

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

SABRINA KALISE HEINEN

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO-
DIMENSIONAMENTO DE UM PAVIMENTO**

**FLORIANÓPOLIS
2013**

SABRINA KALISE HEINEN

**PUNÇÃO EM LAJES DE CONCRETO ARMADO –
DIMENSIONAMENTO DE UM PAVIMENTO**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Engenheiro Civil. Sob a orientação do Professor Roberto de Caldas Andrade Pinto, Ph.D.

**FLORIANÓPOLIS
2013**

SABRINA KALISE HEINEN

**PUNÇÃO EM LAJES DE CONCRETO ARMADO –
DIMENSIONAMENTO DE UM PAVIMENTO**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do grau de Engenheiro Civil e aprovado em sua forma final pelo Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 25 de novembro de 2013

BANCA EXAMINADORA:



Professor Roberto de Caldas Andrade Pinto, PhD
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Professor Ivo José Padaratz, PhD
Universidade Federal de Santa Catarina

Professor André Labanowski Jr., Msc.
Universidade do Sul de Santa Catarina

Dedico este trabalho a todos que me acompanharam durante minha graduação. Àqueles que me incentivaram a sempre buscar o conhecimento. Àqueles que me permitiram momentos especiais e de alguma forma tornaram essa jornada agradável e inesquecível.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, que sempre me acompanhou, por me dar sabedoria, e persistência durante toda a graduação e para conclusão deste trabalho.

A todos meus professores responsáveis pela minha formação que são também meu exemplo e inspiração. Em especial ao meu orientador Roberto Pinto, que me ajudou bastante a entender alguns conceitos deste sistema estrutural e teve paciência e dedicação para análise do projeto.

A todos os profissionais engenheiros que admiro com quem convivi nos últimos anos e complementaram meus conhecimentos preparando-me mais para o futuro.

A meus familiares e amigos, que embora não entendessem muito do assunto, sempre apoiaram minha decisão pela Engenharia e me incentivam para ser uma grande profissional. Aos meus pais, Gerson e Sirlei, que me deram muito carinho e especialmente à minha irmã, Karen, com quem mais estive nos últimos anos e também será uma grande engenheira. Agradeço ainda a meu namorado, Matheus, que mesmo de longe sempre me fez mais forte e mais feliz.

Por fim a todos meus colegas e amigas especiais que fiz nesta jornada que preencheram os dias nessa universidade.

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo sobre a punção em lajes lisas, um efeito de ruptura por cisalhamento causado pela ação de cargas concentradas em uma pequena área, como o que ocorre nas regiões de ligação laje-pilar no sistema estrutural de lajes lisas. Foi desenvolvido o dimensionamento de um pavimento de um edifício comercial, usando o método de cálculo de pórticos planos equivalentes conforme o apresentado na NBR 6118/2007. Os deslocamentos foram calculados pelo mesmo método. Foram realizadas todas as verificações seguindo as recomendações da norma. Sobre nenhum dos pilares às tensões resistentes foram superiores às tensões solicitantes, caracterizando o fenômeno de punção. Desta forma foram apresentadas algumas medidas para o aumento da resistência à punção da laje, tais como aumento da resistência do concreto, da espessura da laje, uso de armadura de cisalhamento e uso de capitéis. Por fim, este trabalho discute estas possíveis medidas, apresentando um estudo mais aprofundado do efeito de punção e suas soluções e apontando, portanto, as mais viáveis.

Palavras-chave: punção, laje lisa, dimensionamento.

ABSTRACT

This project presents a study about punching shear in flat slabs. Punching shear is an effect of failure by shear stress due to the action of concentrated strength in small areas, like what happens in the regions of slab-column connection in this structural system. The structural analysis and design of one floor of a commercial building was done using the method of equivalent porticals, according to NBR 6118/2007. The deflections have been calculated by the same method. The verifications in the surfaces C and C' were done following the Brazilian code. In all columns the resistant strength was lower than the acting strength, occurring the punching phenomenon. Considering this, some alternatives were presented to rise the punching resistance, for example the increase of concrete strength, the adoption of a thicker slab, the use of shear reinforcement and the employment of drop panels. By the end, this work discuss about this alternatives, presenting a study about punching and its solutions and suggesting the viable ones.

Key-words: punching shear, flat slabs, structural design.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Laje lisa.....	18
Figura 2 - Lajes lisas com capitéis no Shopping Beira Mar.....	22
Figura 3 - Laje lisa nervurada no edifício Comercial Itacorubi ...	22
Figura 4 - Laje lisa nervurada no residencial Jazz Club II - Simphonia WOA Beira Mar	23
Figura 5 - Colapso da estrutura do Cassino Tropicana, NJ, EUA.	26
Figura 6 - Ruptura por punção em prédio garagem em Christchurch CBD, Nova Zelândia	26
Figura 7 - Panorama de fissuração da laje na ocasião da ruptura	30
Figura 8 - Zona de ruptura em lajes submetidas ao puncionamento, sem armadura de punção.	31
Figura 9 - Ruptura anterior a região armada	31
Figura 10 - Ruptura na região com armadura de punção	32
Figura 11 - Ruptura além da região armada.....	32
Figura 12 - Deslocamento do tronco de cone.....	33
Figura 13 - Rotação do elemento rígido	34
Figura 14 – Hipótese de ruptura	34
Figura 15 - Elemento rígido do modelo de Kinnunen e Nylander	34
Figura 16 - Modelo de bielas e tirantes para a punção sem transferir momentos	36
Figura 17 - Superfície de controle da NBR 6118/2007.....	37
Figura 18 - Modelo de bielas e tirantes para a punção com transferência momentos.....	39
Figura 19 - Efeito de momento desbalanceado em ligação laje- pilar	39
Figura 20 - Armadura tipo pino	42
Figura 21 - Armadura tipo estribos.....	43
Figura 22 - Armadura tipo barras dobradas.....	44
Figura 23 - Armaduras tipo shearhead	44
Figura 24 - Armadura tipo shearband ou em fita	45
Figura 25 - Faixas de laje para distribuição dos esforços nos pórticos múltiplos.....	46
Figura 26 - Armadura para lajes sem vigas	47
Figura 27 – Perímetro crítico de pilares internos.....	49
Figura 28 - Seção para o cálculo de ρ	53

Figura 29 - Perímetro crítico C'' , afastado $2d$ do último elemento de armadura de cisalhamento.....	55
Figura 30 - Armadura contra colapso progressivo.....	56
Figura 31- Área de armadura contra colapso progressivo	56
Figura 32 - Definição da altura útil do capitel.....	57
Figura 33 - Pórtico 1 (direção y).....	65
Figura 34 - Pórtico 2 (direção y).....	65
Figura 35 - Pórtico 3 (direção x).....	66
Figura 36 - Momentos fletores no pórtico 1	67
Figura 37 - Momentos fletores no pórtico 2	67
Figura 38 - Momentos fletores no pórtico 3	68
Figura 39 - Carregamento quase permanente no pórtico 3	75
Figura 40 - Momentos fletores em serviço no pórtico 3.....	75
Figura 41 - Esforços cortantes no pórtico 1	81
Figura 42 - Esforços cortantes no pórtico 2.....	82
Figura 43 - Esforços cortantes no pórtico 3.....	82
Figura 44 - Armadura de flexão que corta o pilar P10.....	93
Figura 45 - Armadura de punção em P10=P19.....	101
Figura 46 - Armadura de punção para o pilar P11=P20.....	102
Figura 47 - Definição do tamanho do capitel.	108
Figura 48 - Verificações no capitel*.	110
Figura 49- Capitel - vista em corte do eixo x	111
Figura 50- Capitel - vista em corte do eixo y	111

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores de K, segundo NBR 6118/2007	50
Tabela 2 - Momentos fletores (em kNm) no pórtico 2, distribuídos por faixas internas e externas.....	67
Tabela 3 - Momentos fletores (em kNm) no pórtico 2, distribuídos por faixas internas e externas.....	67
Tabela 4 - Momentos fletores (em kNm) no pórtico 3, distribuídos por faixas internas e externas.....	68
Tabela 5 - Momentos fletores (em kNm) no pórtico 3 devido ao carregamento quase permanente.....	75
Tabela 6 - Inércias da seção fissurada e flechas nos vãos....	80
Tabela 7 - Verificação da resistência e armadura adicional contra colapso progressivo	95
Tabela 8 - Armadura de punção.....	128
Tabela 9 - Capitel - Tensões em C_1	129
Tabela 10 - Verificação em C_2	129
Tabela 11 - Verificações de Punção - Tensões solicitantes e resistentes.....	127

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT: Associação Brasileira de Normas Técnicas

A_c : Área de concreto

A_s : Área de aço

A_{sw} : Área de armadura de punção num contorno completo paralelo a C'

C : Contorno da área de aplicação da carga

C' : Contorno crítico, externo e distante $2d$ do contorno C , no plano da laje

C'' : Contorno crítico distante $2d$ da última linha de armadura de punção

C'_1 : Contorno crítico distante $2d_c$ do contorno C , em capitéis

C'_2 : Contorno crítico distante $2d$ do final do capitel

C_1 : Dimensão do pilar paralela à excentricidade

C_2 : Dimensão do pilar perpendicular à excentricidade

CA-50: classe de armadura com resistência de escoamento de 500 MPa

d : Altura útil da laje

d_c : Altura útil na região interna ao capitel

d_a : Altura útil abaixo na região C'_1 em capitéis

E_{cs} : Módulo de elasticidade secante do concreto

ELS: Estado Limite de Serviço

ELU: Estado Limite Último

f_{cd} : Resistência de cálculo à compressão do concreto

f_{ck} : Resistência característica à compressão do concreto

f_{ct} : Resistência à tração do concreto

f_{final} : flecha final, após acrescentar o efeito de fluência

f_{fis} : flecha elástica dada com a inércia equivalente

f_{imed} : flecha elástica dada com a inércia bruta

F_{Sd} : Força concentrada de cálculo

f_{yd} : Resistência de cálculo do aço

f_{ywd} : Resistência de cálculo da armadura de cisalhamento

I_c : Inércia da seção de concreto bruta

I_{eq} : Inércia equivalente da seção fissurada.

I_{II} : Inércia da seção no estágio II

K : Coeficiente que fornece a parcela de M_{Sd} transmitida ao pilar

l : Vão entre pilares

l_b : comprimento de ancoragem

M_{Sd} : Momento fletor de cálculo

M_f : Momento de fissuração

NBR: Norma Brasileira Registrada

N_d : Tensão normal de cálculo, em pilares

s_r : Espaçamento radial entre linhas de armadura de punção

u : Perímetro de controle crítico na região C`

u_0 : Perímetro de controle crítico na região C

$u``$: Perímetro de controle crítico na região C``

W_p : Módulo de resistência plástica do perímetro crítico

γ_f : Coeficiente de majoração dos esforços

λ_c : Distância entre a borda do capitel e a face do pilar

ρ : Taxa de armadura de flexão

T_{Rd1} : Tensão de cisalhamento resistente de cálculo limite, para que uma laje possa prescindir de armadura transversal para resistir à força cortante.

T_{Rd2} : Tensão de cisalhamento resistente de cálculo limite verificação da compressão diagonal do concreto na ligação laje-pilar.

T_{Rd3} : Tensão de cisalhamento resistente com armadura de punção.

T_{Sd} : Tensão de cisalhamento solicitante de cálculo

\emptyset : Diâmetro

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	15
1.1. Objetivos	16
1.1.2. Objetivo Geral	16
1.1.3. Objetivos Específicos	16
1.2. Metodologia	17
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	18
2.1. Lajes Lisas	18
2.1.1. Vantagens e Desvantagens do Uso de Lajes Lisas	19
2.1.2. Exemplos de Construção	21
2.2. Punção	23
2.2.1. Casos de ruptura por punção	24
2.2.2. Fatores que influenciam na resistência à punção.....	27
2.3. O Mecanismo de ruptura por punção	29
2.4. Modelos de cálculo	32
2.4.1. Modelos mecânicos de punção	32
2.4.2. Modelo de bielas e tirantes	35
2.4.3. Método da superfície de controle	36
2.5. Punção Assimétrica.....	37
2.6. Armaduras de punção	40
2.6.1. Armadura tipo pino ou studs	41
2.6.2. Estribos ou ganchos	42
2.6.3. Barras dobradas	43
2.6.4. <i>Shearhead</i> – “perfis de topo”	44
2.6.5. <i>Shearband</i>	45
2.7. Normatização.....	45

2.7.1.	Lajes Lisas	45
2.7.2.	Punção.....	47
2.7.2.1.	Cálculo da tensão solicitante nas superfícies C e C`	49
2.7.2.2.	Verificação das tensões resistentes.	51
2.7.2.3.	Colapso progressivo.....	55
2.7.2.4.	O uso de capitéis	56
3.	O PROJETO.....	58
3.1.	Dimensionamento da Laje Lisa	63
3.2.	Verificação do Estado Limite de Serviço	73
3.3.	Verificação à Punção	81
3.3.1.	Cálculo da tensão solicitante nas superfícies C e C`	83
3.3.2.	Verificação da tensão resistente	88
3.3.3.	Armadura contra colapso progressivo.....	93
3.4.	Alternativas para o aumento da resistência na ligação laje-pilar	96
3.4.1.	Aumento do f_{ck}	96
3.4.2.	Uso de armadura de punção	97
3.4.3.	Aumento da espessura de toda a laje.....	104
3.4.4.	O uso de capitéis	106
3.5.	Considerações Finais	111
4.	CONCLUSÃO.....	116
5.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	119
	ANEXOS.....	122
	APÊNDICES.....	123

1. INTRODUÇÃO

O sistema estrutural de lajes lisas, também chamadas de lajes planas, vem sendo cada vez mais usado nos edifícios comerciais e residenciais. Este é caracterizado pelo uso de lajes sem vigas, apoiando-se diretamente sobre pilares.

Este sistema apresenta uma série de vantagens quando comparados ao convencional tais como mobilidade arquitetônica, maior pé direito do pavimento e até redução do número de pilares. Quanto à execução, apresenta formas mais simples e em menor quantidade, facilidade na concretagem reduzindo a probabilidade de falhas, apresentando armadura mais simples que em vigas simplificada, dentre outras vantagens.

Por outro lado, ao optar pelo não uso de vigas há maior instabilidade quanto a ações horizontais, pois o efeito de pórtico é fraco em função da pequena inércia das lajes, se comparadas às vigas. As deformações são maiores devido aos maiores vãos de lajes e há o efeito de punção na região de ligação laje-pilar.

A punção, principal assunto deste trabalho, é um efeito de perfuração da laje pelos pilares, cuja ruptura ocorre por cisalhamento, com carga inferior à de flexão, causada pela ação de uma carga concentrada em uma pequena região. Esta ruptura se dá bruscamente e pode levar a um colapso progressivo. Deve ser realizada uma série de verificações de tensões atuantes e resistentes para descobrir se este efeito realmente ocorre. Para combatê-la pode-se usar armaduras específicas para punção ou aumentar a espessura da laje, sendo uma alternativa o uso de

capitéis. Estes correspondem a um aumento da espessura da laje sobre o pilar e podem ter a forma mais adequada para a edificação. Quando há capitéis estas lajes podem ser também denominadas lajes cogumelo.

Neste trabalho será estudada a ligação laje pilar e realizado o dimensionamento de um pavimento usando laje lisa. Serão efetuadas todas as verificações prescritas na NBR 6118/2007 e apresentadas algumas medidas para combate do efeito de punção.

1.1. Objetivos

1.1.2. Objetivo Geral

Estudar o mecanismo de ruptura por punção e o dimensionamento de um pavimento adotando do sistema estrutural de lajes lisas.

1.1.3. Objetivos Específicos

Visando atingir o objetivo principal, alguns objetivos específicos são requeridos, entre eles:

- 1) Análise do mecanismo de punção e de diferentes modelos de cálculo;
- 2) Compreensão e aplicação da metodologia usada na NBR6118/2007 em um pavimento de um edifício;

- 3) Propor várias soluções para o dimensionamento considerando o efeito de punção nas lajes lisas;
- 4) Apontar a solução mais viável e apresentar o projeto estrutural do pavimento em questão.

1.2. Metodologia

O trabalho será desenvolvido a partir de uma pesquisa teórica e posterior desenvolvimento de um projeto estrutural. Para isso, este foi dividido em quatro etapas descritas a seguir:

Etapa 1: Revisão de literatura sobre punção em lajes lisas em livros e trabalhos acadêmicos.

Etapa 2: Análise da arquitetura com posterior proposta de um modelo estrutural, o qual será calculado de acordo com as recomendações das normas técnicas brasileiras. Nesta etapa serão verificados os esforços de punção atuantes no modelo adotado, bem como as tensões resistentes. Ambos serão avaliados e brevemente discutidos.

Etapa 3: Proposição de algumas medidas para o dimensionamento da laje lisa considerando o efeito de punção e avaliação de sua viabilidade. A partir desta análise será proposto um modelo final.

Etapa 4: Considerações finais e conclusões.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Lajes Lisas

Lajes lisas, também chamadas lajes planas, são estruturas horizontais laminares, em concreto armado ou protendido, que se apóiam diretamente em pilares, de forma rígida, não usando vigas para transferência dos esforços, como ilustra a figura 1. (CARVALHO, C. B., 2008).

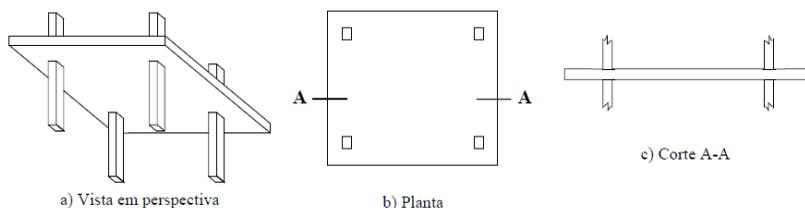


Figura 1 - Laje lisa
(MELGES, J. L. P., 1995)

De acordo com a NBR 6118 de 2007, as chamadas lajes-cogumelo são definidas como sendo as lajes que estejam diretamente apoiadas em pilares com capitéis, enquanto que lajes lisas são aquelas apoiadas em pilares sem capitéis.

Na região da laje próxima ao pilar verificam-se tensões elevadas, geradas pelos esforços de flexão e cisalhamento, que podem provocar a ruptura com uma carga inferior a de ruptura por flexão, sendo esse o motivo pelo qual a capacidade resistente de lajes lisas é geralmente governada pela resistência à punção. A resistência ao cisalhamento é um fator de grande

importância no dimensionamento dessas lajes, interferindo na sua espessura, resistência do concreto ou geometria dos pilares, por exemplo. (TRAUTWEIN, L. M., 2006).

2.1.1. Vantagens e Desvantagens do Uso de Lajes Lisas

A utilização de lajes planas tornou-se habitual nos últimos anos. Isso se deve às muitas vantagens que o sistema possui quando comparado ao convencional (laje-viga-pilar), como simplicidade de execução, economia de tempo e custos.

As principais vantagens, de acordo com Puel (2009) e Trautwein (2006) são citadas a seguir:

- Adaptabilidade do ambiente: permite alterações na arquitetura como disposição das paredes, pois não tem vigas, bem como a adaptação de espaços a outras finalidades;
- Simplificação das formas: a existência de um plano contínuo, sem recortes, implica em maior facilidade de execução, menor consumo de materiais e menor desperdício na montagem, cimbramentos e desforma;
- Simplificação das armaduras: sem as vigas o detalhamento é simples, diminuindo operações de corte, dobra e montagem, facilitando também a conferência destas;
- Simplificação da concretagem: maior facilidade de lançamento e adensamento, pois permite o acesso de

vibradores, reduzindo a possibilidade de ocorrência de falhas;

- Redução da altura total do edifício, permitindo aumentar o número de pavimentos;
- Simplificação das instalações: dutos hidrossanitários podem passar rentes ao teto sem a necessidade de deixar furos nas vigas, reduzindo curvas desnecessárias, cortes e emendas, mão-de-obra e custos;
- Melhoria das condições ambientes: a ausência de vigas facilita a insolação e ventilação;
- Redução no tempo de execução: devido às simplificações apresentadas;
- Redução do custo do empreendimento: devido à redução na quantidade de concreto, armadura, formas e menores espessuras de revestimentos.

Existem também as desvantagens deste sistema estrutural que devem ser consideradas, sendo as principais, segundo Puel (2009) e Souza (2007), as seguintes:

- Punção nas lajes: a ruptura por puncionamento, que acontece com carga inferior à de flexão, ocorre de forma frágil, quase sem aviso prévio. Isto pode levar a estrutura à ruína por colapso progressivo;
- Deslocamento transversal das lajes: tem-se o aumento dos deslocamentos verticais (flechas) em relação às lajes convencionais com mesmos vãos. Este fato pode ser compensado com a inclusão de vigas nos bordos livres do edifício, regiões nas quais os deslocamentos são maiores;

- Estabilidade global do edifício: há diminuição da resistência a esforços horizontais, principalmente em prédios altos, pois a ausência de vigas não permite a formação de pórticos de contraventamento. Isto pode ser combatido com a associação de lajes a núcleos rígidos ou paredes estruturais.

2.1.2. Exemplos de Construção

Nos últimos anos esse sistema estrutural vem sendo muito usado, principalmente em edifícios comerciais, para os quais o *layout* das salas ainda não está definido, mas também em prédios residenciais devido a sua economia, redução de falhas e redução do pé-direito.

A utilização das lajes lisas associada a lajes maciças hoje é pouco comum. As lajes lisas nervuradas, nas quais são empregados materiais inertes tais como EPS ou blocos cerâmicos, são mais atrativas, pois permitem adotar grandes vãos, em função do seu peso reduzido. Nestes casos, as lajes apóiam-se nos pilares através de uma região maciça, uma alternativa eficiente para reduzir os esforços de punção. (SOUZA, S. M., 2007).

Em Florianópolis, o estacionamento do Shopping Beira Mar, ilustrado na figura 2, foi construído em 1993 no sistema de lajes lisas maciças adotando capitéis na região de ligação laje-pilar.



Figura 2 - Lajes lisas com capitéis no Shopping Beira Mar

O edifício Comercial Itacorubi, de seis pavimentos, também em Florianópolis, está sendo construído com lajes lisas nervuradas, usando blocos cerâmicos para preencher os espaços entre as nervuras, permitindo empregar a altura da laje de 18 cm. As fotografias ilustradas na figura 3 mostram a simplicidade das formas e a montagem da armadura do capitel.



Figura 3 - Laje lisa nervurada no edifício Comercial Itacorubi

Na mesma cidade ainda há exemplos de prédios totalmente residenciais, como o complexo Simphonia Woa Beira Mar, com 15 pavimentos, sendo executados em lajes lisas com nervuras preenchidas por blocos de concreto celular que implicam em lajes de 30 cm de espessura. Nesse caso foram

feitas vigas nas bordas do prédio. As fotos na figura 4 mostram a forma, a armadura do capitel e as lajes acabadas.



Figura 4 - Laje lisa nervurada no residencial Jazz Club II - Simphonia WOA Beira Mar

2.2. Punção

Segundo a NBR 6118/2007, a punção é considerada um Estado limite Último. De acordo com o descrito por Cordovil (1997), esta é o efeito de ruptura transversal, por cisalhamento, em torno de regiões relativamente pequenas submetidas a carregamentos localizados.

Por ser caracterizada pela atuação de forças concentradas agindo sobre o elemento estrutural plano, a punção é o efeito de perfuração que pode causar ruína do elemento. (SOUZA, S. S. M., 2007).

A possibilidade de ruptura por punção é um dos problemas relacionados ao uso de lajes lisas ou lajes cogumelo.

2.2.1. Casos de ruptura por punção

A ruína por punção tem uma característica facilmente identificada. Como as tensões de cisalhamento concentram-se na região da laje em torno do pilar, é neste local em que acontece a ruptura. Portanto, a ruptura por punção pode ser comparada a um efeito de perfuração das lajes pelos pilares, com estes permanecendo íntegros, conforme pode ser visto nas ilustrações a seguir.

