

Léo Santana Pires

**PREDIÇÃO DE DECORRELAÇÃO TURBULENTA EM ARRAY
DE MICROFONES EM MEIO TURBULENTO**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Mecânica.
Orientador: Prof. Dr Samir N. Y. Gerges.

Florianópolis
2013

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Pires, Léo Santana
PREDIÇÃO DE DECORRELAÇÃO TURBULENTA EM ARRAY DE
MICROFONES EM MEIO TURBULENTO / Léo Santana Pires ;
orientador, Samir Gerges - Florianópolis, SC, 2013.
132 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica.

Inclui referências

1. Engenharia Mecânica. 2. Array de microfones. 3.
Beamforming. 4. Turbulencia. 5. Aerocústica. I. Gerges,
Samir. II. Universidade Federal de Santa Catarina.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

Léo Santana Pires

**PREDIÇÃO DE DECORRELAÇÃO TURBULENTA EM ARRAY
DE MICROFONES EM MEIO TURBULENTO**

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de Doutor e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis, 29 de Agosto de 2013.

Prof. Júlio Cesar Passos, Dr.
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

Prof. Samir N. Y. Gerges, Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Fernando Catalano, Dr.
Universidade de São Paulo

Carlos Roberto Ilário da Silva, Dr.
Embraer S.A.

Prof. Cesar J. Deschamps, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Arcanjo Lenzi, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Júlio Cordioli, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Este trabalho é dedicado à Arthur
Faccioli Pires.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de prestar meus sinceros agradecimentos à todos que, direta ou indiretamente contribuíram para o desenvolvimento desta tese.

À toda minha família pela paciência;

Agradeço ao Professor Samir Gerges, pela sua grande orientação na busca dos caminhos adequados para que este trabalho fosse desenvolvido;

Ao Professor Mitsuro Kurosaka, do Departamento de Aeronáutica e Astronáutica da Universidade de Washington pela acolha durante os doze meses que lá permaneci, assim como às secretárias;

Ao Dr. Robert Dougherty e à OptNav, pela co-orientação direta e paciência, sem a qual este trabalho não teria sido desenvolvido;

Ao Laboratório de Aerodinâmica da NASA AMES Research Center, ao Dr. Clifton Horne, ao Dr. Kurt Long e ao Dr. Stephen Schery, por abrir as portas daquele centro e pela disponibilização dos dados de fio quente e acústico;

Aos estagiários de verão da NASA AMES Center, Alex Babb e Bryan Constanza, pela obtenção e redução dos dados de fio quente e no auxílio na obtenção dos dados acústico com *array* de microfones;

Ao Professor Akira Ishimaru, do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade de Washington, autor do livro “**Wave Propagation and Scattering in Random Media**” por suas constantes recepções e ensinamentos;

À todos amigos e professores do LVA;

À CAPES pela bolsa de Doutorado.

A arte é a idéia da obra, a idéia que
existe sem matéria.

(Aristóteles, -322 AC)

RESUMO

O uso de *array* de microfones para medições acústicas em túneis de vento é conhecido por degradar os níveis de pressão sonora e a faixa dinâmica da imagem acústica, devido à decorrelação entre cada um dos pares de microfones no *array*, após a onda acústica ter cruzado a camada limite turbulenta do túnel de vento. Baseado no grande número de trabalhos de radiofísica, acústica subaquática e ciências atmosféricas, esta tese propõe o estudo de um modelo físico de propagação de onda em meio turbulento e sua solução estocástica, obtendo-se, como solução estocástica, os momentos estatísticos dos sinais da onda após esta ter se propagado através do meio turbulento. A equação parabólica para propagação da onda acústica é o modelo físico considerado, e a aproximação Markoviana é assumida para sua resolução estocástica. A coerência dos sinais entre cada par de microfones é considerada responsável pela decorrelação dos sinais; assim, a quantidade estatística a ser considerada na resolução estocástica da onda após esta ter cruzado a camada limite turbulenta é a coerência do *array*, e sua modelagem será considerada para a predição da decorrelação do *array* no meio turbulento. Medidas com anemômetro de fio quente em túneis de vento foram feitas e os parâmetros de turbulência medidos — tais como espessura de camada limite e intensidade de turbulência —, e, à partir de metodologias de análise propostas nesta tese, foram inseridos no modelo estudado para a obtenção dos resultados. Medições acústicas com *array* de microfones foram realizadas e a coerência dos sinais dos microfones foram comparadas com o modelo de predição desenvolvido. Comparações entre o modelo estudado e o medido com *array* de microfones apresentaram bons resultados e foram usadas para validar a metodologia. Modelos teóricos de correlação turbulenta — Gaussiana, de Vón Kármán e Kolmogorov — foram estudados e validados a partir do modelo físico desenvolvido.

Palavras-chave: *array* de Microfones. *Beamforming*. Turbulência. Predição. Aeroacústica.

ABSTRACT

The use of microphones array for acoustic measurements in wind tunnels is known to degrade the sound pressure levels and dynamic range of the acoustic image, due to the decorrelation between each pair of microphones, after the acoustic wave has crossed the turbulent boundary layer of the wind tunnel. Based on the large number of radiophysics, underwater acoustics and atmospheric sciences works, this thesis proposes the study of a physical model of wave propagation in turbulent medium and its stochastic solution, obtaining as solution the statistical momentum of the wave signal after it has propagated through the turbulent medium. The parabolic equation for acoustic wave propagation is considered and the Markov approximation is assumed for the stochastic solution of the wave. The signals' coherence between each pair of microphones is the amount considered responsible for the decorrelates the signals, so the statistic to be considered for the stochastic solution of the equation is the coherence of the wave after it has crossed the turbulent boundary layer. Hotwire measurements were made and the turbulence parameters, as boundary layer thickness, were inserted into the model. Acoustic phased array measurements were made and the results shown to agree with the predictions, validating the use of the model for wind tunnels conditions and assumptions. Gaussian, Vón Kármán and Kolmogorov theoretical turbulent models for correlation were studied and its results used to validate the kind of turbulent correlations of the wind tunnel.

Keywords: Microphones Array. Beamforming. Turbulence. Prediction, Aeroacoustic.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Função de abertura $W(k)$ esférica, resultando de uma abertura	37
Figura 2 – Abertura linear de comprimento D : a) com sua respectiva função de abertura e b) para $D=1$	37
Figura 3 – Abertura Circular de raio R : a) com sua respectiva função de abertura e b) para $R=2$	38
Figura 4 – Resolução de duas ondas planas de acordo com o critério de Rayleigh.	39
Figura 5 – Perfil de diretividade de <i>array</i> linear com 9 microfones para frequências de a) 1KHz, b) 2KHz e c) 4KHz.....	40
Figura 6 – Perfil de diretividade em 1 Khz de <i>array</i> linear para com: a) 2 microfones, b) 15 microfones e c) 20 microfones.....	40
Figura 7 – a) <i>Array</i> de microfone, com a direção focada em campo distante, e uma onda plana incidente na direção do foco; b) diagrama de sensibilidade direcional típico com o lóbulo principal na direção focal e lóbulos laterais nas outras direções.	42
Figura 8 – Princípio esquemático do <i>beamforming</i> de atraso e soma, em que o sinal dos transdutores é somado em fase e posteriormente normalizado pelo fator $1/M$	42
Figura 9 –Esquema da medida de um <i>array</i> mostrando a grade escaneada, a posição dos microfones e a onda propagante para uma única fonte monopolo.....	43
Figura 10 – Direcionamento da matriz para diferentes pontos da região de interesse k na grade escaneada.	45
Figura 11 –Resultado típico do <i>beamforming</i> de uma única fonte, mostrando o lóbulo principal, os lóbulos laterais e a largura de feixe em mapas 2D e 3D.....	46
Figura 12 – <i>Beamforming</i> de dados experimentais para uma única fonte para as frequências 5,2 KhZ e 6,1kHz: a) sem DR e b) com DR.	47
Figura 13 – Geometrias de <i>arrays</i> (gráfico superior) com suas respectivas imagens acústicas (gráfico inferior) para: a) geometria em cruz, b) geometria em grade e c) geometria em espiral.....	48
Figura 14 – Geometrias para configurações dos <i>arrays</i> : a) LADA b) SADA.....	50

Figura 15 – Efeito na resolução da fonte em 10, 20 e 30 KHz para: a) LADA e b) SADA.	51
Figura 16 – Ângulos de elevação para medida de diretividade da fonte com o <i>array</i> SADA.....	52
Figura 17 – Localização das fontes de ruído dominantes para um modelo de <i>flap</i> em escala na geometria da Figura 16, para as respectivas frequências e ângulos de elevação do <i>array</i> δ_f . $Mo=0.17$	52
Figura 18 – <i>Set up</i> de teste do modelo em escala e túnel de vento para o modelo NACA 63-215, explicitando as camadas cisalhantes e raios dispersados.....	53
Figura 19 – Mapa de distribuição de fontes com pico máximo de <i>beamforming</i> para: a) fonte calibrada e b) modelo NACA 63-215....	54
Figura 20 – Pico de <i>beamforming</i> para os respectivos números de Mach em: a) Fonte Pontual, b) Modelo NACA 63-215.....	55
Figura 21 – Propagação da onda acústica através da turbulência com vetor de incidência da onda k perpendicular à velocidade de propagação v da turbulência.....	61
Figura 22 – Função de Estrutura 2-D Normalizada para Três Modelos de Turbulência.....	81
Figura 23 – Vista externa do túnel de vento do Laboratório de Mecânica dos Fluidos do Centro de Pesquisa NASA AMES.....	83
Figura 24 – Montagem experimental mostrando a seção de teste do túnel, <i>speakers</i> , <i>array</i> de microfones e tubos de <i>pitot</i>	84
Figura 25 – Vista da seção de teste do túnel de vento.....	85
Figura 26 – Sonda de fio quente Dantec 55P51.....	86
Figura 27 – Geometria de <i>arrays</i> de microfones utilizada no experimento.....	87
Figura 28 – a) Visualização frontal do <i>array</i> e b) costas do <i>array</i> montagem dos microfones.....	87
Figura 29 – Resposta em frequência dos microfones Lavalier B23... 88	
Figura 30 – Relação u'/U para os números de Mach 0.10, 0.15 e 0.05 para espessura de camada limite igual a: a) 5 cm e b) 40 cm.....	89
Figura 31 – Flutuações das camadas-limite u' e v' para as respectivas camadas-limite e números de Mach analisados para a) $M = 0.10$, $BL = 5$ cm, b) $M = 0.15$, $BL = 5$ cm, c) $M = 0.05$, $BL = 40$ cm, d) $M = 0.10$, $BL = 40$ cm, e) $M = 0.15$, $BL = 40$ cm,	91

Figura 32 – Correlação $R(\rho)$ dos vórtices turbulentos com o ponto de inflexão marcado, representando a escala de comprimento dos vórtices turbulentos para a) $M=0.15$ e espessura de camada limite = 0.40 m, b) $M=0.10$ e espessura de camada limite = 0.40 m, c) $M=0.15$ e espessura de camada limite = 0.05 m e d) $M=0.10$ e espessura de camada limite = 0.05 m.....	92
Figura 33 – Comparação de níveis entre calibração real (<i>speaker</i> + fluxo ligados) com a virtual.....	96
Figura (34) – Espectro em 1/3 de oitava das curvas de calibração virtual e visibilidade da fonte. “Sem Subtração” significa que não foi necessário subtrair ruído de fundo para resolver a fonte. Os pontos com círculo aberto sem ponto no meio são pontos visíveis somente com subtração de ruído de fundo.	97
Figura 35 – MCF em função do tamanho do <i>array</i> e frequência para: a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$	100
Figura 36 – Função de Coerência Mútua com correlação Gaussiana em função do tamanho do <i>array</i> e frequência para: a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$	102
Figura 37 – Função de Coerência Mútua com correlação de Vón Kármán em função do tamanho do <i>array</i> e frequência para: a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$	103
Figura 38 – Função de Coerência Mútua com correlação de Kolmogorov em função do tamanho do <i>array</i> e frequência para: a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$	104
Figura 39 – Análise comparativa entre as MCF com os modelos teóricos de correlação turbulenta Para: a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$. (-) Correlação Gaussiana, (x) Correlação de Vón Kármán, (o) Correlação de Kolmogorov.....	105
Figura 40 – Relação da MCF com o Modelo de Correlação Gaussiana a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$. (x) MCF Desenvolvida (-) MCF com correlação gaussiana.....	108

Figura 41 – Relação da MCF com o Modelo de Correlação de Von Karman a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$. (x) MCF Desenvolvida (-) MCF com Correlação de Vón Kármán..... 110

Figura 42 – Relação da MCF com o Modelo de Correlação de Kolmogorov a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$. (x) MCF Desenvolvida (\circ) MCF com Correlação de Kolmogorov. 112

Figura 43 – MCF Obtida com Dados Acústicos de *Array* de Microfones a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$. (x) MCF Desenvolvida (\cdot) MCF Dados acústicos obtidos com *arrays* de microfones. 115

Figura 44 – Análise Comparativa entre a MCF Desenvolvida e a Obtida com Dados de *Array* a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$. (x) MCF Desenvolvida (\cdot) MCF Dados acústicos obtidos com *arrays* de microfones. 119

Figura 45 – MCF com dados de *array* com as ponderações na frequência para a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$. (x) MCF Desenvolvida (\cdot) MCF Dados acústicos obtidos com *arrays* de microfones..... 133

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Diferenças entre pico de <i>beamforming</i> B entre os diferentes números de Mach para fonte pontual medido com SADA e LADA..	56
Tabela 2 – Diferenças entre picos de <i>beamforming</i> para SADA e LADA para o modelo NACA.....	56
Tabela 3 – Relação de Dados Analisados com fio quente.....	86
Tabela 4 – Relação de Dados Analisados com <i>array</i>	88
Tabela 5 – Escala de comprimento integral dos vórtices turbulentos.	94
Tabela 6 – Valores RMS das funções de correlações bi-dimensionais σ^2	95

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

B_n	Amplitude de Beamforming
$b(\boldsymbol{\rho})$	Função de Correlação entre dois sensores
C	Velocidade do Som em um Meio Qualquer
c_0	Velocidade do Som no Vácuo
CSM	Cross Spectral Matrix
$d(\boldsymbol{\rho})$	Função de estrutura 2D entre dois sensores separados pela distância $\boldsymbol{\rho}$
D	Diâmetro de Array Circular
G	Matriz Espectral-Cruzada
$G_{ii}(f)$	Matriz de Auto-Spectro
$G_{ij}(f)$	Matriz de Spectro-Cruzado
g_n	Função de Green
H	Matriz Hermitiana (conjugado complexo transposto)
k	Tamanho do Bloco de Processamento
k	Vetor Número de Onda
K_v	Função de Bessel Modificada de Segunda Classe
L	Escala de Comprimento de Turbulência para o Espectro Gaussiano
L	Escala de Comprimento de Turbulência para o Espectro de Von Kármán
M	Microfone
M	Número de Mach
MCF	Mutual Coherence Function
N	Microfone n
N	Matriz com os m Ruídos acústicos
N	Número de Microfones
$p_i(t)$	Sinal Temporal no Microfone i
$P_i(f)$	Transformada de Fourier do Sinal no Microfone i
S	Matriz com os m Sinais Acústico
T	Período da Onda
\mathbf{u}'	Flutuação Turbulenta da velocidade na Direção do Fluxo
U	Velocidade de Convecção de Vórtices Turbulentos na Direção do Fluxo
V	Velocidade de Convecção de Vórtices Turbulentos na Direção Perpendicular ao Fluxo
\mathbf{v}'	Flutuação Turbulenta da Velocidade na Direção Perpendicular ao Fluxo
W	Vetor Direção do <i>Array</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

$\langle \cdot \rangle$	Média temporal
\odot	Produto matricial de Handmard (multiplicação elemento por elemento da matriz)
Ψ	Frente de onda
α_{mn}	Ângulo entre cada sensor m e n no array
σ^2	Valor médio quadratico das flutuações turbulentas
Λ	Comprimento de onda
ρ_{mn}	Distância entre dois sensores m e n no array
$\Gamma(\boldsymbol{\rho})$	Função de coerência mutua
$\boldsymbol{\rho}$	Distância entre sensores
$\Gamma(\alpha)$	Função gamma
E	Flutuação da velocidade turbulenta
$\tilde{\epsilon}$	Flutuação Relativa da velocidade turbulenta
Ψ	Frente de onda
Ψ^+	Frente de onda dispersada na direção do fluxo
Ψ^-	Frente de onda dispersada na direção oposta ao fluxo.
Λ	Comprimento de onda
Ω	Frequência angular

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	27
1.1 OBJETIVOS	29
1.1.1 Objetivo Geral	29
1.1.2 Objetivos Específicos.....	29
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	33
2.1 FUNDAMENTOS DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM MEIOS HOMOGÊNEOS, DE <i>ARRAYS</i> E <i>BEAMFORMING</i>	33
2.1.1. Ondas em um Meio Homogêneo e Estacionário	33
2.1.2 Fundamentos de <i>Array</i> de Microfones.....	36
2.1.3 Fundamentos de <i>beamforming</i>	41
2.1.3.1 Beamforming no domínio do tempo.....	41
2.1.3.2 Beamforming no domínio da frequência.....	43
2.2. APLICAÇÃO EM AMBIENTES TURBULENTOS: TÚNEL DE VENTO	48
2.3 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	58
3 SOLUÇÃO ESTOCÁSTICA DA EQUAÇÃO DE ONDA ACÚSTICA EM MEIO TURBULENTO E VERIFICAÇÃO PARA APLICAÇÕES EM TÚNEL DE VENTO.....	61
3.1 DERIVAÇÃO DA APROXIMAÇÃO DA EQUAÇÃO PARABÓLICA	62
3.2 RESOLUÇÃO ESTOCÁSTICA DA EQUAÇÃO PARABÓLICA	65
3.2.1 Equações para o Momento Estatístico de Primeira Ordem para o campo acústico:	66
3.2.2 Função de Coerência de Segunda Ordem	73
3.2.3. Função de Correlação Bi-Dimensional.....	76
3.2.4. Modelos Teóricos de Turbulência para a Função de Correlação 2-D	78
3.2.4.2. O Modelo para o Espectro de Von Kármán	79
3.2.4.2. O Modelo para o Espectro de Kolmogorov.....	79
3.3 CONCLUSÃO DO CAPÍTULO	81
4 PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS E MÉTODOS.....	83
4.1 PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS.....	83

4.1.1 Túnel de Vento	83
4.1.2 Anemometria de Fio Quente	85
4.1.3 Array e Microfones	87
4.2 MÉTODO EXPERIMENTAL	88
4.2.1 Métodos para análise de dados de fio quente	89
4.2.1.1 Hipótese de Taylor para medições de flutuações das camadas limites turbulentas	89
4.2.1.2 Determinação das escalas de comprimento dos vórtices.....	91
4.2.2 Métodos de análise de dados de array	95
4.2.2.1 Calibração de array e identificação de fonte	95
4.3 Conclusão do Capítulo	98
5. RESULTADOS	99
6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	121
6.1 CONCLUSÕES	121
6.2 SUGETÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	125
APÊNDICE A.....	133

1 INTRODUÇÃO

O impacto do ruído de aeronaves de transporte durante pouso e decolagem em aeroportos tem diminuído consideravelmente nas últimas décadas. No entanto, por razões regulatórias e sociais, tem-se aumentado a pressão por reduções adicionais de ruído em regiões próximas a aeroportos. Entretanto, tais reduções serão difíceis de se atingir, a menos que ocorra um progresso no sentido de compreender o fenômeno de emissão de ruído em fontes aeroacústicas, emitido pelas aeronaves. Para esse fim, grandes recursos — provindos principalmente de centros de pesquisas governamentais ou de grandes empresas — têm sido destinados a encontrar novas soluções para a redução de ruídos de fontes aeroacústicas tais como hypersustentadores e trens de pouso, sem que se afete a performance ou segurança, como salienta HORNE (2005).

A compreensão da emissão desse tipo de ruído se torna particularmente difícil devido ao fenômeno complexo do escoamento turbulento do fluido ou da variação das forças aerodinâmicas interagindo com as superfícies. Além disso, o ruído pode estar associado com as variações periódicas turbulentas do escoamento, bem como da distribuição irregular das fontes.

Nas últimas décadas, técnicas de visualização de fontes acústicas têm sido empregadas com grande êxito para resolver esse tipo de problema, em que a intensidade e a localização de fontes acústicas podem ser obtidas e quantificadas, MICHEL (2006).

Devido à complexidade dessas fontes aeroacústicas, a técnica de *beamforming* tem sido empregada com êxito para sua quantificação e localização devido à robustez e simplicidade do algoritmo. Tal técnica utiliza pós-processamento de sinais coletados com *array* de microfones. Criada a matriz de correlação entre os m microfones do *array*, o algoritmo de *beamforming* cria a matriz vetor-direção $m^2 \times n$, na qual n é o número de pontos em uma grade pré-estabelecida que define a localização da fonte, filtrando assim a fonte de interesse.

Como o problema é dado pela matriz de correlação entre os $m \times m$ microfones, o problema de pós-processar esses sinais se intensifica com o aumento da complexidade do ambiente onde as fontes estão inseridas, por exemplo, fontes geradas em ambientes turbulentos, tal como em aplicações em túnel de vento.

Aplicações em túnel de vento, em especial, têm sido um desafio para a utilização de *array* de microfones para a geração de imagens acústicas e a análise do espectro emitido pela fonte. Isso devido ao ambiente turbulento em que a fonte está inserida.

Túneis de seção de ensaio fechada possuem camada limite turbulenta em suas paredes. Cada frente de onda fica, assim, sujeita à propagação através dessas camadas turbulentas, DOUGHERTY (2006). Como cada um dos raios de cada respectiva frente de onda atravessam caminhos diferentes para chegarem ao m_1, m_2, \dots, m_i ($i = n^\circ$ de microfones), cada raio passará então por diferentes estruturas de vórtices turbulentos. Ao se fazer a correlação cruzada entre cada microfone do *array* para a criação da matriz espectral cruzada, observar-se-á uma decorrelação entre cada um dos pares de microfones causada pela perda de coerência entre os sinais desses pares de microfone após cruzar a camada limite turbulenta. Essa perda de decorrelação leva a problemas na análise da fonte acústica, pois, com isso, há uma diminuição dos níveis de pressão sonora no espectro obtido e falta resolução na imagem acústica, PIRES (2012). Esses efeitos têm sido exaustivamente verificados em experimentos por BROOKS (1999) e SIJTSMA (2008), e podem levar a interpretações errôneas dos resultados e a erros na localização das fontes.

Baseado nesses fatos, este trabalho tem por objetivo estudar o comportamento de *array* de microfones em ambientes turbulentos. Não se trata de um trabalho de observação experimental, como os estudos já citados, mas da busca de um entendimento do fenômeno por meio de uma ótica física e matemática, para explicar como os diversos parâmetros da turbulência influenciam na perda de coerência de *array* de microfones em ambientes turbulentos.

Assim, com base em um modelo qualitativo e quantitativo do fenômeno de dispersão de ondas em meios turbulentos, em trabalhos futuros será possível melhorar projetos de *array* de microfones e aumentar a precisão do espectro e da imagem acústica obtidos.

O fenômeno de propagação de ondas em ambientes turbulentos já é uma disciplina bem explorada nas áreas de radiofísica, astronomia, ciências atmosféricas e ciências oceânicas. A partir desses trabalhos, estudou-se a estatística dos sinais da onda através de um meio turbulento ao se correlacionarem os respectivos pares de microfones do *array*.

Como ponto inicial, considerou-se a equação diferencial parabólica da onda como o modelo físico da onda propagando-se em meio turbulento e as aproximações de Markov para solução estocástica dessa equação diferencial obtendo-se os momentos estatísticos da onda como solução. Estudaram-se o primeiro e o segundo momentos da solução. O primeiro momento descreve a média da correlação entre os respectivos pares de microfones do *array*. O segundo momento descreve a chamada função de coerência mútua $\Gamma(\mathbf{p})$ entre cada par de microfones

do *array*. A função de coerência é a quantidade considerada para se prever a decorrelação turbulenta entre cada par de microfones, visto que a redução de coerência entre cada par de microfones no *array* é a causa do fenômeno de decorrelação. Então, a modelagem teórica dessa coerência levará à compreensão do fenômeno de decorrelação.

Dados de fio quente adquiridos em túnel de vento foram usados para processar as equações obtidas, e o desenvolvimento de uma metodologia para processar esses dados foi estabelecida.

Uma aplicação para os efeitos da turbulência em túnel de vento de seção de teste fechada é considerada neste trabalho, em que, diferentemente dos trabalhos para os quais originalmente esta técnica foi empregada e desenvolvida, se tem

$$\lambda \ll L,$$

onde λ é o comprimento de onda envolvido e L o comprimento dos vórtices turbulentos. Neste trabalho, considera-se a condição de camada limite de túnel de vento, em que se tem a condição:

$$\lambda \geq L > \lambda,$$

ou seja, as condições encontradas em túnel de vento são bem adversas em relação àsquelas encontradas nos trabalhos iniciais acima citados, pois o comprimento dos vórtices turbulentos podem ser muito menores do que os comprimentos de onda envolvidos.

Uma extensa pesquisa bibliográfica foi feita para se determinar a validade da aplicação da técnica, desde os primórdios dos estudos iniciais em radiofísica, até os mais recentes trabalhos em acústica atmosférica e o desenvolvimento de toda a equação refeita visando aplicação em túnel de vento.

Considerando o exposto acima, descrevem-se a seguir os objetivos deste trabalho.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

- Estudo da decorrelação acústica em *array* de microfones em ambiente turbulento, e investigação e ajustes de um modelo analítico e estatístico para descrever essa perda de correlação.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Estudo, revisão e adequação para turbulência de túnel de vento de um modelo analítico da propagação da onda acústica em

meio turbulento e resolução desse modelo para a obtenção das propriedades estatísticas de coerência dos sinais entre os respectivos pares de microfones no *array*.

- Desenvolvimento de metodologia de análise de dados e aplicação do modelo acima estudado com dados de camada limite turbulenta gerada nas paredes do túnel de vento e comparação deste com dados de fonte acústica conhecida, adquiridos com *array* de microfones para validá-lo.
- Investigação e ajuste de modelos teóricos de correlação de vórtices turbulentos — Modelo Gaussiano, Modelo de Vón Kármán e Modelo de Kolmogorov — e comparação desses modelos teóricos de correlação com a correlação gerada a partir dos dados experimentais de fio quente. Utilização desses modelos teóricos para caracterizar e validar a aplicação.

Para uma melhor compreensão desta tese, descreve-se a sequência que os capítulos foram organizados:

CAPÍTULO II: Uma revisão bibliográfica básica sobre teoria de *arrays* e *beamforming* é efetuada. A seguir, a aplicação de *array* de microfones em túneis de vento é estudada e os efeitos de turbulência na imagem acústica de *beamforming* levantados. Baseado na literatura, um modelo para correção de matriz espectral cruzada da equação de *beamforming* decorrelacionada pela turbulência é considerado, no qual se observa que a redução de coerência entre cada par de microfones é a responsável pela decorrelação do *array* de microfones.

CAPÍTULO III: Feita a conclusão do capítulo anterior, baseado em trabalhos de acústica atmosférica, estuda-se neste capítulo um modelo para correção da matriz espectral cruzada. Uma extensa revisão bibliográfica é feita, desde os trabalhos iniciais, desenvolvidos para aplicações no estudo de decorrelação de ondas de rádio em astrofísica, até os trabalhos mais recentes em acústica atmosférica. Em ambos os casos, tinha-se uma condição de propagação de onda em que as não-homogeneidades do meio eram muito maior do que os comprimentos de onda envolvidos. Considerando-se a turbulência em túnel de vento, têm-se diferentemente condições opostas. Portanto, esse extenso estudo foi efetuado para se verificar a validade da aplicação aqui efetuada.

CAPÍTULO IV: Neste capítulo, métodos de soluções experimentais dos modelos estudados são desenvolvidos e os procedimentos experimentais descritos. Os métodos desenvolvidos para se analisar os dados de túnel de vento, aplicando-se as equações verificadas no capítulo anterior, são considerados como as novas contribuições deste trabalho. Dentre elas, destaca-se a hipótese de Taylor para análise de flutuações de camada limite nos diferentes pontos em que cada microfone está localizado a partir de um único ponto de medição. Também, uma análise para se determinar os diâmetros dos vórtices turbulentos é feita a partir da função de correlação das flutuações das velocidades turbulentas.

CAPÍTULO V: Os resultados dos métodos são apresentados e discutidos. A verificação da validade das equações, considerando-se turbulência de camada limite de túnel de vento, é também uma nova contribuição alcançada neste trabalho.

CAPÍTULO VI: Neste capítulo são feitas as conclusões dos métodos, são apresentados os resultados e as sugestões para trabalho futuro.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 FUNDAMENTOS DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM MEIOS HOMOGENÊOS, DE *ARRAYS* E *BEAMFORMING*

A equação da onda é a equação usada em processamento de sinais de *array* de microfones. Consequentemente, ela governa o modo pelo qual o sinal passa de uma fonte radiando energia a um *array*. Algoritmos de processamento de *array* — de onde se tenta extrair informações das ondas propagantes — oferecem uma caracterização precisa e confiável de como o meio afeta a propagação. Assim, uma modelagem fiel ao meio fornecerá resultados mais precisos da onda propagante.

