

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

Marcos Goulart Reis

**DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA PARA ANÁLISE
ESTÁTICA DE MECANISMOS E ROBÔS UTILIZANDO O
MÉTODO DE DAVIES**

Florianópolis

2013

Marcos Goulart Reis

**DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA PARA ANÁLISE
ESTÁTICA DE MECANISMOS E ROBÔS UTILIZANDO O
MÉTODO DE DAVIES**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Henrique Simas, Dr. Eng.

Coorientador: Daniel Martins, Dr. Eng.

Florianópolis

2013

Marcos Goulart Reis

**DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA PARA ANÁLISE
ESTÁTICA DE MECANISMOS E ROBÔS UTILIZANDO O
MÉTODO DE DAVIES**

Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Mecânica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis, 29 de agosto 2013.

Armando Albertazzi Gonçalves Jr., Dr. Eng.,
Coordenador do Curso

Henrique Simas, Dr. Eng.
Orientador

Daniel Martins, Dr. Eng.
Coorientador

Banca Examinadora:

Henrique Simas, Dr. Eng.
Presidente

Lucas Weihmann, Dr. Eng.

Carlos Rodrigues Rocha, Dr. Eng.

Edson Roberto De Pieri, Dr.

À minha família.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente preciso agradecer a minha mãe, Dona Rose, pois sem ela não teria tido a oportunidade e o principal apoio para continuar firme e forte nos estudos. Também a toda a minha família, que sempre esteve por perto para dar carinho e incentivo: Lena, Lú, Manu, Bo, Pati, Henrique, Vó e Willy.

Um obrigado especial para minha namorada Fabíola Rosa, pelo carinho e compreensão que me ajudaram a superar o desespero da véspera da defesa... além de contribuir com os preparativos finais dessa jornada.

Aos meus orientadores Prof. Henrique Simas e Prof. Daniel Martins pela colaboração e novas ideias. Também pelo convite pra entrar no laboratório, onde adquirei diversos conhecimentos, não só no ramo acadêmico.

Aos meus companheiros de sala que contribuíram muito para este trabalho: Estevan Murai, Leonardo Mejia e Anelize Salvi. A todo o pessoal do laboratório de robótica pela camaradagem e parceria nesses anos: Daniel Ponce, Andrea, Bruno, Oleno, Henrique e Radavelli. Além dos novatos: Marcel, Julio, Thais e Gonzalo. Esse pessoal que volta e meia inventa um happy hour que dá força pra terminar os trabalhos.

Não posso esquecer do pessoal do X de Criciúma, sempre trazendo boas conversas, risadas e piadas: Maneca, Alexandre, Julim, Gil, Sérgio, Alemão Vertical e mais a galera toda.

À UFSC, POSMEC e CAPES por disponibilizar as condições materiais e financeiras necessárias ao desenvolvimento deste trabalho.

Uma pessoa jamais fica velha demais para ouvir histórias. Homem e menino, menina e mulher, jamais velhos demais. Nós vivemos para elas.

A Torre Negra, Stephen King

RESUMO

O uso de ferramentas computacionais de simulação em robótica vem crescendo, como por exemplo, em etapas de projeto e de análise. Nesse contexto, foi desenvolvido pelo Laboratório de Robótica Raul Guenther da Universidade Federal de Santa Catarina um *framework* computacional de análise cinemática para mecanismos, chamado KAST (*Kinematic Analysis by Screw Theory*). Este trabalho tem como objetivo expandir o KAST desenvolvendo um módulo de software que contemple a análise estática para mecanismos. Com o *framework* expandido, será possível realizar a análise estática de mecanismos, usando modelagem via helicoides. O módulo permite a inclusão de forças externas como a força gravitacional de cada elo, bem como o contato com o meio. O módulo desenvolvido baseia-se no método de Davies tendo como base a teoria de helicoides para permitir a modelagem e as operações da análise estática. Neste trabalho apresenta-se a fundamentação teórica necessária para a análise estática via helicoides, faz-se uma revisão da modelagem estática para mecanismos e apresentam-se os aspectos construtivos desse módulo e sua incorporação ao KAST. Estudos preliminares foram desenvolvidos para validação do módulo, onde exemplos didáticos foram implementados. O resultado principal compreende a aplicação do *framework* expandido na análise estática de um robô industrial paralelo, o ABB IRB360, conhecido como FlexPickerTM. A análise desenvolvida com o KAST expandido permitiu um estudo completo das forças e momentos nas juntas do robô. Essa análise foi realizada sobre trajetórias programadas dentro do volume de trabalho do robô. Ao final do trabalho, são apresentados gráficos de forças sobre trajetórias, demonstrando assim o potencial do módulo desenvolvido.

Palavras-chave: Análise estática. Modelagem de robôs. Robôs paralelos. Método de Davies. Teoria de helicoides.

ABSTRACT

The use of computational tools for robotic simulation is growing, eg., at design and analysis stages. Within this context, it was developed at the Laboratory of Robotics at Federal University of Santa Catarina a computational framework for mechanisms kinematic analysis, named KAST (Kinematic Analysis by Screw Theory). This work main objective is to expand the KAST by developing a software module that perform the mechanisms static analysis. With the expanded framework, it will be possible to realize mechanisms static analysis through screw theory. The module allows the inclusion of external forces such as gravitational force of each link and environmental contact. The developed module is based on Davies Method through screw theory to permit the modelling and static analysis operations. This work presents the theoretical tools needed to perform static analysis by screw theory. It also describe the constructive aspects of the developed module and its incorporation to the KAST. Preliminary studies were developed to validate the developed module, one didactic example was implemented. The main result consist the expanded framework application for the static analysis of a industrial parallel robot, the ABB IRB360, also known as FlexPickerTM. The analysis performed with the expanded KAST allowed a full range study of forces and moment of forces applied at the robot joints. This analysis was performed over programmed trajectories within the robot workspace. At the end of this work, the graphics of the forces over trajectories are shown, illustrating the developed module potential.

Keywords: Static analysis. Robot modelling. Parallel robot. Davies Method. Screw theory.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Representação de um helicóide.....	35
Figura 2	Estrutura cinemática e grafo equivalente de um mecanismo de 6 barras.....	40
Figura 3	Representação por grafos de uma junta prismática na cinemática e na estática.....	41
Figura 4	Representação por grafos de uma junta prismática atuada na estática.....	41
Figura 5	Diagrama de classes do <i>framework</i>	52
Figura 6	Representação esquemática (Adaptado de Hibbeler (1999))..	55
Figura 7	Rede de acoplamentos do exemplo.....	56
Figura 8	Grafo de acoplamentos do exemplo.....	57
Figura 9	Foto do IRB 360 FlexPicker TM	63
Figura 10	Vista superior do FlexPicker TM	64
Figura 11	Representação esquemática da perna i do FlexPicker TM na posição de referência adotada.....	66
Figura 12	Rede de acoplamentos do FlexPicker TM	67
Figura 13	Grafo de acoplamentos do FlexPicker TM	68
Figura 14	Espaço de trabalho do FlexPicker TM (Adaptado de ABB (2008))	71
Figura 15	Trajetória circular descrita pelo ponto central da plataforma móvel.....	72
Figura 16	Ângulo de giro θ_{A_0} da junta A para a perna 0.....	72
Figura 17	Ângulo de giro θ_{A_1} da junta A para a perna 1.....	73
Figura 18	Ângulo de giro θ_{A_2} da junta A para a perna 2.....	73
Figura 19	Torque τ_{A_i} na junta A para a perna i , aplicando F_1 no efetuador final com $R = 200$ mm.....	74
Figura 20	Torque τ_{A_i} na junta A para a perna i , aplicando F_1 no efetuador final com $R = 400$ mm.....	74
Figura 21	Torque τ_{A_i} em função da posição (x,y) na junta A para a perna i , aplicando F_1 no efetuador final com $R = 200$ mm.....	75
Figura 22	Torque τ_{A_i} em função da posição (x,y) na junta A para a perna i , aplicando F_1 no efetuador final com $R = 400$ mm.....	75
Figura 23	Torque τ_{A_i} na junta A para a perna i , aplicando F_2 no efetuador final com $R = 200$ mm.....	76

Figura 24 Torque τ_{A_i} na junta A para a perna i , aplicando F_2 no efetuador final com $R = 400$ mm	76
Figura 25 Torque τ_{A_i} em função da posição (x, y) na junta A para a perna i , aplicando F_1 no efetuador final com $R = 200$ mm	77
Figura 26 Torque τ_{A_i} em função da posição (x, y) na junta A para a perna i , aplicando F_1 no efetuador final com $R = 400$ mm	77
Figura 27 Trajetória linear descrita pelo ponto central da plataforma móvel	78
Figura 28 Ângulo de giro θ_{A_0} da junta A para a perna 0	79
Figura 29 Ângulo de giro θ_{A_1} da junta A para a perna 1	79
Figura 30 Ângulo de giro θ_{A_2} da junta A para a perna 2	80
Figura 31 Torque τ_{A_i} na junta A para perna i , aplicando F_1 no efetuador final	81
Figura 32 Torque τ_{A_i} na junta A para a perna i , aplicando F_2 no efetuador final	81
Figura 33 Força resultante na junta A_0 para a perna 0 no eixo x	91
Figura 34 Força resultante na junta A_0 para a perna 0 no eixo y	92
Figura 35 Força resultante na junta A_0 para a perna 0 no eixo z	92
Figura 36 Momento resultante na junta A_0 para a perna 0 no eixo x	93
Figura 37 Torque gerado no acionamento da junta A_0 para a perna 0	93
Figura 38 Momento resultante na junta A_0 para a perna 0 no eixo z	94
Figura 39 Força resultante na junta B_0 para a perna 0 no eixo x	94
Figura 40 Força resultante na junta B_0 para a perna 0 no eixo y	95
Figura 41 Força resultante na junta B_0 para a perna 0 no eixo z	95
Figura 42 Momento resultante na junta B_0 para a perna 0 no eixo x	96
Figura 43 Momento resultante na junta B_0 para a perna 0 no eixo z	96
Figura 44 Força resultante na junta C_{10} para a perna 0 no eixo x	97
Figura 45 Força resultante na junta C_{10} para a perna 0 no eixo y	97
Figura 46 Força resultante na junta C_{10} para a perna 0 no eixo z	98
Figura 47 Momento resultante na junta C_{10} para a perna 0 no eixo x	98
Figura 48 Momento resultante na junta C_{10} para a perna 0 no eixo y	99
Figura 49 Força resultante na junta C_{20} para a perna 0 no eixo x	99
Figura 50 Força resultante na junta C_{20} para a perna 0 no eixo y	100
Figura 51 Força resultante na junta C_{20} para a perna 0 no eixo z	100
Figura 52 Momento resultante na junta C_{20} para a perna 0 no eixo x	101
Figura 53 Momento resultante na junta C_{20} para a perna 0 no eixo z	101

Figura 54	Força resultante na junta D_{10} para a perna 0 no eixo x	102
Figura 55	Força resultante na junta D_{10} para a perna 0 no eixo y	102
Figura 56	Força resultante na junta D_{10} para a perna 0 no eixo z	103
Figura 57	Força resultante na junta D_{20} para a perna 0 no eixo x	103
Figura 58	Força resultante na junta D_{20} para a perna 0 no eixo y	104
Figura 59	Força resultante na junta D_{20} para a perna 0 no eixo z	104

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Passo h para cinemática diferencial e estática (CAZANGI, 2008).....	36
Tabela 2	Comparação de resultados da estática.....	61
Tabela 3	Ângulo φ de cada perna do FlexPicker TM	64
Tabela 4	Descritivo das juntas para perna i , seus tipos e variáveis associadas.....	65
Tabela 5	Trajetória da plataforma móvel do FlexPicker TM	78

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LRRG	Laboratório de Robótica Raul Guenther	29
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina	29
GPL	<i>General Public License</i>	29
GNU	<i>GNU is Not Unix</i>	29
OpenRAVE	<i>Open Robotics Automation Virtual Environment</i>	29
v-rep	<i>Virtual Robot Experimentation Platform</i>	29
KAST	<i>Kinematic Analysis by Screw Theory</i>	51
STF	<i>Screw Theory Framework</i>	51

LISTA DE SÍMBOLOS

$\$$	Helicoide
\vec{s}	Vetor direção do eixo do helicoide
\vec{S}_0	Vetor posição de um ponto do helicoide
h	Passo do helicoide
$\M	Heligiro
$\vec{\omega}$	Velocidade angular
\vec{v}	Velocidade linear
\vec{M}_0	Momento
\vec{F}	Força
$\A	Heliforça
$[M_D]_{\lambda \times F}$	Matriz dos movimentos
λ	Ordem do sistema
F	Grau de liberdade bruto da rede de acoplamento
$\M_i	Heligiro da junta i
$[\hat{M}_D]_{\lambda \times F}$	Matriz dos movimentos unitários
$[\vec{\Phi}]_{F \times 1}$	Vetor das magnitudes dos movimentos
$\hat{\M_i	Heligiro normalizado da junta i
ϕ_i	Magnitude do heligiro i
$[A_D]_{\lambda \times C}$	Matriz das ações
C	Grau de restrição bruto da rede de acoplamento
$\A_i	Heliforça da junta i
$[\hat{A}_D]_{\lambda \times C}$	Matriz das ações unitárias
$[\vec{\Psi}]_{C \times 1}$	Vetor das magnitudes das ações
$\hat{\A_i	Heliforça normalizada da junta i
ψ_i	Magnitude da heliforça i
O_{xyz}	Sistema inercial de coordenadas
G_C	Grafo de acoplamentos
$[I_C]_{n \times e}$	Matriz de incidência do grafo de acoplamentos
$[Q_C]_{k \times e}$	Matriz dos cortes-f do grafo de acoplamentos
c_p	Restrições unitárias de forças passivas
c_a	Restrições unitárias de forças ativas
G_A	Grafo das ações

$[Q_A]_{k \times C}$	Matriz dos cortes-f do grafo das ações
$[\hat{A}_N]_{a \times a}$	Matriz das ações unitárias em rede
$[A_{NS}]_{a \times a}$	Matriz das ações unitárias em rede das variáveis secundárias ..
F_N	Grau de liberdade líquido
a	Posto da matriz das ações unitárias em rede
C_N	Grau de restrição líquido
$[\Psi_P]$	Vetor das magnitudes das ações das variáveis primárias
$[\Psi_S]$	Vetor das magnitudes das ações das variáveis secundárias

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	29
1.1 OBJETIVOS	31
1.1.1 Objetivos específicos	31
1.2 MOTIVAÇÃO	31
1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	32
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	33
2.1 TERMINOLOGIA	33
2.2 TEORIA DOS HELICOIDES	34
2.2.1 Helicoides na cinemática diferencial	37
2.2.2 Helicoides na estática	37
2.3 TEORIA DE GRAFOS APLICADA A MECANISMOS	38
2.4 MÉTODO DE DAVIES	41
2.4.1 Leis de Kirchhoff	42
2.4.2 Análise estática	43
2.5 CADEIAS VIRTUAIS DE ASSUR	47
2.6 FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA MODELAGEM DE CADEIAS CINEMÁTICAS	48
2.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	49
3 DESENVOLVIMENTO DE UM MÓDULO PARA MODELA- GEM ESTÁTICA DE MECANISMOS E ROBÔS	51
3.1 MODELAGEM DA FERRAMENTA	51
3.2 DETALHAMENTO DAS MODIFICAÇÕES	52
3.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO STF	54
3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	62
4 ANÁLISE ESTÁTICA DE UM ROBÔ PARALELO ESPACIAL DO TIPO DELTA	63
4.1 MODELAGEM ESTÁTICA	64
4.2 ANÁLISE ESTÁTICA NO ESPAÇO DE TRABALHO	70
4.2.1 Experimento com trajetória circular	71
4.2.2 Experimento com trajetória linear	78
4.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS	82
5 CONCLUSÃO	83
5.1 TRABALHOS FUTUROS	84
Referências Bibliográficas	85
APÊNDICE A – Resultados completos para uma perna do modelo do robô do tipo Delta	91
APÊNDICE B – Arquivo completo do exemplo de aplicação do STF	107

1 INTRODUÇÃO

A robótica industrial tem sua pesquisa focada basicamente nas áreas da cinemática, estática, dinâmica e controle (SCIAVICCO; SICILIANO, 2004). No LRRG (Laboratório de Robótica Raul Guenther) da UFSC (Universidade Federal de Santa Catarina) desenvolvem-se pesquisas em nível de graduação e pós-graduação nessas áreas. Dentre essas pesquisas destacam-se os estudos e desenvolvimentos em estática para robôs (CAZANGI, 2008; ERTHAL, 2010; CRUZ, 2010; WEIHMANN, 2011; MEJIA, 2012).

A estática é a área da física que estuda sistemas onde a ação de forças e momentos se equilibram. Na robótica, a análise estática é importante para determinar a qualidade da transmissão das forças e momentos pelos acoplamentos de um robô (TSAI, 1999).

Trabalhos recentes no LRRG tiveram como resultado o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para simulação e análise cinemática para robôs, o KAST (*Kinematic Analysis by Screw Theory*) (ROCHA, 2012). O presente trabalho tem como foco contribuir para o problema da análise estática de mecanismos e robôs. Para isso serão desenvolvidos novos módulos para o KAST e a aplicação desses módulos em problemas de estática para manipuladores e robôs.

Existem diversos métodos para o cálculo de estática de mecanismos e robôs, tais como o método vetorial, vetores duais e quatérnios duais, método de Davies utilizando helicoides e o princípio do trabalho virtual (WEIHMANN, 2011). Neste trabalho será apresentado e utilizado teoria de helicoides e método de Davies por sua praticidade na descrição de cadeias cinemáticas complexas e no tratamento de um sistema de forças que age sobre um mecanismo.

Visando contribuir ainda mais para a comunidade científica na área da robótica, o KAST e os módulos tratados neste trabalho possuem a licença de software livre GNU GPL (*GNU General Public License*). Esse tipo de licenciamento de software auxilia o desenvolvimento de novas tecnologias, sendo que qualquer pessoa pode contribuir com novas funcionalidades.

Atualmente, o uso de ferramentas computacionais de simulação em robótica vem crescendo, como por exemplo, em etapas de projeto e de análise. Para simulação de robôs existem algumas ferramentas que possuem licença de software livre, tais como o OpenRAVE (*Open Robotics Automation Virtual Environment*), o Gazebo, o v-rep (*Virtual Robot Experimentation Platform*) e o já mencionado KAST.

O OpenRAVE disponibiliza um ambiente para testar e desenvolver algoritmos para planejamento de trajetória, com seu foco principal a simulação

e a análise cinemática (DIANKOV, 2010, 2013). O Gazebo possui as funcionalidades de simular a dinâmica de robôs, além de ser possível incluir sensores nos mesmos além de implementar um controlador. Este ainda tem um ambiente gráfico para construção de modelos e simulações (Open Source Robotics Foundation, 2013). O v-rep disponibiliza, além das funcionalidades dos outros dois softwares, dinâmica de partículas, uma interface de programação local e remota, detecção de colisão entre elementos da simulação e um modo para edição dos modelos tridimensionais integrado (Coppelia Robotics, 2013). O KAST é uma ferramenta computacional em estado inicial de desenvolvimento dentro da UFSC, que foi idealizado para ser modular e extensível. Até o momento, o KAST possui um módulo para análise cinemática de robôs utilizando teoria de helicoides, um módulo para geração de trajetórias e um *framework* adicional para planejamento de movimento dentro de um contexto (ROCHA, 2012).

Nenhuma das ferramentas computacionais pesquisadas permite a análise de estática de manipuladores e robôs. Com o acréscimo da estática no KAST será possível calcular as forças e momentos em todos os acoplamentos do mecanismo ou robô. A estática pode auxiliar em etapas de projeto, como o dimensionamento dos elos e rolamentos, assim como a escolha apropriada dos atuadores (TSAI, 1999).

Law e Kelton (2000) citam algumas vantagens com a utilização de simulação computacional, entre as vantagens estão:

- Sistemas complexos que contenham elementos não determinísticos difíceis de serem tratados de maneira correta por técnicas analíticas podem ser, na maioria das vezes, estudados via simulação;
- Fornece um melhor controle sobre as condições experimentais do que seria possível na experimentação no sistema real;
- Permite interações e experimentação;
- Permite replicação precisa dos experimentos, podendo-se testar cenários para o sistema;
- Permite simular longos períodos em um tempo reduzido;
- Em geral, é mais econômico financeiramente do que testar o sistema real.

Como desvantagens para a simulação computacional de sistemas, Law e Kelton (2000) apresentam:

- A simulação é dependente da validade do modelo desenvolvido. Se o modelo criado não representa corretamente o sistema ou se os dados de entrada não são confiáveis, os resultados podem ser incorretos, não apresentando uma solução para o problema;
- A técnica da simulação considera somente as alternativas dadas pelo usuário, deixando outras soluções fora do estudo;
- Um estudo de simulação pode se tornar demorado e consumir recursos elevados.

A despeito das desvantagens apresentadas, pode-se observar que a simulação para análise de sistemas robóticos é vantajosa. Isto justifica a sua utilização para análise de sistemas no contexto deste trabalho.

1.1 OBJETIVOS

Este trabalho tem por objetivo geral contribuir no desenvolvimento de um conjunto de ferramentas computacionais para modelagem e análise do problema de estática para mecanismos e robôs.