Num edifício, a ruína localizada de uma ligação aumenta a força e a excentricidade nos pilares próximos, podendo desencadear a ruína generalizada de um pavimento e até de uma estrutura, se os painéis de lajes caírem uns por cima dos outros. Essa sucessão de ruínas dos painéis, como um “efeito dominó”, é chamada de colapso progressivo. (LIMA, J. S., 2001).

Desastres devido à ruptura por punção ocorrem com mais frequência que o esperado. Um exemplo clássico é o Cassino Tropicana em Atlantic City, NJ, Estados Unidos e, mais recentemente, na cidade de Christchurch na Nova Zelândia.

O colapso dos últimos cinco pavimentos do edifício garagem do Cassino Tropicana, em Atlantic City, ocorreu em outubro de 2003. A estrutura ainda estava incompleta e no dia do desabamento 300 a 400 trabalhadores estavam presentes,

executando a concretagem do 10º andar. A estrutura teria no total treze pavimentos, incluindo 502 novos quartos de hotel.

De acordo com o exposto por Engel *et al* (2003), a causa principal para o desabamento foi um problema de execução. Nos andares inferiores o escoramento foi falho, com bem menos hastes que o necessário para suportar o concreto ainda não resistente, recém-lançado. O escoramento insuficiente repetia-se nas lajes inferiores, que ainda não tinham atingido a resistência de projeto e não suportaram a carga descarregada de forma imediata. A figura 5 apresenta algumas fotos da ruptura deste prédio. Nota-se que esta ocorre principalmente junto aos pilares do bordo, com a laje caindo como um corpo rígido e não fletido. A laje desabou e os pilares não romperam-se, evidenciando o colapso por punção. Os trabalhadores disseram que em algum tempo antes da ruptura, era possível ouvir o concreto estalando, sinais que foram ignorados. Do acidente resultaram vinte homens feridos, quatro mortos e uma alta multa para a construtora responsável.

Em dezembro de 2011, parte de um complexo de escritórios de três pavimentos colapsou após um terremoto na cidade de Christchurch na Nova Zelândia, como ilustra a figura 6. Em torno de 3/4 do pavimento garagem desabou sobre os inferiores, como uma clássica ruptura por punção em lajes lisas, sendo estas feitas em concreto protendido. Não houve vítimas, apenas 50 carros que foram danificados. (Disponível em: <<http://reidmiddleton.wordpress.com/2011/03/14/5/>>. Acesso em: 03 maio 2013).



Figura 5 - Colapso da estrutura do Cassino Tropicana, NJ, EUA.
(ENGEL, R. H. *et al*, 2003)



Figura 6 - Ruptura por punção em prédio garagem em Christchurch
CBD, Nova Zelândia
(<http://reidmiddleton.wordpress.com/2011/03/14/5/>> Acesso em: 03
maio 2013)

2.2.2. Fatores que influenciam na resistência à punção

O concreto armado é um material bastante heterogêneo, devido às características dos diferentes materiais – cimento, areia, brita e aditivos – usados no concreto, bem como a presença das barras de aço estrutural. Fatores como espessura da laje, taxa de armadura, dimensão do pilar, resistência à compressão do concreto influenciam a resistência à punção. No entanto há fatores envolvidos mais complexos de equacionar tais como fenômenos de microfissuração na zona de transição entre o agregado e a matriz, antes mesmo da peça ser submetida a carregamentos externos, a forma dos agregados, dentre outras características a serem analisadas, que também exercem bastante influência no comportamento à punção. (CORDOVIL, F. A. B., 1997).

Baseando-se no estudo de Rabello (2010) e Ferreira (2010), pode-se citar os seguintes fatores:

- Espessura da laje: Para combater o efeito de punção é possível aumentar a espessura de toda a laje ou apenas na região de ligação do pilar, formando o chamado capitel. A primeira opção não é vantajosa, pois aumenta as ações permanentes, portanto, apesar de elevar a tensão resistente, eleva-se também as ações solicitantes. Os capitéis, mais indicados, aumentam a resistência à punção, mas podem oferecer desvantagens arquitetônicas;

- Dimensões e formato do pilar: Além da influência direta da área do pilar em contato com a laje, a proporção entre as dimensões (relação entre lados) também influencia no caso da punção. Quanto à forma, pilares retangulares têm resistência em torno de 15% menor em relação a pilares circulares de mesma área, pois existe uma concentração de tensões nos cantos;
- Posição do pilar na laje: Pilares internos resistem mais que pilares de borda, sendo os pilares de canto menos resistentes em relação à punção, ou seja, quanto maior a excentricidade do carregamento, menor a resistência da ligação;
- Resistência à compressão do concreto (f_{ck}): A ruptura por cisalhamento está relacionada à resistência à tração do concreto e, para fins de projeto, esta é função da resistência à compressão, aumentando de modo não-linear, segundo a NBR 6118, proporcional a $f_{ck}^{2/3}$;
- Taxa de armadura de flexão: Esta taxa é definida como a razão entre a área de aço (A_s) pela área de concreto (A_c). Uma maior taxa de armadura causa menor incidência de fissuras. Uma menor taxa, ao contrário, eleva o nível de fissuração, na presença da microfissuração, diminuindo a resistência ao cisalhamento do concreto. Resultados experimentais indicam que taxas de até 2% aumentam a resistência da laje à punção (CORDOVIL, F. A. B., 1997, e FUSCO, 1984 apud PUEL, A., 2010);

- Armadura de punção: Pode ser de vários tipos e formatos. Seu uso permite espessuras mais delgadas para as lajes. Os principais benefícios do uso dessas armaduras são o aumento da resistência e da ductilidade da ligação laje-pilar;
- Efeito de escala (*Size effect*): Deve ser adotado um fator de escala para correlacionar os modelos experimentais, de escala reduzida, e elementos em escala natural. Isso ocorre, pois, em igualdade de outras condições (mantendo-se todas as proporções) lajes mais espessas mostram-se menos resistentes, fato justificado pela possibilidade de maior heterogeneidade do concreto em elementos de maiores dimensões. Outros pontos citados são de que a armadura de tração, em lajes mais espessas perde a capacidade de controlar a abertura de fissuras ao longo de toda seção e que menores alturas proporcionam maior engrenamento dos agregados. Algumas normas fornecem fórmulas para cálculo deste fator.

2.3. O Mecanismo de ruptura por punção

Segundo o mencionado por Lima (2001), a região da laje próxima ao pilar sofre uma pequena rotação e move-se verticalmente. Isto faz com que a zona comprimida seja fraturada, separando os dois elementos. Praticamente não há escoamento da armadura de flexão da laje, o que caracteriza uma ruína do tipo frágil.

De acordo com o relatado por Cordovil (1997), ensaios demonstram que as deformações circunferenciais são, inicialmente, maiores que as deformações radiais. Desta forma, as fissuras radiais surgem primeiro. Somente na ocasião da ruptura há a formação de uma fissura quase circular, que limita o contorno de um sólido deslocado ao redor do pilar, conforme apresentado na figura 7.

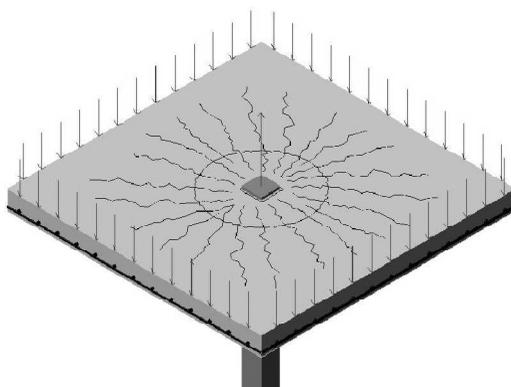


Figura 7 - Panorama de fissuração da laje na ocasião da ruptura (CORDOVIL, F. A. B., 1997)

Em lajes sem armadura de cisalhamento, a superfície fissurada atinge distâncias que variam de duas a três vezes a altura útil da laje. O sólido deslocado assemelha-se a um tronco de cone, com uma inclinação que varia de 25° a 30° com o plano da laje, entretanto, com uma irregularidade acentuada. (CORDOVIL, F. A. B, 1997), conforme esquematizado na figura 8.

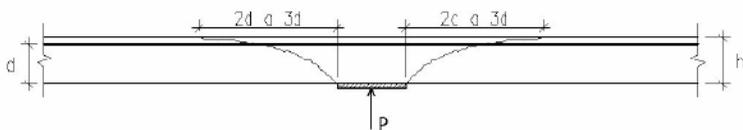


Figura 8 - Zona de ruptura em lajes submetidas ao punção, sem armadura de punção.
(CORDOVIL, F. A. B., 1997)

No caso de lajes com armadura de cisalhamento, Clodovil (1997) também afirma que a superfície de ruptura pode ocorrer em três posições:

- Na zona entre o pilar e a primeira camada da armadura de cisalhamento, com ruptura somente do concreto adjacente ao pilar, conforme apresentado na figura 9;

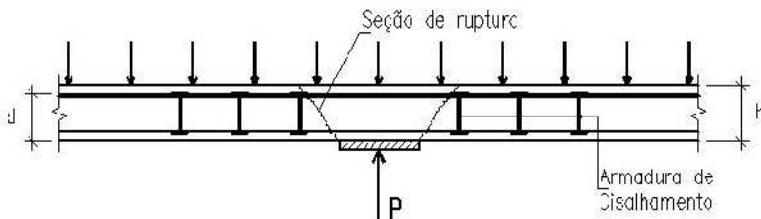


Figura 9 - Ruptura anterior a região armada
(CORDOVIL, F. A. B., 1997)

- Na zona com armadura de cisalhamento, com ruptura do concreto e da armadura transversal, como apresentado na figura 10;

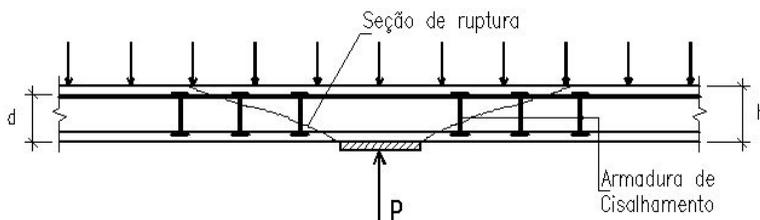


Figura 10 - Ruptura na região com armadura de punção
(CORDOVIL, F. A. B., 1997)

- Na zona situada além da armadura de cisalhamento, com ruptura do concreto, como mostra a figura 11.

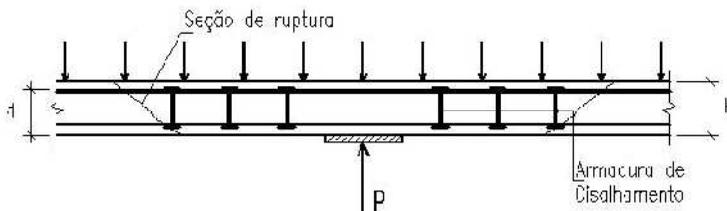


Figura 11 - Ruptura além da região armada
(CORDOVIL, F. A. B., 1997)

A segunda condição, quando há ruptura da armadura de cisalhamento, seria a ideal, pois a armadura entraria em escoamento plástico, aumentando a ductilidade da estrutura antes do colapso da laje.

2.4. Modelos de cálculo

2.4.1. Modelos mecânicos de punção

Os modelos mecânicos propostos para descrever o efeito de punção baseiam-se no comportamento da ligação, (carga,

fissuras, deslocamentos), observado em ensaios. Nesse caso, a resistência da ligação é obtida pelo equilíbrio entre as ações aplicadas e os esforços internos. (RABELLO, F. T., 2010).

Em 1960, Kinnunen e Nylander apresentaram um modelo mecânico para explicar o fenômeno da punção e prever a carga de ruptura. Este modelo foi desenvolvido a partir de estudos de lajes circulares apoiadas no centro por pilares também circulares e com carregamento aplicado nos bordos. A ruptura da laje ocorre a partir do pilar, com o deslocamento de um sólido interno. Esse sólido teria a forma aproximada de um tronco de cone, com a superfície inclinada entre 25° e 30° graus em relação ao plano da laje, como mostra a figura 12. (CORDOVIL, F. A. B, 1997).

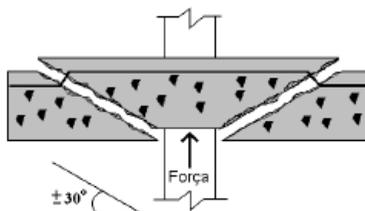


Figura 12 - Deslocamento do tronco de cone
(MELGES, J.L.P., 2001)

“Na zona junto ao tronco do cone, a laje seria dividida em elementos rígidos limitados pela superfície inclinada e por fissuras radiais. Cada elemento rígido produziria um trabalho decorrente da rotação em torno de um ponto chamado “centro de rotação” CR” (CORDOVIL, 1997, P. 36). A figura 13 esclarece este conceito. Ainda segundo afirma Cordovil (1997) é possível, a partir disso, estabelecer as condições de equilíbrio entre os esforços externos e internos, mostradas nas figuras 14 e 15.

Nessas circunstâncias, há condições de se estabelecer uma teoria próxima da realidade, aplicando o princípio dos trabalhos virtuais, supondo a rotação do elemento. Porém, quando se tenta estender essa teoria para formas quadradas ou retangulares não há como definir uma formulação confiável.

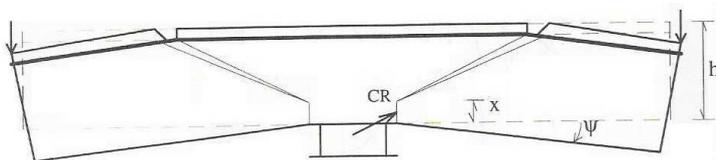


Figura 13 - Rotação do elemento rígido
(CORDOVIL, F. A. B., 1997, apud MELGES, J. L. P., 1995)

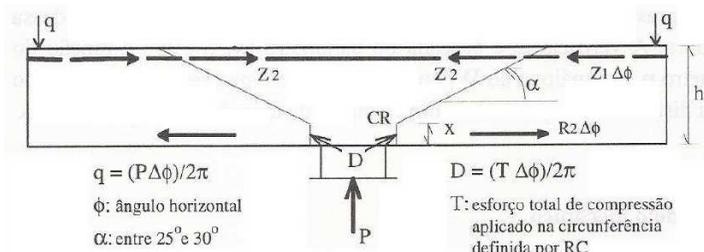


Figura 14 – Hipótese de ruptura
(CORDOVIL, F. A. B., 1997, apud RABELLO, F. T., 2010)

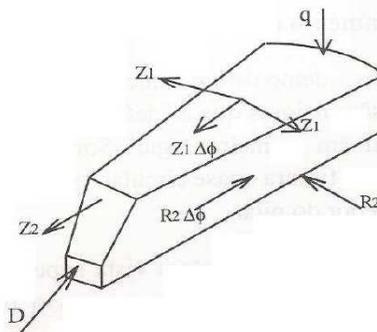


Figura 15 - Elemento rígido do modelo de Kinnunen e Nylander

Fonte: CORDOVIL, F. A. B., 1997, apud RABELLO, F. T., 2010

2.4.2. Modelo de bielas e tirantes

O modelo de bielas e tirantes foi usado para explicar a punção pela primeira vez em 1992 por Alexander e Simmonds.

Este modelo consiste em uma treliça espacial composta de bielas de concreto e tirantes de aço. O cisalhamento é resistido pela componente vertical da biela inclinada de compressão do concreto. Estas bielas são chamadas de “bielas de cisalhamento”. (PINTO, 1993).

Após a formação das fissuras circulares e inclinadas na região próxima ao pilar, os esforços de punção não podem mais ser resistidos por tração do concreto. Passam então, a ser resistidos pelas bielas *A-B* e *D-C* (figura 16), estendendo-se da face inferior da laje no pilar até a armadura de flexão negativa. As bielas são consideradas nos quatro lados do pilar, no caso de pilares retangulares. A componente horizontal dos esforços nas bielas causa mudanças nos esforços da armadura de flexão, nos tirantes *A* e *D*. A componente vertical “empurra” a armadura de flexão para cima, e é resistida pela tensão de tração no concreto entre as barras. (RABELLO, F. T., 2010).

Pinto (1993) afirma que para aplicação do modelo são necessários: o ângulo de inclinação da biela, a força de tração no tirante de aço e a força de compressão na biela de concreto. Por esse modelo pode-se definir ruptura por escoamento do tirante de aço ou por esmagamento da biela de concreto. Alexander e

Simmonds assumiram, a partir de observação de ensaios, que romperia por escoamento da armação, não no concreto.

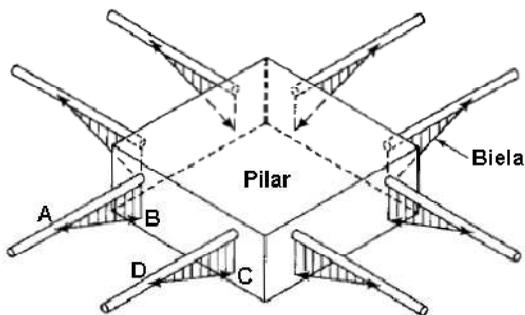


Figura 16 - Modelo de bielas e tirantes para a punção sem transferir momentos
(RABELLO, F. T., 2010)

2.4.3. Método da superfície de controle

Esse método é a base para vários códigos normativos como o brasileiro, europeu, americano, entre outros.

O Método da Superfície de Controle consiste em calcular uma tensão uniforme solicitante de punção em uma determinada superfície de controle localizada a uma determinada distância da face do pilar ou da área carregada, perpendicular ao plano médio da laje, e comparar o valor do esforço solicitante com um determinado parâmetro de resistência do concreto para aquele perímetro. A segurança contra a ruptura por punção estará garantida se nesse perímetro o esforço resistente for superior ao solicitante. (RABELLO, F. T., 2010).

À medida que se consideram perímetros cada vez mais afastados da carga concentrada, as tensões de cisalhamento vão diminuindo. O valor máximo da força cortante vai ocorrer na região onde os momentos fletores negativos também são máximos. (MELGES, J. L. P., 2001). Porém, para cada norma, a distância das faces do pilar, que compõe a superfície de controle, é definida de acordo com a espessura da laje. A figura 17 ilustra a superfície usada na norma brasileira.

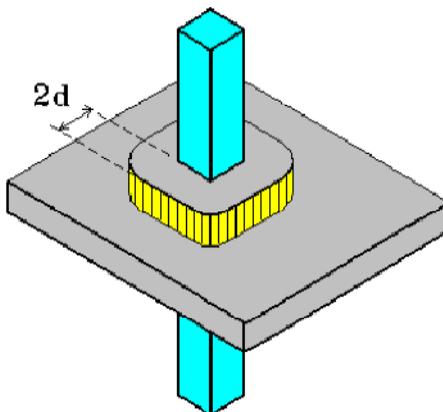


Figura 17 - Superfície de controle da NBR 6118/2007 (IBRACON, 2006)

2.5. Punção Assimétrica

Como já mencionado, a posição do pilar em relação à laje também tem influência sobre o efeito de punção. A maior parte dos modelos apresentados considera pilares centrais.

Quando o pilar é posicionado simetricamente na laje, ou seja, com vãos bastante semelhantes entre pilares, mesmo carregamento em ambos os lados e não existem cargas

horizontais, os efeitos de flexão no elemento são nulos, podendo-se utilizar modelos de pilares biapoiados (com apoio de primeiro gênero no nó superior e de segundo gênero no nó inferior), surgindo, portanto, somente esforço axial. (PUEL, A., 2009).

Melges (2001) comenta que para pilares de borda e de canto, o problema é mais crítico devido à presença de momentos fletores desbalanceados, menor área de contato da laje com o pilar e torção nas bordas da laje junto da ligação com os pilares. No entanto, em edifícios com lajes lisas é comum a presença de momentos desbalanceados também em pilares internos, devido a variações de tamanho dos vãos ou pela presença de carregamentos horizontais causados por ventos. Esses momentos desbalanceados são transferidos da laje para o pilar, afetando as tensões de cisalhamento da região, o que ocasiona redução significativa da resistência à punção. (FERREIRA, M. P., 2010).

Quando cargas laterais ou cargas verticais desbalanceadas causam transferência de momentos entre a laje e o pilar, o comportamento da ligação envolve flexão, tração e torção na região de ligação da laje com o pilar. Dependendo da amplitude destes três fatores, a falha pode se dar de diversas maneiras. O modelo proposto por Alexander e Simmonds, comentado no item 2.4.2, pode ser adaptado para o caso de pilares internos com transferência de momentos, como mostra a figura 18. (RABELLO, F. T., 2010).

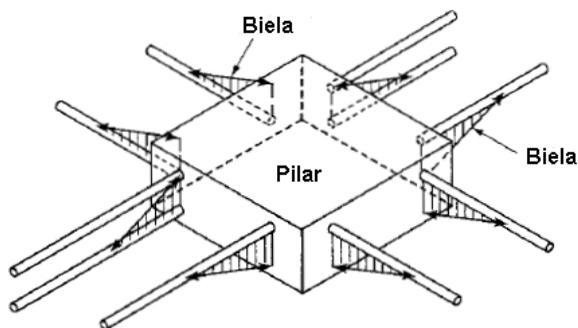


Figura 18 - Modelo de bielas e tirantes para a punção com transferência de momentos
(RABELLO, F. T., 2010)

No caso de punção excêntrica, a região do lado oposto à excentricidade é pouco solicitada. Os esforços concentram-se no sentido da excentricidade do carregamento. (CORDOVIL, F. A. B., 1997).

A figura 19 mostra uma ligação laje-pilar interno com momentos desbalanceados e a distribuição das tensões cisalhantes segundo as normas EUROCODE 2:2004 e ACI 318:2008. (FERREIRA, M. P., 2010).

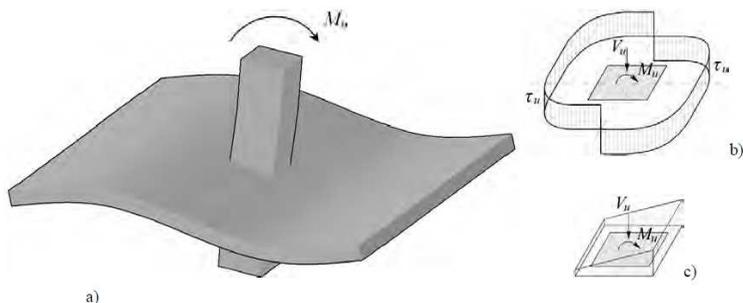


Figura 19 - Efeito de momento desbalanceado em ligação laje-pilar
(FERREIRA, M. P., 2010)

2.6. Armaduras de punção

No dimensionamento de uma ligação laje-pilar, caso seja verificado que esta ligação não atende a segurança quanto à punção, podem-se adotar medidas como o aumento da seção do pilar, da espessura da laje, da taxa de armadura de flexão ou da resistência à compressão do concreto. (FERREIRA, M. P., 2010). Outra solução para aumentar a resistência é a utilização de armaduras de cisalhamento para punção em lajes de concreto armado, que corresponde a um reforço metálico colocado transversalmente na região puncionada. Essa alternativa, extremamente favorável do ponto de vista da ductilidade, contribui para a mudança do tipo de ruína previsto, de frágil para dúctil. De qualquer forma, a nova tensão resistente da ligação tem uma parcela referente à armadura de punção e outra referente ao concreto. (CORDOVIL, F. A. B., 1997 e LIMA, J. S., 2001).

Para serem consideradas eficientes do ponto de vista técnico é necessário que as armaduras utilizadas estejam bem ancoradas, o que em vezes não é fácil de ser alcançado uma vez que as lajes são normalmente elementos delgados. Outro critério importante que esta armadura precisa atender é a praticidade de instalação, pois é comum ter-se nessa área uma forte concentração de barras de flexão o que dificulta a distribuição das armaduras de cisalhamento. (FERREIRA, M. P., 2010).