Nesta seção é feito um breve estudo sobre a propagação de ondas em meio estacionário e sobre os fundamentos de *array* e *beamforming*.

2.1.1. Ondas em um Meio Homogêneo e Estacionário

Informações sobre os eventos físicos são levadas para os sensores através da propagação das ondas. A física da propagação é descrita pela equação de onda para o meio apropriado e pelas condições de contornos apropriadas. Ondas sonoras são causadas por variações locais na pressão atmosférica por efeito de rarefação e compressão. A equação básica da onda acústica pode ser derivada das leis de conservação da massa, levando a uma equação que governa a relação entre flutuação de pressão e densidade de um fluido. Entretanto, considerando um fluido ideal, a equação da onda pode ser assim escrita, KINSLER (1962):

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}. \quad (2.1)$$

Em coordenadas cartesianas, considerando ondas planas, a solução dessa equação é feita por uma separação de variáveis para resolver as equações diferenciais parciais nas respectivas direções de propagação. Neste caso, com a onda propagando-se somente na direção x , a solução se torna:

$$p(x, t) = A \exp\{j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})\}. \quad (2.2)$$

A equação de onda é uma equação linear: Se $p_1(\mathbf{x}, t)$ e $p_2(\mathbf{x}, t)$ são duas soluções da equação de onda, então a combinação linear

$a.p_1(\mathbf{x}, t) + b.p_2(\mathbf{x}, t)$, onde a e b são escalares, é também uma solução. Como $A \exp\{j\omega(t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x} / \omega)\}$ é uma solução para a equação da onda, pode-se construir soluções mais complicadas por expressá-las como soma ou integral de exponenciais complexas. Por exemplo, a forma de onda:

$$p(\mathbf{x}, t) = p(t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x} / \omega) = \sum_{-\infty}^{+\infty} P_n \exp\{jn\omega_0(t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x} / \omega)\}, \quad (2.3)$$

que tem a forma de uma série harmônica com frequência fundamental ω_0 , é uma solução. Com o Teorema de Fourier, qualquer onda arbitrária $p(u)$ com período $T = 2\pi/\omega_0$ pode ser representada por tal série. Os coeficientes P_n são dados por:

$$P_n = \frac{1}{T} \int_0^T p(u) e^{-jn\omega_0 u} du. \quad (2.4)$$

Nesse caso, $s(x, t) = s(t - k \cdot x / \omega)$ representa uma propagação periódica com forma de onda arbitrária. O termo k / ω é chamado vetor direção e é representado por α . Observa-se que $c = 1/|\alpha|$.

Pode-se usar a Teoria de Fourier para formar uma integral de exponenciais complexas a fim de representar uma forma de onda arbitrária (não periódica). Seja:

$$p(\mathbf{x}, t) = p(t - \alpha \cdot \mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(\omega) \exp\{j\omega(t - \alpha \cdot \mathbf{x})\} d\omega. \quad (2.5)$$

Como $p(\mathbf{x}, t)$ é uma superposição de soluções para uma equação da onda, esta também é uma solução. A função $p(\mathbf{x}, t)$ é arbitrária e sua representação em frequência $P(\omega)$ é dada pela Transformada de Fourier:

$$P(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p(u) e^{-j\omega u} du. \quad (2.6)$$

Devido à equação da onda ser linear, à exponencial complexa resolver a equação da onda e às funções arbitrárias poderem ser

expressas como uma superposição de exponenciais complexas, pode-se concluir que qualquer sinal satisfaz à equação da onda. Adicionalmente, a forma da onda é preservada perfeitamente na sua propagação. Se algum distúrbio faz que a forma da onda seja mudada, um fator de correção dever ser aplicado.

Considerando-se fontes em campo próximo, a equação da onda deve assumir coordenadas esféricas. Em termos de coordenadas esféricas, a equação da onda é representada por:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) \\ + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

A Equação (2.7) pode ser resolvida por meio de separação de variáveis. Soluções generalizadas envolvem funções de Bessel e polinômios de Legendre associados, mas elas não são de interesse aqui.

Equações de onda esférica são geralmente usadas em situações nas quais o problema sugere que as soluções exibam simetria esférica. Portanto, considerando que o problema é de simetria esférica, a equação geral da onda torna-se:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}. \quad (2.8)$$

Uma solução para essa equação é a monocromática:

$$p(\mathbf{r}, t) = \frac{A}{r} \exp\{j(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})\}. \quad (2.9)$$

Essa solução pode ser interpretada como uma onda esférica se propagando para fora da origem. Em qualquer ponto do espaço, a onda tem uma frequência temporal ω . A Equação (2.9) pode ser reescrita como:

$$p(\mathbf{r}, t) = \frac{A}{r} \exp\{j\omega(t - r/c)\}, \quad (2.10)$$

em que o termo r/c é o tempo necessário para a onda percorrer uma distância r .

2.1.2 Fundamentos de Array de Microfones

Um *array* de microfones é uma composição de microfones espacialmente distribuídos. *Array* de microfones apresenta a característica de permitir obter a posição tridimensional de uma fonte sonora, no caso de uma *array* bi-dimensional, por estimar as várias direções de propagação em uma dada condição geométrica, STEINBERG (1976), BRANDSTEIN (2001). A resolução de um *array* é dado por sua geometria e números de microfones.

Como descrito por JOHNSON (1993), um *array* pode ser considerado um modelo discretizado de uma abertura contínua. O autor também define uma função de abertura contínua $w(\mathbf{x},t)$ com uma janela, através da qual se observa um determinado sinal $f(\mathbf{x},t)$ amostrado no espaço ou tempo definido pela janela:

$$z(\mathbf{x},t) = w(\mathbf{x},t)f(\mathbf{x},t), \quad (2.11)$$

que, no domínio da frequência é dado por:

$$Z(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} W(\mathbf{k} - \mathbf{l}) F(\mathbf{l}, \omega) d\mathbf{l}. \quad (2.12)$$

A função de abertura é:

$$W(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} w(\mathbf{x}) \exp(j\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (2.13)$$

Pode-se observar pela equação acima que a função de abertura é uma função no domínio do número de onda. A convolução na Equação (2.13) é suavizada pela janela $w(\mathbf{x})$, uma vez que a função é observada por tal abertura. O uso dessa abertura significa que observar um sinal no domínio espaço-tempo é análogo a medir um sinal temporal $s(t)$ em um curto período de observação (uma janela temporal). A Figura 1 mostra o exemplo para uma abertura esférica, obtida através da resolução da Equação (2.13) para coordenadas esféricas, com raio $R=1$. As Figuras (2) e (3) mostram as funções de aberturas para as aberturas linear, com comprimento $d=1$, e circular, com $R=2$, em que a resolução

da integral da Equação (2.13) para a *array* circular foi resolvida utilizando função de Bessel de primeira ordem, WRIGHT (2005).

Figura 1 – Função de abertura $W(\mathbf{k})$ esférica, resultando de uma abertura esférica contínua, para $R=1$ (raio da esfera).

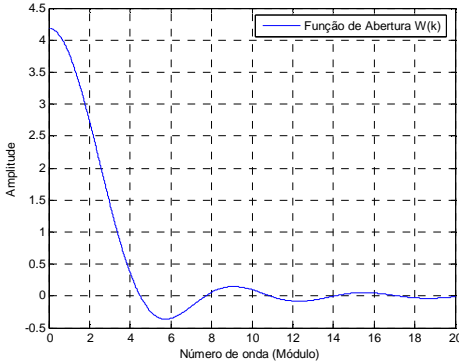


Figura 2 – Abertura linear de comprimento D : a) com sua respectiva função de abertura e b) para $D=1$.

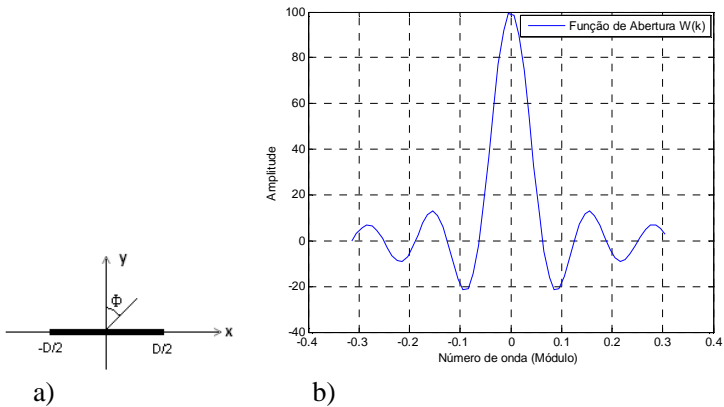
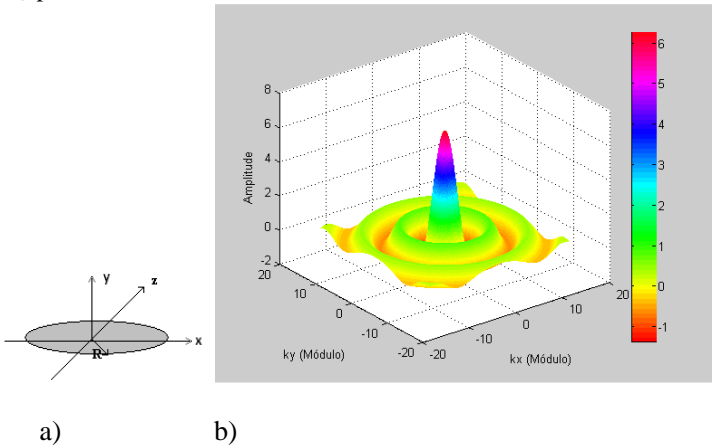


Figura 3 – Abertura Circular de raio R: a) com sua respectiva função de abertura e b) para R=2.



Como descrito no início desta seção, um *array* pode ser considerado uma função de abertura contínua amostrada. Logo, um *array* pode ser representado pelas funções (2.12) e (2.13) amostradas:

$$Z(\mathbf{k}) = \frac{d}{2\pi} \int_{-\pi/d}^{+\pi/d} Y(\mathbf{l}, \omega) W(\mathbf{k} - \mathbf{l}) dl, \quad (2.14)$$

e

$$W(\mathbf{k}) = \sum_m w_m \exp(j\mathbf{k}m d), \quad (2.15)$$

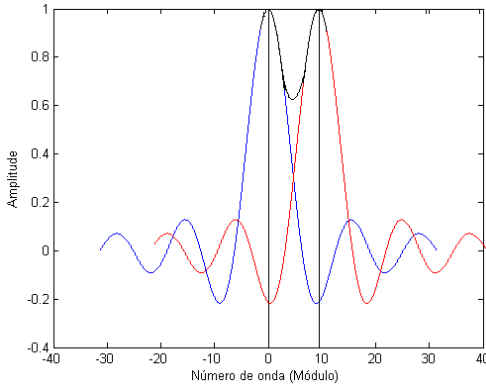
onde m é o número de microfones no *array* e d o seu diâmetro.

A função de forma (2.15) define as características das respostas do *array*. Logo, projetos de *arrays* devem ser desenvolvidos para se otimizar tais parâmetros de respostas dessa função, entre as quais, as principais são resolução e diretividade.

Como define JOHNSON (1993), a extensão espacial de uma abertura determina a resolução com a qual duas ondas planas podem ser separadas: quanto maior a extensão, mais focada a abertura estará em determinada direção. Nessa perspectiva, a função de abertura suave perfeita é a função impulso $W(\mathbf{k}) = \delta(\mathbf{k})$. Uma definição clássica de resolução é o critério de Rayleigh, que atesta que duas ondas planas incoerentes, propagando em direções diferentes, são resolvidas

(separadas) se o pico do lóbulo principal da função de abertura cai no primeiro zero da função de abertura da outra onda. Ou seja, duas ondas planas podem ser separadas se a distância entre elas for no mínimo metade da largura do lóbulo principal, Figura (4).

Figura 4 – Resolução de duas ondas planas de acordo com o critério de Rayleigh.



Fonte: Johnson (1993).

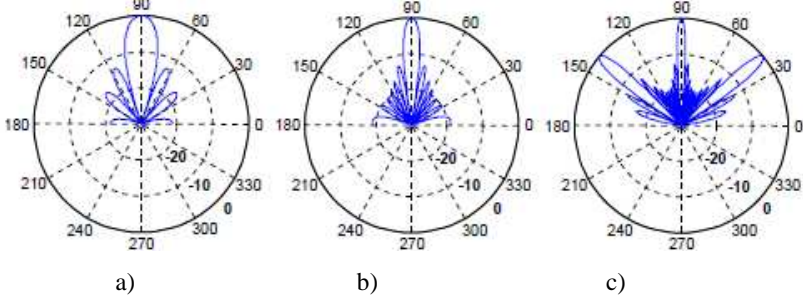
Da figura 4, observa-se que, quanto menor o número de onda, menor a capacidade da *array* em separar duas fontes distintas, ou seja, quanto menor o número de onda, maior deverá ser sua extensão espacial para se ter uma boa resolução. No domínio do comprimento de onda, pode-se afirmar que, para comprimento de onda maior, uma melhor resolução é obtida para maiores extensões espaciais.

A diretividade do *array* é definida por sua potência:

$$P(k, \omega) = |Z(k, \omega)|^2 . \quad (2.16)$$

Dessa equação, plota-se o perfil de diretividade desse *array*. A Figura 5 mostra o comportamento diretivo de um *array* linear para as frequências 1 KHz, 2 kHz e 4 KHz, para a fonte 1 m de distância:

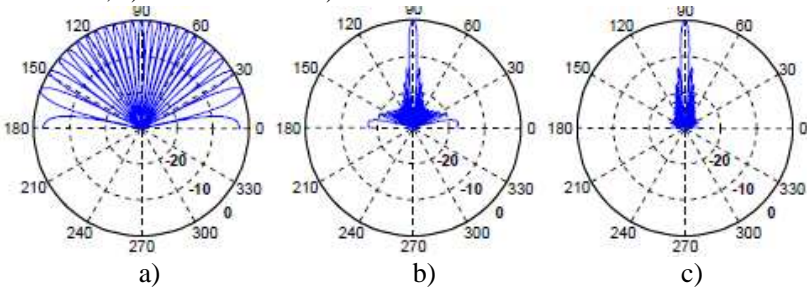
Figura 5 – Perfil de diretividade de *array* linear com 9 microfones para



Da Figura 5 observa-se que a diretividade é dependente da frequência, ou seja, altas frequências são mais diretivas que as baixas.

A Figura 6 mostra a diretividade em função do número de microfones no *array*:

Figura 6 – Perfil de diretividade em 1 KHz de *array* linear para com: a) 2 microfones, b) 15 microfones e c) 20 microfones.



Da figura 6 observa-se que um número mínimo de microfones deve ser considerado para se obter um *array* com boa diretividade. Assim, perfil de diretividade de *array* deve ser considerado em projetos levando-se em conta a banda de frequência a ser estudada. Quanto maior a frequência em estudo, maior será o número de microfones para se obter uma boa resolução de diretividade, logo, mais caro pode se tornar o projeto do *array*.

2.1.3 Fundamentos de *beamforming*

Como descrito anteriormente, *array* de microfones estima a direção de chegada de uma onda sonora, dados seus parâmetros geométricos. Pós-processamento de sinais de *array* podem fornecer informações à respeito de localização e filtragem dessas fontes.

Beamforming é uma técnica de pós-processamento de sinais que foca o *array* em uma determinada fonte a fim de separarem-se sinais de diferentes direções, JOHNSON (1993), DOUGHERTY (2004), podendo-se, com isso, separar diferentes fontes em diferentes direções, nas bandas de frequências de emissões dessas fontes. Pós-processamento de *beamforming* se dá tanto no domínio do tempo quanto no da frequência.

2.1.3.1 *Beamforming* no domínio do tempo

Pós-processamento de *beamforming* no domínio do tempo é conhecido como uma técnica de atraso e soma dos sinais adquiridos pelos m transdutores. Esses sinais são individualmente atrasados no tempo para compensar as diferentes distâncias de cada transdutor em relação à fonte, devido à posição de cada um no *array*, como se pode visualizar na figura 7. Então, todos os sinais são somados, criando um feixe direcional. O somatório final é ponderado pelo número de microfones:

$$b(\mathbf{k}, t) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (w_m^* p_m(t - \Delta_m(\mathbf{k}))). \quad (2.17)$$

A Figura 8 ilustra esse processo.

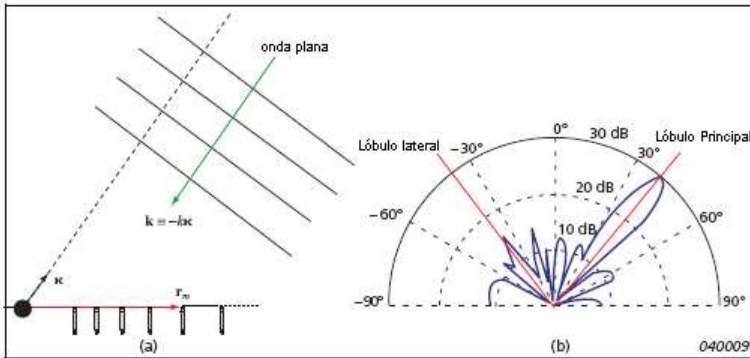
Os tempos de atraso Δ_m são escolhidos com o objetivo de atingir a sensibilidade direcional seletiva em uma direção específica, caracterizada aqui pelo vetor unitário \mathbf{k} . Ela é encontrada mediante o ajuste do tempo de atraso, de tal modo que o sinal associado com ondas planas incidentes, vindas de uma direção \mathbf{k} , sejam alinhadas no tempo antes que elas sejam somadas. Considerações geométricas mostram que o atraso pode ser obtido escolhendo:

$$\Delta_m = \frac{r_m}{c} \mathbf{k}, \quad (2.18)$$

onde r_m é a distância entre a fonte e o m -ésimo microfone.

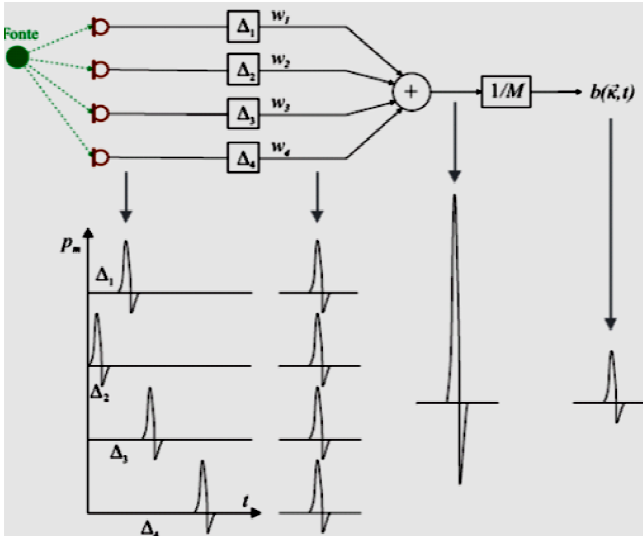
Sinais vindos de outras direções não serão alinhados antes de serem somados e, conseqüentemente, não serão adicionados coerentemente. Assim, terá sido obtida uma sensibilidade direcional.

Figura 7 – a) Array de microfone, com a direção focada em campo distante, e uma onda plana incidente na direção do foco; b) diagrama de sensibilidade direcional típico com o lóbulo principal na direção focal e lóbulos laterais nas outras direções.



Fonte: Christensen (2004).

Figura 8 – Princípio esquemático do *beamforming* de atraso e soma, em que o sinal dos transdutores é somado em fase e posteriormente normalizado pelo fator $1/M$.



Fonte: Michel (2006).

2.1.3.2 Beamforming no domínio da frequência

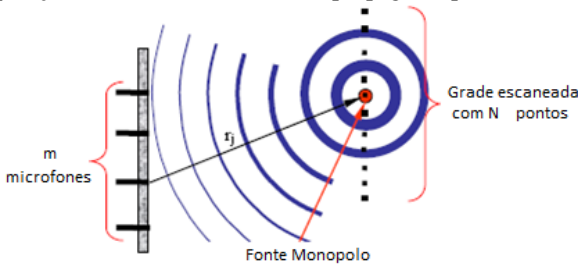
Algoritmo de *beamforming* no domínio da frequência se torna mais viável devido à possibilidade do grande número de operações matriciais, o que leva a criação das mais diversificadas técnicas de análise. Ele é obtido aplicando-se a Transformada de Fourier na Equação (2.17) podendo ser escrita como:

$$B(\omega) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M w_m P_n(\omega) e^{-j\Delta\omega_m}. \quad (2.18)$$

A pressão acústica $P_n(\omega)$ emitida pela fonte no ponto n da grade escaneada pelos m microfones do *array*, Figura (9), é obtida com atraso e soma das fases dos sinais nos M microfones no *array*:

$$P_n = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M p_m e^{\frac{-i\omega \Delta_m}{M}} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M w_m^* p_m \quad n = 0, \dots, J-1. \quad (2.19)$$

Figura 9 –Esquema da medida de um *array* mostrando a grade escaneada, a posição dos microfones e a onda propagante para uma única fonte monopolo.



Fonte: Ravetta (2005).

Arranjando os sinais e os fatores de ponderação w em um vetor de comprimento M , pode-se colocar a Equação (2.19) na forma matricial:

$$P_n = \frac{w^H \cdot p}{M}. \quad (2.20)$$

O vetor direção, ou vetor peso, w^H é usado para focar o *array* em um ponto particular na grade escaneada, dando para cada microfone o correspondente atraso de fase. Essa função também é conhecida como

função de forma do *array*, pois indica seu perfil de lóbulos laterais, MUELLER (2002). Para o algoritmo de *beamforming* ter um foco direcional máximo no ponto n onde o *array* está focado, otimiza-se a função peso \mathbf{w}^H tal que se satisfaça o produto escalar:

$$\mathbf{w}^H \cdot \mathbf{g} = 1, \quad (2.21)$$

em que \mathbf{g} é o vetor propagação da *array* para fontes monopólo em campo livre, cujos componentes são dados pela função de *green*:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \frac{e^{-jk|x_n-x_m|}}{4\pi|x_n-x_m|} = \frac{e^{-jkr_{m,n}}}{4\pi r_{m,n}}, \quad (2.22)$$

onde $r_{m,n}$ é a distância entre o m -ésimo microfone e o n -ésimo ponto na grade escaneada e x representa a extensão da grade escaneada.

Logo, para que se satisfaça a Equação (2.22) e se maximize a saída do *beamforming*, escolhe-se o vetor direção como paralelo ao vetor propagação do *array*, isto é:

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{g}(\mathbf{x})}{\|\mathbf{g}(\mathbf{x})\|}. \quad (2.23)$$

O valor médio quadrático (*vmq*) da pressão acústica é definido por:

$$vmq = \frac{\int PP^H}{2}. \quad (2.24)$$

Então, a resposta *beamforming* do *array*, isto é, o valor médio quadrático da pressão no ponto n na forma matricial é:

$$B_n = \frac{1}{2M^2} \mathbf{w}_n^H \mathbf{P} \cdot \mathbf{P}^H \mathbf{w}_n = \frac{1}{M^2} \frac{\mathbf{g}_n^H G \mathbf{g}_n}{\|\mathbf{g}_n^H\| \cdot \|\mathbf{g}_n\|}. \quad (2.25)$$

Ou, em notação matricial:

$$B = \frac{\mathbf{g}^H G \mathbf{g}}{M^2}. \quad (2.26)$$

A matriz espectral cruzada G contém os espectros-cruzados médios e autoespectros entre todos os pares de microfones no *array*, e é representada respectivamente por:

$$G_{ij}(\omega) = \frac{\langle p_i(\omega)p_j^H(\omega) \rangle}{2}, \quad (2.27)$$

e

$$G_{ii}(\omega) = \frac{\langle p_i(\omega)p_i^H(\omega) \rangle}{2}. \quad (2.28)$$

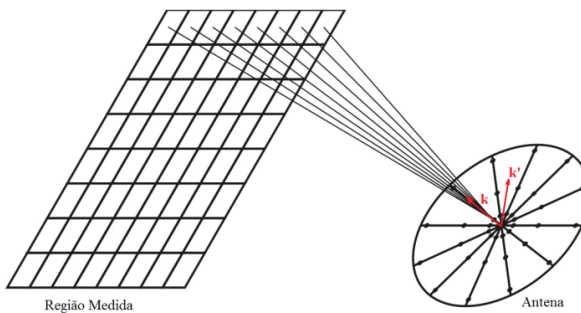
em que:

$$\langle p_i(\omega)p_j^H(\omega) \rangle = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K p_{i,k}(\omega)p_{j,k}^H(\omega). \quad (2.29)$$

onde K é a número de amostras adquiridas durante a aquisição.

Usando o algoritmo de *beamforming*, se o *array* estiver focado em uma determinada fonte de ruído, os sinais dos microfones serão adicionados construtivamente, resultando em uma grande saída do *beamforming*. Para uma fonte em k' diferente daquela escolhida, os sinais serão adicionados destrutivamente, resultando em uma baixa saída do *beamforming*, Figura (10).

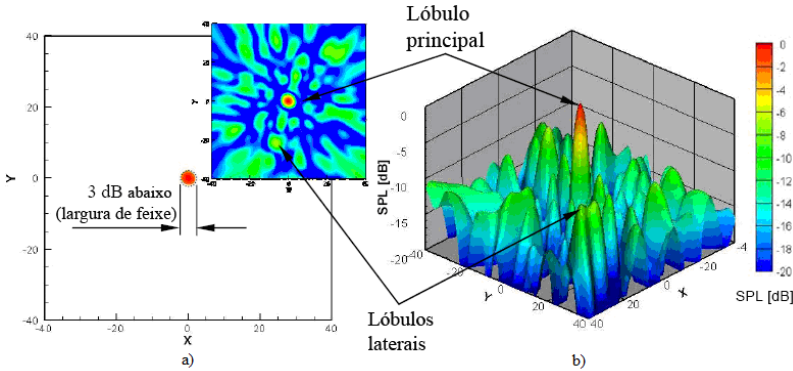
Figura 10 – Direcionamento da matriz para diferentes pontos da região de interesse k na grade escaneada.



Fonte: Ribeiro (2007).

Após o processamento de *beamforming* ser completado, o lóbulo máximo (lóbulo principal) indica a posição atual da fonte em cada frequência escaneada, como mostrado na Figura 11.

Figura 11 –Resultado típico do *beamforming* de uma única fonte, mostrando o lóbulo principal, os lóbulos laterais e a largura de feixe em mapas 2D e 3D.



Fonte: Ravetta (2005).

O pico de *beamforming* é determinado 3 dB's abaixo do pico do lóbulo principal. A razão sinal-ruído (*SNR*) é determinada pela diferença entre o lóbulo principal e os lóbulos laterais, isto é, lóbulos não associados com a fonte, mas resultando dos efeitos de sobreposição (*aliasing*) espacial devido à natureza discreta do *array*.

Em *beamforming* é comum definir uma área que representa a localização da fonte como a região estabelecida por uma faixa 3dB abaixo do NPS máximo (Figura 11a). Essa largura, associada, por exemplo, à faixa dinâmica de 3 dB, determina a resolução espacial ou a largura de feixe do *array*, que depende diretamente de suas características, como o número de transdutores e geometria, conforme comentado na seção 2.2.

A exclusão do autoespectro (diagonal principal) nos cálculos da matriz espectral cruzada é vantajosa por diversos motivos, pois ele contém os ruídos dos canais, ruídos do vento e ruídos eletrônicos do sistema de aquisição, YAMAZAKI (2005). Para resolver o problema do autorruído, um método é proposto: remove-se a diagonal principal, Equação (2.28), da matriz espectral cruzada G da Equação (2.26), RAVETTA (2005), SHIN (2006). A remoção é feita zerando-se os elementos da diagonal principal. Esses termos estão associados com os autoespectros dos microfones e incluem a potência total de cada sinal. Logo, a Equação (2.28) torna-se:

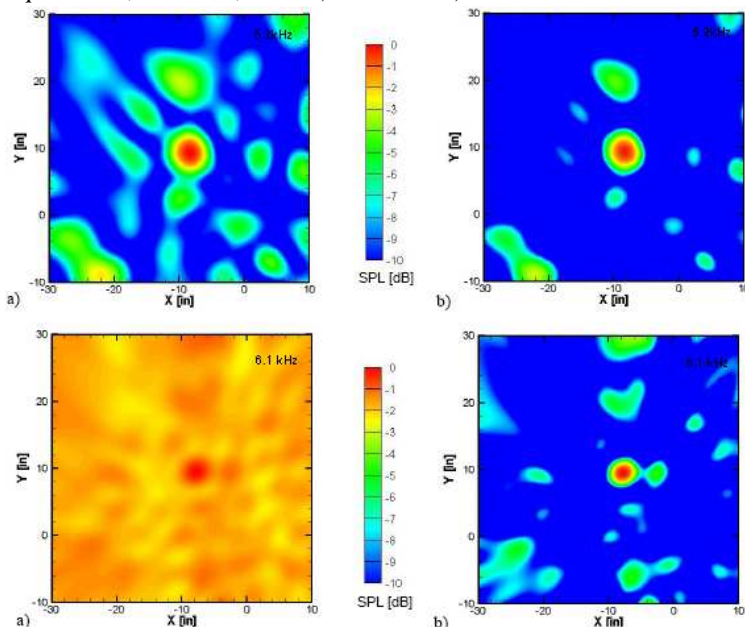
$$G_{ii}(\omega) = 0. \quad (2.30)$$

Esquemáticamente, a matriz espectral cruzada torna-se:

$$G = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & G_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{i1} & \cdots & 0 \end{bmatrix}.$$

Na Figura (12) apresentam-se resultados de *beamforming* com e sem remoção da diagonal para 5,2 kHz e 6,1 kHz. Vê-se claramente o efeito da remoção da diagonal nesses exemplos. Em 5,2 kHz, observa-se uma boa redução dos lóbulos secundários, enquanto que em 6,1 kHz é quase impossível localizar a fonte sem a remoção da diagonal.

