

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

**O PAPEL DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NA PRODUÇÃO
DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO E SUAS IMPLICAÇÕES NA
EDUCAÇÃO**

VALDIR DAMÁZIO JÚNIOR

**FLORIANÓPOLIS
AGOSTO DE 2006**

VALDIR DAMÁZIO JÚNIOR

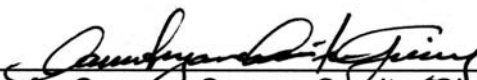
**O PAPEL DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NA PRODUÇÃO
DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO E SUAS IMPLICAÇÕES NA
EDUCAÇÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Matemática - Habilitação Licenciatura
Departamento de Matemática,
sob a orientação da
Prof^a Dra. Cláudia Regina Flores

**Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Universidade Federal de Santa Catarina**

**FLORIANÓPOLIS
AGOSTO DE 2006**

Esta monografia foi julgada adequada como **TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO** no Curso de Matemática – Habilitação Licenciatura, e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora designada pela portaria nº 24/CCM/06



Profa. Carmem Suzane Comitre Gimenez
Professora da disciplina

Banca Examinadora:



Profa. Dra. Cláudia Regina Flores
Orientadora



Profa. Carmem Suzane Comitre Gimenez



Prof. Dr. Inder Jeet Taneja

Dedicatória

Dedico este trabalho a todos aqueles que vivem acima da mediocridade que impera na sociedade. Aos espíritos livres que mergulham apaixonadamente na vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para a existência deste trabalho. Não citarei nomes, depois do primeiro nome escrito invariavelmente faltará algu

A linguagem como suposta ciência. – A importância da linguagem para o desenvolvimento da cultura está em que nela o homem estabeleceu um mundo próprio ao lado do outro, um lugar que ele considerou firme o bastante para, a partir dele, tirar dos eixos o mundo restante e se tornar seu senhor. (...) Muito depois- somente agora – os homens começam a ver que, em sua crença na linguagem, propagaram um erro monstruoso. Felizmente é tarde demais para que isso faça recuar o desenvolvimento da razão, que repousa nessa crença. – Também a lógica se baseia em pressupostos que não têm correspondência no mundo real (...). O mesmo se dá com a matemática, que por certo não teria surgido, se desde o princípio se soubesse que na natureza não existe linha exatamente reta, nem círculo verdadeiro, nem medida absoluta de grandeza.

(NIETZSCHE, 2005, p.20)

Sumário

Introdução	7
Capítulo 1 – Semiótica	10
1.1. A Ciência dos Signos.....	10
1.2. O Signo.....	11
1.2.1. Relação signo/objeto.....	13
1.2.2. Relação signo/interpretante	14
1.3. Categorias Universais.....	15
1.4. Divisão dos signos	16
1.4.1. Qualissigno, sinsigno, legissigno	17
1.4.2. Ícone, índice, símbolo	17
1.4.3. Rema, dicissigno, argumento.....	19
Capítulo 2 – Matemática, Representação e Cultura	22
2.1. O papel da semiótica na cultura	24
2.2. A Representação na Cultura.....	26
2.2.1. O papel da representação na matemática	29
Capítulo 3 - Representação e Educação Matemática	38
3.1. A representação na matemática científica e na matemática escolar	38
3.2. Registros de representação semiótica e sua importância na educação	40
3.2.1. Registros de representação e suas aplicações na educação matemática...45	
Considerações Finais	48
Referências Bibliográficas	50

Introdução

Este trabalho tem por principal objetivo mostrar a importância que as representações semióticas desempenham na matemática, estando presentes em todos os aspectos deste conhecimento, desde a sua produção no seio da cultura onde ela se desenvolve, até na sala de aula, desempenhando um papel fundamental no ensino e na aprendizagem da matemática.

Para este fim, estruturamos este trabalho sobre três pilares, que correspondem aos três capítulos por nós desenvolvidos.

Num primeiro momento realizamos um estudo sobre as representações semióticas, indo buscar na filosofia da linguagem, os conhecimentos necessários acerca deste assunto, realizando um breve estudo sobre semiótica - chamada de ciência dos signos. Com este estudo, tentamos entender o que vem a ser um signo, quais seus componentes, e qual o seu papel no acesso ao conhecimento.

Este estudo inicial se configura como peça fundamental para o decorrer do trabalho, nos fornecendo uma base teórica acerca do signo, nos possibilitando estabelecer as relações necessárias para situar o papel das representações semióticas na cultura e na educação.

O segundo capítulo trata justamente do papel que desempenha a representação semiótica dentro de culturas determinadas, e de como ela está relacionada com a estrutura de saberes de cada cultura. A título de introdução, cada cultura possui um complexo sistema de signos que determina sua forma de pensar e de se postar frente aos conhecimentos, agindo inclusive, na forma como esses conhecimentos irão se desenvolver.

Ainda neste capítulo, tratamos do papel da representação semiótica no desenvolvimento do conhecimento matemático, mostrando de que forma a representação está no centro do desenvolvimento desses conhecimentos, demarcando os limites que o conhecimento matemático pode atingir dentro da cultura e do momento ao qual ele pertence.

Após delinear a importância da representação semiótica na produção do conhecimento matemático na cultura, tratamos, no terceiro capítulo, de como a representação semiótica também desempenha um destaque especial na educação matemática. Para isso, nos pautamos nos estudos de Raymond Duval¹ sobre registros de representação semiótica, que coloca a representação semiótica como sendo a única maneira com a qual dispomos para nos referirmos aos objetos matemáticos, e que por esse motivo, deve ser levada em consideração no ensino e na aprendizagem de matemática.

Buscar entender como o conhecimento é elaborado e repassado, indo buscar na história, na filosofia, na semiótica e na educação as formas como isso se realiza e o papel que as representações semióticas ocupam dentro desses diferentes contextos, serve de subsídio para uma reflexão mais profunda do que vem a ser matemática e de como ela se constitui. Compreender essas relações entre representação semiótica e matemática dentro desses diferentes contextos, que na verdade se completam, pode auxiliar em reflexões mais profundas, levadas à formação de professores que ensinam matemática, para se trabalhar as relações que se tem com o conhecimento.

¹ Raymondo Duval é um psicólogo francês estudioso da Educação Matemática, principalmente em torno das questões semióticas que envolvem o conhecimento matemático para a aprendizagem dos alunos.

Símbolos. Tudo símbolos...
Se calhar, tudo é símbolo...
Serás tu um símbolo também?
(...)

(PESSOA, 1997, p. 131)

Capítulo 1 – Semiótica

O principal objetivo deste trabalho é situar a importância que tem a representação semiótica nos diversos aspectos do conhecimento matemático, abrangendo, ainda que não seja em sua totalidade, desde a gênese da matemática no seio da cultura a qual ela pertence, até os aspectos relativos ao ensino e aprendizagem da matemática.

Para que isso seja possível faz-se importante que ao tratarmos da questão da representação, mais particularmente da representação semiótica, estejamos sustentados por um referencial teórico bastante sólido, no caso, as teorias relativas à semiótica.

Dedicamos este primeiro capítulo de nosso trabalho para um breve estudo das principais idéias de semiótica.

1.1. A Ciência dos Signos

A semiótica ou, ciência dos signos, é a ciência que tem como campo de estudo todo e qualquer tipo de linguagem, não se restringindo a linguagem verbal apenas, ou a qualquer outra forma de linguagem específica, mas sim a todas as linguagens.

Os estudos no campo da semiótica tiveram início em três lugares diferentes e praticamente ao mesmo tempo. Um nos Estados Unidos, outra na União Soviética e o terceiro na Europa ocidental. Segundo Santaella (2004)

Esse surgimento em lugares diferentes, mas temporalmente quase sincronizados, só vem confirmar uma hipótese de que os fatos concretos isto é, a proliferação histórica crescente das linguagens e códigos, dos meios de reprodução e difusão de informações e mensagens, proliferação esta que se iniciou a partir da revolução industrial vieram gradativamente inserindo e fazendo emergir uma consciência semiótica. (p. 15)

A semiótica é, portanto, uma ciência nascida num momento cultural onde ela se fazia necessária, tendo em vista o aumento da relevância dado as linguagens, por consequência dos avanços científicos, tecnológicos possibilitados pela revolução industrial e suas consequências na sociedade.

Na Europa o responsável pelo surgimento da semiótica, ou semiologia, que era o termo por ele utilizado, foi o lingüista suíço Ferdinand de Saussure (1857-1913), durante o curso de lingüística geral na universidade de Genebra, curso esse que depois de sua morte foi transformado em livro tendo por base cadernos de anotações feitos por seus alunos.

Segundo Netto (1980)

Saussure - cuja teoria enquadra-se nos limites traçados pelo positivismo - visualizava uma disciplina que estudaria os signos no meio da vida social, com isso validando desde logo o transporte dessa teoria para outros campos. Essa ciência, da qual dizia ser parte da psicologia social, foi por ele chamada de Semiologia, ou (como quer R. Barthes), ciência geral de todos os sistemas de signos através dos quais estabelece-se a comunicação entre os homens.(p. 17)

Para Saussure (1965)², citado por Netto (1980, p. 20), o signo é composto por dois componentes, o significante e o significado. O significante é a parte material do signo, como por exemplo, o som de uma palavra ou os traços de um desenho representando alguma coisa, uma casa, por exemplo. Já o significado, é o conceito veiculado por essa parte material, “seu conteúdo”, a imagem mental por ele fornecida.

Nesse contexto, o conceito de signo só existe se houver a existência desses dois componentes, não havendo sentido falar de signo sem a presença desses dois envolvidos.

Nos Estados Unidos a semiótica teve origem nos estudos do cientista e filósofo estadunidense Charles Sanders Peirce (1839 - 1914). Durante toda a sua vida Peirce deixou um legado de mais de 80.000 páginas escritas sobre os mais variados assuntos, entre eles, e em grande destaque, os estudos relativos à semiótica.

Vejamos os principais aspectos da teoria Peirciana.

1.2. O Signo

Segundo Santaella (2000)

² SAUSSURE, F. de. Curso de Lingüística General. Buenos Aires, Losada, 1965.

Qualquer coisa de qualquer espécie, imaginada, sonhada, sentida, experimentada, pensada, desejada... pode ser um signo, desde que esta coisa seja interpretada em função de um fundamento que lhe é próprio, como estando no lugar de qualquer outra coisa. (p. 90)

O signo é algo que está por outra coisa, seu objeto, e que o representa. Por exemplo, uma fotografia de uma pessoa é um signo que representa essa pessoa, as cores verde e amarela representam o Brasil, o símbolo "=" representa a idéia de igualdade.

