

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS

**MATEMÁTICA MODERNA:  
UMA ANÁLISE COMPARATIVA EM  
LIVROS DIDÁTICOS**

Trabalho de Conclusão de curso

**SABRINA LEAL**

Florianópolis-SC

Julho-2008

**SABRINA LEAL**

**MATEMÁTICA MODERNA:  
UMA ANÁLISE COMPARATIVA EM  
LIVROS DIDÁTICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Curso de Matemática – Habilitação Licenciatura  
Departamento de Matemática  
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas  
Universidade Federal de Santa Catarina

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Cláudia Regina Flores, Dr<sup>a</sup>.

Florianópolis-SC

Julho- 2008

# MATEMÁTICA MODERNA: UMA ANÁLISE COMPARATIVA EM LIVROS DIDÁTICOS

Esta monografia foi julgada adequada como TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO no Curso de Matemática – Habilitação Licenciatura e aprovada em sua forma final pela banca Examinadora designada pela Portaria nº11/CCM/08.

  
Prof<sup>a</sup>. Carmem Suzane Comitre Gimenez  
Professora responsável pela disciplina

Banca Examinadora:

  
Prof<sup>a</sup>. Cláudia Regina Flores  
Orientadora

  
Prof<sup>a</sup>. Carmem Suzane Comitre Gimenez

  
Prof<sup>a</sup>. Meri Terezinha Both Carvalho

Florianópolis, 04 de julho de 2008.

Dedico este trabalho a minha família, em especial a minha filha Maria Eduarda de Carvalho e ao meu esposo Rodrigo de Carvalho.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus que me deu saúde e sabedoria.

Aos meus pais João Carlos Leal e Lucinéia Rosa Leal por terem me oferecido, a oportunidade de estudar e por serem meu alicerce.

Ao meu esposo Rodrigo de Carvalho e minha filha Maria Eduarda de Carvalho, pelo apoio, incentivo e pela compreensão.

A minha irmã Ana Cristina Leal que foi meu exemplo de formação intelectual.

A Universidade Federal de Santa Catarina, por me proporcionar a oportunidade de me formar em uma das melhores graduações de matemática licenciatura do país.

A Professora Cláudia Regina Flores, por ter aceitado ser minha orientadora no desenvolvimento deste trabalho, fornecendo subsídios para a elaboração do mesmo, e principalmente pela dedicação e compreensão.

A todo corpo docente que se fez presente na minha história acadêmica, em especial aos professores: Carmem Suzane Comitre Gimenez, Neri Terezinha Both Carvalho, Félix Pedro Quispe Gómez, Gustavo A. Torres Fernandes da Costa, que foram essenciais na minha formação.

As servidoras técnico-administrativas: Iara D'Avila e Silvia D'Avila Fernandez, por estarem sempre dispostas para sanar nossas dúvidas e problemas.

E aos colegas que participaram da minha vida acadêmica principalmente as amigas Nádia Silveira, Talita Bastos, Catiane Felisberto e Jiane de Mattia Besen.

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.” (FREIRE, 1996, p.21).

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Conteúdo do livro de Quintella.....	43
Figura 2 - Conteúdo do livro de Quintella.....	44
Figura 3 - Conteúdo do livro de Sangiorgi.....	45
Figura 4 - Conteúdo do livro de Sangiorgi.....	46
Figura 5 - Sumário do livro de Quintella.....	49
Figura 6 - Sumário do livro de Sangiorgi.....	50
Figura 7 - Capa do livro de Quintella.....	51
Figura 8 - Capa do livro de Sangiorgi.....	52
Figura 9 - Conteúdo do livro de Sangiorgi.....	55
Figura 10 - Conteúdo do livro de Sangiorgi.....	56
Figura 11 - Conteúdo do livro de Giovanni, et al.....	57
Figura 12 - Conteúdo do livro de Giovanni, et al.....	58
Figura 13 - Abertura do conteúdo do livro de Giovanni, et al.....	59
Figura 14 - Sumário do livro de Sangiorgi.....	62
Figura 15 - Sumário do livro de Giovanni, et al.....	63

