

# Modelagem e Análise da Dinâmica de Microrredes de Distribuição de Energia Elétrica

Eduardo Lenz Cesar

TESE APRESENTADA AO PROGRAMA DE  
PÓS-GRADUAÇÃO DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA  
DE AUTOMAÇÃO E SISTEMAS DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
DOUTOR EM ENGENHARIA DE AUTOMAÇÃO E SISTEMAS

Programa: Pós-Graduação em Engenharia de  
Automação e Sistemas

Orientador: Prof. Daniel Juan Pagano, Dr.

Coorientador: Prof. Marcelo Lobo Heldwein, Dr.

Florianópolis, Março de 2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Cesar, Eduardo Lenz  
Modelagem e Análise da Dinâmica de Microrredes de  
Distribuição de Energia Elétrica / Eduardo Lenz  
Cesar ; orientador, Daniel Juan Pagano;  
coorientador, Marcelo Lobo Heldwein - SC, 2017.  
286 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós  
Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas,  
Florianópolis, 2017.

Inclui referências.

1. Engenharia de Automação e Sistemas. 2.  
Microrredes. 3. Compartilhamento de Cargas. 4.  
Controle Não Linear. 5. Teoria de Bifurcações. I.  
Pagano, Daniel Juan. II. Heldwein, Marcelo Lobo.  
III. Universidade Federal de Santa Catarina.  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e  
Sistemas. IV. Título.

Eduardo Lenz Cesar

**MODELAGEM E ANÁLISE DA DINÂMICA DE  
MICRORREDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA  
ELÉTRICA**

Esta Tese foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Doutor”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas.

Florianópolis, 17 de março 2017.

---

Prof. Dr. Daniel Coutinho  
Coordenador do PGEAS  
Universidade Federal de Santa Catarina

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Dr. Daniel J. Pagano  
Orientador  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. Marcelo L. Heldwein  
Coorientador  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. Humberto Pinheiro  
Universidade Federal de Santa Maria

---

Prof. Dr. Seleme Isaac Seleme Júnior  
Universidade Federal de Minas Gerais

---

Prof. Dr. Aguinaldo Silveira e Silva  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. André Luís Kirsten  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. Fabio Luis Baldissera  
Universidade Federal de Santa Catarina



Em memória de minha mãe, Monica F.  
Lenz Cesar.



# Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador Daniel Juan Pagano e ao meu coorientador Marcelo Lobo Heldwein pela orientação que me deram ao longo do doutorado.

Aos membros da banca pelas críticas feitas ao trabalho. Aos professores Hector e Ivo Barbi pelo conteúdo ensinado nas disciplinas da pós-graduação.

Aos amigos do departamento André Caldeira, André Tahim, Aujor Tadeu, Gean Jacques, Gustavo Toscano, Rony Cristiano, Tiago Schmitz e Vinicius Stramosk.

À CAPES e FEESC, este último via projeto de pesquisa financiado pela empresa Tractebel, pelo suporte financeiro, ao INEP e em particular ao Adriano Ruseler pelo auxílio na parte experimental.

Por último e não menos importante, agradeço à minha família: meu irmão, Ricardo Lenz Cesar, meu pai, Silas Lenz Cesar e minha mãe, Monica F. Lenz Cesar.



# Resumo

Lenz, E. **Modelagem e análise da dinâmica de microrredes de distribuição de energia elétrica**. 2017. 286 p. Tese - Departamento de Engenharia de Automação e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2017.

Uma das tendências dentro da eletrônica de potência atualmente é a aplicação de conversores de energia para a operação em microrredes, o que na essência é eletrônica de potência aplicada a sistemas de distribuição de energia elétrica. Tipicamente, microrredes são redes elétricas compostas por diversas fontes e cargas, o que implica em diversas interações fontes-fontes e fontes-cargas. O propósito deste trabalho é modelar, propor técnicas de controle e analisar a estabilidade paramétrica de pequenas microrredes CC e CA. Um dos grandes problemas que existem na operação de microrredes é quando diversas fontes operam em paralelo e compartilham um conjunto de cargas. O controle por *droop* é a técnica mais popular para lidar com este tipo de problema, mas possui o contraponto de introduzir não linearidades no sistema. Por conta disso, este trabalho propõe o uso de ferramentas matemáticas como a teoria de bifurcações para compreender o comportamento dinâmico de microrredes. Este procedimento permite um entendimento mais amplo quando comparado com técnicas tradicionais baseadas em modelos linearizados, além de fornecer mais informações que permitem otimizar o funcionamento do sistema garantindo a sua estabilidade.

Uma parte significativa deste trabalho possui uma natureza teórica, com exceção de um caso de estudo envolvendo o paralelismo de conversores CC-CA, em que resultados experimentais são apresentados.

**Palavras-chave:** microrredes, compartilhamento de cargas, controle não linear, teoria de bifurcações.



# Abstract

Lenz, E. **Modeling and dynamic analysis of microgrids**. 2017. 286 p. Thesis - Automation and System Engineering Department, Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, 2017.

Nowadays, one of the trends within power electronics is the application of power converters in microgrids, which in essence means power electronics applied to electric power distribution systems. As microgrids can be dc, ac, or even hybrid networks, they are complex systems with many source-source and source-load-type interactions. The focus of this work is to model, propose control techniques, and to verify the stability of a small ac and dc microgrids through parametric diagrams. Load sharing is one of the major issues within microgrids, and it is defined as how several voltage sources operate in parallel feeding a given load set. Droop control is the standard approach towards the load sharing problem in microgrids, but this control can make the system unstable due to some nonlinearities introduced into the microgrid's operation. For that reason, nonlinear dynamic analysis techniques are used here to understand the microgrid's dynamic behavior. In particular, bifurcation theory offers a broader insight into the system dynamics when compared to usual techniques based on linear models. Moreover, bifurcation theory can optimize the microgrid operation and, thus, increase the system stability range due to a better understanding on how a group of parameters can influence the microgrid operation.

A significant part of this thesis consists of a theoretical study, with the exception of one case study involving the parallelism of two dc-ac power converters, where experimental results are shown to validate the theoretical premises.

**Keywords:** microgrids, load sharing, nonlinear control, bifurcation theory.





# Sumário

Lista de Figuras	xvii
Lista de Tabelas	xxix
Lista de Abreviaturas e Siglas	xxxix
Lista de Símbolos	xxxiii
<b>1 Introdução Geral</b>	<b>1</b>
1.1 Microrredes	1
1.2 Objetivos e estrutura do trabalho	4
1.3 Artigos publicados	6
<b>2 Conceitos de Microrredes</b>	<b>7</b>
2.1 Controle centralizado e descentralizado	7
2.2 Controle descentralizado para microrredes CC	9
2.3 Controle descentralizado para microrredes CA	15
2.3.1 <i>Droop</i> indutivo	18
2.3.2 <i>Droop</i> resistivo	24
2.3.3 Variações do controle por <i>droop</i>	25
2.4 Modelagem de cargas de potência constante	27
2.4.1 Sistemas CC	28
2.4.2 Sistemas CA	34
2.4.3 Aproximações de equações $C^0$ para $C^\infty$	37
2.5 Modelagem de fontes	39
2.6 Conclusão	44
<b>3 Controle de Conversores para Microrredes CC</b>	<b>45</b>
3.1 Introdução	45
3.2 Modelagem do conversor CC-CC bidirecional	46

3.3	Controle do conversor CC-CC bidirecional no modo <i>droop</i>	47
3.3.1	Controle em cascata . . . . .	49
3.3.2	Controle via o filtro <i>washout</i> . . . . .	60
3.4	Controle do conversor CC-CC bidirecional no modo bateria	67
3.5	Modelagem do conversor CA-CC . . . . .	70
3.6	Controle do conversor CA-CC . . . . .	73
3.6.1	Malha de corrente . . . . .	73
3.6.2	Discretização do controle ressonante em <i>dq</i> . . . . .	78
3.6.3	Malha de tensão . . . . .	79
3.6.4	Análise de estabilidade . . . . .	80
3.7	Conclusão . . . . .	86
<b>4</b>	<b>Análise de Microrredes CC</b>	<b>89</b>
4.1	Introdução . . . . .	89
4.2	Modelagem da microrrede CC . . . . .	94
4.3	Análise das bifurcações locais . . . . .	97
4.3.1	Bifurcação sela-nó de pontos de equilíbrio . . . . .	99
4.3.2	Bifurcação de Hopf . . . . .	101
4.3.3	Bifurcação Takens-Bogdanov . . . . .	110
4.4	Análise numérica de bifurcações locais e globais . . . . .	113
4.5	Dinâmica interna dos conversores CC-CC (CPL e CPS)	117
4.6	Resultados de simulação . . . . .	125
4.7	<i>Droop</i> de potência (não linear) . . . . .	127
4.8	Conclusão . . . . .	130
<b>5</b>	<b>Controle de Conversores para Microrredes CA</b>	<b>131</b>
5.1	Introdução . . . . .	131
5.2	Modelagem do conversor CC-CA . . . . .	132
5.3	Controle para o conversor CC-CA . . . . .	134
5.3.1	Malha de corrente . . . . .	134
5.3.2	Malha de tensão . . . . .	135
5.3.3	Discretização do controle ressonante em $\alpha\beta$ . . . . .	138
5.4	Análise de estabilidade . . . . .	139
5.4.1	<i>Droop</i> resistivo . . . . .	143
5.4.2	<i>Droop</i> indutivo . . . . .	148
5.5	Conclusão . . . . .	152
<b>6</b>	<b>Análise de Microrredes CA</b>	<b>155</b>
6.1	Introdução . . . . .	155
6.2	Inversores com <i>droop</i> resistivo acionando carga linear . . . . .	158
6.2.1	Análise de bifurcações . . . . .	166
6.2.2	Resultados de simulações . . . . .	173

6.3	Inversores com <i>droop</i> indutivo acionando DCPL . . . . .	180
6.3.1	Dinâmica interna dos conversores CA-CC (DCPL)	182
6.3.2	Simplificação do modelo dos conversores CA-CC para o modelo DCPL . . . . .	191
6.3.3	Modelo reduzido da microrrede com indutância virtual cruzada . . . . .	193
6.3.4	Modelo reduzido da microrrede com indutância virtual <i>washout</i> . . . . .	197
6.3.5	Modelo completo da microrrede com indutância virtual cruzada . . . . .	198
6.3.6	Análise de bifurcações . . . . .	201
6.3.7	Resultados de simulações . . . . .	209
6.4	Conclusão . . . . .	215
<b>7</b>	<b>Resultados Experimentais</b>	<b>217</b>
7.1	Introdução . . . . .	217
7.2	Resultados . . . . .	220
7.2.1	Operação estável . . . . .	220
7.2.2	Operação instável . . . . .	223
7.3	Conclusão . . . . .	226
<b>8</b>	<b>Conclusão Geral</b>	<b>227</b>
<b>A</b>	<b>Introdução à Teoria de Bifurcações</b>	<b>231</b>
A.1	Bifurcação de Hopf supercrítica . . . . .	232
A.2	Bifurcação de Hopf subcrítica . . . . .	235
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>239</b>



# Lista de Figuras

1.1	Diagrama simplificado de uma microrrede híbrida (CC e CA). . . . .	3
2.1	Diagrama simplificado de uma microrrede operando a) no modo centralizado (uma fonte controla a tensão no barramento) e b) descentralizado (várias fontes controlam a tensão no barramento). . . . .	8
2.2	Exemplo de uma microrrede CC. . . . .	10
2.3	Diagrama de blocos da implementação do <i>droop</i> para uma fonte CC. . . . .	11
2.4	Controle <i>droop</i> aplicado a duas fontes CC operando em paralelo alimentando uma carga resistiva. . . . .	12
2.5	Diagrama de blocos reduzido da implementação do <i>droop</i> para uma fonte CC baseado na potência de saída. . . . .	13
2.6	Correntes $i_1$ e $i_2$ para diversos valores de $R_d$ e $m_d$ . . . . .	14
2.7	Tensões $V_1$ e $V_2$ de saída de cada fonte para diversos valores de $R_d$ e $m_d$ . . . . .	14
2.8	Exemplo de uma microrrede CA. . . . .	15
2.9	Diagrama de blocos reduzido da implementação do <i>droop</i> para uma fonte CA. . . . .	17
2.10	Diagrama unifilar em regime permanente da saída do inversor assumindo que o sinal de erro $\epsilon_k^{\alpha\beta}$ da Figura 2.9 é nulo em regime permanente. . . . .	19
2.11	Diagrama de blocos do <i>droop</i> indutivo com impedância virtual indutiva cruzada. . . . .	20
2.12	Diagrama de blocos do <i>droop</i> indutivo com impedância virtual indutiva via o método do filtro <i>washout</i> . . . . .	23
2.13	Diagrama de blocos do <i>droop</i> resistivo com impedância virtual resistiva. . . . .	24

2.14	Conversor CC-CC genérico conetado à um barramento CC. . . . .	29
2.15	Característica corrente-tensão de um conversor CC modelado como uma CPL. . . . .	31
2.16	Conversor CA-CC genérico conetado à um barramento CA. . . . .	34
2.17	Diagrama de blocos do PLL convencional (coordenadas síncronas - $dq$ ). . . . .	36
2.18	Função $i(v_{\text{bus}})$ de classe $\mathbf{C}^\infty$ para aproximar a descontinuidade do modelo da CPL. . . . .	38
2.19	Comparação da aproximação de classe $\mathbf{C}^\infty$ (curvas em azul e verde) com o modelo descontínuo (curva em amarelo) da função $\partial i/\partial v_{\text{bus}}$ . . . . .	38
2.20	Função $u_{\text{sat}}$ de classe $\mathbf{C}^\infty$ para aproximar uma saturação. . . . .	39
2.21	Compartilhamento de carga para inversores. . . . .	40
2.22	Modelo reduzido do exemplo da Figura 2.21 assumindo que a malha de tensão dos inversores está operando em regime permanente. . . . .	42
3.1	Conversor CC-CC bidirecional. . . . .	46
3.2	Diagrama de blocos da estrutura de controle em cascata. . . . .	48
3.3	Diagrama de blocos da estrutura de controle utilizando somente uma malha de controle. . . . .	48
3.4	Diagrama de blocos para o sistema de controle em cascata utilizado para o conversor CC-CC no modo <i>droop</i> acionando um CPL. . . . .	53
3.5	Distribuição dos autovalores de acordo com (3.37). A razão $g_i$ de cada autovalor tem que estar dentro da região delimitada. . . . .	57
3.6	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{\text{dc}}, k_1\}$ para o controle em cascata do conversor CC-CC (ganho proporcional da malha de tensão). . . . .	58
3.7	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{\text{dc}}, k_2\}$ para o controle em cascata do conversor CC-CC (ganho integral da malha de tensão). . . . .	58
3.8	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{\text{dc}}, f_i\}$ para o controle em cascata do conversor CC-CC (ganho proporcional da malha de corrente). . . . .	59
3.9	Diagrama de estabilidade ou conjunto de bifurcações no plano $\{P_{\text{dc}}, R_d\}$ para o controle em cascata do conversor CC-CC. . . . .	60

3.10	Forma de onda da tensão de saída $v_k$ comparando o modelo por valores médios com o modelo comutado. . . . .	61
3.11	Forma de onda da corrente no indutor de filtro $i$ comparando o modelo por valores médios com o modelo comutado. . . . .	61
3.12	Diagrama de estabilidade na superfície $\{P_{dc}, f_c, f_v\}$ para o controle <i>washout</i> do conversor CC-CC. A operação do conversor é estável dentro da superfície indicada e fora, na região em vazio, o modelo é instável. . . . .	64
3.13	Diagrama de estabilidade na superfície $\{P_{dc}, f_c, k_3\}$ para o controle <i>washout</i> do conversor CC-CC. A operação do conversor é estável dentro da superfície indicada e fora, na região em vazio, o modelo é instável. . . . .	65
3.14	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{dc}, k_3\}$ para o controle <i>washout</i> do conversor CC-CC. A linha em vermelho identifica a curva em que o sistema perde controlabilidade (sistema não possui grau relativo definido). . . . .	66
3.15	Diagrama de estabilidade ou conjunto de bifurcações no plano $\{P_{dc}, R_d\}$ para o controle <i>washout</i> do conversor CC-CC. . . . .	66
3.16	Comparativo do controle em cascata com o controle <i>washout</i> para o conversor CC-CC durante um degrau de carga. . . . .	67
3.17	Conversor CC-CC no modo carregamento de bateria. . . . .	68
3.18	Diagrama de blocos da estrutura de controle em cascata para os modos bateria e fonte com <i>droop</i> . . . . .	68
3.19	Conversor CA-CC trifásico. . . . .	70
3.20	Diagrama de blocos do sistema de controle da fonte CA-CC. . . . .	74
3.21	Plano de fase $\{\delta, \xi_{pll}\}$ para o PLL do conversor CA-CC. As curvas em verde denotam as separatrizes. . . . .	75
3.22	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{dc}, k_1\}$ para o conversor CA-CC (ganho proporcional da malha de tensão). . . . .	83
3.23	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{dc}, k_2\}$ para o conversor CA-CC (ganho integral da malha de tensão). . . . .	84
3.24	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{dc}, f_i\}$ para o conversor CA-CC (frequência de cruzamento, (3.103), da malha de corrente). . . . .	84
3.25	Diagrama de estabilidade ou conjunto de bifurcações no plano $\{P_{dc}, R_d\}$ para o conversor CA-CC. . . . .	85

3.26	Forma de onda da tensão de saída $v_k$ comparando o modelo por valores médios reduzido com o modelo comutado completo. . . . .	86
3.27	Forma de onda da corrente de eixo direto $i_d$ comparando o modelo por valores médios reduzido com o modelo comutado e o modelo discreto completos. . . . .	87
4.1	Caso de estudo da microrrede CC. . . . .	90
4.2	Circuitos dos diversos elementos da microrrede CC da Figura 4.1. . . . .	90
4.3	Modelo reduzido da microrrede da Figura 4.2. . . . .	91
4.4	Curvas de equilíbrio para $i_{cpl}$ (CPL), $i_{cps}$ (CPS) e a $i_o$ ( $v_o$ ) (corrente total), válido para a corrente e tensão nos terminais de entrada dos elementos. . . . .	93
4.5	Curvas de equilíbrio para a microrrede CC em função da potência da carga. . . . .	96
4.6	Coefficiente $s_3$ da forma normal da bifurcação da sela-nó de pontos de equilíbrio em função da resistência de <i>droop</i> e da potência total. . . . .	102
4.7	Coefficiente $d_{21}^R$ da forma normal da bifurcação de Hopf que determina a estabilidade da órbita periódica em função da resistência de <i>droop</i> e da potência total. A HB é sempre do tipo subcrítica, portanto o modelo CPL só cria o ciclo limite instável. O ciclo limite estável é criado pela presença de duas regiões de operação (resistivo e de potência constante). . . . .	110
4.8	Conjunto de bifurcações locais e globais de co-dimensão dois considerando $P_o$ e $R_d$ como parâmetros de bifurcação. . . . .	114
4.9	<i>Zoom</i> realçando a TB no conjunto de bifurcações locais e globais de co-dimensão dois considerando $P_o$ e $R_d$ como parâmetros de bifurcação. . . . .	114
4.10	Diagrama de bifurcação no plano $\{P_{cpl}, v_o\}$ para $R_d = 2 \Omega$ . . . . .	115
4.11	Diagrama de bifurcação no plano $\{P_{cpl}, v_o\}$ para $R_d = 5,5 \Omega$ . . . . .	116
4.12	Diagrama de bifurcação no plano $\{P_{cpl}, v_o\}$ para $R_d = 8 \Omega$ . . . . .	118



4.13	Diagrama de bifurcação no plano $\{P_{\text{cpl}}, v_o\}$ para $R_d = 2 \Omega$ salientando a região de interesse para a operação da microrrede CC (região delimitada entre 300 e 400 V e até 10 kW de potência). Os marcadores $\times$ se referem a resultados de simulação da Seção 4.6. . . . . .	118
4.14	Diagrama de bifurcação no plano $\{P_{\text{cpl}}, v_o\}$ para $R_d = 2 \Omega$ mostrando somente a dinâmica que o modelo linearizado consegue obter (compare com a Figura 4.13). . . . .	119
4.15	Conversor <i>buck</i> com carga resistiva, em que ambos são modelados como uma CPL no modelo reduzido da microrrede CC. . . . .	119
4.16	Conversor <i>boost</i> operando no MPPT, conectado a um painel fotovoltaico e modelado como uma CPS. . . . .	120
4.17	Diagrama de bifurcação no plano $\{P_{\text{cpl}}, v_o\}$ para $R_d = 2 \Omega$ válido para o modelo completo da microrrede CC. . . . .	122
4.18	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{\text{cpl}}, L_1\}$ para a bifurcação de Hopf na microrrede CC, assumindo $L_2 = 2L_1$ . . . . .	122
4.19	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{\text{cpl}}, C_o\}$ para a bifurcação de Hopf na microrrede CC. . . . .	123
4.20	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{\text{cpl}}, k_1^i\}$ mostrando a bifurcação de Hopf em função do ganho proporcional da malha de corrente da fonte CA-CC. . . . .	123
4.21	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{\text{cpl}}, k_p\}$ mostrando a bifurcação de Hopf em função do ganho proporcional da malha de corrente da fonte CC-CC. . . . .	124
4.22	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{\text{cpl}}, k_1\}$ mostrando a bifurcação de Hopf em função do ganho proporcional da malha de tensão de ambas as fontes, CC-CC e CA-CC. . . . .	124
4.23	Degraus na potência $P_{\text{cpl}}$ . . . . .	125
4.24	Efeito dos degraus de potência $P_{\text{cpl}}$ nas correntes $i_1$ e $i_2$ . . . . .	126
4.25	Efeito dos degraus de potência $P_{\text{cpl}}$ nas tensões $v_o$ e $v_l$ . . . . .	126
4.26	Forma de onda do ciclo limite (órbita periódica) estável de $v_o$ para diferentes valores de $P_{\text{cpl}}$ . . . . .	127
4.27	Simulação mostrando a presença da SNPO. A forma de onda em azul corresponde à tensão $v_o$ , enquanto que a forma de onda em vermelho é a potência da CPL. . . . .	128
4.28	Diagrama de estabilidade nos planos $\{P_{\text{cpl}}, v_o\}$ para $m_d = 0,006$ . . . . .	129

4.29	Diagrama de estabilidade nos planos $\{P_{cpl}, m_d\}$ e $\{P_{cpl}, R_d\}$ para a bifurcação de Hopf na microrrede CC para o <i>droop</i> resistivo (curva em vermelho) e de potência (curva em azul). O <i>droop</i> resistivo consegue operar com potências mais elevadas que o <i>droop</i> de potência. . . . .	129
5.1	Circuito do conversor CC-CA trifásico utilizado como uma fonte CA. . . . .	132
5.2	Diagrama de blocos do sistema de controle para o VSI. . . . .	136
5.3	Conversor CC-CA alimentando uma DCPL. . . . .	140
5.4	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{ac}, k_1^v\}$ (ganho proporcional da malha de tensão) para o conversor CC-CA com impedância virtual resistiva. . . . .	145
5.5	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{ac}, k_2^v\}$ (ganho da ação ressonante da malha de tensão) para o conversor CC-CA com impedância virtual resistiva. . . . .	146
5.6	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{ac}, k_p\}$ (ganho proporcional da malha de corrente) para o conversor CC-CA com impedância virtual resistiva. . . . .	146
5.7	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{ac}, \lambda_k\}$ para o conversor CC-CA (note que o ganho do <i>droop</i> está referenciado para uma conexão em estrela). . . . .	147
5.8	Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois no plano $\{P_{ac}, R_\nu^e\}$ para o conversor CC-CA. . . . .	147
5.9	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{ac}, k_1^v\}$ para o conversor CC-CA com impedância virtual indutiva. . . . .	150
5.10	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{ac}, k_2^v\}$ para o conversor CC-CA com impedância virtual indutiva. . . . .	151
5.11	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{ac}, k_p\}$ para o conversor CC-CA com impedância virtual indutiva. . . . .	151
5.12	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{ac}, n_k\}$ para o conversor CC-CA com impedância virtual indutiva (note que o ganho do <i>droop</i> está referenciado para uma conexão em estrela). . . . .	152
6.1	Compartilhamento de carga linear para dois inversores operando em paralelo com <i>droop</i> resistivo (estudo de caso 1). . . . .	156
6.2	Compartilhamento de cargas de potência constante para dois inversores operando em paralelo com <i>droop</i> indutivo (estudo de caso 2). . . . .	156

6.3	Topologia dos conversores CC-CA utilizados para ambos os estudos de caso. . . . .	158
6.4	Circuito equivalente do compartilhamento de cargas lineares para dois VSIs operando em paralelo e em estrela (modelo reduzido do sistema visto na Figura 6.1). . . . .	159
6.5	Valores de equilíbrio para as potências ativas em função da resistência virtual. Potência ativa de saída do primeiro inversor em amarelo e do segundo inversor em azul. . . . .	162
6.6	Valores de equilíbrio para as potências reativas em função da resistência virtual. Potência reativa de saída do primeiro inversor em amarelo e do segundo inversor em azul. . . . .	163
6.7	Valores de equilíbrio para as potências ativas em função de $\lambda_1$ . Potência ativa de saída do primeiro inversor em amarelo e do segundo inversor em azul. . . . .	164
6.8	Valores de equilíbrio para as potências reativas em função de $\lambda_1$ . Potência reativa de saída do primeiro inversor em amarelo e do segundo inversor em azul. . . . .	164
6.9	Valores de equilíbrio para as potências ativas em função de $\gamma_1$ . Potência ativa de saída do primeiro inversor em amarelo e do segundo inversor em azul. . . . .	165
6.10	Valores de equilíbrio para as potências reativas em função de $\gamma_1$ . Potência reativa de saída do primeiro inversor em amarelo e do segundo inversor em azul. . . . .	165
6.11	Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois mostrando a bifurcação de Hopf em relação à $\gamma_1$ e $R_\nu$ como os parâmetros da bifurcação. . . . .	167
6.12	Diagrama de bifurcação no plano $\{\gamma_1, \langle p_1 \rangle\}$ , válido para $R_\nu = 0,1 \Omega$ . Esta bifurcação corresponde à linha I da Figura 6.11. . . . .	168
6.13	Diagrama de bifurcação no plano $\{R_\nu, \langle p_1 \rangle\}$ , válido para $\gamma_1 = 0,01$ . Esta bifurcação corresponde à linha II da Figura 6.11. . . . .	168
6.14	Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois mostrando a bifurcação de Hopf em relação à $\gamma_1$ e $\gamma_2/\gamma_1$ como os parâmetros da bifurcação. . . . .	169
6.15	Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois mostrando a bifurcação de Hopf em relação à $\gamma_1$ e $\lambda_k$ como os parâmetros da bifurcação. . . . .	170

6.16	Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois mostrando a bifurcação de Hopf em relação à $\gamma_1$ e $k_p$ (ganho proporcional da malha de corrente dos VSIs) como os parâmetros da bifurcação. . . . .	171
6.17	Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois mostrando a bifurcação de Hopf em relação à $\gamma_1$ e $k_1^v$ (ganho proporcional da malha de tensão dos VSIs) como os parâmetros da bifurcação. . . . .	171
6.18	Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois mostrando a bifurcação de Hopf em relação à $\gamma_1$ e $k_2^v$ (ganho ressonante da malha de tensão dos VSIs) como os parâmetros da bifurcação. . . . .	172
6.19	Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois mostrando a bifurcação de Hopf em relação à $\gamma_1$ e $R_\nu$ como os parâmetros da bifurcação para o modelo completo e o modelo reduzido. . . . .	172
6.20	Oscilações nas frequências devido à bifurcação de Hopf causada pela mudança do ganho do <i>droop</i> $\gamma_1$ . . . . .	174
6.21	Oscilações nas correntes (fase <i>a</i> somente) devido à bifurcação de Hopf causada pela mudança do ganho do <i>droop</i> $\gamma_1$ . . . . .	174
6.22	Espectro na frequência da corrente da fase <i>a</i> de saída do primeiro inversor, $i_1^a$ , durante operação normal. . . . .	175
6.23	Espectro na frequência da corrente da fase <i>a</i> de saída do primeiro inversor, $i_1^a$ , quando ocorre a bifurcação de Hopf. . . . .	175
6.24	Oscilações nas potências ativas devido à bifurcação de Hopf. . . . .	176
6.25	Oscilações nas potências reativas devido à bifurcação de Hopf. . . . .	176
6.26	Tensões linha-neutro na saída do primeiro inversor na base <i>abc</i> durante operação normal. . . . .	177
6.27	Oscilações nas tensões linha-neutro de saída do primeiro inversor na base <i>abc</i> devido à bifurcação de Hopf. . . . .	177
6.28	Plano $\{i_1^\alpha, i_1^\beta\}$ da corrente de saída do primeiro inversor durante operação normal. . . . .	178
6.29	Plano $\{i_1^\alpha, i_1^\beta\}$ da corrente de saída do primeiro inversor quando ocorre a bifurcação de Hopf. . . . .	178
6.30	Variáveis elétricas $\{i_1^\alpha, i_1^\beta, v_1^\alpha\}$ de saída do primeiro inversor quando ocorre a bifurcação de Hopf mostrando um atrator formado por dois toróides entrelaçados em $\mathbb{R}^3$ . . . . .	179

6.31	Variáveis elétricas $\{i_1^\alpha, i_1^\beta, v_1^\alpha\}$ de saída do primeiro inversor utilizando o modelo reduzido (veja Figura 6.30 para o modelo completo comutado) quando ocorre a bifurcação de Hopf mostrando um atrator formado por dois toróides entrelaçados em $\mathbb{R}^3$ . . . . .	179
6.32	Quatro conversores CA-CC controlados operando em paralelo modelados como uma carga de potência constante equivalente. . . . .	181
6.33	Diagrama de blocos do sistema de controle do conversor CA-CC. . . . .	183
6.34	Circuito equivalente do compartilhamento de cargas de potência constante para dois VSIs operando em paralelo em delta, modelo reduzido do sistema da Figura 6.2. . .	193
6.35	Paralelismo entre os conversores CC-CA alimentando uma DCPL. . . . .	203
6.36	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{ac}, k_1^v\}$ para o conversor CC-CA com a potência da carga dividida pelo número de inversores, válido para $\kappa_f = 7150$ rad/s. . . .	204
6.37	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{ac}, k_2^v\}$ para o conversor CC-CA com a potência da carga dividida pelo número de inversores, válido para $\kappa_f = 7150$ rad/s. . . .	204
6.38	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{ac}, k_p\}$ para o conversor CC-CA com a potência da carga dividida pelo número de inversores, válido para $\kappa_f = 7150$ rad/s. . . .	205
6.39	Diagrama de estabilidade no plano $\{P_{ac}, X_\nu^e\}$ para o conversor CC-CA com a potência da carga dividida pelo número de inversores, válido para $\kappa_f = 7150$ rad/s. . . .	205
6.40	Diagrama de bifurcação no plano $\{P_{ac}, i_1^d\}$ para $\kappa_f = 1800$ rad/s, $X_\nu^e = 0,03 \Omega$ . . . . .	207
6.41	Diagrama de bifurcação no plano $\{P_{ac}, i_1^d\}$ para $\kappa_f = 6600$ rad/s, $X_\nu^e = 0,03 \Omega$ . . . . .	207
6.42	Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois mostrando a bifurcação de Hopf ( $HB_1$ ) em relação à $P_{ac}$ e $\kappa_f$ como os parâmetros da bifurcação para ambas as formas de impedância virtual indutiva. . . . .	208
6.43	Degraus na potência da carga $P_{ac}$ e o seu efeito na potência ativa do primeiro inversor. . . . .	210
6.44	Efeito dos degraus na potência da carga $P_{ac}$ (Figura 6.43) na corrente do primeiro inversor na base $dq$ . . . . .	210

6.45	Efeito dos degraus na potência da carga $P_{ac}$ (Figura 6.43) nas correntes $abc$ em delta de saída do primeiro inversor. . . . .	211
6.46	Espectro na frequência de $i_1^a + i_2^a$ quando ocorre a bifurcação de Hopf. . . . .	211
6.47	Efeito da bifurcação de Hopf nas tensões linha-linha do barramento em $abc$ e $dq$ . . . . .	212
6.48	Efeito da bifurcação de Hopf nas frequências de <i>droop</i> dos dois inversores e do PLL do primeiro retificador. . .	212
6.49	Efeito da bifurcação de Hopf na amplitude das tensões de <i>droop</i> dos dois inversores. . . . .	213
6.50	Efeito do degrau na potência da carga $P_{ac}$ (Figura 6.43) na estimação da carga do sistema de controle do conversor CA-CC. . . . .	213
6.51	Efeito do degrau na potência da carga $P_{ac}$ (Figura 6.43) na tensão CC de saída do conversor CA-CC (DCPL). . .	214
6.52	Efeito do degrau na potência da carga $P_{ac}$ (Figura 6.43) nos sinais de erro da malha de controle da tensão de saída do primeiro inversor. . . . .	214
7.1	Caso de estudo experimental do paralelismo de inversores.	218
7.2	Bancada experimental composta por dois inversores acionando uma carga resistiva. . . . .	219
7.3	Tensões linha-linha em $abc$ na carga durante operação estável. . . . .	220
7.4	Tensões linha-linha em $\alpha\beta$ na carga durante operação estável. . . . .	221
7.5	Correntes de saída do primeiro inversor em $abc$ durante operação estável. . . . .	221
7.6	Correntes de saída do primeiro inversor em $\alpha\beta$ durante operação estável. . . . .	222
7.7	Correntes de saída do segundo inversor em $abc$ durante operação estável. . . . .	222
7.8	Correntes de saída do segundo inversor em $\alpha\beta$ durante operação estável. . . . .	223
7.9	Efeito da bifurcação de Neimark-Sacker nas tensões linha-linha em $\alpha\beta$ na carga. . . . .	224
7.10	Efeito da bifurcação de Neimark-Sacker nas correntes de saída do primeiro inversor em $abc$ . . . . .	224
7.11	Efeito da bifurcação de Neimark-Sacker nas correntes de saída do primeiro inversor em $\alpha\beta$ . . . . .	225

7.12	Efeito da bifurcação de Neimark-Sacker nas correntes de saída do segundo inversor em $abc$ . . . . .	225
7.13	Efeito da bifurcação de Neimark-Sacker nas correntes de saída do segundo inversor em $\alpha\beta$ . . . . .	226
A.1	Diagrama da bifurcação de Hopf supercrítica. . . . .	232
A.2	Simulação temporal de (A.1)-(A.2) quando o ponto de equilíbrio é estável. . . . .	233
A.3	Plano- $\{x_1, x_2\}$ para (A.1)-(A.2) quando o ponto de equilíbrio é estável. Todas as trajetórias convergem para a origem. . . . .	233
A.4	Simulação temporal de (A.1)-(A.2) quando o ponto de equilíbrio é instável. . . . .	234
A.5	Plano- $\{x_1, x_2\}$ para (A.1)-(A.2) quando o ponto de equilíbrio é instável. Todas as trajetórias convergem para o ciclo limite estável de raio unitário. . . . .	234
A.6	Diagrama da bifurcação de Hopf subcrítica. . . . .	235
A.7	Plano- $\{x_1, x_2\}$ para (A.3)-(A.4) quando o ponto de equilíbrio é estável. As trajetórias dentro do ciclo limite instável de raio unitário convergem para a origem, enquanto que as trajetórias fora do ciclo limite instável divergem. . . . .	236





# Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros do sistema da Figura 2.4. . . . .	12
3.1	Parâmetros do conversor CC-CC bidirecional. . . . .	48
3.2	Parâmetros do conversor CA-CC. . . . .	71
3.3	Parâmetros do PLL do conversor CA-CC. . . . .	75
4.1	Parâmetros da microrrede CC. . . . .	92
4.2	Parâmetros da CPL e CPS. . . . .	121
4.3	Parâmetros dos controles das fontes CC-CC e CA-CC. . . . .	121
5.1	Parâmetros do conversor CC-CA (tensões linha-linha). . . . .	134
5.2	Parâmetros do <i>droop</i> para conversor CC-CA. . . . .	143
5.3	Parâmetros da carga equivalente. . . . .	143
6.1	Parâmetros da microrrede CA (Figura 6.4) com <i>droop</i> resistivo (tensões linha-neutro). . . . .	166
6.2	Parâmetros do controle do VSI em delta para o sistema da Figura 6.4. . . . .	170
6.3	Parâmetros do conversor CA-CC (DCPL). . . . .	190
6.4	Parâmetros do controle do VSI em delta para o sistema da Figura 6.35. . . . .	206
7.1	Parâmetros do conversor CC-CA (tensão linha-neutro). . . . .	218



# Lista de Abreviaturas e Siglas

<b>BEB</b>	<i>boundary equilibrium bifurcation</i>
<b>CPL</b>	<i>constant power load</i>
<b>CPS</b>	<i>constant power source</i>
<b>DCPL</b>	<i>dynamic constant power load</i>
<b>EMI</b>	<i>electromagnetic interference</i>
<b>GD</b>	geração distribuída
<b>HB</b>	bifurcação de Hopf
<b>HC</b>	conexão homoclina
<b>LMI</b>	<i>linear matrix inequality</i>
<b>MGCC</b>	<i>microgrid central controller</i>
<b>MPPT</b>	<i>maximum power point tracking</i>
<b>NS</b>	bifurcação Neimark-Sacker
<b>PBC</b>	<i>passivity-based control</i>
<b>PFC</b>	<i>power factor correction</i>
<b>PWM</b>	modulação por largura de pulso
<b>PI</b>	controle proporcional-integral
<b>PV</b>	<i>photovoltaics</i>

<b>PLL</b>	<i>phase-locked loop</i>
<b>PR</b>	controle proporcional-ressonante
<b>SMC</b>	<i>sliding mode control</i>
<b>SN</b>	bifurcação sela-nó de ponto de equilíbrio
<b>SNPO</b>	bifurcação sela-nó de órbitas periódicas
<b>SoC</b>	<i>state of charge</i>
<b>TB</b>	bifurcação Takens-Bogdanov
<b>VSI</b>	<i>voltage-source inverter</i>
<b>WECS</b>	<i>wind energy conversion system</i>
<b>ZOH</b>	<i>zero order hold</i>

# Lista de Símbolos

$x_k$	índice em que $k \in \{1, 2, \dots, n\}$
$x_j$	índice em que $j \in \{1, 2, \dots, n\}$
$x^e$	índice $e$ que indica um parâmetro equivalente de um sistema trifásico originalmente com conexão em estrela que está sendo transformado para o seu equivalente em delta
$\langle x \rangle$	Indica valor filtrado de $x$ (filtro passa-baixa de primeira ordem)
$\bar{x}$	Indica valor de equilíbrio de $x$ , com exceção do Capítulo 4 em que indica o complexo conjugado
$\underline{x}$	Indica que $x$ é uma grandeza complexa
$\ \mathbf{x}\ $	Indica a norma euclidiana de um vetor $\mathbf{x}$
$E_{\text{inf}}$	Amplitude mínima (em $\alpha\beta$ ) da tensão CA
$E_k$	Sinal de referência para a amplitude (em $\alpha\beta$ ) da tensão CA de saída do $k$ -conversor CC-CA
$E_r$	Amplitude nominal (em $\alpha\beta$ ) da tensão CA
$E_{\text{sup}}$	Amplitude máxima (em $\alpha\beta$ ) da tensão CA
$f_a$	Frequência de amostragem
$f_s$	Frequência de comutação
$\mathcal{H}$	Função de Lyapunov

$I_{th}$	Corrente de limiar para a CPL, indica o nível de corrente em que a CPL muda de comportamento
$k_1^i$	Ganho proporcional da malha de corrente
$k_2^i$	Ganho integral ou ressonante da malha de corrente
$k_1^v$	Ganho proporcional da malha de tensão
$k_2^v$	Ganho integral ou ressonante da malha de tensão
$k_1^w$	Ganho proporcional da malha de energia
$k_2^w$	Ganho integral da malha de energia
$k_p$	Ganho proporcional da malha de corrente
$L_\nu$	Indutância virtual ( $L_\nu = X_\nu/\omega_r$ ) para conversores CC-CA
$m_d$	Ganho do <i>droop</i> CC de potência
$m_k$	Ganho do <i>droop</i> CA indutivo associado com a frequência angular do $k$ -conversor CC-CA
$n_k$	Ganho do <i>droop</i> CA indutivo associado com a amplitude da tensão do $k$ -conversor CC-CA
$R_d$	Ganho do <i>droop</i> CC linear (resistência)
$R_{th}$	Característica resistiva de uma CPL que ocorre quando a tensão de entrada decresce e a carga não consegue operar na região de potência constante
$R_\nu$	Resistência virtual para conversores CC-CA
$T_a$	Período de amostragem
$T_s$	Período de comutação
$u$	Razão cíclica
$V_k$	Sinal de referência da tensão CC de saída da $k$ -fonte CC
$V_r$	Tensão CC nominal
$V_{th}$	Tensão de limiar para a CPL, indica a tensão em que a CPL muda de comportamento
$w_{dc}$	Energia armazenada no capacitor de filtro

$X_\nu$	Reatância virtual indutiva para conversores CC-CA
$z$	Variável de saída do filtro <i>washout</i>
$\lambda_k$	Ganho do <i>droop</i> CA resistivo associado com a amplitude da tensão do $k$ -conversor CC-CA
$\gamma_k$	Ganho do <i>droop</i> CA resistivo associado com a frequência angular do $k$ -conversor CC-CA
$\kappa_f$	Parâmetro do modelo DCPL que indica a frequência angular
$\kappa_1$	Parâmetro associado com um estimação de $\mu$ (Capítulo 6)
$\kappa_2$	Parâmetro associado com um estimação de $\mu$ (Capítulo 6)
$\mu$	Parâmetro desconhecido associado com uma carga resistiva (Capítulo 6)
$\sigma$	Parte estática da estimação de $\mu$ (Capítulo 6)
$\rho$	Parte dinâmica da estimação de $\mu$ (Capítulo 6)
$\nu_{\text{eq}}$	Controle equivalente, variável utilizada para facilitar o desenvolvimento das diversas leis de controle apresentadas neste documento
$\omega_c$	Frequência angular de corte do filtro passa-alta <i>washout</i>
$\omega_{\text{inf}}$	Frequência angular mínima
$\omega_k$	Frequência angular do $k$ -conversor CC-CA
$\omega_r$	Frequência angular nominal
$\omega_p$	Frequência angular de corte do filtro passa-baixa para filtrar as potências medidas
$\omega_{\text{pll}}$	Frequência angular do PLL
$\omega_{\text{sup}}$	Frequência angular máxima





# Capítulo 1

## Introdução Geral

### 1.1 Microrredes

Microrredes são redes de energia elétrica compostas por diversas fontes e cargas que podem operar com ou sem a presença da rede elétrica principal. Uma das tendências dentro da eletrônica de potência atualmente é a aplicação de conversores de energia para a operação em microrredes, que na essência é eletrônica de potência aplicada a sistemas de geração distribuída em redes de distribuição de energia elétrica. Tipicamente, microrredes são redes elétricas compostas por diversas fontes e cargas, o que implica em diversas interações fontes-fontes e fontes-cargas.

A geração de energia distribuída (GD) permite diversificar as fontes de energia e isto torna a operação do sistema elétrico mais flexível e mais complexo. A independência da microrrede com relação à rede principal também é um grande atrativo, mas esta característica apresenta algumas dificuldades extras à operação de uma rede elétrica. No caso de microrredes CA conectadas diretamente à rede principal através do barramento comum ocasiona um desacoplamento de todos os elementos devido à inércia elétrica<sup>1</sup> muito grande da rede principal (praticamente uma fonte de tensão ideal) e isto é uma grande vantagem do ponto de vista da estabilidade da operação do sistema. Na ausência da rede principal, o barramento comum pode vir a ter uma inércia elétrica pequena e é possível notar uma interação muito forte entre as fontes e cargas na rede, tornando a questão da estabilidade e da qualidade de energia da rede algo mais crítica.

---

<sup>1</sup>Inércia elétrica é uma analogia de um efeito capacitivo para a rede principal. Basicamente, a rede elétrica pode ser vista como uma fonte de tensão ideal.

Ao longo das últimas décadas a qualidade da energia e a necessidade de se reduzir ao máximo a dissipação de energia provocou um crescimento muito grande de conversores de energia presentes na rede elétrica principal. Fontes de energia renováveis são cada vez mais comuns, como painéis fotovoltaicos (PV) e turbinas eólicas (WECS), e em condições ideais devem injetar a máxima potência disponível, isto é, são fontes que devem operar rastreando o ponto de máxima potência (MPPT). Todas estas fontes precisam de conversores para se interligar com a rede, ou até mesmo para o seu funcionamento isolado. Com a presença de vários conversores no sistema elétrico atuando como cargas e/ou fontes, o comportamento dinâmico da rede elétrica é muito diferente quando comparado com décadas atrás. Devido à forma como geralmente os conversores de energia são controlados<sup>2</sup>, muitas cargas podem ser modeladas pela sua potência consumida. Estes tipos de carga modeladas como fonte de potência podem introduzir problemas de estabilidade na rede elétrica [1, 2, 3, 4, 5]. Portanto, é necessário utilizar técnicas de controle de conversores de energia mais adaptadas a esta nova realidade.

A Figura 1.1 mostra um exemplo de uma microrrede genérica com dois barramentos, um CC e um CA. Diversas fontes e cargas estão conectadas nestes barramentos além de um conversor CA-CC que interliga estes dois barramentos. Note que o sentido da potência de cada elemento é indicado por flechas.

Neste exemplo de microrrede, com relação à rede elétrica existem duas opções:

- a rede elétrica está conectada (modo conectado) e qualquer excesso ou falta de energia, a rede compensa;
- modo ilhado, a rede elétrica está desconectada e o gerenciamento da microrrede é mais crítico.

A ausência da rede elétrica dificulta o gerenciamento da microrrede, pois ela passa a operar com recursos finitos e, como o balanço de potência deve ser sempre satisfeito, isto pode trazer alguns problemas. Como a potência gerada deve ser igual à potência consumida, temos que

$$P_{\text{ren}} - P_{\text{cargas}} = P_{\text{b}} \quad (1.1)$$

em que  $P_{\text{ren}}$  é a potência gerada pelas fontes renováveis,  $P_{\text{cargas}}$  é a potência consumida pelas cargas e  $P_{\text{b}}$  é a potência das fontes bidirecionais. No caso da ausência da rede elétrica, se houver excesso de geração

<sup>2</sup>Tipicamente, conversores de energia que operam como cargas controlam a tensão ou corrente nos seus terminais de saída.

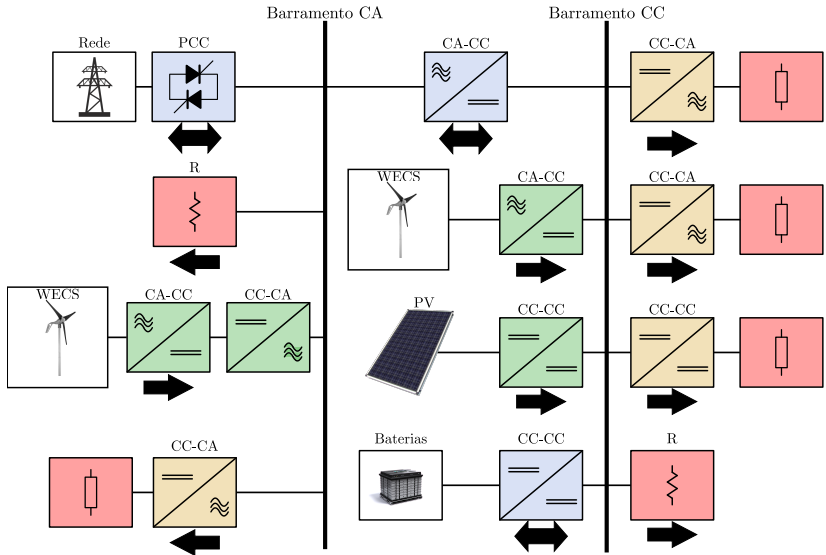


Figura 1.1: Diagrama simplificado de uma microrrede híbrida (CC e CA).

de energia e não existir como armazenar esta parcela extra de energia, a tensão no barramento irá subir até um valor que satisfaça as equações de equilíbrio do sistema. Na situação oposta a tensão no barramento irá diminuir. Caso estas variações na tensão sejam pequenas em torno do valor nominal do barramento, o sistema funciona normalmente, mas no caso em que a tensão ultrapasse os limites estabelecidos algumas medidas podem, ou devem, ser tomadas:

- com excesso de geração de energia, uma forma de resolver é retirar as fontes renováveis do modo MPPT, permitindo que a geração possa diminuir até que a tensão fique dentro dos limites desejados;
- na situação em que a demanda de energia for maior que a geração, a solução seria desconectar algumas cargas do sistema.

É importante notar que em condições de ilhamento durante uma escala de tempo pequena, qualquer excesso ou falta de energia pode ser garantida pelos conversores conectados a armazenadores de energia (baterias, por exemplo), já que são fontes bidirecionais. Para o sistema da Figura 1.1 em condições de ilhamento por muito tempo a energia gerada provém somente das fontes renováveis.

## 1.2 Objetivos e estrutura do trabalho

O foco deste trabalho é a análise de estabilidade de microrredes CC e CA utilizando técnicas não lineares, como a teoria de bifurcações para sistemas dinâmicos [6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]. Os modelos que serão apresentados são compostos por equações diferenciais não lineares e através da teoria de bifurcações é possível compreender como certos parâmetros do modelo influenciam a estabilidade da microrrede.

Microrredes é um assunto recente e por conta disto a literatura técnica ainda carece de estudos mais profundos sobre a sua estabilidade. Os trabalhos existentes geralmente utilizam somente modelos linearizados [13, 14, 15, 16] e como é esperado que as potências em uma microrrede variem de forma significativa, o ponto de equilíbrio está sempre mudando. A linearização é válida em torno do equilíbrio, logo é necessário ficar re-calculando a matriz jacobiana sempre que há mudança nos equilíbrios o que torna esta forma de análise um pouco deficiente e não adequado com a realidade do problema. A principal virtude em utilizar técnicas de bifurcação para a análise da estabilidade é em gerar diagramas paramétricos que facilitam a compreensão de como diversos parâmetros de interesse influenciam a estabilidade de uma microrrede. Alguns parâmetros importantes são escolhidos via critérios técnicos, mas sem levar em conta o seu efeito na estabilidade e isto pode ser crítico. Esta é a principal contribuição desta tese.

Mesmo para microrredes com poucos elementos, os modelos matemáticos contêm muitas variáveis, o que torna o processo de análise da rede um problema. Geralmente o estudo da dinâmica das microrredes é realizado via simulações numéricas do modelo completo do sistema em computadores, *stand-alone* ou conectados em redes, ou utilizando sistemas de simulação em tempo real como os fornecidos pela empresa OPAL-RT Technologies ([www.opal-rt.com](http://www.opal-rt.com)), Typhoon Hil ([www.typhoon-hil.com](http://www.typhoon-hil.com)) ou a empresa RTDS Technologies ([www.rtds.com](http://www.rtds.com)). Estas empresas oferecem um hardware dedicado para a simulação de sistemas de potência ou de eletrônica de potência em tempo real. Tipicamente podem simular microrredes com conversores que operam com frequências de comutação máximas de aproximadamente 20 ou 30 kHz.

Estes métodos numéricos, em geral, consomem muito tempo de simulação e recursos computacionais. Além disso, embora sejam muito úteis, estes sistemas são em geral de elevado custo, chegando a ser proibitiva a sua aquisição para pesquisa e/ou projeto de microrredes.

Ante este panorama, uma alternativa a estes métodos de simulação consiste no desenvolvimento de modelos reduzidos que consigam cap-

turar a dinâmica essencial das microrredes sob estudo. Desta forma, os modelos reduzidos passam a ser necessários para compreender a complexidade da dinâmica dos sistemas em questão.

Isto é verdade principalmente para microrredes CC, ou mesmo microrredes CA ilhadas. Na presença da rede principal conectada diretamente no barramento comum de uma microrrede CA, devido à inércia elétrica da rede principal (barramento infinito) quase não há interação entre os diversos conversores presentes. Mas, para todas as outras situações (sistemas ilhados ou para microrredes CC) se espera que o barramento comum não tenha uma inércia elétrica grande e isto amplifica as interações entre todos os conversores. Os modelos reduzidos podem ser úteis na tentativa de reproduzir a interação dinâmica das diversas fontes e cargas.

Esta tese é organizada da seguinte forma: O Capítulo 2 apresenta diversos conceitos básicos de operação para microrredes CC e CA que são utilizados ao longo da tese, além de apresentar uma revisão bibliográfica sobre o estado-da-arte neste tema. O Capítulo 3 mostra a modelagem e controle local<sup>3</sup> de fontes CC com *droop* (conversores CC-CC, CA-CC). Com base no estudo das fontes CC, uma pequena microrrede CC é analisada no Capítulo 4, com foco no estudo da estabilidade do modelo reduzido não linear da mesma. O Capítulo 5 é dedicado à modelagem e ao controle das fontes CA com *droop* (conversores CC-CA). A análise de estabilidade de uma pequena microrrede CA é tratada no Capítulo 6. Um caso de estudo experimental para paralelismo de inversores é abordado no Capítulo 7. Uma breve introdução à teoria de bifurcações pode ser visto no Apêndice A.

Este documento está estruturado de forma que primeiramente os conversores básicos de um determinado tipo de microrrede são modelados e uma técnica de controle local é proposta, depois estes conversores são estudados formando um sistema, que no caso são pequenas microrredes.

---

<sup>3</sup>O controle local de um conversor consiste em controlar as variáveis elétricas (correntes, tensões, energia e/ou potência) de entrada ou saída do conversor.

## 1.3 Artigos publicados

Durante o doutorado os seguintes artigos foram publicados em congressos e periódicos [1, 17, 18, 19, 20, 21, 22].

Artigos em congressos:

- E. Lenz, and D. J. Pagano, “Nonlinear Control for Bidirectional Power Converter in a dc Microgrid,” 9th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems (NOLCOS), Toulouse, 2013.
- E. Lenz, and D. J. Pagano, “Nonlinear control of a three-phase power converter with constant power load in a microgrid,” 2013 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP), Gramado (RS), 2013.
- E. Lenz, D. J. Pagano, and V. Stramosk, “Nonlinear control applied to a dc-dc power converter and the load sharing problem in a dc microgrid,” 19th IFAC World Congress, Cape Town, 2014.
- E. Lenz, D. J. Pagano, M. T. Saito, and J. Pou, “Nonlinear Control of a Bidirectional Power Converter for Connecting Batteries in dc Microgrids,” 8th International Symposium on Power Electronics for Distributed Generation Systems, Florianópolis, 2017, Accepted to be published.

Artigos em periódicos:

- A. Tahim, D. J. Pagano, E. Lenz, and V. Stramosk, “Modeling and stability analysis of islanded dc microgrids under droop control,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 30, pp. 4597–4607, Aug. 2015.
- E. Lenz, D. J. Pagano, and A. Tahim, “Codimension-two bifurcation analysis in dc microgrids under droop control,” *Int. J. Bifurcation and Chaos*, vol. 26, no. 2, pp. 1650028–1–22, 2016.
- E. Lenz, D. J. Pagano, and J. Pou, “Bifurcation Analysis of Parallel-Connected Voltage-Source Inverters with Constant Power Loads,” *IEEE Trans. on Smart Grid.*, 2017, Accepted to be published.

## Capítulo 2

# Conceitos de Microrredes

Neste capítulo, algumas definições matemáticas que são utilizadas nesta tese são apresentadas, além de conceitos básicos da operação de microrredes, com o foco em fontes operando de forma descentralizada. Uma revisão bibliográfica do controle por *droop* também é apresentada.

A Seção 2.1 introduz o conceito de controle centralizado e descentralizado para microrredes, já para a Seção 2.2, temos o estado-da-arte com relação ao controle descentralizado por *droop* aplicado para microrredes CC, enquanto que a Seção 2.3 apresenta o mesmo para microrredes CA. Alguns trabalhos relacionados com o tipo de carga que será estudada neste tese é o tema da Seção 2.4, já a Seção 2.5 apresenta como as fontes com *droop* podem ser modeladas.

### 2.1 Controle centralizado e descentralizado

O problema apresentado no Capítulo 1 necessita de um fluxo de informação de toda a rede elétrica e um sistema capaz de comandar todas as cargas e fontes, o que mostra a complexidade que uma microrrede pode ter [16, 23]. Para resolver esta questão da comunicação do sistema, em muitas situações e dependendo do tamanho da microrrede pode existir um controlador central que gerencia os recursos do sistema, o *microgrid central controller* (MGCC). Todas as fontes e cargas podem mandar informações básicas do fluxo de potência para este controlador central que pode fornecer sinais de referências para as fontes com o objetivo de otimizar a operação da microrrede. Outro exemplo pode ser a necessidade de tirar certas fontes renováveis do modo MPPT para operarem como fontes de tensão em uma situação mais crítica. Estes são só al-

guns exemplos de como o MGCC pode interagir com as diversas fontes presentes.

A tensão no barramento comum de uma microrrede pode ser controlada de diversas formas. Com exceção das fontes renováveis, que sempre que possível devem operar no MPPT, as fontes conectadas a bancos de baterias, ou a algum conversor que conecta uma rede externa com a microrrede, podem ser controladas de acordo com [16, 23]:

- modo centralizado (mestre-escravo) - um conversor (conversor mestre) opera como uma fonte de tensão e as demais fontes operam como fontes de corrente (conversores escravos);
- modo descentralizado (utilizando o controle por *droop*), todas as fontes operam como fontes de tensão em paralelo.

Na estratégia de controle modo centralizado somente o conversor mestre controla a tensão de saída. Já no caso dos conversores escravos, a corrente de saída pode ser adotada como a variável a ser controlada. A Figura 2.1 apresenta os dois exemplos de como a tensão no barramento pode ser controlada. O modo centralizado é mais simples de se

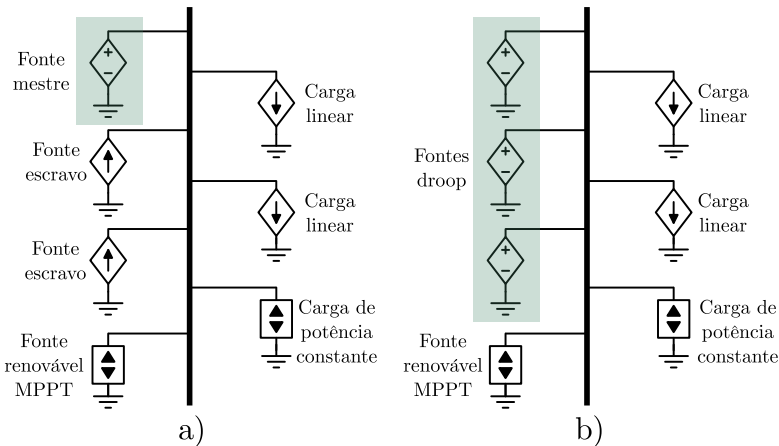


Figura 2.1: Diagrama simplificado de uma microrrede operando a) no modo centralizado (uma fonte controla a tensão no barramento) e b) descentralizado (várias fontes controlam a tensão no barramento).

controlar, já que há somente uma fonte de tensão, mas possui algumas desvantagens caso ocorra um problema com o conversor mestre, sendo



necessário, então, que algum conversor escravo seja elevado à condição de mestre.

No modo descentralizado, caso alguma fonte de tensão sofra algum problema e seja desconectadas, as outras fontes continuam operando normalmente. Esta vantagem na simplicidade de gerenciamento oferece uma desvantagem de ter duas ou mais fontes de tensão operando em paralelo, isto é o problema do compartilhamento de cargas para fontes de tensão. Operar fontes de tensão em paralelo é um problema e, por conta disto, a tensão de saída não é regulada de forma estrita [24], mas sim permitindo que a tensão flutue dentro de uma faixa, por exemplo 400 V—360 V.

A técnica que tem se mostrado mais popular em microrredes é o controle por *droop* [14, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37], sendo uma técnica de controle simples para fontes operando no modo descentralizado. Esta técnica de controle para paralelismo de fontes é o foco deste trabalho.

## 2.2 Controle descentralizado para microrredes CC

Um exemplo de uma microrrede CC com diversos elementos básicos é mostrado na Figura 2.2. Esta configuração pode ser vista como um exemplo básico de uma microrrede CC, pois contém fontes alternativas de energia (painel fotovoltaico, energia eólica), sistemas armazenadores de energia (baterias), conexão com a rede principal, além de diversas cargas. Assumindo que a maioria das cargas é eletrônica, a presença de conversores (CC-CC, CC-CA) controlados conectados no barramento CC é significativa.

O fluxo de potência dos diversos elementos que compõem esta microrrede se separa em três tipos:

- cargas (sempre consomem energia);
- fontes renováveis (sempre fornecem energia);
- fontes de tensão com *droop* (fluxo bidirecional de potência), como os conversores conectados nas baterias e o conversor CA-CC que interliga a microrrede com a rede principal, ou com uma microrrede CA.

A conexão de todos estes elementos (linhas de distribuição) é modelada por resistências e indutâncias.

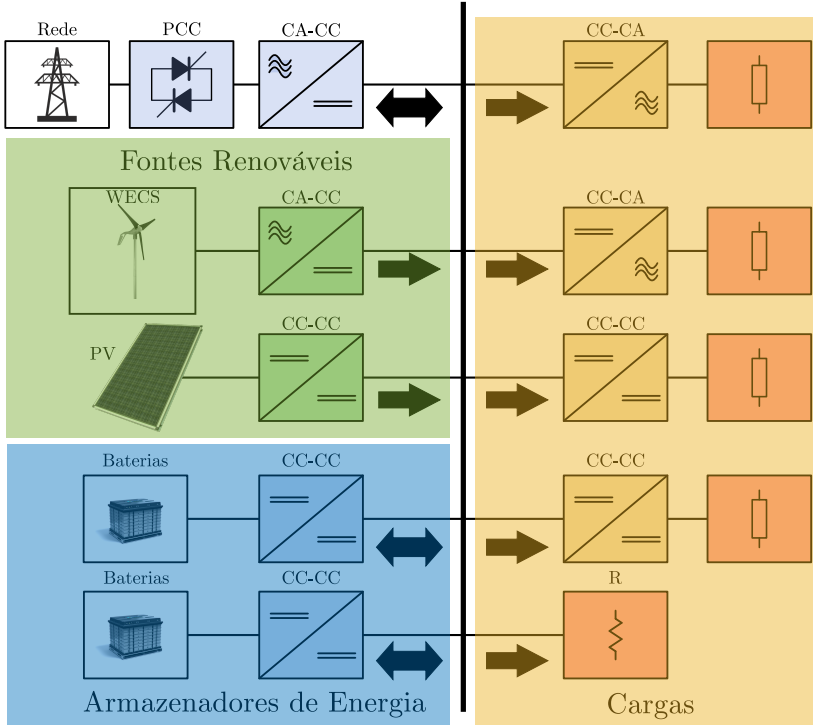


Figura 2.2: Exemplo de uma microrrede CC.

Neste exemplo de microrrede, o controle *droop* é aplicado aos conversores CC-CC conectados nos bancos de baterias e no conversor CA-CC que interliga a rede principal, pois são os elementos que devem funcionar como fontes de tensão. No caso de microrredes CC, o controle por *droop* pode ser aplicado da seguinte forma [34]:

$$V_k = V_r - R_d i_k \quad (2.1)$$

em que  $V_k$  é a referência de tensão para a malha de controle da  $k$ -ésima fonte de tensão presente na microrrede;  $V_r$  é a tensão nominal do barramento;  $R_d$  é a resistência do controle por *droop* e  $i_k$  é a corrente de saída de cada fonte. Este esquema força com que cada fonte de tensão em uma microrrede CC tente operar como se fosse uma fonte de tensão em série com uma resistência virtual. O diagrama de blocos de como o *droop* é implementado em uma fonte CC é mostrado na Figura 2.3.

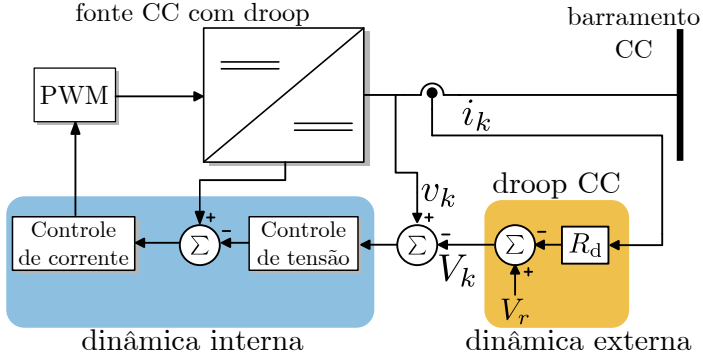


Figura 2.3: Diagrama de blocos da implementação do *droop* para uma fonte CC.

Note que o *droop* opera em um nível hierárquico acima das malhas de controle tradicionais, como malha de corrente e malha de tensão. Para salientar esta diferença podemos decompor a dinâmica associada com o controle *droop* como sendo a dinâmica externa à fonte, pois o objetivo do *droop* é ajustar o compartilhamento de carga para fontes operando em paralelo. Basicamente, para o *droop* somente os terminais de saída da fonte (corrente e tensão de saída) são relevantes.

O controle local, malha de corrente e tensão, das fontes deve funcionar, se possível, de forma independente das variáveis externas ao conversor, pois caso ocorra alguma instabilidade externa advinda do barramento, o controle pode atenuar o seu efeito para a fonte. Na prática não é possível desacoplar a dinâmica interna da fonte com a dinâmica externa, mas é possível propor algumas técnicas de controle que tentam reduzir este acoplamento<sup>1</sup>.

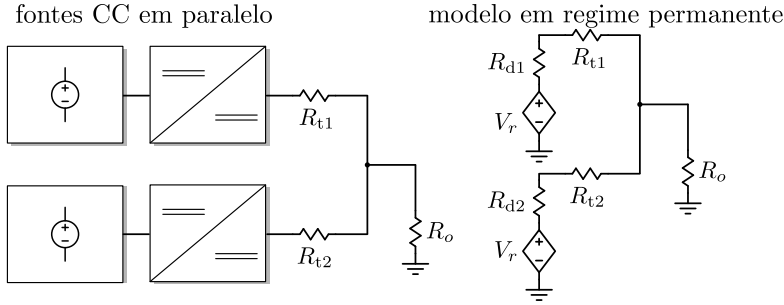
A Figura 2.4 mostra um exemplo de como o *droop* CC é aplicado a duas fontes operando em paralelo alimentando uma carga resistiva  $R_o$ , incluindo também as resistências das linhas de distribuição,  $R_{t1}$  e  $R_{t2}$ . Assume-se que a fonte CC está operando em regime permanente, isto é, estamos desprezando o efeito da dinâmica interna de cada fonte e a tensão de saída  $v_k$  é dada pelo seu valor nominal  $V_r$  com a queda de tensão devido a  $R_{dk}$ . A Tabela 2.1 mostra os parâmetros de rede deste exemplo.

Neste exemplo cada fonte injeta uma resistência de *droop*  $R_{dk}$  com

<sup>1</sup>A corrente de saída  $i_k$  da fonte depende do que está conectado no barramento e o seu comportamento influencia as tensões e correntes internas da fonte. As técnicas de controle que serão utilizadas nesta tese tentam diminuir (atenuar) esta influência.

Tabela 2.1: Parâmetros do sistema da Figura 2.4.

Parâmetro	Valor
$R_{t1}$	0,1 $\Omega$
$R_{t2}$	0,2 $\Omega$
$R_o$	100 $\Omega$
$V_r$	380 V

Figura 2.4: Controle *droop* aplicado a duas fontes CC operando em paralelo alimentando uma carga resistiva.

a corrente de saída dada por

$$i_1 = \frac{R_{t2} + R_{d2}}{(R_{t1} + R_{d1})(R_{t2} + R_{d2}) + R_o(R_{t1} + R_{d1} + R_{t2} + R_{d2})} V_r \quad (2.2)$$

$$i_2 = \frac{R_{t1} + R_{d1}}{(R_{t1} + R_{d1})(R_{t2} + R_{d2}) + R_o(R_{t1} + R_{d1} + R_{t2} + R_{d2})} V_r \quad (2.3)$$

Na condição que a maior parte da potência deve ser dissipada na carga ( $R_o$  é dominante) é possível aproximar estas equações para

$$i_1 \cong \frac{R_{t2} + R_{d2}}{(R_{t1} + R_{d1} + R_{t2} + R_{d2})} \frac{V_r}{R_o} \quad (2.4)$$

$$i_2 \cong \frac{R_{t1} + R_{d1}}{(R_{t1} + R_{d1} + R_{t2} + R_{d2})} \frac{V_r}{R_o} \quad (2.5)$$

A potência de cada fonte será diferente, a não ser que as resistências sejam todas iguais. Caso seja de interesse que ambas as fontes forneçam aproximadamente a mesma potência, as resistências de *droop* podem ser selecionadas para serem iguais ( $R_{d1} = R_{d2}$ ) e maiores que

as resistências das linhas ( $R_d \gg R_{tk}$ ), logo

$$i_1 \cong i_2 \cong \frac{1}{2} \frac{V_r}{R_o} \quad (2.6)$$

A corrente de saída de cada fonte pode ser controlada de forma aproximada pela resistência de *droop* e como  $R_{d1} = R_{d2}$  para este exemplo, as correntes são aproximadamente iguais e por consequência as potências também o são.

Existem outras formas de controlar a razão entre as correntes de saída de fontes CC operando em paralelo. Por exemplo é possível utilizar a potência de saída [38] ao invés da corrente como a Figura 2.5 mostra.

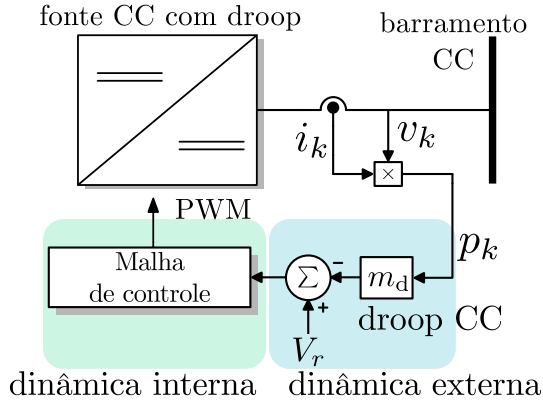


Figura 2.5: Diagrama de blocos reduzido da implementação do *droop* para uma fonte CC baseado na potência de saída.

O modelo do *droop* baseado na potência é dado por

$$V_k = V_r - m_d p_k \quad (2.7)$$

em que  $m_d$  é o ganho do *droop* de potência. Como  $p_k = v_k i_k$  e assumindo que a tensão de saída do conversor  $v_k$  está operando em regime permanente,  $\bar{v}_k = V_k$ , temos que

$$V_k = V_r - m_d V_k i_k = \frac{V_r}{1 + m_d i_k} \quad (2.8)$$

O *droop* de potência torna a relação entre a tensão e corrente de saída da fonte não linear, enquanto que o *droop* resistivo possui uma relação linear entre a tensão e a corrente de saída.

Para comparar os dois tipos de *droop*,  $R_d$  para o *droop* resistivo e  $m_d$  para o *droop* de potência, a Figura 2.6 mostra as curvas de equilíbrio para as correntes de saída de cada fonte em função dos ganhos do *droop*, enquanto que a Figura 2.7 mostra as tensões de saída de cada fonte ( $V_k = V_r - R_d i_k$  para o *droop* resistivo e  $V_k = V_r / (1 + m_d i_k)$  para o *droop* de potência).

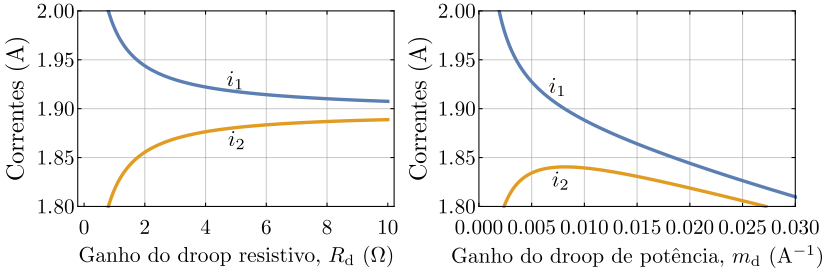


Figura 2.6: Correntes  $i_1$  e  $i_2$  para diversos valores de  $R_d$  e  $m_d$ .

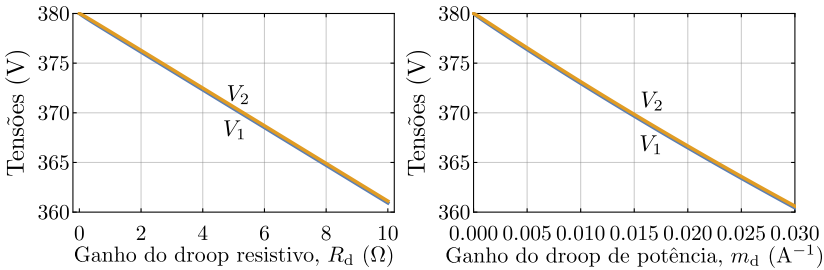


Figura 2.7: Tensões  $V_1$  e  $V_2$  de saída de cada fonte para diversos valores de  $R_d$  e  $m_d$ .

As tensões de saída de cada fonte não possuem diferenças significativas com relação ao tipo de *droop* utilizado, mas para as correntes é possível notar que o *droop* de potência gera uma queda maior nos valores das correntes.

Para mais detalhes sobre microrredes CC, veja [39, 40] para uma análise qualitativa e [32, 33] para uma revisão extensa sobre o tema.

## 2.3 Controle descentralizado para microrredes CA

Uma microrrede CA trifásica é um pouco mais complexa que o caso CC. A amplitude da tensão no barramento comum deve operar dentro de uma faixa definida pelo projeto da microrrede, assim como no caso CC, mas a frequência da microrrede também pode sofrer pequenas variações. Além de verificar o comportamento da amplitude e frequência da tensão no barramento, as potências ativas e reativas dos diversos elementos da microrrede devem ser monitoradas para otimizar o gerenciamento do sistema. Um exemplo de uma microrrede CA pode ser visto na Figura 2.8.

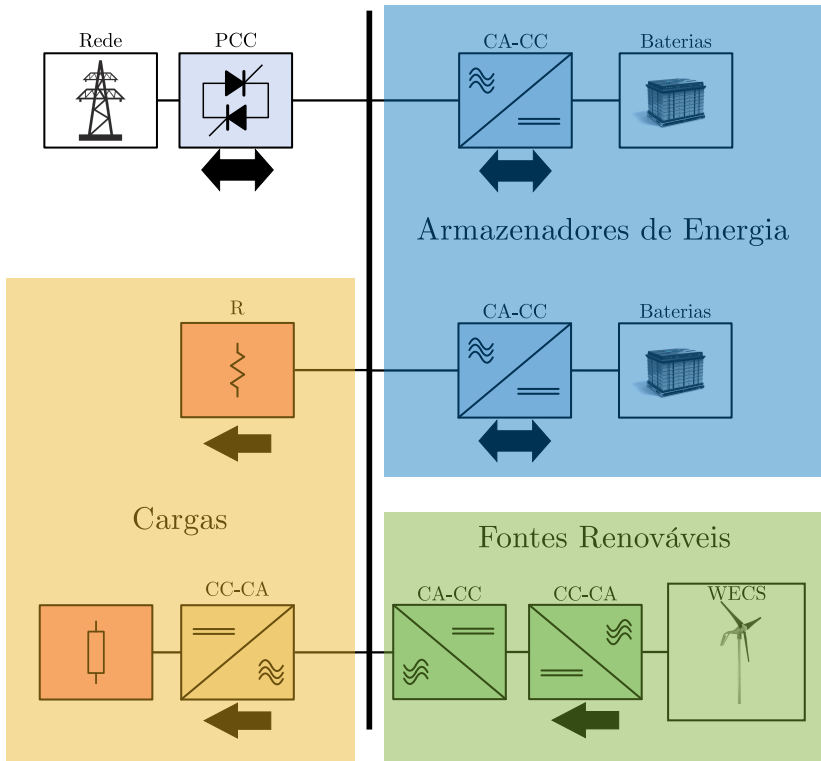


Figura 2.8: Exemplo de uma microrrede CA.

A dificuldade na análise de estabilidade para microrredes CA reside no fato de serem sistemas não lineares (devido as equações do *droop*) e não autônomos<sup>2</sup>. Quando se utilizam modelos lineares sujeitos a sinais de referências periódicas não existe muita dificuldade em verificar a estabilidade, pois a mesma é verificada através dos autovalores do sistema assim como no caso de um sistema linear com ponto de equilíbrio, mas a presença de não linearidades nas equações torna o processo mais complicado. Uma alternativa é utilizar a transformada  $dq0$  que em condições balanceadas transforma sinais CA em CC.

Algumas definições matemáticas importantes para o estudo de microrredes CA são apresentas a seguir. A transformada  $\alpha\beta0$  que será usada é definida como

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 0 & -\sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 \\ 1 & -1/2 & -1/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

A escolha deste tipo de transformada acarreta em potências invariantes, mas variáveis como correntes e tensões são escalonadas por um fator de  $\sqrt{3/2}$ . A transformada  $dq$  pode ser definida a partir da transformada  $\alpha\beta$ :

$$\mathbf{T}_{dq}(\theta_k) = \begin{bmatrix} \cos \theta_k & \text{sen } \theta_k \\ -\text{sen } \theta_k & \cos \theta_k \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Estas transformadas são aplicadas como se segue

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{\alpha\beta0} = \mathbf{T}_{\alpha\beta0} \mathbf{x}_{abc} \\ \mathbf{x}_{dq} = \mathbf{T}_{dq} \mathbf{x}_{\alpha\beta} \end{cases} \quad (2.11)$$

para um vetor qualquer  $\mathbf{x}_{abc} \in \mathbb{R}^3$ . A componente de sequência zero é ignorada, pois as redes trifásicas vistas aqui são a três fios.

A forma de implementar o controle *droop* [31] para um inversor (VSI) pode ser visto na Figura 2.9. Assim como no caso da micror-

<sup>2</sup>Sistemas não lineares forçados (não homogêneo),  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(t)$ , são linearizados em termos de órbitas periódicas (válido para  $\mathbf{g}(t)$  periódico) levando à  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}$ , um sistema variante no tempo. Para  $\mathbf{A}(t)$  periódico, a princípio é possível aplicar o teorema de Floquet [41, 42, 43] em que o sistema de soluções fundamentais é dado por  $\mathbf{X}(t) = \mathbf{Q}(t) \exp(\mathbf{R}t)$ , com  $\mathbf{Q}(t)$  periódico e  $\mathbf{R}$  uma matriz constante que determina a estabilidade do sistema. A solução  $\mathbf{x}$  é uma combinação linear das colunas da matriz  $\mathbf{X}$ .

Um sistema linear forçado do tipo  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{g}(t)$  pode ser analisado de forma tradicional (pelos autovalores de  $\mathbf{A}$ ), como também é possível aplicar o mapa de Poincaré [7, 12] e transformar estes sistema em uma equação discreta linear e invariante no tempo  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{P}\mathbf{x}_k$ . Para mais detalhes sobre sistemas não autônomos veja [43, 44, 45].



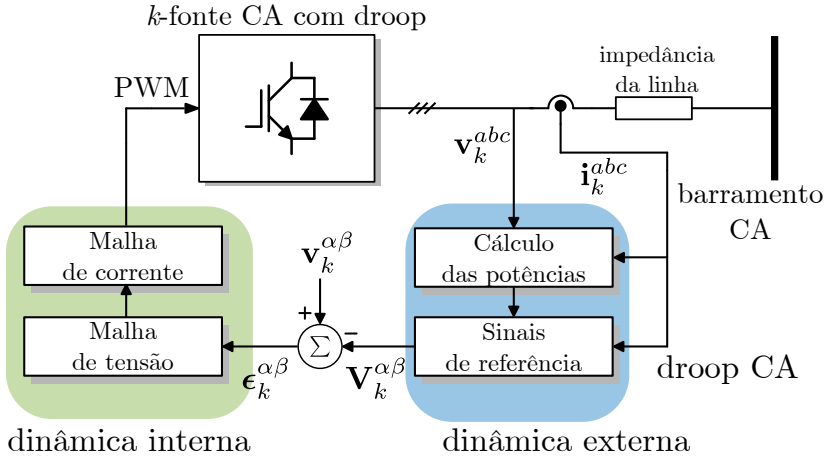


Figura 2.9: Diagrama de blocos reduzido da implementação do *droop* para uma fonte CA.

rede CC, o *droop* para conversores CC-CA faz parte de uma malha de controle mais externa que as malhas de controle tradicionais (malha de controle da tensão de saída e malha de controle da corrente), logo podemos decompor a dinâmica do inversor na parte associada com as correntes internas e a tensão de saída e na parte externa onde de fato o *droop* CA é relevante. Apesar desta decomposição de malhas de controle, a dinâmica interna da fonte CA está acoplada com a dinâmica externa, ainda assim esta forma de separar é interessante pois salienta o objetivo da malha de controle em questão.

Um problema importante é na validade da decomposição da dinâmica em partes internas e externas com o intuito de usar modelos reduzidos em que a parte interna pode ser desprezada. Em muitos casos, a dinâmica da parte interna é dominada pelo efeito do sistema de controle e espera-se que o controle injete amortecimento (por exemplo o ganho proporcional tem esta propriedade), logo ignorar esta parcela forneceria modelos reduzidos que são mais conservativos. O que será adotado de metodologia é a de assumir que é possível ignorar a dinâmica interna e posteriormente verificar para o sistema completo se tal premissa é satisfeita.

