visto que uma das premissas da simulação é que o crescimento médio já foi contratado em leilões anteriores, mas são usadas para formar margem de sobrecontratação. Trata-se, portanto, de uma solução que equilibra confiabilidade do suprimento (A-5) com flexibilidade na contratação (A-3, A-1 e trocas) para fazer frente às possíveis incertezas do problema.

O custo esperado da política cai consideravelmente em relação ao caso anterior devido principalmente a redução das subcontratações, o que se explica pela condição de contratação inicial mais favorável. Nesse caso o custo ficou em \$ 25,90, o que não representa mais que 0,047% do custo total com compra de energia da distribuidora. Além disso, a maior parte desse valor se restringe à parcela de energia que compõe a função objetivo, evidenciando que a solução atende bem a

²⁷ Horizonte máximo que se poderia contratar com leilões A-5.

todos os cenários com poucas violações de limite. A decomposição do custo esperado da política está apresentado na Figura 6.14.

Tabela 6.10 – Solução de primeiro estágio – Caso 2.

<i>Valor da solução (\$)</i>	25,90	
Variáveis de 1º estágio	Solução	Limites
Declaração Ajuste (MWh)	0,00	1,00
Declaração A-1 (MWh)	10,50	10,50
Declaração A-3 (MWh)	0,54	2,00
Declaração A-5 (MWh)	3,36	-
Declaração Trocas (MWh)	1,66	1,67
Gasto total com compra de Energia (\$)	55.536,27	

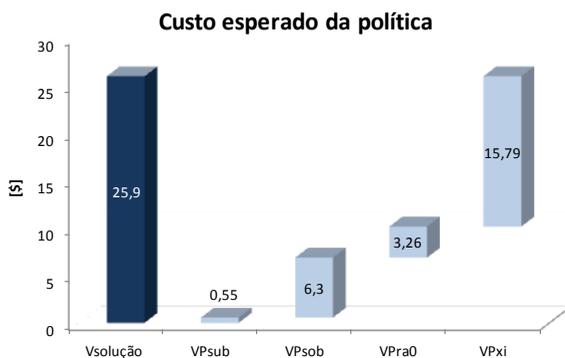


Figura 6.14 – Decomposição do valor da solução – Caso 2.

O nível médio de contratação se manteve aproximadamente 101% - 102,5%. Assim como no caso anterior a política ótima incluiu a composição de um excedente contratual utilizando a margem regulatória de 103% para proteção contra desvios de crescimento de demanda.

Tabela 6.11 – Contratação média em relação à carga – Caso 2.

Estágio	1	2	3	4	5	6
Contratação	101,67%	102,13%	102,59%	101,90%	100,73%	100,86%

A distribuição empírica da contratação explica essa redução no custo da política e penalizações. As violações de limites observados foram bem inferiores. As sobrecontratações ficaram mais restritas aos primeiros três estágios e as subcontratações aos três últimos. Nesse aspecto um resultado semelhante ao Caso 1.

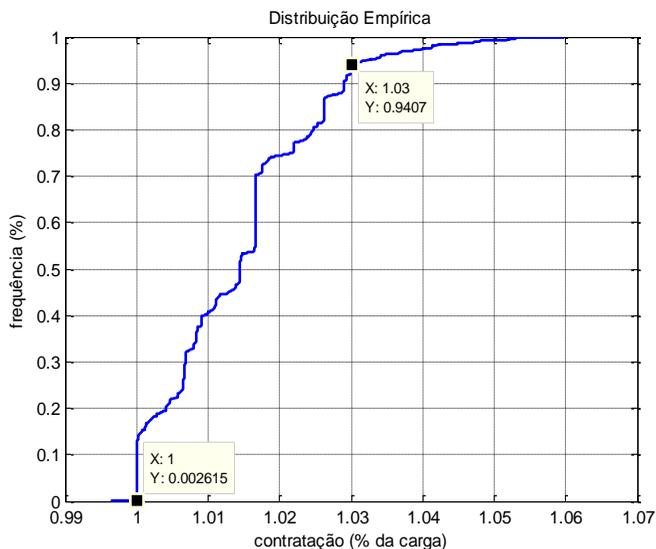


Figura 6.15 – Frequência de contratação observada (todos os estágios) – Caso 2.

6.3.3 Caso 3 – Portfólio de contratos inflexíveis.

A Lei 12.783, de 11 de janeiro de 2013, instituiu uma nova modalidade de contrato no ACR correspondente a energia proveniente de usinas que tiveram sua concessão renovada. Conforme regulamentação, tais empreendimentos disponibilizarão sua energia para o atendimento ao mercado cativo por meio de cotas de garantia física de energia e de potência que serão distribuídas entre as concessionárias de distribuição na porção de seus mercados consumidores.

Do ponto de vista da gestão da contratação, esta alteração do portfólio de contratos representa um aumento de complexidade considerável já que o lastro recebido via regime de cotas se caracteriza por um tipo de contrato totalmente inflexível. Não foram previstos na regulamentação mecanismos para cessão ou compra de montantes adicionais dessa energia. Ademais, agrava a situação o fato das cotas

terem sido concebidas para substituição de contratos de energia existentes que, por sua vez, representam o tipo de contrato mais flexível.

Assim, de forma a analisar e quantificar os possíveis efeitos dessas mudanças, estudou-se o caso de uma distribuidora participante do regime de cotas que, por força da alocação inicial, teve grande parte dos seus CCEARs substituídos por contratos de cotas, resultando em um portfólio de contratos composto na sua maior parte por bilaterais e cotas inflexíveis. As demais premissas e dados de entrada permaneceram os mesmos utilizados no estudo de caso anterior.

Tabela 6.12 – Proporção inicial de contratos da distribuidora

Tipo de contrato	Caso 1	Caso 2
CCEAR-Existente	30%	0%
CCEAR-Nova	20%	0%
Demais Contratos	50%	100%

Os resultados estão apresentados na Tabela 6.13. A compra no A-1 se limita ao MR do estágio (5 MWh) acrescido da margem de 0,5% da demanda. Percebe-se um aumento considerável de compra de energia nos leilões A-3 e A-5 para compensar a menor capacidade para aquisição de energia via Trocas. Como já mostrado no caso anterior, uma das principais dificuldades no processo de gestão da contratação é a capacidade de compra no curto prazo em relação aos desvios de projeção, restrita à margem de 0,5% da demanda no A-1, Leilões de Ajuste e trocas. Nesse exemplo em particular, a introdução de grande quantidade de cotas teve impacto no último dos três itens, as trocas, uma vez que na modelagem proposta estas estariam limitadas a uma margem em relação ao total de CCEARs da distribuidora, conforme apresentado na Seção 4.2. Na prática, pode ser que essa relação nem sempre se mantenha no que diz respeito a compras; ou seja, a ausência de CCEARs não necessariamente impede que sejam adquiridos contratos adicionais de CCEAR via trocas. Contudo, na medida em que o montante total de CCEARs se reduz entre as distribuidoras como um todo, pela substituição destes por contratos em regimes de cotas, é de se esperar que se reduzam também os montantes disponíveis para intercâmbio via mecanismos de trocas tradicionais. Assim, o pressuposto que haverá uma redução na capacidade de compra via trocas nesse contexto é coerente.

A compra no A-3 se encontra em patamar bem superior ao limite de 2% da carga evidenciando a necessidade de se optar entre a penalização por repasse de preço da compra no A-3, VPP_{ra3} . Não foi comprado nada no Ajuste uma vez que este implica uma penalização de

repassa por estar limitado ao VR do ano, embora esse recurso tenha sido usado intensamente em outros estágios como será observado mais à frente. Os Leilões de Ajuste foram usados preferencialmente em estágios mais avançados como último recurso para tentar fechar o balanço contratual. Por fim, não existem trocas já que também não há CCEARs de energia existente no primeiro estágio.

Tabela 6.13 – Solução de primeiro estágio – Caso 3.