O signo é um elemento de mediação entre o objeto e seu interpretante, ele tem como função representar o objeto ao qual ele se refere, ficando no lugar deste e fazendo a ligação entre o interpretante e o objeto em questão. Vejamos a definição dada por Peirce (1931-1958)³ e citado por Santaella (2000)

Um signo, ou representamen, é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria na mente dessa pessoa, um signo equivalente, ou talvez, um signo mais desenvolvido. Ao signo assim criado, denomino interpretante do primeiro signo. O signo representa alguma coisa, seu objeto. Representa esse objeto não em todos os seus aspectos, mas com referência a um tipo de idéia que eu, por vezes, denominei fundamento do representamen.(p. 12)

Identificamos três componentes chaves na definição dada por Peirce, o signo, o objeto e o interpretante. Esses três elementos são os componentes da tríade semiótica. O signo é, portanto uma relação triádica, não fazendo sentido isoladamente. O signo só existe enquanto mediador entre o objeto e o seu interpretante.

Podemos visualizar a relação entre esses três componentes no triângulo semiótico mostrado na figura 1 abaixo, proposto por Ogden & Richards (1972)⁴ e citado por Netto(1980, p. 56). A linha que liga o signo ao objeto aparece pontilhada porque diferentemente das relações entre signo-interpretante e objeto-interpretante, não há relações causais, diretas, entre o signo e o objeto, a não ser para alguns tipos particulares de signos, como é o caso por exemplo do ícone, que guarda uma relação direta com o objeto. Neste caso a base do triângulo pode deixar de ser pontilhada.

³ PEIRCE, C. S. Collected papers. C Hartshorne e P. Weiss. eds. (v. 1-6) e A. W. Burks. ed. (v. 7-8). Cambridge, MA, Harvard University Press, 1931-1958)

⁴ OGDEN, C. K. e I. A. Richards. O significado de significado. Rio de Janeiro, Zahar, 1972.

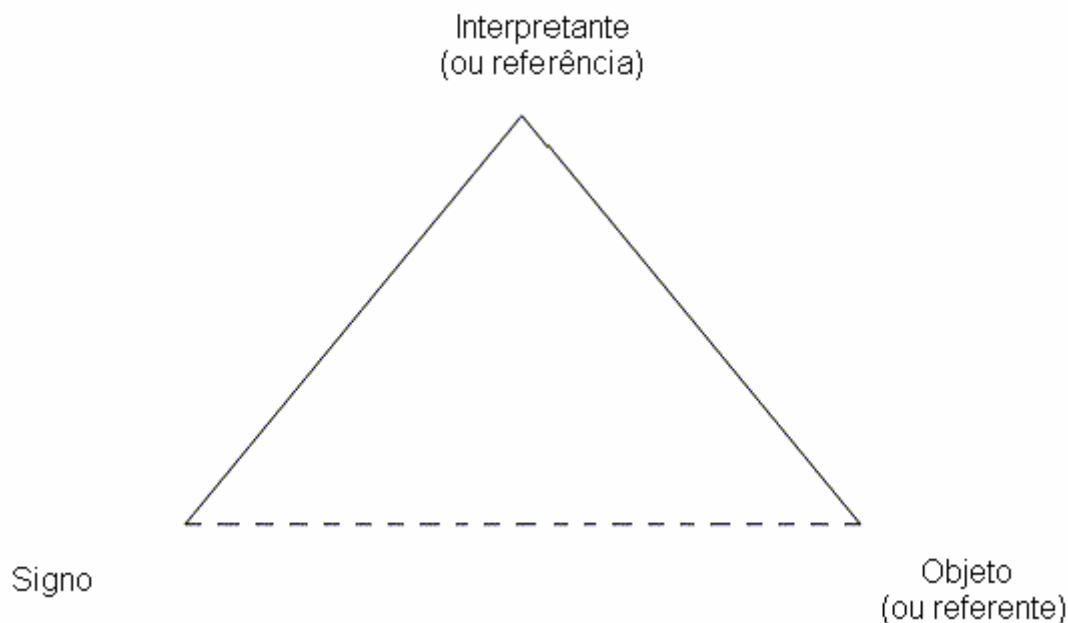


Fig.1

Para compreendermos o signo é necessário que entendamos um pouco mais da sua relação com as partes que compõem a tríade semiótica. Vamos ver um pouco da sua relação com o objeto e sua relação com o interpretante.

1.2.1. Relação signo/objeto

Como já vimos anteriormente, o signo tem a função de estar no lugar de um objeto para um interpretante, ou seja, para algo, ou alguém, que fará a interpretação deste signo, porém ele não pode jamais ser confundido com esse objeto. Sua função é puramente de representação, de comunicar o objeto ao interpretante. Para Santaella (2000)

(...) objeto é algo diverso do signo e (...) este “algo diverso” determina o signo, ou melhor: o signo representa o objeto, porque, de algum modo, é o próprio objeto que determina essa representação; porém, aquilo que está representado no signo não corresponde ao todo do objeto, mas apenas a uma parte ou aspecto dele. Sempre sobram outras partes ou aspectos que o signo não pode preencher completamente.(p. 34)

O objeto nunca está completamente representado no signo. Apenas algumas facetas do objeto são reveladas pelo seu signo, ou pelos diversos signos que o representam. Um signo pode revelar um aspecto de um objeto, porém outro pode revelar outro completamente diferente, por exemplo, um determinado tipo de mapa

pode revelar os limites e fronteiras de uma região, enquanto outro, pode revelar seu relevo, ou outro ainda suas características climáticas. São todos signos que representam a mesma região, ou seja, o mesmo objeto, porém cada um revela um determinado aspecto deste. Veremos mais adiante que diferentes signos podem revelar diferentes facetas de um mesmo objeto matemático. Diferentes representações podem estar ligadas a uma mesmo referente, cada uma revelando um aspecto deste.

Existem, segundo Peirce, dois tipos de objeto. O objeto imediato e o objeto dinâmico. O objeto dinâmico é o objeto real, o objeto exterior ao signo e que de alguma forma determina este, é o objeto tal como ele é. Já o objeto imediato é interior ao signo, é o que liga o signo ao objeto dinâmico, e também é, por sua vez, de natureza signica.

Santaella (2000) resume a questão da seguinte forma

“(...) aquilo que provoca o signo é chamado “objeto” (para sermos agora mais precisos: objeto dinâmico). O signo é determinado por alguma espécie de correspondência com esse objeto. Ora, a primeira representação mental, (e, portanto, já signo) dessa correspondência, ou seja, daquilo que o signo indica é denominada “objeto imediato”. (...) Em síntese: o signo só pode, de algum modo, estar no lugar do objeto porque há, no próprio signo, algo que, de certa maneira, estabelece sua correspondência com o objeto. Este algo - que liga o signo ao objeto dinâmico - é o objeto imediato. (p. 40)

1.2.2. Relação signo/interpretante

É importante chamar a atenção para um equívoco que ocorre geralmente com o conceito de interpretante. Não se deve confundir interpretante com intérprete. O interpretante não precisa ser necessariamente uma pessoa, um ser humano ou mesmo um ser existente, o interpretante é sim, o resultado do signo em alguma coisa que o interprete ou em uma mente, existente ou potencial, sendo este interpretante também um signo criado neste algo que o interpretará e que gerará por sua vez um novo interpretante.

Para simplificar um pouco a questão, e por ser o que nos interessa neste trabalho, já que não entraremos nos aspectos mais filosóficos da teoria Peirciana acerca do interpretante, podemos dizer que a função do signo é comunicar um objeto a uma mente, criando nesta um interpretante, que por sua vez será também

um signo do objeto e que deverá criar um novo interpretante, mais perfeito, do mesmo objeto, isto *ad infinitum*. No momento em que este processo, denominado semiose, é interrompido, dizemos que o signo perde seu caráter de representante perfeito.

1.3. Categorias Universais

Antes de definirmos os diferentes tipos de signos vamos ver um pouco das categorias universais de Peirce. Segundo Otte (2001)

O “coração” da fenomenologia Peirciana é o sistema de categorias de Peirce. As categorias são básicas para o entendimento, não apenas do conceito de ciência normativa de Peirce, mas também de sua teoria dos signos e, na verdade, de seu pensamento como um todo. (p. 25)

Peirce mencionou pela primeira vez sua três categorias universais num artigo chamado “Sobre uma nova lista de categorias”, em 14 de maio de 1867. Porém, este resultado não foi muito bem recebido nem mesmo por seu criador. Ele achava um pouco absurda a idéia de reduzir todos os fenômenos mentais a apenas três categorias. Dezoito anos mais tarde em um novo artigo chamado, “1, 2, 3, Categorias do pensamento e da Natureza”, Peirce já convencido da força de sua teoria, expandiu-a para todos os fenômenos da natureza. Para estas três categorias universais ele deu o nome de, Primeiridade, Secundidade e Terceiridade. (Santaella, 2004, p.35-37)

Segundo Makosky (2004)

A primeiridade é imediata à consciência no instante presente, livre de qualquer tipo de associação, é somente qualidade: “ O azul de um céu, sem o céu, a mera e simples qualidade do azul, que poderia também estar nos seus olhos, só o azul, é aquilo que é tal qual é, independente de qualquer outra coisa.(p. 52)

Existe uma grande dificuldade em tratarmos da primeiridade pelo fato de que ela foge facilmente a nossa análise. Quando focalizamos um primeiro ele perde sua condição de primeiridade, pois outras coisas entram em jogo, deixando de estar livre de qualquer tipo de associação e com isso de sua pura condição de primeiro. Quando a analisamos utilizamos toda uma complexa rede de signos e significados, o “azul do céu enquanto azul”, deixa de ser pura e simplesmente uma qualidade

imediate à consciência passando a estar associado a várias outras coisas, como ao céu, por exemplo.

A secundidade diz respeito a eventos únicos no espaço e no tempo, sem a interferência da razão, é o evento no momento em que ele se dá. Como diz Otte (2001)

(...) observações específicas registradas em um laboratório, seja na física ou na psicologia, são segundos. Enquanto a primeiridade é essencialmente atemporal, a secundidade nos disponibiliza os pontos discretos distinguíveis, que ordenamos por sua seqüência temporal. (p. 28)

A terceiridade repousa na esfera da razão, do pensamento, é o que une a primeiridade a secundidade através da razão fazendo uso das representações, dos signos. Como bem coloca Santaella (2004)

(...) terceiridade, que aproxima um primeiro de um segundo numa síntese intelectual, corresponde à camada de inteligibilidade, ou pensamento em signos, através da qual representamos e interpretamos o mundo. Por exemplo: o azul, simples e positivo azul, é um primeiro. O céu, como lugar e tempo, aqui e agora, onde se encarna o azul, é um segundo. A síntese intelectual, elaboração cognitiva - o azul no céu, ou o azul do céu – é um terceiro. (p.51)

1.4. Divisão dos signos

São muitas as divisões de signos dadas por Peirce em seus trabalhos, ele propôs a existência de dez tricotomias e sessenta e seis classes de signos. Vamos ver somente as principais já que muitas delas não foram sequer muito trabalhadas por Peirce.