Diversos tipos de armadura para punção foram estudados, sendo os principais apresentados a seguir, de acordo com Cordovil (1997), Ferreira (2010) e Rabello (2010).

2.6.1. Armadura tipo pino ou studs

Esse tipo de armadura é composto de uma haste reta com as extremidades soldadas em chapas de aço. As chapas soldadas nas extremidades funcionam como peças de ancoragem da armadura de cisalhamento nas barras tracionadas da armadura de flexão. Na outra extremidade a ancoragem ocorre na região comprimida da laje. A variante com uma chapa guia pode ser chamada de modelo tipo “pente”. (CORDOVIL, F. A. B., 1997).

O uso de conectores tipo pino com extremidades alargadas é recomendado pela Norma Brasileira. São bastante vantajosos, pois são fáceis de instalar, mesmo em lajes esbeltas, não interferem no posicionamento das armaduras dos pilares e de flexão das lajes e possibilitam ancoragem mecânica satisfatória nas duas extremidades do pino, possibilitando que a armadura atinja toda a sua capacidade resistente antes da ruptura. Hoje esse tipo de armadura já é industrializado por algumas empresas especializadas em vários países, não precisando ser confeccionadas no canteiro de obras. (RABELLO, F. T., 2010 e FERREIRA, M. P., 2010).

A figura 20 a seguir mostra esse tipo de armadura.

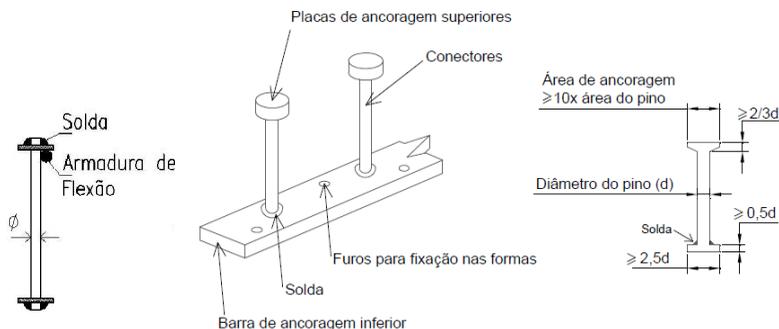


Figura 20 - Armadura tipo pino
(IBRACON, 2006)

2.6.2. Estribos ou ganchos

Os estribos podem ser abertos em forma de ganchos ou fechados em forma de retângulos, podendo ser associados entre si, como mostra a figura 21, dispostos inclinados ou não. Apresentam bom desempenho em lajes mais espessas, com mais de 25 cm de altura. No entanto são parcialmente efetivos nas lajes delgadas, por causa do “escorregamento” da ancoragem do estribo, possibilitando que a ruína por punção ocorra antes que a tensão de escoamento dos estribos seja atingida. (CORDOVIL, F. A. B., 1997).

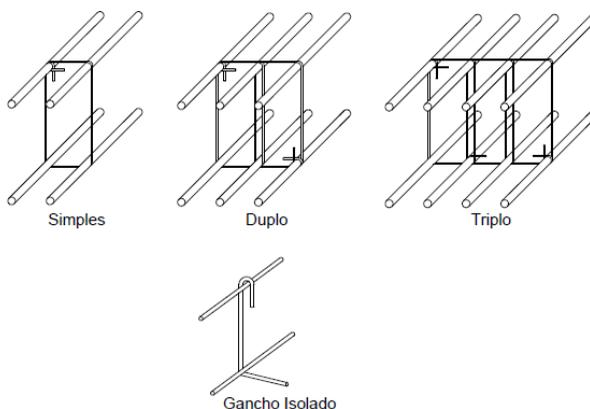


Figura 21 - Armadura tipo estribos
(CORDOVIL, F. A. B., apud RABELLO, F. T., 2010)

Os ganchos possuem a vantagem de não interferir nas armaduras de flexão da laje e nem na dos pilares, sendo de fácil montagem e execução. Deve-se garantir que não haja folga entre o gancho e as faces superiores da armadura de flexão, pois esta serve de apoio para ancoragem do gancho. (RABELLO, F. T., 2010).

2.6.3. Barras dobradas

O reforço tipo barra dobrada na região tracionada tem pouca aceitação entre os projetistas de estruturas, pois além da ancoragem dessas barras ser problemática em lajes com pouca espessura, o seu uso é inadequado para ligações da laje com pilares de borda e de canto. (CORDOVIL, F. A. B., 1997 e RABELLO, F. T., 2010).

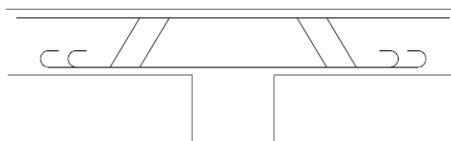
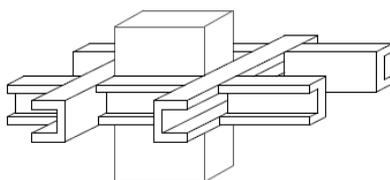
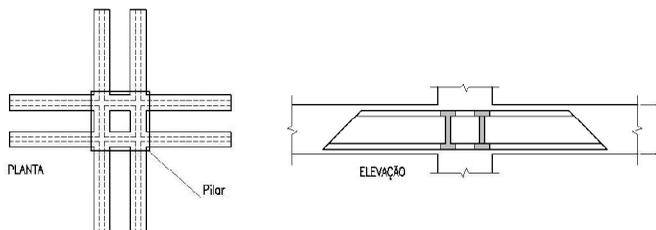


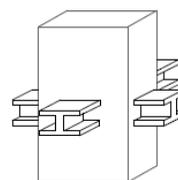
Figura 22 - Armadura tipo barras dobradas
(IBRACON, 2003)

2.6.4. *Shearhead* – “perfis de topo”

É o reforço das lajes com perfis metálicos laminados, ou de chapa dobrada, formando grelhas. Geralmente os perfis metálicos tipo U são posicionados na região adjacente ao pilar, enquanto os perfis tipo I atravessam cabeça do pilar. É uma armadura cara e exige ajustes na armadura de flexão. (RABELLO, F. T., 2010 e FERREIRA, M. P., 2010).



Perfis metálicos tipo U



Perfis metálicos tipo I

Figura 23 - Armaduras tipo shearhead
(CORDOVIL, F. A. B., apud RABELLO, F. T., 2010)

2.6.5. *Shearband*

É uma armadura de cisalhamento em forma de faixas maleáveis de aço tipo “fitas”. Os furos visam melhorar a ancoragem e este sistema apresenta a vantagem de simplificar o seu posicionamento na ligação. (RABELLO, F. T., 2010).



Figura 24 - Armadura tipo shearband ou em fita (PILAKOUTAS e LI, 1997, apud RABELLO, F. T., 2010)

2.7. Normatização

Após o estudo de parte da teoria que envolve o fenômeno de punção é importante compreender como isto é aplicado na prática.

A ABNT utiliza uma série de equações baseados principalmente nas normas ACI 318 e EUROCODE.

Nos itens a seguir são apresentados resumidamente os critérios para o dimensionamento de lajes lisas e verificação dos efeitos de punção presentes na NBR 6118/2007.

2.7.1. Lajes Lisas

Na seção 14.7.8 da NBR 6118/2007, é mencionado que a análise estrutural de lajes lisas deve, preferencialmente, ser

realizada por procedimentos numéricos como elementos finitos, por exemplo.

Entretanto, nos casos em que os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais, de maneira regular e com vãos pouco diferentes, a NBR 6118 permite que o cálculo seja simplificado, sendo realizado por processo elástico aproximado, com redistribuição. Nesta situação, adota-se em cada direção pórticos múltiplos, para obtenção dos esforços solicitantes. Para cada pórtico deve ser considerada a carga total atuante nas áreas de influência dos pilares. A distribuição de momentos, obtida em cada direção, segundo as faixas indicadas na figura 25, deve ser feita da seguinte maneira.

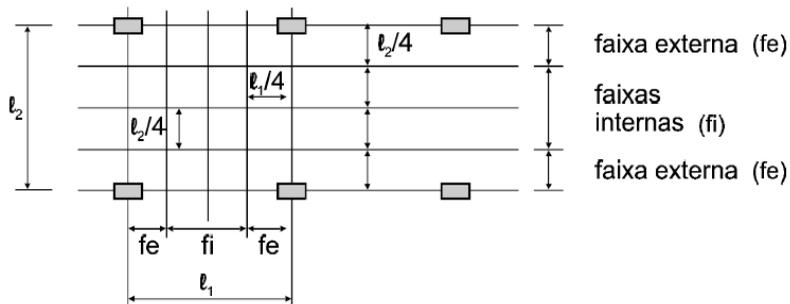


Figura 25 - Faixas de laje para distribuição dos esforços nos pórticos múltiplos.
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

- 45% dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- 27,5% dos momentos positivos para cada uma das duas faixas externas;
- 25% dos momentos negativos para as duas faixas internas;

- d) 37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

Obrigatoriamente devem ser considerados os momentos de ligação entre laje e pilares externos.

A armadura das lajes deve respeitar as disposições apresentadas no item 20.3 da NBR 6118/2007. A figura 26, retirada da norma, mostra os comprimentos mínimos exigidos. Ao menos duas barras inferiores devem passar continuamente sobre os apoios.

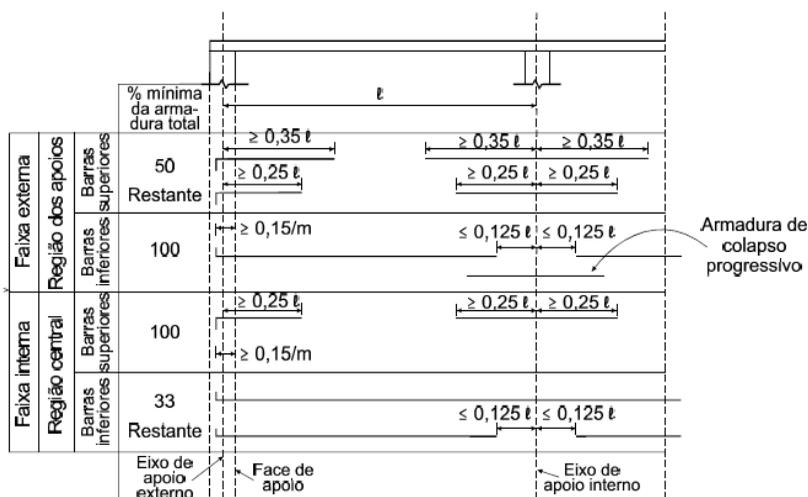


Figura 26 - Armadura para lajes sem vigas
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

2.7.2. Punção

Segundo as normas para cálculo de estruturas de concreto, a verificação da resistência à punção é feita

comparando-se uma tensão de cisalhamento solicitante com a tensão resistente limite estabelecida pelas mesmas. As diferenças entre as normas estão nas definições da distância do perímetro de controle à área carregada e na tensão limite. Algumas ainda levam em consideração a influência da quantidade de armadura de flexão, tamanho da laje e forma de carregamento. (PINTO, 1993)

O modelo de cálculo proposto pela NBR 6118/2007 corresponde à verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas ou seções de controle, definidas no entorno de forças concentradas.

Na primeira superfície crítica, denominada de contorno **C** do pilar ou carga concentrada, verifica-se, indiretamente, a tensão de compressão diagonal do concreto, por meio de uma tensão de cisalhamento.

Na segunda superfície crítica, denominada de contorno **C'**, localizada a uma distância $2d$ do pilar, na qual d é a altura útil da laje, verifica-se a capacidade da ligação à punção, associada à ruína por tração diagonal, por meio também de uma tensão de cisalhamento.

Os perímetros críticos **C** e **C'** são delimitados na seção 19.4.3 da NBR6118/2007 de acordo com a figura 27:

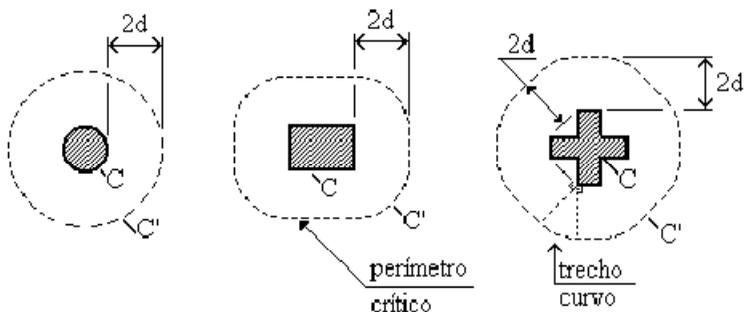


Figura 27 – Perímetro crítico de pilares internos
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

2.7.2.1. Cálculo da tensão solicitante nas superfícies C e C`.

A tensão de cisalhamento solicitante de cálculo (τ_{sd}) para o caso de carregamento simétrico, no qual a punção pode ser considerada centrada, ou seja, somente há a transferência de esforço cortante, pode ser expressa por:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d}$$

(equação 01)

onde: F_{sd} é a força ou reação concentrada de cálculo;

u é o valor numérico do perímetro do contorno crítico (u_0 para C e u para C');

d é a altura útil média da laje: $d = \frac{(d_x + d_y)}{2}$;

d_x e d_y são as alturas úteis nas duas direções ortogonais.

Já nas situações em que o carregamento não é simétrico, há uma diferença entre os momentos atuantes nas lajes de cada

lado do pilar, que é transferida para a ligação, alterando as tensões de cisalhamento e que deve ser incluído no cálculo dessa tensão, de acordo com a seguinte equação:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K \cdot M_{sd}}{W_p \cdot d}$$

(equação 02)

Nesta equação, K é um coeficiente retirado da tabela 19.2 da referida Norma, reproduzida na tabela 1, e que depende da relação C_1/C_2 , sendo C_1 a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força e C_2 a dimensão perpendicular a esta excentricidade. Entende-se com esses valores que, quanto maior a dimensão do pilar na direção do pórtico analisado, maior será a parcela de transmissão do momento para o pilar por cisalhamento, pois torna-se mais difícil a flexão da laje nesta região. O contrário também ocorre, ou seja, quando a dimensão do pilar na direção do pórtico analisado é pequena, há mais transmissão de esforços por flexão e menos por cisalhamento. Para os valores intermediários recomenda-se interpolação linear. A norma nada menciona sobre pilares com relação C_1/C_2 inferior a 0,5, fato bastante comum em pilares de edifícios.

Tabela 1 - Valores de K, segundo NBR 6118/2007

C_1/C_2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,6	0,7	0,8

Fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007

Para o valor do módulo de resistência da laje nessa região, W_p , a norma apresenta uma fórmula desenvolvida para pilares retangulares, como a que segue:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2\pi \cdot d \cdot C_1$$

(equação 03)

Para pilares circulares esse valor respeita a equação a seguir, na qual D é o diâmetro do pilar:

$$W_p = (D + 4d)^2$$

(equação 04)

Para pilares de borda ou de canto a mesma fórmula é usada, com as adaptações necessárias para obtenção do perímetro de controle e o valor de K , conforme itens 19.5.2.3 e 19.5.2.4 da NBR6118/2007.

2.7.2.2. Verificação das tensões resistentes.

- a) Compressão diagonal do concreto (τ_{Rd2}) na superfície crítica C.

Essa tensão é calculada por meio da tensão de cisalhamento na primeira superfície crítica, representada pelo perímetro do pilar ou da carga concentrada. Esta depende exclusivamente da resistência à compressão do concreto.

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd}$$

(equação 05)

onde: f_{cd} : resistência de cálculo do concreto à compressão (MPa);

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \text{ (fck em MPa).}$$

b) Tensão de cisalhamento resistente (τ_{Rd1}) na superfície crítica C` sem armadura de punção.

Essa tensão é calculada na superfície afastada $2d$ da carga concentrada. Ao contrário da anterior esta depende de vários outros fatores relacionados às características da laje tais como sua espessura e a armadura presente. Esta é calculada usando a equação que segue:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

(equação 06)

onde: $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$, taxa de armadura nas duas direções ortogonais, calculadas com a largura igual à dimensão do pilar, ou área carregada, mais $3d$ para cada um dos lados (ou até a borda da laje, se esta estiver mais próxima). A figura 28 esclarece esta distância;

d = altura útil da laje ao longo do contorno crítico C' em cm.

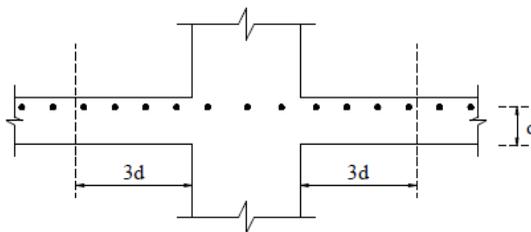


Figura 28 - Seção para o cálculo de ρ
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

- c) Tensão de cisalhamento resistente (τ_{Rd3}) na superfície crítica C` com armadura de punção.

Para os casos de lajes com armadura de cisalhamento, a tensão resistente deve ser calculada de acordo com a Eq. 07. Esta é usada principalmente para definir a área de armadura de punção a ser usada para que a tensão verificada neste contorno possa ser superior à tensão ali atuante.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sena} \cdot \frac{1}{u \cdot d}$$

(equação 07)

onde: s_r : é o espaçamento radial entre a armadura de cisalhamento, não maior que $0,75d$;

A_{sw} : área da armadura de cisalhamento por camada;

f_{ywd} : resistência de cálculo da armadura de cisalhamento, deve ser menor que 300 MPa para conectores tipo “studs” ou 250 MPa para estribos (CA-50 ou CA-60). Esta varia com a espessura das lajes, conforme estabelece o item 19.4.2 da norma. O valor máximo recomendado para resistência dos

estribos em lajes de 15 cm é 250 MPa e para lajes com altura superior a 35 cm a resistência dos estribos pode ser considerada no máximo igual a 435 MPa. Para valores intermediários é recomendada a interpolação;

α : ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

u : perímetro de controle C' , distante $2d$ da face do pilar.

- d) Tensão de cisalhamento resistente (τ_{Rd1}) na superfície crítica C'' .

Após a disposição da armadura mais uma verificação deve ser feita. Para o cálculo da tensão resistente externa à região com armadura de cisalhamento, deve-se utilizar o perímetro crítico distante “ $2d$ ” do último elemento da armadura de cisalhamento.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

(equação 08)

Caso nesta verificação a tensão cisalhante ainda seja superior à tensão resistente, deve-se acrescentar mais uma linha de armadura.

Este contorno C'' depende ainda da distância ente os conectores usados na última camada. Caso esta distância seja inferior a $2d$ a superfície é contínua, como de costume. Caso contrário, haverá interrupções e o perímetro crítico não é mais tão facilmente calculado, pois exige o desenho. A figura 29 ilustra estes casos.

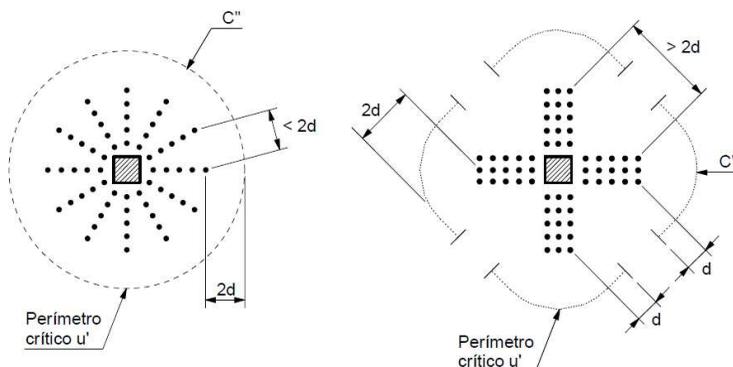


Figura 29 - Perímetro crítico C'' , afastado $2d$ do último elemento de armadura de cisalhamento (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

2.7.2.3. Colapso progressivo

Para garantir a ductilidade local e a consequente proteção contra o colapso progressivo, é necessário verificar se a área de aço existente na parte inferior da laje, no caso a armadura de flexão positiva da laje, é suficiente para absorver a carga concentrada. Para que esta funcione adequadamente como armadura contra colapso progressivo a armadura de flexão inferior que atravessa o contorno C deve estar suficientemente ancorada além do contorno C' , conforme figura 30, e deve ser tal que:

$$A_s \cdot f_{yd} \geq F_{sd}$$

(equação 09)

Onde A_s é o somatório de todas as barras que cruzam cada uma das faces do pilar. Esta fica mais bem explicada ao analisar a figura 31.

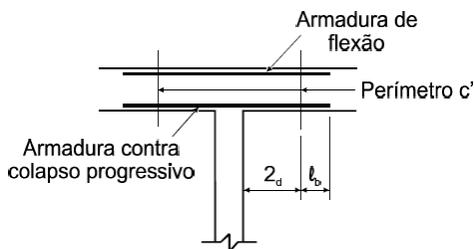


Figura 30 - Armadura contra colapso progressivo
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

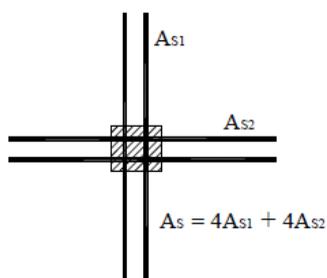


Figura 31- Área de armadura contra colapso progressivo
(LIMA, J. S., 2001)

2.7.2.4. O uso de capitéis

Quando os esforços de punção forem maiores que a resistência da laje pode-se optar pelo uso de capitéis. Definida a altura deve-se encontrar uma distância do pilar na qual as tensões sejam inferiores às tensões resistentes.

Nesse caso as verificações devem ser feitas em regiões diferentes. Os contornos críticos são chamados C_1' e C_2' . O primeiro fica à distância de $2d_c$ do pilar, sendo d_c a altura útil do capitel. O contorno C_2' fica a uma distância $2d$, sendo este d a

altura útil da laje, do fim do capitel. Esta distância entre o pilar e o fim do capitel é chamada λ_c . A figura 32 ilustra essas informações.

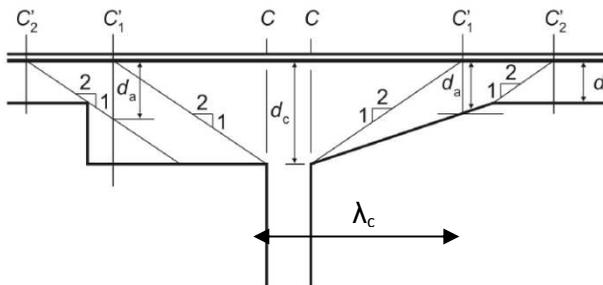


Figura 32 - Definição da altura útil do capitel

Fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007.

A referida norma, em sua seção 19.5.2.5, estabelece qual desses perímetros deve ser verificado de acordo com as seguintes situações:

$$\lambda_c \leq 2(d_c - d) \rightarrow \text{basta verificar } C_2`.$$

$$2(d_c - d) < \lambda_c \leq 2d_c \rightarrow \text{basta verificar } C_1`.$$

$$\lambda_c \geq 2d_c \rightarrow \text{verifica-se } C_1` \text{ e } C_2`.$$

3. O PROJETO

O trabalho visa dimensionar um pavimento de edifício com o sistema estrutural de lajes lisas considerando seu comportamento em relação à punção, sugerindo soluções para aumentar sua resistência à punção.

A arquitetura escolhida para este fim foi a do edifício comercial Empresarial Becker, localizado na Rua Bocaiúva, no centro de Florianópolis, ainda não construído. Este apresenta dimensões bem regulares, o que permite a utilização do método de cálculo simplificado de pórticos planos sugerido pela NBR 6118/2007. A planta baixa do pavimento tipo consta no anexo 1.

O edifício apresenta catorze pavimentos tipo, além do ático, do pavimento térreo e de três andares de garagens. É, portanto, um prédio alto, o que requer a verificação da análise estática global, principalmente devido a reduzida rigidez causada pela não formação de pórticos ser uma das grandes desvantagens deste sistema. Contudo, optou-se por não avaliar este problema, pois além de estender o trabalho, não faz parte dos objetivos propostos. Neste caso, serão avaliados os esforços que surgem nas lajes para seu dimensionamento e, nas regiões de ligação laje x pilar, conforme procedimento da norma, verificando-se sua resistência à punção.