### 2.3.1 Droop indutivo

Assumindo que o sistema de controle do inversor (malhas de tensão e corrente) é implementado utilizando a transformada  $\alpha\beta 0$ , os sinais de referência (Figura 2.9) para a malha de tensão de cada inversor são definidos [29] como sendo

$$V_k^\alpha = E_k \cos \theta_k - R_\nu i_k^\alpha + X_\nu i_k^\beta \quad (2.12)$$

$$V_k^\beta = E_k \sin \theta_k - R_\nu i_k^\beta - X_\nu i_k^\alpha \quad (2.13)$$

em que  $E_k$  é a amplitude da tensão de saída do inversor, além de ser uma função das componentes de baixa frequência das potências ativas e reativas de saída do inversor (Figura 2.9). O ângulo  $\theta_k$  também varia conforme as potências de saída. O análogo da resistência do *droop* CC para sistemas CA são as impedâncias virtuais, dadas por  $R_\nu$  e  $X_\nu$ , onde esta última é a reatância virtual indutiva<sup>3</sup>. Esta forma de implementar  $X_\nu$ , (2.12) e (2.13), será denominada de forma cruzada, pois a componente  $\alpha$  da tensão de referência é uma função da componente  $\beta$  da corrente de saída.

Podemos utilizar a seguinte notação<sup>4</sup> para ambas as bases ( $\alpha\beta$  e  $dq$ ):

$$\begin{cases} \underline{x}^{\alpha\beta} = x^\alpha + jx^\beta \\ \underline{x}^{dq} = x^d + jx^q \end{cases} \quad (2.14)$$

Note que a mudança de base (2.10) pode ser escrita de forma concisa:

$$\underline{x}^{dq} = e^{-j\theta_k} \underline{x}^{\alpha\beta} \quad (2.15)$$

o que permite escrever os sinais de referência como

$$\underline{V}_k^{\alpha\beta} = E_k e^{j\theta_k} - (R_\nu + jX_\nu) \underline{i}_k^{\alpha\beta} \quad (2.16)$$

$$\underline{V}_k^{dq} = E_k - (R_\nu + jX_\nu) \underline{i}_k^{dq} \quad (2.17)$$

A forma como a amplitude e o ângulo variam com as potências é escolhida baseada no tipo de impedância de saída do inversor (impedância total incluindo a real e virtual entre o conversor e o barramento), veja a Figura 2.10 para um diagrama unifilar salientando as propriedades de saída do inversor, este último modelado como uma fonte de tensão em série com a impedância virtual. Note que está presente um possível filtro de saída do VSI (geralmente um filtro indutivo).

<sup>3</sup>A reatância indutiva pode ser definida via  $X_\nu = \omega_r L_\nu$ , com  $\omega_r$  a frequência angular nominal.

<sup>4</sup>Notação bastante comum na teoria de máquinas elétricas [46, 47].

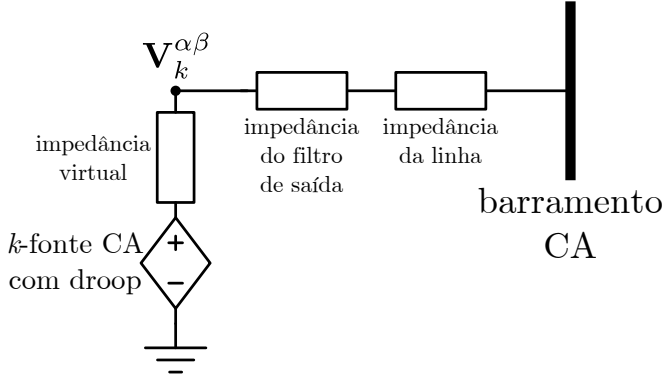


Figura 2.10: Diagrama unifilar em regime permanente da saída do inversor assumindo que o sinal de erro  $\epsilon_k^{\alpha\beta}$  da Figura 2.9 é nulo em regime permanente.

Para impedâncias indutivas [48, 49],  $E_k$  e  $\theta_k$  são dados por

$$E_k = E_r - n_k \langle q_k \rangle \quad (2.18)$$

$$\omega_k = \omega_r - m_k \langle p_k \rangle \quad (2.19)$$

com  $d\theta_k/dt = \omega_k$  e

$$\frac{d\langle p_k \rangle}{dt} = \omega_p (p_k - \langle p_k \rangle) \quad (2.20)$$

$$\frac{d\langle q_k \rangle}{dt} = \omega_p (q_k - \langle q_k \rangle) \quad (2.21)$$

onde  $\omega_p$  é a frequência do filtro passa-baixa aplicado nas potências de saída do conversor [14],  $n_k$  e  $m_k$  são os ganhos do *droop* indutivo,  $\langle p_k \rangle$  é a potência ativa média de saída do  $k$ -ésimo inversor conectado no barramento comum, enquanto que  $\langle q_k \rangle$  é a potência reativa média. O diagrama de blocos do *droop* indutivo com impedância virtual indutiva cruzada pode ser visto na Figura 2.11.

No controle por *droop* CA, as potências ativas e reativas afetam a amplitude da tensão e a frequência de forma desacoplada, conforme (2.18)-(2.19). A motivação para o emprego desta lei de controle reside, aproximadamente, nas propriedades que os inversores, modelados como fontes de tensão ideais, apresentam em regime permanente [48, 50, 51]. Apesar do controle ser desacoplado, as potências de saída (ativa e reativa) do VSI possuem um acoplamento quando há mudanças na frequência  $\omega_k$  e/ou na tensão  $E_k$ . O desacoplamento que as

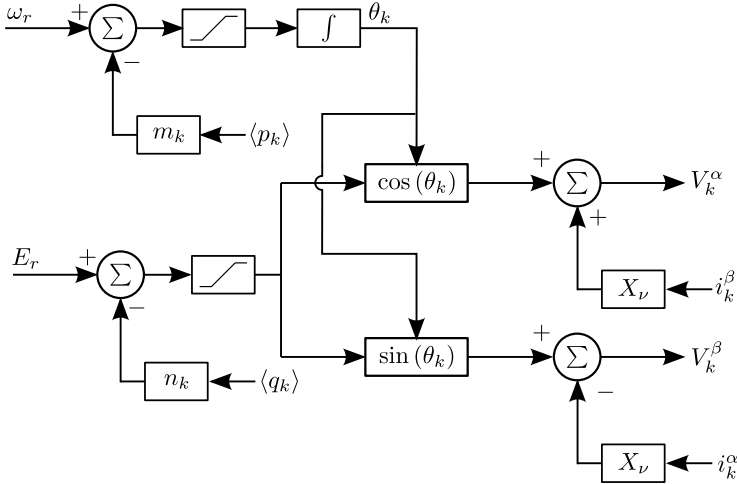


Figura 2.11: Diagrama de blocos do *droop* indutivo com impedância virtual indutiva cruzada.

equações do *droop* tentam impor funciona melhor se o tipo de impedância de saída<sup>5</sup> do VSI casa com o tipo de *droop*. A motivação para o emprego desta lei de controle (*droop*) reside, aproximadamente, nas propriedades que os inversores apresentam em regime permanente.

As potências instantâneas de saída dos VSIs são calculadas pela teoria PQ [52]:

$$p_k = v_k^\alpha i_k^\alpha + v_k^\beta i_k^\beta \quad (2.22)$$

$$q_k = v_k^\beta i_k^\alpha - v_k^\alpha i_k^\beta \quad (2.23)$$

Utilizando o produto interno e o produto exterior, as potências podem ser reescritas como sendo

$$p_k = \mathbf{i}_k^{\alpha\beta} \cdot \mathbf{v}_k^{\alpha\beta} \quad (2.24)$$

$$q_k = \mathbf{i}_k^{\alpha\beta} \wedge \mathbf{v}_k^{\alpha\beta} \quad (2.25)$$

onde o produto exterior é simplesmente o determinante:

$$\mathbf{i}_k^{\alpha\beta} \wedge \mathbf{v}_k^{\alpha\beta} = \det \begin{bmatrix} i_k^\alpha & v_k^\alpha \\ i_k^\beta & v_k^\beta \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

<sup>5</sup>Impedância calculada assumindo que o sinal  $\epsilon_k^{\alpha\beta}$  da Figura 2.9 é zero, veja Figura 2.10.

Perceba que o uso de vetores ou da notação complexa são semelhantes, pois

$$\underline{z} = a + jb = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad j\underline{z} = -b + ja = \begin{bmatrix} -b \\ a \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Os produtos interno e exterior também podem ser adaptados para grandezas complexas:

$$\underline{i}_k^{\alpha\beta} \cdot \underline{v}_k^{\alpha\beta} = \operatorname{Re} \left\{ \underline{i}_k^{\alpha\beta} \right\} \operatorname{Re} \left\{ \underline{v}_k^{\alpha\beta} \right\} + \operatorname{Im} \left\{ \underline{i}_k^{\alpha\beta} \right\} \operatorname{Im} \left\{ \underline{v}_k^{\alpha\beta} \right\} \quad (2.28)$$

$$\underline{i}_k^{\alpha\beta} \wedge \underline{v}_k^{\alpha\beta} = \operatorname{Re} \left\{ \underline{i}_k^{\alpha\beta} \right\} \operatorname{Im} \left\{ \underline{v}_k^{\alpha\beta} \right\} - \operatorname{Im} \left\{ \underline{i}_k^{\alpha\beta} \right\} \operatorname{Re} \left\{ \underline{v}_k^{\alpha\beta} \right\} \quad (2.29)$$

As tensões de saída do inversor em regime permanente devem seguir os sinais de referências (2.12) e (2.13), então  $v_k^\alpha \rightarrow V_k^\alpha$ ,  $v_k^\beta \rightarrow V_k^\beta$  e as potências instantâneas podem ser escritas como

$$p_k = E_k \left( i_k^\alpha \cos \theta_k + i_k^\beta \sin \theta_k \right) - R_\nu \left( i_k^\alpha i_k^\alpha + i_k^\beta i_k^\beta \right) \quad (2.30)$$

$$q_k = E_k \left( -i_k^\alpha \sin \theta_k + i_k^\beta \cos \theta_k \right) - X_\nu \left( i_k^\alpha i_k^\alpha + i_k^\beta i_k^\beta \right) \quad (2.31)$$

ou

$$p_k = E_k i_k^d - R_\nu \left\| \mathbf{i}_k^{\alpha\beta} \right\|^2 \quad (2.32)$$

$$q_k = -E_k i_k^q - X_\nu \left\| \mathbf{i}_k^{\alpha\beta} \right\|^2 \quad (2.33)$$

com  $\left\| \mathbf{i}_k^{\alpha\beta} \right\|^2 = \mathbf{i}_k^{\alpha\beta} \cdot \mathbf{i}_k^{\alpha\beta} = i_k^\alpha i_k^\alpha + i_k^\beta i_k^\beta$  a definição da norma euclidiana. Perceba que a norma euclidiana é independente da base utilizada ( $\alpha\beta$  ou  $dq$ ).

Com as potências instantâneas definidas, as potências filtradas (2.20) e (2.21) se tornam

$$\frac{d \langle p_k \rangle}{dt} = \omega_p \left[ (E_r - n_k \langle q_k \rangle) i_k^d - R_\nu \left\| \mathbf{i}_k^{dq} \right\|^2 \right] - \omega_p \langle p_k \rangle \quad (2.34)$$

$$\frac{d \langle q_k \rangle}{dt} = \omega_p \left[ -(E_r - n_k \langle q_k \rangle) i_k^q - X_\nu \left\| \mathbf{i}_k^{dq} \right\|^2 \right] - \omega_p \langle q_k \rangle \quad (2.35)$$

Como a frequência tem que estar sincronizada em regime permanente, temos que

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\langle p_2 \rangle}{\langle p_1 \rangle} \quad (2.36)$$

para um caso de dois inversores operando em paralelo. Para mais inversores, temos que

$$m_1 \langle p_1 \rangle = m_2 \langle p_2 \rangle = \dots = m_i \langle p_i \rangle \quad (2.37)$$

no caso de  $i$  inversores operando em paralelo com o *droop* indutivo, em regime permanente.

Um dos problemas com a implementação da reatância virtual indutiva cruzada é o acoplamento entre as componentes  $\alpha$  e  $\beta$ . Uma alternativa é utilizar o filtro *washout*<sup>6</sup>:

$$V_k^\alpha = E_k \cos \theta_k - R_\nu i_k^\alpha - \omega_c L_\nu (i_k^\alpha - z_k^\alpha) \quad (2.38)$$

$$V_k^\beta = E_k \sin \theta_k - R_\nu i_k^\beta - \omega_c L_\nu (i_k^\beta - z_k^\beta) \quad (2.39)$$

com

$$\frac{d\mathbf{z}_k^{\alpha\beta}}{dt} = \omega_c (\mathbf{i}_k^{\alpha\beta} - \mathbf{z}_k^{\alpha\beta}) \quad (2.40)$$

em que  $\omega_c$  é a frequência de corte do filtro e  $\mathbf{z}_k^{\alpha\beta}$  são as componentes de baixa frequência das correntes  $\mathbf{i}_k^{\alpha\beta}$ . A Figura 2.12 mostra como fica o diagrama de blocos do *droop* indutivo utilizando o método do filtro *washout* para implementar a indutância virtual.

Na base  $dq$  os sinais de referências para a malha de tensão utilizando o filtro *washout* são dados por

$$V_k^d = E_k - R_\nu i_k^d - \omega_c L_\nu (i_k^d - z_k^d) \quad (2.41)$$

$$V_k^q = -R_\nu i_k^q - \omega_c L_\nu (i_k^q - z_k^q) \quad (2.42)$$

e a dinâmica do filtro *washout* em  $dq$  é

$$\frac{dz_k^d}{dt} = \omega_k z_k^q + \omega_c (i_k^d - z_k^d) \quad (2.43)$$

$$\frac{dz_k^q}{dt} = -\omega_k z_k^d + \omega_c (i_k^q - z_k^q) \quad (2.44)$$

ou utilizando a forma complexa, temos que

$$\frac{dz_k^{dq}}{dt} = -j\omega_k \underline{z}_k^{dq} + \omega_c (\underline{i}_k^{dq} - \underline{z}_k^{dq}) \quad (2.45)$$

---

<sup>6</sup>Para mais detalhes sobre o filtro *washout*, um filtro passa-alta, veja [53] para aplicações em sistemas elétricos de potência, [48] para a sua implementação na impedância virtual de conversores CC-CA e [5, 54, 55, 56] para aplicações em conversores CC-CC.

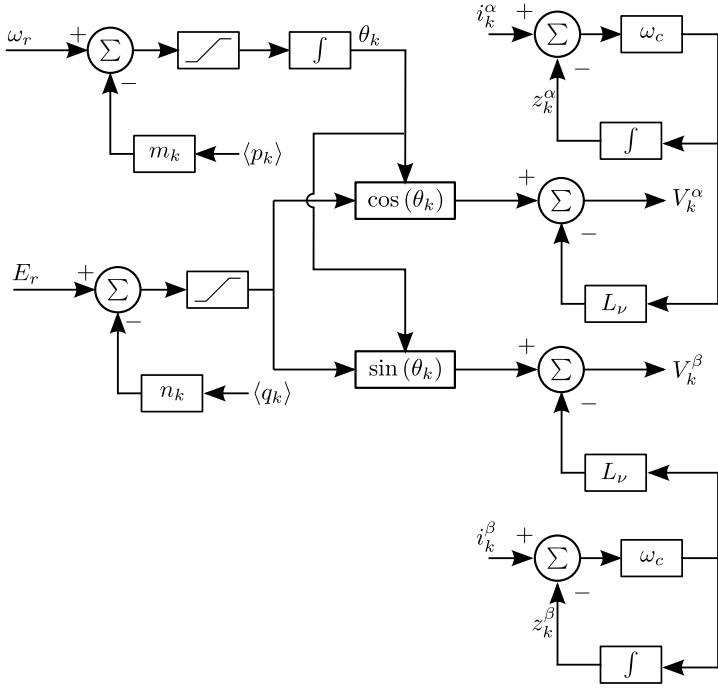


Figura 2.12: Diagrama de blocos do *droop* indutivo com impedância virtual indutiva via o método do filtro *washout*.

No caso das potências médias para o *droop* indutivo utilizando o filtro *washout*, temos que

$$\begin{aligned} \frac{d\langle p_k \rangle}{dt} = & \omega_p \left[ (E_r - n_k \langle q_k \rangle) i_k^d - (R_\nu + \omega_c L_\nu) \left\| \mathbf{i}^{dq} \right\|^2 \right. \\ & \left. + \omega_c L_\nu (i_k^d z_k^d + i_k^q z_k^q) \right] - \omega_p \langle p_k \rangle \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle q_k \rangle}{dt} = & \omega_p \left[ -(E_r - n_k \langle q_k \rangle) i_k^q - \omega_c L_\nu (i_k^q z_k^d - i_k^d z_k^q) \right] \\ & - \omega_p \langle q_k \rangle \end{aligned} \quad (2.47)$$

### 2.3.2 Droop resistivo

No caso de uma impedância resistiva as equações do *droop* [35, 50] são dadas por

$$E_k = E_r - \lambda_k \langle p_k \rangle \quad (2.48)$$

$$\omega_k = \omega_r + \gamma_k \langle q_k \rangle \quad (2.49)$$

em que  $\gamma_k$  e  $\lambda_k$  são os ganhos do *droop* resistivo. O diagrama de blocos do *droop* resistivo com impedância virtual resistiva pode ser visto na Figura 2.13. As potências médias para o caso do *droop* resistivo são

$$\frac{d \langle p_k \rangle}{dt} = \omega_p \left[ (E_r - \lambda_k \langle p_k \rangle) i_k^d - R_\nu \left\| \mathbf{i}_k^{dq} \right\|^2 \right] - \omega_p \langle p_k \rangle \quad (2.50)$$

$$\frac{d \langle q_k \rangle}{dt} = \omega_p \left[ -(E_r - \lambda_k \langle p_k \rangle) i_k^q - X_\nu \left\| \mathbf{i}_k^{dq} \right\|^2 \right] - \omega_p \langle q_k \rangle \quad (2.51)$$

Em regime permanente e considerando que as frequências estão sin-

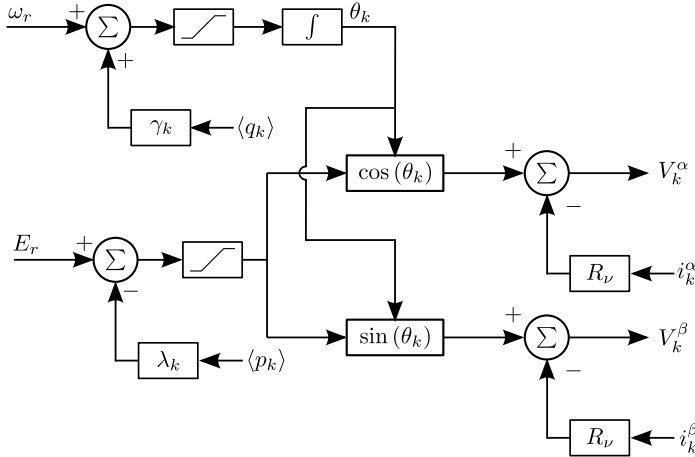


Figura 2.13: Diagrama de blocos do *droop* resistivo com impedância virtual resistiva.

cronizadas, temos a seguinte relação:

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{\langle q_2 \rangle}{\langle q_1 \rangle} \quad (2.52)$$

para um caso de dois inversores operando em paralelo. Para  $i$  inversores em paralelo, temos que

$$\gamma_1 \langle q_1 \rangle = \gamma_2 \langle q_2 \rangle = \dots = \gamma_i \langle q_i \rangle \quad (2.53)$$



### 2.3.3 Variações do controle por *droop*

Diversos tipos de *droop*, vinculados à impedância de saída do VSI, podem ser vistos em [50, 51, 57, 58].

As equações de *droop* apresentadas até então não possuem nenhuma referência para a potência ativa ou reativa, no entanto é possível incluir estas referências da seguinte forma:

$$E_k = E_r - n_k (\langle q_k \rangle - Q_{\text{ref}, k}) \quad (2.54)$$

$$\omega_k = \omega_r - m_k (\langle p_k \rangle - P_{\text{ref}, k}) \quad (2.55)$$

e para o *droop* resistivo,

$$E_k = E_r - \lambda_k (\langle p_k \rangle - P_{\text{ref}, k}) \quad (2.56)$$

$$\omega_k = \omega_r + \gamma_k (\langle q_k \rangle - Q_{\text{ref}, k}) \quad (2.57)$$

Para microrredes ilhadas pode existir um erro considerável entre as referências e as potências, pois para dois inversores operando em paralelo com o *droop* indutivo, as frequências em regime permanente são sincronizadas o que fornece a seguinte relação

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\langle p_2 \rangle - P_{\text{ref}, 2}}{\langle p_1 \rangle - P_{\text{ref}, 1}} \quad (2.58)$$

escolhendo os coeficientes  $m_i$  iguais garante que os sinais de erros  $\langle p_i \rangle - P_{\text{ref}, i}$  são iguais para os  $i$  inversores, mas não há garantia que os erros em si são nulos em regime permanente. Na presença da rede elétrica, o uso das referências pode ser mais eficiente, pois nesta situação vamos ter

$$\omega_{\text{grid}} = \omega_1 = \omega_r - m_1 (\langle p_1 \rangle - P_{\text{ref}, 1}) \quad (2.59)$$

$$\langle p_1 \rangle = P_{\text{ref}, 1} + \frac{\omega_r - \omega_{\text{grid}}}{m_1} \quad (2.60)$$

e caso  $\omega_r - \omega_{\text{grid}} \ll m_1$ , teríamos um pequeno erro entre a potência ativa e a sua referência. As referências das potências podem ser geradas pelo MGCC e através de um link de comunicação as referências são fornecidas para as fontes com *droop*. Para microrredes ilhadas é necessário que o MGCC atualize constantemente as referências de potência para que não haja um problema entre o balanço de potência da microrrede.

Existem diversas modificações propostas para as equações do *droop* (geralmente o termo que envolve a frequência) na literatura [36], por

exemplo, caso sinais de referência para as potências estejam disponíveis, o *droop* pode incluir uma ação integral:

$$\omega_k = \omega_r - m_k (\langle p_k \rangle - P_{\text{ref}, k}) - \ell_k \xi_k \quad (2.61)$$

$$\frac{d\xi_k}{dt} = \langle p_k \rangle - P_{\text{ref}, k} \quad (2.62)$$

onde  $\ell_k$  é o ganho integral. Esta situação apresenta algumas dificuldades, pois a referência  $P_{\text{ref}, k}$  depende de quão rápida é a comunicação entre o inversor e o MGCC, logo existe um problema de atraso que pode gerar instabilidades no sistema.

Outra modificação possível é utilizar as derivadas das potências [14] como se segue

$$\begin{aligned} \omega_k &= \omega_r - m_k \langle p_k \rangle - \ell_k \frac{d\langle p_k \rangle}{dt} = \omega_r - m_k \langle p_k \rangle - \ell_k \omega_p (p_k - \langle p_k \rangle) \\ &= \omega_r - (m_k - \ell_k \omega_p) \langle p_k \rangle - \ell_k \omega_p E_k i_k^d \end{aligned} \quad (2.63)$$

A vantagem deste procedimento é uma melhora no desempenho transitório para variações de potência. O termo  $\ell_k \omega_p$  diminui a influência de  $\langle p_k \rangle$  na equação do *droop* e põe uma ênfase maior na potência instantânea  $E_k i_k^d$ .

O filtro *washout* também pode ser utilizado no *droop* [59]:

$$\omega_k = \omega_r - m_k [(\langle p_k \rangle - P_{\text{ref}, k}) - \hat{p}_k] \quad (2.64)$$

$$\frac{d\hat{p}_k}{dt} = \omega_h [(\langle p_k \rangle - P_{\text{ref}, k}) - \hat{p}_k] \quad (2.65)$$

com  $\hat{p}_k$  a componente de alta frequência da potência ativa e  $\omega_h$  a frequência de corte do filtro.

O uso do *droop* é vinculado ao tipo de impedância conectada nos terminais de saída do inversor, mas na situação em que a impedância de saída possui uma componente indutiva de ordem similar à parcela resistiva (nenhuma das duas é dominante) o sistema pode sofrer uma deterioração no desempenho. É possível utilizar uma transformação linear nas potências ativas e reativas com base na impedância das linhas de distribuição que conectam os inversores, de forma que o novo sistema seja mais indutivo ou mais resistivo [27, 31, 60]. Este procedimento necessita conhecer a razão exata entre a parte real e imaginária da impedância das linhas de distribuição, mas com este artifício qualquer tipo de *droop* pode ser utilizado.

A impedância virtual é útil exatamente para tornar a impedância

de saída do inversor resistiva ou indutiva<sup>7</sup>, de forma independente da impedância da linha de distribuição. O problema da impedância virtual é que como o sistema de controle do VSI é que injeta este comportamento, ele é válido somente em regime permanente. Em um transitório, a impedância física pode ser dominante, caso o sinal de erro da malha de tensão seja grande.

Neste trabalho, a microrrede CA será analisada somente no modo ilhado, pois nesta situação a questão da estabilidade é mais crítica. No modo rede (rede elétrica conectada no barramento), todos os inversores podem simplesmente funcionar como fontes de corrente fornecendo potência para a microrrede [31]. Além desta questão, também não será adotada nenhuma referência para as potências ativas e reativas, de modo que qualquer esquema de *droop* que envolve um sinal de referência não será explorado. A carga demanda o quanto de potência ativa ou reativa os inversores devem fornecer e a presença de sinais de referências para as potências necessita de um sistema de gerenciamento (MGCC) que foge ao escopo deste trabalho.

Para mais detalhes sobre microrredes CA veja as teses e dissertações [16, 23, 61, 62] e os seguintes trabalhos [29, 30, 35, 36, 63, 64].

## 2.4 Modelagem de cargas de potência constante

A modelagem de cargas é uma questão importante na eletrônica de potência, já que o projeto de sistema de controle depende intrinsecamente do tipo de carga presente. O procedimento mais comum é assumir que a carga pode ser modelada como uma resistência. Este tipo de modelagem possui como vantagem o fato de que a carga aumenta o amortecimento do sistema. Infelizmente em muitas aplicações, cargas reais não são tão simples.

Em uma microrrede<sup>8</sup>, a maioria dos elementos conectados no barramento comum tem algum tipo de conversor de energia com uma malha de controle. A presença de uma malha de controle implica que geralmente a tensão de saída destes conversores é controlada. Em redes CC, a presença de uma malha de controle atuando na tensão de saída do

---

<sup>7</sup>Outras opções são possíveis, impedância capacitiva por exemplo, mas neste trabalho não serão consideradas.

<sup>8</sup>A tendência da rede elétrica é a de se ter sistemas de potência distribuídos [65] e isto geralmente envolve o cascadeamento de conversores de energia, o que caracteriza o comportamento de uma carga de potência constante.

conversor em conjunto com uma carga resistiva, por exemplo, significa que o conversor está drenando potência constante do barramento e que o conjunto, conversor e carga, pode ser modelado como uma carga de potência constante (CPL). Um situação similar também existe para redes CA trifásicas equilibradas.

Análise da estabilidade para pequenos sinais (linearização) de sistemas CC com CPL pode ser vista em [66, 67, 68] e para sistemas CA em [69]. Para um estudo sobre a interconexão de conversores CC-CC sem utilizar de forma explícita o modelo CPL, mas analisando as impedâncias de cada subsistema, veja [65]. Análise da estabilidade considerando modelos não lineares, isto é, para grandes sinais de sistemas CC com CPLs pode ser vista em [3], onde este analisa a região de atração através de LMI, [70] analisa a estabilidade através de diagramas de plano de fase, enquanto que [71] verifica a região de atração utilizando os potenciais de Brayton e Moser [72]. Aplicações de controle baseado em passividade (PBC) para conversores CC-CC com CPLs podem ser consultadas nas referências [4, 17] e para uma análise similar via controle por modos deslizantes (SMC), vide referências [2, 55, 56, 73, 74]. Trabalhos sobre a teoria de bifurcações aplicada a sistemas com CPLs podem ser vistos em [1, 5, 21]. Estas referências apresentam algumas regras simples para entender a instabilidade do modelo de uma CPL. Como uma regra prática, para um circuito RLC alimentando uma CPL, o aumento do efeito indutivo leva o sistema a reduzir sua margem de estabilidade (a faixa de potência que o sistema é estável diminui), enquanto que aumentar o efeito capacitivo e/ou resistivo aumenta a faixa de potência onde este circuito é estável.

### 2.4.1 Sistemas CC

A Figura 2.14 mostra um exemplo básico de um conversor CC-CC alimentando uma carga qualquer. Como este conversor está controlando a sua tensão de saída, caso a tensão no barramento  $v$  sofra alguma perturbação o controle deste conversor irá garantir que a tensão de saída continua seguindo o seu valor de referência e isto implica que a corrente de entrada vai ter que compensar a variação da tensão do barramento. Para manter a potência constante caso a tensão no barramento diminua a corrente terá que aumentar.

Assumindo que o conversor não tem perdas, temos que

$$i = \frac{P_{dc}}{v} \quad (2.66)$$

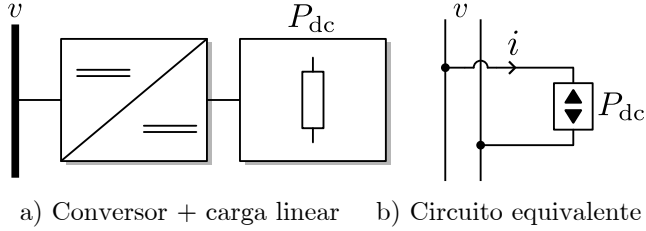


Figura 2.14: Conversor CC-CC genérico conectado a um barramento CC.

$$\frac{\partial i}{\partial v} = -\frac{P_{dc}}{v^2} \tag{2.67}$$

com  $v \in \mathbb{R}^+$ . O modelo de potência constante possui algumas propriedades interessantes, pois a sua linearização mostra que uma carga de potência constante se comporta localmente como uma resistência negativa.

O grande problema deste tipo de modelo é a necessidade do conversor ter uma malha de controle rápida comparada com a dinâmica da tensão do barramento devido ao fato da corrente na CPL não ter dinâmica, sendo instantânea. Em muitas microrredes, o barramento tem uma baixa inércia, contrário ao modelo de uma CPL. Para corrigir este detalhe um filtro passa-baixa será aplicado ao modelo CPL formando uma carga dinâmica de potência constante (DCPL):

$$\frac{di}{dt} = -\kappa_f \left( i - \frac{P_{dc}}{v} \right) \tag{2.68}$$

Esta equação possui o mesmo equilíbrio que a equação original,  $\bar{i} = P_{dc}/\bar{v}$ , mas agora existe um grau de liberdade a mais: o parâmetro  $\kappa_f$ <sup>9</sup> que está associada à dinâmica do conversor. Valores grandes de  $\kappa_f$  indicam uma DCPL rápida e mais instável, valores menores indicam uma carga com uma dinâmica lenta. Nem sempre é necessário utilizar este modelo de primeira ordem, caso o comportamento dinâmico da microrrede seja bem modelado com a CPL, então a presença do filtro passa-baixa pode ser dispensada.

Um detalhe importante sobre CPLs é que um conversor não consegue manter esta propriedade  $P_{dc} = v \times i$  para qualquer valor de  $v$ . Se o conversor for do tipo *boost*, idealmente existe um valor limite superior

<sup>9</sup>Este parâmetro tem dimensão de frequência angular (rad/s).

em que a razão cíclica do conversor satura. No caso de conversores do tipo *buck*, o limite é um valor inferior (indicado por  $V_{th}$ ). Isto significa que uma CPL possui no mínimo duas regiões de operação:

- região de operação que extrai potência constante do barramento;
- região de operação como uma resistência (positiva) que ocorre quando a malha de controle está saturada.

Existem ainda algumas variações, como por exemplo conversores do tipo *boost* que possuem uma malha de corrente na entrada do conversor. Neste caso existem três regiões, pois a malha de tensão pode saturar, mas a malha de corrente pode estar funcionando normalmente, logo a carga pode ser modelada como uma fonte de corrente constante (indicado por  $I_{th}$ ). Este modo de operação não ocorre para conversores do tipo *buck*, pois tipicamente a corrente que está sendo controlada é a do indutor de filtro que no caso do *buck* fica na saída.

Neste trabalho será assumido que caso a carga seja composta por um conversor do tipo *boost*, ou qualquer conversor que opera de modo indireto<sup>10</sup>, o modelo de carga possui duas regiões de operação, modo CPL e modo fonte de corrente. Conversores do tipo *buck*, ou qualquer conversor que opere de modo direto, será modelado como tendo duas regiões, uma como CPL e a outra como uma resistência. A Figura 2.15 mostra as curvas de equilíbrio para ambos os tipos de CPL.

A CPL do tipo *buck* é dada por

$$i = \begin{cases} \frac{P_{dc}}{v}, & \text{se } v \geq V_{th} \\ \frac{v}{R_{th}}, & \text{se } v < V_{th} \end{cases} \quad (2.69)$$

com a resistência da região linear encontrada como sendo  $R_{th} = V_{th}^2/P_{dc}$  e  $V_{th}$  a tensão de limiar que separa as duas regiões de operação de uma

<sup>10</sup>Conversor que possui característica de fase não mínima para tensão de saída [75]. No caso de um conversor *boost* alimentando uma carga resistiva, caso um controle realimentação linearizante seja aplicado para controlar a tensão de saída, a dinâmica da corrente no indutor de filtro deste conversor será instável. Enquanto que controlando a corrente no indutor de filtro não gera problema para a tensão de saída. Este tipo de conversor é controlado via um controle em cascata, mas a malha de tensão tem que ser lenta para evitar de instabilizar a malha de corrente. Outra forma de definir esta propriedade é que o modelo linearizado do conversor *boost* possui um zero no semi-plano direito para a função de transferência entre a tensão de saída e a razão cíclica.

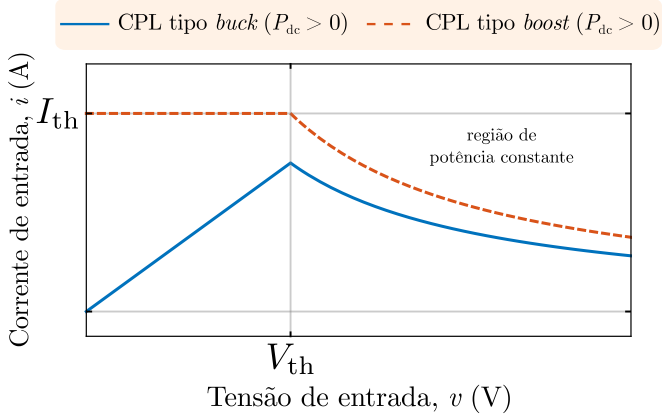


Figura 2.15: Característica corrente-tensão de um conversor CC modelado como uma CPL.

CPL. A versão dinâmica de (2.69) é definida como sendo

$$\frac{di}{dt} = \begin{cases} -\kappa_f \left( i - \frac{P_{dc}}{v} \right), & \text{se } v \geq V_{th} \\ -\kappa_f \left( i - \frac{v}{R_{th}} \right), & \text{se } v < V_{th} \end{cases} \quad (2.70)$$

Para uma CPL tipo *buck*,  $V_{th}$  é o sinal de referência para a tensão de saída do conversor modelado como uma CPL. Como o *buck* é um conversor abaixador, caso a tensão  $v$  diminua até o valor de  $V_{th}$ , não tem como o conversor manter a tensão de saída controlada, pois a tensão no barramento está muito baixa. Note que (2.69) é contínua, mas com derivada descontínua.

Para conversores do tipo *boost*, as duas regiões para uma CPL são

$$i = \begin{cases} \frac{P_{dc}}{v}, & \text{se } v \geq V_{th} \\ I_{th}, & \text{se } v < V_{th} \end{cases} \quad (2.71)$$

com  $V_{th} = P_{dc}/I_{th}$ , o que implica em um modelo DCPL dado por

$$\frac{di}{dt} = \begin{cases} -\kappa_f \left( i - \frac{P_{dc}}{v} \right), & \text{se } v \geq V_{th} \\ -\kappa_f (i - I_{th}), & \text{se } v < V_{th} \end{cases} \quad (2.72)$$

Para tornar mais claro como surge a tensão  $V_{th}$  e a corrente  $I_{th}$  no modelo da CPL serão explorados dois exemplos simples:

### Exemplo 1

O primeiro caso é a de um conversor *buck* acionando uma carga resistiva e com um controle PI. O modelo deste exemplo é dado por

$$L \frac{di}{dt} = v_{in}u - v_o \quad (2.73)$$

$$C \frac{dv_o}{dt} = i - \frac{v_o}{R} \quad (2.74)$$

em que  $i$  é a corrente no indutor de filtro do *buck*,  $v_{in}$  é a tensão de entrada e  $v_o$  a tensão de saída. Escolhendo o controle como sendo

$$\begin{cases} u = -k_p(v_o - V_{ref}) - k_i\xi \\ \frac{d\xi}{dt} = v_o - V_{ref} \end{cases} \quad (2.75)$$

onde  $\xi$  é a variável de saída da ação integral, a corrente de entrada deste conversor é dada por  $i_{in} = iu$ , logo em regime permanente a tensão  $v_o$  segue a sua referência  $V_{ref}$  e por consequência  $\bar{i} = V_{ref}/R$  e  $\bar{u} = V_{ref}/v_{in}$ . Com a expressão do ganho estático do conversor *buck* e da corrente no indutor de filtro, a corrente na entrada é, em regime permanente, dada por

$$\bar{i}_{in} = \frac{V_{ref}}{R} \times \frac{V_{ref}}{v_{in}} = \frac{P}{v_{in}} \quad (2.76)$$

exatamente a equação da CPL. A tensão de limiar  $V_{th}$  do modelo da CPL é  $V_{ref}$  deste exemplo ( $V_{th} = V_{ref}$ ) e caso a tensão de entrada  $v_{in}$  se iguala ao sinal de referência, a razão cíclica estará saturada no seu valor máximo ( $u_{max}$ ) e o conversor opera em malha aberta:

$$\bar{i}_{in} = \frac{V_o}{R} \times u_{max} = \frac{v_{in}}{(R/u_{max}^2)} = \frac{v_{in}}{R_{th}} \quad (2.77)$$

Recapitulando,

$$\bar{i}_{in} = \begin{cases} \frac{V_{ref}^2/R}{v_{in}}, & \text{se } v_{in} \geq V_{ref} \\ \frac{v_{in}}{(R/u_{max}^2)}, & \text{se } v_{in} < V_{ref} \end{cases} \quad (2.78)$$

Comparando com (2.69) temos que  $P_{dc} = V_{ref}^2/R$  e  $R_{th} = R/u_{max}^2$ .



## Exemplo 2

O segundo exemplo é um conversor *boost* com duas malhas de controle sendo ambas formadas por controladores do tipo PI. O modelo do conversor é dado por

$$L \frac{di}{dt} = v_{\text{in}} - v_o (1 - u) \quad (2.79)$$

$$C \frac{dv_o}{dt} = i (1 - u) - \frac{v_o}{R} \quad (2.80)$$

com a malha interna de corrente dada por

$$\begin{cases} (1 - u) = k_1 (i - i_{\text{ref}}) + k_2 \xi_i \\ \frac{d\xi_i}{dt} = i - i_{\text{ref}} \end{cases} \quad (2.81)$$

e a malha externa de tensão dada por

$$\begin{cases} i_{\text{ref}} = -k_3 (v_o - V_{\text{ref}}) - k_4 \xi_v \\ \frac{d\xi_v}{dt} = v_o - V_{\text{ref}} \end{cases} \quad (2.82)$$

Caso a saída da malha de tensão,  $i_{\text{ref}}$ , esteja saturada em  $I_{\text{max}}$ , a corrente de entrada irá seguir este valor máximo que é exatamente o parâmetro  $I_{\text{th}}$  que surge no modelo da CPL para cargas do tipo *boost* com duas malhas de controle  $\bar{i} = I_{\text{max}} = I_{\text{th}}$ . Como a expressão da corrente é contínua durante a mudança de modo de operação, então na região de potência constante ( $V_{\text{th}} I_{\text{th}} = P$ ) temos que

$$V_{\text{th}} = \frac{(V_{\text{ref}}^2 / R)}{i_{\text{max}}} \quad (2.83)$$

A partir dos equilíbrios, temos então

$$\bar{i}_{\text{in}} = \begin{cases} \frac{V_{\text{ref}}^2 / R}{v_{\text{in}}}, & \text{se } v_{\text{in}} \geq V_{\text{th}} \\ I_{\text{max}}, & \text{se } v_{\text{in}} < V_{\text{th}} \end{cases} \quad (2.84)$$

## 2.4.2 Sistemas CA

Em redes CA, um retificador trifásico CA-CC controlado com correção do fator de potência (PFC) pode ser modelado como uma carga de potência ativa trifásica constante quando vista dos seus terminais de entrada, como mostrado na Figura 2.16. Esta modelagem é baseada na

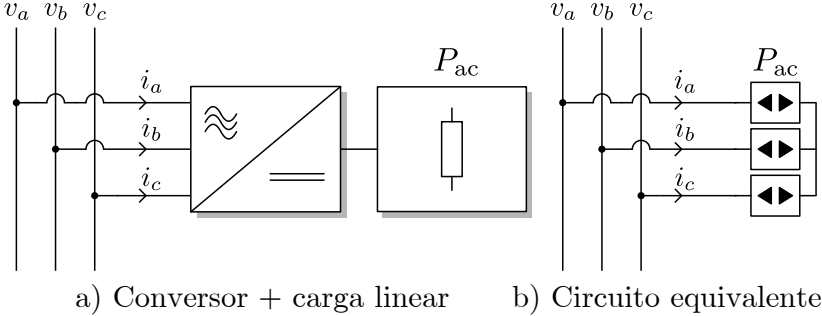


Figura 2.16: Conversor CA-CC genérico conectado a um barramento CA.

teoria PQ,  $p = \mathbf{i}_{\alpha\beta} \cdot \mathbf{v}_{\alpha\beta}$  e  $q = \mathbf{i}_{\alpha\beta} \wedge \mathbf{v}_{\alpha\beta}$ , em que as tensões e correntes são dos terminais de entrada do retificador. Assumindo que a potência reativa instantânea é nula e que a potência ativa é constante ( $p = P_{ac}$ ), temos que

$$i_{\beta} = \frac{v_{\beta}}{v_{\alpha}} i_{\alpha} \quad (2.85)$$

logo,

$$P_{ac} = v_{\alpha} i_{\alpha} + v_{\beta} \frac{v_{\beta}}{v_{\alpha}} i_{\alpha} = \frac{v_{\alpha}^2 + v_{\beta}^2}{v_{\alpha}} i_{\alpha} \quad (2.86)$$

e com isto, as correntes de entrada do retificador podem ser escritas como

$$\mathbf{i}_{\alpha\beta} = P_{ac} \frac{\mathbf{v}_{\alpha\beta}}{\|\mathbf{v}_{\alpha\beta}\|^2} \quad (2.87)$$

com  $\|\mathbf{v}_{\alpha\beta}\|^2 = v_{\alpha}^2 + v_{\beta}^2$ .

Vamos assumir a topologia tradicional para retificadores trifásicos, que são baseados em um conversor *boost* (conversor de modo indireto), logo quando a malha de tensão de saída (lado CC) do retificador satura, a malha de controle da corrente de entrada (controla as correntes  $i_{\alpha}$  e  $i_{\beta}$ ) continua operando normalmente para garantir o PFC. Nesta situação a carga se comporta como fonte de corrente.

Assumindo que as tensões em regime permanente são

$$\begin{cases} v_\alpha \approx V_{pk} \cos \theta \\ v_\beta \approx V_{pk} \sin \theta \end{cases} \quad (2.88)$$

com

$$V_{pk} = \sqrt{v_\alpha^2 + v_\beta^2} = \|\mathbf{v}_{\alpha\beta}\| \quad (2.89)$$

e como para garantir o PFC as correntes devem estar sincronizadas com as tensões, temos que

$$\begin{cases} i_\alpha \propto v_\alpha \\ i_\beta \propto v_\beta \end{cases} \quad (2.90)$$

As amplitudes das correntes são  $I_{th}$ , logo

$$\mathbf{i}_{\alpha\beta} = I_{th} \frac{\mathbf{v}_{\alpha\beta}}{\|\mathbf{v}_{\alpha\beta}\|} \quad (2.91)$$

O modelo CPL para sistemas CA possui a região de potência constante quando a malha de tensão não está saturada (isto ocorre quando  $\|\mathbf{i}_{\alpha\beta}\| < I_{th}$ ), e de fonte de corrente quando a malha de tensão satura, mas a malha de corrente continua operando normalmente.

Assim como no caso de um sistema CC este tipo de modelo de carga possui alguns problemas, pois não existe nenhuma dinâmica associada com o retificador. Para corrigir isto é possível usar um filtro passa-baixa para emular a dinâmica das malhas de controle do retificador, com a CPL CA se tornando uma DCPL CA. Como as equações apresentadas são válidas no sistema de coordenadas  $\alpha\beta$  onde as formas de onda são órbitas periódicas, é interessante primeiramente escrever as equações usando a transformada  $dq$  e depois propor o modelo DCPL. As equações da CPL CA em  $dq$  são iguais aos da base em  $\alpha\beta$ , sendo necessário substituir  $\alpha \rightarrow d$  e  $\beta \rightarrow q$ , logo o modelo DCPL pode ser proposto em  $dq$  como sendo

$$\frac{d\mathbf{i}_{dq}}{dt} = -\kappa_f \left( \mathbf{i}_{dq} - P_{ac} \frac{\mathbf{v}_{dq}}{\|\mathbf{v}_{dq}\|^2} \right) \quad (2.92)$$

quando  $\|\mathbf{i}_{dq}\| < I_{th}$ . Para  $\|\mathbf{i}_{dq}\| \geq I_{th}$  temos

$$\frac{d\mathbf{i}_{dq}}{dt} = -\kappa_f \left( \mathbf{i}_{dq} - I_{th} \frac{\mathbf{v}_{dq}}{\|\mathbf{v}_{dq}\|} \right) \quad (2.93)$$

Em  $\alpha\beta$  o modelo DCPL é uma função da frequência do PLL (malha de captura de fase) do retificador:

$$\frac{di_{\alpha\beta}}{dt} = j\omega_{\text{pll}} i_{\alpha\beta} - \kappa_f \left( i_{\alpha\beta} - P_{\text{ac}} \frac{v_{\alpha\beta}}{\|v_{\alpha\beta}\|^2} \right) \quad (2.94)$$

No modo fonte de corrente:

$$\frac{di_{\alpha\beta}}{dt} = j\omega_{\text{pll}} i_{\alpha\beta} - \kappa_f \left( i_{\alpha\beta} - I_{\text{th}} \frac{v_{\alpha\beta}}{\|v_{\alpha\beta}\|} \right) \quad (2.95)$$

Vale lembrar que o modelo DCPL é dado por equações diferenciais não lineares, logo para analisar a estabilidade é preferível usar o modelo em  $dq$ .

Para complementar o estudo do modelo DCPL, o PLL da carga equivalente é baseado na estrutura apresentada em [31, 51] que utiliza um controle PI, como pode ser visto na Figura 2.17. O PLL é necessário para que o conversor CA-CC trifásico possa sincronizar as correntes CA de entrada com as tensões CA do barramento com o intuito de realizar o PFC e só extrair potência ativa do barramento. O modelo do PLL é

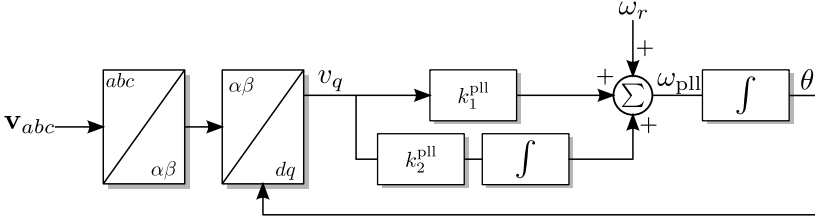


Figura 2.17: Diagrama de blocos do PLL convencional (coordenadas síncronas -  $dq$ ).

dado por

$$\omega_{\text{pll}} = \omega_r + k_1^{\text{pll}} v_q + k_2^{\text{pll}} \xi_q \quad (2.96)$$

$$\frac{d\xi_q}{dt} = v_q \quad (2.97)$$

Caso a dinâmica do PLL seja desprezada (o PLL está operando em regime permanente), a tensão de eixo em quadratura pode ser assumida como sendo zero, então as seguintes simplificações são válidas

$$\frac{di_d}{dt} = -\kappa_f \left( i_d - \frac{P_{\text{ac}}}{v_d} \right) \quad (2.98)$$

e no modo fonte de corrente,

$$\frac{di_d}{dt} = -\kappa_f (i_d - I_{th}) \quad (2.99)$$

A dinâmica da corrente em quadratura passa a ser dada, em ambos os modos, por

$$\frac{di_q}{dt} = -\kappa_f i_q \quad (2.100)$$

O PLL apresentado é baseado na técnica mais convencional (controle PI e a transformada  $dq$ ), mas algumas variações foram propostas para lidar com sistemas desbalanceado, presença de harmônicos, entre outros. O PLL tradicional não oferece uma resposta com qualidade nestas condições, sendo necessário utilizar filtros passa-baixa com uma frequência de corte muito baixa para oferecer uma saída satisfatória. Estruturas mais sofisticadas de PLL podem ser vistas em [76, 77], em que o uso da transformada  $dq$  é evitada.

### 2.4.3 Aproximações de equações $\mathbf{C}^0$ para $\mathbf{C}^\infty$

As equações apresentadas para as CPLs são contínuas mas com derivadas descontínuas, função classe  $\mathbf{C}^0$ . Como uma parte significativa deste trabalho envolve análise de sistemas dinâmicos, modelos que sejam  $\mathbf{C}^\infty$  são mais adequados para realizar cálculos de continuação numérica utilizados na análise de bifurcações empregando pacotes computacionais como XPP-AUTO [78, 79] ou MatCont [80]. Em [81] são apresentadas formas de aproximar não linearidades  $\mathbf{C}^0$  para  $\mathbf{C}^\infty$ , como por exemplo

$$f(x) = F_{\text{sup}} \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tanh \frac{x - x_o}{\epsilon} \right] + F_{\text{inf}} \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \tanh \frac{x - x_o}{\epsilon} \right] \quad (2.101)$$

Esta função separa  $f(x)$  em  $F_{\text{sup}}$  e  $F_{\text{inf}}$ , em torno do ponto  $x_o$  com  $\epsilon$  um parâmetro de ajuste que deve ser pequeno.

Aplicando esta ideia para (2.69), temos que

$$i(v_{\text{bus}}) = \frac{P_{\text{dc}}}{v_{\text{bus}}} \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tanh \frac{v_{\text{bus}} - V_{\text{th}}}{\epsilon} \right] + \frac{v_{\text{bus}}}{R_{\text{th}}} \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \tanh \frac{v_{\text{bus}} - V_{\text{th}}}{\epsilon} \right] \quad (2.102)$$

O gráfico de  $i(v_{\text{bus}})$  para diferentes valores de  $\epsilon$  pode ser visto na Figura 2.18 em torno do valor de  $V_{\text{th}}$ . Para comparar a derivada  $(\partial i / \partial v_{\text{bus}})$

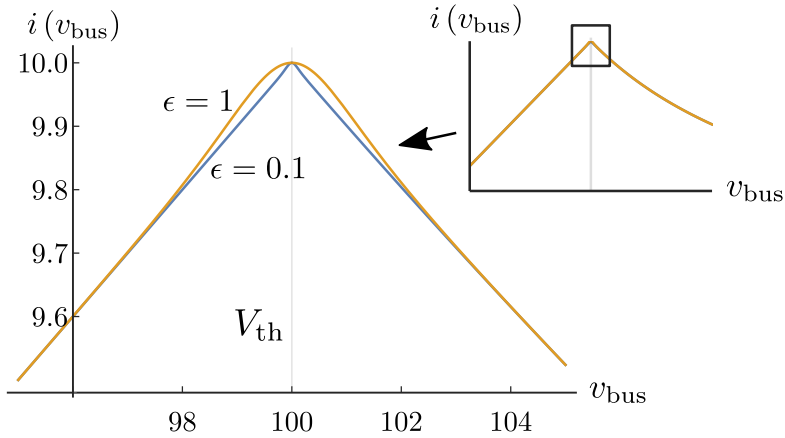


Figura 2.18: Função  $i(v_{\text{bus}})$  de classe  $\mathbf{C}^\infty$  para aproximar a descontinuidade do modelo da CPL.

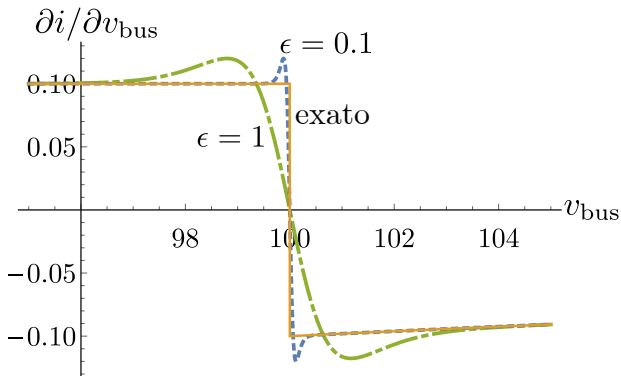


Figura 2.19: Comparação da aproximação de classe  $\mathbf{C}^\infty$  (curvas em azul e verde) com o modelo descontínuo (curva em amarelo) da função  $\partial i / \partial v_{\text{bus}}$ .

no ponto de descontinuidade ( $V_{th}$ ), a Figura 2.19 mostra a derivada de ambos os modelos (classe  $C^\infty$  e classe  $C^0$ ).

Este procedimento pode ser facilmente estendido para funções com mais de duas regiões de operação. Como por exemplo a razão cíclica, que é definida no intervalo  $u \in [0, 1)$  e pode ser aproximada para

$$u_{sat} = \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tanh \frac{u-1}{\epsilon} \right] + u \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tanh \frac{u}{\epsilon} \right] \times \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \tanh \frac{u-1}{\epsilon} \right] \quad (2.103)$$

com  $u$  a razão cíclica não saturada e  $u_{sat}$  o sinal saturado. O gráfico de  $u_{sat}$  para dois valores distintos de  $\epsilon$  está na Figura 2.20.

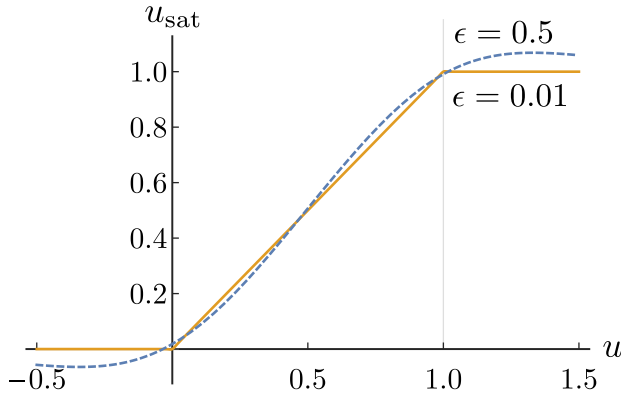


Figura 2.20: Função  $u_{sat}$  de classe  $C^\infty$  para aproximar uma saturação.

## 2.5 Modelagem de fontes

Em uma microrrede podemos separar dois tipos de fontes, as fontes que devem controlar a sua tensão de saída e as fontes que injetam potência no sistema. O primeiro grupo pode ser de conversores que interligam armazenadores de energia (baterias) com o barramento da microrrede, ou até mesmo conversores que conectam uma microrrede com outro sistema como a rede principal. Estas fontes geralmente operam como fontes de tensão com *droop*, seja em uma microrrede CC ou CA. No caso do segundo grupo, temos as fontes renováveis que vão funcionar de forma similar às CPLs [24], mas com o sinal da potência contrário, pois

elas estão injetando potência na rede podendo ser definidas como fontes de potência constante (CPS). Portanto é possível apresentar somente um modelo para as fontes com *droop*.

A forma de modelar as fontes com *droop*, para o caso CA<sup>11</sup>, pode ser entendida com base no exemplo da Figura 2.21. O sistema da Figura

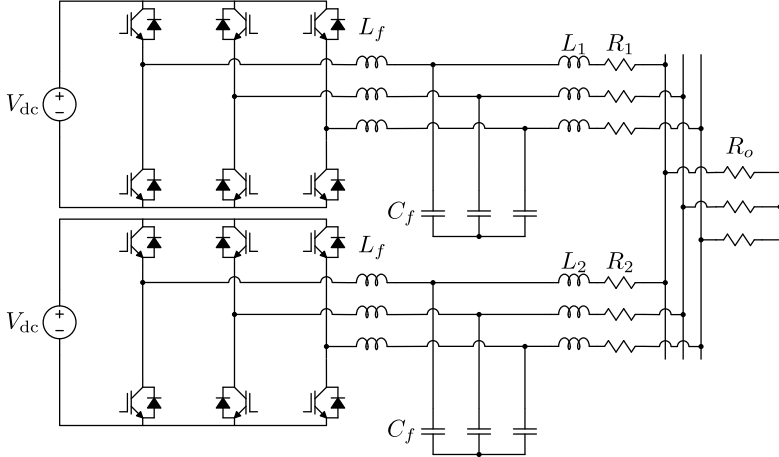


Figura 2.21: Compartilhamento de carga para inversores.

2.21 contém dois inversores com filtro LC, uma impedância de saída ( $L_1, R_1, L_2, R_2$ ) e uma carga resistiva  $R_o$ . A dinâmica da corrente de saída dos inversores ( $i_k^{\alpha\beta}$ ), utilizando a base  $\alpha\beta$  e notação complexa, é dada por

$$L_1 \frac{di_1^{\alpha\beta}}{dt} = -(R_1 + R_o) i_1^{\alpha\beta} - R_o i_2^{\alpha\beta} + v_1^{\alpha\beta} \quad (2.104)$$

$$L_2 \frac{di_2^{\alpha\beta}}{dt} = -R_o i_1^{\alpha\beta} - (R_2 + R_o) i_2^{\alpha\beta} + v_2^{\alpha\beta} \quad (2.105)$$

Aplicando a transformada  $dq$  na dinâmica de  $i_1^{\alpha\beta}$ , temos que

$$L_1 \frac{di_1^{\alpha\beta}}{dt} = L_1 \frac{d}{dt} \left( i_1^{dq} e^{j\theta_1} \right) = L_1 e^{j\theta_1} \frac{di_1^{dq}}{dt} + j\omega_1 L_1 i_1^{dq} e^{j\theta_1} \quad (2.106)$$

<sup>11</sup>O caso CC é similar e mais simples.



logo,

$$L_1 \frac{d\underline{i}_1^{dq}}{dt} = -j\omega_1 L_1 \underline{i}_1^{dq} - (R_1 + R_o) e^{-j\theta_1} \underline{i}_1^{\alpha\beta} - R_o e^{-j\theta_1} \underline{i}_2^{\alpha\beta} + e^{-j\theta_1} \underline{v}_1^{\alpha\beta} \quad (2.107)$$

O resultado final é dado por

$$L_1 \frac{d\underline{i}_1^{dq}}{dt} = -(j\omega_1 L_1 + R_1 + R_o) \underline{i}_1^{dq} - R_o e^{-j\delta} \underline{i}_2^{dq} + \underline{v}_1^{dq} \quad (2.108)$$

e por simetria, a dinâmica de  $\underline{i}_2^{\alpha\beta}$  será

$$L_2 \frac{d\underline{i}_2^{dq}}{dt} = -R_o e^{j\delta} \underline{i}_1^{dq} - (R_2 + R_o + j\omega_2 L_2) \underline{i}_2^{dq} + \underline{v}_2^{dq} \quad (2.109)$$

Expandindo as expressões complexas, temos que

$$L_1 \frac{d\underline{i}_1^d}{dt} = v_1^d + \omega_1 L_1 \underline{i}_1^q - (R_1 + R_o) i_1^d - R_o (i_2^d \cos \delta + i_2^q \sin \delta) \quad (2.110)$$

$$L_1 \frac{d\underline{i}_1^q}{dt} = v_1^q - \omega_1 L_1 \underline{i}_1^d - (R_1 + R_o) i_1^q + R_o (i_2^d \sin \delta - i_2^q \cos \delta) \quad (2.111)$$

$$L_2 \frac{d\underline{i}_2^d}{dt} = v_2^d + \omega_2 L_2 \underline{i}_2^q - R_o (i_1^d \cos \delta - i_1^q \sin \delta) - (R_2 + R_o) i_2^d \quad (2.112)$$

$$L_2 \frac{d\underline{i}_2^q}{dt} = v_2^q - \omega_2 L_2 \underline{i}_2^d - R_o (i_1^d \sin \delta + i_1^q \cos \delta) - (R_2 + R_o) i_2^q \quad (2.113)$$

O ângulo  $\delta$  é por definição a diferença entre os ângulos  $\theta_1 - \theta_2$  então

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_1 - \omega_2 \quad (2.114)$$

e as potências filtradas dadas por

$$\frac{d\langle p_k \rangle}{dt} = \omega_p \left( v_k^d i_k^d + v_k^q i_k^q - \langle p_k \rangle \right) \quad (2.115)$$

$$\frac{d\langle q_k \rangle}{dt} = \omega_p \left( v_k^q i_k^d - v_k^d i_k^q - \langle q_k \rangle \right) \quad (2.116)$$

Para analisar a estabilidade de redes elétricas como esta, as tensões nos capacitores de filtro  $C_f$ , dadas por  $\underline{v}_k^{dq}$  e que fazem parte da dinâmica interna (Figura 2.9), são assumidas operando em regime permanente. Esta simplificação implica no modelo reduzido visto na Figura 2.22. Este modelo reduzido é, em essência, a dinâmica externa apresentada na Figura 2.9.

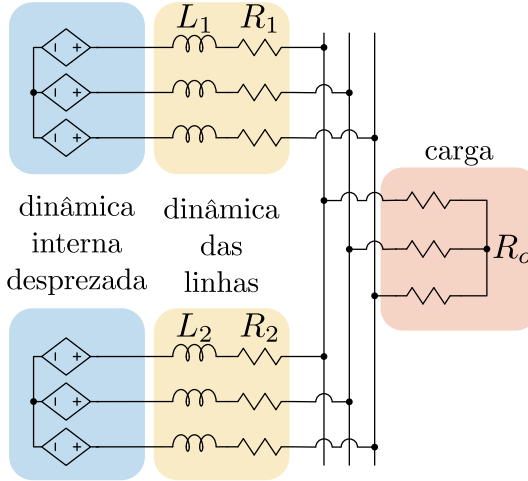


Figura 2.22: Modelo reduzido do exemplo da Figura 2.21 assumindo que a malha de tensão dos inversores está operando em regime permanente.

Considerando que os inversores utilizam o *droop* indutivo e ignorando a impedância virtual, temos que

$$\begin{cases} \omega_k = \omega_r - m_k \langle p_k \rangle \\ v_k^d = E_r - n_k \langle q_k \rangle \\ v_k^q = 0 \end{cases} \quad (2.117)$$

Com as equações do *droop*, este modelo de microrrede possui as quatro equações das correntes de saída (2.110)-(2.113), quatro equações das potências médias ativas e reativas (2.115)-(2.116)<sup>12</sup> e uma equação do ângulo (2.114), totalizando nove equações diferenciais. Esta forma de modelar o paralelismo de conversores CC-CA com *droop* é proposta em [15, 82] e será adotada neste trabalho, tanto para microrredes CA e CC.

Uma alternativa mais simples de modelar os inversores é focar na dinâmica mais lenta, dada pelas potências  $\langle p_k \rangle$  e  $\langle q_k \rangle$  e o ângulo  $\delta$ , assumindo que as correntes estão em regime permanente. Neste caso, temos que

$$\frac{d \langle p_k \rangle}{dt} = -\omega_p \langle p_k \rangle + \omega_p \left[ E_r \bar{i}_k^d - n_k \bar{i}_k^d \langle q_k \rangle \right] \quad (2.118)$$

<sup>12</sup>Lembrando que  $k = \{1, 2\}$  para este exemplo.

$$\frac{d\langle q_k \rangle}{dt} = -\omega_p \langle q_k \rangle - \omega_p [E_r \bar{l}_k^q - n_k \bar{l}_k^q \langle q_k \rangle] \quad (2.119)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = -m_1 \langle p_1 \rangle + m_2 \langle p_2 \rangle \quad (2.120)$$

com as correntes em regime permanente dadas pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} \bar{l}_1^{-dq} &= \frac{Z_2(\omega_2) + R_o}{Z_1(\omega_1) Z_2(\omega_2) + R_o [Z_1(\omega_1) + Z_2(\omega_2)]} v_1^d \\ &\quad - \frac{R_o}{Z_1(\omega_1) Z_2(\omega_2) + R_o [Z_1(\omega_1) + Z_2(\omega_2)]} e^{-j\delta} v_2^d \end{aligned} \quad (2.121)$$

$$\begin{aligned} \bar{l}_2^{-dq} &= -\frac{R_o}{Z_1(\omega_1) Z_2(\omega_2) + R_o [Z_1(\omega_1) + Z_2(\omega_2)]} e^{j\delta} v_1^d \\ &\quad + \frac{Z_1(\omega_1) + R_o}{Z_1(\omega_1) Z_2(\omega_2) + R_o [Z_1(\omega_1) + Z_2(\omega_2)]} v_2^d \end{aligned} \quad (2.122)$$

em que

$$\begin{cases} Z_1(\omega_1) = R_1 + j\omega_1 L_1 \\ Z_2(\omega_2) = R_2 + j\omega_2 L_2 \end{cases} \quad (2.123)$$

Devido a complexidade de expandir (2.121) e (2.122) nas suas componentes reais e imaginárias é conveniente manter este conjunto de equações algébricas, ou seja, o modelo é dado por equações diferenciais algébricas.

A modelagem de uma rede elétrica que ignora a dinâmica das linhas de distribuição que conectam os elementos diminui o número de equações de nove para cinco equações diferenciais, para o exemplo Figura 2.21. Para mais detalhes sobre esta forma de modelar sistemas, veja [83, 84, 85], para uma análise via hamiltoniano por portas, veja [86] e para aplicações em sistemas de potência, veja [87].

O grande problema com esta forma de modelar uma microrrede CA é que para cargas do tipo CPL ou DCPL, certas instabilidades que ocorrem a medida que a potência do sistema aumenta não são modeladas caso a dinâmica das correntes que conectam os inversores e cargas seja desprezada<sup>13</sup>.

Uma forma de justificar a separação da dinâmica interna das fontes para utilizar o modelo reduzido é baseado na teoria das perturbações singulares [11, 88], em que a dinâmica interna possui uma constante de tempo diferente da dinâmica externa. Uma boa prática é utilizar modelos simplificados assumindo que as cargas e fontes possuem

<sup>13</sup>Isto foi verificado pelo autor via métodos de continuação numérica (métodos numéricos para análise de bifurcações), mas não será apresentado nesta tese.

um comportamento idealizado e depois analisar numericamente a estabilidade do sistema completo e deste modo comprovar se de fato as simplificações propostas são coerentes. Este será o procedimento adotado neste trabalho, em que os modelos reduzidos serão analisados e posteriormente comparados com os sistemas completos.

## 2.6 Conclusão

Este capítulo apresentou alguns conceitos básicos que serão utilizados ao longo desta tese:

- controle *droop* aplicado a microrredes CC e CA;
- impedância virtual utilizado em microrredes CA;
- modelos reduzidos de fontes com *droop* (paralelismo de fontes de tensão);
- modelos reduzidos de cargas controladas (CPLs e DCPLs).

Também foi apresentada uma revisão do estado-da-arte de alguns dos principais trabalhos recentes que envolvem microrredes, com o foco na estabilidade, modelagem e operação.

Apesar da familiaridade dos modelos CPLs utilizados pela comunidade científica, principalmente para redes CC, o autor desconhece trabalhos que utilizem os modelos DCPLs<sup>14</sup>, tanto para sistemas CC como para sistemas CA, apesar de serem meras modificações das equações CPLs. Em [83] são utilizados ideais similares ao modelo DCPL, mas aplicadas aos modelos das fontes com *droop* e não para as cargas.

Como será visto no Capítulo 6 (paralelismo de inversores), a dedução do valor do parâmetro  $\kappa_f$  presente nos modelos DCPLs, (2.68) ou (2.92), pode ser um tanto complexa. Isto pode explicar o motivo que este tipo de modelagem de carga não possui trabalhos referenciados na literatura técnica.

---

<sup>14</sup>Ideia original proposta por André Tahim [56] em discussões internas.

# Capítulo 3

## Controle de Conversores para Microrredes CC

### 3.1 Introdução

Neste capítulo, são apresentadas as técnicas de controle local (malha de tensão e malha de corrente) utilizadas nos conversores que operam como fontes CC com *droop*, na microrrede CC estudada no Capítulo 4. São consideradas dois tipos de fontes CC:

- as que conectam um banco de baterias com o barramento CC;
- as que conectam a rede principal CA ou até mesmo outra microrrede CA com o barramento CC.

O primeiro tipo de fonte é um conversor CC-CC bidirecional, enquanto que o segundo tipo será um conversor CA-CC trifásico, um retificador bidirecional controlado com PFC. Em ambos os casos serão utilizadas topologias tradicionais para os conversores.

Este capítulo possui a seguinte estrutura: (i) a Seção 3.2 apresenta o modelo da fonte CC-CC; (ii) duas técnicas de controle para a fonte CC-CC são apresentadas nas Seções 3.3.1 e 3.3.2; (iii) a fonte CC-CC operando no modo carregamento de bateria é brevemente estudada na Seção 3.4; (iv) a outra fonte CC de interesse, um conversor CA-CC é modelado na Seção 3.5 e o seu controle é apresentado na Seção 3.6.

## 3.2 Modelagem do conversor CC-CC bidirecional

Um dos elementos básicos da microrrede CC que será estudada no Capítulo 4 é o conversor CC-CC bidirecional, que pode ser visto na Figura 3.1.

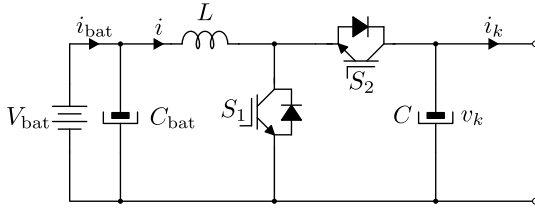


Figura 3.1: Conversor CC-CC bidirecional.

O conversor CC-CC bidirecional é um dos elementos que controlam a tensão no barramento de uma microrrede CC. Caso a microrrede esteja com excesso de energia e o banco de baterias ainda tenha uma reserva para o armazenamento de energia, então o conversor CC-CC pode redirecionar o excedente de energia para carregar as baterias. Quando houver falta de energia, caso as baterias tenham carga suficiente, elas podem fornecer o restante de energia que está sendo demandada pelas cargas. Obviamente que este tipo de gerenciamento depende do estado das baterias, mas ainda mostra a flexibilidade que este tipo de fonte fornece.

Esta fonte possui dois modos distintos de operação: (i) modo fonte com *droop*; (ii) modo carregamento da bateria. No modo fonte com *droop* o conversor funciona como um conversor *boost* bidirecional controlando  $v_k$ , enquanto que no modo carregamento da bateria funciona como um conversor *buck* bidirecional controlando a corrente  $i$  e a tensão  $V_{bat}$ <sup>1</sup>.

O modelo por valores médios [90] do conversor operando no modo

<sup>1</sup>Para o controle da bateria, a malha externa de tensão opera saturada e malha de corrente carrega a bateria, isto é, o conversor opera como uma fonte de corrente. Somente quando a tensão na bateria fica próximo do seu valor nominal é que a malha de tensão no modo carregamento de bateria passa a atuar. Este método é chamado de *Método a um nível de corrente e um nível de tensão* de acordo com [89].

*boost* é dado por

$$L \frac{di}{dt} = -v_k (1 - u) + V_{\text{bat}} \quad (3.1)$$

$$C \frac{dv_k}{dt} = i (1 - u) - i_k \quad (3.2)$$

com  $i$  a corrente no indutor de filtro  $L$ ,  $i_k$  a corrente de saída,  $v_k$  a tensão de saída e  $u$  a razão cíclica (vinculada à chave  $S_1$ ) com  $u \in [0, 1)$ . No modo *buck*, o modelo do conversor passa a ser

$$L \frac{di}{dt} = -v_k (1 - u) + V_{\text{bat}} \quad (3.3)$$

$$C_{\text{bat}} \frac{dV_{\text{bat}}}{dt} = -i - i_{\text{bat}} \quad (3.4)$$

com  $i_{\text{bat}}$  a corrente na bateria. Perceba que a corrente  $i$  será negativa devido ao sentido contrário do modo fonte.

Será assumido que este conversor possui dois sensores de corrente para medir  $i$  e  $i_k$ , além de dois sensores de tensão para medir  $v_k$  e  $V_{\text{bat}}$ .

### 3.3 Controle do conversor CC-CC bidirecional no modo *droop*

Quando o conversor CC-CC opera no modo *droop* controlando a tensão  $v_k$ , o modelo dinâmico é não linear e de fase não mínima [90]. Para lidar com este tipo de problema são propostas duas técnicas de controle:

- a primeira opção é um controle baseado na estrutura tradicional composta por duas malhas de controle (controle em cascata), uma malha interna para controlar a corrente  $i$  e uma malha externa para controlar a tensão  $v_k$ . A estrutura deste controle pode ser vista na Figura 3.2;
- a segunda opção será um controle com somente uma malha de controle baseado no filtro *washout* [5, 55, 56] com a estrutura baseada na Figura 3.3.

Em ambos os casos, as equações dentro de cada bloco, que representa cada malha de controle, são não lineares. Na implementação via o filtro *washout* o sistema modifica o sinal da tensão  $v_k$  para lidar com a fase não mínima do sistema. A Tabela 3.1 mostra os parâmetros do conversor CC-CC. A tensão  $V_r$  é o valor nominal da tensão de saída da fonte CC (2.1).

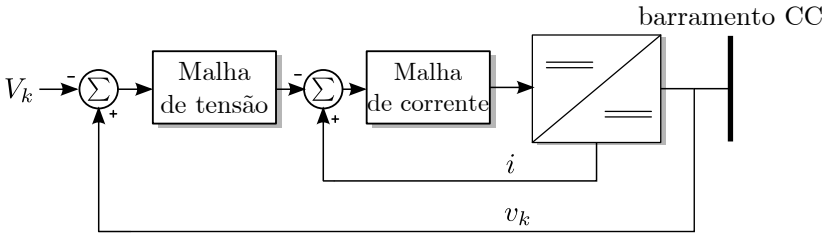


Figura 3.2: Diagrama de blocos da estrutura de controle em cascata.

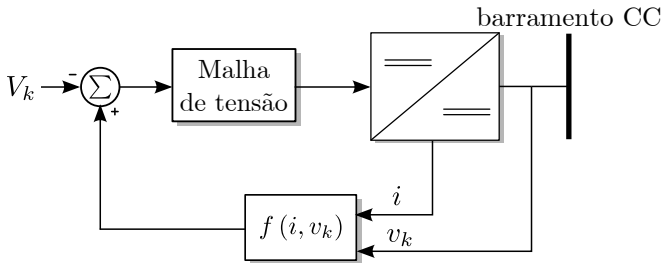


Figura 3.3: Diagrama de blocos da estrutura de controle utilizando somente uma malha de controle.

Tabela 3.1: Parâmetros do conversor CC-CC bidirecional.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$L$	1 mH	$P_{\max}$	5 kW
$C$	500 $\mu\text{F}$	$f_s$	20 kHz
$V_{\text{bat}}$	100 V	$f_a$	40 kHz
$V_r$	380 V		



### 3.3.1 Controle em cascata

O controle em cascata baseado na Figura 3.2 é projetado assumindo que cada malha de controle possui uma constante de tempo diferente, o que permite utilizar a teoria de perturbações singulares [88] e considerar que cada malha está aproximadamente desacoplada. O controle de cada malha será baseado na técnica de realimentação linearizante [91] de forma que a malha interna (corrente) seja aproximadamente linear para frequências mais altas (quando o efeito da malha de tensão pode ser desprezado) e a malha externa (tensão) seja aproximadamente linear para frequências mais baixas (quando a malha de corrente está em regime permanente).

A partir de (3.1), temos que

$$L \frac{di}{dt} = -v_k (1 - u) + V_{\text{bat}} = \nu_{\text{eq}} \quad (3.5)$$

em que  $\nu_{\text{eq}}$  é o controle equivalente, logo a razão cíclica é dada por

$$(1 - u) = \frac{V_{\text{bat}} + \nu_{\text{eq}}}{v_k} \quad (3.6)$$

Adotando um controle proporcional para  $\nu_{\text{eq}}$  faz com que a dinâmica da corrente seja

$$L \frac{di}{dt} = \nu_{\text{eq}} = -k_p (i - i_{\text{ref}}) \quad (3.7)$$

com  $i_{\text{ref}}$  o sinal de saída da malha de tensão. O controle da malha de corrente é então

$$(1 - u) = \frac{V_{\text{bat}} + k_p (i - i_{\text{ref}})}{v_k} \quad (3.8)$$

Como esta lei de controle possui uma singularidade quando a tensão de saída tende a zero podemos propor a seguinte mudança

$$u = \begin{cases} 1 - \frac{V_{\text{bat}} + k_p (i - i_{\text{ref}})}{v_k}, & \text{se } v_k \geq V_{\text{bat}} \\ u_{\text{min}}, & \text{se } v_k < V_{\text{bat}} \end{cases} \quad (3.9)$$

Isto significa que, quando a tensão de saída é menor que a tensão da bateria, algo que ocorre na partida do conversor, o sistema opera em malha aberta com um valor constante e pequeno de razão cíclica  $u_{\text{min}}$ .

Para um valor constante de  $i_{\text{ref}}$ , (3.7) é um sistema linear e desacoplado da tensão  $v_k$ , mas como o interesse é em controlar a tensão  $v_k$ , o sinal de referência deve ser uma função de  $v_k$  para garantir que a tensão de saída da fonte CC seja regulada,  $i_{\text{ref}} = i_{\text{ref}}(v_k)$ . Caso a malha de

tensão seja razoavelmente mais lenta que a malha de corrente,  $i_{\text{ref}}$  pode ser assumido como constante o que torna a malha de corrente linear para dinâmicas rápidas. Nestas condições o ganho proporcional pode ser escolhido de forma bem simples,

$$k_p = \omega_i L \quad (3.10)$$

em que  $\omega_i = 2\pi f_i$  é o inverso da constante de tempo da malha de corrente:

$$\frac{di}{dt} = -\omega_i (i - i_{\text{ref}}) \quad (3.11)$$

O controle da malha de tensão pode ser projetado assumindo que a malha de corrente está operando em regime permanente, logo

$$\begin{cases} (1 - \bar{u}) = \frac{V_{\text{bat}}}{v_k} \\ \bar{i} = i_{\text{ref}} \end{cases} \quad (3.12)$$

e então, utilizando a teoria de perturbações singulares, a dinâmica de  $v_k$  é aproximadamente

$$C \frac{dv_k}{dt} \cong \frac{V_{\text{bat}}}{v_k} i_{\text{ref}} - i_k \quad (3.13)$$

Utilizando o mesmo processo anterior (controle equivalente), temos que

$$C \frac{dv_k}{dt} \cong \frac{V_{\text{bat}}}{v_k} i_{\text{ref}} - i_k = \nu_{\text{eq}} \quad (3.14)$$

então,

$$i_{\text{ref}} = \frac{v_k}{V_{\text{bat}}} (i_k + \nu_{\text{eq}}) \quad (3.15)$$

Escolhendo um PI para  $\nu_{\text{eq}}$ ,

$$\nu_{\text{eq}} = -k_1 [v_k - (V_r - R_d i_k)] - k_2 \xi \quad (3.16)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = v_k - (V_r - R_d i_k) \quad (3.17)$$

com a variável  $\xi$  sendo a saída da ação integral. A lei de controle da malha de tensão passa a ser

$$i_{\text{ref}} = \frac{v_k}{V_{\text{bat}}} \left\{ i_k - k_1 [v_k - (V_r - R_d i_k)] - k_2 \xi \right\} \quad (3.18)$$

com a dinâmica da tensão dada por

$$C \frac{dv_k}{dt} \cong -k_1 [v_k - (V_r - R_d i_k)] - k_2 \xi \quad (3.19)$$

Perceba que o sinal da referência já inclui o *droop* CC resistivo (2.1) e que a lei de controle proposta possui um cancelamento parcial da corrente de saída na dinâmica de  $v_k$  (*feedforward* da corrente de saída), reduzindo assim perturbações de carga.

A lei de controle é dada por (3.9), (3.17) e (3.18), enquanto que o sistema completo sem as aproximações indicadas anteriormente é dado por

$$L \frac{di}{dt} = -k_p i - k_p \frac{v_k}{V_{\text{bat}}} [k_1 v_k + k_2 \xi - (1 - k_1 R_d) i_k - k_1 V_r] \quad (3.20)$$

$$C \frac{dv_k}{dt} = \frac{i}{v_k} \left\{ V_{\text{bat}} + k_p i + k_p \frac{v_k}{V_{\text{bat}}} [k_1 v_k + k_2 \xi - (1 - k_1 R_d) i_k - k_1 V_r] \right\} - i_k \quad (3.21)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = v_k - (V_r - R_d i_k) \quad (3.22)$$

### 3.3.1.1 Análise da estabilidade

Para verificar a estabilidade deste sistema é necessário conhecer a dinâmica de  $i_k$ , mas como a corrente de saída está vinculada com o resto da microrrede, determinar a estabilidade da fonte passa a ser algo um tanto complexo. Uma opção consiste em considerar que a corrente de saída possui uma característica similar a uma CPL,  $i_k = P_{\text{dc}}/v_k$ . Com base no estudo do Capítulo 2, cargas típicas em uma microrrede possuem um comportamento de uma CPL, mas elas não estão conectadas diretamente nos terminais de saída da fonte já que existem indutâncias e resistências das linhas de distribuição, além de outras fontes operando em paralelo.