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	9
<b>CAPÍTULO 1</b> .....	11
<b>SOBRE O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA</b> .....	11
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	16
<b>ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO</b> .....	16
2.1 QUINTELLA, ARY: MATEMÁTICA PARA A QUARTA SÉRIE GINASIAL, 19 <sup>a</sup> EDIÇÃO. COMPANHIA EDITORIAL NACIONAL: SÃO PAULO, 1955.....	18
<b>2.1.1 Análise do Livro</b> .....	18
<b>2.1.2 Análise didática</b> .....	22
2.2 SANGIORGI, OSVALDO: MATEMÁTICA-8 PARA CURSOS DE PRIMEIRO GRAU. COMPANHIA EDITORA NACIONAL: SÃO PAULO, 1974.....	25
(livro referente ao período do Movimento da Matemática Moderna) .....	25
<b>2.2.1 Análise do livro</b> .....	25
<b>2.2.2 Análise didática</b> .....	29
2.3 GIOVANNI, JOSÉ RUY; CASTRUCCI, BENEDITO; JR GIOVANNI, JOSÉ RUY: A CONQUISTA DA MATEMÁTICA – NOVA - SÃO PAULO: FTD, 1998. - (Coleção a conquista da matemática). .....	33
<b>2.3.1 Análise do livro</b> .....	33
<b>2.3.2 Análise didática</b> .....	37
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	41
<b>ANÁLISES COMPARATIVAS</b> .....	41
3.1 ANÁLISE COMPARATIVA DOS LIVROS DE QUINTELLA - 1955 E DE SANGIORGI (MMM) – 1974. ....	42
<b>3.1.1 Quanto ao conteúdo:</b> .....	42
<b>3.1.2 Quanto à linguagem:</b> .....	47
<b>3.1.3 Quanto à metodologia:</b> .....	47
<b>3.1.4 Quanto à estrutura editorial:</b> .....	48
<b>3.1.5 Quanto à análise didática das questões resolvidas no segundo         capítulo:</b> .....	53
3.2 ANÁLISE COMPARATIVA DOS LIVROS DE SANGIORGI - 1974 (MMM) E DE GIOVANNI; CASTRUCCI; JR GIOVANNI – 1998.....	54
<b>3.2.1 Quanto ao conteúdo:</b> .....	54
<b>3.2.2 Quanto à linguagem:</b> .....	60
<b>3.2.3 Quanto à metodologia:</b> .....	60
<b>3.2.4 Quanto à estrutura editorial:</b> .....	61
<b>3.2.5 Quanto à análise didática das questões resolvidas no segundo         capítulo:</b> .....	64
<b>CONCLUSÃO</b> .....	65
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	67



## INTRODUÇÃO

Em maio de 2001 ao ingressar em Matemática Licenciatura pela Universidade Federal de Santa Catarina, fiquei decepcionada com o currículo do curso, pois o mesmo abordava os conteúdos matemáticos, separadamente dos conteúdos didáticos, a não ser pelas disciplinas de Prática de Ensino de matemática de 1º e 2º grau as quais podemos pôr em prática os conteúdos aprendidos separadamente.

Durante o desenrolar do curso tive a certeza de que para ser uma excelente profissional precisava me dedicar às matérias relacionadas à didática, tão quanto, às relacionadas à pura matemática. Então, quando cursei as disciplinas de Prática de Ensino de Matemática de 1º e 2º grau, tomei a decisão de que meu Trabalho de Conclusão de Curso iria tratar de educação matemática. Assim sendo, procurei a Professora Doutora Cláudia Regina Flores, para que me orientasse, foi então ao expor para ela o que ponderava, concluímos que meu trabalho trataria da análise de um livro referente ao Movimento da Matemática Moderna (MMM). Inclusive o assunto Movimento da Matemática Moderna era por mim inteiramente ignorado, o que me motivou ainda mais a pesquisá-lo.

Iniciei as pesquisas na busca das respostas para as seguintes questões: como, onde e porque originou o Movimento da Matemática Moderna; quem foram seus fundadores; seus objetivos e suas características. Além disso, como o Movimento da Matemática Moderna foi inserido no Brasil, quem foram seus precursores, como foi estabelecido, o que mudou, e se deu certo.

Durante a pesquisa histórica sobre o Movimento da Matemática Moderna tive a idéia de fazer uma análise comparativa entre três livros os quais, um do período anterior ao Movimento da Matemática Moderna, um do período do movimento e um livro da atualidade. Coloquei a idéia para a Professora Cláudia que me incentivou a desenvolver o trabalho. Os referentes livros são respectivamente: QUINTELLA, Ary: Matemática para a quarta série ginásial, 19ª edição. Companhia Editora Nacional: São Paulo, 1955. - SANGIORGI, Osvaldo: Matemática-8 Para Cursos de Primeiro Grau. Companhia Editora Nacional: São Paulo, 1974. - GIOVANNI, José Ruy, CASTRUCCI, Benedito, JR GIOVANNI, José Ruy: A Conquista da Matemática – Nova - São Paulo: FTD, 1998. -(Coleção a conquista da matemática).

Assim sendo, no segundo capítulo farei uma análise individual dos respectivos livros didáticos.

No terceiro capítulo farei a comparação dos livros didáticos, dois a dois, tomando como referência o livro do período do Movimento da Matemática Moderna. Esta comparação será fundamentada no contexto histórico abordado no primeiro capítulo e nas análises dos referentes livros expostas no segundo capítulo.

## CAPÍTULO 1

### **SOBRE O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA**

Um grupo de matemáticos, quase todos franceses, que utilizavam o pseudônimo de Nicolas Bourbaki, mudou a face da matemática entre as décadas de 1950 e 1979. Este grupo elaborou um imponente tratado chamado Elementos de matemática, que pretendia integrar de modo coerente e impecavelmente rigoroso os principais desenvolvimentos da Matemática: as "Estruturas Fundamentais da Análise", com os subtítulos: Teoria dos Conjuntos, Álgebra, Topologia Geral, Funções de Variável Real, Espaços Vetoriais, Topologia e Integração.