O pavimento a ser analisado foi o 14º tipo, pois nestes a área do pilar tende a ser menor que nos pilares inferiores, já que o esforço normal atuante é reduzido. Isto caracteriza a situação mais desfavorável, considerando que o fenômeno de punção é

inversamente proporcional à área do pilar ou a seus perímetros de controle.

A classe de agressividade ambiental na região deve ser considerada forte, de acordo com a tabela 6.1 da NBR6118, pois o ambiente encontra-se a uma distância inferior a 400 m do mar. No entanto a norma permite adoção de uma classe inferior no caso de ambientes internos secos, como é o caso das lajes aqui estudadas. Desta forma o cobrimento de armadura a ser utilizado para lajes, segundo a tabela 7.2, será de 2,5 cm, como o prescrito para a classe II. Adotou-se f_{ck} de 30 MPa e aço CA-50 para os cálculos.

A laje será maciça com espessura de 18 cm. Embora a arquitetura indique 15 cm para a laje, seguiu-se a indicação da norma NBR6118/2007 no item 13.2.4.1, que ressalta que para lajes lisas 16 cm é o limite mínimo para a espessura. Como o carregamento é elevado acredita-se que lajes um pouco mais espessas tenham melhor desempenho em serviço. No caso de lajes cogumelo este valor pode ser reduzido para 14 cm.

Os pilares foram posicionados de modo a formar linhas de pórticos em ambas as direções. Para evitar grandes diferenças de momentos fletores, a disposição dos pilares visou criar vãos semelhantes. Na fachada não é possível alterar a posição dos pilares, pois é previsto o uso de vidro com grandes dimensões. Devido ao fato de também apresentar alvenaria em todo seu contorno, optou-se por usar vigas nas bordas de todo o edifício. Este fato dispensa a verificação da punção assimétrica nos pilares de borda e de canto, que tendem a apresentar esforços

mais elevados, devido ao menor perímetro utilizado nos cálculos e ao momento elevado que surge nessas regiões. Esta decisão ainda gera, conseqüentemente, um pequeno acréscimo da rigidez a esforços horizontais do edifício. Na região com os vazios, devido à presença dos poços dos elevadores e da escada, foi usado o sistema convencional, com a presença de vigas para facilitar os cálculos e aumentar a rigidez do edifício. Os pilares parede já previstos em arquitetura nesta região são mantidos para o aumento da estabilidade global do edifício.

Para o pré-dimensionamento dos pilares primeiramente dividiu-se a laje por áreas de influência. Estas áreas de influência foram determinadas de acordo com as recomendações de Pinheiro *et al* (2003), segundo o qual as linhas que as delimitam devem ficar a $0,45l$ de pilares de extremidade e de canto na direção da sua menor dimensão; $0,55l$ para complementos dos vãos do caso anterior e $0,50l$ de pilar de extremidade e de canto, na direção da sua maior dimensão, com l sendo o vão entre pilares. No apêndice 1 há uma prancha, denominada pré-formas, apresentando a delimitação dessas áreas.

Após este passo foram determinadas as cargas que atuam neste pavimento de acordo com as indicações da NBR6118/2007 e NBR6120/1980. Tem-se como cargas nas lajes:

- Peso próprio da laje: considerando os 18 cm de espessura e o peso específico de 25 kN/m^3 obtém-se $4,5 \text{ kN/m}^2$;
- Peso de revestimentos: considerando em torno de 5 cm de contrapiso com peso específico de 21 kN/m^3 mais a

camada de piso cerâmico e o reboco de teto na face inferior, considerar-se-á a carga de $1,5 \text{ kN/m}^2$;

- As paredes de gesso acartonado descarregam seu peso bem em cima da linha de pórtico formada. No entanto prevê-se alterações de layout. Neste caso será adicionada a carga de 1 kN/m^2 , valor mínimo dado pela NBR6120/1980;
- O peso das paredes de alvenaria merece atenção especial, pois varia muito em cada pórtico. Na direção vertical das pranchas, aqui chamada direção y, muitas paredes previstas descarregam toda sua carga nos pórticos. Já na direção horizontal, aqui chamada direção x, isso não ocorre. O peso das paredes será calculado por metro linear, obtendo posteriormente o volume, multiplicando esse pelo peso próprio, considerado 16 kN/m^3 , e dividindo pela área de influência do pilar. Desta forma obteve-se o valor médio de 3 kN/m^2 ;
- A carga acidental para escritórios, também de acordo com a NBR6120/1980, é de 2 kN/m^2 .

Optou-se por analisar o pilar P10, que tem uma área de influência maior e alvenaria sobre a laje nessa região. Uma maneira adequada para realizar o pré-dimensionamento de sua seção transversal é a exposta por Giongo (2007), que considera compressão axial centrada, embora se saiba que os pilares são submetidos também a esforços de flexão. Essas solicitações de flexão são levadas em conta multiplicando-se as ações por um coeficiente α adotado em função da posição do pilar, sendo 1,8

para pilares internos, 2,2 em externos e 2,5 no canto. Sendo assim tem-se que:

$$N_d = \alpha \cdot N_k \quad (\text{equação 10})$$

$$N_d = R_{cc} + R_{sc} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot A_c + A_s \cdot \sigma_{s2} \quad (\text{equação 11})$$

sendo f_{cd} a resistência de cálculo à compressão do concreto, A_c a área de concreto, A_s a área de aço e σ_{s2} a tensão na armadura relativa à deformação específica do aço de 0,2%. Para aço CA-50 $\sigma_{s0,002} = 21000 \times 0,002 = 42 \text{ kN/cm}^2$. Utilizando a taxa de armadura ρ , pode-se modificar e expressão obtendo-se:

$$A_c = \frac{N_d}{0,85 f_{cd} + \rho \sigma_{s0,002}} \quad (\text{equação 12})$$

Considerando-se 2% de taxa de armadura e fck de 30 MPa, tem-se:

$$A_c = \frac{11.31,4.1,8}{0,85.2,14 + 0,02.42} = 233,78 \text{ cm}^2$$

Este valor é inferior à área mínima de 360 cm² prevista no item 13.2.3 da NBR 6118/2007.

Nota-se que a área necessária para um só pavimento é muito inferior à área dada pela arquitetura, que estima pilares de 25cmx100cm resultando em 2500 cm². Torna-se perceptível que estas dimensões foram arbitradas considerando-se o primeiro pavimento tipo, fato evidenciado pela existência de apenas uma planta de arquitetura para todos os pavimentos tipos, que recebe a carga de todos os 14 pavimentos acima. Será considerado aqui

que a seção do pilar variará a cada 5 andares. Sendo assim, multiplica-se essa área calculada por 5 e encontra-se que a seção necessária é em torno de 1170 cm².

A menor dimensão será de 20 cm para não ser necessária a majoração dos esforços prevista em norma para os pilares com dimensão inferior a 19 cm. A maior dimensão, portanto, poderá ser 60 cm. Os pilares externos terão a mesma seção, alterando-se o disposto no projeto arquitetônico.

3.1. Dimensionamento da Laje Lisa

Este dimensionamento será realizado de acordo com o modelo de pórticos planos equivalentes apresentado na seção 14.7.8 da NBR6118/2007 e também explicado no item 2.6.4 do presente trabalho.

Após posicionar adequadamente os pilares, foram lançados no programa Ftool os pórticos formados nas duas direções. Neste modelo são representadas as metades superior e inferior dos pilares. Nas extremidades com vigas foi considerado, primeiramente, apoio simples, pois estas não teriam rigidez à torção suficiente para absorver o momento torsor que surgiria caso fosse considerado um engaste. Foram considerados três pórticos, um na direção x, e dois na direção y, sendo que, nesta direção, a carga destes será variada para as linhas com alvenaria e as linhas com divisórias leves.

Os pórticos gerados são ilustrados nas figuras 33 a 35.

De acordo com Labanowski (2001), a norma anterior, NB-1 de 1980, especificava que a diferença entre o maior e o menor vão não poderia ser maior que 30%. Neste trabalho, foram considerados pórticos com largura de 5,10 m em ambas as direções, pois esta era a média de tamanho dos vãos. O primeiro vão, porém, apresenta 6,88 m de eixo a eixo de pilar, mais de 30% superior ao que o vão médio. Todos os outros vãos são bastante semelhantes entre si. Analisando esta informação, o modelo de pórtico usado não estaria totalmente de acordo com os requisitos da norma e os esforços avaliados sobre o primeiro pilar podem ser distantes da realidade. Como a norma vigente não apresenta esse limite claramente, e cabe ao projetista definir o que são vãos “pouco diferentes” os esforços encontrados pelo modelo de pórtico plano serão avaliados como coerentes e usados em todas as verificações.

Nas regiões em que são previstas paredes de alvenaria será aplicada uma carga distribuída de 3 kN/m² e onde há somente o gesso acartonado a carga de parede será de 1kN/m². No interior das salas, onde não haverá divisórias, não será aplicada carga de parede. A carga por metro quadrado será multiplicada pela largura dos pórticos e lanças de modo conveniente à arquitetura. Portanto os valores usados serão:

$$P = (1,4g + 1,4q).L = (1,4*(4,5+1,5+3) + 1,4*2)*5,10 = \mathbf{78,5 \text{ kN/m}}$$

$$P = (1,4*(4,5+1,5+1) + 1,4*2)*5,10 = \mathbf{63,0 \text{ kN/m}}$$

$$P = (1,4*(4,5+1,5) + 1,4*2)*5,10 = \mathbf{57,12 \text{ kN/m}}$$

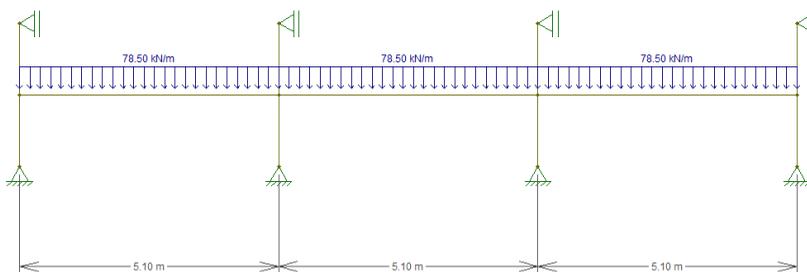


Figura 33 - Pórtico 1 (direção y)

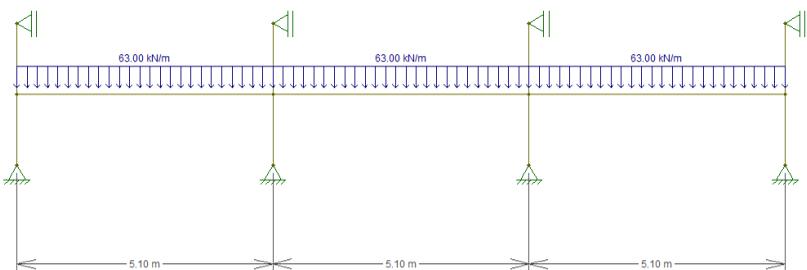


Figura 34 - Pórtico 2 (direção y)

Com os diagramas de momentos obtidos pelo programa podem-se calcular os momentos solicitantes nas lajes. Para isto os vãos entre pilares são divididos em quatro partes iguais, definindo as faixas internas e externas citadas na norma. Assim, os momentos positivos terão 45% distribuídos nas duas faixas internas e 27,5% lançados em cada faixa externa e para os momentos negativos 25% atuará nas duas faixas internas e 37,5% atuará em cada faixa externa.

Lembrando que esses momentos fletores estão em kNm, deve-se dividir pela largura de cada faixa para então dimensionar as armaduras da laje. Como a largura considerada para os pórticos foi de 5,10 m, cada valor momento foi dividido por 1,275 m, um quarto do valor total.

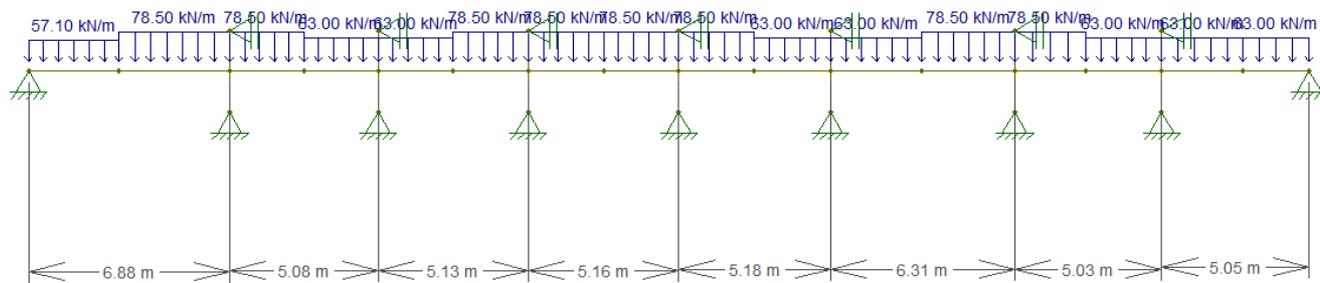


Figura 35 - Pórtico 3 (direção x)

As figuras 36 a 38 a seguir apresentam os diagramas de momentos fletores. As tabelas 2 a 4 apresentam um resumo dos maiores momentos obtidos nas faixas.

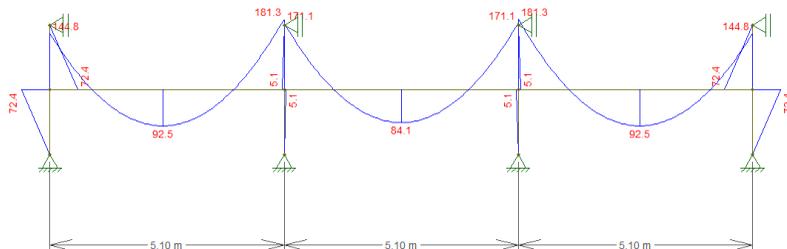


Figura 36 - Momentos fletores no pórtico 1

Tabela 2 - Momentos fletores (em kNm) no pórtico 2, distribuídos por faixas internas e externas

My	-144,80	92,50	-181,30	-171,10	84,10	-171,10	-181,30	92,50	-144,80
FE	-54,30	25,44	-67,99	-64,16	23,13	-64,16	-67,99	25,44	-54,30
FI	-18,10	20,81	-22,66	-21,39	18,92	-21,39	-22,66	20,81	-18,10

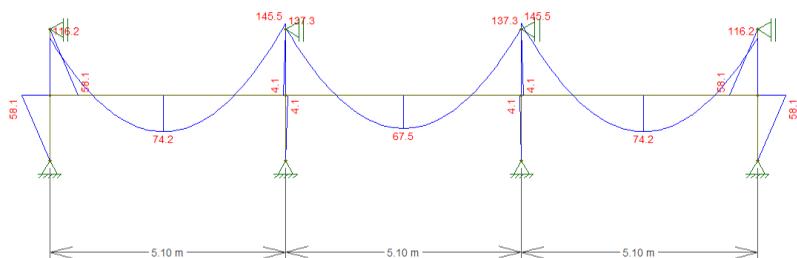


Figura 37 - Momentos fletores no pórtico 2

Tabela 3 - Momentos fletores (em kNm) no pórtico 2, distribuídos por faixas internas e externas

My	-116,20	74,20	-145,50	-137,30	67,50	-137,30	-145,50	74,20	-116,20
FE	-43,58	20,41	-54,56	-51,49	18,56	-51,49	-54,56	20,41	-43,58
FI	-14,53	16,70	-18,19	-17,16	15,19	-17,16	-18,19	16,70	-14,53

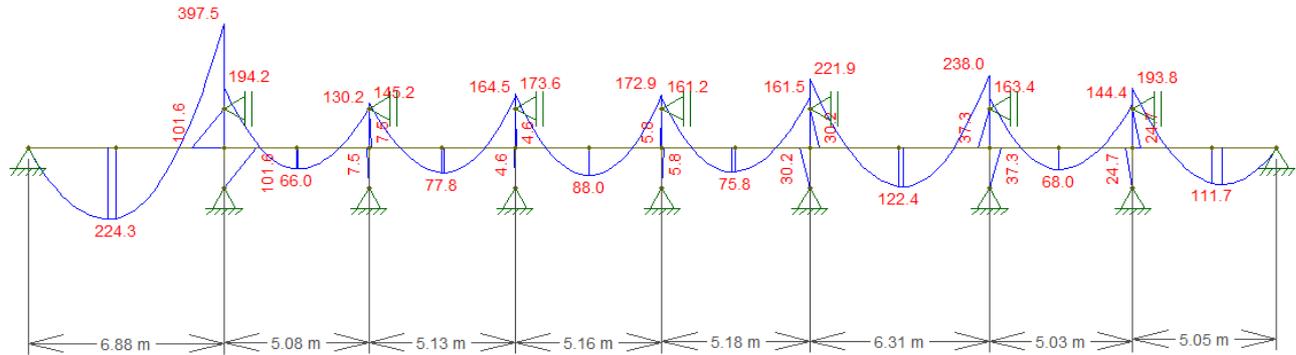


Figura 38 - Momentos fletores no pórtico 3

Tabela 4 - Momentos fletores (em kNm) no pórtico 3, distribuídos por faixas internas e externas

Mx	224,30	-397,50	-194,20	66,00	-130,20	-145,20	77,80	-164,20	-173,60	88,00	-172,90	-161,20	65,80	-161,50
FE	61,68	-149,06	-72,83	18,15	-48,83	-54,45	21,40	-61,58	-65,10	24,20	-64,84	-60,45	18,10	-60,56
FI	50,47	-49,69	-24,28	14,85	-16,28	-18,15	17,51	-20,53	-21,70	19,80	-21,61	-20,15	14,81	-20,19

-221,90	122,40	-238,00	-163,30	68,00	-144,40	-193,80	111,70
-83,21	33,66	-89,25	-61,24	18,70	-54,15	-72,68	30,72
-27,74	27,54	-29,75	-20,41	15,30	-18,05	-24,23	25,13

Para a armadura de flexão negativa sobre quase todos os pilares o valor da altura útil d empregada na direção x foi de 15,875 cm, considerando cobrimento superior de 1,5 cm, conforme redução prevista no item 1 na tabela 7.2 da NBR6118, e barras de 12,5 mm de diâmetro. Na direção y o valor usado foi de 14,625 cm. Estes valores só não são aplicados sobre os pilares P10 e P19, que necessitarão de armaduras mais pesadas. Nestes casos usar-se-á bitola de 16 mm para a armadura negativa na direção x , mantendo os 12,5 mm para armadura ortogonal. Desta forma o valor de d passa a ser 15,7 cm em x e 14,275 cm em y . Para armadura positiva o cobrimento usado é de 2,5 cm e são previstas barras de no máximo 10 mm de diâmetro. Para armadura principal d será 15 cm e na direção secundária 14 cm. A armadura mínima é de $3,11\text{cm}^2/\text{m}$, equivalente a barras de 8 mm a cada 16 cm. O dimensionamento foi realizado como em lajes armadas em 1 direção.

Procurou-se obter espaçamentos maiores que 10 cm, pois facilita a execução o que reduz custos de mão de obra e acelera a produção. Por este motivo sobre os pilares P10 e P19, que tem o maior momento negativo, devido ao fato de ser apoio de um grande vão, houve alteração de barras de 12,5 mm para 16 mm de diâmetro e conseqüente alteração em d .

Os cálculos efetuados variam para cada ponto da laje. Será aqui exemplificado o dimensionamento apenas sobre o pilar 10 e para o primeiro vão. Para os demais pontos o procedimento é análogo.

Para P10: armadura negativa.

Direção x:

Faixa externa → Maior momento negativo: 149,06 kNm /
1,275 m = 116,91 kNm/m

$$d = 18 - 1,5 - \frac{1,6}{2} = 15,7 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 15,7 \cdot \sqrt{1 - \frac{11691}{0,425 \cdot \left(\frac{3}{1,4}\right) \cdot 15,7^2 \cdot 100}} = 6 \text{ cm} \rightarrow \text{domínio 2}$$

$$A_s = \frac{11691}{43,5 \cdot (15,7 - 0,4 \cdot 6)} = 20,2 \text{ cm}^2 \rightarrow \emptyset 16 \text{ c} / 10$$

Faixa interna → Maior momento negativo: 49,69 kNm /
1,275 m = 38,97 kNm/m

$$d = 18 - 1,5 - \frac{1}{2} = 16 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 16 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{3897}{0,425 \cdot \left(\frac{3}{1,4}\right) \cdot 16^2 \cdot 100}}\right) = 1,7 \text{ cm} \rightarrow$$

domínio 2

$$A_s = \frac{3897}{43,5 \cdot (16 - 0,4 \cdot 1,7)} = 5,85 \text{ cm}^2 \rightarrow \emptyset 10 \text{ c} / 13$$

Direção y:

Faixa externa → Maior momento negativo: 67,99 kNm /
1,275 m = 53,32 kNm/m

$$d = 18 - 1,5 - 1,6 - \frac{1,25}{2} = 14,275 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 14,275 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{5332}{0,425 \cdot \left(\frac{3}{1,4}\right) \cdot 14,275^2 \cdot 100}}\right) = 2,8 \text{ cm} \rightarrow$$

domínio 2

$$A_s = \frac{11691}{43,5 \cdot (14,275 - 0,4 \cdot 2,8)} = 9,32 \text{ cm}^2 \rightarrow \emptyset 12,5 \text{ c} / 13$$

Faixa interna → Maior momento negativo: 22,66 kNm / 1,275m = 17,77 kNm/m

$$d = 18 - 1,5 - 1 - \frac{0,8}{2} = 15,1 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 15,1 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1777}{0,425 \cdot \left(\frac{3}{1,4}\right) \cdot 15,1^2 \cdot 100}} \right) = 0,8 \text{ cm} \rightarrow$$

domínio 2

$$A_s = \frac{1777}{43,5 \cdot (15,1 - 0,4 \cdot 0,8)} = 2,77 \text{ cm}^2 < 3,115 \text{ cm}^2 = A_{smin} \rightarrow$$

Ø8c/16

Para o primeiro vão: armadura positiva.

Direção x:

Faixa externa → Momento positivo: 61,68 kNm / 1,275 m = 48,38 kNm/m

$$d = 18 - 2,5 - \frac{1}{2} = 15 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 15 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4838}{0,425 \cdot \left(\frac{3}{1,4}\right) \cdot 15^2 \cdot 100}} \right) = 2,4 \text{ cm} \rightarrow$$

domínio 2

$$A_s = \frac{4838}{43,5 \cdot (15 - 0,4 \cdot 2,4)} = 7,9 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{Ø10c/10}$$

Faixa interna → Momento positivo: 50,47 kNm / 1,275m = 39,58 kNm/m

$$d = 18 - 2,5 - \frac{1}{2} = 15 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 15 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{3958}{0,425 \cdot \left(\frac{3}{1,4}\right) \cdot 15^2 \cdot 100}} \right) = 1,9 \text{ cm} \rightarrow$$

domínio 2

$$A_s = \frac{3958}{43,5 \cdot (15 - 0,4 \cdot 1,9)} = 6,39 \text{ cm}^2 \rightarrow \emptyset 10 \text{ c} / 12$$

Direção y:

Em todo o vão a armadura adotada seria equivalente ao necessário para a faixa interna do pórtico 1 → Maior momento positivo: 20,81 kNm / 1,275 m = 16,32 kNm/m → Requer armadura mínima = Ø8c/16

Para o cálculo do comprimento das barras é necessário primeiramente fazer a decalagem do diagrama de momentos fletores, apresentada a seguir. Nesta, θ é o ângulo das bielas de compressão usado no modelo de treliça para dimensionamento da armadura de cisalhamento em vigas, aqui definido como 45°. O ângulo α , no caso 90°, é a inclinação dos estribos. Usou-se a fórmula simplificada para o modelo II, ou seja,

$$a_i = 0,5d \cdot (\cotg\theta - \cotg\alpha) = 0,5 \cdot 15 \cdot (\cotg45 - \cotg90) = 7,5 \text{ cm}$$

Para as armaduras negativas deve-se usar tamanho do trecho negativo, em torno de 1,1 m para cada lado, mais a_i e ainda o comprimento de ancoragem para região de boa aderência, por ter altura inferior a 30 cm.