Tomaremos como base para discutirmos as diferentes classes de signos os trabalhos de Santaella (2000, 2004) e de Netto (1980).

As três principais tricotomias criadas por Peirce são as que dizem respeito ao signo em si mesmo, a relação entre o signo e seu objeto e ao signo em relação ao seu interpretante, e são elas respectivamente, qualissigno-sinsigno-legissigno, ícone-índice-símbolo e rema-dicissigno-argumento.

Essas tricotomias estão ligadas com as categorias universais criadas por Peirce, onde o qualissigno, o ícone e o rema, estão associados a primeiridade, o

sinsigno o índice e o dicissigno, estão associados a secundidade e o legissigno o símbolo e o rema estão, associados a terceiridade.

Vamos então detalhar um pouco cada uma dessas tricotomias.

1.4.1. Qualissigno, sinsigno, legissigno

O qualissigno está diretamente associado a uma qualidade que é um signo, está diretamente associado à idéia de primeiridade, é totalmente atemporal e sem existência no espaço.

Um sinsigno é algo existente e que é tomado como signo no exato momento em que ele ocorre, o prefixo sin significa que se trata de um evento único, singular, e que ocorre uma única vez. Uma placa de trânsito indicando que se deve parar é um signo convencional e geral, porém uma determinada placa de trânsito indicando pare, num determinado lugar e num determinado momento em que alguém passou por ela é um sinsigno que teve existência apenas naquele momento.

Um legissigno está associado a uma lei, uma convenção criada pelos homens, o prefixo legi indica lei. Um legissigno é convencional, não é um acontecimento único e singular, mas sim uma generalidade. Uma placa de trânsito indicando pare é um legissigno na medida em que foi estabelecido que esta placa signifique que uma pessoa deve parar ao encontra-la.

1.4.2. Ícone, índice, símbolo

A classificação dos signos em ícone, índice e símbolo é, certamente, uma das principais contribuições de Peirce para a semiótica. Essas três divisões do signo dizem respeito à forma como o signo se relaciona com o seu objeto, sendo de grande ajuda para o entendimento de uma enorme quantidade de fenômenos.

Um ícone é um signo que guarda uma semelhança com o seu objeto, possui traços em comum com este. Por exemplo, uma fotografia de uma pessoa é um ícone desta pessoa, ela representa esta pessoa, no caso, através de uma relação visual, a foto representa a pessoa em seus detalhes físicos e por isso é um ícone desta pessoa.

Um índice guarda com seu objeto uma relação direta, ele indica o objeto de alguma forma, aponta na direção desse. Por exemplo, pegadas na areia são índices dos passos da pessoa que passou por ali. Santaella (2000) nos oferece mais exemplos de índices.

São índices: termômetros, cataventos, relógios, barômetros, bússolas, a Estrela Polar, fitas métricas, o furo de uma bala, um dedo apontado, fotografias, o andar gingado de um homem (índice de marinheiro), uma batida na porta, a sintomatologia das doenças, os olhares em entonações da voz de um falante, as circunstâncias de um enunciado, os pronomes demonstrativos (este, esse, aquele), pronomes possessivos (dele, dela, nosso), pronomes relativos (que, qual, quem), Pronomes seletivos (cada, todo, qualquer, algum, certo), os sujeitos das proposições, nomes próprios, as letras (A, B, C) dentro de uma fórmula matemática ou num diagrama geométrico, direções e instruções para um ouvinte ou leitor etc. (p. 121)

Um símbolo é um signo convencional, um signo instituído, seria um signo completo porque nele fica bem clara a existência do objeto, do signo e do interpretante, enquanto no ícone e índice isso não fica tão claro, fazendo com que estes sejam muitas vezes chamados de quase signos.

No entender de Netto (1980), um símbolo “é um signo que se refere ao objeto denotado em virtude de uma associação de idéias produzida por uma convenção” (p.58).

A principal característica do símbolo repousa no fato de ele ser puramente convencional, não guarda uma semelhança com seu objeto como é o caso do ícone, e nem uma relação casual como é o caso do índice. Ele é fruto de uma convenção, foi instituído, conscientemente ou não. Os símbolos representam um papel fundamental na linguagem humana, são exemplos de símbolos os alfabetos e os sistemas de numeração, dois tipos de linguagem de incontestável importância para o desenvolvimento da humanidade.

O nosso interesse no estudo da semiótica como perspectiva de análise do conhecimento matemático repousa justamente neste ponto, onde se estabelecem as relações entre signo, ou seja, representação semiótica, e objeto representado.

Acreditamos que a matemática enquanto linguagem, é um conjunto de símbolos pertencentes a uma determinada cultura, isto é, de signos que se

desenvolveram dentro de uma determinada cultura por meio de convenções, não guardando necessariamente uma relação direta com o objeto que denotam.

É preciso deixar claro que está é a visão que defendemos em nosso trabalho, não pertencendo explicitamente às teorias criadas por Peirce acerca da semiótica.

1.4.3. Rema, dicissigno, argumento

Um rema é um signo que funciona como uma possibilidade, pode ou não acontecer, é uma qualidade, como diz Santaella (2000) “que poderia estar encarnada em algum objeto possivelmente existente” (p.144).

Um dicissigno é um signo de uma existência real, ele dá alguma informação sobre um existente, um dicissigno não pode ser uma possibilidade, ele existe de fato. Outra característica do dicissigno é que ele é verdadeiro ou falso, não sendo uma qualidade, uma sensação, porém ele não explica as razões pelas quais é falso ou verdadeiro.

Por fim, um argumento é um signo de razão, é interpretado como sendo geral e fruto de uma lei. Ele está sujeito a regras de inferência para justificar suas conclusões a partir de suas premissas. Diferentemente do dicissigno ele justifica o porquê de ser verdadeiro ou falso. Um exemplo de argumento são os silogismos.

Vejamos uma tabela proposta por Netto (1980, p.62), com relação as divisões dos signos e sua relação com as categorias fundamentais.

DIVISÃO DOS SIGNOS			
Categoria	O signo em relação a si mesmo	O signo em relação ao objeto	O signo em relação ao interpretante
Primeiridade	Qualissigno	Ícone	Rema
Secundidade	Sinsigno	Índice	Dicissígnio
Terceiridade	Legissigno	Símbolo	Argumento

Com relações às classes vamos resumir a questão apresentando as dez principais segundo Epstein (1986)

- (I) *Qualissigno* – Ex.: uma cor qualquer que serve como signo de algo.
- (II) *Sinsigno icônico* – Ex.: Um diagrama individual como a curva da variação do dólar em relação ao cruzeiro no último semestre.
- (III) *Sinsigno remático indicial* – Ex.: Um grito espontâneo.
- (IV) *Sinsigno dicente indicial* – Ex.: Um cata vento.
- (V) *Legissigno icônico remático* – Ex.: Um diagrama geral, como a mesma curva acima citada, independentemente de sua realidade factual.
- (VI) *Legissigno indicial remático* – Ex.: Pronomes demonstrativos.
- (VII) *Legissigno indicial dicente* – Ex.: Sinais de trânsito.
- (VIII) *Legissigno simbólico remático* – Ex.: Conceitos Gerais.
- (IX) *Legissigno simbólico dicente* – Ex.: Uma frase corrente como “todos os brasileiros são sul americanos” ou “alface é verde”.
- (X) *Argumento* – Ex.: Sistemas de axiomas, silogismos, formas poéticas (p.53)

Procuraremos mostrar, no segundo capítulo, as relações existentes entre o conhecimento matemático e a cultura na qual ele está inserido, bem como, o papel que as representações semióticas desempenham para que se estabeleçam essas relações.

Todas as leis da natureza não são mais que *relações* de um x a um y a um z. Definimos as leis da natureza como relações de um x, y, z, nas quais cada um por sua vez não é conhecido por nós a não ser enquanto relação com outros x, y, z.

Falando em sentido estrito, o fato de conhecer tem apenas a forma de tautologia e é *vazio*. Todo conhecimento que nos faz progredir é uma *maneira de identificar o não-idêntico e o semelhante*, quer dizer é essencialmente ilógico.

(NIETZSCHE, 2001, p. 49-50)

Capítulo 2 – Matemática, Representação e Cultura

Uma questão das mais relevantes acerca do conhecimento matemático é se ele existe por si só e, a partir disso cabe ao homem apenas um papel de descoberta deste conhecimento sem que ele tenha participação nenhuma em sua construção, ou se, ao contrário, ele é um produto humano, ou seja, se é construído e desenvolvido pelo homem.

Esta questão é importante pelo fato de que a maneira como encaramos o conhecimento matemático influencia totalmente na nossa postura com relação à matemática, bem como na maneira como encaramos o ensino e a aprendizagem da matemática. A nossa postura como educadores e pesquisadores é reflexo de nossa concepção do que vem a ser conhecimento matemático, de como ele se origina e como se desenvolve.

Esta questão é muito bem colocada por Leslie White (1985)⁵ em seu *trabalho El locus de la realidad matemática*, citado por Leon (2005)

Residem as verdades matemáticas em um mundo externo, para serem descobertas ali pelo homem ou são invenções devidas ao homem? A realidade matemática tem uma existência e uma validade independente da espécie humana ou é meramente uma invenção humana? (p.15)

O pensamento de que tem a matemática uma existência exterior a mente humana, pertencendo assim a um mundo externo, provém da antiguidade e tem como suporte às idéias do filósofo grego Platão.

Para Platão, o mundo não passa de uma cópia imperfeita de um mundo verdadeiro e mais perfeito que denominou mundo das idéias. As verdades não são acessíveis através dos sentidos, pois esses só são capazes de captar as coisas do mundo físico e, portanto, imperfeitas. Para Platão só através da mente é possível chegar ao conhecimento verdadeiro, conhecimento este que reside no mundo das idéias. Este mundo das idéias está fora da mente das pessoas, tem existência própria.

⁵WHITE, L. El lugar de la realidad matemática: una referencia antropológica. p.296, vl. 6. En: James R. Newman: Sigma: el mundo de la matemática. 6 vls. Grijalbo. Barcelona, 1985.

Segundo o realismo platônico, o conhecimento matemático reside neste mundo das idéias, tem, portanto uma existência real e independente da mente humana. A única coisa que podemos fazer é descobrir esse conhecimento uma vez que ele já está pronto, acabado e através de métodos de demonstrações rigorosas descobrir resultados que estavam ocultos.