Valor da solução (\$)	336,24	
Variáveis de 1º estágio	Solução	Limites
Declaração Ajuste (MWh)	0,00	1,00
Declaração A-1 (MWh)	5,50	5,50 ²⁸
Declaração A-3 (MWh)	4,72	2,00 ²⁹
Declaração A-5 (MWh)	5,99	-
Declaração Trocas (MWh)	0,00	0,00
Gasto total com compra de Energia (\$)	32.902,18	

O valor da solução aumentou expressivamente em comparação com os resultados obtidos no caso anterior, passando para \$336,24 (1,02% do custo com compra de energia). Isso ocorreu em razão da perda de flexibilidade no ajuste da contratação com a retirada dos CCEARs do portfólio de compra. O custo da energia, por outro lado, apresentou uma significativa redução devido ao aumento do montante de cotas que tem o preço médio de compra muito inferior aos demais contratos.

Decompondo a solução dentre as fontes de risco obtém-se: i) \$166,59 (0,506%) é o valor esperado de penalização por subcontratação; ii) \$ 6,28 (0,019%) decorre de sobrecontratação, iii) \$20,74 (0,063%) é referente ao risco de perda de repasse de preço de energia comprada em Leilões de Ajuste e iv) \$129,91 (0,395%) corresponde a perda de repasse em A-3. Soma-se a estes o valor de \$12,70 (0,039%) correspondente ao custo atribuído à compra de energia.

²⁸ O Montante de Reposição é de 5 MWh.

²⁹ Limite a partir do qual começa a incidir penalidade de repasse no A-3.

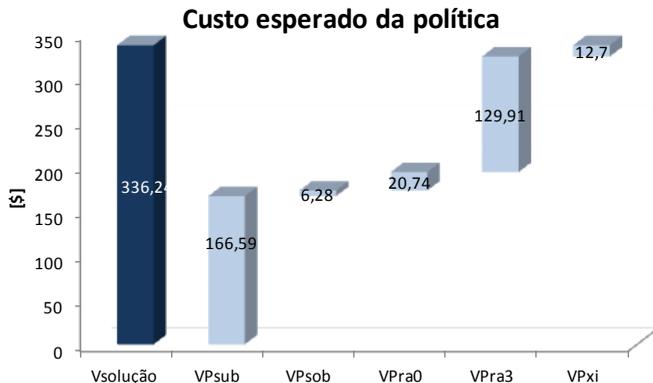


Figura 6.16 – Decomposição do valor da solução – Caso 3.

A parcela associada à energia manteve-se proporcionalmente da mesma magnitude, havendo um aumento do custo com sobrecontratação. Os dois principais componentes que contribuíram para esse aumento no valor da solução foram valor esperado das penalizações por subcontratação e por perda de repasse no A-3.

Quando se analisam as penalizações cenário a cenário pode-se ver mais claramente esse incremento no custo médio. Enquanto no Caso 1 as penalizações se restringiam apenas aos cenários extremos, agora estas ocorrem em todos os cenários, em diferentes graus. Percebe-se um aumento muito expressivo na frequência das penalizações VPP_{ra0} e VPP_{ra3} que estão fundamentalmente associadas a situações de necessidade de compra devido à escassez de contratos em situações de crescimento de mercado acima do esperado. O VPP_{ra3} está presente em todos os cenários devido a violação do limite logo no primeiro estágio. Da mesma forma, o aumento de VPP_{sub} decorre do crescimento da penalização tanto em frequência quanto em intensidade entre os cenários pelas mesmas razões. A Figura 6.17 apresenta a decomposição das penalizações de repasse cenário a cenário.

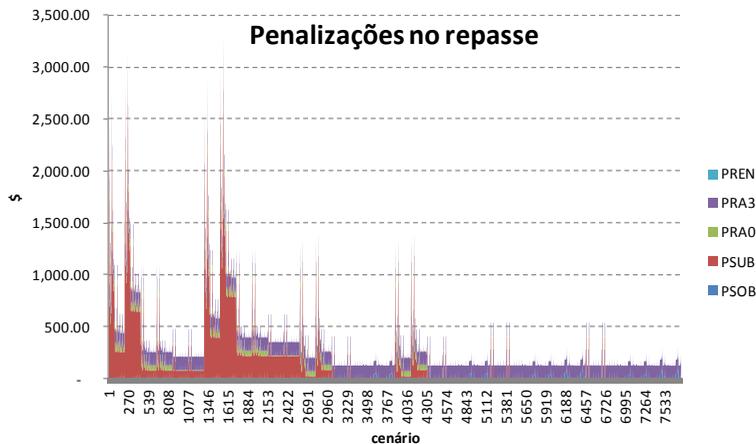


Figura 6.17 – Penalizações por cenário – Caso 3.

Analisando-se a frequência de contratação percebe-se uma menor capacidade de regulação do nível de sobrecontratação, explicada pela menor flexibilidade para ajustes no curto prazo. Como visto nas simulações anteriores, a solução ótima para o problema original tende a ser aquela em que a distribuidora se mantém em um intervalo de contratação próximo ao centro de intervalo de tolerância, de 101%-102%, como forma de resguardar a concessionária em casos de desvios de mercado acima do previsto. Ocorre que, nesse caso, devido principalmente a redução da capacidade de trocas, esse objetivo não pode ser alcançado. A partir da distribuição empírica percebe-se um aumento expressivo da frequência de observações que se encontram fora do intervalo de tolerância comparativamente ao caso base. Como pode ser visto na Figura 6.18, a frequência de subcontratações praticamente quintuplicou em relação ao Caso 1, ficando da ordem de 14%, enquanto que a sobrecontratação por outro lado diminuiu, ficando da ordem de 5%.

A redução da frequência de sobrecontratações pode parecer a primeira vista contraintuitivo. Ocorre que com redução da capacidade de trocas no curto prazo a concessionária fica com reduzida capacidade de ajustar para cima o seu nível contratual nos primeiros estágios para fazer *hedge* contra, como identificado no Caso 1. Pode ser observado na Tabela 6.14 que a frequência de sobrecontratações cai nos primeiros estágios e a frequência de subcontratações aumenta em todos os estágios refletindo essa redução de flexibilidade.

Tabela 6.14 – Transgressões de limites de contratação (% do total de observações) – Caso 3.

Estágio	1	2	3	4	5	6
Observações > 103%	0.00%	0.00%	0.00%	2.06%	0.54%	2.79%
Observações < 100%	0.00%	5.56%	3.70%	1.23%	3.07%	0.21%

Parte dessa perda é compensada por um uso mais intensivo do A-3 nos primeiros estágios. Portanto, há uma substituição de penalizações, parte do custo que seria incorrido com VPP_{sub} passa a ocorrer em VPP_{ra3} . Com isso se explica a aparentemente incoerente redução no total de transgressões do limite superior da contratação. De todo modo, a frequência total de transgressões do limite de contratação (sobre e subcontratações) aumentou de 15,4% para 19,2%.

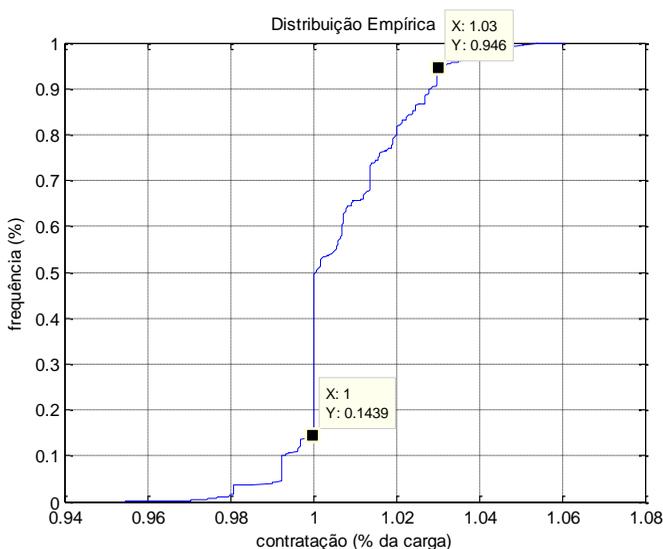


Figura 6.18 – Frequência de contratação observada (todos os estágios) – Caso 3.