1.1.1 Objetivos específicos

1. Implementar um módulo computacional, para o *framework* KAST, para modelagem estática baseada na teoria dos helicoides e no método de Davies para qualquer robô ou mecanismo;
2. Validar a ferramenta em aplicações didáticas;
3. Modelar um robô do tipo Delta e sua aplicação na ferramenta; e
4. Avaliar o comportamento estático no espaço de trabalho do robô.

1.2 MOTIVAÇÃO

Com o *framework* KAST desenvolvido em Rocha (2012) é possível descrever cadeias cinemáticas complexas de forma simples e completa. Inicialmente, a ferramenta foi desenvolvida apenas para a análise cinemática, porém ela foi concebida para ser modular e extensível. A partir do KAST e de outros trabalhos que contemplam estática de manipulador (CAZANGI,

2008; WEIHMANN, 2011; MEJIA, 2012), identificou-se que o *framework* poderia ser complementado com um módulo para análise estática.

A inclusão desse módulo para análise estática permitirá que pesquisas em mecanismos e robôs, com resultados consistentes e corretos de acordo com os objetivos de cada trabalho, sejam facilitadas. Com a utilização do módulo não é necessário reimplementar o método de Davies a cada simulação, sendo que apenas é necessária a definição das características cinemáticas do mecanismo/robô, conforme definido em Rocha (2012), e as características estáticas do mecanismo/robô, conforme será apresentado no Capítulo 3 deste trabalho.

1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos, incluindo a Introdução, como Capítulo 1.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre teoria dos helicoides, teoria de grafos, método de Davies, cadeias virtuais de Assur, além do *framework* KAST. As revisões de cada um destes temas foi feita direcionada para a utilização neste trabalho, ou seja, focando na modelagem de mecanismos e análise estática de mecanismos.

No Capítulo 3 é desenvolvido o módulo proposto neste trabalho. Este capítulo apresenta as modificações que foram necessárias na ferramenta utilizada como base, além da documentação do módulo e sua validação em aplicações didáticas.

No Capítulo 4 é realizada a modelagem estática de um robô espacial paralelo com quatro graus de liberdade. Trata-se de um robô comercial disponível no LRRG da Universidade Federal de Santa Catarina, o IRB 360 FlexPickerTM desenvolvido pela ABB Robotics. Com esse modelo desenvolvido, utilizando teoria dos helicoides e método de Davies, é feita sua análise estática no espaço de trabalho.

No Capítulo 5 são discutidas as conclusões deste trabalho e perspectivas de trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O método de Davies permite analisar o comportamento cinemático e estático de uma cadeia cinemática fechada. A metodologia se baseia na teoria de grafos, nas leis de Kirchhoff e na teoria dos helicoides.

Neste capítulo é apresentada uma revisão sobre as ferramentas necessárias para a utilização do método, assim como o próprio método aplicado a cinemática e estática.

Os efeitos dinâmicos gerados por acelerações, inércias, força gravitacional, entre outros, são desconsiderados, tratando-se apenas da cinemática instantânea e da estática de mecanismos formados por corpos rígidos.

Também é apresentado o método desenvolvido em Cazangi (2008) para análise estática, devido às suas contribuições na forma de aplicação do método, que visa facilitar a sua implementação computacional.

A ferramenta computacional desenvolvida em Rocha (2012), utilizada como base para a implementação do módulo computacional proposto, é apresentada de maneira geral, deixando claro o potencial graças a sua extensibilidade.

2.1 TERMINOLOGIA

No estudo de mecanismos e robôs alguns termos são usualmente empregados e serão utilizados ao longo do texto deste trabalho. Essas nomenclaturas são definidas em Davies (1995) e surgem em outros trabalhos relacionados. Uma definição de termos importantes para o entendimento deste trabalho é apresentada a seguir:

Acoplamento: É o meio pelo qual as ações são transmitidas entre os corpos, podendo permitir movimento relativo entre estes corpos.

Juntas: São acoplamentos que permitem no mínimo um grau de liberdade e a realização física de um par cinemático.

Rede de acoplamentos: Uma rede de acoplamentos é formada por elos e seus acoplamentos. Quando não existe a possibilidade de movimento relativo entre os elos, a rede de acoplamentos é considerada uma estrutura. Se existe a possibilidade de movimento relativo entre os elos, então a rede de acoplamentos é considerada uma cadeia cinemática.

Cadeia cinemática: Pode ser definida como um conjunto de elos conectados através de juntas.

Movimento: na análise cinemática representa velocidades angulares e velocidades lineares entre os elos de uma cadeia cinemática.

Ação: na análise estática representa forças e momentos que ocorre devido a interação entre os elos de uma cadeia cinemática.

Mecanismo: Um mecanismo é constituído ao se definir um dos elos da cadeia cinemática como sendo o elo da base, fixo a um referencial. Ao definir quais juntas do mecanismo são acionadas por um atuador, tem-se um mecanismo atuado.

Manipulador: Quando um dos elos ou um ponto de um elo do mecanismo é definido como sendo o efetuador final, o mecanismo atuado passa a ser chamado de manipulador.

Robô: Este termo é bastante abrangente e possui a definição pela ISO 8373 (ISO Standard, 1994). De forma geral, robôs são máquinas reprogramáveis e flexíveis em relação às suas aplicações. Existem diversos tipos de robôs, entre eles: robôs industriais, robôs paralelos, robôs móveis, robôs subaquáticos, robôs espaciais e robôs cirúrgicos.

2.2 TEORIA DOS HELICOIDES

Com a teoria dos helicoides é possível representar, instantaneamente, o estado de movimentos e de ações, ou seja, a cinemática e a estática de corpos rígidos no espaço. Essa teoria está baseada em no teorema de Poinot e no teorema de Mozzi-Chasles (BALL, 1900).

De acordo com o teorema de Poinot, qualquer sistema de forças em um determinado corpo rígido, pode ser substituído por um único momento e força na mesma direção. O teorema de Mozzi-Chasles determina que o movimento de um corpo rígido no espaço pode ser representado por uma rotação sobre um eixo seguido de uma translação ao longo do mesmo eixo (BALL, 1900).

Tanto ação quanto movimento podem ser representados por um **helicóide**. Um helicóide é definido por uma reta direcionada, referente à um eixo, e um passo h associado. A Figura 1 apresenta um helicóide.

Os helicoides podem ser expressos em coordenadas de Plücker (DAVIDSON; HUNT, 2004). Um helicóide é apresentado na Equação (2.1), onde \vec{s} é o vetor de direção do eixo do helicóide, \vec{S}_0 o vetor posição de um ponto que passa pelo eixo do helicóide, relativo à origem, e h é chamado de passo. As coordenadas homogêneas de Plücker são L, M, N, P^*, Q^* e R^* .

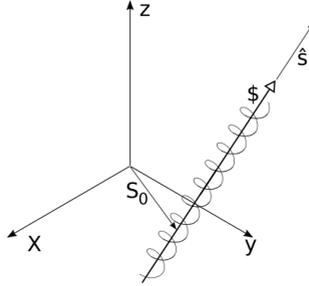


Figura 1: Representação de um helicóide

$$\mathcal{S} = \begin{pmatrix} \vec{s} \\ \dots\dots\dots \\ \vec{S}_0 \times \vec{s} + h\vec{s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L \\ M \\ N \\ \dots\dots\dots \\ P^* = P + hL \\ Q^* = Q + hM \\ R^* = R + hN \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Na notação dos helicóides, geralmente as componentes são separadas por marcadores para facilitar a distinção do par de vetores. Quando o helicóide é representado como mostrado na Equação (2.1), é definido como helicóide **axial**. Na Equação (2.2) é apresentado um helicóide na notação **radial**. (HUNT, 2000; MARTINS, 2002; CAZANGI, 2008)

$$\mathcal{S} = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 \times \vec{s} + h\vec{s} \\ \dots\dots\dots \\ \vec{s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^* \\ Q^* \\ R^* \\ \dots\dots\dots \\ L \\ M \\ N \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Os helicóides axiais são empregados na análise cinemática diferencial e podem ser chamados de **heligiros**, com isso, tem-se uma representação disposta na Equação (2.3). Enquanto os helicóides radiais são utilizados na análise estática e são chamados de **heliforças**, sendo representados como mostra a Equação (2.4) (CAZANGI, 2008).

$$\mathcal{S}^M = \begin{pmatrix} \vec{s} \\ \dots\dots\dots \\ \vec{S}_0 \times \vec{s} + h\vec{s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L \\ M \\ N \\ \dots\dots\dots \\ P^* \\ Q^* \\ R^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{\omega} \\ \dots\dots\dots \\ \vec{v} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

onde $\vec{\omega}$ representa as velocidades angulares, \vec{v} representa as velocidades lineares e o sobrescrito M de \mathcal{S}^M indica que é um helicoide de movimento, ou seja, heligiuro.

$$\mathcal{S}^A = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 \times \vec{s} + h\vec{s} \\ \dots\dots\dots \\ \vec{s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^* \\ Q^* \\ R^* \\ \dots\dots\dots \\ L \\ M \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{M}_0 \\ \dots\dots\dots \\ \vec{F} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

onde \vec{M}_0 representa os momentos, \vec{F} representa as forças e o sobrescrito A de \mathcal{S}^A indica que é um helicoide de ação, ou seja, heliforça.

O passo h de um helicoide depende do tipo de movimento, ou ação, que será representado. A Tabela 1 apresenta dois casos especiais para os valores do passo h e o que isso significa num heligiuro ou heliforça. Para o caso em que $h \neq 0$ e $h \neq \infty$, há uma composição entre rotações e translações, no caso de heligiuros, e forças e momentos, no caso de heliforças.

Tabela 1: Passo h para cinemática diferencial e estática (CAZANGI, 2008)

	Heligiuro	Heliforça
$h = 0$	rotação pura	força pura
$h = \infty$	translação pura	momento pura

2.2.1 Helicoides na cinemática diferencial

Para realizar a análise cinemática, é preciso definir a **matriz dos movimentos** $[M_D]_{\lambda \times F}$ (MARTINS, 2002). Na matriz dos movimentos $[M_D]_{\lambda \times F}$, o número de linhas é dado pela ordem do sistema (λ) e as colunas representam os movimentos unitários através dos heliembros de cada junta como mostrado na Equação (2.5).

$$[M_D]_{\lambda \times F} = [\ \$_1^M \ \$_2^M \ \dots \ \$_F^M \] \quad (2.5)$$

onde $\$_i^M$ representa o heliembro da junta i .

Normalizando cada heliembro da matriz dos movimentos, obtém-se a **matriz dos movimentos unitários** $[\hat{M}_D]_{\lambda \times F}$ representada na Equação (2.6) (MARTINS, 2002). As magnitudes dos heliembros geram o **vetor das magnitudes dos movimentos** $[\vec{\Phi}]_{F \times 1}$ apresentado na Equação (2.7) (CAZANGI, 2008).

$$[\hat{M}_D]_{\lambda \times F} = [\ \hat{\$_1^M} \ \hat{\$_2^M} \ \dots \ \hat{\$_F^M} \] \quad (2.6)$$

onde $\hat{\$_i^M}$ representa o heliembro normalizado da junta i .

$$[\vec{\Phi}]_{F \times 1} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_F \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

onde φ_i representa a magnitude do heliembro i .

2.2.2 Helicoides na estática

Para realizar a análise estática, é preciso definir a **matriz das ações** $[A_D]_{\lambda \times C}$. Na matriz das ações $[A_D]_{\lambda \times C}$, o número de linhas é dado pela ordem do sistema (λ) e as colunas representam as ações unitárias através das heliforças de cada junta como mostrado na Equação (2.8).

$$[A_D]_{\lambda \times C} = [\ \$_1^A \ \$_2^A \ \dots \ \$_F^A \] \quad (2.8)$$

onde $\$_i^A$ representa a heliforça da junta i .

Ao normalizar cada heliforça da matriz das ações, obtém-se a **matriz das ações unitárias** $[\hat{A}_D]_{\lambda \times C}$, representada na Equação (2.9). As magnitudes das heliforças geram o **vetor das magnitudes das ações** $[\vec{\Psi}]_{C \times 1}$ apresentado

na Equação (2.10).

$$[\hat{A}_D]_{\lambda \times C} = [\hat{\$}_1^A \quad \hat{\$}_2^A \quad \dots \quad \hat{\$}_F^A] \quad (2.9)$$

onde $\hat{\$}_i^A$ representa a heliforça normalizada da junta i .

$$[\vec{\Psi}]_{C \times 1} = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_F \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

onde ψ_i representa a magnitude da heliforça i .

2.3 TEORIA DE GRAFOS APLICADA A MECANISMOS

A teoria de grafos pode ser usada para resolver diversos problemas em diferentes áreas do conhecimento, tais como: matemática, engenharia, química, computação e ciências sociais (TSAI, 1999).

A teoria de grafos é uma ferramenta útil para representar sistemas de engenharia, pois cada elemento do grafo é definido de forma a ter correspondência direta com os elementos do sistema, além de seus teoremas e rotinas permitirem a representação de comportamento de propriedades do sistema como velocidades, forças, movimentos, deformações, entre outros (SHAI; PREISS, 1999).

Em Tsai (1999) são evidenciadas algumas vantagens da representação de mecanismos por grafos, tais como:

- Muitas propriedades dos grafos são diretamente aplicáveis na teoria de mecanismos;
- A estrutura topológica de um mecanismo pode ser facilmente identificada, simplificando o processo de identificação de semelhanças e diferenças entre mecanismos;
- A utilização de algoritmos de grafos para enumeração e análise de cadeias cinemáticas e mecanismos;
- A representação por grafos pode ser usada para uma melhor organização cinemática e análise dinâmica de mecanismos.

Alguns conceitos importantes da teoria de grafos utilizados para análise cinemática e estática são (WEST, 1996; BOAVENTURA, 2006; CAZANGI, 2008):

Cadeia uma sequência qualquer de arestas adjacentes que unem dois vértices.

Circuito uma cadeia que inicia e termina no mesmo vértice.

Árvore um grafo em que há, pelo menos, uma cadeia ligando cada par de vértices, mas que não possui circuitos.

Árvore geradora uma árvore é dita geradora se é um subgrafo de um grafo qualquer, tal que contenha todos os vértices do grafo, mas apenas um subconjunto de suas arestas.

Ramos arestas que pertencem à árvore geradora.

Cordas arestas que não pertencem à árvore geradora.

Cortes um conjunto de arestas que, se removidas, separa o grafo em dois subgrafos independentes.

Vários pesquisadores têm utilizado a teoria de grafos de forma eficiente em mecanismos e robótica. Em Martins (2002) obtém-se as equações de restrição empregando a teoria de grafos em seu trabalho sobre análise hierárquica de manipuladores. Campos, Guenther e Martins (2005) analisam a cinemática de robôs manipuladores com a utilização de cadeias virtuais a partir do uso da teoria de grafos. Carboni (2008) faz o cálculo da mobilidade de mecanismos utilizando definições da teoria de grafos. Rocha (2012) implementa um *framework* computacional que utiliza a teoria de grafos para representar mecanismos e o utiliza para realizar a análise cinemática diferencial.

Um grafo pode representar a topologia de um mecanismo modelando a forma como os corpos rígidos estão conectados. Além disso, as propriedades de cada conexão podem ser atribuídas ao grafo, permitindo manipular tais informações através de técnicas relacionando teoria de grafos e as leis da física para construir a solução de um problema (CAZANGI, 2008). Uma cadeia cinemática é um conjunto de elos e juntas que podem ser representadas de forma abstrata mediante uma representação de grafos. Utilizando tal representação, as juntas das cadeias cinemáticas são indicadas por arestas e os elos por vértices.

A Figura 2(a) mostra a estrutura cinemática de um robô planar de 6 barras que é constituído por 6 juntas rotativas e 6 elos, e a Figura 2(b) mostra sua representação empregando grafos. Em ambas as representações, os elos são identificados usando os números 0, 1, 2, 3, 4 e 5, onde o elo 0 é o elo fixo da base e 5 é o efetuador final. As juntas são identificadas pelas letras A, B, C, D, E, e F. Na estrutura cinemática, cada tipo de junta é representado por um símbolo padrão que a identifica.

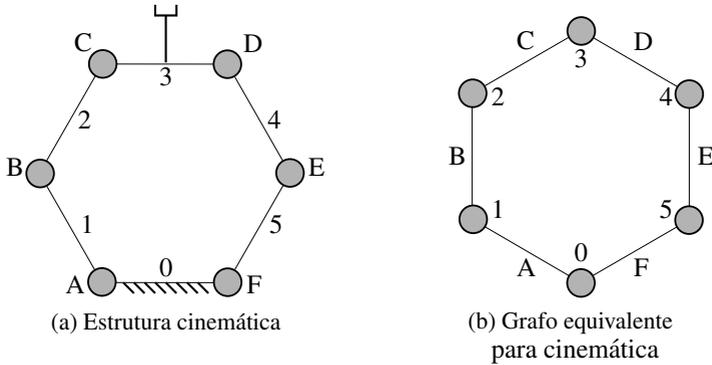


Figura 2: Estrutura cinemática e grafo equivalente de um mecanismo de 6 barras.

Como em um grafo todos os tipos de juntas são representados por arestas, se faz necessário um tipo de identificação adicional para definir qual o tipo de junta está sendo representado (WEIHMANN, 2011). Para tal representação, um número significa o número de cadeias cinemáticas que ligam a plataforma móvel com a base, já o conjunto de letras define a sequência de juntas utilizadas em cada cadeia. Uma junta rotativa é denotada por "R", uma junta prismática por "P", juntas universais podem ser representadas por "U" ou "RR" e juntas esféricas por "S". Para indicar as articulações atuadas utiliza-se um sublinhado na letra correspondente (MORRISON, 2003).

Utilizando o robô de 6 barras da Figura 2 como exemplo, seria denominado por $2\overline{RRR}$, pois possui 2 pernas que ligam a plataforma móvel e a plataforma fixa, onde cada perna é constituída por três juntas rotativas e a junta atuada seria a primeira das três juntas rotativas.

Ao atribuir um sentido de orientação às arestas de um grafo, distinguem seus vértices entre vértices de partida e vértices de chegada. O grafo é então chamado de grafo direcionado ou di-grafo (BOAVENTURA, 2006). Ao direcionar um grafo, é feita uma relação entre seus corpos adjacentes, possibilitando a análise cinemática e estática do mecanismo. Na análise cinemática, o direcionamento das arestas define o sentido do movimento relativo entre elos adjacentes. Na análise estática, o di-grafo indica se um corpo está aplicando a ação no corpo adjacente ou recebendo a ação.

Por exemplo, considerando um espaço de trabalho tridimensional, uma junta prismática P permite uma translação e restringe três rotações e duas translações. Definindo que a junta P possua a translação ao longo do eixo x , a junta permite a movimentação V_x e impõe as restrições de rotação T_x, T_y

e T_z , respectivamente em torno de x , y e z , além de impor as restrições de translação F_y e F_z , respectivamente ao longo de y e z .

Na análise cinemática, essa junta é representada por uma única aresta que corresponde ao grau de liberdade permitido, como pode ser visto na Figura 3(a). Na análise estática, cada uma das restrições impostas pela junta deve ser representada com arestas em paralelo, o grafo resultante pode ser visto na Figura 3(b).

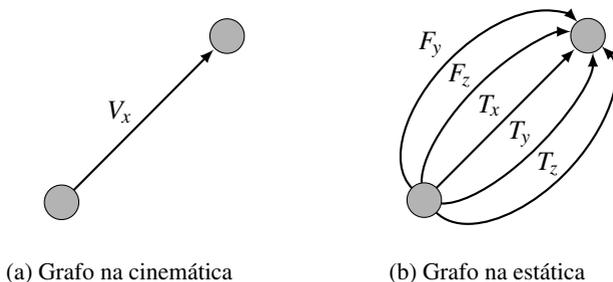


Figura 3: Representação por grafos de uma junta prismática na cinemática e na estática.

Para a análise cinemática, o fato da junta ser atuada não modifica a representação utilizada. Já na análise estática, deve-se acrescentar mais uma aresta unindo os elos adjacentes, como pode ser visto na Figura 4.

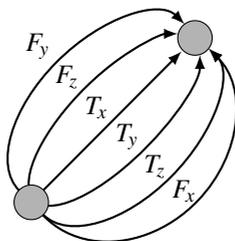


Figura 4: Representação por grafos de uma junta prismática atuada na estática.

2.4 MÉTODO DE DAVIES

A formulação do método de Davies é baseada nas Leis de Kirchhoff para circuitos elétricos, fazendo assim uma analogia eficaz para sistemas

mecânicos (CAZANGI, 2008). Esta seção apresenta as adaptações feitas por Davies e sua utilização na análise estática de cadeias cinemáticas. A análise cinemática não é descrita por não se tratar do foco deste trabalho. Outros trabalhos podem ser consultados a este respeito, entre eles: Martins (2002), Campos (2004), Simas (2008), Cazangi (2008), Weihmann (2011), Rocha (2012), entre outros.

2.4.1 Leis de Kirchhoff

As Leis de Kirchhoff para circuitos elétricos foram adaptadas por Davies para serem utilizadas em sistemas mecânicos (DAVIES, 1981; MARTINS, 2002; CAMPOS, 2004; CAZANGI, 2008)

A adaptação da Lei das Malhas de Kirchhoff contribuiu para a análise cinemática, pois estabeleceu relações entre os movimentos das juntas pertencentes a um mesmo circuito. A referida lei estabelece que a soma algébrica das diferenças de potencial ao longo de qualquer circuito é zero. De forma análoga, Davies (1981) estabelece a **Lei dos Circuitos** a qual determina que a soma algébrica dos heligiros ao longo de qualquer percurso fechado é zero.