O tratado apresentou uma visão renovada da matemática, uma profunda reorganização e clarificação de seu conteúdo, uma linguagem rigorosa e ao mesmo tempo tão simples quanto possível. Os Bourbakis foram levados a criar numerosos termos (por exemplo, o termo "bijeção", o qual designa uma correspondência entre dois conjuntos que associa, a todo elemento do primeiro conjunto, um único elemento do segundo conjunto, e vice-versa). Os trabalhos de Bourbaki caracterizavam-se por uma adesão completa ao tratamento axiomático, a uma forma abstrata e geral, retratando uma estrutura lógica. Os principais líderes e fundadores do movimento bourbakista foram: Jean Dieudonné, André Weil, Henri Cartan, Claude Chevalley e Jean Delsarte.

O lema do movimento era "um objeto matemático é a sua definição". Como consequência dessas idéias, surgiu um movimento conhecido como "Matemática Moderna", que tentava adaptar a formalização do movimento bourbakista para o ensino. Este movimento foi responsável pelas mudanças no ensino de matemática em nível elementar e secundário em décadas posteriores e focava a abordagem dos conceitos somente através da definição manifestar matemática formal.

O movimento da Nova Matemática ou Matemática Moderna obteve grande expansão com os Estados Unidos da América quando, após a 2ª Guerra Mundial, o governo percebeu o seu déficit em matemática e física perante a tecnologia de seus

opponentes. O que se pretendia era uma nova abordagem da Matemática escolar que apresentasse esta disciplina de modo unificado, recorrendo à linguagem dos conjuntos e privilegiando o papel das estruturas, em especial das estruturas da álgebra abstrata. Isso se traduziu numa visão formalista da Matemática, linguagem simbólica das estruturas algébricas, rigor e ainda na formalização precoce dos conceitos. A partir de uma atitude governamental, a reformulação do ensino se concentrou no currículo. O governo norte-americano entendia que o melhoramento do currículo iria coroar de êxito toda aquela questão da corrida técnico-científica, produzindo uma nova geração de cientistas. Este fenômeno de mudança curricular ocorreu na mesma época em países europeus e logo depois no Brasil.

Ainda segundo KLINE (1976, p.69-77.), o Movimento da Matemática Moderna buscou empregar conceitos e metodologias unificadoras para restaurar os diferentes conteúdos escolares de maneira mais coerente nas novas aplicações desta linguagem, e extinguir determinadas matérias tradicionais avaliadas arcaicas. Almejava-se ainda apresentar aos alunos uma melhor concepção dos conceitos matemáticos e, paralelamente, aprimorar suas aptidões de cálculo. O estudo das estruturas unificadoras e o uso de uma linguagem comum poderiam incluir, nesta perspectiva, uma influência favorável no oportuno domínio do cálculo.

A nova abordagem da Matemática se proporcionava a oferecer esta disciplina de um modo unificado, recorrendo à linguagem da Teoria dos Conjuntos, Estruturas Algébricas, muito em especial das Estruturas da Álgebra Abstrata (grupo, anel, corpo, etc.), Geometria Informal, Probabilidades, Topologia Geral, Funções de Variável Real, Espaços Vetoriais, Integração. Argumentava-se que isso correspondia, por um lado, à própria essência da Matemática (na abordagem bourbakista) e que, por outro lado, encontrava apoio em sensatas investigações psicológicas sobre o raciocínio do aluno. Conteúdos como: Conjuntos, Relações Binárias, Lógica e Estruturas Matemáticas, passaram a desempenhar um intenso papel nos currículos de matemática. Os conceitos de Função Numérica, bem como árduo e abstrato estudo dos Determinantes foram secundarizado. A Trigonometria deixou de ser um assunto à parte, passando a estar integrada na iniciação à Análise Infinitesimal e a sua abordagem deixou de ser geométrica para passar a ser algébrica. A Geometria Analítica praticamente desapareceu, sendo substituída pela iniciação à Álgebra Linear (estudo da “estrutura” de espaço vectorial).

Além disso, o Movimento da Matemática Moderna procurou inovar a prática pedagógica com relação aos métodos de ensino, propondo um desempenho ativo do aluno através: do Método da Descoberta; ministrando informação sobre a história da matemática; introduzindo uma linguagem precisa, induzindo uma nova terminologia e simbologia e fazendo relação do conteúdo ministrado com o cotidiano do aluno.

Conseqüentemente os livros didáticos incorporaram as características da matemática moderna. Estas mudanças levaram em consideração as dimensões dos livros, as características de sua encadernação, à qualidade de impressão, a incorporação gradativa do uso de cores, ao uso de recursos visuais e a uma melhor distribuição do espaço. A utilização de cores e outros recursos para destacar o início dos capítulos, as curiosidades, as notas, os lembretes amigos, os resultados importantes, inclui figuras em espaços que não apresentam textos, etc. Esses novos recursos editoriais forneceriam subsídios reforçadores para a introdução dos conteúdos modernos e de novas abordagens.

Em 1955, no Brasil, acontece o Iº Congresso Nacional de Ensino de Matemática no Curso Secundário, na cidade de Salvador, na Bahia. Representaria uma primeira tentativa de ampliação das discussões acerca do ensino brasileiro de matemática, contando com a participação do professor Oswaldo Sangiorgi<sup>1</sup>. O congresso propunha que o ensino da matemática deveria se preocupar mais com aplicações, e com as conexões da “Matemática com outras Ciências”. Discutia-se também a necessidade de uma maior carga horária semanal para o ginásio e o secundário. No entanto, nesse momento não se apresentou nada sobre o Movimento da Matemática Moderna.