Fica claro a partir da simulação que a introdução dessa nova modalidade contratual introduzida pela Lei 12.783 representa um considerável aumento de risco para as distribuidoras que compram sua energia nos leilões do ACR. É reduzido consideravelmente o montante de contratos flexíveis, passíveis de redução, significando maior chance de sobrecontratação em cenários pessimistas. Ao mesmo tempo reduz também, indiretamente, a capacidade de aquisição de contratos no curto

prazo via trocas, já reduzida no desenho atual, que também se reverte em aumento do risco de subcontratações.

Parece evidente que a introdução desse novo regime de contratação interfere no comportamento dos agentes e implica em uma rediscussão das demais regras e parâmetros envolvidos. É preciso criar mecanismos que permitam às concessionárias gerir de forma adequada a sua compra de energia e conseqüentemente permitam que o mercado funcione de forma otimizada.

Nesse contexto, foram analisadas três situações hipotéticas baseadas nessa condição de portfólio inflexível nas quais se propõe a flexibilização das regras de contratação atacando parâmetros distintos nas restrições do problema. Foram propostas três alternativas: i) aumento do limite de sobrecontratação admitido; ii) aumento do limite de compras nos Leilões de Ajuste; iii) aumento do limite de compra nos leilões A-1.

6.3.4 Caso 4 – Limite superior de tolerância em 105%

Na primeira alternativa optou-se por aumentar o limite superior de contratação da distribuidora de 103% para 105%. A justificativa para essa alteração é direta; para compensar a menor flexibilidade da nova conjuntura contratual permite-se uma maior margem de desvio da concessionária no atendimento ao mercado.

Para tanto foi realizada uma alteração no limite superior de sob_t na Equação (4.1), conforme expressão a seguir:

$$0 \leq sob_t \leq 0,05d_t, \quad (6.14)$$

Neste problema, a principal fonte de risco da concessionária se concentra na possível exposição a penalizações por subcontratação para os estágios 4 e 5 devido à ausência de contratos previamente estabelecido para esse período. Esse risco como já visto se acentua em grande medida com a redução de possibilidade de aquisição de contratos via trocas. As trocas representam um importante mecanismo de aquisição de contratos no curto prazo, extensivamente utilizado no Caso 1 e que para essa simulação ficou limitado com a redução da quantidade de contratos CCEAR-E disponível no mercado. Nesse contexto, o ajuste do limite superior de tolerância, por si só, representa pouco avanço no caminho da solução do problema.

Contudo, uma consideração especial deve ser feita. Uma prática comum das concessionárias na sua estratégia de contratação e também observado no resultado do estudo de Caso 1 é o uso do limite de tolerância de sobrecontratação acima de 100%. Ao se permitir uma maior tolerância de contratação se está beneficiando a concessionária na medida em que proporciona a ela um maior nível de *hedge* sem penalização. Essa vantagem não estaria sendo totalmente capturada nessa simulação já que por princípio parte-se sempre de uma condição inicial de contratação de 100% no primeiro estágio.

De forma a quantificar o benefício, foi realizada uma simulação no contexto do limite de 105%, porém, considerando uma condição inicial do problema que já incorpore algum nível de *hedge* contratual. Partindo-se da hipótese que as concessionárias buscam manter a contratação em média próximas ao centro do intervalo de tolerância, nessa simulação adicional considerou-se a distribuidora partindo de uma condição de contratação inicial de 102,5%. Naturalmente, esse resultado precisa ser comparado com a simulação do Caso 3, porém considerando a contratação inicial em 101,5%.

O resultado apresentado na Tabela 6.15 demonstra uma redução considerável no valor da solução indicando que a sobrecontratação na partida se mostrou efetiva no sentido de mitigar grande parte do risco de subcontratação da distribuidora. A frequência de exposição da concessionária a condições de subcontratação reduziu drasticamente ficando da ordem de 5%, quase um terço do valor observado anteriormente. O valor da solução também apresentou uma redução expressiva de \$327,21 para \$91,65. Uma redução de 72%, principalmente devido às penalizações de VPP_{sub} e VPP_{ra3} . O VPP_{ra3} acompanha a tendência de VPP_{sub} , uma vez que a aquisição excessiva de contratos em leilões A-3 está associada aos cenários de crescimento de mercado elevado e escassez de contratos.

Tabela 6.15 – Comparação da solução com limite em 103% e 105%.

*****			*****		
Resultado da Otimização (105%)			Resultado da Otimização (103%)		
*****			*****		
* Valor Esperado da Função Objetivo: 91,65			* Valor Esperado da Função Objetivo: 167,84		
* Penalidades (\$) : 81,68 Compra Energia (\$) : 9,97			* Penalidades (\$) : 155,35 Compra Energia (\$) : 12,49		
PSOB(\$):0,83	PSUB(\$): 68,26		PSOB(\$):6,26	PSUB(\$): 83,02	
PRA0(\$): 6,68	PRA3(\$): 5,72	PREN(\$): 0,0	PRA0(\$): 10,09	PRA3(\$): 55,97	PREN(\$): 0,0
Gasto total com compra de Energia (\$) : 33.817,64			Gasto total com compra de Energia (\$) : 33.295,57		
*****			*****		

A Figura 6.19 apresenta a curva de distribuição empírica do nível de contratação ao longo dos estágios para as duas simulações. Interessante notar que a forma das duas distribuições é muito parecida, quase idênticas, com um deslocamento horizontal entre elas. Esse “*offset*” é explicado pela diferença no nível de contratação de partida entre as duas. Depreende-se que a mudança do limite de tolerância não propicia uma melhoria da capacidade de ajuste contratual da distribuidora no curto prazo, mas tão somente permite que ela possa praticar uma estratégia de *hedge* em um patamar mais elevado. Não obstante, os resultados apontam que uma mudança dessa natureza ainda que limitada traria benefícios para a distribuidora em um cenário de redução da flexibilidade do portfólio de contratos.

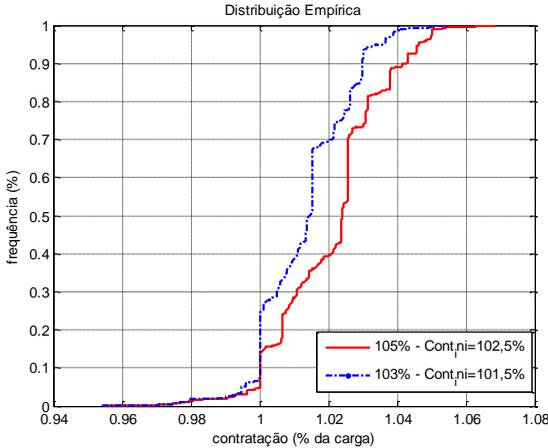


Figura 6.19 – Comparação da curva de distribuição do nível de contratação – Caso 4 e Caso 3³⁰.

6.3.5 Caso 5 – Ajuste limitado em 4% dos contratos

Uma segunda alternativa estudada para solução do problema seria o incremento do limite para contratação de energia nos Leilões de Ajuste para patamares de até 4% do total de contratos da distribuidora. A justificativa para tal medida seria compensar a perda de capacidade de compra da concessionária nos mecanismos de trocas com a possibilidade de compras maiores no ajuste. Em ambos os casos se está tratando de aquisição de curto prazo com efeito imediato no nível de contratação. Foi realizada uma alteração na Restrição (4.7) do problema para a expressão a seguir:

$$x_{1,t} \leq 0,04 \left[\sum_{\kappa=1}^4 ca_{\kappa,t} + \sum_{i=1}^n w_{i,t} \right] \tag{6.15}$$

O resultado demonstrou uma expressiva redução no valor da solução, chegando a valores próximos dos obtidos no estudo de Caso 1, na presença de um portfólio de contratos mais flexível. Até mesmo as variáveis de decisão de primeiro estágio ficaram parecidas nos dois casos.

³⁰ Considerando 101,5% de contratação na partida.

