#### UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE AUTOMAÇÃO E SISTEMAS

Job Angel Ledezma Pérez

### CONTROLE ROBUSTO DE FORÇA EM ATUADORES HIDRÁULICOS APLICANDO A TEORIA DE REALIMENTAÇÃO QUANTITATIVA

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas Automação e da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas. Orientador: Prof. Dr. Eng. Victor Juliano De Negri Coorientador: Prof. Dr. Edson De Pieri

Florianópolis – SC 2012 Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Ledezma, Job Angel Controle robusto de força em atuadores hidráulicos aplicando a Teoria de Realimentação Quantitativa [dissertação] / Job Angel Ledezma ; orientador, Victor Juliano De Negri ; co-orientador, Edson Roberto De Pieri. -Florianópolis, SC, 2012. 205 p. ; 21cm Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas. Inclui referências 1. Engenharia de Automação e Sistemas. 2. Controle de força hidráulica. 3. Controle robusto. 4. Teoria de Realimentação Quantitativa. 5. Templates. I. De Negri, Victor Juliano. II. De Pieri, Edson Roberto. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-

Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas. IV. Título.

Job Angel Ledezma Pérez

### CONTROLE ROBUSTO DE FORÇA EM ATUADORES HIDRÁULICOS APLICANDO A TEORIA DE REALIMENTAÇÃO QUANTITATIVA

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de "Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas", e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas.

Florianópolis, 26 de Outubro de 2012.

Prof. Jomi Fred Hübner, Dr. Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas (PPGEAS)

**Banca Examinadora:** 

Prof. Victor Juliano De Negri, Dr. Eng. - Orientador PRESIDENTE

Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr. - Coorientador

Prof. Eugênio de Bona Castelan Neto, Dr.

Prof. Ubirajara Franco Moreno, Dr.

Prof. Henrique Simas, Dr. Eng.

A minha família e aos meus amigos.

#### AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família pelo apoio e o carinho sempre constante.

Ao CNPq pela bolsa de estudos outorgada a minha pessoa, sem a qual não seria possível realizar o mestrado.

Aos meus amigos do LTIC (DAS) e do LASHIP (EMC) cuja força e ajuda me serviram para continuar sempre para frente. Os belos momentos de alegria e desespero compartilhados sempre ficarão nas minhas lembranças e no meu coração. Agradeço grandemente a Aline, Marina, Marcio, Paulo, Luciano, Lie, Vitor, Thiago, Vanderlei, Flesch, Cristiano, Facundo, Yesid, Matheus, Pablo, Rafael, Rodrigo e muitos mais, pelo acolhimento e pela excelente parceria.

E aos meus orientadores Victor De Negri e Edson De Pieri, pela especial paciência e apoio que tiveram com meu trabalho, assim como também pela amizade e acolhimento da qual fui parte.

Um agradecimento especial a Rodrigo Goytia, Luciano Endler e Cristiano Locatelli, cuja grande amizade, os vários conselhos e contribuções na leitura do texto foram de muita valia.

"A lição mais importante que se pode aprender quando se vence é que se pode"

Dave Weinbaum

#### RESUMO

Neste trabalho apresenta-se um estudo técnico-teórico relativo ao controle de forca em atuadores hidráulicos. Consideram-se dois casos principais de aplicação: o controle de força sobre meios estáticos e o controle de força sobre meios dinâmicos. O objetivo geral do trabalho é de projetar um controlador que seja capaz de controlar a força aplicada sobre um meio específico. Algumas pesquisas propõem a inclusão de um acoplamento flexível entre o atuador e o meio com o intuito de isolar as dinâmicas de ambos e obter, assim, uma saída de força mais estável e robusta. Para conseguir tal complacência com elementos unicamente hidráulicos, propõe-se a diminuição do módulo de compressibilidade efetivo do fluido hidráulico através da utilização de mangueiras de alta expansão volumétrica ou de acumuladores a fim de reproduzir o mesmo efeito elástico obtido com molas mecânicas. Em vista de não ter-se encontrado referências bibliográficas específicas que auxiliem na seleção de tais acoplamentos para a realização do controle de força, o presente trabalho estabelece as metodologias para o cálculo e seleção dos mesmos. Os resultados conseguidos em simulação mostram as vantagens e a aplicabilidade de tais procedimentos. Comparativamente, o controle de força é mais complexo do que o controle de posição, devido ao último ser independente da dinâmica do meio, fato que não acontece no caso da forca. Dada a complexidade do controle de forca, diferentes técnicas que propõem soluções factíveis, são encontradas na literatura. A diferença entre elas baseia-se na complexidade teórica e na aplicabilidade prática que possuem. Uma técnica de controle eficiente é aquela simples de ser desenvolvida e que produza as respostas esperadas. Para o caso da presente dissertação, optou-se pela técnica fundamentada na Teoria de Realimentação Quantitativa (Quantitative Feedback Theory – QFT). Esta técnica apresenta algumas vantagens em relação a outras. O fato de trabalhar no domínio da frequência possibilita ao projetista realizar uma análise mais ampla do problema, propondo soluções simples e eficazes. A inclusão das incertezas paramétricas dentro da análise quantitativa em frequência permite desenvolver controladores robustos, com ganhos fixos e de baixa ordem; as quais, por sua vez, conseguem atender as especificações de desempenho e robustez.

Palavras-chave: Teoria de Realimentação Quantitativa (QFT), controle robusto, *loop shaping, templates*, controle de força hidráulica.

#### RESUMEN

En este trabajo se presenta un estudio técnico-teórico relativo al control de fuerza en actuadores hidráulicos. Se consideran dos casos principales de aplicación: control de fuerza sobre medios estáticos y control de fuerza sobre medios dinámicos. El objetivo general del trabajo es el de proyectar un controlador que sea capaz de controlar la fuerza aplicada sobre un medio específico. Algunas investigaciones proponen la inclusión de un acoplamiento flexible entre el actuador y el medio con el objetivo de aislar las dinámicas de ambos y así obtener una salida de fuerza más estable y robusta. Para conseguir tal complacencia con elementos únicamente hidráulicos, se propone la disminución del módulo de compresibilidad efectivo del fluido hidráulico a través del uso de mangueras de alta expansión volumétrica o de acumuladores a fin de reproducir el mismo efecto elástico obtenido con resortes mecánicos. Dado que no fueron encontradas referencias bibliográficas específicas que ayuden en la selección de tales acoplamientos para la realización del control de fuerza, el presente trabajo establece las metodologías para el cálculo y selección de los mismos. Los resultados conseguidos en simulación muestran las ventajas y la aplicabilidad de tales procedimientos. Comparativamente, el control de fuerza es más complejo que el control de posición, debido a que este último es independiente de la dinámica del medio, hecho que no acontece en el caso de la fuerza. Dada la complejidad del control de fuerza, varias técnicas que proponen soluciones factibles, son encontradas en la literatura. La diferencia entre ellas se basa en la complejidad teórica y en la aplicabilidad práctica que poseen. Una técnica de control eficiente es aquella simple de ser desarrollada y que produzca las respuestas esperadas. Para el caso de la presente disertación, se optó por la técnica fundamentada en la Teoría de Realimentación Cuantitativa (Quantitative Feedback Theory - QFT). Esta técnica presenta algunas ventajas en relación a otras. El hecho de trabajar en el dominio de la freqüencia posibilita al proyectista realizar un análisis más amplio del problema, proponiendo soluciones simples y eficaces. La inclusión de las incertezas paramétricas dentro del análisis cuantitativo frequencial permite desenvolver controladores robustos, con ganancias fijas y de baja orden; las cuales, por su vez, consiguen atender las especificaciones de desempeño y robustez.

Palabras-clave: Teoría de Realimentación Cuantitativa (QFT), control robusto, *loop shaping, templates*, control de fuerza hidráulica.

#### ABSTRACT

This master thesis presents a technical and theoretical study on force control in hydraulic actuators. Two main cases of application are considered: force control of control static environments and force control of dynamic environments. The aim of this work is to design a controller that is capable of controlling the force applied to a specific environment. Some researches advise the inclusion of a flexible coupling between the actuator and the environment in order to isolate both dynamic and thus obtain a more stable and robust force output. To achieve such compliance with only hydraulic elements, this work proposes the reduction of the effective bulk modulus of the hydraulic fluid using high volumetric expansion houses or accumulators in order to reproduce the same elastic effect obtainable with mechanical springs. Since not bibliographical references were found to assist in the selection of such couplings for the force control, this work provides the methodologies for the calculation and selection of them. The results achieved in simulation show the advantages and applicability of these procedures. Comparatively, the force control is more complex than the position control, because the latter is independent of the dynamics of the environment, which was not the case of the force. Due to the complexity of the force control, various techniques proposing feasible solutions are found in the literature. The difference between them is based on theoretical complexity and their practical applicability. An efficient control technique is the one that can be developed more easily and produce the expected answers. In the case of this dissertation, the technique based on Quantitative Feedback Theory (QFT) was selected. This technique has some advantages over others. Since it works in the frequency domain, allows the designer to make a broader analysis of the problem and propose simple and effective solution. The inclusion of parametric uncertainties in the quantitative frequency analysis allows to develop robust controllers with fixed gain and low-order, which, in turn, can meet the performance specifications and robustness.

**Keywords**: Quantitative Feedback Theory (QFT), robust control, loop shaping, templates, hydraulic force control.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Modelo linear em malha aberta do sistema hidráulico.	34
Figura 2.1 – Sistema canônico de dois graus de liberdade (2-GDL).	43
Figura 2.2 – Resposta ao degrau unitário de um sistema de segunda ordem.	49
Figura 2.3 – Limites de desempenho no domínio do tempo.	51
Figura 2.4 – Limites de desempenho no domínio da frequência.	53
Figura 2.5 – Abertura dos limites de desempenho no domínio do frequência.	54
Figura 2.6 – Exemplo de um template a uma frequência de 10 rad/s.	56
Figura 2.7 – Templates da planta de exemplo a distintas frequências.	56
Figura 2.8 – Templates da planta a várias frequências, representado	por
contornos.	58
Figura 2.9 - Relação entre o pico de sobressinal em frequência e o diagram	a de
Nichols.	61
Figura 2.10 – Exemplo do gráfico de um contorno de estabilidade absoluta.	62
Figura 2.11 - Exemplo do contorno de rejeição às perturbações na saída	a da
planta em baixa frequência.	65
Figura 2.12 - Exemplo do contorno de rejeição às perturbações na saída	a da
planta em média frequência.	65
Figura 2.13 - Exemplo dos contornos de rejeição às perturbações na saída	a da
planta em alta frequência.	66
Figura 2.14 – Exemplo do gráfico de contornos à trajetória de referência.	68
Figura 2.15 – Exemplo da união dos contornos.	69
Figura 2.16 – Exemplo da interseção dos contornos.	69
Figura 2.17 – Exemplo da síntese da curva da função $L(j\omega)$ .	70
Figura 2.18 – Exemplo gráfico da saída do sistema sem a ação do pré-filtro.	72
Figura 2.19 – Exemplo gráfico da saída do sistema com a ação do pré-filtro.	73
Figura 2.20 – Metodologia da Teoria de Realimentação Quantitativa.	75
Figura 3.1 - Circuito hidráulico-pneumático para testes de controle de força.	77
Figura 3.2 – Servoválvula hidráulica do tipo bocal-defletor.	78
Figura 3.3 – Detalhe dos ressaltos e pórticos do carretel.	79
Figura 3.4 – Tipos de centro da válvula.	79
Figura 3.5 – Curvas de vazão vs. deslocamento do carretel da válvula.	80
Figura 3.6 – Carretel de uma servoválvula de quatro vias.	82
Figura 3.7 – Detalhe das vazões no cilindro hidráulico.	87
Figura 3.8 – Forças atuantes no cilindro hidráulico	89
Figura 3.9 – Representação gráfica do modelo de atrito viscoso variável	90
Figura 3.10 - Representação do meio como um sistema mecânico equivale	ente.
	91
Figura 3.11 – Interação dinâmica entre o sistema hidráulico e o meio	92
Figura 3.12 – Gráfico da percentagem de vazão vs. tensão aplicada forne	cida
nos catálogos de fabricante	97
Figura 3.13 – Area relativa em função à tensão aplicada	97
Figura 3.14 – Detalhe do carretel de uma válvula proporcional pneumática	98
Figura 3.15 – Vazões mássicas no cilindro pneumático.	100

Figura 3.16 – Forças atuantes no cilindro pneumático	101
Figura 4.1 – Aplicação de força sobre uma meio estático.	103
Figura 4.2 – Lugar das raízes da planta nominal.	104
Figura 4.3 - Comparação da resposta de saída com e sem o efeito da açã	io da
válvula que interliga as câmaras.	105
Figura 4.4 – Adição do acoplamento flexível ao circuito de força.	108
Figura 4.5 – Lugar das raízes da planta nominal em função de $K_{eq}$ .	109
Figura 4.6 – Ampliação da zona "A" do LR da Figura 4.5.	109
Figura 4.7 - Gráficos logarítmicos do deslocamento da haste vs. a rig	gidez
equivalente para distintas referências de força.	111
Figura 4.8 – Possíveis disposições das molas.	113
Figura 4.9 – Equivalente hidráulico da mola mecânica.	114
Figura 4.10 – Rigidez hidráulica vs. posição da haste do cilindro simétrico.	115
Figura 4.11 – Detalhe construtivo das mangueiras hidráulicas.	118
Figura 4.12 – Nomograma de seleção de mangueiras hidráulicas.	121
Figura 4.13 – Expansão volumétrica da mangueira vs. pressão de operação.	122
Figura 5.1 – Especificações da resposta de saída no domínio do tempo.	126
Figura 5.2 – Especificações da resposta de saída no domínio da frequência.	127
Figura 5.3 – Conjunto de templates da planta calculados desde $\omega = 0.01$	rad/s
até $\omega = 100$ rad/s.	131
Figura 5.4 – Template da planta com $\omega = 0.01$ rad/s e $\omega = 0.05$ rad/s.	132
Figura 5.5 – Template da planta com $\omega = 0.1$ rad/s e $\omega = 0.5$ rad/s.	132
Figura 5.6 – Template da planta com $\omega = 1$ rad/s e $\omega = 5$ rad/s.	133
Figura 5.7 – Template da planta com $\omega = 10$ rad/s e $\omega = 50$ rad/s.	133
Figura 5.8 – Template da planta com $\omega = 70$ rad/s e $\omega = 100$ rad/s.	134
Figura 5.9 – Função de transmissão da planta nominal ( $L_n(j\omega)$ ) dentro da	área
total de incerteza	134
Figura 5 10 – Contornos de estabilidade robusto	136
Figura 5.11 – Tipos de resposta desejada perante uma entrada de perturbaçã	io na
saída	137
Figura 5.12 – Contornos de rejeição às perturbações na saída da planta	138
Figura 5.12 – Contornos de reguimento à trajetória	139
Figura 5.14 – União dos contornos de estabilidade, rejeição às perturbaçã	jes e
seguimento a trajetória.	140
Figura 5.15 - Interseção dos contornos e posição inicial da função	o de
transmissão da planta nominal.	140
Figura 5.16 – Loop shaping do controlador.	142
Figura 5.17 – Comportamento da planta sem a ação do pré-filtro.	143
Figura 5.18 – Comportamento da planta com o pré-filtro.	144
Figura 5.19 – Análise da estabilidade robusta do sistema.	145
Figura 5.20 - Análise de rejeição às perturbações externas na saída da pla	anta.
	146
Figura 5.21 – Análise do seguimento de trajetória.	146

Figura 5.22 - Referência do tipo degrau de 1000 N com perturbação de trem	de
pulsos de 500 N e 1 s de ciclo de trabalho.	147
Figura 5.23 – Âmpliação da região "B" demarcada na Figura 5.22.	148
Figura 5.24 - Resposta de saída do sistema ante uma entrada de referên	icia
senoidal: a) com ação do pré-filtro e b) sem ação do pré-fil	tro.
	149
Figura 5.25 - Resposta a uma referência do tipo degrau de 5000 N c	om
perturbação senoidal de 1000 N atuando a uma frequência d	e 5
rad/s.	150
Figura 5.26 - Referência de trem de pulsos de 5000 N com perturbação	do
mesmo tipo de 500 N e 1 s de ciclo de trabalho.	151
Figura 5.27 - Referência de trajetória de força com perturbação senoidal	de
1000 N atuando a uma frequência de 5 rad/s.	152
Figura 5.28 - Resultados comparativos entre as saídas de força utilizando	0 0
controlador QFT e o controlador PID.	155
Figura 5.29 - Resultados das saídas de força aplicando os controladores QF	Тe
PID e utilizando os valores limites mínimos e máximos da ca	ada
uma das incerteza paramétricas.	156
Figura 5.28 – Respostas de saída de força hidráulica e de servoposicioname	nto
pneumático mantendo o controlador de força do caso estáti	ico.
1	159
Figura 5.29 – Sistema de coordenadas de posição para ambos os sistemas.	160
Figura 5.30 – Esquema de compensação de perturbações.	161
Figura 5.31 - Respostas de saída incluindo o compensador de perturbações. 1	162
Figura 5.32 – Tipos de acumuladores hidráulicos com gás.	165
Figura 5.33 – Detalhe das vazões incluindo os acumuladores.	167
Figura 5.34 - Respostas de saída de força hidráulica e de servoposicioname	nto
pneumático utilizando acumuladores.	169
Figura 5.35 – Circuito hidráulico modificado incluindo acumuladores.	170
Figura A.1 – Diagrama de blocos do sistema hidráulico geral.	195
Figura A.2 – Detalhe do bloco principal do sistema hidráulico.	196
Figura A.3 – Detalhe do subsistema hidráulico da Figura A.2.	197
Figura A.4 – Detalhe do subsistema mecânico da Figura A.2.	198
Figura A.5 – Diagrama de blocos do sistema pneumático geral.	199
Figura A.6 – Detalhe do bloco principal do sistema pneumático.	200
Figura A.7 - Detalhe do bloco relacionado à equação da vazão da Figura A	<b>1</b> .6.
2	201
Figura A.8 - Detalhe do bloco relacionado à equação do movimento da Fig	ura
A.6.	202

# LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Molas selecionadas para o acoplamento flexível.	112
Tabela 4.2: Comprimento de mangueira necessário segundo o tipo de b	itola. 122
Tabela 5.1: Parâmetros incertos da planta	128
Tabela 5.2: Incertezas paramétricas do sistema de controle de força	130
Tabela 5.3: Comparativa de desempenho na saída de força contr	olada do
sistema de acordo ao tipo de acoplamento utilizado	154
Tabela 5.4: Comparativa de desempenho na saída de força para os cont	roladores
QFT e PID	154
Tabela 5.5: Comparativa de desempenho na saída de força para os cont	roladores
QFT e PID quando existem variações paramétricas na pla	nta 157
Tabela C.1: Dados técnicos dos componentes pertencentes ao sistema l	nidráulico
e pneumático.	203

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EV	Expansão volumétrica
FTMA	Função de transferência em malha aberta
FTMF	Função de transferência em malha fechada
LASHIP	Laboratório de Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos
MF	Margem de fase
MG	Margem de ganho
РО	Máxima porcentagem do sobressinal
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina

# LISTA DE SÍMBOLOS

# Alfabeto grego

$\alpha_p$	Tolerância de saída desejada ante uma perturbação de entrada	[-]
β	Módulo de compressibilidade	[N/m <sup>2</sup> ]
$eta_0$	Módulo de compressibilidade do fluido hidráulico	$[N/m^2]$
$\beta_C$	Módulo de compressibilidade do contentor de fluido hidráulico	$[N/m^2]$
$eta_e$	Módulo de compressibilidade efetivo do fluido hidráulico	$[N/m^2]$
$\beta_G$	Módulo de compressibilidade do gás	$[N/m^2]$
$eta_{man}$	Módulo de compressibilidade da mangueira hidráulica	$[N/m^2]$
$\delta_{\rm l}(\omega)$	Restrição de estabilidade robusta do sistema	[dB]
$\delta_2(\omega)$	Restrição sobre a magnitude da função de sensibilidade do sistema	[dB]
$\delta_3(\omega)$	Restrição sobre a rejeição na entrada da planta	[dB]
$\delta_4(\omega)$	Restrição sobre a magnitude do esforço de controle	[dB]
$\delta_{5inf}(\omega)$	Limite inferior de seguimento de trajetória	[dB]
$\delta_{5sup}(\omega)$	Limite superior de seguimento de trajetória	[dB]
$\delta_r(\omega_1)$	Diferença entre o limite superior e inferior a uma determinada frequência $\omega_i$	[dB]
$\delta_{hf}$	Diferença entre o limite superior e inferior em alta frequência	[dB]
ξ	Coeficiente de amortecimento do sistema	[-]
ξн	Coeficiente de amortecimento da válvula hidráulica	[-]
ξe	Coeficiente de amortecimento do meio	[-]
$\phi$	Ângulo de fase	[rad]
Φ	Conjunto de fase utilizada para o cálculo das restrições	[rad]

γ	Relação dos calores específicos do gás	[-]
λ	Parâmetro de ajuste do filtro compensador	[-]
ρ	Massa específica do óleo hidráulico	$[Kg/m^3]$
$ ho_0$	Massa específica do ar nas condições de referência ambiente	[Kg/m <sup>3</sup> ]
ω	Frequência de trabalho	[rad/s]
$\omega_{cf}$	Frequência de corte do contorno superior	[rad/s]
$\omega_h$	Frequência que define o limite superior do conjunto de frequências de análise	[rad/s]
$\mathcal{O}_n$	Frequência natural do sistema	[rad/s]
$\omega_{ne}$	Frequência natural do meio	[rad/s]
$\mathcal{O}_{nH}$	Frequência natural da válvula hidráulica	[rad/s]
$\varOmega$	Banda de frequências de operação	[rad/s]
τ	Constante de tempo	[s]

### Alfabeto latino

a	Razão de pressão pneumática entre $p_2$ e $p_1$	[Pa]
$A_A^H$	Área do êmbolo na câmara A do cilindro hidráulico	[m <sup>2</sup> ]
$A_A^P$	Área do êmbolo na câmara A do cilindro pneumático	[m <sup>2</sup> ]
$A_B^H$	Área do êmbolo na câmara $B$ do cilindro hidráulico	$[m^2]$
$A_B^P$	Área do êmbolo na câmara <i>B</i> do cilindro pneumático	$[m^2]$
$A_{u}^{H}$	Área útil do êmbolo do cilindro hidráulico	[m <sup>2</sup> ]
$A_u^P$	Área útil do êmbolo do cilindro pneumático	[m <sup>2</sup> ]
$A_{re}$	Área relativa da válvula pneumática	[m <sup>2</sup> ]
b	Razão crítica de pressão entre as pressões a jusante e a montante.	[-]
B <sub>e</sub>	Coeficiente de atrito viscoso constante do meio	[N·s/m]

С	Condutância sônica	$[m^3/(s \cdot Pa)]$
$C_{Acc}$	Capacitância hidráulica do acumulador	[m <sup>5</sup> /N]
$C_H$	Capacitância hidráulica	[m <sup>5</sup> /N]
Cd	Coeficiente de descarga da válvula hidráulica	[-]
$C_{il}$	Coeficiente de interligação entre as câmaras do cilindro hidráulico	$[m^3/(s\cdot Pa)]$
d	Diâmetro nominal da mangueira hidráulica	[pol]
$D_0$	Valor do degrau de perturbação	[-]
$D_e^H$	Diâmetro do êmbolo do cilindro hidráulico	[m]
$D_e^P$	Diâmetro do êmbolo do cilindro pneumático	[m]
$D_h^H$	Diâmetro da haste do cilindro hidráulico	[m]
$D_h^P$	Diâmetro da haste do cilindro pneumático	[m]
$D_{man}^{H}$	Diâmetro da mangueira hidráulica	[m]
$D_{man}^P$	Diâmetro da mangueira pneumática	[m]
$D_{tub}$	Diâmetro do tubo hidráulico	[m]
$f_v^H$	Coeficiente de atrito viscoso variável hidráulico	[Ns/m]
$f_{v \min}^{H}$	Coeficiente de atrito mínimo hidráulico	[Ns/m]
$f_{v \max}^{H}$	Coeficiente de atrito máximo hidráulico	[Ns/m]
$f_v^P$	Coeficiente de atrito viscoso variável	[Ns/m]
$F_{at}^{H}$	Forças de atrito atuantes no cilindro hidráulico	[N]
$F_{at}^{P}$	Forças de atrito atuantes no cilindro pneumático	[N]
$F_e$	Força externa	[N]
$F_H$	Força hidráulica	[N]
Κ	Ganho estático do sistema	[-]
$Kc_0$	Coeficiente de vazão-pressão	$[m^3/(s\cdot Pa)]$
K <sub>e</sub>	Rigidez do meio	[N/m]

$K_{eq}$	Rigidez equivalente	[N/m]
$K_H$	Rigidez hidráulica	[N/m]
$K_P$	Rigidez pneumática	[N/m]
$K_{PP}$	Ganho proporcional	[-]
$K_S$	Rigidez do sensor de força	[N/m]
$Kq_{U_0}$	Ganho de vazão por tensão	$[m^{3}/(s \cdot V)]$
$K_U$	Constante de proporcionalidade da válvula pneumática	[1/V]
Kv	Coeficiente de vazão total da válvula hidráulica	$\left[\frac{m^3}{s\sqrt{Pa}}\right]$
<i>Kv</i> <sub>p</sub>	Coeficiente de vazão parcial da válvula hidráulica	$\left[\frac{m^3}{s\sqrt{Pa}}\right]$
Kv <sub>in p</sub>	Coeficiente de vazamento interno parcial da válvula hidráulica	$\left[\frac{m^3}{s\sqrt{Pa}}\right]$
$L^{H}$	Curso total da haste do cilindro hidráulico	[m]
$L^{P}$	Curso total da haste do cilindro pneumático	[m]
$L_{man}^{H}$	Comprimento da mangueira hidráulica	[m]
$L_{man}^P$	Comprimento da mangueira pneumática	[m]
L <sub>tub</sub>	Comprimento do tubo hidráulico	[m]
$M_e$	Massa do meio	[Kg]
$M_t^H$	Massa total a ser deslocada pelo cilindro hidráulico	[Kg]
$M_t^P$	Massa total a ser deslocada pelo cilindro pneumático	[Kg]
$M_m$	Magnitude de pico máximo em frequência	[dB]
n	Coeficiente politrópico	[-]
$p_0$	Pressão de pré-carga do gás interno do acumulador hidráulico	[Pa]
$p_1$	Pressão pneumática absoluta à montante	[Pa]
$p_2$	Pressão pneumática absoluta à jusante	[Pa]

$p_A^H$	Pressão na câmara A do cilindro hidráulico	[Pa]
$p_A^P$	Pressão absoluta na câmara A do cilindro pneumático	[Pa]
$p_{atm}$	Pressão atmosférica absoluta	[Pa]
$p_B^H$	Pressão na câmara B do cilindro hidráulico	[Pa]
$p_B^P$	Pressão absoluta na câmara <i>B</i> do cilindro pneumático	[Pa]
$p_C^H$	Pressão de carga hidráulica	[Pa]
$p_S^H$	Pressão de suprimento hidráulico	[Pa]
$p_S^P$	Pressão absoluta de suprimento de ar	[Pa]
$p_T^H$	Pressão da linha de retorno ao reservatório hidráulico	[Pa]
qm	Vazão mássica	[Kg/s]
$qm_A$	Vazão mássica da câmara A do cilindro pneumático	[Kg/s]
$qm_B$	Vazão mássica da câmara <i>B</i> do cilindro pneumático	[Kg/s]
$qv_A$	Vazão de entrada à câmara A	[m <sup>3</sup> /s]
$qv_{Acc}$	Vazão de entrada ao acumulador	[m <sup>3</sup> /s]
$qv_B$	Vazão de saída da câmara <i>B</i>	[m <sup>3</sup> /s]
$qv_C$	Vazão de carga	[m <sup>3</sup> /s]
$qv_{il}$	Vazão externa de interligação entre as câmaras do cilindro hidráulico	[m <sup>3</sup> /s]
$qv_{in}$	Vazamento interno entre as câmaras do cilindro hidráulico	[m <sup>3</sup> /s]
$qv_{in p}$	Vazamento interno na válvula hidráulica	[m <sup>3</sup> /s]
$qv_n$	Vazão nominal da válvula	$[m^3/s]$
Q	Vazão que atravessa a mangueira hidráulica	[gpm]
$t_p$	Tempo do pico máximo	[s]
$t_s$	Tempo de assentamento	[s]
$t_x$	Tempo de assentamento da resposta ante uma perturbação	[s]

$T_{\theta}$	Temperatura do ar nas condições de referência ambiente	[K]
$T_I$	Temperatura do ar à montante	[K]
$T_A$	Temperatura absoluta na câmara A do cilindro pneumático	[K]
$T_B$	Temperatura absoluta na câmara <i>B</i> do cilindro pneumático	[K]
$U^{H}$	Tensão de controle aplicada à válvula	[V]
$U_n^H$	Tensão nominal de controle da válvula hidráulica	[V]
$U^P$	Tensão de controle aplicada à válvula	[V]
$V_{0 \text{ Acc}}$	Volume do acumulador hidráulico	[m <sup>3</sup> ]
V <sub>fps</sub>	Velocidade do óleo	[pé/s]
$V_G$	Volume interno do gás do acumulador	[m <sup>3</sup> ]
$V^{\!H}$	Volume incerto das câmaras do cilindro hidráulico	[m <sup>3</sup> ]
$V_A^H$	Volume da câmara A do cilindro hidráulico	$[m^3]$
$V^H_{A0}$	Volume morto associado à câmara <i>A</i> do cilindro hidráulico	[m <sup>3</sup> ]
$V^P_{A0}$	Volume morto ligado à câmara <i>A</i> do cilindro pneumático	[m <sup>3</sup> ]
$V_B^H$	Volume da câmara <i>B</i> do cilindro hidráulico	$[m^3]$
$V_{B0}^H$	Volume morto associado à câmara <i>B</i> do cilindro hidráulico	[m <sup>3</sup> ]
$V_{B0}^{P}$	Volume morto ligado à câmara <i>B</i> do cilindro pneumático	[m <sup>3</sup> ]
$V_{man}^{H}$	Volume da mangueira hidráulica	[m <sup>3</sup> ]
$x^{AH}$	Deslocamento da haste do cilindro hidráulico	[m]
$x^{AP}$	Deslocamento da haste do cilindro pneumático	[m]
$x^E$	Posição do meio	[m]
W	Largura do pórtico da válvula hidráulica	[m]
R	Constante universal dos gases	$[J/(Kg \cdot K)]$

# SUMÁRIO

A	GRA	DEC	IMENTOS	7
RI	ESUI	ЮN		9
RI	ESUI	MEN		11
A	BSTI	RAC	<u>Γ</u>	13
	STA	DE	FIGURAS	15
LI TI	51А ста	DE	IABELAS Addeviatudas e sicu as	19 21
LI	51А STA	DE	ADREVIA I URAS E SIGLAS SÍMBOLOS	21 23
SU	JMÁ	RIO		<u>29</u>
1	INT	ROI	DUÇÃO	33
	1.1	MO	ΓΙVΑÇÃO E JUSTIFICATIVAS	33
	1.2	OBJ	ETIVOS	38
	1	.2.1	Objetivo Geral	38
	1	.2.2	Objetivos Específicos	38
	1.3	ORC	GANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	39
2	FUN	NDA]	MENTOS DA TÉCNICA DE CONTROLE ROBUST	ГО
	QF	Г — ат		41
	2.1	EST	ADO DA ARTE DA TECNICA QFT	41
	2.2	PRI	NCÍPIOS BÁSICOS DA TEORIA DE REALIMENTAÇA	ÃO
		QUA	ANTITATIVA (QFT)	42
	2.3	DES	CRIÇÃO DA APLICAÇÃO DA TÉCNICA EM SISTEM	AS
		LIN	EARES DE FASE MÍNIMA	48
	2	2.3.1	Conversão dos requisitos entre o domínio do tempo e	da
			frequência.	49
	2	2.3.2	Obtenção dos templates da planta	54
	2	2.3.3	Elaboração dos contornos de desempenho e robustez	no
			Diagrama de Nichols	59
		2.3 2.3	<ul><li>3.3.1 Contorno de estabilidade absoluta</li><li>3.3.2 Contornos de rejeição às perturbações</li></ul>	60 63
	2	2.3 2 <b>.3.4</b>	3.3.3 Contorno de Seguimento de trajetória de referência Síntese da função de transmissão	66 <b>68</b>
	2	2.3.5	Obtenção da função do controlador	71
	2	2.3.6	Síntese da função do pré-filtro	72

	2.3.7 Avaliação do projeto através de simulação					
	2.3.8 Avaliação experimental	74				
	2.4 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	74				
3	MODELAGEMMATEMÁTICADOSISTEMACONTROLE DE FORÇA3.1MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA HIDRÁULICO	DE 77 78				
	3.1.1 Válvula de controle contínuo hidráulico	78				
	<ul> <li>3.1.1.1 Equação do movimento do carretel da válvula hidráulica</li> <li>3.1.1.2 Equação da vazão de controle da válvula hidráulica</li> <li>3.1.1.3 Modelo linearizado da válvula hidráulica</li> <li>3.1.2 Cilindro hidráulico</li> </ul>	a 80 81 85 <b>86</b>				
	<ul> <li>3.1.2.1 Equação da continuidade do cilindro hidráulico</li> <li>3.1.2.2 Equação do movimento da haste do cilindro hidráulico</li> <li>3.1.3 Modelagem matemática do meio</li> </ul>	86 88 <b>91</b>				
	3.1.4 Relação entre a força de saída e a entrada de controle.	92				
	3.2 MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA PNEUMÁTICO	94				
	3.2.1 Válvula proporcional pneumática	95				
	<ul><li>3.2.1.1 Equação da vazão de controle da válvula pneumática</li><li>3.2.2 Cilindro pneumático</li></ul>	95 <b>99</b>				
	<ul> <li>3.2.2.1 Equação da continuidade em cilindros pneumáticos</li> <li>3.2.2.2 Equação do movimento em cilindros pneumáticos</li> <li>3.3 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO</li> </ul>	99 101 102				
4	<b>ANÁLISE E SELEÇÃO DO ACOPLAMENTO FLÉXÍVEL</b> 4.1 DETERMINAÇÃO DO ACOPLAMENTO MECÂNICO	<b>103</b> 106				
	4.2 DETERMINAÇÃO DO ACOPLAMENTO EQUIVALEM	VTE				
	HIDRÁULICO	113				
	4.3 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO.	123				
5	APLICAÇÃO DA TÉCNICA QFT NO CONTROLE FORÇA HIDRAÚLICO 5.1 PROJETO DO CONTROLADOR DE FORÇA APLICADA SOF	<b>DE</b> 125 BRE				
	UM MEIO ESTÁTICO.	125				
	5.1.1 Conversão dos requisitos entre o domínio do tempo e	da				
	frequência.	125				
	5.1.2 Obtenção dos templates da planta	127				

	5.1.3	Derivação dos co	ontornos	de de	semp	enho	e r	obust	ez no	
		Diagrama de Nicho	ols						135	
	5.1 5.1 5.1 <b>5.1.4</b>	<ul> <li>.3.1 Contorno de er</li> <li>.3.2 Contorno de re</li> <li>.3.3 Contorno de se</li> <li>Síntese da função d</li> </ul>	stabilidad ejeição às eguimento <b>le transm</b>	e absolu perturb de traj <b>issão</b>	uta ações etória	i na sa 1	ída		135 136 138 <b>139</b>	
	<ul><li>5.1.5 Derivação da função do controlador</li><li>5.1.6 Síntese da função do pré-filtro</li></ul>							142		
									143	
	5.1.7 Avaliação do projeto através de simulação.							144		
	5.1.8	Desempenho da	técnica	QFT	em	comp	para	ção a	a um	
		controlador PID							154	
	5.2 PRC	JETO DO CONTRO	OLADOR	DE FO	DRÇA	A APL	ICA	DA S	OBRE	
	UM	MEIO DINÂMICO.							158	
	5.2.1	Inclusão de um co	mpensado	or de p	ertur	baçõe	s no	contr	ole de	
		força							160	
	5.2.2	Análise e seleção	de acum	ulador	es pa	ira co	ntro	le de	força	
		dinâmica							163	
	5.3 CON	CLUSÕES DO CAI	PITULO						171	
6	CONCL 6.1 DIR	J <b>SÕES</b> ETRIZES PARA TR	ABALHC	S FUT	URO	S			<b>173</b> 175	
RI Al Al Al	EFERÊN PÊNDICE PÊNDICE PÊNDICE	CIAS BIBLIOGR A – CÓDIGO DI B – DIAGRAMA C – DADOS TÉO	ÁFICAS E PROG A DE BLA CNICOS	RAMA OCOS	AÇÃ	0			177 189 195 203	

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVAS

Os sistemas hidráulicos são importantes para várias aplicações dentro da indústria por serem capazes de gerar grandes forças de carga, terem respostas rápidas, alta rigidez, elevada relação potência/peso e por manterem sua capacidade de carga indefinidamente, algo que normalmente provocaria a geração de calor excessivo em componentes elétricos (MERRIT, 1967; LISINGEN, 2008). No entanto, sua principal desvantagem é que apresentam várias não linearidades e muitas variações paramétricas, que dificultam seu controle (DE NEGRI, 2001).