No entanto, o comprimento calculado por este método é inferior ao que apresenta a figura 20.2 da seção 20.3 da norma. Nesta é recomendado que sobre os apoios pelo menos 50% da armadura negativa tenha comprimento mínimo de 0,35L para cada lado a partir do eixo do pilar, sendo L os comprimentos dos vãos adjacentes. Para a região central ou faixa interna a

armadura deve estender-se até $0,25L$ para ambos os lados. A armadura nas bordas segue as mesmas recomendações. A figura 25 no item 2.7.1 ilustra essas informações. Para a armadura negativa adotou-se então essas dimensões, dispondo-se as barras centradas na linha de eixo do pilar. Para as barras positivas usou-se 2 vezes o comprimento de ancoragem L_b , considerando também região de boa aderência, na região do traspasse, já que todas as barras são emendadas na mesma seção. O detalhamento completo é mostrado no apêndice 3.

3.2. Verificação do Estado Limite de Serviço

Após o dimensionamento das lajes pelo Estado Limite Último é necessário verificar a deformação nestas.

Para a verificação das flechas o carregamento usado é o correspondente à combinação quase permanente de ações dada pelo item 11.8.3.2 da NBR6118/2007.

$$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + \Sigma \Psi_{2j} \cdot F_{qjk}$$

(equação 13)

Logo as cargas sobre a laje são de:

$$q_1 = (4,5 + 1,5 + 3) + 0,4 \cdot 2 = 9,8 \text{ kN/m}^2 \cdot 5,10 \text{ m} = 49,98 \text{ kN/m}$$

$$q_2 = (4,5 + 1,5 + 1) + 0,4 \cdot 2 = 7,8 \text{ kN/m}^2 \cdot 5,10 \text{ m} = 39,78 \text{ kN/m}$$

$$q_3 = (4,5 + 1,5) + 0,4 \cdot 2 = 6,8 \text{ kN/m}^2 \cdot 5,10 \text{ m} = 34,68 \text{ kN/m}$$

O pórtico com este carregamento e os momentos fletores resultantes, utilizados na verificação da deformação nas lajes encontram-se nas figuras 39 e 40.

Para análises no ELS o módulo de elasticidade usado deve ser o módulo secante, cuja expressão é:

$$E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 f_{ck}^{\frac{1}{2}} \quad (\text{equação 14})$$

Portanto,

$$E = 0,85 \cdot 5600 \cdot 30^{\frac{1}{2}} = 26072 \text{ MPa}$$

No programa Ftool, este carregamento será lançado sobre o pórtico 3, que tem vãos mais significativos. Neste serão informados os valores do módulo de elasticidade e da seção analisada, no caso de 510 cm x 18 cm.

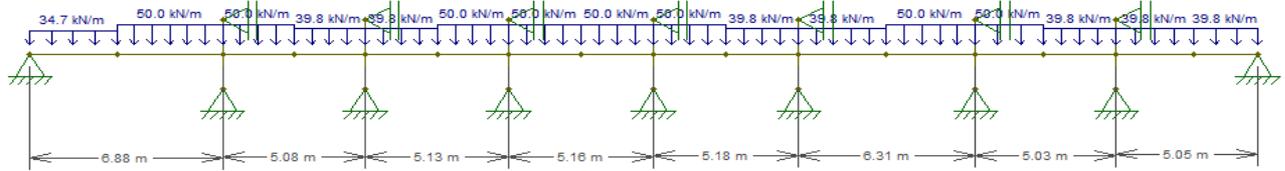


Figura 39 - Carregamento quase permanente no pórtico 3

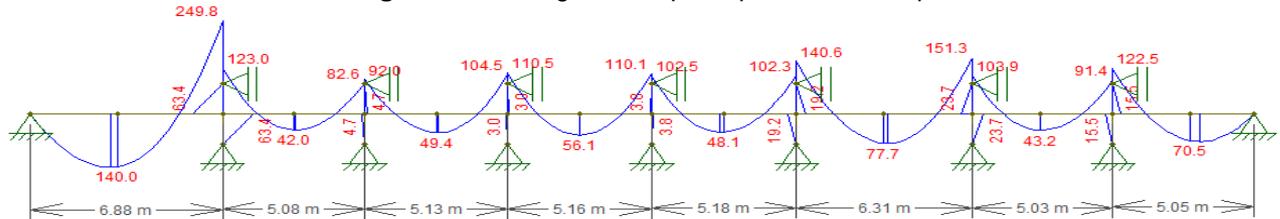


Figura 40 - Momentos fletores em serviço no pórtico 3

Tabela 5 - Momentos fletores (em kNm) no pórtico 3 devido ao carregamento quase permanente

Mx	140,00	-249,80	-123,00	42,00	-82,60	-92,00	49,40	-104,50	-110,50	56,10	-110,10	-102,50	48,10	-102,30
FE	38,50	-93,68	-46,13	11,55	-30,98	-34,50	13,59	-39,19	-41,44	15,43	-41,29	-38,44	13,23	-38,36
FI	31,50	-31,23	-15,38	9,45	-10,33	-11,50	11,12	-13,06	-13,81	12,62	-13,76	-12,81	10,82	-12,79

-140,60	77,70	-151,30	-103,90	43,20	-91,40	-122,50	70,50
-52,73	21,37	-56,74	-38,96	11,88	-34,28	-45,94	19,39
-17,58	17,48	-18,91	-12,99	9,72	-11,43	-15,31	15,86

Com a análise do gráfico obtido percebe-se que o maior deslocamento, como já esperado, encontra-se no primeiro vão do pórtico, cujo valor é de 8,42 mm. A este ainda há a necessidade de adicionar o efeito de fluência. Além disso, deve-se verificar se a peça trabalha fissurada, pois nesse caso a inércia a ser considerada deverá ser diferente.

A laje está fissurada quando os momentos nela atuantes são maiores que o momento de fissuração. Este pode ser calculado usando a equação 15 como segue:

$$M_r = \alpha \cdot f_{ct} \cdot \frac{I_c}{y_t}$$

(equação 15)

onde I_c é o momento de inércia bruta, y_t é a distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada, f_{ct} é a resistência média à tração do concreto e o fator α é 1,5 para sessões retangulares. Logo,

$$M_r = 1,5 \cdot 0,3 \cdot \frac{(30^3)}{10} \cdot \frac{100 \cdot 18^3}{12 \cdot 9} = 2346 \frac{kNcm}{m} = 23,46 kNm/m$$

Nas divisões da laje em que o momento atuante devido ao carregamento quase permanente for superior a este, a sessão trabalha fissurada e deve-se calcular a inércia equivalente. Analisando os momentos positivos isto ocorre somente no primeiro vão, em que o momento atuante no pórtico é de 140,0 kNm. Este valor deve ser multiplicado por 0,275, porcentagem referente à faixa externa, e ainda dividido por 1,27m, a largura de cada faixa. Deste modo, o valor atuante é de 30,20 kNm/m. Na

faixa interna a porcentagem do momento usada é 22,5%. Assim o momento é 24,71 kNm/m. Em todos os outros vãos a laje não encontra-se fissurada devido ao momento positivo. No entanto, todos os momentos negativos na faixa mais próxima aos pilares são superiores ao de fissuração. Desta forma a laje encontra-se fissurada em todos os apoios. Esta fissuração também deve ser levada em conta para o cálculo da inércia equivalente no vão. Nos pontos não fissurados é usada a inércia da sessão bruta.

Os cálculos aqui demonstrados foram feitos somente para o maior valor de momento. Para a inércia equivalente uma sequencia de equações deve ser usada:

$$I_{eq} = (M_r/M_a)^3 \cdot I_c + (1 - (M_r/M_a)^3) \cdot I_{II} \quad (\text{equação 16})$$

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_2^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_2)^2 \quad (\text{equação 17})$$

$$x_{II} = \alpha_e \cdot \frac{A_s}{b} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \cdot \rho}} \right) \quad (\text{equação 18})$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} \quad (\text{equação 19})$$

A armadura positiva é 8 cm² e a negativa de 20 cm². Substituindo-se todos os valores das equações acima, e considerando 80% da inércia do trecho positivo e 20% do trecho negativo segundo as recomendações de MacGregor (1991), encontra-se:

$$\alpha_e = 210000/26072 = 8,05$$

$$I_c = \frac{100 \cdot 18^3}{12} = 48600 \text{ cm}^4$$

Trecho positivo:

$$x_{2+} = 8,05 \cdot \frac{8}{100} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 15}{8,05 \cdot 8}} \right) = 3,8 \text{ cm}$$

$$I_{II+} = 100.3.8^{\frac{2}{3}}/3 + 8,05.8. (15 - 3,8)^2 = 9912cm^4$$

$$I_{eq} = \left(\frac{23,46}{30,2}\right)^3 \cdot 48600 + \left(1 - \left(\frac{23,46}{30,2}\right)^3\right) \cdot 9912 = 28058cm^4$$

Trecho negativo:

$$x_{2-} = 8,05 \cdot \frac{20}{100} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 15}{8,05 \cdot 20}}\right) = 5,53cm$$

$$I_{II-} = 100.5.5,53^{\frac{2}{3}}/3 + 8,05.20. (15 - 5,53)^2 = 11407cm^4$$

$$I_{eq} = \left(\frac{23,46}{73,47}\right)^3 \cdot 48600 + \left(1 - \left(\frac{23,46}{73,47}\right)^3\right) \cdot 11407 = 12618cm^4$$

Inércia equivalente no vão:

$$I_{eq} = 0,8.288058 + 0,2.12618 = 24970 cm^4$$

Este valor de inércia equivalente é substituído no Ftool.

Desta forma o novo valor encontrado para o deslocamento vertical é de 1,63cm, o dobro do anterior.

Para cálculo da flecha diferida usa-se $\xi_{t=70\text{meses}} = 2$ e tempo de escoramento de 28 dias, portanto $\xi_{t=0} = 0,68$, tem-se:

$$f_{final} = f_{imed} \cdot (1 + \alpha_f) = 1,63 \cdot (1 + 1,32) = 3,78 cm$$

Considerando o deslocamento limite dado na tabela 13.2 da NBR6118/2007, a qual indica $l/250$, para o vão de 6,88 m este é de 2,75cm. O valor calculado é superior a este, portanto não está em conformidade com a norma.

Neste caso pode-se aumentar o tempo de escoramento nesse vão, o que é inviável devido a indisponibilidade de escoras para os pavimentos superiores. A solução aqui sugerida é usar uma contra flecha em torno de 1,5 cm.

Os valores de inércia equivalente de todos os vãos foram substituídos no Ftool. Mesmo incluindo o efeito de fluência em

nenhum outro vão a flecha supera a limite. Os valores de deslocamento final encontrados não atingem nem 1 cm, como pode ser visto na tabela 6, que apresenta os resultados dos cálculos efetuados até encontrar a flecha final.

Nesta tabela, a primeira coluna indica os vãos e a segunda a flecha elástica. As colunas seguintes são sempre separadas em três partes devido aos momentos negativos nas extremidades e positivo no centro, exceto nos vãos inicial e final em que não há momento negativo sobre o apoio. Para o cálculo da inércia equivalente no vão (I_{eq}) foram considerados 70% da inércia equivalente da seção em que atua o momento positivo (I_2) e 15% de cada inércia onde atuam os momentos negativos (I_1 e I_3). Para os vãos nos quais há apenas um pico negativo a porcentagem usada foi de 80% para a região com momento positivo e 20% da inércia da seção com momento negativo atuante. (MACGREGOR, 1991). Para obter os valores destas inércias equivalentes foi usada a equação 16. A inércia no estádio 2, (os dois I_{II-} e I_{II+}) necessária a obtenção da inércia equivalente anteriormente citada, foi calculada com a equação 17. Para esta calculou-se também a linha neutra no estádio 2 para os momentos negativo, positivo e negativo, representadas como x_{II-} , x_{II+} e x_{II-} respectivamente, sendo que para essas foi necessária a armadura existente em cada vão (A_{s-} , A_{s+} e A_{s-}). A inércia equivalente foi lançada em cada vão no programa Ftool e obteve-se a flecha com a seção fissurada (f fis). Ao incluir o efeito de fluência encontra-se a flecha final.

Tabela 6 - Inércias da seção fissurada e flechas nos vãos

v	f elast.	As-	As+	As-	xii-	xii+	xii-	lii-	lii+	lii-	I1	I2	I3	Ieq	f fis.	f final	f lim	ver.
1	0,84	-	8,0	20,0	-	3,80	5,53	-	9912	11407	-	28058	12618	24970	1,66	3,84	2,75	X
2	0,09	20,0	3,1	6,8	5,53	2,51	3,55	20084	4454	4791	27862	48600	44248	44836	0,10	0,24	2,03	OK
3	0,13	6,8	3,1	8,2	3,55	2,51	3,84	8707	4454	5022	34711	48600	24405	42887	0,15	0,34	2,05	OK
4	0,15	8,2	3,1	8,2	3,84	2,51	3,84	10113	4454	5022	24592	48600	21595	40948	0,18	0,41	2,06	OK
5	0,12	8,2	3,1	10,3	3,84	2,51	4,22	10113	4454	5429	28253	48600	25896	42142	0,14	0,33	2,07	OK
6	0,31	10,3	4,0	12,3	4,22	2,80	4,37	12099	5527	6428	18765	48600	12805	38755	0,40	0,93	2,52	OK
7	0,10	12,3	3,1	10,3	4,37	2,51	4,08	13959	4454	5265	29635	48600	34127	43584	0,11	0,26	2,01	OK
8	0,23	10,3	3,6	-	4,08	2,66	-	12099	5008	-	22178	48600	-	43316	0,26	0,60	2,02	OK

3.3. Verificação à Punção

Depois de terminar o dimensionamento da laje, tem-se todos os dados necessários para verificar a tensão resistente e atuante de punção em cada pilar.

Como carga vertical sobre o pilar, usou-se as reações de apoio obtidas pelos diagramas de esforços cortantes dos pórticos, mostrados nas figuras 40, 41 e 42. Como os apoios são comuns em dois pórticos, nas duas direções, a carga é somada. De acordo com Vanderbilt e Corley (1983) a carga a ser usada é a metade desta soma, pois a mesma área foi considerada nos cálculos duas vezes. Nos casos em que se obteve diferença de momentos negativos sobre os pilares considerou-se punção assimétrica e estes foram contados nos cálculos.

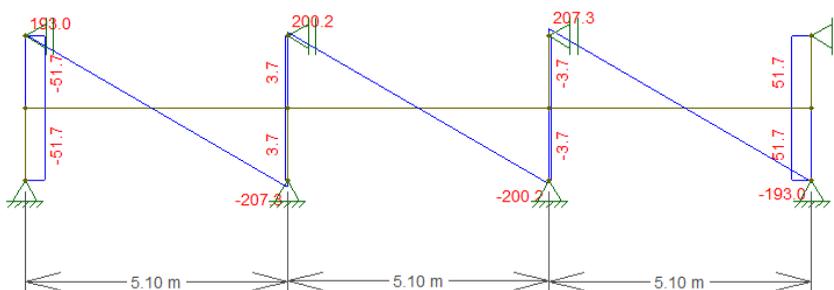


Figura 41 - Esforços cortantes no pórtico 1

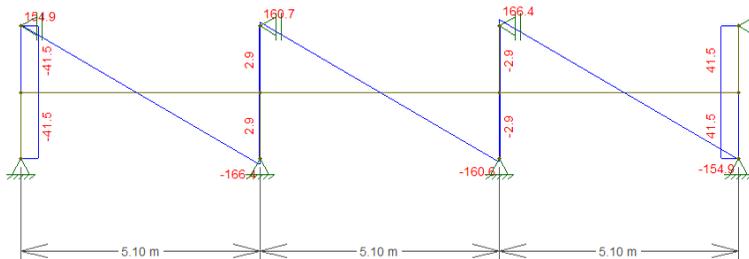


Figura 42 - Esforços cortantes no pórtico 2

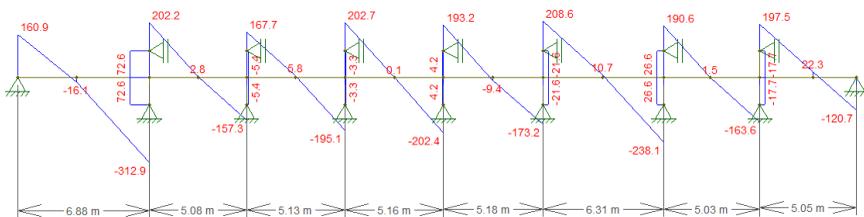


Figura 43 - Esforços cortantes no pórtico 3

3.3.1. Cálculo da tensão solicitante nas superfícies C e C`

De acordo com o método já citado da NBR6118/2007 os esforços de punção devem ser avaliados nas sessões C e C`, obedecendo às equações 01 quando a punção for simétrica, considerando carga centrada, e 02 quando a punção for assimétrica, ou seja, atuam momentos fletores.

Nos pilares em que foi necessário usar barras com 16 mm de diâmetro o valor usado para a altura útil da laje d foi de 15 cm, uma média entre dx e dy como recomenda a norma NBR6118-2007. Para os pilares em que pode-se usar armadura com diâmetro de 12,5 mm a altura útil da laje foi 15,25 cm.

Em todos os casos as superfícies críticas C é a mesma, já que todos os pilares apresentam a mesma seção. O valor de C` varia com a altura útil, portanto há dois valores de u dependendo do diâmetro das barras negativas como descrito. Estes contornos, já apresentados, podem ser melhor compreendidos ao ver as figuras 17 e 27. Desta forma os perímetros u_0 e u são:

$$u_0 = 60*2 + 20*2 = 160 \text{ cm}$$

$u = 60*2 + 20*2 + 2*\pi*(2*15,00) = 348,50 \text{ cm} \rightarrow$ Para pilares P10 e P19.

$u = 60*2 + 20*2 + 2*\pi*(2*15,25) = 351,64 \text{ cm} \rightarrow$ Para demais pilares.

O valor de K alterna de acordo com a direção analisada, pois C1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade e C2 é a

perpendicular a esta. Logo para os pilares na direção x a relação $C1/C2=20/60 = 0,333$. Este valor não está incluso na tabela 19.2, pois é inferior a 0,5. A norma brasileira nada comenta sobre limites de dimensões dos pilares e deixa mal especificado o que fazer nestas situações. De acordo com o analisado na norma americana ACI-318 (2011), há uma fórmula para cálculo do coeficiente de transmissão de momento por flexão e por cisalhamento ao pilar. Nesta as dimensões são lançadas sem nenhuma restrição de relação $C1/C2$. Por isso entende-se que não há motivos para o valor de K manter-se 0,45 para relações menores que 0,5 ou manter-se 0,8 para relações maiores que 3,0. Optou-se, pois, por considerar distribuição linear como entre 0,5 e 1, mantendo a mesma inclinação desta reta para cálculo do coeficiente K para relação $C1/C2$ de 0,333. O valor de K_x utilizado será então de 0,4. Na direção y não há problema algum quanto ao uso da tabela, sendo $C1/C2=3$ e $K_y=0,8$.

O valor de W_p na região C', de acordo com a equação 03 aqui reproduzida, é:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2\pi \cdot d \cdot C_1$$

Para os pilares P10 e P19 tem-se:

$$W_{xp1} = \frac{20^2}{2} + 20 \cdot 60 + 4 \cdot 60 \cdot 15 + 16 \cdot 15^2 + 2\pi \cdot 15 \cdot 20 = 10485 \text{ cm}^2$$

$$W_{yp1} = \frac{60^2}{2} + 60 \cdot 20 + 4 \cdot 20 \cdot 15 + 16 \cdot 15^2 + 2\pi \cdot 15 \cdot 60 = 13455 \text{ cm}^2$$

Usando a mesma fórmula, para os demais pilares obtém-se:

$$W_{xp2} = 10697 \text{ cm}^2$$

$$W_{yp2} = 13690 \text{ cm}^2$$

Na região C, equivalente ao perímetro do pilar, o termo $2d$ deve ser desconsiderado da fórmula. Desta forma, tem-se que para a primeira verificação os valores de módulo de resistência para todos os pilares são:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 \quad (\text{equação 20})$$

$$W_{0xp} = \frac{20^2}{2} + 20.60 = 1400 \text{ cm}^2$$

$$W_{0yp} = \frac{60^2}{2} + 20.60 = 3000 \text{ cm}^2$$

Serão detalhadamente explicados aqui os cálculos para verificação da punção para os pilares 10 e 11 apenas. Para os outros somente serão expostos os resultados.

No pilar P10 há carga concentrada e momentos fletores atuantes (ver figuras 39 e 41):

$$F_{sd} = (515,10 + 407,5)/2 = 461,5 \text{ kN}$$

$$M_{xsd} = 397,50 - 194,20 = 203,30 \text{ kNm}$$

$$M_{ysd} = 181,3 - 171,10 = 10,20 \text{ kNm}$$

Para as verificações das tensões cisalhantes atuantes a norma não deixa claro o que fazer em pilares internos com momentos atuantes nas duas direções. Para pilares de borda

com momento na direção paralela à borda os efeitos são todos sobrepostos, ou seja, τ_{Rd} considera a soma das parcelas relativas à carga concentrada, momento em x e momento em y. Em pilares de canto é recomendado que a verificação seja feita separadamente para cada direção, ou seja, comparar τ_{sd} com τ_{Rdx} e depois com τ_{Rdy} , pois acredita-se que a soma dos dois poderia dar um valor exagerado e que não condiz com a realidade, levando a um superdimensionamento, já que estes tem perímetro reduzido.

Em literatura ambos os casos são usados. No trabalho de Labanowski (2003), bastante consultado durante o desenvolvimento deste projeto, as tensões são avaliadas isoladamente. Neste caso, a armadura de punção é calculada, quando necessária, somente com dados da direção cuja tensão solicitante superou a resistente. Já de acordo com Lima (2001), a superposição dos efeitos é usada para verificações e cálculos de armaduras. Além deste método, neste mesmo trabalho é sugerida uma nova fórmula para cálculo dos esforços, considerando a resultante da tensão referente aos momentos, para que o τ_{sd} seja um pouco reduzido.

Na dada situação, resolveu-se considerar a soma das parcelas de momento atuantes nas duas direções, o mais desfavorável. Entende-se que assim toda a seção é dimensionada baseada na tensão de apenas um ponto, o canto em que há os dois momentos atuantes.

Para a primeira verificação, feita no contorno do pilar, região C, os valores de tensão cisalhante atuante são obtidos por

meio da equação 21. Para o pilar P10, foram encontradas nas direções x e y respectivamente:

$$\tau_{sd0} = \frac{F_{sd}}{u_0 \cdot d} + \frac{K_x \cdot M_{sxd}}{W_{0px} \cdot d} + \frac{K_y \cdot M_{syd}}{W_{0py} \cdot d} \quad (\text{equação 21})$$

$$\begin{aligned} \tau_{sd0} &= \frac{461,5}{160,15} + \frac{0,4 \cdot 203,3 \cdot 100}{1400,15} + \frac{0,8 \cdot 10,2 \cdot 100}{3000,15} = 0,598 \text{ kN/cm}^2 \\ &= 5,98 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Para a segunda verificação, feita a distância de 2d do pilar, região C` os valores de tensão cisalhante encontrados nas direções x e y são respectivamente:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K_x \cdot M_{sxd}}{W_{px} \cdot d} + \frac{K_y \cdot M_{syd}}{W_{py} \cdot d} \quad (\text{equação 22})$$

$$\begin{aligned} \tau_{sd0} &= \frac{461,5}{348,5 \cdot 15} + \frac{0,4 \cdot 203,3 \cdot 100}{10485,15} + \frac{0,8 \cdot 10,2 \cdot 100}{13455,15} = 0,144 \text{ kN/cm}^2 \\ &= 1,44 \text{ MPa} \end{aligned}$$

A norma permite, no item 19.5.2, uma redução da força de punção F_{sd} , subtraindo a carga distribuída dentro do perímetro de controle verificado, pois esta não atua desfavoravelmente para a ruptura por punção. Este artifício não foi usado neste trabalho.