Isso implica que para qualquer sequência fechada de corpos em movimento relativo, a soma de cada coordenada de movimento para todos os corpos de um mesmo circuito é nula. A Equação (2.11) mostra a soma considerando um circuito no espaço ($\lambda = 6$) e no domínio dos helicoides. Na Equação (2.12) é aplicada a notação matricial de acordo com as Equações (2.5), (2.6) e (2.7).

$$\sum L = \sum M = \sum N = \sum P^* = \sum Q^* = \sum R^* = 0 \quad (2.11)$$

$$\sum \$^M = [M_D]_{\lambda \times F} = [\hat{M}_D]_{\lambda \times F} \{\vec{\Phi}\}_{F \times 1} = [\vec{0}]_{\lambda \times 1} \quad (2.12)$$

onde F é o grau de liberdade bruto da rede de acoplamentos.

Com a adaptação da Lei dos Nós de Kirchhoff foi possível estabelecer as relações entre as ações pertencentes a um mesmo corte, o que contribuiu para a análise estática. Tal lei determina que a soma algébrica das correntes que entram e saem de um nó é zero. De maneira análoga, Davies (2006) estabelece que a soma algébrica das heliforças que pertencem a um mesmo corte é zero, sendo esta a **Lei dos Cortes**.

Isso significa que para qualquer rede de corpos acoplados em equilíbrio, para qualquer subconjunto de acoplamentos separados por um corte, a soma de cada coordenada de ação destes é nula. A Equação (2.13) mostra a soma considerando um corte no espaço ($\lambda = 6$) e no domínio dos helicoides. Na

Equação (2.14) é aplicada a notação matricial de acordo com as Equações (2.8), (2.9) e (2.10).

$$\sum P^* = \sum Q^* = \sum R^* = \sum L = \sum M = \sum N = 0 \quad (2.13)$$

$$\sum \$^A = [A_D]_{\lambda \times C} = [\hat{A}_D]_{\lambda \times C} \{\tilde{\Psi}\}_{C \times 1} = [\vec{0}]_{\lambda} \times 1 \quad (2.14)$$

onde C é o grau de restrição bruto da rede de acoplamentos.

2.4.2 Análise estática

Considerando a notação via helicoides e o método de Davies, em Cazangi (2008) é apresentado um resumo da análise estática separado em 9 etapas para facilitar sua implementação em uma ferramenta automatizada. As etapas e uma breve explicação de cada passo e das variáveis que compõem o método são apresentadas a seguir.

Etapa (1.a) A primeira etapa trata-se da *representação esquemática* do mecanismo. É uma versão simplificada do modelo físico e possui as informações topológicas e geométricas necessárias para as próximas etapas. Este esquemático também contém o sistema inercial de coordenadas O_{xyz} .

Etapa (1.b) Esta etapa trata da constituição da *rede de acoplamentos* do manipulador que corresponde a representação topológica do mecanismo.

Etapa (1.c) É formado o *grafo de acoplamentos* G_C utilizando a rede de acoplamentos como base. As arestas desse grafo são as juntas do mecanismo e seus vértices são os elos do mecanismo. É preciso atribuir uma orientação à cada aresta, definindo então o grafo de acoplamentos como um grafo orientado. Também é necessário encontrar as cordas desse grafo, que num grafo de mais de um circuito são as arestas em comum em mais de um circuito. As outras arestas são chamadas de ramos.

Etapa (1.d) O grafo de acoplamentos com n vértices e e arestas deve ser representado matematicamente por uma matriz chamada **matriz de incidência** $[I_C]_{n \times e}$, onde as linhas representam os vértices (elos) e as colunas as arestas (juntas). Para construção dessa matriz, é preciso seguir as especificações expressas pela Equação (2.15).

$$\begin{cases} I_{d_{i,j}} = 1 & , \text{ se o v\u00e9rtice } i \text{ \u00e9 um v\u00e9rtice de partida \u00e0 aresta } j, \\ I_{d_{i,j}} = -1 & , \text{ se o v\u00e9rtice } i \text{ \u00e9 um v\u00e9rtice de chegada \u00e0 aresta } j, \\ I_{d_{i,j}} = 0 & , \text{ se o v\u00e9rtice } i \text{ n\u00e3o possui conex\u00e3o com a aresta } j, \end{cases} \quad (2.15)$$

Etapa (1.e) Ao realizar o escalonamento da matriz de incid\u00eancia $[I_C]_{n \times e}$, obt\u00e9m-se a matriz dos cortes-f de G_C : $[Q_C]_{k \times e}$.

Etapa (2.a) Nesta etapa \u00e9 preciso reunir as caracter\u00edsticas geom\u00e9tricas dos acoplamentos para constru\u00e7\u00e3o do *grafo de a\u00e7\u00f5es* G_A e forma\u00e7\u00e3o das helifor\u00e7as. \u00c9 preciso informa\u00e7\u00f5es sobre o vetor unit\u00e1rio da dire\u00e7\u00e3o do eixo \vec{s} , o vetor posi\u00e7\u00e3o \vec{S}_0 e o passo h .

Etapa (3.a) Dado que a geometria, a topologia e as a\u00e7\u00f5es externas ao mecanismo s\u00e3o conhecidas, \u00e9 formado o grafo de a\u00e7\u00f5es G_A . Cada uma das e arestas do grafo G_C deve ser analisada e expandida caso o grau de restri\u00e7\u00e3o daquele acoplamento seja maior que 1. Tamb\u00e9m \u00e9 necess\u00e1rio que as a\u00e7\u00f5es externas ao mecanismo sejam internalizadas nesta etapa, pois para a an\u00e1lise est\u00e1tica atrav\u00e9s do m\u00e9todo de Davies \u00e9 necess\u00e1rio que o mecanismo fique super-restringido (DAVIES, 1983).

Etapa (3.b) Caso o grafo de a\u00e7\u00f5es G_A tenha mais de uma restri\u00e7\u00e3o unit\u00e1ria representada em cada aresta, isso implica que a matriz de cortes-f deve ser expandida com o acr\u00e9scimo de novas colunas. Sendo que cada coluna da matriz cortes-f determina um acoplamento, cada coluna deve ser expandida de forma a representar o grau de restri\u00e7\u00e3o daquele acoplamento, ou seja, por exemplo um acoplamento que possuir grau de restri\u00e7\u00e3o $c = 5$ deve ser expandida 4 vezes. A matriz resultante ser\u00e1 a matriz cortes-f de G_A : $[Q_A]_{n \times C}$.

Etapa (4.a) Com as caracter\u00edsticas geom\u00e9tricas dos acoplamentos, deve-se construir as helifor\u00e7as conforme a Eq. (2.4).

Etapa (4.b) Deve-ser construir a matriz das a\u00e7\u00f5es $[A_D]_{\lambda \times C}$ conforme demonstra a Equa\u00e7\u00e3o (2.8) e posteriormente a matriz das a\u00e7\u00f5es unit\u00e1rias $[\hat{A}_D]_{\lambda \times C}$ representada na Equa\u00e7\u00e3o (2.9).

Etapa (5.a) Para construir a matriz das a\u00e7\u00f5es unit\u00e1rias em rede, \u00e9 preciso multiplicar a matriz das a\u00e7\u00f5es unit\u00e1rias $[\hat{A}_D]_{\lambda \times C}$ pela matriz resultante da diagonaliza\u00e7\u00e3o de cada linha da matriz de cortes-f $[Q_A]_{n \times C}$. Essa opera\u00e7\u00e3o \u00e9 apresentada na Equa\u00e7\u00e3o (2.16).

$$[\hat{A}_N]_{\lambda \cdot n \times C} = \begin{bmatrix} [\hat{A}_D]_{\lambda \times C} \cdot \text{diag}([Q_1]_{1 \times C}) \\ [\hat{A}_D]_{\lambda \times C} \cdot \text{diag}([Q_2]_{1 \times C}) \\ \vdots \\ [\hat{A}_D]_{\lambda \times C} \cdot \text{diag}([Q_n]_{1 \times C}) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Etapa (5.b) Essa etapa consiste em aplicar a Lei dos Cortes para obter o sistema de equações para a estática, conforme Equação (2.17)

$$[\hat{A}_N]_{\lambda \cdot n \times C} \cdot \{\vec{\Psi}\}_{C \times 1} = \{\vec{0}\}_{\lambda \cdot n \times 1} \quad (2.17)$$

Etapa (6.a) Nesta etapa, avalia-se o **grau de liberdade líquido** F_N , ou seja, se o sistema apresenta equações linearmente dependentes. Após é preciso calcular o posto a da matriz $[\hat{A}_N]_{\lambda \cdot n \times C}$ e aplicar na Equação (2.18).

$$F_N = \lambda \cdot n - a \quad (2.18)$$

Etapa (6.b) Caso o sistema possua equações dependentes, estas devem ser identificadas e eliminadas nesta etapa.

Etapa (7.a) Para definir as variáveis primárias da estática, deve-se avaliar o **grau de restrição líquido** C_N do mecanismo utilizando a Equação (2.19).

$$C_N = C - a \quad (2.19)$$

Etapa (7.b) Definidas as variáveis primárias, precisa-se particionar o sistema de equações em C_N variáveis primárias e a variáveis secundárias. Manipulando a Equação (2.17) para separar as variáveis resulta na Equação (2.20).

$$[\hat{A}_{NS}]_{a \times a} [\Psi_S]_{a \times 1} = - [\hat{A}_{NP}]_{a \times C_N} [\Psi_P]_{C_N \times 1} \quad (2.20)$$

Etapa (8.a) Para resolver o sistema de equações é necessário atribuir valores à $[\Psi_P]_{a \times 1}$ e com isso obter a solução $[\Psi_S]_{a \times 1}$ através da Equação (2.21).

$$[\Psi_S]_{a \times 1} = - [\hat{A}_{NS}]_{a \times a}^{-1} [\hat{A}_{NP}]_{a \times C_N} [\Psi_P]_{C_N \times 1} \quad (2.21)$$

Etapa (9.a) Por fim, deve-se aplicar as magnitudes $[\vec{\Psi}]$ obtidas na solução às heliforças $\A de cada acoplamento para representar o estado estático do mecanismo.

Um resumo geral das etapas é apresentado a seguir.

1. Caracterização do mecanismo

- (a) Representação esquemática com sistema inercial de coordenadas O_{xyz} .
- (b) Representação em Rede de Acoplamentos.
- (c) Representação do Grafo de Acoplamentos: G_C .
- (d) Determinação da matriz de incidência do grafo G_C : $[I_C]_{n \times e}$.
- (e) Escalonamento da matriz de incidência $[I_C]_{n \times e}$ para formar a matriz dos cortes-f de G_C : $[Q_C]_{k \times e}$.

2. Caracterização dos acoplamentos

- (a) Levantamento das características geométricas (\vec{s}, \vec{S}_0, h) e de ação (c_p, c_a) .

3. Topologia (Cortes)

- (a) Representação do Grafo das Ações: G_A .
- (b) Expansão em paralelo das C restrições unitárias na matriz de cortes-f do grafo G_A : $[Q_A]_{k \times C}$.

4. Geometria (Heliforças)

- (a) Construção das heliforças: $\A
- (b) Determinação da matriz das ações: $[A_D]_{\lambda \times C}$

5. Sistema de equações

- (a) Determinação da matriz de ações unitárias em rede: $[\hat{A}_D]_{\lambda.k \times C}$.
- (b) Lei dos Cortes: $[\hat{A}_D]_{\lambda.k \times C} \{\vec{\Psi}\}_{C \times 1} = [\vec{0}]_{\lambda.k \times 1}$

6. Sub-restrição (liberdade extra)

- (a) Determinação das F_N equações dependentes.
- (b) Eliminação das equações dependentes do sistema.

7. Separação de variáveis

- (a) Seleção das C_N variáveis primárias no vetor $\{\vec{\Psi}\}_{C \times 1}$
- (b) Separação das variáveis primárias e secundárias no sistema de equações.

8. Solução

- (a) Computar a matriz inversa de $[A_{NS}]_{a \times a}$, atribuir valores à $\{\vec{\Psi}_P\}_{C_N \times 1}$ e obtenção da solução $\{\vec{\Psi}_S\}_{a \times 1}$

9. Estado instantâneo de ações

- (a) Aplicar as magnitudes $\{\vec{\Psi}\}$ às heliforças S^A de cada acoplamento.

2.5 CADEIAS VIRTUAIS DE ASSUR

Uma limitação relacionada à Lei dos Circuitos e à Lei dos Cortes está no fato de serem aplicáveis apenas para cadeias fechadas. No caso de cadeias abertas, uma estratégia de modelagem para fechamento da cadeia pode ser a utilização de cadeias virtuais de Assur (CAMPOS, 2004).

A análise e o desenvolvimento do conceito das cadeias virtuais de Assur, ou simplesmente cadeia virtual, foram apresentados em Campos (2004). As cadeias virtuais são compostas de elos virtuais e juntas virtuais satisfazendo três propriedades:

1. ser aberta;
2. os helicoides normalizados de cada junta devem ser linearmente independentes;
3. não alterar a mobilidade da cadeia real.

Devido a essas propriedades, as cadeias virtuais de Assur são classificadas como *grupos de Assur* (BARANOV, 1985). Ainda deve-se ressaltar que o grau de liberdade da cadeia virtual deve ser igual a ordem do sistema de helicoides das cadeias reais às quais são vinculadas (CAMPOS, 2004).

Para tornar possível a utilização do método de Davies em cadeias cinemáticas abertas, são usadas cadeias virtuais para fechá-las. Em cadeias fechadas, o seu uso permite a análise do movimento e a adição de restrições (CAMPOS; GUENTHER; MARTINS, 2005).

As cadeias virtuais podem ser usadas para imposição de movimentos ou restrições em determinados elementos de uma cadeia real, além de proporcionar a possibilidade de obter informações do movimento absoluto de um elo particular, como por exemplo o efetuador de um manipulador (CAMPOS, 2004).

Na estática, as cadeias virtuais podem ser utilizadas para monitorar e impor forças e momentos.

2.6 FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA MODELAGEM DE CADEIAS CINEMÁTICAS

O *framework* KAST, desenvolvido em Rocha (2012), é uma ferramenta computacional para análise cinemática utilizando o método de Davies. Este *framework* permite analisar diferentes tipos de cadeias cinemáticas, para sua utilização é necessário a modelagem do mecanismo utilizando a teoria de helicoides. O desenvolvimento foi motivado para facilitar a criação de simulações de sistemas robóticos cooperativos, além de que não foi encontrada ferramenta computacional utilizando teoria de helicoides, apesar de vários trabalhos em nível de pesquisa apresentarem resultados de simulações e implementações particulares utilizando como base a teoria dos helicoides (ROCHA; TONETTO; DIAS, 2011).

Para guiar a modelagem e posterior desenvolvimento da ferramenta, foram levantados os seguintes requisitos de projeto (ROCHA; TONETTO; DIAS, 2011):

- ser possível representar helicoides e suas ações;
- ser possível representar modelos de cadeias cinemáticas utilizando helicoides, sendo eles formados por uma única junta ou várias juntas e subcadeias;
- ser modular e extensível;
- ser possível utilizá-lo em ambiente interativo e como parte de programas;
- ser possível obter informações de velocidade utilizando geradores de trajetória;
- ser possível armazenar e carregar definições de cadeias cinemáticas e também instâncias específicas delas.

Para atender aos requisitos de modularidade e extensibilidade, foi utilizada a abordagem de orientação a objetos. O KAST foi implementado utilizando a linguagem de programação Python (Python.org, 2012) devido as suas capacidades de facilidade de uso e similaridade com linguagens de modelagem numérica, além de se tratar de um ambiente de programação completo com suporte à orientação a objetos.

O KAST faz uso de módulos externos para computação científica. Para álgebra linear e matrizes foram utilizados o *scipy* e *numpy* (Scipy.org, 2012). Para o uso de grafos, tanto para representação quanto para análise, foi utilizado o módulo *NetworkX* (NetworkX, 2012).

O *framework* dispõe de duas maneiras para definir cadeias cinemáticas, sendo uma utilizando um arquivo de descrição textual, baseado em XML (W3C, 2013), e outra diretamente no código Python. A primeira forma é mais genérica e contribui para a formação de um repositório de modelos de cadeias cinemáticas. Já a segunda forma permite a alteração da cadeia cinemática durante a simulação, possibilitando simular cadeias reconfiguráveis.

O KAST também dispõe de um submódulo para geração de trajetórias, auxiliando assim na implementação de simulações. Assim como no caso das cadeias cinemáticas, foi definido um arquivo de descrição textual para trajetórias, também baseado em XML.

O *framework* KAST representa o início de um desenvolvimento do LRRG. Ele foi inicialmente aplicado em uma simulação de robôs cooperativos subaquáticos, porém pode ser utilizado em outras aplicações sem precisar adaptar seu funcionamento geral.

Sua modularidade permite que novas funcionalidade sejam adicionadas. Com base nesta possibilidade, este trabalho se propõe a contribuir no KAST com um módulo para análise estática de mecanismos e robôs.

2.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresentou a base teórica necessária para o entendimento deste trabalho.

A teoria de helicoides foi apresentada focando na sua aplicação no método de Davies. A vantagem dessa teoria é que todos os acoplamentos são definidos e computados em relação a um único referencial, que instantaneamente coincide com a origem do sistema de coordenadas.

A teoria de grafos foi apresentada de forma sucinta e focando na análise de mecanismos. Trata-se de uma ferramenta matemática já bem definida que possui diversos algoritmos. A simplicidade e consistência da teoria de grafos permite que um padrão de entrada de dados seja definido, o que viabiliza a solução automatizada de sistemas complexos. Um desenvolvimento mais completo da teoria e suas aplicações podem ser vistos em Martins (2002), Campos (2004), Simas (2008), Cazangi (2008), Weihmann (2011) e Rocha (2012).

O método de Davies utiliza a teoria de helicoides e a teoria de grafos através da adaptação das Leis de Kirchhoff. O resumo e sistematização feitos por Cazangi (2008) permitem a implementação do método em um módulo computacional.

As cadeias virtuais de Assur complementam o método de Davies de forma a expandir sua aplicabilidade. Com as cadeias virtuais, além de utilizar

o método para cadeias fechadas, é possível utilizá-lo para cadeias abertas.

No próximo capítulo serão apresentados os detalhes do desenvolvimento de um módulo para modelagem estática de mecanismos e robôs, além da sua aplicação em dois exemplos, visando validar o módulo desenvolvido.

3 DESENVOLVIMENTO DE UM MÓDULO PARA MODELAGEM ESTÁTICA DE MECANISMOS E ROBÔS

Este capítulo aborda a implementação de um módulo para modelagem estática. Este módulo será incorporado ao *framework* KAST (*Kinematic Analysis by Screw Theory*) desenvolvido em Rocha (2012). O KAST é baseado na teoria dos helicoides (Seção 2.2) e no método de Davies (Seção 2.4). Essa base é utilizada para descrição do comportamento cinemático diferencial das características de um mecanismo ou robô, para a cinemática de posição é realizada uma integração numérica própria da ferramenta.

O *framework* foi projetado para ser modular e extensível. Por este fato torna-se possível a inclusão de novos módulos na medida em que novas necessidades de pesquisa venham a surgir.

Com a adição deste novo módulo para análise estática, propõe-se a alteração do nome para STF (*Screw Theory Framework*). Assim o nome não necessitará de modificações quando novos módulos forem incluídos.

3.1 MODELAGEM DA FERRAMENTA

O diagrama de classes da Figura 5 apresenta uma visão geral do *framework* STF, assim como apresenta, em cinza, as classes criadas e as modificadas para a implementação da ferramenta para modelagem estática.

A descrição detalhada das várias classes apresentadas na Figura 5 podem ser encontradas em Rocha (2012). Com o intuito de melhor adequar o módulo de estática ao KAST, foi necessária a criação da classe **Constraint**, derivada de **ScrewImpl**, para representar as ações de uma cadeia cinemática. Em **Constraint**, a magnitude pode ser definida e o helicóide é mantido sempre normalizado. As classes **KCCComponent**, **BaseKinematicChain**, **KinematicChain**, **KCCComposable**, **KCCComposableParser**, **KCParser** e **KCFactory** foram modificadas para incluir algumas operações e membros que são referentes a nova funcionalidade.

As classes **KCCComponent**, **BaseKinematicChain**, **KinematicChain**, **KCCComposable** poderiam ter sido estendidas, gerando assim classes específicas para estática. Essa abordagem foi descartada para evitar o uso de heranças múltiplas, o que acarretaria no aumento da complexidade do código.

As próximas seções descrevem as modificações detalhadas e as novas classes, preenchidas em cinza na Figura 5.