Tabela 6.16 – Decomposição do custo esperado – Caso 5.

```

*****
Resultado da Otimização
*****
* Valor Esperado da Função Objetivo: 85,52
* Penalidades ($): 75,30  Compra Energia ($):10,22

PSOB($):0,25      PSUB($): 22,41
PRA0($): 52,64    PRA3($): 0      PREN($):0,0

Gasto total com compra de Energia ($): 32.339,17
*****
    
```

Essa redução se deve basicamente a forte redução das penalizações VPP_{sub} e VPP_{ra3} , como pode ser visto na Figura 6.20. Esse último, inclusive, foi totalmente anulado; ou seja, não houve necessidade de violar o limite de compra no A-3 em nenhum dos cenários. Os custos esperados com penalização por perda de repasse de compras no Leilão de Ajuste, VPP_{ra0} , apresentou significativo aumento, demonstrando o uso intensivo desse recurso para atendimento aos requisitos contratuais.

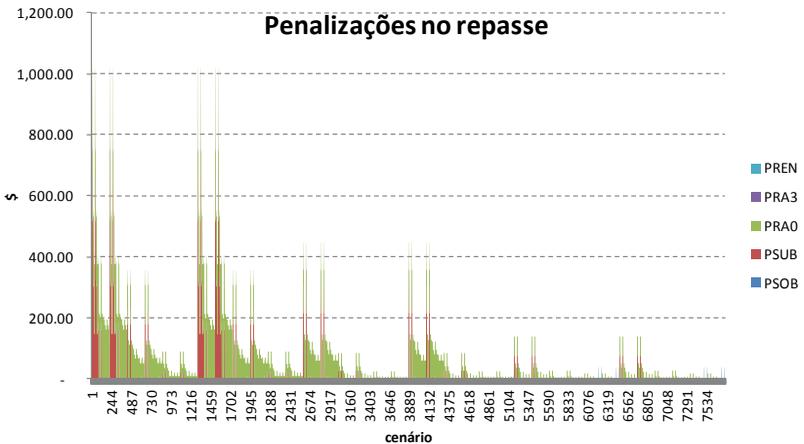


Figura 6.20 – Penalizações por cenário – Caso 5.

Analisando o nível de contratação da distribuidora, apresentados na Tabela 6.17 e na Figura 6.21, se pode observar uma mudança significativa em relação aos casos anteriores. Além de uma drástica redução das frequências de transgressões de limites se observou uma redução do nível médio de contratação da distribuidora, ficando agora em patamares mais próximos da carga com pouca margem de

sobrecontratação. Um reflexo direto do aumento de flexibilidade na contratação. Na medida em que se ampliou a possibilidade de compras no curto prazo diminui também a necessidade da concessionária fazer *hedge* contratual da distribuidora. Em casos extremos de desvios de mercado muito superiores à média pode-se recorrer ao Leilão de Ajuste em maior intensidade para recomposição de lastro contratual.

Tabela 6.17 – Nível médio de contratação – Caso 5.

Estágio	1	2	3	4	5	6
Contratação	100.00%	100.47%	101.03%	100.64%	100.11%	100.59%

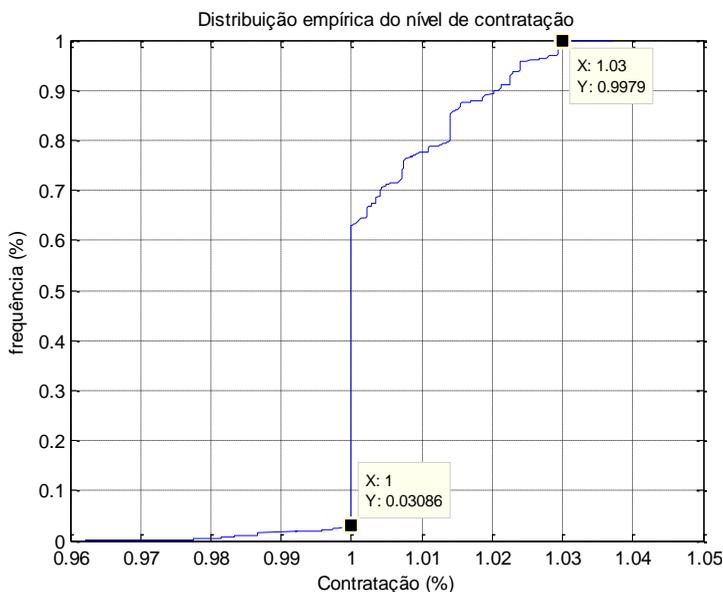


Figura 6.21 – Distribuição empírica do nível de contratação em relação à carga – Caso 5.

6.3.6 Caso 6 – Compra em A-1 limitada a MR+1, 5%

A terceira e última alternativa testada foi a ampliação do limite de compras nos leilões A-1 referente ao que excede o MR da distribuidora. A justificativa segue na mesma linha do caso anterior: flexibilizar a capacidade de aquisição de energia no curto prazo para ajuste do nível contratual. Contudo, o mecanismo adotado agora seja um pouco

diferente. As compras em leilões A-1 têm um prazo para entrada em vigor um pouco maior e representam contratos de duração mais longa, e, portanto, as compras realizadas a cada ano são cumulativas. Assim, foi alterada a restrição (4.5), do problema para a expressão a seguir:

$$x_{2,t} \leq mr_t + 0,015d_t \quad \text{e} \quad x_{2,t-dl_2} + z_{en_t} \geq 0,96mr_{t-dl_2} \quad (6.16)$$

O resultado foi semelhante ao obtido no Caso 5, apontando para uma redução do valor da solução devido a menor frequência de penalizações e uma maior capacidade de regulação do nível de contratação. Ambos os resultados são decorrentes da flexibilização introduzida no modelo de contratação.

O valor da solução obtida ficou menor que no Caso 1, ou seja, melhor que a solução considerando o portfólio mais flexível. A explicação para isso está na menor intensidade das penalizações por subcontratação conforme pode ser observado na Figura 6.22. Comparativamente com o Caso 1 percebe-se que de forma geral as penalizações ocorrem nos mesmos cenários, porém em menor intensidade. O fato de poder comprar margens maiores possibilitou acumular quantidades maiores de energia de contratos CCEAR-E até o final do período.

Tabela 6.18 – Decomposição do custo esperado – Caso 6

```

*****
                                Resultado da Otimização
*****
* Valor Esperado da Função Objetivo: 40,67
* Penalidades ($) : 29,77   Compra Energia ($) : 10,90

PSOB($): 0,11           PSUB($): 19,22
PRA0($): 10,53         PRA3($): 0,06       PREN($): 0,0

Gasto total com compra de Energia ($) : 32.339,17
*****
    
```

A solução de primeiro estágio demonstrou um uso menor do recurso de compra no A-5, indicando que a estratégia de contratação nesse caso está mais focada em adquirir energia nos leilões A-1. Consequentemente, ao final do período de análise existirá menos espaço em carteira para comprar nos leilões de maior antecedência como o A-5. Um aspecto relevante que será discutido mais adiante.

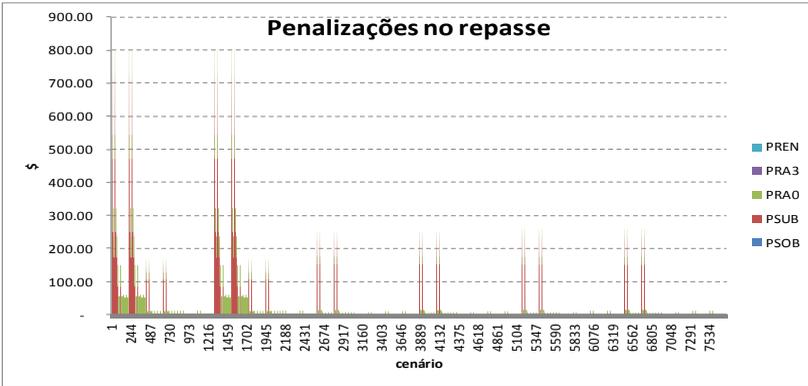


Figura 6.22 – Penalizações por cenário – Caso 6.

Comparativamente ao Caso 5 constatou-se uma capacidade de regulação do nível de contratação ligeiramente menor, provavelmente explicada pelos maiores prazos de duração dos contratos adquiridos no A-1. Por isso percebe-se a necessidade de um pouco mais de *hedge* em termos médios.

A Figura 6.23 apresenta a distribuição empírica do nível de contratação para o Caso 6.