Os mesmos cálculos são feitos para o pilar P11, como o que segue.

As ações solicitantes deste são:

$$F_{sd} = (325 + 327)/2 = 326 \text{ kN}$$

$$M_{xsd} = 145,2 - 130,2 = 15,0 \text{ kNm}$$

$$M_{ysd} = 145,5 - 137,3 = 8,2 \text{ kNm}$$

Avaliando a região do contorno C a tensão cisalhante obtida foi:

$$\tau_{sd0} = \frac{F_{sd}}{u_0 \cdot d} + \frac{K_x \cdot M_{sxd}}{W_{opx} \cdot d} + \frac{K_y \cdot M_{syd}}{W_{opy} \cdot d}$$

$$\tau_{sd0} = \frac{326}{160 \cdot 15,25} + \frac{0,4 \cdot 15 \cdot 100}{1400 \cdot 15,25} + \frac{0,8 \cdot 8,2 \cdot 100}{3000 \cdot 15,25} = 0,176 \text{ kN/cm}^2$$

$$= 1,76 \text{ MPa}$$

Na segunda verificação, no contorno C', os valores de tensão calculados em x e y são respectivamente:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K_x \cdot M_{sxd}}{W_{px} \cdot d} + \frac{K_y \cdot M_{syd}}{W_{py} \cdot d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{326}{351,6 \cdot 15,25} + \frac{0,4 \cdot 15 \cdot 100}{10697 \cdot 15,25} + \frac{0,8 \cdot 8,2 \cdot 100}{136901 \cdot 15,25} = 0,068 \text{ kN/cm}^2$$

$$= 0,68 \text{ MPa}$$

3.3.2. Verificação da tensão resistente

Primeiramente calcula-se a tensão resistente por compressão diagonal do concreto no perímetro do pilar, a superfície crítica C, segundo a equação 05. Esta depende apenas das características do concreto e, desta forma, é a

mesma para todos os pilares. Para o concreto em questão, com f_{ck} de 30 MPa, o valor da tensão resistente é o calculado a seguir:

$$\alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 1 - \frac{30}{250} = 0,88$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} = 0,27 \cdot 0,88 \cdot \frac{30}{1,4} = 5,09 \text{ MPa}$$

Voltando às tensões calculadas no item anterior, nota-se que este valor é maior que a tensão atuante na superfície C do pilar P11, em que $\tau_{sd} = 1,76$ MPa, ou seja, nesta região os esforços de cisalhamento, oriundos da carga concentrada do pilar sobre a laje, são resistidos pelo concreto. Fato semelhante ocorre em quase todos os pilares do sistema. Por outro lado, no pilar P10=P19, no qual τ_{sd} é 5,98 MPa a tensão resistente, acima calculada, é inferior à solicitante.

Neste caso alguma solução deve ser tomada. Esta pode ser o aumento da resistência à compressão do concreto ou da altura da laje na região em torno do pilar, ou seja, a criação de um capitel. Ainda há a possibilidade de aumentar o perímetro u_0 , portanto a seção do pilar. Todavia, para que isto fosse efetivo, mantendo as proporções usadas, seriam necessários quase 300 cm, o que caracteriza a inviabilidade desta medida. Para a primeira alternativa o valor do f_{ck} necessário é de 40 MPa. Para a segunda, a altura da laje deve ser de 21 cm no local. Estas medidas serão discutidas com mais detalhes no próximo item deste trabalho.

Entretanto, no item 19.5.3.1, a norma cita que “o valor de τ_{Rd2} pode ser ampliado em 20% por efeito de estado múltiplo de tensões junto a um pilar interno quando os vãos que chegam a esse pilar não diferem mais de 50% e não existem aberturas junto ao pilar”. No dado projeto não foram previstas aberturas próximas aos pilares e os vãos adjacentes ao pilar P10 são de 6,88 m à esquerda e 5,08 m à direita no eixo x e 5,10 m para ambos os lado no eixo y. Embora esta diferença no tamanho dos vãos seja grande, é bastante inferior a 50%, portanto este artifício pode ser aplicado. Neste caso pode-se considerar como tensão resistente no perímetro C o seguinte valor:

$$\tau_{Rd2} = 1,2 \cdot 5,09 = 6,11 \text{ MPa}$$

Esta tensão resistente é superior ao esforço solicitante de 5,98 MPa que ocorre no contorno dos pilares P10 e P19.

A verificação seguinte diz respeito à tensão resistente na superfície crítica C` sem armadura de punção. Esta tensão, calculada na superfície afastada 2d do pilar é dada pela equação 06, abaixo repetida:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot fck)^{\frac{1}{3}}$$

em que $\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}$, sendo ρ_x e ρ_y a taxa de armadura de flexão em cada direção, calculada como A_s/bd onde b é a dimensão do pilar acrescido em 3d para cada um dos lados.

Este dado deve ser calculado pra cada pilar analisado, pois a área de armadura de flexão sobre cada um é variável.

Para o pilar P10 tem-se na direção x a largura $b = 60 + 2 \cdot 3 \cdot 15,25 = 151,5$ cm e armadura de flexão de $\varnothing 16$ c/10. Na direção y tem-se $\varnothing 12,5$ c/13 e $b = 20 + 2 \cdot 3 \cdot 15,25 = 111,5$ cm. Como as distâncias b são maiores que 1 metro e há mais de 2 metros com a mesma armadura, esta taxa será calculada por metro como em lajes. As taxas de armadura neste caso serão:

$$\rho_x = \frac{20}{100 \cdot 15,7} = 0,0127 \quad \text{e} \quad \rho_y = \frac{9,5}{100 \cdot 14,275} = 0,0066$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} = \sqrt{0,0127 \cdot 0,0066} = 0,0092$$

Com essa taxa de armadura é possível calcular a tensão resistente:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{15}} \right) \cdot (100 \cdot 0,0092 \cdot 30)^{\frac{1}{3}} = 0,846 \text{ MPa}$$

Sobre o pilar P11 tem-se na direção x armadura de flexão de $\varnothing 12,5$ c/18 e em y $\varnothing 12,5$ c/17. As taxas de armadura calculadas são:

$$\rho_x = \frac{6,8}{100 \cdot 15,875} = 0,0043 \quad \text{e} \quad \rho_y = \frac{7,2}{100 \cdot 14,625} = 0,0049$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} = \sqrt{0,0043 \cdot 0,0049} = 0,0046$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{12,25}} \right) \cdot (100 \cdot 0,0060 \cdot 30)^{\frac{1}{3}} = 0,670 \text{ MPa}$$

No primeiro caso pode-se notar que a tensão solicitante em C` do pilar P10, cujo valor é 1,54 MPa, é maior que a tensão resistente que é 0,846 MPa. Desta forma haveria ruptura por

punção. No pilar P11, equivalente ao P20, os quais apresentam os menores carregamentos do sistema a tensão atuante de 0,68 MPa em muito pouco supera a tensão τ_{Rd1} acima calculada.

Em todos os outros pilares verificados na estrutura a tensão solicitante supera a resistente. A tabela no apêndice 03 mostra os cálculos para a resistência em todos os pilares.

Torna-se necessário, então, o uso de algum artifício que impeça esse fenômeno, tais como adição de armadura de punção, alteração da resistência do concreto, aumento da altura útil de toda laje, já que esta foi dimensionada com o mínimo especificado na norma, ou ainda aumentar a espessura só na região dos pilares, criando capitéis. O item 3.4 discutirá sobre estas alternativas de solução.

Embora com uso de vigas de bordo não haja a necessidade de verificação da punção nos pilares de borda, o fato de ainda haver 40 cm do pilar entrando na laje requer alguma análise. Programas computacionais normalmente armam essa região. A norma nada especifica sobre o que fazer neste caso, então se decidiu fazer um cálculo rápido para o pilar P2, incluindo apenas a força de reação do pilar. Foi usada a armadura de flexão sobre o pilar e o perímetro considerado foi reduzido, obtendo-se:

$$\tau_{sd0} = \frac{F_{sd}}{u_0 \cdot d} = \frac{193}{140,15,25} = 0,090 \text{ kN/cm}^2 < \tau_{Rd2} = 0,509 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} = \frac{193}{235,8,15,25} = 0,054 \text{ kN/cm}^2 < \tau_{Rd1} = 0,059 \text{ kN/cm}^2$$

3.3.3. Armadura contra colapso progressivo

Conforme a NBR6118/2007, há a necessidade de projetar a armadura contra colapso progressivo, que deverá ser posicionada junto à face inferior da laje. Toda a armadura positiva de flexão poderá ser considerada neste cálculo. Esta deve obedecer à equação 09. Segundo o texto da norma, A_s é o somatório de todas as áreas das barras que cruzam cada face do pilar. Entende-se com isso que cada barra pode ser contada duas vezes, pois passa por uma face e depois por outra, como exemplifica a figura 28.

Sobre o pilar P10, na direção x há a armadura de $\varnothing 10$ mm c/10 cm que vem do tramo a direita e $\varnothing 8$ mm c/16 cm vindos do tramo da esquerda. Para a verificação será usada a armadura mais pesada, que pode ser estendida até l_b após o contorno C' do pilar. Na direção y esta é contínua, com $\varnothing 8$ mm c/13cm. A figura 44 deixa claro as áreas usadas neste cálculo.

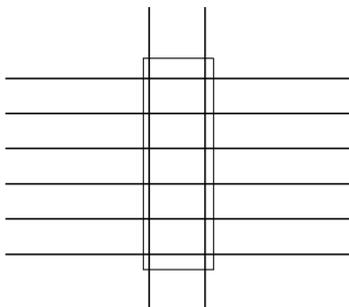


Figura 44 - Armadura de flexão que corta o pilar P10

$$A_s = 12,0,8 + 4,0,5 = 11,60 \text{ cm}^2$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 11,60 \cdot \frac{50}{1,15} = 504,3 \text{ kN} > 461,5 \text{ kN}$$

Deste modo nota-se que a armadura positiva da laje é suficiente para superar a força concentrada atuante sobre o pilar.

De modo análogo tem-se os cálculos sobre o pilar P11. A armadura positiva tanto na direção x quanto y é Ø 8 mm c/16 cm.

$$A_s = 8,0,5 + 4,0,5 = 6,0 \text{ cm}^2$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 6,0 \cdot \frac{50}{1,15} = 260,9 \text{ kN} < 325 \text{ kN}$$

O valor de 260,6 kN é inferior ao esforço vertical atuante no pilar. Para o pilar em questão a armadura adicional contra colapso progressivo deve ser de:

$$A_s = \frac{326 - 260,9}{43,5} = 1,50 \text{ cm}^2$$

Para armadura contra colapso progressivo serão usadas barras de 10 mm de diâmetro com comprimento que passe a região crítica C` acrescido da ancoragem necessária. Neste caso apenas 1 barra deve ser adicionada, pois a área calculada é dividida por 2, pois a mesma barra corta a face do pilar 2 vezes, e pela área da seção da barra. Os valores obtidos são apresentados na tabela 7.

Tabela 7 - Verificação da resistência e armadura adicional contra colapso progressivo

pilar	Fsd (kN)	Asx (cm ²)	Asy (cm ²)	As (cm ²)	f _{yd} (kN/cm ²)	As.f _{yd} (kN)	verificação	As comp. (cm ²)	barras Ø10	usar
P10	461,5	10 c/10	8 c/16	11,60	43,5	504,3	OK	0,00	0,00	0
P11	326	8 c/16	8 c/16	6,00	43,5	260,9	X	1,50	0,94	1
P12	402,65	8 c/16	8 c/16	6,00	43,5	260,9	X	3,26	2,04	3
P13	401,55	8 c/16	8 c/16	6,00	43,5	260,9	X	3,24	2,02	3
P14	354,05	10 c/20	8 c/16	6,80	43,5	295,7	X	1,34	0,84	1
P15	418,1	10 c/20	8 c/16	6,80	43,5	295,7	X	2,82	1,76	2
P16	344,05	8 c/14	8 c/16	7,00	43,5	304,3	X	0,91	0,57	1
P19	461,5	10 c/10	8 c/16	11,60	43,5	504,3	OK	0,00	0,00	0
P20	326	8 c/16	8 c/16	6,00	43,5	260,9	X	1,50	0,94	1
P24	418,1	10 c/20	8 c/16	6,80	43,5	295,7	X	2,82	1,76	2
P25	344,05	8 c/14	8 c/16	7,00	43,5	304,3	X	0,91	0,57	1

Como mostra a tabela 7, há necessidade de se adotar armadura adicional contra colapso progressivo em todos os outros pilares. Optou-se, no entanto, em adicionar no mínimo 2 barras ortogonais em cada pilar, por questões de segurança. Esta armadura encontra-se no apêndice 5.

3.4. Alternativas para o aumento da resistência na ligação laje-pilar

3.4.1. Aumento do f_{ck}

Como a punção ocorre em todos os pilares pode-se pensar como solução o aumento do valor de resistência à compressão do concreto, que nesse caso poderia ser bastante útil, pois não é uma solução pontual.

Aumentando o f_{ck} do concreto de 30 para 35 MPa, nenhuma diferença significativa ocorre, pois apenas os pilares P11 e seu similar P20, cujos cálculos foram anteriormente detalhados, apresentam resistência ao cisalhamento no perímetro C` superior a tensão atuante.

Em uma segunda tentativa, o f_{ck} foi elevado a 40 MPa. Nos pilares P12, P16 e P21 a punção também não mais ocorreria. Quanto aos outros pilares a resistência passa a ser bem maior que anteriormente, mas ainda insuficiente para conter os esforços. Assim a resistência no contorno C nos pilares P10 e P19 é superior à atuante.

É importante ressaltar ainda, que ao alterar o valor da resistência no concreto, uma menor área aço precisa ser usada para resistir os esforços de flexão, portanto o valor da taxa de armadura ρ seria reduzido. Ao reduzir este valor, a resistência à punção a distância $2d$ do contorno do pilar também é reduzida. Esta verificação não foi feita.

A partir de f_{ck} de 43 MPa a ligação laje-pilar passa a ter resistência suficiente em todos os pilares, exceto no P10 e P19, cuja tensão atuante é muito elevada. Para que estes fossem satisfeitos o valor de f_{ck} ultrapassa 160 MPa. Com isso é perceptível a inviabilidade de aumentar a resistência de projeto do concreto como única medida para superar os esforços de punção. Aliada a outras soluções esta idéia pode ser considerada.

3.4.2. Uso de armadura de punção

Outra opção, a mais citada em literatura, é o uso de armadura de punção com área calculada usando as equações dadas em norma.

Esta armadura de punção, como já descrita anteriormente, pode ser de vários tipos. O indicado na NBR6118/2007 é que sejam usados conectores tipo pino com extremidades alargadas dispostas radialmente a partir do perímetro do pilar.

Para o uso deste tipo de armadura o primeiro item a ser analisado é a resistência desses pinos. De acordo com o item 9.4.2 permite-se uma interpolação linear entre 250 MPa, para

lajes de até 15 cm, e 435 MPa, quando a espessura é maior que 35 cm. Como a laje em questão tem 16 cm de espessura tem-se:

$$\frac{435 - 250}{35 - 15} = \frac{x - 250}{18 - 15} \rightarrow x = 277,75 \text{ MPa}$$

Tendo este valor, a área de aço é obtida igualando-se a tensão solicitante à equação 07. Esta deve ser calculada pra cada pilar da estrutura.

Para o pilar P10, cuja tensão solicitante é 1,54 MPa, a maior do sistema, a área de aço necessária para chegar a resistência necessária é:

$$\begin{aligned} \tau_{sd} \leq \tau_{rd1} &= 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \\ &+ 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen} \alpha}{u \cdot d} \\ 1,44 &\leq 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{15}} \right) \cdot (100 \cdot 0,0092 \cdot 30)^{\frac{1}{3}} \\ &+ 1,5 \cdot \frac{15}{s_r} \cdot A_{sw} \cdot \frac{277,75 \cdot 1}{348,5 \cdot 15} \\ \frac{A_{sw}}{s_r} &= 0,66 \text{ cm}^2 / \text{cm} \end{aligned}$$

O ângulo α presente na equação refere-se à inclinação da armadura usada em relação ao plano da laje. Por facilitar a execução o ângulo aqui adotado foi 90° .

Lembra-se que s_r é o espaçamento radial entre as linhas de armadura de punção. De acordo com o item 19.5.3.3 da NBR6118/2007 este não pode ser maior que $0,75d$. Neste caso tem-se:

$$s_r < 0,75 \cdot 15 = 11,25.$$

No dado projeto optou-se, pois, por adotar espaçamentos de 10 cm. Desta forma a armadura de punção num contorno do pilar paralelo a C` será:

$$A_{sw} = 10 \cdot 0,66 = 6,60 \text{ cm}^2.$$

A norma ainda restringe que a primeira camada de conectores esteja à distância inferior a $0,5d$ do pilar. No caso tem-se $s_0 < 0,5 \cdot 15 = 7,5$ cm. Serão adotados 7 cm de espaçamento do pilar à primeira camada.

Usando conectores tipo pinos de diâmetro 6,3 mm, o número de barras necessárias para atingir essa área de aço é:

$$\frac{6,60}{0,312} = 21,16 \rightarrow \text{Serão usados 22 conectores.}$$

Embora o número de conectores seja alto é importante que haja apenas uma bitola desses conectores na obra, pois sua execução não é tão simples para a mão de obra local por não se tratar de uma solução usual.

O número de camadas mínimo exigido por norma são 3. No entanto, este número é aumentado até que no contorno C``,

distante $2d$ da última linha de armadura, a tensão solicitante seja inferior à resistente.

A disposição das armaduras em volta do pilar P10 é feita como na figura 45.

Para esta terceira verificação deve-se calcular um novo W_p . A equação 03 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 2 \cdot C_2 \cdot (2d) + 4 \cdot (2d)^2 + \pi \cdot (2d) \cdot C_1$$

(equação 23)

Substituindo-se os valores $(2d)$ da fórmula pela distância ao pilar encontra-se o valor W_p . Ao usar 4 linhas de conectores teremos para o pilar P10 a distância ao pilar de $7+3 \cdot 10=37\text{cm}$. Para o perímetro crítico C ainda se adiciona $2d$.

$$\begin{aligned} W_p &= \frac{20^2}{2} + 20 \cdot 60 + 2 \cdot 60 \cdot (67) + 4 \cdot (67)^2 + \pi \cdot (67) \cdot 20 \\ &= 31606 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_p &= \frac{60^2}{2} + 60 \cdot 20 + 2 \cdot 20 \cdot (67) + 4 \cdot (67)^2 + \pi \cdot (67) \cdot 60 \\ &= 36265 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

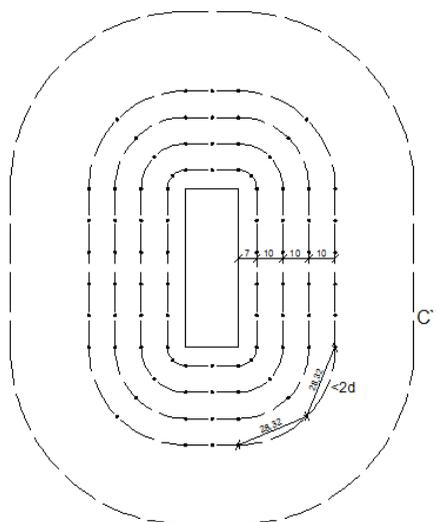


Figura 45 - Armadura de punção em P10=P19

Usando novamente a equação 22 para o cálculo da tensão solicitante tem-se:

$$\begin{aligned} \tau_{sd} &= \frac{461,5}{581.15} + \frac{0,4.203,3.100}{31606.15} + \frac{0,8.10,2.100}{36265.15} = 0,072 \text{ kN/cm}^2 \\ &= 0,72 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Desta forma a tensão solicitante é inferior a τ_{Rd1} , cujo valor é 0,846 MPa. Neste cálculo o perímetro crítico é contínuo, devido a máxima distância entre conectores ser inferior a $2d$.

Para o pilar P11 será também utilizada uma armadura de punção. Seu valor calculado é:

$$0,68 \leq 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{15,25}} \right) \cdot (100 \cdot 0,0046 \cdot 30)^{\frac{1}{3}} + 1,5 \cdot \frac{13,25}{s_r} \cdot A_{sw} \cdot \frac{277,75 \cdot 1}{351,64 \cdot 15,25}$$

$$\frac{A_{sw}}{s_r} = 0,136 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

Considerando novamente espaçamentos de 10 cm, a armadura obtida é de 1,36 cm² apenas. Usando pinos de Ø 6,3 mm temos $1,36/0,312 = 4,31$ barras. Serão adotados nesse caso 8 pinos distribuídos como na figura 46. O número de conectores usados poderia ser reduzido. Contudo, tentou-se utilizar arranjos de armadura repetidos, evitando detalhamentos muito diferentes que seriam mais trabalhosos e confusos.

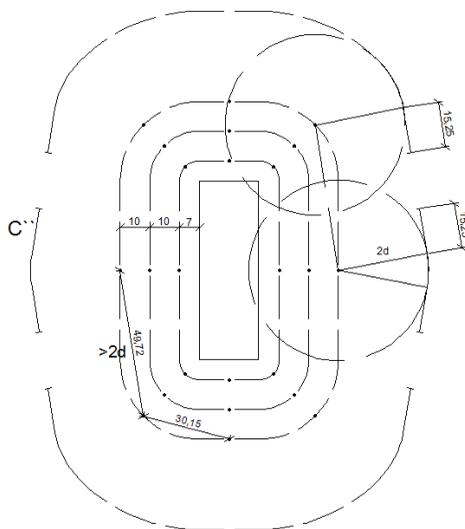


Figura 46 - Armadura de punção para o pilar P11=P20

Nota-se, neste caso, que o perímetro crítico C'' é interrompido, devido ao fato de um dos espaçamentos entre conectores ser superior a $2d$.

Os cálculos para a verificação da tensão em C'' são análogos ao mostrado anteriormente. Encontra-se primeiramente o novo valor de W_p e depois pode ser calculada τ_{sd} .

$$W_p = \frac{20^2}{2} + 20 \cdot 60 + 2 \cdot 60 \cdot (57,5) + 4 \cdot (57,5)^2 + \pi \cdot (57,5) \cdot 20$$

$$= 25138 \text{ cm}^2$$

$$W_p = \frac{60^2}{2} + 60 \cdot 20 + 2 \cdot 20 \cdot (57,5) + 4 \cdot (57,5)^2 + \pi \cdot (57,5) \cdot 60$$

$$= 29363 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{325}{438,5 \cdot 15,25} + \frac{0,4 \cdot 15 \cdot 100}{25138,15,25} + \frac{0,8 \cdot 2 \cdot 100}{29363,15,25} = 0,052 \text{ kN/cm}^2$$

$$= 0,52 \text{ MPa}$$

Este valor é inferior a $\tau_{Rd1} = 0,67 \text{ MPa}$, portanto não ocorre o efeito de punção.

Outra opção viável, porém não recomendada em norma, portanto não calculada aqui, é o uso de estribos, indicados para lajes com mais de 25 cm de altura. O cálculo é análogo, mas é importante ressaltar que cada estribo tem dois ramos contribuintes ao cisalhamento, portanto o número total de estribos necessários é a metade do número de pinos conectores usados. Estes são facilmente feitos em obra, porém deve se tomar cuidado na montagem na laje devido a possibilidade de ser

deformado ou deslocado ao se pisar e não apresentar mais ancoragem, perdendo sua função.