Figura 12 – *Beamforming* de dados experimentais para uma única fonte para as frequências 5,2 KhZ e 6,1kHz: a) sem DR e b) com DR.

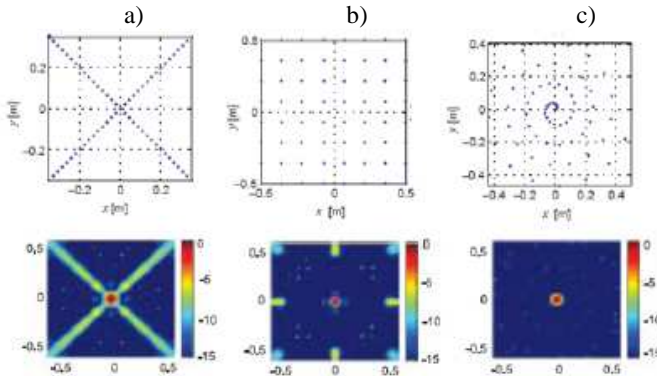


Fonte: Ravetta (2004)

Técnicas de otimização de geometria de *arrays* também melhoraram a qualidade da imagem acústica. Com distribuição espacial randômica de microfones obteve-se melhor resultado na redução dos

lóbulos secundários quando comparado com a distribuição regular de sensores. A forma encontrada para criar uma geometria com distribuição randômica “controlada” foi a criação de geometrias de *arrays* em espiral, DOUGHERTY (1998), tornando-se a geometria mais empregada desde então. A Figura (13) mostra a respostas de *beamforming* para diferentes geometrias de *beamforming* em 2KHz,

Figura 13 – Geometrias de *arrays* (gráfico superior) com suas respectivas imagens acústicas (gráfico inferior) para: a) geometria em cruz, b) geometria em grade e c) geometria em espiral.



Fonte: Christensen (2004).

2.2. APLICAÇÃO EM AMBIENTES TURBULENTOS: TÚNEL DE VENTO

No item anterior, formulou-se a equação de *beamforming* para fontes em campo sem fluxo. No entanto, fontes em ambiente com fluxo de vento sofrem os efeitos tanto da refração, causada pela diferença de densidade causada pelo ar em fluxo, quanto pela dispersão, causada pela camada limite turbulenta.

Os efeitos de refração causam deslocamento na localização da fonte na grade escaneada em relação a sua posição real. A correção para esse efeito tem sido exaustivamente explorado, e diversas técnicas têm sido propostas para essa correção, AMIET (1977), BAHR (2011).

Os efeitos de dispersão tornam-se um tanto mais complexos devido ao efeito randômico da turbulência. Nesta seção, é feita uma revisão sobre uso de *array* em túnel de vento e as implicações do uso em meio turbulento na imagem de *beamforming*. Esses efeitos são causados pela decorrelação dos sinais em cada par de microfones, e um método

para predição de tais efeitos é proposto neste capítulo, baseado na modelagem da função de coerência dos sinais em cada par de microfones.

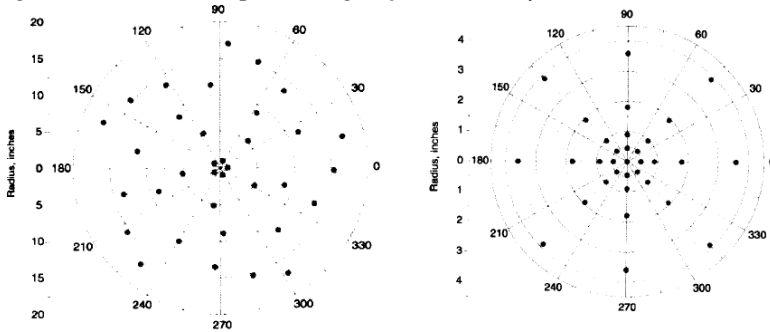
HUMPHREYS (1998) desenvolve um projeto de *array* que satisfaça os requisitos de resolução e a diretividade para aplicação em túnel. Para satisfação de tais requisitos, foi proposto um projeto com dois *arrays*, um de pequeno diâmetro para fornecer informações à respeito de diretividade da fonte e outro com maior diâmetro projetado para ter-se um aumento de resolução em baixas frequências.

Esses *array* foram projetados para fornecerem informações acerca da localização de fontes em banda larga e informação de diretividade da fonte, informações necessárias para caracterizar ruídos aeroacústicos. Para satisfazer-se os requisitos de localização para grandes faixas de frequência com alta resolução espacial, um *array* de grande abertura foi projetado e denominado LADA (*Large Aperture Directional Array*). Este é constituído de uma geometria em espiral contendo no total 35 microfones em um diâmetro de 86 cm, Figura 14 a).

Fontes aeroacústicas possuem distribuição multipolo, o que torna o ruído pouco direcional. Para tais fontes, variações na amplitude e fase da onda ocorrem sobre as diferentes posições do *array*, dada a variação direcional da fonte, isso porque tais variações são interpretadas como atrasos na diferença de tempo entre as distintas localizações dos microfones, o que pode levar a erros na interpretação de localização e quantificação da fonte.

Para suprimir esses efeitos negativos, Humphreys sugere um *array* de tamanho suficiente a manter todos os seus microfones dentro do lóbulo direcional da fonte, tal que possa “ser vista pela *array*” como sendo omnidirecional. Esse *array* foi denominado SADA (*Small Aperture Directional array*). Nesse caso, tal diretividade é definida girando-se SADA ao redor da fonte em vários ângulos de elevação, podendo-se, assim, definir, para cada frequência, o ângulo focal do *array*. SADA é formado por uma geometria em espiral com 33 microfones e 20 cm de diâmetros, Figura 14 b).

Figura 14 – Geometrias para configurações dos *arrays*: a) LADA b) SADA

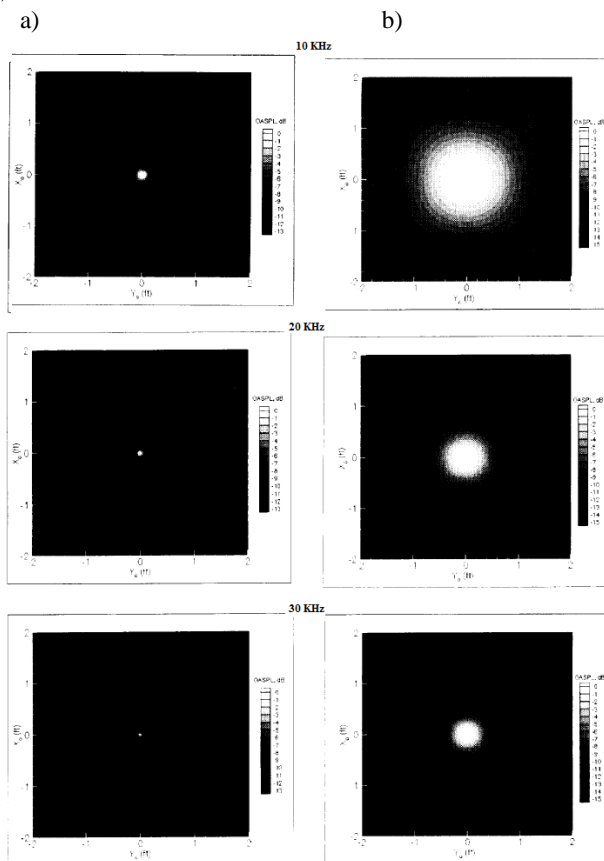


a) b)

Fonte: Humphreys (1998).

A figura 15 mostra os resultados medidos com os *arrays* LADA e SADA, obtidas com uma fonte pontual em 10, 20 e 30 KHz. O ensaio foi realizado no Centro de Pesquisas NASA Langley Quiet Flow Facility. Uma fonte pontual foi utilizada, e o túnel de vento sem fluxo.

Figura 15 – Efeito na resolução da fonte em 10, 20 e 30 KHz para: a) LADA e b) SADA.



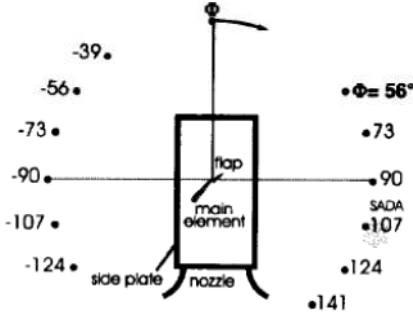
Fonte: Humphreys (1998).

Observa-se uma melhor resolução espacial para LADA em relação àquelas obtidas com SADA em todas as faixas de frequências. Tem-se também uma redução na resolução espacial na menor frequência, 10 KHz, na qual se observa que começa a tornar-se imprescindível o uso da LADA para frequências de 10 KHz e abaixo para que se tenha uma boa resolução espacial.

A Figura (16) mostra os ângulos de elevação medidos para obtenção de diretividade da *array*, e a Figura (17) as respectivas fontes de ruído dominantes em tais ângulos de diretividade. O experimento foi

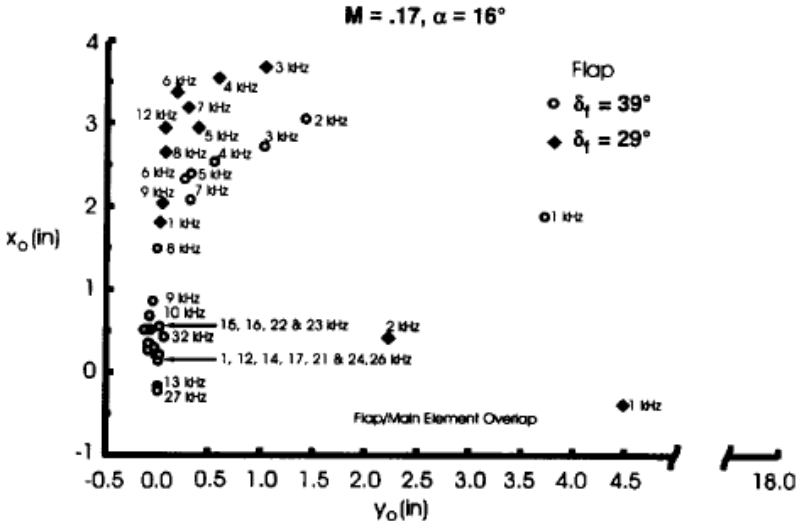
realizado considerando-se $M=0.17$, e a fonte foi um modelo em escala de flap.

Figura 16 – Ângulos de elevação para medida de diretividade da fonte com o array SADA.



Fonte: Humphreys (1998).

Figura 17 – Localização das fontes de ruído dominantes para um modelo de flap em escala na geometria da Figura 16, para as respectivas frequências e ângulos de elevação do array δ_f . $Mo=0.17$.



Fonte: Humphreys (1998).

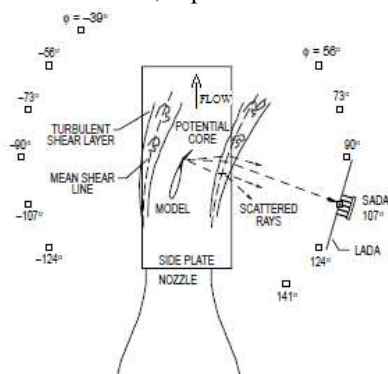
Como mostrado na Figura (16), com SADA pode-se mapear os ângulos de elevação com a qual se foca a array dentro da diretividade da respectiva frequência de emissão, Figura (17).

Humphreys obteve êxito ao projetar um *array* de alta resolução, principalmente nas baixas frequências, e ao mesmo tempo criar uma solução para definir a diretividade da fonte, com tamanho tal que todos os microfones possam permanecer dentro da mesma diretividade. Essa solução permitiu focar o *array* na direção da fonte, evitando-se erros de foco, problema que se torna mais crítico para as altas frequências, dado que, para frequências maiores, o *array* se torna mais diretivo. Logo, SADA permitiu mapear a localização direcional para cada faixa de frequência.

BROOKS (1999) estudou os efeitos do tamanho desses *arrays* na imagem acústica. Com uma fonte pontual inserida no túnel, observou-se, neste trabalho, à partir das medições com LADA e SADA, que com o *array* LADA (de maior diâmetro) obtém-se uma imagem com menor resolução e também redução no nível de pico de *beamforming*. Neste estudo, um modelo de asa em escala (com 6% do tamanho total) NACA 63-215 foi utilizado no túnel, como explicitado na Figura 18. Uma fonte calibrada foi inserida dentro do modelo em escala, montado tangente à superfície deste. Dessa forma, procurou-se reduzir o efeito de se colocar a fonte diretamente dentro do fluxo.

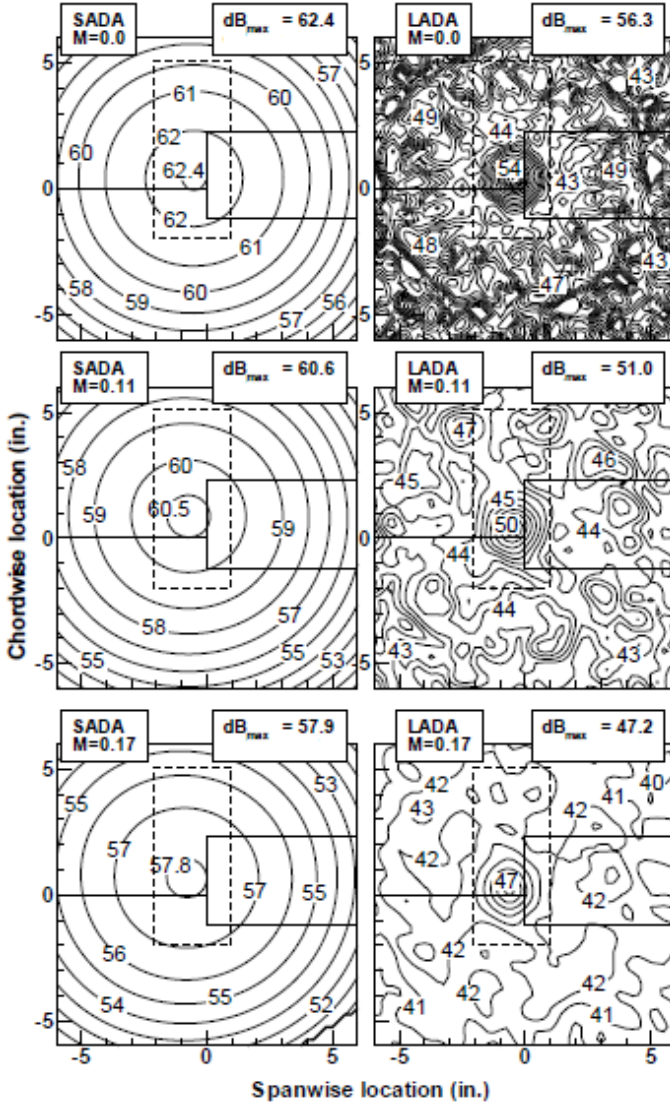
A Figura 19 a) mostra o mapa de *beamforming* com os picos máximos para a fonte calibrada, com número de Mach 0.11 e 0.17. A Figura 19 b) mostra novamente o mapa para número de Mach 0.11 e 0.17 para ruído aeroacústico gerado no modelo NACA 63-215.

Figura 18 – *Set up* de teste do modelo em escala e túnel de vento para o modelo NACA 63-215, explicitando as camadas cisalhantes e raios dispersados.

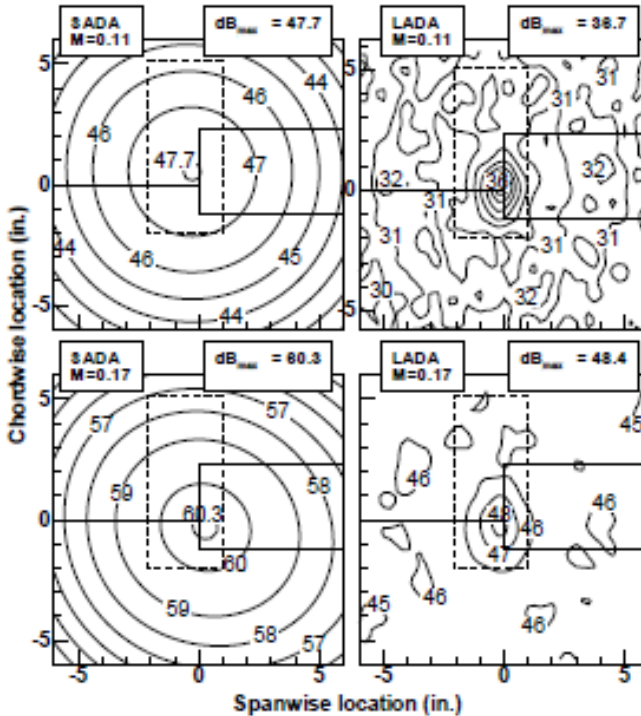


Fonte: Brooks (1999).

Figura 19 – Mapa de distribuição de fontes com pico máximo de *beamforming* para: a) fonte calibrada e b) modelo NACA 63-215.



a) Fonte pontual em 40 KHz para $M = 0$, $M = 0.11$ e $M = 0.17$.

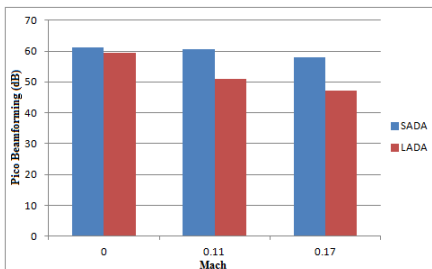


b) Modelo NACA 63-215 para $M = 0.11$ e $M = 0.17$.

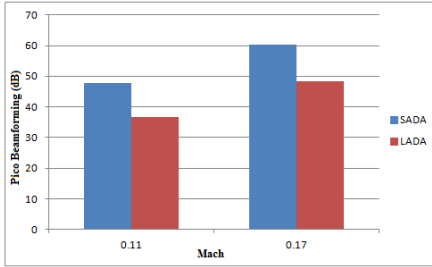
Fonte: Brooks (1999).

A Figura 20 à seguir mostra de forma esquemática o comportamento do pico de *beamforming* dos mapas acima para a fonte pontual e o modelo em escala:

Figura 20 – Pico de *beamforming* para os respectivos números de Mach em: a) Fonte Pontual, b) Modelo NACA 63-215.



a) Fonte Pontual.



b) Modelo NACA 63-215.

O item a) da Figura 20 mostra níveis de pico de *beamforming* aproximadamente constantes na *array* SADA para os três valores de números de Mach analisados. Tal fato aponta a pouca influência do fluxo turbulento sobre a *array*.

Nessa mesma figura, observa-se uma diminuição em nível com o aumento de número de Mach quando se utiliza a *array* LADA, o que leva à conclusão de que o pico de *beamforming* esteja sofrendo uma diminuição em nível devido a esse aumento de fluxo ou aumento de turbulência. Na tabela 1, mostra-se essa diferença de pico para SADA e LADA em relação aos três números de Mach para a fonte pontual.

Tabela 1 – Diferenças entre pico de *beamforming* B entre os diferentes números de Mach para fonte pontual medido com SADA e LADA.

	$B_{\text{picoM0-M11}}(\text{dB})$	$B_{\text{picoM11-M17}}(\text{dB})$	$B_{\text{picoM17-M0}}(\text{dB})$
SADA	1,8	2,7	4,5
LADA	5,3	3,8	9,1

Uma perda de até 13 dB é observada quando se chega à número de Mach 0.17 no *array* LADA, em relação a quando não se tem turbulência, enquanto para o SADA, na mesma configuração, a perda é de 4,5 dB.

O item b) da Figura 22 mostra o quanto é atenuado o ruído com a medida da fonte aeroacústica gerada pelo modelo NACA, chegando a 11 dB para número de Mach 0.11 e 12 dB para número de Mach 0.17, como mostrado na tabela 2 abaixo.

Tabela 2 – Diferenças entre picos de *beamforming* para SADA e LADA para o modelo NACA.

Mach	$B_{\text{SADA-LADA}}(\text{dB})$
0.11	11
0.17	12.1

Observa-se a partir das análises anteriores que *arrays* de microfones sofrem uma perda de sensibilidade devido à passagem da onda sonora através da camada cisalhante turbulenta do túnel. Isso se justifica porque cada raio acústico sofre uma dispersão diferente, pois para cada caminho do raio, diferentes estruturas de vórtices serão encontradas. O *Array* com maior extensão tem este efeito mais agravado, pois, a maior extensão espacial do *array* implica em microfones mais distanciados. Com isso, nesta maior distância, os vórtices turbulentos terão se desenvolvido com maior intensidade, e os microfones mais distantes terá uma decorrelação mais aguda.

Esta situação ocorre porque, ao se criar a matriz espectral cruzada, equação (2.27), a correlação entre cada pares de microfones no *array*, $\langle p_i(\omega)p_j^H(\omega) \rangle$, será afetada devido à média estatística do sinal em cada par de microfones i e j estarem perturbada pela passagem através das diferentes estruturas de vórtices. Então, os sinais em cada microfone estarão com médias estatísticas diferente, e, conseqüentemente, as correlações entre cada par de microfones serão estatisticamente diferentes, BENDAT (1980).

Desta forma, os problemas vistos anteriormente podem ser explicados, dado que o *array* de menor tamanho estará exposto à praticamente às mesmas estruturas de vórtices, a média estatística de cada microfone será aproximadamente a mesma, retornando os resultados aproximados para os diferentes números de Mach (níveis de turbulência). No caso da *array* de maior tamanho, como os microfones estarão mais espaçado, estes estarão expostos às estruturas de vórtices mais desenvolvidas, o que dá os resultados distorcidos para a LADA.

Uma compreensão mais profunda do fenômeno e dos efeitos de turbulência na dispersão entre microfones pode ajudar no desenvolvimento de *array* mais eficiente. Assim o conhecimento do modelo de dispersão estatística da onda sobre o *array* ajudará a melhorar o projeto de *array* de microfones.

Com esse intuito, WILSON (1998), em seus trabalhos com acústica atmosférica, propõe um modelo determinístico para que se possa corrigir a matriz espectral cruzada. Neste trabalho, Wilson assume que a perda de sensibilidade de *arrays* em ambiente turbulento pode ser estimada por modelar a matriz espectral cruzada. Esta se dá considerando que estes efeitos de dispersão pode ser corrigido incorporando à matriz a função de coerência da onda acústica aquisitada pela *array*:

$$R_{ss}(\psi) = S(\psi) \odot \Gamma(\boldsymbol{\rho}_{mn}) \quad (2.31)$$

onde \odot é o produto matricial de Handmard (multiplicação elemento por elemento da matriz).

Assim, a matriz espectral cruzada $R_{ss}(\psi)$ contaminada pela turbulência é uma combinação entre a matriz não contaminada $S(\psi)$ com a função de coerência $\Gamma(\boldsymbol{\rho}_{mn})$ entre cada par de microfones i e j . Logo, efeito da turbulência podem ser removidos por dividir a CSM por $\Gamma(\boldsymbol{\rho}_{mn})$, elemento por elemento.

DOUGHERTY (2003) sugere um modelo determinístico para incorporar a MCF na expressão de *beamforming*, inserindo a equação (2.31) em (2.26):

$$B = \frac{\mathbf{g}^H R_{ss} \mathbf{g}}{M^2} = \frac{\mathbf{g}^H [S(\Psi) \odot \Gamma(\boldsymbol{\rho}_{mn}) + \sigma_n^2] \mathbf{g}}{M^2} \quad (2.32)$$

Da equação (2.31), a perda de correlação entre os sinais de cada par de microfones na *array* pode ser predito por estimar a coerência dos sinais dos respectivos pares de microfones sob o efeito de turbulência. Da equação (2.32), esta coerência pode ser utilizada para teste de correção de *beamforming*.

Dado o exposto, esta tese tem como objetivo desenvolver a modelagem e entendimento dos efeitos de turbulência na decorrelação em *array* de microfones. Baseados em trabalhos anteriores de ciências radiofísicas, oceânicas e acústica atmosférica, no capítulo 3 será feita uma extensa revisão bibliográfica para a modelagem e compreensão dessas equações visando aplicação em ambiente turbulento de túnel de vento.

2.3 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo, fez-se inicialmente uma revisão bibliográfica sobre os fundamentos de *arrays* e *beamforming*. Aplicações em túnel de vento de *arrays* e *beamforming* foram consideradas e os efeitos de turbulência na *array* de microfones verificados. Observou-se que para *arrays* de maior tamanho, os efeitos da turbulência aumentam severamente. Uma solução para predição destes efeitos da turbulência sobre a *array* foi estudados, e a partir das referências, um modelos para predição de decorrelação turbulenta é considerado. O próximo capítulo desenvolve as equações para a predição da decorrelação de microfones

em *arrays* em meio turbulento com vistas às aplicações em túnel de vento.

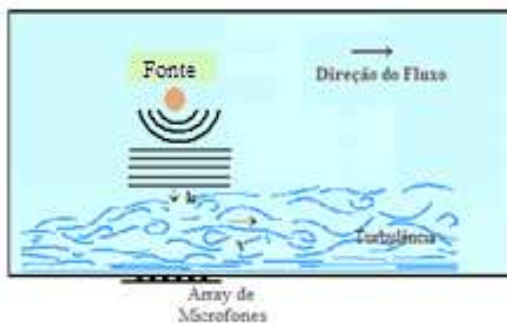
3 SOLUÇÃO ESTOCÁSTICA DA EQUAÇÃO DE ONDA ACÚSTICA EM MEIO TURBULENTO E VERIFICAÇÃO PARA APLICAÇÕES EM TÚNEL DE VENTO

Neste capítulo, uma extensa revisão bibliográfica é efetuada sobre propagação de onda em meio turbulento. O objetivo deste capítulo é desenvolver a solução estocástica da onda que tem como solução os seus momentos estatísticos. Como será mostrado, o segundo momento da resolução representa a função de coerência, que é usada para predizer a decorrelação turbulenta entre cada pares de microfones no *array*. A revisão se fez necessária para verificar a aplicação destas equações no problema aqui estudado.

Originalmente, estas equações foram desenvolvidas para aplicação nas ciências radiofísicas, com aplicação posterior nas ciências oceânicas e atmosféricas. Em todos estes casos, têm-se uma condição em que o comprimento de onda é muito menor do que as estruturas de vórtices turbulentos. Neste trabalho, se aplica pela primeira vez numa condição em que os comprimentos de onda é quase sempre maior ou igual às estruturas de vórtices turbulentos. Então, se fez necessário todo o desenvolvimento destas equações para se verificar sua aplicabilidade, como mostrado à partir do próximo parágrafo.

Entre os vários métodos usados para derivar as equações para propagação de onda em meio turbulento, o mais conhecido e usado é o Método da Equação Parabólica, TATARSKI (1961), em que na equação parabólica se considera propagação oblíqua da frente de onda k em relação à propagação da turbulência v (Figura 21).

Figura 21 – Propagação da onda acústica através da turbulência com vetor de incidência da onda k perpendicular à velocidade de propagação v da turbulência.



Um efetivo método para descrever a resolução estocástica desta equação de propagação da onda através do meio turbulento é dado pela *Aproximação de Markov*. Esta é baseada na aproximação do campo de onda pelo campo randômico de *Markov*, RYTOV (1978). A principal consideração é que o campo de onda é estatisticamente independente da turbulência, que é possível dentro da aproximação parabólica do campo de onda, TATARSKI (1961), RYTOV (1978), como será visto na seção 3.2. Na seção 3.1, o método da equação parabólica é desenvolvido, e na seção 3.2 a aproximação de Markov é considerada para a solução estocástica desta equação. Como será mostrado, os momentos da onda é a solução estocástica e o momento de primeira ordem desta solução é a média do campo de onda, e o momento de segunda ordem, a função de coerência mútua entre os microfones, os quais são desenvolvidos nas próximas seções.