G.H. Hardy⁶, citado por Leon (2005), argumenta em defesa do platonismo

Creio que a realidade matemática reside fora de nós e que nossa função é descobri-la ou observa-la, e que os teoremas que demonstramos e descobrimos grandiloquentemente como nossas “criações”, são sensivelmente as notas de nossas observações. (p. 15)

Em contraste às teorias platônicas, estão as de que o conhecimento matemático é uma criação humana e que a visão de que ela tem uma existência independente do homem está superada. Nesta concepção do conhecimento matemático, a matemática é apenas mais um produto da cultura humana, assim como a arte, a filosofia, a literatura, a religião, etc.

Atualmente, são poucos os defensores das teorias platônicas acerca do conhecimento matemático, porém por que esta teoria foi aceita por tanto tempo? Por que motivo durante tantos séculos foi aceitável a idéia de que a matemática residia fora da mente humana e que o homem apenas a descobria?

Para Leon, as proposições propostas por White a respeito de se as verdades matemáticas são independentes da mente humana ou se, ao contrário, são produtos da mente humana, assim como são expostas são ambas verdadeiras.

O problema, de acordo com Leon (2005), reside no significado atribuído “a mente humana”. No primeiro caso, mente humana se refere a um organismo individual e no segundo a espécie humana.

Segundo Leon (2005)

Deste modo, ambas proposições podem ser verdadeiras, e na realidade o são. As verdades matemáticas existem na tradição cultural em que o indivíduo nasceu, e desta maneira penetram em sua mente de fora. Porém fora da tradição cultural os conceitos matemáticos não tem significado e,

⁶ HARDY, G.H. A Mathematician's Apology. Londres, 1941. citado por White em El locus de la realidade matemática, 1985.

portanto, a tradição cultural não tem existência fora da espécie humana. (p. 16)

Desta forma, parece natural a crença durante tanto tempo de muitos estudiosos na independência da matemática em relação à mente humana. A impressão que se tem é de que a matemática chega de fora até o indivíduo, que já existia e é descoberta - o que pode ser aceitável se considerarmos que ela já existia na cultura em que o indivíduo está inserido e, portanto ele a descobre, mas ela é apenas mais um dos componentes de uma cultura, assim como a linguagem, a arte, maneiras de comportamento, conjunto de símbolos, etc. Portanto, pertence a certo momento cultural, existe apenas em consequência dos fatores culturais que possibilitaram o seu desenvolvimento tal qual é, não pertencente a um mundo platônico das idéias.

Não faz sentido crer que a cultura humana tenha uma existência fora da humanidade, ela é segundo Leon (2005), “o produto acumulado dos muitos esforços da espécie humana através dos tempos” (p.16). Pelo mesmo motivo não faz sentido crer que algum dos componentes dessa cultura tenha uma existência independente, e seria a matemática apenas um dos componentes da cultura humana.

Cabe a este capítulo analisar de que forma a matemática se desenvolve na cultura e o papel preponderante que a linguagem, ou seja, um conjunto de signos inerentes a esta cultura tem neste desenvolvimento.

2.1. O papel da semiótica na cultura

A matemática nada mais é, no nosso ponto de vista, do que um dos componentes da cultura humana, que se desenvolve com essa e faz parte de um processo onde cada componente do que é chamado cultura, exerce influência sobre os outros componentes numa complexa relação de forças. Por isso não faz sentido estudar o conhecimento matemático como algo isolado de todo o resto. Separar a matemática do meio onde ela está inserida, do momento cultural em que ela se encontra e emerge, é abrir mão de uma apreensão mais profunda do que vem a ser conhecimento matemático.

Segundo Leon (2005)

O total da população de uma região dada é abarcado por um tipo de cultura. Cada indivíduo nasce em uma organização preexistente de crenças, ferramentas, costumes e instituições, rasgos culturais que constituem e moldam a vida de cada pessoa, lhes dão conteúdo e direção. As matemáticas são, portanto, uma das correntes que fluem pela cultura total. (p. 20)

Para estudarmos um determinado momento cultural é necessário que, ao menos, exista algo que seja comum a todos os seus componentes. Alguma coisa que tenha um papel preponderante na gênese das idéias e dos componentes dessa cultura.

Em resposta a essa necessidade acreditamos que o conjunto de signos pertencentes a uma determinada cultura seja de relevante importância para que determinado momento cultural seja como é. Cada cultura é composta por uma estrutura simbólica que influencia todas as áreas do pensamento, bem como a própria maneira de pensar desta cultura.

Luis Radford (2003a) deu o nome de *Sistemas Culturais Semióticos (SCS)* a essa superestrutura que “junto com a dimensão histórico-econômica dá certa forma e organização a atividade dos indivíduos” (RADFORD, 2004, p.11).

Para Radford (2004), os (SCS) são “sistemas de significação em relação estreita com a ontologia da cultura” (p. 11), ditando as regras e possibilidades de significações em determinado momento cultural e servindo de base para a “geração das formas do conhecimento (ou epistêmès, usando uma expressão de Foucault)” (Radford, p.15, 2003a).

Sistemas Culturais Semióticos são, portanto, a estrutura simbólica pertencente a cultura e que determina a maneira de pensar e agir desta.

Diferentes culturas possuem (SCS) diferentes e isso influencia em todos os seus aspectos como, por exemplo, nas formas de lidar com o conhecimento matemático. Segundo Radford (2004), “os *Sistemas Culturais Semióticos* podem alcançar um nível mais ou menos avançado de verbalização” (p.11), podendo aparecer de forma bastante explícita ou simplesmente mostrados ao nível da prática social.

O conhecimento matemático está diretamente ligado às possibilidades e maneiras de pensar dentro de um determinado (SCS). Por exemplo, a maneira como os números negativos são encarados na cultura chinesa e no Renascimento no ocidente são um bom exemplo de como diferentes (SCS) refletem totalmente nas formas com que os conhecimentos nascem e se desenvolvem.

No primeiro caso, os números “negativos” apareciam como resultado de reflexões acerca do mundo de acordo com as formas culturais de significação baseadas na oposição simétrica *yin/yang* (...). Dentro deste contexto, um número possui *naturalmente* um oposto. Para o pensamento ocidental, sustentado pelo princípio de contradição e igualdade, o número negativo não é algo natural. O número negativo é simplesmente impensável na dicotomia assimétrica que marca a episteme grega entre o ser e o não ser. Foi necessário a atividade comercial que desenvolveu-se no renascimento, sua grande difusão da moeda e a concepção como medida homogênea de produtos naturais e manufaturados para que o número negativo pudesse ser conceitualizado como *dívida*. (Radford, 2004, p.12)

Segundo Radford (2004), dentro de uma perspectiva de uma semiótica cultural

(...) os conceitos são concebidos como *reflexões* que refletem o mundo de acordo com cristalizações conceituais (científicas, éticas, estéticas, etc.) que são disponíveis aos indivíduos em certa época e cultura. Os conceitos da álgebra chinesa antiga são uma reflexão (física e metafísica) do mundo de acordo com as possibilidades da episteme chinesa e de suas formas semióticas de objetivação do saber (...) (p. 12)

Com isso, queremos mostrar a importância que um complexo sistema de signos que permeia e dita as formas de pensamento de uma cultura, tem um papel altamente destacado na epistemologia do conhecimento.

Buscaremos agora mostrar as relações que a representação semiótica tem com os saberes e formas de construção dos conhecimentos dentro de uma determinada cultura.

2.2. A Representação na Cultura

Como vimos, cada cultura possui um (SCS) que rege as possibilidades de significação dentro dela, assim a cultura ocidental e a cultura oriental, possuem maneiras de pensar e estruturar seus conhecimentos de forma diversificadas, cada uma obedecendo as possibilidades de significação que sua superestrutura simbólica permite alcançar. Porém, é natural pensar que mesmo dentro de uma mesma

cultura, como a cultura ocidental por exemplo, em diferentes momentos históricos existam diferentes formas de pensar e lidar com o conhecimento.

Baseando-se no fato de que na modernidade a representação é responsável por fazer a mediação entre sujeito do conhecimento e objeto do conhecimento, isto é, ocupa um lugar central na estrutura dos saberes, então o entendimento do que vem a ser representação, do seu papel e de como se comporta dentro de cada cultura, pode nos oferecer um bom caminho para o entendimento dos modos de pensar e de estruturar os conhecimentos dentro de cada momento cultural.

Neste trabalho vamos nos ater mais ao papel da representação no ocidente.

Para Foucault (2002), "até o fim do século XVI, a semelhança desempenhou um papel construtor no saber da cultura ocidental" (p.23), as regras de significação estavam condicionadas a um conjunto de similitudes, neste período, um signo significa "na medida que tem semelhança com o que indica" (p.39). Esta semelhança é estabelecida através de assinalações nas coisas, assinalações estas que são marcas nas próprias coisas que indicam suas similitudes e que as tornam visíveis. "É preciso que as similitudes submersas estejam assinaladas na superfície das coisas; é necessária uma marca visível das analogias invisíveis." (p.36)

Para Flores (no prelo)

Isso significa que o signo, a visibilidade do signo, está na própria coisa, não havendo nada de oculto. Portanto, a relação do signo com seu conteúdo era assegurada na ordem das próprias coisas. De modo que a operação de representação era baseada na imitação, mantendo uma correspondência analógica com o mundo estável preexistente.

Nesse período signo e objeto se confundem na representação, um está ligado ao outro de forma indissociável. Somente no início do século XVII, "o pensamento cessa de se mover no elemento da semelhança" (FOUCAULT, 2002, p.70), passando a ser regido por uma ciência geral da medida e da ordem, na qual a teoria geral dos signos passa a ser analisada em termos de representação. (FOUCAULT, 2002)

Segundo Foucault (2002)

O semelhante, que fora durante muito tempo categoria fundamental do saber - ao mesmo tempo forma e conteúdo do conhecimento - se acha

dissociado numa análise feita em termos de identidade e de diferença; ademais, quer indiretamente por intermédio da medida, quer diretamente e como que nivelada a ela, a comparação é reportada à ordem; enfim, a comparação não tem mais como papel revelar a ordenação do mundo; ela se faz segundo a ordem do pensamento e indo naturalmente do simples ao complexo. (p.74)

Assim, tomando por base as idéias de Flores (no prelo), tecemos os seguintes comentários acerca do papel que o signo passa a assumir a partir de então.

A relação do conhecimento com esta ciência geral da medida e da ordem, chamada de Máthêsis, se oferecia como "possibilidade de estabelecer entre as coisas, mesmo não mensuráveis, uma sucessão ordenada."(FOUCAULT, 2002, p.78). As coisas, neste âmbito, não são mais analisadas por suas semelhanças, mas sim em suas identidades e diferenças, podendo-se assim estabelecer uma ordenação entre elas. Esta ordenação é feita por meio dos signos, que passam, a partir de então, a assumir um papel diferente do que assumiam em épocas anteriores.