Em um sistema hidráulico busca-se controlar as variáveis de saída mecânica: força e/ou posição, através da manipulação das variáveis hidráulicas: vazão e pressão. Para realizar essa tarefa, os atuadores hidráulicos podem ser controlados por uma bomba ou por uma válvula (LEWIS e STERN, 1962; MERRIT, 1967; WALTERS, 1991).

Devido à sua capacidade de resposta rápida, os sistemas controlados por válvula são os preferidos na maioria das aplicações apesar da sua menor eficiência energética que alcança um valor teórico máximo de 67%. Em aplicações de baixa potência o uso de sistemas controlados por válvula é quase universal. Porém, nas aplicações que requerem alta potência, onde geralmente não se precisa de respostas rápidas, preferem-se os sistemas controlados por bomba, que têm uma eficiência operacional máxima teórica de 100% (MERRIT, 1967; DE NEGRI, 2001).

O problema de controle de força é significativamente mais difícil do que o problema de controle de posição, tornando complicada sua implementação na prática. O sucesso no controle de posição em atuadores hidráulicos deve-se principalmente a este sistema ser totalmente independente do meio, sendo possível conseguir respostas com bom desempenho e robustez: teoricamente, sem restrições na largura de banda<sup>1</sup>; na prática, com restrições no tempo de resposta. Este fato não ocorre no controle de força, apesar da analogia existente entre ambos os sistemas de controle.

A teoria do controle de força hidráulica baseia-se nos estudos realizados, inicialmente, na área de manipuladores robóticos. Diversas estratégias de controle de força em manipuladores robóticos foram

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> A largura de banda representa a faixa de frequências na qual o sistema consegue transmitir o sinal de entrada à saída do mesmo.

analisadas por Whitney (1985). Em Neville Hogan (1985) apresenta-se um estudo sobre o controle de força por impedância para manipuladores robóticos, descrevendo as características de admitância e impedância que existe entre o meio e o manipulador. Explicitam-se as relações dinâmicas existentes devido à interação mecânica entre os sistemas e ressalta-se a importância da análise conjunta do manipulador e do meio.

Em Townsend e Salisbury (1987) apresenta-se um estudo sobre a influência do atrito de Coulomb e o atrito estático sobre o controle de força num manipulador robótico. Os efeitos sobre a estabilidade do sistema de controle de força produzidos pela interação existente entre o manipulador robótico e o meio são analisados em Eppinger e Seering (1987). Constata-se a importância da posição do sensor e do atuador, além da dinâmica do meio, as quais modificam a dinâmica total do sistema. Todos estes conceitos são levados em consideração, também, no caso de sistemas hidráulicos.

Em Dyke, *et.al.* (1995), apresenta-se um enfoque geral do estudo do controle de interação estrutural (CSI – *Control-Structure Interaction*). Analisam-se os efeitos de forças sísmicas simuladas que atuam sobre uma estrutura mecânica de teste, tentando mitigá-los utilizando um atuador hidráulico. Ressalta-se a existência de uma realimentação natural da velocidade (Figura 1.1), devido à interligação rígida existente entre o cilindro e a estrutura. Alleyne e Liu (1999) chegaram à mesma conclusão que Dyke, *et.al.* (1995). A análise realizada pelos autores levou em consideração um servoatuador hidráulico acoplado diretamente a um meio representado por uma dinâmica de segunda ordem.



Figura 1.1 – Modelo linear em malha aberta do sistema hidráulico. Fonte: Adaptado de Alleyne e Liu (1999).

Como consequência da realimentação natural de velocidade, os pólos da estrutura aparecem como zeros na função de transferência em malha fechada. Estes zeros resultantes poderiam ser pouco amortecidos, ou inclusive de fase não mínima se a dinâmica do meio for instável. Dado que tais zeros não podem ser movimentados com ajuda da realimentação, um algoritmo simples de controle levaria o sistema em malha fechada a ter uma largura de banda limitada.

No mesmo período, técnicas de controle não linear e robusto são testadas a fim de controlar a força aplicada por um atuador hidráulico (XU, HOLLERBACH e MA, 1995; LAVAL, M'SIRDI e CADIOU, 1996). Em Wu, Sepehri e Ziaei (1998) desenvolve-se um sistema de controle de força hidráulica usando um algoritmo de controle preditivo generalizado (GPC). As experiências realizadas mostraram o bom desempenho servo-regulatório do controlador, tanto para mudanças de referência grandes e pequenas. Demonstrou-se, também, a boa adaptabilidade da técnica apesar da presença de várias não linearidades procedentes, principalmente, da válvula hidráulica proporcional. Em Sohl e Bobrow (1999) propõe-se um projeto de controle, baseado no critério de estabilidade de Lyapunov, que garante a estabilidade exponencial para o caso de seguimento de trajetória de força (*tracking*).

Em Niksefat e Sepehri (1999) apresenta-se a aplicação da versão não linear da Teoria da Realimentação Quantitativa (QFT) sobre um sistema de atuação hidráulica composta de uma servoválvula, um atuador e uma mola como representação da rigidez do meio. A técnica é utilizada para o desenvolvimento de um controlador de baixa ordem, de ganhos fixos e que, além disso, seja insensível às variações paramétricas do sistema e as perturbações externas. Os resultados experimentais demonstraram a robustez do controlador frente a variações na rigidez do meio, na pressão de alimentação e na força de referência. A versão linear da mesma técnica é publicada pelos mesmos autores dois anos depois. O modelo não linear do sistema é linearizado em torno do ponto central de operação da válvula. Os resultados obtidos apresentaram, também, um bom desempenho e robustez (NIKSEFAT e SEPEHRI, 2001).

Em Jerouane, Sepehri e Lamnabhi-Lagarrigue (2004) é proposto um controlador de força de estrutura variável baseado na técnica de modos deslizantes. O controle proposto apresentou comportamento robusto frente a incertezas paramétricas do sistema assim como também frente a variações no meio, obtendo-se boas respostas em termos de desempenho, estabilidade e robustez.

Com o decorrer do tempo, novas técnicas de controle começam a surgir e, as já conhecidas, começam a ser melhoradas ou combinadas. Na literatura técnico-científica, podem se encontrar combinações das técnicas lineares mais conhecidas (AHN, TRUONG, *et al.*, 2008; PAN, SHI e ZHU, 2010), ou a versão não linear das mesmas (YANG, XU e SUN, 2008); assim como aplicações de técnicas não lineares (SERRANO, 2007; NAKKARAT e KUNTANAPREEDA, 2009) e robustos (AHN, TRUONG, *et al.*, 2008).

Na área da biomecânica e da robótica encontram-se, também, avanços importantes em relação ao controle de força. A maioria baseiase no modelo fisiológico do músculo humano, procurando-se um controle de força semelhante ao mesmo, onde a rigidez do músculo muda a fim de obter uma força desejada (TEE, BURDET, *et al.*, 2004; TEE, YAN e LI, 2010). Este conceito de mudança na rigidez do atuador, decorrente dos estudos de controle de força por impedância, é aplicado, também, em novas pesquisas de materiais compostos. Um deles é conhecido como Composto Matricial Fluídico Flexível (*Fluidic Flexible Matrix Composite*  $F^2MC$ ) (PHILEN, 2011). Esses compostos matriciais são formados por micro-tubos de carbono flexíveis cheios de fluido hidráulico e controlados por micro-servoválvulas, que regulam a rigidez de cada tubo. Os resultados para seguimento de trajetória mostraram-se bastante promissores e apresentaram bom desempenho nos testes realizados.

As principais aplicações dos sistemas de controle de força hidráulicas são: simuladores de cargas estruturais anti-sísmicas (DYKE, SPENCER, *et al.*, 1995; SHIELD, FRENCH e TIMM, 2001), bancadas de teste de componentes mecânicos (SERRANO, 2007), simuladores para veículos da Fórmula 1 (PLUMER, 2007; LAMMING, PLUMMER e HILLIS, 2010), maquinaria pesada e agrícola (NGUYEN, HA, *et al.*, 2000), suspensões automotivas (MIAOMIAO, HONG e YANFENG, 2007), entre outras.

Em geral, nas pesquisas relacionadas ao tema, analisa-se o caso da aplicação de força sobre um meio estático e representa-se tal meio como sendo uma mola mecânica de rigidez constante ou variável, baseados no princípio do controle de força por impedância (HOGAN, 1985). O objetivo é a busca de uma representação simplificada da dinâmica do meio. No entanto, essa simplificação, muitas vezes, não leva em consideração os efeitos que se obtém como consequência da utilização da mola mecânica dentro do esquema de controle de força. Quando se assume um valor de rigidez da mola menor que os valores de rigidez dos outros componentes que atuam dentro do esquema a ser
analisado (cilindro, sensor de força, etc.), as respostas na saída de força ficam mais estáveis. Isto se deve ao fato de que a mola mecânica atua mais como um acoplamento flexível e não como uma parede rígida, incrementando a estabilidade do sistema.

São poucas as referências bibliográficas encontradas que analisam estes efeitos. Em Plummer (2007) e em Lamming, Plummer e Hillis (2010) destaca-se a importância do uso de um acoplamento flexível para garantir ao sistema hidráulico certo grau de isolamento com relação ao movimento da carga, ajudando a manter a estabilidade no controle de força aplicada. Conclui-se que o fato de precisar um acoplamento flexível deve-se que o uso deste componente limita a taxa de mudança de atuação de força aplicada ao meio. Não utilizar este acoplamento tornaria impossível a obtenção de um esquema de controle prático e robusto. Estas observações também são confirmadas em Sivaselvan *et. al.* (2008).

Tendo em vista as pesquisas e as aplicações encontradas na literatura relacionada ao tema, observa-se a necessidade de um acoplamento flexível entre o atuador e o meio.

A principal motivação para a realização deste trabalho é a busca de um substituto da mola mecânica, utilizada na maioria dos sistemas que visam controlar a força de iteração com o meio, por um equivalente baseado em componentes hidráulicos. Com isto, procura-se a alteração da rigidez do sistema hidráulico a fim de obter um comportamento mais elástico e similar ao efeito da mola mecânica. As vantagens desta substituição permitiriam uma ligação direta entre o atuador e o meio, facilitando sua montagem prática no uso industrial e garantindo um controle de força mais estável.é projetar um controlador de força robusto, baseado no uso de uma técnica de análise em frequência que cumpra com os requisitos de estabilidade e bom desempenho.

Com relação à técnica de controle a ser aplicada, escolheu-se a Teoria de Realimentação Quantitativa (QFT) como meio de obtenção do controlador pretendido, devido a esta apresentar algumas vantagens comparativas em relação a outras técnicas:

- esta teoria baseia-se num modelo de controle típico de dois graus de liberdade (2-GDL) que simplifica sua análise e compreensão;
- embora seja uma extensão das técnicas lineares de análise e projeto de controladores em frequência, ela também permite trabalhar com sistemas não lineares, sistemas monovariáveis (SISO), de múltiplas entradas e

uma saída (MISO), multivariáveis de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO), sistemas de parâmetros distribuídos ou concentrados, sistemas variantes no tempo e sistemas de fase não mínima;

 em comparação com as técnicas de controle moderno baseadas em espaços de estados, na técnica QFT são modelados explicitamente só os estados mensuráveis e os estados controlados, não sendo preciso o uso de observadores (HOROWITZ, 1988).

## 1.2 OBJETIVOS

# 1.2.1 Objetivo Geral

Realizar a síntese de um controlador de força robusto fundamentado na técnica QFT para ser aplicado em um sistema de emulação de carga hidráulica numa bancada de estudo de posicionadores pneumáticos tal que a rigidez de acoplamento entre ambos os sistemas baseia-se na modificação do módulo de compressibilidade efetivo do fluido associado às câmaras do cilindro hidráulico.

## 1.2.2 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos no presente trabalho têm-se:

- construir modelos matemáticos necessários para realizar a simulação do sistema hidráulico de controle de força e do sistema pneumático de posicionamento;
- propor uma modificação no circuito hidráulico de controle de força, inserindo componentes hidráulicos que modifiquem o módulo de compressibilidade efetivo do fluido associado às câmaras do cilindro;
- descrever a técnica de controle robusto QFT a ser utilizada no projeto, a partir das bases teóricas, dos princípios fundamentais e dos seus procedimentos de aplicação;
- realizar a síntese do pré-filtro e do controlador de força robusto do sistema hidráulico aplicando a técnica QFT;

 analisar o comportamento servo-regulatório do sistema incluindo perturbações externas, ruídos de medição e variações paramétricas.

# 1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

A organização da presente dissertação é a seguinte:

- no Capítulo 2 explica-se, em detalhe, a técnica da Teoria de Realimentação Quantitativa (QFT). Inicia-se com um breve estado da arte da técnica, introduzindo os fundamentos teóricos e, posteriormente, descrevendo os passos para a síntese do pré-filtro e do controlador necessários para os projetos de controle;
- no Capítulo 3 faz-se uma descrição da modelagem matemática do sistema hidráulico e, também, do sistema pneumático;
- no Capítulo 4 apresenta-se a análise e seleção dos acoplamentos flexíveis. Calculam-se e dimensionam-se tanto a mola mecânica como a mangueira hidráulica;
- no Capítulo 5 procede-se à aplicação da técnica QFT no projeto de controlador de força hidráulico. Projetam-se dois controladores para os dois casos de análise propostos na dissertação: controle de força sobre um meio estático e sobre um meio dinâmico. Propõem-se modificações na estrutura de controle para poder levar em conta as perturbações que agem sobre o sistema e analisa-se a inclusão de acumuladores como forma de obtenção de respostas dinâmicas mais estáveis;
- finalmente, no Capítulo 6 são apresentadas as conclusões e sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros.

# 2 FUNDAMENTOS DA TÉCNICA DE CONTROLE ROBUSTO QFT

Neste capítulo serão abordados os temas que se referem à fundamentação teórica da Teoria da Realimentação Quantitativa (QFT) e sua aplicação, passo a passo, nos sistemas dinâmicos de fase mínima. Será dada ênfase, na aplicação da técnica neste tipo de sistemas, devido à suposição de que o sistema hidráulico de controle de força irá a interagir com um meio estável.

## 2.1 ESTADO DA ARTE DA TÉCNICA QFT

A Teoria de Realimentação Quantitativa (QFT) é uma técnica de controle robusto que se caracteriza por dar ênfase à utilização da realimentação como meio para atender as especificações de comportamento desejado do sistema, mesmo na presença de incertezas no modelo da planta e de perturbações não medidas.

Em Horowitz (1959) associa-se a característica quantitativa à análise em frequência proposta por Bode (1945). Detalham-se e demonstram-se as vantagens do uso de uma estrutura de dois graus de liberdade (2-GDL) da Figura 2.1, para a maioria dos projetos de controle. Utiliza-se a função de transmissão<sup>2</sup> (L(s)), e não a função de sensibilidade<sup>3</sup> (S(s)), como a ferramenta básica para o projeto de controladores, demonstrado que a função de sensibilidade é insensível aos ruídos de medida do sensor e à largura de banda do sistema.

Em 1963, Horowitz aprofundou os conceitos apresentados anteriormente e os publicou no livro intitulado "Síntese de sistemas realimentados" (*Synthesis of Feedback Systems*). No entanto, a técnica de análise em frequência de forma quantitativa, conhecida como QFT, só se desenvolveu formalmente em 1971 (HOROWITZ e SIDI, 1971).

Esta técnica não foi muito difundida na época devido a uma certa preferência pela chamada Teoria de Controle Moderno que era baseada, principalmente, na representação por variáveis de estados. Dadas estas circunstâncias, as técnicas de síntese de controladores baseados na análise em frequência, incluída a técnica QFT, foram relegadas a formar parte das técnicas de controle clássico, assumindo-se que não dariam

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> A função de transmissão (L(s)) representa, usualmente, a função de transferência em malha aberta do sistema quando a realimentação é unitária (H(s) = 1).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> A função de sensibilidade (S(s)) é uma medida da sensibilidade que tem um sistema às variações dos seus parâmetros.

conta do controle de sistemas mais complexos (HOROWITZ, 1984; GARCÍA-SANZ e HOUPIS, 2007).

Só depois de muitos anos, a técnica QFT foi retomada graças ao interesse crescente nos controladores robustos. Foi então que se observaram as grandes vantagens do seu uso e o excelente desempenho em variados tipos de sistemas que incluem: os sistemas lineares, não lineares, monovariáveis (SISO), de múltiplas entradas e uma saída (MISO), multivariáveis de várias entradas e múltiplas saídas (MIMO), os sistemas de parâmetros concentrados e/ou distribuídos, os processos de fase mínima e não mínima, além dos sistemas com atraso de transporte, entre outros (HOROWITZ, 2001; GARCÍA-SANZ, 2005).

Para aprofundar ainda mais o conhecimento sobre a teoria da QFT, podem ser consultados vários textos e artigos publicados que se referem a esta técnica (HOROWITZ, 1976; BOSSERT, LAMONT, *et al.*, 1990; JAYASURIYA, NWOKAH e YANIV, 1991; HOUPIS e PACHTER, 1997; HOROWITZ, 2001; HOROWITZ e BAÑOS, 2001; HOUPIS, 2002; HOROWITZ, 2003; BAÑOS e HOROWITZ, 2004; BAÑOS, 2007), assim como os livros dedicados a seu estudo (HOUPIS e RASMUSSEN, 1999; YANIV, 1999; SIDI, 2001).

# 2.2 PRINCÍPIOS BÁSICOS DA TEORIA DE REALIMENTAÇÃO QUANTITATIVA (QFT)

A técnica QFT fundamenta-se na premissa de que a realimentação é necessária somente quando se tem uma planta com presença de incertezas no modelo e de ruídos de perturbação. Segundo Sidi (2001), ter uma planta "incerta" nem sempre implica que seja "desconhecida", podendo-se limitar as incertezas dos parâmetros do modelo da planta dentro de faixas de valores conhecidos. Decorre desse fato a denominação de "quantitativa", visto que tanto as incertezas do modelo e das perturbações como os requisitos de desempenho são gerenciados quantitativamente.

O sistema realimentado considerado na presente dissertação baseia-se no sistema canônico de 2 graus de liberdade (2-GDL), como pode ser observado na Figura 2.1.



Figura 2.1 – Sistema canônico de dois graus de liberdade (2-GDL). Fonte: Adaptado de García-Sanz (2005)

Nas Equações (2.1) à (2.3) são apresentadas as relações existentes entre as transformadas de Laplace dos sinais de saída do sistema y(t), de controle u(t) e de erro e(t), com respeito aos sinais de referência r(t), de perturbações  $d_1(t) e d_2(t)$ , e de ruído do sensor n(t). G(s), P(s), H(s), e F(s) representam as funções de transferência do controlador; da planta; do sensor e do pré-filtro, respectivamente (GARCÍA-SANZ, 2005).

$$Y = \frac{GP}{1 + GPH} FR + \frac{P}{1 + GPH} D_1 + \frac{1}{1 + GPH} D_2 - \frac{GPH}{1 + GPH} N$$
(2.1)

$$U = \frac{G}{1 + GPH} FR - \frac{GH}{1 + GPH} \left( N + PD_1 + D_2 \right)$$
(2.2)

$$E = \frac{1}{1 + GPH} FR + \frac{PH}{1 + GPH} D_1 - \frac{H}{1 + GPH} D_2 - \frac{H}{1 + GPH} N$$
(2.3)

Devido às faixas de incertezas paramétricas existentes em P(s), assume-se a existência de um conjunto de plantas  $\mathcal{P}$ , tal que qualquer planta P(s), cujos parâmetros variantes estejam dentro dessa faixa de valores, pertence a esse conjunto ( $P \in \mathcal{P}$ ).

Procura-se, através da aplicação da técnica QFT, a obtenção de respostas limitadas na saída que estejam dentro de uma faixa aceitável de valores apesar da planta ter variações paramétricas no seu modelo.

A partir das equações anteriores, define-se a função de transmissão L(s) como sendo:

$$L(s) = G(s)P(s)H(s)$$
(2.4)

A técnica QFT usa a função de transmissão L(s) com a finalidade de derivar a função de transferência do controlador G(s), dada uma planta P(s) e uma função de realimentação H(s). Como passo seguinte procura-se projetar o pré-filtro F(s) para o caso de sistemas que precisam de seguimento de trajetória.

Para a realização dessas tarefas, é necessário definir as especificações de desempenho e robustez desejados. As especificações de desempenho descrevem o comportamento esperado do sistema ante uma determinada entrada de referência, enquanto que as especificações de robustez descrevem o comportamento de rejeição que deve ter o sistema frente às variações paramétricas e às entradas de perturbação externa (YANG e LEVINE, 1999). Dado que a QFT trabalha no domínio frequencial, todas as especificações devem ser levadas a tal domínio.

As especificações podem ser realizadas em termos da limitação de magnitude das funções de transferência apresentadas nas Equações (2.1) à (2.3) em determinadas frequências. Podem-se estabelecer as seguintes especificações no domínio frequencial, assumindo uma realimentação unitária (H(s)=1) (YANIV, 1999; GARCÍA-SANZ, 2005):

*Estabilidade Robusta*: δ<sub>1</sub>(ω) define a restrição de estabilidade robusta do sistema e tem relação direta com a margem de ganho (MG) ou com a margem de fase (MF) do sistema (SIDI, 2001). Especifica o limite superior máximo da magnitude do sistema em malha fechada |T<sub>1</sub>(jω)|. Determina-se, também, a atenuação do esforço de controle devido à perturbação d<sub>1</sub>(t) na entrada da planta e a atenuação do ruído de medida n(t) do sensor. O conjunto Ω<sub>1</sub> explicita a banda de frequência onde será estabelecida a restrição δ<sub>1</sub>(ω).

$$\begin{aligned} \left|T_{1}(j\omega)\right| &= \left|\frac{Y(j\omega)}{R(j\omega)F(j\omega)}\right| = \left|\frac{U(j\omega)}{D_{1}(j\omega)}\right| = \left|\frac{Y(j\omega)}{N(j\omega)}\right| = \\ &= \left|\frac{P(j\omega)G(j\omega)}{1+P(j\omega)G(j\omega)}\right| = \left|\frac{L(j\omega)}{1+L(j\omega)}\right| \le \delta_{1}(\omega), \quad \omega \in \Omega_{1} \quad (2.5) \end{aligned}$$

• Sensibilidade:  $\delta_2(\omega)$  especifica a restrição sobre a magnitude da função de sensibilidade do sistema

 $|S(j\omega)| = \left|\frac{1}{1+L(j\omega)}\right|$ , e refere-se à capacidade do sistema

de rejeitar as perturbações externas na saída da planta e pode ser através de modelos de rejeição às perturbações (D'AZZO, HOUPIS e SHELDON, 2003). O conjunto  $\Omega_2$  indica a banda de frequência onde será estabelecida esta restrição.

$$\left|T_{2}(j\omega)\right| = \left|\frac{Y(j\omega)}{D_{2}(j\omega)}\right| = \left|\frac{1}{1 + L(j\omega)}\right| \le \delta_{2}(\omega), \quad \omega \in \Omega_{2} \quad (2.6)$$

*Rejeição às perturbações na entrada da planta:* especificada através de δ<sub>3</sub>(ω). O conjunto Ω<sub>3</sub> explicita a banda de frequência onde será aplicada esta restrição.

$$\left|T_{3}(j\omega)\right| = \left|\frac{Y(j\omega)}{D_{1}(j\omega)}\right| = \left|\frac{P(j\omega)}{1 + L(j\omega)}\right| \le \delta_{3}(\omega), \qquad \omega \in \Omega_{3} \quad (2.7)$$

*Esforço de controle*: δ<sub>4</sub>(ω) define-se como a restrição sobre a magnitude do esforço de controle com respeito às entradas de perturbação externa, do ruído do sensor e da entrada de referência filtrada. Esta restrição impõe um limite máximo no ganho do controlador, ajudando a impedir a saturação do sinal de controle. O conjunto Ω<sub>4</sub> define a banda de frequência onde será aplicada esta restrição.

$$\begin{split} \left|T_{4}(j\omega)\right| &= \left|\frac{U(j\omega)}{D_{2}(j\omega)}\right| = \left|\frac{U(j\omega)}{N(j\omega)}\right| = \left|\frac{U(j\omega)}{R(j\omega)F(j\omega)}\right| = \\ &= \left|\frac{G(j\omega)}{1 + P(j\omega)G(j\omega)}\right| = \left|\frac{G(j\omega)}{1 + L(j\omega)}\right| \le \delta_{4}(\omega), \quad \omega \in \Omega_{4} \quad (2.8) \end{split}$$

• Seguimento de trajetória (tracking):  $\delta_{\text{5inf}}(\omega)$  e  $\delta_{\text{5sup}}(\omega)$  definem-se como o limite inferior e superior, em magnitude, de seguimento de referência ou trajetória. Nas

seguintes subseções são definidos como os contornos  $B_L(\omega)$ e  $B_U(\omega)$ , respectivamente. Estabelecem duas curvas dentro do diagrama de magnitude de Bode, entre as quais, a saída do sistema consegue seguir uma referência de entrada segundo os requisitos de desempenho desejados. O conjunto  $\Omega_5$  mostra a banda de frequência onde serão estabelecidas estas restrições.

$$\delta_{5\inf}(\omega) \le |T_5(j\omega)| = \left| F(j\omega) \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| =$$
$$= \left| \frac{Y(j\omega)}{R(j\omega)} \right| \le \delta_{5\sup}(\omega), \quad \omega \in \Omega_5$$
(2.9)

As restrições  $\delta_1(\omega)$  à  $\delta_5(\omega)$ , selecionadas pelo projetista, podem ser apresentadas em forma de constante, assim como também em forma da magnitude de uma função de transferência ( $|\delta_k(j\omega)|$ ), onde "k" indica o número da restrição a ser utilizada segundo pode-se observar nas equações (2.5) à (2.9).

A diferença entre ambas as formas de especificar uma restrição deve-se a que com uma especificação constante procura-se manter a magnitude das funções  $|T_k(j\omega)|$  abaixo de um valor definido para toda a banda de frequência selecionada; no entanto, com uma representação em forma de função de transferência, tenta-se manter a magnitude das funções  $|T_k(j\omega)|$  abaixo das magnitudes de  $|\delta_k(j\omega)|$  variantes segundo a frequência às quais são calculadas. Este fato implica que é possível especificar restrições variáveis ao longo da banda de frequência selecionada.

A partir das Equações (2.25), (2.26) e (2.9) referentes às especificações  $\delta_2(\omega)$ ,  $\delta_3(\omega)$  e  $\delta_5(\omega)$ , observa-se que à medida que o ganho do controlador cresce, produz-se um decremento da sensibilidade da planta, o que ajuda na robustez do sistema. Adicionalmente, devido ao crescimento do ganho do controlador, a largura de banda também se incrementa e a estabilidade do sistema vê-se afetada pelo ruído do sensor de medida. As especificações  $\delta_1(\omega)$  e  $\delta_4(\omega)$ , limitam a largura de banda, restringindo o valor do ganho do controlador e a robustez. Isto ajuda a impedir que os ruídos do sensor afetem tanto a estabilidade do sistema como ao esforço de controle. Um bom projeto de controle

tentará alcançar os requisitos  $\delta_2(\omega)$ ,  $\delta_3(\omega)$  e  $\delta_5(\omega)$  sem limitar os requisitos  $\delta_1(\omega)$  e  $\delta_4(\omega)$ . Tem-se, portanto, um compromisso (*trade-off*) entre os dois grupos de requisitos (YANIV, 1999).

Outro compromisso importante a ser analisado com a técnica, refere-se à ordem do controlador e a robustez do sistema. Observa-se que controladores de baixa ordem conseguem ter larguras de banda maiores, o que possibilita ao sistema reagir mais rápido perante entradas de referência. No entanto, o controlador precisa de ganhos maiores para conseguir ser insensível às perturbações externas. Ao elevar o ganho do controlador, o sistema fica robusto em baixas frequências e tem uma largura de banda maior. Porém, esse incremento é prejudicial para a estabilidade do sistema em altas frequências, onde os efeitos do ruído do sensor se amplificam. Isto acontece porque nas frequências elevadas, o sistema é afetado, somente, pelo ganho do controlador (HOROWITZ, 1988; HOROWITZ, 2001). Este fato pode ser comprovado a partir da Equação (2.2), utilizando a função de transferência que relaciona a saída de controle (U(s)) com respeito à entrada do ruído de medição (N(s)) e assumindo uma realimentação unitária (H(s)=1), tem-se:

$$\frac{U(s)}{N(s)} = \frac{G(s)}{1 + L(s)}$$
(2.10)

Em baixas frequências verifica-se que |L(s)| = |G(s)P(s)| >> 1, então, a Equação (2.10) pode ser simplificada como sendo:

$$\frac{U(s)}{N(s)} = \frac{1}{P(s)} \tag{2.11}$$

tendo-se um amortecimento natural dos ruídos através da própria planta. No entanto, em altas frequências tem-se que  $|G(s)P(s)| \ll 1$ , logo:

$$\frac{U(s)}{N(s)} = G(s) \tag{2.12}$$

observando-se que os ruídos de medida são amplificados diretamente pelo ganho do controlador.

Em Horowitz (2001) e em Houpis e Rasmussen (1999) demonstra-se que a função de sensibilidade é insensível aos ruídos de alta frequência do sensor e à largura de banda, denominando este fato

como o "custo de realimentação". Este termo passou a ser muito utilizado, posteriormente, na literatura relacionada à técnica QFT.

Se a ordem do controlador for incrementada, minimizam-se os efeitos nocivos do ruído do sensor. Porém, ter controladores de ordem elevada incrementa o conservadorismo do sistema e isso pode tornar infactível sua aplicação na prática devido a problemas de hardware (HOUPIS e PACHTER, 1997; HOROWITZ, 2001). Tem-se, portanto, um compromisso entre projetar controladores de baixa ordem ou minimizar a largura de banda do mesmo.

# 2.3 DESCRIÇÃO DA APLICAÇÃO DA TÉCNICA EM SISTEMAS LINEARES DE FASE MÍNIMA

Segundo Houpis e Rasmussen (1999) e Sidi (2001), o problema a ser resolvido através da técnica QFT é projetar um controlador G(s) e um pré-filtro F(s) tal que o sistema em malha fechada seja estável e verifique todas as especificações de desempenho e robustez para cada planta P(s) pertencente ao conjunto de plantas  $\mathcal{P}$ .

Para conseguir tais objetivos, é apresentada a metodologia a seguir (SIDI, 2001; GARCÍA-SANZ, 2005):

- *Passo 1*: Conversão dos requisitos de desempenho e robustez do domínio do tempo ao domínio da frequência;
- *Passo 2*: Obtenção dos templates<sup>4</sup> da planta às diferentes frequências de interesse desejadas;
- *Passo 3*: Elaboração dos contornos de desempenho e robustez no diagrama de Nichols;
- *Passo 4*: Síntese da função de transmissão *L(s)*, no diagrama de Nichols, a fim de satisfazer os requisitos de desempenho e robustez;
- *Passo 5*: Obtenção da função do controlador G(s) a partir da função L(s) obtida no passo 4 e da função de transferência da planta nominal  $P_n(s)$ ;
- *Passo 6*: Síntese da função do pré-filtro F(s) para atingir o objetivo de seguimento de trajetória;

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Os templates representam, de forma gráfica, as regiões de incertezas da planta a frequências definidas no diagrama de Nichols.

- Passo 7: Avaliação do projeto via simulação no domínio da frequência e no domínio do tempo, e refino da solução se for preciso;
- Passo 8: Avaliação experimental do controlador.

A técnica permite voltar a qualquer um dos passos anteriores, para realizar as modificações que forem necessárias.

# 2.3.1 Conversão dos requisitos entre o domínio do tempo e da frequência.

As características de desempenho são especificadas, geralmente, em termos da resposta de um sistema de segunda ordem à entrada de um degrau unitário (Figura 2.2).