Nos II e III Congresso Nacional de Ensino de Matemática no Curso Secundário, realizados em 1957 e 1959, respectivamente nas cidades de Porto Alegre e Rio de Janeiro, contavam com a presença de Oswaldo Sangiorgi e Ubiratan D’Ambrósio que, mesmo discretamente, começam a falar sobre Matemática Moderna. E assim foram acontecendo encontros nacionais e mundiais cada vez mais preocupados com a reforma do ensino da matemática.

Em 1961, Oswaldo Sangiorgi cria o GEEM, ( Grupo de Estudos do ensino da

---

<sup>1</sup>SANGIORGI, Oswaldo presidente do GEEM e licenciado em Matemática pela FFCL da Universidade de São Paulo.

Matemática ) em São Paulo capital, onde então concretiza a divulgação do Movimento da Matemática Moderna no Brasil. Contudo somente em 1964, iniciam-se discussões e trabalhos de Matemática Moderna no Ensino Primário.

Em 1966, foi realizado na cidade de São José dos Campos em São Paulo o V Congresso Nacional de Ensino de Matemática no Curso Secundário, no qual as idéias do Movimento da Matemática Moderna estavam no centro das discussões. Neste mesmo ano a difusão das idéias modernizadoras aconteceria, especialmente, por meio dos cursos organizados pelo GEEM, com o apoio do MEC e da Secretaria de Estado, e por meio da publicação dos primeiros livros didáticos que adotavam as novas idéias, a partir da primeira metade da década de 60. Esse foi um momento marcante para o Grupo, pois se tornam líderes do MMM( Movimento da Matemática moderna) no Brasil, com participações efetivas em encontros nacionais e internacionais. Os primeiros livros didáticos de matemática, considerando aspectos da Matemática Moderna começaram a surgir no Brasil a partir de meados da década de 1960.

O primeiro livro publicado para o ensino ginasial, tendo em seu título a denominação “moderna” foi o volume 1 da coleção Matemática – Curso Moderno do professor Osvaldo Sangiorgi, seria lançado em 1967. Para cada volume foi publicado um guia para uso dos professores. Nessa coleção podemos encontrar algumas mudanças de caráter editorial, e será a primeira a empregar o adjetivo “moderno”, para indicar a opção por uma abordagem mais atualizada da matemática, prática essa que será adotada por muitas obras desse período.

Nesse período, a maioria dos livros didáticos oferecia informações exclusivas aos professores, como podemos observar na subseqüente análise descrita por Batista (1999 apud MIORIM, 2005, p.10):

O livro do professor torna-se uma reprodução do livro do aluno, acrescido de uma apresentação, em geral sucinta, de seus fundamentos teórico-metodológicos e das respostas aos exercícios e atividades do livro do aluno. (...) os manuais tendem a se organizar como estudos dirigidos, propondo não apenas uma seleção do conteúdo a ser ensinado, mas também um modo de distribuí-lo no tempo escolar (...) terminam, por isso, a se dirigir diretamente ao aluno em enunciados e textos (Faça agora o exercício, Pergunte a seu professor, Leia o texto...), a assumir, sob um ponto de vista discursivo, a voz do professor(...).

Essa maneira de acercar-se da matemática estava inteiramente relacionada às atuais características de produzi-la, ou seja, a "matemática moderna" pode distinguir-se como a matemática que apresenta: alto nível de generalidade; elevado grau de abstração; rigidez lógica e, prioritariamente, se preocupa com a morfologia e

a anatomia comparada da estrutura das matemáticas. Estas idéias culminariam com os trabalhos de Nicolas Bourbaki.

Contudo, a partir de 1970 chegaram ao Brasil outras tendências da Matemática Moderna, pelos trabalhos de Papy e especialmente de Dienes (no GEEM), que provocaram mudanças de evidência: do conteúdo para a metodologia. Começa assim, uma divisão no grupo que culmina no encerramento de suas atividades em 1976 e na extinção em 1978 (BÜRIGO, 1989 apud SILVA, 2006, p.58).

No Brasil, bem como em diversos países, a implantação da Matemática Moderna nas escolas gerou intensa polêmica e o declínio do movimento veio acompanhado de uma obra que proclamava o Fracasso da Matemática Moderna de Morris Kline em 1976.

Por conseguinte, de acordo com KLINE (1976, cap91-97), o carregado simbolismo e a ênfase em estruturas abstratas expressam-se complexos para a concepção dos alunos. A preocupação com o rigor da linguagem causava a concepção de novos padrões de exercícios, dos quais muitos eram improdutivos e irrelevantes. Igualmente, as habilidades de raciocínio dos alunos, na resolução de problemas e propriedade do cálculo não apontavam os desejados progressos.

No entanto, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática de 1998 afirmam que muitas das idéias defendidas pelo Movimento da Matemática Moderna ainda conservam-se presentes no ensino brasileiro de Matemática:

(...), por exemplo, a insistência no trabalho com a linguagem da teoria dos conjuntos nas séries iniciais, a formalização precoce de conceitos, o predomínio absoluto da álgebra nas séries finais e as poucas aplicações práticas da Matemática no ensino fundamental (PCN, 1998, p.21).