3.1 DERIVAÇÃO DA APROXIMAÇÃO DA EQUAÇÃO PARABÓLICA

Começando com a equação escalar de Helmholtz do campo de onda eletromagnética, ISHIMAMURU (1978), e considerando este campo de onda eletromagnética como sendo o campo acústico $\mathbf{P}(\mathbf{r})$:

$$\nabla^2 \mathbf{P}(\mathbf{r}) + k^2 [1 + \tilde{\epsilon}(\mathbf{r})] \mathbf{P}(\mathbf{r}) = 0, \quad (3.1)$$

onde $\mathbf{r} = (x, y, z)$, $k^2 = \omega^2 \bar{\epsilon} / c^2$ é o quadrado do número de onda (assumindo $\bar{\epsilon} = \text{const}$), e $\tilde{\epsilon} = [\epsilon(\vec{r}) - \bar{\epsilon}] / \bar{\epsilon}$ a flutuação relativa da velocidade dos vórtices turbulentos na camada limite, então $\langle \tilde{\epsilon} \rangle = 0$.

Considerando que a onda se propaga na direção do eixo z , perpendicular ao plano (x, y) , usa-se a notação:

$$\nabla^2 \mathbf{P}(\rho, z) = \frac{\partial^2 \mathbf{P}(\rho, z)}{\partial z^2} + \nabla_{\perp}^2 \mathbf{P}(\rho, z), \quad (3.2)$$

onde: $\rho = (x, y)$, e

$\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ é o operador com o qual deriva-se a equação perpendicular ao plano (x, y) .

Escrevendo a equação (3.1) como um sistema de equações de primeira ordem e usando a notação (3.2):

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}(\rho, z)}{\partial z^2} = -\nabla_{\perp}^2 \mathbf{P}(\rho, z) - k^2 [1 + \tilde{\epsilon}(\vec{r})] \mathbf{P}(\rho, z). \quad (3.3)$$

Colocando como uma notação matricial:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left[\begin{array}{c} \mathbf{P}(\rho, z) \\ \frac{\partial \mathbf{P}(\rho, z)}{\partial z} \end{array} \right] &= \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\nabla_{\perp}^2 \mathbf{P}(\rho, z) - k^2 [1 + \tilde{\epsilon}(\vec{r})] \mathbf{P}(\rho, z) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}(\rho, z) \\ \frac{\partial \mathbf{P}(\rho, z)}{\partial z} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Introduzindo as notações:

$$\Phi(\rho, z) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}(\rho, z) \\ \frac{\partial \mathbf{P}(\rho, z)}{\partial z} \end{bmatrix}, \text{ e}$$

$$A \equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\nabla_{\perp}^2 - k^2 [1 + \tilde{\epsilon}(\vec{r})] & 0 \end{bmatrix},$$

e inserindo em (3.4), esta se torna:

$$\frac{\partial}{\partial z} \Phi(\rho, z) = A \vec{\Phi}(\rho, z). \quad (3.5)$$

Nesse ponto é necessário considerar a onda em duas condições: antes de cruzar a turbulência e no campo turbulento. Isso pode ser feito introduzindo as variáveis:

$$A_0 \equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k^2 & 0 \end{bmatrix}, A_1 \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\nabla_{\perp}^2 - k^2 \tilde{\epsilon}(\mathbf{r}) & 0 \end{bmatrix} \text{ e } A = A_0 + A_1,$$

em que A_0 é o operador de onda antes de cruzar a camada limite turbulenta e A_1 é o operador da onda dentro da camada limite turbulenta.

Decompondo A_0 :

$A_0 \mathbf{x} = \lambda \mathbf{x}$, obtêm-se as matrizes de autovalor e o autovetor:

$$\lambda = \pm ik, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ \pm ik \end{bmatrix}, \text{ respectivamente.}$$

Introduzindo a nova variável:

$$\Psi(\rho, z) = S^{-1}\Phi(\rho, z), \quad (3.6)$$

em que S é a matriz de autovetor de A_0 , o operador S é obtido:

$$S^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -i/k \\ 1 & i/k \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Inserindo (3.6) e (3.7) em (3.5) e desenvolvendo a álgebra, obtém-se a equação para $\Psi(\rho, z)$:

$$\frac{\partial \Psi(\rho, z)}{\partial z} = \begin{bmatrix} ik + \frac{1i}{2k}(\nabla_{\perp}^2 + k^2 \tilde{\epsilon}(\mathbf{r})) & \frac{1i}{2k}(\nabla_{\perp}^2 + k^2 \tilde{\epsilon}(\mathbf{r})) \\ -\frac{i}{2k}(\nabla_{\perp}^2 + k^2 \tilde{\epsilon}(\mathbf{r})) & ik + \frac{1i}{2k}(\nabla_{\perp}^2 + k^2 \tilde{\epsilon}(\mathbf{r})) \end{bmatrix} \Psi(\rho, z). \quad (3.8)$$

$\Psi(\rho, z)$ é o vetor número de onda dispersado pela turbulência e é representado por:

$$\Psi(\rho, z) = \begin{bmatrix} \Psi^+(\rho, z) \\ \Psi^-(\rho, z) \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

em que: Ψ^+ é a frente de onda dispersada na direção $+z$;

Ψ^- é a frente de onda dispersada na direção $-z$;

\mathbf{z} é o eixo perpendicular à turbulência.

Cada termo da matriz em (3.9) acopla os componentes de dispersão na direção positiva e negativa da frente de onda. Eles são interpretados como operadores de reflexão infinitesimal, CORONES (1975). Em acústica, dispersões negativas podem ser consideradas desprezíveis devido ao comprimento de onda envolvido, ISHIMARU (1978), RYTOV (1978). Assim, suprimindo-se o termo de dispersão negativa Ψ^- , isso não afetará o resultado da dispersão total da onda. Dessa forma, a equação para Ψ se torna:

$$\frac{\partial \Psi^+(\rho, z)}{\partial z} = ik\Psi^+(\rho, z) + \frac{i}{2k}\nabla_{\perp}^2\Psi^+(\rho, z) + \frac{ik}{2}\tilde{\epsilon}(\mathbf{r})\Psi^+(\rho, z). \quad (3.10)$$

Multiplicando por $2ik$ e trabalhando a Equação (3.10), a aproximação parabólica para Ψ^+ é obtida:

$$2ik \frac{\partial \Psi^+(\rho, z)}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 \Psi^+(\rho, z) + 2k^2 \left(1 + \frac{\epsilon(\mathbf{r})}{2}\right) \Psi^+(\rho, z) = 0. \quad (3.11)$$

Considerando a aproximação de onda plana para Ψ^+ :

$$\Psi^+(\rho, z) = \mathbf{p}(\rho, z)e^{ikz}, \quad (3.12)$$

Em que $\mathbf{p}(\rho, z)$ é a amplitude da onda dispersa.

então:

$$\frac{\partial \Psi^+(\rho, z)}{\partial z} = \left(\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} + ik\mathbf{p} \right) e^{ikz} \quad (3.13)$$

e, inserindo (3.12) e (3.13) em (3.11), é obtida a equação parabólica para $\mathbf{p}(\rho, z)$ para as dispersões na direção perpendicular à turbulência e na direção positiva da frente de onda:

$$2ik \frac{\partial \mathbf{p}(\rho, z)}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 \mathbf{p}(\rho, z) + k^2 \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{r}) \mathbf{p}(\rho, z) = 0. \quad (3.14)$$

Esta é a equação parabólica para uma onda acústica $\mathbf{p}(\rho, z)$ se propagando através do campo randômico $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{r})$, em que a direção de propagação de $\mathbf{p}(\rho, z)$ é perpendicular à $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{r})$, dado pelo operador ∇_{\perp}^2 .

Na próxima seção é desenvolvida a solução estocástica desta equação, onde a principal consideração é a hipótese de Markov, ou Aproximação Markoviana.

3.2 RESOLUÇÃO ESTOCÁSTICA DA EQUAÇÃO PARABÓLICA

Aproximação Markoviana:

Para a aproximação Markoviana, duas hipóteses devem ser assumidas:

1. O campo de onda é estatisticamente independente das não homogeneidades do meio turbulento, e as dispersões do lado negativo em relação à direção de propagação da onda devem ser ignoradas, como assumido na derivação da equação parabólica (3.14), desenvolvida na última seção;

2. O campo randômico $\tilde{\mathbf{x}}(\rho, z)$ é assumido como sendo delta correlacionado em z . Segue desse fato que, em qualquer altura da camada limite turbulenta z_1 e z_2 , $z_1 \neq z_2$, os campos randômicos $\tilde{\mathbf{x}}(\rho_1, z_1)$ e $\tilde{\mathbf{x}}(\rho_2, z_2)$ são estatisticamente independentes.

Sob essas aproximações, as equações para o momento estatístico dos campos de onda serão obtidas. Na seção 3.2.1, o primeiro momento da estatística da onda é obtido, considerando a aproximação Markoviana, em que é considerada a aproximação 2 do parágrafo acima. Na seção 3.2.2, o segundo momento da onda é obtido, correspondendo à função de coerência mútua, que descreve a estatística da propagação da onda no meio turbulento.

3.2.1 Equações para o Momento Estatístico de Primeira Ordem para o campo acústico:

Nesta seção, a aproximação Markoviana para a resolução estocástica da equação da onda é considerada. A solução destas equações são os momentos estatísticos da onda.

Considerando a aproximação parabólica 3. 14:

$$2ik \frac{\partial \mathbf{p}(\rho, z)}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 \mathbf{p}(\rho, z) + k^2 \tilde{\mathbf{x}}(\rho, z) \mathbf{p}(\rho, z) = 0.$$

onde: $\mathbf{p}(\rho, 0) = \mathbf{p}(\rho)$,

e que $\tilde{\mathbf{x}}(\rho, z)$ é delta-correlacionado em z .

Primeiro, a equação para $\bar{\mathbf{p}}(\rho, z)$ é desenvolvida. Para isso, a seguinte transformação identidade é feita, OBUKHOV (1965):

$$\begin{aligned} 2ik \frac{\partial \mathbf{p}(\rho, z)}{\partial z} + k^2 \tilde{\mathbf{x}}(\rho, z) \mathbf{p}(\rho, z) &\equiv \\ &\equiv 2ik \exp \left[-\frac{k^2}{2ik} \int_0^z \tilde{\mathbf{x}}(\rho, \zeta) \right] \frac{\partial}{\partial z} \int_0^z \tilde{\mathbf{x}}(\rho, \zeta) d\zeta \mathbf{p}(\rho, z) \end{aligned} \quad (3.15)$$

O que possibilita escrever (3.15) como

$$2ik \frac{\partial}{\partial z} \left[\exp \left(-\frac{ik}{2} \int_0^z \tilde{\mathbf{x}}(\rho, \zeta) d\zeta \right) \mathbf{p}(\rho, z) \right] = \quad (3.16)$$

$$= -\exp\left[-\frac{ik}{2}\int_0^z \tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)d\zeta\right] \nabla^2 \mathbf{p}(\rho, z).$$

Multiplicando ambos os lados dessa equação por:

$$\exp\left(-\frac{ik}{2}\int_0^z \tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)d\zeta\right)$$

e fazendo o uso de

$$\int_0^z \tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)d\zeta - \int_0^{z'} \tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)d\zeta = \int_{z'}^z \tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)d\zeta ,$$

obtém-se:

$$\begin{aligned} 2ik\mathbf{p}(\rho, z) - 2ik\exp\left(\frac{ik}{2}\int_0^z \tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)d\zeta\right)p_0(\rho) = \\ = -\int_0^z dz' \exp\left(\frac{ik}{2}\int_{z'}^z \tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)d\zeta\right)\Delta_{\perp}\mathbf{p}(\rho, z'). \end{aligned} \quad (3.17)$$

No lado esquerdo de (3.17), o integrando contém os produtos das duas variáveis randômicas $\Delta_{\perp}\mathbf{p}(\rho, z')$ e $\exp\left(\frac{ik}{2}\int_{z'}^z \tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)d\zeta\right)$. Desde que $\mathbf{p}(\rho, z')$ seja dependente somente dos valores *precedentes* de $\tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)$ (em z), onde $0 < \zeta' < z'$, e no expoente somente os valores subsequentes de $\tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)$ para $\zeta \geq \zeta'$, para a função randômica $\tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)$ delta-correlacionada (em z), esses dois fatores serão estatisticamente independentes. Portanto, a média de (3.17) será:

$$\begin{aligned} 2ik\bar{\mathbf{p}}(\rho, z) - 2ik\left\langle \exp\left(\frac{ik}{2}\int_0^z \tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)d\zeta\right) \right\rangle p_0(\rho) \\ = -\int_0^z dz' \left\langle \exp\left(\frac{ik}{2}\int_{z'}^z \tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)d\zeta\right) \right\rangle \Delta_{\perp}\bar{\mathbf{v}}(\rho, z'). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Que é uma equação fechada em $\bar{\mathbf{p}}(\rho, z')$.

A Equação (3.18) contém a função $\left\langle \exp\left(\frac{ik}{2}\int_0^z \tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)d\zeta\right) \right\rangle$. Esta é conhecida, se o comportamento estocástico da função randômica $\tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)$ é especificado, TATARSKI (1961), RYTOV (1978) e OSTASHEV (1994) consideram $\tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)$ como sendo um campo randômico *Gaussiano*. Essas considerações serão assumidas também para aplicação em túnel. Logo, a quantidade $a = \int_0^z \tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)d\zeta$

é *Gaussiana* com média zero. Então:

$$P_g(z, z'; \boldsymbol{\rho}) = \langle \exp\left(\frac{ika}{2}\right) \rangle = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{k^2}{4}\right)\overline{a^2}\right]. \quad (3.19)$$

Considerando que $\overline{a^2}$ seja, RYTOV (1978):
 $\overline{a^2} = (z - z')b(0)$,

em que $b(0)$ é a função de correlação medida na mesma estrutura de vórtice. Chega-se então:

$$P_g(z, z') = \exp\left(-\frac{k^2b(0)}{8}(z - z')\right). \quad (3.20)$$

Substituindo (3.20) em (3.18), tem-se:

$$\begin{aligned} 2ik\overline{\mathbf{p}}(\boldsymbol{\rho}, z) - 2ik\exp\left(-\frac{k^2b(0)}{8}(z)\right)p_0(\boldsymbol{\rho}) \\ = -\int_0^z dz' \exp\left(-\frac{k^2b(0)}{8}(z - z')\right)\Delta_{\perp}\overline{\mathbf{p}}(\boldsymbol{\rho}, z'). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Multiplicando (3.21) por $\exp\left(\frac{k^2b(0)z}{8}\right)$ e diferenciando em relação a z , obtém-se:

$$\begin{aligned} 2ik\exp\left(\frac{k^2b(0)}{8}z\right)\frac{\partial\overline{\mathbf{p}}}{\partial z} + 2ik\frac{k^2b(0)}{8}\exp\left(-\frac{k^2b(0)}{8}z\right)\overline{\mathbf{p}} \\ = -\exp\left(-\frac{k^2b(0)}{8}z\right)\Delta_{\perp}\overline{\mathbf{p}}(\boldsymbol{\rho}, z'). \end{aligned} \quad (3.22)$$

E, finalmente,

$$\frac{\partial\overline{\mathbf{p}}(\boldsymbol{\rho}, z')}{\partial z} + \frac{k^2b(0)}{8}\overline{\mathbf{p}} - \frac{i}{2k}\Delta_{\perp}\overline{\mathbf{p}}(\boldsymbol{\rho}, z') = 0. \quad (3.23)$$

A equação (3.23) descreve a média das flutuações turbulentas para o campo acústico $\mathbf{p}(\boldsymbol{\rho}, z')$. Em outras palavras, o momento de primeira ordem $\Gamma_{1,0}$, para o campo acústico $\mathbf{p}(\boldsymbol{\rho}, z')$.

O passo seguinte é desenvolver a equação para o momento de qualquer ordem $\Gamma_{n,m}$ para o campo \mathbf{p} . Neste trabalho, somente os momentos de primeira e segunda ordem serão utilizados, como se verá a seguir, onde o primeiro momento é a média estatística da onda e o segundo momento a função de coerência mutua.

Considerando o momento de qualquer ordem

$$\Gamma_{n,m} \equiv \langle \mathbf{p}(\rho'_1, z) \dots \mathbf{p}(\rho'_n, z) \mathbf{p}^*(\rho''_1, z) \dots \mathbf{p}^*(\rho''_m, z) \rangle, \quad (3.24)$$

a equação diferencial para a função randômica

$$\gamma = \mathbf{p}(\rho'_1, z) \dots \mathbf{p}(\rho'_n, z) \mathbf{p}^*(\rho''_1, z) \dots \mathbf{p}^*(\rho''_m, z) \quad (3.25)$$

é derivada.

Escrevendo a equação para $\mathbf{p}(\rho'_1, z)$, e denotando por Δ'_1 a Laplaciana transversal Δ'_\perp nas coordenadas (x_1, y_1) do ponto ρ'_1 , tem-se:

$$2ik \frac{\partial \mathbf{p}(\rho'_1, z)}{\partial z} + \Delta'_1 \mathbf{p}(\rho'_1, z) + k^2 \tilde{\epsilon}(\rho'_1, z) \mathbf{p}(\rho'_1, z) = 0. \quad (3.26)$$

A seguir, multiplica-se essa equação por $\mathbf{p}(\rho'_2, z) \mathbf{p}(\rho'_3, z) \dots \mathbf{p}(\rho'_n, z) \mathbf{p}^*(\rho''_1, z) \dots \mathbf{p}^*(\rho''_m, z)$. Desde que esse fator seja independente de ρ'_1 , ele pode ser trazido com o sinal Δ'_1 para dar

$$2ik \frac{\partial \mathbf{p}(\rho'_1, z)}{\partial z} \mathbf{p}(\rho'_2, z) \dots \mathbf{p}^*(\rho''_m, z) + \Delta'_1 \gamma + k^2 \tilde{\epsilon}(\rho'_1, z) \gamma = 0. \quad (3.27)$$

Repetindo os passos de (3.25) a (3.26) para $\mathbf{p}(\rho'_1, z)$, mas, agora, multiplicando a equação parabólica por $\mathbf{p}(\rho'_1, z) \mathbf{p}(\rho'_3, z) \dots \mathbf{p}^*(\rho''_m, z)$, tem-se:

$$2ik \mathbf{p}(\rho'_1, z) \frac{\partial \mathbf{p}(\rho'_2, z)}{\partial z} \mathbf{p}(\rho'_3, z) \dots \mathbf{p}^*(\rho''_m, z) + \Delta'_2 \gamma + k^2 \tilde{\epsilon}(\rho'_1, z) \gamma = 0. \quad (3.28)$$

A equação para $\mathbf{p}(\rho'_3, z) \dots, \mathbf{p}(\rho'_n, z)$ é similar.

Levando a equação complexa conjugada para a equação parabólica:

$$2ik \frac{\partial \mathbf{p}^*(\rho, z)}{\partial z} - \Delta \mathbf{p}^*(\rho, z) - k^2 \tilde{\epsilon}(\rho, z) \mathbf{p}^*(\rho, z) = 0, \quad (3.29)$$

e escrevendo a equação similar para $\mathbf{p}^*(\rho_1'', z)$:

$$2ik\mathbf{p}(\rho_1', z) \dots \mathbf{p}(\rho_n', z) \frac{\partial \mathbf{p}^*(\rho_1'', z)}{\partial z} \mathbf{p}^*(\rho_2'', z) \dots \mathbf{p}^*(\rho_m'', z) - \Delta_1'' \gamma - k^2 \tilde{\mathbf{e}}(\rho_1'', z) \gamma = 0, \quad (3.30)$$

as equações para $\mathbf{p}^*(\rho_2'', z) \dots, \mathbf{p}^*(\rho_m'', z)$ podem ser derivadas similarmente.

Adicionando as equações diferenciais de (3.27) a (3.30), obtém-se a equação para o campo randômico γ :

$$2ik \frac{\partial \gamma}{\partial z} + \hat{L} \gamma - k^2 \mu(z) \gamma = 0, \quad (3.31)$$

em que:

$$\hat{L} = \Delta_1' + \dots + \Delta_n' - \Delta_1'' - \Delta_m'', \text{ e}$$

$$\mu(z) = \tilde{\mathbf{e}}(\rho_1', z) + \dots + \tilde{\mathbf{e}}(\rho_n', z) - \tilde{\mathbf{e}}(\rho_1'', z) - \dots - \tilde{\mathbf{e}}(\rho_m'', z). \quad (3.32)$$

Considerando os mesmos passos de (3.15) a (3.18) e considerando que $\bar{\gamma} = \Gamma_{n,m}$, chega-se a:

$$2ik\Gamma_{n,m}(\rho_\alpha', \rho_\alpha'', z) - 2ik \left\langle \exp \left(\frac{ik}{2} \int_0^z \mu(\zeta) d\zeta \right) \right\rangle \Gamma_{n,m}(\rho_\alpha', \rho_\alpha'', z) = - \int_0^z dz' \left\langle \exp \left(\frac{ik}{2} \int_{z'}^z \mu(\zeta) d\zeta \right) \right\rangle \hat{L} \Gamma_{n,m}(\rho_\alpha', \rho_\alpha'', z'). \quad (3.33)$$

Essa equação é fechada, e a função

$$\mathbf{P}_g(z, z') = \left\langle \exp \left(\frac{ik}{2} \int_{z'}^z \mu(\rho_\alpha', \rho_\alpha'', \zeta) d\zeta \right) \right\rangle \quad (3.34)$$

é conhecida se o comportamento estatístico de $\tilde{\mathbf{e}}(\rho, z)$ for conhecido. Como no caso $\bar{\mathbf{p}}$, será considerado campo randômico Gaussiano $\tilde{\mathbf{e}}$. Então, $\mathbf{P}_g(z, z')$ é dado por:

$$\mathbf{P}_g = \exp \left[- \frac{k^2}{8} \int_{z'}^z d\zeta_1 \int_{z'}^z d\zeta_2 \langle \mu(\rho_\alpha', \rho_\alpha'', \zeta_1) \mu(\rho_\alpha', \rho_\alpha'', \zeta_2) \rangle d\zeta_2 \right]. \quad (3.35)$$

Considerando que $\mu(\rho'_\alpha, \rho''_\beta, \zeta) = \sum_{\alpha=1}^n \tilde{\epsilon}(\rho'_\alpha, \zeta) - \sum_{\beta=1}^m \tilde{\epsilon}(\rho''_\beta, \zeta)$, então

$$\begin{aligned} \langle \mu(\rho'_\alpha, \rho''_\beta, \zeta_1) \mu(\rho'_\alpha, \rho''_\beta, \zeta_2) \rangle &= \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^m \langle \tilde{\epsilon}(\rho'_\alpha, \zeta_1) \tilde{\epsilon}(\rho''_\beta, \zeta_2) \rangle > \\ &- 2 \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^m \langle \tilde{\epsilon}(\rho'_\alpha, \zeta_1) \tilde{\epsilon}(\rho''_\beta, \zeta_2) \rangle > \\ &+ \sum_{\alpha=1}^m \sum_{\beta=1}^m \langle \tilde{\epsilon}(\rho'_\alpha, \zeta_1) \tilde{\epsilon}(\rho''_\beta, \zeta_2) \rangle > \end{aligned}$$

Considerando-se a aproximação Markoviana, que considera que o campo $\tilde{\epsilon}$ seja delta-correlacionado em z , tem-se:

$$\langle \tilde{\epsilon}(\rho_\alpha, \zeta_1) \tilde{\epsilon}(\rho_\beta, \zeta_2) \rangle = A(\rho_\alpha - \rho_\beta) \delta(\zeta_1 - \zeta_2),$$

tal que a integral da equação (3.35) seja:

$$\int_{z'}^z d\zeta_1 \int_{z'}^z d\zeta_2 \langle \mu(\rho'_\alpha, \rho''_\alpha, \zeta_1) \mu(\rho'_\alpha, \rho''_\alpha, \zeta_2) \rangle d\zeta_2 = (z - z') Q_{n,m},$$

em que

$$\begin{aligned} Q_{n,m} &= \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n A(\rho'_\alpha - \rho'_\beta) - 2 \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^m A(\rho'_\alpha - \rho''_\beta) \\ &+ \sum_{\alpha=1}^m \sum_{\beta=1}^m A(\rho''_\alpha - \rho''_\beta). \end{aligned} \quad (3.36)$$

Então, a função de probabilidade em (3.35) será:

$$\mathbf{P}_g(z, z') = \exp \left[-\frac{k^2}{8} Q_{n,m} (z - z') \right]. \quad (3.37)$$

Substituindo (3.37) em (3.33), multiplicando ambos os lados por $\exp \left[\frac{k^2}{8} Q_{n,m} z \right]$ e diferenciando o resultado em relação a z , obtém-se a equação diferencial estocástica para $\Gamma_{n,m}$:

$$\begin{aligned}
2ik \frac{\partial \Gamma_{n,m}}{\partial z} \exp \left[\frac{k^2 Q_{n,m} z}{8} \right] + \frac{2ik^3 Q_{n,m} \Gamma_{n,m} \exp \left(\frac{k^2 Q_{n,m} z}{8} \right)}{4} \\
= \exp \left[\frac{k^2 Q_{n,m} z}{8} \right] \hat{L} \Gamma_{n,m} z,
\end{aligned}$$

ou:

$$\frac{\partial \Gamma_{n,m}}{\partial z} - \frac{i}{2k} (\Delta'_1 + \dots \Delta'_n - \Delta''_1 - \dots - \Delta''_m) \Gamma_{n,m} + \frac{k^2}{8} Q_{n,m} \Gamma_{n,m} = 0. \quad (3.38)$$

A condição inicial para (3.38) tem a forma:

$$\Gamma_{n,m}(\rho'_\alpha, \rho'_\beta, 0) = \mathbf{p}_0(\rho'_1) \dots \mathbf{p}_0(\rho'_n) \mathbf{p}_0^*(\rho''_1) \dots \mathbf{p}_0^*(\rho''_m).$$

Em $n=1$ e $m=0$, segue de (3.36) que a correlação é dada por:

$$Q_{1,0} = b(0), \quad (3.39)$$

E a equação para o campo médio é:

$$\Gamma_{1,0} \equiv \bar{\mathbf{p}}(\rho, z). \quad (3.40)$$

Adicionalmente, escreve-se a equação para a função de coerência transversal, isto é, $\Gamma_{n,m} = \langle \mathbf{p}(\rho'_1, z) \mathbf{p}^*(\rho''_1, z) \rangle$. Fazendo $n=m=1$ em (3.36), e introduzindo a notação $b(\rho'_1 - \rho''_1) = \pi H(\rho' - \rho'')$, conforme GURVICH (1975) e OSTASHEV (1998), chega-se a:

$$Q_{1,1} = 2b(0) - 2b(\rho'_1 - \rho''_1) = 2\pi H(\rho' - \rho''), \quad (3.41)$$

e

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Gamma_{1,1}(\rho', \rho'', z)}{\partial z} - \frac{i}{2k} (\Delta'_1 - \Delta''_1) \Gamma_{1,1}(\rho', \rho'', z) \\
+ \frac{\pi k^2}{8} H(\rho' - \rho'') \Gamma_{1,1}(\rho', \rho'', z) = 0. \quad (3.42)
\end{aligned}$$

A função de coerência mútua, ou MCF (Mutual Coherence Function), $\Gamma_{1,1}(\rho', \rho'', z)$ tem uma importante função na análise

estatística do comportamento da onda acústica no meio turbulento. No caso prático, ρ' e ρ'' significa diferentes pontos de medição das flutuações turbulentas no plano (x,y) à mesma altura z da camada limite turbulenta.