Figura 2.2 – Resposta ao degrau unitário de um sistema de segunda ordem. Fonte: Adaptado de Yang e Levine (1999).

A função de transferência de um sistema de segunda ordem tem a forma:

$$T_r(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$
(2.13)

onde:

$T_r(s)$	=	função de transferência de malha fechada
Κ	=	ganho estático;
ξ	=	coeficiente de amortecimento;
$\omega_n$	=	frequência natural do sistema [rad/s].

Para o caso de um sistema subamortecido  $(0 < \xi < 1)$  é necessário especificar o comportamento desejado do sistema em termos do tempo de subida  $(t_r)$ ; a máxima porcentagem de sobressinal (*PO*); o tempo de pico máximo  $(t_p)$ ; e o tempo de assentamento  $(t_s)$ . Para sistemas criticamente amortecidos  $(\xi=1)$  ou sobre-amortecidos  $(\xi>1)$ , são especificados somente o tempo de subida  $(t_r)$  e o de assentamento  $(t_s)$ . Na Figura 2.2, detalham-se as especificações de comportamento temporal a serem estabelecidas.

Como a técnica QFT trabalha no domínio da frequência, é necessário converter todos os requisitos do domínio do tempo para esse domínio. No entanto, não existindo relações matemáticas exatas e diretas para realizar tal conversão, na prática utilizam-se relações empíricas que dão resultados próximos do real. Tais relações são facilmente encontradas na literatura de controle de sistemas lineares (OGATA, 2002; NISE, 2011):

• para o caso subamortecido  $(0 < \xi < 1)$  têm-se:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}} \tag{2.14}$$

$$PO = e^{-\left(\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}\right)} *100$$
 (2.15)

$$\xi = \frac{-\ln(PO/100)}{\sqrt{\pi^2 - \ln^2(PO/100)}}$$
(2.16)

$$t_{S\,2\%} = \frac{4}{\xi \omega_n}; \ t_{S\,1\%} = \frac{5}{\xi \omega_n}$$
(2.17)

onde:

$t_p$	=	tempo do pico máximo [s];
ξ	=	coeficiente de amortecimento;
$\omega_n$	=	frequência natural do sistema [rad/s];
PO	=	máxima porcentagem do sobressinal [%];
$t_S$	=	tempo de assentamento [s] para tolerâncias de
		2% e 1%.

• e para o caso criticamente amortecido ( $\xi$ =1) tem-se:

$$t_{S\ 2\%} = \frac{6}{\xi \omega_n} \tag{2.18}$$

Para realizar a síntese do modelo de seguimento de trajetória, é necessário definir duas funções de transferência, cujas saídas no tempo verifiquem os requisitos já citados e estabeleçam o limite máximo e mínimo onde a saída do sistema seja considerada aceitável (Figura 2.3). Os tempos  $t_{rU}$  e  $t_{rL}$  representam o tempo de subida do limite superior  $B_U(t)$  e o tempo de subida do limite inferior  $B_L(t)$ , respectivamente.



Figura 2.3 – Limites de desempenho no domínio do tempo. Fonte: Adaptado de Houpis e Rasmussen (1999).

Deduz-se que o limite máximo será definido como sendo um sistema subamortecido; e que o limite mínimo, pode ser especificado como sendo um sistema criticamente amortecido<sup>5</sup>.

Assumindo um ganho estático unitário e em base à Equação (2.13), as funções de transferência dos limites superior e inferior, podem se representar como:

$$T_{rU}(s) = \frac{K_1}{(s - p_1)(s - p_2)}$$
(2.19)

$$T_{rL}(s) = \frac{K_2}{(s - a_1)(s - a_2)}$$
(2.20)

onde:

$p_1 e p_2$	=	pólos da função do limite superior;
$a_1 e a_2$	=	pólos da função do limite inferior;
$K_1$	=	$p_1 \cdot p_2$
$K_2$	=	$a_1 \cdot a_2$

Ao construir os gráficos de magnitude versus frequência das funções representadas nas Equações (2.19) e (2.20), o diagrama de Bode apresenta um resultado similar ao apresentado na Figura 2.4. Nessa figura apresentam-se, também, as seguintes especificações de desempenho no domínio da frequência:

- o contorno de magnitude máxima  $B_U(j\omega)$ , tal que  $B_U(j\omega) = |T_{rU}(j\omega)|;$
- o contorno de magnitude mínima  $B_L(j\omega)$ , tal que  $B_L(j\omega) = |T_{rL}(j\omega)|;$
- o pico de magnitude máximo ( $|M_m|$ ), que tem influência direta sobre o pico de sobressinal máximo  $M_p$ ;
- a diferença entre os contornos  $B_U(j\omega)$  e  $B_L(j\omega)$  a uma determinada frequência *i* denominada  $\delta_r(\omega_i)$ ;

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Um sistema de segunda ordem comporta-se como criticamente amortecido quando ambas as raízes do polinômio característico são reais e idênticas, ou, pelo menos, estejam muito próximas uma com respeito da outra.

• e a diferença entre  $B_U(j\omega)$  e  $B_L(j\omega)$  na alta frequência  $(\omega_h)$  definida por  $\delta_{hf}(\omega_h)$ .

Da mesma forma, apresenta-se a frequência  $\omega_{cf}$  que representa a frequência de corte, em malha aberta, do contorno superior  $B_U(j\omega)$ . A frequência  $\omega_h$  define o valor da faixa de alta frequência que, conforme será detalhado nas subseções seguintes, é utilizada para definir o conjunto de frequências de análise para a elaboração dos templates da planta. As duas curvas  $B_U(j\omega)$  e  $B_L(j\omega)$ , em média e alta frequência, possuem um decaimento paralelo de -40 dB/década devido ao fato de serem de segunda ordem, por tanto  $\delta_r = \delta_{hf}$ .



Figura 2.4 – Limites de desempenho no domínio da frequência. Fonte: Adaptado de Houpis e Rasmussen (1999).

Segundo Yaniv (1999) e Sidi (2001), é recomendável relaxar um pouco estas especificações a partir de uma frequência<sup>6</sup> elevada, tal que se permita projetar um controlador de largura de banda menor. Esta prática torna-se atrativa para reduzir a energia de controle e não apresenta um efeito prejudicial ao desempenho do sistema em malha fechada. Para realizar este relaxamento, incrementam-se: um zero na função de transferência do limite ou contorno superior  $(T_{rU}(s))$ ; e um pólo, no inferior  $(T_{rL}(s))$ . Da tal forma que as Equações (2.19) e (2.20), adquirem a seguinte forma:

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Escolhem-se, geralmente, freqüências elevadas que não afetem a saída no tempo do sistema em malha fechada.

$$T_{rU}(s) = \frac{K_1^*(s - z_1)}{(s - p_1)(s - p_2)}$$
(2.21)

$$T_{rL}(s) = \frac{K_2^*}{(s-a_1)(s-a_2)(s-a_3)}$$
(2.22)

Os ganhos  $K_1$  e  $K_2$  variam, convertendo-se em  $K_1^*$  e  $K_2^*$ , cujos valores são tais que o ganho estático do sistema se mantém unitário.

O resultado da inclusão do zero e do pólo nas funções (2.21) e (2.22) é apresentado na Figura 2.5. Observa-se que à medida que a frequência  $\omega_t$  vai aumentando se produz uma abertura entre os contornos superior  $(B_U(j\omega))$  e inferior  $(B_L(j\omega))$ , tal que a diferença entre as magnitudes de média e de alta frequência ( $\delta_r e \delta_{hf}$ ) cresce.



Figura 2.5 – Abertura dos limites de desempenho no domínio do frequência. Fonte: Adaptado de Houpis e Rasmussen (1999).

#### 2.3.2 Obtenção dos templates da planta

Os templates representam as regiões de incertezas da planta, mapeadas em diferentes frequências sobre o diagrama de Nichols. Para a obtenção dos templates da planta é necessário especificar a função de transferência da planta modelo e suas incertezas paramétricas.

A planta modelo pode ser representada de várias formas. Porém, devido à utilização de ferramentas computacionais que facilitam a aplicação da técnica QFT e a síntese de controladores, a forma como é definida a planta depende do tipo de ferramenta a ser utilizada. Atualmente, dispõe-se de duas ferramentas computacionais bastante difundidas. Uma delas é de livre distribuição: SISO-QFTIT<sup>7</sup> (DÍAZ, DORMIDO e ARANDA, 2004); e a outra é um Toolbox especial para Matlab (Toolbox QFT v2.0) da empresa Terasoft Inc. (BORGHESANI, CHAIT e YANIV, 2003). Ambos os programas permitem a geração dos templates da planta. Para o presente trabalho de dissertação, foi usado o Toolbox QFT V2.0.

No caso do Toolbox QFT V2.0, a planta modelo não tem uma forma definida ou obrigatória para ser representada, portanto, o usuário pode defini-la livremente. Em geral, a planta modelo pode ser representada da seguinte maneira:

$$P(s) = \frac{b_0 s^0 + b_1 s^1 + b_2 s^2 + \dots + b_m s^m}{a_0 s^0 + a_1 s^1 + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n} = \frac{\sum_{j=0}^m b_j s^j}{\sum_{i=0}^n a_i s^i}$$
(2.23)

onde:

$$a_i \in [a_{i \min}, a_{i \max}]; i = 1 \dots n$$
  
 $b_i \in [b_{j \min}, b_{j \max}]; j = 1 \dots m$ 

Para construir o gráfico dos templates da planta precisa-se mapear ou projetar cada planta do conjunto  $\mathscr{P}$  no diagrama de Nichols. Por tal motivo, faz-se o cálculo combinatório de todas as plantas possíveis a partir da variação de cada uma das incertezas paramétricas existentes. Para reduzir o grande número de plantas a ser mapeadas, divide-se a faixa de incertezas em partes menores. A uma frequência determinada, calcula-se o valor de magnitude e fase de cada planta selecionada e mapeia-se o ponto resultante no diagrama de Nichols.

Um exemplo de um template composto por 1000 pontos a uma frequência de 10 [rad/s] é mostrado na Figura 2.6. A posição da planta nominal ( $P_n(s)$ ), correspondente à planta com os parâmetros nominais do sistema, é representada por um símbolo de estrela ( $\star$ ). Na Figura 2.7 têm-se os templates da mesma planta de exemplo, porém, calculados a diferentes frequências.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> http://ctb.dia.uned.es/asig/qftit/. Último acesso: 28/IV/2011, 9:00 AM



Figura 2.6 – Exemplo de um template a uma frequência de 10 rad/s.



Figura 2.7 – Templates da planta de exemplo a distintas frequências.

Em ambas as figuras, cada ponto determina a dinâmica de uma das plantas à frequência de análise selecionada. A região demarcada pelos pontos exteriores define o template da planta e o tamanho deste template depende da amplitude das incertezas. Em caso de não ter conhecimento do valor nominal de algum parâmetro, mas sim, a faixa de variação do mesmo, costuma-se definir o valor nominal como sendo o mais crítico a fim de garantir um bom desempenho do sistema de controle.

Na prática, costuma-se definir a faixa de frequências ( $\Omega$ ) onde o sistema trabalha ou poderia chegar a trabalhar, incluindo os casos mais extremos. Desta forma, assegura-se que o controlador conseguirá controlar todas as plantas do conjunto  $\mathscr{P}$  a cada frequência de análise pertencente a essa faixa.

A seleção dos limites da faixa de frequência depende do tipo de planta a ser analisada. Segundo Houpis e Rasmussen (1999), para o caso de plantas integradoras, ou seja, para plantas com pólos na origem, a frequência mínima a ser selecionada é indiferente, porém, tem que verificar que o valor selecionado seja distinto de zero. A frequência máxima é selecionada a partir dos requisitos de desempenho da Figura 2.5. Define-se, inicialmente, uma magnitude mínima de análise que, em geral, tem o valor de -12 dB ou de -20 dB dependendo do critério do projetista. Escolhe-se a frequência na qual a curva em magnitude do limite superior ( $B_U(j\omega)$ ) cruza o valor de magnitude selecionado. Determina-se, então, que o valor máximo de frequência para realizar a análise e o projeto de controle seja o dobro do valor da frequência (uma oitava<sup>8</sup> de frequência superior) resultante de tal cruzamento.

Uma vez definida a faixa de frequências, aconselha-se dividir a mesma em oitavas ou concentrar a análise em frequências de maior interesse, deixando de lado outras de menor importância. Esta versatilidade na seleção das frequências de interesse é outra vantagem da técnica QFT.

Já com as frequências definidas, é possível construir os templates da planta. Eles são muito utilizados em técnicas de controle robusto, sendo de grande importância para a QFT.

O Toolbox QFT não tem um código especial que sirva para gerar os templates de forma automática, sendo necessário que o projetista realize esse trabalho através de um código próprio. Apesar de que este método é simples, os templates são gerados em forma de grade, como foi visto na Figura 2.6. Isto pode incrementar o tempo de cálculo computacional quando o número de parâmetros incertos for grande. A técnica precisa dos templates gerados para realizar os gráficos dos contornos de desempenho, estabilidade e robustez. No entanto, são

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Em análise frequencial, chama-se de oitavas à variação em dobro entre duas frequências onde:  $f_2 = 2^n f_1$ , tal que "n" especifica o número de oitavas.

necessários só os pontos extremos que definem o contorno de cada template, além do ponto que representa a planta nominal (Figura 2.8).

Deve-se dar atenção especial à obtenção de bons contornos nos templates. Não se deve diminuir em demasia o número de pontos a serem mapeados na construção dos mesmos, tentando reduzir o custo computacional associado. Uma quantidade pequena de pontos pode gerar um template com uma forma errada e/ou incompleta, que levaria o projetista a realizar uma síntese incorreta do controlador. Na procura de equacionar este problema, vários pesquisadores publicaram outros métodos de geração dos templates: matematicamente melhores e computacionalmente mais eficientes (BAILEY e C.-H., 1989; DÍAZ, DORMIDO, *et al.*, 2007; MARTÍN-ROMERO, GIL-MARTÍNEZ e GARCÍA-SANZ, 2007).



Figura 2.8 – Templates da planta a várias frequências, representado por contornos.

Nesta dissertação se fez uso da ferramenta computacional denominada TIG<sup>9</sup> (DÍAZ, DORMIDO e ARANDA, 2006), que é um programa de livre distribuição que consegue gerar templates de plantas com incertezas a partir de dados carregados no próprio programa ou de dados importados do Matlab. Neste último caso, é possível reduzir o

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> http://ctb.dia.uned.es/asig/tig/principal.html. Último acesso: 28/IV/2011, 9:30 AM

número dos pontos centrais de cada template gerado pelo código do usuário em Matlab a fim de deixar somente os pontos exteriores do contorno e utilizá-los, posteriormente, para a geração dos contornos de desempenho e robustez.

## 2.3.3 Elaboração dos contornos de desempenho e robustez no Diagrama de Nichols

As especificações de desempenho e robustez apresentadas no final da Seção 2.2 são levadas ao diagrama de Nichols e convertidas em contornos. Tais contornos representam, graficamente, todas as restrições já explicadas anteriormente e são utilizados para a síntese do controlador G(s) através da manipulação de L(s) no diagrama de Nichols.

Segundo García-Sanz (2005), o algoritmo de geração dos contornos baseia-se na solução de inequações quadráticas. Tais inequações são fundamentadas nas equações (2.5) à (2.9), onde, a cada frequência de interesse, tanto a planta  $P(j\omega)$  como o controlador  $G(j\omega)$  são representados em forma de magnitude e fase. Os valores  $p \in g$  representam a magnitude de  $P(j\omega)$  e  $G(j\omega)$ ; e  $\theta \in \phi$  representam a fase de  $P(j\omega)$  e  $G(j\omega)$ , respectivamente. As faixas de fase selecionadas para realizar a análise são  $\theta \in [-2\pi, 0]$  e  $\phi \in [-2\pi, 0]$ . As especificações  $\delta_l(\omega)$  à  $\delta_5(\omega)$ , também, devem ser transformadas nessa forma, obtendo-se (GARCÍA-SANZ, 2005):

$$p^{2}\left(1-\frac{1}{\delta_{l}^{2}}\right)g^{2}+2p\cos(\phi+\theta)g+l\geq0$$
(2.24)

$$p^{2}g^{2} + 2p\cos(\phi + \theta)g + \left(1 - \frac{1}{\delta_{2}^{2}}\right) \ge 0$$
 (2.25)

$$p^{2}g^{2} + 2p\cos(\phi + \theta)g + \left(1 - \frac{p^{2}}{\delta_{3}^{2}}\right) \ge 0$$
 (2.26)

$$\left(p^{2} - \frac{1}{\delta_{4}^{2}}\right)g^{2} + 2p\cos(\phi + \theta)g + 1 \ge 0$$
(2.27)

$$p_{e}^{2} p_{d}^{2} \left(1 - \frac{1}{\delta_{5}^{2}}\right) g^{2} + \left(p_{e}^{2} - \frac{p_{d}^{2}}{\delta_{5}^{2}}\right) + 2p_{e} p_{d} \left(p_{e} \cos(\phi + \theta_{d}) - \frac{p_{d}}{\delta_{5}^{2}} \cos(\phi + \theta_{e})\right) g \ge 0$$
(2.28)

A utilização de ferramentas computacionais que ajudem a acelerar o processo de síntese de controladores aplicando a QFT é inegável. No entanto, também é necessário dispor do conhecimento básico de como são realizados os gráficos dos contornos de desempenho e robustez de forma manual para se ter uma melhor avaliação do processo de síntese e dos passos a serem realizados. Por este motivo, os contornos mais importantes serão explicados de forma breve a seguir.

Para a elaboração posterior dos contornos assume-se que tanto a função de realimentação H(s) como a função do controlador G(s) são unitárias.

#### 2.3.3.1 Contorno de estabilidade absoluta

O diagrama de Nichols apresenta os círculos de magnitude e frequência constante do sistema em malha fechada. Cada círculo de magnitude constante representa o pico máximo  $|M_m|$  a ser obtido como resposta em frequência do sistema (Figura 2.9).

Estes círculos ajudam a estabelecer uma região restrita onde a função de transmissão  $L(j\omega)$  não deverá ingressar a fim de garantir que o sistema não tenha uma resposta transitória com picos de sobressinal elevados na saída temporal mesmo em presença de variações nos parâmetros da função da planta P(s).

Para representar esta região é preciso traçar o gráfico do contorno que a delimite. Este contorno denomina-se contorno de estabilidade absoluta (HOUPIS e RASMUSSEN, 1999), e representa uma restrição dominante sobre a forma do  $L(j \alpha)$  no diagrama de Nichols.



Figura 2.9 – Relação entre o pico de sobressinal em frequência e o diagrama de Nichols.

O procedimento para a realização do contorno é a seguinte:

- 1. escolhe-se um dos templates correspondente a uma frequência determinada pertencente à faixa de frequências de análise ( $\Omega$ ) já definida;
- 2. quanto à especificação de desempenho  $\delta_l(\omega)$ , que se baseia no valor da margem de fase (*MF*) ou da margem de ganho (*MG*), seleciona-se o círculo de magnitude constante que passe por esse ponto específico no diagrama de Nichols;
- tangenciando o template a esta curva e mantendo-o sempre em posição vertical, desloca-se o template em sentido horário ou anti-horário, marcando os pontos correspondentes à planta nominal a cada passo;

- 4. unindo os pontos resultantes, obtém-se o contorno de estabilidade absoluta relativo à frequência escolhida;
- 5. repete-se o procedimento para as demais frequências.

O resultado é um contorno fechado, como mostrado na Figura 2.10.



Figura 2.10 – Exemplo do gráfico de um contorno de estabilidade absoluta.

Em Sidi (2001) podem ser encontradas as relações entre a margem de ganho e a margem de fase em relação à magnitude  $\delta_1(\omega)$ :

$$MG = 1 + \frac{1}{\delta_1(\omega)} \tag{2.29}$$

$$MF \ge 2 \cdot Sen^{-1} \left( \frac{1}{2\delta_1(\omega)} \right) \tag{2.30}$$

Com ajuda das relações (2.29) e (2.30), é possível determinar o valor da restrição  $\delta_1(\omega)$  para ser utilizado na criação do contorno de estabilidade.

O contorno completo delimita a região onde a função  $L(j\omega)$  não pode ingressar, devendo se manter por cima ou de lado do contorno em frequências baixas e médias, e abaixo nas altas frequências. A região do contorno que representa a restrição em alta frequência apresenta uma linha pontilhada, a fim de evitar a faixa de frequência onde atua o ruído do sensor.

## 2.3.3.2 Contornos de rejeição às perturbações

Para o caso das rejeições às perturbações na saída da planta, a especificação de  $\delta_2(\omega)$  restringe a magnitude da função de sensibilidade a um valor definido por uma constante ou por uma função de transferência. Em geral, para este caso, prefere-se definir esta especificação como sendo uma função. Isto se deve a não ser preciso manter a restrição da sensibilidade constante ao longo de toda a faixa  $\Omega$  em vista que as perturbações externas se apresentam no intervalo de baixa frequência ( $\omega_i < \omega_{cf}$ ). Neste intervalo, a magnitude da sensibilidade tem que ser a mínima possível e pode ir crescendo à medida que a frequência vai aumentando, visto que as perturbações externas em frequências mais altas não têm um efeito significativo no comportamento do sistema. Em D'azzo, Houpis e Sheldon (2003) encontra-se a metodologia necessária para definir os modelos de rejeição às perturbações em forma de funções de transferência, tanto na entrada como na saída da planta.

Em média e altas frequências ( $\omega_t \ge \omega_{cf}$ ), o interesse principal é impedir os possíveis picos de sobressinal devido a pólos complexos na função de sensibilidade  $S = \left| \frac{L}{1+L} \right|$ . Fazendo-se preciso uma restrição à

magnitude de pico máximo derivado da função de sensibilidade.

Em frequências mais elevadas, quando  $\omega_i \rightarrow \infty$ , os templates da planta tornam-se linhas verticais, onde a altura dessas linhas depende dos parâmetros da planta. À medida que a frequência tende a infinito, a função da planta P(s) se degenera de tal forma que pode ser representada, simplesmente, como  $P(s)=k/s^e$ , onde *e* é a diferença ou excesso de pólos sobre os zeros da função. Como resultado, obtém-se templates em forma de linhas verticais. A restrição a ser utilizada pode ser a mesma que no caso anterior. Esta propriedade é analisada com mais detalhe em Houpis e Rasmussen (1999) e em Sidi (2001).

Cabe ressaltar que para construir manualmente os gráficos dos contornos de rejeição é utilizado o diagrama invertido de Nichols. A razão disso é porque a função de sensibilidade pode ser representada de forma similar à função de transferência de malha fechada  $T_r(j\omega)$ ,

fazendo uso de uma função  $l(j\omega)$  que é inversa à função de transmissão  $L(j\omega)$ , logo:

$$S(j\omega) = \frac{l(j\omega)}{1 + l(j\omega)}$$
(2.31)

onde:

$$l(j\omega) = \frac{1}{L(j\omega)}$$
(2.32)

Da Equação (2.32), deduz-se que |l| dB = -|L| dB, assim como também,  $\angle l(j\omega) = -\angle L(j\omega)$ .

É possível analisar a influência das perturbações diretamente sobre o diagrama invertido de Nichols. Este diagrama apresenta as curvas de magnitude constante da sensibilidade e tem as mesmas propriedades gráficas de análise e síntese que o diagrama de Nichols normal, só que utilizado para análise de perturbações.

A metodologia a ser utilizada é similar ao caso dos contornos de estabilidade:

- 1. escolhe-se um template correspondente a uma frequência pertencente à faixa  $\Omega$ ;
- 2. no caso que a especificação de desempenho  $\delta_2(\omega)$  fosse definida por um escalar, seleciona-se o círculo de magnitude constante correspondente, no diagrama invertido de Nichols, para essa frequência. Já quando a especificação vem dada como uma função de transferência é preciso calcular o valor da magnitude dela para cada frequência e selecionar a curva de magnitude constante correspondente;
- tangenciando o template à curva e mantendo-o sempre em posição vertical, desloca-se o template no sentido longitudinal ou no sentido horário, dependendo se a curva de magnitude constante for aberta ou fechada, e marcam-se os pontos correspondentes à planta nominal a intervalos regulares;
- unindo os pontos resultantes, obtém-se o contorno de rejeição à perturbação externa na saída da planta;
- 5. repete-se o procedimento para as demais frequências.



Nas Figuras 2.11, 2.12 e 2.13 mostram-se exemplos de construção deste tipo de contornos para baixa, média e alta frequência.

Figura 2.11 – Exemplo do contorno de rejeição às perturbações na saída da planta em baixa frequência.



Figura 2.12 – Exemplo do contorno de rejeição às perturbações na saída da planta em média frequência.



Figura 2.13 – Exemplo dos contornos de rejeição às perturbações na saída da planta em alta frequência.

O procedimento anterior corresponde, somente, ao caso de rejeição às perturbações externas na saída da planta. Para o caso de rejeições de perturbações na entrada da planta, pode se utilizar o mesmo procedimento desenvolvido anteriormente, porém, assumindo que ela pode ser representada como uma perturbação equivalente na saída  $d_2 = P(j\omega) d_1$  (SIDI, 2001).

#### 2.3.3.3 Contorno de Seguimento de trajetória de referência

Com este contorno, busca-se que a diferença entre a magnitude do limite superior  $|T_{rU}(j\omega)|$  e o limite inferior  $|T_{rL}(j\omega)|$  seja menor à diferença entre o contorno superior  $B_U(j\omega)$  e o inferior  $B_L(j\omega)$ , denominado  $\delta_r(\omega_l)$ . Esta diferença é a tolerância admissível para cada frequência de análise  $\omega_l$ . Desta forma, é possível manter a saída do sistema dentro das especificações em frequência definidas pelo projetista.

Os contornos a serem obtidos, a cada frequência  $\omega_i$ , dependem tanto do valor de tolerância  $\delta_r(\omega_i)$  como das características do template nessa frequência. O processo de realização é similar aos casos anteriores, com a diferença que para este caso é preciso determinar,

antes, o valor da diferença entre o ponto máximo e o mínimo de cada template.

Os passos a seguir são os seguintes:

- escolhe-se o template correspondente a uma das frequências de análise selecionadas (ω);
- 2. divide-se a fase utilizada no diagrama de Nichols ( $\Phi = [-360^\circ, 0^\circ]$ ) em partes iguais, com o intuito de obter intervalos regulares, ou seja, se faz uma discretização da fase;
- 3. escolhe-se um ângulo de fase  $\phi$  pertencente ao conjunto discretizado  $\Phi$ . Geralmente, começa-se com o ângulo de fase de 0° e continua-se com os ângulos à sua esquerda até o ângulo de fase de -360° (2 $\pi$  rad);
- 4. desloca-se o template em sentido vertical sobre a linha da fase  $\phi$  selecionada, até que a diferença entre o ponto máximo e mínimo seja igual ao valor de tolerância  $\delta_r(\omega_i)$ . Graficamente, este valor é representado como a diferença entre duas curvas de magnitude constante do diagrama de Nichols;
- 5. uma vez determinadas as duas curvas de magnitude constante onde o template consegue ser tangente às mesmas, marca-se o ponto correspondente à planta nominal;
- repetem-se os passos 3 a 5 até completar todos os ângulos de fase do conjunto Φ;
- unindo os pontos determinados no final do passo 6, obtém-se o contorno de seguimento de trajetória à frequência (ω);
- 8. repete-se todo o procedimento para as demais frequências.

A Figura 2.14 mostra um exemplo de este tipo de contorno.



Figura 2.14 – Exemplo do gráfico de contornos à trajetória de referência.

## 2.3.4 Síntese da função de transmissão

Depois de ter construído os gráficos dos contornos necessários para o sistema de controle é preciso realizar a combinação de todos e juntá-los em um só gráfico. Na Figura 2.15 apresenta-se a união dos contornos de seguimento de trajetória, rejeição às perturbações e de estabilidade calculados para diferentes frequências. Os números sobre cada linha definem o valor da frequência em [rad/s], na qual esse contorno foi calculado.

Depois de sobrepô-los, é selecionada a interseção superior de cada um dos contornos para cada frequência de análise  $\omega_i$  Isto é, selecionam-se as seções das curvas dos contornos que tenham as maiores magnitudes. O exemplo gráfico pode ser observado na Figura 2.16.



Figura 2.15 – Exemplo da união dos contornos.



Figura 2.16 – Exemplo da interseção dos contornos.

Uma vez obtido o gráfico da combinação dos contornos que representa, de forma simplificada, todas as especificações em frequência de desempenho, estabilidade e robustez, procede-se à síntese da função de transmissão  $L(j\omega)$ . Inicia-se o trabalho de síntese realizando o gráfico da função de transmissão nominal  $L_n(j\omega) = G(j\omega) \cdot P_n(j\omega)$  e considerando que a planta é a nominal. Inicialmente, a função do controlador  $G(j\omega)$  ainda se mantém unitária.

Para que as especificações em frequência sejam verificadas, a magnitude de  $L(j\omega)$ , a uma frequência  $\omega_i$ , tem que ser maior que a magnitude dos contornos combinados à mesma frequência. É necessária a realização da síntese da função  $L(j\omega)$  manipulando sua forma nominal inicial  $(L_n(j\omega))$  dentro do diagrama de Nichols.

Para tal efeito, vão se adicionando componentes de controle à função do controlador  $G(j\omega)$ , que inicialmente é unitária, de tal forma garantir que a função de transmissão cumpra os requisitos impostos a cada frequência de análise (Figura 2.17). Tais componentes podem ser ganhos, zeros e pólos, avanços e atrasos de fase, derivadores e integradores, entre outros.



Figura 2.17 – Exemplo da síntese da curva da função  $L(j\omega)$ .

Embora exista uma grande variedade de controladores que fazem com que a função de transmissão cumpra os requisitos estabelecidos, a escolha do melhor controlador está baseada em algumas considerações práticas:

- dado que o ruído do sensor tem maior magnitude nas altas frequências, prefere-se o controlador com menor ganho possível. Isto ajuda a diminuir os efeitos do ruído do sensor e impede uma saturação no sinal de controle;
- 2. procura-se a obtenção de uma largura de banda menor na função  $L(j\omega)$ . Isto ajuda a ter menos esforço de controle, economizando energia e incrementando a vida útil do atuador;
- 3. para a síntese da função  $L(j\omega)$ , é obrigatório mantê-la por cima do contorno especificado a uma frequência determinada. No entanto, tenta-se cumprir esse objetivo mantendo-se a função  $L(j\omega)$  o mais próximo possível deste contorno, isto é, com o objetivo de se obter a menor largura de banda.

O toolbox QFT para Matlab, entrega ao projetista a possibilidade de realizar a síntese da função de transmissão de forma simples, conseguindo-se verificar facilmente, em tempo real, as mudanças que vão acontecendo na sua forma gráfica quando são adicionados elementos de controle (zeros e pólos).

### 2.3.5 Obtenção da função do controlador

Como a planta nominal  $P_n(s)$  tem parâmetros constantes, o controlador é obtido a partir da seguinte equação:

$$G(s) = \frac{L(s)}{P_n(s)} \tag{2.33}$$

Com ajuda do Toolbox QFT, esta tarefa é automática e, além disso, o projetista conhece, a cada momento, os elementos com os quais estaria composta a função de transferência do controlador. Isto se deve ao fato de que os elementos que vão se adicionando ao sistema a fim de modificar a forma da função de transmissão (passo 4), são os mesmos elementos do controlador.

# 2.3.6 Síntese da função do pré-filtro

A derivação do controlador garante que a diferença entre a magnitude máxima e mínima de  $T_r(j\omega)$  seja menor ou igual à tolerância especificada a cada frequência de análise. Tem-se, portanto:

$$\Delta |T_r(j\omega)| = |T_{rU}(j\omega)| - |T_{rL}(j\omega)| \le \delta_r(\omega)$$
(2.34)

onde:

$$\delta_r(\omega) = B_U(j\omega) - B_L(j\omega) \tag{2.35}$$

$$\left|T_{rU}(j\omega)\right| = \max\left|\frac{GPF}{1+GP}\right|$$
(2.36)

$$\left|T_{rL}(j\omega)\right| = \min\left|\frac{GPF}{1+GP}\right| \tag{2.37}$$

O cumprimento da Equação (2.34), não garante o cumprimento dos requisitos de desempenho estabelecidos inicialmente. Graficamente, tem-se algo similar à Figura 2.18.



Figura 2.18 – Exemplo gráfico da saída do sistema sem a ação do pré-filtro.
Porém, para cumprir as especificações de desempenho e seguimento de trajetória, deve-se observar o seguinte:

$$B_L(j\omega) \le \min \left| \frac{GPF}{1+GP} \right| < \max \left| \frac{GPF}{1+GP} \right| \le B_U(j\omega)$$
 (2.38)

É necessária, portanto, a síntese da função do pré-filtro para garantir o cumprimento das especificações de desempenho no domínio frequencial.

Graficamente, o efeito que produz o pré-filtro no sistema é um deslocamento das curvas de magnitude máxima e mínima da FTMF  $T_r(s)$ . O procedimento de síntese é simples e similar ao caso da função de transmissão (passo 4).

Partindo de uma função unitária, adicionam-se zeros e pólos na função do pré-filtro F(s) até conseguir que as curvas de magnitude  $|T_{rU}(j\omega)| \in |T_{rL}(j\omega)|$  se posicionem entre as curvas  $B_U(j\omega)$  e  $B_L(j\omega)$  que representam os requisitos de desempenho (Figura 2.19).



Figura 2.19 – Exemplo gráfico da saída do sistema com a ação do pré-filtro.

## 2.3.7 Avaliação do projeto através de simulação

Quando obtidas as funções do controlador G(s) e do pré-filtro F(s), o seguinte passo é a avaliação baseada em simulações tanto no domínio frequencial como no domínio temporal para determinar se o sistema cumpre com todos os requisitos de desempenho e robustez previstos.

A técnica, inerentemente, já garante um cumprimento de requisitos em frequência, dado que todo o projeto foi realizado nesse domínio. Porém, pode ser feita uma avaliação mais minuciosa selecionando mais frequências de análise. O toolbox QFT adiciona as funções necessárias para realizar esta avaliação final em frequência.

Já no caso do domínio temporal, é importante obter as respostas de saída temporal de simulação e compará-la com as especificações iniciais para determinar se o sistema de controle cumpre com os requisitos de desempenho.