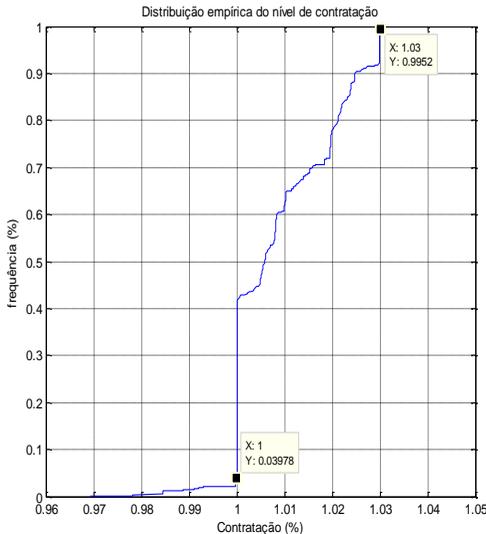


Figura 6.23 – Distribuição empírica do nível de contratação em relação à carga – Caso 6.

Percebe-se que essa alternativa também se mostrou benéfica em termos de redução do risco de contratação da distribuidora. Da mesma forma que no caso da expansão do limite de compra no Leilão de Ajuste proporcionou uma melhoria na capacidade de gestão no nível de contratação. Consequentemente, há menos necessidade de sobrecontratação. As duas alternativas apresentaram, nesse aspecto, resultados muito semelhantes.

De uma forma geral, as três alternativas testadas se mostram satisfatórias. Em todos os casos foi possível mitigar o risco de exposição às penalizações da concessionária de forma que o objetivo final pode ser atendido, porém, com particularidades em cada um deles.

Pode-se entender que a primeira alternativa aborda o problema por um enfoque diferente das duas últimas. A primeira mantém a mesma estrutura de restrições atuais atingindo seu objetivo por meio do aumento do nível de tolerância com relação aos desvios, enquanto que nas últimas se procura reduzir o risco melhorando a capacidade de gestão do nível contratual da distribuidora por meio da flexibilização de restrições de compra de energia no curto prazo. É de se esperar, portanto, que as duas últimas abordagens conduzam a resultados mais eficientes sob o ponto de vista de ajuste contratual da distribuidora. Isso pode ser observado claramente nas simulações realizadas. O nível médio de sobrecontratação se reduz consideravelmente nas duas últimas simulações. Uma contratação mais ajustada significa em última análise um menor custo a ser imputado ao consumidor a título de sobrecontratações admissíveis. A Tabela 6.19 apresenta o custo com a sobrecontratação pago pelo consumidor C_{SOB} , ou seja, àquela que se encontra dentro do intervalo de tolerância para cada alternativa testada. A primeira alternativa representou um custo quase quatro vezes maior que a segunda. O custo total com compra de energia da concessionária, representado pela variável C_{EN} também se mostrou mais alto no primeiro caso.

Tabela 6.19 – Comparação dos custos com sobrecontratação e compra de energia das alternativas

	Sob < 105%	Ajuste < 4%	A-1 < MR+1.5%
C_{SOB} [\$]	693.46	161.09	303.63
$C_{ENERGIA}$ [\$]	33,817.64	32,339.17	32,520.99

Da mesma forma o custo esperado das penalizações também se reduziu, indicando que essa maior flexibilização também é benéfica para distribuidora que fica menos sujeita a erros de previsão. Assim, considerando unicamente os resultados numéricos obtidos, a conclusão

seria ampliar a capacidade de compra das distribuidoras no curto prazo como melhor alternativa para mitigar a perdas de flexibilidade com a redução dos CCEAR-E.

Contudo, há ainda outros aspectos, associados ao funcionamento de um sistema elétrico, que não estão observados nessa análise e que devem ser avaliados. No caso da ampliação da margem de compras no A-1, por exemplo, corre-se o risco de substituição de contratos de energia nova por existente, o que pode comprometer a realização dos leilões de A-3 e A-5 que, como sabido, atuam no setor elétrico brasileiro como promotores do investimento na expansão da capacidade geradora. Do ponto de vista do planejamento setorial uma proposição nesse sentido poderia representar um risco ao estímulo de investimentos de longo prazo. Há ainda o risco associado à disponibilidade de energia descontratada no mercado para atendimento a essas margens. Em cenários de crescimento de mercado acima do previsto por razões conjunturais, por exemplo, energia descontratada pode ser especialmente difícil de encontrar. Esse risco não está sendo mensurado pelo modelo.

O mesmo raciocínio vale para o aumento da margem de compra em Leilões de Ajuste. Em cenários de crescimento generalizado pode não haver energia disponível e, se houver, o preço a ser pago por ela pode ser elevado demais. Não há garantias que haveriam geradores dispostos a manter sua energia descontratada para vender nos Leilões de Ajuste haja vista a elevada correlação entre os mercados das distribuidoras. Em anos de escassez haveria a possibilidade de ganhos elevados ao passo que em anos de sobra não haveria espaço para ganho algum. É sabido que a demanda por energia está sujeita a inúmeros fatores de influência e que existe um risco associado ao seu crescimento. A questão, nesse caso, é como esse risco deve ser distribuído entre geradores, distribuidores e consumidores. De todo, modo o aprofundamento dessas questões foge ao escopo desse trabalho.

6.3.7 Caso 7 – Mensuração do risco de transgressão

Ficou evidenciado a partir das simulações anteriores que a concessionária pode em determinadas situações se expor intencionalmente a situações de sobrecontratação como forma de se proteger contra penalizações de subcontratação, minimizando, assim, o seu risco financeiro.

Contudo, percebe-se que o desenho regulatório impõe grande quantidade de restrições ao processo de contratação impedindo muitas

vezes uma gestão mais otimizada por parte das concessionárias do seu nível contratual. Neste último estudo de caso procurou-se explorar o risco das concessionárias frente às variações de mercado.

Com foco essencialmente nas penalizações por sobre e subcontratação procurou-se, através de simulações, responder a duas perguntas básicas: i) qual o nível de risco da distribuidora em relação às transgressões de limites de contratação tolerados? e ii) até que ponto podem as distribuidoras gerenciar a sua exposição a penalizações.

Para tanto, foi utilizando uma versão simplificada do modelo usado nos casos anteriores. Como no Caso 1, inicia-se o problema 100% contratado com previsão de incremento contratual para atender a projeção média de crescimento para os primeiros três anos. Contudo, de forma a evitar que estratégias pontuais de contratação atrapalhem a análise dos resultados foram eliminadas as penalizações associadas ao A-3 e Leilões de Ajuste, porém mantida a Restrição (4.7). Na mesma linha igualou-se os valores de penalização associados a VPP_{sob} e VPP_{sub} , de forma que não haja vantagem em se violar um limite em benefício do outro. Assim, o resultado é um modelo cujo objetivo se restringe unicamente a evitar transgressões dos limites toleráveis de contratação mantidas todas as restrições do problema.

Como VPP_{sob} e PP_{sub} possuem a mesma magnitude por premissa do modelo, não foram realizadas aberturas de cenários de PLD distintos, de forma que a árvore de cenários foi reduzida em tamanho.

Por fim, não foi previsto para essa simulação a possibilidade de trocas via MCSD ou intercâmbio bilateral de contratos. Preservou-se apenas a possibilidade de devolução de CCEAR-E pelo mecanismo do 4% previsto pelo Decreto nº 5.163/2004.

A metodologia utilizada consistiu em avaliar a frequência das transgressões de limite como forma de avaliação de risco. Por tratar-se de um problema de otimização convexo, em que todos os recursos previstos na regulamentação estão disponíveis, a solução representará o melhor resultado possível em termos de violações dos limites de contratação e, conseqüentemente, o risco de penalização.

Naturalmente, a solução desse problema depende diretamente da volatilidade do crescimento do mercado. Quanto mais volátil for o seu comportamento, maior será o nível a risco a que está submetida a concessionária.