No caso de *arrays* de microfones, ela permitirá analisar a coerência entre os diferentes sensores no *arrays* após a passagem da onda através da camada limite turbulenta. Esse resultado será desenvolvido na próxima seção. Para o caso em que $\rho' = \rho''$, esta retorna o campo médio da onda:

$$\Gamma_{1,1}(\rho', \rho'', z) = \langle |\mathbf{p}(\rho', \rho'', z)|^2 \rangle.$$

3.2.2 Função de Coerência de Segunda Ordem

Nesta Seção serão desenvolvidos os resultados para a função de coerência de segunda ordem $\Gamma_{1,1}(\rho', \rho'', z)$. Introduzindo no plano $z=\text{cte}$ a coordenada ρ_+ , do centro de massa dos pontos ρ', ρ'' , e a coordenada relativa ρ :

$$\begin{aligned} \rho_+ &= \frac{1}{2}(\rho' + \rho''), \\ \rho &= (\rho' - \rho''), \end{aligned}$$

então:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \rho'} &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \rho_+} + \frac{\partial}{\partial \rho}, & \frac{\partial}{\partial \rho''} &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \rho_+} - \frac{\partial}{\partial \rho}, \\ \Delta' - \Delta'' &= 2 \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{\partial}{\partial \rho_+}. \end{aligned}$$

Criando as coordenadas:

$$\Gamma_{1,1}(\rho', \rho'', z) = \Gamma_{1,1}(\rho_+ + \frac{\rho}{2}, \rho_+ - \frac{\rho}{2}, z) = \Gamma(\rho, \rho_+, z),$$

e inserindo-as na equação (3.42):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma(\rho, \rho_+, z)}{\partial z} - \frac{i}{k} \frac{\partial^2}{\partial \rho \partial \rho_+} \Gamma(\rho, \rho_+, z) + \\ \frac{\pi k^2}{4} H(\rho) \Gamma(\rho, \rho_+, z) = 0, \end{aligned} \quad (3.43)$$

aplicando a Transformada de Fourier em $\boldsymbol{\rho}_+$:

$$\Gamma(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_+, z) = \int \gamma(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{p}, z) \exp(i\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\rho}_+) d\boldsymbol{\rho}_+ \quad (3.44)$$

e substituindo por (2.43):

$$\frac{\partial \gamma}{\partial z} + \frac{\mathbf{p}}{k} \frac{\partial \gamma}{\partial \rho} + \frac{\pi k^2}{4} H(\boldsymbol{\rho}) \gamma = 0. \quad (3.45)$$

Considerando a expansão de Taylor:

$$f(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho}_0) = \exp\left(\boldsymbol{\rho}_0 \frac{\partial}{\partial \rho}\right) f(\boldsymbol{\rho}), \quad (3.46)$$

e aplicando-a à soma dos dois primeiros termos em (3.45):

$$\frac{\partial \gamma}{\partial z} + \frac{\mathbf{p}}{k} \frac{\partial \gamma}{\partial \rho} = \exp\left(-\frac{\mathbf{p}z}{k} \frac{\partial}{\partial \rho}\right) \frac{\partial}{\partial z} \left[\exp\left(\frac{\mathbf{p}z}{k} \frac{\partial}{\partial \rho}\right) \gamma(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{p}, z) \right],$$

a equação (2.45) poderá ser escrita na forma:

$$\exp\left(-\frac{\mathbf{p}z}{k} \frac{\partial}{\partial \rho}\right) \frac{\partial}{\partial z} \left[\exp\left(\frac{\mathbf{p}z}{k} \frac{\partial}{\partial \rho}\right) \gamma(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{p}, z) \right] = -\frac{\pi k^2}{4} H(\boldsymbol{\rho}) \gamma(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{p}, z).$$

Multiplicando-se ambos os lados dessa equação por $\exp\left(\frac{\mathbf{p}z}{k} \frac{\partial}{\partial \rho}\right)$, chega-se a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left[\exp\left(\frac{\mathbf{p}z}{k} \frac{\partial}{\partial \rho}\right) \gamma(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{p}, z) \right] \\ = -\frac{\pi k^2}{4} \exp\left(\frac{\mathbf{p}z}{k} \frac{\partial}{\partial \rho}\right) [H(\boldsymbol{\rho}) \gamma(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{p}, z)]. \end{aligned} \quad (3.47)$$

Fazendo-se $\boldsymbol{\rho}_0 = \frac{\mathbf{p}z}{k}$ em (3.46), (3.47) torna-se:

$$\frac{\partial}{\partial z} \gamma\left(\boldsymbol{\rho} + \frac{\mathbf{p}z}{k}, \mathbf{p}, z\right) = -\frac{\pi k^2}{4} \exp\left(\frac{\mathbf{p}z}{k} \frac{\partial}{\partial \rho}\right) [H(\boldsymbol{\rho}) \gamma(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{p}, z)].$$

A solução dessa equação é:

$$\gamma\left(\boldsymbol{\rho} + \frac{\mathbf{p}z}{k}, \mathbf{p}, z\right) = \gamma_0(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{p}) \exp\left[\frac{-\pi k^2}{4} \int_0^z H\left(\boldsymbol{\rho} + \frac{\mathbf{p}\zeta}{k}\right) d\zeta\right], \quad (3.48)$$

em que $\gamma_0(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{p}) = \gamma_0(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{p}, 0)$ é o valor para γ em $z=0$. Substituindo $(\boldsymbol{\rho} - \frac{\mathbf{p}z}{k})$ para $\boldsymbol{\rho}'$:

$$\gamma(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{p}, z) = \gamma_0\left(\boldsymbol{\rho} - \frac{\mathbf{p}z}{k}, \mathbf{p}\right) \exp\left[\frac{-\pi k^2}{4} \int_0^z H\left(\boldsymbol{\rho} - \frac{\mathbf{p}}{k}(z - \zeta)\right) d\zeta\right]$$

e inserindo-o em (3.44):

$$\Gamma(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_+, z) = \int \gamma_0\left(\boldsymbol{\rho} - \frac{\mathbf{p}z}{k}, \mathbf{p}\right) \exp\left[i\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\rho}_+ - \frac{\pi k^2}{4} \int_0^z H\left(\boldsymbol{\rho} - \frac{\mathbf{p}}{k}(z - \zeta)\right) d\zeta\right] d^2p. \quad (3.49)$$

Usando a Transformada Inversa de Fourier em (3.45), considerando agora γ_0 , obtém-se a expressão para Γ_0 . E, substituindo-a em (3.49), chega-se a:

$$\Gamma(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_+, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int d^2p d^2\rho'_+ \Gamma_0\left(\boldsymbol{\rho} - \frac{\mathbf{p}z}{k}, \boldsymbol{\rho}'_+\right) \exp\left[i\mathbf{p} \cdot (\boldsymbol{\rho}_+ - \boldsymbol{\rho}'_+) - \frac{\pi k^2}{4} \int_0^z H\left(\boldsymbol{\rho} - \frac{\mathbf{p}}{k}(z - \zeta)\right) d\zeta\right]. \quad (3.50)$$

Considerando o caso de a onda plana propagando em um meio não homogêneo e o fato de que $\boldsymbol{\rho}' = \boldsymbol{\rho} - (\frac{\mathbf{p}z}{k})$, então $\Gamma_0 = \text{const} = I_0$. Integrando (3.50) em relação a $\boldsymbol{\rho}'$, obtém-se:

$$\Gamma(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_+, z) = I_0 \exp\left[-\frac{\pi k^2 z}{2} (b(0) - b(\boldsymbol{\rho}))\right] = \Gamma(\boldsymbol{\rho}, z), \quad (3.51)$$

que é a equação para o momento de segunda ordem da estatística da onda, ou a Função de Coerência Mútua, MCF (Mutual Coherence Function), $\Gamma(\boldsymbol{\rho}, z)$. Esta descreve a função coerência dos sinais da onda medidos em dois pontos, $\boldsymbol{\rho}'$ e $\boldsymbol{\rho}''$, propagando-se através e perpendicularmente a um meio não homogêneo de espessura Z , sendo Z , portanto, a espessura da camada limite. Como se pode observar, a MCF é uma função da correlação de dois pontos, $b(\boldsymbol{\rho})$, onde $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho}''$ é a distância de separação entre dois pontos da medição do campo

turbulento $v(\boldsymbol{\rho})$, e pode ser determinada se $b(\boldsymbol{\rho})$ é conhecida, como se verá na próxima seção.

3.2.3. Função de Correlação Bi-Dimensional

Se a espessura Z da camada limite é conhecida, a MCF (3.51) é completamente determinada por processar a função de correlação 2-D $b(\boldsymbol{\rho})$. A função de correlação 2-D é definida como a integral, sobre a direção de propagação, da função de correlação 3-D $R(\mathbf{r}) = \langle N(\mathbf{r})N(0) \rangle$, conforme definido por GURVICH (1975) e OSTASHEV (1995). Nesses trabalhos, N é o índice de refração da luz, dado que são trabalhos de radiofísica. No presente trabalho será considerado com as flutuações da velocidade da turbulência $\mathbf{v}(t)$ e $\mathbf{u}(t)$, para as propagações em y e x , respectivamente. Tomando-se o eixo z como sendo o eixo de propagação da onda acústica, define-se então a função de correlação 2-D por, WILSON (2000), DASHEN (1979)

$$b(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(r, y, z) dz, \quad (3.52)$$

em que $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$ é a coordenada da não homogeneidade.

Considerando que a turbulência é estatisticamente homogênea e isotrópica, pode-se escrever a função de correlação 2-D de uma forma alternativa, envolvendo a função densidade espectral $\Phi(\mathbf{k})$, conforme RYTOV (1978) e WILSON (1998). Essa forma alternativa é derivada do fato de que as funções de correlação 3-D e densidade espectral constituem um par da Transformada de Fourier:

$$R(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d^3k \quad e \quad (3.53)$$

$$\Phi(\mathbf{k}) = \frac{1}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} R(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d^3r, \quad (3.54)$$

em que $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ e $\mathbf{r} = (x, y, z) = (\boldsymbol{\rho}, z)$.

Tomando a Transformada de Fourier (3.53) em relação a z e fazendo $k_z = 0$, chega-se à expressão para $b(\boldsymbol{\rho})$, Equação (3.52):

$$b(\boldsymbol{\rho}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(k_x, k_y, 0) \times \exp [i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y. \quad (3.55)$$

O efeito da velocidade das flutuações das velocidades turbulentas na onda sonora propagante é similar ao efeito de flutuações na velocidade do som. Tomando a equação parabólica para a equação da onda acústica, OSTASHEV (1994) mostrou que, na presença de flutuações de velocidade dos vórtices turbulentos, o índice de refração N pode ser substituído por:

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - 2\mathbf{v}_i/\mathbf{c}_0, \quad (3.56)$$

em que \mathbf{v}_i é a componente da velocidade turbulenta paralela à direção de propagação do fluxo, e $\varepsilon = \frac{c_0^2}{c} - 1$. Considerando a estatística da velocidade normalizada $\mathbf{v}_i = 2\mathbf{u}_i/c_0$, define-se a função de correlação de dois pontos:

$$R_{ij}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{v}_i(\mathbf{r})\mathbf{v}_j(\mathbf{0}) \rangle. \quad (3.57)$$

Considerando-se o componente paralelo ao campo velocidade, a função de correlação entre dois pontos torna-se:

$$R_{ij}(\mathbf{r}) = \frac{4}{c_0^2} \langle \mathbf{u}_i(\mathbf{r})\mathbf{u}_j(\mathbf{0}) \rangle. \quad (3.58)$$

Assim, a função de correlação paralela ao caminho de propagação da onda (direção de integração) é:

$$b(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{11}(r_1, r_2, r_3) dr_1, \quad (3.59)$$

E, dada a função de estrutura 2-D (3.41), obtém-se:

$$d(\boldsymbol{\rho}) = 2[b(\mathbf{0}) - b(\boldsymbol{\rho})]. \quad (3.60)$$

Considerando (3.58) e (3.59) e a equação (3.50) na aproximação Markoviana, escreve-se a MCF para a onda sonora no campo turbulento, considerando a função de estrutura (3.60):

$$\Gamma(\boldsymbol{\rho}, z) = I_0 \exp \left[-\frac{\pi k^2 z}{4} d(\boldsymbol{\rho}) \right]. \quad (3.61)$$

3.2.4. Modelos Teóricos de Turbulência para a Função de Correlação 2-D

A função de estrutura (3.60) depende da função de correlação (3.59). Logo, modelos teóricos do espectro turbulento fornecem informações sobre o comportamento da dispersão turbulenta (3.61). Nesta seção, desenvolvem-se modelos teóricos para o espectro turbulento isotrópico. No capítulo 5, esses modelos teóricos serão utilizados para predição teórica da MCF, usando flutuações de velocidade v obtidas em anemômetros de fio quente.

3.2.4.1. Modelo para Espectro Gaussiano Isotrópico

O ponto inicial para o modelo Gaussiano é a função de correlação de velocidade longitudinal é:

$$R(r) = \sigma^2 h(r), \quad (3.62)$$

em que

$$h(r) = \exp\left(-\frac{r^2}{L^2}\right),$$

$$\sigma^2 = \langle u_i^2 \rangle = \frac{4\langle v_i^2 \rangle}{\langle c_0^2 \rangle} \quad (3.63)$$

e L é a escala de comprimento do vórtice turbulento para o modelo Gaussiano.

O espectro Gaussiano da turbulência do meio torna-se conveniente para estudos analíticos da propagação da onda em meio randômico, pois, com esse modelo, podem-se levar em conta os efeitos estatísticos dos grandes vórtices no momento estatístico do campo de onda. Em muitas aplicações, L é da ordem dos maiores vórtices L_0 , no entanto, pode ser menor que L_0 , WATER (1991). Procedimentos mais avançados para determinação da escala de comprimento são descritos em WILSON (1998) e KALLISTRATOVA (2001). A função de correlação Gaussiana é dada por, WILSON (1998):

$$b(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\sigma^2 L}{2\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{\boldsymbol{\rho}^2}{L^2}\right) \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\rho}^2}{L^2}\right). \quad (3.64)$$

Então, a função de estrutura 2-D para esse modelo é dada por:

$$\begin{aligned} d(\boldsymbol{\rho}) &= 2\{b(0) - b(\boldsymbol{\rho})\} \\ &= \frac{\sigma^2 L}{\sqrt{\pi}} \left[1 - \left(1 - \frac{\boldsymbol{\rho}^2}{L^2}\right) \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\rho}^2}{L^2}\right)\right]. \end{aligned} \quad (3.65)$$

3.2.4.2. O Modelo para o Espectro de Von Kármán

A função de correlação para o modelo de Vón Kármán é dada por Wilson (1998):

$$b(\boldsymbol{\rho}) = \frac{2\sigma^2 l}{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{1}{3})} \left(\frac{\boldsymbol{\rho}}{2l}\right)^{5/6} \left[K_{5/6}\left(\frac{\boldsymbol{\rho}}{l}\right) - \left(\frac{\boldsymbol{\rho}}{2l}\right) K_{1/6}\left(\frac{\boldsymbol{\rho}}{l}\right) \right]. \quad (3.66)$$

Assim, a função de estrutura para o espectro de Vón Kármán é:

$$d(\boldsymbol{\rho}) = \frac{4\sigma^2 l}{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{1}{3})} \left(\frac{\boldsymbol{\rho}}{2l}\right)^{5/6} \left[K_{5/6}\left(\frac{\boldsymbol{\rho}}{l}\right) - \left(\frac{\boldsymbol{\rho}}{2l}\right) K_{1/6}\left(\frac{\boldsymbol{\rho}}{l}\right) \right]. \quad (3.67)$$

Onde $K_{5/6}\left(\frac{\boldsymbol{\rho}}{l}\right)$ é a função de Bessel em $\left(\frac{\boldsymbol{\rho}}{l}\right)$ de ordem 5/6. Seu valor é conseguido, por exemplo, em matlab com a função “besselk(5/6,ro/l)”. Análogo para $K_{1/6}\left(\frac{\boldsymbol{\rho}}{l}\right)$.

3.2.4.2. O Modelo para o Espectro de Kolmogorov

O modelo de Kolmogorov no argumento de escala se aplica à faixa inercial da turbulência. Kolmogorov argumentou que a subfaixa inercial tem propriedades de escala que são independentes das grandes escalas e da taxa de dissipação da energia cinética ϵ . O parâmetro função de estrutura vetorial é definido como TATARSKI (1961), RYTOV (1978), OSTASHEV (1998):

$$D_{||}(\mathbf{r}) = \langle [\mathbf{u}_1(r, 0, 0) - \mathbf{u}_1(0, 0, 0)]^2 \rangle = 2\sigma^2 [1 - f(\mathbf{r})], \quad (3.68)$$

e o parâmetro de estrutura como:

$$C_u^2 = \lim_{r \rightarrow \infty} D_{||}(r)r^{2/3}, \quad (3.69)$$

em que

$$f(r) = \frac{2}{\Gamma(1/3)} \left(\frac{r}{2l}\right)^{1/3} K_{1/3}\left(\frac{r}{l}\right).$$

Inserindo (3.68) em (3.69), obtém-se:

$$C_u^2 = \frac{6\sigma^2\Gamma(2/3)}{\Gamma(1/3)} \left(\frac{1}{2l}\right)^{2/3} = 1.91\sigma^2l^{-2/3}. \quad (3.70)$$

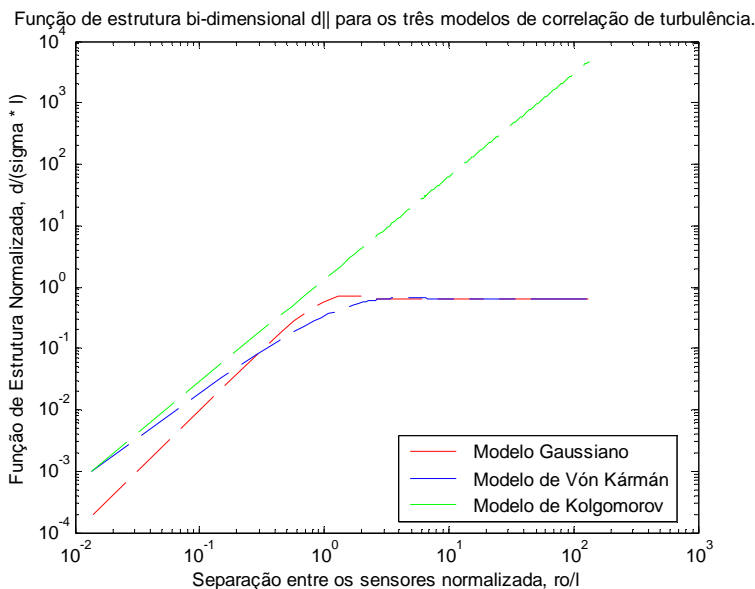
Onde a função gama $\Gamma(2/3)$ é obtida por exemplo em matlab através do comando “gamma(2/3)”.

Em termos do parâmetro de estrutura, escreve-se assim a função de estrutura 2-D:

$$d_{||}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{11}{30\sqrt{\pi}\Gamma(2/3)} C_u^2 \boldsymbol{\rho}^{5/3} = 0.850 C_u^2 \boldsymbol{\rho}^{5/3}. \quad (3.71)$$

A Figura (22) plota a função de estrutura 2-D normalizada como uma função da distância de separação $\boldsymbol{\rho}$ entre as estruturas de turbulência para os três modelos espectrais. Como se pode ver, para pequenas distâncias de separação ρ , os valores da função de estrutura usando modelos de Vón Kármán e Kolmogorov assumem o mesmo valor, e quando a distância torna-se maior, os valores da função de estrutura normalizada tornam-se os mesmos para os espectros Gaussiano e Vón Kármán.

Figura 22 – Função de Estrutura 2-D Normalizada para Três Modelos de Turbulência.



3.3 CONCLUSÃO DO CAPÍTULO

Neste capítulo, um estudo da equação de ondas em meio turbulento é proposto. Sua resolução estocástica é desenvolvida considerando a aproximação Markoviana. O segundo momento da resolução estocástica é considerada, pois este segundo momento é a função de coerência usada para prever a decorrelação do *array* de microfones. As considerações feitas no desenvolvimento original foram mantidas, dentre as quais devem se destacar:

- Dispersão por reflexão da onda no sentido contrário do movimento são descartadas;
- Flutuações do campo randômico $\tilde{\epsilon}(\rho, \zeta)$, Equação (3.18), são considerados campos randômicos com comportamento *Gaussiano*;
- Modelo de correlação bi-dimensional;
- Modelos teóricos de correlação turbulenta: Gaussiano, de vón Kármán e Kolmogorov.

No próximo capítulo se descreve os procedimentos experimentais e os métodos de análise utilizados para análise de dados de fio quente e análise dos modelos estudados.

4 PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS E MÉTODOS

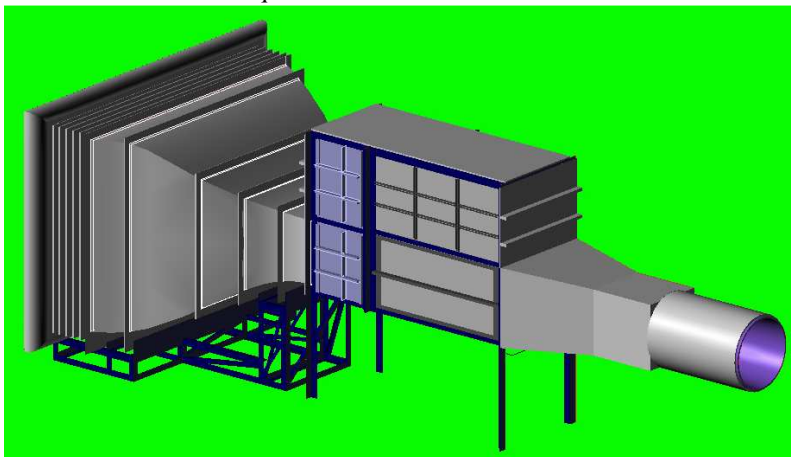
O procedimento experimental deste trabalho foi conduzido pelos funcionários e colaboradores do Laboratório de Mecânica dos Fluidos do Centro de Pesquisa NASA AMES – San Jose, Califórnia, sob coordenação do Dr. Clifton Horne, auxiliado por Dr. Kurt Long, Dr. Stephen Schery e estagiários Alex Babb e Bryan Constanza.

4.1 PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

4.1.1 Túnel de Vento

Os testes aerodinâmicos foram realizados no túnel de vento do Laboratório de Mecânica dos Fluidos do Centro de Pesquisa NASA AMES. Trata-se de um túnel de jato aberto com seção de testes fechada de 1.22 m de largura x 0.81m de altura, Figura (23).

Figura 23 – Vista externa do túnel de vento do Laboratório de Mecânica dos Fluidos do Centro de Pesquisa NASA AMES.



Fonte: NASA Ames Aerodynamic Research Center.

A velocidade do túnel pode ser ajustada de números de Mach entre 0.05, 0.10 e 0.15. A camada limite da parede nessas condições chega entre 1 a 2 polegadas de espessura na seção de teste, no entanto, dispositivos para aumentar a espessura da camada limite em até 16 polegadas foram utilizados pelos pesquisadores para algumas condições de teste. O *array* foi montado no chão do túnel na condição tangencial

ao chão, de modo que os microfones ficassem tangente ao fluxo. A fonte acústica no lado oposto, no teto do túnel, atrás de uma superfície porosa lisa de acrílico, marcada com uma fita azul. Esta também foi montada tangente à parede. As velocidades foram medidas com um tubo de *pitot* estático colocado na parede onde está o *array*, Figura (24). Na Figura (25) tem-se uma visão geral da seção de teste do túnel.

Figura 24 – Montagem experimental mostrando a seção de teste do túnel, *speakers*, *array* de microfones e tubos de *pitot*.



Fonte: NASA Ames Aerodynamic Research Center.

Figura 25 – Vista da seção de teste do túnel de vento.



Fonte: NASA Ames Aerodynamic Research Center.

4.1.2 Anemometria de Fio Quente

Dados de anemometria de fio quente foram adquiridos para fornecer informações sobre os parâmetros da camada limite. As sondas foram postas na mesma parede onde o *array* está montado. Para cada configuração analisada, Tabela (3), dados reduzidos de um único anemômetro forneceram as seguintes informações sobre os vórtices:

- Intensidade das flutuações turbulentas u' e v' para cada configuração de escoamento;
- Velocidades U e V do vórtice;
- Espessura da camada limite.

O conjunto de anemometria de fio quente consiste de:

- Uma sonda para anemômetro de fio quente Dantec 55P51, cabeça de prova de fio cruzado ouro-tugstênio;

- Um anemômetro de fio quente de dois canais Dantec 55MO1 de temperatura constante;
- 5 metros de conectores e cabos;
- Sistema de aquisição de dados de anemometria: *National Instruments* PXI.

O método de calibração usado foi calibrador de jato modular para resposta angular de ± 1 deg.

Figura 26 – Sonda de fio quente Dantec 55P51.



Fonte: <http://www.dantecdynamics.com/Default.aspx?ID=762>

Um único anemômetro foi utilizado para aquisições em cada configuração, e a hipótese de Taylor (*frozen turbulence*) considerada, tal que séries temporais medidas em um único ponto pudessem ser interpretadas como variação espacial a jusante. Considerando os pontos (microfones) horizontalmente separados na mesma altura, as flutuações dos vórtices em cada ponto referente a cada microfone no *array* pudessem então ser computadas, conforme especificado no capítulo 5. O ponto de referência onde foi feita a medida é o centro do *array*, na Figura (26). Ao todo, foram aquisitados 10 segundos de dados à uma frequência de 10 KHz. A Tabela (3) mostra o conjunto de dados analisados.

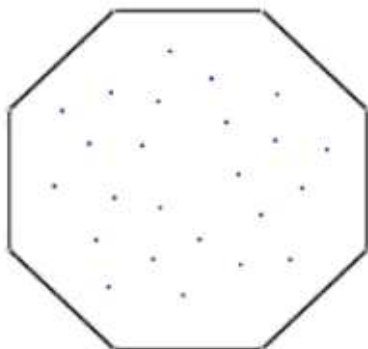
Tabela 3 – Relação de Dados Analisados com fio quente.

Fio Quente	Número de Mach	0.15	0.10	0.05
	Espessura camada limite (cm)	5	5	
		40	40	40

4.1.3 Array e Microfones

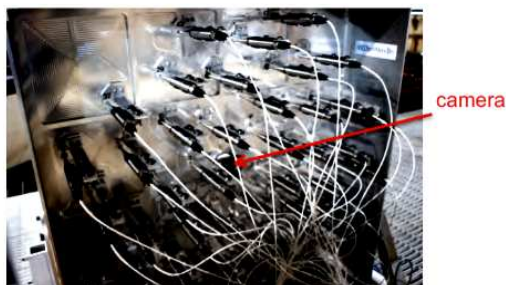
Medições acústicas para o experimento foram adquiridas com *array* de 24 microfones distribuídos em geometria espiral, Figura 27, com 24 microfones omnidirecionais Lavalier B3 de 0.22 polegadas, Figura (29). A Figura (28) mostra a a) visualização frontal do *array* e b) visualização das costas do *array* com detalhes da montagem dos microfones.

Figura 27 – Geometria de *arrays* de microfones utilizada no experimento.



Fonte: Constanza (2011).

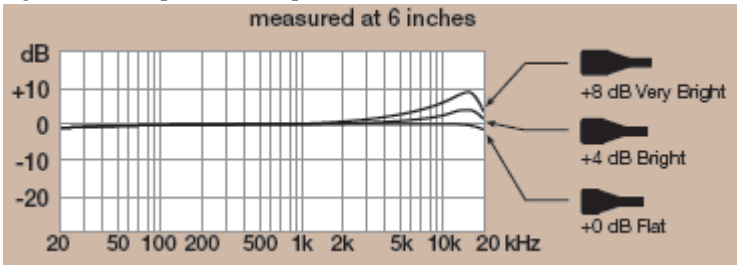
Figura 28 – a) Visualização frontal do *array* e b) costas do *array* montagem dos microfones.



Fonte: Dougherty (2009).

Os microfones foram montados tangentes á uma placa metálica lisa mostrado na Figura 26, de modo que seu diafragma ficasse tangente ao fluxo. Nenhum tratamento físico foi utilizado, tal como recessionamento

Figura 29 – Resposta em frequência dos microfones Lavalier B23.



Fonte: <http://www.countryman.com/b3-omnidirectional-lavalier>

Utilizou-se um sistema de aquisição de 25 canais, tal que, para cada aquisição, 90 segundos de dados temporais foram adquiridos a uma taxa amostral de 96 *ksamples/s* a uma resolução de 24 *bits*.

Dois alto-falantes foram colocados em uma placa de acrílico montada tangente ao lado oposto do *array* (no teto da seção de teste), alimentado com ruído rosa com potência entre 500 Hz e 30.000Hz. A Tabela (4) mostra o conjunto de dados analisados.

Tabela 4 – Relação de Dados Analisados com *array*

Array	Número de Mach	0.15	0.10	0.05	0.15	0.10
	Espessura camada limite (cm)	40	40	40	5	5

Auto-falante ligado

4.2 MÉTODO EXPERIMENTAL

Nesta seção, o método desenvolvido para se tratar e inserir os dados nas equações desenvolvidas no capítulo anterior é descrito. Esta seção é dividida em duas partes. A seção 4.2.1 que descreve os métodos desenvolvidos para analisar os dados de fio quente, e a seção 4.2.2, que descreve os métodos para se analisar os dados acústicos adquiridos com *array* de microfones.

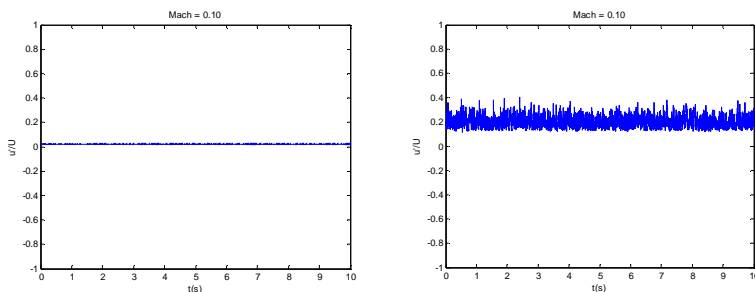
4.2.1 Métodos para análise de dados de fio quente

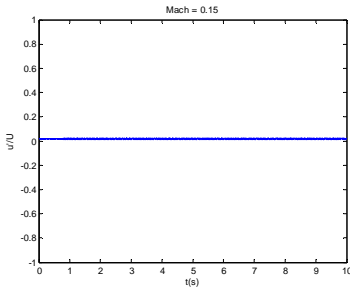
4.2.1.1 Hipótese de Taylor para medições de flutuações das camadas limites turbulentas

Na camada limite os vórtices turbulentos possuem extensas estruturas espaciais e a análise de suas estruturas requer informações de vários pontos no espaço. Para cada ponto onde os microfones estão localizados no *array* requer a medição destas flutuações turbulentas, pois, estas informações são utilizadas para se criar a função de correlação bi-dimensional de turbulência $b(\rho)$. Esta é a função de correlação em cada par de ponto correspondente à cada posição dos pares de microfones. Então, 24 pontos de medidas das flutuações turbulentas são necessários.