Para uma CPL, quando a malha de tensão satura ( $i_{\text{ref}} = I_{\text{max}}$ ) o que implica que a fonte está fornecendo a sua máxima potência, a dinâmica da corrente é desacoplada da dinâmica da tensão de saída, onde esta

última é a dinâmica interna<sup>2</sup>, dada por

$$C \frac{dv_k}{dt} = i \frac{V_{\text{bat}} + k_p (i - I_{\text{max}})}{v_k} - \frac{P_{\text{dc}}}{v_k} \quad (3.23)$$

e a dinâmica zero é obtida a partir da dinâmica interna fazendo  $\bar{i} = I_{\text{max}}$ :

$$C \frac{dv_k}{dt} = I_{\text{max}} \frac{V_{\text{bat}}}{v_k} - \frac{P_{\text{dc}}}{v_k} \quad (3.24)$$

Transformando a tensão no capacitor em termos da energia,  $w_k = 1/2 C v_k^2$ , temos que

$$\frac{dw_k}{dt} = I_{\text{max}} V_{\text{bat}} - P_{\text{dc}} \quad (3.25)$$

Esta equação é instável, pois não existe equilíbrio a não ser que  $I_{\text{max}} = P_{\text{dc}}/V_{\text{bat}}$ , ou seja, a carga não pode demandar mais potência do que a fonte pode fornecer. Em uma microrrede real, a carga é mais complexa que uma CPL e isto pode tornar a dinâmica zero não tão problemática, mas a sua estabilidade irá depender de variáveis externas à fonte. Será visto no Capítulo 4 que a estabilidade da microrrede é uma função de  $R_d$  e quando a malha de tensão satura, o conversor não estará injetando este amortecimento no sistema, o que implica em um valor menor de  $P_{\text{dc}}$  para que o ponto de equilíbrio seja estável. O diagrama de blocos do conversor CC-CC com as técnicas de controle indicadas acionando uma carga CPL pode ser vista na Figura 3.4.

O que será apresentado neste capítulo é só um indicativo de como escolher os ganhos dos controladores locais propostos. Note que como a estabilidade da corrente de saída depende de elementos externos à fonte que estamos estudando, instabilidades geradas externamente geralmente não são compensadas, logo as condições que serão apresentadas não são suficientes e sim necessárias.

---

<sup>2</sup>Aqui convém mencionar que dinâmica interna no contexto de teoria de controle não linear se refere a parte da dinâmica da planta que não aparece na saída [91], esta última sendo a corrente  $i$  para este caso (variável de saída).

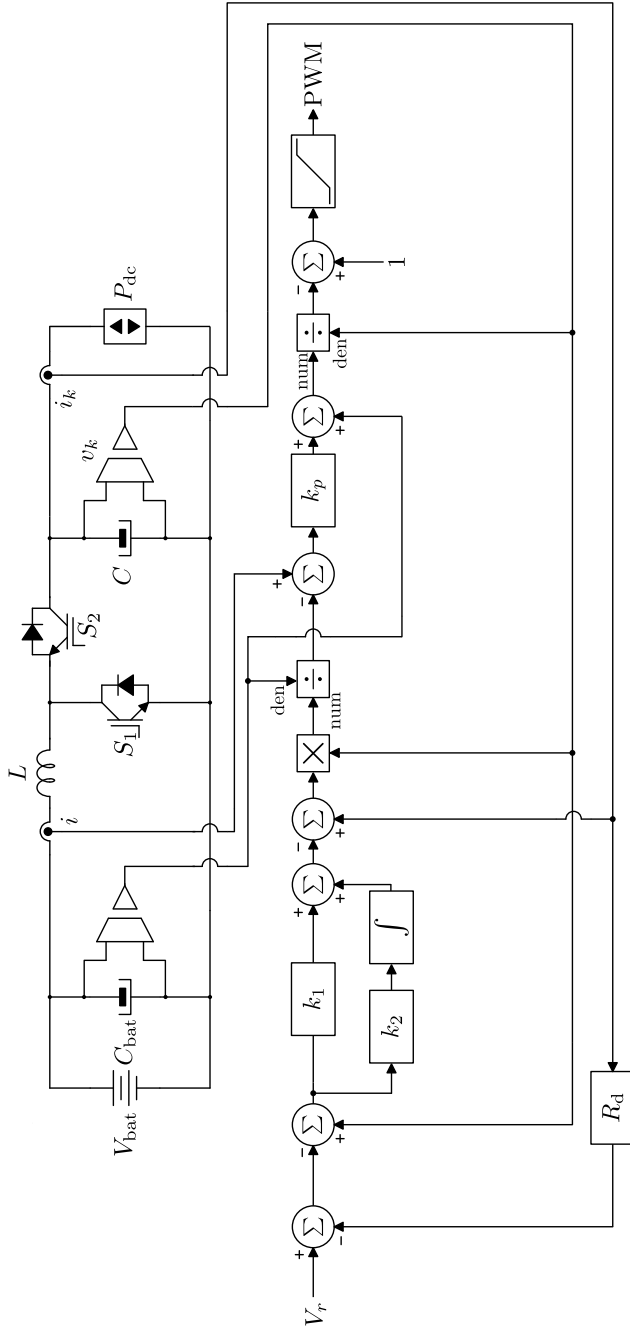


Figura 3.4: Diagrama de blocos para o sistema de controle em cascata utilizado para o conversor CC-CC no modo *droop* acionando um CPL.

A partir de (3.20)-(3.22), as equações de equilíbrio<sup>3</sup> fornecem

$$\begin{cases} \bar{i} = \frac{P_{dc}}{V_{bat}} \\ \bar{\xi} = 0 \\ \bar{v}_k = 1/2 \left( V_r + \sqrt{V_r^2 - 4P_{dc}R_d} \right) \end{cases} \quad (3.26)$$

então linearizando (3.20)-(3.22) no ponto de equilíbrio,  $\tilde{i} = i - \bar{i}$  e de forma similar para as outras variáveis, temos

$$\frac{d\tilde{i}}{dt} = - \left( \frac{k_p}{L} \right) \tilde{i} - \left( k_p k_1 \frac{V_r - 2\bar{v}_k}{LV_{bat}} \right) \tilde{v}_k - \left( k_p k_2 \frac{\bar{v}_k}{LV_{bat}} \right) \tilde{\xi} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{v}_k}{dt} = & \left( \frac{V_{bat}^2 + k_p [P_{dc} + k_1 P_{dc} R_d + k_1 \bar{v}_k (\bar{v}_k - V_r)]}{CV_{bat} \bar{v}_k} \right) \tilde{i} \\ & + \left( \frac{k_p k_1 P_{dc} (\bar{v}_k^2 - P_{dc} R_d)}{CV_{bat}^2 \bar{v}_k^2} \right) \tilde{v}_k + \left( \frac{k_p k_2 P_{dc}}{CV_{bat}^2} \right) \tilde{\xi} \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\frac{d\tilde{\xi}}{dt} = \left( 1 - \frac{R_d P_{dc}}{\bar{v}_k^2} \right) \tilde{v}_k \quad (3.29)$$

O polinômio característico do sistema é dado por

$$\Delta(\lambda) = \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0$$

e os coeficientes definidos como sendo

$$a_2 = k_p \frac{CV_{bat}^2 - k_1 L P_{dc} (2 - V_r / \bar{v}_k)}{LCV_{bat}^2} \quad (3.30)$$

$$a_1 = k_p \frac{(k_1 V_{bat}^2 - k_2 L P_{dc})}{LCV_{bat}^2} (2 - V_r / \bar{v}_k) \quad (3.31)$$

$$a_0 = \frac{k_p k_2}{LC} (2 - V_r / \bar{v}_k) \quad (3.32)$$

A estabilidade local é assegurada se os coeficientes satisfazem as seguintes relações encontradas via o critério de Routh-Hurwitz:  $a_2 > 0$ ,  $a_2 a_1 > a_0$  e  $a_0 > 0$ .

<sup>3</sup>As equações de equilíbrio para um circuito alimentando uma CPL são equações quadráticas [1, 21],

$$\bar{v}_k^2 - V_r \bar{v}_k + R_d P_{dc} = 0$$

uma das soluções é instável, enquanto que a outra (com o valor próximo a  $V_r$ ) é a solução de interesse. Quando  $V_r^2 - 4P_{dc}R_d = 0$ ,  $\bar{v}_k = V_r/2$ . Este é o menor valor que  $\bar{v}_k$  pode ter e ainda ser estável.

O ganho  $k_p$  pode ser escolhido via  $k_p = 2\pi f_i L$ , logo para escolher os valores de  $f_i$ ,  $k_1$  e  $k_2$  podemos aplicar a técnica de posicionamento dos autovalores do sistema em malha fechada definindo um polinômio característico e igualando os coeficientes deste com os do polinômio característico do sistema:

$$\Delta_d(\lambda) = (\lambda + \sigma) (\lambda^2 + 2\zeta\omega\lambda + \omega^2) = \lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 \quad (3.33)$$

onde  $\sigma$  é o autovalor real,  $\zeta$  é o amortecimento e  $\omega$  a frequência angular dos autovalores complexos. Resolvendo (3.33), temos que

$$k_p = \frac{L}{2V_{\text{bat}}^4} \left[ L^2 P_{\text{dc}}^2 (2\bar{v}_k - V_r) V_r \sigma \omega^2 + 2LP_{\text{dc}} V_{\text{bat}}^2 \omega (2\zeta\sigma + \omega) + 2V_{\text{bat}}^4 (2\zeta\omega + \sigma) \right] \quad (3.34)$$

$$k_1 = \frac{CV_{\text{bat}}^2 \bar{v}_k \omega}{2\bar{v}_k - V_r} \left[ LP_{\text{dc}} (2\bar{v}_k - V_r) V_r \sigma \omega^2 + 2V_{\text{bat}}^2 (2\zeta\sigma + \omega) \right] \times \left[ L^2 P_{\text{dc}}^2 (2\bar{v}_k - V_r) V_r \sigma \omega^2 + 2LP_{\text{dc}} V_{\text{bat}}^2 \omega (2\zeta\sigma + \omega) + 2V_{\text{bat}}^4 (2\zeta\omega + \sigma) \right]^{-1} \quad (3.35)$$

$$k_2 = CV_{\text{bat}}^4 \bar{v}_k V_r \sigma \omega^2 \left[ L^2 P_{\text{dc}}^2 (2\bar{v}_k - V_r) V_r \sigma \omega^2 + 2LP_{\text{dc}} V_{\text{bat}}^2 \omega (2\zeta\sigma + \omega) + 2V_{\text{bat}}^4 (2\zeta\omega + \sigma) \right]^{-1} \quad (3.36)$$

Na prática esta forma não é um procedimento muito adequado para o projeto dos controladores locais das fontes de uma microrrede. Alocar os autovalores só funciona quando o ponto de equilíbrio é fixo, mas como a potência da carga deve variar bastante, é necessário que o projeto dos ganhos do sistema de controle leve em conta esta mudança do equilíbrio. Por conta disto, uma forma gráfica de análise é preferível.

Um guia rápido para escolher os parâmetros do sistema de controle é considerar que ambas as malhas de controle estão desacopladas, logo o ganho da malha de corrente é escolhido a partir de (3.10) e (3.11). Para a malha de tensão, desprezando o termo do *droop* (válido caso o valor de  $R_d i_k$  seja pequeno quando comparado com  $V_r$ ) e utilizando o modelo aproximado da dinâmica da tensão (3.17) e (3.19), temos um sistema linear de segunda ordem. Já tendo uma noção de como escolher os ganhos dos controladores podemos então utilizar o modelo completo (3.20)-(3.22) para refinar os valores escolhidos e verificar a estabilidade.

### 3.3.1.2 Projeto dos ganhos do sistema de controle

Diversos gráficos são gerados com os parâmetros de interesse (ganhos do sistema de controle) calculados em função da potência da carga para verificar a estabilidade paramétrica da fonte. Ainda assim é necessário inferir pelo gráfico, além da estabilidade, algum critério transiente como por exemplo o máximo sobre-sinal, que pode ser deduzido a partir do amortecimento do sistema.

Para um sistema com autovalores complexos conjugados, o amortecimento do sistema pode ser deduzido através de

$$g_i = \frac{|\text{Im}\{\lambda_i\}|}{|\text{Re}\{\lambda_i\}|} \quad (3.37)$$

em que  $\lambda_i$  é um dos autovalores,  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  com  $n$  o número de autovalores complexos e  $g_i$  é uma função que indica o amortecimento do sistema, ou seja, implica uma razão entre a parte real e a parte imaginária dos autovalores. De um modo geral, o polinômio característico de um sistema pode ser decomposto de acordo com

$$\Delta = \prod_{k=1}^m \prod_{i=1}^n (\lambda + \sigma_k) (\lambda^2 + 2\zeta_i \omega_i \lambda + \omega_i^2) \quad (3.38)$$

Sempre é possível agrupar os autovalores em produtos de polinômios de primeira ( $m$  autovalores reais) e segunda ordem ( $n$  autovalores complexos conjugados). Aplicando (3.37) nos autovalores complexos de (3.38), temos que

$$\lambda_i = -\omega_i \left( \zeta_i \mp j \sqrt{1 - \zeta_i^2} \right) \quad (3.39)$$

$$|\text{Re}\{\lambda_i\}| = \omega_i \zeta_i \quad (3.40)$$

$$|\text{Im}\{\lambda_i\}| = \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2} \quad (3.41)$$

logo, a razão  $g_i$  para estes autovalores fornecem

$$g_i = \frac{\sqrt{1 - \zeta_i^2}}{\zeta_i} \quad (3.42)$$

Este procedimento aplicado aos autovalores reais gera um  $g_i = 0$ . É possível especificar um conjunto formado por todos os autovalores do sistema com uma restrição no amortecimento, isto é, que deve satisfazer a uma faixa de  $g_i$ :

$$\mathcal{S} = \left\{ \bigcup_i \lambda_i \mid \zeta_i > 0.5 \right\} \quad (3.43)$$



onde  $\bigcup_i \lambda_i$  é a união de todos os autovalores do sistema. Quando o ponto de equilíbrio muda, os autovalores da matriz jacobiana ( $\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{x}$ ) do sistema também mudam. Nesta situação, certas combinações paramétricas do sistema irão satisfazer  $\mathcal{S}$  e logicamente outras não. No plano complexo,  $\mathcal{S}$  delimita a região mostrada na Figura 3.5 e dentro desta região todos os autovalores (reais ou complexos) satisfazem  $\zeta_i > 0,5$ , o que significa  $g_i < \sqrt{3}$ . No caso do conversor CC-CC bidirecional com o controle em cascata projetado anteriormente, como o sistema é de terceira ordem, só é possível ter um par de autovalores complexos, o que implica em um coeficiente de amortecimento  $\zeta$ .

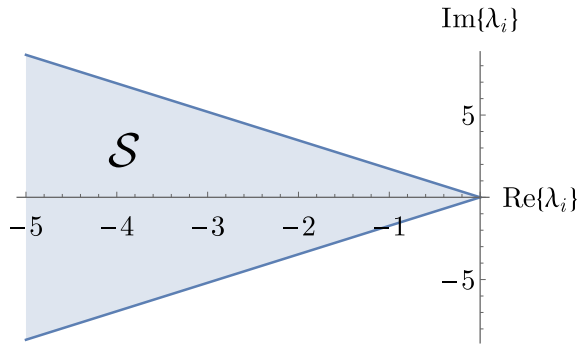


Figura 3.5: Distribuição dos autovalores de acordo com (3.37). A razão  $g_i$  de cada autovalor tem que estar dentro da região delimitada.

O primeiro parâmetro a ser verificado será  $k_1$ , então fixando  $k_2 = 100$ ,  $R_d = 0,5 \Omega$  e  $f_i = 1000$  Hz, a Figura 3.6 mostra a região de estabilidade para diversos valores de  $k_1$  e  $P_{dc}$  e também uma região menor que além de ser estável possui a condição  $\zeta > 0,5$ , o que indica uma região em que o conversor não terá oscilações grandes. A única instabilidade gerada ocorre devido à condição  $a_2 a_1 < a_0$  e isto indica que para um sistema não linear a sua linearização possui dois autovalores cruzando o eixo imaginário do plano complexo caracterizando uma bifurcação de Hopf (HB) [10, 12]. Este fenômeno será explorado em mais detalhes no Capítulo 4. Note que os diagramas apresentados não são limitados pela potência máxima do conversor CC-CC, obviamente que a fonte não irá operar acima do seu valor máximo.

Escolhendo  $k_1 = 0,25$ ,  $R_d = 0,5 \Omega$  e  $f_i = 1000$  Hz, o diagrama de estabilidade pode ser gerado para o plano  $\{P_{dc}, k_2\}$ , como mostra a Figura 3.7. No caso de  $f_i$ , os parâmetros fixos são  $R_d = 0,5 \Omega$ ,  $k_1 = 0,25$

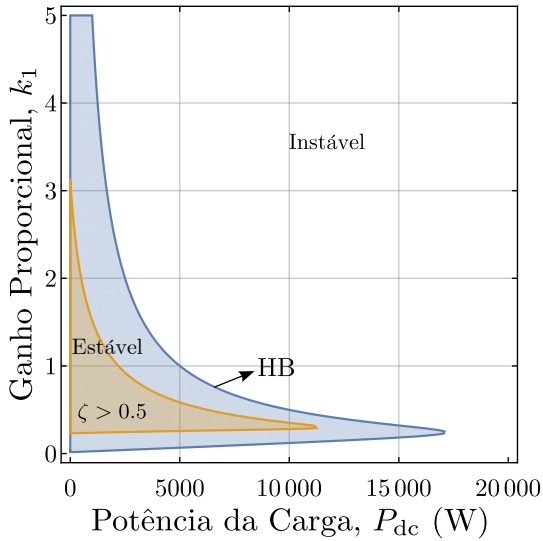


Figura 3.6: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{dc}, k_1\}$  para o controle em cascata do conversor CC-CC (ganho proporcional da malha de tensão).

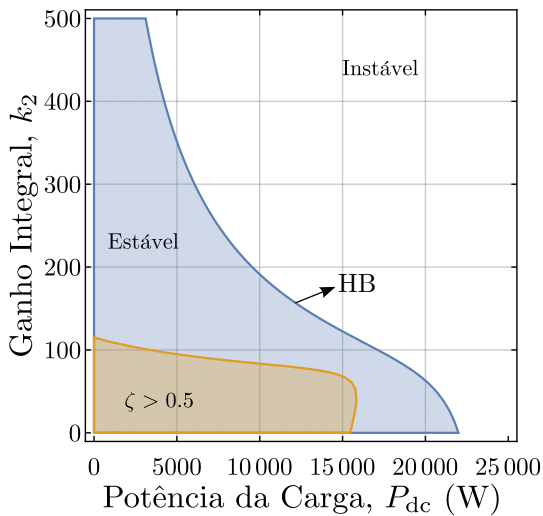


Figura 3.7: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{dc}, k_2\}$  para o controle em cascata do conversor CC-CC (ganho integral da malha de tensão).

e  $k_2 = 100$ , logo o ganho da malha de corrente pode ser selecionado de acordo com a Figura 3.8. Observe que para  $f_i$  quanto maior melhor, mas como na análise não foi considerado o atraso devido à implementação discreta e também do PWM, existe um efeito de instabilidade para frequências altas. Para terminar esta análise paramétrica, variando o valor da resistência do *droop* em conjunto com a potência da carga temos a Figura 3.9, com os valores de  $f_i = 1000$  Hz,  $k_1 = 0,25$  e  $k_2 = 100$  para os ganhos dos controladores.

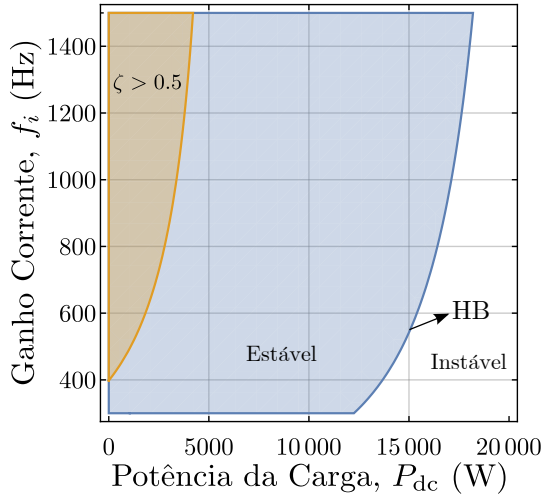


Figura 3.8: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{dc}, f_i\}$  para o controle em cascata do conversor CC-CC (ganho proporcional da malha de corrente).

O gráfico da Figura 3.9 é um pouco mais complicado já que existem dois tipos de instabilidades que podem ocorrer. Na parte de baixo da figura ocorre uma bifurcação de Hopf (HB), assim como nos casos anteriores (Figuras 3.6-3.8) mas agora na parte superior do gráfico a instabilidade ocorre devido à condição  $a_0 < 0$  e isto em conjunto com as equações de equilíbrio indicam uma bifurcação sela-nó de equilíbrios (SN) [10, 12]. A SN ocorre quando ao variar um determinado parâmetro ou um par deles, no caso da Figura 3.9 a potência de carga  $P_{dc}$  e a resistência de *droop*  $R_d$ , o sistema passa de dois equilíbrios para não ter equilíbrio ao cruzar a curva SN na Figura 3.9.

Por último, existe um ponto de onde partem as curvas das bifurcações SN e HB. Neste ponto (potência próximo à 25 kW com  $R_d \cong 2$

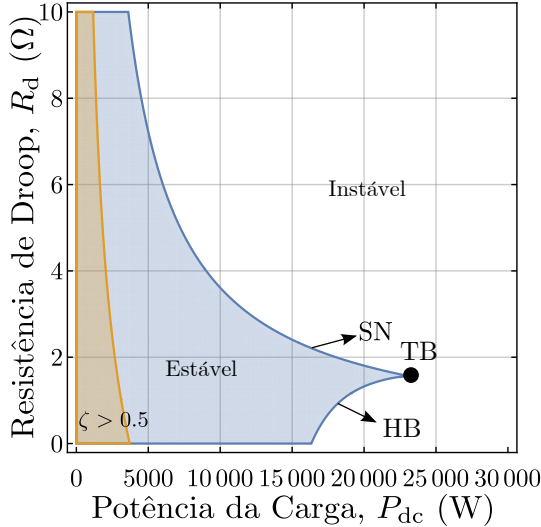


Figura 3.9: Diagrama de estabilidade ou conjunto de bifurcações no plano  $\{P_{dc}, R_d\}$  para o controle em cascata do conversor CC-CC.

$\Omega$ ) o polinômio característico  $\Delta(\lambda)$  apresenta dois autovalores nulos o que implica nos coeficientes  $a_1$  e  $a_0$  serem nulos, caracterizando uma bifurcação denominada de Takens-Bogdanov (TB) [10, 12]. A bifurcação TB é de co-dimensão dois, o que significa que ela ocorre para uma combinação de dois parâmetros. As outras bifurcações, HB e SN, são de co-dimensão um, pois somente um parâmetro é necessário para produzi-las.

O sistema dado por (3.20)-(3.22) acionando uma CPL pode ser comparado com o modelo comutado em que as leis de controle são implementadas de forma discreta, conforme apresentado nas Figuras 3.10 e 3.11, que mostra a forma de onda da tensão  $v_k$  e da corrente  $i$  para ambos os modelos.

### 3.3.2 Controle via o filtro *washout*

Uma alternativa ao controle em cascata é utilizar um filtro *washout* [17, 53, 54, 73, 74] para resolver o problema do sistema ser de fase não mínima. O filtro *washout* é dado por

$$\frac{dz}{dt} = \omega_c (i - z) \quad (3.44)$$

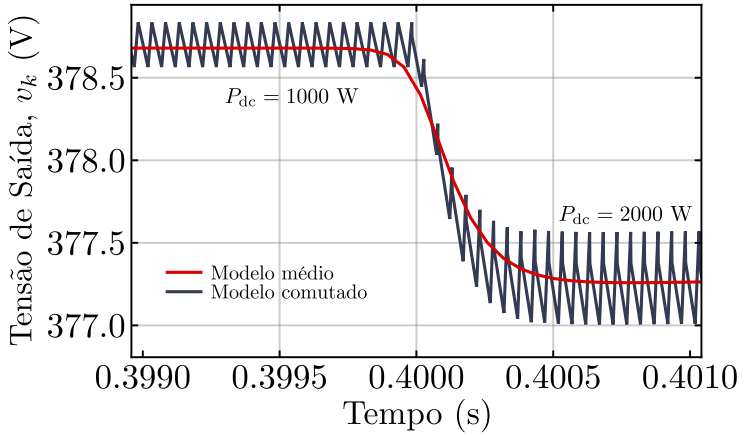


Figura 3.10: Forma de onda da tensão de saída  $v_k$  comparando o modelo por valores médios com o modelo comutado.

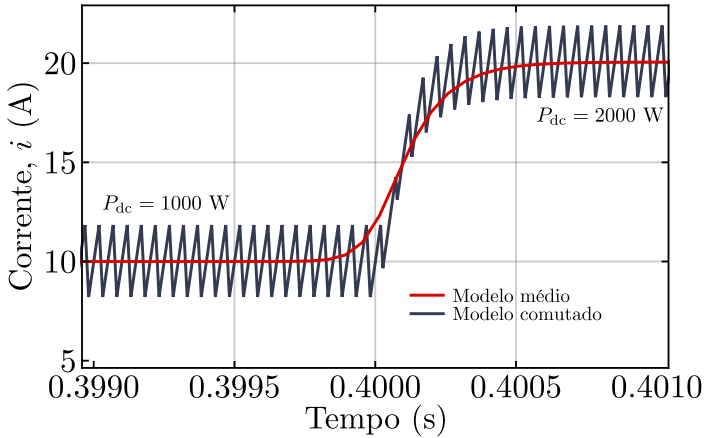


Figura 3.11: Forma de onda da corrente no indutor de filtro  $i$  comparando o modelo por valores médios com o modelo comutado.

onde  $z$  é a componente de baixa frequência da corrente  $i$  no indutor de filtro e  $\omega_c$  é a frequência angular de corte do filtro. Propondo o seguinte sinal de erro

$$\epsilon = (v_k - V_r + R_d i_k) + k_3 (i - z) \quad (3.45)$$

em que o valor de equilíbrio de  $\bar{z}$  é  $\bar{i}$ , o que significa que o termo  $k_3 (i - z)$  não afeta o regime permanente de  $\epsilon$ , temos que  $\bar{v}_k = V_r - R_d \bar{i}_k$ , quando  $t \rightarrow \infty$ . O objetivo do uso do filtro *washout* é burlar o problema do sistema ser de fase não mínima e apesar do sinal de erro não envolver somente a tensão (que seria o usual), como a diferença entre a corrente e sua componente de baixa frequência se anula em regime permanente, o sinal de erro passa a ser somente o erro de tensão.

A dinâmica do erro  $\epsilon$  é encontrada a partir de (3.1)-(3.2) e (3.44):

$$\begin{aligned} \frac{d\epsilon}{dt} = (1-u) \frac{Li - k_3 C v_k}{LC} - \frac{i_k}{C} \\ + k_3 \left[ \frac{V_{\text{bat}}}{L} - \omega_c (i - z) \right] + R_d \frac{di_k}{dt} \end{aligned} \quad (3.46)$$

com  $i_k$  a corrente de saída do conversor CC-CC bidirecional. Na variedade  $\mathcal{M} = \{(i, v_k) \in \mathbb{R}^2 | Li - k_3 C v_k = 0\}$  o sinal de erro  $\epsilon$  não é controlado e só depende das condições iniciais, já que  $\epsilon$  não tem grau relativo definido [91] em  $\mathcal{M}$ .

A derivada da corrente de saída  $i_k$  é desconhecida<sup>4</sup>, logo igualando (3.46) ao controle equivalente  $\nu_{\text{eq}}$ , temos que

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \nu_{\text{eq}} + R_d \frac{di_k}{dt} \quad (3.47)$$

com a lei de controle dada por

$$(1-u) = \frac{LC}{Li - k_3 C v_k} \left\{ \frac{i_k}{C} - k_3 \left[ \frac{V_{\text{bat}}}{L} - \omega_c (i - z) \right] + \nu_{\text{eq}} \right\} \quad (3.48)$$

para todo  $Li - k_3 C v_k \neq 0$ . Para pequenos valores de  $R_d$ , a perturbação  $di_k/dt$  pode ser desprezada. O termo  $\nu_{\text{eq}}$  é escolhido como sendo

$$\nu_{\text{eq}} = -k_1 \epsilon - k_2 \xi \quad (3.49)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = \epsilon \quad (3.50)$$

---

<sup>4</sup>Os ganhos deste sistema de controle são projetados para uma CPL, mas é interessante que as leis de controle não sejam dependentes do tipo de carga, então  $di_k/dt$  é assumido como uma perturbação.

logo,

$$\frac{d\epsilon}{dt} = -k_1\epsilon - k_2\xi + R_d \frac{di_k}{dt} \quad (3.51)$$

O sistema completo é dado por

$$L \frac{di}{dt} = V_{\text{bat}} - \frac{LCv_k}{Li - k_3 C v_k} \left\{ -\frac{k_3}{L} V_{\text{bat}} - k_3 (k_1 - \omega_c) (i - z) - k_1 (v_k - V_r) - k_2 \xi + \left( \frac{1}{C} - k_1 R_d \right) i_k \right\} \quad (3.52)$$

$$C \frac{dv_k}{dt} = \frac{LCi_f}{Li - k_3 C v_k} \left\{ -\frac{k_3}{L} V_{\text{bat}} - k_3 (k_1 - \omega_c) (i - z) - k_1 (v_k - V_r) - k_2 \xi + \left( \frac{1}{C} - k_1 R_d \right) i_k \right\} - i_k \quad (3.53)$$

$$\frac{dz}{dt} = \omega_c (i - z) \quad (3.54)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = v_k + R_d i_k - V_r + k_3 (i - z) \quad (3.55)$$

e os ganhos  $k_1$  e  $k_2$  são definidos como sendo

$$\begin{cases} k_1 = 2\zeta\omega_v \\ k_2 = \omega_v^2 \end{cases} \quad (3.56)$$

com  $\omega_v = 2\pi f_v$  e  $\zeta = 0,707$ . A frequência do filtro *washout* também será verificada por  $\omega_c = 2\pi f_c$ . O sistema não linear em malha fechada (3.52)-(3.55) pode ser linearizado no ponto de equilíbrio

$$\begin{cases} \bar{i} = \frac{P_{\text{dc}}}{V_{\text{bat}}} \\ \bar{z} = \frac{P_{\text{dc}}}{V_{\text{bat}}} \\ \bar{\xi} = 0 \\ \bar{v}_k = 1/2 \left( V_r + \sqrt{V_r^2 - 4P_{\text{dc}}R_d} \right) \end{cases} \quad (3.57)$$

logo, o polinômio característico é dado por  $\Delta(\lambda) = \lambda^4 + a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0$ . O critério de Routh-Hurwitz fornece as condições dos coefi-

cientes  $a_i$  para garantir estabilidade:

$$\begin{cases} a_3 > 0 \\ a_3 a_2 > a_1 \\ a_1 (a_3 a_2 - a_1) > a_0 a_3^2 \\ a_0 > 0 \end{cases} \quad (3.58)$$

Devido à complexidade da lei de controle proposta, os efeitos que os parâmetros  $f_v$ ,  $f_c$ ,  $k_3$  e  $R_d$  têm na estabilidade do conversor CC-CC são verificados de forma gráfica através de diagramas paramétricos.

O efeito da variação da frequência  $f_v$  na estabilidade do sistema é mostrado na Figura 3.12 para  $k_3 = 10$  e  $R_d = 0,5 \Omega$ . Neste diagrama, podemos observar que o valor de  $f_v$  não afeta a estabilidade na região mostrada. Fixando o valor de  $f_v = 150$  Hz e  $R_d = 0,5 \Omega$ , a estabilidade

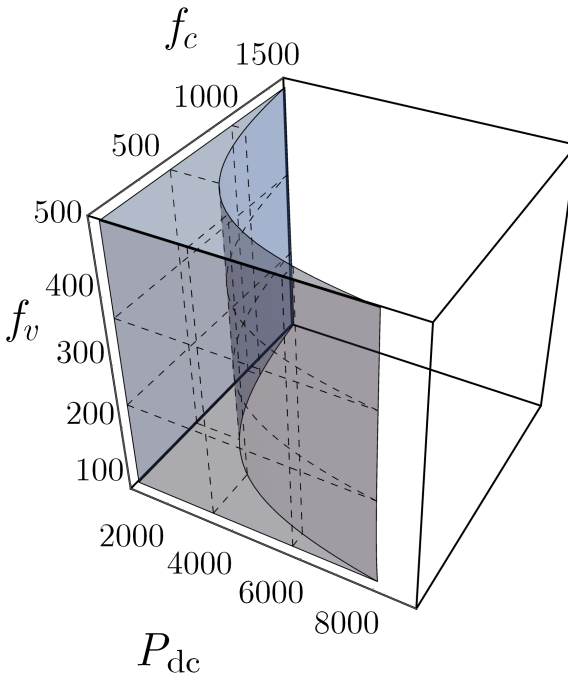


Figura 3.12: Diagrama de estabilidade na superfície  $\{P_{dc}, f_c, f_v\}$  para o controle *washout* do conversor CC-CC. A operação do conversor é estável dentro da superfície indicada e fora, na região em vazio, o modelo é instável.



do conversor CC-CC pode ser vista no diagrama paramétrico da Figura 3.13. Note que o ganho  $k_3$  deve ser positivo, mas a partir de 0,5 não

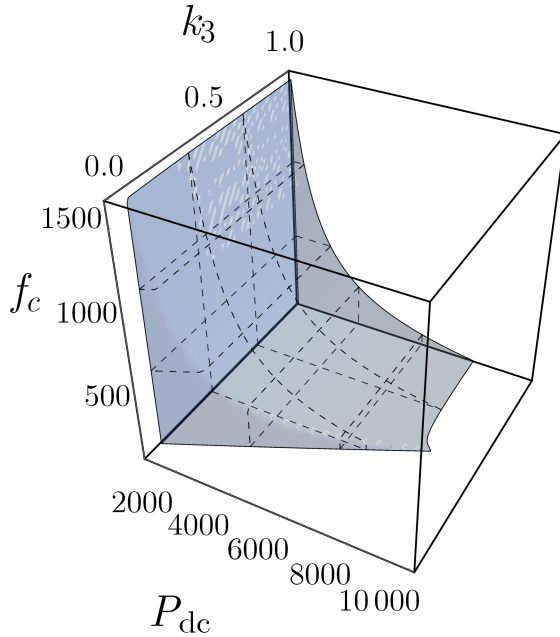


Figura 3.13: Diagrama de estabilidade na superfície  $\{P_{dc}, f_c, k_3\}$  para o controle *washout* do conversor CC-CC. A operação do conversor é estável dentro da superfície indicada e fora, na região em vazio, o modelo é instável.

afeta a estabilidade do conversor, enquanto que para a frequência do filtro *washout*, valores menores garantem uma região de estabilidade maior, mas isto irá interferir na resposta dinâmica do conversor. Para compreender o motivo da instabilidade de  $k_3$  podemos projetar o plano  $\{P_{dc}, k_3\}$  com  $f_c = 200$  Hz como a Figura 3.14 mostra e observar que a origem da instabilidade reside no termo  $Li - k_3 C v_k$ . Quando este termo é igual a zero, a ação de controle tende a infinito, deixando o sistema saturado e em malha aberta. Enquanto que a interação da resistência de *droop* com a potência está mostrada na Figura 3.15, com o diagrama similar ao do controle em cascata (veja Figura 3.9).

A comparação dos dois controladores, (i) cascata com realimentação linearizante e (ii) utilizando um filtro *washout*, pode ser vista na Figura 3.16 para um degrau na potência aplicado em  $t = 0,2$  s. O controle

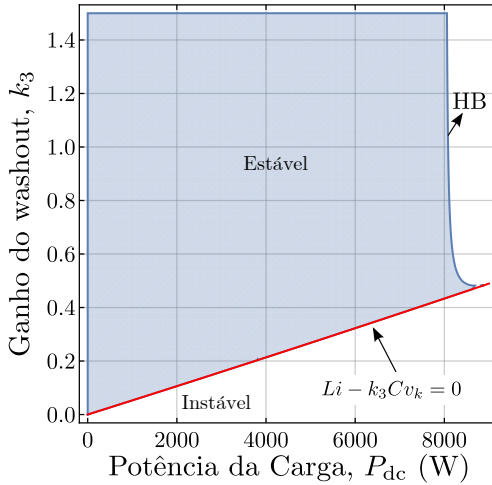


Figura 3.14: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{dc}, k_3\}$  para o controle *washout* do conversor CC-CC. A linha em vermelho identifica a curva em que o sistema perde controlabilidade (sistema não possui grau relativo definido).

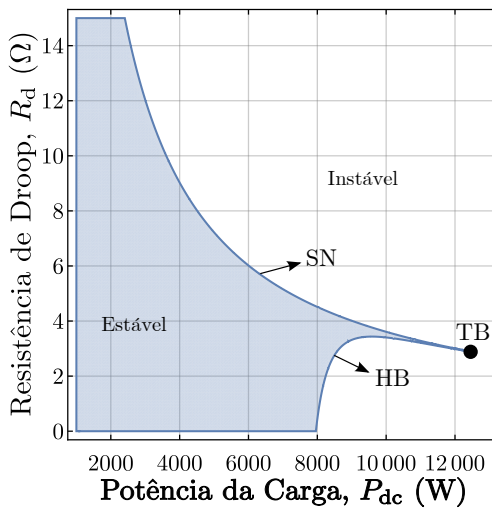


Figura 3.15: Diagrama de estabilidade ou conjunto de bifurcações no plano  $\{P_{dc}, R_d\}$  para o controle *washout* do conversor CC-CC.

em cascata apresenta um melhor desempenho na resposta transitória, quando comparado com o controlador baseado no filtro *washout*, vide Figura 3.16. O principal problema do controle via o filtro *washout* é que o desempenho dinâmico é uma função basicamente da frequência de corte  $\omega_c$  e do ganho  $k_3$ , mas estes parâmetros possuem restrições significativas para que o conversor seja estável (Figura 3.13), enquanto os ganhos  $k_1$  e  $k_2$  tem um papel secundário.

Pelas razões anteriormente apresentadas, o controle em cascata com realimentação linearizante é superior ao controle utilizando o filtro *washout* para o caso apresentado e será o adotado ao longo desta tese para controlar a fonte CC-CC.

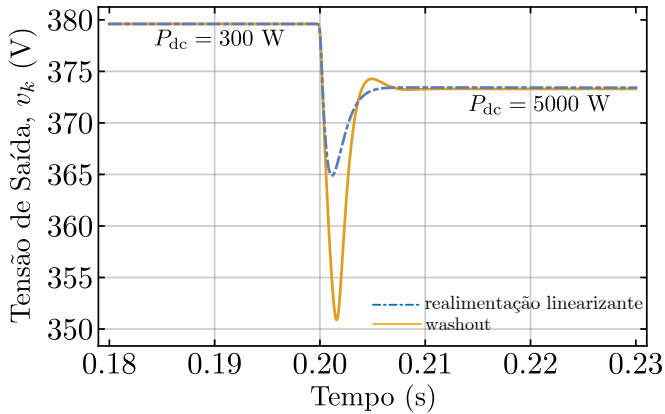


Figura 3.16: Comparativo do controle em cascata com o controle *washout* para o conversor CC-CC durante um degrau de carga.

### 3.4 Controle do conversor CC-CC bidirecional no modo bateria

Quando a fonte CC da Figura 3.1 opera no modo de carregamento da bateria, a tensão  $v_k$  não é mais controlada e é necessário um modelo da bateria para projetar o controle neste modo de operação. Como a dinâmica da bateria é extremamente lenta quando comparada com a dinâmica do conversor é possível utilizar um modelo simples da bateria, dada por uma fonte de tensão em série com uma resistência. O circuito equivalente pode ser visto na Figura 3.17.

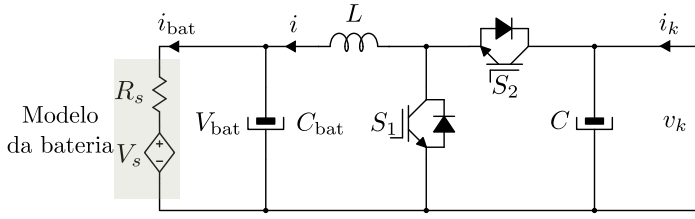


Figura 3.17: Conversor CC-CC no modo carregamento de bateria.

O sistema de controle no modo carregamento de bateria pode ser baseado na estrutura de controle em cascata, como apresentado na Figura 3.2 e quando adaptado para o modo bateria, temos então a estrutura vista na Figura 3.18. O controle da bateria será desenvolvido

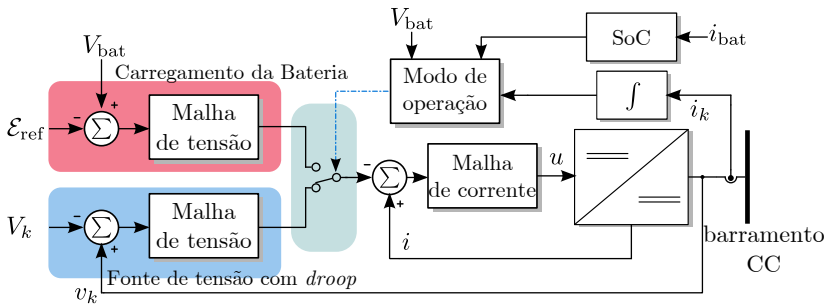


Figura 3.18: Diagrama de blocos da estrutura de controle em cascata para os modos bateria e fonte com *droop*.

para operar em paralelo com o controle em cascata da Seção 3.3.1, inclusive com a mesma malha de corrente, com a diferença de que no modo fonte com *droop*, o sinal de referência para a malha de corrente é positivo, enquanto que, para o modo carregamento de bateria, este sinal é negativo (as equações de equilíbrio do sistema fornecem o sinal de  $i_{ref}$  para cada modo de operação). A decisão de qual dos modos o conversor deve operar pode ser baseado nas seguintes informações:

- estado da carga (SoC), que pode ser estimado a partir da corrente da bateria;
- sentido da corrente de saída.

O SoC é definido como sendo

$$\text{SoC}(t) = \text{SoC}(t_0) - \frac{1}{c_n} \int_{t_0}^t i_{\text{bat}} dt \quad (3.59)$$

em que  $c_n$  é a capacidade da bateria,  $c_n = 3600q$  com  $q$  sendo a capacidade de carga da bateria expressa em Ah. A estimação do SoC não será estudada nesta tese, mas para mais detalhes sobre o assunto veja [38, 92, 93, 94].

Com o SoC obtido, é possível definir uma faixa de operação (por exemplo entre 70% e 90% do SoC) que o conversor pode operar tanto no modo fonte com *droop* como no modo de carregamento de bateria. Nesta faixa de operação, a decisão pode ser feita baseada no sentido da corrente de saída ( $i_k$ ) do conversor. É possível que o sentido de  $i_k$  possa mudar somente durante o transiente de um degrau de carga, por exemplo. Para evitar que o conversor fique comutando entre os modos de operação, o valor médio (integral) de  $i_k$  é calculada durante uma janela de tempo  $T$  e somente depois é que uma decisão é tomada, logo

$$\text{signal} \left\{ \int_t^{t+T} i_k dt \right\} \quad (3.60)$$

indica se o resto da microrrede está demandando potência, ou se está fornecendo potência para a fonte CC-CC.

Com base no modelo da bateria, representada por uma fonte de tensão e uma resistência, a dinâmica de  $V_{\text{bat}}$  é dada por

$$C_{\text{bat}} \frac{dV_{\text{bat}}}{dt} = -i - \frac{v_{\text{bat}} - V_s}{R_s} \quad (3.61)$$

Assumindo que a malha de corrente é dada por (3.11), podemos propor como sinal de referência para a malha de corrente um controle PI:

$$i_{\text{ref}} = k_1^b (V_{\text{bat}} - \mathcal{E}_{\text{ref}}) + k_2^b \xi_b \quad (3.62)$$

$$\frac{d\xi_b}{dt} = V_{\text{bat}} - \mathcal{E}_{\text{ref}} \quad (3.63)$$

em que  $\mathcal{E}_{\text{ref}}$  é o sinal de referência para a tensão da bateria. O sistema completo é linear e dado por

$$L \frac{di}{dt} = -k_p i + k_p k_1^b (V_{\text{bat}} - \mathcal{E}_{\text{ref}}) + k_p k_2^b \xi_b \quad (3.64)$$

$$C_{\text{bat}} \frac{dV_{\text{bat}}}{dt} = -i - \frac{V_{\text{bat}} - V_s}{R_s} \quad (3.65)$$

$$\frac{d\xi_b}{dt} = V_{\text{bat}} - \mathcal{E}_{\text{ref}} \quad (3.66)$$

O polinômio característico é

$$\Delta(\lambda) = \lambda^3 + \left( \omega_i + \frac{1}{R_s C_{\text{bat}}} \right) \lambda^2 + \left( \frac{\omega_i}{R_s C_{\text{bat}}} + \frac{\omega_i k_1^b}{C_{\text{bat}}} \right) \lambda + \frac{\omega_i k_2^b}{C_{\text{bat}}} \quad (3.67)$$

O critério de Routh-Hurwitz fornece a seguinte desigualdade que deve ser satisfeita para garantir que o sistema seja estável

$$\frac{\omega_i}{R_s C_{\text{bat}}} + \frac{1}{R_s^2 C_{\text{bat}}^2} + \frac{k_1^b}{R_s C_{\text{bat}}^2} + \frac{\omega_i k_1^b}{C_{\text{bat}}} > \frac{k_2^b}{C_{\text{bat}}} \quad (3.68)$$

Todos os parâmetros desta desigualdade são positivos, logo como os últimos dois termos ( $\omega_i k_1^b / C_{\text{bat}}$  e  $k_2^b / C_{\text{bat}}$ ) não envolvem a resistência da bateria, então podemos ignorar todos os termos com  $R_s$  e utilizar a relação conservativa

$$\omega_i k_1^b > k_2^b \quad (3.69)$$

para garantir que o controle PI seja estável para qualquer valor de  $R_s$  (condição suficiente). Note que esta relação conservativa depende somente dos parâmetros do controle e do indutor de filtro ( $\omega_i = k_p / L$ ).

### 3.5 Modelagem do conversor CA-CC

O outro tipo de fonte CC com *droop* que será explorada é um conversor CA-CC que interliga uma rede alternada com a microrrede CC. A Figura 3.19 mostra a topologia básica desta fonte, enquanto que a Tabela 3.2 mostra os parâmetros do conversor CA-CC. A tensão  $V_r$  é o valor nominal da tensão de saída da fonte CC (2.1).

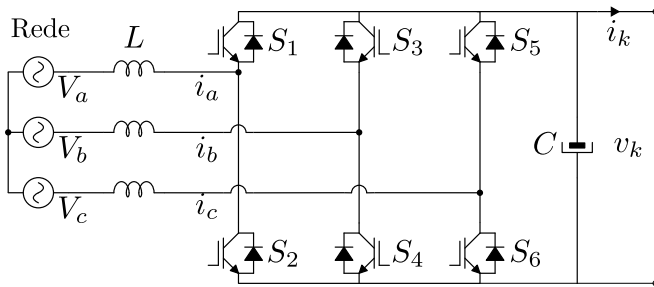


Figura 3.19: Conversor CA-CC trifásico.

Tabela 3.2: Parâmetros do conversor CA-CC.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$L$	250 $\mu\text{H}$	$V_r$	380 V
$C$	500 $\mu\text{F}$	$P_{\max}$	5 kW
$\sqrt{3}V_{\text{pk}}$	100 V	$f_s$	19,98 kHz

O modelo por valores médios utilizando variáveis de fase do conversor CA-CC é dado por

$$L \frac{di_a}{dt} = -v_k u_a + V_a - V_z \quad (3.70)$$

$$L \frac{di_b}{dt} = -v_k u_b + V_b - V_z \quad (3.71)$$

$$L \frac{di_c}{dt} = -v_k u_c + V_c - V_z \quad (3.72)$$

$$C \frac{dv_k}{dt} = i_a u_a + i_b u_b + i_c u_c - i_k \quad (3.73)$$

em que  $V_z$  é a tensão de modo-comum,  $i_{abc}$  são as correntes no indutor de filtro  $L$ ,  $V_{abc}$  são as tensões da rede CA,  $i_k$  é a corrente de saída e por último a tensão CC no capacitor  $C$  é  $v_k$ . As razões cíclicas de cada braço são definidas no seguinte intervalo  $\mathbf{u}_{abc} \in (-1/2, 1/2)$ , enquanto que as razões cíclicas de cada interruptor  $S_i$  se relacionam com  $\mathbf{u}_{abc}$  via

$$u_{s1} = \frac{1}{2} + u_a \quad u_{s3} = \frac{1}{2} + u_b \quad u_{s5} = \frac{1}{2} + u_c \quad (3.74)$$

com  $\mathbf{u}_{s135} \in (0, 1)$ . Lembrando que as razões cíclicas  $u_{s2}$ ,  $u_{s4}$  e  $u_{s6}$  são o complemento de  $u_{s1}$ ,  $u_{s3}$  e  $u_{s5}$ , respectivamente. As tensões da rede CA são assumidas como sendo (a referência angular adotada é para as tensões linha-linha)

$$\begin{cases} V_a = V_{\text{pk}} \text{sen}(\theta_g - \pi/6) \\ V_b = V_{\text{pk}} \text{sen}(\theta_g - 5\pi/6) \\ V_c = V_{\text{pk}} \text{sen}(\theta_g + \pi/2) \end{cases} \quad (3.75)$$

O modelo do retificador também pode ser escrito em termos das

variáveis de linha,  $i_{ab} = (i_a - i_b)/3$  e  $V_{ab} = V_a - V_b$ , como se segue

$$3L \frac{di_{ab}}{dt} = -v_k u_{ab} + V_{ab} \quad (3.76)$$

$$3L \frac{di_{bc}}{dt} = -v_k u_{bc} + V_{bc} \quad (3.77)$$

$$3L \frac{di_{ca}}{dt} = -v_k u_{ca} + V_{ca} \quad (3.78)$$

$$C \frac{dv_k}{dt} = i_{ab} u_{ab} + i_{bc} u_{bc} + i_{ca} u_{ca} - i_k \quad (3.79)$$

com

$$\begin{cases} V_{ab} = \sqrt{3}V_{pk} \operatorname{sen}(\theta_g) \\ V_{bc} = \sqrt{3}V_{pk} \operatorname{sen}(\theta_g - 2\pi/3) \\ V_{ca} = \sqrt{3}V_{pk} \operatorname{sen}(\theta_g + 2\pi/3) \end{cases} \quad (3.80)$$

Assumindo que  $u_a + u_b + u_c = 0$ , as razões cíclicas de fase se relacionam com as razões cíclicas de linha por

$$\begin{cases} u_{s1} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}u_{ab} + \frac{1}{3}u_{bc} \\ u_{s3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}u_{ab} + \frac{1}{3}u_{bc} \\ u_{s5} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}u_{ab} - \frac{2}{3}u_{bc} \end{cases} \quad (3.81)$$

O modelo que será utilizado ao longo desta tese é a versão com as variáveis de linha com a indutância equivalente dada por  $3L = L_e$ .

Aplicando a transformada  $\alpha\beta 0$  definida por (2.9) em (3.76)-(3.79), temos

$$L_e \frac{di_\alpha}{dt} = -v_k u_\alpha + V_\alpha \quad (3.82)$$

$$L_e \frac{di_\beta}{dt} = -v_k u_\beta + V_\beta \quad (3.83)$$

$$C \frac{dv_k}{dt} = i_\alpha u_\alpha + i_\beta u_\beta - i_k \quad (3.84)$$

Em coordenadas  $\alpha\beta$  a tensão da rede é dada por

$$V_\alpha = \frac{3}{\sqrt{2}}V_{pk} \cos \theta_g \quad V_\beta = \frac{3}{\sqrt{2}}V_{pk} \operatorname{sen} \theta_g \quad (3.85)$$

ou

$$\underline{V}_{\alpha\beta} = V_\alpha + jV_\beta = \|\underline{V}_{\alpha\beta}\| e^{j\theta_g} \quad (3.86)$$

com  $\|\underline{V}_{\alpha\beta}\| = 3/\sqrt{2}V_{pk}$ .



## 3.6 Controle do conversor CA-CC

O retificador deve implementar o PFC para que as correntes no indutor de filtro drenem somente potência ativa da rede CA, portanto a primeira etapa no projeto do sistema de controle para esta fonte será propor uma malha de sincronismo. O diagrama de blocos do sistema de controle proposto pode ser visto na Figura 3.20.

Aplicando a transformada  $dq$  dada por (2.10) nas tensões da rede, temos que

$$\begin{cases} V_d = \|V_{\alpha\beta}\| \cos(\theta_g - \theta_{\text{pll}}) \\ V_q = \|V_{\alpha\beta}\| \text{sen}(\theta_g - \theta_{\text{pll}}) \end{cases} \quad (3.87)$$

onde  $\theta_{\text{pll}}$  é o ângulo que deve ser sincronizado com  $\theta_g$ . Escolhendo a estrutura do PLL dado por (2.96)-(2.97), a dinâmica do erro de sincronismo,  $\delta = \theta_g - \theta_{\text{pll}}$ , é dada por

$$\frac{d\delta}{dt} = (\omega_g - \omega_r) - k_1^{\text{pll}} \|V_{\alpha\beta}\| \text{sen} \delta - k_2^{\text{pll}} \xi_{\text{pll}} \quad (3.88)$$

$$\frac{d\xi_{\text{pll}}}{dt} = \|V_{\alpha\beta}\| \text{sen} \delta \quad (3.89)$$

Este sistema é localmente estável em torno de  $\delta = 0$ , mas percebe que  $(\delta, \xi_{\text{pll}}) \in \{\mathbb{S}^1, \mathbb{R}\}$ , ou seja,  $\delta(t + 2\pi) = \delta(t)$ . Os parâmetros do PLL estão contidos na Tabela 3.3.

Agora podemos verificar a estabilidade do PLL (note que a dinâmica do PLL é desacoplada do resto da dinâmica do retificador) vista na Figura 3.21, que mostra o plano de fase  $\{\delta, \xi_{\text{pll}}\}$  do PLL. No diagrama do plano de fase o equilíbrio estável<sup>5</sup> ocorre em  $\delta = \{0, 2\pi, -2\pi, \dots\}$  (sincronismo), enquanto que o equilíbrio instável (ponto-de-sela) ocorre em  $\delta = \{-\pi, \pi, \dots\}$ .

### 3.6.1 Malha de corrente

O modelo da fonte CA-CC pode ser colocado em coordenadas  $dq$ , logo

$$L_e \frac{di_{dq}}{dt} = -j\omega_{\text{pll}} L_e i_{dq} - v_k u_{dq} + V_{dq} \quad (3.90)$$

$$C \frac{dv_k}{dt} = i_d u_d + i_q u_q - i_k \quad (3.91)$$

---

<sup>5</sup>Como a variável  $\delta$  é periódica em  $2\pi$ , o mesmo equilíbrio aparece várias vezes. Isto é, no intervalo fundamental  $\{+\pi, -\pi\}$  o sistema apresenta somente dois equilíbrios, um estável em  $(0, 0)$  e outro instável (ponto de sela) em  $(\pm\pi, 0)$ , o resto são múltiplos matemáticos.

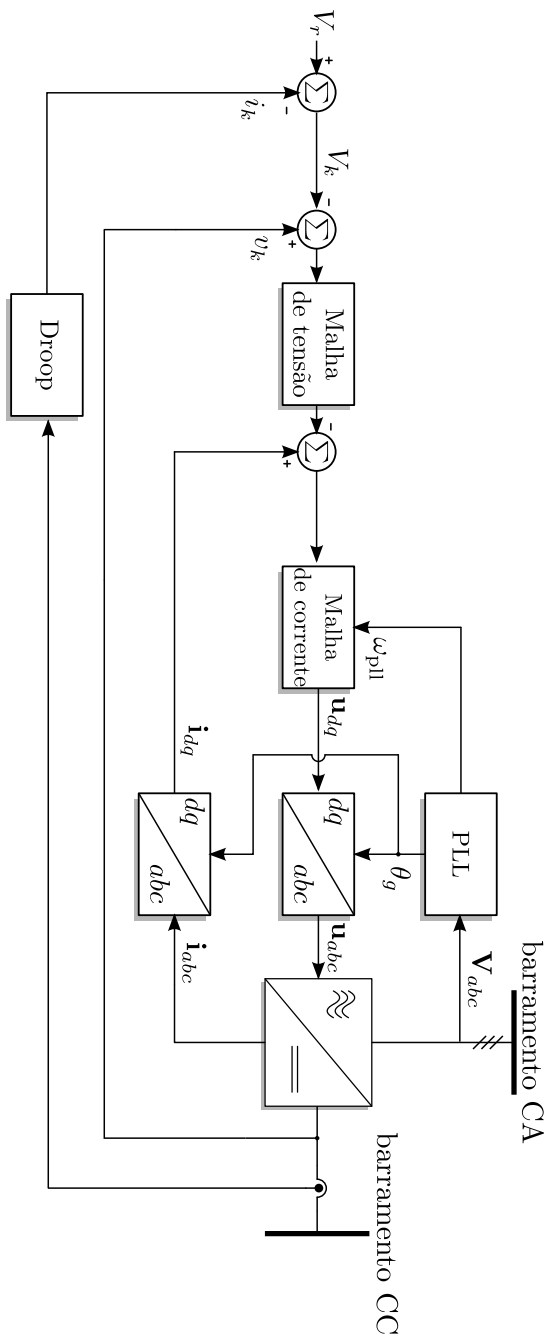


Figura 3.20: Diagrama de blocos do sistema de controle da fonte CA-CC.

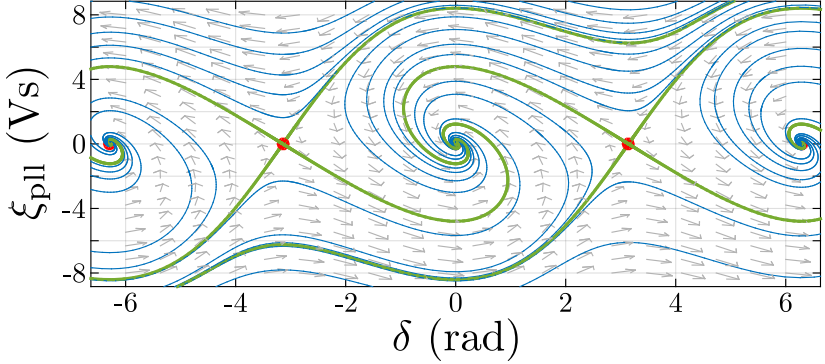


Figura 3.21: Plano de fase  $\{\delta, \xi_{\text{pll}}\}$  para o PLL do conversor CA-CC. As curvas em verde denotam as separatrizes.

Tabela 3.3: Parâmetros do PLL do conversor CA-CC.

Parâmetro	Valor
$\omega_r$	377 rad/s
$k_1^{\text{pll}}$	0,269225
$k_2^{\text{pll}}$	11,9632

A malha de corrente pode ser projetada via a técnica realimentação linearizante<sup>6</sup> via um controle equivalente  $\nu_{dq}^{\text{eq}}$ :

$$L_e \frac{d\dot{i}_{dq}}{dt} = -j\omega_{\text{pll}} L_e \dot{i}_{dq} - v_k \underline{u}_{dq} + V_{dq} = \nu_{dq}^{\text{eq}} \quad (3.92)$$

Adotando uma lei de controle do tipo PI para  $\nu_{dq}^{\text{eq}}$ , temos que

$$\nu_{dq}^{\text{eq}} = -k_1^i (\dot{i}_{dq} - i_{\text{ref}}) - k_2^i \xi_{dq} \quad (3.93)$$

$$\frac{d\xi_{dq}}{dt} = \dot{i}_{dq} - i_{\text{ref}} \quad (3.94)$$

em que  $k_1^i$  é o ganho proporcional,  $k_2^i$  é o ganho da ação integral,  $\xi_{dq}$  é a variável associada com a ação integral e  $i_{\text{ref}}$  o sinal de referência<sup>7</sup>.

<sup>6</sup>Veja [95, 96] para técnicas de controle similar ao que será desenvolvido para o conversor CA-CC trifásico.

<sup>7</sup>Note que este sinal é somente real, pois a referência da componente em quadratura da corrente deve se anular, já que a tensão em quadratura da entrada é nula devido ao PLL.

As razões cíclicas são, então, dadas por

$$\underline{u}_{dq} = \frac{-j\omega_{\text{pll}}L_e \dot{i}_{dq} + V_{dq} - v_{dq}^{\text{eq}}}{v_k} \quad (3.95)$$

ou

$$u_d = \frac{1}{v_k} [V_d + \omega_{\text{pll}}L_e i_q + k_1^i (i_d - i_{\text{ref}}) + k_2^i \xi_d] \quad (3.96)$$

$$u_q = \frac{1}{v_k} [V_q - \omega_{\text{pll}}L_e i_d + k_1^i i_q + k_2^i \xi_q] \quad (3.97)$$

e a dinâmica da malha de corrente passa a ser

$$L_e \frac{d\dot{i}_{dq}}{dt} = -k_1^i (\dot{i}_{dq} - i_{\text{ref}}) - k_2^i \xi_{dq} \quad (3.98)$$

Expandindo as componentes,

$$L_e \frac{di_d}{dt} = -k_1^i (i_d - i_{\text{ref}}) - k_2^i \xi_d \quad (3.99)$$

$$L_e \frac{di_q}{dt} = -k_1^i i_q - k_2^i \xi_q \quad (3.100)$$

$$\frac{d\xi_d}{dt} = i_d - i_{\text{ref}} \quad (3.101)$$

$$\frac{d\xi_q}{dt} = i_q \quad (3.102)$$

e assumindo que  $i_{\text{ref}}$  é aproximadamente constante para a malha de corrente, os ganhos podem ser escolhidos de acordo com

$$\begin{cases} k_1^i = 2\zeta_i \omega_i L_e \\ k_2^i = \omega_i^2 L_e \end{cases} \quad (3.103)$$

o que leva a dinâmica das correntes a ser dada por

$$\frac{d\dot{i}_{dq}}{dt} = -2\zeta_i \omega_i (\dot{i}_{dq} - i_{\text{ref}}) - \omega_i^2 \xi_{dq} \quad (3.104)$$

e com  $\omega_i = 2\pi f_i$ .

O controle proposto para a malha de corrente não garante rejeição para perturbações caso a tensão CA tenha componentes de sequência negativa:

$$\begin{cases} V_{ab}^n = \sqrt{3}V_{\text{pk}} \text{sen}(\theta_g) \\ V_{bc}^n = \sqrt{3}V_{\text{pk}} \text{sen}(\theta_g + 2\pi/3) \\ V_{ca}^n = \sqrt{3}V_{\text{pk}} \text{sen}(\theta_g - 2\pi/3) \end{cases} \quad (3.105)$$

Isto pode ser verificado de acordo com o princípio do modelo interno, ou a sua generalização para sistemas não lineares que é baseada no teorema da variedade central [91]. Em coordenadas  $dq$  e na presença de componentes de sequência negativa, o modelo contém termos variantes no tempo com o dobro da frequência da rede, ou seja, existem perturbações senoidais no modelo do conversor. Como as perturbações podem ser descritas por

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \omega_{\text{dis}} y \\ \frac{dy}{dt} = -\omega_{\text{dis}} x \end{cases} \quad (3.106)$$

então é necessário que o controle coloque dois autovalores no eixo imaginário na mesma frequência do distúrbio ( $\omega_{\text{dis}}$ ).

Em coordenadas  $\alpha\beta$ , o controlador ressonante (PR) [97, 98] dado por

$$\frac{d\xi_{\alpha}}{dt} = \omega_{\text{pll}} \eta_{\alpha} + (i_{\alpha} - i_{\alpha, \text{ref}}) \quad (3.107)$$

$$\frac{d\eta_{\alpha}}{dt} = -\omega_{\text{pll}} \xi_{\alpha} \quad (3.108)$$

$$\frac{d\xi_{\beta}}{dt} = \omega_{\text{pll}} \eta_{\beta} + (i_{\beta} - i_{\beta, \text{ref}}) \quad (3.109)$$

$$\frac{d\eta_{\beta}}{dt} = -\omega_{\text{pll}} \xi_{\beta} \quad (3.110)$$

garante rastreamento na presença de perturbações de sequência negativa. Note que este sistema é simplesmente as equações de um oscilador harmônico (um circuito LC, por exemplo) que possui dois autovalores no eixo imaginário do plano complexo. Reescrevendo em notação complexa, temos que

$$\frac{d\underline{\xi}_{\alpha\beta}}{dt} = \omega_{\text{pll}} \underline{\eta}_{\alpha\beta} + (\underline{i}_{\alpha\beta} - \underline{i}_{\alpha\beta, \text{ref}}) \quad (3.111)$$

$$\frac{d\underline{\eta}_{\alpha\beta}}{dt} = -\omega_{\text{pll}} \underline{\xi}_{\alpha\beta} \quad (3.112)$$

e na base  $dq$ , o controlador ressonante passa a ser dado por

$$\frac{d\underline{\xi}_{dq}}{dt} = -j\omega_{\text{pll}} \underline{\xi}_{dq} + \omega_{\text{pll}} \underline{\eta}_{dq} + (\underline{i}_{dq} - i_{\text{ref}}) \quad (3.113)$$

$$\frac{d\underline{\eta}_{dq}}{dt} = -j\omega_{\text{pll}} \underline{\eta}_{dq} - \omega_{\text{pll}} \underline{\xi}_{dq} \quad (3.114)$$

A lei de controle (3.96)-(3.97) para o controlador ressonante é idêntica ao caso do integrador puro, mas agora os estados  $\xi_d$  e  $\xi_q$  estão acoplados com as novas variáveis  $\eta_d$  e  $\eta_q$ .

### 3.6.2 Discretização do controle ressonante em $dq$

Até então todas as leis de controle apresentadas neste capítulo possuem uma parte não linear que envolve somente as grandezas medidas (parte estática da lei de controle) e alguma ação integral. Em uma situação como esta, a discretização do controle é bastante simples e direta, mas para o controlador ressonante em  $dq$  a discretização é um pouco mais crítica, pois  $\omega_{p11}$  possui uma dinâmica.

A discretização do controlador ressonante pode ser feita via o segurador de ordem zero (ZOH), já que durante um período de amostragem a frequência e as correntes são constantes, então o controlador ressonante pode ser escrito como

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{J}\mathbf{x} + \mathbf{B} \quad (3.115)$$

em que  $\mathbf{x} = [\xi_d \quad \eta_d \quad \xi_q \quad \eta_q]^T$  e com

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{p11} & \omega_{p11} & 0 \\ -\omega_{p11} & 0 & 0 & \omega_{p11} \\ -\omega_{p11} & 0 & 0 & \omega_{p11} \\ 0 & -\omega_{p11} & -\omega_{p11} & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} i_d - i_{\text{ref}} \\ 0 \\ i_q \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.116)$$

A implementação discreta [99] é dada por

$$\mathbf{x}_i = e^{\mathbf{J}T_a} \mathbf{x}_{i-1} + \int_0^{T_a} e^{\mathbf{J}\tau} \mathbf{B} d\tau \quad (3.117)$$

com  $T_a$  o tempo de amostragem e  $i$  a iteração atual. Resolvendo, temos que

$$\begin{aligned} \xi_i^d = & \frac{1}{2} \left\{ \xi_{i-1}^d + \eta_{i-1}^q + (\xi_{i-1}^d - \eta_{i-1}^q) \cos(2\omega_{p11}T_a) \right. \\ & \left. + (\xi_{i-1}^q + \eta_{i-1}^d) \text{sen}(2\omega_{p11}T_a) \right\} + \frac{1}{2} (i_d - i_{\text{ref}}) T_a \\ & + \frac{i_q \text{sen}^2(\omega_{p11}T_a)}{2\omega_{p11}} + \frac{(i_d - i_{\text{ref}}) \text{sen}(2\omega_{p11}T_a)}{4\omega_{p11}} \end{aligned} \quad (3.118)$$

$$\eta_i^d = \frac{1}{2} \left\{ \eta_{i-1}^d - \xi_{i-1}^q + (\eta_{i-1}^d + \xi_{i-1}^q) \cos(2\omega_{p11}T_a) \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + (\eta_{i-1}^q - \xi_{i-1}^d) \text{sen}(2\omega_{\text{pll}}T_a) \Big\} \\
 & - \frac{1}{2}i_qT_a - \frac{(i_d - i_{\text{ref}}) \text{sen}^2(\omega_{\text{pll}}T_a)}{2\omega_{\text{pll}}} + \frac{i_q \text{sen}(2\omega_{\text{pll}}T_a)}{4\omega_{\text{pll}}} \quad (3.119)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \xi_i^q = \frac{1}{2} \Big\{ & \xi_{i-1}^q - \eta_{i-1}^d + (\xi_{i-1}^q + \eta_{i-1}^d) \cos(2\omega_{\text{pll}}T_a) \\
 & + (\eta_{i-1}^q - \xi_{i-1}^d) \text{sen}(2\omega_{\text{pll}}T_a) \Big\} \\
 & + \frac{1}{2}i_qT_a - \frac{(i_d - i_{\text{ref}}) \text{sen}^2(\omega_{\text{pll}}T_a)}{2\omega_{\text{pll}}} + \frac{i_q \text{sen}(2\omega_{\text{pll}}T_a)}{4\omega_{\text{pll}}} \quad (3.120)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \eta_i^q = \frac{1}{2} \Big\{ & \eta_{i-1}^q + \xi_{i-1}^d + (\eta_{i-1}^q - \xi_{i-1}^d) \cos(2\omega_{\text{pll}}T_a) \\
 & - (\eta_{i-1}^d + \xi_{i-1}^q) \text{sen}(2\omega_{\text{pll}}T_a) \Big\} + \frac{1}{2}(i_d - i_{\text{ref}})T_a \\
 & - \frac{i_q \text{sen}^2(\omega_{\text{pll}}T_a)}{2\omega_{\text{pll}}} - \frac{(i_d - i_{\text{ref}}) \text{sen}(2\omega_{\text{pll}}T_a)}{4\omega_{\text{pll}}} \quad (3.121)
 \end{aligned}$$

Como  $\cos(\omega_{\text{pll}}T_a) = \cos(\theta_i - \theta_{i-1})$  e de forma similar com a função seno, é possível escrever todas as funções trigonométricas em termos do seno e cosseno dos ângulos  $\theta_i$  e  $\theta_{i-1}$ .

Esta forma de discretizar é um pouco mais trabalhosa, mas garante rastreamento mesmo quando  $\omega_{\text{pll}}$  muda de valor de um ciclo de operação para o próximo. No resto deste capítulo todas as análises serão focadas para a implementação da malha de corrente utilizando somente a ação integral.

### 3.6.3 Malha de tensão

A modelagem da malha de tensão é desenvolvida assumindo que a malha de corrente está operando em regime permanente e, no caso, as razões cíclicas se tornam

$$\begin{cases} \bar{u}_d = \frac{V_d}{v_k} \\ \bar{u}_q = -\frac{\omega_{\text{pll}}L_e i_{\text{ref}}}{v_k} \end{cases} \quad (3.122)$$

enquanto que as correntes são

$$\begin{cases} \bar{i}_d = i_{\text{ref}} \\ \bar{i}_q = 0 \end{cases} \quad (3.123)$$

o que torna a dinâmica da malha de tensão idêntica a (3.13):

$$C \frac{dv_k}{dt} \cong \frac{V_d}{v_k} i_{\text{ref}} - i_k \quad (3.124)$$

A lei de controle utilizada também será igual ao do conversor CC-CC bidirecional, então temos que

$$i_{\text{ref}} = \frac{v_k}{V_d} \left\{ i_k - k_1 [v_k - (V_r - R_d i_k)] - k_2 \xi_{\text{dc}} \right\} \quad (3.125)$$

$$\frac{d\xi_{\text{dc}}}{dt} = v_k - (V_r - R_d i_k) \quad (3.126)$$

logo,

$$C \frac{dv_k}{dt} \cong -k_1 [v_k - (V_r - R_d i_k)] - k_2 \xi_{\text{dc}} \quad (3.127)$$

### 3.6.4 Análise de estabilidade

Sem realizar as aproximações adotadas anteriormente, a dinâmica das correntes  $i_d$  e  $i_q$  é

$$L_e \frac{di_d}{dt} = -k_1^i i_d - k_2^i \xi_d + k_1^i \frac{v_k}{\|V_{\alpha\beta}\| \cos \delta} \left\{ i_k - k_1 [v_k - (V_r - R_d i_k)] - k_2 \xi_{\text{dc}} \right\} \quad (3.128)$$

$$L_e \frac{di_q}{dt} = -k_1^i i_q - k_2^i \xi_q \quad (3.129)$$

enquanto que a dinâmica da tensão CC é dada por

$$\begin{aligned} C \frac{dv_k}{dt} &= \frac{k_1^i i_d}{\|V_{\alpha\beta}\| \cos \delta} [k_1 v_k + k_2 \xi_{\text{dc}} - (1 - k_1 R_d) i_k - k_1 V_r] \\ &+ \frac{i_d}{v_k} (k_1^i i_d + k_2^i \xi_d + \|V_{\alpha\beta}\| \cos \delta) \\ &+ \frac{i_q}{v_k} (k_1^i i_q + k_2^i \xi_q + \|V_{\alpha\beta}\| \sin \delta) - i_k \end{aligned} \quad (3.130)$$

O modelo completo do retificador em malha fechada é dado pela dinâmica do PLL (3.88)-(3.89), os estados associados com a ação integral das malhas de corrente e tensão, (3.101)-(3.102) e (3.126) e finalmente pela dinâmica das correntes CA e da tensão CC de saída, (3.128)-(3.130), totalizando oito equações diferenciais não lineares. Como a dinâmica de  $(\delta, \xi_{\text{pll}})$  e  $(i_q, \xi_q)$  é independente do resto do sistema, não



é necessário incluir estas variáveis para verificar a estabilidade local do conversor [91]. Isto permite analisar somente quatro equações diferenciais<sup>8</sup>:

$$L_e \frac{di_d}{dt} = -k_1^i i_d - k_2^i \xi_d + k_1^i \frac{v_k}{\|V_{\alpha\beta}\|} \left\{ i_k - k_1 [v_k - (V_r - R_d i_k)] - k_2 \xi_{dc} \right\} \quad (3.131)$$

$$\frac{d\xi_d}{dt} = i_d - \frac{v_k}{\|V_{\alpha\beta}\|} \left\{ i_k - k_1 [v_k - (V_r - R_d i_k)] - k_2 \xi_{dc} \right\} \quad (3.132)$$

$$C \frac{dv_k}{dt} = \frac{i_d}{v_k} (k_1^i i_d + k_2^i \xi_d + \|V_{\alpha\beta}\|) + \frac{k_1^i i_d}{\|V_{\alpha\beta}\|} \left\{ k_1 v_k + k_2 \xi_{dc} - (1 - k_1 R_d) i_k - k_1 V_r \right\} - i_k \quad (3.133)$$

$$\frac{d\xi_{dc}}{dt} = v_k - (V_r - R_d i_k) \quad (3.134)$$

A estabilidade desta fonte será analisada assumindo que a corrente de saída é do tipo CPL,  $i_k = P_{dc}/v_k$ .

O equilíbrio de (3.131)-(3.134) é encontrado como sendo

$$\begin{cases} \bar{i}_d = \frac{P_{dc}}{V_{bat}} \\ \bar{\xi}_d = 0 \\ \bar{\xi}_{dc} = 0 \\ \bar{v}_k = 1/2 \left( V_r + \sqrt{V_r^2 - 4P_{dc}R_d} \right) \end{cases} \quad (3.135)$$

e com a sua linearização no ponto de equilíbrio ( $\tilde{i}_d = i_d - \bar{i}_d$  e de forma

<sup>8</sup>Isto é simples de se verificar, por exemplo

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -ax \\ \dot{y} &= bx - cy \end{aligned}$$

como  $x$  não depende de  $y$  e é assintoticamente estável, então  $\dot{y} = -cy + bx(t) = -cy + bf(t)$ , onde  $f(t)$  é a solução  $x(t)$  que pode ser vista como uma entrada limitada para  $y$ . Este procedimento pode ser estendido para sistemas não lineares, mas só é válido se o sistema não tiver autovalores no eixo imaginário, além de ser uma análise somente local. Este é o princípio de se usar a dinâmica zero ao invés da dinâmica interna na teoria do controle por realimentação linearizante.

similar para as outras variáveis) dada por

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{i}_d}{dt} = & - \left( \frac{k_1^i}{L_e} \right) \tilde{i}_d + \left( \frac{k_1^i k_1 [V_r - 2\bar{v}_k]}{L_e \|V_{\alpha\beta}\|} \right) \tilde{v}_k \\ & - \left( \frac{k_1^i k_2 \bar{v}_k}{L_e \|V_{\alpha\beta}\|} \right) \tilde{\xi}_{dc} - \left( \frac{k_2^i}{L_e} \right) \tilde{\xi}_d \end{aligned} \quad (3.136)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{v}_k}{dt} = & \left( \frac{\|V_{\alpha\beta}\|^2 + k_1^i [P_{dc} + k_1 P_{dc} R_d + k_1 \bar{v}_k (\bar{v}_k - V_r)]}{C \bar{v}_k \|V_{\alpha\beta}\|} \right) \tilde{i}_d \\ & + \left( \frac{k_1^i k_1 P_{dc} [\bar{v}_k^2 - P_{dc} R_d]}{C \bar{v}_k^2 \|V_{\alpha\beta}\|^2} \right) \tilde{v}_k \\ & + \left( \frac{k_1^i k_2 P_{dc}}{C \|V_{\alpha\beta}\|^2} \right) \tilde{\xi}_{dc} + \left( \frac{k_2^i P_{dc}}{C \bar{v}_k \|V_{\alpha\beta}\|} \right) \tilde{\xi}_d \end{aligned} \quad (3.137)$$

$$\frac{d\tilde{\xi}_{dc}}{dt} = \left( 1 - \frac{R_d P_{dc}}{\bar{v}_k^2} \right) \tilde{v}_k \quad (3.138)$$

$$\frac{d\tilde{\xi}_d}{dt} = \tilde{i}_d + \left( \frac{k_1 [2\bar{v}_k - V_r]}{\|V_{\alpha\beta}\|} \right) \tilde{v}_k + \left( \frac{k_2 \bar{v}_k}{\|V_{\alpha\beta}\|} \right) \tilde{\xi}_{dc} \quad (3.139)$$

O polinômio característico possui o seguinte formato

$$\Delta(\lambda) = \lambda^4 + a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 \quad (3.140)$$

e os coeficientes devem satisfazer as seguintes relações

$$\begin{cases} a_3 > 0 \\ a_3 a_2 > a_1 \\ a_1 (a_3 a_2 - a_1) > a_0 a_3^2 \\ a_0 > 0 \end{cases} \quad (3.141)$$

para garantir estabilidade local. Os ganhos da malha de corrente  $k_1^i$  e  $k_2^i$ , (3.103), são descritos pelo amortecimento  $\zeta_i$  e pela frequência  $f_i$  (com  $\omega_i = 2\pi f_i$ ), logo adotando o valor de  $\zeta_i = 0,707$  podemos estudar a estabilidade do conversor simplesmente variando a frequência  $f_i$ .

No caso da fonte CC com o controle em cascata, o polinômio característico era de terceira ordem, mas para o conversor CA-CC o polinômio característico é de quarta ordem, então para deduzir o amortecimento  $\zeta_j$  temos que

$$\Delta(\lambda) = (\lambda^2 + 2\zeta_1 \omega_1 \lambda + \omega_1^2) (\lambda^2 + 2\zeta_2 \omega_2 \lambda + \omega_2^2) \quad (3.142)$$

ou seja, existem dois  $\zeta_j$ . Todos os autovalores devem satisfazer uma relação entre a sua parte imaginária e parte real, com o amortecimento mínimo dado por  $\zeta_j > 0.5$  para  $j \in \{1, 2\}$ . Para estudar o ganho proporcional,  $k_1$ , da malha de tensão podemos fixar todos os outros parâmetros em  $f_i = 1000$  Hz,  $R_d = 0,5 \Omega$  e  $k_2 = 100$ , logo o diagrama de estabilidade da fonte no plano  $\{P_{dc}, k_1\}$  pode ser visto na Figura 3.22. No caso do ganho integral da malha de tensão,  $k_2$ , fixando  $k_1 =$

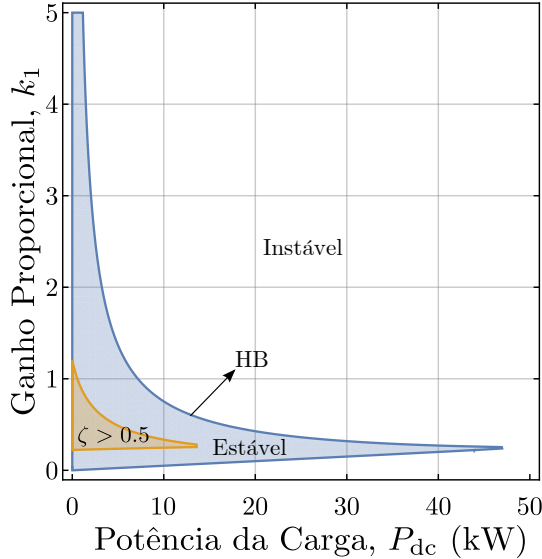


Figura 3.22: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{dc}, k_1\}$  para o conversor CA-CC (ganho proporcional da malha de tensão).