Os efeitos nocivos do ruído do sensor e de ressonância da planta nas altas frequências podem ser contornados com a inclusão de um pólo rápido na função do controlador G(s). A desvantagem desse procedimento é a aparição de um atraso efetivo na resposta de saída temporal.

### 2.3.8 Avaliação experimental

Esta avaliação consiste, simplesmente, na aplicação prática do controlador e do pré-filtro na planta (sistema físico). Em caso de aplicações industriais, se faz uma aplicação do controlador num protótipo, antes de sua aplicação na planta real.

## 2.4 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

No presente capítulo apresentaram-se os conceitos fundamentais da Teoria de Realimentação Quantitativa (QFT): sua história, campos de aplicação, particularidades técnicas e o procedimento passo a passo na hora da aplicação da mesma sobre sistemas de fase mínima. Observouse que a QFT mostra-se como uma boa possibilidade de escolha na hora de selecionar técnicas para desenvolver controladores robustos.

De forma geral, a metodologia da QFT poderia ser resumida da seguinte forma:



Figura 2.20 – Metodologia da Teoria de Realimentação Quantitativa. Fonte: Adaptado de García-Sanz (2005).

# 3 MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA DE CONTROLE DE FORÇA

Este trabalho propõe a síntese de um controlador de força que possa ser implementado numa bancada de análise de posicionadores pneumáticos montada no Laboratório de Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos (LASHIP) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). O circuito hidráulico-pneumático para testes de controle de força é representado na Figura 3.1.



Figura 3.1 – Circuito hidráulico-pneumático para testes de controle de força.

# 3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA HIDRÁULICO

A servoválvula e o cilindro hidráulico serão modelados em cascata, separando-os em dois subsistemas. As equações que regem o comportamento de cada subsistema são detalhadas nas subseções a seguir.

### 3.1.1 Válvula de controle contínuo hidráulico

A servoválvula hidráulica (SV) a ser modelada é do tipo bocaldefletor de dois estágios, conforme está esquematizado na Figura 3.2. Neste tipo de servoválvula, a posição do carretel é retroalimentada, geralmente, de forma mecânica através de uma haste flexível, obtendose uma saída proporcional ao sinal de entrada de controle e, conseqüentemente, uma vazão de carga proporcional à posição do carretel (MOOG, 2007; LISINGEN, 2008).

Ao longo do texto, será utilizada a palavra "válvula" com o intuito de generalizar o fato de que a modelagem a ser realizada para a servoválvula hidráulica seria a mesma em caso de ser utilizada uma válvula proporcional hidráulica (VP).



Figura 3.2 – Servoválvula hidráulica do tipo bocal-defletor. Fonte: Adaptado de MOOG (2007).

Algumas das características das válvulas hidráulicas direcionais estão diretamente relacionadas com o tipo de construção do centro de válvula. Na Figura 3.3, a diferença entre  $L_1$ , o comprimento entre os ressaltos do carretel, e  $L_2$ , o comprimento entre os pórticos, define o tipo de centro de válvula (Figura 3.4).



Figura 3.3 – Detalhe dos ressaltos e pórticos do carretel.



Figura 3.4 – Tipos de centro da válvula.

Uma característica importante decorrente do tipo de centro da válvula é o ganho de vazão (Kq) que é igual à inclinação da curva de vazão com respeito a um deslocamento do carretel, avaliada a uma determinada diferença de pressão sobre a válvula (FURST e DE NEGRI, 2002).

Na Figura 3.5, são apresentadas as diferentes curvas de vazão para cada tipo de centro de válvula.



Figura 3.5 – Curvas de vazão vs. deslocamento do carretel da válvula. Fonte: Adaptado de Merrit (1967).

Segundo os dados fornecidos pelo fabricante MOOG, sabe-se que a servoválvula a ser analisada possui um centro fechado crítico, tendo, portanto, um comportamento linear (MOOG, 2007).

#### 3.1.1.1 Equação do movimento do carretel da válvula hidráulica

Uma vez que a válvula é o componente mais rápido do sistema hidráulico, sua dinâmica é desprezada para a grande maioria das aplicações, dado que sua influência é mínima. Caso seja preciso levar em conta essa dinâmica, ela pode ser aproximada por uma função de primeira, segunda ou de terceira ordem (MERRIT, 1967; ANDERSON, 1988; DE NEGRI, 2001; FRANCO, 2002). A seleção da ordem da função da válvula depende das necessidades e características específicas de cada projeto. Geralmente, para o caso do controle de atuadores hidráulicos, escolhe-se uma função de primeira ordem (CUNHA, 2001):

$$\frac{X^{VH}(s)}{U^{H}(s)} = \frac{K}{1 + \tau s}$$
(3.1)

onde:

$X^{VH}(s)$		posição do carretel da válvula [m];
$U^{H}(s)$		tensão de controle aplicada à válvula [V];
Κ	=	ganho estático da válvula [m/V];
τ		constante de tempo [s];

Porém, se o sistema hidráulico trabalha com uma largura de banda maior, uma função de segunda ordem seria mais aconselhável:

$$\frac{X^{VH}(s)}{U^{H}(s)} = \frac{K}{\left(\frac{1}{\omega_{nH}^{2}}\right)s^{2} + \left(\frac{2\xi_{H}}{\omega_{nH}}\right)s + 1}$$
(3.2)

onde:

 $\omega_{nH}$  = freqüência natural da válvula [rad/s];  $\xi_H$  = coeficiente de amortecimento da válvula.

# 3.1.1.2 Equação da vazão de controle da válvula hidráulica

Na Figura 3.6 nota-se que o deslocamento do carretel à direita ( $x^{VH}>0$ ), produz uma comunicação entre a linha de pressão de suprimento  $p_S^H$ com a linha de conexão que vai para a câmara A do atuador através do orifício de controle 3; e ao mesmo tempo, a linha de conexão da câmara B se comunica com a linha de retorno  $p_T^H$  ao reservatório através do orifício de controle 6. Como  $p_S^H > p_T^H$ , a pressão  $p_A^H$  na câmara A do cilindro tende a ser maior que a pressão  $p_B^H$  na câmara B. Esta diferença de pressões entre as duas câmaras do cilindro é denominada de pressão de carga hidráulica ( $p_C^H$ ) e produz a força necessária para movimentar a haste do cilindro, ocasionando o surgimento de uma vazão de controle.

No sentido contrario  $(x^{VH} < 0)$ , a linha de conexão da câmara *B* se interliga com a linha de pressão de suprimento através do orifício de controle 5 e a linha da câmara *A*, com a linha de retorno ao reservatório pelo orifício de controle 4.



Figura 3.6 – Carretel de uma servoválvula de quatro vias. Fonte: Adaptado de Moog ([ca. 2007]).

Aplicando da equação de Bernoulli a cada orifício de controle da válvula tem-se (LISINGEN, 2008):

• Para  $x^{VH} \ge 0$ , tal que  $qv_4 = qv_5 = 0$ , têm-se:

$$qv_A = qv_3 = Cd \cdot A_3(x^{VH}) \sqrt{\frac{2}{\rho} \left(p_S^H - p_A^H\right)}$$
 (3.3)

$$qv_{B} = qv_{6} = Cd \cdot A_{6}(x^{VH}) \sqrt{\frac{2}{\rho} \left(p_{B}^{H} - p_{T}^{H}\right)}$$
(3.4)

• para  $x^{VH} < 0$ , onde  $qv_3 = qv_6 = 0$ , têm-se:

$$qv_{A} = qv_{4} = Cd \cdot A_{4}(x^{VH}) \sqrt{\frac{2}{\rho} \left(p_{A}^{H} - p_{T}^{H}\right)}$$
(3.5)

$$qv_{B} = qv_{5} = Cd \cdot A_{5}(x^{VH}) \sqrt{\frac{2}{\rho} \left(p_{S}^{H} - p_{B}^{H}\right)}$$
(3.6)

onde:

$$\begin{array}{lll} qv_A & = & \mathrm{vaz}\tilde{a}\mathrm{o} \ \mathrm{de} \ \mathrm{entrada} \ \mathrm{\dot{a}} \ \mathrm{c}\tilde{a}\mathrm{mara} \ A \ [\mathrm{m}^3/\mathrm{s}]; \\ qv_B & = & \mathrm{vaz}\tilde{a}\mathrm{o} \ \mathrm{de} \ \mathrm{saida} \ \mathrm{da} \ \mathrm{c}\tilde{a}\mathrm{mara} \ B \ [\mathrm{m}^3/\mathrm{s}]; \\ p_A^H & = & \mathrm{press}\tilde{a}\mathrm{o} \ \mathrm{na} \ \mathrm{c}\tilde{a}\mathrm{mara} \ A \ \mathrm{do} \ \mathrm{cilindro} \ [\mathrm{Pa}]; \\ p_B^H & = & \mathrm{press}\tilde{a}\mathrm{o} \ \mathrm{na} \ \mathrm{c}\tilde{a}\mathrm{mara} \ B \ \mathrm{do} \ \mathrm{cilindro} \ [\mathrm{Pa}]; \\ p_S^H & = & \mathrm{press}\tilde{a}\mathrm{o} \ \mathrm{de} \ \mathrm{suprimento} \ \mathrm{do} \ \mathrm{fluido} \ \mathrm{hidr}\mathrm{a}\mathrm{ulico} \ [\mathrm{Pa}]; \\ p_T^H & = & \mathrm{press}\tilde{a}\mathrm{o} \ \mathrm{do} \ \mathrm{reservat}\mathrm{orio} \ [\mathrm{Pa}]; \end{array}$$

Assumindo-se que  $p_S^H = p_A^H + p_B^H$  e sabendo que  $p_C^H = p_A^H - p_B^H$ , se deduz a seguinte relação:

$$qv_C = qv_A = qv_B = \frac{Cd \cdot w}{\sqrt{\rho}} x^{VH} \sqrt{p_S^H - \operatorname{sgn}(x^{VH}) p_C^H}$$
(3.7)

onde  $qv_C$  é a vazão de controle [m<sup>3</sup>/s].

Devido ao coeficiente de descarga (Cd) e a largura do pórtico (w) não serem fornecidos pelos fabricantes, sugere-se a utilização do coeficiente de vazão da válvula (Kv):

$$Kv = \frac{qv_n}{\sqrt{\Delta p_{tn}}} \tag{3.8}$$

sendo:

$$K_{\mathcal{V}} = \text{coeficiente de vazão total} \left[ \frac{m^3}{s\sqrt{Pa}} \right];$$
  
 $qv_n = \text{vazão nominal da válvula [m^3/s];}$   
 $\Delta p_{t,n} = \text{queda de pressão total nominal na válvula [Pa].}$ 

Este valor representa a relação entre a vazão e uma determinada queda de pressão de teste na válvula quando se tem uma entrada de controle nominal, e é calculado a partir de dados de catálogo (FURST, 2001). No entanto, para descrever a vazão nos orifícios de controle de válvulas hidráulicas simétricas, utiliza-se o coeficiente de vazão parcial  $Kv_p = Kv\sqrt{2}$  e a queda de pressão parcial  $\Delta p_p$  que ocorre no orifício (FURST, 2001), obtendo-se:

$$qv_C = Kv \frac{U^H}{U_n^H} \sqrt{\Delta p_{tn}} = Kv_p \frac{U^H}{U_n^H} \sqrt{\Delta p_p}$$
(3.9)

onde:

$$U^{H} = \text{tensão de controle aplicada [V];}$$

$$U_{n}^{H} = \text{tensão nominal de controle [V];}$$

$$Kv_{p} = \text{coeficiente de vazão parcial } \left[\frac{m^{3}}{s\sqrt{Pa}}\right];$$

$$\Delta p_{t} = \Delta p_{t} = 1 \text{ be a since interval of the tent of ten$$

 $\Delta p_p = \frac{\Delta p_t}{2}$ , queda de pressão parcial na válvula [Pa];

Portanto, a partir da Equação (3.9), a Equação (3.7) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$qv_C = Kv \frac{U^H}{U_n^H} \sqrt{p_S^H - \operatorname{sgn}(U^H) \cdot p_C^H}$$
(3.10)

Visto que os deslocamentos realizados pela haste do cilindro são pequenos quando se quer aplicar uma força controlada contra um meio estático, os deslocamentos do carretel da válvula também serão pequenos e bastante próximos da origem, onde os vazamentos internos da válvula são maiores. Para ter um modelo mais realista que analise os efeitos destes vazamentos internos, as equações (3.3) à (3.6) podem ser modificadas da seguinte forma (FURST e DE NEGRI, 2002; SZPAK, 2008; MURARO, 2010):

• para 
$$x^{VH} \ge 0$$
:

$$qv_{A} = \left(Kv_{A}\frac{U^{H}}{U_{n}^{H}} + Kv_{inA}\right)\sqrt{p_{S}^{H} - p_{A}^{H}} - Kv_{inA}\sqrt{p_{A}^{H} - p_{T}^{H}}$$
(3.11)

$$qv_{B} = \left(Kv_{B}\frac{U^{H}}{U_{n}^{H}} + Kv_{in B}\right)\sqrt{p_{B}^{H} - p_{T}^{H}} - Kv_{in B}\sqrt{p_{S}^{H} - p_{B}^{H}}$$
(3.12)

• para  $x^{VH} < 0$ :

$$qv_{A} = Kv_{in\,A}\sqrt{p_{S}^{H} - p_{A}^{H}} - \left(Kv_{A}\frac{\left|U^{H}\right|}{U_{n}^{H}} + Kv_{in\,A}\right)\sqrt{p_{A}^{H} - p_{T}^{H}}$$
(3.13)

$$qv_{B} = Kv_{in B}\sqrt{p_{B}^{H} - p_{T}^{H}} - \left(Kv_{B}\frac{\left|U^{H}\right|}{U_{n}^{H}} + Kv_{in B}\right)\sqrt{p_{S}^{H} - p_{B}^{H}}$$
(3.14)

Conforme Furst (2001), devido à simetria da válvula tem-se que  $Kv_A = Kv_B = Kv_p$ , e também:

$$Kv_{in A} = Kv_{in B} = Kv_{in p} = \frac{qv_{in}}{\sqrt{2p_S^H}}$$
(3.15)

sendo:

$$K_{v_{inp}} = \text{coeficiente de vazamento interno parcial} \left[ \frac{m^3}{s\sqrt{Pa}} \right];$$
  
 $q_{v_{inp}} = \text{vazamento interno } [m^3/s];$ 

tal que ambos os valores podem ser obtidos do catálogo do fabricante.

3.1.1.3 Modelo linearizado da válvula hidráulica

Linearizando a Equação (3.10) através da expansão em séries de Taylor em torno da posição neutra do carretel, tem-se:

$$qv_C = Kq_{U_0} \cdot U^H - Kc_0 \cdot p_C^H \tag{3.16}$$

$$Qv_{C}(s) = Kq_{U_{0}} \cdot U^{H}(s) - Kc_{0} \cdot P_{C}^{H}(s)$$
(3.17)

onde:

$$Kq_{U_0} = \text{ganho de vazão por tensão}\left[\frac{m^3}{s \cdot V}\right];$$
  
 $Kc_0 = \text{coeficiente de vazão-pressão}\left[\frac{m^3}{s \cdot Pa}\right].$ 

O ganho de vazão por tensão  $Kq_{U_0}$  e o coeficiente de vazãopressão  $Kc_0$  são importantes para determinar a estabilidade e outras características dinâmicas da válvula. Os valores destes coeficientes variam segundo o ponto de operação, tal que o centro da válvula ( $qv_{Ci} = p_{Ci}^{H} = x_i^{VH} = 0$ ) é considerado o ponto de operação mais importante. Supondo a válvula crítica, o ganho da vazão é maior devido à influência da folga radial e da pequena diferença entre a largura do ressalto e do pórtico dando um valor bem elevado ao ganho estático do sistema. Por outro lado, o coeficiente de vazão-pressão é o menor atingível, resultando um baixo coeficiente de amortecimento. Este ponto de operação resulta sendo o mais crítico do ponto de vista da estabilidade (MERRIT, 1967). Os coeficientes de válvula podem ser relacionados com o valor do coeficiente de vazão (*Kv*) da válvula (FURST, 2001), obtendo-se:

$$Kq_{U_0} = \frac{\partial qv_C}{\partial U^H}\Big|_0 = \frac{Kv \cdot \sqrt{\Delta p_t}}{U_n^H}$$
(3.18)

$$Kc_0 = \frac{\partial qv_C}{\partial p_C^H} \bigg|_0 = \frac{Kv}{2\sqrt{\Delta p_t}} \frac{U^H}{U_n^H}$$
(3.19)

#### 3.1.2 Cilindro hidráulico

#### 3.1.2.1 Equação da continuidade do cilindro hidráulico

Considerando a Figura 3.7 e com base no princípio da conservação da massa (MERRIT, 1967), as equações da continuidade nas linhas  $A \in B$ , incluindo as câmaras do cilindro e a válvula reguladora de vazão que interliga ambas as linhas  $A \in B$ , resultam:

$$qv_{A} = qv_{in} + qv_{il} + \frac{dV_{A}^{H}}{dt} + \frac{V_{A}^{H}}{\beta_{e}}\frac{dp_{A}^{H}}{dt}$$
(3.20)

$$qv_{B} = qv_{in} + qv_{il} + \frac{dV_{B}^{H}}{dt} - \frac{V_{B}^{H}}{\beta_{e}}\frac{dp_{B}^{H}}{dt}$$
(3.21)

2

tal que:

$$qv_{in} =$$
 vazamento interno entre as câmaras [m<sup>3</sup>/s];  
 $qv_{il} =$  vazão externa de interligação entre as câmaras [m<sup>3</sup>/s];  
 $V_A^H =$  volume da câmara  $A$  [m<sup>3</sup>];  
 $V_B^H =$  volume da câmara  $B$  [m<sup>3</sup>];  
 $\beta_e =$  módulo de compressibilidade efetivo [N/m<sup>2</sup>];

$$\frac{dV_A^H}{dt} = \frac{\text{taxa de variação do volume da câmara A com relação ao tempo [m³/s];}$$

$$\frac{dV_B^H}{dt} = \frac{\text{taxa de variação do volume da câmara B com relação ao tempo [m³/s];}$$

$$\frac{dp_A^H}{dt} = \frac{dp_B^H}{dt} = \frac{\text{variação da pressão na câmara A com relação ao tempo [Pa/s].}}{\text{variação da pressão na câmara B com relação ao tempo [Pa/s].}}$$



Figura 3.7 – Detalhe das vazões no cilindro hidráulico.

no entanto, devido a que os vazamentos internos do cilindro são tão pequenos em relação as outras vazões, geralmente são desconsiderados da modelagem ( $qv_{in} = 0$ ). A vazão externa de interligação entre ambas as câmaras ( $qv_{il}$ ) é diretamente proporcional à pressão de carga vezes o

coeficiente de vazão  $C_{il}\left[\frac{m^3}{s \cdot Pa}\right]$ :

$$qv_{il} = C_{il} \left( p_A^H - p_B^H \right) = C_{il} p_C^H$$
(3.22)

Observa-se, também, que os volumes de ambas as câmaras do cilindro hidráulico vão mudando de tamanho à medida que o cilindro avança ou recua:

$$V_A^H = V_{A0}^H + A_A^H x^{AH} (3.23)$$

$$V_B^H = V_{B0}^H + A_B^H \left( L^H - x^{AH} \right)$$
(3.24)

sendo:

 $V_{A0}^{H} = \text{volume morto associado à câmara } A [m^{3}];$   $V_{B0}^{H} = \text{volume morto associado à câmara } B [m^{3}];$   $A_{A}^{H} = A_{B}^{H} = A_{u}^{H}, \text{ área útil do êmbolo } [m^{2}];$  $L^{H} = \text{curso total da haste do cilindro hidráulico } [m];$ 

Como o cilindro é simétrico, ambos os volumes das câmaras variam dentro da mesma faixa de valores. Os volumes  $V_A^H \in V_B^H$  podem ser substituídos por uma única variável  $V^H$ , considerando-o como um parâmetro incerto que varia dentro de tal faixa. Esta consideração é importante para o projeto do controlador, pois permite considerar o deslocamento total da haste do cilindro e não simplesmente pequenos deslocamentos em torno ao centro do cilindro, como é o caso das análises lineares clássicas em hidráulica.

Dada a simetria do cilindro e assumindo que a vazão de controle  $(qv_c)$  é igual à média das vazões das câmaras  $A \in B$ , obtém-se a equação linear da continuidade em cilindros hidráulicos simétricos:

$$qv_{C} = C_{il}p_{C}^{H} + A_{u}^{H}\frac{dx^{AH}}{dt} + \frac{V^{H}}{2\beta_{e}}\frac{dp_{C}^{H}}{dt}$$
(3.25)

$$Qv_{C}(s) = A_{u}^{H} s X^{AH}(s) + \left(\frac{V^{H}}{2\beta_{e}} s + C_{il}\right) P_{C}^{H}(s)$$
(3.26)

#### 3.1.2.2 Equação do movimento da haste do cilindro hidráulico

A equação do movimento baseia-se na segunda lei de Newton. Em relação à Figura 3.8, a equação que representa o movimento da haste do cilindro simétrico é dada por:

$$A_{A}^{H} p_{A}^{H} - A_{B}^{H} p_{B}^{H} = A_{u}^{H} (p_{A}^{H} - p_{B}^{H}) = M_{t}^{H} \frac{d^{2} x^{AH}}{dt} + F_{at}^{H} + F_{e}$$
(3.27)

onde:

 $A_{\mu}^{H}$  = área útil do êmbolo [m<sup>2</sup>];

 $M_t^H$  = massa total a ser deslocada: massa do êmbolo + massa da haste + massa do fluido confinado na câmara + massa acoplada ao cilindro hidráulico [Kg];

$$F_{at}^{H}$$
 = forças de atrito [N];

 $F_e$  = força externa [N].



Figura 3.8 - Forças atuantes no cilindro hidráulico

A variável  $F_{at}^{H}$ , na Equação (3.27), inclui os efeitos dos atritos na carga e nos selos de vedação mecânica na haste e no êmbolo do cilindro. Considerando que a dinâmica do meio é linear, estável e de fase mínima, observa-se que o único componente não linear, dentro da equação anterior, é o correspondente a essas forças.

O atrito é um fenômeno multifacetado que exibe muitas características não lineares que afetam o desempenho geral do sistema (VALDIERO, 2005). Para determinar melhor os efeitos produzidos pelo atrito no sistema precisa-se de um modelo matemático que o represente. No entanto, não existe um modelo universal de atrito, e vários modelos foram sendo apresentados no decorrer do tempo (CANUDAS DE WIT, OLSSON, *et al.*, 1995; GOMES e ROSA, 2003; MAKKAR, DIXON, *et al.*, 2005). O modelo de atrito utilizado nas pesquisas dentro do Laboratório de Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos (LASHIP) é o modelo proposto por Gomes e Rosa (2003), também conhecido como o modelo de atrito viscoso variável. Neste modelo, a força de atrito é representada como:

$$F_{at}^{H} = f_{v}^{H} \frac{dx_{i}^{AH}}{dt}$$
(3.28)

onde:

$$f_{v}^{H} = \text{coeficiente de atrito viscoso variável [Ns/m];}$$
  
$$\frac{dx_{i}^{AH}}{dt} = \text{velocidade de deslocamento da haste do cilindro hidráulico [m/s], tal que o sub-índice i define o sentido da velocidade, pudendo ser positivo (p) ou negativo (n).}$$

Geralmente, as equações lineares de movimento dos cilindros hidráulicos só levam em consideração forças de atrito constante. Porém, esta aproximação não é suficiente para baixas velocidades devido que nessa região o coeficiente de atrito viscoso cresce significativamente (SOHL e BOBROW, 1999). Tendo em vista que o valor do coeficiente de atrito viscoso é variável, ele pode ser representado como um parâmetro incerto cuja magnitude se encontra dentro de uma faixa de valores conhecida ou aproximada ([ $f_{v \min}^H$ ,  $f_{v \max}^H$ ]), tal como se pode observar na Figura 3.9.



Figura 3.9 – Representação gráfica do modelo de atrito viscoso variável Fonte: Adaptado de Machado (2003).

Esta suposição possibilita que a Equação (3.27) se torne linear, obtendo-se:

$$A_{u}^{H} \left( p_{A}^{H} - p_{B}^{H} \right) = A_{u}^{H} p_{C}^{H} = M_{t}^{H} \frac{d^{2} x^{AH}}{dt} + f_{v}^{H} \frac{dx^{AH}}{dt} + F_{e}$$
(3.29)

$$A_{u}^{H}P_{C}^{H}(s) = \left(M_{t}^{H}s^{2} + f_{v}^{H}s\right)X^{AH}(s) + F_{e}(s)$$
(3.30)

### 3.1.3 Modelagem matemática do meio

Assume-se que o meio pode ser concebido como um sistema mecânico linear de segunda ordem do tipo massa-mola-amortecedor com parâmetros incertos (Figura 3.10), tal que:

$$F_e = M_e \frac{d^2 x^E}{dt} + B_e \frac{dx^E}{dt} + K_e x^E$$
(3.31)

$$F_{e}(s) = \left(M_{e}s^{2} + B_{e}s + K_{e}\right)X^{E}(s)$$
(3.32)

onde:

$$M_e$$
 = massa do meio [Kg];

 $B_e$  = coeficiente de atrito viscoso constante do meio [N·s/m];

 $K_e$  = Rigidez do meio [N/m];



Figura 3.10 – Representação do meio como um sistema mecânico equivalente.

Adicionalmente, sabe-se que a força externa é resultado da interação mecânica entre o sistema hidráulico e o meio externo (Figura 3.11), e que tal força pode ser medida com ajuda de um sensor. Este componente, por sua vez, pode ser representado matematicamente como a rigidez de uma mola ( $K_S$ ). A força hidráulica ( $F_H$ ) representa a força que o cilindro hidráulico produz devido à ação da pressão de carga hidráulica atuando sobre a área do êmbolo.



Figura 3.11 - Interação dinâmica entre o sistema hidráulico e o meio

A força medida pelo sensor é definida como:

$$F_e = K_S \left( x^{AH} - x^E \right) \tag{3.33}$$

$$F_{e}(s) = K_{s} \left( X^{AH}(s) - X^{E}(s) \right)$$
(3.34)

#### 3.1.4 Relação entre a força de saída e a entrada de controle.

Considera-se que a dinâmica do meio pode ser representada como a ação de uma rigidez mecânica. Este conceito baseia-se na estratégia de controle de força por impedância proposta por Hogan (1985) e que foi bastante utilizada na área de robótica com esta finalidade (SERAJI e COLBAUGH, 1993; ALMEIDA, LOPES e ABREU, 2000; LEE e BUSS, 2008). Assumindo este fato, a Equação (3.32) se reduz a:

$$F_e(s) = K_e \cdot X^E(s) \tag{3.35}$$

Igualando (3.35) e (3.34) e pondo em evidência  $X^{AH}(s)$ , tem-se:

$$X^{AH}(s) = \left(\frac{K_S + K_e}{K_e \cdot K_S}\right) \cdot Fe(s) = K_{eq} \cdot Fe(s)$$
(3.36)

Isolando  $P_C^H(s)$  da equação do movimento do cilindro (Equação (3.30)) e substituindo o resultado em (3.26) e (3.27), tem-se:

$$Qv_{C}(s) = \left(A_{u}^{H}s + \left(\frac{V^{H}}{2\beta_{e}}s + C_{il}\right)\frac{\left(M_{t}^{H}s^{2} + f_{v}^{H}s\right)}{A_{u}^{H}}\right)X^{AH}(s) + \left(\left(\frac{V^{H}}{2\beta_{e}}s + C_{il}\right)\frac{1}{A_{u}^{H}}\right)F_{e}(s)$$

$$(3.37)$$

Por outro lado, a partir da Equação (3.17) e levando em consideração a dinâmica da válvula e a equação do movimento do cilindro, tem-se:

$$Qv_{C}(s) = \left( \left( \frac{1}{\omega_{nH}^{2}} \right) s^{2} + \left( \frac{2\xi_{H}}{\omega_{nH}} \right) s + 1 \right)^{-1} Kq_{U0} \cdot U^{H}(s) - \frac{Kc_{0}}{A_{u}^{H}} \cdot \left( \left( M_{t}^{H} s^{2} + f_{v}^{H} s \right) X^{AH}(s) + Fe(s) \right)$$
(3.38)

Finalmente, usando as equações (3.36), (3.37) e (3.38), tem-se:

$$\frac{Fe(s)}{U^{H}(s)} = \frac{z_{1}}{p_{1}s^{5} + p_{2}s^{4} + p_{3}s^{3} + p_{4}s^{2} + p_{5}s + p_{6}}$$
(3.39)

sendo:

$$\begin{split} z_{1} &= 2A_{u}^{H} \cdot Kq_{U0} \cdot K_{eq} \cdot \beta_{e} \cdot \omega_{nH}^{2} \\ p_{1} &= M_{t}^{H} \cdot V^{H} \\ p_{2} &= 2M_{t}^{H} \left( V^{H} \xi_{H} \omega_{nH} + \beta_{e} \left( Kc_{0} + C_{il} \right) \right) + f_{v}^{H} \cdot V^{H} \\ p_{3} &= 2\xi_{H} \omega_{nH} \cdot \left( 2M_{t}^{H} \beta_{e} \left( Kc_{0} + C_{il} \right) + f_{v}^{H} V^{H} \right) + \omega_{nH}^{2} M_{t}^{H} V^{H} + K_{eq} V^{H} \\ &+ 2\beta_{e} \left( A_{u}^{H}^{2} + f_{v}^{H} \left( Kc_{0} + C_{il} \right) \right) \\ p_{4} &= \omega_{nH}^{2} \left( 2M_{t}^{H} \beta_{e} \left( Kc_{0} + C_{il} \right) + f_{v}^{H} V^{H} \right) + 2\beta_{e} K_{eq} \left( Kc_{0} + C_{il} \right) \\ &+ 2\xi_{H} \omega_{nH} \left( 2\beta_{e} \left( A_{u}^{H}^{2} + f_{v}^{H} \left( Kc_{0} + C_{il} \right) \right) + K_{eq} V^{H} \right) \end{split}$$

$$p_{5} = \omega_{nH}^{2} \left( 2\beta_{e} \left( A_{u}^{H^{2}} + f_{v}^{H} \left( Kc_{0} + C_{il} \right) \right) + K_{eq} V^{H} \right) + 2\xi_{H} \omega_{nH} \left( 2\beta_{e} K_{eq} \left( Kc_{0} + C_{il} \right) \right) p_{6} = 2\omega_{nH}^{2} \beta_{e} K_{eq} \left( Kc_{0} + C_{il} \right)$$

## 3.2 MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA PNEUMÁTICO

A modelagem matemática para o caso pneumático é similar à da modelagem utilizada para o caso hidráulico e está baseada em De Negri (2001), De Negri e Asaff (2008) e em outros trabalhos de pesquisa desenvolvidos no LASHIP (VIEIRA, 1998; PERONDI, 2002; ASAFF, 2006; LOCATELI, 2011).

Consideram-se as seguintes suposições:

- não existem vazamentos internos na válvula e no cilindro pneumático;
- o ar se comporta como um gás perfeito, permitindo-se a utilização da equação geral de estado dos gases ideais;
- a energia cinética do gás (ar comprimido) é desprezada;
- assumem-se valores médios homogêneos das temperaturas nas câmaras dos cilindros e na servoválvula, iguais à temperatura de suprimento que é considerada constante;
- as diferenças de pressão por efeitos dissipativos ocorrem somente nos orifícios de passagem na servoválvula, desconsiderando as demais restrições ou resistências;
- os calores específicos à pressão e volume constante não se alteram ao longo dos processos;
- os processos termodinâmicos dentro das câmaras do cilindro são isentrópicos, dado que é assumido que as variações de massa específica, pressão e temperatura são infinitesimais durante a propagação da onda de pressão do fluido compressível (SHAMES, 1995);
- o efeito da força da gravidade não é considerado.

Para a realização do modelo matemático da válvula, a dinâmica da mesma é desconsiderada por ser mais rápida que a dinâmica do sistema geral. Por tal motivo, os efeitos da válvula não são perceptíveis na resposta de saída do sistema e a equação do movimento do carretel não se faz necessária.

### 3.2.1.1 Equação da vazão de controle da válvula pneumática

Em Sanville (1971) é proposto o seguinte modelo de equação para uma condição de abertura máxima do orifício de controle da válvula:

$$qm = Cp_1 \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} w(a)$$
 (3.40)

com:

$$w(a) \begin{cases} = \sqrt{1 - \frac{(a-b)^2}{(1-b)^2}} & \text{para: } a > b \\ = 1 & \text{para: } a \le b \end{cases}$$
(3.41)

tal que:

$$a = \frac{p_2}{p_1}$$
(3.42)

$$b = \frac{p_2}{p_1} \bigg|_{cr}$$
(3.43)

e onde:

qm = vazão mássica []	Kg/s];
-----------------------	--------

- C = condutância sônica [m<sup>3</sup>/(s·Pa)];
- $p_1$  = pressão absoluta à montante [Pa];
- $p_2$  = pressão absoluta à jusante [Pa];
- $\rho_0 = \text{massa específica (densidade) do ar nas condições de referência ambiente [Kg/m<sup>3</sup>];}$
- $T_0$  = temperatura do ar nas condições de referência ambiente [K];

- $T_1$  = temperatura do ar à montante [K];
- $A = razão de pressão entre p_2 e p_1;$
- B = razão crítica de pressão entre  $p_2$  e  $p_1$ , quando a velocidade do ar é igual à velocidade sônica.

A razão entre as pressões à jusante e à montante (a) define o tipo de escoamento que passa através da válvula:

- *a>b*: Escoamento subsônico;
- *a*=*b*: Escoamento sônico;
- *a*<*b*: Escoamento sônico saturado.

A condutância sônica (*C*) da válvula é a razão entre a vazão mássica que passa através da válvula e o produto da pressão à montante  $(p_1)$  com a massa específica do ar nas condições de referência ambiente  $(\rho_0)$  quando a válvula está submetida a um escoamento sônico saturado (a < b) (SANVILLE, 1971; BEATER, 2007; DE NEGRI e ASAFF, 2008).

Dado que a Equação (3.40) é somente válida quando os orifícios de controle da válvula estão totalmente abertos, se faz necessária a inclusão da variável denominada "abertura relativa", que é representada nas equações seguintes como  $A_{re}$ . Este termo refere-se à relação entre a área geométrica de passagem no interior da servoválvula e sua área geométrica de passagem máxima, e encontra-se relacionada com a tensão de referência aplicada à mesma (VIEIRA, 1998).