O papel que o signo passa a assumir a partir desse período é o de ligação entre aquilo que ele significa (o significado) e aquilo a que ele se refere (o referente, o objeto), sendo, portanto, uma relação binária entre esses dois componentes. Essa relação entre significante e significado se dá agora no interior do próprio conhecimento, sem que nenhuma figura intermediária assegure seu encontro.

Essa teoria dual dos signos pautada numa relação binária de pura ligação entre um significante e um significado, tem grandes implicações no pensamento moderno. É isso que passa a reger toda a estrutura simbólica e de possibilidades de significação desse período, influenciando assim, em toda a maneira de pensar e de constituir saberes na modernidade.

Dada a importância que passa a assumir desde então os signos na própria gênese das idéias, com uma estrutura simbólica cada vez mais desenvolvida e abrangendo mais áreas do conhecimento, tem-se o nascimento de novas teorias semióticas, como as idéias de Pierce por exemplo, que foram discutida anteriormente.

Nesta visão, o signo passa a ser encarado não mais como uma relação binária, mas sim em uma tríade, onde são componentes do signo, o objeto, o signo e o interpretante. Podemos perceber bem a importância da representação sob esta

perspectiva de análise. Um signo é então, um representante de algo para alguma coisa, é um mediador entre o objeto e o interpretante.

Exemplos dessa relação podem facilmente serem percebidos no âmbito da matemática, apesar de nem de longe se restringir a ela, uma figura geométrica, uma letra representando uma grandeza, um gráfico de uma função, são exemplos de signos (representações) de objetos matemáticos, que por sua vez serão interpretados por algo, ou por alguém.

2.2.1. O papel da representação na matemática

Neste contexto, o da representação, a matemática recebe influência na construção e na disseminação de seus conhecimentos. Tendo cada época e cultura, diferentes sistemas de significação e de formas de representar, apresentam, também, formas particulares de estruturar o conhecimento matemático.

Até o século XVI a matemática era basicamente escrita e guardava muitos elementos da oralidade. Praticamente não havia uso de símbolos e quando estes eram usados "eram de característica individual, ou seja, criados momentaneamente para a elaboração rápida de um texto, sendo de compreensão exclusiva para aquele que os criava" (FLORES, no prelo), ou seja, os símbolos serviam apenas como auxiliares "não sendo o foco da atividade matemática" (RADFORD, 2003b, p.9).

Já no século XIII os algebristas italianos como Pierro della Francesca, se valiam do uso de símbolos em seus problemas, porém eram signos que eram instituídos quando se faziam necessários e eram abandonados quando não mais serviam. Não havia ainda um sistema de signos sólido que regesse o pensamento da época. Um determinado símbolo podia ser criado para resolver um determinado problema e depois abandonado sem jamais ser usado novamente. O signo não tem, ainda, uma independência tal que possibilitasse estar no lugar do objeto de conhecimento de maneira definitiva.

Para que o signo tivesse essa independência se fazia necessário um sistema de signos. Segundo Serfati (1997)⁷, e citado por Flores (no prelo), esse sistema de

⁷ SERFATI, M. La constitution de l'écriture symbolique mathématique. Thèse de doctorat em Philosophie, del'Université Paris I, 1997, 432p.

signos " é instaurado por Viète e Descartes, no fim do século XVI e início do século XVII".

François Viète no fim do século XVI já possuía um "sistema de signos unicamente constituído de letras" (FLORES, no prelo). Porém, trazia ainda elementos de retórica. Segundo Flores (no prelo)

Somente com Descartes que ocorre uma verdadeira função da representação simbólica, logo, uma separação entre o registro simbólico e aquele das significações. Assim a letra "a", por exemplo, não é mais considerada como uma grandeza particular, mas o signo que representa a grandeza.

Tudo isso significa que o signo não é mais o objeto que ele representa nem traz em si uma semelhança com este, signo e objeto não estão mais colados um ao outro, o signo passa a ser apenas a representação do objeto, ocupa o lugar deste.

Essa nova linguagem simbólica segundo Radford (2003b) está associada à ideia de eficiência no sentido tecnológico. "Signos tornam-se manipuláveis como produtos eram manipulados nos mercados do século XVI" (p. 13). Essa possibilidade de fácil manipulação dos signos impulsionou uma modificação em relação à eficiência no trato das operações aritméticas, sendo possível a partir daí "fazer qualquer tipo de cálculo, mesmo aqueles que não eram realizados."(FLORES, no prelo). Os signos a partir de então podem ser manipulados "como uma pequena máquininha" (RADFORD, 2004, p.16).

O sistema de representação de uma determinada cultura ou época é reflexo do conjunto dos componentes da cultura. São os resultados das relações míticas, artísticas, matemáticas, científicas, linguísticas, filosóficas, etc. A matemática dentro de uma determinada cultura está ligada a esses outros componentes da cultura, todos eles em resposta às problemáticas inerentes à sociedade.

O papel que a representação semiótica tem na matemática também é reflexo do papel que a representação tem na cultura como um todo. Em uma sociedade que dispõe de uma avançada linguagem simbólica, a ponto de permitir um grande desenvolvimento do papel da representação na matemática, como é o caso do século XVII, certamente traz em seus outros elementos culturais essa independência da representação de seu objeto.

Na pintura do século XVI, por exemplo, isso já era evidente. Não mais a pintura está ligada diretamente ao objeto representado e confundindo-se com o objeto, mas a representação é que passa a assumir a posição central. Um retrato de uma pessoa não precisa mais ser a imagem perfeita dessa pessoa, em todos os seus detalhes, cores, formas, etc. Quando olhamos um retrato de alguém não é esse alguém que estamos vendo, mas sim seu retrato, "...a operação de representação aplicada no renascimento, que era a da imitação do mundo real" (FLORES, 2004, p. 116), passa a ser substituída, segundo Foucault (1992)⁸, citado por Flores, "por uma forma de representação que é pura representação" (FLORES, 2004, p. 116).

Assim, como na matemática onde o símbolo se desprende de seu objeto, passando praticamente a ter uma vida própria, na pintura a representação de alguém, por exemplo, passa também a ter uma independência da pessoa da qual ela representa, podendo passar a ser o que a pessoa deseja ser, ou como ela deseja ser vista.

Vamos ver um exemplo que ilustra bem a relação entre o conhecimento matemático o momento cultural onde ele está inserido.

O exemplo em questão trata do aparecimento da segunda incógnita em álgebra nos trabalhos do matemático italiano Antonio de Mazzinghi, mas precisamente em seu *Trattato di Fioretti*, escrito em 1373. O exemplo é detalhadamente discutido por Radford (1997) em seu artigo intitulado *L'invention D'une Idée Mathématique: La Deuxième Inconnue en Alagèbre*.

O problema por ele proposto em sua obra é o seguinte:

"Encontre dois números que multiplicados entre si dêem 8 e [que a soma] de seus quadrados seja 27 "(ARRIGUI⁹ (Ed.); MAZZINGHI, 1967, p. 28 apud RADFORD, 1997, p. 85).

Como vemos, o problema é colocado de forma totalmente retórica, Mazzinghi pertence a um período onde a matemática ainda não dispunha de uma linguagem

⁸ FOUCAULT, M. As palavras e as coisas. Tradução de Salma Tannus Muchail. 6 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1992.

⁹ ARRIGUI, G (Ed.); MAZZINGHI, A. *Trattato di Fioretti*. Pisa: Domus Galileana, 1967.

simbólica desenvolvida que possibilitasse a enunciação de problemas numa forma simbólica, por esse motivo, todos os problemas, assim como suas resoluções, eram expressos de forma totalmente retórica, guardando inclusive, muitos elementos de oralidade, como se ele estivesse escrevendo em seu tratado da mesma forma com que ele falaria para uma outra pessoa a resolução do problema.

Vejamos a solução do problema.

“(…) que a primeira quantidade seja uma coisa menos a raiz de uma certa quantidade e a outra seja uma coisa mais a raiz de uma certa quantidade. Agora eu multiplico a primeira quantidade por ela mesma e a segunda quantidade por ela mesma e as somo e tenho 2 censos e uma quantidade não conhecida, aquela quantidade não conhecida é aquela que é 2 censos até 27, que é 27 menos 2 censos de onde a multiplicação desta quantidade é $13\frac{1}{2}$ menos 1 censo. Por isso, a menor parte é uma coisa menos a raiz de $13\frac{1}{2}$ menos 1 censo e a outra é uma coisa mais a raiz de $13\frac{1}{2}$ menos 1 censo. E eu disse que encontrei 2 quantidades das quais a soma dos quadrados fazem 27 e uma [quantidade] é uma coisa menos a raiz de $13\frac{1}{2}$ menos um censo, a outra quantidade é uma coisa mais a raiz de $13\frac{1}{2}$ menos um censo. Agora é preciso ver se multiplicando uma pela outra resulta em 8; então multiplico uma coisa menos a raiz de $13\frac{1}{2}$ menos 1 censo por uma coisa mais a raiz de $13\frac{1}{2}$ menos 1 censo. E quando multiplico, primeiramente uma coisa por uma coisa, tenho 1 censo, e depois multiplico uma coisa por mais raiz de $13\frac{1}{2}$ menos 1 censo, e uma coisa por menos raiz de $13\frac{1}{2}$ menos 1 censo, tenho zero; e depois multiplico menos raiz de $13\frac{1}{2}$ menos 1 censo por mais raiz de $13\frac{1}{2}$ menos 1 censo, tenho 1 censo menos $13\frac{1}{2}$. Junto este censo ao outro censo e tenho 2 censos menos $13\frac{1}{2}$. E isto é igual a 8, como as partes são iguais eu posso adicionar a cada parte $13\frac{1}{2}$ e temos que 2 censos são iguais a $21\frac{1}{2}$. Nos aproximamos de um censo e temos que 1 censo é igual a $10\frac{3}{4}$. Logo a coisa vale raiz de $10\frac{3}{4}$ e o CENSO vale seu quadrado, ou seja, $10\frac{3}{4}$; donde a primeira parte, que tínhamos encontrado que era raiz de $13\frac{1}{2}$ menos 1 censo*, tirei $10\frac{3}{4}$ de $13\frac{1}{2}$, resta $2\frac{3}{4}$. E digo que a primeira parte é a raiz de $10\frac{3}{4}$ mais a raiz de $2\frac{3}{4}$ e a outra, que era uma coisa menos a raiz de $13\frac{1}{2}$ menos 1 censo, tirei $10\frac{3}{4}$ de $13\frac{1}{2}$, resta $2\frac{3}{4}$ e digo que a outra parte é a raiz de $10\frac{3}{4}$ menos a raiz de $2\frac{3}{4}$ (…)”

* Note que Mazzinghi deveria ter subtraído e não adicionado a raiz de $13\frac{1}{2}$ menos 1 censo, porém, isto não modifica o resultado. (ARRIGUI¹⁰ (Ed.); MAZZINGHI, 1967, p. 28 apud RADFORD, 1997, p. 85).