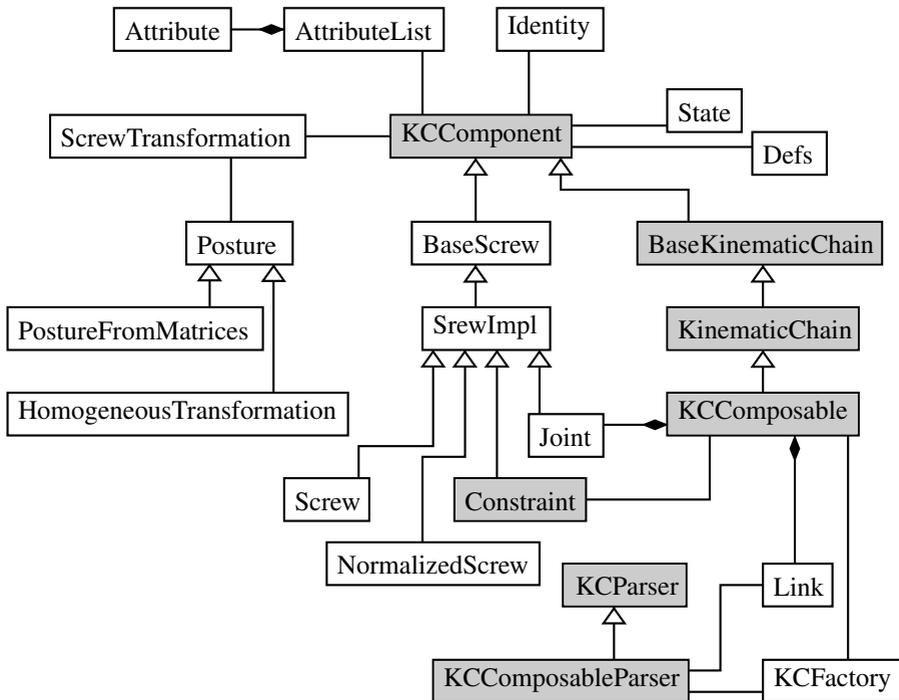


Figura 5: Diagrama de classes do *framework*

3.2 DETALHAMENTO DAS MODIFICAÇÕES

Algumas das classes compartilham modificações semelhantes, pois foi necessário a alteração para aceitar as novas variáveis referentes à estática. Todas as classes, que precisaram ser modificadas para a inclusão da estática, tiveram a assinatura do construtor alterada para receber as informações dos estados da estática, as informações de particionamento e a matriz dos valores numéricas das heliçoças.

As modificações internas de cada classe são descritas a seguir.

KCComponent : foram incluídos os parâmetros referentes a matriz **numeric.st** que armazena valores numéricos de uma heliçoça (Equação (2.4)), e aos estados **state.st** que representam os valores que variam ao

longo do tempo, nesse caso, as variáveis das restrições.

KinematicChain : esta classe sofreu as mesmas alterações que a classe **KCComponent**, e além destas, esta classe também foi modificada de forma a receber o parâmetro **partitioning_st**. O parâmetro **partitioning_st** define quais variáveis de restrição de uma cadeia fechada são primárias e secundárias, para que o método **solveDaviesStatics** possa ser executado. No método **solveDaviesStatics** é feita a identificação e eliminação de variáveis dependentes, a separação das variáveis primárias e secundárias. Este método também resolve o sistema de equações e atribui valores às variáveis secundárias.

KCComposable : esta classe possui as mesmas alterações que a classe **KinematicChain**. Além destas alterações, o método **update** foi complementado, pois além de atualizar os heligiros das juntas, é necessário atualizar as heliforças de cada restrição e montar a matriz das ações em rede (Equação (2.16)), armazenada no atributo **netMatrix_st**. Esta classe também foi modificada para armazenar os atributos referentes às restrições, para tanto foram criados os métodos **addConstraint** e **addConstraints**, que respectivamente servem para adicionar uma ou várias restrições. Para exclusão de restrições os métodos **delConstraint** e **delConstraint** removem uma ou várias restrições, respectivamente.

BaseKinematicChain : esta classe sofreu as mesmas alterações que a classe **KCComponent**, e além destas, esta classe também recebeu propriedades¹ para armazenar os novos dados.

KCParser : foi modificada para ler do arquivo os dados que correspondem às magnitudes de cada restrição e armazená-las em uma instância da classe **State**.

KCComposableParser : foi complementada para processar as restrições e instanciar variáveis do tipo **Constraint** para restrição.

Constraint : foi implementada de maneira similar a **Joint**, o que difere as duas classes são os métodos para atualização das magnitudes e para representação do elemento.

¹Métodos *getters* e *setters*, que retornam uma informação ou definem uma informação, respectivamente

3.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO STF

Durante o desenvolvimento do módulo, foi visto que poderia ser utilizado para análise estática em estruturas. Com isso, o módulo desenvolvido pode ser utilizado para a análise estática de qualquer tipo de mecanismo, robô ou estrutura. Para exemplificar a sua utilização, será utilizado um exemplo presente em Hibbeler (1999), 8ª edição, página 261, problema resolvido 4.8. Foi escolhido um problema resolvido, pois assim é possível validar o resultado obtido pela ferramenta.

A análise será feita de acordo com as etapas expostas na Subseção 2.4.2. Ao decorrer do exemplo será exemplificado como criar o arquivo XML com os dados de forma a ser utilizado pelo STF. Nesta seção a análise apresenta apenas trechos do arquivo gerado. Um detalhamento maior da utilização do módulo pode ser encontrado no Apêndice B.

O problema apresenta um cartaz de $1,50\text{m} \times 2,40\text{m}$, com densidade uniforme, pesando 1350N estando preso por uma junta esférica em um ponto A de uma parede fixa e por dois cabos, sendo um entre os pontos B e D e o outro cabo entre pontos E e C . Pode-se determinar a força de tração em cada cabo e as reações em A .

A Figura 6 apresenta a disposição dos pontos A , B , C , D e E e as respectivas dimensões e posições relacionadas ao exemplo.

A estrutura possui $n = 2$ elos, sendo eles: (1) o cartaz e (2) a parede. Pode-se assumir que esta possui $c = 5$ restrições, pois expande-se a junta esférica em três restrições unitárias e cada cabo, CE e BD , também impõem uma restrição. Apesar dos cabos serem corpos, podem ser considerados como pares cinemáticos que unem elementos rígidos, sendo assim, a contagem de elos leva em consideração apenas corpos rígidos (RÉSHETOV, 1988). É importante observar que aos momentos na direção x não existe qualquer restrição.

Além das ações internas ao mecanismo, é preciso adicionar as ações externas ao modelo. Neste caso o peso P do cartaz que, dada a densidade uniforme, está localizado no seu centro.

Etapa (1.a) A primeira etapa trata-se da *representação esquemática* do mecanismo e pode ser observado na Figura 6. Com essa representação, pode-se obter todas as variáveis necessárias para descrição no arquivo XML como pode ser visto na Listagem 1.

O atributo **type** do elemento **state** indica se as variáveis definidas em seu interior são da cinemática (*kinematic*) ou da estática (*static*). O atributo **name** do elemento **var** corresponde ao nome da variável que será utilizado no restante do arquivo XML. O valor do elemento **var** é o módulo da força.

As variáveis A_x , A_y e A_z correspondem, respectivamente, às ações

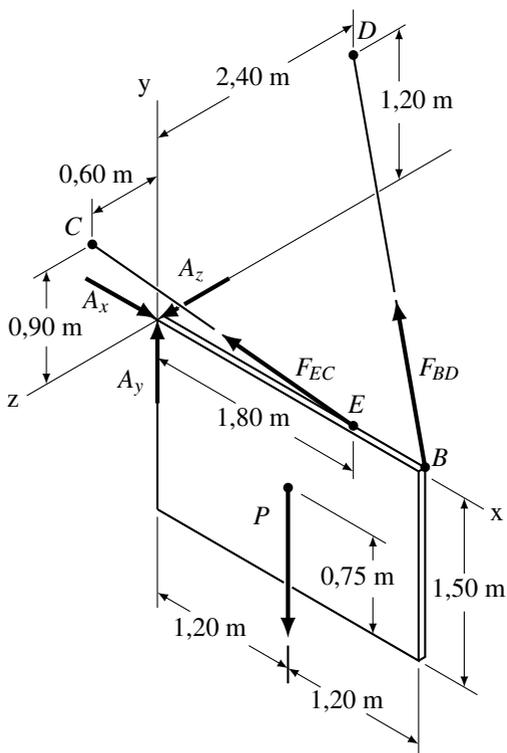


Figura 6: Representação esquemática (Adaptado de Hibbeler (1999))

A_x , A_y e A_z no ponto A. A variável F_{bd} é relativa a tração F_{BD} do cabo BD e F_{ec} corresponde a tração F_{EC} do cabo EC . A força peso P é representada pela variável P .

Etapa (1.b) A rede de acoplamentos do mecanismo é apresentada na Figura 7. Esta rede evidencia quantos elos o mecanismo possui. A representação destes no arquivo XML é apresentado na Listagem 2.

Os atributos **id** e **name** do elemento **Link** correspondem a identificadores desse elemento no decorrer do arquivo XML, sendo que o primeiro deve ser numérico e o segundo pode ser alfanumérico. O atributo **base** indica que dado elo é a base do mecanismo.

Etapa (1.c) É formado o grafo de acoplamentos G_C utilizando a rede de acoplamentos como base. O resultado é apresentado na Figura 8.

Para inserir as informações no arquivo XML, os campos **linkfrom** e **linkto** de cada restrição (**Constraint**) devem ser preenchidos de acordo com as

```

<states>
  <state type="kinematic">
    ...
  </state>
  <state type="static">
    <var name="Ax">0.0</var>
    <var name="Ay">0.0</var>
    <var name="Az">0.0</var>
    <var name="Fbd">0.0</var>
    <var name="Fec">0.0</var>
    <var name="P">1350.0</var>
  </state>
</states>

```

Listagem 1: Variáveis de estado da estrutura

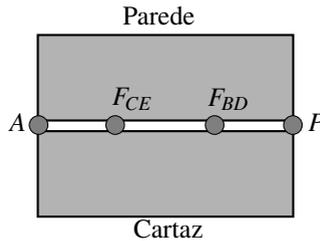


Figura 7: Rede de acoplamentos do exemplo.

```

<links>
  <Link id="0" name="parede" base="yes" />
  <Link id="1" name="cartaz" />
</links>

```

Listagem 2: Elos da estrutura

arestas do grafo G_C . A seguir um trecho do arquivo é mostrado na Listagem 3.

Cada elemento e seus atributos descritos no XML acima são explanados a seguir.

Elemento Constraint : os atributos **id** e **name** são equivalentes aos mesmos atributos do elemento **Link** explicado anteriormente. O atributo **type** indica se a respectiva restrição se refere a uma restrição de translação

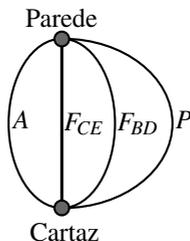


Figura 8: Grafo de acoplamentos do exemplo.

```

<constraints>
  <Constraint id="100" name="e1100"
    type="translational" var="Ax">
    <components>0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0</components>
    <linkfrom>parede</linkfrom>
    <linkto>cartaz</linkto>
  </Constraint>
  <Constraint id="101" name="e1101"
    type="translational" var="Ay">
    <components>0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0</components>
    <linkfrom>parede</linkfrom>
    <linkto>cartaz</linkto>
  </Constraint>
  ...
</constraints>

```

Listagem 3: Exemplo de descrição de uma restrição

(**translational**) ou de rotação (**rotational**). O atributo **var** é a variável que corresponde ao módulo de tal restrição, as possíveis variáveis são as que foram levantadas na Etapa (1.a).

Elemento components : o valor desse elemento corresponde à heliforça normalizada;

Elemento linkfrom : o valor desse elemento corresponde ao vértice de origem da aresta do grafo G_C formado na Etapa (1.c). O seu valor é um dos elos descritos na Etapa (1.b).

Elemento linkto : o valor desse elemento corresponde ao vértice destino da aresta do grafo G_C formado na Etapa (1.c). O seu valor é um dos elos

descritos na Etapa (1.b).

Etapa (1.d) A matriz de incidência $[I_C]_{n \times e}$ é obtida através do grafo definido no arquivo XML utilizando a Equação (2.15).

Etapa (1.e) Escalonamento da matriz de incidência $[I_C]_{n \times e}$ para obtenção da matriz dos cortes-f $[Q_C]_{k \times e}$ (CAZANGI, 2008).

Etapa (2.a) Nesta etapa é preciso reunir as características geométricas dos acoplamentos.

No exemplo, a estrutura apresenta $e = 3$ acoplamentos, sendo que o acoplamento a é do tipo esférico, com $c_p = 3$ restrições unitárias de força (F_x , F_y e F_z). Os cabos EC e BD adicionam mais $c_p = 2$ restrições em suas respectivas direções e além dessas restrições é preciso internalizar a ação externa P .

Para a formação das heliforças é preciso obter as informações do vetor unitário da direção do eixo \vec{s} , o vetor posição \vec{S}_0 e o passo h . Os vetores unitários de direção para cada restrição unitária (a_x, a_y, a_z, b, e, P) são definidos por:

$$\begin{aligned} \vec{s}_{a_x} &= \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, & \vec{s}_{a_y} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \vec{s}_{a_z} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}, & \vec{s}_b &= \begin{Bmatrix} -0,6666 \\ 0,3333 \\ -0,6666 \end{Bmatrix} \\ \vec{s}_e &= \begin{Bmatrix} -0,8571 \\ 0,4285 \\ 0,2857 \end{Bmatrix}, & \vec{s}_P &= \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Os vetores posição \vec{S}_0 dos acoplamentos (a, b, e, P) são descritos como:

$$\begin{aligned} \vec{S}_{0a} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, & \vec{S}_{0b} &= \begin{Bmatrix} -2,4 \\ 1,2 \\ 2,4 \end{Bmatrix} \\ \vec{S}_{0e} &= \begin{Bmatrix} -1,8 \\ 0,9 \\ 0,6 \end{Bmatrix}, & \vec{S}_{0P} &= \begin{Bmatrix} 1,2 \\ 0,75 \\ 0,0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.2)$$

O passo das heliforças é nulo ($h = 0$), pois as restrições são somente de força.

Etapa (3) Essa etapa de representação do **grafo das ações** G_A e expansão das C restrições unitárias na matriz de cortes-f é feita automaticamente pelo STF. O grafo G_A é gerado com as informações fornecidas na Etapa (1.c), onde é

especificado todas as conexões entre cada elemento do grafo.

Etapa (4.a) Com as características geométricas dos acoplamentos, deve-se construir as heliforças conforme a Eq. (2.4), que são apresentadas na Equação (3.3).

$$\begin{aligned}
 \$_{a_x}^A &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, & \$_{a_y}^A &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 \\ \\
 \$_{a_z}^A &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, & \$_b^A &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1,6 \\ 0,8 \\ \cdots \\ -0,6667 \\ 0,3333 \\ -0,6667 \end{pmatrix} \\
 \\ \\
 \$_e^A &= \begin{pmatrix} 0 \\ -0,5143 \\ 0,7714 \\ \cdots \\ -0,8571 \\ 0,4286 \\ 0,2857 \end{pmatrix}, & \$_p^A &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1,2 \\ \cdots \\ 0 \\ -1,0 \\ 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

As heliforças, no arquivo XML, são representadas pelo campo **components** de cada restrição (**Constraint**). Na Listagem 4 um exemplo do descritivo com as heliforças $\$_{FEC}^A$ e $\$_p^A$:

Etapa (4.b) Determinação da matriz das ações $[A_D]_{\lambda \times C}$ conforme apresentado na Equação (2.8).

Etapa (5.a) Determinação da matriz de ações unitárias em rede $[\hat{A}_D]_{\lambda.k \times C}$ de acordo com a Equação (2.16) apresentada anteriormente.

Etapa (5.b) Aplicação da Lei dos Cortes $([\hat{A}_D]_{\lambda.k \times C} [\vec{\Psi}]_{C \times 1} = [\vec{0}]_{\lambda.k \times 1})$ apresentada na Equação (2.14).

Etapa (6.a) Determinação das F_N equações dependentes.

Etapa (6.b) Eliminação das equações dependentes do sistema.

Etapa (7.a) A seleção das C_N variáveis primárias no vetor $[\vec{\Psi}]_{C \times 1}$ deve ser definida no arquivo XML, porém pode ser alterada durante a execução da

```

<constraints>
  <Constraint id="104" name="e1104"
              type="translational" var="Fec">
    <components>0.0 -0.5143 0.7714
                -0.8571 0.4286 0.2857</components>
    <linkfrom>parede</linkfrom>
    <linkto>cartaz</linkto>
  </Constraint>
  <Constraint id="105" name="e1105"
              type="translational" var="P">
    <components>0.0 0.0 1.2 0.0 1.0 0.0</components>
    <linkfrom>parede</linkfrom>
    <linkto>cartaz</linkto>
  </Constraint>
</constraints>

```

Listagem 4: Exemplo de descrição de uma restrição da estrutura

simulação. A Listagem 5 apresenta o trecho referente a esta etapa.

```

<partitioning type="static">0 0 0 0 0 1</partitioning>

```

Listagem 5: Particionamento estático da estrutura

O atributo **type** com valor **static**² indica que este é referente à estática. O valor de **partitioning** é um vetor com o tamanho igual ao número de variáveis, definidas na Etapa (1.a). Cada dígito indica se a variável é primária (valor 1) ou secundária (valor 0). Nesse exemplo, apenas a força P é primária. **Etapa (7.b)** Separação das variáveis primárias e secundárias no sistema de equações.

Etapa (8.a) Computar a matriz inversa de $[A_{NS}]_{a \times a}$, atribuir os valores desejados à $[\Psi_P]_{C_N \times 1}$ e obtenção da solução $[\Psi_S]_{a \times 1}$. Os valores obtidos são apresentados na primeira coluna da Tabela 2. Na segunda coluna pode-se observar os resultados de Hibbeler (1999), os valores diferem pois o STF não faz arredondamento nos valores tampouco considera apenas algarismos significativos. Na terceira coluna são apresentados os valores obtidos pela resolução do problema para todas as variáveis utilizando o método clássico,

²Se refere ao valor alfanumérico da variável, não significando um modificador de tipo.

porém considerando uma grande quantidade de algarismos significativos e os arredondamentos foram evitados.

Tabela 2: Comparação de resultados da estática

	STF	Hibbeler (1999)	Resultados calculados
A_x	1687,5 N	–	1687,5 N
A_y	506,25 N	–	506,25 N
A_z	-112,5 N	–	-112,5 N
F_{BD}	506,25 N	506 N	506,25 N
F_{EC}	1575 N	1580 N	1575 N

Etapa (9.a) Aplicam-se as magnitudes $[\vec{\Psi}]$ às heliforças $\A de cada acoplamento como pode ser visto na Equação (3.4).

$$\begin{aligned}
 \$_{a_x}^A &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots\dots\dots \\ 1687,5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, & \$_{a_y}^A &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots\dots\dots \\ 0 \\ 506,25 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 \$_{a_z}^A &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots\dots\dots \\ 0 \\ 0 \\ -112,5 \end{pmatrix}, & \$_b^A &= \begin{pmatrix} 0 \\ 810,0 \\ 405,0 \\ \dots\dots\dots \\ -337,5 \\ 168,75 \\ -337,5 \end{pmatrix} \\
 \$_e^A &= \begin{pmatrix} 0 \\ -810,0 \\ 1215 \\ \dots\dots\dots \\ -1350 \\ 675,0 \\ 450,0 \end{pmatrix}, & \$_p^A &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1620 \\ \dots\dots\dots \\ 0 \\ -1350 \\ 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Além de obter o mesmo resultado de métodos tradicionais, a ferramenta desenvolvida utilizada neste trabalho dispõe de resultados mais deta-

lhados. Como pode ser visto na Equação (3.4), foi obtido o valor de cada componente de força e momento aplicado em cada uma das juntas.

3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresentou a implementação do módulo para modelagem estática incorporado ao *framework* KAST, com isso foi proposta a modificação do nome para STF. Com isso o nome independente das funcionalidades do *framework*.

Foi apresentada a modelagem do módulo desenvolvido através de um diagrama de classes, para mostrar a estrutura final do *framework* como um todo, além de realçar as classes modificadas. Cada uma das modificações foi descrita, visando contribuir para o entendimento do desenvolvimento. Esse nível de detalhamento busca contribuir com trabalhos futuros.

Para documentar a utilização desse novo módulo, foi desenvolvido um exemplo completo de estática, descrevendo cada uma das etapas necessárias para a modelagem estática e como as informações devem ser fornecidas à ferramenta. Além disso, esse exemplo contribuiu para a validação da ferramenta utilizando um exemplo em três dimensões.

Além da obtenção do mesmo resultado que técnicas tradicionais, o método de Davies dispõe de resultados mais detalhados, como pode ser visto ao final da Seção 3.3.

No próximo capítulo, uma aplicação mais complexa é apresentada com o intuito de demonstrar o potencial da ferramenta desenvolvida.

4 ANÁLISE ESTÁTICA DE UM ROBÔ PARALELO ESPACIAL DO TIPO DELTA

Neste capítulo é apresentada a análise estática de um robô paralelo espacial usando o módulo desenvolvido neste trabalho. O objetivo é avaliar o potencial do STF em uma aplicação robótica espacial num robô reconhecidamente complexo: o IRB 360.

O IRB 360 FlexPicker™, apresentado na Figura 9, é um robô desenvolvido pela ABB Robotics com foco em aplicações *pick and place* de alta precisão (ABB, 2008).



Figura 9: Foto do IRB 360 FlexPicker™

O IRB 360 possui quatro graus de liberdade, compreendendo translações em todos os eixos e rotação no eixo z . As translações são obtidas com a movimentação das três pernas. Para efetuar a rotação existe um eixo que parte da base do robô até a plataforma móvel.