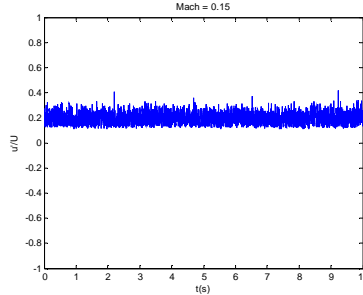
Medições desses vários pontos simultaneamente iriam requerer a utilização de 24 anemômetros em cada um desses pontos, o que poderia tornar o trabalho de medição inviável devido ao custo de tantos sensores. Para converter essas medições em uma distribuição espacial de dados, adotou-se a hipótese da “turbulência congelada” de Taylor. A hipótese de Taylor relaciona as flutuações de séries temporais em variação espacial no fluxo turbulento, MOIN (2009), onde se considera que os vórtices turbulentos se propagam com a mesma velocidade de convecção do fluxo U , GLEDZER (1997). Esta tem maior validade para menores intensidades turbulentas, tal que a aproximação $u'/U \ll 1$ seja satisfeita, onde u' é a velocidade de flutuação dos vórtices, DEL ÁLAMO (2009). A Figura (30) mostra esta relação para as configurações citadas na tabela 3.

Figura 30 – Relação u'/U para os números de Mach 0.10, 0.15 e 0.05 para espessura de camada limite igual a: a) 5 cm e b) 40 cm.

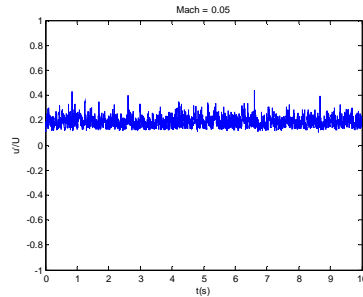




a)



b)



Considerando-se os gráficos acima e baseado na hipótese de Taylos, considerou-se razoável a aplicabilidade da hipótese para este trabalho.

A Figura 31 mostra as variações de flutuação das velocidades turbulentas nas direções do fluxo u' e perpendiculares ao fluxo v' , para as respectivas camadas limite e números de Mach.

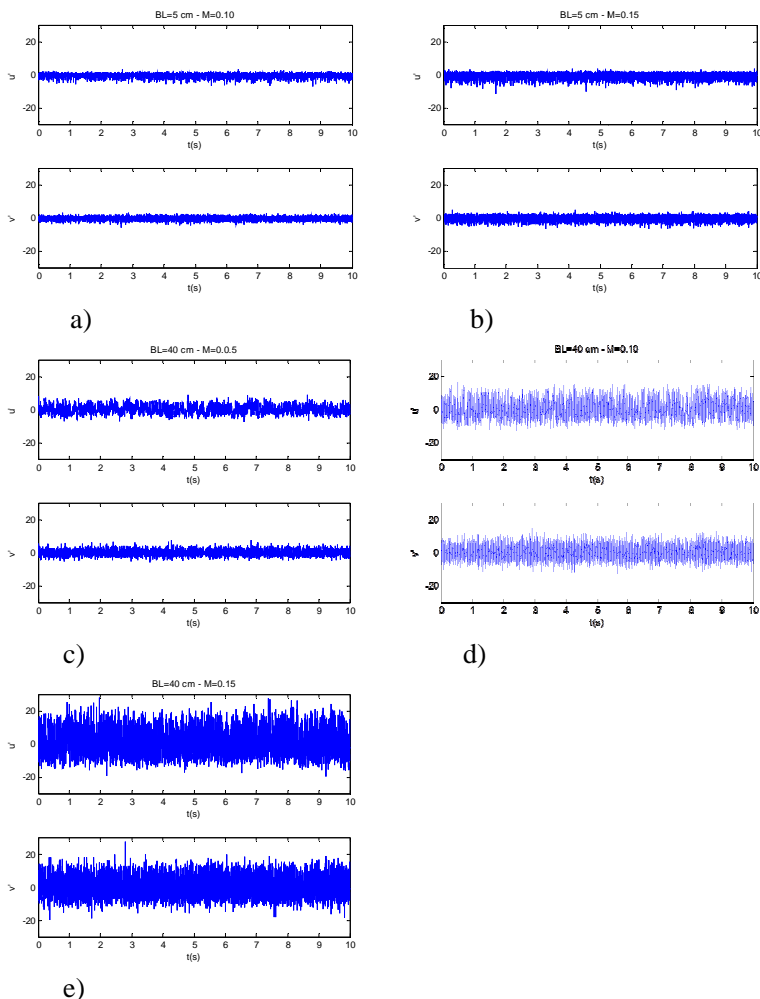
À partir destas séries de dados temporais, considerou-se variações só na direção da velocidade de propagação do fluxo U . À partir do ponto de medição onde se posicionou o anêmetro, que foi localizado em um microfone de referência no centro do *array*, a medição nos outros pontos foi obtida através do deslocamento espacial em cada posição de microfones no *array*. O tempo relativo à cada uma destas posições foi obtido por:

$$t = d_x / U_c \quad (4.1)$$

Onde:

- d_x é a distância em x entre o ponto de referência e o ponto de medição no *array*. Nota-se que $t < 0$ para $d < d_{\text{referencia}}$, e $t > 0$ para $d > d_{\text{referencia}}$.
- U_c é a velocidade de convexão do túnel.

Figura 31 – Flutuações das camadas-limite u' e v' para as respectivas camadas-limite e números de Mach analisados para a) $M = 0.10$, $BL = 5$ cm, b) $M = 0.15$, $BL = 5$ cm, c) $M = 0.05$, $BL = 40$ cm, d) $M = 0.10$, $BL = 40$ cm, e) $M = 0.15$, $BL = 40$ cm,



4.2.1.2 Determinação das escalas de comprimento dos vórtices

Com a consideração da hipótese de Taylor, cria-se as correlações dos vórtices turbulentos adquiridos por fio quente para cada configuração de fluxo.

Com estas correlações, calcula-se então as funções de correlações bi-dimensionais $b(\boldsymbol{\rho})$, Equação (3.59) para criar-se então a função de coerência desenvolvida para a predição da perda de correlação, Equação (3.61).

Também, as funções teóricas de correlação bi-dimensional adotadas (Gaussiana, de Kolgomorov e vón Kárman) necessitam das escalas de comprimento dos vórtices turbulentos. Determinou-se a escala de comprimento em cada caso como sendo no ponto de inflexão da curva de correlação. A Figura (32) mostra estas funções com cada escala de comprimento marcada no ponto de inflexão de cada curva. As Figuras (32) c) e d) faz uma interpolação polinômial de 8º grau para se obter um melhor posicionamento do ponto de inflexão. A correlação foi calculada segundo a função:

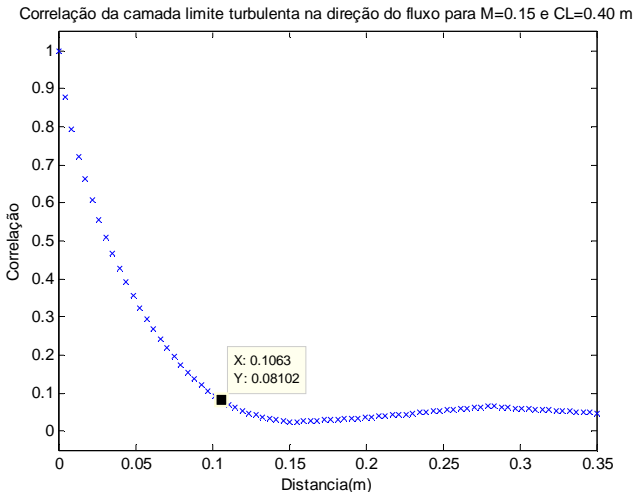
$$R(\boldsymbol{\rho}) = \langle \mathbf{u}'(\boldsymbol{\rho}_i) \mathbf{u}'(\boldsymbol{\rho}_j) \rangle \quad (4.2)$$

Onde: $i = 1, 2, \dots, m$;

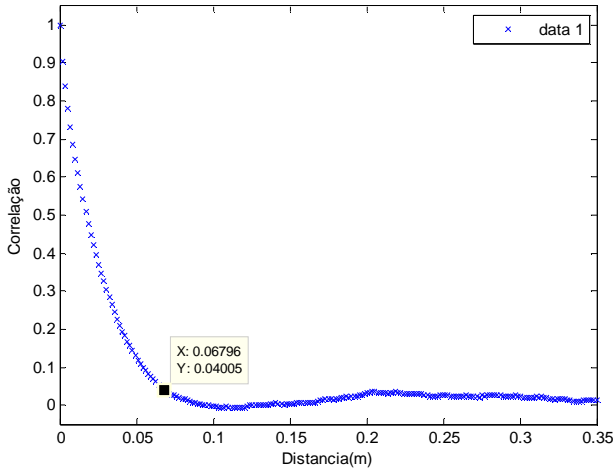
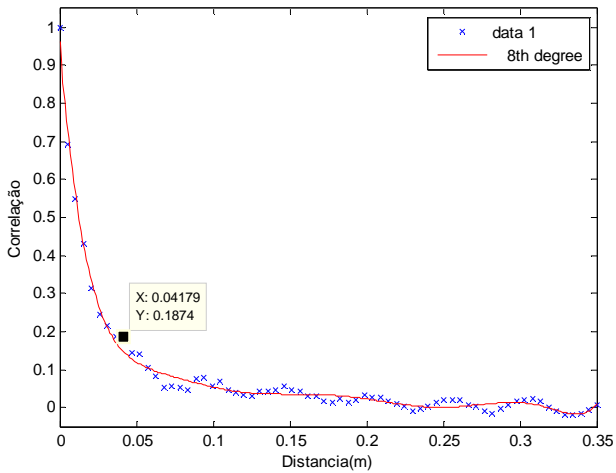
$j = 1, 2, \dots, m$;

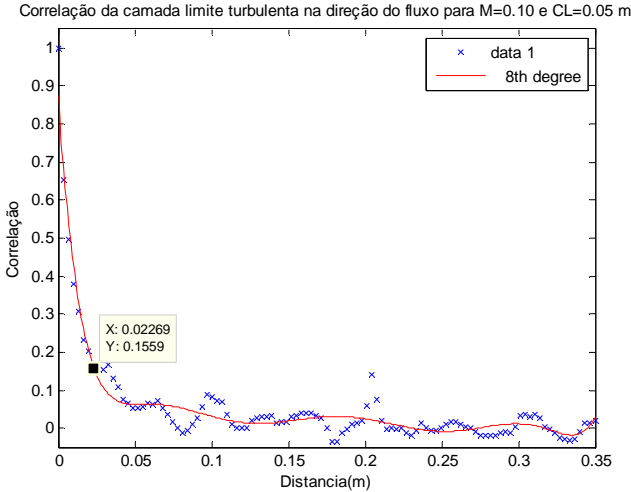
$\boldsymbol{\rho}_i$ e $\boldsymbol{\rho}_j$ são as posições dos i -ésimo e j -ésimo microfones.

Figura 32 – Correlação $R(\boldsymbol{\rho})$ dos vórtices turbulentos com o ponto de inflexão marcado, representando a escala de comprimento dos vórtices turbulentos para a) $M=0.15$ e espessura de camada limite = 0.40 m, b) $M=0.10$ e espessura de camada limite = 0.40 m, c) $M=0.15$ e espessura de camada limite = 0.05 m e d) $M=0.10$ e espessura de camada limite = 0.05 m.



a)

Correlação da camada limite turbulenta na direção do fluxo para $M=0.10$ e $CL=0.40$ m**b)**Correlação da camada limite turbulenta na direção do fluxo para $M=0.15$ e $CL=0.05$ m**c)**



d)

A Tabela (5) mostra as escalas de comprimentos Integrais para os modelos teóricos adotados, onde se utilizou, WILSON (2000), TATARSKI (1961):

$$l_G = 0.8860000 * L \tag{4.3}$$

$$l_{VK} = 0.9326295 * L \tag{4.4}$$

$$l_K = 1.2485000 * L \tag{4.5}$$

Tabela 5 – Escala de comprimento integral dos vórtices turbulentos.

	L	l_g	l_{vk}	l_k
M = 0.15 CL = 0.40 m	0.106300	0.094181	0.099138	0.132700
M = 0.10 CL = 0.40 m	0.067960	0.060212	0.063381	0.084848
M = 0.15 CL = 0.05 m	0.041790	0,037025	0.038974	0.052200
M = 0.10 CL = 0.05 m	0.022690	0,020103	0,021161	0.028330

Estas escalas de comprimentos são validadas no capítulo 5 com os resultados obtidos com o modelo de correlação bi-dimensional

desenvolvido com os dados de fio quente, Equação (3.59), e os modelos de correlação bi-dimensional teóricas, Equações (3.64), (3.66) e (3.71). Uma grande sensibilidade das curvas de coerência foi observado para estas escalas de comprimento, até a quarta casa decimal observou-se tal sensibilidade. Por isso se usou seis casas decimais.

Os valores de da função de correlação bi-dimensional σ^2 , Equação (3.63), é obtido pelo valor médio quadrático (RMS) dos valores temporais. Para cada configuração de fluxo analisados, os valores de σ^2 obtidos e utilizados são dados na tabela 6:

Tabela 6 – Valores RMS das funções de correlações bi-dimensionais σ^2 .

	σ^2
M = 0.15 CL = 0.40 m	0.0419
M = 0.10 CL = 0.40 m	0.0138
M = 0.15 CL = 0.05 m	$1.0827 \cdot 10^{-3}$
M = 0.10 CL = 0.05 m	$4.8006 \cdot 10^{-4}$

4.2.2 Métodos de análise de dados de *array*

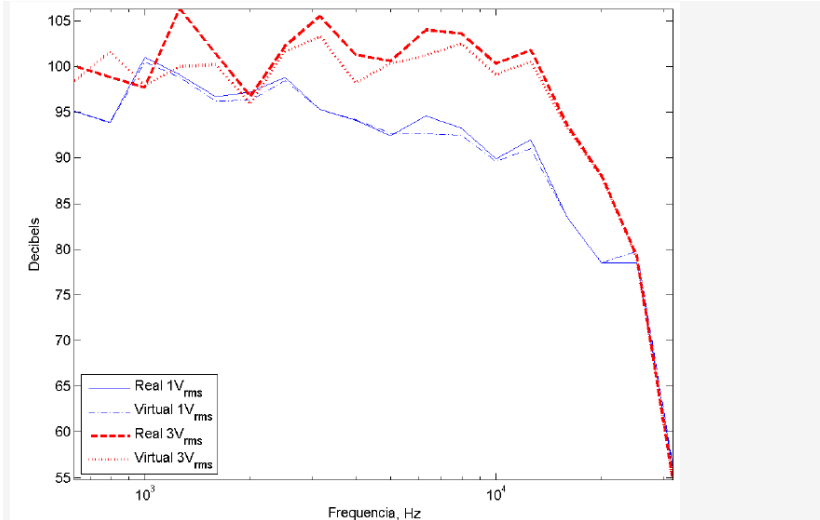
4.2.2.1 Calibração de *array* e identificação de fonte

Calibração de *array* de microfones com fonte dentro do fluxo seria ideal para a determinação direta da resposta do *array* a uma fonte conhecida, mas isso iria requerer a construção de um dispositivo aerodinâmico para se inserir a fonte calibradora, e, além disso, poderia gerar fontes secundárias que poderiam contaminar o ruído emitido pela fonte analisada. Um estudo para estimar o nível mínimo do ruído de uma fonte, o qual pudesse ser precisamente medido no túnel de vento do Laboratório de Aerodinâmica da NASA AMES foi obtido através de uma simulação virtual, simulando sinais de fontes dentro do fluxo, por combinação de sinais de ruído de fundo do túnel com sinais da fonte calibradora com o túnel desligado, e, então, processando as fontes compostas resultantes, conforme especificado por CONSTANZA (2011).

Os níveis de calibração virtual corresponderam aos níveis de calibração real com uma diferença menor que 6 dB para todas as faixas de frequência, como mostra a Figura (33). Essa diferença pode ser

atribuída a uma variedade de causas, incluindo variação direcional no *speaker*.

Figura 33 – Comparação de níveis entre calibração real (*speaker* + fluxo ligados) com a virtual.



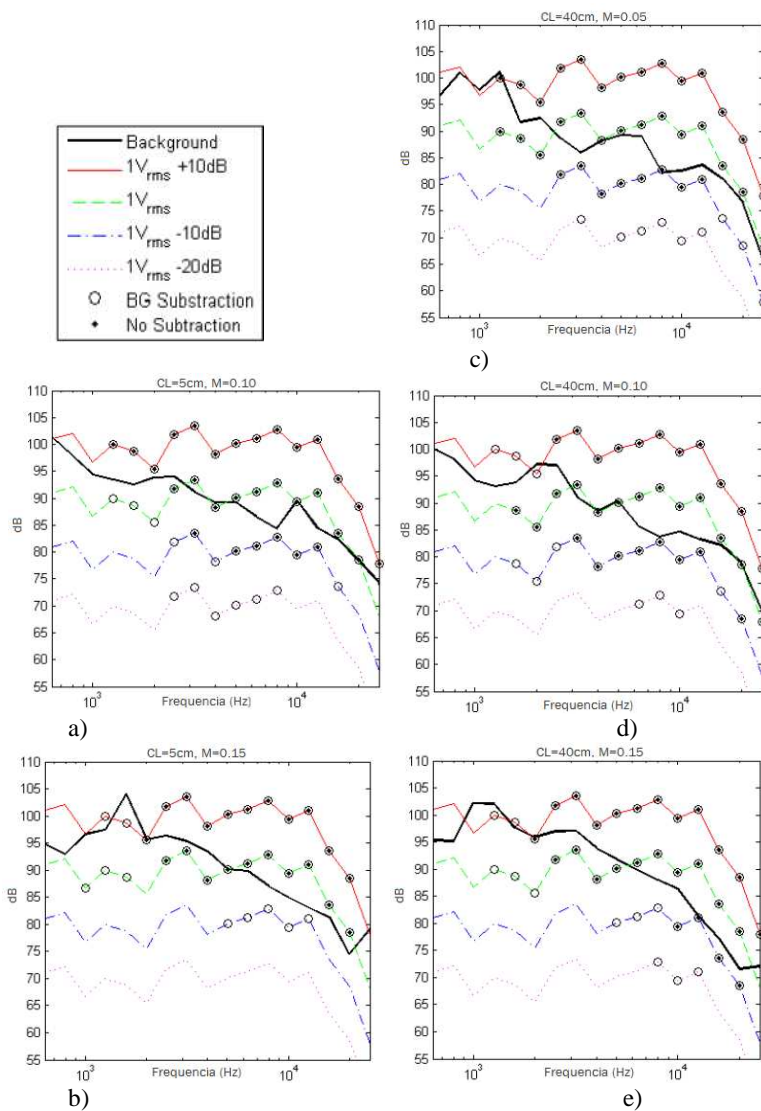
Fonte: Constaza (2011)

A Figura (34) apresenta o espectro do ruído de fundo e ruído de fundo com fonte ligada, mais três ganhos relativos, com 10 dB's de incremento. As condições de fluxo são as mesmas da tabela 4. O espectro do ruído exibe forma similar com diferenças, dependendo do número de Mach e espessura de camada limite.

Os círculos preenchidos na Figura (34) indicam que a fonte foi inequivocamente identificável dentro do fluxo simplesmente por processamento simples do *array*, enquanto que os círculos abertos indicam que a fonte foi identificada após se subtrair o ruído de fundo. A subtração do ruído de fundo permitiu a identificação da fonte em níveis de até 10 dB abaixo do ruído de fundo.

Então, todas as calibrações posteriores foram realizadas utilizando a calibração virtual, onde 10dB de ganho foram adicionados para conseguir resolver a fonte no túnel, devido ao alto ruído de fundo deste, visto que é um túnel aerodinâmico não adaptado para análises acústicas.

Figura (34) – Espectro em 1/3 de oitava das curvas de calibração virtual e visibilidade da fonte. “Sem Subtração” significa que não foi necessário subtrair ruído de fundo para resolver a fonte. Os pontos com círculo aberto sem ponto no meio são pontos visíveis somente com subtração de ruído de fundo.



Fonte: Constanza (2011)

4.3 CONCLUSÃO DO CAPÍTULO

Neste capítulo, apresentaram-se os procedimentos de aquisição experimental de dados acústico e fio quente.

A hipótese de Taylor é considerada para se analisar os níveis de turbulência nos 24 pontos onde estão localizados os microfones à partir de medição em um único ponto de referência.

Com estes níveis de turbulência, criou-se a matriz de correlação entre cada par de microfones no *array*, obtendo-se à partir destes dados de correlação, as correlações bi-dimensionais, dado pela Equação (3.59), que é utilizada para a criação da função de coerência do *array*, Equação (3.61).

As correlações também são utilizadas para determinar as dimensões das estruturas de vórtices turbulentos, e suas respectivas dimensões para os modelos Gaussiano, de von Kármán e Kolmogoróv, que, por sua vez, são utilizadas para se criar as correlações bi-dimensionais para os respectivos modelos teóricos de correlação turbulenta, Equações (3.64), (3.66) e a função de estrutura de Kolmogoróv, Equação (3.71).

No próximo capítulo analisam-se os resultados obtidos para a coerência.

5. RESULTADOS

Os resultados da predição da perda de correlação do *array* são mostrados neste capítulo a partir das equações estudadas anteriormente.

A perda de correlação é considerada neste trabalho como o conjunto das coerências entre cada pares de microfones no *array* separados pela distância ρ , onde

$$\rho = \rho_i - \rho_j,$$

ρ_i é a coordenada do microfone i ,

ρ_j é a coordenada do microfone j ,

$i = 1, 2, \dots, m$ e $j = 1, 2, \dots, m$.

Assim, obtém-se a coerência em função da distância para cada frequência em que se queira fazer a análise, ou seja, a coerência espacial do *array*.

Na Figura (35) a-d, analisa-se a função de coerência mútua, Equação (3.51), onde a função de correlação bi-dimensional, equação (3.58), é obtida através da correlação dos dados de fio quente, Equação (3.57). Logo, nessa figura é verificada a decorrelação do *array* com os dados reais de turbulência de camada limite, que permitirá que seja diretamente verificada a influência da turbulência na decorrelação do *array*.

Observa-se nesta análise uma queda na coerência do *array* com o aumento do número de Mach, com conseqüente aumento dos níveis de turbulência . Com isso, conclui-se que a perda de correlação é diretamente proporcional aos níveis de turbulência no túnel; por exemplo, na Figura (35) d, em que se tem baixa turbulência e uma fina espessura de camada limite, observa-se uma coerência total em todas as distâncias ρ e para a todas as faixas de frequência.

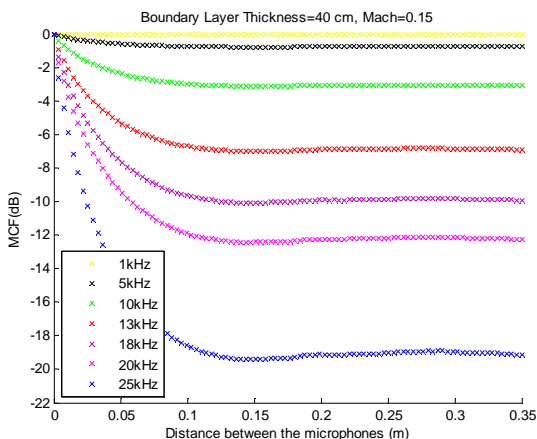
É observado também na Figura (35) que, com o aumento da frequência, a queda na coerência se dá de maneira gradual. Isso explica os resultados de *beamforming* das medições feitas em túnel observadas na Figura (15), em que se observa um desfoque na imagem acústica com o aumento da frequência. Isso se dá devido ao fato de que os comprimentos de ondas se tornam muito menores que as estruturas dos vórtices, então, os raios acústicos estão mais propensos a esses vórtices, sendo refletidos ou carregados por eles. Com isso, a coerência entre os microfones se degrada e, conseqüentemente, a matriz espectral cruzada

do *beamforming*, Equação (2.27), se decorrelaciona, causando a perda de foco, ou a redução dos níveis medidos.

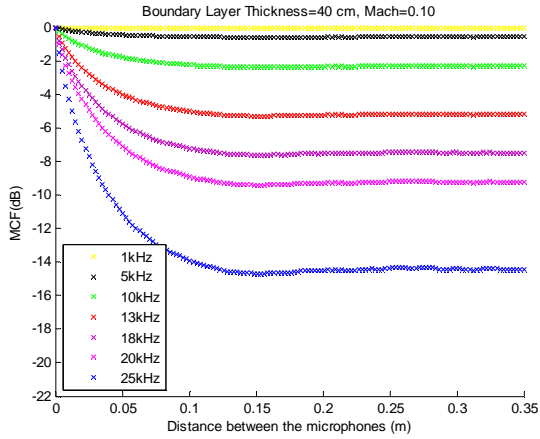
Deve-se notar também que para baixa frequência não se observa perda em coerência, como em 1 KHz na Figura (35) a-c, reforçando a tese de que o fenômeno é causado pela relação entre comprimento de onda e tamanho das estruturas de vórtices.

Verifica-se também na Figura (35) que, a partir de determinado ponto espacial, uma estagnação na queda em coerência é atingida. Observa-se que o ponto em que ocorre essa estagnação, para cada condição de fluxo, tem o valor do comprimento dos vórtices turbulentos, como observado na Figura (32) e Tabela (5). Então, pode-se concluir que a decorrelação espacial máxima em *arrays* de microfones se dá até o comprimento das grandes estruturas envolvidas no fluxo, a partir da qual essa decorrelação atinge uma estagnação. A partir desse ponto, pode-se então aumentar a distância entre os microfones e aumentar o tamanho do *array* que nenhuma decorrelação adicional será notada, fato importante a ser levado em consideração pelo projetista de *array*.

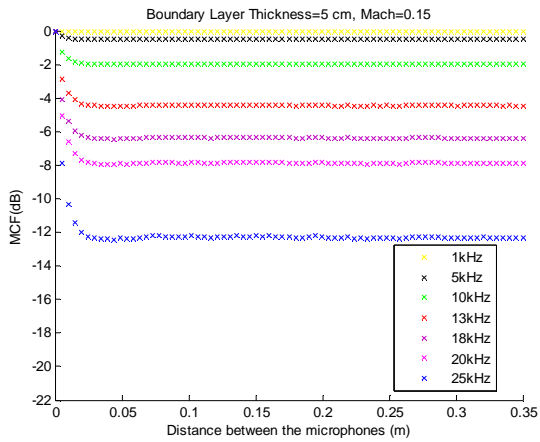
Figura 35 – MCF em função do tamanho do *array* e frequência para: a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$.



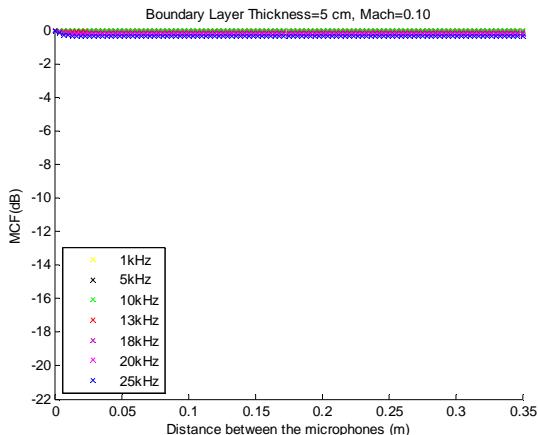
a)



b)



c)



d)

Nas Figuras (36), (37) e (38), estão plotados os resultados da coerência utilizando-se as funções de correlações bi-dimensionais teóricas Gaussiana, Equação (36), de von Kármán, Equação (37) e Kolmogoróv, Equação (38).

Essas correlações bi-dimensionais teóricas são utilizadas no lugar das correlações bi-dimensionais criadas a partir dos dados de fio quente com as flutuações de camada limites, Equações (3.58) e (3.57), cujos resultados de coerências foram analisados anteriormente, nos quais as respectivas escalas de comprimento utilizadas foram mostradas na Tabela (5), comentada no capítulo anterior.

Essa análise permite o entendimento do comportamento estatístico da coerência do *array* e, em futuras aplicações, pode-se utilizar essas correlações bi-dimensionais teóricas em vez das correlações criadas com dados de fio quente, facilitando o procedimento de análise.

Na Figura (39) é feita uma análise comparativa entre esses modelos.

Figura 36 – Função de Coerência Mútua com correlação Gaussiana em função do tamanho do *array* e frequência para: a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$.