0,25 e mantendo os demais parâmetros como no caso anterior, podemos montar o diagrama de estabilidade da fonte no plano  $\{P_{dc}, k_2\}$  como visto na Figura 3.23. O efeito da frequência da malha de corrente na estabilidade da fonte está apresentada na Figura 3.24 para  $k_1 = 0,25$ ,  $k_2 = 100$  e  $R_d = 0,5 \Omega$ , enquanto que o efeito da resistência de *droop*  $R_d$  na estabilidade do conversor CA-CC pode ser visto na Figura 3.25 com  $k_1 = 0,25$ ,  $k_2 = 100$  e  $f_i = 1000$  Hz. Assim como no caso da fonte CC, existem duas formas que o conversor CA-CC pode se instabilizar para diferentes valores de  $R_d$ . A primeira é a bifurcação de Hopf (HB) que causa oscilações nas variáveis do conversor e a segunda é a bifurcação sela-nó de equilíbrios (SN) que indica o desaparecimento de equilíbrios para o sistema, comportamento típico da CPL quando a carga pede

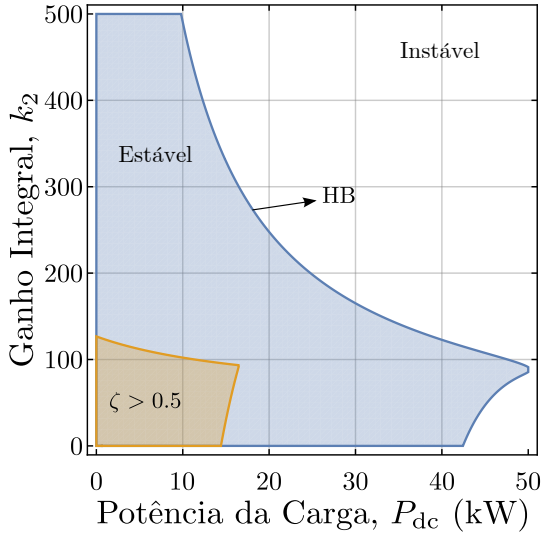


Figura 3.23: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{dc}, k_2\}$  para o conversor CA-CC (ganho integral da malha de tensão).

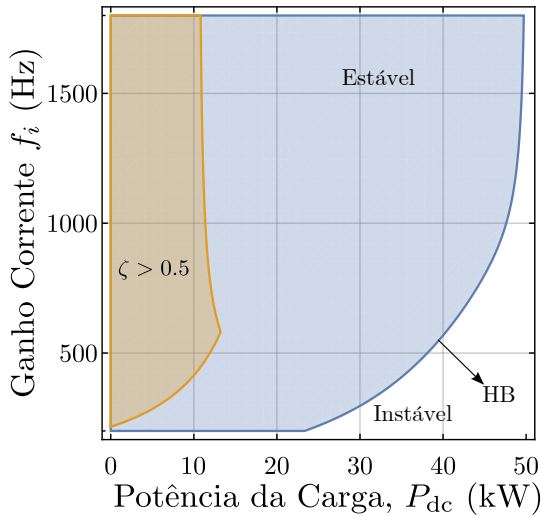


Figura 3.24: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{dc}, f_i\}$  para o conversor CA-CC (frequência de cruzamento, (3.103), da malha de corrente).

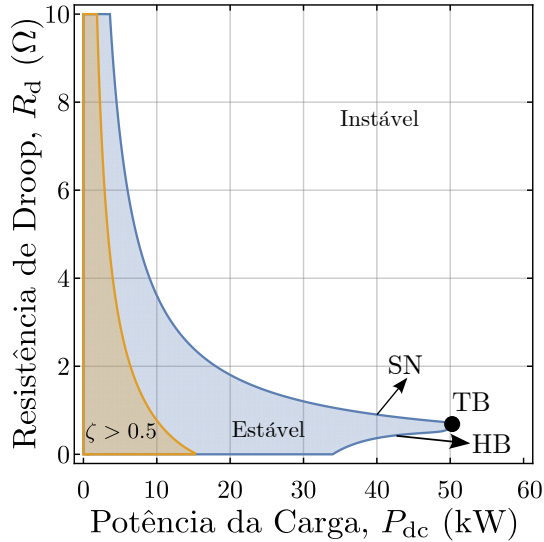


Figura 3.25: Diagrama de estabilidade ou conjunto de bifurcações no plano  $\{P_{dc}, R_d\}$  para o conversor CA-CC.

mais potência do que a fonte possa fornecer.

O modelo médio reduzido da fonte CA-CC em malha fechada, (3.131)-(3.134), pode ser comparado com a sua versão completa comutada e com o controle implementado de forma discreta, como mostra as Figuras 3.26 (forma de onda da tensão de saída) e 3.27 (forma de onda da corrente de eixo direto). No caso da corrente de eixo direto, a forma de onda do modelo comutado completo possui duas variantes, pois a variável de estado  $i_d$  não é medida diretamente do circuito, como as outras variáveis, ela é gerada pelo sistema de controle e que no caso é discreto:

- $i_d$  indicado por *modelo comutado* na Figura 3.27 é gerado a partir das medições analógicas;
- $i_d$  indicado por *modelo discreto* na Figura 3.27 é gerado dentro do sistema de controle discreto, logo esta variável é discreta;

Lembrando que o controle para os casos *modelo comutado* e *modelo discreto* é o mesmo, somente que a variável da corrente de eixo direto é medida de forma diferente. Finalmente, veja que durante o degrau de potência, o transitório do modelo médio ficou um pouco diferente

quando comparado com o caso da fonte CC (Figuras 3.10 e 3.11). Esta maior diferença para o retificador é devido à simplificação feita ao ignorar a dinâmica do PLL e da corrente de eixo em quadratura, que é válida em termos da estabilidade local.

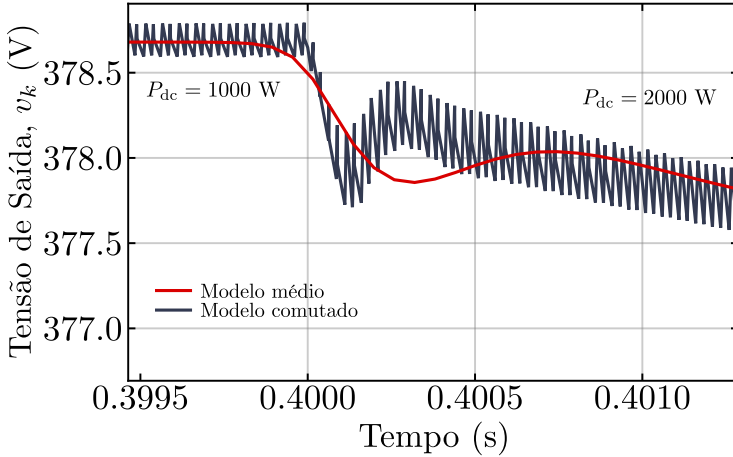


Figura 3.26: Forma de onda da tensão de saída  $v_k$  comparando o modelo por valores médios reduzido com o modelo comutado completo.

### 3.7 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os conversores CC-CC e CA-CC bidirecionais utilizados na microrrede CC que será estudada a seguir. Os controladores locais utilizados adotam uma estrutura em cascata, malha interna de corrente e malha externa de tensão. A técnica de realimentação linearizante foi aplicada para projetar as duas malhas de controle. Diagramas que relacionam os ganhos dos controladores com a potência de saída foram apresentados com o objetivo de garantir a estabilidade do sistema e auxiliar na escolha dos ganhos dos controladores.

No próximo capítulo são adotados valores conservativos para os ganhos dos controladores tendo em vista que, nas microrredes a serem estudadas, a interação entre as fontes e as cargas são mais complicadas que o modelo CPL adotado neste capítulo<sup>9</sup>. Note que ambas as fontes

<sup>9</sup>A dificuldade na interação fonte-carga que existe em microrredes é a presença

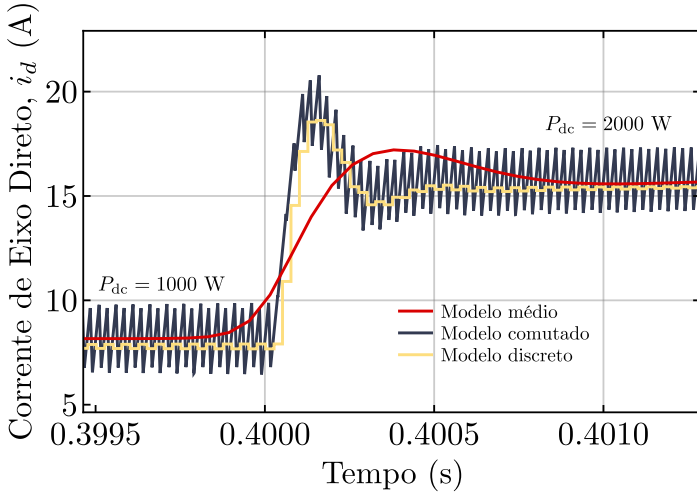


Figura 3.27: Forma de onda da corrente de eixo direto  $i_d$  comparando o modelo por valores médios reduzido com o modelo comutado e o modelo discreto completos.

mostradas aqui são sistemas de fase não mínima e isto impõe uma restrição forte na dinâmica da malha de tensão, que deve ser lenta, mas para a malha de corrente o único limite superior é devido a questões auxiliares como a discretização das leis de controle e o atraso devido ao PWM.

A forma de apresentar o projeto dos ganhos do sistema de controle, diagramas paramétricos, são de certa forma uma pequena contribuição deste trabalho, já que não são comuns de se encontrar na literatura técnica. Por último, veja que os ganhos proporcionais da malha de tensão dos conversores CC-CC (Figura 3.6) e CA-CC (Figura 3.22) injetam amortecimento, mas em ambos os casos aumentar demasiadamente este parâmetro pode vir a diminuir a faixa de potência que o conversor é estável. Este capítulo foi baseado nos seguintes artigos [17, 18, 20].

---

de elementos reativos (indutâncias e capacitâncias) entre a saída das fontes e a CPL. Estes elementos podem alterar a estabilidade e com o risco de deteriorar os resultados mostrados neste capítulo, principalmente na presença de efeitos indutivos grandes entre a fonte e a carga.





# Capítulo 4

## Análise de Microrredes CC

### 4.1 Introdução

Este capítulo visa estudar uma pequena microrrede CC com fontes renováveis (PV), fontes com *droop* e uma CPL. O objetivo é obter um modelo reduzido desta pequena rede elétrica e aplicar técnicas de bifurcações para compreender o comportamento dinâmico deste sistema.

As duas fontes CC apresentadas no Capítulo 3 são as fontes primárias e que controlam a tensão no barramento via o *droop* CC. A fonte renovável é um conversor CC-CC conectado a um PV operando no MPPT e, como mencionado no Capítulo 2, a fonte renovável é modelada como uma CPS. Por último, um conversor CC-CC é a carga da microrrede CC e assim como o PV é modelado como uma CPL. Note que apesar de apresentar o conceito de DCPL (Seção 2.4) como uma forma de se obter modelos mais precisos de cargas, para a microrrede CC que será analisada nesta tese, os modelos instantâneos são suficientes, mas para o estudo de microrredes CA (Capítulos 5 e 6) será de fato necessário utilizar a DCPL.

A configuração da microrrede CC é apresentada na Figura 4.1, enquanto que o modelo de circuitos está na Figura 4.2. Veja que a notação de alguns parâmetros e variáveis não é necessariamente a mesma adotada no Capítulo 3, mas como neste capítulo muito pouco da dinâmica interna das fontes CC é abordado, já que estas fontes são modeladas como uma tensão constante em série com uma resistência, se espera que isto não cause nenhum problema para o leitor<sup>1</sup>. No caso da

---

<sup>1</sup>Neste capítulo, os valores de equilíbrio são indicados por letras maiúsculas, ao invés de usar uma barra, como no capítulo anterior. Nas diversas referências da

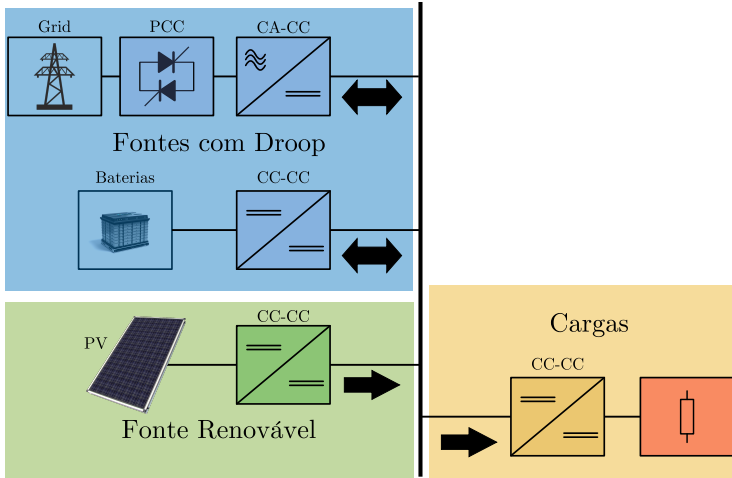


Figura 4.1: Caso de estudo da microrrede CC.

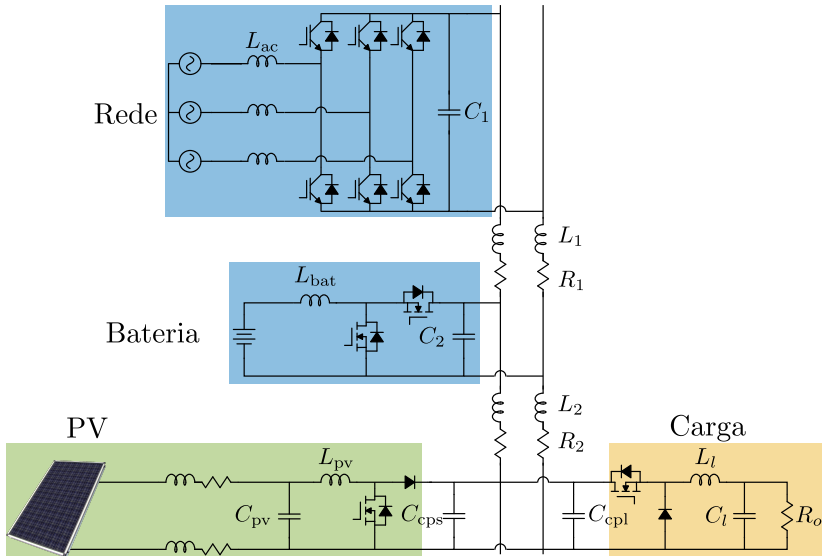


Figura 4.2: Circuitos dos diversos elementos da microrrede CC da Figura 4.1.

fonte com a bateria não serão exploradas questões referentes ao carregamento da bateria, logo o conversor bidirecional CC-CC estará operando no modo fonte com *droop* (Figura 3.18).

O modelo reduzido da microrrede CC pode ser visto na Figura 4.3. Perceba que, no modelo reduzido, a dinâmica do sistema é dada pelas

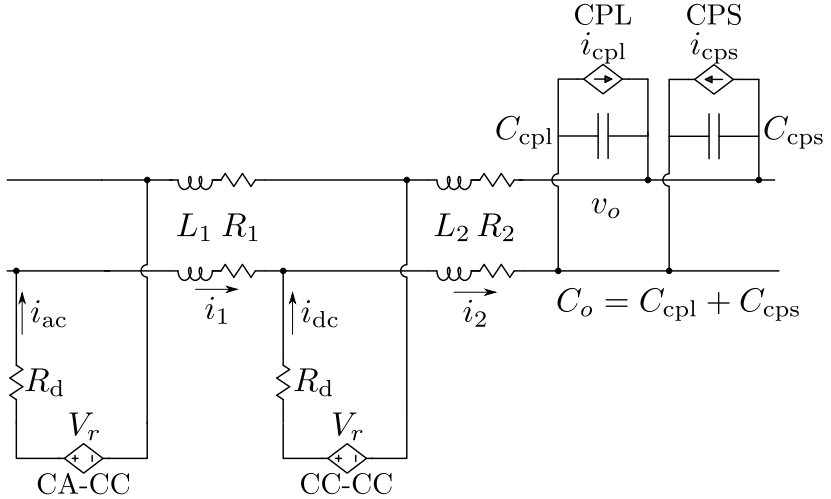


Figura 4.3: Modelo reduzido da microrrede da Figura 4.2.

linhas de distribuição que conectam os elementos, pela capacitância de saída do conversor da PV e por uma capacitância de entrada da carga. O par  $\{L_2, R_2\}$  é assumido como sendo o dobro de  $\{L_1, R_1\}$ . Os parâmetros da microrrede CC estão na Tabela 4.1

Na Seção 2.4 foram apresentadas as regiões de operação, que dependem da natureza do conversor utilizado combinado com o sistema de controle, que uma CPL pode ter. O conversor CC-CC *buck* que forma a CPL tem somente uma malha de tensão, enquanto que o conversor *boost* do sistema fotovoltaico controla a tensão do painel para extrair a máxima potência. A Figura 4.4 mostra as curvas de equilíbrio para a CPL e a CPS em questão. Existem três regiões de operação, a região de potência constante (região III) é a de interesse. Na região II, a carga muda de comportamento devido ao baixo valor na tensão do

área de sistemas dinâmicos e em especial teoria de bifurcações, o uso da barra é vinculado com o complexo conjugado de variáveis complexas e para que as equações sejam similares aos da literatura técnica, esta modificação é adotada ao longo deste capítulo.

Tabela 4.1: Parâmetros da microrrede CC.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$R_1$	45 m $\Omega$	$R_2$	90 m $\Omega$
$L_1$	450 $\mu$ H	$L_2$	900 $\mu$ H
$C_o$	100 $\mu$ F	$V_r$	380 V
$V_{th}$	150 V	$I_{max}$	20 A
$P_{cps}$	1 kW	$V_{pv}$	100 V

barramento e passa a ser resistiva, enquanto que a região I é similar à região II, em que o sistema fotovoltaico também não consegue operar de forma satisfatória. A corrente da CPS (corrente equivalente da saída do conversor *boost* do PV) na região I segue o comportamento da corrente do painel, mas a princípio é possível aproximar esta corrente pela corrente de curto-circuito para evitar de se utilizar o modelo exponencial da característica do painel fotovoltaico. Como a região II ocorre antes da região I (partindo da região III que é a região de interesse), logo a região I não será estudada neste documento.

Na microrrede CC a ser estudada, a potência do PV será mantida fixa em torno de 1 kW, enquanto que para a carga, temos que  $P_{cpl} \gg P_{cps}$ , logo a Figura 4.4 não reflete uma curva geral para CPL e CPS, somente para o caso particular desta microrrede (as três regiões de operação refletem isto). Finalmente, dado que este capítulo aborda o estudo analítico e numérico das bifurcações presentes na microrrede CC, são sugeridas, ao longo do texto, referencias bibliográficas sobre este tema. Já com relação a análise numérica, métodos de continuação numérica através do aplicativo XPP-AUTO [78, 79] são adotados para gerar os diversos diagramas de bifurcações deste capítulo.

Este capítulo possui a seguinte estrutura: (i) na Seção 4.2 é apresentado o modelo do caso de estudo da microrrede CC; (ii) a Seção 4.3 mostra alguns resultados analíticos de bifurcações locais que ocorrem no modelo reduzido da microrrede CC; (iii) bifurcações globais obtidas via métodos de continuação numérica são apresentadas na Seção 4.4; (iv) uma análise dos modelos completos da microrrede CC incluindo a dinâmica dos diversos conversores presentes é vista na Seção 4.5; (v) resultados de simulação estão contidos na Seção 4.6; (vi) por último um breve estudo do *droop* de potência (2.8) é desenvolvido na Seção 4.7.

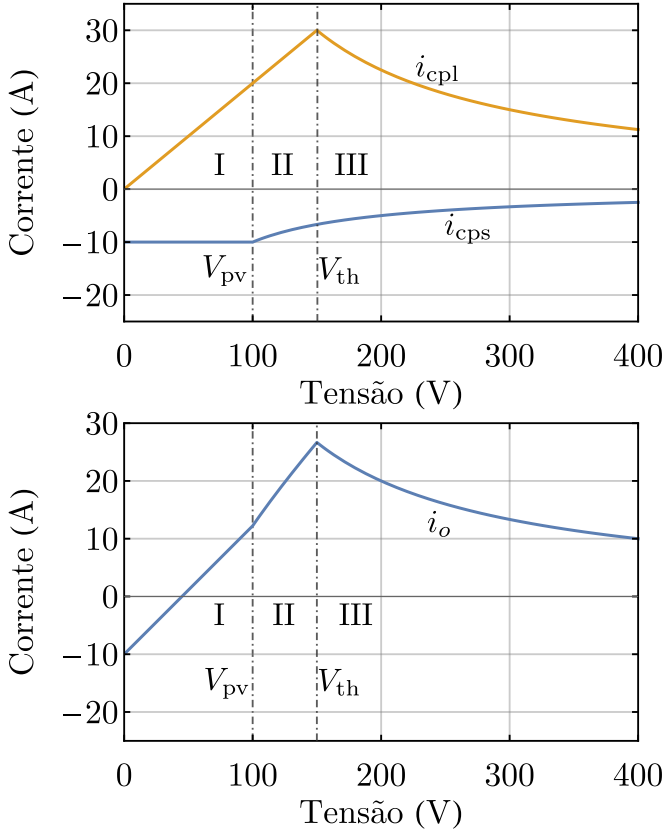


Figura 4.4: Curvas de equilíbrio para  $i_{cpl}$  (CPL),  $i_{cps}$  (CPS) e a  $i_o$  ( $v_o$ ) (corrente total), válido para a corrente e tensão nos terminais de entrada dos elementos.

## 4.2 Modelagem da microrrede CC

O modelo reduzido da microrrede da Figura 4.3 é dado pelas seguintes equações

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= -(R_1 + 2R_d) i_1 + R_d i_2 \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= R_d i_1 - (R_2 + R_d) i_2 - v_o + V_r \\ C_o \frac{dv_o}{dt} &= i_2 - i_o \end{aligned} \quad (4.1)$$

com  $i_o = i_{\text{cpl}} + i_{\text{cps}}$ ,  $R_d$  a resistência de *droop* e

$$i_{\text{cpl}} = \begin{cases} \frac{P_{\text{cpl}}}{v_o}, & \text{se } v_o \geq V_{\text{th}} \\ \frac{v_o}{R_{\text{th}}}, & \text{se } v_o < V_{\text{th}} \end{cases} \quad (4.2)$$

$$i_{\text{cps}} = \begin{cases} -\frac{P_{\text{cps}}}{v_o}, & \text{se } v_o \geq V_{\text{pv}} \\ -I_{\text{max}}, & \text{se } v_o < V_{\text{pv}} \end{cases} \quad (4.3)$$

onde  $P_{\text{cpl}}$  é a potência consumida pela carga (conversor *buck* acionando uma resistência),  $P_{\text{cps}}$  é a potência gerada pelo painel fotovoltaico,  $R_{\text{th}}$  é a característica da carga quando a tensão  $v_o$  diminui o suficiente que a propriedade de potência constante da carga não é mais possível e  $I_{\text{max}}$  é a corrente de curto-circuito do PV.

Quando a CPL opera na região resistiva, em que

$$R_{\text{th}} = \frac{V_{\text{th}}^2}{P_{\text{cpl}}} \quad (4.4)$$

o parâmetro  $P_{\text{cpl}}$  não é a potência processada pela carga nesta região, mas sim um parâmetro associado com a resistência  $R_{\text{th}}$ . Na região resistiva, a potência processada é dada por

$$P_{R_{\text{th}}} = \frac{v_o^2}{R_{\text{th}}} \quad (4.5)$$

ou seja, esta expressão depende das variáveis do modelo da microrrede CC e não é um simples parâmetro. Recapitulando,  $P_{\text{cpl}}$  é um parâmetro que implica na potência consumida pela CPL somente na

região de potência constante e fora dela é um parâmetro associado com uma resistência, mas não tem sentido físico. Isto é importante para interpretar de forma adequada certos diagramas que serão desenvolvidos.

As correntes de cada fonte com *droop* se relacionam com as correntes  $i_1$  e  $i_2$  através de

$$\begin{cases} i_{ac} = i_1 \\ i_{dc} = i_2 - i_1 \end{cases} \quad (4.6)$$

Uma parte significativa do estudo que será desenvolvido é confinado quando ambas CPL e CPS estão operando na região de potência constante e nesta região é possível definir a potência total  $P_o = P_{cpl} + P_{cps}$ . Além disto a potência do PV ( $P_{cps}$ ) é uma parcela pequena da potência total e será assumida como constante<sup>2</sup>.

Esta configuração de microrrede CC é suficientemente simples para que algumas análises sejam feitas de forma analítica, diferentemente do que será visto para microrredes CA em que quase tudo será numérico. Então podemos verificar o comportamento do equilíbrio desta microrrede a partir de (4.1):

$$\begin{cases} I_1 = \frac{R_d}{R_1 + 2R_d} \times \frac{V_r - V_o}{R_{eq}} \\ I_2 = \frac{V_r - V_o}{R_{eq}} \end{cases} \quad (4.7)$$

com

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_d + 2R_2 R_d + R_d^2}{R_1 + 2R_d} \quad (4.8)$$

A tensão  $v_o$  nos terminais de entrada da carga muda de acordo com a região de operação da carga equivalente  $i_o$  (Figura 4.4).

Na região III a tensão  $v_o$  em regime permanente deve satisfazer

$$V_o^2 - V_r V_o + R_{eq} P_o = 0 \quad (4.9)$$

com as duas soluções encontradas como sendo

$$V_o^\pm = \frac{V_r}{2} \pm \sqrt{\frac{V_r^2}{4} - R_{eq} P_o} \quad (4.10)$$

válida para  $V_r^2/4 \geq R_{eq} P_o$ . Isto significa que a potência máxima que a microrrede CC pode processar é de

$$P_{max} = \frac{V_r^2}{4R_{eq}} \quad (4.11)$$

---

<sup>2</sup>Variações da potência do PV devidas a mudanças climáticas não serão estudadas.

As duas soluções ( $V_o^+$  e  $V_o^-$ ) se encontram no ponto de máxima potência, o que é típico de um sistema com ponto-de-sela [8], onde uma solução é estável e a outra é instável. Veja que a resistência equivalente é uma função da resistência de *droop*, isto é, a máxima potência muda em função de  $R_d$ .

Na região II (Figura 4.4) o sistema tem somente um ponto de equilíbrio:

$$V_o = \frac{V_r}{2} \frac{R_{th}}{R_{th} + R_{eq}} + \sqrt{\frac{R_{th}}{R_{th} + R_{eq}} \left( \frac{V_r^2}{4} \frac{R_{th}}{R_{th} + R_{eq}} + R_{eq} P_{cps} \right)} \quad (4.12)$$

a segunda solução nesta região implica em uma tensão negativa o que não faz sentido físico.

Na região I a microrrede também possui somente um ponto de equilíbrio:

$$V_o = \frac{R_{th} R_{eq}}{R_{th} + R_{eq}} \left( I_{max} + \frac{V_r}{R_{eq}} \right) \quad (4.13)$$

As curvas de equilíbrio podem ser visualizadas na Figura 4.5 (a região I ocorre para valores muito grandes de  $P_{cpl}$ ). Lembrando que o parâmetro  $P_{cpl}$  só reflete a potência da CPL na região III, na região II não tem sentido físico direto, portanto não estranhe o ponto de máxima potência ( $P_{max}$ ).

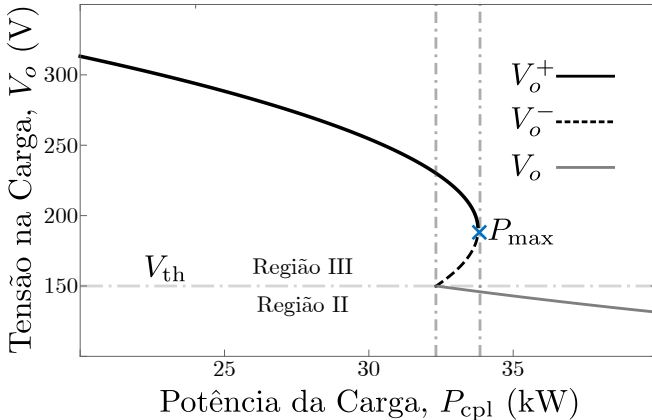


Figura 4.5: Curvas de equilíbrio para a microrrede CC em função da potência da carga.



### 4.3 Análise das bifurcações locais

O estudo da dinâmica do modelo reduzido da microrrede CC do ponto de vista analítico será focado somente nos parâmetros  $R_d$  e  $P_o$ , de modo que podemos normalizar as equações para diminuir o número de parâmetros e tornar as equações mais simples. Além disto, as bifurcações que serão verificadas de forma analítica são válidas somente localmente na região de operação III (Figura 4.4), já que esta é a região de interesse.

As relações entre as variáveis normalizadas e originais são

$$\begin{cases} \iota_1 = \frac{\omega_b L_2}{V_r} i_1 \\ \iota_2 = \frac{\omega_b L_2}{V_r} i_2 \\ \nu_o = \frac{v_o}{V_r} \end{cases} \quad (4.14)$$

com o tempo normalizado dado por  $t = \tau \sqrt{L_2 C_o}$ . Os novos parâmetros são

$$\omega_b = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_o}}, \quad r_1 = \frac{R_1}{\omega_b L_2}, \quad r_2 = \frac{R_2}{\omega_b L_2} \quad (4.15)$$

$$r_d = \frac{R_d}{\omega_b L_2}, \quad p_o = P_o \frac{\omega_b L_2}{V_r^2}, \quad p_{cps} = P_{cps} \frac{\omega_b L_2}{V_r^2} \quad (4.16)$$

logo, (4.1) se transforma em

$$\begin{aligned} \frac{d\iota_1}{d\tau} &= -2(r_2/2 + 2r_d)\iota_1 + 2r_d\iota_2 \\ \frac{d\iota_2}{d\tau} &= r_d\iota_1 - (r_2 + r_d)\iota_2 - \nu_o + 1 \\ \frac{d\nu_o}{d\tau} &= \iota_2 - \nu_o \end{aligned} \quad (4.17)$$

com

$$\iota_o = \begin{cases} \frac{p_o}{\nu_o}, & \text{se } \nu_o \geq Y_{th} \\ \frac{\nu_o}{r_{th}} - \frac{p_{cps}}{\nu_o}, & \text{se } Y_{pv} \leq \nu_o < Y_{th} \\ \frac{\nu_o}{r_{th}} - \iota_{max}, & \text{se } \nu_o < Y_{pv} \end{cases} \quad (4.18)$$

e  $Y_{\text{th}} = V_{\text{th}}/V_r$ ,  $Y_{\text{pv}} = V_{\text{pv}}/V_r$ .

O equilíbrio pode ser deslocado para a origem através de

$$\begin{cases} y_1 = \iota_1 - Y_1 \\ y_2 = \iota_2 - Y_2 \\ y_3 = \nu_o - Y_3 \end{cases} \quad (4.19)$$

onde  $Y_i$  são os valores de equilíbrio normalizados. Note que os índices  $\{i, j\} \in \{1, 2, 3\}$  representam as componentes de um vetor ou matriz (notação válida somente para a Seção 4.3). Índices repetidos indicam somatório<sup>3</sup>.

Separando a parte linear da não linear do modelo da microrrede e adotando a notação de derivada com o tempo normalizado pelo operador ponto, temos então

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = -(r_2 + 4r_d)y_1 + 2r_d y_2 \\ \dot{y}_2 = r_d y_1 - (r_2 + r_d)y_2 - y_3 \\ \dot{y}_3 = y_2 + g_o y_3 - g_o \frac{y_3^2}{y_3 + Y_3} \end{cases} \quad (4.20)$$

em que  $g_o = p_o/Y_3^2$  e  $y_i \in \mathcal{D}$ , onde  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^3$ :

$$\mathcal{D} = \{y_i \in \mathbb{R}^3 \mid (\nu_o > Y_{\text{th}}) \cap (\nu_o > Y_{\text{pv}})\}^4 \quad (4.21)$$

Em formato matricial, (4.20) pode ser escrito como sendo

$$\dot{y}_i = A_{ij}y_j + F_i(y_3) \quad (4.22)$$

A parte linear  $A_{ij}$  do sistema é

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} -(r_2 + 4r_d) & 2r_d & 0 \\ r_d & -(r_2 + r_d) & -1 \\ 0 & 1 & g_o \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

enquanto que a parte não linear é dada por

$$F_i(y_3) = -\frac{y_3^2}{Y_3 + y_3} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g_o \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

<sup>3</sup>Por exemplo,  $A_{ij}x_j = \sum_{j=1}^n A_{ij}x_j = A_{i1}x_1 + A_{i2}x_2 + \dots + A_{in}x_n$ .

<sup>4</sup>O conjunto  $\mathcal{D}$  especifica que o modelo é válido somente para a região III (Figura 4.4). Teoricamente se  $\nu_o > Y_{\text{th}}$ , então a segunda condição é automaticamente satisfeita, pois  $Y_{\text{th}} > Y_{\text{pv}}$  (válido para este caso).

Bifurcações locais podem ser encontradas para este modelo de microrrede analisando os coeficientes do polinômio característico:

$$\Delta(\lambda) = \lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 \quad (4.25)$$

com

$$\begin{cases} a_2 = 2r_2 + 5r_d - g_o \\ a_1 = 1 + r_{\text{eq}}(r_2 + 4r_d) - g_o(2r_2 + 5r_d) \\ a_0 = (r_2 + 4r_d)(1 - g_or_{\text{eq}}) \end{cases} \quad (4.26)$$

e

$$r_{\text{eq}} = (r_2^2 + 5r_2r_d + 2r_d^2) / (r_2 + 4r_d) \quad (4.27)$$

Existem três bifurcações locais para este sistema: (i) sela-nó de pontos de equilíbrio (SN); (ii) bifurcação de Hopf (HB); (iii) Takens-Bogdanov (TB).

O procedimento para verificar que estas três bifurcações ocorrem para (4.20) é aplicar o teorema de Poincaré [100]. Este teorema pode ser utilizado em equações diferenciais não lineares analíticas<sup>5</sup> em torno do ponto de bifurcação (ponto singular). Através de um difeomorfismo (mudança de variável diferenciável), o teorema de Poincaré (forma normal) indica que um sistema não linear pode ser transformado em um sistema linear com exceção de termos ressonantes (termos não lineares). Estes termos ressonantes é que ditam o comportamento do sistema e que induzem fenômenos que não ocorrem em sistemas lineares.

Como é necessário que o sistema seja analítico e o modelo reduzido da microrrede CC possui derivadas descontínuas, o processo só é válido na região  $\mathcal{D}$ , dada por (4.21), já que o modelo dentro desta região é analítico. Várias manipulações que serão apresentadas foram resolvidas com o auxílio de um pacote de manipulação simbólica, como o Mathematica.

### 4.3.1 Bifurcação sela-nó de pontos de equilíbrio

A microrrede possui dois pontos de equilíbrio ( $Y_3^+, Y_3^-$ )<sup>6</sup> na região de potência constante e próximo do valor da máxima potência (Figura 4.5), que ocorre quando  $p_o \leq p_{\text{max}}$ . Em torno deste ponto um dos equilíbrios é estável e o outro instável. O ponto em que ocorre a SN é dado por  $a_0 = 0$ , o que implica em  $p_o = p_{\text{max}}$ . Note que o ponto  $Y_3^-$  corresponde ao equilíbrio instável, já que  $a_0 < 0$ .

<sup>5</sup> $\dot{x} = f(x)$ , em que  $f(x)$  pode ser expandida em uma série de Taylor.

<sup>6</sup>Para o modelo não normalizado ( $V_o^+, V_o^-$ ).

A forma normal [12] da bifurcação SN pode ser obtida por transformações não lineares válidas no ponto de bifurcação ( $p_o = p_{\max}$ ) e que neste ponto o polinômio característico tem o seguinte formato:

$$\begin{aligned}\Delta_{\text{sn}}(\lambda) &= \lambda(\lambda^2 + a_2\lambda + a_1) \\ &= \lambda(\lambda + \sigma)(\lambda + \zeta)\end{aligned}\quad (4.28)$$

Os novos parâmetros  $\sigma$  e  $\zeta$  são

$$\sigma = \frac{1}{2} \left\{ 2r_2 + 5r_d - g_o + \sqrt{g_o^2 + 4g_or_2 + 10g_or_d + 17r_d^2 - 4} \right\} \quad (4.29)$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \left\{ 2r_2 + 5r_d - g_o - \sqrt{g_o^2 + 4g_or_2 + 10g_or_d + 17r_d^2 - 4} \right\} \quad (4.30)$$

e ambos são reais e positivos.

A forma canônica de Jordan [8, 9] de (4.23) é obtida através da transformação  $y_i = T_{ij}x_j$ :

$$\dot{y}_i = A_{ij}y_j + F_i(y_3) \quad (4.31)$$

$$\dot{x}_i = T_{ij}^{-1}A_{jk}T_{kl}x_l + T_{ij}^{-1}F_j(T_{3j}x_j) \quad (4.32)$$

$$\dot{x}_i = J_{ij}x_j + s_i f(x) \quad (4.33)$$

com

$$J_{ij} = \begin{bmatrix} -\sigma & 0 & 0 \\ 0 & -\zeta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad s_i = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

e com  $f(x)$  dado por

$$f(x) = \frac{(x_1 + x_2 + x_3)^2}{Y_3 + x_1 + x_2 + x_3} \quad (4.35)$$

A transformação  $T_{ij}$  é calculada a partir dos autovetores de  $A_{ij}$ :

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} -\frac{2r_d(\sigma + g_o)}{r_2 + r_d - \sigma} & -\frac{2r_d(\zeta + g_o)}{r_2 + r_d - \zeta} & -\frac{2r_d g_o}{r_2 + r_d} \\ -\sigma - g_o & -\zeta - g_o & -g_o \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

O parâmetro  $s_3$ , o único que será necessário conhecer, é dado por

$$s_3 = -\frac{(r_2 + 4r_d)(g_o + r_2 + 4r_d)}{\gamma} \quad (4.37)$$

$$\begin{aligned}\gamma &= -g_o^2(2r_2 + 5r_d) - g_o(3r_2r_d + 16r_d^2 - 1) \\ &\quad + r_2^3 + 9r_2^2r_d + 22r_2r_d^2 + 8r_d^3\end{aligned}\quad (4.38)$$

Note que  $F_i$  é um vetor, enquanto que  $f(x)$  é uma função escalar ( $T_{ij}^{-1}F_j = s_i f$ ).

Expandindo  $f(x)$  em uma série de Taylor e aplicando o teorema da variedade central [7, 10, 12], que é utilizado para reduzir a ordem do sistema, é possível chegar no seguinte resultado, desprezando termos de ordem mais elevada,

$$f(x) = \frac{x_3^2}{Y_3} + \mathcal{O}(3) \quad (4.39)$$

A forma normal do modelo reduzido da microrrede CC no ponto que ocorre a SN é dada por

$$\dot{x}_3 = \frac{s_3}{Y_3} x_3^2 + \mathcal{O}(3) \quad (4.40)$$

ou

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 = & -\frac{(r_2 + 4r_d)(g_o + r_2 + 4r_d)}{Y_3} \left[ -g_o^2(2r_2 + 5r_d) + r_2^3 + 9r_2^2 r_d \right. \\ & \left. - g_o(3r_2 r_d + 16r_d^2 - 1) + 22r_2 r_d^2 + 8r_d^3 \right]^{-1} x_3^2 + \mathcal{O}(3) \quad (4.41) \end{aligned}$$

O parâmetro  $s_3$  é negativo o que significa que, para condições iniciais positivas,  $x_3$  converge para a origem e para condições iniciais negativas, o sistema diverge. Existem outras bifurcações, de caráter global, que modificam o comportamento da microrrede criando novos equilíbrios e assim evitando que o sistema divirja. No ponto que ocorre a SN, a forma normal indica um sistema escalar com não linearidade quadrática.

A Figura 4.6 mostra como o coeficiente  $s_3$  varia com os parâmetros  $R_d$  e  $P_o$ , lembrando que o sinal de  $s_3$  só é importante em torno da curva  $a_0 = 0$  (curva da SN). Note que para  $R_d < 6 \Omega$ , o sinal é positivo, mas para esta região, a bifurcação de Hopf ocorre antes da SN, logo a bifurcação da sela-nó de pontos de equilíbrio só é relevante para valores  $R_d > 6 \Omega$ .

### 4.3.2 Bifurcação de Hopf

A forma normal para a HB é utilizada para identificar a estabilidade do ciclo limite. As condições do polinômio característico para que ocorra a HB são:  $a_1 a_2 = a_0$  com  $a_0 > 0$  e  $a_2 > 0$ . O polinômio característico no ponto em que ocorre a HB é

$$\Delta_{hb}(\lambda) = (\lambda + \sigma)(\lambda^2 + \omega_h^2) \quad (4.42)$$

$$\sigma = 2r_2 + 5r_d - g_o \quad (4.43)$$

$$\omega_h^2 = 1 + r_2^2 + 5r_2 r_d + 2r_d^2 - g_o(2r_2 + 5r_d) \quad (4.44)$$

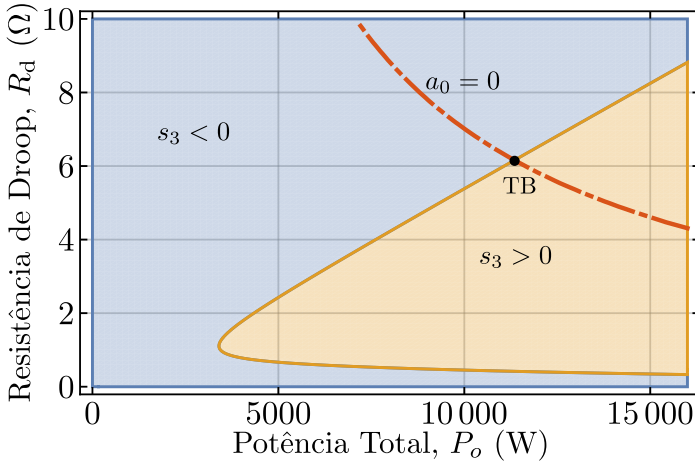


Figura 4.6: Coeficiente  $s_3$  da forma normal da bifurcação da sela-nó de pontos de equilíbrio em função da resistência de *droop* e da potência total.

A equação (4.20) pode ser colocada na forma canônica de Jordan através da seguinte matriz de transformação:

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{2r_d(2r_2 + 5r_d)}{r_2 + r_d - g_o} & \gamma_1 & \gamma_2 \\ -5r_d - 2r_2 & -g_o + \omega_h & -g_o - \omega_h \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

$$\gamma_1 = \frac{2r_d \{ (r_2 + 4r_d)(\omega_h - g_o) + \omega_h(\omega_h + g_o) \}}{(r_2 + 4r_d)^2 + \omega_h^2} \quad (4.46)$$

$$\gamma_2 = \frac{-2r_d \{ (r_2 + 4r_d)(\omega_h + g_o) - \omega_h(\omega_h - g_o) \}}{(r_2 + 4r_d)^2 + \omega_h^2} \quad (4.47)$$

o que resulta no sistema dado por

$$\dot{x}_i = J_{ij}x_j + \kappa_i f(x) \quad (4.48)$$

com

$$J_{ij} = \begin{bmatrix} -\sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_h \\ 0 & \omega_h & 0 \end{bmatrix}, \quad \kappa_i = \begin{bmatrix} \kappa_1 \\ \kappa_2 \\ \kappa_3 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

e

$$f(x) = \frac{(x_1 + x_2 + x_3)^2}{Y_3 + x_1 + x_2 + x_3} \quad (4.50)$$

Os novos parâmetros são definidos como

$$\begin{aligned} \kappa_1 = & -\frac{g_o (g_o^2 + \omega_h^2)}{(g_o + r_2 + 4r_d)} \\ & \times \frac{(g_o - r_2 - r_d)}{(g_o^2 - 2g_o [2r_2 + 5r_d] + 4r_2^2 + 20r_2r_d + 25r_d^2 + \omega_h^2)} \end{aligned} \quad (4.51)$$

$$\begin{aligned} \kappa_2 = & \frac{(2r_2 + 5r_d)}{2\omega_h (g_o + r_2 + 4r_d)} \\ & \times \frac{g_o}{\{g_o^2 - 2g_o [2r_2 + 5r_d] + 4r_2^2 + 20r_2r_d + 25r_d^2 + \omega_h^2\}} \\ & \times \left\{ g_o^2 (r_2 + 4r_d + \omega_h) - g_o (2r_2^2 + 13r_2r_d + 20r_d^2 - 3r_d\omega_h + 2\omega_h^2) \right. \\ & \left. - \omega_h (2r_2^2 + 13r_2r_d - r_2\omega_h + 20r_d^2 - r_d\omega_h + \omega_h^2) \right\} \end{aligned} \quad (4.52)$$

$$\begin{aligned} \kappa_3 = & -\frac{(2r_2 + 5r_d)}{2\omega_h (g_o + r_2 + 4r_d)} \\ & \times \frac{g_o}{\{g_o^2 - 2g_o [2r_2 + 5r_d] + 4r_2^2 + 20r_2r_d + 25r_d^2 + \omega_h^2\}} \\ & \times \left\{ g_o^2 (r_2 + 4r_d - \omega_h) - g_o (2r_2^2 + 13r_2r_d + 20r_d^2 + 3r_d\omega_h + 2\omega_h^2) \right. \\ & \left. + \omega_h (2r_2^2 + 13r_2r_d + r_2\omega_h + 20r_d^2 + r_d\omega_h + \omega_h^2) \right\} \end{aligned} \quad (4.53)$$

A parte não linear  $f(x)$  pode ser expandida em série de Taylor e truncada até os termos cúbicos, já que termos de ordem mais elevadas não são necessários<sup>7</sup>:

$$f(x) = \frac{1}{Y_3} \left\{ x_2^2 + x_3^2 + 2x_2x_3 + 2x_1(x_2 + x_3) \right\}$$

<sup>7</sup>Estes termos não afetam a estabilidade do ciclo limite, somente o seu formato. A equação (4.98), que será mostrada mais à frente, prova esta afirmação, já que no ponto que ocorre a HB, a dinâmica do modelo reduzido da microrrede CC pode ser transformada em termos da amplitude do ciclo limite e de um ângulo. Nesta situação, uma equação diferencial escalar (dinâmica da amplitude) não linear, o termo de primeira ordem se anula (devido à HB), o termo de segunda ordem pode ser anulado via uma transformação não linear, mas o termo cúbico não pode ser cancelado, ele é chamado de termo ressonante [12].

$$+ \frac{1}{Y_3^2} \left\{ x_2^3 + x_3^3 + 3x_2^2x_3 + 3x_2x_3^2 \right\} + \mathcal{O}(4) \quad (4.54)$$

Aplicando o teorema da variedade central,  $x_1 = h(x_2, x_3)$ , a equação diferencial parcial quasilinear para a função  $h$  é dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{N}(x) &= \frac{\partial h}{\partial x_2} \left[ -\omega_h x_3 + \kappa_2 f(x) \right] \\ &+ \frac{\partial h}{\partial x_3} \left[ \omega_h x_2 + \kappa_3 f(x) \right] + \sigma h - \kappa_1 f(x) \end{aligned} \quad (4.55)$$

com  $\mathcal{N}(x) = 0$ . A função  $h$  pode ser aproximada por

$$h = \alpha_{20}x_2^2 + \alpha_{11}x_2x_3 + \alpha_{02}x_3^2 + \mathcal{O}(3) \quad (4.56)$$

Para encontrar os coeficientes  $\alpha_{ij}$  é necessário resolver a equação  $\mathcal{N}(x)$  até os termos de terceira ordem. Os parâmetros  $\alpha_{ij}$  podem ser encontrados a partir de

$$\omega_h \left( x_2 \frac{\partial h}{\partial x_3} - x_3 \frac{\partial h}{\partial x_2} \right) + \sigma h - \kappa_1 f_2(x_i) = 0 \quad (4.57)$$

em que os termos quadráticos de  $f(x)$  estão contidos em  $f_2(x)$ :

$$f(x) = f_2(x) + f_3(x) + \mathcal{O}(4) \quad (4.58)$$

$$f_2(x) = \frac{x_2^2 + x_3^2 + 2x_2x_3}{Y_3} \quad (4.59)$$

e os termos cúbicos são

$$f_3(x) = -\frac{x_2^3 + x_3^3 + 3x_2^2x_3 + 3x_2x_3^2}{Y_3^2} + \frac{2(x_2 + x_3)}{Y_3} h \quad (4.60)$$

Os coeficientes  $\alpha_{ij}$  são dados por

$$\alpha_{20} = \frac{\kappa_1 (\sigma^2 - 2\sigma\omega_h + 4\omega_h^2)}{\sigma Y_3 (4\omega_h^2 + \sigma^2)} \quad (4.61)$$

$$\alpha_{11} = \frac{2\kappa_1\sigma}{Y_3 (4\omega_h^2 + \sigma^2)} \quad (4.62)$$

$$\alpha_{02} = \frac{\kappa_1 (\sigma^2 + 2\sigma\omega_h + 4\omega_h^2)}{\sigma Y_3 (4\omega_h^2 + \sigma^2)} \quad (4.63)$$



Na variedade central,  $\dot{x}_2$  e  $\dot{x}_3$  são

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & -\omega_h x_3 + \frac{\kappa_2}{Y_3} \left\{ x_2^2 + x_3^2 + 2x_2 x_3 \right\} + \frac{\kappa_2}{Y_3^2} \left\{ \right. \\ & \left[ -1 + \frac{2\kappa_1 (\sigma^2 - 2\sigma\omega_h + 4\omega_h^2)}{(4\omega_h^2 + \sigma^2) \sigma} \right] x_2^3 \\ & + \left[ -3 + \frac{2\kappa_1 (3\sigma^2 - 2\sigma\omega_h + 4\omega_h^2)}{(4\omega_h^2 + \sigma^2) \sigma} \right] x_2^2 x_3 \\ & + \left[ -3 + \frac{2\kappa_1 (3\sigma^2 + 2\sigma\omega_h + 4\omega_h^2)}{(4\omega_h^2 + \sigma^2) \sigma} \right] x_2 x_3^2 \\ & \left. + \left[ -1 + \frac{2\kappa_1 (\sigma^2 + 2\sigma\omega_h + 4\omega_h^2)}{(4\omega_h^2 + \sigma^2) \sigma} \right] x_3^3 \right\} + \mathcal{O}(4) \end{aligned} \quad (4.64)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 = & \omega_h x_2 + \frac{\kappa_3}{Y_3} \left\{ x_2^2 + x_3^2 + 2x_2 x_3 \right\} + \frac{\kappa_3}{Y_3^2} \left\{ \right. \\ & \left[ -1 + \frac{2\kappa_1 (\sigma^2 - 2\sigma\omega_h + 4\omega_h^2)}{(4\omega_h^2 + \sigma^2) \sigma} \right] x_2^3 \\ & + \left[ -3 + \frac{2\kappa_1 (3\sigma^2 - 2\sigma\omega_h + 4\omega_h^2)}{(4\omega_h^2 + \sigma^2) \sigma} \right] x_2^2 x_3 \\ & + \left[ -3 + \frac{2\kappa_1 (3\sigma^2 + 2\sigma\omega_h + 4\omega_h^2)}{(4\omega_h^2 + \sigma^2) \sigma} \right] x_2 x_3^2 \\ & \left. + \left[ -1 + \frac{2\kappa_1 (\sigma^2 + 2\sigma\omega_h + 4\omega_h^2)}{(4\omega_h^2 + \sigma^2) \sigma} \right] x_3^3 \right\} + \mathcal{O}(4) \end{aligned} \quad (4.65)$$

Para aplicar a forma normal para a bifurcação de Hopf é preferível agrupar as equações em um formato complexo  $z = x_2 + jx_3$  com  $\bar{z} = x_2 - jx_3$ , logo (4.64) e (4.65) se tornam

$$\dot{z} = j\omega_h z + f_2 + f_3 + \mathcal{O}(4) \quad (4.66)$$

$$f_2 = a_{20} z^2 + a_{11} z \bar{z} + a_{02} \bar{z}^2 \quad (4.67)$$

$$f_3 = b_{30} z^3 + b_{21} z^2 \bar{z} + b_{12} z \bar{z}^2 + b_{03} \bar{z}^3 \quad (4.68)$$

Os parâmetros  $a_{ij}$  e  $b_{ij}$  são dados por

$$a_{20} = \frac{\kappa_3 - j\kappa_2}{2Y_3} \quad (4.69)$$

$$a_{11} = \frac{\kappa_2 + j\kappa_3}{Y_3} \quad (4.70)$$

$$a_{02} = \frac{-\kappa_3 + j\kappa_2}{2Y_3} \quad (4.71)$$

e

$$b_{30} = -\frac{(1+j)(\kappa_2 + j\kappa_3)(2\kappa_1 - \sigma - j2\omega_h)}{4Y_3^2(\sigma + j2\omega_h)} \quad (4.72)$$

$$b_{21} = \frac{(1+j)(\kappa_2 + j\kappa_3)(-j6\kappa_1\sigma + 8\kappa_1\omega_h + j3\sigma^2 - 6\sigma\omega_h)}{4\sigma Y_3^2(\sigma + j2\omega_h)} \quad (4.73)$$

$$b_{12} = \frac{(1+j)(\kappa_2 + j\kappa_3)(6\kappa_1\sigma - j8\kappa_1\omega_h - 3\sigma^2 + j6\sigma\omega_h)}{4\sigma Y_3^2(\sigma - j2\omega_h)} \quad (4.74)$$

$$b_{03} = \frac{(1+j)(\kappa_3 - j\kappa_2)(-2\kappa_1 + \sigma - j2\omega_h)}{4Y_3^2(\sigma - j2\omega_h)} \quad (4.75)$$

A forma normal da HB pode ser encontrada fazendo a seguinte transformação de variáveis

$$z = w + h_2(w, \bar{w}) \quad (4.76)$$

logo, a dinâmica de  $w$  é

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \dot{w} + \frac{\partial h_2}{\partial w} \dot{w} + \frac{\partial h_2}{\partial \bar{w}} \dot{\bar{w}} \\ \dot{z} &= \left(1 + \frac{\partial h_2}{\partial w}\right) \dot{w} + \frac{\partial h_2}{\partial \bar{w}} \dot{\bar{w}} \\ \dot{w} &= \left(1 + \frac{\partial h_2}{\partial w}\right)^{-1} \left(\dot{z} - \frac{\partial h_2}{\partial \bar{w}} \dot{\bar{w}}\right) \end{aligned} \quad (4.77)$$

Substituindo  $\dot{z}$  em  $\dot{w}$ , temos

$$\dot{w} = \left[1 + \frac{\partial h_2}{\partial w}\right]^{-1} \left[j\omega_h(w + h_2) + f_2 + f_3 - \frac{\partial h_2}{\partial \bar{w}} \dot{\bar{w}}\right] + \mathcal{O}(4) \quad (4.78)$$

A função  $h_2$  é de ordem quadrática,  $h_2 = c_{20}w^2 + c_{02}\bar{w}^2 + c_{11}w\bar{w}$ , então substituindo (4.76) em  $f_2$  e  $f_3$  temos que

$$\begin{aligned} f_2 &= a_{20}w^2 + a_{11}w\bar{w} + a_{02}\bar{w}^2 \\ &\quad + (2a_{20}wh_2 + a_{11}w\bar{h}_2 + a_{11}\bar{w}h_2 + 2a_{02}\bar{w}\bar{h}_2) \end{aligned} \quad (4.79)$$

$$f_3 = b_{30}w^3 + b_{21}w^2\bar{w} + b_{12}w\bar{w}^2 + b_{03}\bar{w}^3 \quad (4.80)$$

É importante rearranjar estes polinômios de forma apropriada, pois a última parte de  $f_2$  é de ordem cúbica:

$$g_2 = a_{20}w^2 + a_{11}w\bar{w} + a_{02}\bar{w}^2 \quad (4.81)$$

$$g_3 = b_{30}w^3 + b_{21}w^2\bar{w} + b_{12}w\bar{w}^2 + b_{03}\bar{w}^3 \\ + 2a_{20}wh_2 + a_{11}w\bar{h}_2 + a_{11}\bar{w}h_2 + 2a_{02}\bar{w}\bar{h}_2 \quad (4.82)$$

onde agora  $g_2$  é de ordem dois e  $g_3$  de ordem três ( $f_2 + f_3 = g_2 + g_3$ ). Utilizando a definição de  $h_2$ ,  $g_3$  se torna

$$g_3 = (b_{30} + 2a_{20}c_{20} + a_{11}\bar{c}_{02})w^3 \\ + (b_{21} + 2a_{20}c_{11} + a_{11}\bar{c}_{11} + a_{11}c_{20} + 2a_{02}\bar{c}_{02})w^2\bar{w} \\ + (b_{12} + 2a_{20}c_{02} + a_{11}\bar{c}_{20} + a_{11}c_{11} + 2a_{02}\bar{c}_{11})w\bar{w}^2 \\ + (b_{03} + a_{11}c_{02} + 2a_{02}\bar{c}_{20})\bar{w}^3 \quad (4.83)$$

ou então,

$$g_3 = d_{30}w^3 + d_{21}w^2\bar{w} + d_{12}w\bar{w}^2 + d_{03}\bar{w}^3 \quad (4.84)$$

O termo  $[1 + \partial h_2/\partial w]^{-1}$  de (4.78) pode ser expandido em uma série de Taylor:

$$\left[1 + \frac{\partial h_2}{\partial w}\right]^{-1} = 1 - (2c_{20}w + c_{11}\bar{w}) \\ + (4c_{20}^2w^2 + c_{11}^2\bar{w}^2 + 4c_{20}c_{11}w\bar{w}) + \mathcal{O}(3) \\ = 1 - \frac{\partial h_2}{\partial w} + m_2 + \mathcal{O}(3) \quad (4.85)$$

em que  $\partial h_2/\partial w$  é de primeira ordem e  $m_2$  é quadrático.

A dinâmica de  $\bar{w}$  não é conhecida, mas deve ter o seguinte formato:

$$\dot{\bar{w}} = \bar{\lambda}\bar{w} + \bar{n}_2 + \bar{n}_3 + \mathcal{O}(4) \quad (4.86)$$

em que  $\lambda = j\omega_h$ . As funções  $n_2$  e  $n_3$  não são conhecidas e elas correspondem aos termos de segunda e terceira ordem, respectivamente. Baseado em (4.78), a parte necessária de  $\dot{\bar{w}}$  é

$$\left[1 + \frac{\partial h_2}{\partial w}\right]^{-1} \frac{\partial h_2}{\partial \bar{w}} \dot{\bar{w}} = \left\{ \bar{\lambda} \frac{\partial h_2}{\partial \bar{w}} \bar{w} \right\} \\ + \left\{ \frac{\partial h_2}{\partial \bar{w}} \bar{n}_2 - \bar{\lambda} \frac{\partial h_2}{\partial w} \frac{\partial h_2}{\partial \bar{w}} \bar{w} \right\} + \mathcal{O}(4) \quad (4.87)$$

Para cancelar todos os termos de segunda ordem,  $n_2$  deve ser nulo, logo

$$\begin{aligned} \dot{w} = & \lambda w + \left\{ \lambda h_2 - \lambda \frac{\partial h_2}{\partial w} w - \bar{\lambda} \frac{\partial h_2}{\partial \bar{w}} \bar{w} + g_2 \right\} \\ & + \left\{ \lambda m_2 w - \lambda \frac{\partial h_2}{\partial w} h_2 - \frac{\partial h_2}{\partial w} g_2 + \bar{\lambda} \frac{\partial h_2}{\partial w} \frac{\partial h_2}{\partial \bar{w}} \bar{w} + g_3 \right\} \\ & + \mathcal{O}(4) \end{aligned} \quad (4.88)$$

Segue que os termos de segunda ordem podem ser cancelados se os coeficientes de  $h_2$  forem escolhidos de acordo com

$$c_{20} = \frac{a_{20}}{\lambda}, \quad c_{02} = -\frac{a_{02}}{3\lambda}, \quad c_{11} = -\frac{a_{11}}{\lambda} \quad (4.89)$$

em que os parâmetros  $a_{ij}$  são dados por (4.69)-(4.71). Esta é a solução da equação homológica [100]:

$$\lambda h_2 - \lambda \frac{\partial h_2}{\partial w} w - \bar{\lambda} \frac{\partial h_2}{\partial \bar{w}} \bar{w} + g_2 = 0 \quad (4.90)$$

Os termos cúbicos restantes são

$$\left\{ \lambda m_2 w - \lambda \frac{\partial h_2}{\partial w} h_2 - \frac{\partial h_2}{\partial w} g_2 + \bar{\lambda} \frac{\partial h_2}{\partial w} \frac{\partial h_2}{\partial \bar{w}} \bar{w} + g_3 \right\} = g_3 \quad (4.91)$$

então, a parte não linear do modelo da microrrede CC no ponto da HB foi simplificada até termos de terceira ordem:

$$\dot{w} = \lambda w + d_{30}w^3 + d_{21}w^2\bar{w} + d_{12}w\bar{w}^2 + d_{03}\bar{w}^3 + \mathcal{O}(4) \quad (4.92)$$

Os termos cúbicos podem ser cancelados com a exceção de  $w^2\bar{w}$  [10] pela seguinte transformação de variável:

$$w = \xi + h_3 \quad (4.93)$$

$$h_3 = q_{30}\xi^3 + q_{03}\bar{\xi}^3 + q_{12}\xi\bar{\xi}^2 \quad (4.94)$$

A dinâmica de  $\xi$  é

$$\begin{aligned} \dot{\xi} = & \lambda \xi + d_{21}\xi^2\bar{\xi} + \left\{ \lambda h_3 - \lambda \frac{\partial h_3}{\partial \xi} \xi \right. \\ & \left. - \bar{\lambda} \frac{\partial h_3}{\partial \bar{\xi}} \bar{\xi} + d_{30}\xi^3 + d_{12}\xi\bar{\xi}^2 + d_{03}\bar{\xi}^3 \right\} + \mathcal{O}(4) \end{aligned} \quad (4.95)$$

Escolhendo os coeficientes  $q_{ij}$  como

$$q_{30} = \frac{d_{30}}{2\lambda}, \quad q_{03} = -\frac{d_{03}}{4\lambda}, \quad q_{12} = -\frac{d_{12}}{2\lambda} \quad (4.96)$$

então,

$$\dot{\xi} = \lambda\xi + d_{21}\xi^2\bar{\xi} + \mathcal{O}(4) \quad (4.97)$$

Transformando (4.97) em coordenadas cilíndricas,  $\xi = \rho \exp(j\theta)$  com  $d_{21}^R = \text{Re}\{d_{21}\}$  e  $d_{21}^I = \text{Im}\{d_{21}\}$ , temos então

$$\dot{\rho} = d_{21}^R \rho^3 + \mathcal{O}(5) \quad (4.98)$$

$$\dot{\theta} = \omega_h + d_{21}^I \rho^2 + \mathcal{O}(4) \quad (4.99)$$

em que

$$\begin{aligned} d_{21}^R = & \frac{1}{4\sigma\omega_h Y_3^2 (\sigma^2 + 4\omega_h^2)} \left\{ \kappa_2\omega_h \left[ 2\kappa_1 (3\sigma^2 - 2\sigma\omega_h + 8\omega_h^2) \right. \right. \\ & \left. \left. - 3(\sigma^3 + 4\sigma\omega_h^2) \right] + \kappa_3 \left( \omega_h \left[ 2\kappa_1 (3\sigma^2 + 2\sigma\omega_h + 8\omega_h^2) \right. \right. \right. \\ & \left. \left. - 3(\sigma^3 + 4\sigma\omega_h^2) \right] - 2\kappa_3 (\sigma^3 + 4\sigma\omega_h^2) \right) \\ & \left. + 2\kappa_2^2 (\sigma^3 + 4\sigma\omega_h^2) \right\} \quad (4.100) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{21}^I = & -\frac{1}{12\sigma\omega_h Y_3^2 (\sigma^2 + 4\omega_h^2)} \left\{ \kappa_3 \left[ 3\omega_h (-6\kappa_1\sigma^2 + 4\kappa_1\sigma\omega_h \right. \right. \\ & \left. \left. - 16\kappa_1\omega_h^2 + 3\sigma^3 + 12\sigma\omega_h^2) + 14\kappa_3 (\sigma^3 + 4\sigma\omega_h^2) \right] \right. \\ & \left. - 3\kappa_2 \left( \omega_h \left[ 3(\sigma^3 + 4\sigma\omega_h^2) - 2\kappa_1 (3\sigma^2 + 2\sigma\omega_h + 8\omega_h^2) \right] \right. \right. \\ & \left. \left. + 4\kappa_3 (\sigma^3 + 4\sigma\omega_h^2) \right) + 14\kappa_2^2 (\sigma^3 + 4\sigma\omega_h^2) \right\} \quad (4.101) \end{aligned}$$

A estabilidade do ciclo limite é dada pela parte real de  $d_{21}$  e que no caso será positiva indicando que a bifurcação de Hopf é do tipo subcrítica. A Figura 4.7 mostra como o coeficiente  $d_{21}^R$  varia em termos da resistência de *droop* e da potência total. Veja que o coeficiente  $d_{21}^R$  só é relevante na curva que ocorre a bifurcação de Hopf ( $a_2 a_1 = a_0$ ), já que a forma normal desenvolvida é válida em torno desta curva. Note também que o coeficiente é sempre positivo o que indica que a HB é do tipo subcrítica para qualquer combinação de potência total da carga e da resistência de *droop*.

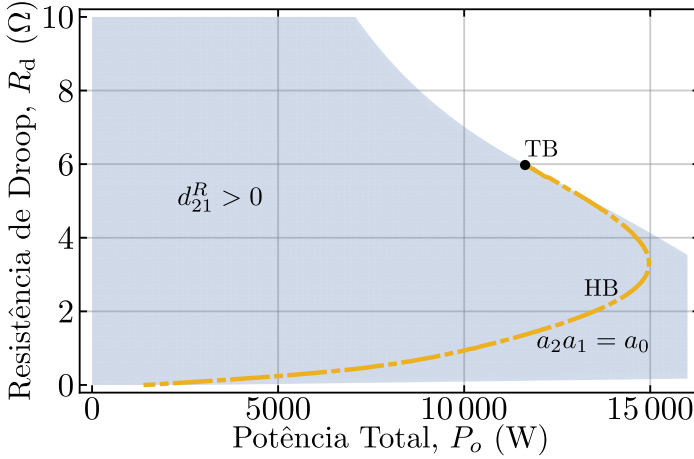


Figura 4.7: Coeficiente  $d_{21}^R$  da forma normal da bifurcação de Hopf que determina a estabilidade da órbita periódica em função da resistência de *droop* e da potência total. A HB é sempre do tipo subcrítica, portanto o modelo CPL só cria o ciclo limite instável. O ciclo limite estável é criado pela presença de duas regiões de operação (resistivo e de potência constante).

Por último, note que (4.98) mostra que não é necessário incluir termos de ordem mais elevada na dedução da forma normal da bifurcação de Hopf, já que utilizando a seguinte função de Lyapunov,  $\mathcal{H} = \rho^2/2$ , temos que

$$\dot{\mathcal{H}} = d_{21}^R \rho^4 + \mathcal{O}(6) \quad (4.102)$$

o que mostra que o coeficiente  $d_{21}^R$  determina a estabilidade local do ciclo limite. Caso este coeficiente seja zero, os termos de ordem mais elevadas devem ser computados.

### 4.3.3 Bifurcação Takens-Bogdanov

O polinômio característico no ponto que ocorre a bifurcação TB é dado por

$$\Delta_{tb}(\lambda) = \lambda^2(\lambda + \sigma) \quad (4.103)$$

$$\sigma = 2r_2 + 5r_d - g_o \quad (4.104)$$

As condições para a ocorrência de TB em (4.20) são

$$\begin{cases} g_o = \frac{r_2 + 4r_d}{r_2^2 + 5r_2r_d + 2r_d^2} \\ 0 = 1 + r_2^2 + 5r_2r_d + 2r_d^2 - g_o(2r_2 + 5r_d) \end{cases} \quad (4.105)$$

Colocando (4.20) na forma canônica de Jordan pela transformação  $y_i = T_{ij}x_j$ , onde

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} -\frac{2r_d g_o}{r_2 + 4r_d} & \gamma_1 & \gamma_2 \\ -g_o & 1 - g_o & -2r_2 - 5r_d \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.106)$$

$$\gamma_1 = \frac{2r_d \left( 1 - g_o + \frac{g_o}{r_2 + 4r_d} \right)}{r_2 + 4r_d} \quad (4.107)$$

$$\gamma_2 = \frac{2r_d(2r_2 + 5r_d)}{r_2 + r_d - g_o} \quad (4.108)$$

o modelo da microrrede CC se torna

$$\dot{x}_i = J_{ij}x_j + k_i f(x) \quad (4.109)$$

em que

$$J_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma \end{bmatrix}, \quad k_i = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} \quad (4.110)$$

e

$$f(x) = \frac{(x_1 + x_2 + x_3)^2}{Y_3 + x_1 + x_2 + x_3} \quad (4.111)$$

A relação entre os novos parâmetros e os parâmetros originais da microrrede são dadas por

$$\begin{aligned} k_1 = & -\frac{g_o(2r_2 + 5r_d)}{(g_o - 2r_2 - 5r_d)^2(g_o + r_2 + 4r_d)} \\ & \times \left\{ g_o^2(r_2 + 4r_d - 1) - g_o[2r_2^2 + 13r_2r_d + r_d(20r_d + 3)] \right. \\ & \left. + 2r_2^2 + 13r_2r_d + 20r_d^2 \right\} \end{aligned} \quad (4.112)$$

$$k_2 = \frac{g_o^2 (r_2 + 4r_d) (2r_2 + 5r_d)}{(g_o - 2r_2 - 5r_d) (g_o + r_2 + 4r_d)} \quad (4.113)$$

$$k_3 = -\frac{g_o^3 (g_o - r_2 - r_d)}{(g_o - 2r_2 - 5r_d)^2 (g_o + r_2 + 4r_d)} \quad (4.114)$$

Aplicando o teorema da variedade central,  $x_3 = h(x_1, x_2)$ , e considerando somente os termos quadráticos, o sistema passa a ser descrito por

$$\dot{x}_1 = x_2 + \frac{k_1}{Y_3} (x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2) + \mathcal{O}(3) \quad (4.115)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{k_2}{Y_3} (x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2) + \mathcal{O}(3) \quad (4.116)$$

Este par de equações pode ser colocado em um formato matricial como se segue

$$\dot{x}_i = J_{ij}x_j + k_i g(x) \quad (4.117)$$

com  $x_i \in \mathbb{R}^2$  e

$$g(x) = (x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2) / Y_3 \quad (4.118)$$

A forma normal pode ser encontrada através da seguinte transformação de variáveis

$$x_i = w_i + h_i(w) \quad (4.119)$$

o que implica em

$$\dot{x}_i = \left( \delta_{ij} + \frac{\partial h_i}{\partial w_j} \right) \dot{w}_j \quad (4.120)$$

em que  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker. A dinâmica da nova variável  $w_i$  é dada por

$$\dot{w}_i = J_{ij}w_j + \left\{ J_{ij}h_j - \frac{\partial h_i}{\partial w_j} J_{jk}w_k + k_i g(w) \right\} + \mathcal{O}(3) \quad (4.121)$$

com a função  $h_i$  definida como sendo

$$h_1 = a_{10}w_1^2 + a_{11}w_1w_2 \quad (4.122)$$

$$h_2 = b_{10}w_1^2 + b_{11}w_1w_2 \quad (4.123)$$

Para a forma de Takens, os coeficientes  $a_{ij}$  e  $b_{ij}$  são

$$a_{10} = \frac{2k_1 + k_2}{2Y_3}, \quad a_{11} = \frac{k_1}{Y_3} \quad (4.124)$$

$$b_{10} = \frac{k_2}{Y_3}, \quad b_{11} = b_{10} \quad (4.125)$$



o que resulta em

$$\dot{w}_1 = w_2 + \frac{k_1 + k_2}{Y_3} w_1^2 + \mathcal{O}(3) \quad (4.126)$$

$$\dot{w}_2 = \frac{k_2}{Y_3} w_1^2 + \mathcal{O}(3) \quad (4.127)$$

Caso a forma normal de Bogdanov seja escolhida, os coeficientes  $b_{ij}$  devem ser redefinidos para

$$b_{10} = -\frac{k_1}{Y_3}, \quad b_{11} = \frac{k_2}{Y_3} \quad (4.128)$$

e o modelo da microrrede CC se torna

$$\dot{w}_1 = w_2 + \mathcal{O}(3) \quad (4.129)$$

$$\dot{w}_2 = \frac{k_2}{Y_3} w_1^2 + 2\frac{k_1 + k_2}{Y_3} w_1 w_2 + \mathcal{O}(3) \quad (4.130)$$

## 4.4 Análise numérica de bifurcações locais e globais

Nesta seção são apresentados alguns diagramas de bifurcações para o caso de estudo da microrrede CC. Note que as bifurcações estudadas na seção anterior são todas locais, mas existem algumas bifurcações extras que ocorrem na microrrede. A Figura 4.8 mostra um conjunto maior de bifurcações em que dois parâmetros são variados para gerar as curvas mostradas. Um *zoom* na TB pode ser visto na Figura 4.9.

Estes diagramas de bifurcações apresentam as três curvas já mencionadas (SN, HB e TB) e mais três bifurcações que possuem um caráter global. Para gerar a SN, HB e TB basta aplicar a definição de cada bifurcação via os coeficientes do polinômio característico em conjunto com as equações de equilíbrio. No caso das bifurcações globais, a primeira é uma bifurcação sela-nó de órbitas periódicas (SNPO), a segunda é uma conexão homoclina (HC), enquanto que a última corresponde a uma bifurcação de equilíbrio de fronteira (*boundary equilibrium bifurcation* - BEB).

A SNPO é uma bifurcação de ciclos limites. Note que a HB é do tipo subcrítica, mas a SNPO torna o ciclo limite instável gerado pela HB em um ciclo limite estável. Quando o equilíbrio do modelo da microrrede muda da região de potência constante para a região linear de operação da carga (Figura 4.4) temos o surgimento da BEB.

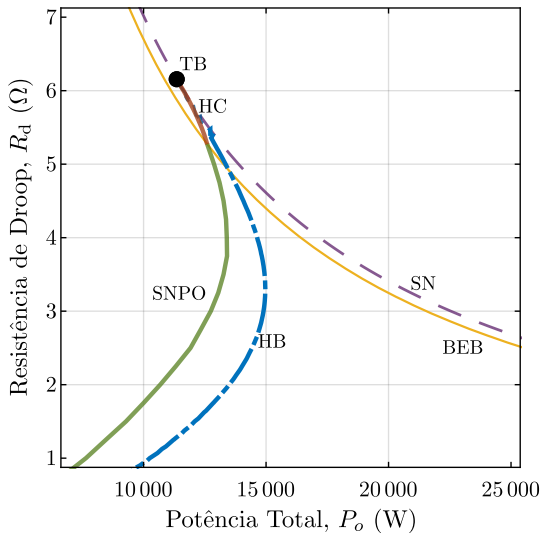


Figura 4.8: Conjunto de bifurcações locais e globais de co-dimensão dois considerando  $P_o$  e  $R_d$  como parâmetros de bifurcação.

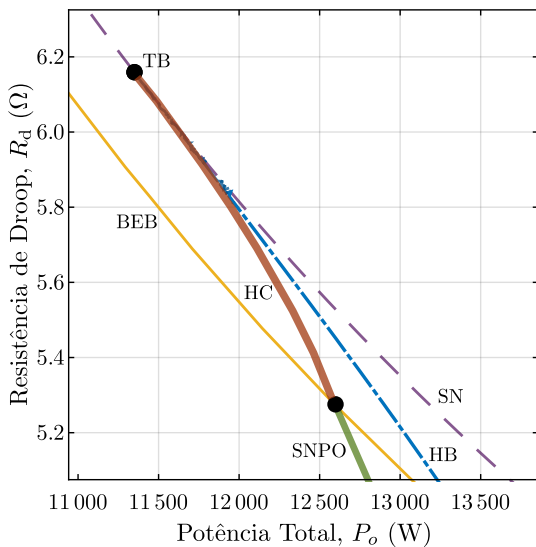


Figura 4.9: *Zoom* realçando a TB no conjunto de bifurcações locais e globais de co-dimensão dois considerando  $P_o$  e  $R_d$  como parâmetros de bifurcação.

Para compreender melhor estas bifurcações apresentamos na Figura 4.10, um diagrama de bifurcações variando somente um parâmetro, a potência da CPL, mostrando o efeito da variação da potência sobre a tensão  $v_o$  para um valor fixo de resistência de *droop*. Nesta situação,

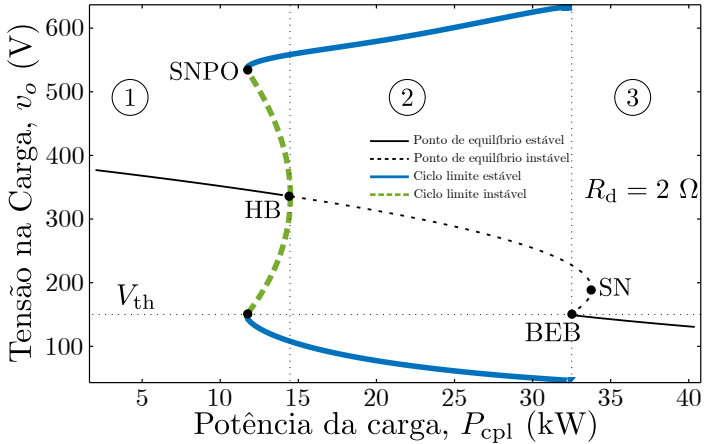


Figura 4.10: Diagrama de bifurcação no plano  $\{P_{cpl}, v_o\}$  para  $R_d = 2 \Omega$ .

para baixas potências o equilíbrio da microrrede é estável até que ocorre a HB surgindo um ciclo limite instável para potências maiores que a potência no ponto HB.

No ponto do diagrama denotado por SNPO, para  $v_o = V_{th}$ , surgem simultaneamente dois ciclos limites, um estável e outro instável de menor amplitude. Ao aumentar a potência, o ciclo limite instável diminui a sua amplitude até desaparecer no ponto HB. O ciclo limite estável permanece ao redor do equilíbrio instável, sendo que as variáveis da microrrede permanecem oscilando. Ao aumentar mais a potência, o ciclo limite estável desaparece (colapsa) em uma bifurcação de fronteira (BEB).

O ciclo limite instável pode ser visto como a região de atração do equilíbrio, na região ①, pois mesmo que o equilíbrio seja estável nesta região, caso a tensão  $v_o$  cruze a curva em verde na Figura 4.10, o sistema passará a oscilar.

As equações de equilíbrio da CPL e CPS na região linear de operação (Figura 4.4) não possuem soluções quando  $v_o < V_{th}$  para baixas potências. A partir de um certo valor de potência as equações de equilíbrio da região linear da CPL e CPS são satisfeitas (em torno de 32.5

kW, de acordo com a Figura 4.10), então o sistema passa a ter um novo ponto de equilíbrio estável, ou seja, a BEB gera um novo equilíbrio devido à natureza descontínua do modelo da carga.

A medida que  $R_d$  aumenta, o valor da potência em que ocorre a HB se desloca para a direita e a SN se desloca para a esquerda. Em algum momento o ciclo limite instável gerado pela bifurcação de Hopf subcrítica vai se colapsar com o equilíbrio instável gerado pela bifurcação BEB, em uma bifurcação denominada de conexão homoclina (HC), como pode ser visualizado no diagrama da Figura 4.11.

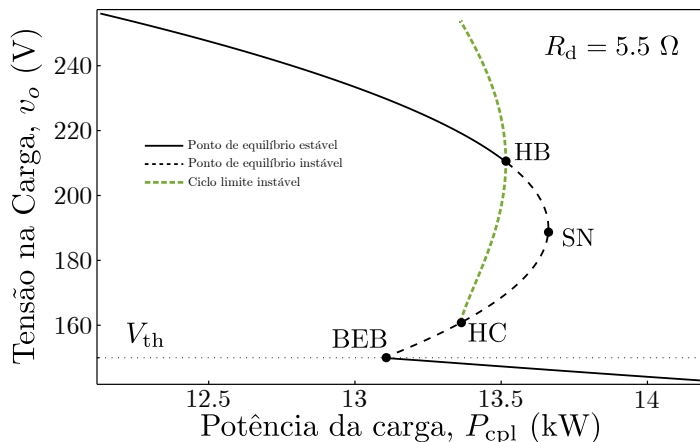


Figura 4.11: Diagrama de bifurcação no plano  $\{P_{cpl}, v_o\}$  para  $R_d = 5,5 \Omega$ .

No ponto HC do diagrama da Figura 4.11, temos então o encontro do ciclo limite instável gerado pela HB com o ponto de equilíbrio instável gerado pela SN. Nesta situação o sistema não oscila e quando se cruza a HB, a tensão vai para o ponto de equilíbrio estável dada pela BEB. O ciclo limite instável gerado pela HB determina a região de atração do ponto de equilíbrio do ramo superior.

Por último, note que se continuarmos a aumentar o valor de  $R_d$ , a HB vai se chocar com a SN e teremos a TB. A Figura 4.12 mostra como fica o diagrama de bifurcações para valores grandes da resistência de *droop*. Nesta situação a microrrede é sempre estável.

Neste trabalho, as instabilidades são apresentadas sem se preocupar se a potência em que ocorrem está dentro ou fora da faixa de operação dos diversos conversores presentes. Na situação de  $R_d = 2 \Omega$ , caso as duas fontes com *droop* (conversores CC-CC e CA-CC) devam fornecer

cada uma até 5 kW de potência (10 kW total), então todas as instabilidades que possam ocorrer estão fora da região de interesse, como mostra a Figura 4.13. O problema é que o modelo reduzido da microrrede CC depende de parâmetros como as linhas de distribuição que conectam os conversores, mas não depende dos conversores em si, isto é, o valor que a microrrede CC fica instável não é conhecido a priori. Os marcadores  $\times$  com  $a$ ,  $b$  e  $c$  na Figura 4.13 se referem a degraus de potência que será desenvolvido na seção de simulação (Seção 4.6).

Os diagramas de bifurcações apresentados mostram as curvas de equilíbrio e os possíveis ciclos limites que surgem a medida que a potência da carga varia. Para o caso de  $R_d = 2 \Omega$ , se somente o modelo linearizado da microrrede CC fosse utilizado teríamos então o diagrama visto na Figura 4.14. Os detalhes sobre os dois ciclos limites são perdidos.

## 4.5 Dinâmica interna dos conversores CC-CC (CPL e CPS)

Até aqui todas as análises foram realizadas para o modelo reduzido da microrrede CC. Nesta seção realizaremos uma análise numérica da dinâmica do modelo completo da microrrede, considerando a dinâmica interna dos conversores CC-CC, modelados como sendo CPL e CPS. Posteriormente, os resultados obtidos sobre o modelo completo da microrrede CC são comparados com os do modelo reduzido.