A armadura calculada para todos os pilares está na tabela 2 no apêndice 4. A distribuição da armadura de punção para todos eles encontra-se no apêndice 05.

3.4.3. Aumento da espessura de toda a laje.

Lajes maciças com grande espessura em pavimentos tipo são pouco comuns, principalmente devido ao elevado volume de concreto usado. Sua execução, porém, é menos trabalhosa que a montagem das formas de capitéis, por exemplo, e a armadura fica bastante simplificada. Além disso, a deformação da laje diminui, pois aumenta sua rigidez. Aumentando a espessura da laje há um aumento da altura útil de cálculo. Este parâmetro, presente tanto do cálculo das tensões solicitantes quanto nas resistentes influencia bastante no comportamento à punção. Aumentando-se o valor de d o cisalhamento em C e C' é reduzido, pois está no denominador da equação, tanto na parte da carga concentrada como para os momentos e dentro do módulo resistente W_p . Além disso, τ_{Rd1} aumenta com o aumento de d .

No atual projeto usa-se uma laje maciça com a espessura de 18 cm. De acordo com a seção XIII do Código de Obras e Edificações de Florianópolis o pé direito mínimo exigido na dada edificação é de 2,60 m. Na arquitetura a distância entre pavimentos é de 2,80 m. Desta forma, a maior altura de laje que

pode ser usada é de 20cm, pois a altura livre entre o piso e o teto chega a 2,60 m.

Com laje maciça de 20 cm de altura o valor d aumenta 2 cm e passa a ser 17 e 17,25 cm. Assim 6 pilares passam a ter resistência à punção superior às tensões solicitantes, mas em alguns pilares o efeito de punção não seria resolvido. Com altura de laje de 23 cm os únicos pilares em que permaneceria a punção seriam os mais solicitados, P10 e P19. Para que nestes não houvesse mais a punção a altura da laje deveria ser 26 cm. Devido à restrição do pé direito da edificação estas medidas ficam impossibilitadas.

Sabe-se ainda que ao avaliar esta alternativa deve-se acrescentar o peso próprio da espessura de concreto adicionada na laje, o que elevaria ainda mais os momentos fletores de cálculo e o esforço cortante atuante. Nesta rápida verificação essa carga excedente não foi levada em conta, pois requereria alterações desde o início do projeto na determinação dos carregamentos atuantes. Com a alteração do carregamento o esforço de punção seria ainda mais elevado, desfavorecendo ainda mais esta medida. Além disso, ao aumentar a altura útil da laje, a armadura de flexão necessária é reduzida e com isso o valor ρ que bastante influencia na resistência à punção. Deste modo a laje precisaria de altura ainda maior que 26 cm.

Sendo assim, fica nítida também a inviabilidade desta alternativa, pois além de ir contra o código de obras de Florianópolis, pois o pé direito deve ser de no mínimo 2,60 m e não há a intenção de elevar a altura do prédio, há gasto

excessivo com concreto. Por causa disso é muito comum usar lajes nervuradas nessas situações, pois grande parte do concreto desperdiçado é substituída por vazios, com o uso de cubetas, ou material bastante leve como concreto celular, cerâmica ou EPS. Com o uso destes materiais há redução do peso próprio da laje e conseqüente redução do carregamento. No entanto, o uso deste tipo de laje já deve ser previsto em arquitetura, deixando lajes com altura em torno de 23 cm, pois neste caso não poderia ser usado.

3.4.4. O uso de capitéis

Considerando que aumentar a espessura de toda a laje seja um desperdício de concreto e da própria capacidade do aço, pois em quase toda a laje é usada armadura mínima, o ideal é usar capitéis. Com o uso destes, a espessura da laje pode até ser reduzida a 14 cm, de acordo com o item 13.2.4.1 da NBR 6118-2007. Na região em torno do pilar a espessura pode ser aumentada o quanto for necessário.

Como visto no item anterior a altura útil necessária para resolver os problemas de punção da laje é de 26 cm. Numa análise como capitel não é necessário recalcular a armadura da laje, pois esta só é mais espessa em um pequeno trecho. A tensão solicitante obtida é comparada com τ_{Rd1} já calculado, cujo valor é 0,846 MPa. Com altura de 26 cm na região de ligação laje x pilar a tensão atuante fica inferior à solicitante. Embora uma espessura inferior resolvesse a questão da punção na

maioria dos pilares, é preferível adotar a mesma altura em todos. Preferiu-se usar 28 cm como espessura avaliada para os capitéis, 10 cm abaixo do restante da laje.

Após fixar esta altura a primeira verificação deve ser feita no contorno C^1 , como mostra a figura 32, que fica a uma distância $2d_c$ do pilar, sendo este d_c a altura do capitel. Neste caso C^1 estará a 50 cm da borda do pilar no caso dos pilares 10 e 19 e 50,5 cm para os demais. Os perímetros críticos, portanto, serão:

$$u^1_1 = 160 + 2 \cdot \pi \cdot 50 = 474,2 \text{ cm.}$$

$$u^1_1 = 160 + 2 \cdot \pi \cdot 50,5 = 477,3 \text{ cm.}$$

Usando a equação 23, e substituindo $2d$ por 50 cm, tem-se:

$$W_{xpc} = 20542 \text{ cm}^2 \text{ e } W_{ypc} = 24425 \text{ cm}^2 \text{ para o pilar 10}$$

$$W_{xpc} = 20834 \text{ cm}^2 \text{ e } W_{ypc} = 24740 \text{ cm}^2 \text{ para o pilar 11}$$

Para definir o tamanho do capitel deve-se encontrar a altura necessária para que, neste perímetro a tensão cisalhante seja inferior a τ_{Rd1} . Para isto basta igualar a tensão solicitante da equação 22 à tensão resistente da equação 3, como feito a seguir:

$$\begin{aligned} \tau_{Sd} &= \frac{326}{477,3 \cdot da} + \frac{0,4 \cdot 15 \cdot 100}{20834 \cdot da} + \frac{0,8 \cdot 8,2 \cdot 100}{24740 \cdot da} = 0,670 \rightarrow da \\ &= 11,03 \text{ cm} \end{aligned}$$

Usou-se a taxa de armadura da laje, considerando, como primeira hipótese, que a superfície C_1 estaria além do limite do capitel.

Mantendo o ângulo de 45° encontra-se o local em que o capitel deve iniciar. São necessário 42,06 cm a partir da face do pilar. A figura 47 mostra como foi encontrado este valor. Nesta ainda fica claro a altura útil da laje, d , igual a 15,25cm, a altura útil do capitel, d_c , de 25,25 cm e a distância $2d_c$, a 50,5 cm do pilar.

Para a maioria dos pilares esta altura útil necessária é inferior a 14 cm o que requer capitéis com λ_c de 48cm. Optou-se, então, por fazer capitéis com 50 cm para cada lado do pilar. Assim a região C_1 ainda encontra-se além do final do capitel e a taxa de armadura usada é a mesma calculada antes. Como λ_c encontra-se entre o intervalo de $2(d_c - d) = 2(25,25 - 15,25) = 20$ e $2d_c = 50,5$ dado pela norma, somente o contorno C_1 precisa ser verificado.

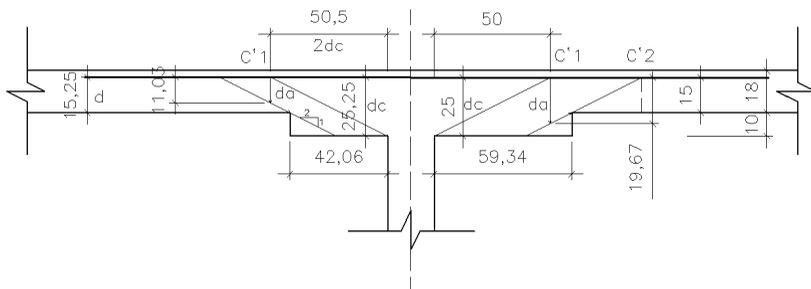


Figura 47 - Definição do tamanho do capitel.

Usando o mesmo processo para o pilar P10, nota-se que a altura útil é maior que a altura útil da laje, portanto a região C_1 está dentro do capitel. Neste caso a taxa de armadura usada deve ser reduzida, devido a maior seção e recalculado o calor de d_a . Como calculado abaixo. A partir deste valor encontra-se a distância necessária da face do pilar. O lado direito da figura 47 apresenta o caso do capitel maior.

$$\tau_{sd} = \frac{461,5}{474,2 \cdot da} + \frac{0,4 \cdot 203,3 \cdot 100}{20542 \cdot da} + \frac{0,8 \cdot 10,2 \cdot 100}{24425 \cdot da} = 0,846 \rightarrow da$$

$$= 16,58 \text{ cm}$$

$$\rho_x = \frac{20}{100 \cdot 25,7} = 0,0080 \quad \text{e} \quad \rho_y = \frac{7,9,52}{100 \cdot 24,275} = 0,0038$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} = \sqrt{0,0080 \cdot 0,0038} = 0,0092$$

$$\frac{461,5}{474,2 \cdot da} + \frac{0,4 \cdot 203,3 \cdot 100}{20542 \cdot da} + \frac{0,8 \cdot 10,2 \cdot 100}{24425 \cdot da}$$

$$= 0,013 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{25}} \right) \cdot (100 \cdot 0,0092 \cdot 30)^{\frac{1}{3}} = 0,0713$$

$$\rightarrow da = 19,67 \text{ cm}$$

Para os pilares P10 e P19 a altura útil mínima deve ser 19,67 cm. Com processo análogo ao anterior obtém-se 59,34 cm de comprimento para o capitel. Serão adotados capitéis com λ_c de 65 cm. Diferentemente da análise anterior, λ_c é maior que $2d_c$ então é necessária a verificação também em C_2 , afastada $2d$ do fim do capitel, conforme mostra a figura 48. Esta região C_2 ficará há uma distância 95 cm da face do pilar. Aqui, no entanto, o valor de ρ é o que foi usado para a laje.

A tabela 3 no apêndice 4 apresenta as verificações na região C`₁. Na tabela 4 estão as verificações feitas para o contorno C`₂.

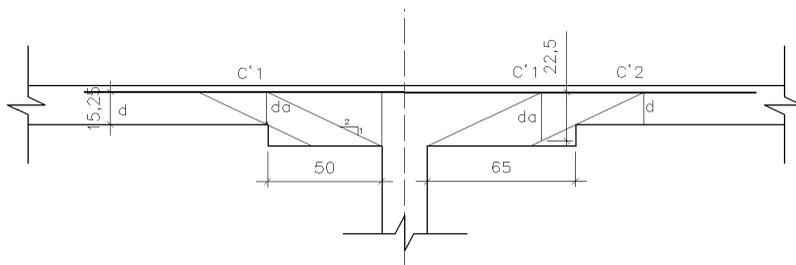


Figura 48 - Verificações no capitel*.

*A parte esquerda refere-se a maioria dos pilares e a parte a direita refere-se aos capitéis sobre P10 e P19.

A parte inferior do capitel deve ser armada, por questões construtivas e para evitar a fissuração. A NBR6118/2007 nada especifica sobre a armadura desta região. Em outras literaturas também nada foi encontrado. Optou-se, portanto, por usar armadura mínima. A armadura mínima para a seção de 28 cm de altura do capitel e para o f_{ck} 30 MPa é:

$$A_{smin} = 100.28.0,173/100 = 4,84 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Optou-se por usar armadura com bitola de 10 cm espaçadas de 15 cm em ambas direções.

Analisando como armadura de colapso progressivo tem-se 4 barras atravessando o pilar na direção x e mais 2 na direção y. Desta forma, a força resistente é:

$$(4.2.0,8+2.2.0,8).50/1,15 = 417,4 \text{ kN}$$

Esta armadura é suficiente para a maioria dos pilares, sendo que nos pilares P10, P15, P19 e P24 alguma armadura deverá ser acrescentada. A armadura positiva da laje que

continua até o pilar também deve ser contada nesta verificação. Fazendo-se esta consideração constata-se que todos os pilares estariam conforme o recomendado por norma para colapso progressivo, mantendo-se a armadura calculada. Esta deve ter ganchos laterais, para adequada ancoragem.

As figuras 49 e 50 ilustram os capitéis de 120x210 cm e a armadura usada.

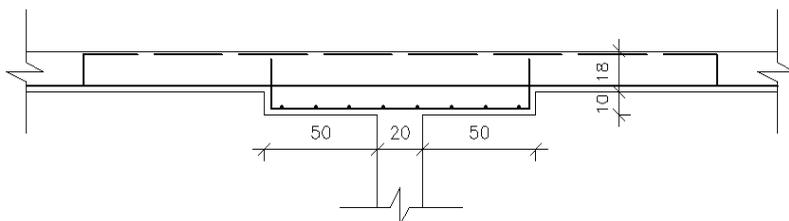


Figura 49- Capitel - vista em corte do eixo x

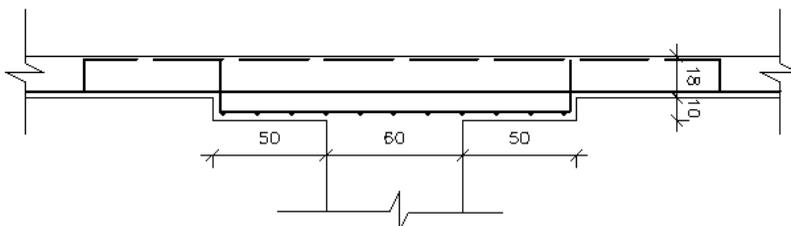


Figura 50- Capitel - vista em corte do eixo y

No apêndice 6 há a planta de formas com essa solução.

3.5. Considerações Finais

As alternativas aqui apresentadas podem ser usadas em quaisquer lajes que sofrerem efeito de punção.

É importante ressaltar, no entanto, que a melhor medida para solucionar as questões referentes à punção de forma bastante segura neste trabalho é a última, o uso de capitéis, fornecendo à laje características de laje cogumelo. Isso ocorre, pois o uso de armadura de cisalhamento apenas torna a laje mais resistente aos esforços nas regiões críticas C` e C``, e a verificação no contorno C nos pilares mais carregados demonstrou que é necessário usar outras considerações para que τ_{Rd2} seja maior que τ_{Sd} , tornando estes valores bastante próximos. A medida mais eficiente para tornar as tensões solicitantes inferiores às resistentes na superfície C, junto ao pilar, como já mencionado, é o aumento da espessura da laje. Seria inviável o aumento do fck para 40 MPa somente naquela região, pois há um gasto adicional e a execução fica confusa. O uso de capitéis, portanto, aumenta a altura útil da laje no contorno do pilar, solucionando este caso.

A combinação do aumento do fck para 40 MPa em toda a estrutura mais a adoção de alguma armadura de punção nos pilares em que a tensão cisalhante continua superior à tensão resistente deveria ser economicamente avaliada. Esta alternativa pode vir a ser viável quando analisados os esforços nos pilares em pavimentos mais baixos, caso seja indesejável o aumento da seção destes pilares internos.

A existência de elevados momentos desbalanceados na direção x sobre os pilares P10 e P19, causados pelo vão de quase 7 metros à esquerda e a inexistência de um pilar na extremidade para não alterar a fachada do edifício,

proporcionaram várias situações diferentes, tal como a ruptura da biela de concreto por compressão diagonal, em uma primeira análise, parte normalmente menos preocupante nas verificações de punção em lajes. Os pilares não foram posicionados mais próximos a fachada, pois ficariam no meio de uma sala comercial. Caso fosse permitida a alteração da arquitetura, o lançamento de um pilar na mesma linha do pórtico, tal como ocorre na direção y , simplificaria bastante o problema. Desta forma os momentos positivos e negativos no primeiro vão seriam reduzidos, diminuindo também o deslocamento vertical excessivo neste ponto. Isto também implicaria em uma possível redução da espessura da laje, o que reduziria também a carga. Outra vantagem é o alívio da viga frontal, que não sofreria torção, como ocorreria se fosse usado engaste para diminuir estes momentos, e não teria que suportar a reação do pórtico.

A laje teve a altura definida pelos esforços neste primeiro vão, pois os momentos elevados requeriam uma maior altura útil para o dimensionamento no Estado Limite Último. Esforços elevados, também verificados no Estado Limite de Serviço, não permitiram espessura inferior, devido ao deslocamento vertical gerado. Quanto a este a norma não menciona qualquer método, portanto usou-se os deslocamentos nos pórticos.

Como característica de laje lisa, a mesma espessura foi adotada em toda a laje. Em muitos vãos, principalmente nas chamadas faixas internas esta altura foi excessiva, fato evidenciado pelas flechas quase nulas e pela necessidade de empregar apenas armadura mínima.

Por outro lado, quanto à parte de verificação da punção, esta altura elevada contribuiu para redução da tensão cisalhante na região de ligação laje-pilar. Contudo a espessura adotada ainda não é suficiente para que evitar a ruptura por punção em todos os pilares. Outras medidas deveriam ser adotadas, como as sugeridas. Caso a altura usada fosse inferior os capitéis seriam ainda maiores ou a armadura de punção deveria ser mais pesada, usando ainda mais pinos do tipo conectores.

O dimensionamento das vigas de bordo não faz parte dos objetivos deste trabalho, que previa um estudo mais aprofundado do efeito de punção. Contudo cabe ressaltar que para o dimensionamento destas usa-se a carga distribuída referente ao carregamento de meio pórtico, ou seja, 2,55 m de largura. As vigas laterais que suportam os pórticos recebem além desta carga distribuída as reações encontradas nas extremidades destes. Esta reação não é concentrada como nos sistemas convencionais e sim distribuída também por toda largura do pórtico. Exemplificando tal questão tem-se que a reação do primeiro vão sobre a viga, cujo valor é 160,9 kN será dividida por 5,10 m, tornando-se uma carga distribuída de 31,55 kN/m. Este valor é bastante elevado e somado a outra carga distribuída tem-se regiões com carregamento em torno de 60 kN/m. Para resistir ao elevado momento negativo, bem como para conter o deslocamento vertical nos vãos de 7,65 m, a altura desta viga deve ser de 60 cm, que não chega a interferir nas esquadrias. Os esforços cortantes são bastante elevados e o pilar P17 também é

bem carregado. Algo semelhante ocorre na viga V5 que serve de apoio ao pórtico no último vão.

As demais vigas podem ficar com altura de 50 cm, pois tem carregamentos mais leves e vãos intermediários menores, mas preferiu-se manter todas as vigas laterais com a mesma seção.

Um estudo mais aprofundado quanto aos pilares de borda deveria ser feito, já que mesmo com o uso da viga de bordo uma grande parte do pilar ainda entra na laje, podendo causar o efeito de punção. A verificação rápida feita no item 3.3.2 não tem valor de norma, mas tenta mostrar que este efeito não é tão intenso quando considerado apenas a carga vertical. Caso fosse adicionado o momento estes pontos seriam também um problema e requereriam alguma armadura adicional ou o uso de capitéis, mesmo com a presença da viga, pois, como já mencionado, esta não tem resistência a torção. Para situações como esta o uso de programas computacionais de análise estrutural torna-se bastante importante.

Os pilares paredes devem ser dimensionados como recomenda a NBR 6118/2007. Sua carga depende muito de uma análise de estabilidade global.

4. CONCLUSÃO

Neste trabalho estudou-se o sistema estrutural de lajes lisas, muito usado hoje em dia, utilizando para cálculo o modelo de pórticos planos equivalentes, como prevê a norma vigente. Foram sugeridas algumas alternativas para solucionar os efeitos de punção.

O modelo estrutural de lajes lisas é tratado de forma sucinta na norma NBR6118/2007. A parte mais complexa está relacionada à obtenção dos esforços atuantes nas lajes e nos pilares. Recomenda-se que estes sejam obtidos por método computacional de elementos finitos. O modelo de pórticos planos equivalentes pode ser aplicado, segundo esta, quando os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais, como no presente caso, e com vãos pouco diferentes. No entanto, não são especificados valores para esta diferença. Cabe ao projetista definir o que são vãos pouco diferentes.

Dentre as alternativas apresentadas, conclui-se que, caso não haja empecilhos arquitetônicos para tal, o ideal seria o uso de capitéis, pois todas as verificações ficariam em conformidade com a norma. O aumento do f_{ck} de modo a evitar a punção sobre todos os pilares é inviável devido ao seu valor extremamente elevado, raramente atingido e certamente bastante caro. O aumento da espessura da laje é uma medida interessante quando usada laje nervurada, pois o peso desta é reduzido e o volume de concreto usado é inferior. No dado projeto a altura predefinida impede o uso desses encontros e a altura de 20

cm de laje maciça ainda não é suficiente para resistir aos esforços em todos os pilares. O uso de armadura de punção é bastante eficiente. Para seu uso é necessário recorrer à afirmação da norma que aumenta em 20% a resistência no contorno C sobre os pilares P10 e P19, pois somente aumenta a resistência no contorno C`.

Embora nessas condições o método de pórticos planos equivalentes da norma seja bastante coerente, uma verificação mais detalhada com método de elementos finitos seria recomendada para análise dos esforços e deslocamentos e melhor compreensão dos esforços, também nas regiões junto às bordas, em que características de lajes lisas e convencionais se misturam.

O assunto não visto durante a graduação é realmente bastante abrangente para ser passado em pouco tempo, por apresentar um modelo estrutural diferente dos métodos clássicos e as verificações à punção que incluem vários fatores que influenciam os equacionamentos. No entanto, embora a obtenção dos esforços seja bem mais complexa, a parte de dimensionamento é exatamente como a de lajes unidirecionais que se aprende na disciplina de Estruturas de Concreto Armado II. A obtenção das flechas também segue o que foi visto em concreto II e III.

Algumas dúvidas pendentes podem ser estudadas em trabalhos futuros, tais como às relacionadas à retangularidade de pilares na qual pode-se melhor estudar o coeficiente de

transmissão do momento por cisalhamento k . A aplicação de métodos computacionais é bastante interessante.

Por fim conclui-se que o trabalho apresentado foi uma maneira bastante eficaz de se aprender sobre o sistema estrutural de lajes lisas e seu dimensionamento. Desta forma foi obtido mais conhecimento e alguma confiança para atuar na área de estruturas no mercado de trabalho.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR6118: Projeto de Estruturas de Concreto Armado**. Rio de Janeiro, 2007.

CARVALHO, Clauderson Basileu. **Análise Crítica dos Critérios normativos de Dimensionamento à Punção em Lajes Lisas**. 2008. 129 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal De Minas Gerais - Escola de Engenharia, Belo Horizonte, 2008.

CHRISTCHURCH earthquake reconnaissance part 1: The first 3 days Disponível em: <<http://reidmiddleton.wordpress.com/2011/03/14/5/>>. Acesso em: 03 maio 2013.

CORDOVIL, Fábio Armando Botelho. **Lajes de Concreto Armado - Punção**. Florianópolis: Editora da UFSC, 1997.

ENGEL, Robyn H. et al. **Tropicana Casino Parking Garage**: Atlantic City, New Jersey - October 30, 2003. (Spring, 2010). Disponível em: <<https://failures.wikispaces.com/Tropacana+Casino+Parking+Garage>>. Acesso em: 03 maio 2013.

FERREIRA, Maurício de Pina. **Punção em Lajes de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados**. 2010. 299 f. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil) - Curso de Engenharia Civil e Ambiental, Faculdade de Tecnologia - Universidade de Brasília, Brasília, 2010.

INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO. **Comentários Técnicos e Exemplos de Aplicação da NB-1. NBR 6118:2003 - Projeto de estruturas de concreto – procedimento**. São Paulo: IBRACON, 2006.

LABANOWSKI JR., André. **Dimensionamento de um Piso de Edifício em Laje Cogumelo**. 2003. 61f. Trabalho de Conclusão

de Curso – Departamento de Engenharia Civil - Universidade Federal de Santa Catarina, 2003.