A seguir, a modelagem estática do IRB 360 FlexPicker™ é apresentada seguindo as etapas da Subseção 2.4.2.

4.1 MODELAGEM ESTÁTICA

Por se tratar de um robô que possui simetria em relação ao eixo z adotado, foi possível simplificar sua modelagem. Nesta seção é apresentada a modelagem da perna i .

Na modelagem da perna i é incluído um ângulo φ_i no plano xy relativo ao eixo x , como é apresentado na Figura 10. Com isso, é possível obter o modelo de cada uma das 3 pernas variando o valor de φ_i . A Tabela 3 mostra o valor de φ_i para cada perna i .

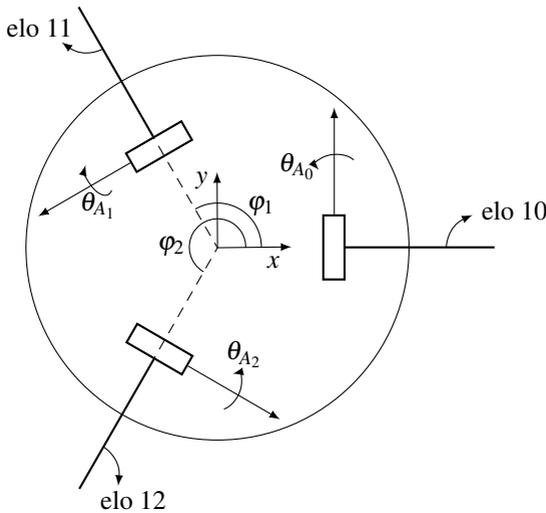


Figura 10: Vista superior do FlexPicker™

Tabela 3: Ângulo φ de cada perna do FlexPicker™

i	φ_i
0	0°
1	120°
2	240°

Etapa (1.a) A Figura 11 mostra a representação esquemática da perna i na posição inicial, além do sistema inercial de coordenadas O_{xyz} . Nesta figura também é possível observar os eixos dos heligiros referentes ao movimento de cada junta.

Cada perna i possui 6 juntas, sendo 4 rotativas e 2 esféricas. A Tabela 4 apresenta cada uma das juntas, seus tipos e as variáveis associadas a cada uma delas.

Tabela 4: Descritivo das juntas para perna i , seus tipos e variáveis associadas

Junta	Tipo	Variável
A_i	Rotativa	θ_{A_i}
B_i	Rotativa	θ_{B_i}
C_{1i}	Rotativa	$\theta_{C_{1i}}$
C_{2i}	Rotativa	$\theta_{C_{2i}}$
D_{1i}	Esférica	$\theta_{D_{1ix}}, \theta_{D_{1iy}}$ e $\theta_{D_{1iz}}$
D_{2i}	Esférica	$\theta_{D_{2ix}}, \theta_{D_{2iy}}$ e $\theta_{D_{2iz}}$

Cada perna possui 4 elos exclusivos ($1i, 2i, 3i$ e $4i$), mais a base (0) e a plataforma móvel (5). Ainda é necessário expandir as juntas D_{1i} e D_{2i} , pois o *framework* aceita apenas juntas com grau de mobilidade $f = 1$. Na expansão, cada junta esférica se transforma em três juntas rotativas, uma em torno do eixo x , outra em torno do eixo y e a terceira em torno do eixo z . Ao realizar a expansão, cada junta adiciona 2 elos auxiliares, ou seja, 4 elos por perna. A cadeia virtual de Assur para imposição de movimento, garante mais 5 elos. Com isso, o modelo completo possui $n = 31$ elos. As dimensões de cada elo podem ser observadas na Figura 11.

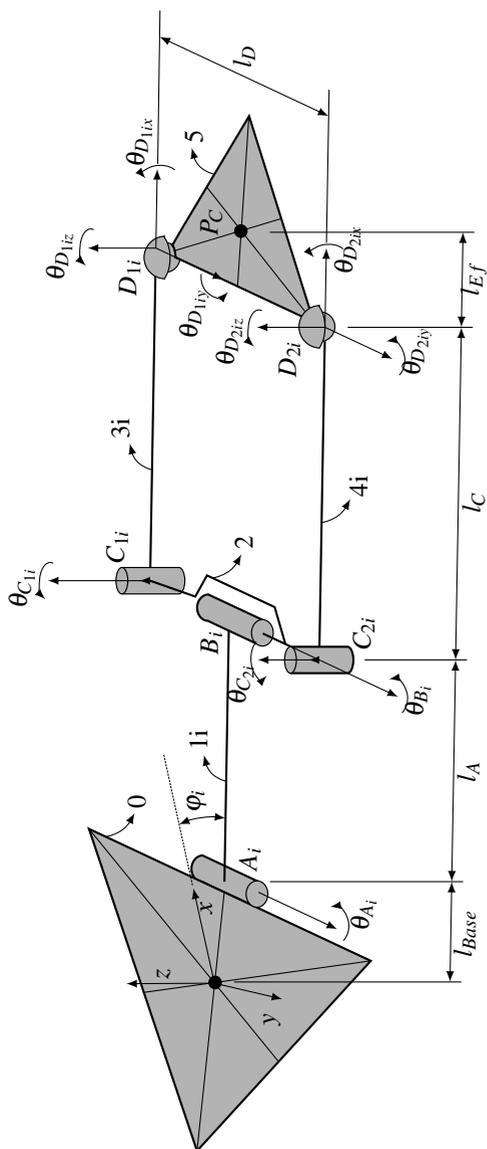


Figura 11: Representação esquemática da perna i do FlexPicker™ na posição de referência adotada

Etapa (1.b) Na Figura 12 pode-se observar a rede de acoplamentos do robô, com destaque para uma única perna.

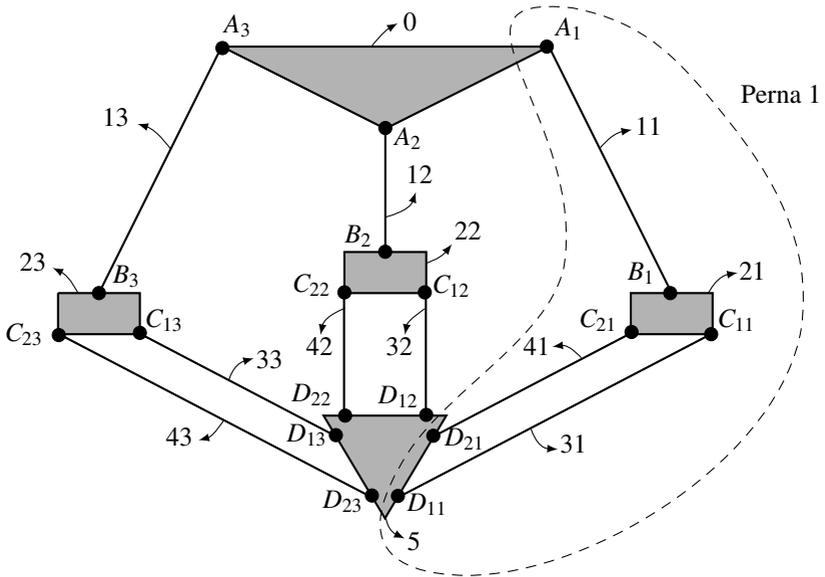


Figura 12: Rede de acoplamentos do FlexPicker™

Etapa (1.c) O grafo de acoplamentos completo do robô é apresentado na Figura 13.

Etapa (2.a) Nesta etapa são reunidas as características geométricas dos acoplamentos. A perna i apresenta $e = 6$ acoplamentos, sendo que A_i , B_i , C_{1i} e C_{2i} são pares rotativos e têm como característica $c_p = 5$ restrições unitárias de força, já os acoplamentos D_{1i} e D_{2i} são pares esféricos e possuem $c_p = 3$ restrições. As restrições de A_i e B_i são ao longo dos eixos x , y e z , e em torno dos eixos x e z , enquanto os acoplamentos C_{1i} e C_{2i} possuem restrições ao longo dos eixos x , y e z , e em torno dos eixos x e y . Os pares esféricos D_{1i} e D_{2i} apresentam as restrições ao longo dos eixos x , y e z .

Além desses, é preciso considerar mais $e_a = 3$ acoplamentos ativos, sendo um para cada perna no acoplamento A_i , em torno do eixo y .

As Equações (4.1), (4.2) e (4.3) apresentam os vetores unitários de direção dos eixos de cada restrição do acoplamento A_j . Na Equação (4.1) os vetores das restrições F_x e T_x são respectivamente representados por $\vec{s}_{A_i F_x}$ e $\vec{s}_{A_i T_x}$, na Equação (4.2) os vetores das restrições F_y e T_y são respectivamente representados por $\vec{s}_{A_i F_y}$ e $\vec{s}_{A_i T_y}$, e na Equação (4.3) os vetores das restrições F_z

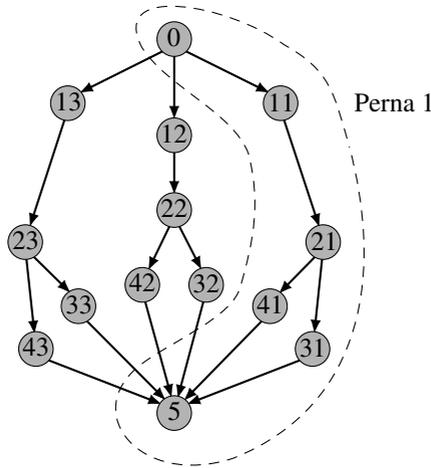


Figura 13: Grafo de acoplamentos do FlexPicker™

e T_z respectivamente são representados por $\vec{s}_{A_i F_z}$ e $\vec{s}_{A_i T_z}$.

$$\vec{s}_{A_i F_x} = \vec{s}_{A_i T_x} = \begin{Bmatrix} \cos(\varphi_i) \\ \text{sen}(\varphi_i) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\vec{s}_{A_i F_y} = \vec{s}_{A_i T_y} = \begin{Bmatrix} \cos(\varphi_i + \pi/2) \\ \text{sen}(\varphi_i + \pi/2) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\vec{s}_{A_i F_z} = \vec{s}_{A_i T_z} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$

As Equações (4.4), (4.5) e (4.6) apresentam os vetores unitários de direção dos eixos de cada restrição do acoplamento B_i . Na Equação (4.4) os vetores das restrições F_x e T_x são respectivamente representados por $\vec{s}_{B_i F_x}$ e $\vec{s}_{B_i T_x}$, na Equação (4.5) o vetor da restrição F_y é representado por $\vec{s}_{B_i F_y}$ e na Equação (4.6) os vetores das restrições F_z e T_z respectivamente são representados por $\vec{s}_{B_i F_z}$ e $\vec{s}_{B_i T_z}$.

$$\vec{s}_{B_i F_x} = \vec{s}_{B_i T_x} = \begin{Bmatrix} \cos(\varphi_i) \\ \text{sen}(\varphi_i) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

$$\vec{s}_{B_i F_y} = \begin{Bmatrix} \cos(\varphi_i + \pi/2) \\ \text{sen}(\varphi_i + \pi/2) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

$$\vec{s}_{B_i F_z} = \vec{s}_{B_i T_z} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (4.6)$$

As Equações (4.7), (4.8) e (4.9) apresentam os vetores unitários de direção dos eixos de cada restrição do acoplamento C_{ji} ($j = 1, 2$). Na Equação (4.7) os vetores das restrições F_x e T_x são respectivamente representados por $\vec{s}_{C_{ji}F_x}$ e $\vec{s}_{C_{ji}T_x}$, na Equação (4.8) os vetores das restrições F_y e T_y são respectivamente representados por $\vec{s}_{A_i F_y}$ e $\vec{s}_{A_i T_y}$, e na Equação (4.9) o vetor da restrição F_z é representado por $\vec{s}_{B_i F_z}$.

$$\vec{s}_{C_{ji}F_x} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \vec{s}_{C_{ji}T_x} = \begin{Bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) * \cos(\varphi_i) \\ \cos(\theta_1 + \theta_2) * \text{sen}(\varphi_i) \\ \text{sen}(\theta_1 + \theta_2) \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\vec{s}_{C_{ji}F_y} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \vec{s}_{C_{ji}T_y} = \begin{Bmatrix} \cos(\varphi_i + \pi/2) \\ \text{sen}(\varphi_i + \pi/2) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.8)$$

$$\vec{s}_{C_{ji}F_z} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (4.9)$$

A Equação (4.10) apresenta os vetores unitários de direção dos eixos de cada restrição do acoplamento D_{ji} ($j = 1, 2$). Os vetores das restrições F_x , F_y e F_z são respectivamente representados por $\vec{s}_{D_{ji}F_x}$, $\vec{s}_{D_{ji}F_y}$ e $\vec{s}_{D_{ji}F_z}$.

$$\vec{s}_{D_{ji}F_x} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \vec{s}_{D_{ji}F_y} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \vec{s}_{D_{ji}F_z} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (4.10)$$

Os vetores posição \vec{S}_0 das heliforças dos acoplamentos $A_i, B_i, C_{1i}, C_{2i}, D_{1i}$ e D_{2i} são descritos nas Equações (4.11), (4.12) e (4.13).

$$\vec{S}_{0A_i} = \begin{Bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{Bmatrix}, \quad \vec{S}_{0B_i} = \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\vec{S}_{0C_{1i}} = \begin{Bmatrix} c_{1x} \\ c_{1y} \\ c_{1z} \end{Bmatrix}, \quad \vec{S}_{0C_{2i}} = \begin{Bmatrix} c_{2x} \\ c_{2y} \\ c_{2z} \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\vec{S}_{0D_{1i}} = \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{1z} \end{Bmatrix}, \quad \vec{S}_{0D_{2i}} = \begin{Bmatrix} d_{2x} \\ d_{2y} \\ d_{2z} \end{Bmatrix} \quad (4.13)$$

Etapa (4.a) Com as características geométricas dos acoplamentos, deve-se construir as heliforças conforme a Eq. (2.4).

Etapa (7.a) A seleção das C_N variáveis primárias no vetor $\{\vec{\Psi}\}_{C \times 1}$. As variáveis primárias para este modelo são as que correspondem às restrições lineares da cadeia virtual, pois é através delas que são impostas as ações no efetuador final.

A aplicação deste modelo para análise estática do robô Delta é realizada na Seção 4.2.

4.2 ANÁLISE ESTÁTICA NO ESPAÇO DE TRABALHO

A Figura 14 apresenta o espaço de trabalho do FlexPickerTM. Pode-se observar que o espaço de trabalho é cilíndrico¹.

Como forma de avaliar as diferentes possibilidades de utilização do *framework*, foram realizados dois experimentos: um com trajetórias circulares e outro com trajetórias lineares. Nesta seção são apresentados os resultados das simulações realizadas com o modelo desenvolvido na Seção 4.1.

Para cada uma das trajetórias, foram realizadas duas simulações de aplicação de força. A primeira com a aplicação de uma força F_1 , com helicoide definido na Equação (4.14), e a segunda com a aplicação de uma força F_2 , com helicoide definido na Equação (4.14). O ponto de aplicação de F_1 e F_2 é o centro da plataforma, representado por P_C conforme apresentado na Figura 11 e na Figura 14.

$$\$_{F_1}^A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix} \text{ N}, \quad \$_{F_2}^A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 1 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix} \text{ N} \quad (4.14)$$

¹O FlexPickerTM possui diversos modelos. O espaço de trabalho apresentado se refere ao modelo presente no LRRG.

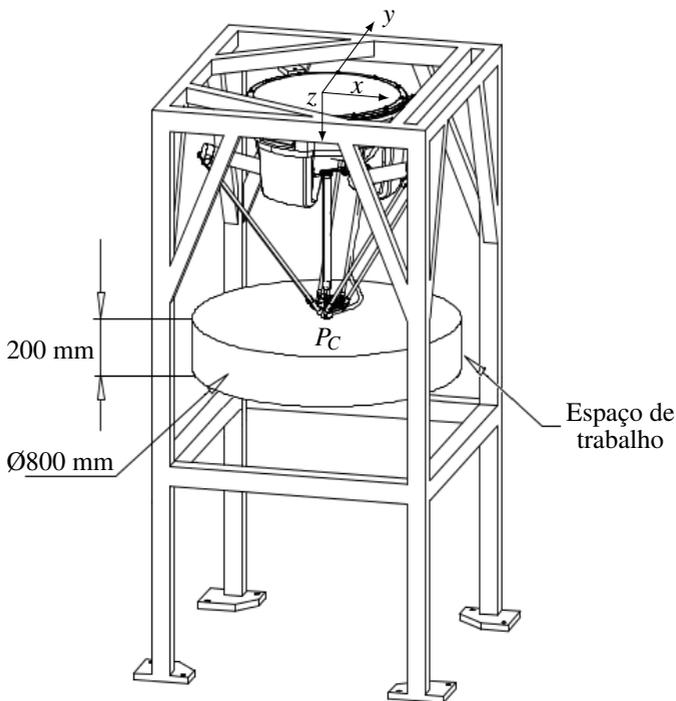


Figura 14: Espaço de trabalho do FlexPicker™ (Adaptado de ABB (2008))

4.2.1 Experimento com trajetória circular

O primeiro experimento se trata de um conjunto de simulações com trajetórias circulares que situam-se em um plano paralelo ao plano xy com um raio R , adotando uma altura H para o eixo z em relação ao plano xy , como pode ser visto na Figura 15. O ponto central dessa trajetória circular é o ponto $P = (0, 0, H)$. A análise foi feita considerando diferentes alturas e raios.

Nas Figuras 16, 17 e 18 são apresentadas, respectivamente, as variáveis associadas às juntas A das pernas 0, 1 e 2 para $R = 200$ mm e $R = 400$ mm, sendo que no eixo x do gráfico é representado a posição θ_{traj} referente a localização em relação a trajetória e no eixo y é representado o ângulo de giro de cada perna.

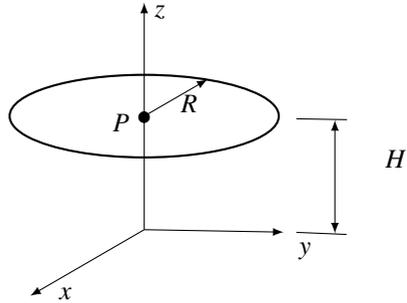


Figura 15: Trajetória circular descrita pelo ponto central da plataforma móvel

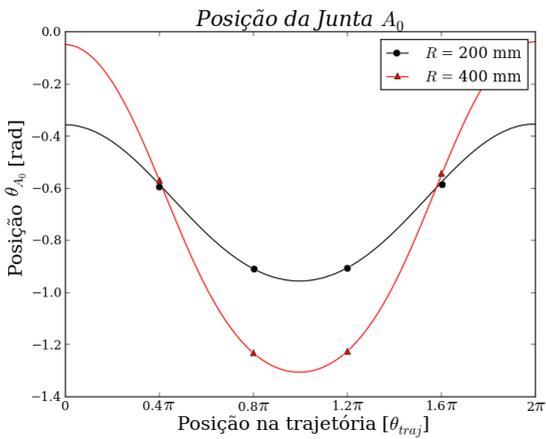


Figura 16: Ângulo de giro θ_{A_0} da junta A para a perna 0

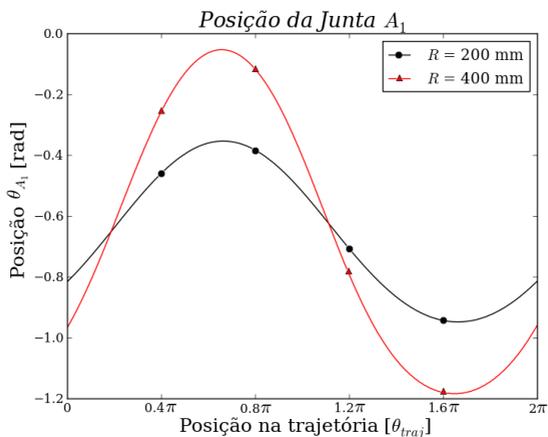


Figura 17: Ângulo de giro θ_{A_1} da junta A para a perna 1

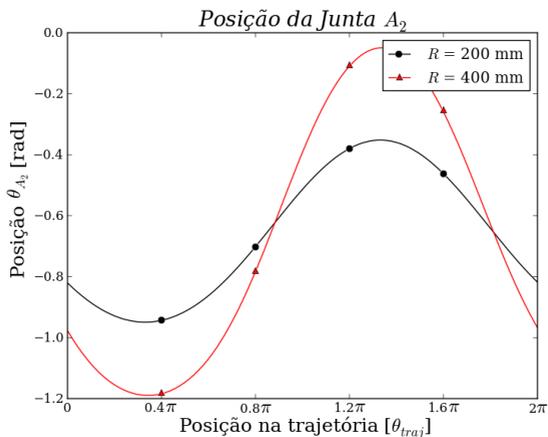


Figura 18: Ângulo de giro θ_{A_2} da junta A para a perna 2

Pode-se observar que há simetria na movimentação das juntas. Isso ocorre pois está sendo analisado um robô simétrico, descrevendo uma trajetória simétrica em relação ao eixo z que passa no centro do robô. Ao aplicar a força F_1 , pode-se observar que os torques aplicados nas juntas também apresentam simetria. Essa relação pode ser observada na Figura 19 para $R = 200$ mm e na Figura 20 para $R = 400$ mm.