Baseado na Figura 4.2, a CPL é um conversor *buck* alimentando uma resistência com o controle por realimentação de estados. Além disto, o controle será composto por somente uma malha de tensão. A Figura 4.15 mostra em detalhes o conversor *buck* com carga resistiva modelado como uma CPL.

O modelo do conversor que forma a CPL é em malha fechada dado por

$$L_l \frac{di_l}{dt} = v_o (-k_0 i_l - k_1 v_l - k_2 \xi_l) - v_l \quad (4.131)$$

$$C_l \frac{dv_l}{dt} = i_l - \frac{v_l}{R_o} \quad (4.132)$$

$$\frac{d\xi_l}{dt} = v_l - V_{th} \quad (4.133)$$

em que  $v_o$  é a tensão no capacitor  $C_{cpl}$ , ou seja, tensão de entrada do conversor *buck*,  $i_l$  é a corrente no indutor de filtro  $L_l$ ,  $v_l$  é a tensão

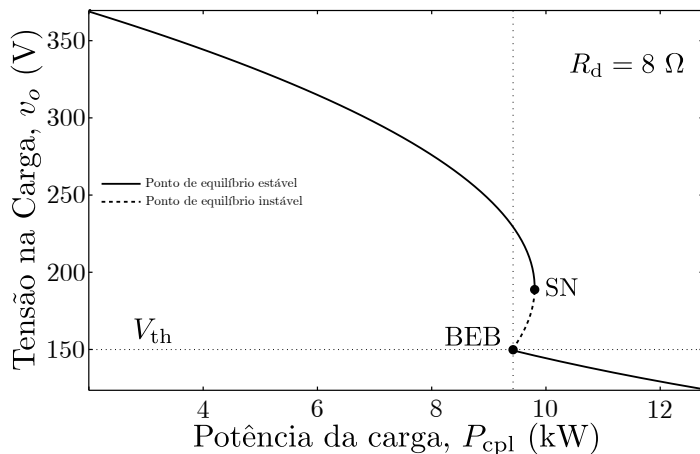


Figura 4.12: Diagrama de bifurcação no plano  $\{P_{cpl}, v_o\}$  para  $R_d = 8 \Omega$ .

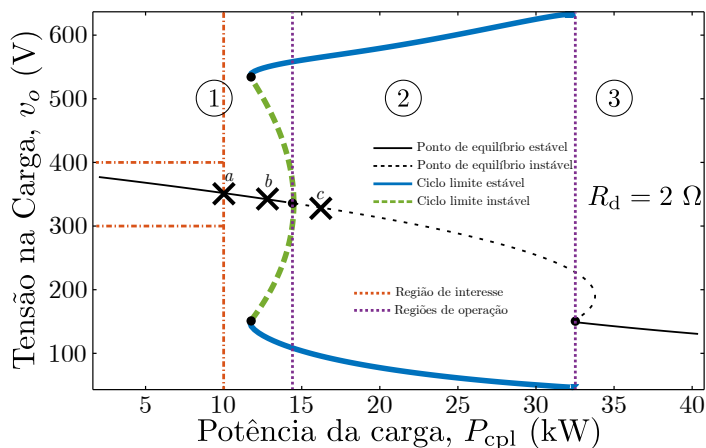


Figura 4.13: Diagrama de bifurcação no plano  $\{P_{cpl}, v_o\}$  para  $R_d = 2 \Omega$  salientando a região de interesse para a operação da microrrede CC (região delimitada entre 300 e 400 V e até 10 kW de potência). Os marcadores  $\times$  se referem a resultados de simulação da Seção 4.6.

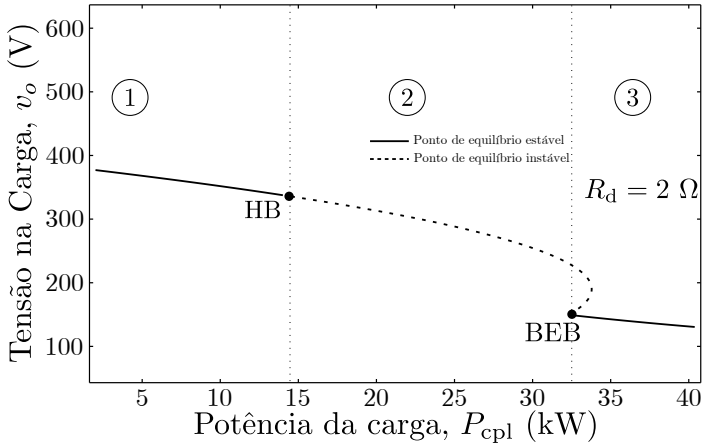


Figura 4.14: Diagrama de bifurcação no plano  $\{P_{cpl}, v_o\}$  para  $R_d = 2 \Omega$  mostrando somente a dinâmica que o modelo linearizado consegue obter (compare com a Figura 4.13).

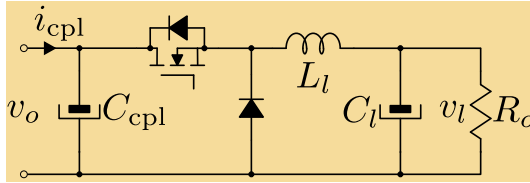


Figura 4.15: Conversor *buck* com carga resistiva, em que ambos são modelados como uma CPL no modelo reduzido da microrrede CC.

na saída do conversor *buck*,  $\xi_l$  é estado associado com a ação integral para a malha de controle e  $V_{th}$  é o sinal de referência para o conversor modelado como a CPL. Os ganhos  $k_0$ ,  $k_1$  e  $k_2$  são os parâmetros do controle por realimentação de estados.

No caso do conversor conectado nos terminais do PV, a Figura 4.16 mostra um conversor *boost* convencional. A modelagem do conversor *boost* é dada por

$$C_{pv} \frac{dv_{pv}}{dt} = I_{pv} - i_{LP} \tag{4.134}$$

$$L_{pv} \frac{di_{LP}}{dt} = v_{pv} - (1 - u_{pv}) v_o \tag{4.135}$$

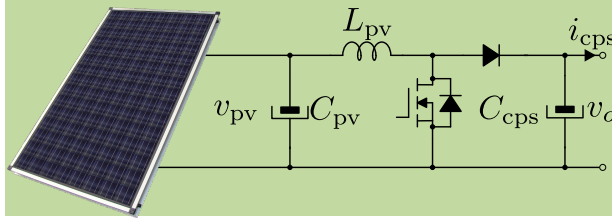


Figura 4.16: Conversor *boost* operando no MPPT, conectado a um painel fotovoltaico e modelado como uma CPS.

adotando o controle por realimentação linearizante dado por

$$u_{pv} = 1 - \frac{v_{pv} + k_{pv} (i_{Lp} - I_{mppt})}{v_o} \quad (4.136)$$

temos que

$$C_{pv} \frac{dv_{pv}}{dt} = I_{pv} - i_{Lp} \quad (4.137)$$

$$L_{pv} \frac{di_{Lp}}{dt} = -k_{pv} (i_{Lp} - I_{mppt}) \quad (4.138)$$

em que  $i_{Lp}$  é a corrente no indutor de filtro  $L_{pv}$ ,  $v_{pv}$  é a tensão no capacitor  $C_{pv}$ ,  $I_{pv}$  é a corrente de saída do PV e  $I_{mppt}$  é o sinal de referência que o controle deve seguir (valor de 10 A para a tensão de 100 V nos terminais do painel e temperatura constante).

Como o foco deste trabalho não é no estudo de técnicas de MPPT, podemos utilizar a mais simples, o perturba e observa. Com o sinal de referência gerado pelo MPPT,  $V_{mppt}$ , o controle da malha de tensão é um PI:

$$I_{mppt} = \kappa_1^{pv} (v_{pv} - V_{mppt}) + \kappa_2^{pv} \xi_{pv} \quad (4.139)$$

$$\frac{d\xi_{pv}}{dt} = v_{pv} - V_{mppt} \quad (4.140)$$

em que  $\kappa_1^{pv}$  e  $\kappa_2^{pv}$  são os ganhos do PI. Nas simulações que serão feitas, o painel não sofrerá mudanças de irradiação ou temperatura, logo a malha de tensão pode ser ignorada para os propósitos deste capítulo.

Os parâmetros do sistema de controle de ambos os conversores da CPL e CPS estão na Tabela 4.2, enquanto que os ganhos dos controladores das fontes CC (Capítulo 3) estão na Tabela 4.3. Lembre que  $k_p$  é o ganho da malha de corrente da fonte CC-CC,  $k_1^i$  e  $k_2^i$  são os ganhos



Tabela 4.2: Parâmetros da CPL e CPS.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$L_l$	1 mH	$L_{pv}$	1 mH
$C_l$	100 $\mu$ F	$C_{pv}$	10 $\mu$ F
$k_0$	0,145968	$k_{pv}$	6
$k_1$	0,0191522	$C_{cpl}$	10 $\mu$ F
$k_2$	156,663	$C_{cps}$	90 $\mu$ F

Tabela 4.3: Parâmetros dos controles das fontes CC-CC e CA-CC.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$k_p$	1,25664	$k_1^i$	1,999
$k_1$	0,0444	$k_2^i$	2664,79
$k_2$	1,97392		

da malha de corrente da fonte CA-CC,  $k_1$  e  $k_2$  são os ganhos da malha de tensão de ambas as fontes. As malhas de tensão das fontes com *droop* tem a mesma estrutura e por conta disto os valores dos ganhos são iguais.

O modelo completo da microrrede CC pode ser comparado com o modelo reduzido, por exemplo utilizando o valor de  $R_d = 2 \Omega$ , o diagrama de bifurcação no plano  $\{P_{cpl}, v_o\}$  é mostrado na Figura 4.17 e comparando com o que foi apresentado para o modelo reduzido (Figura 4.10) vemos que os modelos são qualitativamente equivalentes.

Os parâmetros da linha de transmissão aparecem em ambos os modelos e podemos verificar como a HB se comporta quando se varia a indutância para o modelo completo e o modelo reduzido, como mostra a Figura 4.18. Neste gráfico a indutância  $L_1$  de ambos os modelos é variada assumindo que  $L_2 = 2L_1$ . Veja que a curva da instabilidade da HB é praticamente a mesma para ambos os casos, o que permite comprovar a validade do modelo reduzido. Um gráfico semelhante pode ser gerado para a capacitância na carga  $C_o$ , como mostra a Figura 4.19. Assim como no caso da indutância, o efeito da capacitância na estabilidade da microrrede é praticamente o mesmo para o modelo reduzido e para o modelo completo, mas o modelo reduzido pode eventualmente apresentar problemas para valores muito pequenos de  $C_o$ , pois nesta situação o modelo CPL não consegue capturar o comportamento real da carga e seria mais adequado usar o modelo DCPL.

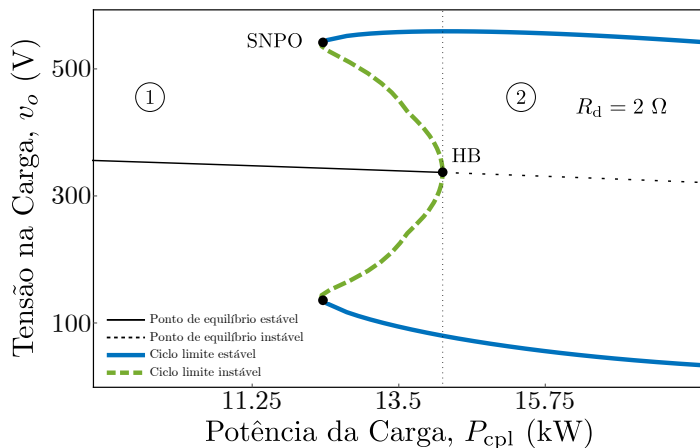


Figura 4.17: Diagrama de bifurcação no plano  $\{P_{cpl}, v_o\}$  para  $R_d = 2 \Omega$  válido para o modelo completo da microrrede CC.

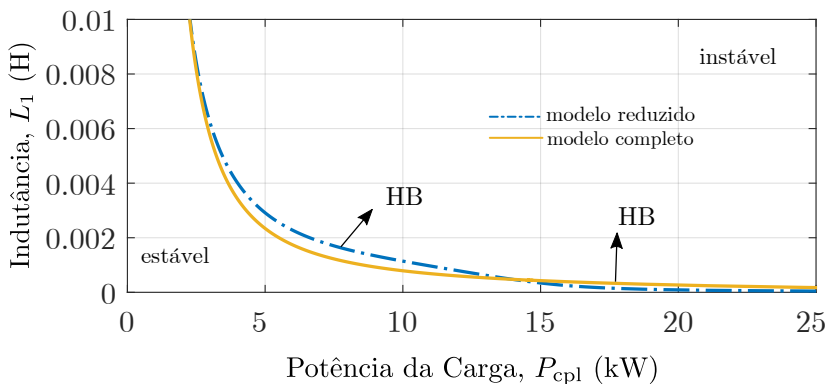


Figura 4.18: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{cpl}, L_1\}$  para a bifurcação de Hopf na microrrede CC, assumindo  $L_2 = 2L_1$ .

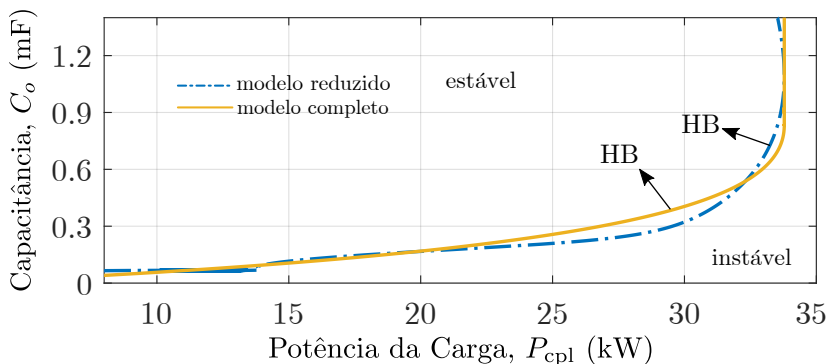


Figura 4.19: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{cpl}, C_o\}$  para a bifurcação de Hopf na microrrede CC.

Alguns parâmetros do modelo completo da microrrede não aparecem no modelo reduzido, como por exemplo os ganhos dos controladores das fontes com *droop*. O efeito que o ganho proporcional da malha de corrente da fonte CA-CC tem na estabilidade da microrrede é mostrado na Figura 4.20, enquanto que o ganho proporcional da malha de corrente da fonte CC-CC pode ser visto na Figura 4.21. A influência que o ganho da malha de tensão, que é o mesmo para ambas as fontes, tem na bifurcação de Hopf é apresentada na Figura 4.22.

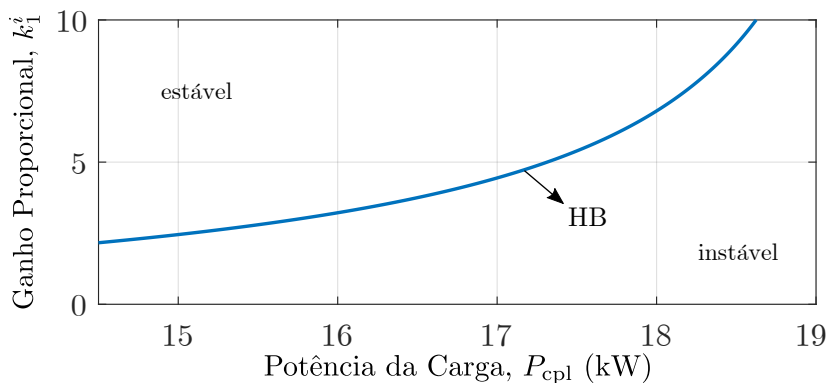


Figura 4.20: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{cpl}, k_1^i\}$  mostrando a bifurcação de Hopf em função do ganho proporcional da malha de corrente da fonte CA-CC.

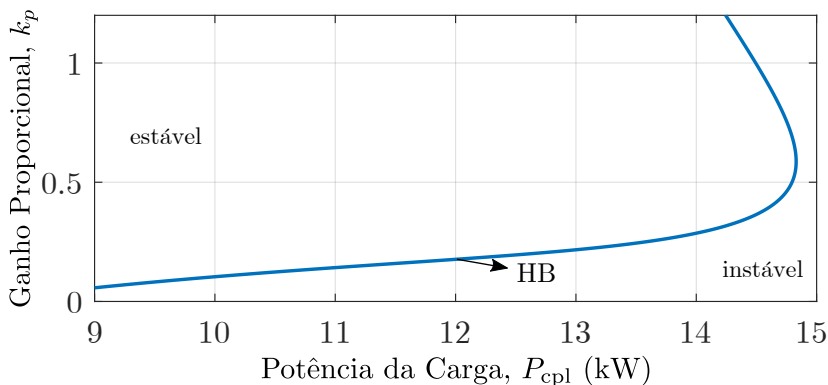


Figura 4.21: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{cpl}, k_p\}$  mostrando a bifurcação de Hopf em função do ganho proporcional da malha de corrente da fonte CC-CC.

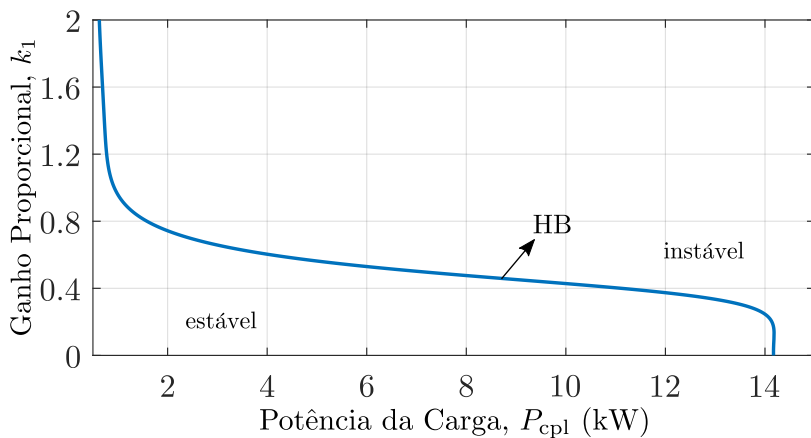


Figura 4.22: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{cpl}, k_1\}$  mostrando a bifurcação de Hopf em função do ganho proporcional da malha de tensão de ambas as fontes, CC-CC e CA-CC.

O efeito dos ganhos da malha de corrente é de tornar a dinâmica de operação da malha de corrente mais rápida e neste processo forçar com que a HB ocorra em potências altas (de preferência fora da faixa de interesse), mas existe um limite como mostra a Figura 4.21 para o conversor CC-CC. No caso do efeito da malha de tensão, a Figura 4.22 mostra que as malhas de tensão de ambas as fontes devem ter ganhos proporcionais pequenos para que a HB não ocorra em potências baixas. A parte integral também deve ser pequena para evitar que a HB ocorra na região de interesse.

## 4.6 Resultados de simulação

A simulação para mostrar as bifurcações apresentadas anteriormente será desenvolvida utilizando o aplicativo PSIM com os modelos comutados de todos os conversores, o que gera algumas diferenças entre os modelos por valores médios utilizados até então. Vamos focar as simulações para um valor de resistência de *droop* de  $R_d = 2 \Omega$ .

A Figura 4.23 mostra variações na potência da carga (CPL) indo de 12,85 kW (região ①,  $\times b$ ) para 16,2 kW (região ②,  $\times c$ ) e depois para 10 kW (região ①,  $\times a$ ) conforme mostrado nos marcadores  $\times$  da Figura 4.13.

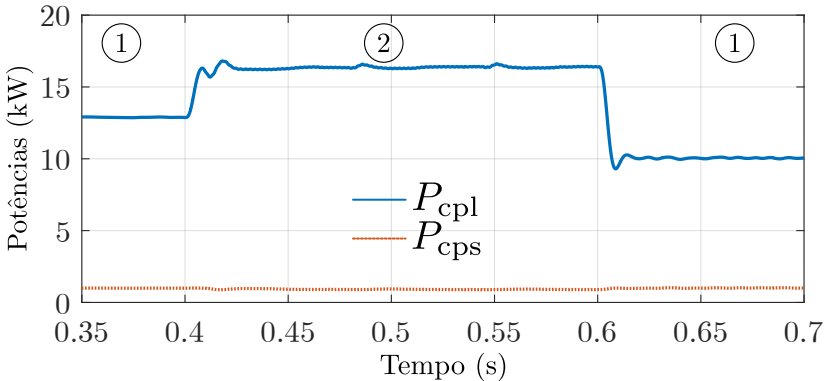


Figura 4.23: Degraus na potência  $P_{cpl}$ .

Com base nos degraus de potência da Figura 4.23 podemos ver o efeito da HB nas variáveis da microrrede. A Figura 4.24 mostra as correntes  $i_1$  e  $i_2$  quando ocorre a HB em  $t = 0,4$  s e depois em  $t = 0,6$  s o sistema volta a ser estável. As formas de onda das tensões  $v_o$  e

$v_l$  (tensão de saída da CPL) são mostradas na Figura 4.25. Enquanto a malha de tensão consegue garantir que  $v_l \rightarrow V_{th}$ , o conversor se comporta como uma CPL. Quando a tensão  $v_o$  diminui bastante, o controle não consegue mais rastrear o sinal de referência<sup>8</sup> e o conversor *buck* passa se comportar como uma resistência.

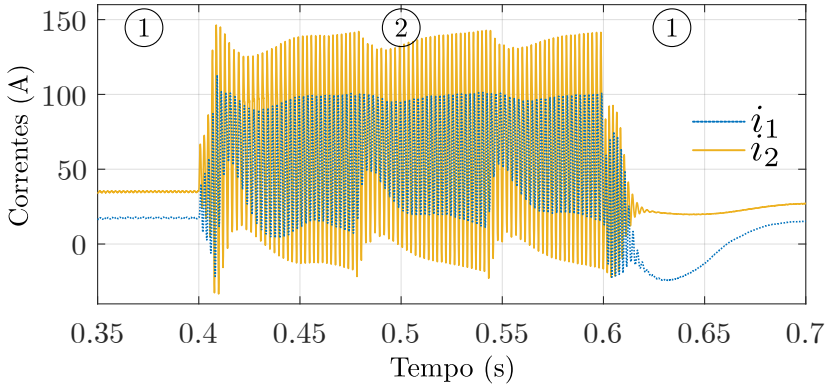


Figura 4.24: Efeito dos degraus de potência  $P_{cpl}$  nas correntes  $i_1$  e  $i_2$ .

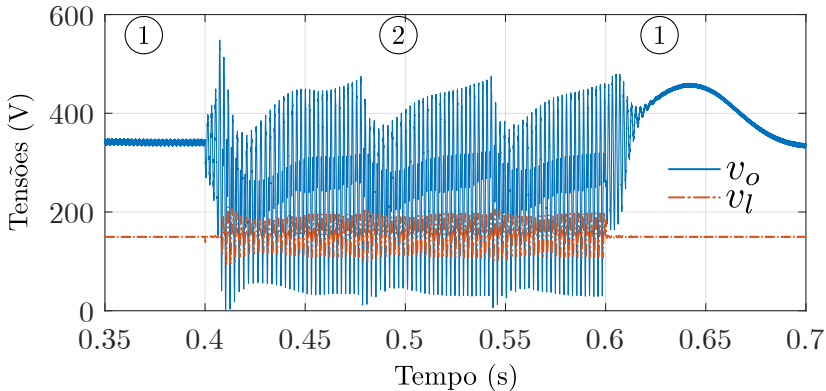


Figura 4.25: Efeito dos degraus de potência  $P_{cpl}$  nas tensões  $v_o$  e  $v_l$ .

<sup>8</sup>O conversor CC-CC da carga é um conversor *buck*. Quando a tensão nos terminais de entrada diminui até próximo do valor da tensão de referência da saída ( $V_{th}$ ), o sistema de controle da carga não consegue operar de forma satisfatória, já que este conversor é abaixador. Nestas condições, o conversor *buck* opera em malha aberta (desconsiderando que o sistema de proteção possa desligar o conversor).

Na região ② em que as variáveis da microrrede CC estão oscilando devido à HB, podemos analisar o formato de onda das ondulações na tensão  $v_o$  para diferentes valores da potência da CPL, como visto na Figura 4.26. O formato do ciclo limite muda à medida que a potência varia.

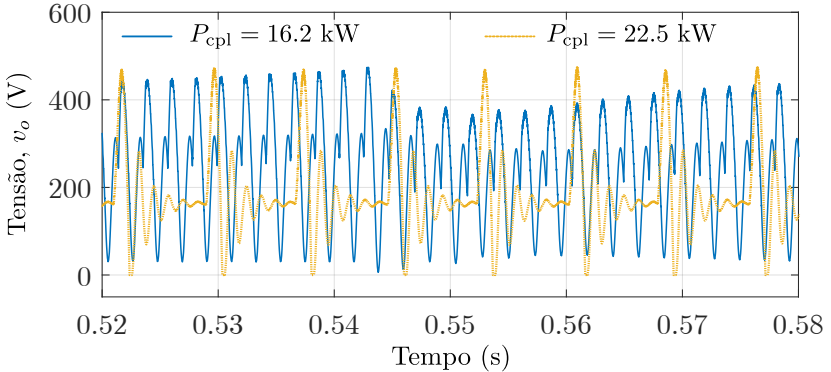


Figura 4.26: Forma de onda do ciclo limite (órbita periódica) estável de  $v_o$  para diferentes valores de  $P_{cpl}$ .

Por último, podemos verificar via simulação a presença da SNPO, ou seja, a presença de dois ciclos-limites, um instável e o outro estável. A SNPO pode ser vista como uma histerese, pois o sistema fica instável devido à HB, mas para voltar ao equilíbrio estável a potência tem que ser menor que a definida pela SNPO (Figura 4.10), como mostra a Figura 4.27.

## 4.7 Droop de potência (não linear)

Na Seção 2.2 foi apresentado, além do *droop* CC tradicional, um *droop* baseado na potência de saída (2.7)-(2.8) e que introduz não linearidades no modelo da fonte CC. Utilizando (2.8) como o modelo das fontes com *droop*, o modelo reduzido da microrrede CC operando na região de potência constante da carga passa a ser

$$L_1 \frac{di_1}{dt} = -R_1 i_1 + \frac{V_r}{1 + m_d i_1} - \frac{V_r}{1 + m_d (i_2 - i_1)} \quad (4.141)$$

$$L_2 \frac{di_2}{dt} = -R_2 i_2 + \frac{V_r}{1 + m_d (i_2 - i_1)} - v_o \quad (4.142)$$

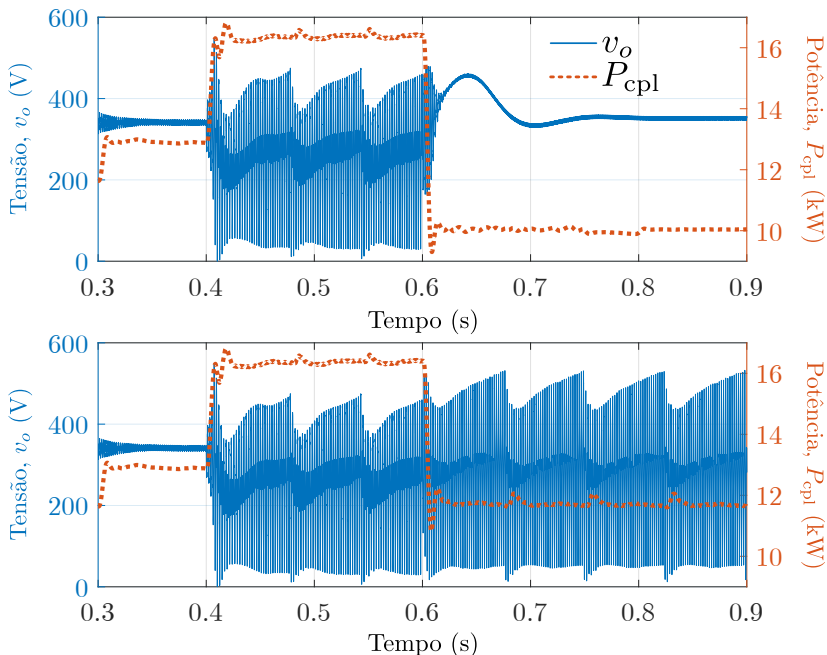


Figura 4.27: Simulação mostrando a presença da SNPO. A forma de onda em azul corresponde à tensão  $v_o$ , enquanto que a forma de onda em vermelho é a potência da CPL.

$$C_o \frac{dv_o}{dt} = i_2 - \frac{P_{cpl} - P_{cps}}{v_o} \quad (4.143)$$

O diagrama de estabilidade para diferentes valores da potência da carga CPL está na Figura 4.28. Apesar da curva de equilíbrio ser diferente do *droop* convencional, ainda ocorrem os principais fenômenos dinâmicos (HB, SNPO e BEB). No caso da SN, ela aparece para tensões menores que  $V_{th}$ , isto significa que não existe SN<sup>9</sup> para o *droop* de potência. A Figura 4.29 mostra a variação do ponto em que ocorre a bifurcação de Hopf em função dos ganhos dos dois tipos de *droop* ( $m_d$  e  $R_d$ ).

O estudo sobre o *droop* de potência não será explorado em mais detalhes neste trabalho, mas note que o *droop* linear consegue deslocar a potência que ocorre a HB para valores levemente maiores que o *droop* de potência, válido para os parâmetros da Tabela 4.1.

<sup>9</sup>A CPL muda de comportamento antes de ocorrer a SN.



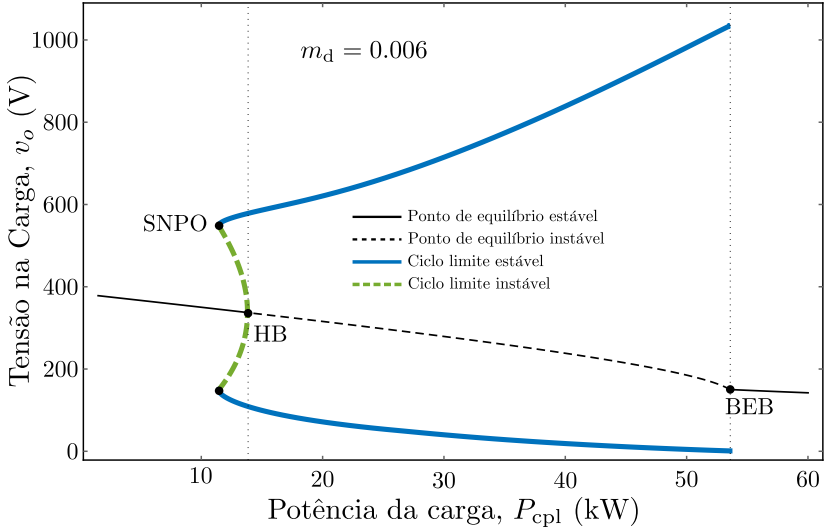


Figura 4.28: Diagrama de estabilidade nos planos  $\{P_{cpl}, v_o\}$  para  $m_d = 0.006$ .

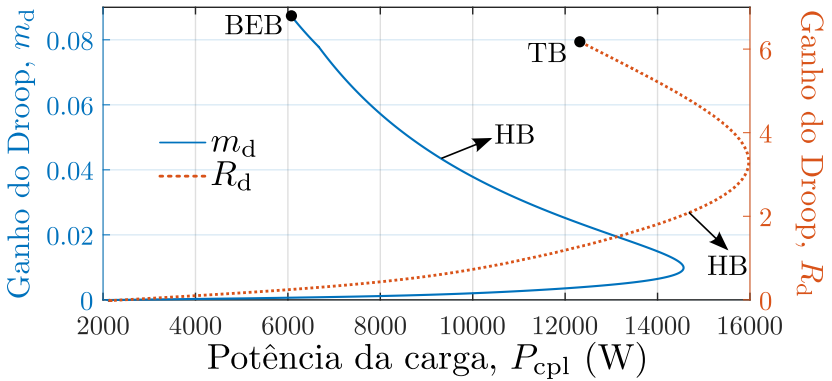


Figura 4.29: Diagrama de estabilidade nos planos  $\{P_{cpl}, m_d\}$  e  $\{P_{cpl}, R_d\}$  para a bifurcação de Hopf na microrrede CC para o droop resistivo (curva em vermelho) e de potência (curva em azul). O droop resistivo consegue operar com potências mais elevadas que o droop de potência.

## 4.8 Conclusão

Neste capítulo analisou-se a dinâmica de uma microrrede CC ao variar basicamente a potência de carga. Tipicamente na literatura técnica a estabilidade de microrredes é verificada via modelos linearizados, mas no caso deste capítulo técnicas de bifurcações foram usadas, com a virtude de mostrar alguns comportamentos que não são possíveis de se detectar via métodos lineares, tais como a SNPO. A partir do estudo de bifurcações realizado é possível:

- verificar que a escolha de valores maiores da resistência de *droop* ( $R_d$ ) desloca a bifurcação de Hopf para potências mais altas, o que aumenta a faixa de potência para a operação da microrrede;
- porém, ao aumentar  $R_d$  a máxima potência da microrrede reduz, conforme (4.11). A bifurcação sela-nó de ponto de equilíbrio (ponto de máxima potência) muda de forma contrário à bifurcação de Hopf e isto complica o projeto de  $R_d$  em termos da estabilidade da microrrede.

Portanto, existe claramente um compromisso na escolha de  $R_d$ . Os diagramas de bifurcações podem ser utilizados também para determinar a região segura de operação da microrrede e implementar proteções adequadas para o caso de operar fora desta. Por último, uma breve comparação da bifurcação de Hopf que ocorre na microrrede CC entre o *droop* tradicional (resistivo) e o *droop* não linear (potência) foi apresentada.

Este capítulo possui como contribuição o uso de diagramas de bifurcações para um estudo de caso de uma microrrede CC. Embora, existam alguns trabalhos na literatura nesta linha de pesquisa, mas voltados para problemas um pouco diferentes, o estudo do efeito da variação da resistência de *droop* ( $R_d$ ) na estabilidade de uma microrrede CC pode ser considerado como uma contribuição importante deste trabalho. Os principais resultados deste capítulo foram publicados em [1, 19, 20].

# Capítulo 5

## Controle de Conversores para Microrredes CA

### 5.1 Introdução

Fontes com *droop* para sistemas CA são abordadas neste capítulo, em particular o inversor trifásico fonte de tensão. Ao longo deste capítulo são desenvolvidos a modelagem e o sistema de controle para o conversor CC-CA. Isto é, a dinâmica interna (Seção 2.4) da fonte, enquanto que o Capítulo 6 trata o paralelismo de inversores acionando diferentes cargas, ou seja, a dinâmica externa. O sistema de controle deve ser projetado para tentar reduzir o acoplamento das correntes de saída do inversor com a dinâmica da tensão de saída, na tentativa de reproduzir uma fonte de tensão ideal.

Um índice  $k$  será adotado, ao longo deste capítulo, somente nas variáveis que fazem parte da dinâmica externa do VSI (correntes de saída, potências de saída, etc). No próximo capítulo será visto o paralelismo dos inversores estudados neste capítulo, portanto o índice  $k$  se refere ao  $k$ -ésimo inversor presente na rede. Devido à existência de mais de um tipo de controle por *droop* em conjunto com a impedância virtual, a análise de estabilidade será apresentada para cada tipo de impedância virtual.

Este capítulo é estruturado da seguinte forma: a modelagem do inversor trifásico está na Seção 5.2; o projeto do sistema de controle pode ser visto na Seção 5.3; e finalmente a análise da estabilidade está na Seção 5.4.

## 5.2 Modelagem do conversor CC-CA

Um dos elementos fundamentais em uma microrrede CA é o inversor trifásico, visto na Figura 5.1 usando um filtro LCL, além de um filtro dissipativo RC para aumentar o amortecimento e por consequência a estabilidade do sistema. A figura destaca as partes do circuito que serão utilizadas no modelo reduzido da microrrede CA e também a parte interna.

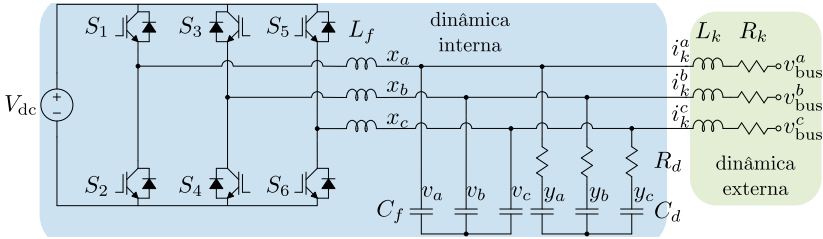


Figura 5.1: Circuito do conversor CC-CA trifásico utilizado como uma fonte CA.

O filtro do VSI é formado pelas indutâncias  $L_f$  e  $L_k$ , das capacitâncias  $C_f$  e  $C_d$  e da resistência  $R_d$ . A indutância  $L_k$  é somada com qualquer indutância série das linhas de distribuição que conecta o conversor CC-CA com o barramento CA, por conta disto as perdas parasitas das linhas são modeladas na forma da resistência  $R_k$ .

O modelo por valores médios do inversor trifásico utilizando as variáveis de fase é dado por

$$L_f \frac{d\mathbf{x}_{abc}}{dt} = V_{dc} \mathbf{u}_{abc} - \mathbf{v}_{abc} - \mathbf{V}_z \quad (5.1)$$

$$C_f \frac{d\mathbf{v}_{abc}}{dt} = \mathbf{x}_{abc} - \mathbf{i}_k^{abc} - \frac{\mathbf{v}_{abc} - \mathbf{y}_{abc}}{R_d} \quad (5.2)$$

$$C_d \frac{d\mathbf{y}_{abc}}{dt} = \frac{\mathbf{v}_{abc} - \mathbf{y}_{abc}}{R_d} \quad (5.3)$$

$$L_k \frac{d\mathbf{i}_k^{abc}}{dt} = \mathbf{v}_{abc} - R_k \mathbf{i}_k^{abc} - \mathbf{v}_{bus}^{abc} - \mathbf{V}_n \quad (5.4)$$

em que  $\mathbf{x}_{abc} = [x_a \ x_b \ x_c]^T$  são as correntes no indutor de filtro  $L_f$ ;  $\mathbf{v}_{abc} = [v_a \ v_b \ v_c]^T$  são as tensões de fase no capacitor de filtro  $C_f$ ;  $\mathbf{i}_k^{abc} = [i_k^a \ i_k^b \ i_k^c]^T$  são as correntes de saída do inversor;  $\mathbf{y}_{abc} = [y_a \ y_b \ y_c]^T$  são as tensões de fase no capacitor do

filtro dissipativo  $C_d$ ; as tensões de fase no barramento são  $\mathbf{v}_{\text{bus}}^{abc} = [v_{\text{bus}}^a \ v_{\text{bus}}^b \ v_{\text{bus}}^c]^T$ ; as tensões  $\mathbf{V}_z$  e  $\mathbf{V}_n$  são as componentes de sequência zero presentes no sistema. Por último, as razões cíclicas são definidas como  $\mathbf{u}_{abc} = [u_a \ u_b \ u_c]^T$ , onde  $\mathbf{u}_{abc} \in (-1/2, 1/2)$ , enquanto que as razões cíclicas associadas com as chaves  $S_1$ ,  $S_3$  e  $S_5$  se relacionam com  $\mathbf{u}_{abc}$  através de

$$\begin{cases} u_{s1} = \frac{1}{2} + u_a \\ u_{s3} = \frac{1}{2} + u_b \\ u_{s5} = \frac{1}{2} + u_c \end{cases} \quad (5.5)$$

A microrrede CA que será estudada no Capítulo 6 possui dois inversores idênticos operando em paralelo, então a modelagem e o controle que serão desenvolvidos neste capítulo servem para ambas as fontes.

Utilizando o mesmo procedimento visto na Seção 3.5, onde o modelo do conversor CA-CC foi desenvolvido em termos das variáveis linha-linha equivalente, podemos deduzir o modelo do VSI em  $\alpha\beta$  como sendo

$$L_f^e \frac{d\mathbf{x}_{\alpha\beta}}{dt} = V_{dc} \mathbf{u}_{\alpha\beta} - \mathbf{v}_{\alpha\beta} \quad (5.6)$$

$$C_f^e \frac{d\mathbf{v}_{\alpha\beta}}{dt} = \mathbf{x}_{\alpha\beta} - \mathbf{i}_k^{\alpha\beta} - \frac{\mathbf{v}_{\alpha\beta} - \mathbf{y}_{\alpha\beta}}{R_d^e} \quad (5.7)$$

$$C_d^e \frac{d\mathbf{y}_{\alpha\beta}}{dt} = \frac{\mathbf{v}_{\alpha\beta} - \mathbf{y}_{\alpha\beta}}{R_d^e} \quad (5.8)$$

$$L_k^e \frac{d\mathbf{i}_k^{\alpha\beta}}{dt} = \mathbf{v}_{\alpha\beta} - R_k^e \mathbf{i}_k^{\alpha\beta} - \mathbf{v}_{\text{bus}}^{\alpha\beta} \quad (5.9)$$

em que  $\mathbf{x}_{\alpha\beta} \in \mathbb{R}^2$  com  $\mathbf{x}_{\alpha\beta} = [x_\alpha \ x_\beta]^T$  e com as outras variáveis definidas de forma similar. Os parâmetros do inversor são definidos como  $L_f^e = 3L_f$ ,  $L_k^e = 3L_k$ ,  $C_f^e = C_f/3$ ,  $C_d^e = C_d/3$ ,  $R_d^e = 3R_d$  e  $R_k^e = 3R_k$ . Lembre que as tensões e correntes definidas em  $\alpha\beta$  são as de uma configuração delta equivalente<sup>1</sup>.

Os parâmetros originais (configuração em estrela) do conversor CC-CA estão contidos na Tabela 5.1 (a amplitude  $E_r^e$  do sinal de referência é para uma tensão linha-linha em  $\alpha\beta$ ,  $E_r^e = \sqrt{3}E_r$ ) e para mais detalhes consulte [101]. Note que a impedância de saída do inversor é indutiva,

<sup>1</sup>As correntes em  $abc$  em delta são definidas de acordo com  $x_{ab} = (x_a - x_b)/3$  e no caso das tensões,  $v_{ab} = v_a - v_b$ . Os parâmetros do circuito utilizando o equivalente delta possui um índice  $e$ .

Tabela 5.1: Parâmetros do conversor CC-CA (tensões linha-linha).

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$L_f$	460 $\mu\text{H}$	$L_k$	230 $\mu\text{H}$
$R_d$	12 $\Omega$	$R_k$	10 m $\Omega$
$C_d$	2 $\mu\text{F}$	$C_f$	4 $\mu\text{F}$
$V_{\text{dc}}$	380 V	$E_r^e$	330 V
$\omega_r$	377 rad/s	$\omega_p$	62,83 rad/s
$f_s$	19,98 kHz	$P_{\text{max}}$	5 kVA

pois  $\omega_r L_k = 86,7 \text{ m}\Omega$  e  $R_k = 10 \text{ m}\Omega$ . Toda a análise deste capítulo ocorre para o modelo equivalente em delta.

Ao longo desta tese, todos os sistemas de controle para conversores trifásicos são desenvolvidos para o equivalente em delta. Apesar de que em alguns momentos é interessante apresentar um modelo reduzido da microrrede CA (sem incluir a dinâmica do VSI) em estrela. No caso dos parâmetros do sistema de controle do inversor e somente para eles, ganhos proporcionais ( $k_p$ ,  $k_1^v$ ) e ressonante ( $k_2^v$ ), estarão sempre em delta e não terão o índice  $e$ . Em nenhum momento será mostrado o equivalente em estrela de  $k_p$ ,  $k_1^v$  e  $k_2^v$ , com exceção do Capítulo 7, mas nenhuma equação é apresentada para este capítulo.

## 5.3 Controle para o conversor CC-CA

Diferentemente do controle proposto para o conversor CA-CC visto no Capítulo 3, o controle do inversor será desenvolvido na base  $\alpha\beta$ . Para o projeto do sistema de controle, as seguintes variáveis são medidas:  $\mathbf{x}_{\alpha\beta}$ ,  $\mathbf{v}_{\alpha\beta}$ ,  $\mathbf{i}_k^{\alpha\beta}$ . O diagrama de blocos do sistema de controle é apresentado na Figura 5.2, enquanto que a parte referente ao *droop* pode ser vista nas Figuras 2.11, 2.12 e 2.13.

### 5.3.1 Malha de corrente

A malha de corrente proposta é bem simples, um controle proporcional com uma ação que desacopla a dinâmica da corrente do resto do modelo, logo a partir de (5.6) temos que

$$L_f^e \frac{d\mathbf{x}_{\alpha\beta}}{dt} = V_{\text{dc}} \mathbf{u}_{\alpha\beta} - \mathbf{v}_{\alpha\beta} = \mathbf{v}_{\text{eq}}^{\alpha\beta} \quad (5.10)$$

ou seja,

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta} = \frac{1}{V_{dc}} (\mathbf{v}_{\alpha\beta} + \mathbf{v}_{eq}^{\alpha\beta}) \quad (5.11)$$

e escolhendo

$$\mathbf{v}_{eq}^{\alpha\beta} = -k_p (\mathbf{x}_{\alpha\beta} - \mathbf{x}_{ref}^{\alpha\beta}) \quad (5.12)$$

com  $k_p$  o ganho proporcional e  $\mathbf{x}_{ref}^{\alpha\beta}$  o sinal de referência que vem da malha de tensão, a razão cíclica passa a ser dada por

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta} = \frac{1}{V_{dc}} \left[ \mathbf{v}_{\alpha\beta} - k_p (\mathbf{x}_{\alpha\beta} - \mathbf{x}_{ref}^{\alpha\beta}) \right] \quad (5.13)$$

ou expandindo as suas componentes,

$$u_\alpha = \frac{1}{V_{dc}} [v_\alpha - k_p (x_\alpha - x_{ref}^\alpha)] \quad (5.14)$$

$$u_\beta = \frac{1}{V_{dc}} [v_\beta - k_p (x_\beta - x_{ref}^\beta)] \quad (5.15)$$

Com esta lei de controle a dinâmica da corrente no indutor de filtro  $L_f^e$  passa a ser

$$L_f^e \frac{d\mathbf{x}_{\alpha\beta}}{dt} = -k_p (\mathbf{x}_{\alpha\beta} - \mathbf{x}_{ref}^{\alpha\beta}) \quad (5.16)$$

Definindo o ganho  $k_p$  como  $k_p = \omega_i L_f^e$ , temos que

$$\frac{d\mathbf{x}_{\alpha\beta}}{dt} = -\omega_i (\mathbf{x}_{\alpha\beta} - \mathbf{x}_{ref}^{\alpha\beta}) \quad (5.17)$$

Assumindo que em regime permanente  $\mathbf{x}_{ref}^{\alpha\beta}$  é um sinal senoidal, o controle proposto não garante erro nulo e existirá um erro de fase entre o sinal de referência e a corrente. A malha de tensão será implementada com um controlador ressonante e este consegue rastrear referências senoidais. Por conta disto, enquanto a malha de tensão estiver operando normalmente não é necessário adicionar um controlador ressonante para a malha de corrente e mesmo com a saturação da malha de tensão, caso  $\omega_i = 2\pi f_i$  e com  $f_i$  alocado na ordem 1 kHz, o erro de rastreamento é bem pequeno.

### 5.3.2 Malha de tensão

Assumindo que a malha de corrente é mais rápida que a malha de tensão, logo  $\mathbf{x}_{\alpha\beta} \approx \mathbf{x}_{ref}^{\alpha\beta}$ :

$$C_f^e \frac{d\mathbf{v}_{\alpha\beta}}{dt} \approx \mathbf{x}_{ref}^{\alpha\beta} - \mathbf{i}_k^{\alpha\beta} - \frac{\mathbf{v}_{\alpha\beta} - \mathbf{y}_{\alpha\beta}}{R_d^e} \quad (5.18)$$

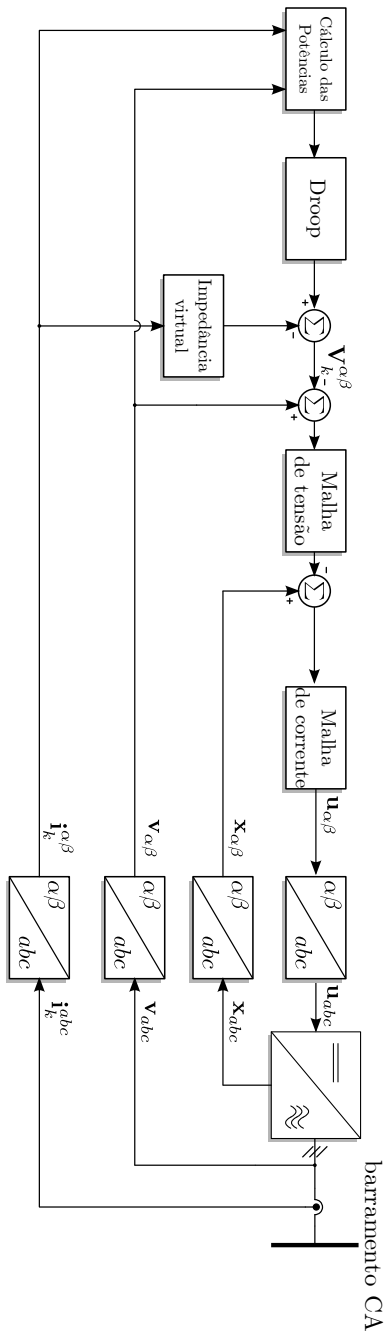


Figura 5.2: Diagrama de blocos do sistema de controle para o VSI.



Para diminuir a influência da corrente de saída  $\mathbf{i}_k^{\alpha\beta}$  na dinâmica de  $\mathbf{v}_{\alpha\beta}$ , será proposta a seguinte lei de controle,

$$\mathbf{x}_{\text{ref}}^{\alpha\beta} = \mathbf{i}_k^{\alpha\beta} - k_1^v \left( \mathbf{v}_{\alpha\beta} - \mathbf{V}_k^{\alpha\beta} \right) - k_2^v \boldsymbol{\xi}_{\alpha\beta} \quad (5.19)$$

em que  $k_1^v$  é o ganho proporcional,  $k_2^v$  é o ganho do termo ressonante e com o controle ressonante dado por<sup>2</sup>

$$\frac{d\boldsymbol{\xi}_{\alpha\beta}}{dt} = \omega_k \boldsymbol{\eta}_{\alpha\beta} + \left( \mathbf{v}_{\alpha\beta} - \mathbf{V}_k^{\alpha\beta} \right) \quad (5.20)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\eta}_{\alpha\beta}}{dt} = -\omega_k \boldsymbol{\xi}_{\alpha\beta} \quad (5.21)$$

onde  $\mathbf{V}_k^{\alpha\beta}$  é o sinal de referência da malha de tensão e que depende do tipo de *droop* utilizado sendo dado por (2.12)-(2.13) ou (2.38)-(2.39). Perceba que o modelo reduzido do inversor é uma fonte de tensão dada exatamente pelo sinal de referência  $\mathbf{V}_k^{\alpha\beta}$ .

Com o controle proposto, a dinâmica aproximada da malha de tensão, já expandindo suas componentes, é dada por

$$C_f^e \frac{dv_\alpha}{dt} \cong - \left( k_1^v + \frac{1}{R_d^e} \right) v_\alpha - k_2^v \xi_\alpha + \frac{y_\alpha}{R_d^e} - k_1^v V_k^\alpha \quad (5.22)$$

$$C_f^e \frac{dv_\beta}{dt} \cong - \left( k_1^v + \frac{1}{R_d^e} \right) v_\beta - k_2^v \xi_\beta + \frac{y_\beta}{R_d^e} - k_1^v V_k^\beta \quad (5.23)$$

A dinâmica da malha de tensão é aproximadamente linear no caso em que o efeito do *droop* nos sinais de referência possa ser desprezado. Como os sinais de referência dependem da corrente de saída devido à forma como a impedância virtual é implementada, ainda existe um acoplamento entre a dinâmica da tensão de saída do inversor com a corrente de saída. Em uma situação ideal, a impedância virtual não deve gerar um desvio de tensão muito significativo do seu valor nominal  $E_r^e$  (vide Capítulo 2), logo o acoplamento entre a corrente de saída e a tensão de saída do inversor é pequeno para dinâmicas lentas<sup>3</sup>.

<sup>2</sup>Caso seja necessário incluir harmônicos no controle ressonante é possível utilizar a seguinte estrutura:

$$\begin{aligned} \frac{d\boldsymbol{\xi}_h^{\alpha\beta}}{dt} &= h\omega_k \boldsymbol{\eta}_h^{\alpha\beta} + \left( \mathbf{v}_{\alpha\beta} - \mathbf{V}_k^{\alpha\beta} \right) \\ \frac{d\boldsymbol{\eta}_h^{\alpha\beta}}{dt} &= -h\omega_k \boldsymbol{\xi}_h^{\alpha\beta} \end{aligned}$$

em que  $h$  é o harmônico desejado ( $h = 1, 5, 7, \dots$ ).

<sup>3</sup>Variações rápidas na corrente de saída são repassadas à corrente no indutor  $L_f^e$ , ou seja, para variações rápidas existe um acoplamento grande entre a dinâmica externa e interna do VSI.

É possível desenvolver um modelo aproximado da dinâmica da malha de tensão (somente a componente  $\alpha$  é mostrado) dado por (5.8), (5.22) e com o controle ressonante (5.20)-(5.21), onde a impedância virtual e o *droop* são ignorados<sup>4</sup>, obtendo então o seguinte modelo:

$$C_f^e \frac{dv_\alpha}{dt} \cong - \left( k_1^v + \frac{1}{R_d^e} \right) v_\alpha - k_2^v \xi_\alpha + \frac{y_\alpha}{R_d^e} - k_1^v E_r^e \cos \theta_k \quad (5.24)$$

$$C_d^e \frac{dy_\alpha}{dt} = \frac{v_\alpha - y_\alpha}{R_d^e} \quad (5.25)$$

$$\frac{d\xi_\alpha}{dt} \cong \omega_r \eta_\alpha + (v_\alpha - E_r^e \cos \theta_k) \quad (5.26)$$

$$\frac{d\eta_\alpha}{dt} \cong -\omega_r \xi_\alpha \quad (5.27)$$

Este modelo aproximado é linear, não depende das dinâmicas externas do VSI e pode ser utilizado para auxiliar a escolha dos ganhos  $k_1^v$  e  $k_2^v$ . Devido as suas limitações, uma análise incluindo toda a dinâmica deve ser feita posteriormente, mas ainda assim estas equações oferecem uma forma simples para projetar os ganhos do controlador. O processo é iterativo, inicialmente modelos simples são utilizados e depois modelos mais sofisticados são usados para refinar os parâmetros escolhidos anteriormente.

### 5.3.3 Discretização do controle ressonante em $\alpha\beta$

O controle ressonante foi apresentado no Capítulo 3 e em especial a sua implementação e discretização na base  $dq$ . Para o controle dos conversores CC-CA a base adotada é a  $\alpha\beta$ , logo a discretização do controle é mais simples que a sua contra-parte em  $dq$  e, como a componente  $\beta$  tem a mesma estrutura que  $\alpha$ , só precisamos mostrar uma delas:

$$\begin{aligned} \xi_\alpha [i] &= \xi_\alpha [i-1] \cos \omega_k T_a + \eta_\alpha [i-1] \text{sen } \omega_k T_a \\ &+ \frac{(v_\alpha - V_k^\alpha)}{\omega_k} \text{sen } \omega_k T_a \end{aligned} \quad (5.28)$$

$$\begin{aligned} \eta_\alpha [i] &= \eta_\alpha [i-1] \cos \omega_k T_a - \xi_\alpha [i-1] \text{sen } \omega_k T_a \\ &+ \frac{(v_\alpha - V_k^\alpha)}{\omega_k} (\cos \omega_k T_a - 1) \end{aligned} \quad (5.29)$$

<sup>4</sup>Lembrando que os sinais de referência da malha de tensão são dados por (2.12)-(2.13).

com  $\omega_k T_a = \theta_k [i] - \theta_k [i - 1]$ , logo

$$\cos \omega_k T_a = \cos \theta_k [i] \cos \theta_k [i - 1] + \sen \theta_k [i] \sen \theta_k [i - 1] \quad (5.30)$$

$$\sen \omega_k T_a = \sen \theta_k [i] \cos \theta_k [i - 1] - \cos \theta_k [i] \sen \theta_k [i - 1] \quad (5.31)$$

## 5.4 Análise de estabilidade

A dinâmica do conversor CC-CA em malha fechada, sem as aproximações utilizadas anteriormente, é dada pelas seguintes equações

$$\frac{d\mathbf{x}_{\alpha\beta}}{dt} = -\omega_i (\mathbf{x}_{\alpha\beta} - \mathbf{i}_k^{\alpha\beta}) - \omega_i k_1^v (\mathbf{v}_{\alpha\beta} - \mathbf{V}_k^{\alpha\beta}) - \omega_i k_2^v \boldsymbol{\xi}_{\alpha\beta} \quad (5.32)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\xi}_{\alpha\beta}}{dt} = \omega_k \boldsymbol{\eta}_{\alpha\beta} + (\mathbf{v}_{\alpha\beta} - \mathbf{V}_k^{\alpha\beta}) \quad (5.33)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\eta}_{\alpha\beta}}{dt} = -\omega_k \boldsymbol{\xi}_{\alpha\beta} \quad (5.34)$$

$$C_f^e \frac{d\mathbf{v}_{\alpha\beta}}{dt} = \mathbf{x}_{\alpha\beta} - \mathbf{i}_{\alpha\beta} - \frac{\mathbf{v}_{\alpha\beta} - \mathbf{y}_{\alpha\beta}}{R_d^e} \quad (5.35)$$

$$C_d^e \frac{d\mathbf{y}_{\alpha\beta}}{dt} = \frac{\mathbf{v}_{\alpha\beta} - \mathbf{y}_{\alpha\beta}}{R_d^e} \quad (5.36)$$

$$L_k^e \frac{d\mathbf{i}_k^{\alpha\beta}}{dt} = \mathbf{v}_{\alpha\beta} - R_k^e \mathbf{i}_k^{\alpha\beta} - \mathbf{v}_{\text{bus}}^{\alpha\beta} \quad (5.37)$$

Para ajustar os ganhos dos controladores é necessário especificar o tipo de *droop* e a carga, definida pela dinâmica de  $\mathbf{v}_{\text{bus}}^{\alpha\beta}$ . Propondo um modelo de carga do tipo DCPL (por exemplo um conversor CA-CC controlado) e incluindo uma capacitância<sup>5</sup> nos terminais de entrada da carga devido a um filtro EMI da carga, temos a configuração vista na Figura 5.3.

No Capítulo 6, uma das configurações de interesse de uma microrrede CA é composta por dois inversores em paralelo alimentando um conjunto de DCPLs e esta é a motivação para estudar como escolher os ganhos dos controladores para este tipo de carga.

A dinâmica da tensão no barramento é dada por

$$C_{\text{bus}} \frac{d\mathbf{v}_{\text{bus}}^{\alpha\beta}}{dt} = \mathbf{i}_k^{\alpha\beta} - \mathbf{i}_o^{\alpha\beta} \quad (5.38)$$

<sup>5</sup>Note que os parâmetros do VSI são para um sistema em estrela, mas o capacitor da carga  $C_{\text{bus}}$  está conectado em delta, por isto não será utilizado um índice  $e$  para este parâmetro.

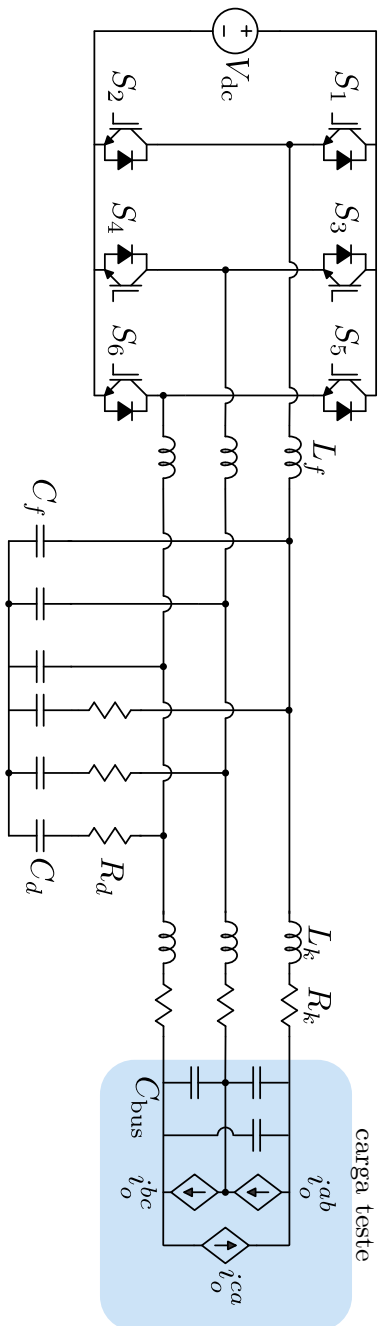


Figura 5.3: Conversor CC-CA alimentando uma DCPL.

enquanto que a dinâmica da carga é

$$\frac{di_o^\alpha}{dt} = -\omega_{pll} i_o^\beta - \kappa_f \left( i_o^\alpha - P_{ac} \frac{v_{bus}^\alpha}{\|\mathbf{V}_{bus}^{\alpha\beta}\|^2} \right) \quad (5.39)$$

$$\frac{di_o^\beta}{dt} = \omega_{pll} i_o^\alpha - \kappa_f \left( i_o^\beta - P_{ac} \frac{v_{bus}^\beta}{\|\mathbf{V}_{bus}^{\alpha\beta}\|^2} \right) \quad (5.40)$$

DCPLs para sistemas CA são conversores CA-CC controlados com PFC, o que indica a presença de um PLL. Utilizando a técnica mais comum, a dinâmica do PLL é dada por (2.96) e (2.97).

Como o modelo de carga é dado por equações diferenciais não lineares<sup>6</sup> e o próprio *droop* também introduz não linearidades, a estabilidade deve ser investigada na base  $dq$  mesmo que o controle seja implementado em  $\alpha\beta$ . Aplicando a transformada  $dq$ , a dinâmica de  $\mathbf{x}_{dq}$  é dada por

$$\frac{dx_d}{dt} = \omega_k x_q - \omega_i x_d - \omega_i k_2^v \xi_d - \omega_i k_1^v v_d + \omega_i i_k^d + \omega_i k_1^v V_k^d \quad (5.41)$$

$$\frac{dx_q}{dt} = -\omega_k x_d - \omega_i x_q - \omega_i k_2^v \xi_q - \omega_i k_1^v v_q + \omega_i i_k^q + \omega_i k_1^v V_k^q \quad (5.42)$$

Podemos utilizar a notação complexa para reduzir o número de equações, logo

$$\frac{d\mathbf{x}_{dq}}{dt} = -j\omega_k \mathbf{x}_{dq} + \omega_i \left( -\underline{x}_{dq} - k_2^v \underline{\xi}_{dq} - k_1^v \underline{v}_{dq} + \underline{i}_k^{dq} + k_1^v \underline{V}_k^{dq} \right) \quad (5.43)$$

A tensão de saída do inversor passa a ser

$$C_f^e \frac{dv_{dq}}{dt} = -j\omega_k C_f^e v_{dq} + \underline{x}_{dq} - \underline{i}_k^{dq} - \frac{v_{dq} - \underline{y}_{dq}}{R_d^e} \quad (5.44)$$

$$C_d^e \frac{dy_{dq}}{dt} = -j\omega_k C_d^e y_{dq} + \frac{v_{dq} - \underline{y}_{dq}}{R_d^e} \quad (5.45)$$

e o controle ressonante na base  $dq$  será

$$\frac{d\underline{\xi}_{dq}}{dt} = -j\omega_k \underline{\xi}_{dq} + \omega_k \underline{\eta}_{dq} + \left( v_{dq} - \underline{V}_k^{dq} \right) \quad (5.46)$$

$$\frac{d\underline{\eta}_{dq}}{dt} = -j\omega_k \underline{\eta}_{dq} - \omega_k \underline{\xi}_{dq} \quad (5.47)$$

---

<sup>6</sup>Não confunda este tipo de carga com cargas não lineares que usualmente na eletrônica de potência são cargas que demandam harmônicos. A definição aqui é estritamente matemática.

No caso da corrente de saída, temos que

$$L_k^e \frac{d\underline{i}_k^{dq}}{dt} = -(R_k^e + j\omega_k L_k^e) \underline{i}_k^{dq} + \underline{v}_{dq} - \underline{v}_{bus}^{dq} e^{-j\phi_k} \quad (5.48)$$

ou expandindo as grandezas complexas,

$$L_k^e \frac{di_k^d}{dt} = \omega_k L_k^e i_k^q + v_d - R_k^e i_k^d - v_{bus}^d \cos \phi_k - v_{bus}^q \sin \phi_k \quad (5.49)$$

$$L_k^e \frac{di_k^q}{dt} = -\omega_k L_k^e i_k^d + v_q - R_k^e i_k^q + v_{bus}^d \sin \phi_k - v_{bus}^q \cos \phi_k \quad (5.50)$$

com o ângulo  $\phi_k$  definido como  $\phi_k = \theta_k - \theta_{pll}$ , ou seja, a diferença entre o ângulo da transformada  $dq$  do inversor e do ângulo da transformada  $dq$  do PLL da DCPL.

A tensão no barramento também será uma função da diferença entre o ângulo do inversor e da carga:

$$C_{bus} \frac{dv_{bus}^{dq}}{dt} = -j\omega_{pll} C_{bus} \underline{v}_{bus}^{dq} + \underline{i}_k^{dq} e^{j\phi_k} - \underline{i}_o^{dq} \quad (5.51)$$

Finalmente, o modelo da carga em  $dq$  é dado por

$$\frac{d\underline{i}_o^{dq}}{dt} = -\kappa_f \left( \underline{i}_o^{dq} - P_{ac} \frac{\underline{v}_{bus}^{dq}}{\|\underline{v}_{bus}^{dq}\|^2} \right) \quad (5.52)$$

e a dinâmica de  $\phi_k$  é encontrada como sendo

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_k}{dt} &= \omega_k - \omega_{pll} \\ &= \omega_k - \omega_r - k_1^{pll} v_{bus}^q - k_2^{pll} \xi_{pll} \end{aligned} \quad (5.53)$$

$$\frac{d\xi_{pll}}{dt} = v_{bus}^q \quad (5.54)$$

Note que  $d\phi_k/dt$  depende do tipo de *droop* utilizado e que a equação do *droop* da amplitude da tensão funciona como uma queda de tensão para ambos os tipos de impedância virtual.

O modelo do inversor incluindo o controle acionando uma DCPL apresenta 18 equações diferenciais não lineares, mas o próprio *droop* é uma função das potências médias ativas e reativas, logo existem no total 20 equações diferenciais não lineares. Por conta disto a estabilidade será estudada através do *software* de continuação numérica MatCont [80]. Os parâmetros do *droop* para o conversor CC-CA estão contidos na Tabela 5.2, enquanto que os parâmetros da carga equivalente estão na Tabela 5.3.

Tabela 5.2: Parâmetros do *droop* para conversor CC-CA<sup>7</sup>.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$m_k$	0,0001	$n_k^e$	0,000173205
$\gamma_k$	0,001	$\lambda_k^e$	0,00173205
$R_\nu^e$	0,3 $\Omega$	$X_\nu^e$	0,03 $\Omega$

Tabela 5.3: Parâmetros da carga equivalente.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$C_{\text{bus}}$	4 $\mu\text{F}$	$\kappa_f$	7500 rad/s
$k_1^{\text{pll}}$	0,296804	$k_2^{\text{pll}}$	5,1802

### 5.4.1 *Droop* resistivo

A dinâmica da corrente no indutor de filtro  $L_f^e$  com *droop* resistivo é dada por

$$\begin{aligned} \frac{dx_d}{dt} = & -\omega_i \left\{ x_d - \frac{\omega_r + \gamma_k \langle q_k \rangle}{\omega_i} x_q + k_1^v v_d + k_2^v \xi_d \right. \\ & \left. - (1 - k_1^v R_\nu^e) i_k^d + k_1^v \lambda_k^e \langle p_k \rangle - k_1^v E_r^e \right\} \end{aligned} \quad (5.55)$$

$$\begin{aligned} \frac{dx_q}{dt} = & -\omega_i \left\{ x_q + \frac{\omega_r + \gamma_k \langle q_k \rangle}{\omega_i} x_d + k_1^v v_q + k_2^v \xi_q \right. \\ & \left. - (1 - k_1^v R_\nu^e) i_k^q \right\} \end{aligned} \quad (5.56)$$

e no caso do controle ressonante, temos que

$$\frac{d\xi_d}{dt} = (\omega_r + \gamma_k \langle q_k \rangle) (\xi_q + \eta_d) + v_d + R_\nu^e i_k^d + \lambda_k^e \langle p_k \rangle - E_r^e \quad (5.57)$$

$$\frac{d\xi_q}{dt} = -(\omega_r + \gamma_k \langle q_k \rangle) (\xi_d - \eta_q) + v_q + R_\nu^e i_k^q \quad (5.58)$$

$$\frac{d\eta_d}{dt} = (\omega_r + \gamma_k \langle q_k \rangle) (\xi_d - \eta_q) \quad (5.59)$$

$$\frac{d\eta_q}{dt} = (\omega_r + \gamma_k \langle q_k \rangle) (\xi_q + \eta_d) \quad (5.60)$$

<sup>7</sup>Como neste capítulo o modelo do VSI está sendo utilizado o equivalente em delta, as tensões são de linha-linha, logo os ganhos  $n_k^e$  e  $\lambda_k^e$  possuem um fator de  $\sqrt{3}$ . Caso este sistema fosse analisado assumindo uma configuração em estrela, teríamos então  $n_k = 0,0001$  e  $\lambda_k = 0,001$ . As impedâncias virtuais são transformadas de forma similar as resistências e indutâncias reais:  $R_\nu^e = 3R_\nu$ ,  $X_\nu^e = 3X_\nu$ .

As tensões nos filtros  $C_f^e$  e  $C_d^e$  do VSI são

$$C_f^e \frac{dv_d}{dt} = (\omega_r + \gamma_k \langle q_k \rangle) C_f^e v_q + x_d - i_k^d - \frac{v_d - y_d}{R_d^e} \quad (5.61)$$

$$C_f^e \frac{dv_q}{dt} = -(\omega_r + \gamma_k \langle q_k \rangle) C_f^e v_d + x_q - i_k^q - \frac{v_q - y_q}{R_d^e} \quad (5.62)$$

$$C_d^e \frac{dy_d}{dt} = (\omega_r + \gamma_k \langle q_k \rangle) C_d^e y_q + \frac{v_d - y_d}{R_d^e} \quad (5.63)$$

$$C_d^e \frac{dy_q}{dt} = -(\omega_r + \gamma_k \langle q_k \rangle) C_d^e y_d + \frac{v_q - y_q}{R_d^e} \quad (5.64)$$

enquanto que a corrente de saída do VSI, a tensão no barramento e a corrente na carga são

$$L_k^e \frac{di_k^d}{dt} = -R_k^e i_k^d + (\omega_r + \gamma_k \langle q_k \rangle) L_k^e i_k^q + v_d - v_{\text{bus}}^d \cos \phi_k - v_{\text{bus}}^q \sin \phi_k \quad (5.65)$$

$$L_k^e \frac{di_k^q}{dt} = -R_k^e i_k^q - (\omega_r + \gamma_k \langle q_k \rangle) L_k^e i_k^d + v_q - v_{\text{bus}}^q \sin \phi_k - v_{\text{bus}}^d \cos \phi_k \quad (5.66)$$

$$C_{\text{bus}} \frac{dv_{\text{bus}}^d}{dt} = \left( \omega_r + k_1^{\text{pll}} v_{\text{bus}}^q + k_2^{\text{pll}} \xi_{\text{pll}} \right) C_{\text{bus}} v_{\text{bus}}^q + i_k^d \cos \phi_k - i_k^q \sin \phi_k - i_o^d \quad (5.67)$$

$$C_{\text{bus}} \frac{dv_{\text{bus}}^q}{dt} = - \left( \omega_r + k_1^{\text{pll}} v_{\text{bus}}^q + k_2^{\text{pll}} \xi_{\text{pll}} \right) C_{\text{bus}} v_{\text{bus}}^d + i_k^d \sin \phi_k + i_k^q \cos \phi_k - i_o^q \quad (5.68)$$

A dinâmica da corrente na carga é dada por

$$\frac{di_o^d}{dt} = -\kappa_f i_o^d + \kappa_f P_{\text{ac}} \frac{v_{\text{bus}}^d}{\left\| \mathbf{v}_{\text{bus}}^{dq} \right\|^2} \quad (5.69)$$

$$\frac{di_o^q}{dt} = -\kappa_f i_o^q + \kappa_f P_{\text{ac}} \frac{v_{\text{bus}}^q}{\left\| \mathbf{v}_{\text{bus}}^{dq} \right\|^2} \quad (5.70)$$

e, para terminar o modelo, temos a dinâmica do PLL e das potências ativas e reativas,

$$\frac{d\phi_k}{dt} = \gamma_k \langle q_k \rangle - k_1^{\text{pll}} v_{\text{bus}}^q - k_2^{\text{pll}} \xi_{\text{pll}} \quad (5.71)$$



$$\frac{d\xi_{pll}}{dt} = v_{bus}^q \quad (5.72)$$

$$\frac{d\langle p_k \rangle}{dt} = \omega_p (v_k^{d;d} + v_k^{q;q}) - \omega_p \langle p_k \rangle \quad (5.73)$$

$$\frac{d\langle q_k \rangle}{dt} = \omega_p (v_k^{q;d} - v_k^{d;q}) - \omega_p \langle q_k \rangle \quad (5.74)$$

A Figura 5.4 mostra a estabilidade local do VSI com impedância virtual resistiva para diversos valores do ganho proporcional  $k_1^v$  e da potência da carga  $P_{ac}$ , com  $k_2^v = 7,24638$  e  $R_v^e = 0,3 \Omega$ . O modelo aproximado, (5.24)-(5.27), foi utilizado para deduzir inicialmente os ganhos. A instabilidade que ocorre é devido a uma bifurcação de Hopf (HB) gerada pelo tipo de carga utilizada. É interessante notar que existe um valor máximo para o ganho que maximiza a faixa de potência em que o conversor é estável. O efeito do ganho do controlador ressonante  $k_2^v$ , com  $k_1^v = 0,139876$  e  $R_v^e = 0,3 \Omega$ , na estabilidade do sistema pode ser visto na Figura 5.5, enquanto que o ganho proporcional da malha de corrente  $k_p$  pode ser visto na Figura 5.6 fixando  $k_1^v = 0,139876$  e  $k_2^v = 7,24638$ .

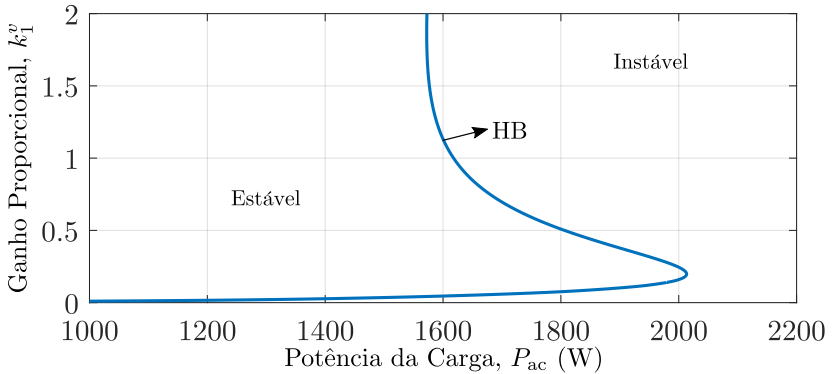


Figura 5.4: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{ac}, k_1^v\}$  (ganho proporcional da malha de tensão) para o conversor CC-CA com impedância virtual resistiva.

Podemos verificar o efeito do parâmetro do *droop*  $\lambda_k^e$  na bifurcação de Hopf, como mostra a Figura 5.7. O ganho  $\gamma_k$  praticamente não afeta a bifurcação de Hopf gerada pela potência consumida pela carga, isto significa que este parâmetro não pode ser usado para compensar esta instabilidade (o parâmetro não consegue deslocar a bifurcação de Hopf) e por conta disto não é apresentado nenhum diagrama contendo

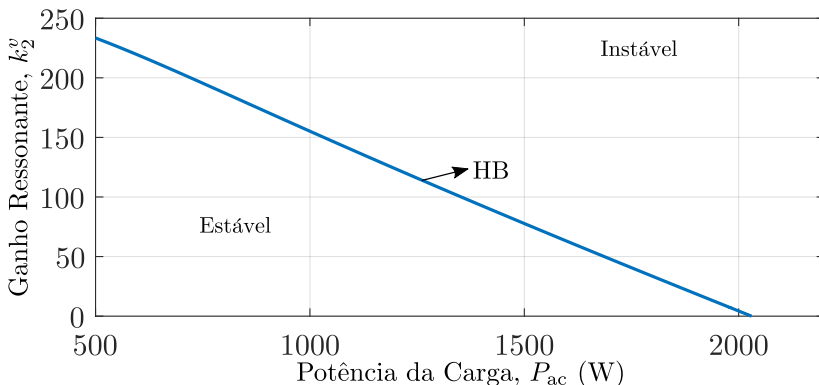


Figura 5.5: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{ac}, k_2^v\}$  (ganho da ação ressonante da malha de tensão) para o conversor CC-CA com impedância virtual resistiva.

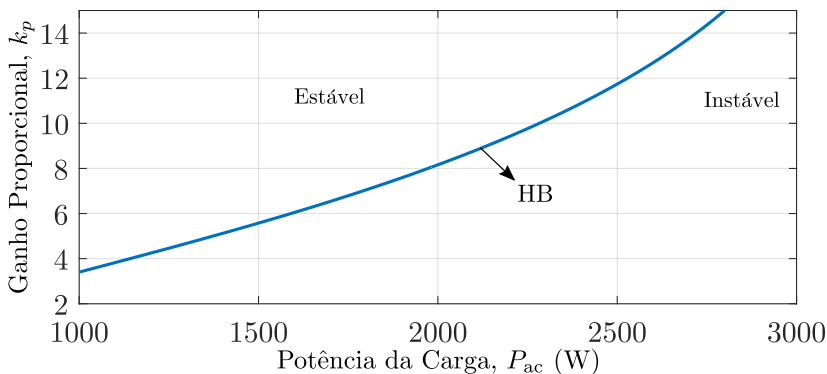


Figura 5.6: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{ac}, k_p\}$  (ganho proporcional da malha de corrente) para o conversor CC-CA com impedância virtual resistiva.

este parâmetro. No caso da resistência virtual, fixando  $k_1^v = 0,139876$ ,  $k_2^v = 7,24638$  e  $\lambda_k^e = 0,00173205$  ( $\lambda_k = 0,001$ ), temos o diagrama de bifurcação mostrado na Figura 5.8. Para a resistência virtual, além da bifurcação de Hopf existe a bifurcação sela-nó de equilíbrios (SN). No ponto que ambas as curvas de bifurcações (SN e HB) nascem (ponto TB na Figura 5.8) temos a bifurcação Takens-Bogdanov que ocorre em torno de  $R_v^e = 10 \Omega$ . Para valores de  $R_v^e$  abaixo de  $10 \Omega$  o inversor

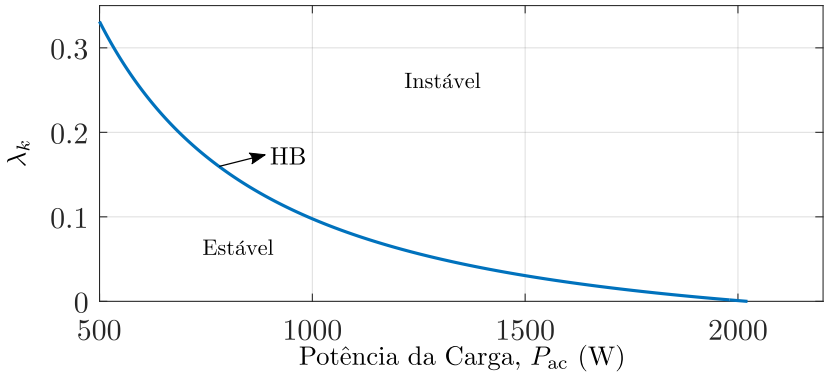


Figura 5.7: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{ac}, \lambda_k\}$  para o conversor CC-CA (note que o ganho da *droop* está referenciado para uma conexão em estrela).

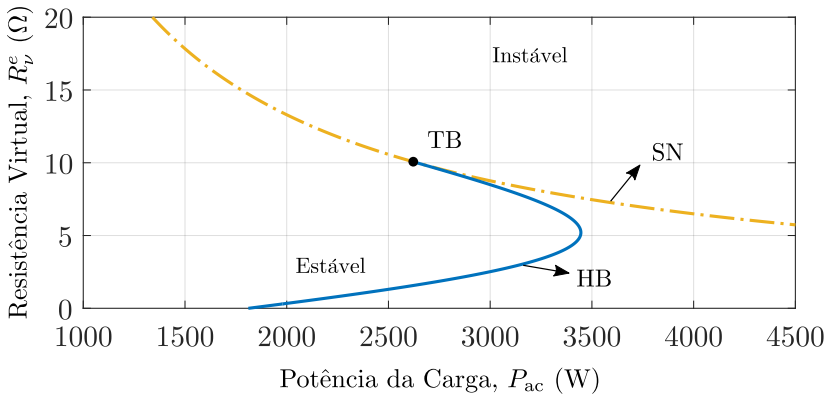


Figura 5.8: Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois no plano  $\{P_{ac}, R_{\nu}^e\}$  para o conversor CC-CA.

pode se instabilizar devido à HB e para valores maiores o fenômeno que pode instabilizar o VSI é a SN.

### 5.4.2 Droop indutivo

O conversor CC-CA operando com *droop* indutivo possui duas variações, a primeira que utiliza a indutância virtual cruzada, enquanto que a segunda utiliza a indutância virtual via o filtro *washout*. São mostrados primeiro as equações que são iguais para ambas as implementações das indutâncias virtuais. Posteriormente as equações que dependem da impedância virtual são apresentadas para cada caso. A frequência adotada para o filtro *washout* é de 1000 Hz ( $\omega_c = 6283$  rad/s) e a relação entre a indutância virtual com a reatância virtual é de  $X_\nu = \omega_r L_\nu$ .