Podemos afirmar que o Movimento da Matemática Moderna foi um movimento de grande abrangência, tanto que o Brasil foi um dos países que resistiram a sua decadência. O que nos sugere uma pesquisa e reflexão sobre como as idéias do Movimento da Matemática Moderna, foram interpretadas e incorporadas ao ensino de Matemática no Brasil.

## CAPÍTULO 2

### ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO

O livro didático é um dos mais importantes materiais utilizados pelo professor para preparar e ministrar suas aulas, pois ele complementa seus conhecimentos, expande sua cultura e funciona como instrumento de atualização. Além de transferir os conhecimentos verbais à linguagem escrita, tornou-se um instrumento pedagógico que possibilita o processo de intelectualização e contribui para a formação social e política do indivíduo. A cada ano, são introduzidos novos conceitos e idéias ao conteúdo das obras, o que possibilita acompanhar a evolução do mundo moderno e da educação matemática.

Nas análises que observaremos a seguir, poderemos verificar as mudanças evolutivas em três livros didáticos, os quais:

1º QUINTELLA, Ary: Matemática para a quarta série ginásial, 19ª edição. Companhia Editora Nacional: São Paulo, 1955.

2º SANGIORGI, Osvaldo: Matemática-8 Para Cursos de Primeiro Grau. Companhia Editora Nacional: São Paulo, 1974.

3º GIOVANNI, José Ruy, CASTRUCCI, Benedito, JR GIOVANNI, José Ruy: A Conquista da Matemática – Nova - São Paulo: FTD, 1998. -(Coleção a conquista da matemática).

A análise dar-se-à com os seguintes critérios:

- 1º. Quanto ao conteúdo;
- 2º. Quanto à linguagem;
- 3º. Quanto à metodologia;
- 4º. Quanto à estrutura editorial.

Além disso, será desenvolvida uma Análise Didática que dar-se-à, em duas etapas.

Na primeira etapa ocorrerá a resolução de duas questões sobre o conteúdo Equações do Segundo Grau, o qual foi escolhido por ser um assunto compreendido concomitantemente nos três livros. Uma questão será sobre resolução de equações do segundo grau e outra sobre problemas envolvendo equações do segundo grau,



as quais serão resolvidas conforme a modo de resolução dos respectivos autores.

A segunda etapa se desenvolverá a análise das respectivas Questões baseada na Teoria Antropológica da Didática de Yves Chevallard.

A Teoria Antropológica da Didática passou a existir no campo da matemática, a partir dos trabalhos do francês Yves Chevallard, que buscava elaborar um dispositivo capaz de analisar com profundidade os materiais didáticos. A designação, “antropológica” dada a esta teoria, Chevallard quis enfatizar que um saber é sempre relativo a uma determinada instituição, a qual existe com características específicas. O autor caracteriza basicamente três elementos: O Sistema Didático, como marco sistêmico de referência; a noção de Praxeologia, como marco conceitual que estrutura a noção do saber e a Transposição Didática, como a teoria que envolve os fenômenos de trânsito do saber entre instituições. A Transposição Didática estuda as transformações que convertem o saber original em saber objeto de ensino (conteúdo). Entende-se, no âmbito desta teoria, que o saber está estruturado por quatro elementos principais que se relacionam de forma dinâmica e dialética:  **tarefa** é a ação, a pergunta que o enunciado faz (determine, calcule, mostre, encontre, etc.),  **técnica** é a forma utilizada para desenvolver a resolução das tarefas,  **tecnologia** é um discurso racional sobre as técnicas (definições, teoremas, corolários, proposições, propriedades, etc.) e a  **teoria** sustenta a tecnologia (justificativa, explicação e produção de técnicas). Assim sendo, a Análise Didática a ser desenvolvida neste capítulo tomará como base a Teoria da Transposição Didática.

Essa Análise do Livro Didático nos fornecerá subsídios concretos, para a Análise Comparativa entre os respectivos livros, que se desenvolverá no terceiro capítulo.

2.1 QUINTELLA, ARY: MATEMÁTICA PARA A QUARTA SÉRIE GINASIAL, 19ª EDIÇÃO. COMPANHIA EDITORIAL NACIONAL: SÃO PAULO, 1955.

### **2.1.1 Análise do Livro**

2.1.1.1 Quanto ao conteúdo:

2.1.1.1.1 *Seleção e distribuição do conteúdo ao longo do livro didático:*

É dividido por assuntos, e cada assunto dividido em unidades e subunidades, indica a área da matemática em que o assunto está incluído.

2.1.1.1.2 *Diversidade e articulação de representações matemáticas:*

O autor utiliza linguagem e simbologia matemática, e em geometria ilustra as figuras planas.

2.1.1.1.3 *Articulações dos conhecimentos matemáticos com os de outras áreas do saber:*

O autor não faz articulações com outras áreas do saber.

2.1.1.1.4 *Valoriza o papel do aluno na construção do conhecimento matemático:*

O autor trabalha com raciocínio lógico do aluno em alguns exercícios. Mas a maior parte dos exercícios é de reprodução.

2.1.1.1.5 *Estimula a utilização de outros recursos didáticos (recursos tecnológicos ou materiais concretos):*

Em nenhum momento o autor utiliza qualquer tipo de recurso didático.