Foram feitas simulações considerando diferentes amplitudes de desvio entre cenários, representando mercados com diferentes graus de

volatilidade. Como esperado, quanto menor o desvio, menores as frequências de transgressões. Para desvios inferiores a 1,0 p.p já não se observou mais transgressões por sobrecontratação. A subcontratação por outro lado foi mais difícil de ser eliminada. Apenas na simulação em que se utilizou desvios de mercado inferiores a 0,33 p.p foi possível atender a todos os cenários sem incorrer em qualquer transgressão de limite³¹. A Figura 6.24 apresenta a distribuição empírica do nível de contratação para cada uma das simulações.

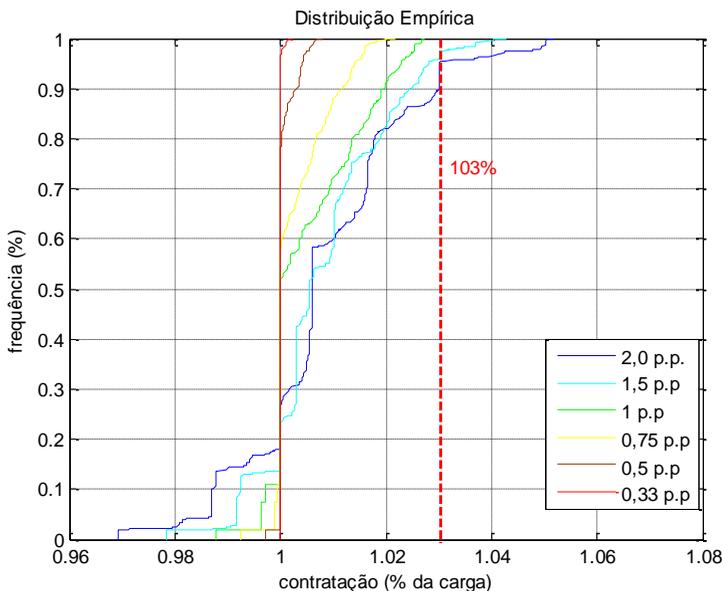


Figura 6.24 – Distribuição da contratação para diferentes volatilidades de mercado.

³¹ Esse resultado depende fortemente da condição inicial e da flexibilidade do portfólio de contratos da distribuidora. Para uma condição inicial sobrecontratada em 101,5% esse limite subiria para 1,05 p.p.

7 CONCLUSÕES

Este capítulo trata da consolidação e conclusão dos avanços conceituais e resultados obtidos ao longo desse trabalho.

Um ponto crucial para mercados de energia liberalizados diz respeito à garantia de adequação do suprimento no longo prazo. Induzir o mercado a realizar de forma descentralizada o volume de investimentos necessários para garantir a expansão do parque gerador de forma sustentada pode não ser uma tarefa fácil, principalmente em países em desenvolvimento com fortes períodos de crescimento econômico. Como exemplo pode-se citar a crise energética enfrentada pelo país no racionamento de 2001. A opção do Brasil nesse contexto de incertezas foi a adoção de um modelo de expansão baseado em um mercado regulado, privilegiando contratações de longo prazo, antecedência na contratação e forte sinal regulatório para a correta previsão da demanda. Se por um lado isso torna a perspectiva de investimento no segmento de geração mais favorável, de outro expõe a concessionárias de distribuição a elevados riscos financeiros. Transfere-se o risco de um segmento para o outro que, por sua natureza, apresenta tarifas reguladas.

O Capítulo 2 abordou as regras de comercialização no mercado brasileiro com ênfase nos mecanismos de contratação do Ambiente de Contratação Regulada – ACR. As motivações precípua do Novo Modelo, baseado na garantia da adequação do suprimento e na modicidade tarifária se materializam em uma arquitetura complexa de regras que restringem a flexibilidade de atuação das distribuidoras na gestão do seu portfólio de contratos e as penalizam quando da violação dos limites estabelecidos. Cumpre à distribuidora gerir os seu nível contratual dentro desse equilíbrio de regras e incertezas. Existem riscos em se contratar com muita antecedência, ficando exposta a variação de demanda, ou esperar para comprar em um prazo mais curto e estar sujeita a eventuais penalizações no repasse dessa energia às tarifas. Trata-se de um problema de mitigação de risco no qual uma atuação equivocada pode conduzir a um impacto significativo no caixa da distribuidora. Por essa razão é de fundamental importância para concessionária a definição de uma boa estratégia de contratação. Problemas com essas características favorecem o uso de modelos de otimização como ferramenta de apoio à tomada decisão. Na área de

comercialização de energia existem trabalhos técnicos voltados para esse propósito, contudo, percebe-se que a literatura é deficiente em abordar o problema sob a ótica da distribuidora, especialmente no caso brasileiro. No segmento de consumo, a grande maioria dos trabalhos pesquisados têm como foco os consumidores livres, que enfrentam um problema semelhante para composição do seu portfólio de contratos frente ao risco de preço *spot*. No caso das distribuidoras a principal distinção é a incerteza relacionada à demanda que não pode ser prevista com exatidão.

Esse trabalho abordou o problema da gestão da contratação de uma distribuidora atuando no mercado regulado brasileiro por meio de um modelo de otimização estocástica multiestágio de grande porte. O objetivo é a definição de uma política ótima de contratação de médio prazo que minimize o custo esperado em um horizonte de tempo de seis anos. A esse respeito, o Capítulo 3 traz importantes conceitos relacionados problemas de otimização sob incertezas, representação e métodos de solução.

Um dos principais desafios desse trabalho esteve associado a modelagem matemática completa do problema e suas restrições. Trata-se de um problema novo com poucos trabalhos relacionados. O processo de comercialização no ACR em si é complexo e envolve grande número de regras. A tradução de todas elas em um modelo de otimização representou um obstáculo significativo. Em alguns casos simplificações precisaram ser feitas para manter o problema linear. O Capítulo 4 apresentou em detalhes o equacionamento matemático.

Um aspecto particular desse problema é a presença de muitas restrições de acoplamento temporal relacionando estágios distantes entre si em razão da sistemática dos leilões A-1, A-3 e A-5. Essa característica especial favoreceu a escolha do *Progressive Hedging* como método de solução para esse trabalho. A sua característica fundamental, de decomposição do problema em subproblemas correspondentes aos cenários, simplificou de forma considerável a formulação e implementação computacional. O uso do PH também facilitou bastante a implantação de rotina de processamento paralelo o que foi fundamental para redução do tempo computacional nas simulações. A fraca ligação entre os subproblemas permitiu o uso da ferramenta de computação paralela disponível no MATLAB diretamente para solução de cada cenário independentemente. Ainda com relação a implementação, é importante destacar que a proposição utilizada de relaxar apenas as variáveis de decisão relativa às declarações de compra nos leilões

$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ se mostrou suficiente e reduziu consideravelmente a dimensão do problema.

Em termos de desempenho do PH, em sua aplicação para esse problema, este pode ser considerado satisfatório. Nas simulações voltadas para análise de convergência merece destaque a grande relevância do parâmetro de penalidade. Comparando as alternativas testadas sob uma ótica de custo/benefício pode-se concluir que o uso de penalidade dinâmica como melhor opção em razão da sua flexibilidade. É possível que exista uma escolha ideal de penalidade fixa para o problema que supere o uso de penalidades dinâmicas. Se o problema a ser analisado for muito semelhante a cada simulação pode ser interessante dispendir um tempo inicial tentando identificá-lo. Por outro lado, se o estudo envolver a solução de problemas muito distintos a cada simulação, como foi o caso desse trabalho, um algoritmo baseado em parâmetros de penalidade dinâmica seria preferível uma vez que demonstrou um melhor resultado global para as simulações realizadas.

Não foi possível determinar uma heurística que se mostrasse superior em todos os casos, todavia foram identificadas algumas propriedades bem sucedidas. O uso de uma iteração inicial para estimação do valor μ , por exemplo, se mostrou muito eficiente. Em todos os casos se observou uma oscilação no valor da solução até uma região próxima do valor final, seguido de um período de refinamento da solução no qual seu valor se aproxima lentamente do valor final da solução. Diferentes heurísticas apresentaram diferentes graus de oscilação, sugerindo que no limite haveria uma taxa de crescimento ótima para o parâmetro de penalidade para a qual o problema convergiria no menor tempo possível. A métrica para tanto, porém, não pode ser identificada.