LIMA, Juliana Soares. **Verificações da Punção e da Estabilidade Global em Edifícios de Concreto: Desenvolvimento e Aplicação de Recomendações Normativas.** 2001. 249 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

MACGREGOR, J. G. **Reinforced Concrete – mechanics & design.** 2nd edition. Prentice Hall, 1991.

MELGES, José Luiz Pinheiro. **Análise Experimental da Punção em lajes de Concreto Armado e Protendido.** 2001. 414 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

MELGES, José Luiz Pinheiro. **Punção em Lajes: Exemplos de Cálculo e Análise Teórico-Experimental.** 1995. 252 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995.

PINTO, Roberto Caldas de Andrade. **Punção Assimétrica em Lajes.** 1993. 145 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1993.

PUEL, André. **Modelagem de Lajes Planas Simétricas e Assimétricas em Concreto Armado – Análise Integrada Laje x Pilar.** 2009. 163 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal De Santa Catarina, Florianópolis, 2009.

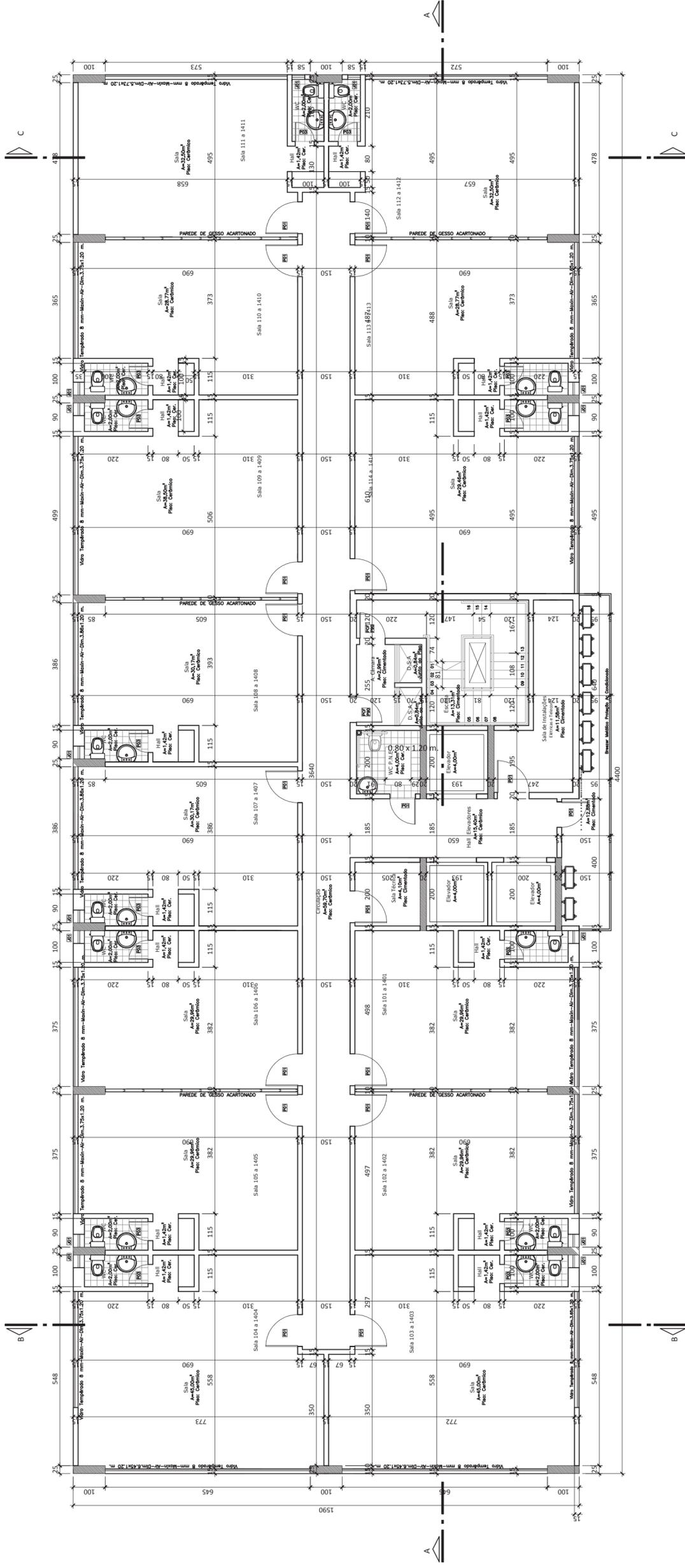
RABELLO, Fernando Toppan. **Análise Comparativa de Normas para Punção em Lajes de Concreto Armado.** 2010. 250 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

SOUZA, Shirley do Socorro Melo de. **Análise Experimental de Lajes Lisas Nervuradas de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento**. 2007. 182 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

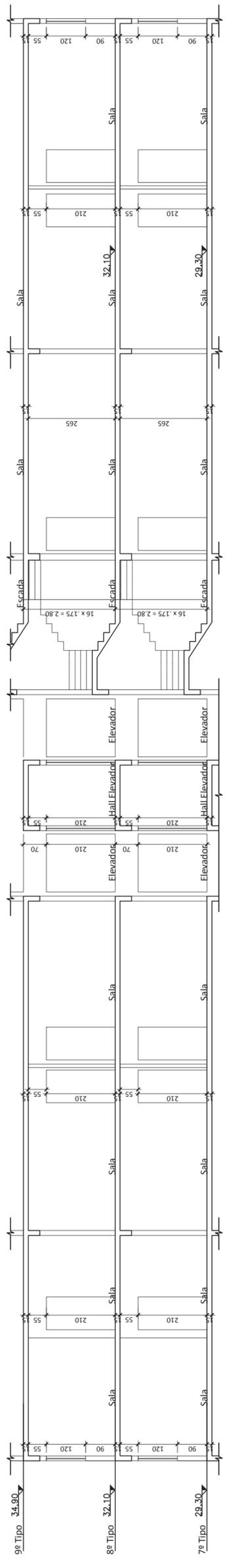
TRAUTWEIN, Leandro Moura. **Punção em Lages Cogumelo de Concreto Armado: Análise Experimental e Numérica**. 2006. 329 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

VANDERBILT, M. D. and CORLEY W.G. **Frame Analysis of Concrete Buildings**. 1983. Concrete International, American Concrete Institute 33-43.

ANEXO 1 – Arquitetura



Planta Baixa - Pavimento Tipo(x14)
 Escala 1:75
 Área Total = a=697,91m²



Corte AA (parcial)
 Escala 1:75

Esquadrias

Desig.	Dimensões Larg. x Altura	Quant.	Tipo / Material
J01	0,40 x 0,75	12	De Abrir / Alumínio C/Venez.
P01	0,90 x 2,10	14	De Abrir / Madeira
P02	0,80 x 2,10	02	De Abrir / Madeira
P03	0,60 x 2,10	16	De Abrir / Madeira
Pcf	0,90 x 2,10	02	De Abrir / Metálica
P90			

Tipo do Projeto: **Arquitetônico**

Nome/Endereço: **Comercial Becker**

Rua Bocaaiuva - Centro - Florianópolis - Santa Catarina

Descrição da Folha: **Planta Baixa Pav. Tipo(x14) e Corte AA(parcial)**

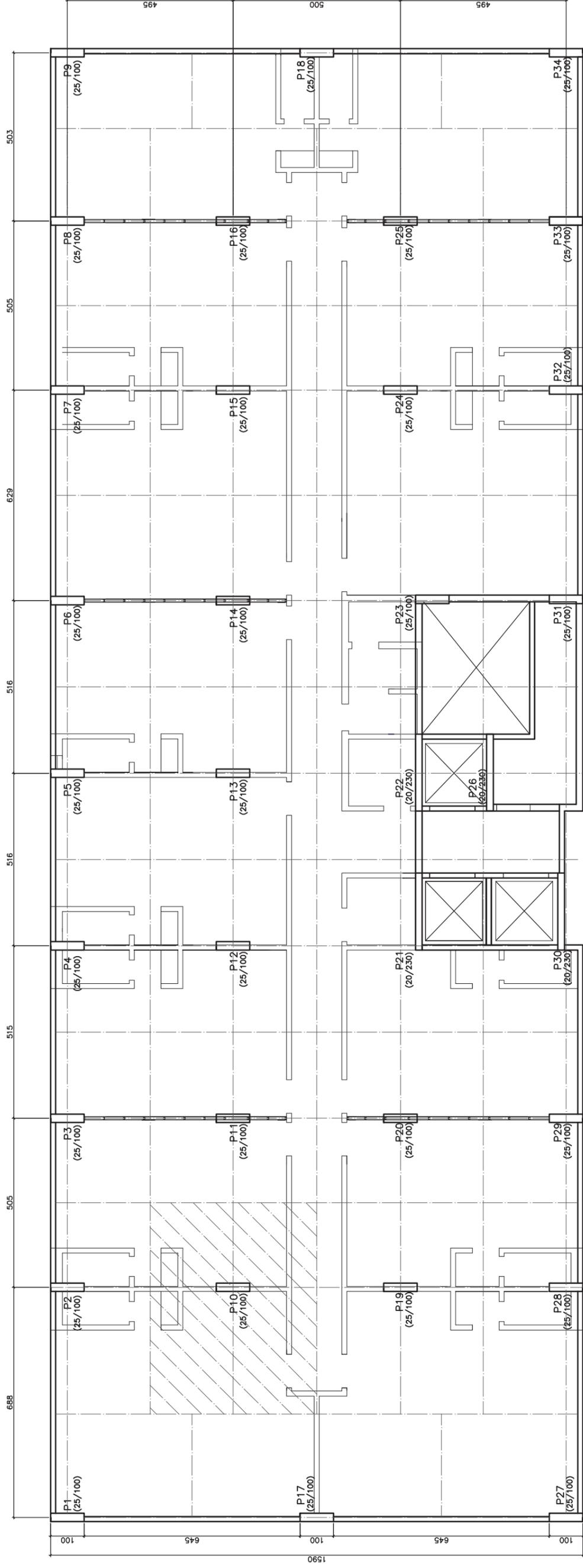
Responsável técnico:

Eng. Sabrina Kalise Heinen
 CREA: _____

Becker Construção Civil Ltda.

Desenho: **MA** Data: **03/04/2013** No. projeto: **00** Folha: **09/14** Revisão: **00**

APÊNDICE 1 – Pré-formas e Áreas de Influência



Arquitetura – Pré-formas – Áreas de influência
Escala 1:125

Tipo do Projeto:

Estrutural

Nome/Endereço:

Comercial Becker

Rua Bocaiuva - Centro - Florianópolis - Santa Catarina

Descrição da Folha:

Pré-formas

Responsável técnico:

Eng. Sabrina Kalise Heinen
CREA: _____

Becker Construção Civil Ltda.

Desenho: **SH**

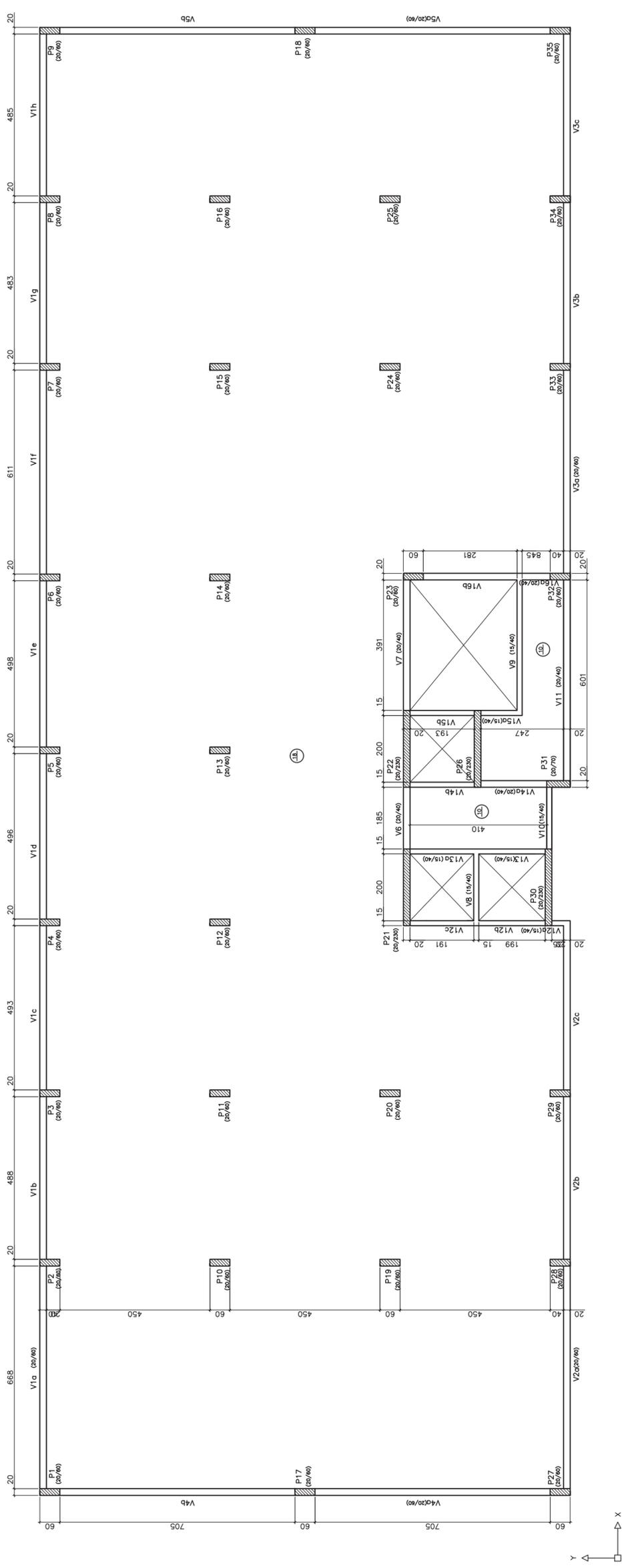
Data: **NOV/2013**

No. projeto: **00**

Folha: **01/01**

Revisão: **00**

APÊNDICE 2 – Formas



FORMAS - PAVIMENTOS TIPO 11_A_14
escala 1:100

Tipo do Projeto:

Estrutural

Nome/Endereço:

Comercial Becker

Rua Bocaiuva - Centro - Florianópolis - Santa Catarina

Descrição da Folha:

Formas tipo 11 a 14

Responsável técnico:

Eng. Sabrina Kalise Heinen

CREA: _____

Becker Construção Civil Ltda.

Desenho: SH

Data: NOV/2013

No. projeto: 01

Folha: 01/01

Revisão: 00

APÊNDICE 3 – Armadura da laje

APÊNDICE 4 – Verificações

Tabela 8 - Verificações de Punção - Tensões solicitantes e resistentes

dados do pilar				Gerais				dados em x								
pilar	Fsd (kN)	Mx (kNcm)	My (kNcm)	fck (Mpa)	d (cm)	u (cm)	u` (cm)	dx (cm)	C1 (cm)	C2 (cm)	C1/C2	k	Woxp (cm ²)	Wxp (cm ²)	Asx (cm ²)	Px
P10	461,5	20330	1020	30	15	296,3	484,77	15,7	20	60	0,33	0,4	1400,0	10485,0	20,0	0,0127
P11	326	1500	820	30	15,25	160	351,64	15,875	20	60	0,33	0,4	1400,0	10697,4	6,8	0,0043
P12	402,65	910	1020	30	15,25	160	351,64	15,875	20	60	0,33	0,4	1400,0	10697,4	8,2	0,0052
P13	401,55	1170	1020	30	15,25	160	351,64	15,875	20	60	0,33	0,4	1400,0	10697,4	8,2	0,0052
P14	354,05	6040	820	30	15,25	160	351,64	15,875	20	60	0,33	0,4	1400,0	10697,4	10,3	0,0065
P15	418,1	7540	1020	30	15,25	160	351,64	15,875	20	60	0,33	0,4	1400,0	10697,4	12,3	0,0077
P16	344,05	4940	820	30	15,25	160	351,64	15,875	20	60	0,33	0,4	1400,0	10697,4	10,3	0,0065
P19	461,5	20330	1020	30	15	160	348,5	15,7	20	60	0,33	0,4	1400,0	10485,0	20,0	0,0127
P20	326	1500	820	30	15,25	160	351,64	15,875	20	60	0,33	0,4	1400,0	10697,4	6,8	0,0043
P24	418,1	7540	1020	30	15,25	160	351,64	15,875	20	60	0,33	0,4	1400,0	10697,4	12,3	0,0077
P25	344,05	4940	820	30	15,25	160	351,64	15,875	20	60	0,33	0,4	1400,0	10697,4	10,3	0,0065

dados em y									tensões solicitantes		tensões resistentes		Verificações		
dy (cm)	C1 (cm)	C2 (cm)	C1/C2	k	Woyp (cm ²)	Wyp (cm ²)	Asy (cm ²)	Py	ρ	tsd0 (kN/cm ²)	tsd (kN/cm ²)	trd2 (kN/cm ²)	trd1 (kN/cm ²)		
14,275	60	20	3	0,8	3000,0	13454,9	9,5	0,0066	0,0092	0,509	0,119	0,509	0,0846	X	X
14,625	60	20	3	0,8	3000,0	13690,1	7,2	0,0049	0,0046	0,176	0,068	0,509	0,0670	OK	X
14,625	60	20	3	0,8	3000,0	13690,1	9,5	0,0065	0,0058	0,200	0,081	0,509	0,0722	OK	X
14,625	60	20	3	0,8	3000,0	13690,1	9,5	0,0065	0,0058	0,204	0,082	0,509	0,0722	OK	X
14,625	60	20	3	0,8	3000,0	13690,1	7,2	0,0049	0,0057	0,273	0,084	0,509	0,0716	OK	X
14,625	60	20	3	0,8	3000,0	13690,1	9,5	0,0065	0,0071	0,330	0,100	0,509	0,0772	OK	X
14,625	60	20	3	0,8	3000,0	13690,1	7,2	0,0049	0,0057	0,248	0,079	0,509	0,0716	OK	X
14,275	60	20	3	0,8	3000,0	13454,9	9,5	0,0066	0,0092	0,598	0,144	0,509	0,0846	X	X
14,625	60	20	3	0,8	3000,0	13690,1	7,2	0,0049	0,0046	0,176	0,068	0,509	0,0670	OK	X
14,625	60	20	3	0,8	3000,0	13690,1	9,5	0,0065	0,0071	0,330	0,100	0,509	0,0772	OK	X
14,625	60	20	3	0,8	3000,0	13690,1	7,2	0,0049	0,0057	0,248	0,079	0,509	0,0716	OK	X

Tabela 2 - Armadura de punção

pilar	Fsd (kN)	Mx (kNcm)	My (kNcm)	d (cm)	C1 (cm)	C2 (cm)	kx	ky	τ_{rd1} (kN/cm ²)	As/sr (cm ² /cm)	Sr (cm)	As (cm ²)	Pinos	usar	linhas	Dist. do pilar	u ^{``} (cm)	Wxp ^{``} (cm ²)	Wyp ^{``} (cm ²)	τ_{sd} ^{``} (kN/cm ²)	Ver.
P10	461,5	20330	1020	15	20	60	0,4	0,8	0,0846	0,660	10	6,60	21,16	22	4	67	581,0	31606	36265	0,072	OK
P11	326	1500	820	15,25	20	60	0,4	0,8	0,0670	0,136	10	1,36	4,36	8	3	57,5	438,5	25138	29363	0,052	OK
P12	402,65	910	1020	15,25	20	60	0,4	0,8	0,0722	0,217	10	2,17	6,95	8	3	57,5	438,5	25138	29363	0,063	OK
P13	401,55	1170	1020	15,25	20	60	0,4	0,8	0,0722	0,221	10	2,21	7,07	8	3	57,5	438,5	25138	29363	0,063	OK
P14	354,05	6040	820	15,25	20	60	0,4	0,8	0,0716	0,244	10	2,44	7,81	8	3	57,5	521,3	25138	29363	0,052	OK
P15	418,1	7540	1020	15,25	20	60	0,4	0,8	0,0772	0,346	10	3,46	11,08	12	3	57,5	521,3	25138	29363	0,062	OK
P16	344,05	4940	820	15,25	20	60	0,4	0,8	0,0716	0,205	10	2,05	6,57	8	3	57,5	438,5	25138	29363	0,058	OK
P19	461,5	20330	1020	15	20	60	0,4	0,8	0,0846	0,660	10	6,60	21,16	22	4	67	581,0	31606	36265	0,072	OK
P20	326	1500	820	15,25	20	60	0,4	0,8	0,0670	0,136	10	1,36	4,36	8	3	57,5	438,5	25138	29363	0,052	OK
P24	418,1	7540	1020	15,25	20	60	0,4	0,8	0,0772	0,346	10	3,46	11,08	12	3	57,5	521,3	25138	29363	0,062	OK
P25	344,05	4940	820	15,25	20	60	0,4	0,8	0,0707	0,211	10	2,11	6,77	8	3	57,5	438,5	25138	29363	0,058	OK

Tabela 3 - Capitel - Tensões em C₁

dados do pilar				Laje			Capitel							Solicitantes		resistentes		verificações	
pilar	Fsd (kN)	Mx (kNcm)	My (kNcm)	Asx (cm ²)	Asy (cm ²)	ρ	dc	da	u ¹	Pc	Wp ^{1x}	Wp ^{1y}	λc	τsd ₀ (kN/cm ²)	τsdC ₁ (kN/cm ²)	τrd ₂ (kN/cm ²)	τrd ₁ (kN/cm ²)		
P10	461,5	20330	1020	20,00	9,46	0,0092	25	22,5	474,2	0,0055	20542	24425	70	0,359	0,0623	0,5091	0,0713	OK	OK
P11	326	1500	820	6,83	7,24	0,0046	25	15,25	477,3	0,0028	20542	24425	50	0,1074	0,0488	0,5091	0,0670	OK	OK
P12	402,65	910	1020	8,20	9,46	0,0058	25	15,25	477,3	0,0035	20542	24425	50	0,1219	0,0590	0,5091	0,0722	OK	OK
P13	401,55	1170	1020	8,20	9,46	0,0058	25	15,25	477,3	0,0035	20542	24425	50	0,1246	0,0592	0,5091	0,0722	OK	OK
P14	354,05	6040	820	10,25	7,24	0,0057	25	15,25	477,3	0,0034	20542	24425	50	0,1663	0,0584	0,5091	0,0716	OK	OK
P15	418,1	7540	1020	11,18	9,46	0,0071	25	15,25	477,3	0,0043	20542	24425	50	0,2016	0,0696	0,5091	0,0772	OK	OK
P16	344,05	4940	820	9,46	7,24	0,0057	25	15,25	477,3	0,0034	20542	24425	50	0,1512	0,0556	0,5091	0,0716	OK	OK
P19	461,5	20330	1020	20,00	9,46	0,0092	25	22,5	474,2	0,0055	20542	24425	70	0,3586	0,0623	0,5091	0,0713	OK	OK
P20	326	1500	820	6,83	7,24	0,0046	25	15,25	477,3	0,0028	20542	24425	50	0,1074	0,0488	0,5091	0,0670	OK	OK
P24	418,1	7540	1020	11,18	9,46	0,0068	25	15,25	477,3	0,0041	20542	24425	50	0,2016	0,0696	0,5091	0,0760	OK	OK
P25	344,05	4940	820	9,46	7,24	0,0054	25	15,25	477,3	0,0033	20542	24425	50	0,1512	0,0556	0,5091	0,0707	OK	OK

Tabela 4 - Verificação em C₂

pilares	Distância (cm)	u ² (cm)	Wp ^{2x} (cm ²)	Wp ^{2y} (cm ²)	τsdC ₂ (kN/cm ²)	τrd1 (kN/cm ²)	Verificação
P10/P19	95	757	54869	60807	0,0514	0,0846	OK

APÊNDICE 5 – Armadura de Cisalhamento e Colapso
Progressivo

APÊNDICE 6 – Formas com Capitéis