Se traduzirmos o problema para a linguagem algébrica moderna ele pode ser escrito da seguinte forma:

Encontre a e b tais que:

¹⁰ ARRIGUI, G (Ed.); MAZZINGHI, A. Trattato di Fioretti. Pisa: Domus Galileana, 1967.

$$(1) a \times b = 8$$

$$(2) a^2 + b^2 = 27$$

Vamos então analisar a solução dada por Mazzinghi.

Ele define suas incógnitas uma como sendo “uma coisa menos a raiz de uma certa quantidade” e a outra como sendo “uma coisa mais a raiz de uma certa quantidade”, ou seja, o que ele faz é designar a e b da seguinte forma:

$$a = t - \sqrt{q}$$

$$b = t + \sqrt{q}$$

Utilizando em (2) essa nova designação para os números buscados ele chega que

$$(t - \sqrt{q}) \cdot (t - \sqrt{q}) + (t + \sqrt{q}) \cdot (t + \sqrt{q}) = 27$$

$$t^2 + 2q = 27$$

$$2q = 27 - t^2$$

$$q = 13\frac{1}{2} - t^2$$

Substituindo o valor de q encontrado aqui na condição (1)

$$\left(t - \sqrt{\left(13\frac{1}{2} - t^2 \right)} \right) \cdot \left(t + \sqrt{\left(13\frac{1}{2} - t^2 \right)} \right) = 8$$

$$t^2 - 13\frac{1}{2} + t^2 = 8$$

$$2t^2 = 8 + 13\frac{1}{2}$$

$$2t^2 = 21\frac{1}{2}$$

$$t^2 = 10\frac{3}{4}$$

$$t = \sqrt{10\frac{3}{4}}$$

Agora com o valor de t ele encontra o valor de q

$$q = 13\frac{1}{2} - t^2$$

$$q = 13\frac{1}{2} - \left(\sqrt{10\frac{3}{4}}\right)^2$$

$$q = 13\frac{1}{2} - 10\frac{3}{4}$$

$$q = 2\frac{3}{4}$$

Portanto ele chega a solução que

$$a = \sqrt{10\frac{3}{4}} - \sqrt{2\frac{3}{4}}$$

e

$$b = \sqrt{10\frac{3}{4}} + \sqrt{2\frac{3}{4}}$$

O que merece especial atenção nesse exemplo é analisar os motivos que levaram Mazzinghi a essa solução. Mazzinghi pertencia ao século XIV, e nessa época não existia ainda uma linguagem simbólica apropriada que permitisse a ele o uso intensivo de símbolos para a resolução. A ferramenta da qual ele podia se valer era apenas a retórica.

Porém, o que levou Mazzinghi a designar os números buscados por “uma coisa mais a raiz de uma certa quantidade” e “uma coisa menos a raiz de uma certa quantidade”? Ou seja, $t + \sqrt{q}$ e $t - \sqrt{q}$. Não seria mais fácil por exemplo que ele tivesse designado os números buscados simplesmente por $t + q$ e $t - q$? Segundo Radford (2004), em outros problemas do *Trattato di Fioretti*, ele utiliza essa designação para os números ao invés da escolhida nesse problema.

Em sua obra, antes de resolver esse problema de maneira algébrica, Mazzinghi utiliza um método geométrico inspirado nos *Elementos* de Euclides e da tradição Babilônica. Através desse método ele encontra que a solução do referido problema é $\sqrt{10\frac{3}{4}} - \sqrt{2\frac{3}{4}}$ e $\sqrt{10\frac{3}{4}} + \sqrt{2\frac{3}{4}}$ (RADFORD, 2004).

Mazzinghi pertencia a uma época onde a semelhança, como forma de saber, ainda desempenhava "um papel construtor no saber da cultura ocidental"(Foucault, p.23, 2002), onde signo e objeto ainda estavam ligados um ao outro, por isso nada mais natural que para guiar a sua solução ele tenha sido obrigado a se valer desta condição imposta pelo estilo de pensamento ditado por sua época e as possibilidades de ação que sua cultura lhe ofereciam.

Se o que regia sua época era a semelhança, como forma de saber, então nada mais natural que partindo da solução $\sqrt{10\frac{3}{4}} - \sqrt{2\frac{3}{4}}$ e $\sqrt{10\frac{3}{4}} + \sqrt{2\frac{3}{4}}$ encontrada anteriormente na resolução geométrica do problema, para definir suas incógnitas em sua solução algébrica ele tenha escolhido defini-las como $t - \sqrt{q}$ e $t + \sqrt{q}$. Teria sido mais fácil se ao invés disso ele tivesse escolhido defini-las apenas como $t - q$ e $t + q$, fugindo assim das possíveis complicações das raízes. Ou então o que nos parece mais natural ainda ele poderia tê-las definido simplesmente por a e b , o que para nós representaria uma maneira muito mais fácil de representar o problema. Porém, esta escolha não condiz com seu tempo, não existia ainda uma separação entre representação e objeto a tal ponto de permitir que ele representasse suas incógnitas simplesmente por a e b , ou seja, de forma totalmente abstrata. Era necessário ainda uma forte ligação entre o objeto e a representação a ser escolhida e esta ligação no caso seria a semelhança.

Portanto, partindo do objeto, no caso a resposta encontrada na resolução geométrica $\sqrt{10\frac{3}{4}} - \sqrt{2\frac{3}{4}}$ e $\sqrt{10\frac{3}{4}} + \sqrt{2\frac{3}{4}}$, podemos entender o porquê dele ter definido suas incógnitas como sendo "uma coisa menos a raiz de uma certa quantidade" e "uma coisa mais a raiz de uma certa quantidade", que nada mais é que uma ligação entre objeto e representação por meio da semelhança, ele se movimenta na esfera do semelhante para buscar a maneira mais apropriada de representar o seu problema.

Tudo nos leva a acreditar na especificidade do pensamento matemático na modernidade. Ora, criado no âmbito daquilo que veio a ser chamado como a época da representação, tendo como suporte uma estrutura simbólica apropriada, a

matemática ganhou força e se desenvolveu sob o foco de uma linguagem semiotizada.

Se isto se deu no espaço da epistemologia matemática, acreditamos que também se deve considerar este aspecto no âmbito da educação, analisando as conseqüências que esta perspectiva de análise tem no ensino e na aprendizagem de matemática.

A seguir, no terceiro capítulo, trataremos da importância que desempenha a representação semiótica na educação matemática.

Finalmente, a viagem conduz à cidade de Tamara. Penetra-se por ruas cheias de placas que pendem das paredes. Os olhos não vêem coisas mas figuras de coisas que significam outras coisas: o torquês indica a casa do tira-dentes; o jarro, a taberna; as alabardas, o corpo de guarda; a balança, a quitanda. Estátuas e escudos reproduzem imagens de leões delfins torres estrelas: símbolo de que alguma coisa – sabe-se lá o quê – tem como símbolo um leão ou delfim ou torre ou estrela.

(CALVINO, 2000, p. 17)

Capítulo 3 - Representação e Educação Matemática

Vimos até agora a importância que a representação tem na formação e no desenvolvimento do conhecimento matemático, chegando ao ponto mesmo de ser um dos principais fatores para que este se desenvolva. Em uma cultura cuja estrutura simbólica de representações do conhecimento não tenha atingido um nível necessário para que determinadas nuances do pensamento matemático aflorem, certamente não poderá abarcar estes conhecimentos enquanto não houver uma maneira apropriada para representá-los, não só em se tratando da matemática, mas em todos os componentes que formam sua cultura.

A partir desta importância que tem a representação na própria epistemologia matemática, acreditamos que com relação ao ensino e a aprendizagem da matemática não poderia ser diferente. O papel da linguagem semiotizada para o conhecimento matemático na escola também deve estar em destaque, sendo este um dos fatores que podem fazer a diferença no entendimento de muitos conteúdos matemáticos por partes dos alunos.

Defendemos e compartilhamos com Duval (2003b) a idéia de que a representação desempenha um papel fundamental no ensino de matemática. No entanto, e por isso mesmo, merece uma atenção especial não só nos aspectos referentes ao seu ensino e aprendizagem, mas sim, de uma forma muito mais ampla, como a que temos visto até agora. Somente com este olhar mais profundo para a epistemologia do conhecimento matemático teremos o subsídio necessário para uma discussão mais fecunda sobre o aprender e o ensinar em matemática.

3.1. A representação na matemática científica e na matemática escolar

A representação em matemática adquire diferentes níveis de importância se levarmos em conta a matemática no âmbito da ciência e a matemática no âmbito escolar, sem deixarmos de considerar, como temos visto, o seu papel no desenvolvimento da matemática como um todo.

No primeiro caso, a representação não tem uma importância real, não fazendo diferença se um objeto é representado de uma maneira ou de outra, o que é importante para o matemático é o objeto matemático com o qual ele está trabalhando. Se para atingir este objeto ele trabalha com uma representação A ou B isto é irrelevante, desde que a representação cumpra seu papel. “O mesmo objeto matemático (...) pode ser pelo menos três “coisas” completamente diferentes e não há problema algum.”(DAVID; MOREIRA, 2003, p. 65).

Já no contexto da educação matemática a coisa não se dá dessa forma. O aluno que, pela primeira vez, está tendo contato com determinada idéia matemática, a importância da representação para a compreensão desta idéia é tão mais importante que, muitas vezes, chega ao ponto da representação do objeto ser confundido com o próprio objeto pelo aluno. É com a representação do objeto que o aluno tem seu primeiro contato em matemática, e será através de representações semióticas que ele trilhará pelos caminhos de sua aprendizagem da matemática.

Vamos analisar este fato tomando como exemplo os números reais. Para o matemático os números reais são uma estrutura que obedecem determinadas propriedades, não importando se ao lidarem com eles mobilizem uma ou outra representação, todas significam a mesma coisa, todas elas remetem ao mesmo objeto e em si não tem nenhuma importância especial. (DAVID; MOREIRA, 2003).

Já para a educação matemática, a forma como representamos os números reais tem sim grande importância, já que é através da representação, e somente através dela, que o aluno terá acesso ao objeto número real. Isso significa que, para o aluno, é muito diferente se o número está representado na forma de fração ou na forma decimal, por exemplo.

Recentemente, a idéia de que as representações semióticas têm fundamental importância no ensino e na aprendizagem, mais particularmente no ensino e na aprendizagem da matemática, tem estado bastante em foco, principalmente depois dos trabalhos de Raymond Duval (1988a, 1988b, 1993, 1995, 1998a, 1998b, 2003a, 2003b) sobre registros de representação semiótica.

Em seus trabalhos, Duval tem dado destaque para a importância que as representações semióticas desempenham nos processos de ensino e aprendizagem

da matemática, sendo estas representações a maneira com a qual temos para nos referirmos aos objetos matemáticos. Desta forma, a seguir, estudares estes liames entre a educação e representação semiótica do conhecimento matemático.