### 2.1.1.2 Quanto à linguagem:

#### 2.1.1.2.1 *Clareza da apresentação dos conteúdos e também na formação das instruções:*

O autor inicia a abordagem do conteúdo com definições e conceito, exemplifica e inicia outros tópicos. Utiliza linguagem matemática e suas simbologias,

#### 2.1.1.2.2 *Emprego de generalização abusivo:*

O autor trabalha com as definições e conceito, em seguida faz aplicações de exemplos. A generalização não é abusiva

#### 2.1.1.2.3 *Emprego de vários tipos de texto:*

O autor utiliza apenas um texto conceitual, o exemplo e exercícios.

### 2.1.1.3 Quanto à metodologia:

#### 2.1.1.3.1 *Contextualiza o conhecimento matemático:*

O autor não insere contextos, é metódico: definição, exemplos e exercícios.

#### 2.1.1.3.2 *Emprega a resolução de problemas:*

O autor trabalha apenas problemas matemáticos objetivos, nada relacionados à interdisciplinaridade nem ao menos relacionados ao cotidiano do aluno.

#### 2.1.1.3.3 *Emprega os processos históricos de reprodução do conhecimento matemático (como ilustração inserida no contexto):*

O autor não trabalha com a história da matemática e nem com ilustrações.

#### 2.1.1.3.4 *Utiliza as novas tecnologias ( calculadoras, gráficos e tabelas, etc.):*

O autor trabalha apenas com figuras planas em geometria.

#### 2.1.1.4 Quanto à Estrutura editorial:

2.1.1.4.1 *Hierarquizada (títulos, subtítulos, etc.) sendo evidente por meio de recursos gráficos:*

O autor trabalha a hierarquização nos capítulos, com recursos que possuía na época.

2.1.1.4.2 *Textos e ilustrações no livro didático são atribuídos nas páginas, de forma adequada e equilibrada:*

O autor não utiliza qualquer configuração de textos a não ser as definições e conceitos matemáticos. O livro é completamente desenvolvido nas cores preto e branco não possui quaisquer formas ilustrativas.

2.1.1.4.3 *Estrutura física do livro:*

O livro tem 19.5cm de comprimento e 13.5cm de largura, possui capa dura e é todo escrito em preto e branco.

## 2.1.2 Análise didática

### 2.1.2.1 Resolução das questões:

1º) Resolva a equação de segundo grau:  $3x^2 - 5x + 2 = 0$ .

Resolução:

Temos:  $a=3$ ,  $b=-5$ ,  $c=2$ . Substituindo estes valores na fórmula:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{6}$$

Considerando cada um dos sinais separadamente, obtemos as raízes:

$$x_1 = \frac{5+1}{6} = 1$$

$$x_2 = \frac{5-1}{6} = \frac{2}{3}$$

Resposta: As raízes da equação são:  $x_1 = 1$  e  $x_2 = \frac{2}{3}$ .

2º) Qual o número que se deve adicionar a cada fator do produto  $5 \times 13$ , para que esse produto, aumente de 175 unidades?

Resolução:

Seja  $x$  o número procurado.

O produto dos números dados é  $5 \times 13$  ou 65; o dos números procurados de  $x$  será:

$$(5 + x)(13 + x)$$

Como a diferença entre os produtos é 175, devemos ter:

$$(5 + x)(13 + x) - 65 = 175$$

$$x^2 + 18x - 175 = 0$$

$$a = 1, b = 18 \text{ e } c = -175$$

$$x = \frac{-18 \pm \sqrt{18^2 - 4 \times 1 \times (-175)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{-18 \pm \sqrt{1024}}{2} \begin{cases} x' = \frac{-18 + 32}{2} = 7 \\ x'' = \frac{-18 - 32}{2} = -25 \end{cases}$$

Temos como raízes da equação  $x' = 7$  e  $x'' = -25$ .

Resposta: O número que se deve somar é 7 ou -25.

#### 2.1.2.2 Análise das questões

Após a resolução das questões escolhida, faremos a análise das mesmas, com embasamento na Teoria Antropológica da Didática de Yves Chevallard, utilizando os quatro elementos principais: tarefa, técnica, tecnologia, e teoria.

Para apresentar os dados coletados de modo organizado e de simples entendimento, foi estabelecida uma tabela para cada questão, constituída pelos termos: tarefa, técnica, tecnologia e teoria.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA	TEORIA
1º) Resolva a equação de segundo grau: $3x^2 - 5x + 2 = 0$	Resolver a equação do segundo grau	. Fórmula Geral ( Fórmula de Bháskara).	.Definição de Equação do Segundo Grau. .Propriedades da Adição de Números Racionais. .Definição de Raiz Quadrada.	Álgebra
2º) Qual o número que se deve adicionar a cada fator do produto 5 X 13, para que esse produto, aumente de 175 unidades?	Indicar o número que satisfaz as exigências do problema.	. Fórmula Geral ( Fórmula de Bháskara).	.Definição e Propriedades de Adição e Multiplicação de Números Reais. .Definição de equação do segundo Grau. .Definição de Raiz Quadrada.	Álgebra



2.2 SANGIORGI, OSVALDO: MATEMÁTICA-8 PARA CURSOS DE PRIMEIRO GRAU. COMPANHIA EDITORA NACIONAL: SÃO PAULO, 1974.

(livro referente ao período do Movimento da Matemática Moderna)

### 2.2.1 Análise do livro

2.2.1.1 Quanto ao conteúdo:

2.2.1.1.1 *Seleção e distribuição do conteúdo ao longo do livro didático:*

Quanto à distribuição, os conteúdos não são divididos em unidades, não deixa claro ao aluno que área da matemática está estudando. Quanto à seleção do conteúdo, possuem uma seqüência lógica.