Incluindo o efeito que produz  $A_{re}$  na vazão mássica, a Equação (3.40) torna-se:

$$qm = A_{re} \cdot C \cdot p_1 \cdot \rho_o \cdot \sqrt{\frac{T_o}{T_1}} \cdot w(a) = A_{re} \cdot C \cdot p_1 \cdot \rho_o \cdot w(a)$$
(3.44)

O gráfico que relaciona o valor da área relativa com a tensão pode ser obtido experimentalmente. No entanto, alguns fabricantes de componentes pneumáticos disponibilizam gráficos similares (Figura 3.12). Com o intuito de simplificar a relação entre a área relativa ( $A_{re}$ ) e a tensão de controle aplicada ( $U^P$ ) utiliza-se uma constante de proporcionalidade entre ambas ( $K_U$ ) e inclui-se o efeito da zona morta, para permitir um maior realismo do modelo a ser obtido, conforme esquematizado na Figura 3.13.



Figura 3.12 – Gráfico da percentagem de vazão vs. tensão aplicada fornecida nos catálogos de fabricante Fonte: Adaptada de FESTO (2009)



Figura 3.13 - Área relativa em função à tensão aplicada

Da Figura 3.13, observa-se que poderiam ter-se duas inclinações diferentes definidas pelas constantes  $K_{U1}$  e  $K_{U2}$  quando a zona morta não é simétrica em relação à origem. Dado que, na prática, a tensão de controle aplicada vai de 0 a 10 [V], o presente trabalho translada a escala anterior a uma escala que vai de -10 a 10 [V] para facilitar a análise posterior dos resultados.

Com base na Figura 3.14, têm-se que:

$$qm_A = qm_{12} - qm_{23} \tag{3.45}$$

$$qm_{B} = qm_{45} - qm_{14} \tag{3.46}$$



Figura 3.14 – Detalhe do carretel de uma válvula proporcional pneumática Fonte: Adaptada de FESTO (2009)

Aplicando a Equação (3.44) para calcular as vazões mássicas  $qm_A$  e  $qm_B$  que vão para as câmaras do cilindro pneumático, obtêm-se as seguintes equações:

• para 
$$U^P \ge 0$$
  $(x^{VP} \ge 0)$ , tal que  $qm_{23} = qm_{14} = 0$ , tem-se:

$$qm_A = qm_{12} = K_U C p_S^P \rho_o \cdot w \left(\frac{p_S^P}{p_A^P}\right) U^P$$
(3.47)

$$qm_B = qm_{45} = K_U C p_B^P \rho_o \cdot w \left(\frac{p_B^P}{p_{atm}}\right) U^P$$
(3.48)

• para 
$$U^P < 0$$
 ( $x^{VP} < 0$ ), tal que  $qm_{12} = qm_{45} = 0$ , tem-se:

$$qm_A = qm_{23} = K_U C p_A^P \rho_o \cdot w \left(\frac{p_A^P}{p_{atm}}\right) U^P$$
(3.49)

$$qm_B = qm_{14} = K_U C p_S^P \rho_o \cdot w \left(\frac{p_S^P}{p_B^P}\right) U^P$$
(3.50)

onde:

$qm_A$	=	vazão mássica que vai (retorna) à câmara A [Kg/s];
$qm_B$	=	vazão mássica que retorna (vai) da câmara B [Kg/s];
$K_U$	=	constante de proporcionalidade [1/V];
$p_S^P$	=	pressão absoluta de suprimento de ar [Pa];
$p_{atm}$	=	pressão atmosférica absoluta [Pa];
$p_A^P$	=	pressão absoluta na câmara A [Pa];
$p_B^P$	=	pressão absoluta na câmara B [Pa];
$U^P$	=	tensao de controle [V].

# 3.2.2 Cilindro pneumático

# 3.2.2.1 Equação da continuidade em cilindros pneumáticos

Em função da Figura 3.15, podem ser definidas as equações relativas à conservação da massa dentro de cada uma das câmaras do cilindro pneumático.



Figura 3.15 - Vazões mássicas no cilindro pneumático.

Para  $x^{AP} \ge 0$ , têm-se:

$$qm_A = \frac{p_A^P}{RT_A} \frac{dV_A^P}{dt} + \frac{V_A^P}{RT_A\gamma} \frac{dp_A^P}{dt}$$
(3.51)

$$qm_B = -\frac{p_B^P}{RT_B}\frac{dV_B^P}{dt} - \frac{V_B^P}{RT_B\gamma}\frac{dp_B^P}{dt}$$
(3.52)

Sabe-se, também, que os volumes das câmaras  $V_A^P \in V_B^P$  são variáveis em função da posição da haste  $(x^{AP})$  e do curso total da mesma  $(L^P)$ , dado que foi assumido que o cilindro pneumático a ser analisado é simétrico e as temperaturas nas câmaras são iguais  $(T_A = T_B = T)$ , as equações (3.51) e (3.52) podem ser reescritas da seguinte forma:

$$qm_{A} = \frac{p_{A}^{P}A_{u}^{P}}{RT}\frac{dx^{AP}}{dt} + \frac{V_{A0}^{P} + A_{u}^{P}x^{AP}}{RT\gamma}\frac{dp_{A}^{P}}{dt}$$
(3.53)

$$qm_{B} = -\frac{p_{B}^{P}A_{u}^{P}}{RT}\frac{dx^{AP}}{dt} - \frac{V_{B0}^{P} + A_{u}^{P}\left(L^{P} - x^{AP}\right)}{RT\gamma}\frac{dp_{B}^{P}}{dt}$$
(3.54)

onde:

 $T_{A} = \text{temperatura absoluta na câmara } A [K];$   $T_{B} = \text{temperatura absoluta na câmara } B [K];$  $V_{A0}^{P} = \text{volume morto ligado à câmara } A [m^{3}];$   $V_{B0}^{P} = \text{volume morto ligado à câmara } B [m^{3}];$   $A_{u}^{P} = \text{área útil do êmbolo do cilindro [m^{2}];}$   $x^{AP} = \text{posição da haste do cilindro pneumático [m];}$   $L^{P} = \text{carreira total de deslocamento da haste [m];}$  $R = \text{constante universal dos gases } \left[\frac{J}{Kg \cdot K}\right];$ 

 $\gamma$  = relação dos calores específicos;

Colocando em evidência os termos derivativos das pressões das câmaras, têm-se:

$$\frac{dp_A^P}{dt} = -\frac{A_u^P \gamma}{V_{A0}^P + Ax^{AP}} \frac{dx^{AP}}{dt} p_A^P + \frac{RT\gamma}{V_{A0}^P + Ax^{AP}} qm_A$$
(3.55)

$$\frac{dp_B^P}{dt} = \frac{A_u^P \gamma}{V_{B0}^P + A_u^P \left(L^P - x^{AP}\right)} \frac{dx^{AP}}{dt} p_B^P - \frac{RT\gamma}{V_{B0}^P + A_u^P \left(L^P - x^{AP}\right)} qm_B \qquad (3.56)$$

## 3.2.2.2 Equação do movimento em cilindros pneumáticos

No caso pneumático, esta equação é idêntica ao caso hidráulico e baseia-se na seguinte Figura:



Figura 3.16 - Forças atuantes no cilindro pneumático

A equação que representa o movimento da haste do cilindro pneumático simétrico é:

$$A_{A}^{P}p_{A}^{P} - A_{B}^{P}p_{B}^{P} = A_{u}^{P}(p_{A}^{P} - p_{B}^{P}) = M_{t}^{P}\frac{d^{2}x^{AP}}{dt} + F_{at}^{P} + F_{e}$$
(3.57)

onde:

$M_t^P$	=	massa total deslocada: massa do êmbolo + massa da haste + massa do fluido confinado na câmara + massa acoplada ao cilindro pneumático [Kg]:
$F_{at}^{P}$	=	forças de atrito [N];
$F_{e}$	=	força externa [N].

A representação das forças de atrito é idêntica ao caso hidráulico, e está baseada no modelo de atrito viscoso variável. Da mesma forma, a equação do movimento do cilindro pneumático pode ser representada como:

$$A_{u}^{P}\left(p_{A}^{P}-p_{B}^{P}\right) = M_{t}^{P}\frac{d^{2}x^{AP}}{dt} + f_{v}^{P}\frac{dx^{AP}}{dt} + F_{e}$$
(3.58)

Onde  $f_v^P$  é o coeficiente de atrito viscoso variável referido ao cilindro pneumático.

# 3.3 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram desenvolvidos o modelo linear e o modelo não linear de cada um dos sistemas analisados: sistema hidráulico e sistema pneumático.

O modelo linear do sistema hidráulico será utilizado nos seguintes capítulos para desenvolver o controlador de força aplicando a técnica QFT. Os modelos não lineares do sistema hidráulico e do sistema pneumático serão utilizados para realizar as simulações da interação dinâmica existente entre ambos, visando verificar o comportamento servo-regulatório do controlador projetado.

O código do programa e os diagramas de blocos a serem empregados nas simulações se encontram detalhados no Apêndice A e no Apêndice B, respectivamente.

# 4 ANÁLISE E SELEÇÃO DO ACOPLAMENTO FLÉXÍVEL

Pesquisas sobre o controle de força hidráulico têm mostrado a necessidade da inclusão de um acoplamento flexível entre a haste do cilindro hidráulico e o meio externo com o intuito de isolar suas respectivas dinâmicas. Desta maneira, tenta-se diminuir o efeito que tem o movimento do meio sobre o cilindro. Assim, é possível controlar as forças aplicadas de forma mais estável e robusta (PLUMER, 2007; LAMMING, PLUMMER e HILLIS, 2010).

No presente capítulo propõe-se um procedimento de análise e seleção deste componente em vista de não ter encontrado material bibliográfico que considere este fato importante. Inicialmente, considera-se que o cilindro hidráulico atua exercendo força contra uma parede imóvel ( $X^E = 0$ ) como se pode observar na Figura 4.1.



Figura 4.1 – Aplicação de força sobre uma meio estático.

O sistema hidráulico é considerado significativamente rígido por natureza devido, principalmente, à mínima compressibilidade que possui o fluido hidráulico. O acoplamento direto entre a haste do cilindro hidráulico e a parede, sabendo que a rigidez de ambos é elevada, faria com que o sistema inteiro fosse rígido. Isto dificultaria o seu controle dado que a largura de banda do sistema seria elevada, incrementando a sensibilidade do sistema aos ruídos de medida. À medida que a rigidez equivalente  $K_{eq}$  aumenta, a largura de banda do sistema cresce e se fazem necessários ganhos do controlador mais baixos para estabilizá-lo. Com ganhos muito baixos, a faixa de valores de tensão de controle enviada à válvula seria bastante pequena. Consequêntemente, o deslocamento do carretel seria mínimo. Isto reduziria, de modo geral, a precisão no controle, além de correr o risco de trabalhar perto da zona morta da válvula, mesmo sendo muito pequena. Teoricamente, e segundo os dados do fabricante MOOG, a zona morta da válvula é nula já que o tipo de centro é crítico. Na prática, é impossível ter um centro crítico teórico, sendo que na realidade existe uma zona morta que tenta ser minimizada.

A Figura 4.2 mostra o lugar das raízes (LR) da planta nominal calculada a partir da Equação (3.39) e dos dados nominais dos parâmetros apresentados no Apêndice C. Desconsidera-se, por enquanto, o efeito da ação da válvula que interliga as câmaras. Observa-se que o ganho máximo para manter o sistema estável é muito baixo (2,7  $\cdot$ 10-3) devido à alta rigidez.



Figura 4.2 – Lugar das raízes da planta nominal.

Na Figura 4.3, é apresentado, com linha escura, a resposta de saída simulada do sistema considerando a ação de um controlador

simples do tipo proporcional. Considera-se que a haste do cilindro tem uma posição inicial centrada (0,25 m). Para construir o gráfico, assumese uma força de referência de 5000 N e seleciona-se, também, a metade do ganho máximo para impedir oscilações elevadas ( $K_P = 1 \cdot 10$ -3).

Nessa Figura, observa-se que o tempo de assentamento é bastante reduzido (0,03 s) e o sinal de tensão de controle enviado à válvula é similar a um pulso de 5 V de magnitude e de 0,005 s de largura, onde o seu valor em regime permanente é de 0,1 V. Finalmente, o deslocamento da haste do cilindro é pequeno, da ordem de  $5,7 \cdot 10^{-5}$  m (57 µm).



Figura 4.3 – Comparação da resposta de saída com e sem o efeito da ação da válvula que interliga as câmaras.

Estas características tornam complicada a realização de um controle preciso porque a planta é sensível demais e propensa a se instabilizar com ruídos externos, sejam eles de perturbação ou de medição.

Devido ao valor do sinal de controle em regime permanente ser muito baixo, na prática poderiam existir problemas de estabilidade.

Outro problema inerente ao sistema hidráulico é o elevado ganho estático que possui. Perto da origem do carretel da válvula, o coeficiente de vazão-pressão tende a ser zero, levando o ganho estático a um patamar muito elevado. Faz-se necessário, então, a inclusão de um componente dissipativo. A válvula reguladora de vazão, que interliga as câmaras do cilindro, cumpre esta função. A ação desta válvula é representada através do coeficiente de vazão de interligação ( $C_{il}$ ). Um dos efeitos que este parâmetro produz no sistema de controle força é a de ampliar a faixa de valores admissíveis de tensão de controle, permitindo realizar ajustes mais finos na tensão de controle enviada à válvula. No entanto, existe uma desvantagem no seu uso. O incremento do valor do coeficiente  $(C_{il})$  produz, também, uma diminuição no valor máximo de saída do sistema, gerando um erro em regime permanente e sendo preciso a inclusão de uma parcela integrativa no controlador além de necessitar-se componentes de maior tamanho. O ajuste desta válvula depende da resposta de saída. Na Figura 4.3 apresenta-se, com linha clara, o efeito produzido pela ação dessa válvula na saída de força controlada. Considerou-se um valor igual a 5 % do valor máximo do coeficiente de vazão de interligação  $C_{il}$ . Este coeficiente tem relação direta com a abertura da válvula reguladora.

Contudo, o sistema continua sendo bastante rígido e a válvula de regulação não é suficiente para ajudar neste problema. É preciso, então, adicionar um acoplamento flexível com a finalidade de reduzir a rigidez equivalente. Isto permitirá reduzir a sensibilidade do sistema e torná-lo mais estável.

# 4.1 DETERMINAÇÃO DO ACOPLAMENTO MECÂNICO

O processo para a determinação do valor da rigidez do acoplamento fundamenta-se na análise de estabilidade através do diagrama de lugar das raízes (LR) da planta. O LR da Figura 4.2 é calculado e construído a partir da equação característica da FTMF<sup>10</sup> do sistema (FRANKLIN, POWELL e EMAMI-NAEINI, 2002; OGATA, 2002):

$$1 + L(s) = 1 + G(s)P(s) = 1 + K_p P(s) = 0$$
(4.1)

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Função de Transferência em Malha Fechada.

onde  $K_P$  é um ganho proporcional que varia de zero até o infinito e representa o controlador G(s). Por sua vez, a planta P(s) pode ser definida como a razão entre um numerador N(s) e um denominador D(s):

$$1 + K_P \frac{N(s)}{D(s)} = 0 (4.2)$$

O objetivo do uso do LR é determinar a influência que tem a variação do ganho do controlador na resposta de saída do sistema para permitir a seleção dos melhores ganhos que façam com que o sistema tenha um bom desempenho e seja estável.

No entanto, esta mesma análise pode ser realizada em função de qualquer outro parâmetro dentro da função de transmissão L(s) (FRANKLIN, POWELL e EMAMI-NAEINI, 2002). Seleciona-se, então, o parâmetro  $K_{eq}$  considerando-o como sendo um ganho variável.

Da FTMA<sup>11</sup> calculada na Equação (3.39), observa-se que tanto o numerador como o denominador estão em função do parâmetro  $K_{eq}$ . Pode-se, então, fatorar este parâmetro em ambos os polinômios, tal que:

$$N(s) = K_{eq} N_1(s) \tag{4.3}$$

$$D(s) = K_{eq} D_1(s) + D_2(s)$$
(4.4)

Substituindo (4.3) e (4.4) em (4.2), e pondo em evidência o termo  $K_{eq}$ , tem-se:

$$1 + K_{eq} \left( \frac{D_1(s) + K_P N_1(s)}{D_2(s)} \right) = 0$$
(4.5)

tal que:

$$\begin{split} D_{1}(s) &= \left(s^{2} + 2\xi\omega_{n} \ s + \omega_{n}^{2}\right) \left(V^{H} \ s + 2\beta_{e}\left(Kc_{0} + C_{il}\right)\right) \\ D_{2}(s) &= \left(s^{2} + 2\xi\omega_{n} \ s + \omega_{n}^{2}\right) \left(M_{t}^{H}V^{H} \ s^{3} + \left(2M_{t}^{H}\beta_{e}\left(Kc_{0} + C_{il}\right) + f_{v}^{H}\cdot V^{H}\right)\right)s^{2} \\ &+ \left(2f_{v}^{H}\beta_{e}\left(Kc_{0} + C_{il}\right) + 2A_{u}^{H2}\beta_{e}\right)s \end{split}$$

 $N_1(s) = 2A_u^H \beta_e K q_{U0} \omega_n^2$ 

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Função de Transferência em Malha Aberta.

Quando a Equação (4.5) é resolvida em função de  $K_{eq}$ , se obtém uma relação inversamente proporcional ao ganho do controlador ( $K_P$ ). Ou seja, os valores das raízes a serem obtidas da equação anterior dependem do valor desse ganho e à medida que este cresce o valor de  $K_{eq}$  diminui. Para cada valor do ganho  $K_P$  especificado, obtém-se um valor máximo de rigidez equivalente  $K_{eq}$  que mantém o sistema estável.

Da teoria de elementos mecânicos, sabe-se que o valor da rigidez equivalente de um conjunto de molas associadas em série é dominado pelo mínimo valor de rigidez existente dentro desse conjunto. Em geral, devido a que os valores da rigidez da parede e do sensor são mais elevadas em comparação à rigidez da mola, esta última será a dominante (Figura 4.4).



Figura 4.4 - Adição do acoplamento flexível ao circuito de força.

Na Figura 4.5 observa-se um exemplo do LR resultante, quando se assumem os valores nominais de cada parâmetro da Equação (4.5) (Apêndice C) e um ganho proporcional  $K_{PP} = 1$ . Na Figura 4.6, mostrase um detalhamento da zona "A" desse diagrama.


Figura 4.5 – Lugar das raízes da planta nominal em função de  $K_{eq}$ .



Figura 4.6 – Ampliação da zona "A" do LR da Figura 4.5.

Segundo a Figura 4.6, o valor máximo de  $K_{eq}$  que mantém o sistema estável, é de  $1,33\cdot10^4$  N/m. Este resultado pode ser estimado a partir do gráfico, ou ser calculado a partir da equação de malha fechada do sistema usando, por exemplo, o critério de Routh-Hurwitz (OGATA, 2002; NISE, 2011).

Plummer (2007) chegou à conclusão que quanto mais elástico for o acoplamento flexível, mais robusto e estável será o sistema de controle de força, devido ao isolamento que se produz entre o sistema hidráulico e o meio. Porém, ressaltou os inconvenientes desta prática, referindo-se à necessidade de maiores comprimentos de mola e do conservadorismo nas respostas de saída.

Efetivamente, selecionar uma mola muito elástica como acoplamento flexível acarretaria os seguintes problemas:

- se o curso de trabalho da mola fosse maior ou igual que o do cilindro, este último poderia completar o curso dele sem atingir a força de referência;
- como consequência disso, seria preciso um maior comprimento da mola para que ela não trabalhe no seu limite de curso, isto é, com as espiras totalmente juntas ou comprimidas;
- o sinal de controle iria saturar.

Para determinar a melhor escolha da rigidez ( $K_{eq}$ ) do acoplamento, realizam-se várias simulações da planta em base ao modelo matemático não linear desenvolvido no Capítulo 3, assumindose diferentes referências de força, e vários valores de  $K_{PP}$  e  $K_{eq}$ , de tal forma a obter os deslocamentos produzidos pela haste do cilindro. A faixa de valores utilizada para o ganho  $K_{PP}$  varia entre 0,002 e 1. Logo, para cada valor de  $K_{PP}$ , calcula-se o valor máximo de  $K_{eq}$ , e logo, este valor é utilizado para determinar o curso máximo ( $\Delta x^{AH}$ ) percorrido pela haste do cilindro que mantenha o sistema estável. Para todos os casos, assume-se que a posição inicial da haste se encontra centrada no

cilindro (0,25 m) e que o deslocamento está diretamente relacionado com o curso de trabalho da mola de compressão a ser selecionada, que equivale a 30% do comprimento livre deste componente.

O gráfico logarítmico da Figura 4.7 apresenta a relação existente entre o deslocamento da haste e a rigidez equivalente. Observa-se que para referências de força grandes e para valores de rigidez baixos (<  $4 \cdot 10^4$  N/m), o deslocamento da haste se mantém constante devido a que a haste atinge o final de curso antes que a força de saída possa atingir a força de referência, saturando o sinal de controle.

O sistema de controle de força é projetado para controlar forças de até 9 000 N na bancada de testes de servoposicionamento pneumático denominado YBITU e existente no Laboratório de Sistemas Hidráulicos

e Pneumáticos (LASHIP). O objetivo da presente Seção é selecionar uma mola que seja suficientemente rígida para transmitir a força e suficientemente flexível para mantê-la estável, porém, sem ter um curso muito elevado, para evitar a ocupação de muito espaço físico no acoplamento. A partir do gráfico da Figura 4.7, vê-se conveniente selecionar um valor de rigidez igual a  $6.5 \cdot 10^5$  N/m, que para a referência de força máxima de 9 000 N, teria um deslocamento máximo de 15 mm ( $15 \cdot 10^{-3}$  m).



Figura 4.7 – Gráficos logarítmicos do deslocamento da haste vs. a rigidez equivalente para distintas referências de força.

Assim, para atender tal requisito de projeto de força, procura-se uma mola de compressão comercial com curso máximo de trabalho de 15 mm, e uma rigidez  $K_{eq}$  igual a 6,5  $\cdot 10^5$  N/m. Em caso de não existir alguma mola comercial disponível com estes requisitos, deve-se escolher uma mola com as características mais próximas às solicitadas, ou pode-se fazer um pedido especial aos fabricantes de molas. Outra possibilidade é substituir a mola de compressão desejada, que tem rigidez elevada, por várias de menor rigidez associadas em paralelo.

Escolhendo a última alternativa, se apresentam na Tabela 4.1, as características das molas selecionadas. São oferecidas duas

possibilidades de seleção de acordo com o tipo de material do componente.

Descrição	Tipo de mola		
Descrição	Aço	Poliuretano	
Tipo de Seção:	Retangular	Circular	
Diâmetro externo da mola [mm] ([m]):	25 (25 ·10 <sup>-3</sup> )	30 (30 · 10 <sup>-3</sup> )	
Comprimento livre [mm] ([m]):	51 (51 ·10 <sup>-3</sup> )	50 (50 · 10 <sup>-3</sup> )	
Curso máximo de trabalho [mm] ([m]):	15 (15 ·10 <sup>-3</sup> )	15 (15 ·10 <sup>-3</sup> )	
Rigidez [N/m]:	$1,57 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^5$	
Marca:	MDL <sup>12</sup> 9-1608-26	PLASTIPRENE <sup>13</sup>	
Número de molas necessárias:	4	2	

Tabela 4.1: Molas selecionadas para o acoplamento flexível.

No entanto, é preciso controlar a força tanto no recuo como no avanço do cilindro. Se o cilindro for simétrico é indispensável adicionar uma segunda mola com as mesmas características que a primeira. Já nos cilindros assimétricos, a segunda mola deveria ter uma rigidez distinta para compensar os esforços produzidos devido à diferença de áreas. Truong e Ahn (2009) apresentaram algumas soluções possíveis para este inconveniente (Figura 4.8) e decidiram-se por posicionar ambas as molas de forma concêntrica, fato que os ajudou a manter um comprimento do acoplamento menor. Considera-se importante compreender que ambas as molas de compressão não se encontrariam conectadas rigidamente aos encostos, de tal forma que quando uma das molas esteja em compressão por efeito do deslocamento da haste do cilindro hidráulico, a outra não realizaria nenhum tipo de esforço.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Disponível em: <u>http://www.mdl-danly.com.br/</u>. Último acesso: 25 de fevereiro de 2012.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Disponível em: <u>http://www.plastipreneoffshore.com.br/</u>. Último acesso: 25 de fevereiro de 2012.

Um dos principais inconvenientes do uso das molas dentro do circuito de controle de força é a exigência de maior espaço para sua implementação prática.



Figura 4.8 – Possíveis disposições das molas. Fonte: Modificado de Truong e Ahn (2009).

# 4.2 DETERMINAÇÃO DO ACOPLAMENTO EQUIVALENTE HIDRÁULICO

Com o intuito de dispensar o uso das molas mecânicas, a presente dissertação propõe o uso do seu equivalente hidráulico. Isto é, aproveitar que a rigidez hidráulica do óleo é diretamente proporcional ao módulo de compressibilidade efetiva, podendo-se, então, reduzir este parâmetro até conseguir um comportamento mais elástico e similar à mola mecânica selecionada anteriormente. É sabido que um cilindro hidráulico com fluido confinado nas câmaras se comporta como uma mola mecânica em presença de uma força externa (Figura 4.9).

O termo "rigidez hidráulica" é encontrado comumente na literatura de controle linear de sistemas hidráulicos e é utilizado para o calculo da frequência natural do cilindro.



Figura 4.9 - Equivalente hidráulico da mola mecânica.

A equação geral para calcular este parâmetro é (RABIE, 2009; WATTON, 2009):

$$K_{H} = \frac{A_{A}^{H^{-2}} \cdot \beta_{e}}{V_{A}^{H}} + \frac{A_{B}^{H^{-2}} \cdot \beta_{e}}{V_{B}^{H}}$$
(4.6)

onde:

$$K_{H} = \text{rigidez hidráulica [N/m];}$$

$$V_{A}^{H} = V_{A0}^{H} + A_{A}^{H} x^{AH}, \text{ volume da câmara "A" [m3];}$$

$$V_{B}^{H} = V_{B0}^{H} + A_{B}^{H} \left( L^{H} - x^{AH} \right), \text{ volume da câmara "B" [m3];}$$

As áreas  $A_A^H$  e  $A_B^H$  são iguais, dada a simetria do cilindro, e são substituídas por  $A_u^H$  para denotar a área útil do êmbolo. Além disso, os volumes das câmaras variam em função do deslocamento da haste. Os volumes mortos  $V_{A0}^H$  e  $V_{B0}^H$  de ambas as câmaras são iguais a  $V_0^H$ , que representa o volume de óleo confinado nas mangueiras ou na tubulação acoplada ao cilindro, e também, o volume residual existente nas câmaras do cilindro quando a haste este se encontra no final de curso. A Equação (4.6) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$K_{H} = \frac{A_{u}^{H\ 2} \cdot \beta_{e}}{A_{u}^{H} \cdot x^{AH} + V_{0}^{H}} + \frac{A_{u}^{H\ 2} \cdot \beta_{e}}{A_{u}^{H} \left(L^{H} - x^{AH}\right) + V_{0}^{H}}$$
(4.7)

Da Equação (4.7), observa-se que a rigidez hidráulica varia em função do deslocamento da haste do cilindro ( $x^{AH}$ ). Atinge o valor mínimo quando a haste encontra-se centrada, e o máximo, quando ele fica nos extremos do cilindro. Graficamente, este fato é representado na Figura 4.10.



Figura 4.10 - Rigidez hidráulica vs. posição da haste do cilindro simétrico.

Percebe-se uma grande diferença nos gráficos quando o volume morto  $V_0^H$  é desconsiderado, existindo uma dependência entre este termo e a rigidez hidráulica.

A partir da Equação (4.7) podem ser determinados os valores da rigidez hidráulica máxima, quando  $x^{AH} = L^{H}$ :

$$K_{H \max} = \frac{\beta_{e} \cdot A_{u}^{H 2} \left( A_{u}^{H} \cdot L^{H} + 2V_{0}^{H} \right)}{V_{0}^{H} \left( A_{u}^{H} \cdot L^{H} + V_{0}^{H} \right)}$$
(4.8)

e mínima, quando  $x^{AH} = L^H/2$ :

$$K_{H \min} = \frac{4 \cdot \beta_e \cdot A_u^{H 2}}{A_u^H \cdot L^H + 2 \cdot V_0^H}$$
(4.9)

O valor da rigidez hidráulica  $(K_H)$  deve ser igual ao valor da rigidez equivalente ( $K_{eq} = 6.5 \cdot 10^5$  N/m), a fim de obter o mesmo efeito. Em vista que a posição inicial da haste se encontra no meio do curso, escolhe-se a Equação (4.9) para representar o valor da rigidez hidráulica desejada ( $K_H = K_{H \min}$ ). Observa-se a direta dependência rigidez hidráulica existente  $K_{H}$  e o módulo entre a de compressibilidade efetivo  $\beta_e$ . Em vista que o cilindro é selecionado em base ao esforço de carga a realizar-se (9 000 N), as dimensões da área útil e do curso total do cilindro já vêm definidas. Logo, a única forma de atingir o objetivo de baixar o valor da rigidez hidráulica é através da variação do módulo efetivo do fluido hidráulico.

Isolando-se o termo  $\beta_e$  da Equação (4.9), tem-se:

$$\beta_{e} = \frac{K_{H} \left( A_{u}^{H} \cdot L^{H} + 2 \cdot V_{0}^{H} \right)}{4 \cdot A_{u}^{H^{2}}}$$
(4.10)

Por outro lado, o módulo de compressibilidade ( $\beta$ ) representa a capacidade que tem um fluido hidráulico de resistir a uma compressão uniforme. Define-se como a variação de pressão ( $\Delta p$ ) necessária para produzir uma variação de volume ( $\Delta V$ ) num volume inicial (V) (WATTON, 2009):

$$\beta = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V} \tag{4.11}$$

onde o sinal negativo indica que um incremento na pressão produz um decremento no volume do fluido, caso contrario ter-se-ia um sinal positivo.

O módulo de compressibilidade efetivo leva em consideração os efeitos da expansão da tubulação e do cilindro, e também o efeito que produz o ingresso de ar no óleo.

É conhecido que o ingresso do ar, mesmo sendo em porcentagens mínimas, produziria um decréscimo grande no valor de  $\beta_e$ . O ar que ingressa no sistema hidráulico pode produzir problemas de instabilidade e cavitação na bomba, entre outros. Por tal motivo é sempre indesejado. A fim de minimizar este efeito, na prática tenta-se manter as pressões de suprimento elevadas. Considerando que a quantidade de ar dissolvido no óleo é bastante pequena (~ 0,1 %) e sendo que não se tem certeza do seu valor real, assume-se que é igual a zero numa primeira aproximação a fim de simplificar á análise posterior.

A equação que define o módulo de compressibilidade efetivo é:

$$\frac{1}{\beta_e} = \frac{1}{\beta_0} + \frac{1}{\beta_C} \tag{4.12}$$

tal que:

De forma similar ao caso das molas em série, na Equação (4.12), o valor do módulo efetivo ( $\beta_e$ ) é dominado pelo mínimo valor existente entre os termos  $\beta_0$  e  $\beta_c$ . Como  $\beta_0$  é considerado constante e tem um valor maior que  $\beta_c$ , este último termo define o valor de  $\beta_e$ . O módulo  $\beta_c$  pode ser calculado, dependendo do tipo de tubulação a ser utilizada. Tubos de aço atingem valores grandes de  $\beta_c$  porque a expansão volumétrica que sofrem por efeito do incremento da pressão é mínima. Por tal motivo, serão utilizadas mangueiras hidráulicas, devido a sua maior elasticidade, de tal forma de reduzir o módulo de compressibilidade efetivo.

As mangueiras são projetadas para serem, ao mesmo tempo, resistentes e flexíveis. Utilizam-se, geralmente, para o amortecimento de vibrações ao final das linhas de transmissão de tubos de aço, o amortecimento das pulsações na saída das bombas e para a redução do ruído audível.

Lamentavelmente, quase nenhum dos fabricantes de mangueiras hidráulicas disponibiliza, de forma direta, o dado do módulo de compressibilidade dos seus produtos, sendo preciso obter esse dado indiretamente ou de forma experimental (EVANS, 1980; ENTWISTLE, 1981; HOYOS, MEJÍA e HENAO, 2005; WATTON, 2009). No entanto, algumas empresas fabricantes oferecem gráficos ou equações que ajudam a determinar a expansão volumétrica das mangueiras que produzem (EATON, 2008; PARKER, 2012).

A expansão volumétrica (EV) representa o incremento no volume da mangueira por unidade de comprimento devido a um incremento na pressão do fluido que a atravessa. Está determinada pelo tipo de construção e pela qualidade dos fios de aço, ou de outros materiais resistentes, com os quais são formados os reforços das mangueiras como se pode observar na Figura 4.11 (ALLEYNE, 2006).



Figura 4.11 – Detalhe construtivo das mangueiras hidráulicas. Fonte: Modificado de Alleyne (2006).

Segundo Henao (2010), a expansão volumétrica pode ser calculada de acordo com:

$$EV = \frac{\Delta V_{man}^{H}}{L_{man}^{H}}$$
(4.13)

sendo:

 $EV = \exp ansão volumétrica [m<sup>3</sup>/m];$   $\Delta V_{man}^{H} = variação no volume da mangueira [m<sup>3</sup>];$  $L_{man}^{H} = \operatorname{comprimento} da mangueira [m].$  A partir da Equação (4.11), pode-se definir, de forma genérica, o módulo de compressibilidade da mangueira ( $\beta_{man}$ ), como sendo:

$$\beta_{man} = V_{man}^{H} \frac{\Delta p^{H}}{\Delta V_{man}^{H}} = \frac{\pi \cdot D_{man}^{H-2}}{4} \cdot L_{man}^{H} \frac{\Delta p^{H}}{\Delta V_{man}^{H}}$$
(4.14)

tal que  $D_{man}^{H}$  é o diâmetro nominal da mangueira. Substituindo (4.13) em (4.14), obtém-se:

$$\beta_{man} = \frac{\pi \cdot D_{man}^{H-2} \cdot \Delta p^H}{4 \cdot E V}$$
(4.15)

Da Equação (4.12), sabe-se que o valor do módulo efetivo ( $\beta_e$ ) é próximo ao mínimo valor existente entre o módulo do óleo ( $\beta_0$ ) e o módulo do contentor de óleo ( $\beta_C$ ). Em vista que o módulo de compressibilidade da mangueira ( $\beta_{man}$ ) representa o  $\beta_C$  e é, em geral, muito baixo em relação a  $\beta_0$ , considera-se que  $\beta_e \cong \beta_{man}$ . Substituindo a relação (4.15) na Equação (4.10), tem-se:

$$\frac{\Delta p^{H}}{EV} = \frac{K_{H} \left( A_{u}^{H} \cdot L^{H} + \frac{1}{2} \pi \cdot D_{man}^{H-2} \cdot L_{man}^{H} \right)}{\pi \cdot D_{man}^{H-2} \cdot A_{u}^{H-2}}$$
(4.16)

onde o termo  $V_0^H$  é substituído por  $V_{man}^H$  devido a que ambos se referem ao volume do óleo confinado na mangueira.