3.2. Registros de representação semiótica e sua importância na educação

Segundo as noções concernentes aos registros de representações semióticas, tratadas por Duval, os registros de representação além de serem a única maneira de que dispomos para nos referirmos aos objetos matemáticos, são indispensáveis para as atividades cognitivas do pensamento, ou seja, “(...) sem as representações semióticas torna-se impossível a construção do conhecimento pelo sujeito que apreende” (Damm, 1999, p. 143).

Tínhamos visto até então a importância que a representação tem no desenvolvimento do conhecimento matemático enquanto conjunto de saberes inerentes a uma cultura. Com as idéias de Duval, acerca dos registros de representações semióticas, podemos perceber também a importância que a representação, enquanto representação semiótica, desempenha no próprio funcionamento do pensamento humano, influenciando assim de maneira decisiva, as formas com que a aprendizagem em matemática se realiza.

Somente através das representações de um determinado objeto matemático podemos nos referir a este objeto, representações estas que, por mais que tenham a mesma referência, não possuem sempre o mesmo significado. Segundo DUVAL (1988a):

(...) $\frac{4}{2}$, $(1+1)$, são formas escritas que designam um mesmo número, expressões que fazem referência a um mesmo objeto, e que não possuem a mesma significação uma vez que não são reveladoras do mesmo domínio de descrição ou do mesmo ponto de vista: a primeira exprime o número em função de propriedades de divisibilidade e razão, a segunda em função da recorrência à unidade.... Simples mudanças na escrita permitem exibir propriedades diferentes do mesmo objeto, mas mantendo a mesma referência (p.8).

Um aluno pode ter dificuldades em perceber que todas essas formas de representar o objeto matemático número 2 são equivalentes, mesmo sabendo trabalhar com todas essas representações. Porém, essa habilidade técnica de

simples manipulação das representações não garante a compreensão em matemática.

Segundo Duval (2003b) “(...) a compreensão em matemática supõe a coordenação de, ao menos, dois registros de representações semióticas” (p.11). Ou seja, para que haja uma compreensão do objeto matemático número 2, é necessário que o aluno seja capaz de perceber as relações existentes entre pelo menos dois registros de representação do objeto número 2, de forma que seja capaz de transitar entre esses registros sem perder de vista o objeto com o qual ele está trabalhando.

Para Damm (1999) “quanto maior for a mobilidade com registros de representação diferentes do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão deste objeto” (p.144). Isto mostra a importância que o trabalho com diferentes registros de representação semióticas de um mesmo objeto matemático tem para a aprendizagem de um aluno. Isso, obriga, de certa maneira, que os professores de matemática passem a dar maior atenção às formas de representação em matemática.

Duval (2003b), distingue dois tipos de transformações de representações semióticas, o *tratamento* e a *conversão*.

Para Duval (2003b), “os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro” (p.16). Um tratamento é uma transformação onde o objeto representado permanece no mesmo registro de representação, por exemplo, quando resolvemos a seguinte equação:

$$x + 2 = 4$$

$$x + 2 - 2 = 4 - 2$$

$$x = 2$$

As transformações realizadas são todas pertencentes a um mesmo registro de representação semiótica. Para que possamos resolver a equação, no exemplo acima, é necessário ter o domínio das regras de tratamento do registro em questão.

A capacidade de resolução que determinado aluno possa ter não garante que tenha havido compreensão por parte dele dos conceitos e conteúdos matemáticos relativos às equações, por exemplo. É possível que essa capacidade de resolução

repouse apenas no nível da manipulação algorítmica, ou seja, que ele tenha sido capaz de compreender as regras de tratamento dentro de um registro específico, no caso, as regras relativas às equações, sem que tenha compreendido o objeto matemático que está por trás desse mecanismo de resolução.

Como vimos, para que haja compreensão em matemática, é necessário que haja uma coordenação de ao menos dois registros de representação diferentes, e essa coordenação se dá através da *conversão* entre diferentes registros.

Segundo Duval (2003b) “as conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados” (p.16), isto equivale a dizer que, a conversão é uma transformação onde há troca de registro, porém “conservando a totalidade ou uma parte do objeto matemático em questão” (Damm, 1999, p.146).

De acordo com Duval (2003b), as conversões não são levadas muito em conta do ponto de vista matemático, já que estas

“(…) não tem um papel intrínseco nos processos matemáticos de justificação ou de prova, pois eles se fazem baseados num tratamento efetuado em um registro determinado, necessariamente discursivo.” (p.16)

Muitas vezes, por não ter um papel de destaque do ponto de vista matemático, sendo mesmo considerada como uma atividade secundária, “(…) prévia à “verdadeira” atividade matemática” (Duval, 2003b, p.16), não é dada a devida atenção à conversão sob o ponto de vista cognitivo. Essa maneira de encarar a conversão pode ser a responsável pelo descaso de muitos educadores por esta atividade, fazendo com que abram mão do uso de conversões nos processos de ensino de matemática, priorizando o trabalho com tratamentos dentro de um determinado registro.

A própria maneira como muitas vezes os conteúdos matemáticos são apresentados, dando a impressão de não haver muita ligação entre eles, contribui para a valorização dos tratamentos em detrimento das conversões. Com os conteúdos trabalhados de forma isolada, uns dos outros, o que se prioriza são os tratamentos dentro de cada conteúdo, já que com a conversão corre-se o risco de misturar assuntos quando o registro de chegada pertence a um conteúdo que só será trabalhado no futuro ou que já foi visto e, que por isso, não merece atenção.

Se para o matemático a conversão ocupa um lugar secundário, para o educador esta deve ser destacada. Segundo Duval (2003b) “(...) do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que, ao contrário, aparece como a atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão” (p.16).

É, portanto, a conversão que desempenha um papel de fundamental importância nos processos cognitivos. Somente através da coordenação entre diferentes registros de representação semiótica é que pode haver compreensão em matemática e, é por meio da atividade de conversão que esta coordenação entre diferentes registros pode ser feita. Converter significa transitar entre diferentes registros de um mesmo objeto matemático, possibilitando assim a apreensão do objeto matemático em questão.

Essa necessidade de mudança de registros para que haja compreensão em matemática está ligada ao fato de o acesso aos objetos matemáticos passarem necessariamente por representação semióticas (DUVAL, 2003b, p. 21). Somente através desse trânsito entre diferentes registros é que é possível evitar que se confunda um objeto matemático com sua representação.

Um estudante de matemática que disponha de apenas uma forma de representar determinado objeto certamente confundirá o conteúdo da representação com o conteúdo do objeto, ou seja, vai achar que o objeto está dado de todo em sua representação, que representação e objeto do conhecimento são a mesma coisa. Porém, isso não é verdade. Um objeto matemático não está por completo em uma de suas representações, mas no complemento entre umas e outras. Portanto, a mudança de registro serve também para “explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto” (DUVAL, 2003b, p. 22).

De acordo com Duval (2003b),

“Descartar a importância da pluralidade dos registros de representação leva a crer que todas as representações de um mesmo objeto matemático têm o mesmo conteúdo ou que seus conteúdos respectivos se deixam perceber uns nos outros como por transparência!” (p. 23).

Significa, então, que por ter cada representação um conteúdo, e que estes conteúdos não são, necessariamente, percebidos uns nos outros, que a mobilização

de diferentes registros tem também a função de se completar, de forma que juntos revelem mais do objeto em questão.

Se pegarmos como exemplo o objeto matemático função, cada um de seus registros deixa entrever um aspecto do objeto matemático, ora seu gráfico, ora sua forma simbólica, etc. Cada forma de representar o objeto função guarda em si uma especificidade do objeto.

Quanto mais registros de um mesmo objeto o aluno for capaz de mobilizar, mais facetas do objeto ele será capaz de perceber. Com isso, ele passa a ser capaz de evitar que se tome a representação como sendo o objeto, já que ele é capaz de perceber que o objeto em questão apresenta propriedades que não podem ser vistas numa determinada representação. É somente através do uso das diversas representações que se tem a sua disposição que é possível abarcar o objeto como um todo.

Esta possibilidade de trânsito entre diferentes registros de um mesmo objeto tem também uma outra função, a de possibilitar uma economia de tratamento. Segundo Duval (1993), a existência de muitos registros permite mudar de registro e, a mudança de registro tem por objetivo a realização de tratamentos de uma maneira mais econômica e mais eficaz.

Se um aluno de matemática tem a sua disposição diversos registros e é capaz de transitar com entre eles, isso se constitui numa poderosa ferramenta. Um determinado problema pode ser proposto dentro de um determinado registro, porém, através de tratamentos dentro desse registro o problema pode se configurar de difícil resolução. Sendo capaz de converter este registro para um em que mais facilmente possa chegar à solução, ele realiza uma conversão com o intuito de obter uma economia nos tratamentos necessários para chegar a resposta da questão.

Vejamos o seguinte exemplo discutido por Moretti (2002). Para encontrarmos o denominador em $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{50} + \frac{1}{?}$ seria muito mais fácil e com um custo cognitivo muito menor, se fizéssemos assim $0,5 = 0,250 + 0,125 + 0,100 + 0,02 + ?$.

Trata-se, portanto, de um exemplo que mostra como a conversão possibilita ao aluno a capacidade de transitar entre diferentes registros, escolhendo entre eles aquele em que é possível realizar tratamentos mais adequados para que se atinja a solução a partir de um custo cognitivo reduzido.

3.2.1. Registros de representação e suas aplicações na educação matemática

São inúmeras as possibilidades em que as noções concernentes aos registros de representação semióticos podem ser utilizados no ensino da matemática. Muito se vem discutindo e produzindo últimos anos sobre a utilização dos registros de representação em sala de aula.

Vamos ver um exemplo de utilização destes conhecimentos no ensino de matemática.

A seguinte atividade, presente em Catto¹¹ (2000), foi proposta por Colombo, Flores e Moretti (2005) a um grupo de alunos formandos em Licenciatura em Matemática do CEFET-PR/Unidade Sudoeste – Campus de Pato Branco.

$\frac{1}{8}$		<p>Pense um pouco e, observando a figura, calcule:</p> <p>a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$</p> <p>c) $\frac{1}{8} + \frac{2}{4}$ d) $\frac{2}{4} + \frac{4}{8}$</p>
	$\frac{1}{4}$	
$\frac{1}{8}$		

Pode-se perceber a relação existente entre dois registros na maneira com que o exercício é proposto. Existe uma relação entre a representação em forma de

¹¹ CATTO, G. **Registros de representação e o número racional**: uma abordagem em livros didáticos. São Paulo, 2000. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC-SP.

fração e a representação figural que representa a quantidade que a fração indica. Os retângulos onde temos $\frac{1}{8}$ representam justamente $\frac{1}{8}$ da figura em questão.