As tensões nos filtros  $C_f^e$  e  $C_d^e$  do inversor são

$$C_f^e \frac{dv_d}{dt} = (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) C_f^e v_q + x_d - i_k^d - \frac{v_d - y_d}{R_d^e} \quad (5.75)$$

$$C_f^e \frac{dv_q}{dt} = -(\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) C_f^e v_d + x_q - i_k^q - \frac{v_q - y_q}{R_d^e} \quad (5.76)$$

$$C_d^e \frac{dy_d}{dt} = (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) C_d^e y_q + \frac{v_d - y_d}{R_d^e} \quad (5.77)$$

$$C_d^e \frac{dy_q}{dt} = -(\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) C_d^e y_d + \frac{v_q - y_q}{R_d^e} \quad (5.78)$$

enquanto que para a corrente de saída temos que

$$L_k^e \frac{di_k^d}{dt} = -R_k^e i_k^d + (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) L_k^e i_k^q + v_d - v_{\text{bus}}^d \cos \phi_k - v_{\text{bus}}^q \sin \phi_k \quad (5.79)$$

$$L_k^e \frac{di_k^q}{dt} = -R_k^e i_k^q - (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) L_k^e i_k^d + v_q + v_{\text{bus}}^q \sin \phi_k - v_{\text{bus}}^d \cos \phi_k \quad (5.80)$$

A tensão no barramento e a corrente na carga não são modificadas pelo *droop*. O modelo do PLL da carga é dado por

$$\frac{d\phi_k}{dt} = -m_k \langle p_k \rangle - k_1^{\text{pll}} v_{\text{bus}}^q - k_2^{\text{pll}} \xi_{\text{pll}} \quad (5.81)$$

$$\frac{d\xi_{\text{pll}}}{dt} = v_{\text{bus}}^q \quad (5.82)$$

### 5.4.2.1 Indutância virtual cruzada

O resto do sistema depende do tipo de impedância virtual, logo para a indutância virtual cruzada temos que

$$\begin{aligned} \frac{dx_d}{dt} = & -\omega_i \left\{ x_d - \frac{\omega_r - m_k \langle p_k \rangle}{\omega_i} x_q + k_1^v v_d + k_2^v \xi_d \right. \\ & \left. - i_k^d - k_1^v X_\nu^e i_k^q + k_1^v n_k^e \langle q_k \rangle - k_1^v E_r^e \right\} \end{aligned} \quad (5.83)$$

$$\begin{aligned} \frac{dx_q}{dt} = & -\omega_i \left\{ x_q + \frac{\omega_r - m_k \langle p_k \rangle}{\omega_i} x_d + k_1^v v_q + k_2^v \xi_q \right. \\ & \left. - i_k^q + k_1^v X_\nu^e i_k^d \right\} \end{aligned} \quad (5.84)$$

A dinâmica do controle ressonante é dada por

$$\frac{d\xi_d}{dt} = (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) (\xi_q + \eta_d) + v_d - X_\nu^e i_k^q + n_k^e \langle q_k \rangle - E_r^e \quad (5.85)$$

$$\frac{d\xi_q}{dt} = -(\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) (\xi_d - \eta_q) + v_q + X_\nu^e i_k^d \quad (5.86)$$

$$\frac{d\eta_d}{dt} = (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) (\xi_d - \eta_q) \quad (5.87)$$

$$\frac{d\eta_q}{dt} = (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) (\xi_q + \eta_d) \quad (5.88)$$

O sistema completo para a indutância virtual cruzada é dado por (5.67)-(5.70), (5.73)-(5.74) e por (5.75)-(5.88).

### 5.4.2.2 Indutância virtual *washout*

O modelo do VSI com a impedância virtual implementada via o filtro *washout* é dado por

$$\begin{aligned} \frac{dx_d}{dt} = & -\omega_i \left\{ x_d - \frac{\omega_r - m_k \langle p_k \rangle}{\omega_i} x_q + k_1^v v_d + k_2^v \xi_d \right. \\ & \left. - i_k^d + k_1^v \omega_c L_\nu^e (i_k^d - z_k^d) + k_1^v n_k^e \langle q_k \rangle - k_1^v E_r^e \right\} \end{aligned} \quad (5.89)$$

$$\begin{aligned} \frac{dx_q}{dt} = & -\omega_i \left\{ x_q + \frac{\omega_r - m_k \langle p_k \rangle}{\omega_i} x_d + k_1^v v_q + k_2^v \xi_q \right. \\ & \left. - i_k^q + k_1^v \omega_c L_\nu^e (i_k^q - z_k^q) \right\} \end{aligned} \quad (5.90)$$

$$\frac{dz_k^d}{dt} = (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) z_k^q + \omega_c (i_k^d - z_k^d) \quad (5.91)$$

$$\frac{dz_k^q}{dt} = -(\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) z_k^d + \omega_c (i_k^q - z_k^q) \quad (5.92)$$

com a dinâmica do controle ressonante passando a ser dada por

$$\begin{aligned} \frac{d\xi_d}{dt} &= (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) (\xi_q + \eta_d) + v_d + \omega_c L_\nu^e (i_k^d - z_k^d) \\ &\quad + n_k^e \langle q_k \rangle - E_r^e \end{aligned} \quad (5.93)$$

$$\frac{d\xi_q}{dt} = -(\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) (\xi_d - \eta_q) + v_q + \omega_c L_\nu^e (i_k^q - z_k^q) \quad (5.94)$$

$$\frac{d\eta_d}{dt} = (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) (\xi_d - \eta_q) \quad (5.95)$$

$$\frac{d\eta_q}{dt} = (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) (\xi_q + \eta_d) \quad (5.96)$$

O sistema completo é dado por (5.67)-(5.70), (5.73)-(5.74), (5.75)-(5.82) e (5.89)-(5.96).

A Figura 5.9 mostra a estabilidade do inversor para diferentes valores de  $k_1^v$  com  $k_2^v = 7,24638$  e  $X_\nu^e = 0,03 \Omega$  válido para ambas as impedâncias virtuais, enquanto que a Figura 5.10 mostra a estabilidade para  $k_2^v$  com  $k_1^v = 0,139876$  e  $X_\nu^e = 0,03 \Omega$ . Em ambos os casos a impedância virtual com o filtro *washout* é mais estável, mas para valores pequenos de  $k_1^v$  a diferença é desprezível e devido aos efeitos de atraso da implementação discreta assim como o atraso devido ao PWM, o ganho proporcional não deve ser muito grande. O ganho proporcional da malha de corrente pode ser visto na Figura 5.11, enquanto que o efeito do ganho do *droop*  $n_k^e$  na bifurcação de Hopf devido à carga está mostrado na Figura 5.12.

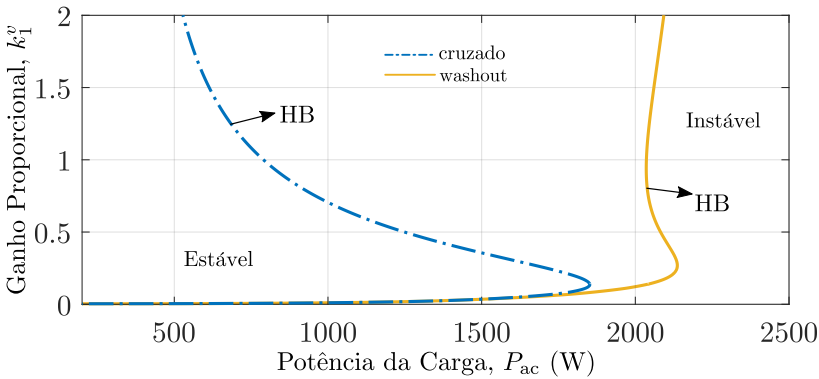


Figura 5.9: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{ac}, k_1^v\}$  para o conversor CC-CA com impedância virtual indutiva.

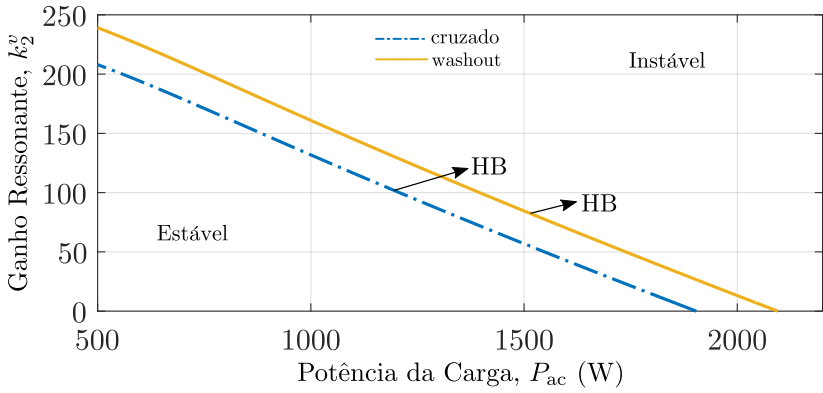


Figura 5.10: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{ac}, k_2^v\}$  para o conversor CC-CA com impedância virtual indutiva.

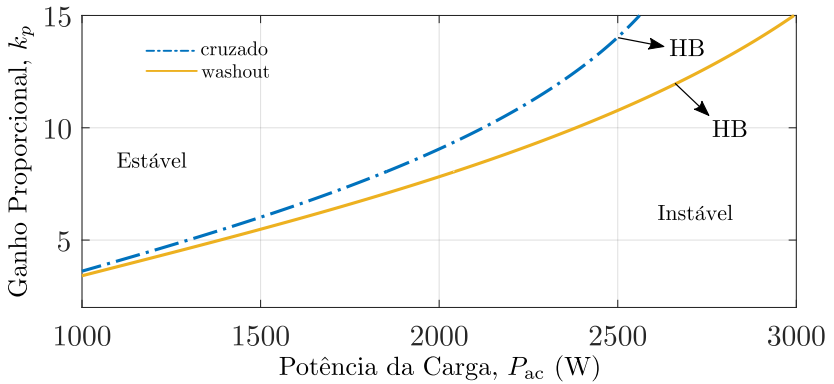


Figura 5.11: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{ac}, k_p\}$  para o conversor CC-CA com impedância virtual indutiva.

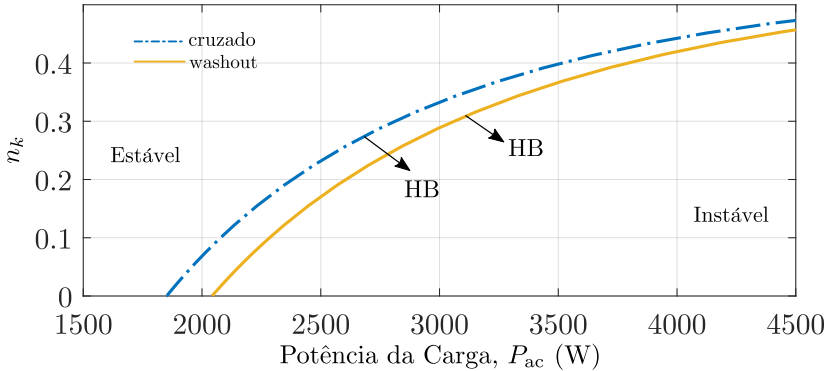


Figura 5.12: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{ac}, n_k\}$  para o conversor CC-CA com impedância virtual indutiva (note que o ganho de *droop* está referenciado para uma conexão em estrela).

A resistência virtual se comporta de forma bem similar à uma resistência real, mas a indutância virtual possui um comportamento dinâmico diferente, já que não há medição da derivada da corrente para a sua implementação. Assim é mais conveniente entender o seu efeito já no contexto de paralelismo de inversores deixando a análise de  $X_v^e$  para o Capítulo 6.

## 5.5 Conclusão

Neste capítulo o controle do inversor foi apresentado em conjunto com diagramas de estabilidade paramétricos para auxiliar no projeto dos ganhos dos controladores. Assim como no Capítulo 3, o estudo da fonte CA é feito independentemente do resto da microrrede e, por conta disto, se considera que a carga é do tipo DCPL, o que pode ser visto como um teste de robustez para o controle proposto.

O inversor utilizado é um sistema de fase mínima o que torna o seu controle mais simples, quando comparado com as fontes CC, mas ainda assim, em todos os gráficos mostrados neste capítulo, a curva de estabilidade em função do ganho proporcional da malha de tensão do VSI é bem interessante: existe um valor que maximiza a estabilidade do conversor e isto significa que não é interessante aumentar de forma arbitrária o ganho  $k_1^v$ , mas buscar o seu valor ideal a partir de uma análise paramétrica. O controle do VSI não é uma contribuição nova, mas



existem alguns detalhes sutis que podem ser desconhecidos por muitos, como por exemplo a capacidade do controle ressonante apresentado de ser adaptativo. Os diagramas paramétricos para auxiliar o projeto dos ganhos do sistema de controle, também são contribuições.

Os parâmetros associados com o *droop* da amplitude da tensão de saída,  $E_k^e = E_r^e - n_k^e \langle q_k \rangle$  para o *droop* indutivo e  $E_k^e = E_r^e - \lambda_k^e \langle p_k \rangle$  para o *droop* resistivo, funcionam como uma queda na tensão de referência  $E_k^e$ . Este comportamento é parecido com a resistência virtual  $R_v^e$ , mas com a diferença que a resistência virtual possui um comportamento linear<sup>8</sup>. Comparando as Figuras 5.7, 5.8 e 5.12 é possível perceber que o parâmetro  $\lambda_k^e$  (*droop* resistivo) se comporta como uma resistência virtual para valores grandes de  $R_v^e$  (curva em amarelo na Figura 5.8), enquanto que  $n_k^e$  (*droop* indutivo) se comporta similar a uma resistência virtual para valores pequenos de  $R_v^e$  (curva em azul na Figura 5.8). Lembrando que a configuração mostrada (inversor acionando uma DCPL) não possui potência reativa significativa.

Note que o *droop* CA geralmente é utilizado no paralelismo de inversores, mas como o objetivo deste capítulo era o projeto do sistema de controle, o paralelismo não foi considerado. Existem alguns detalhes importantes com relação a isto, por exemplo, tanto para o *droop* indutivo ( $\omega_k = \omega_r - m_k \langle p_k \rangle$ ) como para o *droop* resistivo ( $\omega_k = \omega_r + \gamma_k \langle q_k \rangle$ ), os ganhos  $m_k$  e  $\gamma_k$  não são capazes de alterar a estabilidade do VSI caso a carga seja uma fonte de instabilidades (por exemplo, DCPL).

Um detalhe importante no paralelismo dos VSIs é que apesar dos ganhos  $m_k$  e  $\gamma_k$  serem ineficientes em estabilizar um sistema devido a instabilidades geradas por uma DCPL, as equações do *droop* podem gerar problemas de sincronismo entre os inversores. Para isto ocorrer é necessário pelo menos dois inversores operando em paralelo. Nestas condições os parâmetros  $m_k$  e  $\gamma_k$  podem gerar instabilidades mesmo para VSIs acionando cargas lineares (nesta situação o tipo de carga é irrelevante para a instabilidade gerada), isto será visto em mais profundidade no próximo capítulo.

---

<sup>8</sup>Assumindo que o VSI forneça potência ativa e reativa para a carga, ou seja, uma fonte para ambos os tipos de energia.



# Capítulo 6

## Análise de Microrredes CA

### 6.1 Introdução

O problema do compartilhamento de cargas para inversores operando em paralelo [15, 82] é o foco deste capítulo<sup>1</sup>. Estamos interessados em analisar dois problemas diferentes.

O primeiro é o efeito que o controle por *droop* gera na dinâmica dos conversores CC-CA. Como as equações de *droop* envolvem as potências ativas e reativas, modificar a amplitude e a frequência da referência da malha de tensão introduz não linearidades no modelo. Neste caso como o objetivo do problema é verificar somente o efeito do *droop*, os inversores em paralelo estarão acionando uma carga linear do tipo RL<sup>2</sup>, como mostra a Figura 6.1. O segundo caso de interesse é analisar cargas do tipo potência constante (modelos do tipo DCPL), tais como conversores CA-CC controlados que possuem uma malha externa que controla a tensão CC e uma malha interna que controla as correntes CA. Este tipo de carga foi apresentado na Seção 2.4 e a Figura 6.2 mostra a configuração do segundo estudo de caso.

Comparando ambos os casos, o primeiro (sistema da Figura 6.1) é mais simples e por conta disto a análise da operação dos inversores

---

<sup>1</sup>É necessário um pouco mais de atenção neste capítulo com relação à notação, pois em alguns momentos os modelos apresentados são para um sistema trifásico equivalente em estrela e em outros em delta.

<sup>2</sup>Para este primeiro caso, o grande problema é o sincronismo dos dois VSIs através do *droop*. O tipo de carga não afeta o sincronismo.

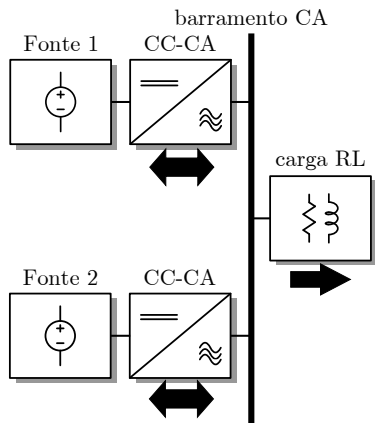


Figura 6.1: Compartilhamento de carga linear para dois inversores operando em paralelo com *droop* resistivo (estudo de caso 1).

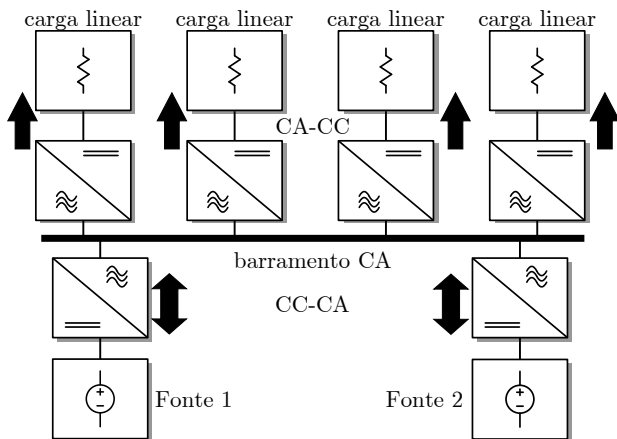


Figura 6.2: Compartilhamento de cargas de potência constante para dois inversores operando em paralelo com *droop* indutivo (estudo de caso 2).

em paralelo pode ser desenvolvida utilizando os modelos reduzidos dos VSI (fontes de tensão controladas) como indicado na Seção 2.5, com somente uma breve menção aos modelos completos dos VSIs.

Para o segundo caso (Figura 6.2) a situação é mais complexa, pois além de obter os modelos reduzidos para as fontes é necessário utilizar modelos reduzidos para as cargas (DCPL Seção 2.4). Por conta desta complexidade extra, algumas análises serão desenvolvidas para o modelo reduzido de toda a rede; modelo completo das fontes (Capítulo 5) com o modelo completo das cargas (Seção 6.3.1); modelo completo das fontes com o modelo reduzido das cargas. Com os modelos desenvolvidos, diagramas de bifurcações são gerados para explicar os fenômenos dinâmicos que ocorrem. Devido ao grande número de equações, todas as análises de bifurcações são realizadas por métodos de continuação numérica através dos aplicativos MatCont [80] e XPP-AUTO [78, 79]. Para validar o procedimento serão comparados os modelos apresentados com simulações realizadas via o aplicativo PSIM utilizando os modelos comutados da microrrede.

O modelo do inversor, o mesmo do Capítulo 5, utilizado em ambos os estudos de casos, pode ser visto na Figura 6.3. Note que o barramento CC de ambos os VSIs são isolados. Este capítulo é estruturado da seguinte forma:

- A Seção 6.2 aborda a modelagem do primeiro estudo de caso (paralelismo de inversores acionando carga linear). Para este problema o *droop* resistivo com impedância virtual resistiva é adotado. Análise de bifurcações são apresentadas na Seção 6.2.1, enquanto que resultados de simulação estão na Seção 6.2.2. A análise deste problema segue o modelo reduzido da microrrede assumindo uma rede trifásica em estrela.
- O segundo (Seção 6.3) estudo de caso (inversores acionando DCPL) será baseado no *droop* indutivo com as impedâncias virtuais indutivas cruzada e *washout*. O modelo e controle dos conversores CA-CC (modelados como DCPL) estão na Seção 6.3.1 e o processo de simplificação para obter o modelo DCPL está na Seção 6.3.2. As Seções 6.3.3 e 6.3.4 mostram os modelos reduzidos da microrrede CA para ambos os tipos de impedância virtual indutiva (cruzada e *washout*). Análise de bifurcações via métodos de continuação numérica estão na Seção 6.3.6, enquanto que os resultados de simulação podem ser vistos na Seção 6.3.7. Para este problema, o modelo reduzido da microrrede foi obtido para uma rede trifásica em delta.

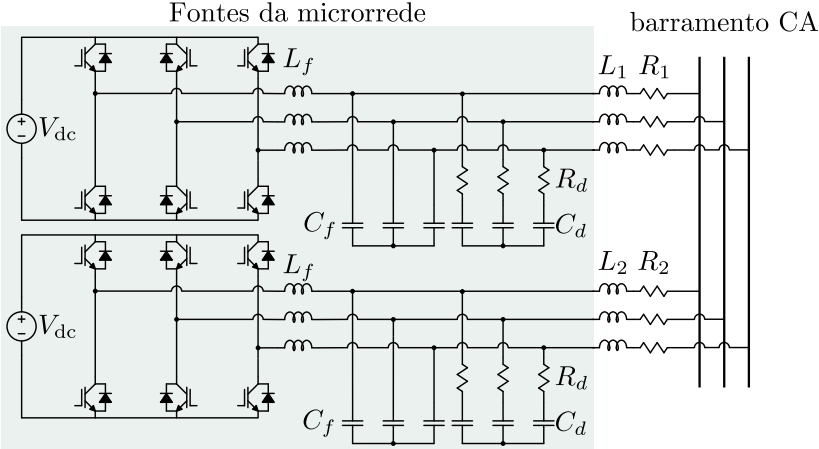


Figura 6.3: Topologia dos conversores CC-CA utilizados para ambos os estudos de caso.

## 6.2 Inversores com *droop* resistivo acionando carga linear

O circuito elétrico equivalente do problema visto na Figura 6.1 está contido na Figura 6.4. No Capítulo 5, foram apresentados o modelo e o sistema de controle dos inversores utilizando uma configuração delta equivalente. Para a análise do paralelismo dos inversores, como os conversores são modelados como fontes de tensão, não há problema em utilizar um modelo equivalente em estrela, mas é importante ajustar algumas constantes.

As dinâmicas das correntes de saída dos VSIs de acordo com a Figura 6.4 são, em coordenadas  $\alpha\beta$ , dadas por

$$L_1 \frac{d\hat{i}_1^{\alpha\beta}}{dt} = -(R_\nu + R_1 + R_\mu) \hat{i}_1^{\alpha\beta} - R_\mu \left( \hat{i}_2^{\alpha\beta} - \hat{i}_\sigma^{\alpha\beta} \right) + E_1 e^{j\theta_1} \quad (6.1)$$

$$L_2 \frac{d\hat{i}_2^{\alpha\beta}}{dt} = -(R_\nu + R_2 + R_\mu) \hat{i}_2^{\alpha\beta} - R_\mu \left( \hat{i}_1^{\alpha\beta} - \hat{i}_\sigma^{\alpha\beta} \right) + E_2 e^{j\theta_2} \quad (6.2)$$

em que  $R_\nu$  é a resistência virtual, enquanto que a dinâmica da corrente na carga é

$$L_\sigma \frac{d\hat{i}_\sigma^{\alpha\beta}}{dt} = -(R_\sigma + R_\mu) \hat{i}_\sigma^{\alpha\beta} + R_\mu \left( \hat{i}_1^{\alpha\beta} + \hat{i}_2^{\alpha\beta} \right) \quad (6.3)$$

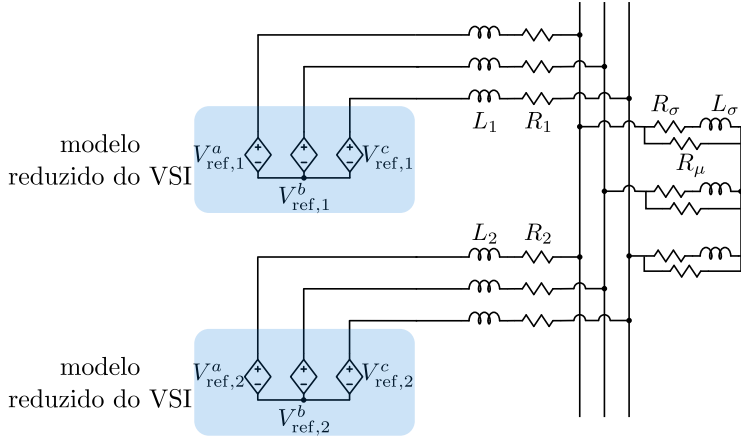


Figura 6.4: Circuito equivalente do compartilhamento de cargas lineares para dois VSIs operando em paralelo e em estrela (modelo reduzido do sistema visto na Figura 6.1).

Na base  $dq$ , as correntes (adotando  $\underline{i}_\sigma^{dq} = e^{-j\theta_1} \underline{i}_\sigma^{\alpha\beta}$ ) passam a ser

$$L_1 \frac{d\underline{i}_1^{dq}}{dt} = -(j\omega_1 L_1 + R_\nu + R_1 + R_\mu) \underline{i}_1^{dq} + E_1 - R_\mu \left( \underline{i}_2^{dq} e^{-j\delta} - \underline{i}_\sigma^{dq} \right) \quad (6.4)$$

$$L_2 \frac{d\underline{i}_2^{dq}}{dt} = -(j\omega_2 L_2 + R_\nu + R_2 + R_\mu) \underline{i}_2^{dq} + E_2 - R_\mu \left( \underline{i}_1^{dq} e^{j\delta} - \underline{i}_\sigma^{dq} e^{j\delta} \right) \quad (6.5)$$

$$L_\sigma \frac{d\underline{i}_\sigma^{dq}}{dt} = -(R_\sigma + R_\mu + j\omega_1 L_\sigma) \underline{i}_\sigma^{dq} + R_\mu \left( \underline{i}_1^{dq} + \underline{i}_2^{dq} e^{-j\delta} \right) \quad (6.6)$$

Expandindo as componentes, temos que para o primeiro inversor

$$L_1 \frac{di_1^d}{dt} = -(R_\nu + R_1 + R_\mu) i_1^d + \omega_1 L_1 i_1^q + E_1 - R_\mu (i_2^d \cos \delta + i_2^q \sin \delta) + R_\mu i_\sigma^d \quad (6.7)$$

$$L_1 \frac{di_1^q}{dt} = -(R_\nu + R_1 + R_\mu) i_1^q - \omega_1 L_1 i_1^d - R_\mu (-i_2^d \sin \delta + i_2^q \cos \delta) + R_\mu i_\sigma^q \quad (6.8)$$

enquanto que a corrente de saída da segunda fonte é

$$L_2 \frac{di_2^d}{dt} = -(R_\nu + R_2 + R_\mu) i_2^d + \omega_2 L_2 i_2^q + E_2 - R_\mu [(i_1^d - i_\sigma^d) \cos \delta + (-i_1^q + i_\sigma^q) \sin \delta] \quad (6.9)$$

$$L_2 \frac{di_2^q}{dt} = -(R_\nu + R_2 + R_\mu) i_2^q - \omega_2 L_2 i_2^d - R_\mu [(i_1^d - i_\sigma^d) \sin \delta + (i_1^q - i_\sigma^q) \cos \delta] \quad (6.10)$$

A dinâmica da corrente da carga e do ângulo  $\delta = \theta_1 - \theta_2$  são

$$L_\sigma \frac{di_\sigma^d}{dt} = -(R_\sigma + R_\mu) i_\sigma^d + \omega_1 L_\sigma i_\sigma^q + R_\mu (i_1^d + i_2^d \cos \delta + i_2^q \sin \delta) \quad (6.11)$$

$$L_\sigma \frac{di_\sigma^q}{dt} = -(R_\sigma + R_\mu) i_\sigma^q - \omega_1 L_\sigma i_\sigma^d + R_\mu (i_1^q - i_2^d \sin \delta + i_2^q \cos \delta) \quad (6.12)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_1 - \omega_2 \quad (6.13)$$

Com base na Seção 2.3, as equações do *droop* resistivo (2.48)-(2.49) são

$$E_k = \begin{cases} E_{\text{sup}}, & \text{se } E_k \geq E_{\text{sup}} \\ E_r - \lambda_k \langle p_k \rangle, & \text{se } E_{\text{inf}} < E_k < E_{\text{sup}} \\ E_{\text{inf}}, & \text{se } E_k \leq E_{\text{inf}} \end{cases} \quad (6.14)$$

$$\omega_k = \begin{cases} \omega_{\text{sup}}, & \text{se } \omega_k \geq \omega_{\text{sup}} \\ \omega_r + \gamma_k \langle q_k \rangle, & \text{se } \omega_{\text{inf}} < \omega_k < \omega_{\text{sup}} \\ \omega_{\text{inf}}, & \text{se } \omega_k \leq \omega_{\text{inf}} \end{cases} \quad (6.15)$$

Note em (6.14) e (6.15) a presença de saturações na saída das equações do *droop* definidas aos efeitos de limitar a faixa de operação da amplitude da tensão e frequência. Os valores máximos e mínimos da amplitude da tensão  $E_k$  são  $E_{\text{sup}}$  e  $E_{\text{inf}}$ , respectivamente. Para a frequência angular  $\omega_k$ , os limites são  $\omega_{\text{sup}}$  e  $\omega_{\text{inf}}$ .

As potências ativas (2.50) e reativas (2.51) filtradas são dadas por

$$\frac{d\langle p_1 \rangle}{dt} = -\omega_p \left\{ \langle p_1 \rangle - [E_r - \lambda_1 \langle p_1 \rangle] i_1^d + R_\nu \left\| \mathbf{i}_1^{dq} \right\|^2 \right\} \quad (6.16)$$

$$\frac{d\langle p_2 \rangle}{dt} = -\omega_p \left\{ \langle p_2 \rangle - [E_r - \lambda_2 \langle p_2 \rangle] i_2^d + R_\nu \left\| \mathbf{i}_2^{dq} \right\|^2 \right\} \quad (6.17)$$



$$\frac{d\langle q_1 \rangle}{dt} = -\omega_p \left\{ \langle q_1 \rangle + [E_r - \lambda_1 \langle p_1 \rangle] i_1^q \right\} \quad (6.18)$$

$$\frac{d\langle q_2 \rangle}{dt} = -\omega_p \left\{ \langle q_2 \rangle + [E_r - \lambda_2 \langle p_2 \rangle] i_2^q \right\} \quad (6.19)$$

Substituindo as equações do *droop* (assumindo que os VSIs operam fora da saturação do *droop*) na dinâmica das correntes  $i_1^d$  e  $i_1^q$ , temos que

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1^d}{dt} &= [\omega_r + \gamma_1 \langle q_1 \rangle] L_1 i_1^q - (R_\nu + R_1 + R_\mu) i_1^d + E_r - \lambda_1 \langle p_1 \rangle \\ &\quad - R_\mu (i_2^d \cos \delta + i_2^q \sin \delta - i_\sigma^d) \end{aligned} \quad (6.20)$$

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1^q}{dt} &= -[\omega_r + \gamma_1 \langle q_1 \rangle] L_1 i_1^d - (R_\nu + R_1 + R_\mu) i_1^q \\ &\quad - R_\mu (-i_2^d \sin \delta + i_2^q \cos \delta - i_\sigma^q) \end{aligned} \quad (6.21)$$

e no caso de  $i_2^d$  e  $i_2^q$ ,

$$\begin{aligned} L_2 \frac{di_2^d}{dt} &= [\omega_r + \gamma_2 \langle q_2 \rangle] L_2 i_2^q - (R_\nu + R_2 + R_\mu) i_2^d + E_r - \lambda_2 \langle p_2 \rangle \\ &\quad - R_\mu [(i_1^d - i_\sigma^d) \cos \delta + (-i_1^q + i_\sigma^q) \sin \delta] \end{aligned} \quad (6.22)$$

$$\begin{aligned} L_2 \frac{di_2^q}{dt} &= -[\omega_r + \gamma_2 \langle q_2 \rangle] L_2 i_2^d - (R_\nu + R_2 + R_\mu) i_2^q \\ &\quad - R_\mu [(i_1^d - i_\sigma^d) \sin \delta + (i_1^q - i_\sigma^q) \cos \delta] \end{aligned} \quad (6.23)$$

Por último, a dinâmica da carga e do ângulo é

$$\begin{aligned} L_\sigma \frac{di_\sigma^d}{dt} &= [\omega_r + \gamma_1 \langle q_1 \rangle] L_\sigma i_\sigma^q - (R_\sigma + R_\mu) i_\sigma^d \\ &\quad + R_\mu (i_1^d + i_2^d \cos \delta + i_2^q \sin \delta) \end{aligned} \quad (6.24)$$

$$\begin{aligned} L_\sigma \frac{di_\sigma^q}{dt} &= -[\omega_r + \gamma_1 \langle q_1 \rangle] L_\sigma i_\sigma^d - (R_\sigma + R_\mu) i_\sigma^q \\ &\quad + R_\mu (i_1^q - i_2^d \sin \delta + i_2^q \cos \delta) \end{aligned} \quad (6.25)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \gamma_1 \langle q_1 \rangle - \gamma_2 \langle q_2 \rangle \quad (6.26)$$

As equações que representam ao modelo reduzido da microrrede CA são dadas pela dinâmica das potências (6.16)-(6.19), a dinâmica das correntes de saída dos inversores, (6.20)-(6.25) e pela dinâmica do ângulo  $\delta$  (6.26), válido quando não há saturação na saída do *droop*. Caso ocorra alguma saturação é necessário fazer algumas simplificações nas equações apresentadas, mas note que na ausência do *droop*, o modelo reduzido passa a ser linear.

O modelo reduzido dos conversores CC-CA em paralelo é dado por 11 equações diferenciais e comparando com os modelos internos do VSI mostrados no Capítulo 5 podemos notar uma redução bastante grande na dimensão do sistema. Como a dinâmica interna é desprezada no modelo reduzido, há uma diferença na estabilidade deste modelo com o modelo comutado completo.

Antes de verificar a estabilidade do modelo reduzido é conveniente fazer uma análise do efeito que o *droop* tem no ponto de equilíbrio de (6.16)-(6.26). Como um exemplo, vamos verificar o efeito de se impor um *droop* resistivo em uma rede indutiva, em que  $\gamma_2 = 2\gamma_1$ ,  $\gamma_1 = 0,001$  e  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,0001$ . A impedância de saída é definida por  $L_k = 460 \mu\text{H}$  e  $R_k = 1 \mu\Omega$ , ou seja, uma rede mais indutiva. Os valores de equilíbrio das potências ativas e reativas em regime permanente em função da resistência virtual são mostrados nas Figuras 6.5 e 6.6, respectivamente.

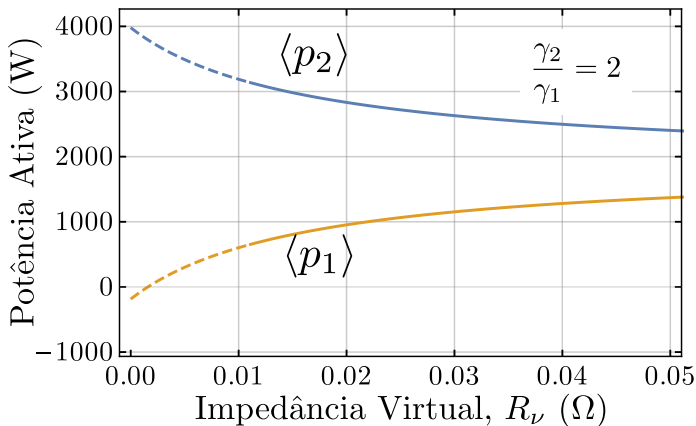


Figura 6.5: Valores de equilíbrio para as potências ativas em função da resistência virtual. Potência ativa de saída do primeiro inversor em amarelo e do segundo inversor em azul.

As curvas da potência ativa e reativa (Figuras 6.5 e 6.6) mostram que caso o tipo de *droop* não case com a impedância de saída, pode ocorrer troca de energia ativa entre os inversores, ao invés de ambas as fontes fornecerem energia para a carga. Nas Figuras 6.5 e 6.6, as curvas pontilhadas indicam que o equilíbrio é instável (verificado através dos autovalores do modelo linearizado), enquanto que as linhas cheias indicam que o equilíbrio é estável. À medida que a resistência virtual

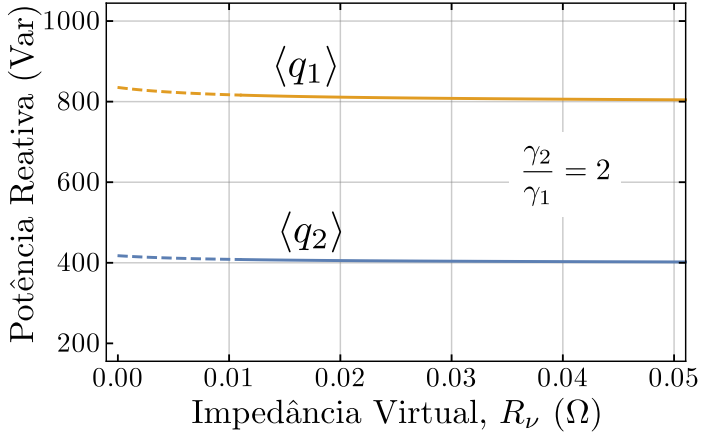


Figura 6.6: Valores de equilíbrio para as potências reativas em função da resistência virtual. Potência reativa de saída do primeiro inversor em amarelo e do segundo inversor em azul.

aumenta o compartilhamento da potência ativa melhora, o que mostra a necessidade de se utilizar o tipo de *droop* adequado com a impedância de saída, ou pelo menos que a impedância virtual consiga impor a característica desejada na saída dos inversores. No caso da potência reativa, não há uma mudança significativa com a variação da resistência virtual e como (6.26) deve ser zero implica em  $\gamma_1/\gamma_2 = \langle q_2 \rangle / \langle q_1 \rangle$  de forma independente de  $R_\nu$ .

Além de verificar como a resistência virtual atua no equilíbrio do sistema é importante verificar como os próprios ganhos do *droop* ( $\gamma_k$  e  $\lambda_k$ ) afetam as potências. Adotando um valor de  $R_\nu = 0,02 \Omega$  e  $\gamma_1 = 0,001$ , o efeito de  $\lambda_k$  nas potências ativas e reativas é apresentado nas Figuras 6.7 e 6.8, respectivamente. Note que aumentando o valor de  $\lambda_k$  no *droop* resistivo melhora o compartilhamento da potência ativa, válido para  $\lambda_1 = \lambda_2$ . Como aumentar  $\lambda_k$  implica em diminuir a amplitude da tensão CA ( $E_k = E_r - \lambda_k \langle p_k \rangle$ ), ocorre uma queda na potência consumida pela carga. Para ver o efeito do ganho  $\gamma_k$ , com  $R_\nu = 0,02 \Omega$  e  $\lambda_1 = 0,005$ , nas potências ativas e reativas, veja as Figuras 6.9 e 6.10. No caso de  $\gamma_k$ , aumentar demasiado o seu valor pode deteriorar o compartilhamento da potência ativa dos conversores CC-CA.

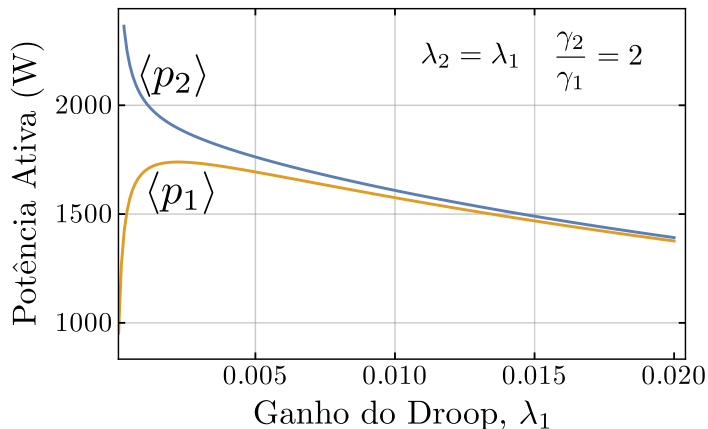


Figura 6.7: Valores de equilíbrio para as potências ativas em função de  $\lambda_1$ . Potência ativa de saída do primeiro inversor em amarelo e do segundo inversor em azul.

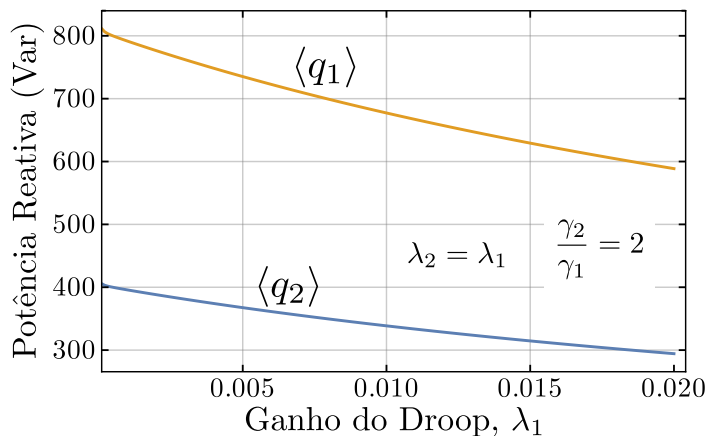


Figura 6.8: Valores de equilíbrio para as potências reativas em função de  $\lambda_1$ . Potência reativa de saída do primeiro inversor em amarelo e do segundo inversor em azul.

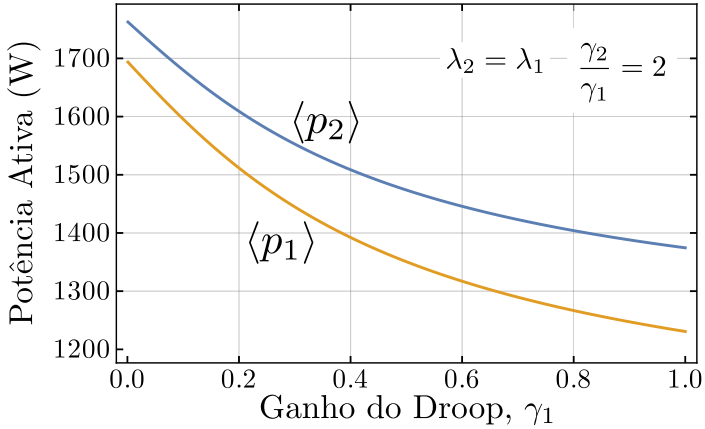


Figura 6.9: Valores de equilíbrio para as potências ativas em função de  $\gamma_1$ . Potência ativa de saída do primeiro inversor em amarelo e do segundo inversor em azul.

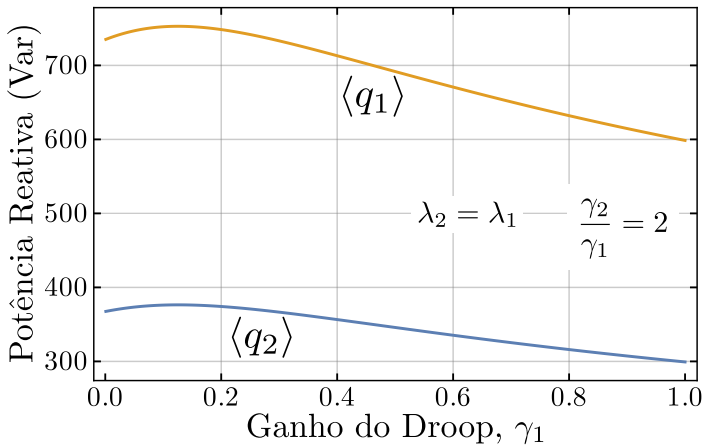


Figura 6.10: Valores de equilíbrio para as potências reativas em função de  $\gamma_1$ . Potência reativa de saída do primeiro inversor em amarelo e do segundo inversor em azul.

Tabela 6.1: Parâmetros da microrrede CA (Figura 6.4) com *droop* resistivo (tensões linha-neutro).

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$\lambda_k$	0,0001	$R_\mu$	15 $\Omega$
$L_\sigma$	33 mH	$R_\sigma$	15 $\Omega$
$\omega_r$	377 rad/s	$E_r$	190 V
$\omega_{\text{sup}}$	410 rad/s	$E_{\text{sup}}$	220 V
$\omega_{\text{inf}}$	345 rad/s	$E_{\text{inf}}$	143 V

## 6.2.1 Análise de bifurcações

Com base no modelo reduzido (6.16)-(6.26), nos parâmetros do VSI (Tabela 5.1) e nos parâmetros da microrrede (Tabela 6.1<sup>3</sup>) podemos analisar o comportamento dinâmico dos dois inversores alimentando uma carga RL.

Nesta seção o interesse é em verificar como os parâmetros do controle por *droop*, em conjunto com a resistência virtual, influenciam a estabilidade da microrrede CA, em especial o ganho associado com a frequência  $\gamma_k$ <sup>4</sup>. Adotando a relação  $\gamma_2 = 2\gamma_1$ , o que implica  $\langle q_1 \rangle = 2\langle q_2 \rangle$  em regime permanente, podemos variar somente o parâmetro  $\gamma_1$  em conjunto com a resistência virtual  $R_\nu$  para estudar a dinâmica do sistema, como pode ser visto na Figura 6.11. Este diagrama mostra a faixa do parâmetro do *droop* ( $\gamma_1$ ) em que a operação da microrrede é estável, onde a curva mostrada é o limiar da estabilidade. Cruzando a curva em azul (Figura 6.11) o sistema está sujeito a uma bifurcação de Hopf (HB) do tipo supercrítica. A HB indica o surgimento de um ciclo limite estável ao aumentar o valor do parâmetro  $\gamma_1$ . O modelo da microrrede está na base *dq*, mas em  $\alpha\beta$  ou *abc* temos então oscilações geradas pela HB moduladas pela ondulação normal de 60 Hz e isto se traduz em um aumento no conteúdo harmônico da microrrede, deteriorando a sua qualidade.

As curvas I e II da Figura 6.11 permitem uma análise da bifurcação variando somente um parâmetro. A Figura 6.12 representa a curva I

<sup>3</sup>Na Tabela 6.1 as tensões  $E_r$ ,  $E_{\text{sup}}$  e  $E_{\text{inf}}$  são de linha-neutro, enquanto que na Tabela 5.1 as tensões são de linha-linha, note que a diferença é exatamente de  $\sqrt{3}$ .

<sup>4</sup>No Capítulo 5 somente um inversor foi analisado, mas aqui existem dois inversores em paralelo e o parâmetro  $\gamma_k$  está diretamente ligado à frequência das fontes e também, por consequência do paralelismo, com a necessidade de sincronizar os VSIs.

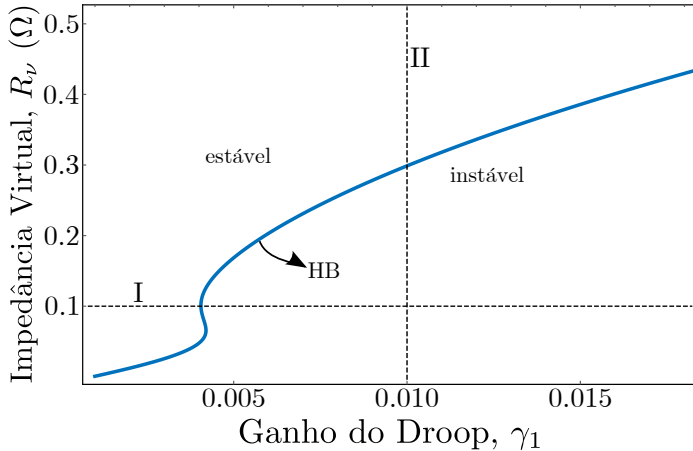


Figura 6.11: Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois mostrando a bifurcação de Hopf em relação à  $\gamma_1$  e  $R_v$  como os parâmetros da bifurcação.

( $R_v$  fixo com  $\gamma_1$  variando), enquanto que a Figura 6.13 é a curva II ( $\gamma_1$  fixo com  $R_v$  variando). Os diagramas das Figuras 6.12 e 6.13 mostram a estabilidade paramétrica da potência<sup>5</sup> média do primeiro inversor, em função dos parâmetros de interesse (ganho de *droop* e resistência virtual).

Para a Figura 6.12 vemos que para valores de  $\gamma_1$  menores que 0,004 o equilíbrio do sistema é estável, mas a partir deste valor ocorre uma HB supercrítica, o equilíbrio fica instável e a potência média (e todas as outras variáveis do modelo) começa a oscilar. A amplitude da oscilação, curva em azul no diagrama da Figura 6.12, pode ser comparada com a amplitude da ondulação da potência média dada pela simulação realizada utilizando o *software* PSIM (marcador denotado por  $\Delta$  na Figura 6.12). É possível notar uma diferença entre o modelo reduzido e o sistema comutado completo, pois enquanto que o modelo reduzido indica um valor máximo de oscilação de 6 kW, o sistema completo indica um valor de 4 kW (válido para  $\gamma_1 > 0,006$ ).

Quando as variáveis da microrrede começam a oscilar existe uma interação maior entre a dinâmica externa e interna dos inversores, logo o modelo reduzido perde um pouco a sua exatidão. Há também a

<sup>5</sup>As outras variáveis possuem curvas similares, logo não é necessário reproduzi-las.

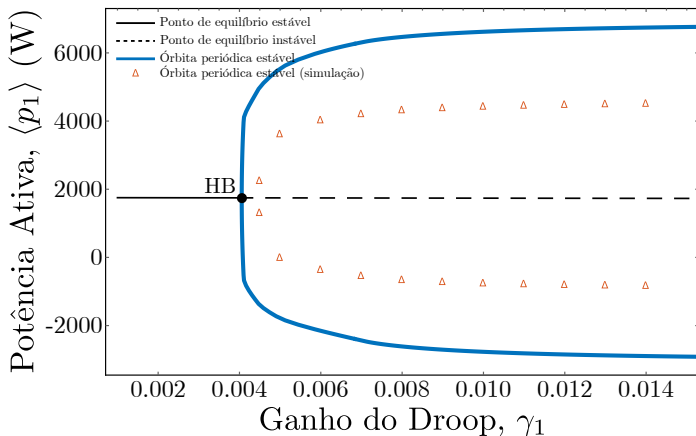


Figura 6.12: Diagrama de bifurcação no plano  $\{\gamma_1, \langle p_1 \rangle\}$ , válido para  $R_\nu = 0,1 \Omega$ . Esta bifurcação corresponde à linha I da Figura 6.11.

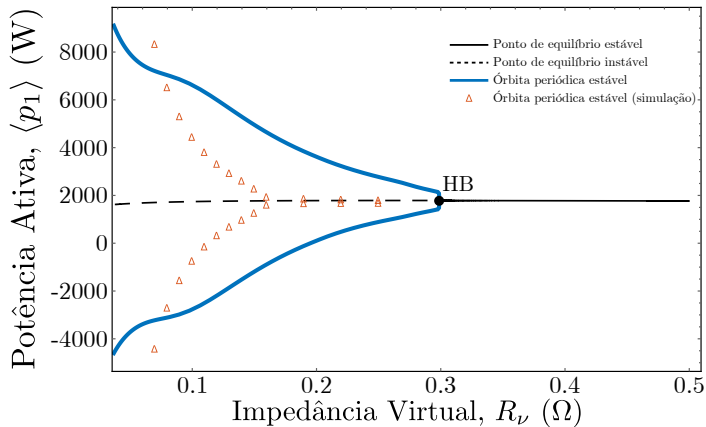


Figura 6.13: Diagrama de bifurcação no plano  $\{R_\nu, \langle p_1 \rangle\}$ , válido para  $\gamma_1 = 0,01$ . Esta bifurcação corresponde à linha II da Figura 6.11.



perda de amortecimento que o sistema de controle dos VSIs injeta na microrrede (ganho proporcional, por exemplo), o que pode indicar a diferença na amplitude do ciclo limite estável. Além disso, quando o ponto de equilíbrio fica instável e ocorre a HB, o sistema de controle do VSI sofre uma degradação significativa e os sinais de erros da malha de tensão passam a ter oscilações grandes, o que justifica a perda de precisão do modelo reduzido para qual os sinais de erros são sempre nulos. O valor dos parâmetros em que o modelo reduzido e o sistema completo ficam instáveis são relativamente próximos, mas note que variando os ganhos do controle ressonante ( $k_1^v$  e  $k_2^v$ ), apresentados no Capítulo 5, pode-se deslocar o ponto que ocorre a HB.

No caso da Figura 6.13, vemos que para valores pequenos de resistência virtual podem tornar o sistema instável com o aparecimento de uma bifurcação de Hopf, também do tipo supercrítica. A amplitude da oscilação, marcador denotado por  $\Delta$  na Figura 6.13, é o resultado da simulação da microrrede utilizando o aplicativo PSIM (modelos comutados).

A razão entre os ganhos  $\gamma_2/\gamma_1$  está mantida na taxa 2:1, mas é possível verificar como a HB se comporta quando esta razão varia, conforme mostra a Figura 6.14. Além deste diagrama, é interessante verificar como o ganho do *droop*  $\lambda_k$  interfere na HB gerada pela variação de  $\gamma_1$ , que pode ser vista na Figura 6.15.

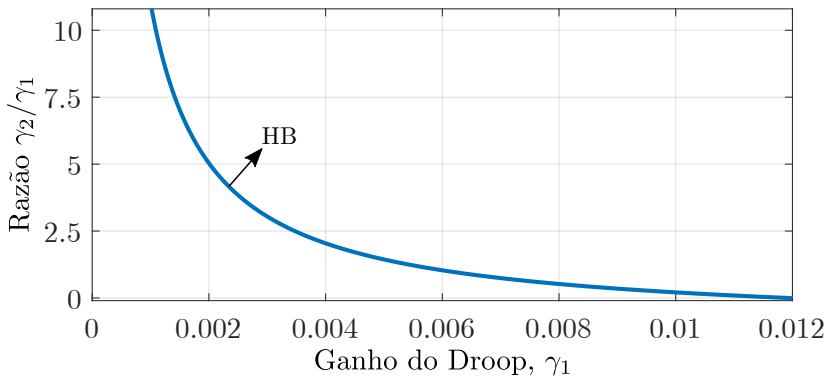


Figura 6.14: Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois mostrando a bifurcação de Hopf em relação a  $\gamma_1$  e  $\gamma_2/\gamma_1$  como os parâmetros da bifurcação.

Os diagramas paramétricos apresentados até então mostram que o modelo reduzido é mais conservador que o modelo completo, o que é

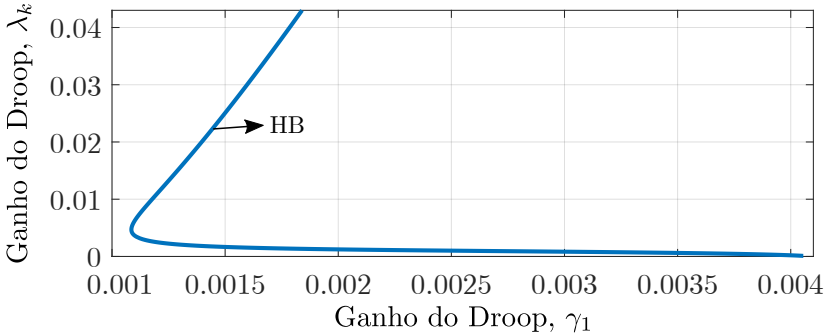


Figura 6.15: Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois mostrando a bifurcação de Hopf em relação à  $\gamma_1$  e  $\lambda_k$  como os parâmetros da bifurcação.

Tabela 6.2: Parâmetros do controle do VSI em delta para o sistema da Figura 6.4.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$k_p$	6,43428	$k_1^v$	0,202043
$k_2^v$	434,783		

uma vantagem, pois é um sistema menor. As instabilidades apresentadas são simples o suficiente para que somente o modelo linearizado precise ser usado, mas ainda assim os diagramas de bifurcação são úteis para analisar a estabilidade paramétrica do sistema e isto é uma grande vantagem para entender os limites de operação da microrrede.

Por último, os parâmetros do controle do VSI utilizado para a simulação do sistema comutado estão na Tabela 6.2. Comparando com as Figuras 5.4-5.6, o valor do ganho do termo ressonante é maior que o que foi apresentado, mas deve-se lembrar que as Figuras 5.4-5.6 foram geradas assumindo que a carga era do tipo DCPL e aqui temos uma carga RL, que é mais estável, logo os limites de estabilidade para os ganhos do controle do conversor CC-CA são maiores que o apresentado no Capítulo 5, algo já esperado.

É importante fazer um comparativo sobre os efeitos que os ganhos ( $k_p$ ,  $k_1^v$  e  $k_2^v$ ) dos inversores tem no ponto que ocorre a instabilidade gerada por  $\gamma_1$  para verificar em que situações os parâmetros da dinâmica interna dos VSIs pode ser desprezada. Seguindo os valores da Tabela 6.2 ( $R_\nu = 0,1 \Omega$ , ou  $R_\nu^e = 0,3 \Omega$ ), as Figuras 6.16, 6.17 e 6.18 mostram

o efeito dos ganhos proporcionais e ressonante das malhas de corrente e tensão do inversor. Uma comparação do modelo completo com o modelo reduzido para o efeito que a resistência virtual (equivalente em estrela) tem na bifurcação de Hopf, gerada por  $\gamma_1$ , está mostrada na Figura 6.19.

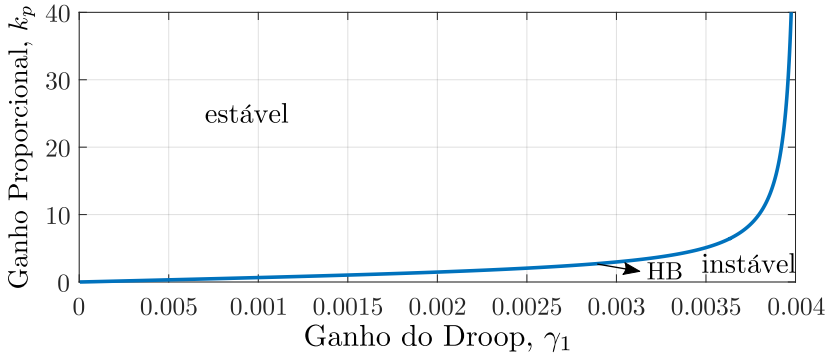


Figura 6.16: Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois mostrando a bifurcação de Hopf em relação à  $\gamma_1$  e  $k_p$  (ganho proporcional da malha de corrente dos VSIs) como os parâmetros da bifurcação.

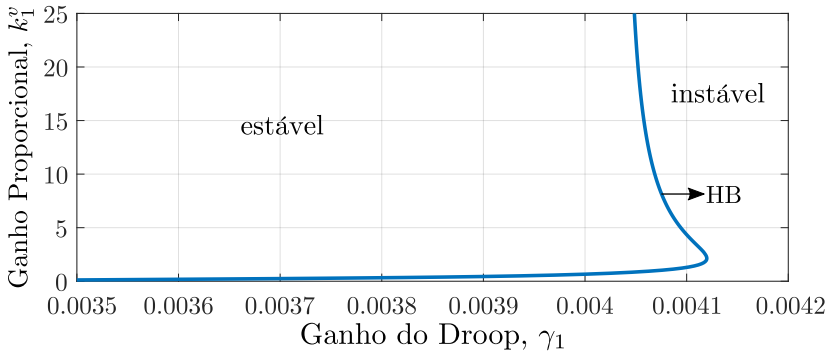


Figura 6.17: Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois mostrando a bifurcação de Hopf em relação à  $\gamma_1$  e  $k_1^v$  (ganho proporcional da malha de tensão dos VSIs) como os parâmetros da bifurcação.

Em todos os casos mostrados, valores grandes para os ganhos proporcionais implicam em um modelo reduzido muito similar ao modelo completo, onde a HB ocorre em  $\gamma_1 \approx 0,004$ .

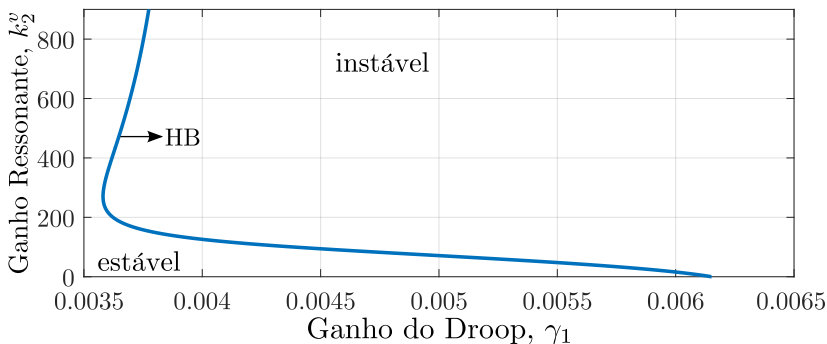


Figura 6.18: Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois mostrando a bifurcação de Hopf em relação à  $\gamma_1$  e  $k_2^v$  (ganho ressonante da malha de tensão dos VSIs) como os parâmetros da bifurcação.

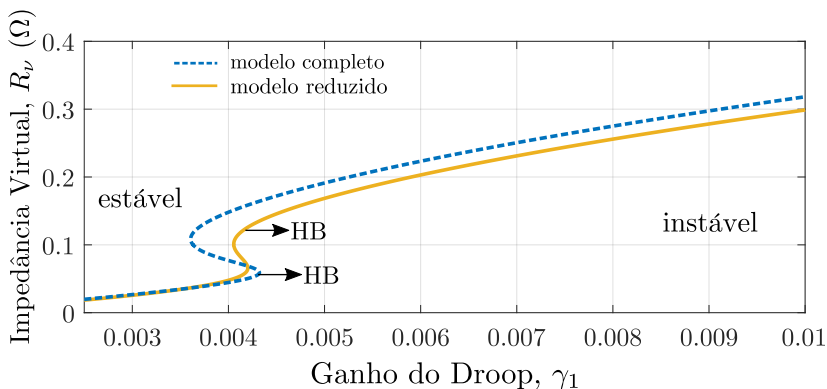


Figura 6.19: Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois mostrando a bifurcação de Hopf em relação à  $\gamma_1$  e  $R_v$  como os parâmetros da bifurcação para o modelo completo e o modelo reduzido.

## 6.2.2 Resultados de simulações

Nesta seção são mostradas as formas de onda no domínio do tempo das principais grandezas da microrrede CA quando ocorre a bifurcação de Hopf, indicada nos diagramas de bifurcação apresentados na seção anterior. Primeiramente, assumindo que o sistema está operando normalmente com um valor de  $R_\nu = 0,1 \Omega$  e  $\gamma_1 = 0,001$  podemos aplicar um degrau de  $\gamma_1 = 0,01$  (lembrando que  $\gamma_2 = 2\gamma_1$ ) em  $t = 1,5$  s e assim entrar na região de operação instável, como mostra a Figura 6.20 para as frequências de cada inversor. Veja que o *droop* implementado possui funções de saturação na sua saída e por isso quando a microrrede fica instável, as frequências ficam variando entre os valores máximo e mínimo permitidos.

As formas de onda das correntes de cada inversor e da corrente total na carga (somente a fase *a*) podem ser vistas na Figura 6.21. As oscilações geradas pela instabilidade do *droop* são componentes de baixa frequência, mas o fato do *droop* possuir saturações contribui para isto. Note que a corrente na carga não sofreu muita influência das oscilações criadas pela instabilidade, o que mostra que quase todas as ondulações ficam confinadas aos conversores (troca de energia entre os inversores). O motivo do sistema ter ficado instável se dá pela falha de sincronismo dos dois inversores e como as frequências ( $f_1$  e  $f_2$ ) oscilam em oposição de fase, a forma de onda resultante na carga quase não sofre influência deste problema.

O espectro harmônico da corrente  $i_1^a$  durante a operação normal pode ser visto na Figura 6.22, enquanto que o espectro quando o sistema está oscilando é apresentado na Figura 6.23. O espectro da corrente em condições normais mostra a componente fundamental em 60 Hz, mas quando ocorre a bifurcação de Hopf são criadas uma componente em torno de 30 Hz e uma em torno de 90 Hz com amplitudes maiores que a componente ideal de 60 Hz, o que mostra a distorção na corrente devido ao controle por *droop*.

As oscilações do sistema também podem ser vistas nas potências médias ativas e reativas como mostram as Figuras 6.24 e 6.25, respectivamente. As formas de onda das potências mostram que as fontes ficam trocando energia em baixa frequência devido à bifurcação de Hopf. Podemos ver o efeito das oscilações nas tensões de saída do primeiro inversor (a forma de onda para o segundo inversor é similar) em condições ideais (Figura 6.26) e em condições instáveis (Figura 6.27).

Por último, podemos montar um diagrama de plano de fase das correntes de saída do primeiro inversor na base  $\alpha\beta$  em condições normais e durante a bifurcação de Hopf, como mostram as Figuras 6.28 e 6.29.

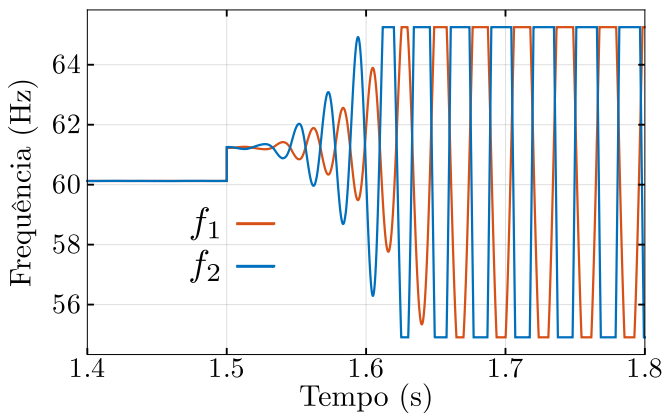


Figura 6.20: Oscilações nas frequências devido à bifurcação de Hopf causada pela mudança do ganho do *droop*  $\gamma_1$ .

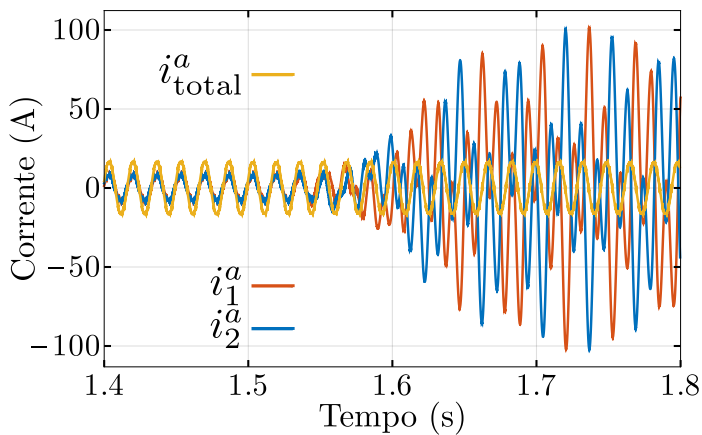


Figura 6.21: Oscilações nas correntes (fase *a* somente) devido à bifurcação de Hopf causada pela mudança do ganho do *droop*  $\gamma_1$ .

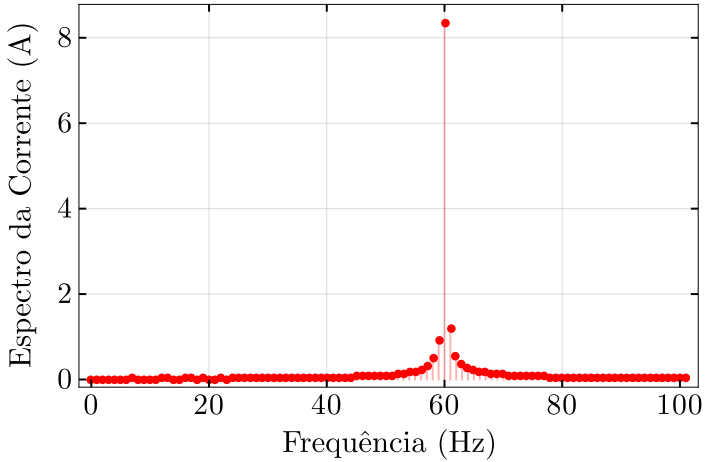


Figura 6.22: Espectro na frequência da corrente da fase  $a$  de saída do primeiro inversor,  $i_1^a$ , durante operação normal.

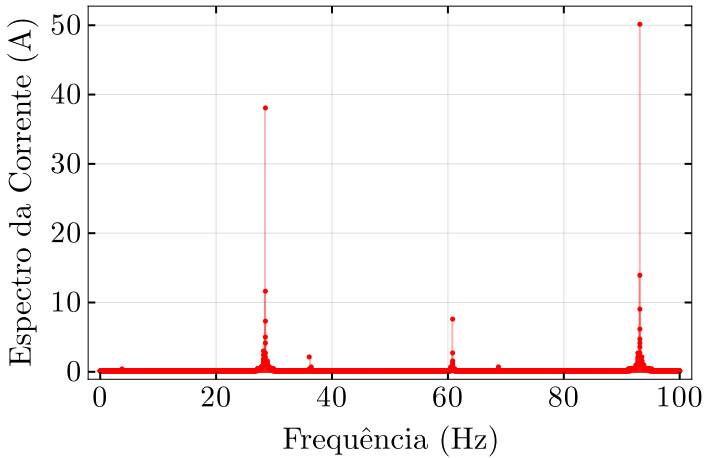


Figura 6.23: Espectro na frequência da corrente da fase  $a$  de saída do primeiro inversor,  $i_1^a$ , quando ocorre a bifurcação de Hopf.

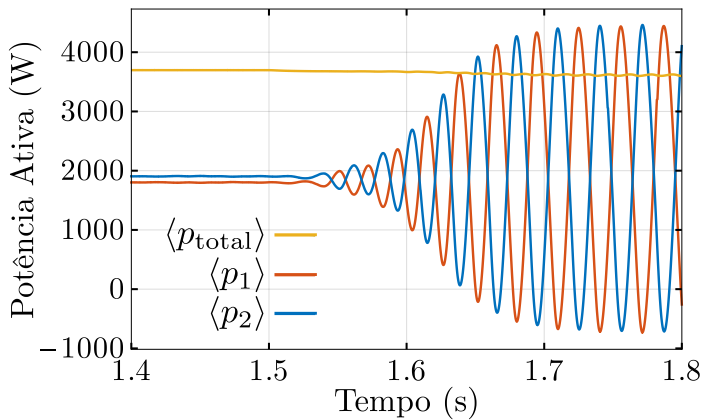


Figura 6.24: Oscilações nas potências ativas devido à bifurcação de Hopf.

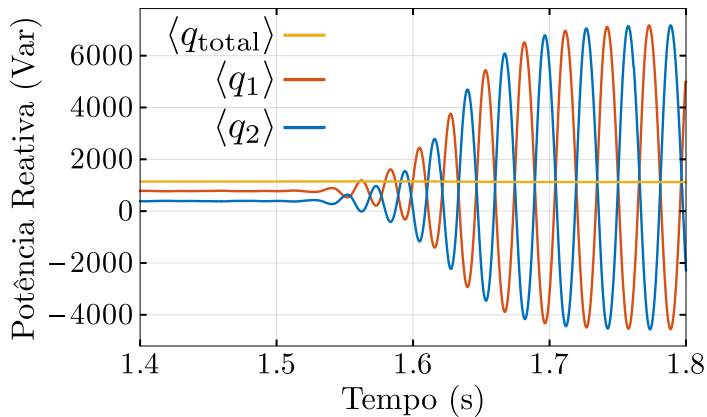


Figura 6.25: Oscilações nas potências reativas devido à bifurcação de Hopf.



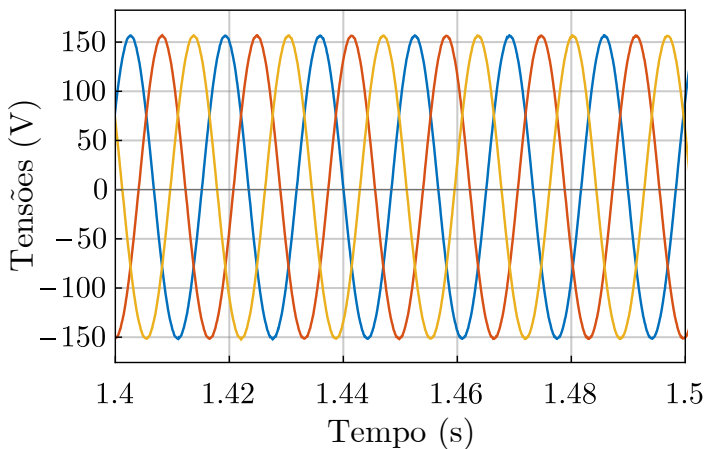


Figura 6.26: Tensões linha-neutro na saída do primeiro inversor na base *abc* durante operação normal.

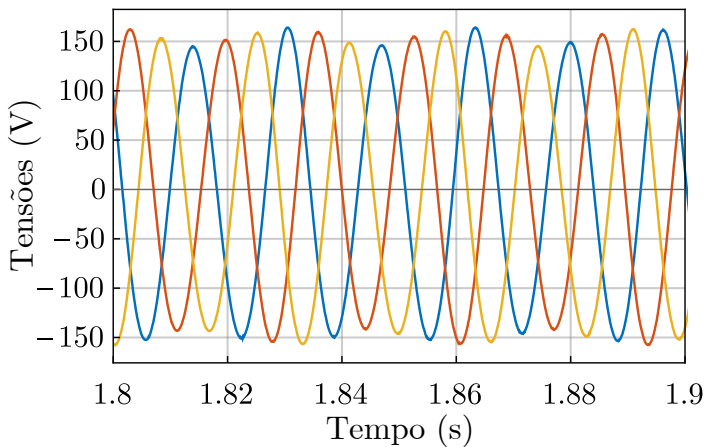


Figura 6.27: Oscilações nas tensões linha-neutro de saída do primeiro inversor na base *abc* devido à bifurcação de Hopf.

Uma alternativa aos diagramas em  $\mathbb{R}^2$  é montar um diagrama em  $\mathbb{R}^3$  incluindo a tensão de saída  $v_1^\alpha$ , vide a Figura 6.30 para a simulação do modelo completo comutado e a Figura 6.31 para a simulação do modelo reduzido da microrrede.

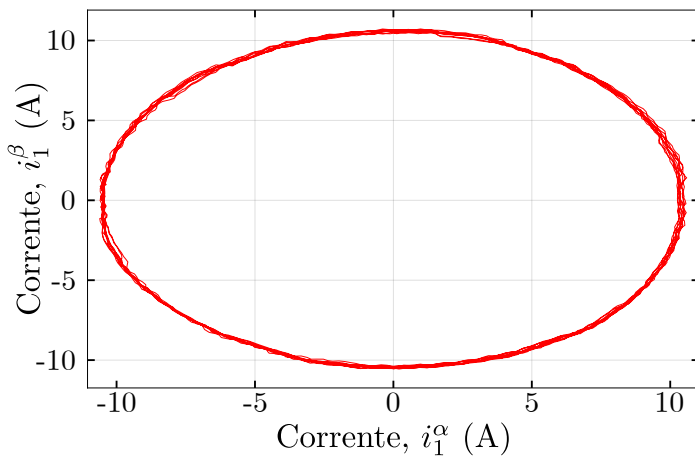


Figura 6.28: Plano  $\{i_1^\alpha, i_1^\beta\}$  da corrente de saída do primeiro inversor durante operação normal.

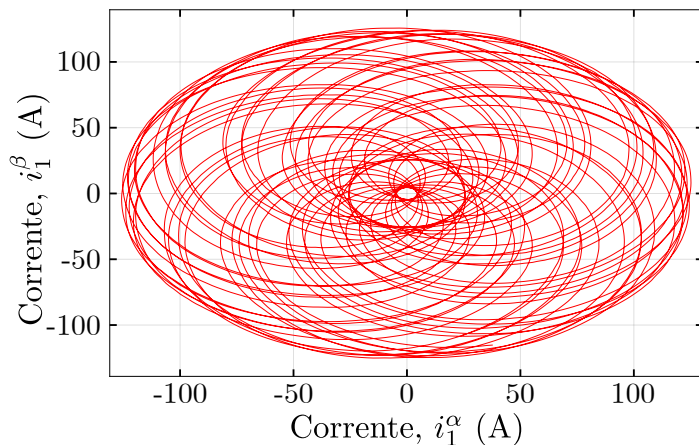


Figura 6.29: Plano  $\{i_1^\alpha, i_1^\beta\}$  da corrente de saída do primeiro inversor quando ocorre a bifurcação de Hopf.

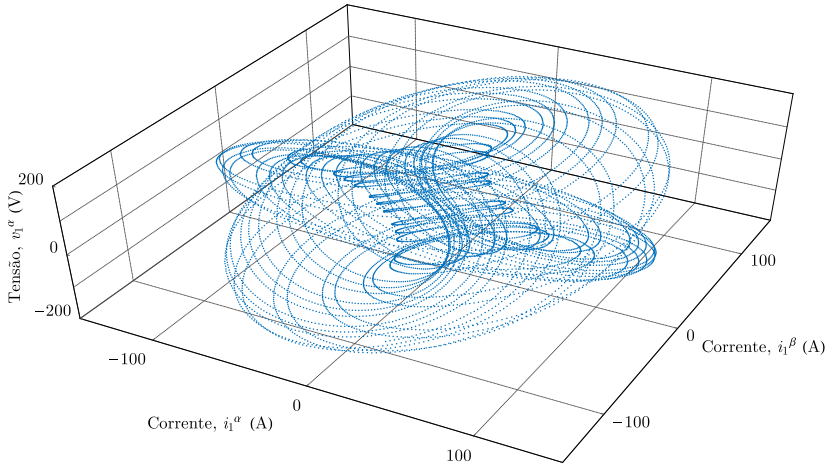


Figura 6.30: Variáveis elétricas  $\{i_1^\alpha, i_1^\beta, v_1^\alpha\}$  de saída do primeiro inversor quando ocorre a bifurcação de Hopf mostrando um atrator formado por dois toróides entrelaçados em  $\mathbb{R}^3$ .

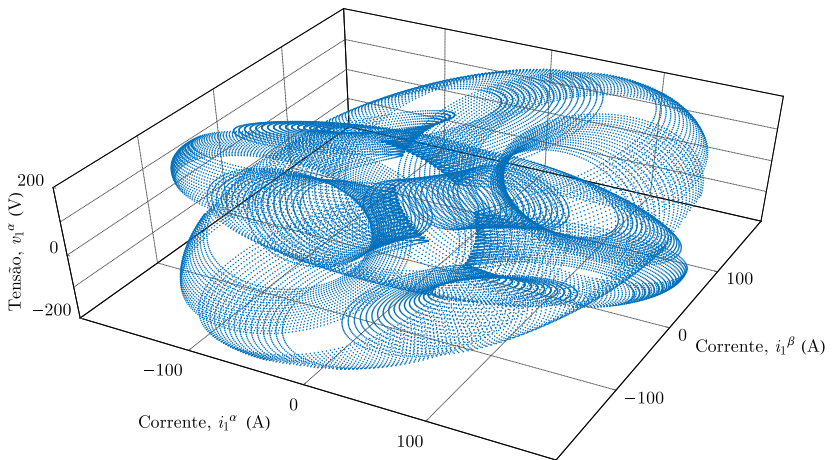


Figura 6.31: Variáveis elétricas  $\{i_1^\alpha, i_1^\beta, v_1^\alpha\}$  de saída do primeiro inversor utilizando o modelo reduzido (veja Figura 6.30 para o modelo completo comutado) quando ocorre a bifurcação de Hopf mostrando um atrator formado por dois toróides entrelaçados em  $\mathbb{R}^3$ .

As frequências geradas pela bifurcação de Hopf não são comensuráveis, isto é, a razão entre os termos  $\gamma_k \langle q_k \rangle$  e  $\omega_r$  da equação do *droop* resistivo ( $\omega_k = \omega_r + \gamma_k \langle q_k \rangle$ ) não é um número racional [45, 100], o que indica que o sistema deixa de ser periódico e passa a ser quase-periódico. Dito isto, a amplitude é limitada como visto na Figura 6.29.

As trajetórias em  $abc$  ou  $\alpha\beta$  podem ser mapeadas para pontos de equilíbrio via a transformada  $dq$ . Em coordenadas  $dq$  a criação do ciclo limite ocorre com a instabilidade do ponto de equilíbrio (bifurcação Hopf), enquanto que em  $abc$  ou  $\alpha\beta$ , o sistema não tem ponto de equilíbrio, logo a bifurcação que ocorre é a bifurcação de Neimark-Sacker (NS), uma bifurcação de órbitas periódicas. Esta bifurcação é análogo à bifurcação de Hopf, mas válido para equações discretas e/ou órbitas periódicas. Isto significa que em  $abc$  ou  $\alpha\beta$  teoricamente o correto é que ocorre uma bifurcação Neimark-Sacker.

Existe uma ligação entre órbitas periódicas e sistemas discretos, isto significa que através do mapa de Poincaré [7, 12] é possível obter um conjunto de equações discretas que representa a evolução de um sistema contínuo periódico<sup>6</sup>. Este resultado é bastante conhecido da teoria de sistemas dinâmicos [7, 10, 12].

Todos os problemas apresentados nesta seção são devido exclusivamente ao *droop*, logo para evitar estas situações é necessário que os ganhos do *droop* sejam projetados de forma adequada e os diagramas de bifurcações mostrados auxiliam o projeto do *droop*. Perceba também que todas as oscilações provocadas são de baixa frequência e apesar de não afetar de forma significativa a carga, a troca de energia entre os VSIs torna inviável a operação da microrrede quando ocorre a bifurcação de Hopf.