2.2.1.1.2 *Diversidade e articulação de representações matemáticas:*

O autor utiliza linguagem e simbologia matemática, contudo antecipadamente expõe através de enunciados e exemplos o significado da nomenclatura ou simbologia utilizada. Ele utiliza ícones, tabelas, gráficos, etc. Destaca definições e fórmulas importantes, utiliza exemplos nos quais explica passo a passo a resolução.

2.2.1.1.3 *Articulações dos conhecimentos matemáticos com os de outras áreas do saber:*

O autor não trabalha com a interdisciplinaridade, entretanto trabalha alguma relação do conteúdo com o cotidiano do aluno.

2.2.1.1.4 *Valoriza o papel do aluno na construção do conhecimento matemático:*

O autor trabalha com raciocínio lógico do aluno em alguns exercícios envolvendo o cotidiano. Estimula o aluno a relacionar a parte algébrica com a geométrica.

2.2.1.1.5 *Estimula a utilização de outros recursos didáticos (recursos tecnológicos ou materiais concretos):*

O autor não utiliza qualquer tipo de recurso didático.

## 2.2.1.2 Quanto à linguagem:

### 2.2.1.2.1 *Clareza da apresentação dos conteúdos e também na formação das instruções:*

O autor aborda conceitos e definições e exemplos utilizando a linguagem matemática de forma mais simples possível.

### 2.2.1.2.2 *Emprego de generalização abusivo:*

O autor não emprega o uso abusivo de generalizações.

### 2.2.1.2.3 *Emprego de vários tipos de texto:*

O autor utiliza o texto conceitual, exemplos, exercícios, notas de observação e atenção.

2.2.1.3 Quanto à metodologia:

2.2.1.3.1 *Contextualiza o conhecimento matemático:*

O autor insere moderadamente a relação do conteúdo com o cotidiano do aluno.

2.2.1.3.2 *Emprega a resolução de problemas:*

O autor trabalha problemas matemáticos objetivos, e também relacionados ao cotidiano do aluno.

2.2.1.3.3 *Emprega os processos históricos de reprodução do conhecimento matemático (como ilustração inserida no contexto):*

O autor aborda ilustrações relacionadas ao contexto, mas não menciona o contexto histórico no qual o determinado assunto matemático se produziu.

2.2.1.3.4 *Utiliza as novas tecnologias ( calculadoras, gráficos e tabelas, etc.):*

O autor utiliza figuras ilustrativas, gráficos, tabelas e figuras planas. Utiliza a cor azul para destacar conceitos, definições, etc.

#### 2.2.1.4 Quanto à estrutura editorial:

2.2.1.4.1 *Hierarquizada (títulos, subtítulos, etc.) sendo evidente por meio de recursos gráficos:*

O autor trabalha apenas com os títulos, não utiliza a hierarquização nos capítulos. Os títulos são destacados e com cor diferenciada.

2.2.1.4.2 *Textos e ilustrações no livro didático são atribuídos nas páginas, de forma adequada e equilibrada:*

O autor emprega os textos e ilustrações de forma coerente. O autor utiliza as cores pretas e brancas para o desenvolvimento do livro e dispõe da cor azul para destaques.

2.2.1.4.3 *Estrutura física do livro:*

O livro possui 19 cm de largura e 25.5 de comprimento, possui capa maleável e é escrito nas cores preta, branca e azul.

## 2.2.2 Análise didática

### 2.2.2.1 Resolução das questões:

1º) Resolva a equação do segundo grau no Conjunto Universo IR:  $3x^2 - 10x + 3 = 0$ .

Resolução:

$$a=3, b=-10, c=3$$

$$\Delta = 10^2 - 4 \times 3 \times 3 = 100 - 36 = 64$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{6} \begin{cases} x' = \frac{10+8}{6} = 3 \\ x'' = \frac{10-8}{6} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

As raízes:  $x' = 3$  e  $x'' = \frac{1}{3}$

Verificação:

$$\begin{aligned} x' = 3 &\Rightarrow 3 \times (3)^2 - 10 \times 3 + 3 = ? \\ &3 \times 9 - 30 + 3 = ? \\ &27 - 30 + 3 = ? \\ &30 - 30 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x'' = \frac{1}{3} &\Rightarrow 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 10 \times \frac{1}{3} + 3 = ? \\ &3 \times \frac{1}{9} - \frac{10}{3} + 3 = ? \\ &\frac{1}{3} - \frac{10}{3} + 3 = ? \\ &\frac{1}{3} - \frac{10}{3} + \frac{9}{3} = ? \\ &\frac{10}{3} - \frac{10}{3} = 0 \end{aligned}$$

Resposta: Logo  $x' = 3$  e  $x'' = \frac{1}{3}$  são raízes da equação.