Analisando as respostas dos alunos, pode-se perceber a mobilização tanto de tratamentos como de conversões para a resolução da atividade.

Uma das alunas coloca que

observando a figura, nota-se que $\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$, (...) logo para calcular a letra

(a) substitui-se $\frac{1}{4}$ por $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$, pois ficará mais fácil para resolver (...) porque se terá:

$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ que serão $\frac{3}{8}$, ou seja, $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right) + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$. (...) A figura

possibilita a resolução pois através dela se percebe a resposta. (...) Quando se tem noção do que representa a fração em forma de figura fica mais fácil resolver na minha concepção (COLOMBO; FLORES; MORETTI, 2005, p. 4).

O procedimento usado pela aluna, para resolver o exercício, tem por base a utilização dos dois registros em questão, reconhecendo as semelhanças existentes entre eles, de maneira que o transito entre esses registros ocorra de forma natural e com o objetivo de efetuar os processos de resolução no registro onde o custo cognitivo seja menor, ou seja, mais simples.

Por ser capaz de perceber que os dois retângulos que representavam $\frac{1}{8}$ da figura, juntos valiam $\frac{1}{4}$, foi possível efetuar com mais naturalidade um tratamento nas frações, identificando que $\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ com o auxílio da representação figural.

Mais adiante, como uma proposta de ampliação da atividade de registros de representação com números racionais, um exercício semelhante foi trabalhado com os mesmos alunos.

$\frac{1}{8}$		Pense um pouco e, observando a figura, calcule:		
	0,25		$a) \frac{1}{4} + 0,25$	$b) \frac{1}{4} + 0,125$
$\frac{1}{8}$			$c) 0,125 + \frac{1}{8}$	$d) 0,25 + \frac{4}{8}$

Neste exercício mais uma forma de representar os números racionais é trabalhada, a representação decimal. Por já terem trabalhado com o outro exercício “(...) a maioria dos alunos converteu o registro decimal em registro fracionário para resolver essa atividade.” (COLOMBO; FLORES; MORETTI, 2005, p. 6).

Trabalhar com essas duas atividades pode ser de grande auxílio para que os alunos tenham uma compreensão mais profunda dos números racionais, pois como vimos, só há compreensão em matemática através da mobilização de vários registros de representação semiótica de um mesmo objeto.

Esta atividade possibilita com que o aluno perceba um mesmo objeto matemático em diferentes representações. Por exemplo, o objeto, 0,25 pode ser percebido tanto na representação figural, na representação em forma de fração e na representação decimal, possibilitando ainda, que facilmente se estabeleça relações entre essas três formas de representação, pela maneira com que o exercício é proposto, relações essas que são muito difíceis de construir e que são imprescindíveis para que se concretize a aprendizagem.

Existem inúmeros outros exemplos de aplicações das idéias sobre registros de representação no ensino e na aprendizagem da matemática, abrangendo todos os conteúdos matemáticos em todos os níveis de ensino. Se partirmos do pressuposto que os registros de representação semiótica fazem parte da própria estrutura cognitiva do pensamento, passa a ser clara a importância, e portanto, a quantidade sem fim de possíveis aplicações desta perspectiva de ensino

Considerações Finais

Como mencionamos anteriormente, este trabalho é o reflexo de minha incursão sobre a importância da representação semiótica nos diversos aspectos do pensamento matemático. Por isso, fui buscar na linguagem uma base para entender a matemática enquanto conjunto de signos pertencentes a uma cultura e as implicações dessa perspectiva de análise nas formas de pensar, fazer e ensinar matemática.

Analisando a importância das representações semióticas nos processos de produção do conhecimento matemático, sendo inclusive, o fator que ditará as regras e possibilidades dentro de uma cultura, percebemos que muito ainda pode ser discutido e trabalhado sob esta perspectiva.

Buscar entender como o pensamento matemático se constituiu historicamente, os fatores decisivos para que ele tenha atingido a sua forma atual, e as especificidades deste pensamento, não se configuram uma tarefa fácil. Porém, somente com este olhar mais profundo para o conhecimento matemático, será possível estruturar uma sólida base teórica para que se possa discutir matemática. Essa discussão pode contribuir tanto nos seus aspectos enquanto ciência, quanto nos de seu ensino, sendo de grande importância para a formação das relações de futuros professores que ensinam matemática com o conhecimento.

Em momento algum encarei este trabalho enquanto coisa pronta, fechada, ou com perspectivas de ser completado. A maneira como conduzi minhas pesquisas e minhas análises, tiveram por objetivo maior, o de solidificar bases, ou seja, o de buscar em diferentes campos do conhecimento a maturidade necessária para ser capaz de olhar a matemática de maneira mais profunda.

Somente com bases sólidas, acredito ser capaz de ampliar meu entendimento sobre o pensamento matemático e de contribuir de alguma forma para uma discussão mais fecunda no que diz respeito à educação matemática.

Encaro este trabalho como sendo apenas o início de minhas pesquisas, meus primeiros passos para tentar entender o conhecimento matemático e as implicações disto na educação matemática.

Todo aquele que trabalha com matemática, precisa estar ciente da especificidade do pensamento matemático, tendo a consciência de qual é a sua postura frente a esse conhecimento, pois a maneira com que concebemos a matemática determina nossas posturas enquanto matemáticos e educadores.

Olhar para a matemática como uma linguagem constituída por signos que nascem e se desenvolvem em uma cultura, nos possibilita perceber novas nuances do pensamento matemático. Esse olhar para a matemática através da semiótica é um campo de estudos ainda pouco explorado e que merece atenção, pois, pode ser de grande ajuda para uma compreensão mais profunda do pensamento matemático e, com isso, nos auxiliar na tarefa de educar em matemática.

Referências Bibliográficas

CALVINO, I. **As cidades invisíveis**. Tradução de Diogo Mainardi. São Paulo: Companhia das Letras, 2000.

COLOMBO, A. A. J.; FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. Representação do número racional na formação de professores que ensinam matemática. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 3, 2005, Canoas. **Anais do III Congresso Internacional de Ensino da Matemática**. Canoas: ULBRA, 2005. 1 CD-ROM.

DAMM, R. F. Registros de representação. In: MACHADO, S. D. (Org.). **Educação matemática: uma introdução**. São Paulo: EDUC, 1999. p. 135-153.

DAVID, M. M. M. S.; MOREIRA, P. C. Matemática escolar, matemática científica, saber docente e formação de professores. **ZETETIKÉ**, Campinas, v.11, n.19, jan./jun. 2003.

DUVAL, R. **Écarts sémantiques et cohérence mathématique**. In: Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, v.1, p.7-25. Irem de Strasbourg, 1988a.

_____. **Graphiques et équations: L'articulation de deux registres**. In: Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, v.1, p.235-253. Irem de Strasbourg, 1988b.

_____. **Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée**. In: Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, v. 5, p. 37-65. Irem de Strasbourg, 1993.

_____. **Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berna: Peter Lang, 1995.

_____. **Signe et object (I): Trois grandes étapes dans la problématique des rapports entre représentation et object**. In: Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, v. 6, p. 139-163. Irem de Strasbourg, 1998a.

_____. **Signe et object (II)**: Questions relatives à l'analyse de la connaissance. In: Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, v.6, p. 165-196. Irem de Strasbourg, 1998b.

_____. **Décrire, Visualiser ou Raisner**: Quel "apprentissage premiers" de l'activité mathématique? In: Annales Colloque de Didactique des Mathématiques – ARGENTORATUM, 2003a.

_____. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org). **Aprendizagem em matemática**: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Editora Papyrus, 2003b, p. 11-33.

EPSTEIN, I. **O signo**. São Paulo: Ática, 1986.

FLORES, C. R. **Olhar, Saber, Representar**: Ensaio sobre a representação em perspectiva. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2003. 188p.

_____. **Registros de representação semiótica em matemática**: história, epistemologia, aprendizagem. No prelo.

FOUCAULT, M. **As palavras e as coisas**. Tradução de Salma Tannus Muchail. 8. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2002.

LEON, E. E. S. de. **Análisis Comparativo de los Conceptos Matemáticos Maya y Kaxlan**. Tese de doutorado, Universidade de San Carlo de Guatemala, Nueva Guatemala de la Asunción, 2005. 102p.

MAKOSKY, J. M. N. **Ensaio para jogar com signos**: Uma proposta de pesquisa qualitativa para características de processos de pensamento. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2004. 126p.

MORETTI, M. T. O papel dos registros de representação na aprendizagem de matemática. **Contrapontos**, Itajaí, n. 6, p. 343-362, 2002.

NETTO, J. T. C. **Semiótica, Informação e Comunicação**. São Paulo: Editora Perspectiva, 1980.

NIETZSCHE, F. W. **Humano, demasiado humano**. Tradução de Paulo César de Souza. São Paulo: Companhia das Letras, 2005.

_____. **O livro do filósofo**. Tradução de Rubens Eduardo Ferreira Frias. São Paulo: Centauro, 2001.

OTTE, M. Epistemologia matemática de um ponto de vista semiótico. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 3, n. 2, p. 11-58, 2001.

PESSOA, F. Poemas Escolhidos. In: FREDERICO BARBOSA (Org.). **Poemas Escolhidos**. São Paulo: Klick editora, 1997.

RADFORD, L. On Culture and Mind. A post-Vygotskian Semiotic Perspective, with an Example from Greek Mathematical Thought. **Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: From Thinking to interpreting to Knowing**, Ottawa, p. 49-79, 2003a. Disponível em <http://laurentian.ca/educ/lradford/On%20culture,%20mind2.pdf> Acesso em 22 mar. 2006.

_____. On the epistemological limits of language. Mathematical knowledge and social practice during the Renaissance. **Educational Studies in Mathematics**. v. 52, n. 2, p. 123-150, 2003b. Disponível em <http://laurentian.ca/educ/lradford/limitslg.pdf> Acesso em: 22 mar. 2006.

_____. Semiótica Cultural Y Cognición. In: DECIMOCTAVA REUNIÓN LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA, 2004, Tuxtla Gutiérrez. Luis Radford's Web Page. Disponível em: <http://laurentian.ca/educ/lradford/Tuxtla3.pdf> Acesso em: 22 mar. 2006.

_____. L'invention d'une idée mathématique: la deuxième inconnue en algèbre, **Repères: Revue des institutes de Recherche sur l'enseignement des Mathématiques de France**, Strasbourg, n. 28, p. 81-96, 1997. Disponível em <http://laurentian.ca/educ/lradford/reperes.pdf> Acesso em 22 mar. 2006.

SANTAELLA, L. **A teoria geral dos signos**: como as linguagens significam as coisas. São Paulo: Editora Pioneira, 2000.

_____. **O que é semiótica.** São Paulo: Editora Brasiliense, 2004.