### 6.3 Inversores com *droop* indutivo acionando DCPL

Nesta seção será analisado o problema do compartilhamento de cargas de potência constante para inversores (DCPLs), ou seja, conversores CA-CC controlados (malha de corrente CA e malha de tensão CC). A configuração da microrrede que será analisada é o segundo caso de estudo, visto na Figura 6.2. A configuração das cargas é apresentada na Figura 6.32, enquanto que os inversores são os mesmos da Figura 6.3. Note que o projeto dos controladores para os conversores CC-CA

<sup>6</sup>Geralmente é necessário utilizar a solução das equações diferenciais para deduzir o mapa de Poincaré.

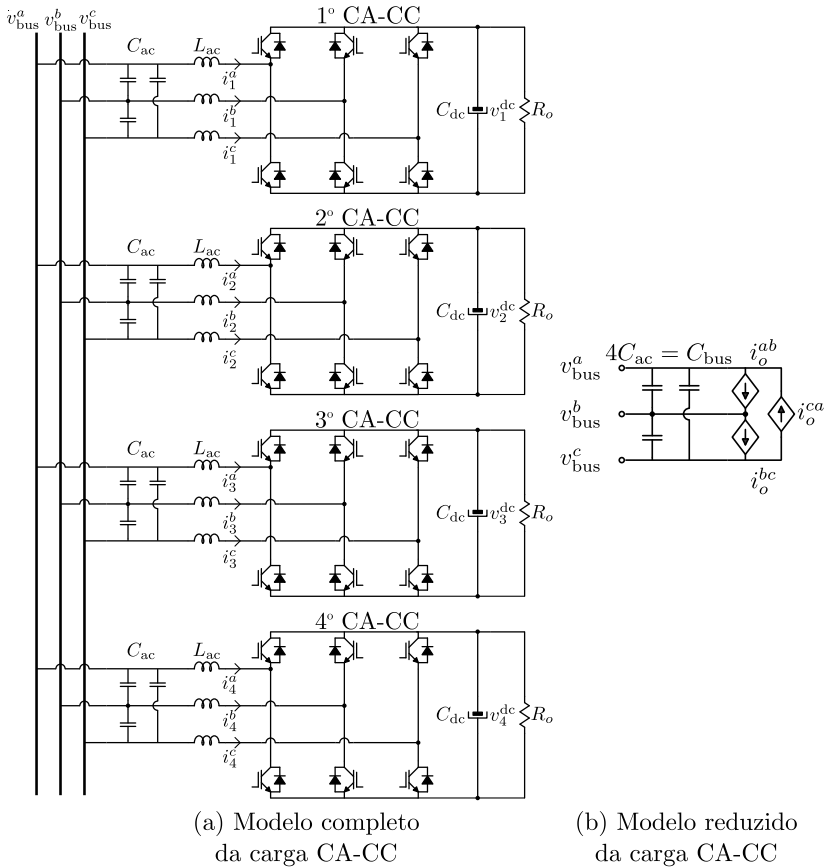


Figura 6.32: Quatro conversores CA-CC controlados operando em paralelo modelados como uma carga de potência constante equivalente.

(Capítulo 5) foi proposto para o tipo de carga que será explorada agora.

Diferentemente do caso com carga RL, a DCPL é dada por um conjunto de conversores controlados e como será importante comparar o modelo reduzido de toda a microrrede com resultados de simulação que envolvem os modelos completos comutados, então todas as malhas de controle dos conversores CA-CC deve ser apresentadas. Devido a isto, antes de entrar na modelagem reduzida do problema vamos analisar os quatro conversores CA-CC. O capacitor  $C_{ac}$  nos terminais da entrada dos conversores CA-CC é devido a um filtro EMI e possui um valor pequeno.

### 6.3.1 Dinâmica interna dos conversores CA-CC (DCPL)

A modelagem dos conversores CA-CC segue o procedimento mostrado na Seção 3.5 e no caso das malhas de controle, algumas mudanças devem ser feitas, pois o conversor CA-CC da Seção 3.5 implementava o *droop* CC e por conta disto a corrente de saída (corrente CC) do conversor era medida. Agora, os conversores CA-CC são meras cargas e não é o procedimento comum e nem necessário medir a corrente de saída nesta situação, então a malha de controle da tensão CC será diferente. O diagrama de blocos do controle do conversor CA-CC é apresentado na Figura 6.33.

Existem alguns detalhes que devem ser mencionados primeiramente: (i) a tensão no barramento CA é comum a todos os conversores CA-CC e (ii) cada um deles vai utilizar a tensão do barramento para o seu PLL e também para as malhas de controle. Como cada conversor implementa a sua transformada  $dq$  (o controle local de cada conversor CA-CC é feito em  $dq$ ), existe então uma diferença de fase no equivalente  $dq$  das tensões do barramento para cada retificador (os ângulos da transformada  $dq$  de cada retificador não estão sincronizados). Devido à simetria do problema esta defasagem deverá se anular em regime permanente, mas ainda assim a modelagem irá levar em conta a possível diferença entre os ângulos das transformadas  $dq$ .

Adotando como a referência principal o ângulo do primeiro retificador, temos que

$$v_{bus,j}^d = v_{bus}^d \cos \delta_{1j} - v_{bus}^q \sin \delta_{1j} \quad (6.27)$$

$$v_{bus,j}^q = v_{bus}^q \cos \delta_{1j} + v_{bus}^d \sin \delta_{1j} \quad (6.28)$$

com  $j$  o índice que identifica cada retificador,  $j \in \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $v_{bus}^d$  e  $v_{bus}^q$  as tensões do barramento comum de eixo direto e quadratura de

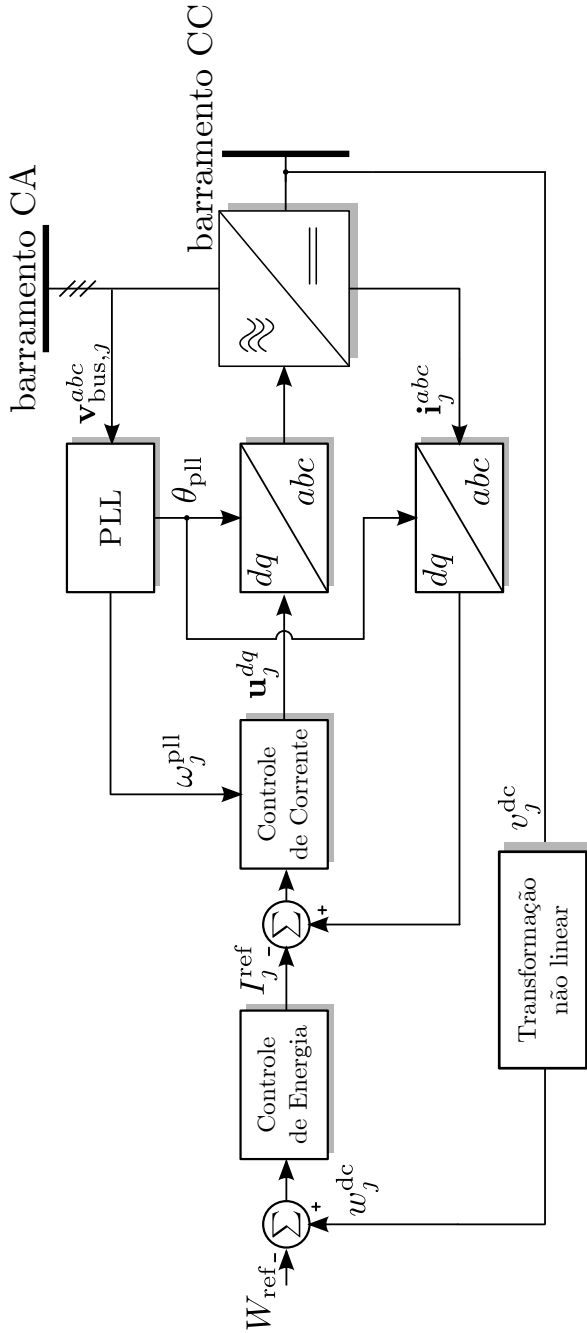


Figura 6.33: Diagrama de blocos do sistema de controle do conversor CA-CC.

acordo com o sistema de referência  $dq$  do primeiro conversor CA-CC e finalmente, os ângulos  $\delta_{1j}$  são definidos como

$$\frac{d\delta_{1j}}{dt} = \omega_1^{\text{pll}} - \omega_j^{\text{pll}} \quad (6.29)$$

Note que só existem três ângulos de defasagens, já que para a referência adotada de  $j = 1$  temos que  $\delta_{11} = 0$ .

Na prática, estes ângulos de defasagem não vão contribuir de forma significativa para a dinâmica desta microrrede CA, mas para tornar a modelagem deste problema mais completa é que estes ângulos foram incluídos.

Cada conversor CA-CC possui o seu PLL, dado por

$$\omega_j^{\text{pll}} = \omega_r + k_1^{\text{pll}} v_{\text{bus},j}^q + k_2^{\text{pll}} \xi_j^{\text{pll}} \quad (6.30)$$

$$\frac{d\xi_j^{\text{pll}}}{dt} = v_{\text{bus},j}^q \quad (6.31)$$

com os ganhos do PI contidos na Tabela 5.3. O modelo do retificador utilizando variáveis em delta equivalente em  $dq$  é

$$L_{\text{ac}}^e \frac{di_j^d}{dt} = \omega_j^{\text{pll}} L_{\text{ac}}^e i_j^q - v_j^{\text{dc}} u_j^d + v_{\text{bus},j}^d \quad (6.32)$$

$$L_{\text{ac}}^e \frac{di_j^q}{dt} = -\omega_j^{\text{pll}} L_{\text{ac}}^e i_j^d - v_j^{\text{dc}} u_j^q + v_{\text{bus},j}^q \quad (6.33)$$

$$C_{\text{dc}} \frac{dv_j^{\text{dc}}}{dt} = u_j^d i_j^d + u_j^q i_j^q - \frac{v_j^{\text{dc}}}{R_o} \quad (6.34)$$

idêntico ao modelo apresentado em (3.90)-(3.91). A indutância equivalente é definida como  $L_{\text{ac}}^e = 3L_{\text{ac}}$ .

Uma transformação de variáveis permite controlar a energia  $w_j^{\text{dc}}$  do capacitor  $C_{\text{dc}}$  ao invés da tensão  $v_j^{\text{dc}}$ :

$$L_{\text{ac}}^e \frac{di_j^d}{dt} = \omega_j^{\text{pll}} L_{\text{ac}}^e i_j^q - h_j^d + v_{\text{bus},j}^d \quad (6.35)$$

$$L_{\text{ac}}^e \frac{di_j^q}{dt} = -\omega_j^{\text{pll}} L_{\text{ac}}^e i_j^d - h_j^q + v_{\text{bus},j}^q \quad (6.36)$$

$$\frac{dw_j^{\text{dc}}}{dt} = h_j^d i_j^d + h_j^q i_j^q - \mu w_j^{\text{dc}} \quad (6.37)$$



aplicando as seguintes transformações

$$\begin{cases} v_j^{\text{dc}} u_j^d = h_j^d \\ v_j^{\text{dc}} u_j^q = h_j^q \\ \frac{1}{2} C_{\text{dc}} v_j^{\text{dc}} v_j^{\text{dc}} = w_j^{\text{dc}} \end{cases} \quad (6.38)$$

e com  $\mu = 2 / (R_o C_{\text{dc}})$ .

Estas transformações não foram realizadas para o conversor CA-CC na Seção 3.6, mas naquele caso o retificador iria operar com o *droop* CC e por conta disto era necessário medir a corrente de saída. Utilizar o modelo de energia no capacitor de filtro de saída, ao invés da tensão é mais adequado quando a carga é desconhecida e do tipo CPL. No caso aqui a carga é do tipo resistiva, logo o modelo de energia não possui muita vantagem quando comparado com o modelo de tensão, mas ainda assim é interessante utilizar esta transformação de variável, pois o controle que será apresentado pode ser facilmente modificado para uma CPL e para este tipo de carga, o modelo de energia facilita o projeto de controle. Para uma ideia similar, mas aplicado a um retificador monofásico, veja [90].

### 6.3.1.1 Malha de corrente

A malha de corrente segue o mesmo princípio apresentado na Seção 3.5, ou seja, controle por realimentação linearizante:

$$h_j^d = v_{\text{bus},j}^d + \omega_j^{\text{pll}} L_{\text{ac}}^e i_j^q + k_1^i (i_j^d - I_j^{\text{ref}}) + k_2^i \xi_j^d \quad (6.39)$$

$$h_j^q = v_{\text{bus},j}^q - \omega_j^{\text{pll}} L_{\text{ac}}^e i_j^d + k_1^i i_j^q + k_2^i \xi_j^q \quad (6.40)$$

em que os estados associados com a ação integral da malha de corrente são

$$\frac{d\xi_j^d}{dt} = i_j^d - I_j^{\text{ref}} \quad (6.41)$$

$$\frac{d\xi_j^q}{dt} = i_j^q \quad (6.42)$$

e com  $I_j^{\text{ref}}$  o sinal de referência proveniente da malha externa (controle de energia).

Com o controle proposto, a dinâmica do conversor CA-CC passa a

ser

$$L_{ac}^e \frac{di_j^d}{dt} = -k_1^i i_j^d - k_2^i \xi_j^d + k_1^i I_j^{\text{ref}} \quad (6.43)$$

$$L_{ac}^e \frac{di_j^q}{dt} = -k_1^i i_j^q - k_2^i \xi_j^q \quad (6.44)$$

$$\begin{aligned} \frac{dw_j^{\text{dc}}}{dt} &= v_{\text{bus},j}^d i_j^d + v_{\text{bus},j}^q i_j^q - \mu w_j^{\text{dc}} \\ &\quad + i_j^d [k_1^i (i_j^d - I_j^{\text{ref}}) + k_2^i \xi_j^d] + i_j^q (k_1^i i_j^q + k_2^i \xi_j^q) \end{aligned} \quad (6.45)$$

e o ponto de equilíbrio deste sistema é

$$\begin{cases} \bar{i}_j^d = I_j^{\text{ref}} \\ \bar{i}_j^q = 0 \\ \bar{\xi}_j^d = 0 \\ \bar{\xi}_j^q = 0 \end{cases} \quad (6.46)$$

### 6.3.1.2 Malha da energia de saída

Considerando que a malha de corrente está operando em regime permanente é possível obter um modelo aproximado para dinâmicas lentas da energia de saída:

$$\frac{dw_j^{\text{dc}}}{dt} \approx v_{\text{bus},j}^d I_j^{\text{ref}} - \mu w_j^{\text{dc}} \quad (6.47)$$

Esta equação também pode ser vista como o princípio da conservação da energia, já que a potência de entrada deve ser igual a potência de saída<sup>7</sup>.

O controle da energia pode ser desenvolvido como se segue:

$$\frac{dw_j^{\text{dc}}}{dt} \approx v_{\text{bus},j}^d I_j^{\text{ref}} - \mu w_j^{\text{dc}} = \nu_{\text{eq}} \quad (6.48)$$

<sup>7</sup>Caso a carga fosse do tipo potência constante, (6.47) teria o seguinte formato:

$$\frac{dw_j^{\text{dc}}}{dt} \approx v_{\text{bus},j}^d I_j^{\text{ref}} - P_{\text{dc}}$$

com uma dinâmica mais simples do que o equivalente de tensão:

$$C_{\text{dc}} \frac{dv_j^{\text{dc}}}{dt} \approx \frac{v_{\text{bus},j}^d I_j^{\text{ref}}}{v_j^{\text{dc}}} - \frac{P_{\text{dc}}}{v_j^{\text{dc}}}$$

logo,

$$I_j^{\text{ref}} = \frac{\mu w_j^{\text{dc}} + \nu_{\text{eq}}}{v_{\text{bus},j}^d} \quad (6.49)$$

e escolhendo

$$\nu_{\text{eq}} = -k_1^w \epsilon_j^{\text{dc}} - k_2^w \xi_j^{\text{dc}} \quad (6.50)$$

$$\frac{d\xi_j^{\text{dc}}}{dt} = \epsilon_j^{\text{dc}} \quad (6.51)$$

em que  $\epsilon_j^{\text{dc}} = w_j^{\text{dc}} - W_{\text{ref}}$ ,  $W_{\text{ref}}$  é o sinal de referência da energia de saída ( $W_{\text{ref}} = (1/2) C_{\text{dc}} V_{\text{ref}}^2$ ),  $\xi_j^{\text{dc}}$  é o estado associado com a ação integral,  $k_1^w$  e  $k_2^w$  os ganhos do controle PI da malha de energia, a dinâmica da energia passa a ser

$$\frac{dw_j^{\text{dc}}}{dt} \approx -k_1^w \epsilon_j^{\text{dc}} - k_2^w \xi_j^{\text{dc}} \quad (6.52)$$

O problema desta lei de controle é a necessidade de se conhecer a carga. Para corrigir isto a carga pode ser estimada o que modifica a lei de controle para

$$I_j^{\text{ref}} = \begin{cases} \frac{\hat{\mu}_j w_j^{\text{dc}} - k_1^w \epsilon_j^{\text{dc}} - k_2^w \xi_j^{\text{dc}}}{v_{\text{bus},j}^d}, & \text{se } i_j^d < I_{\text{max}} \\ I_{\text{max}}, & \text{se } i_j^d > I_{\text{max}} \end{cases} \quad (6.53)$$

em que  $\hat{\mu}_j$  é a estimação da carga  $\mu$ , além da presença de uma saturação ( $I_{\text{max}}$ ) na malha externa do sistema de controle. Esta lei de controle é basicamente um controle por realimentação linearizante com um termo de estimação, pois  $\mu$  é desconhecido. Em malha fechada, a dinâmica da energia passa a ser dada por

$$\frac{dw_j^{\text{dc}}}{dt} \approx \tilde{\mu}_j w_j^{\text{dc}} - k_1^w (w_j^{\text{dc}} - W_{\text{ref}}) - k_2^w \xi_j^{\text{dc}} \quad (6.54)$$

$$\frac{d\xi_j^{\text{dc}}}{dt} = w_j^{\text{dc}} - W_{\text{ref}} \quad (6.55)$$

onde  $\tilde{\mu}_j = \hat{\mu}_j - \mu$  é o erro de estimação.

A estimação será baseada na técnica Imersão & Invariância [102, 103]. Note que a carga é desconhecida, mas será assumida como constante (ou pelo menos com variações temporais mais lentas que a dinâmica do controle). A estimação é definida como sendo  $\hat{\mu}_j = \rho_j + \sigma_j$ ,

onde  $\rho_j$  é a parte dinâmica da estimação e  $\sigma_j$  a parte estática, sendo uma função desconhecida da energia de saída,  $\sigma_j = \sigma_j(w_j^{\text{dc}})$ .

A dinâmica do erro de estimação é dada por

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\mu}_j}{dt} &= \frac{d\rho_j}{dt} + \frac{\partial\sigma_j}{\partial w_j^{\text{dc}}} \frac{dw_j^{\text{dc}}}{dt} \\ &= \frac{d\rho_j}{dt} + \frac{\partial\sigma_j}{\partial w_j^{\text{dc}}} (\tilde{\mu}_j w_j^{\text{dc}} - k_1^w (w_j^{\text{dc}} - W_{\text{ref}}) - k_2^w \xi_j^{\text{dc}}) \end{aligned} \quad (6.56)$$

Escolhendo

$$\frac{d\rho_j}{dt} = -\frac{\partial\sigma_j}{\partial w_j^{\text{dc}}} (-k_1^w (w_j^{\text{dc}} - W_{\text{ref}}) - k_2^w \xi_j^{\text{dc}}) - f_j \quad (6.57)$$

simplificamos a dinâmica do erro de estimação:

$$\frac{d\tilde{\mu}_j}{dt} = \tilde{\mu}_j w_j^{\text{dc}} \frac{\partial\sigma_j}{\partial w_j^{\text{dc}}} + f_j \quad (6.58)$$

A função  $f_j$  é definida via uma função de Lyapunov [11, 88, 104] para garantir que a dinâmica aproximada da energia de saída é estável na presença do esquema de estimação.

Utilizando a seguinte função de Lyapunov,

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} (w_j^{\text{dc}} - W_{\text{ref}})^2 + \frac{1}{2} \kappa_1 \tilde{\mu}_j^2 + \frac{1}{2} k_2^w (\xi_j^{\text{dc}})^2 \quad (6.59)$$

em que  $\kappa_1$  é uma constante com o propósito de ajustar a dimensão física de  $\mathcal{H}$ , temos que a derivada de  $\mathcal{H}$  é dada por

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{H}}{dt} &= (w_j^{\text{dc}} - W_{\text{ref}}) [\tilde{\mu}_j w_j^{\text{dc}} - k_1^w (w_j^{\text{dc}} - W_{\text{ref}}) - k_2^w \xi_j^{\text{dc}}] \\ &\quad + \kappa_1 \tilde{\mu}_j \left( \tilde{\mu}_j w_j^{\text{dc}} \frac{\partial\sigma_j}{\partial w_j^{\text{dc}}} + f_j \right) + k_2^w \xi_j^{\text{dc}} (w_j^{\text{dc}} - W_{\text{ref}}) \end{aligned} \quad (6.60)$$

Simplificando, temos que

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{H}}{dt} &= -k_1^w (w_j^{\text{dc}} - W_{\text{ref}})^2 + \kappa_1 w_j^{\text{dc}} \frac{\partial\sigma_j}{\partial w_j^{\text{dc}}} \tilde{\mu}_j^2 \\ &\quad + \tilde{\mu}_j [w_j^{\text{dc}} (w_j^{\text{dc}} - W_{\text{ref}}) + \kappa_1 f_j] \end{aligned} \quad (6.61)$$

Escolhendo

$$\frac{\partial\sigma_j}{\partial w_j^{\text{dc}}} = -\kappa_2 \quad (6.62)$$

$$\kappa_1 f_j = -w_j^{\text{dc}} (w_j^{\text{dc}} - W_{\text{ref}}) \quad (6.63)$$

em que  $\kappa_2$  é o ganho de estimação,  $d\mathcal{H}/dt$  passa a ser

$$\frac{d\mathcal{H}}{dt} = -k_1^w (w_j^{\text{dc}} - W_{\text{ref}})^2 - \kappa_1 \kappa_2 w_j^{\text{dc}} \tilde{\mu}_j^2 \quad (6.64)$$

que é estável de acordo com o princípio de invariância de LaSalle [88, 104]. Veja que  $\sigma_j$  é dado por

$$\sigma_j = -\kappa_2 w_j^{\text{dc}} \quad (6.65)$$

O modelo aproximado da dinâmica da energia de saída em malha fechada é dado por

$$\frac{dw_j^{\text{dc}}}{dt} \approx \tilde{\mu}_j w_j^{\text{dc}} - k_1^w (w_j^{\text{dc}} - W_{\text{ref}}) - k_2^w \xi_j^{\text{dc}} \quad (6.66)$$

$$\frac{d\xi_j^{\text{dc}}}{dt} = w_j^{\text{dc}} - W_{\text{ref}} \quad (6.67)$$

$$\frac{d\tilde{\mu}_j}{dt} = -\kappa_2 \tilde{\mu}_j w_j^{\text{dc}} - \frac{w_j^{\text{dc}}}{\kappa_1} (w_j^{\text{dc}} - W_{\text{ref}}) \quad (6.68)$$

O esquema de estimação garante que a matriz jacobiana de (6.66)-(6.68), dada por

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -k_1^w & -k_2^w & W_{\text{ref}} \\ 1 & 0 & 0 \\ -\frac{W_{\text{ref}}}{\kappa_1} & 0 & -\kappa_2 W_{\text{ref}} \end{bmatrix} \quad (6.69)$$

não é uma função da carga  $\mu$ . O esquema de estimação tornou o parâmetro que caracteriza a carga em uma variável.

### 6.3.1.3 Conversor CA-CC em malha fechada

Como o modelo utilizado para a dinâmica do controle da energia de saída é simplificado, a estabilidade mostrada pela função de Lyapunov é somente local, sendo necessário garantir que a malha de corrente seja mais rápida que a malha de energia. Os parâmetros utilizados para o conjunto dos retificadores está na Tabela 6.3.

Tabela 6.3: Parâmetros do conversor CA-CC (DCPL).

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$L_{ac}$	2,5 mH	$C_{dc}$	500 $\mu$ F
$V_{ref}$	500 V	$I_{max}$	7,5 A
$k_1^{pll}$	0,296804	$k_2^{pll}$	5,1802
$k_1^i$	66,63 $\Omega$	$k_2^i$	296 088 $\Omega$ rad/s
$k_1^w$	1589 rad/s	$k_2^w$	988 402 rad <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
$\kappa_1$	0,011 W <sup>2</sup> s <sup>4</sup>	$\kappa_2$	8,0307 W <sup>-1</sup> s <sup>-2</sup>
$f_s$	19,98 kHz	$P_{max}$	2,5 kVA

O modelo completo de cada retificador é dado por

$$L_{ac}^e \frac{di_j^d}{dt} = -k_1^i i_j^d - k_2^i \xi_j^d + k_1^i \frac{(\rho_j - \kappa_2 w_j^{dc}) w_j^{dc} - k_1^w (w_j^{dc} - W_{ref}) - k_2^w \xi_j^{dc}}{v_{bus,j}^d} \quad (6.70)$$

$$L_{ac}^e \frac{di_j^q}{dt} = -k_1^i i_j^q - k_2^i \xi_j^q \quad (6.71)$$

$$\begin{aligned} \frac{dw_j^{dc}}{dt} &= v_{bus,j}^d i_j^d + v_{bus,j}^q i_j^q - \mu w_j^{dc} \\ &+ i_j^d (k_1^i i_j^d + k_2^i \xi_j^d) + i_j^q (k_1^i i_j^q + k_2^i \xi_j^q) \\ &- k_1^i i_j^d \frac{(\rho_j - \kappa_2 w_j^{dc}) w_j^{dc} - k_1^w (w_j^{dc} - W_{ref}) - k_2^w \xi_j^{dc}}{v_{bus,j}^d} \end{aligned} \quad (6.72)$$

$$\frac{d\rho_j}{dt} = -\kappa_2 [k_1^w (w_j^{dc} - W_{ref}) + k_2^w \xi_j^{dc}] - \frac{w_j^{dc}}{\kappa_1} (w_j^{dc} - W_{ref}) \quad (6.73)$$

$$\frac{d\xi_j^{dc}}{dt} = w_j^{dc} - W_{ref} \quad (6.74)$$

$$\frac{d\xi_j^d}{dt} = i_j^d - \frac{(\rho_j - \kappa_2 w_j^{dc}) w_j^{dc} - k_1^w (w_j^{dc} - W_{ref}) - k_2^w \xi_j^{dc}}{v_{bus,j}^d} \quad (6.75)$$

$$\frac{d\xi_j^q}{dt} = i_j^q \quad (6.76)$$

e a corrente total que este conjunto de conversores processa é dada por

$$i_o^d = i_1^d + \sum_{j=2}^4 i_j^d \cos \delta_{1j} + i_j^q \sin \delta_{1j} \quad (6.77)$$

$$i_o^q = i_1^q + \sum_{j=2}^4 -i_j^d \sin \delta_{1j} + i_j^q \cos \delta_{1j} \quad (6.78)$$

em que

$$\frac{d\delta_{1j}}{dt} = k_1^{\text{pll}} \left( v_{\text{bus},1}^q - v_{\text{bus},j}^q \right) + k_2^{\text{pll}} \left( \xi_1^{\text{pll}} - \xi_j^{\text{pll}} \right) \quad (6.79)$$

$$\frac{d\xi_j^{\text{pll}}}{dt} = v_{\text{bus},j}^q \quad (6.80)$$

### 6.3.2 Simplificação do modelo dos conversores CA-CC para o modelo DCPL

Todo o conjunto de equações dos quatros retificadores será substituído pelo modelo DCPL apresentado na Seção 2.4 e que foi utilizado no estudo do sistema de controle para os inversores, visto no Capítulo 5. Note que o modelo reduzido da carga é dado por (5.69)-(5.70) e que o parâmetro do modelo DCPL que representa toda a dinâmica dos retificadores está contido em  $\kappa_f$ .

Não confunda o parâmetro  $\kappa_f$  do modelo reduzido (5.69)-(5.70) que representa o conjunto dos quatros conversores CA-CC com os parâmetros  $\kappa_1$  e  $\kappa_2$  que aparecem no sistema de controle dos retificadores (associados com o esquema de estimação), onde estes últimos não fazem parte do modelo reduzido já que são parâmetros da dinâmica interna de cada retificador. Infelizmente a notação não ajuda neste momento, mas rapidamente faltam letras para tantas variáveis.

O valor de  $\kappa_f$ , necessário para o modelo reduzido do DCPL, dado na Tabela 5.3 ( $\kappa_f = 7500$  rad/s) é parcialmente<sup>8</sup> baseado no resultado de simulação do sistema comutado utilizando os parâmetros da Tabela 6.3. O valor de  $\kappa_f$  depende também do modelo da fonte e adotando  $\kappa_f = 7150$  rad/s é coerente com o modelo completo do VSI. No entanto se for proposto um modelo simplificado para os inversores, o valor de  $\kappa_f$  pode ser diferente.

O processo para obter  $\kappa_f$  é iterativo:

- É necessária uma análise simplificada dos VSIs a priori para deduzir de forma aproximada os ganhos do sistema de controle dos inversores;

---

<sup>8</sup>O resultado mais coerente com a simulação seria  $\kappa_f = 7150$  rad/s, mas foi adotado um valor um pouco mais alto no projeto do sistema de controle para o VSI no Capítulo 5 por uma questão de robustez, já que valores maiores de  $\kappa_f$  significa cargas mais rápidas e como consequência cargas mais instáveis.

- depois deve ser feita uma simulação dos inversores acionando os quatro conversores CA-CC, incluindo o sistema de controle de todos os conversores (no caso os dois inversores e os quatro retificadores);
- então a potência em que ocorre a bifurcação de Hopf pode ser encontrada baseada na simulação;
- finalmente  $\kappa_f$  pode ser deduzido, retirando os quatro retificadores e utilizando o modelo da DCPL.

A última etapa possui uma certa ambiguidade, na hora de se utilizar os modelos reduzidos para as cargas podemos também substituir os inversores pelos seus modelos reduzidos, que são fontes de tensão controladas. Dessa forma, o valor de  $\kappa_f$ , que a princípio deveria ser somente uma função da carga sofre influência de como as fontes são modeladas. O intuito de fazer isto é que a estabilidade da microrrede baseada em modelos reduzidos (tanto para as cargas como para as fontes) tenha a mesma estabilidade do sistema comutado completo. Caso a análise seja feita sem utilizar os modelos reduzidos para os inversores, então o parâmetro  $\kappa_f$  estará vinculado somente com as cargas, que era o objetivo original, um parâmetro necessário para que o modelo DCPL consiga descrever (6.70)-(6.76) de forma aproximada.

Recapitulando, a ideia central é que o parâmetro  $\kappa_f$  pode ser deduzido para duas situações distintas e para cada uma delas ele terá um valor diferente:

- modelos reduzidos para toda a microrrede (fontes e cargas simplificadas);
- modelos reduzidos parciais aplicados somente para as cargas.

No começo da Seção 6.3.6, o segundo caso é o que será explorado, mas quando os modelos reduzidos de toda a microrrede forem analisados, a primeira opção será escolhida (um pouco de atenção nesta seção é importante). Note que o tipo de impedância virtual indutiva (cruzada ou via o filtro *washout*) irá influenciar como escolher  $\kappa_f$ , pois os modelos reduzido dos VSIs são diferentes para cada tipo de impedância virtual indutiva.

Em um primeiro momento todo este trabalho pode parecer desnecessário, mas o modelo reduzido permite obter diagramas de bifurcação que mostrem a estabilidade para uma ampla faixa de potências, então mesmo que uma noção dos ganhos do controle dos inversores já sejam conhecidos a priori, a análise de bifurcação pode indicar quão próximo



da instabilidade o sistema está, ou mesmo refinar os ganhos projetados anteriormente.

Todos os parâmetros necessários para os modelos reduzidos e completos dos VSIs estão contidos nas Tabelas 5.1, 5.2 e 5.3. Outros parâmetros são mencionados ao longo do texto, quando for necessário.

### 6.3.3 Modelo reduzido da microrrede com indutância virtual cruzada

Assumindo que os quatro conversores CA-CC são descritos pelo equivalente DCPL, podemos então propor o modelo reduzido deste sistema elétrico como visto na Figura 6.34.

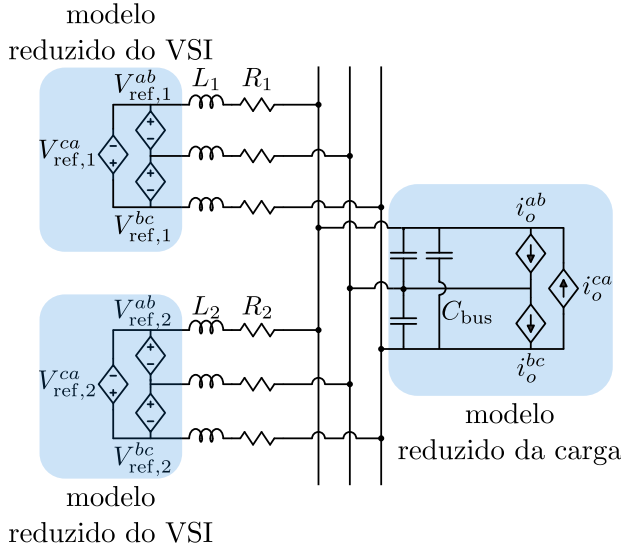


Figura 6.34: Circuito equivalente do compartilhamento de cargas de potência constante para dois VSIs operando em paralelo em delta, modelo reduzido do sistema da Figura 6.2.

O modelo em  $\alpha\beta$  do circuito da Figura 6.34 é

$$L_k^e \frac{d\hat{i}_k^{\alpha\beta}}{dt} = -R_k^e \hat{i}_k^{\alpha\beta} - \underline{v}_{bus}^{\alpha\beta} + \left[ E_k^e e^{j\theta_k} - jX_\nu^e \hat{i}_k^{\alpha\beta} \right] \quad (6.81)$$

$$C_{bus} \frac{d\underline{v}_{bus}^{\alpha\beta}}{dt} = \hat{i}_1^{\alpha\beta} + \hat{i}_2^{\alpha\beta} - \hat{i}_o^{\alpha\beta} \quad (6.82)$$

$$\frac{d\underline{i}_o^{\alpha\beta}}{dt} = j\omega_{\text{pll}} \underline{i}_o^{\alpha\beta} - \kappa_f \underline{i}_o^{\alpha\beta} + \kappa_f P_{\text{ac}} \frac{\underline{v}_{\text{bus}}^{\alpha\beta}}{\|\underline{v}_{\text{bus}}^{\alpha\beta}\|^2} \quad (6.83)$$

para a implementação da indutância virtual cruzada e com a capacitância equivalente  $C_{\text{bus}} = 4 \times C_{\text{ac}}$ .

Aplicando a transformada  $dq$  no modelo do sistema, temos que

$$L_k^e \frac{d\underline{i}_k^{dq}}{dt} = - (R_k^e + j\omega_k L_k^e + jX_\nu^e) \underline{i}_k^{dq} + E_k^e - \underline{v}_{\text{bus}}^{dq} e^{-j(\theta_k - \theta_{\text{pll}})} \quad (6.84)$$

$$C_{\text{bus}} \frac{d\underline{v}_{\text{bus}}^{dq}}{dt} = -j\omega_{\text{pll}} \underline{v}_{\text{bus}}^{dq} + \underline{i}_1^{dq} e^{-j(\theta_{\text{pll}} - \theta_1)} + \underline{i}_2^{dq} e^{-j(\theta_{\text{pll}} - \theta_2)} - \underline{i}_o^{dq} \quad (6.85)$$

$$\frac{d\underline{i}_o^{dq}}{dt} = -\kappa_f \underline{i}_o^{dq} + \kappa_f P_{\text{ac}} \frac{\underline{v}_{\text{bus}}^{dq}}{\|\underline{v}_{\text{bus}}^{dq}\|^2} \quad (6.86)$$

Definindo o ângulo  $\phi_k = \theta_k - \theta_{\text{pll}}$ , com

$$\frac{d\phi_k}{dt} = \omega_k - \omega_{\text{pll}} \quad (6.87)$$

e expandindo as componentes complexas, temos que

$$L_k^e \frac{d\underline{i}_k^d}{dt} = (\omega_k L_k^e + X_\nu^e) i_k^q - R_k^e i_k^d + E_k^e - v_{\text{bus}}^d \cos \phi_k - v_{\text{bus}}^q \sin \phi_k \quad (6.88)$$

$$L_k^e \frac{d\underline{i}_k^q}{dt} = -(\omega_k L_k^e + X_\nu^e) i_k^d - R_k^e i_k^q + v_{\text{bus}}^d \sin \phi_k - v_{\text{bus}}^q \cos \phi_k \quad (6.89)$$

No caso das tensões no barramento, temos que

$$C_{\text{bus}} \frac{dv_{\text{bus}}^d}{dt} = \omega_{\text{pll}} C_{\text{bus}} v_{\text{bus}}^q + i_1^d \cos \phi_1 - i_1^q \sin \phi_1 + i_2^d \cos \phi_2 - i_2^q \sin \phi_2 - i_o^d \quad (6.90)$$

$$C_{\text{bus}} \frac{dv_{\text{bus}}^q}{dt} = -\omega_{\text{pll}} C_{\text{bus}} v_{\text{bus}}^d + i_1^d \sin \phi_1 + i_1^q \cos \phi_1 + i_2^d \sin \phi_2 + i_2^q \cos \phi_2 - i_o^q \quad (6.91)$$

Substituindo as equações do *droop* indutivo<sup>9</sup>

$$E_k^e = \begin{cases} E_{\text{sup}}^e, & \text{se } E_k^e \geq E_{\text{sup}}^e \\ E_r^e - n_k^e \langle q_k \rangle, & \text{se } E_{\text{inf}}^e < E_k^e < E_{\text{sup}}^e \\ E_{\text{inf}}^e, & \text{se } E_k^e \leq E_{\text{inf}}^e \end{cases} \quad (6.92)$$

$$\omega_k = \begin{cases} \omega_{\text{sup}}, & \text{se } \omega_k \geq \omega_{\text{sup}} \\ \omega_r - m_k \langle p_k \rangle, & \text{se } \omega_{\text{inf}} < \omega_k < \omega_{\text{sup}} \\ \omega_{\text{inf}}, & \text{se } \omega_k \leq \omega_{\text{inf}} \end{cases} \quad (6.93)$$

e do PLL da carga,

$$\omega_{\text{pll}} = \omega_r + k_1^{\text{pll}} v_{\text{bus}}^q + k_2^{\text{pll}} \xi_{\text{pll}} \quad (6.94)$$

$$\frac{d\xi_{\text{pll}}}{dt} = v_{\text{bus}}^q \quad (6.95)$$

obtemos o modelo final da microrrede CA. A dinâmica das correntes dos inversores é

$$L_1^e \frac{di_1^d}{dt} = (\omega_r L_1^e - m_1 L_1^e \langle p_1 \rangle + X_\nu^e) i_1^q - R_1 i_1^d + E_r^e - n_1^e \langle q_1 \rangle - v_{\text{bus}}^d \cos \phi_1 - v_{\text{bus}}^q \text{sen } \phi_1 \quad (6.96)$$

$$L_1^e \frac{di_1^q}{dt} = -(\omega_r L_1^e - m_1 L_1^e \langle p_1 \rangle + X_\nu^e) i_1^d - R_1 i_1^q + v_{\text{bus}}^d \text{sen } \phi_1 - v_{\text{bus}}^q \cos \phi_1 \quad (6.97)$$

$$L_2^e \frac{di_2^d}{dt} = (\omega_r L_2^e - m_2 L_2^e \langle p_2 \rangle + X_\nu^e) i_2^q - R_2 i_2^d + E_r^e - n_2^e \langle q_2 \rangle - v_{\text{bus}}^d \cos \phi_2 - v_{\text{bus}}^q \text{sen } \phi_2 \quad (6.98)$$

$$L_2^e \frac{di_2^q}{dt} = -(\omega_r L_2^e - m_2 L_2^e \langle p_2 \rangle + X_\nu^e) i_2^d - R_2 i_2^q + v_{\text{bus}}^d \text{sen } \phi_2 - v_{\text{bus}}^q \cos \phi_2 \quad (6.99)$$

e para a tensão no barramento, temos que

$$C_{\text{bus}} \frac{dv_{\text{bus}}^d}{dt} = \left( \omega_r + k_1^{\text{pll}} v_{\text{bus}}^q + k_2^{\text{pll}} \xi_{\text{pll}} \right) C_{\text{bus}} v_{\text{bus}}^q + i_1^d \cos \phi_1 - i_1^q \text{sen } \phi_1 + i_2^d \cos \phi_2 - i_2^q \text{sen } \phi_2 - i_o^d \quad (6.100)$$

$$C_{\text{bus}} \frac{dv_{\text{bus}}^q}{dt} = - \left( \omega_r + k_1^{\text{pll}} v_{\text{bus}}^q + k_2^{\text{pll}} \xi_{\text{pll}} \right) C_{\text{bus}} v_{\text{bus}}^d + i_1^q \text{sen } \phi_1 + i_1^d \cos \phi_1 + i_2^q \text{sen } \phi_2 + i_2^d \cos \phi_2 - i_o^q \quad (6.101)$$

<sup>9</sup>Os limites de saturação são os mesmos da Tabela 6.1, mas com as tensões multiplicadas por  $\sqrt{3}$  para obter o equivalente linha-linha.

No Capítulo 2 foram apresentados algumas aproximações para o modelo DCPL, já assumindo que o PLL da carga vai anular a componente em quadratura da tensão no barramento, o que permite utilizar (2.98)-(2.100). Em termos de estabilidade a diferença é muito sutil<sup>10</sup>, logo o modelo reduzido da carga adotado é dado por

$$\frac{di_o^d}{dt} = -\kappa_f i_o^d + \kappa_f \frac{P_{ac}}{v_{bus}^d} \quad (6.102)$$

$$\frac{di_o^q}{dt} = -\kappa_f i_o^q \quad (6.103)$$

No caso das potências ativas e reativas, temos que

$$\frac{d\langle p_1 \rangle}{dt} = \omega_p (E_r^e i_1^d - n_1^e \langle q_1 \rangle i_1^d) - \omega_p \langle p_1 \rangle \quad (6.104)$$

$$\frac{d\langle q_1 \rangle}{dt} = \omega_p \left( -E_r^e i_1^q + n_1^e \langle q_1 \rangle i_1^q - X_\nu^e \left\| \mathbf{i}_1^{dq} \right\|^2 \right) - \omega_p \langle q_1 \rangle \quad (6.105)$$

$$\frac{d\langle p_2 \rangle}{dt} = \omega_p (E_r^e i_2^d - n_2^e \langle q_2 \rangle i_2^d) - \omega_p \langle p_2 \rangle \quad (6.106)$$

$$\frac{d\langle q_2 \rangle}{dt} = \omega_p \left( -E_r^e i_2^q + n_2^e \langle q_2 \rangle i_2^q - X_\nu^e \left\| \mathbf{i}_2^{dq} \right\|^2 \right) - \omega_p \langle q_2 \rangle \quad (6.107)$$

e a dinâmica dos ângulos de defasagem e o PLL são dados por

$$\frac{d\phi_1}{dt} = -m_1 \langle p_1 \rangle - k_1^{\text{pll}} v_{bus}^q - k_2^{\text{pll}} \xi_{\text{pll}} \quad (6.108)$$

$$\frac{d\phi_2}{dt} = -m_2 \langle p_2 \rangle - k_1^{\text{pll}} v_{bus}^q - k_2^{\text{pll}} \xi_{\text{pll}} \quad (6.109)$$

$$\frac{d\xi_{\text{pll}}}{dt} = v_{bus}^q \quad (6.110)$$

O modelo final possui 15 equações diferenciais não lineares, (6.96)-(6.110). Caso o *droop* sature é necessário simplificar as equações, o mesmo vale para as equações da carga, que podem mudar de modo de operação, conforme apresentado no Capítulo 2. O efeito do PLL na dinâmica do modelo reduzido pode ser desprezado, apesar disto as equações do PLL serão mantidas.

<sup>10</sup>A diferença na potência que ocorre a bifurcação de Hopf para o sistema dado por (2.92) quando comparado com (2.98) é em torno de 1,5%, ou seja, praticamente o mesmo resultado.

### 6.3.4 Modelo reduzido da microrrede com indutância virtual *washout*

A versão com o filtro *washout* na implementação da indutância virtual modifica somente a dinâmica das correntes e das potência de saída dos inversores, logo as correntes passam a ser

$$L_1^e \frac{di_1^d}{dt} = (\omega_r L_1^e - m_1 L_1^e \langle p_1 \rangle) i_1^q - (R_1 + \omega_c L_\nu^e) i_1^d + \omega_c L_\nu^e z_1^d + E_r^e - n_1^e \langle q_1 \rangle - v_{\text{bus}}^d \cos \phi_1 - v_{\text{bus}}^q \sin \phi_1 \quad (6.111)$$

$$L_1^e \frac{di_1^q}{dt} = -(\omega_r L_1^e - m_1 L_1^e \langle p_1 \rangle) i_1^d - (R_1 + \omega_c L_\nu^e) i_1^q + \omega_c L_\nu^e z_1^q + v_{\text{bus}}^d \sin \phi_1 - v_{\text{bus}}^q \cos \phi_1 \quad (6.112)$$

$$L_2^e \frac{di_2^d}{dt} = (\omega_r L_2^e - m_2 L_2^e \langle p_2 \rangle) i_2^q - (R_2 + \omega_c L_\nu^e) i_2^d + \omega_c L_\nu^e z_2^d + E_r^e - n_2^e \langle q_2 \rangle - v_{\text{bus}}^d \cos \phi_2 - v_{\text{bus}}^q \sin \phi_2 \quad (6.113)$$

$$L_2^e \frac{di_2^q}{dt} = -(\omega_r L_2^e - m_2 L_2^e \langle p_2 \rangle) i_2^d - (R_2 + \omega_c L_\nu^e) i_2^q + \omega_c L_\nu^e z_2^q + v_{\text{bus}}^d \sin \phi_2 - v_{\text{bus}}^q \cos \phi_2 \quad (6.114)$$

enquanto que as potências são dadas por

$$\frac{d \langle p_1 \rangle}{dt} = \omega_p \left[ (E_r^e - n_1^e \langle q_1 \rangle) i_1^d - \omega_c L_\nu^e \left\| \mathbf{i}_1^{dq} \right\|^2 + \omega_c L_\nu^e (i_1^d z_1^d + i_1^q z_1^q) \right] - \omega_p \langle p_1 \rangle \quad (6.115)$$

$$\frac{d \langle q_1 \rangle}{dt} = \omega_p \left[ -(E_r^e - n_1^e \langle q_1 \rangle) i_1^q - \omega_c L_\nu^e (i_1^q z_1^d - i_1^d z_1^q) \right] - \omega_p \langle q_1 \rangle \quad (6.116)$$

$$\frac{d \langle p_2 \rangle}{dt} = \omega_p \left[ (E_r^e - n_2^e \langle q_2 \rangle) i_2^d - \omega_c L_\nu^e \left\| \mathbf{i}_2^{dq} \right\|^2 + \omega_c L_\nu^e (i_2^d z_2^d + i_2^q z_2^q) \right] - \omega_p \langle p_2 \rangle \quad (6.117)$$

$$\frac{d \langle q_2 \rangle}{dt} = \omega_p \left[ -(E_r^e - n_2^e \langle q_2 \rangle) i_2^q - \omega_c L_\nu^e (i_2^q z_2^d - i_2^d z_2^q) \right] - \omega_p \langle q_2 \rangle \quad (6.118)$$

e a dinâmica do filtro *washout* é

$$\frac{dz_1^d}{dt} = (\omega_r - m_1 \langle p_1 \rangle) z_1^q + \omega_c (i_1^d - z_1^d) \quad (6.119)$$

$$\frac{dz_1^q}{dt} = -(\omega_r - m_1 \langle p_1 \rangle) z_1^d + \omega_c (i_1^q - z_1^q) \quad (6.120)$$

$$\frac{dz_2^d}{dt} = (\omega_r - m_2 \langle p_2 \rangle) z_2^q + \omega_c (i_2^d - z_2^d) \quad (6.121)$$

$$\frac{dz_2^q}{dt} = -(\omega_r - m_2 \langle p_2 \rangle) z_2^d + \omega_c (i_2^q - z_2^q) \quad (6.122)$$

O filtro *washout* adiciona quatro equações a mais, logo o modelo reduzido é dado por (6.100)-(6.103), (6.108)-(6.110) e (6.111)-(6.122), o que totaliza 19 equações diferenciais para o modelo reduzido do paralelismo de inversores acionando DCPL.

### 6.3.5 Modelo completo da microrrede com indutância virtual cruzada

O modelo completo que será apresentado possui uma pequena diferença com relação ao sistema de controle dos quatro conversores CA-CC (DCPL). Os VSIs possuem filtros capacitivos pequenos ( $C_f$  e  $C_d$ ) e a presença dos retificadores provocam um certo distúrbio nas tensões do barramento. Isto prejudica o funcionamento dos PLLs de cada retificador e passa a ocorrer um efeito em cascata de deterioração da tensão do barramento com a geração de harmônicos. Para evitar isto foi adicionado um filtro passa-baixa (frequência de corte de 30 Hz) nas medições de  $\mathbf{v}_{bus}^{dq}$  para o PLL e também para o sistema de controle dos quatro retificadores. Incluindo este filtro implica em aumentar oito equações diferenciais (filtro para a componente de eixo direto e quadratura dos quatro retificadores).

#### Conversores CC-CA

O controle para os VSIs segue o que foi apresentado no Capítulo 5:

$$L_f^e \frac{dx_k^d}{dt} = (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) L_f^e x_k^q - k_p x_k^d + k_p [i_k^d - k_1^v (v_k^d + n_k^e \langle q_k \rangle) - E_r^e - X_\nu^e i_k^q] - k_2^v \xi_k^d \quad (6.123)$$

$$L_f^e \frac{dx_k^q}{dt} = -(\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) L_f^e x_k^d - k_p x_k^q + k_p [i_k^q - k_1^v (v_k^q + X_\nu^e i_k^d) - k_2^v \xi_k^q] \quad (6.124)$$

$$\frac{d\xi_k^d}{dt} = (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) \xi_k^q + (v_k^d + n_k^e \langle q_k \rangle) - E_r^e - X_\nu^e i_k^q + (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) \eta_k^d \quad (6.125)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\xi_k^q}{dt} &= -(\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) \xi_k^d + (v_k^q + X_\nu^e i_k^d) \\ &\quad + (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) \eta_k^q \end{aligned} \quad (6.126)$$

$$\frac{d\eta_k^d}{dt} = (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) \eta_k^q - (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) \xi_k^d \quad (6.127)$$

$$\frac{d\eta_k^q}{dt} = -(\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) \eta_k^d - (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) \xi_k^q \quad (6.128)$$

$$\frac{d\langle p_k \rangle}{dt} = -\omega_f [\langle p_k \rangle - v_k^d i_k^d - v_k^q i_k^q] \quad (6.129)$$

$$\frac{d\langle q_k \rangle}{dt} = -\omega_f [\langle q_k \rangle - v_k^q i_k^d + v_k^d i_k^q] \quad (6.130)$$

$$C_f^e \frac{dv_k^d}{dt} = (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) C_f^e v_k^q + x_k^d - i_k^d - \frac{v_k^d - y_k^d}{R_d^e} \quad (6.131)$$

$$C_f^e \frac{dv_k^q}{dt} = -(\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) C_f^e v_k^d + x_k^q - i_k^q - \frac{v_k^q - y_k^q}{R_d^e} \quad (6.132)$$

$$C_d^e \frac{dy_k^d}{dt} = (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) C_d^e y_k^q + \frac{v_k^d - y_k^d}{R_d^e} \quad (6.133)$$

$$C_d^e \frac{dy_k^q}{dt} = -(\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) C_d^e y_k^d + \frac{v_k^q - y_k^q}{R_d^e} \quad (6.134)$$

$$L_k^e \frac{di_k^d}{dt} = (\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) L_k^e i_k^q - R_k^e i_k^d + v_k^d - v_{\text{bus}}^d \quad (6.135)$$

$$L_k^e \frac{di_k^q}{dt} = -(\omega_r - m_k \langle p_k \rangle) L_k^e i_k^d - R_k^e i_k^q + v_k^q - v_{\text{bus}}^q \quad (6.136)$$

$$\frac{d\phi_k}{dt} = -m_k \langle p_k \rangle - k_1^{\text{pll}} \langle v_{\text{bus},1}^q \rangle - k_2^{\text{pll}} \xi_1^{\text{pll}} \quad (6.137)$$

Cada inversor possui 15 equações diferenciais não lineares, 30 no total, pois  $k = \{1, 2\}$ .

## Conversores CA-CC

O modelo de cada retificador é modificado pela presença do filtro em  $\mathbf{v}_{\text{bus}}^{dq}$ :

$$\begin{aligned} L_{\text{ac}}^e \frac{di_j^d}{dt} &= -k_1^i i_j^d - k_2^i \xi_j^d + v_{\text{bus}}^d - \langle v_{\text{bus},j}^d \rangle \\ &\quad + k_1^i \frac{(\rho_j - \kappa_2 w_j^{\text{dc}}) w_j^{\text{dc}} - k_1^w (w_j^{\text{dc}} - W_{\text{ref}}) - k_2^w \xi_j^{\text{dc}}}{\langle v_{\text{bus},j}^d \rangle} \end{aligned} \quad (6.138)$$

$$L_{ac}^e \frac{di_j^q}{dt} = -k_1^i i_j^q - k_2^i \xi_j^q + v_{bus}^q - \left\langle v_{bus,j}^q \right\rangle \quad (6.139)$$

$$\begin{aligned} \frac{dw_j^{dc}}{dt} = & \left\langle v_{bus,j}^d \right\rangle i_j^d + \left\langle v_{bus,j}^q \right\rangle i_j^q - \mu w_j^{dc} + k_1^i i_j^d i_j^d \\ & - \frac{k_1^i i_j^d (\rho_j - \kappa_2 w_j^{dc}) w_j^{dc} - k_1^w (w_j^{dc} - W_{ref}) - k_2^w \xi_j^{dc}}{\left\langle v_{bus,j}^d \right\rangle} \\ & + k_2^i i_j^d \xi_j^d + i_j^q (k_1^i i_j^q + k_2^i \xi_j^q) \end{aligned} \quad (6.140)$$

$$\frac{d\rho_j}{dt} = -\kappa_2 \left[ \left( k_1^w + \frac{w_j^{dc}}{\kappa_1 \kappa_2} \right) (w_j^{dc} - W_{ref}) + k_2^w \xi_j^{dc} \right] \quad (6.141)$$

$$\frac{d\xi_j^{dc}}{dt} = w_j^{dc} - W_{ref} \quad (6.142)$$

$$\frac{d\xi_j^d}{dt} = i_j^d - \frac{(\rho_j - \kappa_2 w_j^{dc}) w_j^{dc} - k_1^w (w_j^{dc} - W_{ref}) - k_2^w \xi_j^{dc}}{\left\langle v_{bus,j}^d \right\rangle} \quad (6.143)$$

$$\frac{d\xi_j^q}{dt} = i_j^q \quad (6.144)$$

em que

$$\frac{d\left\langle v_{bus,j}^d \right\rangle}{dt} = -\omega_{bus} \left[ \left\langle v_{bus,j}^d \right\rangle - (v_{bus}^d \cos \delta_{1j} - v_{bus}^q \sin \delta_{1j}) \right] \quad (6.145)$$

$$\frac{d\left\langle v_{bus,j}^q \right\rangle}{dt} = -\omega_{bus} \left[ \left\langle v_{bus,j}^q \right\rangle - (v_{bus}^q \cos \delta_{1j} + v_{bus}^d \sin \delta_{1j}) \right] \quad (6.146)$$

é o filtro passa-baixa aplicado na tensão do barramento utilizado pelos PLLs dos retificadores ( $\omega_{bus} = 2\pi \times 30$  rad/s). Veja que o conjunto da dinâmica dos conversores CA-CC com o filtro passa-baixa totalizam 36 equações diferenciais, já que  $j = \{1, 2, 3, 4\}$ . As diferenças entre os ângulos utilizados nos PLLs dos retificadores são

$$\frac{d\delta_{1j}}{dt} = k_1^{pll} \left[ \left\langle v_{bus,1}^q \right\rangle - \left\langle v_{bus,j}^q \right\rangle \right] + k_2^{pll} (\xi_1^{pll} - \xi_j^{pll}) \quad (6.147)$$

$$\frac{d\xi_j^{pll}}{dt} = \left\langle v_{bus,j}^q \right\rangle \quad (6.148)$$

Lembrando que  $\delta_{1j}$  existe somente para  $j = \{2, 3, 4\}$ , logo este conjunto contribui com 7 equações diferenciais.



## Barramento comum

Finalmente, a tensão no barramento é dada por

$$\begin{aligned}
 C_{\text{bus}} \frac{dv_{\text{bus}}^d}{dt} &= \left( \omega_r + k_1^{\text{pll}} \left\langle v_{\text{bus},1}^q \right\rangle + k_2^{\text{pll}} \xi_1^{\text{pll}} \right) C_{\text{bus}} v_{\text{bus}}^q \\
 &\quad + i_1^d \cos \phi_1 - i_1^q \sin \phi_1 + i_2^d \cos \phi_2 - i_2^q \sin \phi_2 \\
 &\quad - \left( \sum_{j=1}^4 i_j^d \cos \delta_{1j} + i_j^q \sin \delta_{1j} \right) \quad (6.149)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{\text{bus}} \frac{dv_{\text{bus}}^q}{dt} &= - \left( \omega_r + k_1^{\text{pll}} \left\langle v_{\text{bus},1}^q \right\rangle + k_2^{\text{pll}} \xi_1^{\text{pll}} \right) C_{\text{bus}} v_{\text{bus}}^d \\
 &\quad + i_1^d \sin \phi_1 + i_1^q \cos \phi_1 + i_2^d \sin \phi_2 + i_2^q \cos \phi_2 \\
 &\quad - \left( \sum_{j=1}^4 -i_j^d \sin \delta_{1j} + i_j^q \cos \delta_{1j} \right) \quad (6.150)
 \end{aligned}$$

Lembrando que as correntes com índice  $j$  fazem parte da carga e não devem ser confundidas com  $i_1^d$ ,  $i_1^q$ ,  $i_2^d$  e  $i_2^q$  (correntes de saída dos VSIs).

O modelo completo da microrrede CA é dado por 75 equações diferenciais não lineares e caso  $\left\langle \mathbf{v}_{\text{bus},j}^{dq} \right\rangle$  seja desprezado, teríamos 67 equações diferenciais. Nenhuma análise de bifurcação será feita para este modelo completo.

### 6.3.6 Análise de bifurcações

Na seção anterior o modelo reduzido dos inversores alimentando uma DCPL foi desenvolvido e também foi apresentada a dinâmica interna da carga. Com os modelos prontos podemos analisar a estabilidade e comparar os modelos reduzidos com os modelos completos. Veja que existem algumas variações possíveis de modelagem para o caso de estudo da Figura 6.2:

- modelo reduzido para as fontes e cargas - 15 ou 19 equações diferenciais não lineares;
- modelo reduzido para as cargas e modelo completo para as fontes - 35 ou 39 equações diferenciais não lineares;
- modelo completo para as fontes e cargas - 67 ou 71 equações diferenciais não lineares (incluindo o filtro passa baixa da tensão do barramento aumenta em 8 equações diferenciais).

Todo os modelos apresentados possuem algum tipo de descontinuidade (saturação) e todas as equações mostradas são válidas somente na região de interesse (quando não ocorre a saturação). O modelo completo para as fontes e cargas será estudado somente via a simulação.

No Capítulo 5 o inversor foi estudado assumindo a presença de um DCPL, mas sem considerar o paralelismo dos VSI. Será mostrado que este procedimento é na verdade um cenário conservador, o paralelismo tende a aumentar a faixa de potência que o sistema é estável. Note que no estudo da estabilidade do VSI do Capítulo 5 foram adotados um modelo de carga que gera instabilidades para potências menores que o utilizado aqui, (2.92) ao invés de (2.98), além de um valor de  $\kappa_f$  um pouco maior. Adaptando a configuração vista na Figura 5.3 para a Figura 6.35 podemos verificar o efeito do paralelismo em termos de estabilidade.

### 6.3.6.1 Modelo reduzido para cargas e modelo completo para fontes

A potência em que ocorre a bifurcação de Hopf é diferente se temos um VSI ou  $n$  VSIs operando em paralelo e, portanto, para se fazer comparações podemos gerar um gráfico paramétrico variando os ganhos do sistema de controle do conversor CC-CA com a potência na carga por inversor, ou seja, para a configuração de um inversor o eixo  $x$  no gráfico é a potência da carga e para dois inversores temos a potência na carga dividida por dois.

As Figuras 6.36-6.38 mostram os ganhos da malha de tensão, corrente e impedância virtual ( $k_p$ ,  $k_1^v$ ,  $k_2^v$  e  $X_\nu^e$ ), dados no Capítulo 5, comparando o paralelismo dos inversores. Para cada diagrama, três ganhos são mantidos fixos com somente um deles variando em conjunto com a potência da carga. Os valores fixos estão na Tabela 6.4. Veja que os parâmetros são um pouco diferentes com relação ao estudo de caso anterior (Tabela 6.2), principalmente com relação ao ganho ressonante. Note que, em todos os casos, cada conversor CC-CA consegue processar mais potência quando operando em paralelo, ou seja, o paralelismo aumentou a região de estabilidade do sistema. Então o estudo somente de um inversor do Capítulo 5 fornece um resultado conservador, mas com um modelo com menos variáveis. No caso da impedância virtual  $X_\nu^e$  a Figura 6.39 mostra que para alguns valores o paralelismo pode reduzir a potência que cada VSI pode processar.

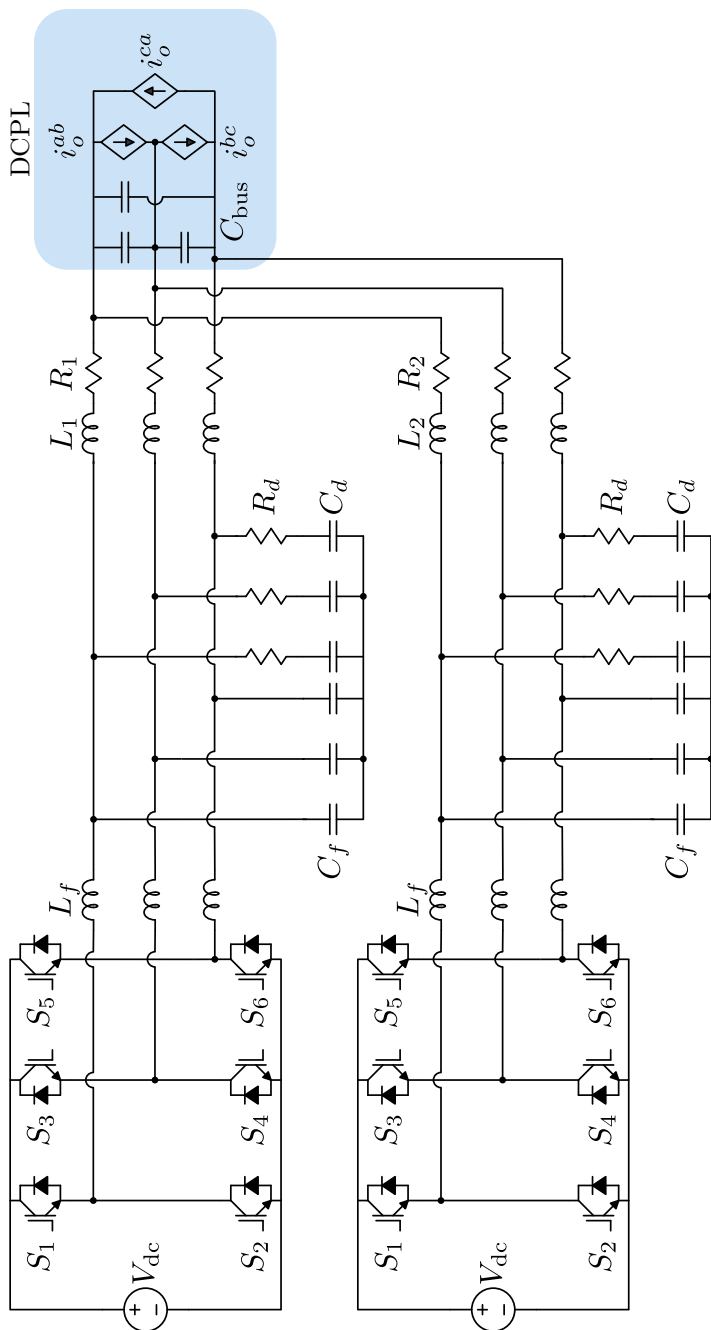


Figura 6.35: Paralelismo entre os conversores CC-CA alimentando uma DCPL.

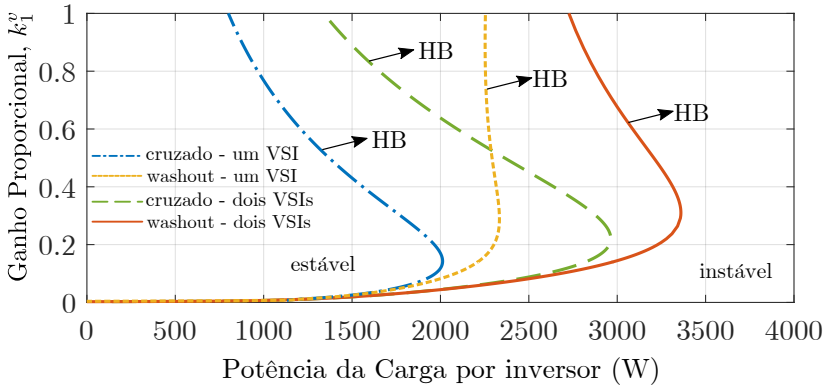


Figura 6.36: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{ac}, k_1^v\}$  para o conversor CC-CA com a potência da carga dividida pelo número de inversores, válido para  $\kappa_f = 7150$  rad/s.

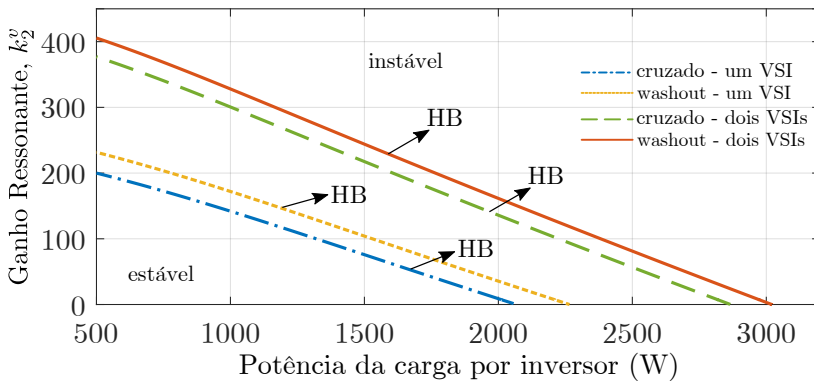


Figura 6.37: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{ac}, k_2^v\}$  para o conversor CC-CA com a potência da carga dividida pelo número de inversores, válido para  $\kappa_f = 7150$  rad/s.

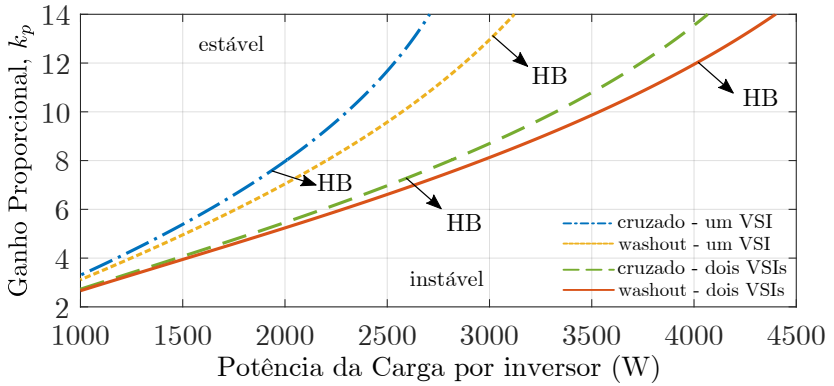


Figura 6.38: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{ac}, k_p\}$  para o conversor CC-CA com a potência da carga dividida pelo número de inversores, válido para  $\kappa_f = 7150$  rad/s.

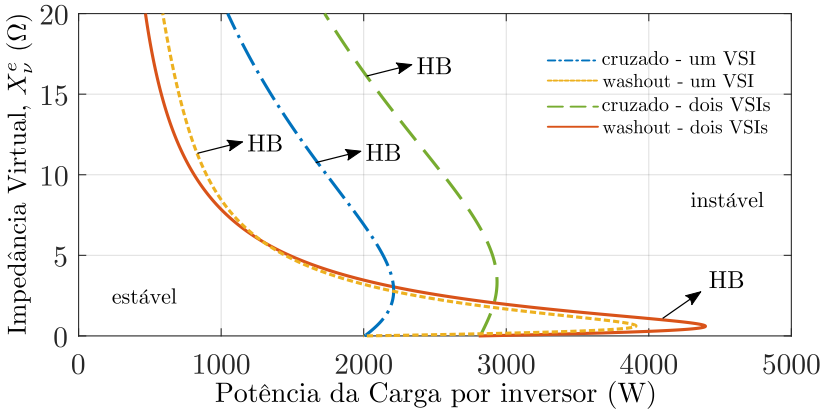


Figura 6.39: Diagrama de estabilidade no plano  $\{P_{ac}, X_v^e\}$  para o conversor CC-CA com a potência da carga dividida pelo número de inversores, válido para  $\kappa_f = 7150$  rad/s.

Tabela 6.4: Parâmetros do controle do VSI em delta para o sistema da Figura 6.35.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$k_p$	8,042	$k_1^v$	0,139876
$k_2^v$	7,24638	$X_\nu^e$	0,03 $\Omega$
$n_k^e$	0,000173205	$E_r^e$	330 V
$E_{sup}^e$	380 V	$E_{inf}^e$	247 V

### 6.3.6.2 Modelo reduzido para cargas e fontes

Com a análise dos controladores do VSI na estabilidade da microrrede já verificada, podemos então modelar os inversores como fontes de tensão controladas com o intuito de reduzir o número de equações, mas ainda manter a mesma estabilidade local comparada com os modelos completos. Primeiro note que os modelos reduzidos para os conversores CC-CA não possuem dinâmica com a exceção do filtro *washout* e isto deve ser levado em conta no desenvolvimento de  $\kappa_f$ , que anteriormente foi assumido com um valor de  $\kappa_f = 7150$  rad/s.

Comparando a estabilidade local dos modelos completos com reduzidos da microrrede, tanto com a impedância virtual cruzada (15 equações diferenciais) como com o filtro *washout* (19 equações diferenciais), podemos deduzir um valor de  $\kappa_f$  para cada caso. No caso da indutância virtual cruzada o valor adequado seria de  $\kappa_f = 1800$  rad/s, enquanto que para a versão com o filtro *washout*,  $\kappa_f = 6600$  rad/s. Em ambos os casos a carga equivalente possui uma dinâmica mais lenta quando comparada com o modelo completo do inversor. Com o parâmetro do DCPL definido, diagramas de bifurcação podem ser gerados variando a potência da carga como mostram as Figuras 6.40 e 6.41.

O comportamento dinâmico de ambas as impedâncias virtuais no modelo reduzido da microrrede é semelhante, veja também que os diagramas de bifurcação para a microrrede CC possuem um formato bem parecido devido à semelhança da modelagem das cargas de ambas as microrredes. Nos diagramas das Figuras 6.40 e 6.41 foram incluídas a amplitude do ciclo limite estável determinado via simulação do sistema completo comutado, indicado nas figuras por  $\Delta$ . Aqui surge o primeiro problema do modelo reduzido, pois a simulação da microrrede CA via modelos comutados não indica a presença de um ciclo limite instável como no modelo reduzido. O erro do modelo reduzido está vinculado com a DCPL. O modelo DCPL é similar ao modelo CPL

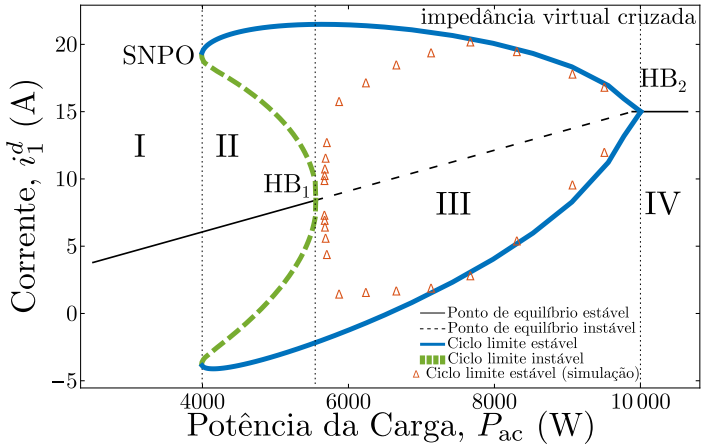


Figura 6.40: Diagrama de bifurcação no plano  $\{P_{ac}, i_1^d\}$  para  $\kappa_f = 1800$  rad/s,  $X_v^e = 0,03 \Omega$ .

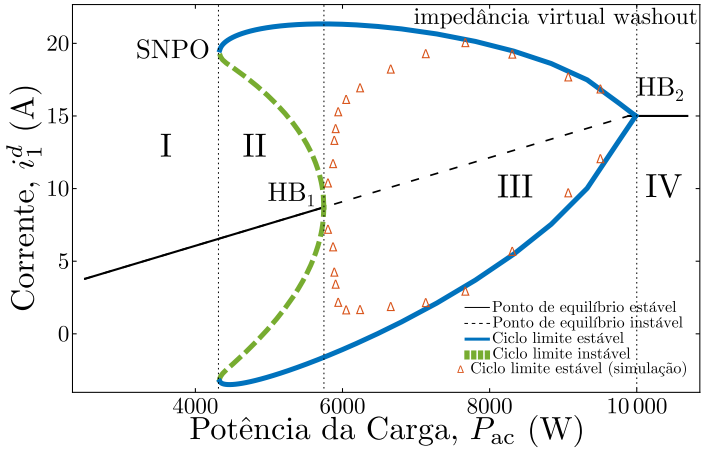


Figura 6.41: Diagrama de bifurcação no plano  $\{P_{ac}, i_1^d\}$  para  $\kappa_f = 6600$  rad/s,  $X_v^e = 0,03 \Omega$ .

e lembrando que a partir da Figura 4.7 do caso da microrrede CC, o modelo CPL só é capaz de gerar o ciclo limite instável, sendo necessário a presença de uma região linear de operação para a CPL para que ocorra o ciclo limite estável. A simplificação do modelo de um conversor controlado para uma CPL ou DCPL pode apresentar algumas limitações, principalmente para fenômenos globais (ciclos limites).

O problema do modelo reduzido DCPL é mais complexo do que pode parecer, já que o conjunto conversor CA-CC (modelo contínuo) e o seu sistema de controle (modelo discreto - mapas) é dado por equações diferenciais não lineares acopladas com mapas discretos. Ao longo desta tese, a estabilidade é sempre verificada para os modelos contínuos, mas como indicado por [7], fenômenos globais não são necessariamente repassados quando um mapa discreto é aproximado a partir de um modelo contínuo, salvo certas condições.

O efeito de  $\kappa_f$  na  $HB_1$  das Figuras 6.40 e 6.41 pode ser visto na Figura 6.42. Perceba que variando o valor de  $\kappa_f$  é possível deslocar a bifurcação de Hopf em uma ampla faixa de potência.

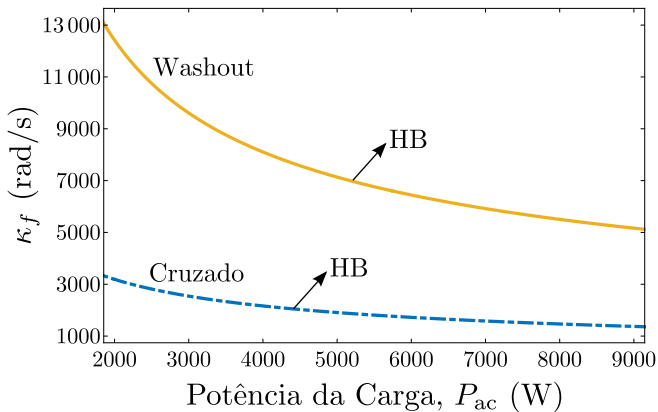


Figura 6.42: Conjunto de bifurcações de co-dimensão dois mostrando a bifurcação de Hopf ( $HB_1$ ) em relação à  $P_{ac}$  e  $\kappa_f$  como os parâmetros da bifurcação para ambas as formas de impedância virtual indutiva.

Além da falha em incluir o ciclo limite instável, o modelo reduzido apresenta um outro problema que se refere à influência da impedância virtual indutiva na estabilidade do sistema. Para o VSI modelado como uma fonte de tensão ideal, existe um erro significativo em como  $X_{\nu}^e$  influencia a bifurcação de Hopf e neste caso é preferível utilizar o modelo completo do VSI, como visto na Figura 6.39.



### 6.3.7 Resultados de simulações

Para verificar as bifurcações apresentadas anteriormente o *software* de simulação PSIM será utilizado para realizar as simulações do sistema da Figura 6.2 e para se evitar redundância nas muitas formas de onda, somente a implementação da impedância virtual via o filtro *washout* será apresentada.

A malha de corrente do retificador pode ser discretizada via o ZOH assumindo que o sinal de referência que vem da malha externa (controle da energia de saída, Figura 6.33) é constante, logo o processo de discretização é trivial. No caso da malha externa, com um pouco de atenção é possível perceber que as variáveis dinâmicas do controle ( $\rho_j$ ,  $\xi_j^{\text{dc}}$ ) formam um duplo integrador para um sistema amostrado, então temos que

$$\rho_j [i] = \rho_j [i - 1] + T_a w_j^{\text{dc}} [i - 1] \epsilon_j^{\text{dc}} [i - 1] - T_a \kappa_2 \left( k_1^w \epsilon_j^{\text{dc}} [i - 1] + k_2^w \xi_j^{\text{dc}} [i - 1] + k_2^w T_a \epsilon_j^{\text{dc}} [i - 1] \right) \quad (6.151)$$

$$\xi_j^{\text{dc}} [i] = \xi_j^{\text{dc}} [i - 1] + T_a \epsilon_j^{\text{dc}} [i - 1] \quad (6.152)$$

com  $T_a$  o período de amostragem.

Outro detalhe relevante é a presença de um filtro passa-baixa de primeira ordem com uma frequência de corte de 30 Hz aplicado nas tensões do barramento  $v_{\text{bus},j}^d$  e  $v_{\text{bus},j}^q$ . Como a frequência de corte do filtro é baixa, isto tem uma influência significativa na estabilidade que os quatro conversores CA-CC provocam na rede. A presença deste filtro aumenta a estabilidade e assim a estabilidade dos modelos por valores médios sem a presença deste filtro é um pouco diferente do modelo comutado que inclui este filtro, além da presença de atrasos devido ao controle discreto, PWM, etc.

Com o intuito de mostrar as três regiões de operação vistas no diagrama de bifurcação da Figura 6.41, degraus na potência da carga são aplicados em  $t = 0,8$  e  $t = 0,9$  s como mostra a Figura 6.43. Este perfil de potência foi escolhido de forma que para  $t < 0,8$  s o ponto de equilíbrio é estável e entre  $0,8 < t < 0,9$  s ocorre a bifurcação de Hopf e para  $t > 0,9$  s, a malha de energia dos retificadores satura e a carga se comporta como fontes de corrente, o que torna o ponto de equilíbrio estável. A Figura 6.43 mostra além da potência total dos quatro conversores CA-CC, a potência filtrada de saída do primeiro inversor. O filtro na potência medida de saída do VSI atenua toda a ondulação gerada pela instabilidade, mas olhando as correntes de saída, as oscilações geradas pela bifurcação de Hopf ficam bem evidentes. As

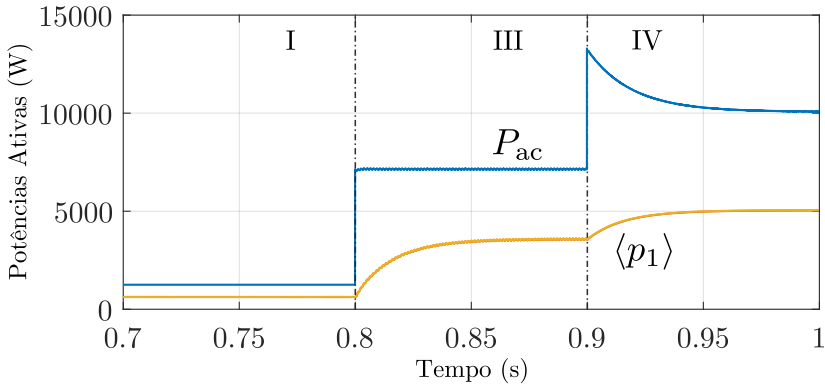


Figura 6.43: Degraus na potência da carga  $P_{ac}$  e o seu efeito na potência ativa do primeiro inversor.

Figuras 6.44 e 6.45 mostram, as formas de onda da corrente de saída do primeiro inversor em  $dq$  e a as formas de onda em  $abc$ , respectivamente.

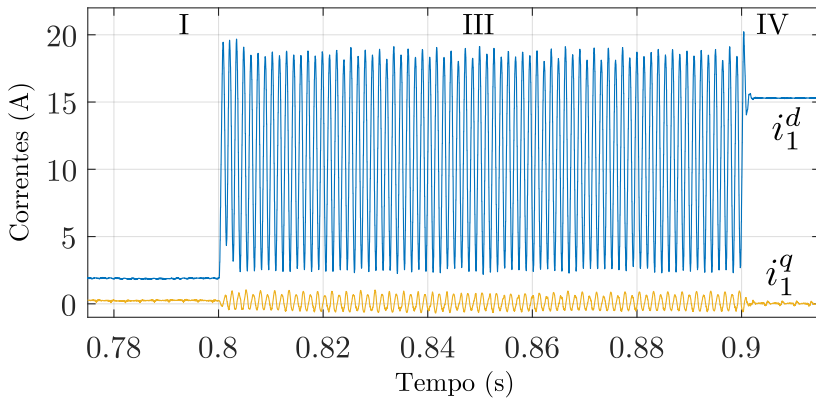


Figura 6.44: Efeito dos degraus na potência da carga  $P_{ac}$  (Figura 6.43) na corrente do primeiro inversor na base  $dq$ .