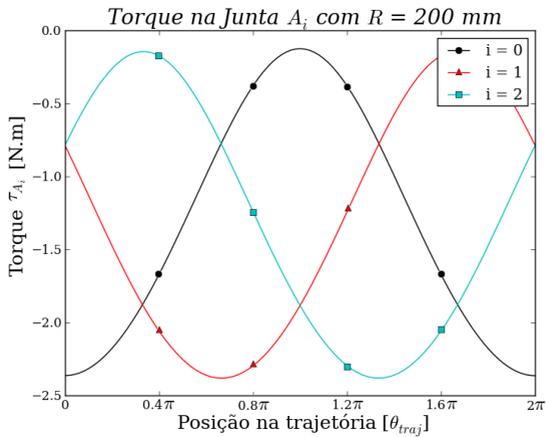


Figura 19: Torque τ_{A_i} na junta A para a perna i , aplicando F_1 no efetuador final com $R = 200$ mm

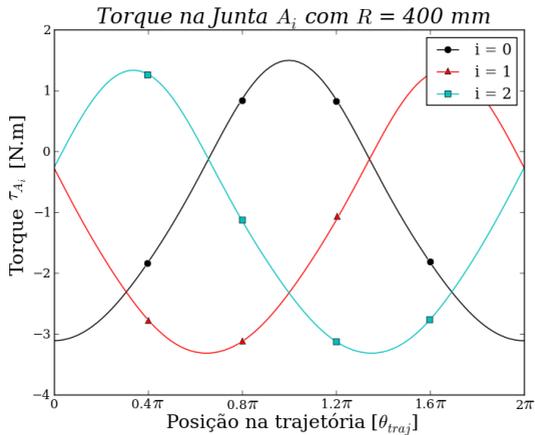


Figura 20: Torque τ_{A_i} na junta A para a perna i , aplicando F_1 no efetuador final com $R = 400$ mm

As Figuras 21 e 22 apresentam gráficos dos torques na junta A de cada perna em função da posição nos eixos x e y do efetuador final, considerando $R = 200$ mm e $R = 400$ mm, respectivamente.

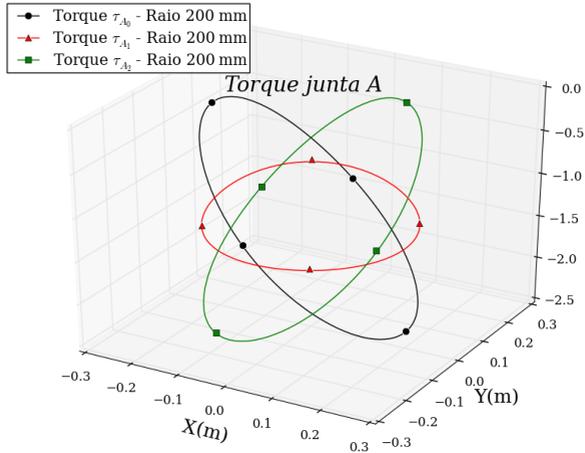


Figura 21: Torque τ_{A_i} em função da posição (x, y) na junta A para a perna i , aplicando F_1 no efetuador final com $R = 200$ mm

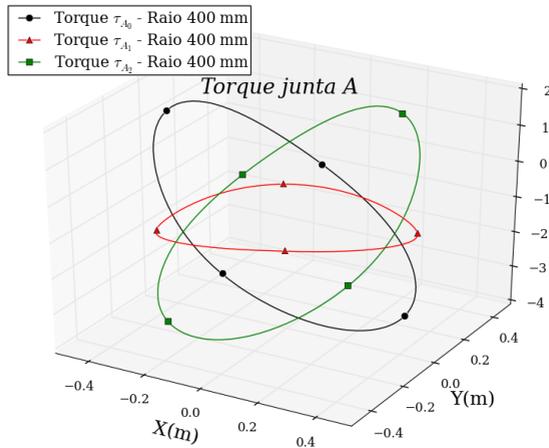


Figura 22: Torque τ_{A_i} em função da posição (x, y) na junta A para a perna i , aplicando F_1 no efetuador final com $R = 400$ mm

Ainda considerando a altura $H = -900$ mm, foi aplicada a força F_2 . Neste caso, apresentado na Figura 23 e na Figura 24, respectivamente para $R = 200$ mm e $R = 400$ mm. Pode-se observar que a simetria dos torques ocorre apenas entre as pernas 1 e 2, pois a força aplicada no efetuador final

está alinhada com a perna 0.

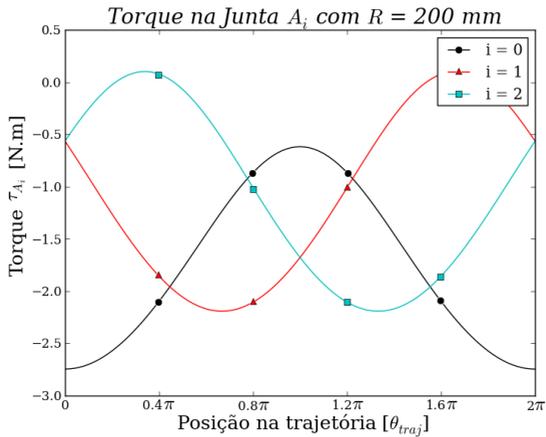


Figura 23: Torque τ_{A_i} na junta A para a perna i , aplicando F_2 no efetuador final com $R = 200$ mm

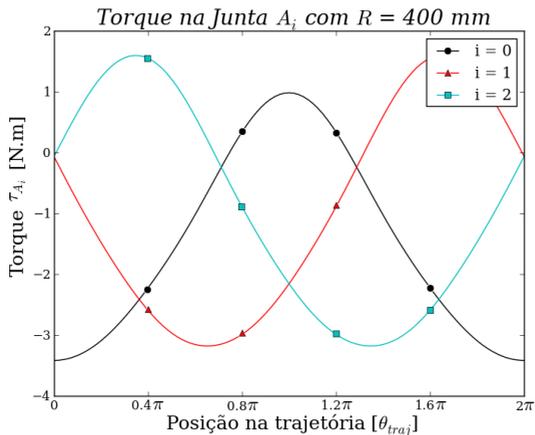


Figura 24: Torque τ_{A_i} na junta A para a perna i , aplicando F_2 no efetuador final com $R = 400$ mm

A Figura 25 e Figura 26 apresentam gráficos dos torques na junta A de cada perna em função da posição nos eixos x e y do efetuador final, conside-

rando $R = 200 \text{ mm}$ e $R = 400 \text{ mm}$, respectivamente.

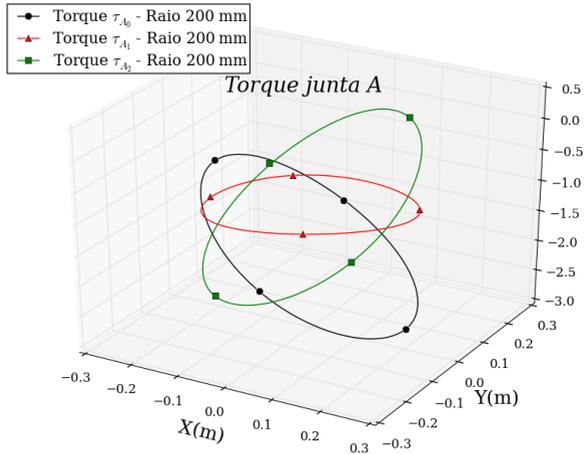


Figura 25: Torque τ_{A_i} em função da posição (x,y) na junta A para a perna i , aplicando F_1 no efetuador final com $R = 200 \text{ mm}$

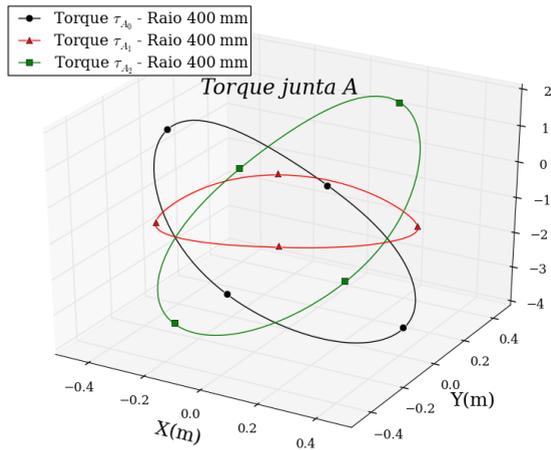


Figura 26: Torque τ_{A_i} em função da posição (x,y) na junta A para a perna i , aplicando F_1 no efetuador final com $R = 400 \text{ mm}$

A análise também foi feita para as alturas $H = -1000 \text{ mm}$ e $H = -1100 \text{ mm}$, porém não é apresentada neste texto devido à grande semelhança

com os resultados demonstrados, apenas com diferenças em suas amplitudes.

4.2.2 Experimento com trajetória linear

O segundo experimento foi uma trajetória linear, definida com três movimentos retilíneos, primeiramente na direção do eixo z , depois na direção do eixo x e por fim na direção do eixo y . Em cada uma das direções houve um deslocamento de 100 mm na plataforma móvel do robô. Os seguimentos da trajetória são definidos na Tabela 5 e apresentados na Figura 27. É importante ressaltar que a velocidade em cada segmento é constante.

Tabela 5: Trajetória da plataforma móvel do FlexPickerTM

Tempo	Posição (x,y,z)
0	$P_1 (0, 0, -900)$
3	$P_2 (0, 0, -1000)$
6	$P_3 (100, 0, -1000)$
9	$P_4 (100, 100, -1000)$
10	$P_4 (100, 100, -1000)$

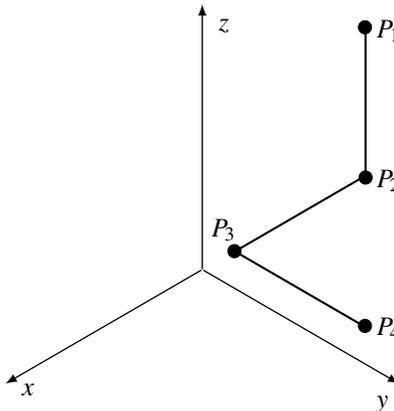


Figura 27: Trajetória linear descrita pelo ponto central da plataforma móvel

Nas Figuras 28, 29 e 30 são apresentadas, respectivamente, o ângulo de giro das juntas A das pernas 0, 1 e 2 para a trajetória linear.

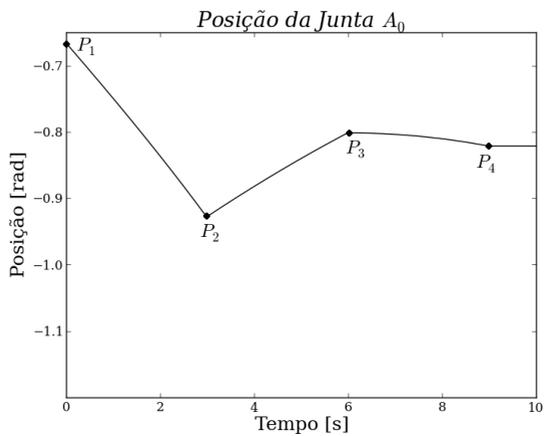


Figura 28: Ângulo de giro θ_{A_0} da junta A para a perna 0

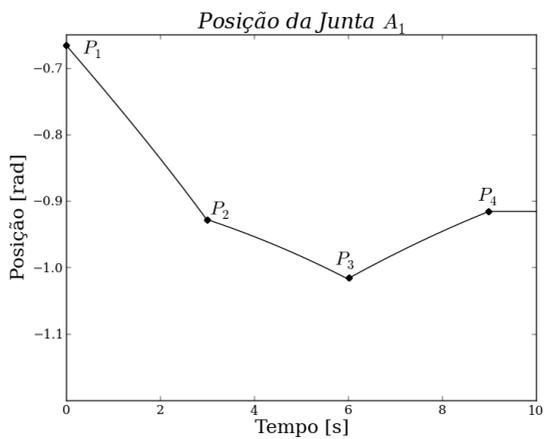


Figura 29: Ângulo de giro θ_{A_1} da junta A para a perna 1

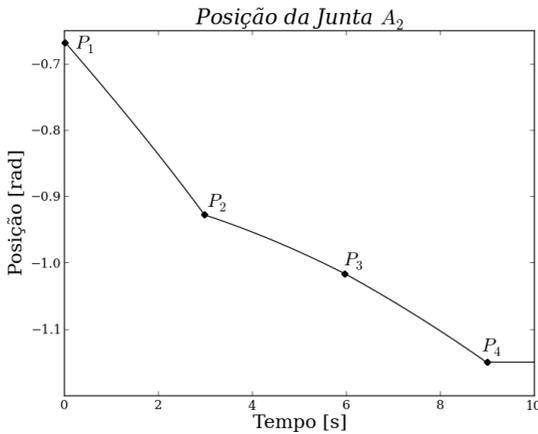


Figura 30: Ângulo de giro θ_{A_2} da junta A para a perna 2

Pode-se observar que as pernas 0, 1 e 2 no primeiro segmento, entre 0s e 3s, com o robô na origem do plano xy e a movimentação na direção do eixo z nesse ponto faz com que as pernas possuam a mesma movimentação. No segundo segmento, entre 3s e 6s, as pernas 1 e 2 possuem a mesma movimentação enquanto a perna 0 se move de forma diferente, isso porque na direção do eixo x , há uma simetria entre as pernas 1 e 2. No terceiro segmento, entre 6s e 9s, ocorre o movimento na direção y , onde não há simetrias no movimento.

A Figura 31 apresenta a aplicação da força F_1 na trajetória linear. Na aplicação da força F_1 no primeiro segmento de trajetória, os torques aplicados pelos motores são de mesma intensidade, pois todas as pernas estão posicionadas de maneira semelhante e é aplicada uma força simétrica. Assim como ocorre na movimentação, no segundo segmento, somente as pernas 1 e 2 mantêm a semelhança no torque. No terceiro segmento, cada perna apresenta um torque diferente, pois não estão alinhadas.

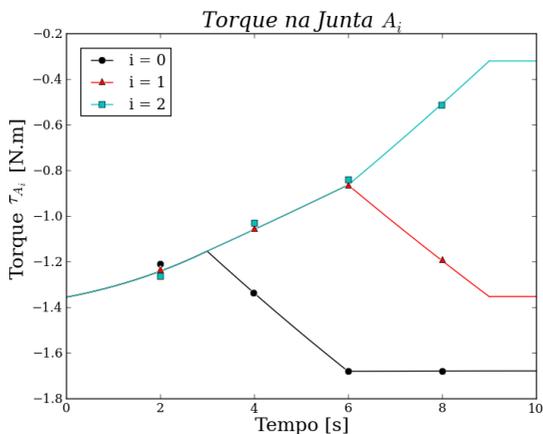


Figura 31: Torque τ_{A_i} na junta A para perna i , aplicando F_1 no efetuador final

A Figura 32 apresenta a aplicação da força F_2 na trajetória linear. Com a adição de uma componente de força na direção do eixo x que ocorre na força F_2 em relação à F_1 , em nenhum momento o valor do torque da perna 0 coincide com os demais. Porém, como a direção x coincide com a movimentação gerada pela perna 0, as pernas 1 e 2 mantêm o mesmo valor de torque no primeiro e segundo segmento, ou seja, entre 0s e 6s.

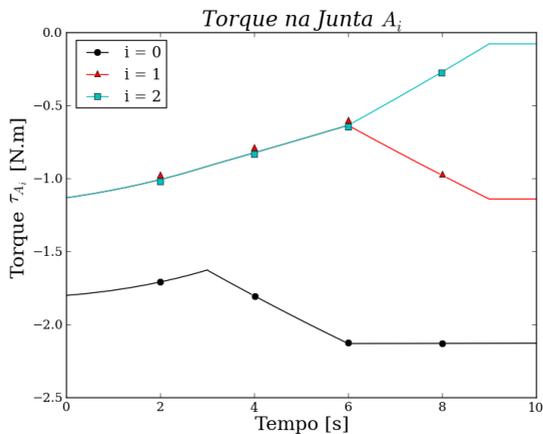


Figura 32: Torque τ_{A_i} na junta A para a perna i , aplicando F_2 no efetuador final

4.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresentou o robô paralelo espacial analisado neste trabalho, o ABB IRB 360 FlexPickerTM. Para esse robô foi desenvolvido o modelo estático usando o método de Davies e teoria dos helicoides. Por se tratar de um robô com simetria entre suas 3 pernas, o modelo foi feito de forma simplificada para uma perna genérica. A partir do modelo desta perna genérica foi modelado o FlexPickerTM como um todo.

O modelo desenvolvido foi aplicado no *framework* STF para realizar uma análise estática no espaço de trabalho deste robô. Foram definidos dois experimentos, sendo que o primeiro o centro da plataforma móvel seguiria trajetórias circulares, no segundo o centro da plataforma deveria seguir trajetórias lineares. Para cada experimento foram aplicadas duas forças distintas na plataforma móvel. Os resultados foram apresentados em forma de gráficos do torque gerado por cada motor de acionamento das pernas em relação ao tempo. Apesar dos gráficos apresentarem apenas os torques das juntas ativas, os dados disponíveis incluem forças e momentos de cada acoplamento do robô. Esses outros dados podem ser conferidos no Anexo A.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou o desenvolvimento de um módulo para uma ferramenta computacional já existente, visando contribuir para modelagem e análise do problema de estática para mecanismos e robôs. Para tanto foi necessária uma revisão bibliográfica, apresentada no Capítulo 2, com os conceitos básicos para o entendimento da utilização e funcionamento desta ferramenta.

Foi apresentada a teoria de helicoides focando na sua aplicação no método de Davies. Também foi apresentada a teoria de grafos, porém de forma sucinta e focando na análise de mecanismos. Trata-se de uma ferramenta matemática já bem definida que possui diversos algoritmos. Utilizando a teoria de helicoides e teoria de grafos, através da adaptação das Leis de Kirchhoff, foi apresentado o método de Davies para estática de mecanismos e robôs. No mesmo capítulo, foi apresentado o conceito de cadeias virtuais de Assur, que complementam o método de Davies de forma a expandir sua aplicabilidade.

Também foi apresentada a implementação do módulo para modelagem estática, proposto neste trabalho, incorporado ao *framework* KAST. A modelagem do módulo foi desenvolvida através de um diagrama de classes, para mostrar a estrutura final do *framework* como um todo, além de realçar as classes modificadas. Para documentar a utilização desse novo módulo, foi utilizado um exemplo da literatura básica em estática, descrevendo cada uma das etapas necessárias para a modelagem estática e como as informações devem ser fornecidas à ferramenta. Esse exemplo também contribuiu para a validação da ferramenta utilizando um exemplo em três dimensões. Além da obtenção do mesmo resultado que técnicas tradicionais, o método de Davies dispõe de resultados mais detalhados, como pode ser visto ao final da Seção 3.3. Uma explicação mais detalhada de como utilizar o STF pode ser encontrada no Apêndice B.

Foi realizada uma análise em um robô paralelo espacial o ABB IRB 360 FlexPickerTM. Para esse robô foi desenvolvido o modelo estático usando o método de Davies e a teoria dos helicoides. O modelo desenvolvido foi aplicado no *framework* STF para realizar uma análise estática no espaço de trabalho deste robô. Foram definidos dois experimentos, um com trajetórias circulares e outro com trajetórias lineares para avaliar diferentes comportamentos e identificar as simetrias do robô. Os resultados foram apresentados em forma de gráficos do torque gerado por cada motor de acionamento das pernas em relação ao tempo. Apesar dos gráficos apresentarem apenas os torques das juntas ativas, os dados disponíveis incluem forças e momentos de

cada acoplamento do robô. Esses dados podem ser conferidos no Apêndice A.

Com os resultados obtidos mostrou-se que o STF é válido na modelagem estática, pois foi validado no exemplo didático da Seção 3.3 e depois aplicado em um robô espacial paralelo reconhecidamente complexo no Capítulo 4.

Uma das vantagens proporcionadas pela utilização do *framework* STF é não ser preciso reimplementar todo o método de Davies para cada simulação, além do que a modelagem é facilitada, pois algumas etapas são realizadas automaticamente pela ferramenta. Como foi apresentado no Capítulo 3, o módulo desenvolvido pode ser utilizado em outras áreas além da robótica. Outra vantagem seria a utilização do método de Davies com resultados completos de todas as variáveis envolvidas sem acrescentar complexidade à modelagem.

Durante o desenvolvimento deste trabalho foi possível atender ao objetivo geral e aos objetivos específicos propostos. O primeiro e segundo objetivos específicos foram contemplados no Capítulo 3, com a implementação e validação da ferramenta. O terceiro e quarto objetivos específicos foram atendidos no Capítulo 4 com a modelagem do robô, aplicação na ferramenta e análise do comportamento estático no espaço de trabalho.