Os dados de expansão volumétrica (EV) e o diâmetro nominal da mangueira  $(D_{man}^{H})$  podem ser obtidos dos catálogos dos fabricantes, assumindo-se uma pressão de trabalho de 70 bar (7  $\cdot 10^{6}$  MPa  $\approx 1000$  psi).

O processo de seleção da mangueira é iterativo. Tenta-se escolher o melhor valor de comprimento, assumindo valores conhecidos do diâmetro nominal e da expansão volumétrica correspondente.

Isolando o termo relativo ao comprimento da mangueira da Equação (4.16), tem-se:

$$L_{man}^{H} = \frac{2 \cdot A_{u}^{H} \left(-EV \cdot K_{H} \cdot L^{H} + \Delta p \cdot A_{u}^{H} \cdot \pi D_{man}^{H-2}\right)}{EV \cdot K_{H} \cdot \pi D_{man}^{H-2}}$$
(4.17)

Os fabricantes de mangueiras utilizam um sistema numerado de bitolas para designar o diâmetro interno da mangueira. Cada número de bitola, dividido por 16, representa o valor do diâmetro em polegadas (PARKER, 2008).

Para selecionar a mangueira hidráulica a ser utilizada é necessário conhecer a vazão que passa por elas. A vazão nominal da válvula utilizada é de 10 gpm (MOOG, 2007). Porém, o dado a ser utilizado será a vazão da bomba da unidade de potência por ter um valor menor que da válvula. O LASHIP possui uma mini-unidade de potência hidráulica da marca BOSCH – REXROTH (ABMUP RP51016/11.04) cuja bomba provê ao sistema uma vazão nominal de 9,8 L/min. Segundo os fabricantes de mangueiras, as velocidades recomendadas para as linhas de pressão vão de 7 a 15 gpm, é dizer, de 2 a 4,5 m/s. Para facilitar a seleção utilizam-se os nomogramas<sup>14</sup> fornecidos pelos fabricantes (Figura 4.12). Os quais se baseiam na seguinte equação (PARKER, 2012):

$$v_{fps} = \frac{0,3208 \cdot Q}{\frac{\pi d^2}{4}}$$
(4.18)

onde:

 $v_{fps}$  = velocidade do óleo [pé/s]; Q = vazão que atravessa a mangueira [gpm]; d = diâmetro nominal da mangueira [pol].

Selecionam-se as bitolas -05, -06 e -08, correspondentes aos diâmetros: 5/16" (7,937  $\cdot 10^{-3}$  m), 3/8" (9,525  $\cdot 10^{-3}$  m) e 1/2" (12,7  $\cdot 10^{-3}$  m), respectivamente, como as possíveis medidas de mangueira a serem selecionadas.

Usando a Equação (4.17), foram calculados os comprimentos de mangueira necessários para três diâmetros distintos segundo os dados de expansão volumétrica obtidas dos catálogos de duas empresas

<sup>14</sup> Nomogramas são gráficos que servem para representar, no plano, equações com várias variáveis, de tal forma que o cálculo das suas soluções se reduz a uma simples leitura a ser efetuada nesse gráfico

fabricantes de mangueiras hidráulicas. A Tabela 4.2 mostra os resultados obtidos. A escolha do tipo de série em cada uma das marcas apresentadas deve-se ao fato delas corresponderem às mangueiras com maior expansão volumétrica produzida por cada empresa.



Figura 4.12 – Nomograma de seleção de mangueiras hidráulicas. Fonte: Modificado de PARKER (2008).

A PARKER proporciona equações para a determinação da expansão volumétrica das mangueiras que produz. No entanto, a EATON provê os gráficos de EV vs. pressão de trabalho (Figura 4.13).

Fabricante: PARKER Série: Parflex ® 510C / 518C						
itola	Diâmetro nominal		Expansão volumétrica a 1 015 [psi] (70 [bar])		Comprimento necessário	
Bi	[pol]	[m]	[cm <sup>3</sup> /pé]	[m <sup>3</sup> /m]	[m]	
-05	0,3125	7,93 ·10 <sup>-3</sup>	1,48	$4,87 \cdot 10^{-6}$	3,12	
-06	0,375	9,52 ·10 <sup>-3</sup>	1,97	6,48 ·10 <sup>-6</sup>	2,78	
-08	0,5	$1,27 \cdot 10^{-2}$	3,41	$1,12 \cdot 10^{-5}$	1,70	
Fabricante: EATON Série: Synflex ® 3130						
-05	0,3125	<b>7,93 · 10<sup>-3</sup></b>	2	6,56 ·10 <sup>-6</sup>	0,23	
-06	0,375	$9,52 \cdot 10^{-3}$	3,8	$1,24 \cdot 10^{-5}$	-0,85	
-08	0,5	$1,27 \cdot 10^{-2}$	5	1,64 .10-5	0,17	

Tabela 4.2: Comprimento de mangueira necessário segundo o tipo de bitola.

#### Series 3130



Figura 4.13 – Expansão volumétrica da mangueira vs. pressão de operação. Fonte: Modificado de EATON (2008).

Finalmente, a mangueira selecionada é a EATON Synflex ® 3130–05. O comprimento mínimo necessário é de 0,23 [m]. Porém, determina-se que o comprimento de mangueira a ser utilizado será de 0,30 [m] para garantir um bom desempenho.

O resultado negativo no comprimento necessário de mangueira encontrado na Tabela 4.2 igual a -0,85 m para o caso da mangueira de 3/8" (bitola -06) da fabricante EATON, se deve a que sua expansão volumétrica é bastante elevada para os valores de rigidez hidráulica que desejam obter-se. Esta mangueira poderia ser utilizada para casos em que sejam precisos valores menores de rigidez, ou quando sejam utilizadas pressões de suprimento mais elevadas.

Finalmente, substituindo os dados da mangueira selecionada na Equação (4.15) obtém-se um valor de  $\beta_e$  igual a 5,28  $\cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>. Os valores mínimos e máximos da rigidez hidráulica resultante serão:  $K_{H \text{ min}} = 6,43 \cdot 10^5$  N/m e  $K_{H \text{ max}} = 9,08 \cdot 10^5$  N/m. Dado que um dos objetivos principais deste capítulo é a busca de um equivalente hidráulico que substitua o comportamento flexível de uma mola mecânica, a rigidez hidráulica ( $K_H$ ) obtida representa a rigidez equivalente ( $K_{eq}$ ) da mola mecânica. Porém, devido à variação no valor de  $K_H$  por causa das mudanças na posição de haste do cilindro, faz-se

de  $K_H$  por causa das mudanças na posição de haste do cilíndro, faz-se preciso que a rigidez equivalente seja considerada como sendo uma incerteza paramétrica que varia dentro da faixa  $[K_{H \min}, K_{H \max}]$  a fim de garantir o bom desempenho do sistema de controle de força.

# 4.3 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO.

Neste capítulo foi proposto um procedimento de análise, cálculo e seleção de acoplamentos flexíveis a serem utilizados em projetos de controle de força hidráulica.

No caso do acoplamento flexível utilizando a mola mecânica, viu-se que sua principal desvantagem refere-se ao espaço necessário para sua implementação prática. Por tal motivo, um equivalente hidráulico foi proposto a fim de realizar um acoplamento rígido entre o atuador e o meio, procurando ter o mesmo efeito flexível equivalente ao da mola mecânica através da redução do módulo de compressibilidade efetivo do óleo. Concluiu-se que a utilização de mangueiras com maior expansão volumétrica permitiria a implementação do efeito mecânico desejado sob a forma de um dispositivo hidráulico.

5 APLICAÇÃO DA TÉCNICA QFT NO CONTROLE DE FORÇA HIDRAÚLICO

Neste capítulo consideram-se os dois casos principais onde o cilindro hidráulico irá atuar exercendo uma força controlada. O primeiro refere-se à ação do cilindro sobre uma parede (controle de força estático) e o segundo, sobre um sistema que tem uma dinâmica própria (controle de força dinâmico). A dinâmica do meio para o caso de controle de força dinâmico será simulada através de um sistema de servoposicionamento pneumático.

Em ambos os casos, o projeto de controle de força se baseia na aplicação da metodologia da técnica QFT detalhada no Capítulo 2. Considera-se, também, o uso de um acoplamento flexível entre o sistema hidráulico e o meio. Tal acoplamento é baseado no uso de mangueiras de alta expansão volumétrica, segundo foi analisado no Capítulo 4.

5.1 PROJETO DO CONTROLADOR DE FORÇA APLICADA SOBRE UM MEIO ESTÁTICO.

# 5.1.1 Conversão dos requisitos entre o domínio do tempo e da frequência.

São definidas as especificações de desempenho máximo e mínimo no domínio do tempo, assumindo uma entrada de degrau unitário. Definem-se o limite superior  $(B_U(t))$  e o inferior  $(B_L(t))$  junto com os tempos de assentamento e as porcentagens de sobressinal máximo de cada um deles, por serem as especificações mais relevantes. Assume-se uma tolerância de 1% como requisito nos tempos de assentamento.

- Limite superior  $(B_U(t))$ :
  - ✓ tempo de assentamento ( $t_{S1\%}$ ): 0,5 s;
  - ✓ porcentagem do sobressinal máximo (PO): 1 %;
- Limite inferior  $(B_L(t))$ :
  - ✓ tempo de assentamento ( $t_{S 1\%}$ ): 0,5 s;
  - ✓ porcentagem do sobressinal máximo (PO): 0 %.

A partir das equações (2.21) e (2.22), reescritas a continuação:

$$T_{rU}(s) = \frac{K_1^*(s-z_1)}{(s-p_1)(s-p_2)}$$
$$T_{rL}(s) = \frac{K_2^*}{(s-a_1)(s-a_2)(s-a_3)}$$

definem-se as seguintes funções de transferência no domínio de Laplace:

$$T_{rU}(s) = \left(\frac{144}{s^2 + 19, 8 \cdot s + 144}\right) \left(\frac{s + 30}{30}\right)$$
(5.1)

$$T_{rL}(s) = \left(\frac{144}{s^2 + 24 \cdot s + 144}\right) \left(\frac{36}{s + 36}\right)$$
(5.2)

onde os parâmetros são calculados em base às equações apresentadas na Subseção 2.3.1. Estas funções resultantes representam os limites: superior  $T_{rU}(s)$  e inferior  $T_{rL}(s)$  respectivamente, e que estão relacionados com os limites temporais  $B_U(t)$  e  $B_L(t)$  da Figura 5.1.



Figura 5.1 - Especificações da resposta de saída no domínio do tempo.

Observa-se a adição de um zero no limite superior e um pólo no limite inferior que servem para ajustar os requisitos em alta frequência (Figura 5.2) a fim de ajudar ao projetista a obter controladores de uma ordem maior ou menor.



Figura 5.2 – Especificações da resposta de saída no domínio da frequência.

#### 5.1.2 Obtenção dos templates da planta

A planta "modelo" do sistema de controle de força é representada pela função de transferência obtida no Capítulo 3 e que é reescrita a seguir:

$$\frac{Fe(s)}{U^{H}(s)} = \frac{z_{1}}{p_{1}s^{5} + p_{2}s^{4} + p_{3}s^{3} + p_{4}s^{2} + p_{5}s + p_{6}}$$

onde:

$$z_{1} = 2A_{u}^{H} \cdot Kq_{U0} \cdot K_{eq} \cdot \beta_{e} \cdot \omega_{nH}^{2}$$

$$p_{1} = M_{t}^{H} \cdot V^{H}$$

$$p_{2} = 2M_{t}^{H} \left( V^{H} \xi_{H} \omega_{nH} + \beta_{e} \left( Kc_{0} + C_{il} \right) \right) + f_{v}^{H} \cdot V^{H}$$

$$\begin{split} p_{3} &= 2\xi_{H}\omega_{nH} \cdot \left(2M_{t}^{H}\beta_{e}\left(Kc_{0}+C_{il}\right)+f_{v}^{H}V^{H}\right)+\omega_{nH}^{2}M_{t}^{H}V^{H}+K_{eq}V^{H} \\ &+ 2\beta_{e}\left(A_{u}^{H~2}+f_{v}^{H}\left(Kc_{0}+C_{il}\right)\right) \\ p_{4} &= \omega_{nH}^{-2}\left(2M_{t}^{H}\beta_{e}\left(Kc_{0}+C_{il}\right)+f_{v}^{H}V^{H}\right)+2\beta_{e}K_{eq}\left(Kc_{0}+C_{il}\right) \\ &+ 2\xi_{H}\omega_{nH}\left(2\beta_{e}\left(A_{u}^{H~2}+f_{v}^{H}\left(Kc_{0}+C_{il}\right)\right)+K_{eq}V^{H}\right) \\ p_{5} &= \omega_{nH}^{-2}\left(2\beta_{e}\left(A_{u}^{H~2}+f_{v}^{H}\left(Kc_{0}+C_{il}\right)\right)+K_{eq}V^{H}\right) \\ &+ 2\xi_{H}\omega_{nH}\left(2\beta_{e}K_{eq}\left(Kc_{0}+C_{il}\right)\right) \\ p_{6} &= 2\omega_{nH}^{-2}\beta_{e}K_{eq}\left(Kc_{0}+C_{il}\right) \end{split}$$

Segundo a função de transferência anterior, a lista dos parâmetros a ser considerados como incertezas paramétricas são apresentadas na Tabela 5.1.

Descrição	Parâmetro	Unidade
Módulo de compressibilidade efetiva	$\beta_e$	[N/m <sup>2</sup> ]
Área útil do embolo do cilindro	$A_u^H$	[m <sup>2</sup> ]
Volume da câmara do cilindro	$V^H$	[m <sup>3</sup> ]
Coeficiente de atrito viscoso	$f_v^H$	[N·s/m]
Ganho de vazão por tensão da válvula	$Kq_{U0}$	$\left[\frac{m^3}{s \cdot V}\right]$
Coeficiente de vazão-pressão da válvula	Kc <sub>0</sub>	$\left[\frac{m^3}{s \cdot Pa}\right]$
Rigidez equivalente	K <sub>eq</sub>	[N/m]
Freqüência natural da válvula hidráulica	$\omega_{nH}$	[rad/s]
Coeficiente de amortecimento da válvula hidráulica	$\xi_H$	[-]

Tabela 5.1: Parâmetros incertos da planta

Considera-se que a variação de cada um dos parâmetros selecionados produzirá efeitos perceptíveis na saída. A massa não é

levada em consideração devido ao sistema, em geral, ser dominado por termos de rigidez cujos valores são muito elevados em comparação a esse termo inercial. Por tal motivo, uma variação na massa móvel do cilindro hidráulico produzirá variações pequenas na saída. Devido a que se tem acesso direto ao controle manual da válvula reguladora de vazão que interliga ambas as câmaras do cilindro, o termo relacionado com o coeficiente de interligação da válvula ( $C_{il}$ ) é considerado um parâmetro constante. O valor deste parâmetro é escolhido manualmente através de tentativa e erro segundo seja necessário. A faixa de valores que este parâmetro pode assumir varia de 0 a  $3 \cdot 10^{-10}$  m<sup>3</sup>/(s·Pa) (ver Apêndice C).

Na Tabela 5.2, especificam-se a faixa de valores mínimos e máximos de cada uma das incertezas paramétrica selecionadas anteriormente. Tais valores são obtidos a partir de dados técnicos dos catálogos (Apêndice C). Alguns dos valores limites são escolhidos assumindo variações porcentuais com relação ao seu valor nominal. Porém, outros valores baseiam-se na experiência prática e/ou, também, na suposição de possíveis mudanças físicas nos componentes. Têm-se, por exemplo, que a área útil do cilindro  $(A_{\mu}^{H})$  é incluída dentro dos parâmetros incertos a fim de possibilitar o uso de um único controlador de força para um cilindro simétrico ou assimétrico que tenha o mesmo diâmetro de êmbolo. O volume de cada câmara é, também, incerto e varia segundo o deslocamento da haste do cilindro. No caso do coeficiente de atrito viscoso ( $f_v^H$ ), definem-se os limites com base nas experiências práticas descritas em outros trabalhos de mestrado realizados no LASHIP (SZPAK, 2008; MURARO, 2010). Assumem-se os valores mínimos e máximos dos coeficientes de atrito expressos nesses trabalhos como base da análise para este projeto. Por outro lado, assume-se, em princípio, a utilização de uma mola mecânica como acoplamento flexível e, em vista que a tubulação ligada ao cilindro é de aço, considera-se que o módulo de compressibilidade efetivo  $\beta_e$  é igual a  $1.4 \cdot 10^9$  N/m<sup>2</sup>. Posteriormente, este valor vê-se reduzido quando dita tubulação de aço é substituída por mangueiras de alta expansão volumétrica para reproduzir hidraulicamente o efeito mecânico obtido através da mola.

metro	dade	Valor	Faixa da	incerteza
Parâ	Pariji O O O		Mínimo	Máximo
$eta_e$	[N/m <sup>2</sup> ]	$\beta_{e \text{ nom}} = 1.4 \cdot 10^9$	$\beta_{e \min} = 0, 8 \cdot \beta_{e nom} = 1, 12 \cdot 10^9$	$\beta_{e \max}$ = 1, 2: $\beta_{e \text{ nom}}$ = 1,68: 10 <sup>9</sup>
$A_u^H$	[m <sup>2</sup> ]	$A_{u \text{ nom}}^{H}$ $= 15,83 \cdot 10^{-4}$	$A_{u \text{ min}}^{H}$ $= A_{u \text{ nom}}^{H}$ $= 15,83 \cdot 10^{-4}$	$A_{u \max}^{H}$ $= \pi \left( \frac{D_{e}^{H}}{2} \right)^{2}$ $= 19,63 \cdot 10^{-4}$
$V^H$	[m <sup>3</sup> ]	$V_{\text{nom}}^{H} = 4,48 \cdot 10^{-4}$	$V_{\min}^{H}$ = $V_{0}^{H}$ = 5,301 \cdot 10^{-5}	$V_{\max}^{H} = A_{u \max}^{H} L^{H} + V_{0}^{H} = 1,034 \cdot 10^{-3}$
$f_v^H$	[N·s/m]	$f_{v \text{ nom}}^{H} = 800$	$f_{v \min}^{H} = 350$	$f_{v \max}^{H} = 30\ 000$
Kq <sub>U0</sub>	$\left[\frac{m^3}{s \cdot V}\right]$	$Kq_{U0 \text{ nom}}$ = 6,356 \cdot 10^{-5}	$Kq_{U0 \text{ min}} = 0.8 \cdot Kq_{U0 \text{ nom}} = 5.085 \cdot 10^{-5}$	$Kq_{U0 \text{ max}} = 1,2 \cdot Kq_{U0 \text{ nom}} = 7,627 \cdot 10^{-5}$
Kc <sub>0</sub>	$\left[\frac{m^3}{s \cdot Pa}\right]$	$Kc_{0 \text{ nom}} = 4,54 \cdot 10^{-11}$	$Kc_{0 \min} = 0$	$Kc_{0 \max}$ = 2 · $Kc_{0 \text{ nom}}$ = 9,08 · 10 <sup>-11</sup>
$K_{eq}$	[N/m]	$K_{eq \text{ nom}} = 6,5 \cdot 10^5$	$K_{eq \min} = 6.5 \cdot 10^5$	$K_{eq \max} = 9,08 \cdot 10^6$
$\omega_{nH}$	[rad/s]	$\omega_{n \text{ nom}}$ = 7,854 \cdot 10 <sup>2</sup>	$\omega_{n \min} = 0.5 \cdot \omega_{n nom} = 3.927 \cdot 10^2$	$\omega_{n \max}$ = 2 · $\omega_{n nom}$ = 1,5708 · 10 <sup>3</sup>
$\xi_H$	[-]	$\xi_{\rm nom} = 0,7$	$\xi_{\min} = 0.35$	$\xi_{\rm max} = 0,9$

Tabela 5.2: Incertezas paramétricas do sistema de controle de força

Para a realização dos templates definem-se as frequências de análise ( $\omega \in \Omega$ ). Os valores limites do conjunto  $\Omega$  são obtidos a partir do diagrama de magnitude de Bode apresentado na Figura 5.2. Assume-se um valor pequeno para o limite inferior de  $\Omega$  igual a 0,01 rad/s. Para o caso do limite superior escolhe-se uma faixa de alta frequência definida como o cruzamento da função  $B_U(j\omega)$  com a linha de -20 dB em magnitude. Tendo em vista de que é aconselhável considerar uma oitava superior a esta frequência, define-se o valor superior como 100 rad/s. Divide-se a faixa de frequências selecionadas em 10 partes, tal que  $\omega \in \Omega = [0,01 \ 0,05 \ 1 \ 5 \ 10 \ 50 \ 70 \ 100]$  rad/s.

O conjunto de templates resultante da planta é apresentado na Figura 5.3.



Figura 5.3 – Conjunto de templates da planta calculados desde  $\omega = 0.01$  rad/s até  $\omega = 100$  rad/s.

Porém, devido a que este diagrama reúne os templates calculados para as 10 frequências de análise selecionadas, têm-se várias linhas que dificultam sua compreensão. Por este motivo, nas Figuras 5.4 à 5.8 apresentam-se os templates em grupos menores. O símbolo da estrela  $(\star)$  representa a posição da planta nominal dentro de cada template.



Figura 5.4 – Template da planta com  $\omega = 0.01$  rad/s e  $\omega = 0.05$  rad/s.



Figura 5.5 – Template da planta com  $\omega = 0,1$  rad/s e  $\omega = 0,5$  rad/s.



Figura 5.6 – Template da planta com  $\omega = 1$  rad/s e  $\omega = 5$  rad/s.



Figura 5.7 – Template da planta com  $\omega = 10$  rad/s e  $\omega = 50$  rad/s.



Figura 5.8 – Template da planta com  $\omega = 70$  rad/s e  $\omega = 100$  rad/s.

Na Figura 5.9, apresenta-se a área total de incerteza que define a região completa onde a função de transmissão  $L_n(j\omega)$  pode posicionar-se quando o parâmetros da planta mudam de valor.



Figura 5.9 – Função de transmissão da planta nominal ( $L_n(j\omega)$ ) dentro da área total de incerteza.

### 5.1.3 Derivação dos contornos de desempenho e robustez no Diagrama de Nichols

Os contornos mais relevantes selecionados para este projeto são de estabilidade absoluta, de rejeição às perturbações externas e de seguimento de trajetória. Realiza-se o gráfico de cada tipo de contorno segundo restrições que podem ser representados como escalares ou como funções de transferência segundo foi explicado no Capítulo 2.

#### 5.1.3.1 Contorno de estabilidade absoluta

Este contorno baseia-se na Equação (2.5), rescrita a seguir:

$$\begin{split} \left| T_{1}(j\omega) \right| &= \left| \frac{Y(j\omega)}{R(j\omega)F(j\omega)} \right| = \left| \frac{U(j\omega)}{D_{1}(j\omega)} \right| = \left| \frac{Y(j\omega)}{N(j\omega)} \right| = \\ &= \left| \frac{P(j\omega)G(j\omega)}{1 + P(j\omega)G(j\omega)} \right| = \left| \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| \le \delta_{1}(\omega), \quad \omega \in \Omega_{1} \end{split}$$

onde  $\delta_1(\omega)$  é calculado a partir da relação (SIDI, 2001):

$$MG = 1 + \frac{1}{\delta_1(\omega)}$$

sendo que MG representa a margem de ganho.

A margem de ganho (*MG*) selecionada é de 5 dB resultando que  $\delta_1(\omega)$  seja, aproximadamente, igual a 1,3. Os contornos de estabilidade robusta resultantes são calculados para as frequências pertencentes ao conjunto  $\Omega_1$ , que para este caso é igual ao conjunto  $\Omega$  definido inicialmente. Os resultados apresentam-se na Figura 5.10.





Figura 5.10 - Contornos de estabilidade robusto.

#### 5.1.3.2 Contorno de rejeição às perturbações na saída

Define-se o valor da restrição  $\delta_2(j\omega)$ , que neste caso é representado como uma função de transferência. Isto se deve ao fato que as perturbações externas que atuam sobre a saída da planta se apresentam, principalmente, nas baixas freqüências. Logo, à medida que a freqüência vai subindo, a restrição não precisa ser tão exigente.

A restrição  $\delta_2(j\omega)$  define o valor máximo de sensibilidade que o sistema deve possuir em determinadas frequências e baseia-se na Equação (2.6) rescrita como sendo:

$$\left|T_{2}(j\omega)\right| = \left|\frac{Y(j\omega)}{D_{2}(j\omega)}\right| = \left|\frac{1}{1 + L(j\omega)}\right| \le \delta_{2}(\omega), \qquad \omega \in \Omega_{2}$$

Define-se  $\delta_2(j\omega) = \frac{s}{s+10}$ .

Esta função de transferência é calculada em base aos modelos de rejeição às perturbações externas proposta por D'azzo, Houpis e Sheldon (2003). O modelo de rejeição selecionado para uma perturbação do tipo degrau é:

$$\delta_2(s) = \frac{s}{s+a} \tag{5.3}$$

tal que:

$$a = -\frac{1}{t_x} \ln\left(\frac{\alpha_p}{D_0}\right) \tag{5.4}$$

onde:

 $\begin{array}{rcl} t_x & = & \text{tempo de assentamento [s];} \\ D_0 & = & \text{valor do degrau de perturbação;} \\ \alpha_p & = & \text{tolerância de saída desejada.} \end{array}$ 

A Figura 5.11 mostra os dois tipos de resposta desejada do sistema frente a uma entrada de perturbação na saída da planta.



Figura 5.11 – Tipos de resposta desejada perante uma entrada de perturbação na saída. Fonte: Modificado de D'azzo, Houpis e Sheldon (2003).

A Equação (5.3) corresponde a uma resposta sobreamortecida. Define-se o tempo de estabilização ( $t_x$ ) desejado como sendo 0,5 s e que a tolerância de saída ( $\alpha_p$ ) é 0,5 % do valor do degrau ( $D_0$ ). Obtém-se

um valor igual a 10,21, porém, para manter a simplicidade do modelo, aproxima-se o valor a 10.

Visto que as perturbações na saída atuam principalmente nas baixas frequências, o conjunto de frequências selecionadas para calcular os contornos é  $\Omega_2 = [0,01 \ 0,05 \ 0,1 \ 0,5 \ 1 \ 5 \ 10]$ . O gráfico resultante é apresentado na Figura 5.12.



Figura 5.12 - Contornos de rejeição às perturbações na saída da planta.

## 5.1.3.3 Contorno de seguimento de trajetória

O gráfico deste contorno fundamenta-se na Equação (2.9), ou seja:

$$\delta_{5 \inf}(\omega) \le |T_5(j\omega)| = \left| F(j\omega) \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| = \left| \frac{Y(j\omega)}{R(j\omega)} \right| \le \delta_{5 \sup}(\omega), \quad \omega \in \Omega_5$$

As restrições limites  $\delta_{5 \text{ inf}}(\omega) e \delta_{5 \text{ sup}}(\omega)$  são as mesmas funções de transferência indicadas nas equações (2.21) e (2.22), respectivamente.

O conjunto de freqüências selecionado  $(\Omega_5)$  é igual ao caso da estabilidade absoluta  $(\Omega_5 = \Omega_2)$ . Os contornos resultantes estão mostrados na Figura 5.13.



Figura 5.13 – Contornos de seguimento à trajetória.

#### 5.1.4 Síntese da função de transmissão

Inicialmente, determinam-se os contornos que definem os requisitos mais exigentes para cada frequência de análise. A união dos contornos de estabilidade, rejeição às perturbações externas e seguimento de trajetória para cada frequência de análise pertencente ao conjunto  $\Omega$ , resulta numa grande quantidade de contornos que tornam difícil sua interpretação. Por tal motivo, na Figura 5.14 mostram-se, como exemplo, os três tipos de contornos calculados para as frequências 0,01 e 50 rad/s.

Depois de analisar o conjunto completo de contornos, definem-se quais são os requisitos mais exigentes e procede-se à interseção de tais contornos para cada frequência de análise. Na Figura 5.15 apresenta-se o gráfico resultante da interseção dos contornos. Mostra-se, também, a posição inicial da função de transmissão da planta nominal ( $L_n(j\omega)$ ).



Figura 5.14 – União dos contornos de estabilidade, rejeição às perturbações e seguimento a trajetória.



Figura 5.15 – Interseção dos contornos e posição inicial da função de transmissão da planta nominal .

O Toolbox QFT, utilizado para a realização destes gráficos, realiza o procedimento gráfico de forma automática.

Posteriormente, adicionam-se elementos necessários tais como pólos, zeros, integradores, filtros de avanço e atraso de fase, passa-faixa (notch), etc. a fim de modificar a forma da função de transmissão nominal  $(L_n(s))$ . O objetivo final é levar cada ponto de frequência de interesse por cima dos contornos de restrição calculados para as mesmas frequências. Este procedimento é mais conhecido na literatura como: loop shaping do controlador e é realizado manualmente utilizando o Toolbox QFT. O Toolbox não proporciona, de forma automática, o controlador ótimo para o projeto, sendo que a seleção dos elementos de controle a serem adicionados à função de transmissão é escolhida pelo projetista. A procura de um procedimento automático que resulte na obtenção de um controlador ótimo baseado na técnica QFT (automatic loop shaping in QFT) é motivo de pesquisa nos últimos anos (KIM e CHUNG, 2005; YANIV e NAGURKA, 2005; CERVERA e BAÑOS, 2007; GARCÍA-SANZ, 2010). Contudo, a presente dissertação não pretende ingressar nessa área, deixando-a como tema de pesquisa para futuros trabalhos.

Os elementos de controle escolhidos para serem adicionados na função  $L_n(s)$  são:

- integrador:  $\frac{1}{s}$ ;
- ganho proporcional: 0,038;
- zero:  $\left(\frac{s}{10,5}+1\right)$ ;
- filtro de avanço de fase  $\phi = 20^\circ$  à freqüência  $\omega = 135$  rad/s:

$$\left(\frac{\frac{s}{94,53}+1}{\frac{s}{192,8}+1}\right);$$

Graficamente, a forma final da função de transmissão, depois de serem adicionados estes elementos de controle, é apresentada na Figura 5.16.



Figura 5.16 – Loop shaping do controlador.

#### 5.1.5 Derivação da função do controlador

Sabe-se que a função do controlador (G(s)) já se encontra incluída dentro da função de transmissão (L(s)). Os elementos adicionados no passo anterior, que ajudaram a modificar a forma de  $L_n(s)$ , constituem os elementos da função do controlador.

O controlador resultante é:

$$G(s) = 0,038 \left(\frac{1}{s}\right) \left(\frac{s}{10,5} + 1\right) \left(\frac{\frac{s}{94,53} + 1}{\frac{s}{192,8} + 1}\right)$$

$$=\frac{0,0074\cdot s^{2}+0,775\cdot s+7,326}{s^{2}+192,8\cdot s}$$
(5.5)

Como foi explicado no Capítulo 2, procura-se sempre um controlador de baixa ordem com os menores ganhos possíveis para que seja prático, robusto e tenha um desempenho eficiente. Observa-se que poderiam ser obtidas muitas outras variações na função do controlador, que cumpram com todos os requisitos de desempenho e robustez solicitados inicialmente. Porém, tendo em vista que a realização do *loop shaping* do controlador depende muito da experiência do projetista, não se garante que o controlador encontrado seja o ótimo. Mesmo assim, ele consegue atender as restrições impostas como requisitos de projeto.

## 5.1.6 Síntese da função do pré-filtro

O processo de síntese da função do pré-filtro é similar ao caso do controlador. Inicialmente, o comportamento do sistema de controle de força, em malha fechada, sem a ação do pré-filtro é apresentada na Figura 5.17.



Figura 5.17 – Comportamento da planta sem a ação do pré-filtro.

Adicionando-se os seguintes elementos de controle:

• pólo: 
$$\left(\frac{s}{13} + 1\right)^{-1}$$
;  
• pólo complexo:  $\left(\frac{s^2}{3600} + \frac{4 \cdot s}{60} + 1\right)^{-1}$ 

obtém-se a função do pré-filtro:

$$F(s) = \left(\frac{1}{\frac{s}{13}+1}\right) \left(\frac{1}{\frac{s^2}{3600} + \frac{4 \cdot s}{60} + 1}\right)$$
$$= \frac{46800}{s^3 + 253 \cdot s^2 + 6720 \cdot s + 46800}$$
(5.6)

A seleção dos elementos escolhidos é, também, realizada de forma manual através de tentativa e erro. A função do pré-filtro resultante garante que a resposta de saída esteja dentro dos limites impostos como requisitos de desempenho (Figura 5.18).



Figura 5.18 – Comportamento da planta com o pré-filtro.

### 5.1.7 Avaliação do projeto através de simulação.

Depois da realização do projeto do controlador e do pré-filtro é necessário analisar o comportamento do sistema nos domínios da freqüência e do tempo. Para o caso da análise na freqüência, divide-se o conjunto  $\Omega$  em muitas mais partes que as que foram utilizadas para a fase inicial. Com isto pretende-se determinar se o controlador projetado
consegue controlar efetivamente o sistema nas freqüências que não foram analisadas no decorrer do projeto. Caso exista alguma freqüência na qual o sistema não consiga cumprir com os requisitos, o projetista pode determinar o valor dela, voltar aos passos anteriores e realizar as mudanças necessárias para obter o desempenho desejado.

Observa-se que no caso da estabilidade (Figura 5.19), o sistema consegue se comportar de forma robusta, abaixo da restrição imposta, até os 100 rad/s, que é a frequência máxima utilizada para a análise. Já no caso da rejeição às perturbações (Figura 5.20), percebe-se que o sistema, também, se mantém abaixo do limite especificado até os 10 rad/s. Finalmente, na análise de seguimento de trajetória (Figura 5.21), o sistema se mantém dentro da tolerância especificada, porém, tem uma pequena variação entre as frequências 10 e 30 rad/s. O desempenho poderia ser melhorado abrindo um pouco a tolerância especificada para o seguimento à trajetória. No entanto, devido a que a variação existente é mínima, conclui-se que não haverá um efeito perceptível na resposta de saída no tempo.