As oscilações geradas são consideráveis. Para verificar o espectro na frequência das correntes durante o modo instável, podemos aplicar a transformada de Fourier na corrente da fase  $a$  da carga ( $i_1^a + i_2^a$ ) como mostra a Figura 6.46. Além da componente de 60 Hz a bifurcação de Hopf gerou duas frequências em torno de 700 Hz (670 e 790 Hz).

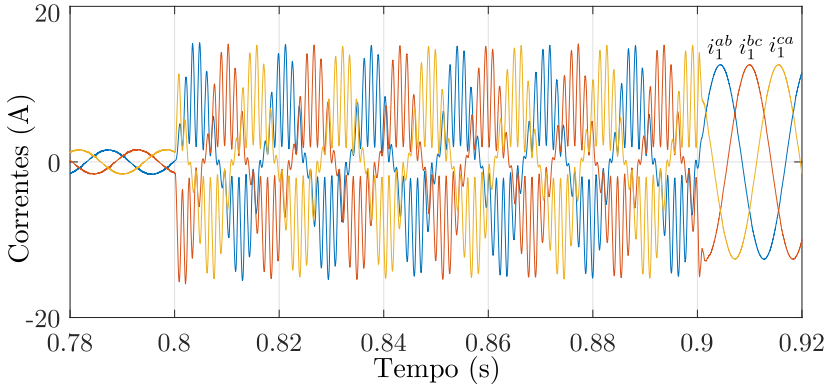


Figura 6.45: Efeito dos degraus na potência da carga  $P_{ac}$  (Figura 6.43) nas correntes  $abc$  em delta de saída do primeiro inversor.

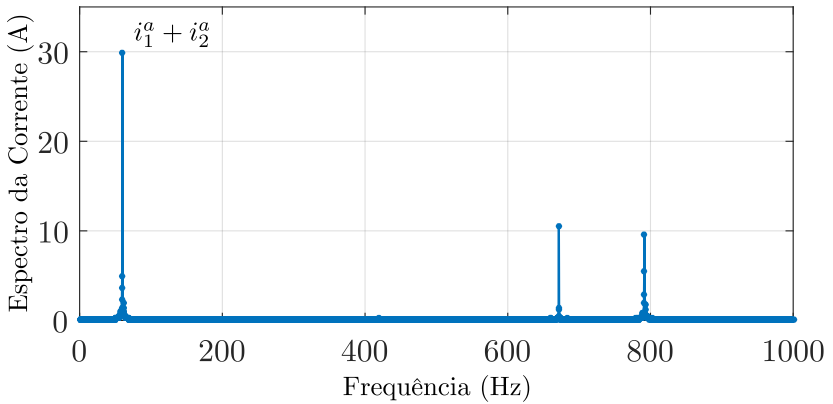


Figura 6.46: Espectro na frequência de  $i_1^a + i_2^a$  quando ocorre a bifurcação de Hopf.

É interessante comparar com as oscilações geradas pela bifurcação de Hopf do outro caso de estudo visto neste capítulo onde as ondulações eram de frequências bem mais baixas (Figura 6.23). Também é possível ver as oscilações nas tensões do barramento, tanto em  $dq$  como em  $abc$ , como mostra a Figura 6.47.

As variáveis de saída das equações do *droop*,  $f_k$  e  $E_k$ , podem ser vistas nas Figuras 6.48 e 6.49, respectivamente. Como existe um filtro nas potências ativas e reativas, as ondulações geradas são atenuadas de

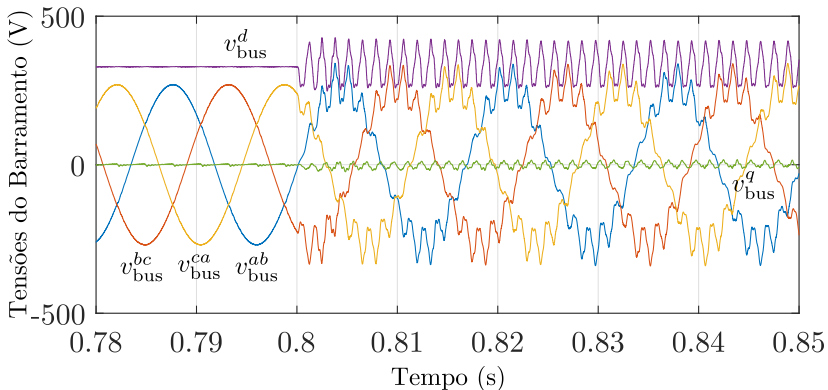


Figura 6.47: Efeito da bifurcação de Hopf nas tensões linha-linha do barramento em  $abc$  e  $dq$ .

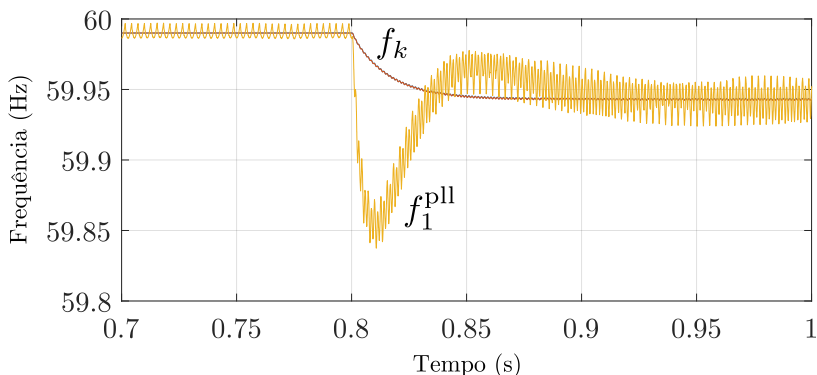


Figura 6.48: Efeito da bifurcação de Hopf nas frequências de *droop* dos dois inversores e do PLL do primeiro retificador.

forma que as equações do *droop* não são modificadas de forma significativa, mas note que no caso da frequência do PLL da carga, existe uma oscilação relevante, mesmo na presença de um filtro passa-baixa.

O foco deste capítulo é o entendimento do comportamento dinâmico fonte-carga para DCPLs, mas é interessante verificar como o esquema de estimação utilizado no controle do conversor CA-CC se comporta. A Figura 6.50 mostra que existe um erro estático na estimação e quando a tensão no barramento fica instável uma parte das ondulações é repassada ao controle e por consequência à tensão CC de saída do retificador,

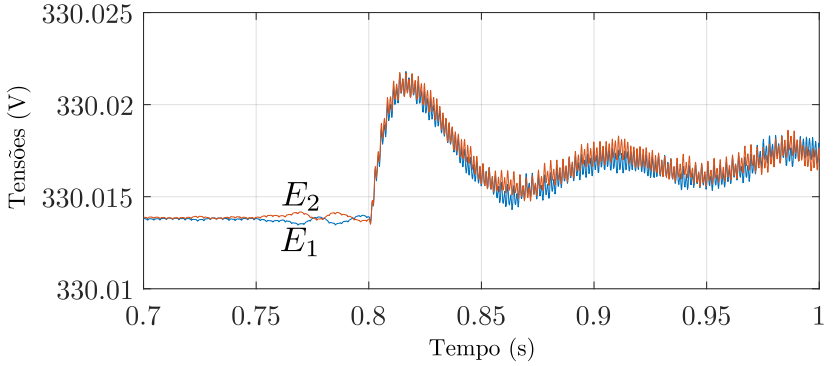


Figura 6.49: Efeito da bifurcação de Hopf na amplitude das tensões de *droop* dos dois inversores.

como mostra a Figura 6.51.

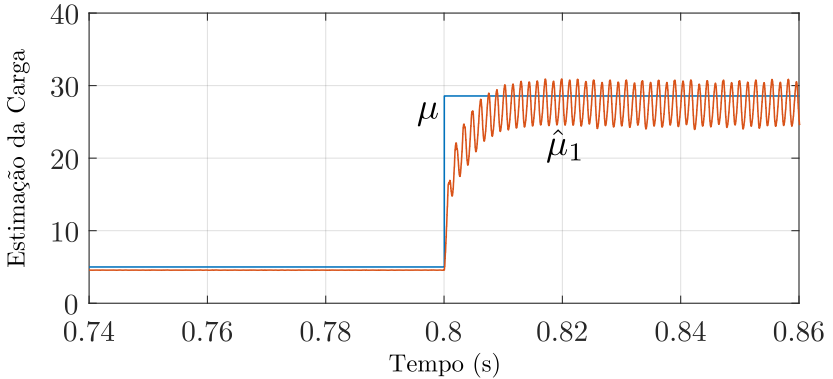


Figura 6.50: Efeito do degrau na potência da carga  $P_{ac}$  (Figura 6.43) na estimativa da carga do sistema de controle do conversor CA-CC.

Por último podemos ver as formas de onda dos sinais de erro da malha de controle de tensão do primeiro inversor em  $\alpha\beta$ , em que

$$\epsilon_1^\alpha = v_1^\alpha - V_1^\alpha = v_1^\alpha - [E_1 \cos \theta_1 - \omega_c X_\nu^e (i_1^d - z_1^d)] \quad (6.153)$$

$$\epsilon_1^\beta = v_1^\beta - V_1^\beta = v_1^\beta - [E_1 \sin \theta_1 - \omega_c X_\nu^e (i_1^q - z_1^q)] \quad (6.154)$$

quando ocorre a bifurcação de Hopf, apresentada na Figura 6.52.

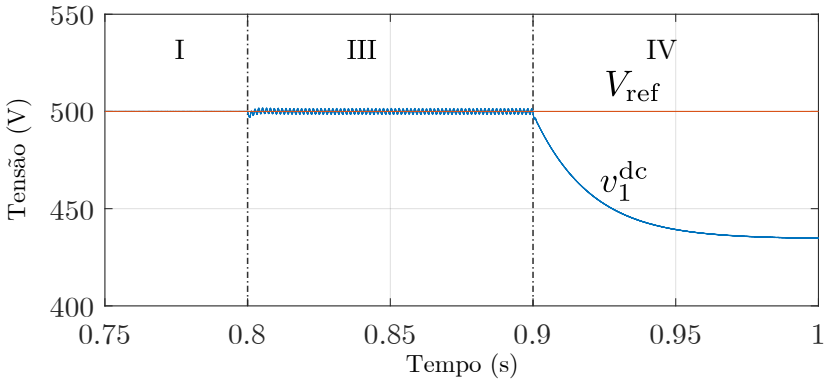


Figura 6.51: Efeito do degrau na potência da carga  $P_{ac}$  (Figura 6.43) na tensão CC de saída do conversor CA-CC (DCPL).

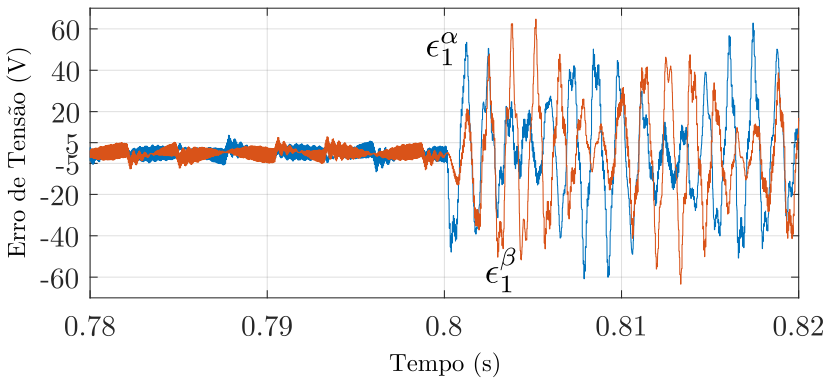


Figura 6.52: Efeito do degrau na potência da carga  $P_{ac}$  (Figura 6.43) nos sinais de erro da malha de controle da tensão de saída do primeiro inversor.

## 6.4 Conclusão

Este capítulo apresentou um estudo aprofundado da dinâmica de inversores compartilhando cargas. No primeiro caso o foco foi em como a *droop* pode influenciar a operação das fontes e o tipo de instabilidade gerada caso os ganhos do *droop* não sejam projetados de forma adequada. As oscilações que surgiram foram de baixa frequência, mas ao mesmo tempo a carga se manteve estável o que indica que toda as oscilações geradas nos VSIs pelo *droop* ficaram alternando entre os inversores. Em outras palavras, os inversores ficaram trocando energia entre eles. Um detalhe importante sobre o tipo e o tamanho do ciclo limite gerado pela falha em sincronizar os VSIs é que os limites da função de saturação ( $\omega_{\text{sup}}$  e  $\omega_{\text{inf}}$ ) que são aplicadas na saída da equação do *droop* de frequência podem diminuir a amplitude das oscilações. Isto ocorre caso os valores de  $\omega_{\text{sup}}$  e  $\omega_{\text{inf}}$  estejam próximos de  $\omega_r$ .

O segundo caso de estudo focou em cargas de potência constante, representadas por conversores CA-CC controlados. A origem da instabilidade neste caso é mais problemática, pois foi o aumento da potência da carga que gerou as oscilações, com frequências próximas à 1 kHz. No primeiro caso a instabilidade surgiu no VSI, mas neste caso a origem é externa ao inversor.

Os dois estudos de caso apresentados mostram que a metodologia desenvolvida para análise da dinâmica e, em particular, da estabilidade da microrrede CA (com cargas lineares e de potência constante) é geral, além de poder ser aplicada a outras configurações de microrredes, embora ao custo de um sólido conhecimento no uso das técnicas não lineares utilizadas. Os resultados apresentados neste capítulo estão publicados no artigo [22].

O estudo realizado sobre o efeito do *droop* CA na estabilidade de microrredes é uma contribuição importante deste capítulo, assim como também o efeito que as cargas do tipo DCPL tem na estabilidade de inversores conectados em paralelo em uma microrrede CA. Por último, os diversos diagramas paramétricos apresentados são, também, uma contribuição importante deste documento, já que podem auxiliar o projeto dos diversos parâmetros necessários para o sistema de controle dos VSIs.





# Capítulo 7

## Resultados Experimentais

### 7.1 Introdução

Os capítulos anteriores apresentaram um estudo teórico e de simulação sobre a estabilidade de microrredes, em particular, no Capítulo 6, sobre inversores conectados em paralelo. Neste capítulo serão apresentados alguns resultados experimentais de um estudo de caso envolvendo o paralelismo de inversores. A configuração de interesse é similar ao sistema da Figura 6.1, ou seja, será o caso com o *droop* resistivo, que pode ser visto na Figura 7.1, mas com a carga composta somente por resistores. O propósito deste experimento é verificar a bifurcação de Neimark-Sacker<sup>1</sup> variando um dos parâmetros do *droop*, por questão de segurança<sup>2</sup> os níveis de tensão e corrente são menores que os adotados nos capítulos anteriores.

A foto do sistema, com os VSIs desenvolvidos no trabalho de [101], pode ser vista na Figura 7.2. Os parâmetros do VSI são similares aos da Tabela 5.1, com os parâmetros modificados mostrados na Tabela 7.1. As saturações nas equações do *droop* também foram modificadas, com  $\omega_{\text{sup}} = 385$  rad/s e  $\omega_{\text{inf}} = 370$  rad/s, enquanto que para a amplitude da tensão  $E_k$ , a saturação foi retirada. Diminuindo-se os limites da frequência, se reduz a amplitude do ciclo limite, o que diminui o risco de danificar os circuitos durante a operação instável.

---

<sup>1</sup>As formas de onda que serão apresentadas neste capítulo estão em coordenadas  $abc$  ou em  $\alpha\beta$ , logo o mais adequado seria chamar de bifurcação de Neimark-Sacker ao invés de bifurcação de Hopf.

<sup>2</sup>Um experimento que tem como objetivo mostrar instabilidades deve ser feito com mais cuidado para evitar que algum componente seja danificado.

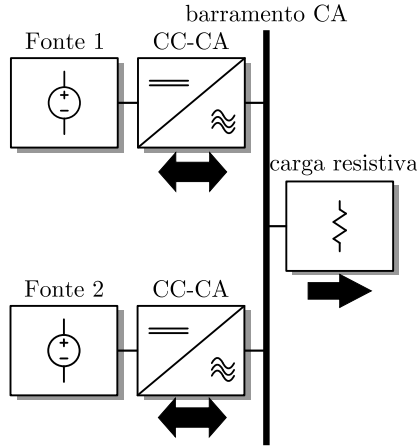


Figura 7.1: Caso de estudo experimental do paralelismo de inversores.

Tabela 7.1: Parâmetros do conversor CC-CA (tensão linha-neutro).

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$V_{dc}$	250 V	$E_r$	100 V
$\omega_r$	377 rad/s	$\omega_p$	6,283 rad/s
$k_1^v$	0,1	$k_2^v$	50
$k_p$	6	$R_\nu$	10 $\Omega$
$\lambda_1$	1	$\lambda_2$	0,5
$f_s$	19,98 kHz	$P_{max}$	5 kVA

Note que valores diferentes de  $\lambda_k$  foram escolhidos para cada VSI decorrente do problema da carga não demandar reativos que são necessários para o *droop* funcionar. Com estes valores de  $\lambda_k$ , as potências de saída são aproximadamente iguais. O modelo por valor médio apresenta alguns problemas nesta situação, já que as oscilações devido à comutação (*ripple*) sobrepõem os valores médios das potências reativas. O valor médio da potência reativa é desprezível, já que a carga demanda somente potência ativa, então as oscilações de alta frequência em  $q_k$  passam a ser relevantes na dinâmica do sistema. Nesta situação, os inversores possuem um comportamento de um sistema não autônomo<sup>3</sup>.

<sup>3</sup>Existe uma dependência com  $t_0$  (tempo inicial) e como os VSIs partem em momentos diferentes, surge uma assimetria na operação do sistema.

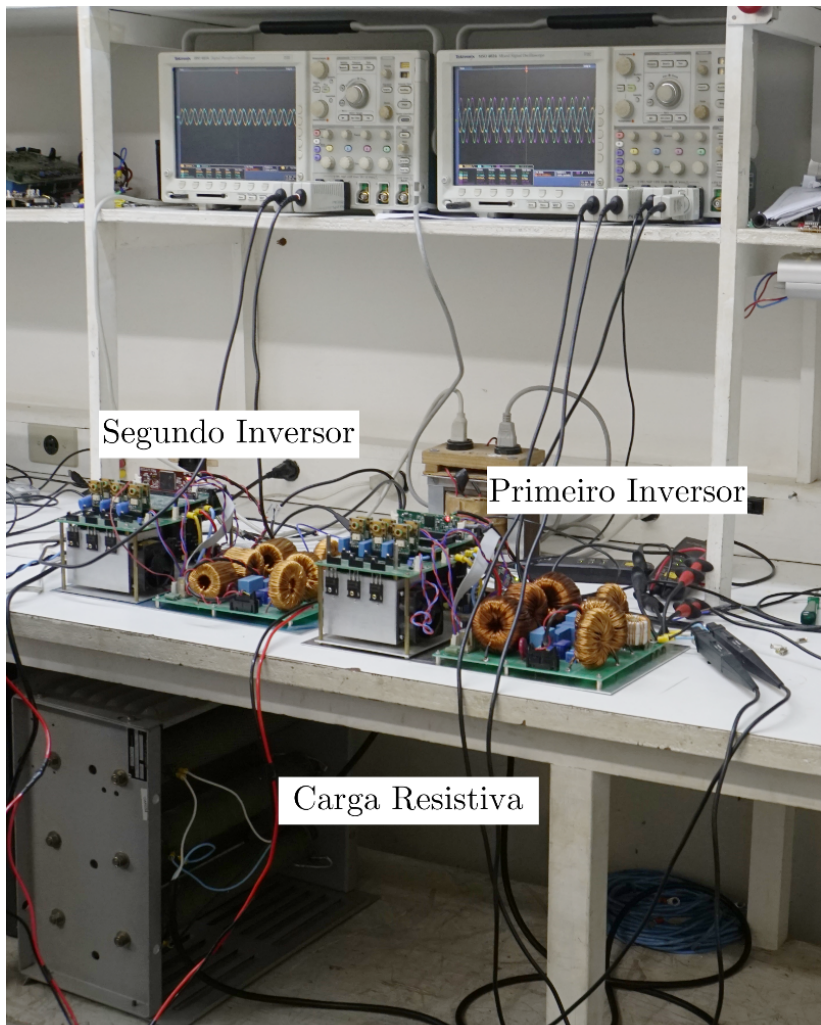


Figura 7.2: Bancada experimental composta por dois inversores acionando uma carga resistiva.

As malhas de controle possuem a mesma estrutura apresentada no Capítulo 5, mas com a diferença de que as correntes e tensões utilizadas são as usuais de um sistema trifásico em estrela, ao invés do equivalente delta adotado no Capítulo 5. Baseado na Tabela 7.1, a malha de corrente possui uma frequência de  $f_i = 2075$  Hz.

## 7.2 Resultados

O objetivo do experimento é mostrar que variando  $\gamma_k$  (o mesmo para ambos os VSIs) é possível induzir uma bifurcação de Neimark-Sacker na operação dos dois inversores.

### 7.2.1 Operação estável

Utilizando  $\gamma_k = 0,1$ , o ponto de equilíbrio em  $dq$  é estável e temos as formas de onda das Figuras 7.3 e 7.4, que mostram as tensões linha-linha na carga, tanto em coordenadas  $abc$  como em  $\alpha\beta$ .

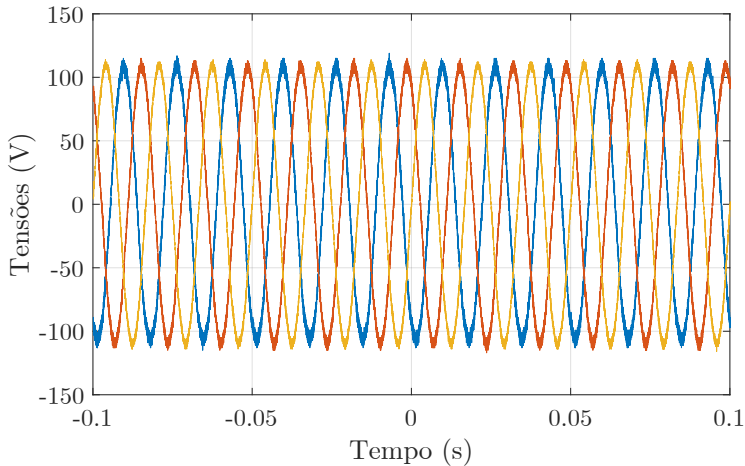


Figura 7.3: Tensões linha-linha em  $abc$  na carga durante operação estável.

As formas de onda das correntes de saída do primeiro inversor podem ser vistas nas Figuras 7.5 e 7.6, para coordenadas  $abc$  e  $\alpha\beta$ , respectivamente. No caso do segundo inversor, as formas de ondas das correntes de saída estão contidas nas Figuras 7.7 e 7.8, em coordenadas  $abc$  e  $\alpha\beta$ , respectivamente. Apesar de os dois inversores serem

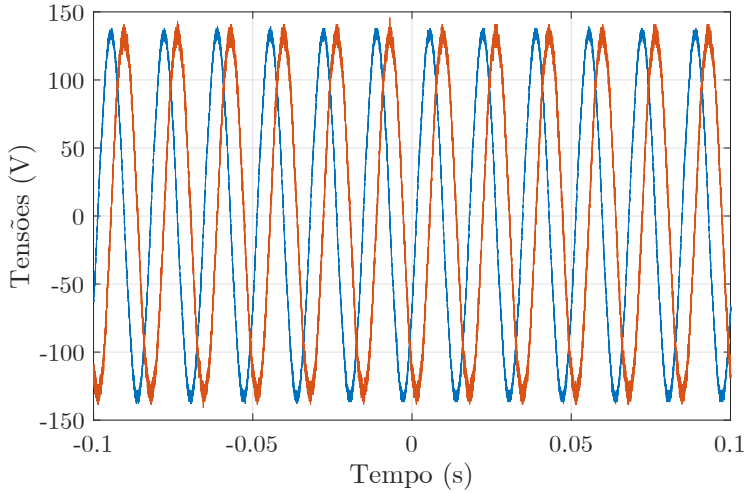


Figura 7.4: Tensões linha-linha em  $\alpha\beta$  na carga durante operação estável.

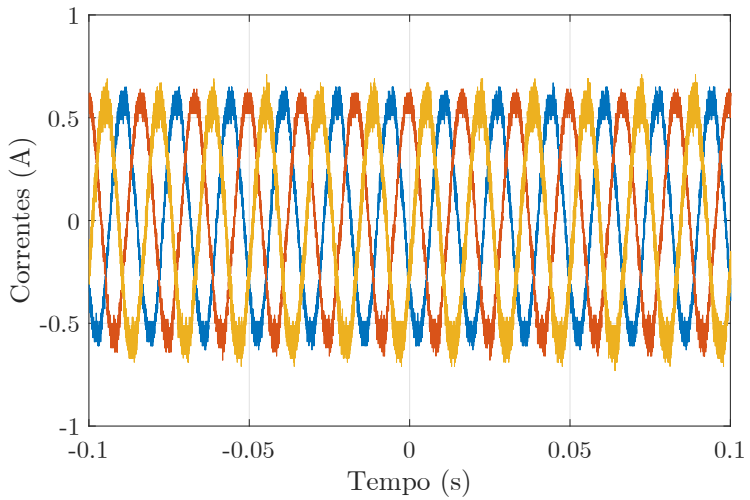


Figura 7.5: Correntes de saída do primeiro inversor em  $abc$  durante operação estável.

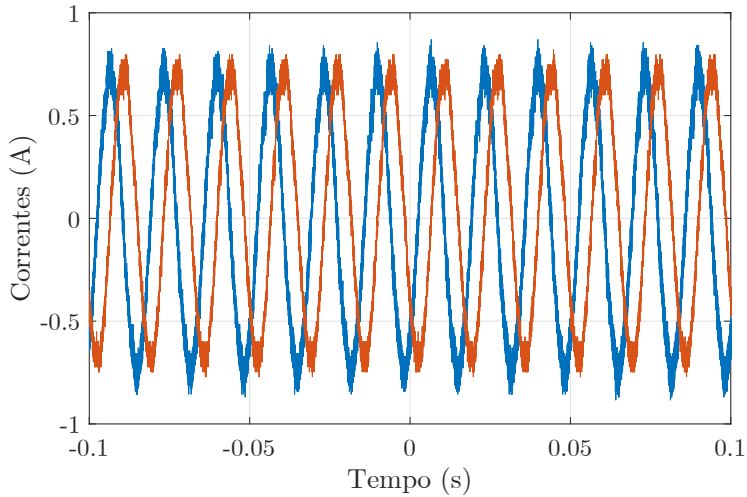


Figura 7.6: Correntes de saída do primeiro inversor em  $\alpha\beta$  durante operação estável.

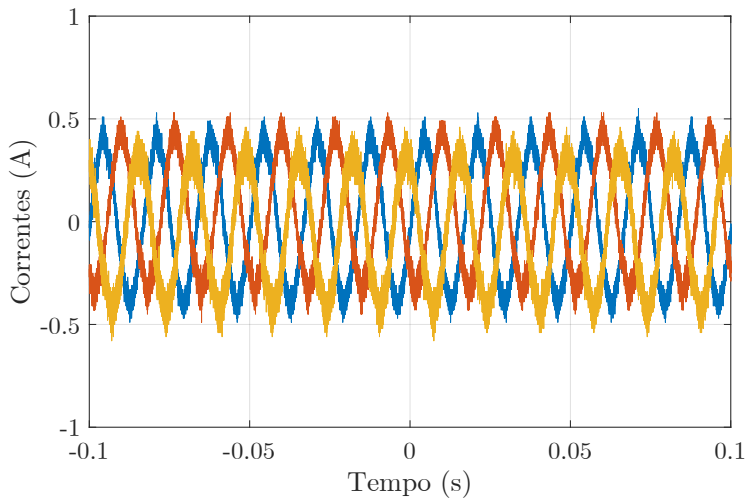


Figura 7.7: Correntes de saída do segundo inversor em  $abc$  durante operação estável.

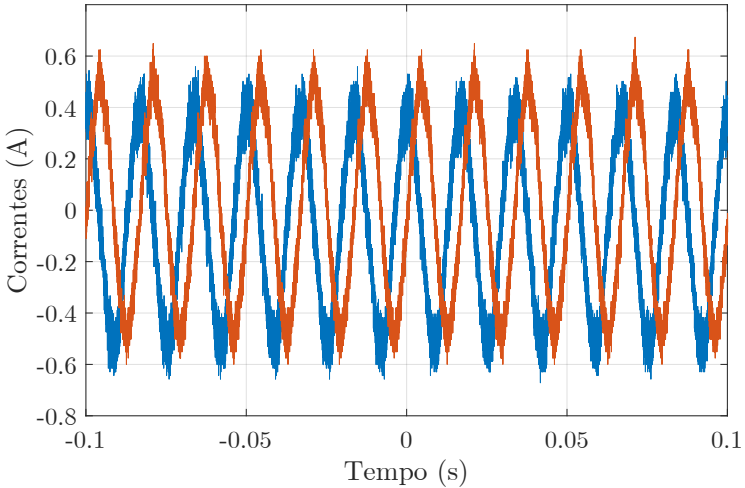


Figura 7.8: Correntes de saída do segundo inversor em  $\alpha\beta$  durante operação estável.

iguais é possível notar que há um pequeno desequilíbrio nas correntes do segundo inversor, que não está presente no primeiro inversor. Este pequeno desequilíbrio surgiu devido ao compartilhamento de carga. Caso somente um dos inversores fosse ligado, não existiria este problema.

### 7.2.2 Operação instável

Para induzir a bifurcação de Neimark-Sacker, um degrau será aplicado em  $\gamma_k$ , indo para  $\gamma_k = 1$ . Nestas condições, as tensões linha-linha em  $\alpha\beta$  na carga podem ser vistas na Figura 7.9. Veja que a tensão na carga não teve um aumento significativo no conteúdo harmônico, como já era esperado baseado no estudo feito no Capítulo 6 (veja Figura 6.21).

As formas de onda das correntes de saída do primeiro inversor durante a operação instável podem ser vistas nas Figuras 7.10 e 7.11. Ocorreu um aumento significativo do conteúdo harmônico nas correntes de saída do VSI devido à variação do ganho do *droop*, similar ao que foi apresentado no Capítulo 6, o que mostra a coerência dos resultados teóricos com o experimento.

Por último, as formas de onda das correntes de saída do segundo inversor estão apresentadas nas Figuras 7.12 e 7.13, que são similares aos do primeiro inversor. Neste modo de operação, os dois inversores ficam trocando energia e o valor médio da potência vai para a carga,

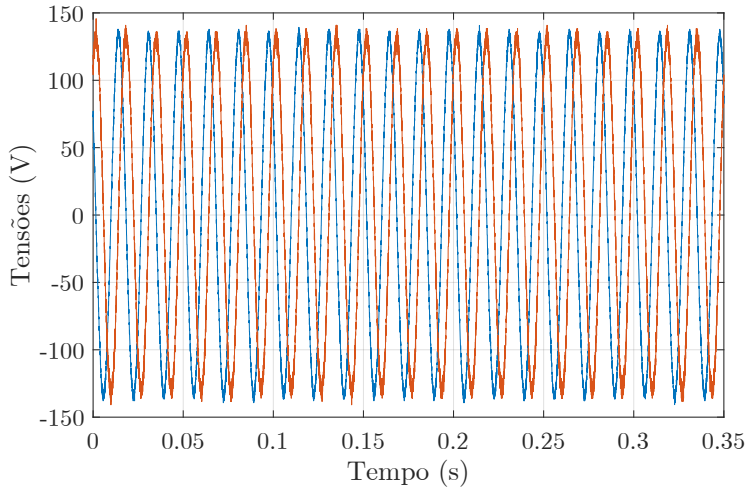


Figura 7.9: Efeito da bifurcação de Neimark-Sacker nas tensões linha-linha em  $\alpha\beta$  na carga.

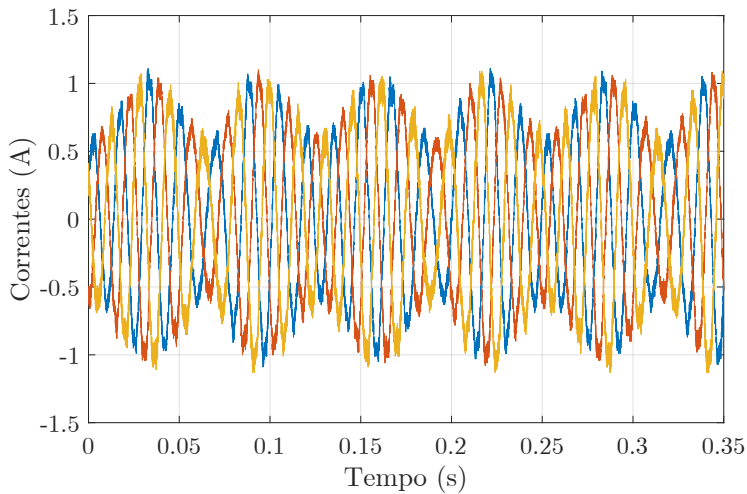


Figura 7.10: Efeito da bifurcação de Neimark-Sacker nas correntes de saída do primeiro inversor em  $abc$ .



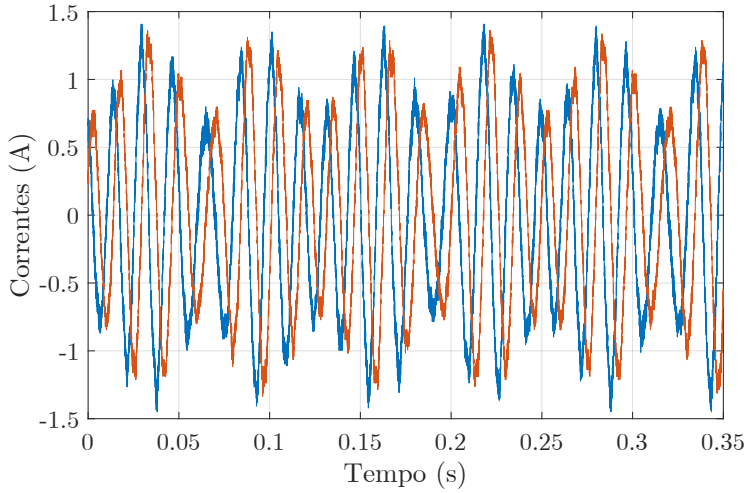


Figura 7.11: Efeito da bifurcação de Neimark-Sacker nas correntes de saída do primeiro inversor em  $\alpha\beta$ .

este último praticamente não sofre influência da bifurcação de Neimark-Sacker.

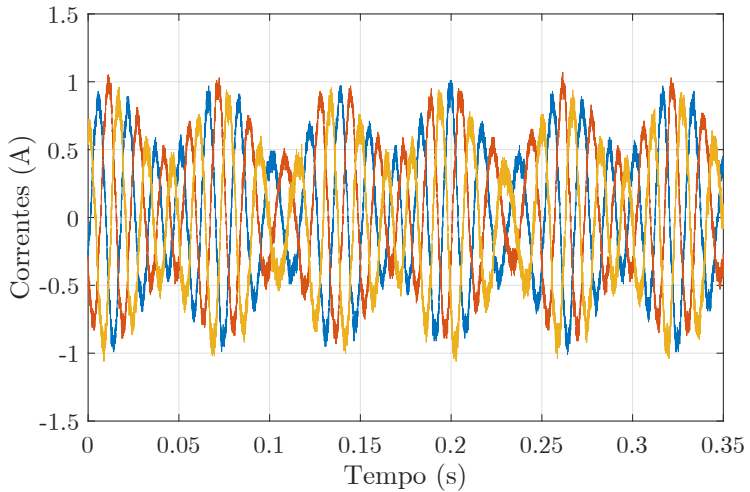


Figura 7.12: Efeito da bifurcação de Neimark-Sacker nas correntes de saída do segundo inversor em  $abc$ .

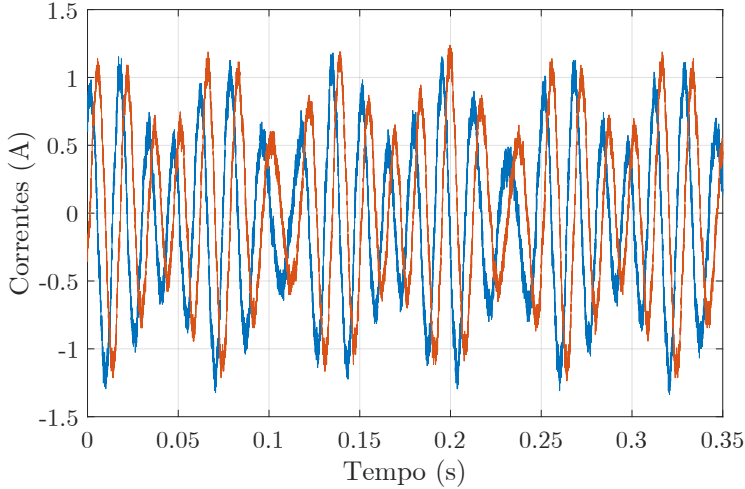


Figura 7.13: Efeito da bifurcação de Neimark-Sacker nas correntes de saída do segundo inversor em  $\alpha\beta$ .

### 7.3 Conclusão

Este capítulo apresentou um experimento simples de paralelismo de inversores. Devido a algumas dificuldades experimentais, optou-se por utilizar uma carga resistiva. O problema da carga utilizada é a falta de energia reativa sendo processada pelos inversores. Isto acaba introduzindo uma maior dependência do *ripple* de comutação na operação dos VSIs, realimentados via a equação do *droop* que envolve a frequência. Mesmo com esta dificuldade, o princípio básico se mantém: variando o ganho do *droop*  $\gamma_k$  é possível gerar um ciclo limite estável via uma bifurcação Neimark-Sacker, lembrando que esta bifurcação é equivalente à bifurcação de Hopf vista nos modelos em *dq* do Capítulo 6.

## Capítulo 8

# Conclusão Geral

O objetivo principal desta tese foi mostrar que um estudo da dinâmica das microrredes CC e CA através de modelos reduzidos permite capturar a dinâmica qualitativa das redes elétricas consideradas. A metodologia adotada foi a de separar a dinâmica de cada elemento em termos das variáveis externas e das variáveis internas dos conversores. Analisando separadamente as dinâmicas internas e externas é possível compreender os principais fenômenos que ocorrem em uma microrrede.

Apesar da generalidade dos modelos reduzidos propostos na literatura de microrredes, ainda existem poucos trabalhos onde se analisam as condições em que os modelos reduzidos são válidos. Os modelos reduzidos permitem estudar a dinâmica destes sistemas aplicando a teoria de bifurcações, simplificando, desta maneira a complexidade dos modelos completos que incluem todas as dinâmicas de uma microrrede e levam a um número intratável de equações diferenciais.

Em contraste com os modelos lineares amplamente utilizados na literatura para estudar essa classe de sistemas, os modelos reduzidos desenvolvidos, neste trabalho, são não lineares e permitem estudar o comportamento das microrredes, principalmente a sua estabilidade, para grandes variações dos sinais elétricos e para cargas de potência constante.

Neste trabalho, foram aplicadas tanto técnicas analíticas como numéricas para explicar o comportamento dinâmico destas microrredes. Os resultados sempre foram validados e comparados com os obtidos por simulação da microrrede completa com todos seus elementos inclusive os sistemas de modulação e os controladores implementados na sua forma discreta.

A vantagem que o uso da teoria de bifurcações oferece é que a estabilidade pode ser verificada para uma ampla faixa de algum parâmetro de interesse, como a potência na carga. Isto significa que a estabilidade pode ser estudada para diversos valores do equilíbrio do sistema. Além disto, alguns fenômenos globais que não podem ser detectados por métodos de análise linear foram observados, tais como a bifurcação SNPO para a microrrede CC. O conhecimento de algumas instabilidades que podem ocorrer oferece formas de otimizar a microrrede, como por exemplo o sistema de proteção, já que em alguns casos conhecer a estabilidade local pode não ser suficiente (mais uma vez é conveniente citar o caso da SNPO da microrrede CC).

Nas microrredes analisadas para resolver o problema do compartilhamento de cargas foram adotadas técnicas de controle descentralizados, como o controle por *droop*. Existem diversas variações do *droop* propostas na literatura, principalmente para redes CA, mas somente as técnicas mais usuais foram estudadas em profundidade. É interessante que outras propostas de controle de compartilhamento de cargas sejam analisadas sob a óptica da análise de bifurcações, como expostas nesta tese para fazer uma comparação adequada.

Os resultados apresentados mostram que os modelos reduzidos obtiveram bons resultados, mas no caso de DCPLs para microrredes CA, a modelagem utilizada apresentou algumas inconsistências com os conversores comutados, como a ausência de ciclo limite instável no paralelismo de inversores acionando o conjunto de retificadores. Ainda assim o procedimento adotado pode auxiliar o projeto do sistema de controle para os conversores presentes em microrredes, mas é importante ter conhecimento de algumas limitações que podem existir.

Os modelos adotados para as fontes com *droop* foram de fontes de tensão ideal controladas. Existe a possibilidade de se obter modelos mais precisos utilizando sistemas de primeira, ou até mesmo de segunda ordem para reproduzir a dinâmica das fontes, mas com o custo de obter os parâmetros que devem refletir os ganhos do sistema de controle, o que pode não ser simples de se deduzir. Outra opção é incluir toda a dinâmica da fonte, mas este procedimento pode aumentar de forma significativa a ordem do sistema. Ainda assim existe uma margem para ampliar os resultados apresentados nesta tese utilizando modelos reduzidos mais precisos.

Quase todas as cargas estudadas neste trabalho são do tipo CPL, refletindo a tendência de se ter conversores controlados como cargas em redes elétricas de distribuição. Já existe uma quantidade razoável de estudos sobre este tipo de carga na literatura técnica, principalmente

para redes CC, mas no caso de sistemas CA ainda há uma falta de trabalhos sobre este tema.

Alguns assuntos foram deliberadamente tratados de modo superficial nesta tese, como por exemplo o PLL, onde somente a estrutura mais convencional foi adotada. Na configuração da microrrede apresentada no Capítulo 6, microrrede CA ilhada com um barramento comum com baixa inércia elétrica, o uso de técnicas mais sofisticadas de PLL oferece uma grande vantagem, como por exemplo a de extrair a componente de sequência positiva da tensão do barramento. Nesta situação o modelo do PLL incluso com a DCPL deve ser revisto na presença de técnicas mais sofisticadas.

Outro assunto importante não estudado é quando as fontes com *droop* conectadas a um banco de baterias mudam de modo de operação. Na microrrede CC vista nesta tese, quando a fonte CC-CC muda de operação, o modelo reduzido da microrrede CC irá mudar, já que a fonte não irá mais injetar a resistência de *droop*. No modo de carregamento de bateria, a fonte CC-CC funcionaria como uma DCPL e como o processo de carregar a bateria é muito lento, uma CPL não seria adequada sendo necessário incluir a dinâmica lenta do carregamento. Veja que para o estudo de caso do Capítulo 4 isto gera um impacto significativo na estabilidade da microrrede, já que a resistência de *droop* tem um papel importante na estabilidade da microrrede e no modo carregamento de bateria somente a fonte CA-CC estaria injetando uma resistência de *droop*. Isto indica que a faixa de potência onde a microrrede CC é estável é menor que o apresentado.

A metodologia desenvolvida neste trabalho, embora necessite de sólidos conhecimentos na teoria dos sistemas dinâmicos e na análise de bifurcações, pode ser aplicada a outras configurações de microrredes CC e CA levando em conta suas próprias características. Os resultados obtidos com os estudos de caso realizados, tanto em microrredes CC como CA, geram perspectivas para a continuidade desta pesquisa, embora não seja nada fácil transcender o âmbito acadêmico com vistas a sua aplicação no ambiente industrial. Logicamente a abordagem proposta nesta tese funciona bem quando a estrutura das microrredes estudadas é pequena. Para medias e grandes microrredes a alternativa que surge a esta abordagem consiste no emprego de sistemas de simulação em tempo real, com hardware dedicado, como os comercializados, por exemplo, pela empresa RTDS Technologies. Estes sistemas embora sejam muito práticos, chegando a ser facilmente empregados por engenheiros e projetistas de microrredes comerciais e/ou industriais, apresentam um elevado custo tornando-se somente viáveis para gran-

des empresas ou centros de pesquisas. Finalmente, as diversas técnicas de análise, modelagem e até mesmo controle podem ser aplicadas na microrrede experimental da UFSC, atualmente em fase de implementação no Departamento de Engenharia Elétrica (EEL). Esta microrrede foi desenvolvida dentro do projeto conjunto da empresa Tractebel, fundação CERTI, EEL-UFSC, DAS-UFSC do qual o autor faz parte.

# Apêndice A

## Introdução à Teoria de Bifurcações

Os diversos modelos das microrredes estudadas nesta tese são do tipo  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{k})$ , com  $\mathbf{x}$  o conjunto de variáveis e  $\mathbf{k}$  um conjunto de parâmetros (por exemplo, ganhos dos controladores, indutâncias, resistências, etc.), ou seja, um sistema não linear. Para facilitar a compreensão da dinâmica não linear dos modelos presentes nesta tese é que se faz necessário o uso de técnicas de bifurcações [7, 8, 10, 12], o que nada mais é que escolher um ou vários parâmetros  $\mathbf{k}$  e analisar o que ocorre com as variáveis  $\mathbf{x}$  para os diferentes valores dos  $\mathbf{k}$  escolhidos. De certa forma aplicar técnicas de bifurcações para sistemas elétricos de potência, ou mesmo para eletrônica de potência, é procurar situações onde os modelos apresentam instabilidades.

Certas bifurcações podem ser verificados com base somente nas equações de equilíbrio,  $\mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{k}) = 0$  e na matriz jacobiana,  $\partial\mathbf{f}/\partial\mathbf{x}$ , o que são bifurcações locais. Em contra-partida existem algumas bifurcações que são mais complicadas de se detectar sendo necessário algum tipo de método numérico para a sua detecção. Bifurcações de ciclos limites são um exemplo de bifurcações globais que geralmente necessitam de métodos de continuação numérica.

O fenômeno de maior interesse que tipicamente instabiliza um sistema na eletrônica de potência é a bifurcação de Hopf. Esta bifurcação acontece quando o ponto de equilíbrio passa de estável para instável e surge um ciclo limite ao redor do ponto de equilíbrio. Isto pode ocorrer, por exemplo, quando a potência da carga (um parâmetro) é aumentada até que o sistema fica instável. Localmente esta bifurcação é caracteri-

zada pela presença de dois autovalores cruzando o eixo imaginário. A bifurcação de Hopf possui dois tipos: (i) supercrítica e (ii) subcrítica.

## A.1 Bifurcação de Hopf supercrítica

A forma normal da bifurcação de Hopf supercrítica é dada por

$$\dot{x}_1 = \sigma x_1 - x_2 - x_1(x_1^2 + x_2^2) \quad (\text{A.1})$$

$$\dot{x}_2 = x_1 + \sigma x_2 - x_2(x_1^2 + x_2^2) \quad (\text{A.2})$$

Isto significa que em qualquer sistema não linear com dimensão de no mínimo<sup>1</sup>  $\mathbb{R}^2$  em que surge a bifurcação de Hopf do tipo supercrítica pode ser colocado neste formato. A forma normal é válida em torno do ponto em que ocorre a bifurcação.

Quando o parâmetro  $\sigma$  muda de valores negativos até positivos, os autovalores da matriz jacobiana, que são complexo conjugados, vão do semi-plano esquerdo para o semi-plano direito do plano complexo. Para  $\sigma = 0$  a parte real dos autovalores é zero (autovalores imaginários) e neste ponto surge a bifurcação de Hopf. Para valores negativos de  $\sigma$  o sistema é localmente estável e para valores positivos é localmente instável. O diagrama de bifurcação para este caso pode ser visto na Figura A.1 com a estabilidade de  $x_1$  sendo uma função do parâmetro  $\sigma$ .

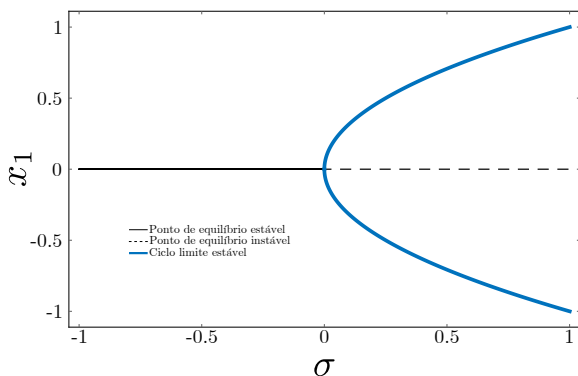


Figura A.1: Diagrama da bifurcação de Hopf supercrítica.

<sup>1</sup>Para sistemas com dimensão maior que  $\mathbb{R}^2$  é necessário aplicar o teorema da variedade central para reduzir o sistema para a forma normal apresentada.



A Figura A.2 mostra a simulação de  $x_1$  e  $x_2$  no tempo na região estável ( $\sigma < 0$ ), enquanto que a Figura A.3 mostra o diagrama do plano de fase. Na região do ciclo limite estável, a Figura A.4 mostra como  $x_1$

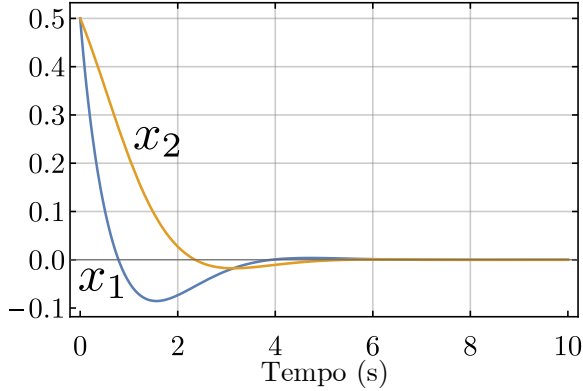


Figura A.2: Simulação temporal de (A.1)-(A.2) quando o ponto de equilíbrio é estável.

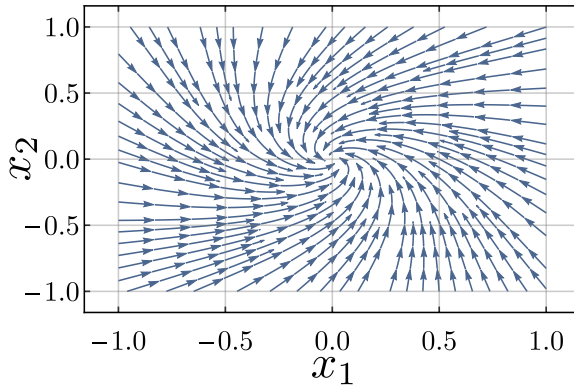


Figura A.3: Plano- $\{x_1, x_2\}$  para (A.1)-(A.2) quando o ponto de equilíbrio é estável. Todas as trajetórias convergem para a origem.

e  $x_2$  variam com o tempo e a Figura A.5 mostra o diagrama do plano de fase.

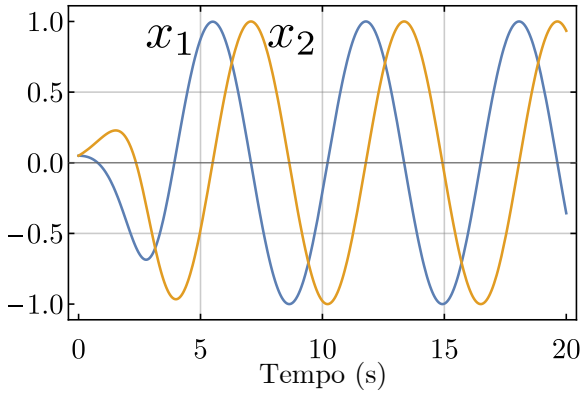


Figura A.4: Simulação temporal de (A.1)-(A.2) quando o ponto de equilíbrio é instável.

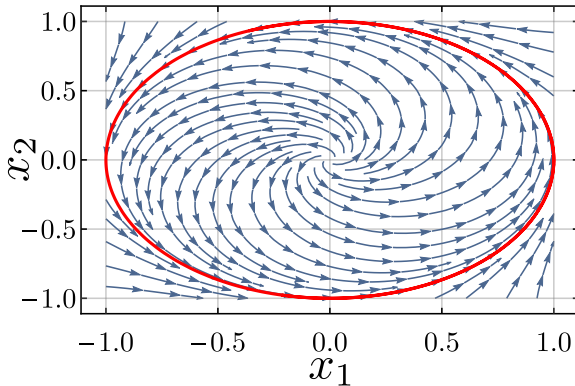


Figura A.5: Plano- $\{x_1, x_2\}$  para (A.1)-(A.2) quando o ponto de equilíbrio é instável. Todas as trajetórias convergem para o ciclo limite estável de raio unitário.

## A.2 Bifurcação de Hopf subcrítica

O outro tipo de bifurcação de Hopf é a subcrítica, com a sua forma normal dada por

$$\dot{x}_1 = \sigma x_1 - x_2 + x_1 (x_1^2 + x_2^2) \quad (\text{A.3})$$

$$\dot{x}_2 = x_1 + \sigma x_2 + x_2 (x_1^2 + x_2^2) \quad (\text{A.4})$$

O diagrama de bifurcação para este caso está na Figura A.6. A bi-

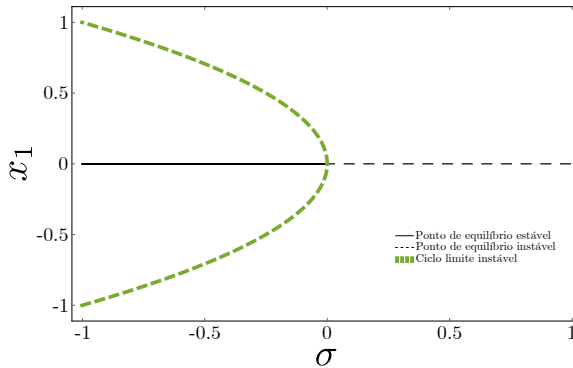


Figura A.6: Diagrama da bifurcação de Hopf subcrítica.

furcação do tipo subcrítica indica que ao redor do ponto de equilíbrio estável existe um ciclo limite instável. Este ciclo limite instável delimita a região de atração do equilíbrio estável e caso o sistema cruze esta região ele fica instável, mesmo com a matriz jacobiana tendo todos os autovalores estáveis. Nesta situação os termos não lineares do modelo estão instabilizando o sistema, mas note que perto do equilíbrio o sistema continua estável. A Figura A.7 mostra o diagrama do plano de fase na região que o equilíbrio é estável e o ciclo limite instável delimita a região de atração do ponto de equilíbrio.

A bifurcação do tipo supercrítica indica que ao redor do ponto de equilíbrio instável existe um ciclo limite estável e o sistema fica oscilando nesta região. O ciclo limite estável fornece os valores máximos e mínimos das oscilações que o sistema está sujeito quando o equilíbrio fica instável. Apesar da matriz jacobiana não explicar a origem das ondulações, para garantir a estabilidade é necessário conhecer somente a parte linear do modelo para este tipo de bifurcação de Hopf. Note que a do tipo subcrítica é pior já que a estabilidade local não é suficiente quando o sistema está longe do equilíbrio.

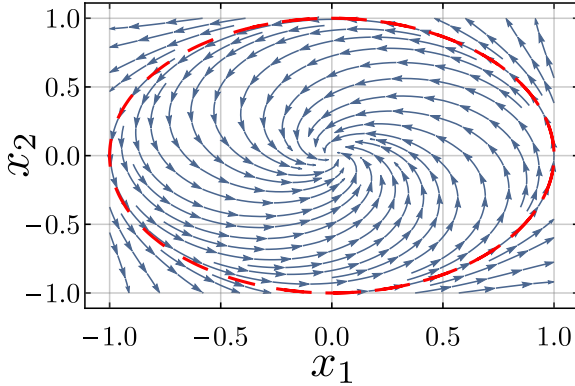


Figura A.7: Plano- $\{x_1, x_2\}$  para (A.3)-(A.4) quando o ponto de equilíbrio é estável. As trajetórias dentro do ciclo limite instável de raio unitário convergem para a origem, enquanto que as trajetórias fora do ciclo limite instável divergem.

Em ambos os tipos de bifurcação é possível colocar a forma normal utilizando variáveis complexas via  $z = x_1 + jx_2$  e  $\bar{z} = x_1 - jx_2$ , como adotado no Capítulo 4, então para o caso supercrítico temos que

$$\dot{z} = (\sigma + j)z - z|z|^2 \quad (\text{A.5})$$

e para o caso subcrítico,

$$\dot{z} = (\sigma + j)z + z|z|^2 \quad (\text{A.6})$$

Note a semelhança com (4.97), lembrando que termos polinomiais de ordem mais elevadas não mudam o comportamento qualitativo da bifurcação<sup>2</sup>.

Os diagramas de bifurcações apresentados contém informações do regime permanente das variáveis, logo varrendo algum parâmetro é possível verificar a estabilidade local e assim criar curvas de equilíbrio estável e instável. Analisando o ponto em que o sistema fica instável e verificando a presença de dois autovalores complexos conjugados cruzando o eixo imaginário identificamos então uma bifurcação de Hopf. CPLs e DCPLs instabilizam um sistema elétrico através de uma Hopf subcrítica, mas como mostrado na Seção 2.4, as equações que descre-

<sup>2</sup>Adicionando termos maiores que  $\mathcal{O}(3)$  mudam apenas o formato dos ciclos limites, mas não mudam a estabilidade.

vem a carga podem mudar dependendo do equilíbrio<sup>3</sup>. Por conta disto é que ocorre uma nova bifurcação chamada de bifurcação sela-nó de órbitas periódicas (SNPO). Esta bifurcação torna o ciclo limite instável em um ciclo limite estável e o sistema passa a ter oscilações com a amplitude indicada no diagrama.

Todas os modelos de conversores, modelos de fonte, etc, são autônomos (invariantes no tempo), mas na prática todas as fontes são chaveadas, o que torna o problema real não autônomo. O comportamento local de sistemas comutados é repassado para os modelos por valores médios [105, 106, 107], mas não existe garantia que alguns comportamentos globais sejam equivalentes [7] entre os modelos por valores médios e o chaveado. Teoria de bifurcações aplicado em conversores estáticos pode ser visto em [1, 5, 6, 108, 109, 110, 111] e para aplicações em sistemas elétricos de potência, veja [112, 113, 114, 115].

---

<sup>3</sup>Caso uma CPL pudesse manter a sua propriedade para qualquer valor de tensão, então existiria somente a Hopf subcrítica.



# Referências Bibliográficas

- [1] E. Lenz, D. J. Pagano, and A. P. N. Tahim, “Codimension-two bifurcation analysis in dc microgrids under droop control,” *Int. J. Bifurcation and Chaos*, vol. 26, no. 2, pp. 1650028–1–22, 2016. [2](#), [6](#), [28](#), [54](#), [130](#), [237](#)
- [2] C. Onwuchekwa and A. Kwasinski, “Analysis of boundary control for buck converters with instantaneous constant-power loads,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 25, pp. 2018–2032, Aug. 2010. [2](#), [28](#)
- [3] P. Magne, D. Marx, B. Nahid-Mobarakeh, and S. Pierfederici, “Large-signal stabilization of a dc-link supplying a constant power load using a virtual capacitor: Impact on the domain of attraction,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 48, pp. 878–887, May/Jun. 2012. [2](#), [28](#)
- [4] A. Kwasinski and P. Krein, “Stabilization of constant power loads in dc-dc converters using passivity-based control,” in *29th International Telecommunications Energy Conference (INTELEC)*, pp. 867–874, 2007. [2](#), [28](#)
- [5] R. Cristiano, D. J. Pagano, L. Benadero, and E. Ponce, “Bifurcation analysis of a dc-dc bidirectional power converter operating with constant power loads,” *Int. J. Bifurcation and Chaos*, vol. 26, no. 4, pp. 1630010–1–18, 2016. [2](#), [22](#), [28](#), [47](#), [237](#)
- [6] S. Banerjee and G. C. Verghese, *Nonlinear Phenomena in Power Electronics*. John Wiley & Sons, 1991. [4](#), [237](#)
- [7] J. Guckenheimer and P. Holmes, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*. Springer, 1983. [4](#), [16](#), [101](#), [180](#), [208](#), [231](#), [237](#)

- [8] J. Hale and H. Koçak, *Dynamics and Bifurcations*. Springer, 1991. 4, 96, 100, 231
- [9] M. Hirsch, S. Smale, and R. Devaney, *Differential Equations, Dynamical Systems, and an Introduction to Chaos*. Academic Press, 2013. 4, 100
- [10] Y. Kuznetsov, *Elements of Applied Bifurcation Theory*. Springer, 2004. 4, 57, 59, 60, 101, 108, 180, 231
- [11] S. Sastry, *Nonlinear Systems*. Springer, 1999. 4, 43, 188
- [12] S. Wiggins, *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*. Springer, 2003. 4, 16, 57, 59, 60, 100, 101, 103, 180, 231
- [13] S. V. Iyer, M. N. Belur, and M. C. Chandorkar, “A generalized computational method to determine stability of a multi-inverter microgrid,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 25, pp. 2420–2432, Sep. 2010. 4
- [14] Y. A.-R. I. Mohamed and E. F. El-Saadany, “Adaptive decentralized droop controller to preserve power sharing stability of paralleled inverters in distributed generation microgrids,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 23, pp. 2806–2816, Nov. 2008. 4, 9, 19, 26
- [15] E. Coelho, P. Cortizo, and P. Garcia, “Small-signal stability for parallel-connected inverters in stand-alone ac supply systems,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 38, pp. 533–542, Mar./Apr. 2002. 4, 42, 155
- [16] L. Rese, “Modelagem, análise de estabilidade e controle de microrredes de energia elétrica,” Master’s thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2012. 4, 7, 8, 27
- [17] E. Lenz and D. J. Pagano, “Nonlinear control for a bidirectional power converter in a dc microgrid,” in *9th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems (NOLCOS)*, pp. 359–364, 2013. 6, 28, 60, 87
- [18] E. Lenz and D. J. Pagano, “Nonlinear control of a three-phase power converter with constant power load in a microgrid,” in *Proc. Braz. Power Electron. Conf.*, vol. 27, pp. 368–373, Oct. 2013. 6, 87



- 
- [19] E. Lenz, D. J. Pagano, and V. Stramosk, “Nonlinear control applied to a dc-dc power converter and the load sharing problem in a dc microgrid,” in *19th IFAC World Congress*, 2014. **6**, 130
- [20] E. Lenz, D. J. Pagano, M. T. Saito, and J. Pou, “Nonlinear control of a bidirectional power converter for connecting batteries in dc microgrids,” in *8th International Symposium on Power Electronics for Distributed Generation Systems*, 2017. Accepted for Publication. **6**, **87**, 130
- [21] A. P. N. Tahim, D. J. Pagano, E. Lenz, and V. Stramosk, “Modeling and stability analysis of islanded dc microgrids under droop control,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 30, pp. 4597–4607, Aug. 2015. **6**, **28**, 54
- [22] E. Lenz, D. J. Pagano, and J. Pou, “Bifurcation analysis of parallel-connected voltage-source inverters with constant power loads,” *IEEE Trans. Smart Grid*, 2017. Accepted for Publication. **6**, 215
- [23] G. Azevedo, *Controle e operação de conversores em microrredes*. PhD thesis, Universidade Federal de Pernambuco, 2011. **7**, **8**, **27**
- [24] T. Dragičević, J. M. Guerrero, J. C. Vasquez, and D. Škrlec, “Supervisory control of an adaptive-droop regulated dc microgrid with battery management capability,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 29, pp. 695–706, Feb. 2014. **9**, **39**
- [25] T. L. Vandoorn, B. Meersman, L. Degroote, B. Renders, and L. Vandeveldel, “A control strategy for islanded microgrids with dc-link voltage control,” *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 26, pp. 703–713, Apr. 2011. **9**
- [26] Y. Guan, J. M. Guerrero, X. Zhao, J. C. Vasquez, and X. Guo, “A new way of controlling parallel-connected inverters by using synchronous-reference-frame virtual impedance loop—part i: Control principle,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 31, pp. 4576–4593, Jun. 2016. **9**
- [27] K. D. Brabandere, B. Bolsens, J. V. den Keybus, A. Woyte, J. Driesen, and R. Belmans, “A voltage and frequency droop control method for parallel inverters,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 22, pp. 1107–1115, Jul. 2007. **9**, **26**

- [28] X. Lu, J. M. Guerrero, K. Sun, and J. C. Vasquez, “An improved droop control method for dc microgrids based on low bandwidth communication with dc bus voltage restoration and enhanced current sharing accuracy,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 29, pp. 1800–1812, Apr. 2014. [9](#)
- [29] J. He, Y. W. Li, J. M. Guerrero, F. Blaabjerg, and J. C. Vasquez, “An islanding microgrid power sharing approach using enhanced virtual impedance control scheme,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 28, pp. 5272–5282, Nov. 2013. [9](#), [18](#), [27](#)
- [30] M. Savaghebi, A. Jalilian, J. C. Vasquez, and J. M. Guerrero, “Autonomous voltage unbalance compensation in an islanded droop-controlled microgrid,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 60, pp. 1390–1402, Apr. 2013. [9](#), [27](#)
- [31] J. Rocabert, A. Luna, F. Blaabjerg, and P. Rodríguez, “Control of power converters in ac microgrids,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 27, pp. 4734–4749, Nov. 2012. [9](#), [16](#), [26](#), [27](#), [36](#)
- [32] T. Dragičević, X. Lu, J. C. Vasquez, and J. M. Guerrero, “Dc microgrids—part i: A review of control strategies and stabilization techniques,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 31, pp. 4876–4891, Jul. 2016. [9](#), [14](#)
- [33] T. Dragičević, X. Lu, J. C. Vasquez, and J. M. Guerrero, “Dc microgrids—part ii: A review of power architectures, applications, and standardization issues,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 31, pp. 3528–3549, May 2016. [9](#), [14](#)
- [34] J. Schönberger, R. Duke, and S. D. Round, “Dc-bus signaling: A distributed control strategy for a hybrid renewable nanogrid,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 53, pp. 1453–1460, Oct. 2006. [9](#), [10](#)
- [35] J. M. Guerrero, J. Matas, L. G. de Vicuña, M. Castilla, and J. Miret, “Decentralized control for parallel operation of distributed generation inverters using resistive output impedance,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 54, pp. 994–1004, Apr. 2007. [9](#), [24](#), [27](#)
- [36] Q. Shafiee, J. M. Guerrero, and J. C. Vasquez, “Distributed secondary control for islanded microgrids—a novel approach,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 29, pp. 1018–1031, Feb. 2014. [9](#), [25](#), [27](#)

- [37] I. U. Nutkani, P. C. Loh, and F. Blaabjerg, “Droop scheme with consideration of operating costs,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 29, no. 3, pp. 1047–1052, 2014. 9
- [38] X. Lu, K. Sun, J. M. Guerrero, J. C. Vasquez, and L. Huang, “Double-quadrant state-of-charge-based droop control method for distributed energy storage systems in autonomous dc microgrids,” *IEEE Trans. Smart Grid*, vol. 6, pp. 147–157, Jan. 2015. 13, 69
- [39] D. Boroyevich, I. Cvetkovic, D. Dong, R. Burgos, F. Wang, and F. Lee, “Future electronic power distribution systems - a contemplative view,” in *12th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM)*, 2010. 14
- [40] D. Boroyevich, I. Cvetkovic, R. Burgos, and D. Dong, “Intergrid: A future electronic energy network?,” *IEEE Trans. Emerg. Sel. Topics Power Electron.*, vol. 1, pp. 127–138, Sep. 2013. 14
- [41] J. Hale, *Oscillations in Nonlinear Systems*. Dover, 2015. 16
- [42] J. Hale, *Ordinary Differential Equations*. Dover, 2009. 16
- [43] E. A. Coddington and N. Levinson, *Theory of Ordinary Differential Equations*. McGraw-Hill, 1955. 16
- [44] W. Hahn, *Stability of Motion*. Springer, 1967. 16
- [45] V. I. Arnold, *Ordinary Differential Equations*. Springer, 1992. 16, 180
- [46] D. W. Novotny and T. A. Lipo, *Vector Control and Dynamics of AC Drives*. Oxford University Press, 1996. 18
- [47] P. Vas, *Sensorless Vector and Direct Torque Control*. Oxford University Press, 1998. 18
- [48] J. M. Guerrero, L. G. de Vicuña, J. Matas, M. Castilla, and J. Miret, “Output impedance design of parallel-connected ups inverters with wireless load-sharing control,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 52, pp. 1126–1135, Aug. 2005. 19, 22
- [49] E. C. Furtado, L. A. Aguirre, and L. A. B. Tôrres, “Ups parallel balanced operation without explicit estimation of reactive power—a simpler scheme,” *IEEE Trans. Circuits Syst. II, Exp. Briefs*, vol. 55, pp. 1061–1065, Oct. 2008. 19

- [50] Q.-C. Zhong and Y. Zheng, “Universal droop control of inverters with different types of output impedance,” *IEEE Access*, vol. 4, pp. 702–712, 2016. 19, 24, 25
- [51] Q.-C. Zhong and T. Hornik, *Control of Power Inverters in Renewable Energy Integration*. John Wiley & Sons, 2013. 19, 25, 36
- [52] H. Akagi, Y. Kanazawa, and A. Nabae, “Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA 20, pp. 625–630, May/Jun. 1984. 20
- [53] A. S. Bazanella, *Métodos Analíticos para a Síntese de Controladores em Sistemas de Potência*. PhD thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, 1997. 22, 60
- [54] I. E. Colling, *Conversores CA-CC Monofásicos e Trifásicos Reversíveis com Elevado Fator de Potência*. PhD thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2000. 22, 60
- [55] V. Stramosk, “Controle não-linear de conversores de eletrônica de potência interconectados em microrredes de corrente contínua,” Master’s thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2014. 22, 28, 47
- [56] A. P. N. Tahim, *Controle de microrredes de distribuição de energia elétrica em corrente contínua*. PhD thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2015. 22, 28, 44, 47
- [57] Y. Chen, J. M. Guerrero, Z. Shuai, Z. Chen, L. Zhou, and A. Luo, “Fast reactive power sharing, circulating current and resonance suppression for parallel inverters using resistive-capacitive output impedance,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 31, pp. 5524–5537, Aug. 2016. 25
- [58] G. C. Konstantopoulos, Q.-C. Zhong, B. Ren, and M. Krstic, “Bounded droop controller for parallel operation of inverters,” *Automatica*, vol. 53, pp. 320 – 328, 2015. 25
- [59] M. Yazdani and A. Mehrizi-Sani, “Washout filter-based power sharing,” *IEEE Trans. Smart Grid*, vol. 7, pp. 967–968, Mar. 2016. 26

- [60] T. Wu, Z. Liu, J. Liu, S. Wang, and Z. You, "A unified virtual power decoupling method for droop-controlled parallel inverters in microgrids," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 31, pp. 5587–5603, Aug. 2016. 26
- [61] R. F. Coelho, *Concepção, análise e implementação de uma microrede interligada à rede elétrica para alimentação ininterrupta de cargas CC a partir de fontes renováveis*. PhD thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2013. 27
- [62] T. B. Lazzarin, *Paralelismo de Inversores de Tensão*. PhD thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2010. 27
- [63] J. M. Guerrero, J. C. Vasquez, J. Matas, L. G. de Vicuña, and M. Castilla, "Hierarchical control of droop-controlled ac and dc microgrids - a general approach toward standardization," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 58, pp. 158–172, Jan. 2011. 27
- [64] J. Kim, J. M. Guerrero, P. Rodriguez, R. Teodorescu, and K. Nam, "Mode adaptive droop control with virtual output impedances for an inverter-based flexible ac microgrid," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 26, pp. 689–701, Mar. 2011. 27
- [65] T. Suntio, *Dynamic Profile of Switched-Mode Converter*. Wiley-VCH, 2009. 27, 28
- [66] X. Zhang, X. Ruan, and Q.-C. Zhong, "Improving the stability of cascaded dc/dc converter systems via shaping the input impedance of the load converter with a parallel or series virtual impedance," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 62, pp. 7499–7512, Dec. 2015. 28
- [67] X. Zhang, Q.-C. Zhong, and W.-L. Ming, "A virtual rlc damper to stabilize dc/dc converters having an lc input filter while improving the filter performance," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 31, pp. 8017–8023, Dec. 2016. 28
- [68] X. Zhang, Q.-C. Zhong, and W.-L. Ming, "Stabilization of a cascaded dc converter system via adding a virtual adaptive parallel impedance to the input of the load converter," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 31, pp. 1826–1832, Mar. 2016. 28
- [69] N. Bottrell, M. Prodanovic, and T. C. Green, "Dynamic stability of a microgrid with an active load," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 28, pp. 5107–5119, Nov. 2013. 28

- [70] F. Zhang and Y. Yan, “Start-up process and step response of a dc-dc converter loaded by constant power loads,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 58, pp. 298–304, Jan. 2011. 28
- [71] W. Du, J. Zhang, Y. Zhang, and Z. Qian, “Stability criterion for cascaded system with constant power load,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 28, pp. 1843–1851, Apr. 2013. 28
- [72] R. K. Brayton and J. K. Moser, “A theory of nonlinear networks-i,” *Quart. Appl. Math.*, vol. 22, pp. 1–33, Apr. 1964. 28
- [73] A. P. N. Tahim, D. J. Pagano, M. L. Heldwein, and E. Ponce, “Control of interconnected power electronic converters in dc distribution systems,” in *Proc. 11th Brazilian Power Electron. Conf.*, pp. 269–274, 2011. 28, 60
- [74] A. P. N. Tahim, D. J. Pagano, and E. Ponce, “Nonlinear control of dc-dc bidirectional converters in stand-alone dc microgrids,” in *Proc. IEEE 51st Annual Conf. Decision Control*, pp. 3068–3073, 2012. 28, 60
- [75] R. Ortega, A. Loria, P. J. Nicklasson, and H. Sira-Ramírez, *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems*. Springer, 1998. 30
- [76] M. Karimi-Ghartemani, M. Mojiri, A. Safaee, J. Åge Walseth, S. A. Khajehoddin, P. Jain, and A. Bakhshai, “A new phase-locked loop system for three-phase applications,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 28, pp. 1208–1218, Mar. 2013. 37
- [77] G. Escobar, M. F. Martinez-Montejano, A. A. Valdez, P. R. Martinez, and M. Hernandez-Gomez, “Fixed-reference-frame phase-locked loop for grid synchronization under unbalanced operation,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 58, pp. 1943–1951, May 2011. 37
- [78] E. J. Doedel, A. R. Champneys, T. F. Fairgrieve, Y. A. Kuznetsov, B. Sandstede, and X. Wang, *Auto 97: Continuation and bifurcation software for ordinary differential equations (with homcont)*, 1998. 37, 92, 157
- [79] B. Ermentrout, *Simulating, Analyzing, and Animating Dynamical Systems*. SIAM, 2002. 37, 92, 157

- [80] A. Dhooge, W. Govaerts, and Y. A. Kuznetsov, *Matcont: A Matlab package for numerical bifurcation analysis of ODE's*, 2003. 37, 142, 157
- [81] D. Braga, *Bifurcação de Hopf de codimensão dois em sistemas de controle lineares com controlador do tipo PI e não linearidade do tipo saturação*. PhD thesis, Universidade Federal de Itajubá, 2011. 37
- [82] V. Mariani, F. Vasca, J. Vasquez, and J. Guerrero, “Model order reductions for stability analysis of islanded microgrids with droop control,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 62, pp. 4344–4354, Jul. 2015. 42, 155
- [83] J. Schiffer, R. Ortega, A. Astolfi, J. Raisch, and T. Sezi, “Conditions for stability of droop-controlled inverter-based microgrids,” *Automatica*, vol. 50, no. 10, pp. 2457 – 2469, 2014. 43, 44
- [84] J. Schiffer, D. Zonetti, R. Ortega, A. M. Stanković, T. Sezi, and J. Raisch, “A survey on modeling of microgrids—from fundamental physics to phasors and voltage sources,” *Automatica*, vol. 74, pp. 135–150, 2016. 43
- [85] J. W. Simpson-Porco, F. Dörfler, and F. Bullo, “Synchronization and power sharing for droop-controlled inverters in islanded microgrids,” *Automatica*, vol. 49, no. 9, pp. 2603 – 2611, 2013. 43
- [86] D. Zonetti, *Energy-based modelling and control of electric power systems with guaranteed stability properties*. PhD thesis, Université Paris-Saclay, 2016. 43
- [87] P. Kundur, *Power Systems Stability and Control*. McGraw-Hill, 1994. 43
- [88] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2002. 43, 49, 188, 189
- [89] T. B. Lazzarin, “Estudo e implementação de um carregador de baterias com uma técnica de avaliação de sua vida Útil,” Master’s thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2006. 46
- [90] J. G. Kassakian, M. F. Schlecht, and G. C. Verghese, *Principles of Power Electronics*. Addison-Wesley, 1991. 46, 47, 185
- [91] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*. Springer, 1995. 49, 52, 62, 77, 81

- [92] C. Zhang, K. Li, J. Deng, and S. Song, “Improved realtime state-of-charge estimation of LiFePO<sub>4</sub> battery based on a novel thermo-electric model,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 64, pp. 654–663, Jan. 2017. 69
- [93] C. Zhang, L. Y. Wang, X. Li, W. Chen, G. G. Yin, and J. Jiang, “Robust and adaptive estimation of state of charge for lithium-ion batteries,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 62, pp. 4948–4957, Aug. 2015. 69
- [94] M. Gholizadeh and F. R. Salmasi, “Estimation of state of charge, unknown nonlinearities, and state of health of a lithium-ion battery based on a comprehensive unobservable model,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 61, pp. 1335–1344, Mar. 2014. 69
- [95] T.-S. Lee, “Input-output linearization and zero-dynamics control of three-phase ac/dc voltage-source converters,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 18, pp. 11–22, Jan. 2003. 75
- [96] T.-S. Lee, “Lagrangian modeling and passivity-based control of three-phase ac/dc voltage-source converters,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 51, pp. 892–902, Aug. 2004. 75
- [97] X. Yuan, W. Merk, H. Stemmler, and J. Allmeling, “Stationary-frame generalized integrators for current control of active power filters with zero steady-state error for current harmonics of concern under unbalanced and distorted operating conditions,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 32, pp. 523–532, Mar./Apr. 2002. 77
- [98] D. N. Zmood and D. G. Holmes, “Stationary frame current regulation of pwm inverters with zero steady-state error,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 18, pp. 814–822, May 2003. 77
- [99] K. Åström and B. Wittenmark, *Computer-Controlled Systems*. Prentice Hall, 1997. 78
- [100] V. I. Arnold, *Geometrical Methods in the Theory of Ordinary Differential Equations*. Springer, 1988. 99, 108, 180
- [101] P. A. M. Bezerra, “Inversor trifásico pwm fonte de tensão com integração de interruptores em delta,” Master’s thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2013. 133, 217
- [102] A. Astolfi and R. Ortega, “Immersion and invariance: A new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 48, pp. 590–606, Apr. 2003. 187



- 
- [103] A. Astolfi, D. Karagiannis, and R. Ortega, *Nonlinear and Adaptive Control with Applications*. Springer, 2008. 187
- [104] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotovic, *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley & Sons, 1995. 188, 189
- [105] P. T. Krein, J. Bentsman, R. M. Bass, and B. L. Lesieutre, “On the use of averaging for the analysis of power electronic systems,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 5, pp. 182–190, Apr. 1990. 237
- [106] B. Lehman and R. M. Bass, “Switching frequency dependent averaged models for pwm dc-dc converters,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 11, pp. 89–98, Jan. 1996. 237
- [107] B. Lehman and R. M. Bass, “Extensions of averaging theory for power electronic systems,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 11, pp. 542–553, Jul. 1996. 237
- [108] A. E. Aroudi, D. Giaouris, H. H.-C. Iu, and I. A. Hiskens, “A review on stability analysis methods for switching mode power converters,” *IEEE Trans. Emerg. Sel. Topics Circuits Syst.*, vol. 5, pp. 302–315, Sep. 2015. 237
- [109] L. Benadero, R. Cristiano, D. J. Pagano, and E. Ponce, “Nonlinear analysis of interconnected power converters: A case study,” *IEEE Trans. Emerg. Sel. Topics Circuits Syst.*, vol. 5, pp. 326–335, Sep. 2015. 237
- [110] X. Xiong, C. K. Tse, and X. Ruan, “Bifurcation analysis of standalone photovoltaic-battery hybrid power system,” *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers*, vol. 60, pp. 1354–1365, May 2013. 237
- [111] X. Xiong, C. K. Tse, and X. Ruan, “Smooth and nonsmooth bifurcations in multi-structure multi-operating-mode hybrid power systems,” *Int. J. Bifurcation and Chaos*, vol. 23, pp. 1350094–1–12, 2013. 237
- [112] R.-L. Chen and P. P. Varaiya, “Degenerate hopf bifurcations in power systems,” *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 35, p. 818–824, Jul. 1988. 237
- [113] C. J. Budd and J. P. Wilson, “Bogdanov–takens bifurcation points and Šil’nikov homoclinicity in a simple power-system model of voltage collapse,” *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Fundam. Theory Appl.*, vol. 49, pp. 575–590, May 2002. 237

- [114] H. O. Wang, E. H. Abed, and A. M. A. Hamdan, “Bifurcations, chaos, and crises in voltage collapse of a model power system,” *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Fundam. Theory Appl.*, vol. 41, pp. 294–302, Mar. 1994. [237](#)
- [115] H. G. Kwatny, R. F. Fischl, and C. O. Nwankpa, “Local bifurcations in power systems: Theory, computation, and application,” *Proc. IEEE*, vol. 83, pp. 1456–1483, Nov. 1995. [237](#)