O critério de parada utilizado se mostrou excessivo para esse problema. Exigir um grau de convergência absoluto da solução primal, em geral, resultou por onerar excessivamente o processo iterativo até um ponto muitas vezes desnecessário para se garantir uma solução de qualidade. O uso de um critério de parada alternativo se mostrou útil nesse sentido, mas permanece o entendimento que este pode ser melhorado.

Quando se analisa a sensibilidade do problema para diferentes árvores de cenários uma importante constatação é grande predominância da variabilidade ao tamanho da árvore. Isso é importante na medida em que demonstra que os cenários extremos são os determinantes em relação aos mais centrais (Figura 6.7). Portanto, pode-se dedicar maior

atenção em se determinar os intervalos de desvios entre os cenários e resolver o problema com menos discretizações, o que reduz a necessidade de solução de árvores muito grandes. Ao mesmo tempo percebe-se também a predominância das incertezas no crescimento da demanda em relação ao PLD em sua influência na solução final.

Ademais, analisando os resultados das simulações computacionais foi possível aprofundar o entendimento do problema e observar as características de uma possível política ótima de contratação. Primeiramente, é preciso reconhecer que o problema real é composto por um grande número de incertezas das quais apenas o PLD e demanda foram incorporadas. As demais foram mantidas como premissas. Uma premissa crucial é a disponibilidade de oferta nos leilões, em especial os de curto prazo como o Leilão de Ajuste e as compras e seções via trocas como o MCS D. Como já descrito, a rigor não existe limite de quanto pode ser comercializado nas trocas livres, nem tampouco existe garantia de que a haverá disponibilidade desses recursos quando necessário. O ponto é que a sua existência influencia muito o resultado da simulação porque permitem os maiores ajustes de contratação no curto prazo.

Em verdade, a limitada capacidade de ajuste contratual no curto prazo, seja para aquisição ou seção de contratos, corresponde a maior dificuldade enfrentada pelas distribuidoras e sua maior fonte de risco nesse processo. Por essa razão, alterações nas condições iniciais do problema como energia contratada em $t < 0$ ou o grau de flexibilidade do portfólio inicial representaram grande influência nos resultados das simulações realizadas. Existe uma “inércia contratual” que demora para ser ajustada e que expõe a concessionária a penalizações quando a demanda varia rapidamente.

Percebe-se também que o modelo induz a concessionária a se sobrecontratar. Em todas as simulações em que se iniciou o problema com 100% de contratação observou-se um processo de sobrecontratação gradativo ao longo dos estágios do problema até que se obtivesse um nível da ordem de 101%-102% (em média). Mais uma vez isso se explica pela dificuldade de se ajustar o nível de contratação no curto prazo e na desproporção da penalização de subcontratação em relação às demais. É preferível contratar um pouco mais e correr risco de ficar sobrecontratado em cenários de crescimento de demanda abaixo do esperado, a ficar subcontratado em cenários de crescimento acima do esperado. Nas simulações em que foram introduzidas alterações nos limites de compra no curto prazo, como aumento da margem nos Leilões

de Ajuste, por exemplo, a necessidade de sobrecontratação assim como o risco da distribuidora foram reduzidos consideravelmente. Tal resultado sugere que uma flexibilização nesse sentido seria benéfica para o sistema. A gestão da contratação como um todo se torna mais eficiente e isso se reflete no preço final pago pelo consumidor. Contudo, mais uma vez, há que se considerar a premissa da disponibilidade de energia por trás desse resultado. Deve-se considerar também o efeito dessa alocação de risco para o segmento de geração e a real possibilidade de se contar com energia de descontratada no curto prazo em cenários de crescimento de demanda acima do previsto.

Por fim, importa lembrar que ao longo do período de elaboração desse trabalho foram promovidas mudanças no marco regulatório do setor elétrico que alteraram aspectos da comercialização no ACR. No que tange a esse trabalho, a principal delas diz respeito a ampliação do limite de sobrecontratação repassável à tarifa que passou de 3% para 5% com a publicação do Decreto nº 7.945 de 7 de março de 2013. De todo modo, entende-se que tal mudança não altera a natureza do problema. Representa tão somente uma alteração de um de seus parâmetros e de forma alguma invalida os resultados e conclusões obtidas com esse trabalho.

7.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Uma importante sugestão de aprimoramento seria a inclusão de figuras de quantificação de risco no modelo. Os resultados apresentados foram obtidos com um modelo baseado no valor esperado dos custos, o que implicitamente pressupõe uma decisão neutra a risco. Contudo, é sabido que gestores e, principalmente, empresas do setor elétrico são avessos a riscos. Nesse sentido, seria cabível avaliar a pertinência de uma análise complementar tendo por base a otimização do risco máximo de exposição da concessionária, com ferramentas de quantificação de risco como, por exemplo, o *Conditional-Value-at-Risk (CVaR)* incorporadas a função objetivo do problema.

Além desse, outro aprimoramento interessante seria a consideração de uma função de condição final. O modelo utilizado contém apenas seis estágios por questões de dimensionalidade, mas evidentemente o problema e as consequências das decisões tomadas se estendem por muitos anos à frente.

Em termos de heurística do algoritmo podem se vislumbrar inúmeros aprimoramentos. O PH é um método que permite a implementação de heurísticas com relativa facilidade, e isso poderia ser mais explorado para esse problema a fim de acelerar a convergência como soluções inexatas, estimação inicial do ponto de partida (primal e dual), fixação de variáveis, dentre outros apresentados na literatura. Também seria interessante explorar melhor o critério de parada ou complementá-lo para algo menos restritivo sem que prejudique a qualidade da solução.

Por fim, na construção da árvore de cenários, o uso de técnicas de agregação de cenários poderia ser usado para reduzir a dimensionalidade do problema e assim permitir a construção de árvores menores.

8 REFERÊNCIAS

- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. Resolução Normativa n. 421, de 30 de novembro de 2010. Estabelece os critérios para cálculo do Montante de Reposição e contratações adicionais dos agentes de distribuição do Sistema Interligado Nacional - SIN. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 8/12/2010. Seção 1, p. 56.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. Resolução Normativa n. 508, de 04 de novembro de 2012. Estabelece critérios e condições para celebração de acordo bilateral entre partes signatárias de CCEAR de energia nova. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 14/09/2012. Seção 1, p. 80.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. Resolução Normativa n. 521, de 11 de dezembro de 2012. Dispõe sobre o cálculo da alocação inicial de cotas de garantia física e potência, da definição dos Contratos de Comercialização de Energia Elétrica no Ambiente Regulado – CCEARs sujeitos à cessão compulsória e redução de montantes, e da revisão extraordinária das tarifas de distribuição, nos termos da Medida Provisória nº 579, de 11 de setembro de 2012. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 14/12/2012. Seção 1, p. 122.
- BELLMAN, R. **Dynamic Programming**. Nova Jersey: Princeton University Press, Princeton, 1957.
- BIRGE, J. R.; LOUVEAUX, F. **Introduction to stochastic programming**. Second edition. New York: Springer, 2011.
- BRASIL. Lei nº 9.074, de 7 de julho de 1995. Estabelece normas para outorga e prorrogações das concessões e permissões de serviços públicos e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Poder Executivo, Brasília.
- BRASIL. Lei nº 9.427, de 26 de dezembro de 1996. Institui a Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL, disciplina o regime das concessões de serviços públicos de energia elétrica e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Poder Executivo, Brasília.