Figura 5.19 – Análise da estabilidade robusta do sistema.



Figura 5.20 - Análise de rejeição às perturbações externas na saída da planta.



Figura 5.21 – Análise do seguimento de trajetória.

As respostas de saída no tempo do sistema de controle de força são apresentadas na Figura 5.22 e correspondem às simulações realizadas utilizando o controlador e o pré-filtro calculados nas subseções anteriores. A referência de força é do tipo degrau de 1000 N e são incluídos os efeitos de forças externas de perturbação. Na mesma figura, apresentam-se a resposta obtida com o uso de uma mola mecânica como acoplamento, assim como também, a resposta do sistema quando a mola é substituída por seu equivalente hidráulico.



Figura 5.22 – Referência do tipo degrau de 1000 N com perturbação de trem de pulsos de 500 N e 1 s de ciclo de trabalho.

Considera-se que as perturbações adicionadas nas simulações a seguir, correspondem a uma perturbação externa ao sistema produzida por ação da força de iteração existente entre o sistema hidráulico e o meio, considerado estático, quando este último se desloca ligeiramente em amplitudes pequenas. O fato do meio se deslocar faz com que a força de interação cresça momentaneamente e este incremento seja considerado uma força de perturbação pelo sistema de controle. O valor de magnitude assumido para a força perturbadora é simplesmente referencial servindo só para exemplificar os efeitos produzidos na saída de força de iteração geral a ser controlada.

Para o caso do equivalente hidráulico, o valor do módulo de compressibilidade efetivo é modificado antes de realizar as simulações devido à utilização de mangueiras de alta expansão volumétrica.





Figura 5.23 – Ampliação da região "B" demarcada na Figura 5.22.

Percebe-se que a resposta de reação do sistema com a mola hidráulica equivalente é mais rápida e oscilatória ante uma perturbação do tipo degrau em comparação ao sistema que utiliza a mola mecânica como acoplamento flexível. Conclui-se, portanto, que a substituição da mola mecânica pode ser feita com ajuda das mangueiras de alta expansão volumétrica obtendo-se os mesmos resultados em termos de desempenho e conseguindo-se tempos de reação menores perante perturbações de força na saída da planta.

Na Figura 5.24 mostra-se o efeito de atraso na resposta que produz o pré-filtro quando se tem referências de força do tipo senoidal. Para este tipo de entrada de referência, é aconselhável evitar o uso do pré-filtro a fim de obter um melhor desempenho no seguimento de trajetória.



Figura 5.24 – Resposta de saída do sistema ante uma entrada de referência senoidal: a) com ação do pré-filtro e b) sem ação do pré-filtro.

Na Figura 5.25 mostra-se uma comparação entre as respostas do sistema com a mola mecânica e a mola hidráulica quando se assume que o meio se desloca com amplitudes muito pequenas e em forma senoidal, produzindo uma perturbação de força, também, senoidal na saída da planta. Observa-se que esse tipo de perturbações tem menos influência no caso da mola hidráulica equivalente.



Figura 5.25 – Resposta a uma referência do tipo degrau de 5000 N com perturbação senoidal de 1000 N atuando a uma frequência de 5 rad/s.

Nas Figuras 5.26 e 5.27 apresentam-se as comparações para uma entrada do tipo trem de pulsos retangulares e para uma trajetória definida, respectivamente.



Figura 5.26 – Referência de trem de pulsos de 5000 N com perturbação do mesmo tipo de 500 N e 1 s de ciclo de trabalho.



Figura 5.27 – Referência de trajetória de força com perturbação senoidal de 1000 N atuando a uma frequência de 5 rad/s.

Para todas as simulações do sistema de controle de força realizadas tanto no caso estático quanto no caso dinâmico, utilizou-se o valor de  $C_{il} = 5 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{s}\cdot\text{Pa})$ . Este valor corresponde à sexta parte do valor máximo de  $C_{il}$  ( $3 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3/(\text{s}\cdot\text{Pa})$ ) e fisicamente implicaria uma pequena abertura da válvula reguladora de vazão que interliga ambas a câmaras do cilindro hidráulico. Não existindo um procedimento de cálculo específico, o valor do coeficiente de interligação  $C_{il}$  é escolhido de forma heurística, e tem por objetivo de conseguir que o sinal de controle se mantenha o suficientemente grande como para não ingressar na zona morta da válvula, e o suficientemente pequeno como para não saturar o sinal de controle quando se têm referências de força grandes.

Analisando as respostas obtidas, nas Figuras 5.25 à 5.27 que apresentam diferentes tipos de referência e distintas perturbações de força aplicadas na saída da planta, observa-se que as respostas dos sistemas em ambos os tipos de acoplamento são iguais em regime permanente. Porém, existe certa vantagem no uso da mola hidráulica equivalente, principalmente no que se refere à rejeição de perturbações externas, onde a resposta se mantém invariante, mas o sinal de controle é bem menos oscilatório em comparação ao caso do uso da mola mecânica.

Esta vantagem comparativa pode ser facilmente observável quantitativamente quando os índices de desempenho baseados no erro são calculados. Os índices de desempenho representam uma medida quantitativa do desempenho de uma malha de controle. Devido à existência de perturbações, o erro entre o sinal de referência e o sinal de saída pode ser quantificado, pudendo se determinar os índices de desempenho baseados no erro. Dentro destes índices podem se encontrar a integral absoluta do erro (*IAE – Integrated Absolute Error*), a integral do erro quadrático (*ISE – Integrated Square Error*), a integral do tempo multiplicado pelo erro absoluto (*ITAE – Integrated of the Time multiplied by Absolute Error*) e a integral do tempo multiplicado pelo erro quadrático (*ITSE – Integrated of the Time multiplied by Square Error*). O detalhamento de todos estes índices pode ser encontrado facilmente na literatura dedicada ao controle de sistemas dinâmicos (OGATA, 2002; NISE, 2011).

A Tabela 5.3 apresenta uma comparativa de desempenho na saída de força controlada do sistema, de acordo ao tipo de acoplamento utilizado. A comparativa fundamenta-se nos índices de desempenho baseados no erro e em vista que os valores resultantes do cálculo das integrais são menores, pode se observar uma clara vantagem no uso das

mangueiras de alta expansão volumétrica em comparação ao uso de molas mecânicas como acoplamentos flexíveis.

Tipo de acoplamento	IAE	ISE	ITAE	ITSE
Mola mecânica	420,8	$4,542 \cdot 10^4$	7 326	$5,284 \cdot 10^5$
Mangueira de alta expansão volumétrica	230	$3,71 \cdot 10^4$	2 809	3,664 · 10 <sup>5</sup>

Tabela 5.3: Comparativa de desempenho na saída de força controlada do sistema de acordo ao tipo de acoplamento utilizado

# 5.1.8 Desempenho da técnica QFT em comparação a um controlador PID

O desempenho da técnica QFT pode ser comparado com o controlador tradicional PID. Para realizar tal comparação, no caso da presente dissertação os valores dos ganhos do PID foram obtidos a partir do otimizador do Simulink de Matlab. Os ganhos resultantes foram:

- Kp = 8,7008  $\cdot 10^{-4}$ ;
- Ki = 0,0021;
- Kd = 0;
- Filtro derivativo N = 100

As simulações foram realizadas sobre o modelo com acoplamento por mola mecânica e os resultados podem ser observados na Figura 5.28. A Tabela 5.4 apresenta os índices de desempenho obtidos para cada tipo de controlador utilizado

Tabela 5.4: Comparativa de desempenho na saída de força para os controladores QFT e PID

Controlador	IAE	ISE	ITAE	ITSE
QFT	420,8	$4,542 \cdot 10^4$	7 326	$5,284 \cdot 10^5$
PID	4491	$5,31 \cdot 10^{6}$	$7 \ 10^4$	$5,4 \cdot 10^{7}$



Figura 5.28 – Resultados comparativos entre as saídas de força utilizando o controlador QFT e o controlador PID.

Graficamente pode se dizer que o comportamento de saída é muito similar usando ambos os tipos de controlador. Porém, analisando numericamente e através do uso dos índices de desempenho, observa-se uma grande vantagem no uso da técnica QFT em comparação ao controlador PID normal. Quando existem mudanças paramétricas na planta, sabe-se que as respostas podem ver-se afetadas se o controlador não for o suficientemente robusto. Os resultados de simulação apresentados na Figura 5.29 mostram as variações resultantes na saída devido a mudanças nos parâmetros da planta.



Figura 5.29 – Resultados das saídas de força aplicando os controladores QFT e PID, utilizando os valores limites mínimos e máximos da cada uma das incerteza paramétricas.

Para elaborar as gráficas, levaram-se em consideração todos os valores limites mínimos e máximos de cada incerteza paramétrica definida na Tabela 5.2 e estabeleceu-se uma referencia de tipo degrau de 5 000 N.

Segundo pode se observar, os resultados na saída do sistema quando é utilizado o controlador projetado através da técnica QFT, apresentam um melhor desempenho do que o controlador PID e se mantêm quase invariante a pesar das grandes variações nos parâmetros da planta. Este fato não acontece no PID, onde a saída vê-se claramente afetada.

Na Tabela 5.5 encontra-se um resume dos valores dos índices de desempenho calculados dos dois tipos de controladores sob os efeitos das variações paramétricas na planta. Incluem-se, também, os valores da máxima porcentagem de sobressinal e dos tempos de assentamento.

Controlador	PID	QFT	PID	QFT
Incertezas paramétricas	Míni	imas	Máximas	
IAE	392,1	41,91	1 223	69,07
ISE	$6,528 \cdot 10^5$	4 643	$1,588 \cdot 10^{6}$	$1,597 \cdot 10^4$
ITAE	498,1	51,14	1 905	80,33
ITSE	$6,808 \cdot 10^5$	5 282	$1,909 \cdot 10^{6}$	$1,805 \cdot 10^4$
Sobresinal máximo [%]	-0,16	0	6,36	0,02
Tempo de assentamento [s]	3,3	1,48	2,03	1,413

Tabela 5.5: Comparativa de desempenho na saída de força para os controladores QFT e PID quando existem variações paramétricas na planta

Em base aos resultado oferecidos na tabela anterior, conclui-se que o controlador projetado através da técnica QFT é realmente robusto às incertezas paramétricas na planta e tem um melhor desempenho do que comparado ao controlador PID normal. Os tempos de assentamento e de máxima porcentagem de sobressinal, no caso do controle QFT, cumprem com os requisitos de projeto estabelecidos inicialmente.

# 5.2 PROJETO DO CONTROLADOR DE FORÇA APLICADA SOBRE UM MEIO DINÂMICO.

Nesta seção apresenta-se o projeto do controlador de força quando o meio tem uma dinâmica própria. A dinâmica do meio estará representada pelo movimento de um sistema de posicionamento pneumático. O objetivo é manter o controle da força hidráulica aplicada a um entorno dinâmico.

Tendo em vista que o controle de posicionamento do sistema pneumático não é o objetivo principal deste projeto, ele será controlado através de um controle PI que demonstrou ser eficiente na prática (ASAFF, 2006). O valor do ganho proporcional selecionado para o controle PI é 1000 e para o ganho integral é 50. Estes valores foram obtidos heuristicamente.

Pretende-se, em primeira análise, realizar o controle de força dinâmico utilizando o mesmo controlador projetado para o caso estático, dadas as boas respostas de rejeição às perturbações obtidas na seção anterior. Na Figura 5.30, apresenta-se a resposta de saída de força do sistema hidráulico quando é utilizado o controlador projetado para o caso de controle de força estático.

Observa-se que a saída de força é levemente oscilatória no regime transitório e possui picos de sobressinal no início e no fim do movimento do sistema pneumático.

A razão disso se deve, principalmente, à compressibilidade do ar nas câmaras do cilindro pneumático que fazem com que o sistema reaja de forma elástica ante uma perturbação de força. Percebe-se, também, que a haste do cilindro hidráulico segue a trajetória de posição definida pelo sistema pneumático buscando manter a força constante.



Figura 5.30 – Respostas de saída de força hidráulica e de servoposicionamento pneumático mantendo o controlador de força do caso estático.

Ambos os sistemas partem da posição inicial centrada (0,25 m). A referência de posição para o servoposicionador é um degrau de -0,20 m a partir da posição inicial.

O sistema de coordenadas para determinar o deslocamento de ambos os cilindros é único. Assume-se como a origem a posição na qual a haste do cilindro hidráulico se encontra totalmente recuada e a haste do cilindro pneumático se encontra totalmente avançada, tal como pode se observar na Figura 5.31.



Figura 5.31 – Sistema de coordenadas de posição para ambos os sistemas.

## 5.2.1 Inclusão de um compensador de perturbações no controle de força

Devido à resposta oscilatória obtida como resultado do uso de um controlador de força projetado para o caso estático sobre um sistema dinâmico, propõe-e o uso de um esquema de compensação similar ao preditor de Smith<sup>15</sup>. O compensador é proposto para compensar as oscilações no regime transiente e os picos de sobressinal obtidos na resposta de saída de força apresentada na Figura 5.30. Ressalta-se que este compensador seria aplicado somente quando exista um controlador já projetado para o caso estático e seja preciso adaptá-lo rapidamente para o caso dinâmico. Um novo projeto de controlador dinâmico, aplicando a técnica QFT será apresentado na Subseção 5.2.2.

A Figura 5.32 mostra o compensador dinâmico de perturbações proposto.

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> Esquema de compensação para plantas com atraso de transporte.



Figura 5.32 – Esquema de compensação de perturbações.

Este compensador baseia-se na comparação entre o sinal de saída medido, que inclui todas as perturbações que ingressam à planta, com o sinal de resposta ideal esperado. O resultado da comparação passa por um filtro compensador cujo modelo é:

$$C(s) = \frac{s(s+2\cdot\lambda)}{(s+\lambda)^2}$$
(5.7)

onde  $\lambda$  é um parâmetro ajustável segundo os requisitos do projeto. Este modelo de compensação sugerido é uma adaptação dos modelos de rejeição às perturbações propostos por D'azzo, Houpis e Sheldon (2003).

Para o caso a ser analisado escolhe-se  $\lambda = 1$ . A partir de simulações, observou-se que valores de  $\lambda$  maiores a um (1) não produzem variações visíveis na saída e valores menores, reduzem os picos de sobressinal, porém, com mais oscilações no sinal de controle. A escolha de  $\lambda$  é um compromisso entre obter uma maior redução dos picos de sobressinal e/ou conseguir um sinal de controle sem oscilações. O objetivo geral do compensador é fazer com que o sistema hidráulico reaja mais rapidamente às mudanças de posição do sistema pneumático a fim de manter um controle eficiente de força aplicada.

A resposta de saída depois de aplicar o compensador é apresentada na Figura 5.33. O controlador utilizado ainda é o controlador projetado para o caso de controle de força estático, porém observa-se que os picos de sobressinal da força se reduzem. Os sinais da tensão de controle tanto do sistema de controle de força hidráulico como do sistema de servoposicionamento pneumático, também são



amortecidos. Obteve-se, portanto, uma melhora aceitável no desempenho do sistema.

Figura 5.33 - Respostas de saída incluindo o compensador de perturbações.

Apesar da melhora obtida na resposta de saída do sistema de controle de força após a aplicação de um compensador em conjunção ao controlador de força projetado para o caso estático, deduz-se que a resposta poderia ainda ser melhor se o cilindro pneumático fosse considerado como uma mola. O motivo para esta suposição baseia-se no fato que o cilindro pneumático, de forma idêntica ao cilindro hidráulico, apresenta um comportamento similar ao de uma mola mecânica quando uma força externa atua de forma axial sobre sua haste estando os portos de conexão das suas câmaras fechados. Em vista da elevada compressibilidade do ar, a "mola pneumática" teria uma rigidez bem menor que a da mola mecânica assumida para o projeto de controlador de força estática. Consequentemente, isto afeta à resposta de saída de força, como foi observado na Figura 5.30.

Assumindo que o cilindro pneumático fosse tratado diretamente como uma mola mecânica de pouca rigidez, e continuando com a lógica utilizada inicialmente para o caso do projeto de controlador de força estático, seria preciso baixar o módulo de compressibilidade do fluido hidráulico a fim de reproduzir esse efeito de mola e controlar o sistema de forma estável.

A equação matemática que representa a rigidez pneumática é (VIEIRA, 1998; BEATER, 2007):

$$K_{P} = \frac{2\gamma p_{S}^{P}}{3} \left( \frac{A_{A}^{P2}}{A_{A}^{P} \cdot x^{P} + V_{A0}^{P}} + \frac{A_{B}^{P2}}{A_{B}^{P} \cdot \left(L^{P} - x^{P}\right) + V_{B0}^{P}} \right)$$
(5.8)

Em vista que o cilindro pneumático a ser analisado é simétrico, a rigidez pneumática máxima e mínima será:

$$K_{P \max} = \frac{2\gamma p_{S}^{P}}{3} \left( \frac{2 \cdot A_{u}^{P} \cdot V_{0}^{P} + A_{u}^{P} \cdot L^{P}}{\left(A_{u}^{P} \cdot L^{P} + V_{0}^{P}\right) V_{0}^{P}} \right)$$
(5.9)

$$K_{P\min} = \frac{8\gamma p_{S}^{P}}{3} \left( \frac{A_{u}^{P2}}{A_{u}^{P} \cdot L^{P} + 2 \cdot V_{0}^{P}} \right)$$
(5.10)

Dada a posição inicial centrada da haste, calcula-se o valor da rigidez pneumática mínima. A partir dos dados de catálogo, apresentados no Apêndice C, o valor resultante é de  $6,84 \cdot 10^4$  N/m. O valor da rigidez pneumática máxima é de  $3.75 \cdot 10^7$  N/m.

Assumindo que estes valores de rigidez pneumática correspondem aos valores limites da rigidez equivalente ( $K_{eq}$ ), definese  $K_{eq}$  como sendo uma incerteza paramétrica variante entre  $[K_{P \min} K_{P \max}]$  [N/m].

Substituindo o valor de  $K_{P \min}$  na Equação (4.10):

$$\beta_e = \frac{K_{P\min}\left(A_u^H \cdot L^H + 2 \cdot V_0^H\right)}{4 \cdot A_u^{H^2}}$$

tem-se que o módulo de compressibilidade efetivo do óleo ( $\beta_e$ ) deveria ser aproximadamente igual a 6  $\cdot 10^6$  N/m<sup>2</sup> para conseguir representar o efeito elástico da mola pneumática através de elementos hidráulicos.

Depois de serem realizados os cálculos correspondentes para a seleção da mangueira hidráulica que permita reduzir  $\beta_e$  até o valor desejado (ver Capítulo 4), observa-se que os comprimentos de mangueira resultantes são muito elevados (> 20 m). Demonstra-se assim a impossibilidade técnica de alcançar esse valor tão reduzido no módulo de compressibilidade efetiva através do uso de mangueiras hidráulicas de alta expansão volumétrica. Vê-se então conveniente a utilização de acumuladores hidráulicos para reduzir o valor de  $\beta_e$ , em maior medida. Isto se deve a que os acumuladores hidráulicos possuem maior capacitância hidráulica se comparado às mangueiras. A capacitância hidráulica representa a capacidade de um componente de armazenar energia em forma de pressão hidráulica e define-se como a variação da pressão de um fluido confinado devido ao incremento no volume do mesmo. O valor da capacitância é inversamente proporcional ao valor do módulo de compressibilidade, daí o fato que entre maior seja a capacitância, menor será o módulo de compressibilidade obtenível. Matematicamente, a capacitância hidráulica  $C_H$  [m<sup>5</sup>/N] pode ser representada da seguinte maneira (RABIE, 2009; WATTON, 2009):

$$C_{H} = \frac{\Delta V}{\Delta p} = \frac{V}{\beta}$$
(5.11)

Sendo o acumulador um componente capacitivo, ele armazena energia em forma de pressão aproveitando a compressibilidade do gás existente no seu interior. A separação entre o fluido hidráulico e o gás define o tipo de acumulador que será utilizado, tendo-se, por exemplo, acumuladores de pistão, de membrana ou de diafragma.



Figura 5.34 – Tipos de acumuladores hidráulicos com gás. Fonte: Modificado de Rabie (2009).

Os acumuladores hidráulicos podem cumprir diversas funções dependendo do tipo de aplicação, podendo citar-se as seguintes (LISINGEN, 2008; WATTON, 2009; RABIE, 2009):

- armazenar energia;
- compensar temperatura;
- compensar perdas de carga;
- manter a pressão de trabalho constante;
- reduzir o tamanho da bomba de alimentação;
- amortecer choques hidráulicos;
- amortecer pulsações de pressão e vazão da bomba.

Neste trabalho propõe-se a utilização dos acumuladores para a redução do módulo de compressibilidade efetivo do fluido em

aplicações de controle de força. O processo de seleção convencional dos acumuladores não analisa o fato da mudança no módulo de compressibilidade, portanto, esse procedimento não poderia ser aplicado diretamente. No entanto, é possível realizar a seleção a partir da definição básica dos acumuladores.

A equação que define a dinâmica da variação do volume dentro do acumulador depende da velocidade do processo de expansão e/ou compressão do gás interno, podendo-se ter processos lentos (isotérmicos) ou rápidos (adiabáticos). Para o caso do projeto, pretende-se ter respostas rápidas, portanto o processo a ser utilizado será adiabático. A vazão  $qv_{Acc}$  [m<sup>3</sup>/s] que ingressa ou sai do acumulador é definida como (RABIE, 2009):

$$qv_{\rm Acc} = C_{\rm Acc} \frac{dp}{dt} \tag{5.12}$$

tal que  $C_{Acc}$  [m<sup>5</sup>/N] representa a capacitância hidráulica do acumulador. O sentido da vazão pode ser representado acrescentando um sinal à equação anterior, sendo positivo (+) quando a vazão se dirige para o acumulador e negativo (-) quando sai do mesmo. A capacitância do acumulador é definida como (RABIE, 2009):

$$C_{\rm Acc} = \frac{V_G}{n \cdot p} = \frac{V_{0 \, \rm Acc} \cdot p_0^{\frac{1}{n}}}{n \cdot p^{(n+1)}/n}$$
(5.13)

onde:

 $V_G$  = volume do gás no interior do acumulador [m<sup>3</sup>];  $V_{0 \text{ Acc}}$  = volume do acumulador [m<sup>3</sup>];  $p_0$  = pressão de pré-carga do gás [Pa]; p = pressão de trabalho do fluido hidráulico [Pa];  $\gamma$  relação dos calores específicos do gás. n = Coeficiente politrópico. Para o caso adiabático, assume-se  $n = \gamma = 1,4$  (RABIE, 2009).

O modelo matemático da Equação (5.12) que define a dinâmica da vazão do fluido no acumulador deve ser adicionado à equação da continuidade do cilindro, analisado no Capítulo 3, resultando:

$$qv_{A} = C_{il} p_{C}^{H} + A_{u}^{H} \frac{dx^{AH}}{dt} + \frac{V^{H}}{\beta_{e}} \frac{dp_{A}^{H}}{dt} + C_{Acc} \frac{dp_{A}^{H}}{dt}$$
(5.14)

$$qv_{B} = C_{il} p_{C}^{H} + A_{u}^{H} \frac{dx^{AH}}{dt} - \frac{V^{H}}{\beta_{e}} \frac{dp_{B}^{H}}{dt} - C_{Acc} \frac{dp_{B}^{H}}{dt}$$
(5.15)

Na Figura 5.35 mostra-se um detalhe das vazões que existem no sistema após a inclusão dos acumuladores.



Figura 5.35 – Detalhe das vazões incluindo os acumuladores.

Os parâmetros de seleção do acumulador são: o volume ( $V_{0 \text{ Acc}}$ ) e a pressão de pré-carga ( $p_0$ ) do gás. Os fabricantes de acumuladores aconselham que a pressão de pré-carga deve estar entre 70% e 90% da pressão de trabalho. O produto  $n \cdot p$ , na Equação (5.13), corresponde ao módulo de compressibilidade do gás ( $\beta_G$ ). Deduz-se, logo, que  $\beta_G$ afeta diretamente o módulo de compressibilidade do óleo ( $\beta_0$ ) porque possui um valor bem menor em comparação a este último. Portanto, o valor de  $\beta_G$  define o valor do módulo de compressibilidade efetivo do óleo ( $\beta_e$ ), isto é  $\beta_G \approx \beta_e$ . Visto que o valor da pressão de trabalho (p) varia constantemente por causa da posição dos acumuladores dentro do circuito (Figura 5.35), seria difícil calcular diretamente uma pressão de pré-carga ( $p_0$ ) para o gás do acumulador. Um valor inicial pode ser obtido com ajuda do módulo de compressibilidade efetivo desejado, que foi calculado a partir da rigidez pneumática mínima, tal que  $\beta_e = 6 \cdot 10^6$  Pa. Visto que este valor corresponde a  $\beta_G$  e é equivalente ao produto  $n \cdot p$  da Equação (5.13), calcula-se o valor da pressão de trabalho (p) e, logo, determina-se o 80% do valor resultante. A pressão resultante define o valor da pressão de pré-carga ( $p_0$ ) como sendo uma pressão  $p_0$  de 35  $\cdot 10^5$  Pa.

O segundo parâmetro de seleção do acumulador, referente ao volume do acumulador ( $V_{0 \text{ Acc}}$ ), pode ser obtido através de simulações. Observou-se, que à medida que o volume do acumulador cresce, a resposta na saída de força vai se amortecendo. Concluiu-se que, para manter uma resposta rápida no sistema, são precisos volumes pequenos de acumuladores. Escolhendo-se, para este caso, um volume igual a 0,16 L ( $1,6 \cdot 10^{-4}$  m<sup>3</sup>). O acumulador comercial selecionado é um acumulador de diafragma da marca HYDAC com código SBO210 – 016 E1 / 112 U – 210 AK.

Depois de ter definidos todos os parâmetros necessários, o projeto de síntese do controlador e do pré-filtro é realizado da mesma forma que no caso estático analisado no inicio deste Capítulo. Para a realização deste novo projeto de controlador, consideram-se todas as demais incertezas paramétricas da planta, assim como também, os mesmos requisitos de desempenho e robustez utilizados na Seção 5.1. Após completar os passos necessários para projetar o novo controlador aplicando a teoria QFT, obtêm-se as seguintes funções para o controlador e o pré-filtro:

$$G(s) = 0,038 \cdot \left(\frac{s}{94,22} + 1\right) \cdot \left(\frac{s}{10,51} + 1\right) \left(\frac{s}{192,8} + 1\right)^{-1}$$
$$= \frac{0,0074 \cdot s^2 + 0,775 \cdot s + 7,326}{s^2 + 192,8 \cdot s}$$
(5.16)
$$F(s) = \left(\frac{s}{223,9} + 1\right)^{-1} \cdot \left(\frac{s}{16,08} + 1\right)^{-1} \cdot \left(\frac{s}{13} + 1\right)^{-1}$$

$$=\frac{46800}{s^3 + 253 \cdot s^2 + 6720 \cdot s + 46800}$$
(5.17)



Levando em consideração as mudanças anteriores, apresentam-se, na Figura (5.36), os resultados de simulação utilizando acumuladores.

Figura 5.36 – Respostas de saída de força hidráulica e de servoposicionamento pneumático utilizando acumuladores.

Observa-se, na Figura 5.36, que a resposta de saída de força se mantém mais estável com a incorporação dos acumuladores hidráulicos em comparação a resposta obtida com o uso das mangueiras e o compensador dinâmico. Porém, o sinal de controle do sistema de força hidráulica se torna mais oscilatório e o sinal de tensão de controle do sistema de posicionamento pneumático, também, vê-se ligeiramente afetado. Pode se apreciar que os deslocamentos do carretel de ambos os sistemas, tanto hidráulico como pneumático, se realizam quase de forma idêntica nas simulações.

O circuito hidráulico modificado, depois da inclusão dos acumuladores pode ser observada na Figura 5.37.



Figura 5.37 - Circuito hidráulico modificado incluindo acumuladores.

#### 5.3 CONCLUSÕES DO CAPITULO

Neste capítulo foram projetados dos controladores de força, tanto para o caso estático como para o caso dinâmico.

Os resultados obtidos no controle de força estático demonstraram a aplicabilidade da técnica linear QFT sobre um sistema não linear como é o sistema hidráulico, obtendo-se respostas com bom desempenho e robustez frente às perturbações. Demonstrou-se, também, a viabilidade do uso de mangueiras de alta expansão em substituição das molas mecânicas, sendo que as respostas de saída de força apresentaram-se similares para ambos os casos.

Índices de desempenho baseados no erro do sistema foram calculados para determinar o desempenho do uso de mangueiras de alta expansão volumétrica com relação ao uso de molas mecânicas. Os resultados demonstraram a vantagem no uso das mangueiras, obtendo-se desempenhos muito melhores e com saídas de força estáveis. Da mesma forma, uma análise de desempenho foi utilizada para comparar as técnicas QFT e PID, demonstrando a superioridade da primeira técnica que mostrou-se muito robusta e com melhor desempenho inclusive com variações paramétricas no modelo da planta.

Para o controle de força dinâmico buscou-se controlar o sistema com o mesmo controlador projetado para o caso estático. Devido aos resultados oscilatórios e com sobressinais, sugeriu-se a inclusão de um compensador de perturbações de força. Tais perturbações são produzidas pela ação do deslocamento da haste do cilindro pneumático. Os resultados obtidos através de simulação confirmaram a melhora na resposta de saída de força.

Apresentou-se, também, um estudo e seleção de acumuladores, os quais ajudariam a estabilizar de melhor forma a resposta de saída de força. Os acumuladores permitiriam alcançar valores mais baixos no módulo de compressibilidade efetivo que os alcançados através de mangueiras de alta expansão volumétrica. Projetou-se um novo controlador e um novo pré-filtro aplicando a mesma metodologia da QFT, porém especificamente para o caso dinâmico. As respostas de simulação mostraram uma melhora na resposta em comparação ao caso do uso de um compensador dinâmico. No entanto, os sinais de controle viram-se um pouco afetados e se tornaram oscilatórios.

### 6 CONCLUSÕES

O presente trabalho de mestrado abordou o estudo do controle robusto de força em atuadores hidráulicos. Apresentaram-se dois casos principais de estudo: o controle de força estático e o dinâmico.

O primeiro caso refere-se ao projeto de controlador para uma aplicação de força sobre um meio estático com rigidez elevada. Estes controladores de força estática podem ser utilizados em bancadas de teste de fadiga de materiais.

O segundo caso compreende o projeto de controlador para uma aplicação de força sobre um meio que possui uma dinâmica própria. Neste caso, utilizou-se um sistema de servoposicionamento pneumático para representar o meio, usando um controlador do tipo PI. Este tipo de controladores de força dinâmica é aplicado, geralmente, em simuladores de carga.

Tendo em vista da atual impossibilidade da realização de testes práticos, o presente trabalho se apresenta como o marco teórico necessário para sua futura implementação. Os modelos matemáticos não lineares, assim como os modelos lineares, do sistema hidráulico e pneumático foram desenvolvidos. Os modelos não lineares foram utilizados para a realização das simulações, no entanto, os modelos lineares serviram para projetar os controladores. Viu-se que é possível obter um controlador linear e robusto capaz de controlar um sistema não linear como o sistema hidráulico.

A técnica de controle aplicada foi a da Teoria de Realimentação Quantitativa (QFT). Esta técnica tem tido destaque na última década em muitas áreas da engenharia. O continuo interesse dos pesquisadores em obter controles mais robustos para suas aplicações ajudou à QFT a ser considerada como uma importante técnica de controle para aplicações práticas. O fato da técnica QFT trabalhar no domínio da frequência traz consigo algumas vantagens importantes. Porém, a maior vantagem é a possibilidade de trabalhar com uma planta que tem incertezas paramétricas dentro do seu modelo e ser capaz de prover controladores de baixa ordem, ganhos fixos e robustos ante vários tipos de perturbações. A aplicabilidade desta técnica foi demonstrada em vários tipos de plantas, apresentando-se como uma excelente possibilidade de escolha na hora de selecionar uma técnica de controle para uma aplicação específica.

A técnica QFT pode ser combinada junto com outras técnicas não lineares, ou adaptativas, obtendo-se controladores que podem incorporar importantes características das técnicas empregadas. O presente trabalho apresentou a versão linear clássica da técnica e fez ênfase na sua utilidade como ferramenta de análise e projeto de controladores. A técnica QFT não linear apresenta-se como outra possibilidade talvez mais vantajosa. Porém, sua compreensão vê-se intrincada se não se considera a obtenção de um conhecimento prévio da técnica linear. Por tal motivo, esta dissertação pode servir de base teórica para novos trabalhos de pesquisa relacionados com esta técnica.

As contribuições do presente trabalho foram:

- Na área de controle:
  - ✓ desenvolver pré-filtros e controladores robustos para realizar o controle de força estática e dinâmica através da técnica linear QFT;
  - estudar e descrever em detalhe esta técnica que não é muito difundida atualmente nas matérias de controle, porém de muita utilidade e praticidade;
  - ✓ propor a implementação de um compensador de perturbações devidas aos efeitos do deslocamento do meio para melhorar as respostas dinâmicas de força.
- Na área hidráulica:
  - ✓ sugerir uma metodologia de análise e seleção de acoplamentos flexíveis do tipo mecânico e hidráulico aplicáveis ao controle de força;
  - ✓ estabelecer uma metodologia de seleção de mangueiras de alta expansão volumétrica;
  - ✓ propor mudanças no circuito hidráulico a fim de conseguir melhores resultados na saída de força controlada: inclusão de uma válvula reguladora de vazão para a redução da sensibilidade do sistema às mudanças no sinal de controle, e componentes de maior capacitância hidráulica (mangueiras e acumuladores) com a finalidade de baixar o valor do módulo de compressibilidade do fluido e conseguir maior estabilidade no controle dinâmico de força.

Finalmente, pode se considerar que os objetivos iniciais foram atingidos com êxito.