5.1 TRABALHOS FUTUROS

A partir do desenvolvimento e resultados obtidos nesta dissertação, outros trabalhos podem ser desenvolvidos, como por exemplo:

- Desenvolver um módulo para modelagem cinetoestática;
- Desenvolver um módulo para modelagem dinâmica e sua análise;
- Desenvolver uma interface gráfica para a definição de robôs, trajetórias e simulações de forma integrada; e
- Aplicar o módulo para modelagem de estruturas complexas;
- Validação completa do software.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABB. *Product Manual - IRB 360*. Västeras, 2008.
- BALL, R. S. *A Treatise on the Theory of Screws*. Cambridge: Cambridge University Press, 1900.
- BARANOV, G. G. *Curso de la Teoría de Mecanismos y Máquinas*. Moscow: Editorial Mir, 1985.
- BOAVENTURA, P. O. *Grafos: Teoria, Modelos, Algoritmos*. São Paulo: Editora Blucher, 2006.
- CAMPOS, A. A. *Cinemática diferencial de manipuladores empregando cadeias virtuais*. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Março 2004.
- CAMPOS, A. A.; GUENTHER, R.; MARTINS, D. Differential kinematics of serial manipulators using virtual chains. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 27, n. 4, p. 345–356, 2005.
- CARBONI, A. P. *Análise estrutural de cadeias cinemáticas planas e espaciais*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Santa Catarina, Fevereiro 2008.
- CAZANGI, H. R. *Aplicação do Método de Davies para Análise Cinemática e Estática de Mecanismos de Múltiplos Graus de Liberdade*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Santa Catarina, Junho 2008.
- Coppelia Robotics. *Coppelia Robotics v-rep: Create. Compose. Simulate. Any Robot*. 2013. <<http://goo.gl/5sp8p>>. Acessado em 02 mai. 2013.
- CRUZ, F. B. C. *Modelagem, controle e emprego de robôs em processos de usinagem*. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.
- DAVIDSON, J.; HUNT, K. *Robots and SCREW Theory: Applications of Kinematics and Statics to Robotics*. [S.l.]: Oxford University Press, Incorporated, 2004.
- DAVIES, T. Freedom and constraint in coupling networks. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Professional Engineering Publishing, v. 220, p. 989–1010, 2006.

DAVIES, T. H. Kirchhoff's circulation law applied to multi-loop kinematic chains. *Mechanism and Machine Theory*, v. 16, p. 171–183, 1981.

DAVIES, T. H. Mechanical networks - iii: Wrenches on circuit screws. *Mechanism and Machine Theory*, v. 18, p. 107–112, 1983.

DAVIES, T. H. Couplings, coupling networks and their graphs. *Mechanism and Machine Theory*, v. 30, n. 7, p. 991–1000, 1995.

DIANKOV, R. *Automated Construction of Robotics Manipulation Programs*. Tese (PhD Thesis) — Carnegie Mellon University, Pittsburgh, Agosto 2010.

DIANKOV, R. *OpenRAVE — Home*. 2013. <<http://openrave.org/>>. Acessado em 02 mai. 2013.

ERTHAL, J. L. *Modelo cinestático para análise de rolagem em veículos*. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

Free Software Foundation. *What is free software and why is it so important for society?* 2013. <<http://goo.gl/EBWcC>>. Acessado em 09 mai. 2013.

HIBBELER, R. *Estática: mecânica para engenharia*. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 1999.

HUNT, K. H. Don't cross-thread the screw. In: HUNT, K. H. (Ed.). *Ball 2000 Conference*. Trinity College: Cambridge University Press, 2000. p. 1–37.

ISO Standard. 8373: 1994. *Manipulating Industrial Robots—Vocabulary*, 1994.

LAW, A.; KELTON, W. *Simulation modeling and analysis*. Michigan: McGraw-Hill, 2000. (McGraw-Hill series in industrial engineering and management science).

MARTINS, D. *Análise cinemática hierárquica de robôs manipuladores*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Fevereiro 2002.

MEJIA, L. *Otimização da capacidade de carga de um manipulador paralelo 3RRR simétrico em trajetórias com contato*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Santa Catarina, Fevereiro 2012.

MORRISON, A. *Optimal dimensional synthesis of planar parallel manipulators with respect to workspaces*. Dissertação (Mestrado) — University of Pretoria, 2003.

NETWORKX. *Overview - NetworkX*. 2012. <<http://networkx.github.com/>>. Acessado em 12 dez. 2012.

Open Source Robotics Foundation. *Overview - Gazebo*. 2013. <<http://goo.gl/qIDjl>>. Acessado em 02 mai. 2013.

PYTHON.ORG. *Python Programming Language - Official Website*. 2012. <<http://www.python.org>>. Acessado em 12 dez. 2012.

ROCHA, C. R. *Planejamento de movimento de sistemas robóticos de intervenção subaquática baseado na teoria dos helicoides*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Abril 2012.

ROCHA, C. R.; TONETTO, C.; DIAS, A. A framework for kinematic modeling of cooperative robotic systems based on screw theory. In: UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE. *Proceedings of the 21th International Congress of Mechanical Engineering - COBEM 2011*. Natal, 2011.

RÉSHETOV, L. *Mecanismos auto-alineadores*. Moscow: Editorial Mir, 1988.

SCIAVICCO, L.; SICILIANO, B. *Modelling and Control of Robot Manipulators*. London: Springer, 2004. (Advanced Textbooks in Control and Signal Processing).

SCIPY.ORG. *Scipy*. 2012. <<http://www.scipy.org>>. Acessado em 12 dez. 2012.

SHAI, O.; PREISS, K. Graph theory representations of engineering systems and their embedded knowledge. *Artificial Intelligence in Engineering*, v. 13, p. 273–285, 1999.

SIMAS, H. *Planejamento de trajetórias e evitamento de colisão em tarefas de manipuladores redundantes operando em ambientes confinados*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Fevereiro 2008.

Software Livre Brasil. *O que é? - PSL Brasil Software Livre Brasil*. 2013. <<http://goo.gl/T42el>>. Acessado em 09 mai. 2013.

TSAI, L. *Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*. Maryland: Wiley, 1999.

W3C. *Extensible Markup Language(XML)*. 2013. <<http://www.scipy.org>>. Acessado em 15 jan. 2013.

WEIHMANN, L. *Modelagem e otimização de forças e torques aplicados por robôs com redundância cinemática e de atuação em contato com o meio*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Agosto 2011.

WEST, D. B. *Introduction to Graph Theory*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1996.

APÊNDICE A – Resultados completos para uma perna do modelo do robô do tipo Delta

Este anexo apresenta os resultados completos para a perna 0 do robô, com todas as forças e momentos geradas em cada restrição.

Para esses resultados, foi utilizada a mesma trajetória linear da Subseção 4.2.2, considerando a F_1 (Equação (4.14)).

As Figuras 33, 34 e 35 apresentam as forças resultantes na junta A_0 , enquanto as Figuras 36 e 38 mostram os momentos resultantes na junta A_0 . A Figura 37 apresenta o torque gerado pelo acionamento.

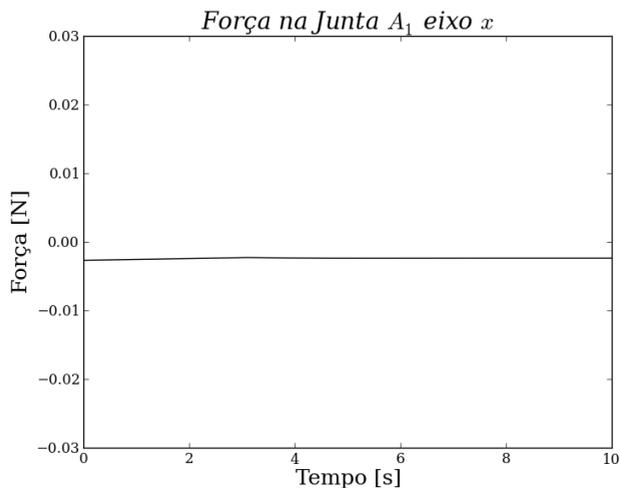


Figura 33: Força resultante na junta A_0 para a perna 0 no eixo x

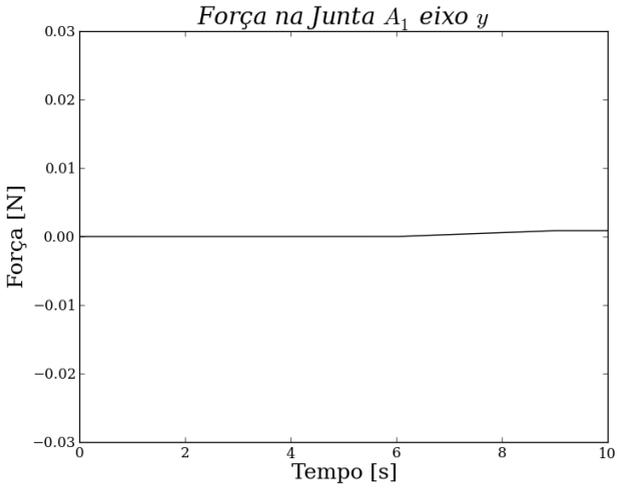


Figura 34: Força resultante na junta A_0 para a perna 0 no eixo y

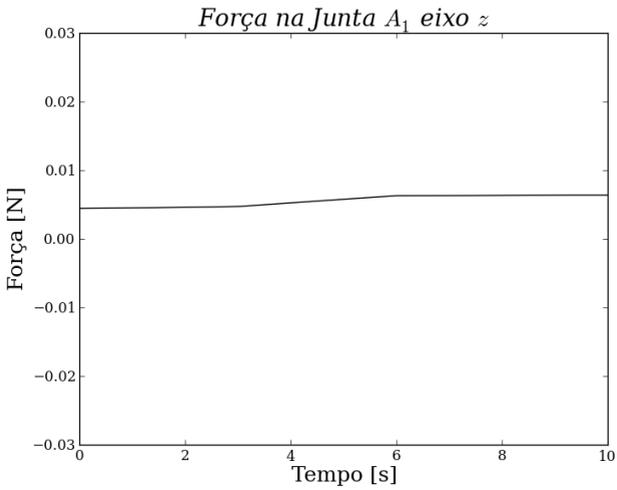


Figura 35: Força resultante na junta A_0 para a perna 0 no eixo z

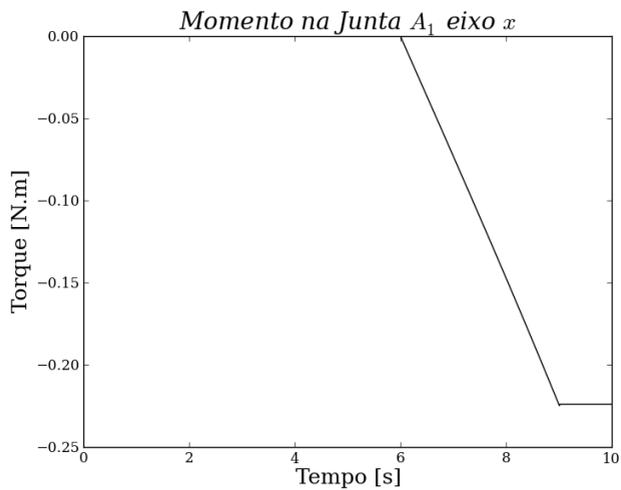


Figura 36: Momento resultante na junta A_0 para a perna 0 no eixo x

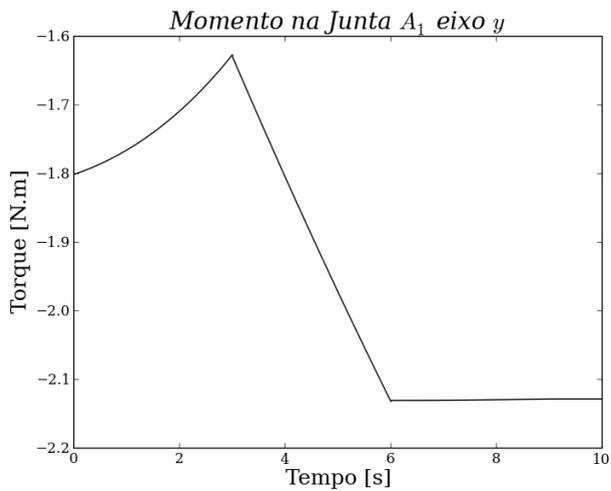


Figura 37: Torque gerado no acionamento da junta A_0 para a perna 0

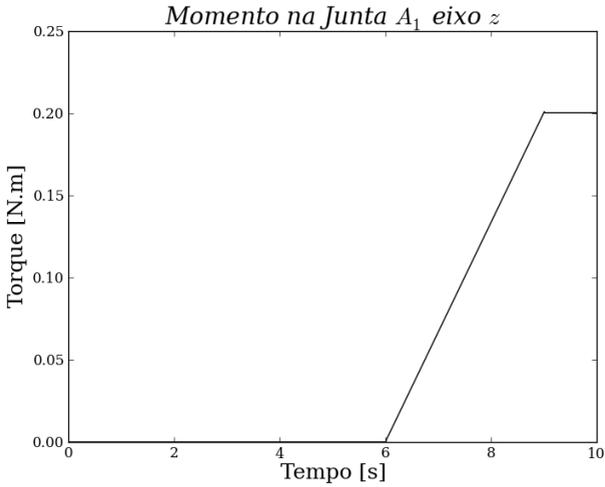


Figura 38: Momento resultante na junta A_0 para a perna 0 no eixo z

As Figuras 39, 40 e 41 apresentam as forças resultantes na junta B_0 , enquanto as Figuras 42 e 43 mostram os momentos resultantes na junta B_0 .

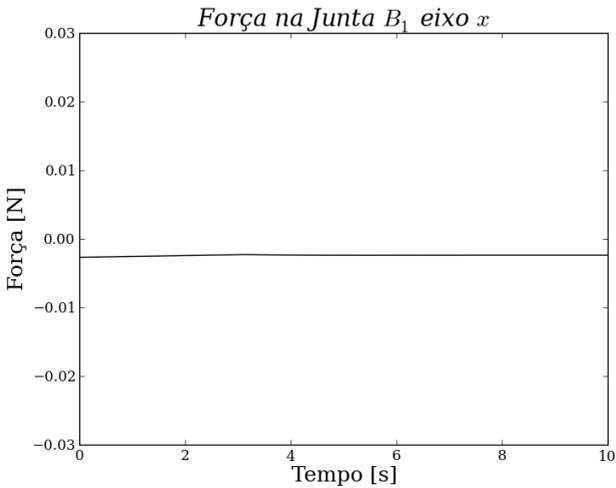


Figura 39: Força resultante na junta B_0 para a perna 0 no eixo x

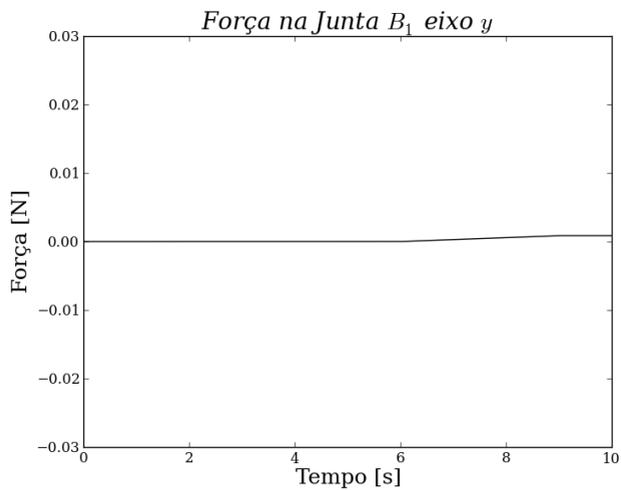


Figura 40: Força resultante na junta B_0 para a perna 0 no eixo y

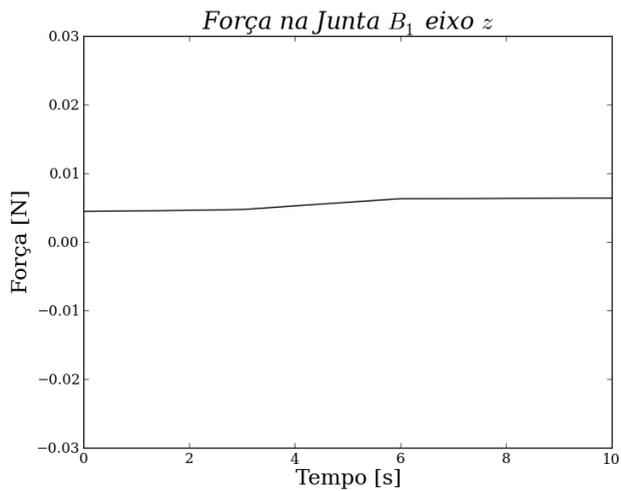


Figura 41: Força resultante na junta B_0 para a perna 0 no eixo z

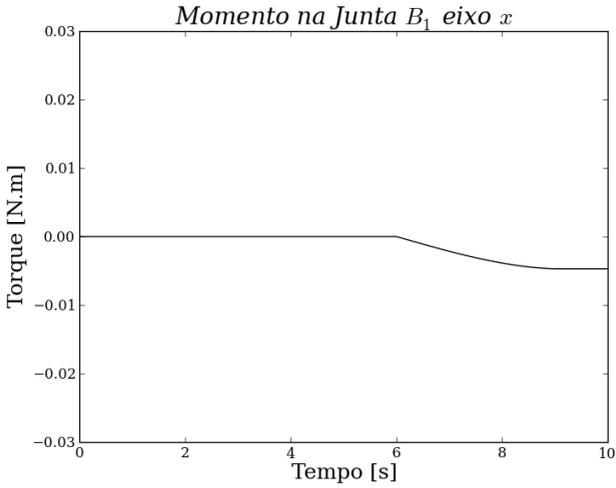


Figura 42: Momento resultante na junta B_0 para a perna 0 no eixo x

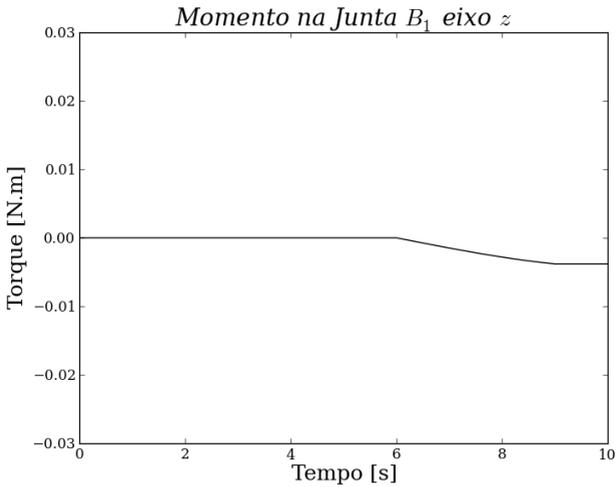


Figura 43: Momento resultante na junta B_0 para a perna 0 no eixo z

As Figuras 44, 45 e 46 apresentam as forças resultantes na junta C_{10} .
 As Figuras 47 e 48 mostram os momentos resultantes na junta C_{10} .

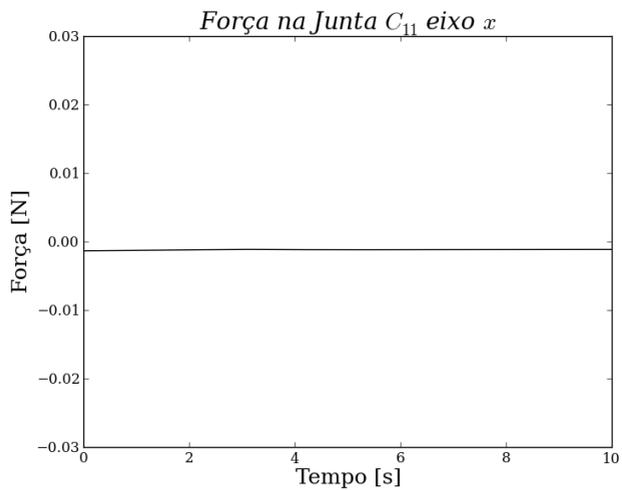


Figura 44: Força resultante na junta C_{10} para a perna 0 no eixo x

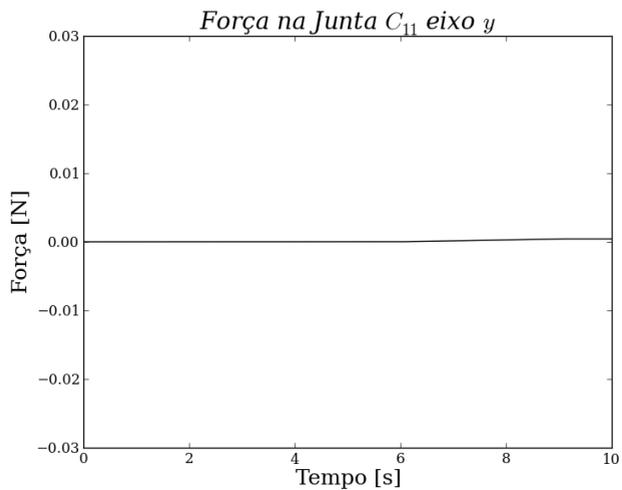


Figura 45: Força resultante na junta C_{10} para a perna 0 no eixo y

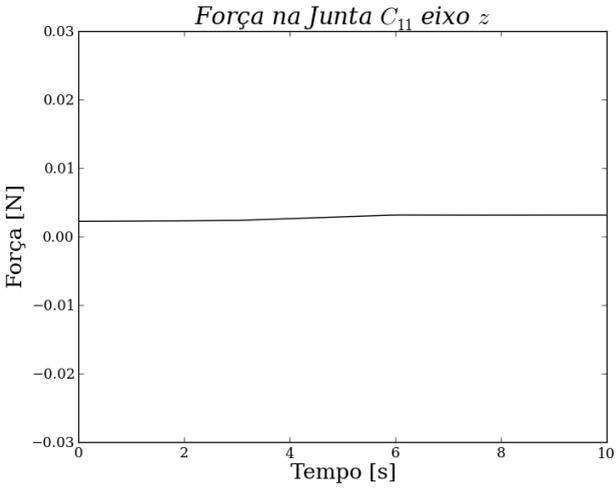


Figura 46: Força resultante na junta C₁₀ para a perna 0 no eixo z

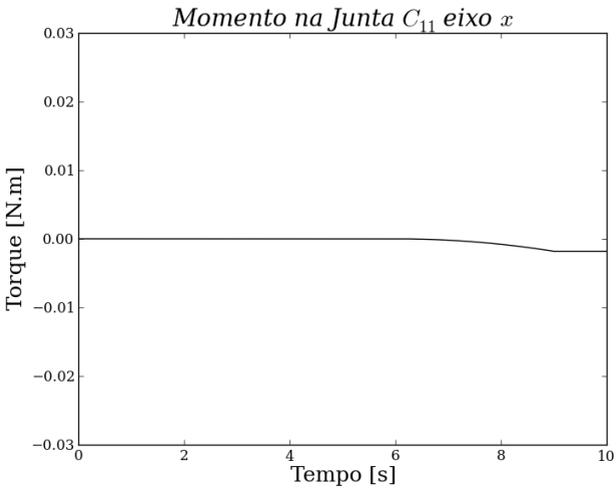


Figura 47: Momento resultante na junta C₁₀ para a perna 0 no eixo x

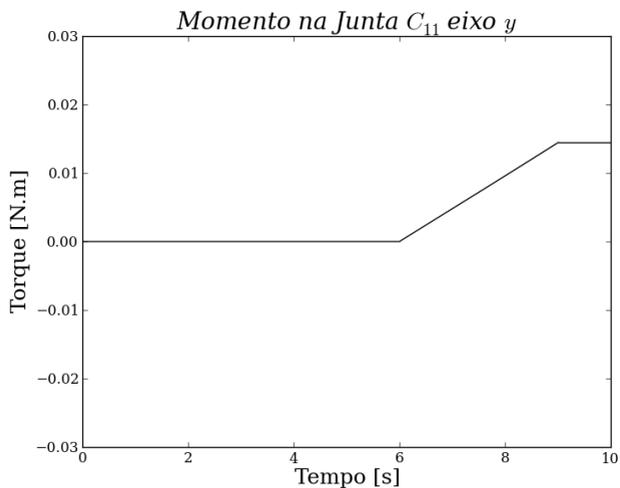


Figura 48: Momento resultante na junta C_{10} para a perna 0 no eixo y

As Figuras 49, 50 e 51 apresentam as forças resultantes na junta C_{20} , enquanto as Figuras 52 e 53 mostram os momentos resultantes na junta C_{20} .