- BRASIL. Lei nº 10.848, de 15 de março de 2004. Dispõe sobre a comercialização de energia elétrica. **Diário Oficial da União**, Poder Executivo, Brasília.
- BRASIL. Lei nº 12.783, de 11 de janeiro de 2013. Dispõe sobre as concessões de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, sobre a redução dos encargos setoriais e sobre a modicidade tarifária. **Diário Oficial da União**, Poder Executivo, Brasília.
- BRASIL. Decreto Presidencial nº 5.163, de 30 de julho de 2004. Regulamenta a comercialização de energia elétrica, o processo de outorga de concessões e de autorizações de geração de energia elétrica, e dá outras providências. **Diário Oficial União**, Poder Executivo, Brasília.
- BRASIL. Decreto Presidencial nº 7.891, de 23 de janeiro de 2013. Regulamenta a Lei no 12.783, de 11 de janeiro de 2013, que dispõe sobre as concessões de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, sobre a redução dos encargos setoriais e sobre a modicidade tarifária, e a Medida Provisória nº 605, de 23 de janeiro de 2013. **Diário Oficial União**, Poder Executivo, Brasília.
- CARRIÓN, M.; CONEJO, A. J.; ARROYO J. M. A stochastic programming approach to electric energy procurement for large consumers. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 22, n. 2, p. 744-754, 2007.
- CASTRO, M. A. L. **Análise dos riscos de uma distribuidora associados à compra e venda de energia no novo modelo do setor elétrico**. 2004. 136f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade de Brasília, Brasília. 2004.
- CASTRO, R.; FILHO, C. L. Um método de suporte a decisões sobre investimento e comercialização de energia elétrica no Brasil. **Revista Controle & Automação**, São Paulo, v. 16, n. 4, p. 478-494, 2005.
- CÂMARA DE COMERCIALIZAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA. **Regras de Comercialização**. Disponível em: http://www.ccee.org.br/portal/faces/oquefazemos_menu_lateral/regaras?_afLoop=388966835677000&_adf.ctrl-state=jgv49gdad_67. Acesso em 24/7/2013.

- CHAO, H.; WILSON, R. **Design of Wholesale Electricity Markets**. Electric Power Research Institute, Draft 990101. Disponível em: <http://stuff.mit.edu/afs/athena/course/other/esd.126/www/StdMkt/ChaoWilson.pdf> (acesso em 19 de abril de 2013).
- CONEJO, A. J.; FERNÁNDEZ-GONZÁLEZ, J.J.; ALGUACIL, N. Energy procurement for large consumers in electricity markets. **IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution**, v. 152, n. 3, p. 357-364, 2005.
- CONEJO, A. J.; CARRIÓN, M. Risk-constrained electricity procurement for a large consumer. **IEE Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings-**, v. 153, n.4, p. 407-413, 2006.
- FINARDI, E. C; DECKER, B.U; MATOS, V. L. An Introductory Tutorial on Stochastic Programming Using a Long-Term Hydrothermal Scheduling Problem. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, v.24, n.3, p.361-367, 2013.
- FISHMAN, G. S. **Monte Carlo: Concepts, Algorithms, and Applications**. New York: Springer, 1996.
- GONÇALVES, R. E. C. **Desenvolvimento de modelos de programação estocástica aplicados à programação mensal da operação energética: uma análise comparativa de desempenho computacional**. 2011. 211 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Santa Catarina, Florianópolis. 2011.
- GÓMEZ-VILLALVA, E.; RAMOS, A. Optimal energy management of an industrial consumer in liberalized markets. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 18, n. 2, p. 716-723, 2003.
- GUIMARÃES, A. R. **Estratégia de contratação das distribuidoras em leilões de energia sob incerteza na demanda**. 2006. 124p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro.2006.
- HATAMI, A.R; SEIFI, H.; K.; ESLAMI, M. K. S. E. Optimal selling price and energy procurement strategies for a retailer in an electricity market. **Electric Power Systems Research**, v. 79, pag. 246-254, 2009.
- HELGASON, T.; WALLACE, S. W. Approximate scenario solutions in the progressive hedging algorithm. **Annals of Operations Research**, v. 31, n. 1, p. 425-444, 1991.

- HOCHREITER, R.; PFLUG, G.C.; WOZABAL, D. Multi-Stage Stochastic Electricity Portfolio Optimization in Liberalized Energy Markets. **IFIP International Federation for Information Processing**, v. 199, p. 219-226, 2006.
- JOSKOW, P.L. Lessons Learned From Electricity Market Liberalization. **The Energy Journal**, Special Issue. The Future of Electricity: Papers in Honor of David Newbery, v. 29, n. 2, p. 9-42, 2008.
- LIU, M.; WU, F. F; NI, Y.. A survey on risk management in electricity markets. **IEEE Power Engineering Society General Meeting**, 2006.
- MATOS, V. L. **Um Modelo para o Planejamento Anual da Operação Energética Considerando Técnicas Avançadas de Otimização Estocástica**. 2012. 267 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Santa Catarina, Florianópolis. 2012.
- MORTON, D. P. Stopping rules for a class of sampling-based stochastic programming algorithms. **Operations Research**, p.710. 1998.
- MULVEY, J. M.; VLADIMIROU, H. (1991). Applying the Progressive Hedging Algorithm to Stochastic Generalized Networks. **Annals of Operation Research**, v.31, p.399-424, 1991.
- NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. **Numerical optimization**. Second edition. New York: Springer, 2006.
- OUM, Y; OREN, S.; DENG, S. Volumetric Hedging in Electricity Procurement. **Power Tech, 2005 IEEE Russia**, p.1-6, 2005.
- PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. **Mathematical Programming**, v. 52, p.359-375, 1991.
- QUEVEDO, L. S. M. **Engenharia Econômica - 7ª Edição**. 2012. (Desenvolvimento de material didático ou instrucional - Apostila Didática).
- ROCKAFELLAR, R. T.; WETS, J. B. Scenarios and Policy Aggregation in Optimization Under Uncertainty. **Mathematics of Operations Research**, v. 16, n. 1, p. 119-147, 1991.
- SAMPAIO, L L. **Análise do uso de derivativos no Setor elétrico brasileiro**. 2011. 75 f. Dissertação de Mestrado – Faculdade de Economia e Finanças, IBMEC, Rio de Janeiro, 2011.

- SANTOS, M. L. L.; SILVA, E. L.; FINARDI, E. C.; GONÇALVES, R. E. C. Using the Progressive Hedging Method to Solve the Short Term Operating Planning Problem for Hydrothermal Systems. **International Conference on Engineering Optimization**, 2008.
- SHAPIRO, A.; PHILPOTT, A. B. **A Tutorial on Stochastic Programming**. Disponível em: <http://stoprog.org/index.html?SPTutorial/SPTutorial.html>. Acessado em 15/06/2011, 2011.
- STOFT, S. **Power Systems Economics: Designing Markets for Electricity**. Nova Iorque: Willey-IEEE Press, 2002.
- RAMOS, D. S., SUSTERAS, G. L. **Utilização de Algoritmos Genéticos para Previsão da Contratação de Energia pelas Distribuidoras**. IEEE Latin America Transactions, v.4 , n. 4, 2006.
- TOMALSQUIM, M. T.; **Novo Modelo do Setor Elétrico Brasileiro**. Rio de Janeiro: Synergia; EPE: Brasília, 2011.
- TURVEY, R. Ensuring adequate generation capacity. **Utilities Policy**, v. 11, p. 95-102, 2003.
- VENTOSA, A. M.; BAILLO, A.; RAMOS, A.; RIVIER, M. Electricity market modeling trends. **Energy Policy**, v. 33, p. 897-913, 2005.
- VILLALVA-GÓMEZ, E.; RAMOS, A. Optimal Energy Management of an Industrial Consumer in Liberalized Markets. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 18, n. 2, p. 716-723, 2003.
- VRIES, L.; HENJEN, P. The impact of electricity market design upon investment under uncertainty: The effectiveness of capacity mechanisms. **Utilities Policy**, v.16. p. 215-227, 2008.
- WANG, Q; LI, C.; WEN, F.; XU, N. Risk Assessment and Control for Distribution Companies in Electricity Market Environment. **Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies**, 2008. DRPT 2008. Third International Conference on. IEEE, 2008.
- WATSON, J. P.; WOODRUFF, D. L.; STRIP, D. R. Progressive Hedging Innovations for a Stochastic Spare Parts Support Enterprise Problem. **Journal Article, Naval research Logistics**, 2007.
- ZARE, K.; MOGHADDAM, M. P.; ESLAMI, M. K. S. E. Electricity Procurement for Large Consumers Based on Information Gap Decision Theory. **Energy Policy** ,v. 38, p. 234-242, 2010.

ZUCARATO, A N. **Mecanismos de capacidade em sistemas de energia elétrica com predominância de geração**. 2009. 115 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Santa Catarina, Florianópolis. 2009.