### 6.1 DIRETRIZES PARA TRABALHOS FUTUROS

O trabalho realizado até agora representa uma etapa do que ainda pode ser realizado na área de controle hidráulico. A extensão para o caso pneumático pode ser conseguida da mesma forma. Seguindo a linha do controle de força e de posição, algumas possíveis pesquisas que podem vir a serem realizadas são:

- controle de força e posição hidráulica através da técnica QFT não linear;
- implementação do "*autoloop shaping*" para a obtenção automática de controladores ótimos baseados na técnica QFT;
- controle de força e posição em atuadores pneumáticos utilizando a técnica QFT não linear;
- desenvolvimento de um sistema de controle do módulo de compressibilidade efetiva, a fim de conseguir mudanças controladas na rigidez do óleo simulando a ação dos músculos humanos e melhorando ainda mais o controle de força;
- estudo de novos componentes mecânicos que permitam realizar as mudanças propostas no ponto anterior;
- montagem de uma bancada experimental para determinação do módulo de compressibilidade efetiva e para testes de força.

AHN, K. K. et al. **Development of Hydraulic Load Simulator for Force Control with High Precision**. Proceedings of the 7th JFPS International Symposium on Fluid Power. Toyama: JFPS. 2008. p. 189 -194.

AHN, K. K. et al. Online self-tuning fuzzy porportional-integralderivative control for hydraulic load simulator. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering**, v. 222, n. 2, p. 81 - 95, Março 2008.

ALLEYNE, A. Fluid Power Systems. In: KUTZ, M. Mechanical Engineers' Handbook: Energy and Power. Terceira Edição. ed. New York: John Wiley & Sons, v. IV, 2006. Cap. 29, p. 958 - 991.

ALLEYNE, A.; LIU, R. On the Limitations of Force Tracking Control for Hydraulic Servosystems. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, v. 121, n. 2, p. 184 - 190, Junho 1999.

ALMEIDA, F.; LOPES, A.; ABREU, P. Force-Impedance Control of Robotic Manipulators. Proceedings of the 4th Portuguese Conference on Automatic Control. Guimarães: Controlo. 2000. p. 540 - 545.

ANDERSON, W. Controlling Electrohydraulic Systems. New York: Marcel Dekker, 1988.

ASAFF, Y. E. Desenvolvimento de um Sistema Servopneumático para Regulação de Velocidade de Turbinas em Pequenas Centrais Hidroelétricas. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, p. 171. 2006.

BAILEY, F. N.; C.-H., H. A Fast Algorithm for Computing Parametric Rational Functions. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 34, n. 11, p. 1209 - 1212, Novembro 1989.

BAÑOS, A. Nonlinear quantitative feedback theory. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, v. 17, n. 2 - 3, p. 181 - 202, Janeiro 2007.

BAÑOS, A.; HOROWITZ, I. M. Nonlinear quantitative stability. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, v. 14, n. 3, p. 289 - 306, Fevereiro 2004.

BEATER, P. **Pneumatic Drives:** System Design, Modelling and Control. New York: Springer, 2007.

BODE, H. W. Network Analysis and Feedback Amplifier Design. Princeton: D. Van Nostrand Company, 1945.

BORGHESANI, C.; CHAIT, Y.; YANIV, O. The QFT Frequency Domain Control Design Toolbox: For use with Matlab - User's Guide. Terasoft. San Diego, p. 148. 2003.

BOSSERT, D. E. et al. **Model-based control with quantitative feedback theory**. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Cincinnati: IEEE. 1990. p. 2058 - 2063.

CANUDAS DE WIT, C. et al. A New Model for Control of Systems with Friction. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 40, n. 3, p. 419 - 425, Março 1995.

CERVERA, J.; BAÑOS, A. Automatic Loop Shaping in QFT by Using Fractional Structures. Proceedings del Simposium on Applied Fractional Calculus. Badajoz: SAFC. 2007. p. 7.

CUNHA, M. A. B. Controle em Cascata de um Atuador Hidráulico: Contribuções Teóricas e Experimentais. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 2001.

D'AZZO, J. J.; HOUPIS, H. C.; SHELDON, S. N. Linear Control System Analysis and Design with Matlab. Quinta Edição. ed. New York: Marcel Dekker, 2003.

DE NEGRI, V. J. Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos para Automação e Controle: Parte III - Sistemas Hidráulicos para Controle. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, p. 80. 2001.

DE NEGRI, V. J.; ASAFF, Y. E. **Posicionadores Eletropneumáticos**. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, p. 52. 2008.

DÍAZ, J. M. et al. Interactive Generation of Plant Templates for Robust Control. Proceedings of the American Control Conference. New York: IEEE. 2007. p. 212 - 217.

DÍAZ, J. M.; DORMIDO, S.; ARANDA, J. SISO-QFTIT: Una herramienta software interactiva para el diseño de controladores robustos usando la metodología QFT - Manual del Usuario. Universidad de Educación a Distancia. Madrid, p. 102. 2004.

DÍAZ, J. M.; DORMIDO, S.; ARANDA, J. **TIG: Generador interactivo de plantillas - Manual del Usuario**. Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid, p. 72. 2006.

DYKE, S. J. et al. Role of Control-Structure Interaction in Protective System Design. Journal of Engineering Mechanics, v. 121, n. 2, Fevereiro 1995.

EATON. **Synflex Hose and Fittings Master Catalog**. Eaton. Alemanha, p. 128. 2008. (E-HOOV-MC002-M).

ENTWISTLE, K. M. The behaviour of braided hydraulic hose reinforced with steel wires. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 23, n. 4, p. 229 - 241, Dezembro 1981.

EPPINGER, S. D.; SEERING, W. P. Understanding Bandwidth Limitations in Robot Force Control. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Raleigh: IEEE. 1987. p. 904 - 909.

EVANS, C. W. Testing requirements for hydraulic hose. **Polymer Testing**, v. 1, n. 1, p. 39 - 49, Março 1980.

FESTO. Válvulas posicionadoras MPYE. FESTO. [S.l.], p. 8. 2009.

FRANCO, A. L. D. Controle Avançado de Atuadores Hidráulicos: Aspectos Teóricos e Experimentais e Aplicações em Robótica. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 2002.

FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. Feedback Control of Dynamic Systems. Quarta Edição. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002. FURST, F. L. Sistematização do Projeto Preliminar de Circuitos Hidráulicos com Controle de Posição. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, p. 142. 2001.

FURST, F. L.; DE NEGRI, V. J. **Projeto de Sistemas Hidráulicos de Controle e Posição**. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, p. 112. 2002.

GARCÍA-SANZ, M. Control Robusto Cuantitativo QFT: Historia de una Idea. **Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial**, v. 2, n. 3, p. 25 - 38, Julho 2005.

GARCÍA-SANZ, M. Automatic loop shaping of QFT robust controllers with multi-objective specifications via nonlinear quadratic inequalities. Proceedings of the IEEE National Aerospace and Electronics Conference (NAECON). Ohio: IEEE. 2010. p. 348 - 353.

GARCÍA-SANZ, M.; HOUPIS, C. H. Quantitative feedback theory. In memoriam of Isaac Horowitz. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, v. 17, n. 2 - 3, p. 91 - 94, Janeiro 2007.

GARETT A. SOHL, J. E. B. Experiments and Simulations on the Nonlinear Control of a Hydraulic Servosystem. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, 238 - 247, v. 7, n. 2, Março 1999.

GOMES, S. C. P.; ROSA, V. S. D. A New Approach to Compensate Friction in Robotic Actuators. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics & Automation. Taipei: IEEE. 2003. p. 622 - 627.

HOGAN, N. Impedance Control: An Approach to Manipulation: Part I - III. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control - Transactions of the ASME, v. 107, n. 1, p. 1-24, Março 1985.

HOROWITZ, I. M. Fundamental theory of automatic linear feedback control systems. **IRE Transactions on Automatic Control**, v. 4, n. 3, p. 5 - 19, Dezembro 1959.

HOROWITZ, I. M. Synthesis of feedback systems with nonlinear timevarying uncertain plants to satisfy quantitative performance
specifications. **Proceedings of the IEEE**, v. 64, n. 1, p. 123 - 130, Janeiro 1976.

HOROWITZ, I. M. History of Personal Involvement in Feedback Control Theory. **Control Systems Magazine**, v. 4, n. 4, p. 22 - 23, Novembro 1984.

HOROWITZ, I. M. **Quantitative Feedback Theory (QFT)**. American Control Conference. Atlanta: ACC. 1988. p. 2032 - 2037.

HOROWITZ, I. M. Survey of quantitative feedback theory (QFT). **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, v. 11, n. 10, p. 887 - 921, Agosto 2001.

HOROWITZ, I. M. Some ideas for QFT research. International Journal of Robust and Nonlinear Control, v. 13, n. 7, p. 599 - 605, Junho 2003.

HOROWITZ, I. M.; BAÑOS, A. Fundamentals of Nonlinear Quantitative Feedback Theory. In: BAÑOS, A.; LAMNABHI-LAGARRIGUE, F.; MONTOYA, F. J. Advances in the Control of Nonlinear Systems. Londres: Springer, 2001. p. 63 - 132.

HOROWITZ, I. M.; SIDI, M. Synthesis of Feedback Systems with Large Plant Ignorance for Prescribed Time Domain Tolerances. Boulder: National Technical Information Service, 1971.

HOUPIS, C. H. Horowitz: bridging the gap. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, v. 12, n. 4, p. 295 - 302, Abril 2002.

HOUPIS, C. H.; PACHTER, M. Application of QFT to Control System Design - An Outline for Engineers. International Journal of Robust and Nonlinear Control, v. 7, n. 6, p. 515 - 531, Junho 1997.

HOUPIS, C. H.; RASMUSSEN, S. J. **Quantitative Feedback Theory:** Fundamentals and Applications. New York: Marcel Dekker, 1999.

HOYOS, M. M.; MEJÍA, L. A.; HENAO, E. Determinación experimental del módulo de bulk de tuberías flexibles para sistemas oleohidráulicos. **Scientia et Technica**, v. 3, n. 29, p. 151 - 156, Dezembro 2005.

JAYASURIYA, S.; NWOKAH, O. D. I.; YANIV, O. **The Benchmark Problem Solution by Quantitative Feedback Theory**. American Control Conference. Boston: ACC. 1991. p. 1921 - 1922.

JEROUANE, M.; SEPEHRI, N.; LAMNABHI-LAGARRIGUE, F. **Design and Experimental Evaluation of Robust Variable Structure Control for Hydraulic Actuators**. 5th Asian Control Conference. Melbourne: IEEE. 2004. p. 1982 - 1990.

KIM, M.-S.; CHUNG, C.-S. Automatic Loop-Shaping of QFT Controllers Using GAs and Evolutionary Computation. Proceedings of the 18th Australian Joint Conference on Artificial Intelligence. Sydney: Springer Berlin / Heidelberg. 2005. p. 1096 - 1100.

LAMMING, C. P. G.; PLUMMER, A. R.; HILLIS, A. J. Analysis of **Robust Electrohydraulic Force Control**. 7th International Fluid Power Conference: "Efficiency through Fluid Power". Aachen: IFK. 2010.

LAVAL, L.; M'SIRDI, N. K.; CADIOU, J.-C.  $H\infty$  Force Control of a Hydraulic Servo-Actuator with Environmental Uncertainties. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Minneapolis: IEEE. 1996. p. 3470 - 3475.

LEE, K.; BUSS, M. Force Tracking Impedance Control with Variable Target Stiffness. Proceedings of the 17th World Congress of The International Federation of Automatic Control. Seoul: IFAC. 2008. p. 6751 - 6756.

LEWIS, E. E.; STERN, H. **Design of Hydraulic Control Systems**. New York: McGraw-Hill, 1962.

LISINGEN, I. V. **Fundamentos de Sistemas Hidráulicos**. Florianópolis: UFSC, 2008.

LOCATELI, C. C. Modelagem e Desenvolvimento de um Sistema de Controle de Posição Pneumático com Acionamento por Válvulas On/Off. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, p. 139. 2011.

MACHADO, C. L. D. **Compensação de Atrito em Atuadores Hidráulicos utilizando Redes Neurais**. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, SC, p. 100. 2003. MAKKAR, C. et al. A New Continuously Differentiable Friction Model for Control Systems Design. Proceedings of the IEEE/ASME International Conference on Advance Intelligent Mechatronics. Monterey: IEEE. 2005. p. 600 - 605.

MARTÍN-ROMERO, J. J.; GIL-MARTÍNEZ, M.; GARCÍA-SANZ, M. Analytical formulation to compute QFT templates for plants with a high number of uncertain parameters. Proceedings of the Mediterranean Conference on Control and Automation. Atenas: MCCA. 2007. p. 1 - 6.

MERRIT, H. E. Hydraulic control systems. New York: John Wiley & Sons, 1967.

MIAOMIAO, M.; HONG, C.; YANFENG, C. Backstepping Based Constrained Control of Nonlinear Hydraulic Active Suspensions. Proceedings of the 26th Chinese Control Conference. Hunan: CCC. 2007. p. 463 - 466.

MOOG. **Electrohydraulic Valves. A Technical Look**. MOOG Industrial Controls Division. New York, p. 24. [ca. 2007]. (CDL6566 Rev D 500-170 302).

MOOG. **760 Series - Servovalves - ISO 10372 Size 04**. MOOG Industrial Controls Division. New York, p. 8. 2007. (CDL6335 Rev G 500-213 807).

MURARO, I. Estudo das Características Comportamentais de Válvulas Proporcionais e seus Efeitos nos Posicionadores Eletro-Hidráulicos. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, p. 200. 2010.

NAKKARAT, P.; KUNTANAPREEDA, S. Observer-based backstepping force control of an electrohydraulic actuator. **Control Engineering Practice**, v. 17, n. 8, p. 895 - 902, Março 2009.

NGUYEN, Q. H. et al. Force/Position Tracking for Electrohydraulic Systems of Robotic Excavator. Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control. Sydney: IEEE. 2000. p. 5224 - 5229.

NIKSEFAT, N.; SEPEHRI, N. **Robust Force Controller Design for an Electro-Hydraulic Actuator Based on Nonlinear Model**. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics & Automation. Detroit: IEEE. 1999. p. 200 - 206.

NIKSEFAT, N.; SEPEHRI, N. Designing Robust Force Control of Hydraulic Actuators Despite System and Environmental Uncertainties. **IEEE Control Systems Magazine**, v. 21, n. 2, p. 66 - 77, Abril 2001.

NISE, N. S. Control Systems Engineering. Sexta Edição. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2011.

OGATA, K. Modern Control Engineering. Quarta Edição. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002.

PAN, J.; SHI, G. L.; ZHU, X. M. Force Tracking Control for an Electro-Hydraulic Actuator Based on an Intelligent Feed Forward Compensator. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, v. 224, n. 4, p. 837 - 849 , Abril 2010.

PARKER. Manual de Treinamento: Mangueiras e Conexões. Parker Hannifin. Jacareí, p. 30. 2008. (M. 4400-4 BR).

PARKER. Parflex® Thermoplastic & Fluoropolymer Products - Hose, Tubing, Fittings & Accessories. Parker Hannifin. Ohio, p. 451. 2012. (CAT 4660 HS 01/12).

PERONDI, E. A. **Controle Não-Linear em Cascata de um Servoposicionador Pneumático com Compensação do Atrito**. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, p. 196. 2002.

PHILEN, M. Force Tracking Control of Fluidic Flexible Matrix Composite Variable Stiffness Structures. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, v. 22, n. 1, p. 31 - 43, Janeiro 2011.

PLUMER, A. R. Robust electrohydraulic force control. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering**, v. 221, n. 4, p. 717 - 731, Junho 2007.

RABIE, M. G. Fluid Power Engineering. New York: McGraw-Hill, 2009.

SANVILLE, F. E. A New Method of Especifying the Flow Capacity of Pneumatic Fluid Power Valves. Seconf Fluid Power Symposium. Guildford: BHRA. 1971. p. D3-37 - D3-47.

SERAJI, H.; COLBAUGH, R. Force Tracking in Impedance Control. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Atlanta: IEEE. 1993. p. 499 - 506.

SERRANO, M. I. **Controle de Força de um Servoatuador Hidráulico através da Técnica de Linearização por Realimentação**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, p. 108. 2007.

SHAMES, I. H. Mecánica de Fluidos. Tercera Edição. ed. Bogotá: McGraw-Hill Interamericana, 1995.

SHIELD, C. K.; FRENCH, C. W.; TIMM, J. Development and implementation of the effective force testing method for seismic simulation of large-scale structures. **Philosophical Transactions of The Royal Society A**, v. 359, n. 1786, p. 1911 - 1929, Setembro 2001.

SIDI, M. **Design of Robust Control Systems:** From Classical to Modern Practical Approaches. Malabar: Krieger, 2001.

SIVASELVAN, M. V. et al. Dynamic Force Control with Hydraulic Actuators Using Added Compliance and Displacement Compensation. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 37, n. 15, p. 1785 - 1800, Dezembro 2008.

SOHL, G. A.; BOBROW, J. E. Experiments and Simulations on the Nonlinear Control of a Hydraulic Servosystem. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 7, n. 2, p. 238 - 247, Março 1999.

SZPAK, R. Análise Teórico-Experimental do Comportamento das **Pressões em Posicionadores Hidráulicos**. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, p. 139. 2008.

TEE, K. P. et al. A model of force and impedance in human arm movements. **Biological Cybernetics: Advances in Computational Neuroscience**, New York, v. 90, n. 5, p. 368 - 375, Maio 2004.

TEE, K. P.; YAN, R.; LI, H. Adaptive Admittance Control of a Robot Manipulator Under Task Space Constraint. Proceedings of the IEEE TOWNSEND, W. T.; SALISBURY, J. K. J. **The Effect of Coulomb Friction and Stiction on Force Control**. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Raleigh: IEEE. 1987. p. 883 - 889.

TRUONG, D. Q.; AHN, K. K. Self-tuning quantitative feedback theory for parallel force/position control of electro-hydrostatic actuators. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering**, v. 223, n. 4, p. 537 -556, Junho 2009.

VALDIERO, A. C. Controle de Robôs Hidráulicos com Compensação de Atrito. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, p. 177. 2005.

VIEIRA, A. D. Análise Teórico Experimental de Servoposicionadores Lineares Pneumáticos. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, p. 226. 1998.

WALTERS, R. B. Hydraulic and Electro-Hydraulic Control Systems. London: Elsevier Science, 1991.

WATTON, J. Fundamentals of Fluid Power Control. New York: Cambridge University, 2009.

WHITNEY, D. E. Historical Perspective and State of Art in Robot Force Control. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. St. Louis: IEEE. 1985. p. 262 - 268.

WU, G.; SEPEHRI, N.; ZIAEI, K. Design of a hydraulic force control system using a generalised predictive control algorithm. **IEE Proceedings - Control Theory and Applications**, v. 145, n. 5, p. 428 - 436, Setembro 1998.

XU, Y.; HOLLERBACH, J. M.; MA, D. A Nonlinear PD Controller for Force and Control Transient Control. **IEEE Control Systems Magazine**, v. 15, n. 1, p. 15 - 21, Fevereiro 1995. YANG, H.; XU, Y.; SUN, W. New strategy of nonlinear PD controller for hydraulic force system under large variation of load stiffness. Proceedings of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. Xi'an: IEEE. 2008. p. 699 - 703.

YANG, J.-S.; LEVINE, W. S. Specification of Control Systems. In: LEVINE, W. S. **The Control Handbook**. Florida: CRC & IEEE, v. I, 1999. Cap. 10, p. 158 - 169.

YANIV, O. Quantitative feedback design of linear and nonlinear control systems. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999.

YANIV, O.; NAGURKA, M. Automatic Loop Shaping of Structured Controllers Satisfying QFT Performance. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, v. 127, n. 3, p. 472 - 477, Setembro 2005.

## APÊNDICE A - CÓDIGO DE PROGRAMAÇÃO

A seguir apresenta-se o código de programação utilizado para a obtenção do controlador e pré-filtro para o caso do controle de força aplicada sobre um meio estático. Não se apresenta o caso dinâmico devido a que o processo é idêntico.

```
close all
clear all
clc
0%
% Dados da Unidade de Potencia Hidráulica
8 -----
ps = 70e5; % Pressão de suprimento [Pa]
pt = 00e5; % Pressão de retorno [Pa]
dpt = ps-pt; % Delta pt - perda de carga na válvula [Pa]
beta = 1.4e9; % Mód. de comp. efetivo [N/m^2]
betamin = 0.8*beta;
betamax = 1.2*beta;
% Dados do cilindro hidráulico de haste passante
% REXROTH CGT3 MS2 50/22-500 /Z1X/B1 CHDTWW
§ _____
De = 0.050;% Diâmetro do Embolo [m]Dh = 0.022;% Diâmetro da Haste [m]L = 0.5;% Curso total da Haste do cilindro [m]
M = 5.8 + 14.6*L; % Massa do embolo do atuador [kg]
A = ((De/2)^2-(Dh/2)^2)*pi; % Área do êmbolo [m^2]
Amin = A;
Amax = (De/2)^{2*}pi;
Aa = Amax;
Ab = Amin;
Dtub = 0.015;% Diâmetro do tubo de aço [m]Ltub = 0.3;% Cumprimento do tubo de conexão [m]
V0 tub = (Dtub/2) ^2*pi*Ltub;
V = V0 tub + A*L/2; % Volume total
Vnom = V;
Vmin = V0 tub;
Vmax = V0 tub + Amax*L;
Va0 = V0 tub; % Volume morto associado à câmara A [m^3]
```

```
Vb0 = V0 tub; % Volume morto associado à câmara B [m^3]
fv = 800; % Coef. atrito viscoso variável [N·s/m]
fv min = 350;
fv max = 30000;
% _____
% Dados do sensor de força HBM 1-U2AD1 / 1T
۶ _____
xs = 0.1e-3; % Deflexão máx. sensor de força [m]
Fs = 1000 * 9.8; % Força máxima aplicável em [N]
Ks = Fs / xs; % Rigidez do sensor [N/m]
§ _____
% Dados da servoválvula MOOG 760 C263-A
§ _____
                % Tensão nominal [V]
Un = 10;
Un = 10; % Tensao nominal [V]
Qngpm = 10; % Vazão nominal da válvula[gpm]
Qn = Qngpm * 3.7854 / 60e3; % Vazão nominal [m^3/s]
dptn= (1000 /14.5)*1e5; % Dp total nom [Pa]
Qingpm = 0.61; % Vazamento interno [gpm]
Qin = Qingpm * 3.7854 / 60e3; % Vazamento int. [m^3/s]
Pqin = (3000 / 14.5) *1e5; % Pressao nom. vaz. int.[Pa]
wn = 250*pi;
                   % Freqüência Nat. da válvula [rad/s]
wnmin = 125*pi;
wnmax = 500*pi;
E = 0.7;
                   % Coef. de Amortecimento da válvula
Emin = 0.35;
Emax = 0.9;
Kv = Qn/sqrt(dptn); % Coeficiente de vazão
Kva = Kv*sqrt(2);
Kvb = Kv*sqrt(2);
Kg = Kv*(sgrt(dpt))/Un; % Ganho de Vazão por tensão
Kqmin = 0.8 \times Kq;
Kqmax = 1.2 * Kq;
Kc = Kv/(2*sqrt(dpt)); % Coef. de Vazão-Pressão
Kcmin = 0;
Kcmax = 2 * Kc;
Kvin = (Qin)/sqrt(2*Pqin); % Coef. Vazamento Interno
KvinA = Kvin;
KvinB = Kvin;
```

```
Cil = 0;
                        % Coef. vazão de interligação
% _____
% Dados do Meio Externo
<u>و</u>
Kent = 1e9;% Rigidez do meioKacf = 6.5e5;% Rigidez do acoplamento flexível
Keq = (Kent^-1 + Kacf^-1+ Ks^-1)^-1; % Rigidez Eq.
Kemin = 6e5;
Kemax = 9e6;
8 _____
% Planta nominal
§ _____
nump0(1,1) = 2*A*beta*Kq*wn^2*Ke;
denp0(1,1) = M*V;
denp0(1,2) = 2*E*wn*M*V+2*M*beta*Cil+2*M*beta*Kc+fv*V;
denp0(1,3) =
wn^2*M*V+2*E*wn* (2*M*beta*Cil+2*M*beta*Kc+fv*V) +2*fv*bet
a*Cil+2*A^2*beta+Ke*V+2*fv*beta*Kc;
denp0(1, 4) =
wn^2*(2*M*beta*Cil+2*M*beta*Kc+fv*V)+2*E*wn*(2*fv*beta*C
il+2*A^2*beta+Ke*V+2*fv*beta*Kc)+2*Ke*beta*Kc+2*Ke*beta*
Cil;
denp0(1,5) =
wn^2*(2*fv*beta*Cil+2*A^2*beta+Ke*V+2*fv*beta*Kc)+2*E*wn
*(2*Ke*beta*Kc+2*Ke*beta*Cil);
denp0(1,6) = wn^2*(2*Ke*beta*Kc+2*Ke*beta*Cil);
% _____
% Geração dos templates da planta
% _____
c=1:
for beta =[betamin, betamax],
for A = [Amin, Amax],
for V = [Vmin, Vmax],
for fv =[fv min, fv max],
for Kq = [Kqmin, Kqmax],
for Kc = [Kcmin, Kcmax],
for Ke = [Kemin, Kemax],
```

```
for wn = [wnmin, wnmax],
for E = [Emin, Emax],
nump(c,1) = 2*A*beta*Kq*wn^2*Ke;
denp(c,1) = M*V;
denp(c, 2) =
2*E*wn*M*V+2*M*beta*Cil+2*M*beta*Kc+fv*V;
denp(c,3) =
wn^2*M*V+2*E*wn* (2*M*beta*Cil+2*M*beta*Kc+fv*V)+2*f
v*beta*Cil+2*A^2*beta+Ke*V+2*fv*beta*Kc;
denp(c, 4) =
wn^2*(2*M*beta*Cil+2*M*beta*Kc+fv*V)+2*E*wn*(2*fv*b
eta*Cil+2*A^2*beta+Ke*V+2*fv*beta*Kc)+2*Ke*beta*Kc+
2*Ke*beta*Cil:
denp(c, 5) =
wn^2*(2*fv*beta*Cil+2*A^2*beta+Ke*V+2*fv*beta*Kc)+2
*E*wn*(2*Ke*beta*Kc+2*Ke*beta*Cil);
denp(c, 6) = wn^{2*}(2*Ke*beta*Kc+2*Ke*beta*Cil);
% Vetor de todas as possíveis plantas
P(1,1,c) = tf(nump(c,:),denp(c,:));
c = c + 1;
end
end
end
end
end
end
end
end
end
% Conjunto de frequências a serem analisadas
w = [0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 1, 5, 10, 50, 70, 100];
Pfrd = freqcp(nump,denp,w);
P0 = freqcp(nump0, denp0, w);
Pfrd(1,:) = P0;
nompt = 1;
% Gráfico dos templates
plottmpl(w,Pfrd,nompt), title('Templates nominal');
```

```
§ _____
% Elaboração dos contornos de restrição
% _____
% Estabilidade
§_____
W1=1.3; % Restrição de estabilidade
R = 0;
% Geração do contorno
bdb1=sisobnds(1,w,W1,Pfrd,R,nompt);
% Gráfico dos contornos
plotbnds(bdb1),title('Contornos de Robustez');
% Rejeição a perturbações na saída
% _____
w2bnd = w(1,1:7); % Frequências de análise
m2=freqcp([1,0],[1,10],w);
W2=abs(m2); % Restrição de rej. às perturbações
% Geração do contorno
bdb2=sisobnds(2,w2bnd,W2,Pfrd,R,nompt);
% Gráfico dos contornos
plotbnds (bdb2), title ('Contornos de rejeição às
perturbações na saída');
% Seguimento de trajetória
% _____
w7bnd=w;
                  % Frequências de análise
% Limites de restrição de seguimento de trajetória
mu=freqcp([144,4320],[30,594,4320],w);
ml=freqcp(5184,[1,60,1008,5184],w);
W7=[abs(mu);abs(ml)];
% Geração do contorno
bdb7=sisobnds(7,w7bnd,W7,Pfrd,nompt);
% Gráfico dos contornos
plotbnds(bdb7),title('Contornos de seguimento robusto de
trajetória');
% União dos contornos
%_____
bdb=grpbnds(bdb1,bdb2,bdb7);
plotbnds(bdb),title('União dos contornos');
% Interseção dos contornos
%-----
bdb=grpbnds(bdb1,bdb2,bdb7);
ubdb=sectbnds(bdb);
plotbnds (ubdb), title ('Interseção dos contornos');
```

```
% Loop-Shaping do controlador
° −−−−−−−−−−
wl=logspace(-2,3,100);
C0 = tf(1,1);
P0 = tf(nump0, denp0);
lpshape(wl,ubdb,P0,C0,[]);
[numC,denC] = getqft('controlador.shp');
G = tf(numC, denC);
% Obtenção do pré-filtro
§ _____
pfshape(7, w7bnd, W7, P, 0, G);
[numF, denF] = getqft('Pre-Filtro.fsh');
F = tf(numF, denF);
° -----
% ANÁLISE EM FREQUENCIA
§ _____
% Análise de Estabilidade
<u>_____</u>
wl=logspace(-2,3,100);
chksiso(1,wl,W1,P,R,G);
% Análise de Rejeição a perturbações na saída
8_____
Pfrd2 = freqcp(nump,denp,wl);
Gfrd = freqcp(numC,denC,wl);
ind=find(wl<=50);
W2a=abs(freqcp([1,0],[1,10],wl));
chksiso(2,wl(ind),W2a(ind),Pfrd2(:,ind),R,Gfrd(ind));
% Análise de Seguimento de trajetória
۶ _____
Ffrd = freqcp(numF,denF,wl);
ind=find(wl<=100);</pre>
mu=[]; ml=[]; W7=[];
mua=freqcp([144,4320],[30,594,4320],wl);
mla=freqcp(5184,[1,60,1008,5184],wl);
W7a=[abs(mua);abs(mla)];
chksiso(7,wl(ind),W7a(:,ind),Pfrd2(:,ind),R,Gfrd(ind),[]
, Ffrd(ind));
```

Os diagramas de blocos elaborados para a realização das simulações são apresentados a seguir:



Figura A.1 – Diagrama de blocos do sistema hidráulico geral.



Figura A.2 – Detalhe do bloco principal do sistema hidráulico.



Figura A.3 – Detalhe do subsistema hidráulico da Figura A.2.



Figura A.4 – Detalhe do subsistema mecânico da Figura A.2.



Figura A.5 – Diagrama de blocos do sistema pneumático geral.



Figura A.6 – Detalhe do bloco principal do sistema pneumático.



Figura A.7 – Detalhe do bloco relacionado à equação da vazão da Figura A.6.



Figura A.8 – Detalhe do bloco relacionado à equação do movimento da Figura A.6.

⊳ B

-) d

Fator de atrito

## **APÊNDICE C – DADOS TÉCNICOS**

Tabela C.1: Dados técnicos dos componentes pertencentes ao sistema hidráulico e pneumático.

Componente	Dados de catálogo	
SISTEMA PNEUMÁTICO		
Cilindro de dupla haste e duplo efeito	Referência: CAMOZZI 60-M2L-125-A-0500	
	Diâmetro do êmbolo ( $D_e^P$ ): <b>0,125 [m]</b> ( <b>125 [mm]</b> )	
	Diâmetro da haste $(D_h^P)$ : <b>0,032 [m] (32 [mm])</b>	
	Curso ( $L^{P}$ ): <b>0,5 [m] (500 [mm])</b>	
Válvula proporcional	Referência: FESTO MPYE-5-1/8-HF-010	
	Tipo de centro: 5/3, centro fechado	
	Vazão nominal: 0,0117 [m <sup>3</sup> /s] (700 [l/min])	
	Tensão de alimentação: 24 [V] (VDC)	
	Tensão de controle: 0 - 10 [V] (VDC)	
	Condutância sônica ( <i>C</i> ):	
	<b>3,1·10<sup>-8</sup></b> $\left[\frac{m^3}{s \cdot Pa}\right]$ ( <b>3.1</b> $\left[\frac{l}{s \cdot bar}\right]$ )	
	Razão crítica de pressões (b): 0,26	
Mangueira	Diâmetro nominal ( $D_{man}^{P}$ ): 8·10 <sup>-3</sup> [m] (8 [mm])	
	Comprimento entre a válvula e o cilindro ( $L_{man}^{P}$ ): 0,15 [m] (150 [mm])	

	Material: Poliuretano	
SISTEMA HIDRÁULICO		
Cilindro de dupla haste e duplo efeito	Referência:	
	BOSCH – REXROTH	
	CGT3 MS2 50/22-500/Z1X/B1	
	Diâmetro do êmbolo ( $D_e^H$ ): <b>0,05 [m] (50 [mm])</b>	
	Diâmetro da haste ( $D_h^H$ ): <b>0,022 [m] (22 [mm])</b>	
	Curso ( <i>L<sup>H</sup></i> ): <b>0,5 [m] (500 [mm])</b>	
	Referência: MOOG 760 C263-A	
Servoválvula	Tipo de centro: 5/3, centro fechado	
	Vazão nominal ( <i>qv<sub>n</sub></i> ): <b>6,309·10<sup>-4</sup> [m<sup>3</sup>/s]</b> ( <b>10 [gpm]</b> )	
	Queda de pressão nominal ( $\Delta p_{tn}$ ):	
	6,89·10 <sup>6</sup> [Pa] (1000 psi)	
Válvula reguladora de vazão bidirecional	Referência:	
	BOSCH – REXROTH MG 6G 1X/V	
	Vazão nominal: 6,667·10 <sup>-3</sup> [m <sup>3</sup> /s] (400 [l/min])	
Tubo	Diâmetro nominal ( $D_{tub}$ ): <b>16·10<sup>-3</sup> [m] (16 [mm])</b>	
	Comprimento entre a válvula e o cilindro ( $L_{tub}$ ):	
	0.3 [m] (300 [mm])	
	Material: Aço	

SENSORES		
Sensor de posição	Referência: BALLUFF MICROPULSEBTL5-A11-M0500-P-S32Curso de medição: 0,5 [m] (500 [mm])Tensão de alimentação: 24 [V] (VDC)Saída analógica: 0 – 10 [V] (VDC)	
	Repetibilidade: < 2·10 <sup>-6</sup> [m] (2 [μm])         Histerese: 4·10 <sup>-6</sup> [m] (4 [μm])	
Sensor de força	Referencia: HBW 02AD1-ItCapacidade máxima ( $F_S$ ): 1000 [Kg] (1 [Tn])Sensibilidade: 2 [mV/V]	
	Histerese: $< \pm 0,05 \%$ Deflexão nominal à capacidade máxima de carga $(\Delta x^{S})$ : $< 1 \cdot 10^{-4} [m] (0,1 [mm])$ Rigidez resultante do sensor de força ( <i>K</i> <sub>S</sub> ): $9.8 \cdot 10^{7} [N/m]$	
	7,0 °IV [IV/III]	