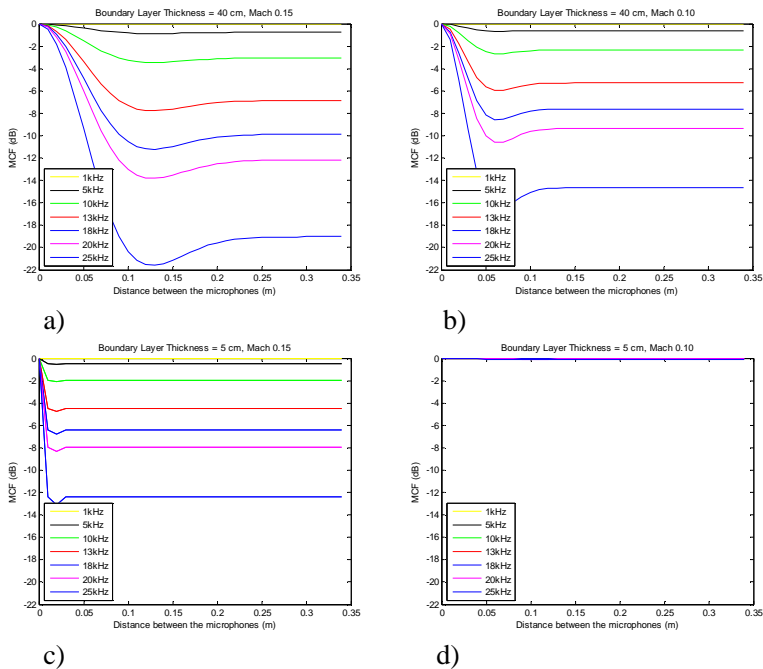
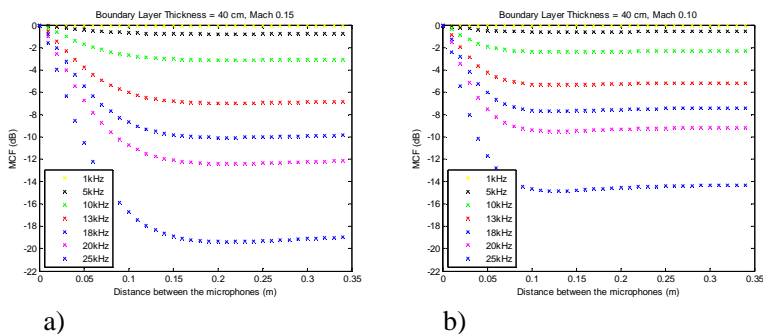
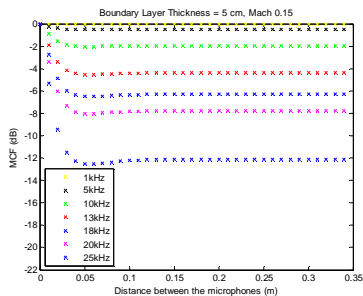
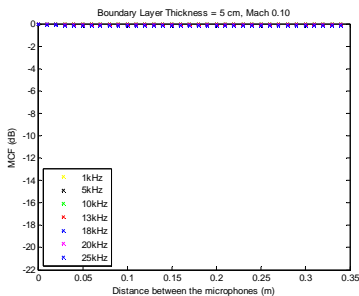


Figura 37 – Função de Coerência Mútua com correlação de Vón Kármán em função do tamanho do *array* e frequência para: a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$.



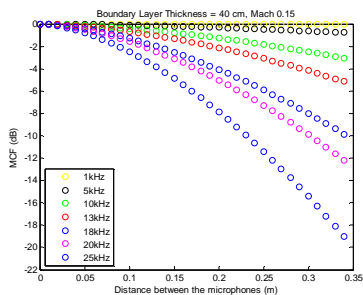


c)

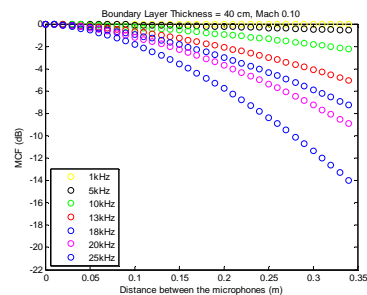


d)

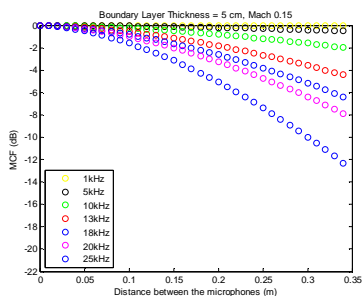
Figura 38 – Função de Coerência Mútua com correlação de Kolmogorov em função do tamanho do *array* e frequência para: a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$.



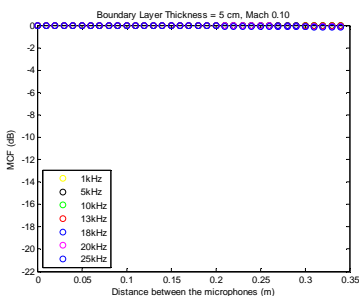
a)



b)



c)



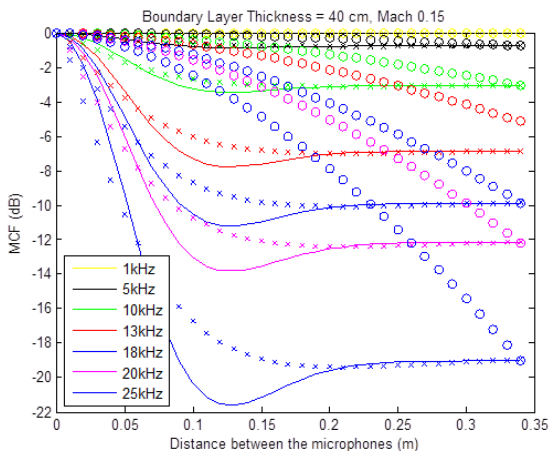
d)

Na Figura (39) é feita uma análise comparativa da coerência do *array* para cada modelo de correlação teórica de turbulência.

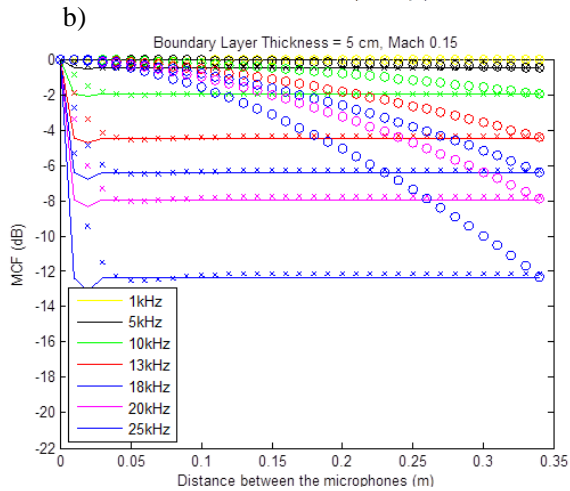
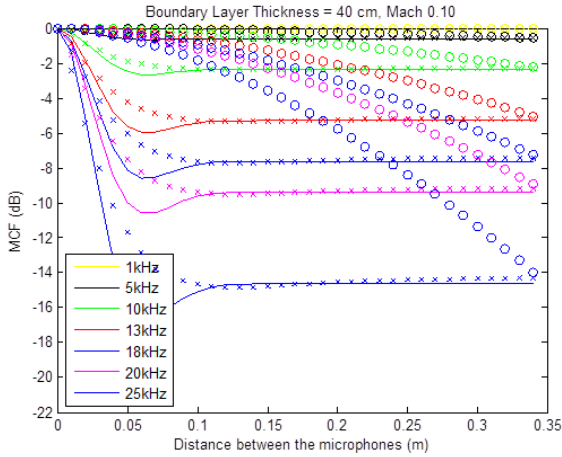
Observa-se uma semelhança de comportamento entre os modelos teóricos Gaussiano e de Vón Kármán. Isso é explicado com base na

Figura (22), na qual se observa pela função de estrutura que os modelos Gaussiano e de vón Kármán começam a assumir valores aproximados quando a distância de separação dos pontos de correlação ρ começam a se igualar ao tamanho das estruturas de vórtice. Isso é esperado para a aplicação em túnel, pois o tamanho das estruturas de vórtices é sempre menor ou pouco maior do que a distância entre os microfones no *array*. Em aplicações onde as estruturas turbulentas são maiores que os comprimentos de onda se observará um comportamento estatístico de Kolmogoróv.

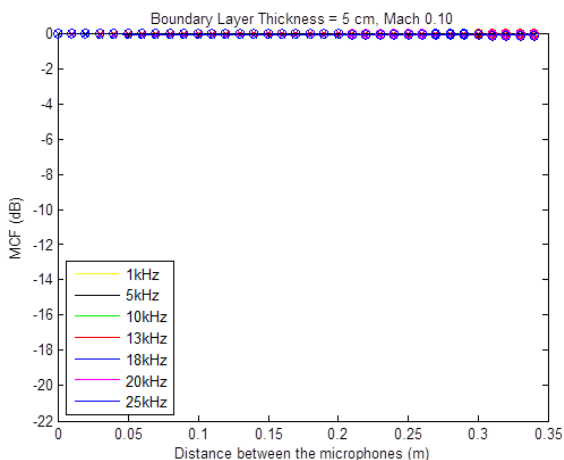
Figura 39 – Análise comparativa entre as MCF com os modelos teóricos de correlação turbulenta Para: a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$. (-) Correlação Gaussiana, (x) Correlação de Vón Kármán, (o) Correlação de Kolmogorov.



a)



c)



d)

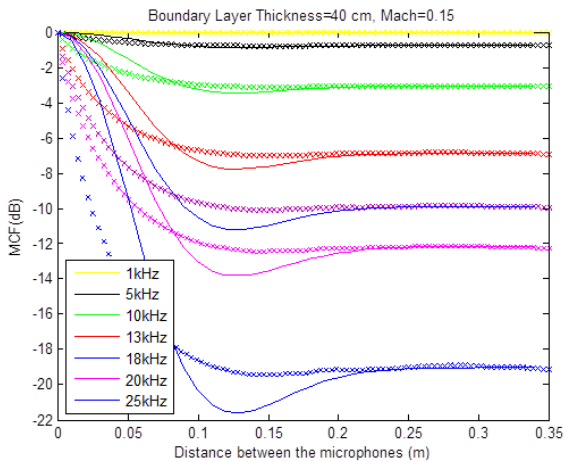
Uma análise comparativa do modelo de coerência com correlação de dados de fio quente é feita com os modelos de correlações teóricas Gaussiana, Vón Kármán e Kolmogoróv, nas Figuras (40), (41) e (42), respectivamente.

Estabelecer o comportamento teórico de correlação de turbulência torna-se útil na análise, pois isso facilitará análises de predição turbulenta em trabalhos futuros, posto que turbulência tem um comportamento universal, poderá se utilizar essa informação em turbulência de camada limite em outros túneis de seção fechada, para essas condições de fluxo. Então, em vez de se fazer medições de fio quente para obtenção de correlação e espessura de camada limite, o trabalho poderá ser reduzido à medição de espessura de camada limite com tubo de pitot, visto que os modelos teóricos necessitam só das espessuras de camada limite.

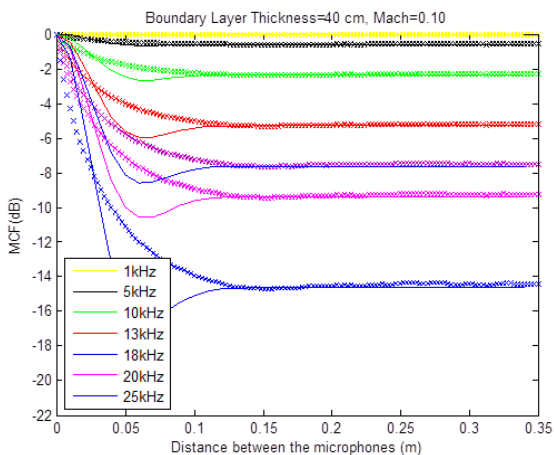
Como pode-se observar nessas Figuras, a coerência apresenta um comportamento de Vón Kármán, Figura (40) a) e b). Quando a espessura dos vórtices turbulentos se torna muito pequena, observa-se uma convergência para o modelo Gaussiano, Figura (41) c).

E, como já discutido na análise da Figura (39) anterior, não se observa nenhuma tendência de convergência para o modelo de Kolmogoróv, Figura (42), visto que este modelo requer estruturas de vórtices muito maiores do que os comprimentos de ondas envolvidos.

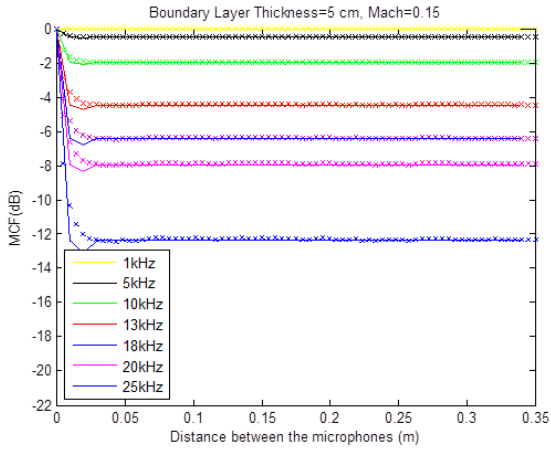
Figura 40 – Relação da MCF com o Modelo de Correlação Gaussiano a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$. (x) MCF Desenvolvida (–) MCF com correlação gaussiana.



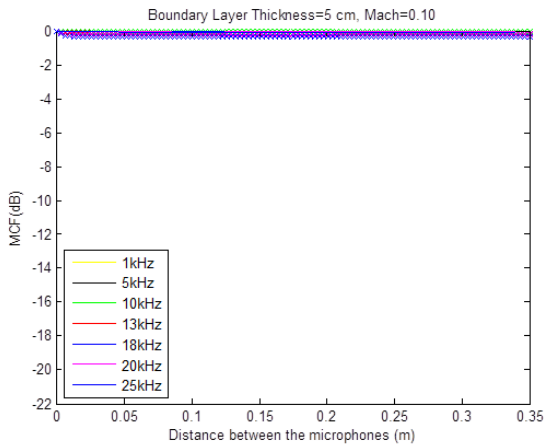
a)



b)

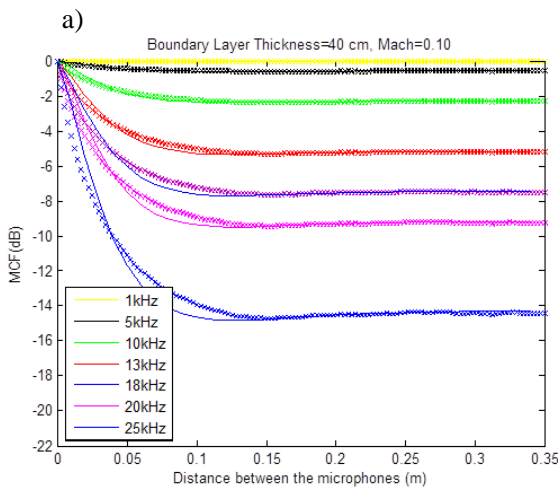
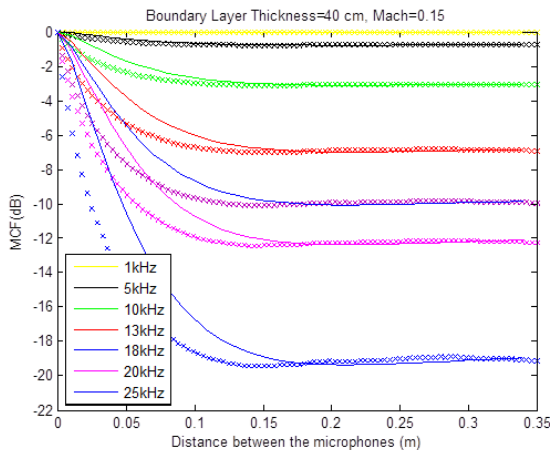


c)

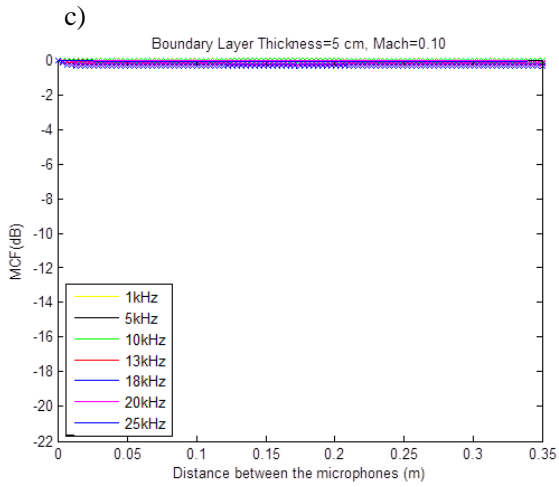
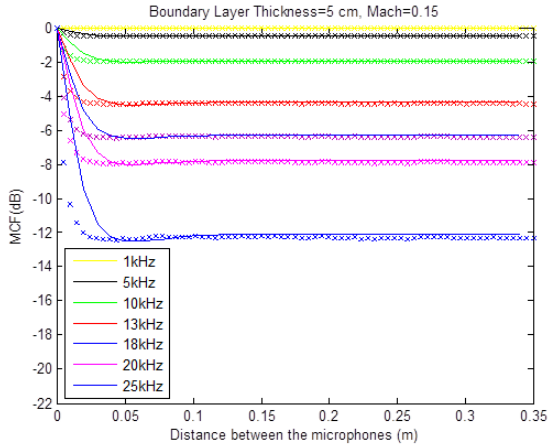


d)

Figura 41 – Relação da MCF com o Modelo de Correlação de Von Karman a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$. (x) MCF Desenvolvida (–) MCF com Correlação de Vón Kármán.

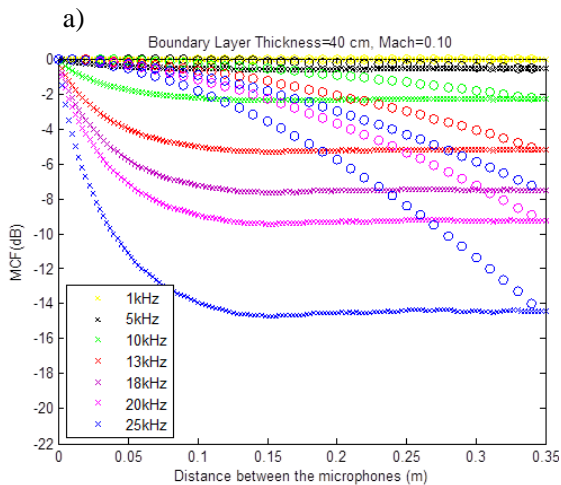
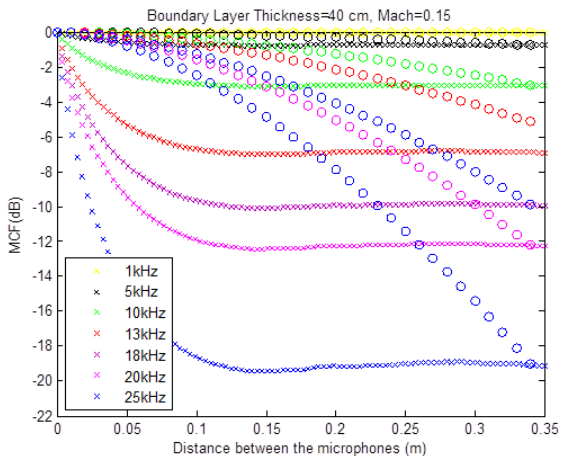


b)

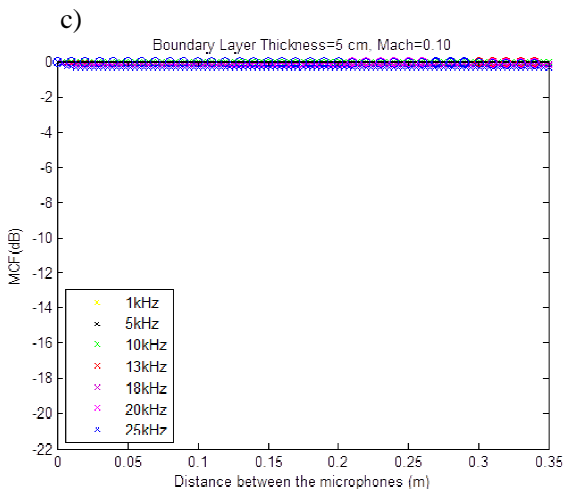
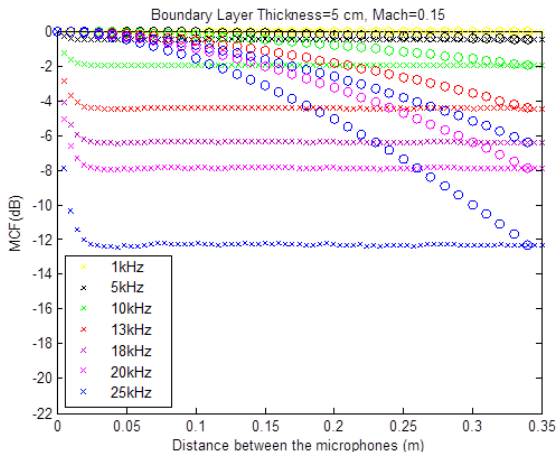


d)

Figura 42 – Relação da MCF com o Modelo de Correlação de Kolmogorov a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$. (x) MCF Desenvolvida (o) MCF com Correlação de Kolmogorov.



b)



d)

Na Figura (43) plota-se as coerências obtidas com dados experimentais de *arrays* de microfones, de acordo com a Equação (5.1):

$$\Gamma(\rho_{mn}) = \frac{\langle p_m(t)p_n^*(t) \rangle}{\langle p_m(t)p_m^*(t) \rangle}, \quad (5.1)$$

onde: $p_m(t)$ é a pressão medida no microfone m ,
 $p_n(t)$ é a pressão medida no microfone n .

Com essa medição experimental valida-se o modelo de coerência estudado.

Observa-se na Figura (43), porém que — para frequências abaixo de 10 KHz um decaimento acentuado, tal como em 1Khz, onde tem-se uma coerência inferior à 13, 18 e 20 KHz — seria fisicamente inesperado. Isso pode estar relacionado ao fato de que, para os comprimentos de ondas relacionados às frequências abaixo de 10 KHz, começa a se tornar crítico o tamanho do comprimento de onda em relação ao diâmetro dos vórtices turbulentos:

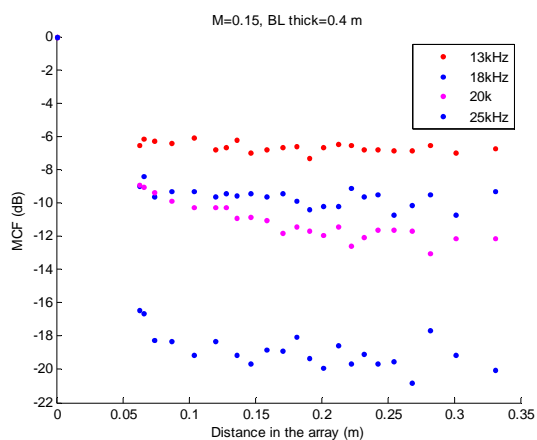
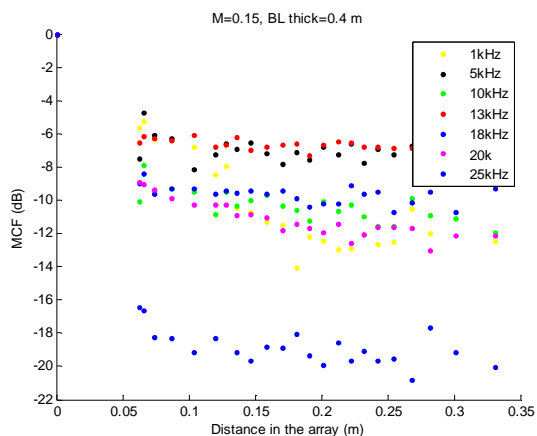
$$L \ll \lambda,$$

Desse modo, é razoável considerar a hipótese de que essa baixa coerência esteja ligada a ruídos da própria turbulência ou ruídos eletrônicos, o que é reforçado pelo fato de que sinais de turbulência são não correlacionáveis.

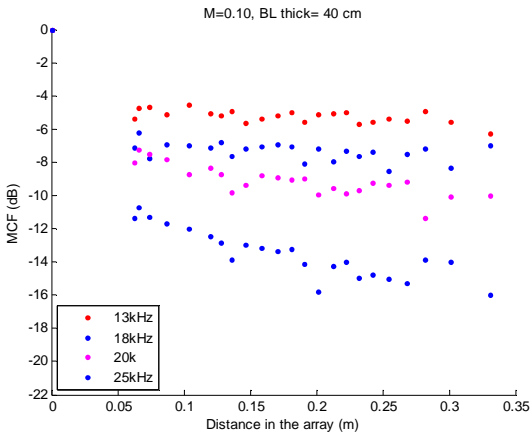
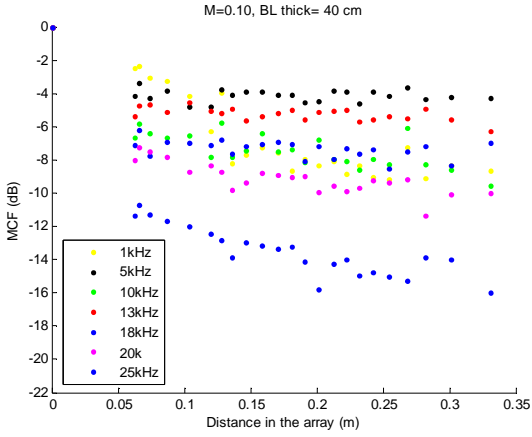
Se feita uma ponderação na amplitude dos sinais de cada microfone, as curvas terão um comportamento esperado para essas frequências, conforme mostrado no apêndice B. Esses resultados não serão considerados como resultados válidos por falta de fundamentação, mas será deixado como trabalho futuro a ser explorado. Medições em outros túneis de ventos serão necessárias para fundamentar a causa desse problema.

Na Figura (43), para cada configuração de fluxo analisada plotam-se as curvas de 1 a 25 KHz no gráfico superior e somente as frequências acima de 10 KHz no gráfico inferior.

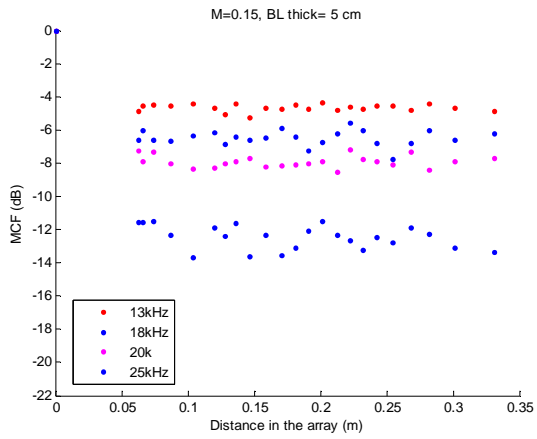
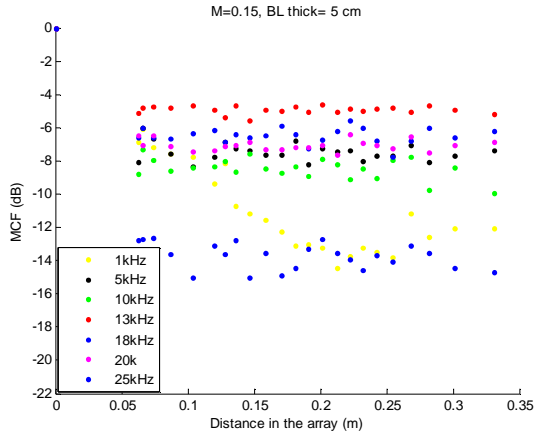
Figura 43 – MCF Obtida com Dados Acústicos de *Array* de Microfones a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$. (x) MCF Desenvolvida (·) MCF Dados acústicos obtidos com *arrays* de microfones.



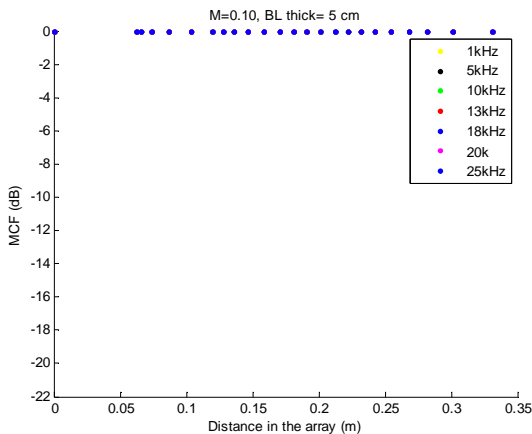
a)



b)



c)



d)

Esses resultados obtidos com dados de *array* de microfones são utilizados para validar o modelo de predição estudado.