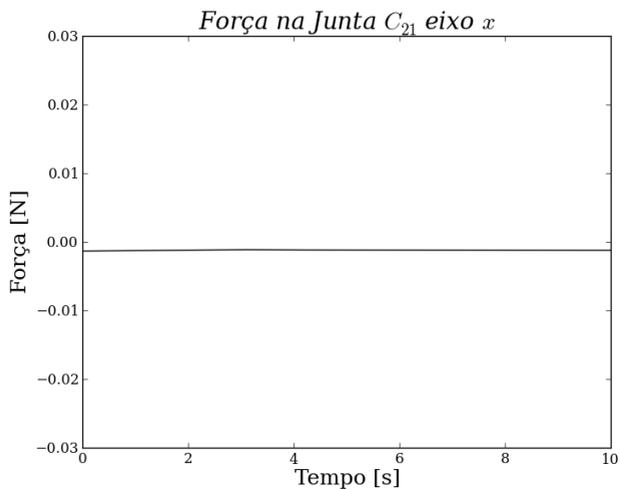
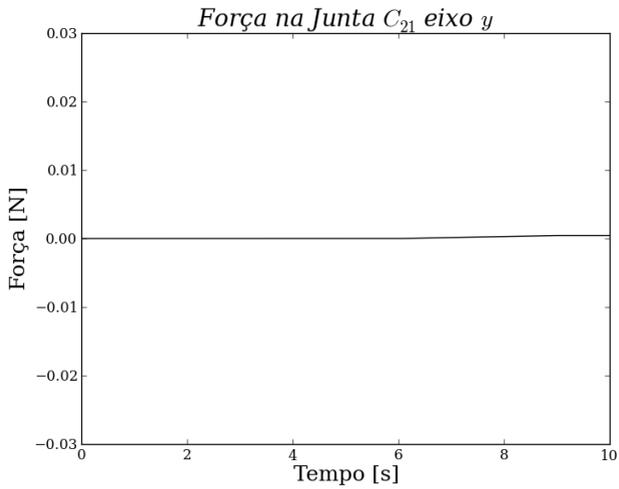
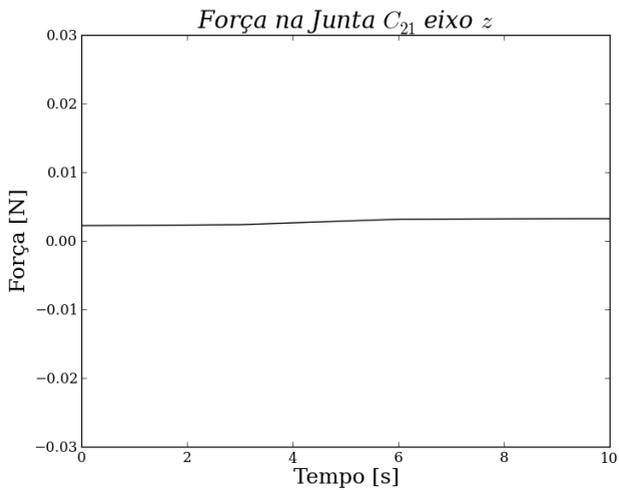


Figura 49: Força resultante na junta C_{20} para a perna 0 no eixo x

Figura 50: Força resultante na junta C_{20} para a perna 0 no eixo y Figura 51: Força resultante na junta C_{20} para a perna 0 no eixo z

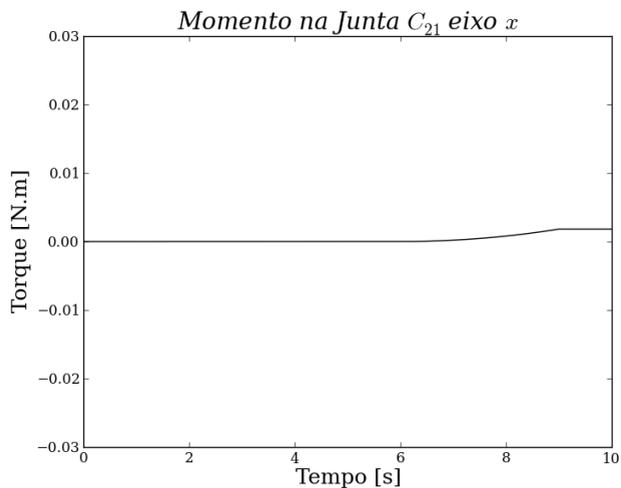


Figura 52: Momento resultante na junta C_{20} para a perna 0 no eixo x

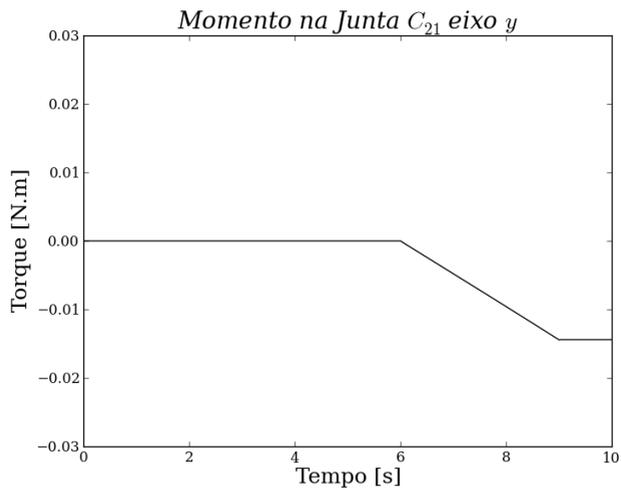


Figura 53: Momento resultante na junta C_{20} para a perna 0 no eixo z

As Figuras 54, 55 e 56 apresentam as forças resultantes na junta D_{10} .

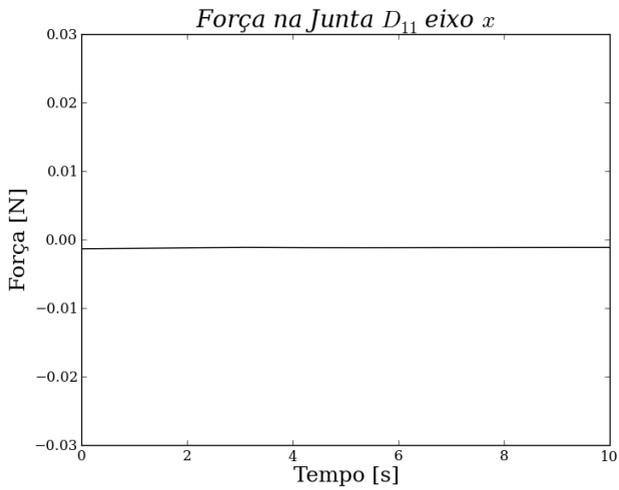


Figura 54: Força resultante na junta D_{10} para a perna 0 no eixo x

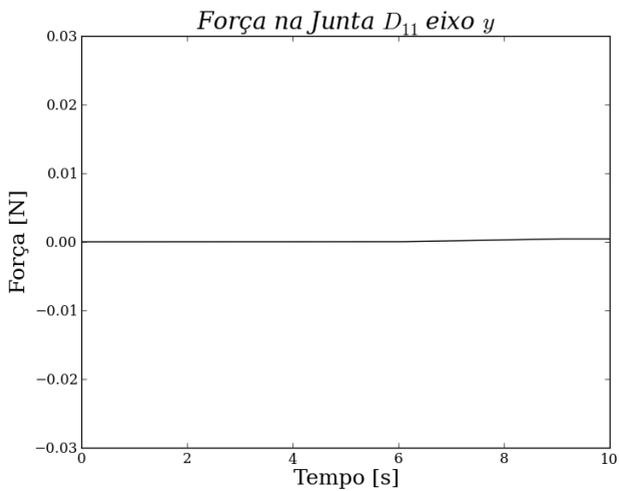


Figura 55: Força resultante na junta D_{10} para a perna 0 no eixo y

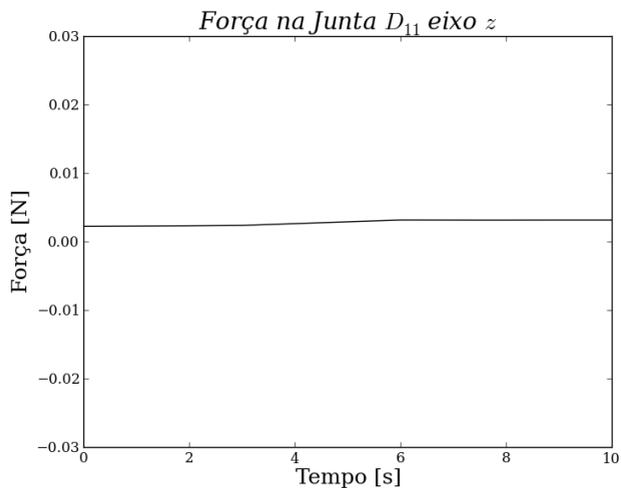


Figura 56: Força resultante na junta D_{10} para a perna 0 no eixo z

As Figuras 57, 58 e 59 apresentam as forças resultantes na junta D_{20} .

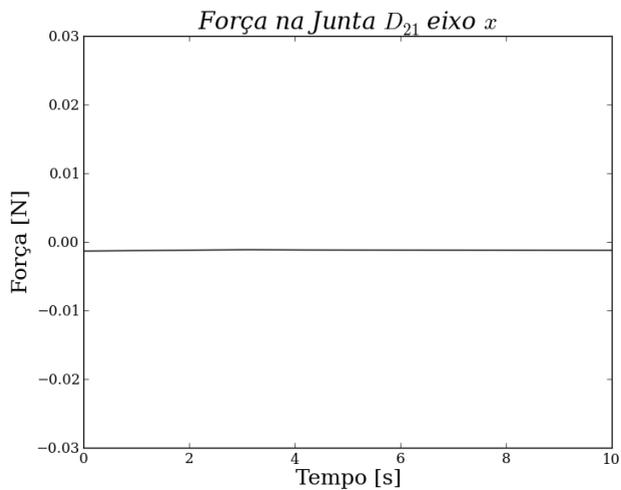


Figura 57: Força resultante na junta D_{20} para a perna 0 no eixo x

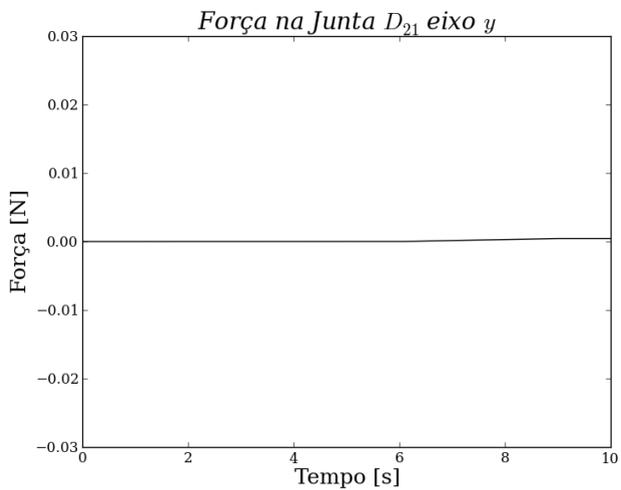


Figura 58: Força resultante na junta D_{20} para a perna 0 no eixo y

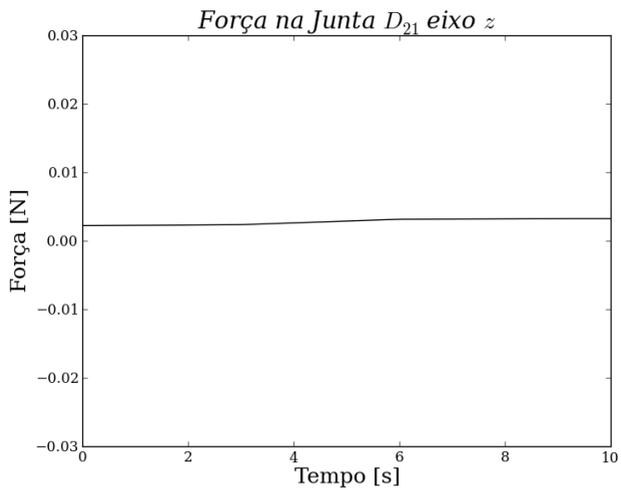


Figura 59: Força resultante na junta D_{20} para a perna 0 no eixo z

APÊNDICE B – Arquivo completo do exemplo de aplicação do STF

Esse apêndice tem como objetivo apresentar e detalhar o arquivo da estrutura analisada na Seção 3.3.

A Listagem 6 apresenta o início do arquivo XML. O elemento **KinematicChain** define a classe da estrutura (**class**), um identificador qualquer (**id**) e um nome qualquer (**name**). Para a versão atual do STF, o parâmetro **class** deve sempre possuir o valor **KCComposable**. Esse elemento é a base de todo o mecanismo, robô ou estrutura que será analisado.

O elemento **about** é apenas informativo, contendo informações de quem criou a estrutura, um número de versão e o estado do desenvolvimento.

```

1: <KinematicChain class="KCComposable"
2: id="42" name="Plataforma3D">
3: <about author="Marcos Reis"
4: email="academico@marcosgreis.com" status="final"
5: version="13/09/2012" />

```

Listagem 6: Cabeçalho do arquivo XML

Na Listagem 7 é escolhido o sistema de helicoides em que a estrutura pertence. Nesse exemplo, a estrutura está no sistema espacial. As possíveis opções para esse elemento são:

- **spatial**: sistema 6 geral;
- **xy_plane**: sistema planar em xy ;
- **xz_plane**: sistema planar em xz ;
- **yz_plane**: sistema planar em yz .

```

6: <screwsystem>spatial</screwsystem>

```

Listagem 7: Escolha do sistema de helicoides no arquivo XML

A Listagem 8 apresenta como deve ser feita a escolha das variáveis primárias e secundárias do sistema de equações. O atributo **type** com valor **static**¹ indica que este é referente à estática. O valor de **partitioning** é um vetor com o tamanho igual ao número de variáveis, definidas na Etapa (1.a). Cada dígito indica se a variável é primária (valor 1) ou secundária (valor 0). Observando também a Listagem 9, observa-se que somente a variável "P" é primária.

¹Se refere ao valor alfanumérico da variável, não significando um modificador de tipo.

```
7: <partitioning type="static">
8: 0 0 0 0 0 1
9: </partitioning>
```

Listagem 8: Definição do particionamento no arquivo XML

Na Listagem 9 são definidas as variáveis necessárias para a descrição do estado da estrutura. O atributo **type** do elemento **state** indica se as variáveis definidas em seu interior são da cinemática (*kinematic*) ou da estática (*static*). O atributo **name** do elemento **var** corresponde ao nome da variável que será utilizado no restante do arquivo XML. O elemento **var** possui três colunas, sendo que o primeiro é o módulo da força, o restante está reservado para desenvolvimentos futuros.

As variáveis A_x , A_y e A_z correspondem, respectivamente, às ações A_x , A_y e A_z no ponto A . A variável F_{bd} é relativa a tração F_{BD} do cabo BD e F_{ec} corresponde a tração F_{EC} do cabo EC . A força peso P é representada pela variável P .

```
10: <states>
11: <state type="static">
12: <var name="Ax">0.0 0.0 0.0</var>
13: <var name="Ay">0.0 0.0 0.0</var>
14: <var name="Az">0.0 0.0 0.0</var>
15: <var name="Fbd">0.0 0.0 0.0</var>
16: <var name="Fec">0.0 0.0 0.0</var>
17: <var name="P">1350.0 0.0 0.0</var>
18: </state>
19: </states>
```

Listagem 9: Descrição das variáveis no arquivo XML

Na Listagem 10 é apresentada a forma de representar dos elos que compõem a estrutura. Os atributos **id** e **name** do elemento **Link** correspondem a identificadores desse elemento no decorrer do arquivo XML, sendo que o primeiro deve ser numérico e o segundo pode ser alfanumérico. O atributo **base** indica que dado elo é a base do mecanismo.

As Listagens 11 e 12 apresenta o elemento **constraints**, que é uma lista de restrições. Cada restrição é um elemento **Constraint** que representa uma restrição unitária. Cada elemento e seus atributos descritos no XML acima são detalhados a seguir.

```

20: <links>
21: <Link id="0" name="parede" parede="yes" />
22: <Link id="1" name="cartaz" />
23: </links>

```

Listagem 10: Descrição dos elos no arquivo XML

Elemento Constraint: os atributos **id** e **name** são equivalentes aos mesmos atributos do elemento **Link** explicado anteriormente. O atributo **type** indica se a respectiva restrição se refere a uma restrição de translação (**translational**) ou de rotação (**rotational**). O atributo **var** é a variável que corresponde à magnitude de tal restrição, sendo as variáveis apresentadas na Listagem 9.

Elemento components: o valor desse elemento corresponde à heliforça normalizada;

Elemento linkfrom: o valor desse elemento corresponde ao vértice de origem da aresta do grafo de acoplamentos G_C . Os possíveis valores são apresentados na Listagem 10.

Elemento linkto: o valor desse elemento corresponde ao vértice destino da aresta do grafo de acoplamentos G_C . Os possíveis valores são apresentados na Listagem 10.

```

24: <constraints>
25: <Constraint id="100" name="e1100"
26: type="translational" var="Ax">
27: <components>0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0</components>
28: <linkfrom>parede</linkfrom>
29: <linkto>cartaz</linkto>
30: </Constraint>

```

Listagem 11: Descrição das restrições no arquivo XML (Parte 1)

```
31: <Constraint id="101" name="e1101"
32: type="translational" var="Ay">
33: <components>0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0</components>
34: <linkfrom>parede</linkfrom>
35: <linkto>cartaz</linkto>
36: </Constraint>
37: <Constraint id="102" name="e1102"
38: type="translational" var="Az">
39: <components>0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0</components>
40: <linkfrom>parede</linkfrom>
41: <linkto>cartaz</linkto>
42: </Constraint>
43: <Constraint id="103" name="e1103"
44: type="translational" var="Fbd">
45: <components>0.0 1.6 0.8
46: -0.6667 0.3333 -0.6667</components>
47: <linkfrom>parede</linkfrom>
48: <linkto>cartaz</linkto>
49: </Constraint>
50: <Constraint id="104" name="e1104"
51: type="translational" var="Fec">
52: <components>0.0 -0.5143 0.7714
53: -0.8571 0.4286 0.2857</components>
54: <linkfrom>parede</linkfrom>
55: <linkto>cartaz</linkto>
56: </Constraint>
57: <Constraint id="105" name="e1105"
58: type="translational" var="P">
59: <components>0.0 0.0 -1.2
60: 0.0 -1.0 0.0</components>
61: <linkfrom>parede</linkfrom>
62: <linkto>cartaz</linkto>
63: </Constraint>
64: </constraints>
```

Listagem 12: Descrição das restrições no arquivo XML (Parte 2)

A Listagem 13 apresenta a finalização da definição da estrutura.

```
65:</KinematicChain>
```

Listagem 13: Finalização do arquivo XML

Com esse arquivo completo é possível obter os mesmos resultados apresentados na Tabela 2 ao final da Seção 3.3.