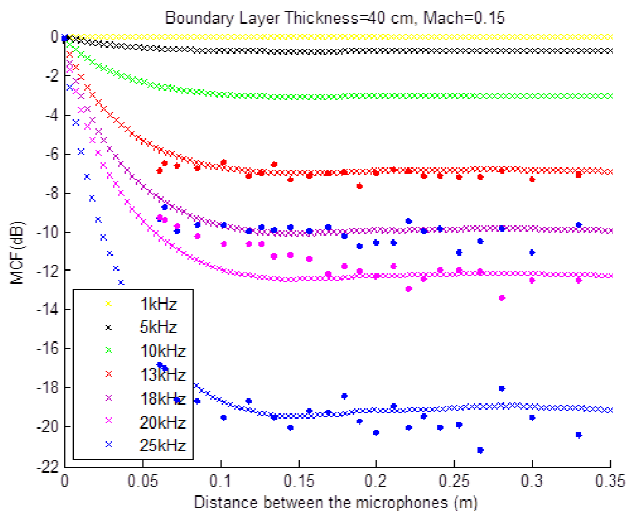
Na Figura (44), faz-se uma análise comparativa entre a coerência desenvolvida, mostrada na Figura (35), e os resultados medidos de coerência da Figura (43).

Para os resultados medidos com *array* de microfones, plota-se só as frequências acima de 10KHz devido aos efeitos mostrados anteriormente. Isso não será considerado como fator negativo na análise de validação, pois os efeitos de correlação se dão nas maiores frequências, então, validando-se as maiores frequências terá um modelo de predição satisfatório. Também, esse problema não é um fato que esteja relacionado ao modelo em si, mas às medições com *array* de microfones, e o modelo de predição desenvolvido tem comportamento esperado para as baixas frequências.

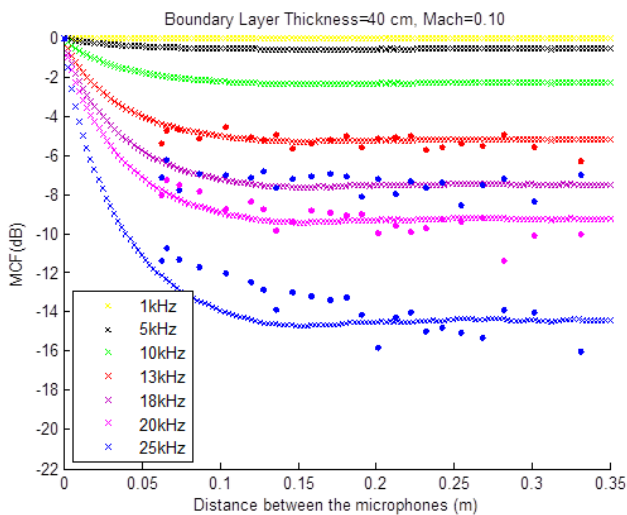
Para essas frequências, observa-se um perfeito ajuste entre as curvas do modelo estudado e as curvas medidas, podendo-se concluir como um modelo válido para ondas acústica propagando-se através de fluxo turbulento de túnel de vento.

Com esses resultados considera-se o método validado.

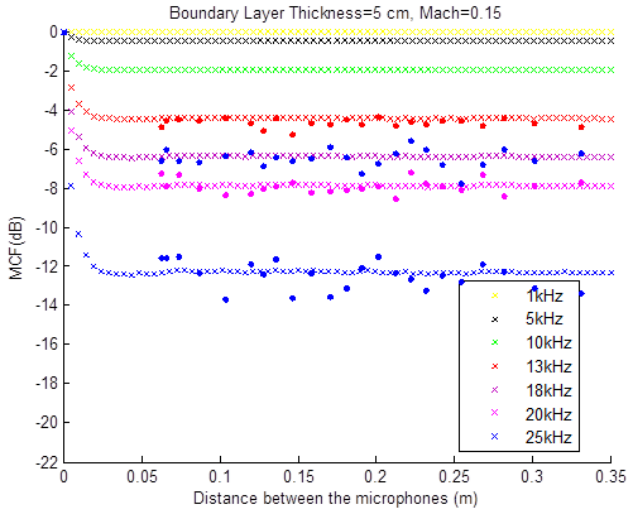
Figura 44 – Análise Comparativa entre a MCF Desenvolvida e a Obtida com Dados de *Array* a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$; e d) $M=0.10$ e $BL=5\text{cm}$. (x) MCF Desenvolvida (·) MCF Dados acústicos obtidos com *arrays* de microfones.



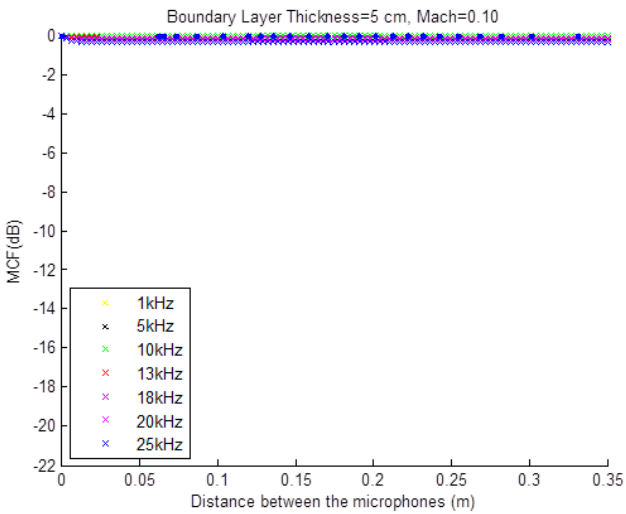
a)



b)



c)



d)

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

6.1 CONCLUSÕES

O fenômeno de propagação de ondas acústicas e eletromagnéticas em ambientes turbulentos é uma disciplina bastante explorada nas áreas de astronomia, ciências atmosféricas e ciências oceânicas. Com base nesses trabalhos, estudou-se a estatística de uma onda acústica se propagando através de um meio turbulento, gerada na camada limite da parede do túnel. Com isso, foi possível prever o fenômeno de decorrelação dos sinais de pressão sonora em *array* de microfones, baseado na função de coerência entre os pares de microfones no *array*.

A função estatística da onda considerada neste trabalho foi a função de coerência mútua (MCF) cuja teoria e modelagem, se bem desenvolvidas, estarão aptas para melhorar o potencial dos espectros derivados de medições acústicas e o aumento da resolução da imagem acústica, como aconteceu nas referências citadas neste trabalho; por exemplo, em radioastronomia, em que se aumentou a resolução dos telescópios astronômicos após a correção das ondas de radiofrequência devido à predição da MCF, ou ao aumento da capacidade de radares e sonares em obter a correta localização das fontes através do aumento de sua resolução devido à correção dos efeitos de turbulência, também com a predição da MCF.

O ponto inicial deste estudo foi a derivação da equação de propagação da onda em meio turbulento, considerando-se a forma parabólica da equação diferencial. Em seguida, sua resolução estocástica foi feita considerando-se as aproximações de Markov.

O chamado primeiro momento dessa resolução estocástica retorna o valor médio da onda acústica, enquanto que o segundo momento, a função de coerência da onda acústica após essa cruzar o meio turbulento.

O campo turbulento da camada limite foi aproximado como Gaussiano. Com essa aproximação, possibilitou-se a resolução da equação estocástica. Como os resultados foram satisfatórios, isso permite concluir que o campo randômico é de fato Gaussiano.

A função de correlação para alimentar a coerência foi calculado correlacionando-se as flutuações das velocidades turbulentas em cada par de microfones no *array*, cujas medições foram feitas em um único ponto. Utilizando-se a hipótese de Taylor de turbulência congelada,

pode-se obter as variações espaciais em todos os outros pontos relativos à posição de cada microfone no *array*.

Modelos teóricos de correlação da turbulência foram estudados, nos quais se consideraram os modelos de Correlação Gaussiana, de Vón Kármán e Kolmogorov, estabelecendo-se uma correlação do modelo desenvolvido utilizando correlações das velocidades turbulentas com os modelos teóricos de correlações.

Dado que o problema da decorrelação entre os microfones é devido à evolução espacial dos vórtices turbulentos na parede do túnel, mostrou-se os resultados em função da distância mútua entre cada transdutor acústico para as várias faixas de frequências dentro da faixa plana de respostas dos respectivos transdutores.

Com esses resultados, mostrou-se válida a consideração $\mathbf{u}'/U \ll 1$, gráfico 3, em todas as configurações analisadas, para a aplicação da hipótese de Taylor, na qual se considera a hipótese de “turbulência congelada”. Dessa forma, as séries de dados temporais das flutuações de velocidades \mathbf{u}' dos vórtices turbulentos medidos em um único ponto puderam ser interpretadas como variação espacial. Dado que os pontos estão separados horizontalmente e na mesma altura, as flutuações em cada posição relacionada a cada microfone no *array* foram computadas, de acordo com as equações (3.57) a (3.59).

A predição da decorrelação turbulenta foi analisada pela a coerência entre cada par de micrífines do *array*, a chamada função de coerência mutua.

Utilizando-se como correlação das flutuações turbulentas dados de anemometria de fio quente, foi possível uma análise direta do efeito da turbulência no *array* de microfones. Observou-se uma diminuição na coerência tanto ao se aumentar a frequência de análise quanto pelo aumento da intensidade turbulenta. Esse fato explica a a perda de resolução observada nos trabalhos experimentais discutidos na seção 2.2, Figura (15).

Também se verificou uma redução na coerência com o aumento da distância entre os sensores, alcançando um ponto de estagnação a partir do qual não se observou mais diminuição em seus níveis. Esse ponto de estagnação foi identificado com o mesmo diâmetro da estrutura dos vórtices turbulentos.

O projeto de geometria de *arrays* de microfones pode levar em consideração esse fato, pois, para baixos níveis de turbulência, pode-se aumentar o diâmetro do *array* para obter maior resolução, se necessário. Mesmo havendo maior diâmetro e maiores distâncias entre os microfones, como a coerência já terá alcançado seu ponto de estagnação,

nenhuma redução de níveis ou perda de resolução adicional será observada a partir desse ponto.

Modelos teóricos de correlação bi-dimensional das flutuações dos vórtices turbulentos foram estudadas e a coerência do *array* foi analisada usando esses modelos teóricos. Foram considerados modelos teóricos de correlação Gaussiana, de Vón Kármán e Kolmogorov.

Utilizando-se as escalas de comprimentos obtidas com a correlação dos dados de fio quente, validou-se a coerência com esses modelos teóricos de correlação utilizando-se o estudo de coerência com dados reais de correlação, estudados anteriormente. Concluiu-se que a coerência apresenta comportamento de Vón Kármán, convergindo para Gaussiano para baixas espessuras de camada limite ou baixos níveis de turbulência.

Finalmente, o modelo de predição foi validado utilizando dados acústicos de *arrays* de microfones, em que, com esses dados, criou-se a coerência do *array* de microfones.

Porém, a coerência com os dados acústicos para as frequências abaixo de 10 KHz têm níveis muito inferiores do que aquela predita no modelo, e que seria esperado fisicamente, não obedecendo a tendência para as respectivas faixas de frequências. Como os comprimentos de ondas são muito grandes, esses sinais não são decorrelacionados pela energia turbulenta. Assim, considera-se a hipótese de que essa baixa coerência seja contaminação da própria turbulência do túnel, hipótese reforçada pelo fato de que ruídos turbulentos não são correlacionados entre si.

Para frequências acima de 10 KHz, as curvas preditas combinam com a curva de dados de *arrays* acústicos, podendo-se, assim, dizer que é um modelo válido para essa aplicação.

Dada a validação experimental do modelo, conforme demonstrado, pode-se concluir que a aproximação considerada aqui foi validada, pois, apesar de originalmente o modelo ter sido desenvolvido para modelos de decorrelação em radiofísica, em que o comprimento de onda acústica é muito menor que os vórtices turbulentos, TATARSKI (1961), RYTOV (1978), ISHIMAMURU (1978):

$$L \gg \lambda,$$

pode-se constatar que esse modelo é igualmente válido para aplicação de ondas acústicas com *arrays* de microfones, também para os casos

$$L \gg \lambda.$$

Para:

$$L \ll \lambda$$

observa-se que os dados experimentais não acordaram com o proposto, como esperado.

No resultado de beamforming, essa situação de baixa coerência para as baixas frequências é contornada pela eliminação da diagonal principal da matriz de espectro cruzado, onde ruídos eletrônicos e de turbulência são reduzidos aplicando-se este método, Seção (2.3.3). Com isso, o autor desta tese considera válidos os resultados, onde a predição para as altas frequências é validada com os dados experimentais.

Dado os expostos nos parágrafos anteriores, essa tese torna-se um novo instrumento de análise e predição de turbulência em *arrays* de microfones em meio turbulento. Suas novas contribuições são destacadas abaixo:

1. Em relação aos trabalhos já desenvolvidos em propagação de onda em meio turbulento:

- Desenvolveu-se uma nova aplicação desses trabalhos, onde se tem um meio onde os comprimentos de onda envolvidos são maiores do que o diâmetro dos vórtices turbulentos;
- Aplicou-se um novo método de se analisar esses dados, no qual, à partir de medições em um ponto, computou-se a função de correlação em dois pontos utilizando-se a hipótese de turbulência congelada de Taylor.

2. Em relação à análise de dados de *array* de microfones em meio turbulento:

- Criou-se um método de se analisar dados de *array* em meio turbulento, em que pode-se prever a decorrelação dos sinais nesse meio turbulento, podendo-se, por meio deste modelo, fazer a análise visualizando-se simultaneamente os parâmetros mais críticos na decorrelação turbulenta, como frequência e distância entre os sensores no *array*.
- Estudo e validação de modelos teóricos de correlação turbulenta para predição de decorrelação de *array* de microfones, levando-se à eliminação do uso de ferramentas de aquisição de dados de fio quente, diminuindo com isso, tempo de instrumentação e

permitindo a aplicação da técnica de uma forma mais barata, visto que se elimina a necessidade do uso da instrumentação mais sofisticada.

6.2 SUGETÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com a instrumentação e as condições de propagação utilizadas neste trabalho, não se obteve diminuição nos níveis de *beamforming* e a provável causa disso é o reduzido diâmetro do *array* (25 cm). Sugere-se a aplicação do presente trabalho em estudos futuros para a correção da equação com a matriz espectral cruzada (2.43), na qual os efeitos devido à turbulência estão inseridos:

$$R_{mn}(\psi) = S(\psi) \odot \Gamma(\rho_{mn}).$$

De acordo com a equação, a matriz de correlação cruzada é diretamente proporcional à MCF, conforme página 53, que insere os efeitos de decorrelação. Sugere-se, então, dividir termo a termo os dados de R_{mn} por $\Gamma(\rho_{mn})$, para essa correção.

Simulação com CFD é também sugerida para geração de banco de dados de vórtices turbulentos para várias configurações de camadas-limite. Com os dados validados com este trabalho experimental, pode-se criar um banco de dados para inserir correção automática na matriz espectral cruzada em (2.43).

Com o desenvolvimento deste trabalho, e na procura por referências bibliográficas adequadas, constatou-se o quanto o estudo de propagação de onda acústica em meio turbulento e uso de *arrays* de microfones é pouco explorado no Brasil. Isso gera um *gap* e uma defasagem científica e tecnológica para assuntos relacionados a esse tema no país, o que se torna preocupante visto que, em nações como Estados Unidos e Rússia, o estudo desse tema foi de fundamental importância em momentos críticos para os dois países, tais como: no desenvolvimento de tecnologia para melhoria de desempenho de *arrays* de microfones utilizados em radares e sonares, para identificação de fontes; nas ciências astronômicas, em que a aplicação da técnica tem levado à melhoria de telescópios utilizando-se sinais de rádio; ou nas ciências oceânicas, nas quais se tem desenvolvido tecnologia com radares inteligentes para pesca, podendo-se obter identificação de determinadas espécies de cardumes.

Assim, sugere-se a necessidade de se realizar mais pesquisas relacionadas a este tema para que se possa promover maior

desenvolvimento em torno do assunto. É, também, o que o autor desta tese pretende focar em trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

- AMIET, R. K., **Refraction of Sound by a Shear Layer**, Journal of Sound and Vibration, vol. 58(4), 1978.
- Bahr, C., Zawodny, N., Bertolucci, KB., Woolwine, K., LIU, F., Li, J., Sheplak, M., carrafesta, L. **Measurement of Phased Array Point Spread Functions for use with Beamforming**, 17th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference, 2011.
- BENDAT, J. PIERSOL, A. G., **Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis**, John Wiley & Sons, Inc., United States of America, ISBN 0-471-05887-4, 1980.
- BILLINGSLEY, J., KINNS, R., **The Acoustic Telescope**, Journal of Sound and Vibration, Vol. 48, edição 4, 1976.
- BRANDSTEIN, M., WARD, D., **Microphone Arrays: Signal Processing Techniques and Applications**, New York: Spring, 2001.
- BROOKS, T.F., MARCOLINI, M.A., AND POPE, D.S., **A Directional Array Approach for the Measurement of Rotor Noise Source Distributions with Controlled Spatial Resolution**, Journal of Sound and Vibration, Vol. 112, No. 1, 1987.
- BROOKS, T. F., HUMPHREYS, W. M. Jr., **Effect of Directional Array Size on the Measurement of Airframe Noise Components**, AIAA Paper 99-1958, 5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Bellevue, USA, May 10-12, 1999.
- BROOKS, T. F., HUMPHREYS, W. M., **A Deconvolution Approach for the Mapping of Acoustic Sources (DAMAS) Determined from Phased Microphone Arrays**, Journal of Sound and Vibration, vol. 294, 2006.
- CHRISTENSEN, J.J., AND HALD, J., **Beamforming Technical Review**, Brüel & Kjær Sound & Vibration Measurement A/S, 2004.
- CONSTANZA, B. T., HORNE, W. C., SCHERY, S. BABB, A. T., **Aeroacoustic Characterization of the NASA Ames Experimental**

Aero-Physics Branch 32 – by 48 – Inch Subsonic Wind Tunnel with a 24 – Element Phased Array Microphone, 17th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference, Portland, Or, 2011.

CORONES, J., **Bremmer Series that Correct Parabolic Approximations**, Journal of Mathematical Analysis and Applications, vol. 50, pages, 1975.

DASHEN, R., **Path Integrals for Waves in Random Media**, Journal of Mathematic Physics, 20(5), 1979.

DEL ÁLAMO, J. C., JIMENEZ, J., **Estimation of Turbulent Convection Velocities and Corrections to Taylor's Approximation**, Journal of Fluid Mechanics, vol. 640, 2009.

DOUGHERTY, R. P., STOKER, R. W., **Sidelobe Suppression for phased Arrays Aeroacústic Measurements**, AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA 1998.

DOUGHERTY, R. P., **Turbulent Decorrelation of Aeroacoustic Phased Arrays: Lessos from Atmospheric Science and Astronomy**, AIAA Paper 03-3200, 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, Hilton Head, USA, 2003.

DOUGHERTY, R. **Advanced Time-domain Beamforming Techniques**, 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA 2004-2955.

DOUGHERTY, R., **Phased Array Technology Applied to Aeroacoustics** 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (30th AIAA Aeroacoustics Conference), 2009.

GLEDZER, E., **On the Taylor Hipotesys Corrections for Measured Energy Spectra of Turbulence**, Physica D, 104, 1997.

GROSCHÉ, F.R., STIEWITT, H., AND BINDER, B., **Acoustic Wind-Tunnel Measurements with a Highly Directional Microphone**, AIAA Journal, Volume 15, Number 11, 1977.

GURVICH, A. S., TATARSKII, V. I., **Coherence and intensity fluctuations of light in the turbulent atmosphere**, *RadioScience*, Volume 10, Number 1, 1975.

HORNE, Clifton W., JAMES, Kevin D. ALEDGE, Thomas K., BURNSIDE, Nathan, **Measurements of 26%-scale 777 Airframe Noise in the NASA Ames 40 by 80 Foot Wind Tunnel**, 26th AIAA Acoustics Conference, Monterey, California, 2005.

HUMPHREYS, W. M., BROOKS, T. F., HUNTER, W. W., MEADOWS, K. R., **Design and Use of Microphone Directional Arrays for Aeroacoustic Measurements**, 36th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, AIAA 98-0471.

ISHIMARU, A., **Wave Propagation and Scattering in Random Media**, Academic, New York, 1978.

JOHNSON, D. H., DUDGEON, D. E.; **Array Signal Processing**, ISBN 0-13-048513-6, Prentice Hall inc., New Jersey, 1993;

KENDALL, J.M., JR., **Airframe Noise Measurements by Acoustic Imaging**, AIAA Paper 77-55, AIAA 15th Aerospace Sciences Meeting, Los Angeles, CA, January, 1977.

KINSLER, L. E., FREY, A. R., **Fundamentals of Acoustics**, ISBN 0 471 48049 5, John Wiley & Sons, Inc., 1962.

MARCOLINI, M.A., AND BROOKS, T.F., **Rotor Noise Measurement Using a Directional Microphone Array**, Journal of the American Helicopter Society, 1992.

MICHEL, Ulf, **History of Acoustic Beamforming**, Berlin Beamforming Conference (BEBEC), Berlin, 2006.

MOIN, P., **Revisiting the Taylor's Hypothesis**, Journal of Fluid Mechanics, vol. 640, 2009.

MOSHER, M., **Phased Arrays for Aeroacoustic Testing - Theoretical Development**, AIAA and CEAS, Acoustics Conference, 1996.

MUELLER, J. T., **Aeroacoustics Measurements**, ISBN 3-540-41757-5, Springer, New York, 2002.

OBUKHOV, A. M., **Scattering of Sound in Turbulent Flow**, NASA Report TT F-9493, N° 65-35781, Translated from: “Uber die Schallstreuung in der turbulenten Strömung . Doklady Akademii Nauk SSSR, Vol. XXX, No. 7, pp. 616-620”, by K. LEHMAN, 1965.

OSTASHEV, V. E., **Sound Propagation and Scattering in Media with Random Inhomogeneities of Sound Speed, Density and Medium Velocity**, Waves in Random Media, vol. 4, 1994.

OSTASHEV, V. E., BRÄHLER, B., MELLERT, V., GOEDECKE, G. H., **Coherence Functions of Plane and Spherical Waves in a Turbulent Medium with the Von Karman Spectrum of Media Inhomogeneities**, J. of Acoustic Society of America, 104(2), pages 725-737, 1998.

PIRES, L. S., DOUGHERTY, R. P., GERGES, S., CATALANO, F., **Predicting Turbulent Decorrelation In Aeroacoustic Phased Array**, 50th AIAA Aerospace Science Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Tennessee, 2012.

RAVETTA, P. A.; BURDISSO, R., **Wind Tunnel Aeroacoustic Measurements of a 26%-scale 777 Main Landing Gear Model**, AIAA Paper 2004-2885, AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 10th, Manchester, Great Britain, May 10-12, 2004.

RAVETTA, PATRICIO; **LORE Approach for Phased Array Measurements and Noise Control of Landing Gears**, Tese de Doutorado, Blacksburg, Virginia, 2005.

RYTOV, S.M., KRAVTSOV, Y. A., TATARSKII, V. L., **Principles of Statistical Radiophysics, Part. 2: Correlation Theory of Random Processes**, Springer-Verlag, Berlin, 1978.

RYTOV, S.M., KRAVTSOV, Y. A., TATARSKII, V. L., **Principles of Statistical Radiophysics, Part 4. Wave Propagation Through Random Media**, Springer-Verlag, Berlin, 1978.

SHIN, H. C., GRAHAM, W., SIJTSMA, P., ANDREOU, C., FASZER, A. C., **Design and Implementation of a Phased Microphone Array in a Closed-Section Wind Tunnel**, American Institute of Astronautics & Astronautics, AIAA-2651, 2006.

SIJTSMA, P., **Acoustic Array Corrections For Coherence Loss Due to the Wind Tunnel Shear Layer**, Berlin Beamforming Conference, Berlin, 2008.

SODERMAN, P.T., AND NOBLE, S.C., **Directional Microphone Array for Acoustic Studies of Wind Tunnel Models**, Journal of Aircraft, pp. 169–173, 1975.

STEINBERG, B. D., **Principle of Aperture & Array System Design**, New York: John Wiley & Sons, Inc, 1976.

TATARSKI, V.I, **Wave Propagation in a Turbulent Medium**, trans. from Russian by R.A. Silverman, McGraw-Hill, New York, 1961.

WANG, W., LI, J., STOICA, P., SHEPLAK, M., NISHIDA, T., **Wideband Relax and Wideband Clean for Aeroacoustic Imaging**, J. Acoust. Soc. Am. 115 (2), February 2004.

WATER, W, VORST, B., WETERING, E., **Multiscaling of Turbulent Structure Functions**, Europhysics Letters., 16 (5), pp. 443-448, 1991.

WILSON, D.K., **Performance Bounds for Acoustic Direction-of-Arrival Arrays Operating in Atmospheric Turbulence**, J. Acoust. Soc. Am., 103 (3), 1306-1319, 1998.

WILSON, K., **A turbulence spectral model for sound propagation in the atmosphere that incorporates shear and buoyancy forcings**, J. Acoust. Soc. Am. 108 (5) 1, 2000.

WRIGHT, M. C. M., **Lectures Notes on the Mathematics of Acoustics**, ISBN 1-86094- 496-5, Imperial College Press, London, 2005.

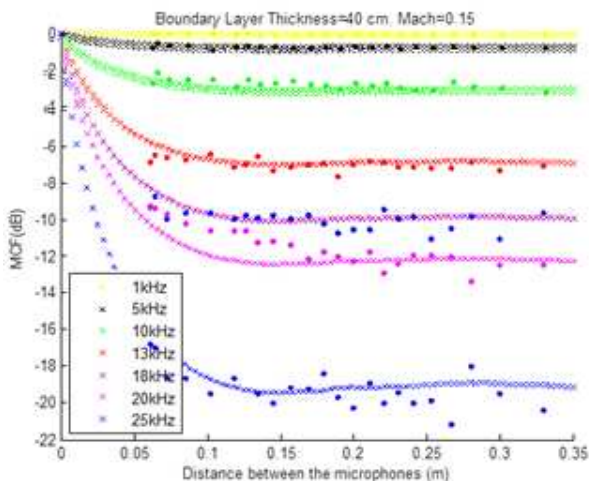
YAMAZAKI, N., NAGANURA K., IKEDA, M., SAGAWA, A.,
**Methods to Measure Acoustic Source in a closed Wind Tunnel Test
Section**, 5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA 2005.

APÊNDICE A

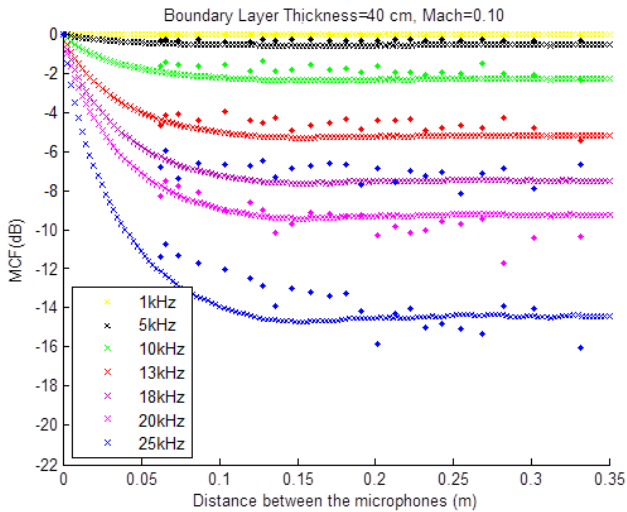
Gráfico com Ponderação de Amplitudes

O Gráfico B1 mostra os resultados com uma ponderação de amplitudes. Para 1 KHz, a amplitude foi multiplicada por 1/124, para 5KHz por 1/12 e para 10 HHZ por 1/4.

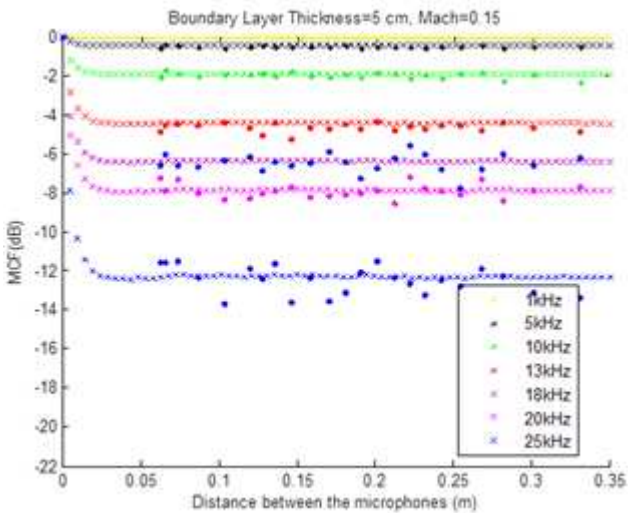
Figura 45 – MCF com dados de *array* com as ponderações na frequência para a) $M=0.15$ e $BL=40\text{cm}$; b) $M=0.10$ e $BL=40\text{cm}$; c) $M=0.15$ e $BL=5\text{cm}$. (x) MCF Desenvolvida (·) MCF Dados acústicos obtidos com *arrays* de microfones.



a)



b)



c)