2º) Determine dois números inteiros consecutivos tais que a soma de seus inversos seja igual a  $\frac{5}{6}$

Seja  $x$  um dos números ( $1^\circ$ ), então:  $\frac{1}{x}$  é o inverso de  $x$ .

e seja,

Seja  $x+1$  seu consecutivo, então:  $\frac{1}{x+1}$  é o inverso de  $x+1$ .

Resolução:

Sentença matemática correspondente ao problema:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} - \frac{5}{6} = 0$$

Resolvendo a equação obtida, vem (m.m.c.:  $6x(x+1)$ ):

$$6(x+1) + 6x - 5x(x+1) = 0$$

$$6(x+1) + 6x = 5x(x+1)$$

$$6x + 6 + 6x = 5x^2 + 5x$$

$$5x^2 + 5x - 12x - 6 = 0$$

$$5x^2 - 7x - 6 = 0$$

$$\Delta = (b^2 - 4 \times a \times c)$$

$$\Delta = ((-7)^2 - 4 \times 5 \times (-6)) = 169$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{2 \times 5}$$

$$x = \frac{7 \pm 13}{10} \begin{cases} x' = \frac{7+13}{10} = \frac{20}{10} = 2 \\ x'' = \frac{7-13}{10} = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5} \end{cases}$$

$$V = \left\{ 2, \frac{-3}{5} \right\}$$

Para  $x=2$ , temos o seu consecutivo  $x+1$ , logo será 3, e os números procurados são: 2 e 3.

$x = \frac{-3}{5}$  não é admitido, porque a natureza do problema exige como resposta

número inteiro.

Resposta: os números inteiros consecutivos, tais que a soma de seus inversos é

igual a  $\frac{5}{6}$  são 2 e 3.

#### 2.2.2.2 Análise das Questões:

Após a resolução das questões escolhida, faremos a análise das mesmas, com embasamento na Teoria Antropológica da Didática de Yves Chevallard, utilizando os quatro elementos principais: tarefa, técnica, tecnologia, e teoria. Para apresentar os dados coletados de modo organizado e de simples entendimento, foi estabelecida uma tabela para cada questão, constituída pelos termos: tarefa, técnica, tecnologia e teoria.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA	TEORIA
<p>1º) Resolva a equação do segundo grau no Conjunto-Universo IR: <math>3x^2 - 10x + 3 = 0</math>.</p>	<p>Resolver a equação do segundo grau em IR.</p>	<p>.Fórmula de (Bhaskara).</p>	<p>.Definição de Equação do Segundo Grau.          .Propriedades da Adição de Números Racionais.          .Definição de Raiz Quadrada.</p>	<p>Álgebra</p>
<p>2º) Determine dois números inteiros consecutivos tais que a soma de seus inversos seja igual a <math>\frac{5}{6}</math> e,          Seja x um dos números (1º), então: <math>\frac{1}{x}</math> é o inverso de x.          Seja x+1 seu consecutivo, então o inverso de x+1.</p>	<p>Determinar dois Números Inteiros que satisfazem as exigências do problema.</p>	<p>.Fórmula de (Bhaskara).</p>	<p>.Definição e Propriedades de Adição de Números Racionais.          .Definição de Números Inteiros e Propriedades da Multiplicação de Números Inteiros.          .Definição de Mínimo Múltiplo Comum.          .Definição de equação do segundo grau.          .Definição de Raiz Quadrada.</p>	<p>Álgebra</p>



2.3 GIOVANNI, JOSÉ RUY; CASTRUCCI, BENEDITO; JR GIOVANNI, JOSÉ RUY: A CONQUISTA DA MATEMÁTICA – NOVA - SÃO PAULO: FTD, 1998. -(Coleção a conquista da matemática).

### **2.3.1 Análise do livro**

2.3.1.1 Quanto ao conteúdo:

2.3.1.1.1 *Seleção e distribuição do conteúdo ao longo do livro didático:*

A distribuição dos conteúdos é idealizada com o formato de unidades e subunidades, todavia não explicita ao aluno a campo da matemática que está sendo abordado. A seleção do conteúdo é simples, objetiva.

2.3.1.1.2 *Diversidade e articulação de representações matemáticas:*

O autor utiliza linguagem matemática, clara. Ele utiliza ícones, tabelas, gráficos, tabelas, etc. Destaca definições e fórmulas importantes, utiliza exemplos os quais explica passo a passo sua resolução.

2.3.1.1.3 *Articulações dos conhecimentos matemáticos com os de outras áreas do saber:*

O autor trabalha com a interdisciplinaridade, e com o cotidiano do aluno.

2.3.1.1.4 *Valoriza o papel do aluno na construção do conhecimento matemático:*

A valorização do conhecimento do aluno é abordada em exercícios de cálculo mental, problemas envolvendo o cotidiano do aluno, e levantamento de questões.

2.3.1.1.5 *Estimula a utilização de outros recursos didáticos (recursos tecnológicos ou materiais concretos):*

O autor utiliza artigos e notas de jornais e revistas, sugere a utilização de materiais concretos, como por exemplo, o material dourado.

2.3.1.2 Quanto à linguagem:

2.3.1.2.1 *Clareza da apresentação dos conteúdos e também na formação das instruções:*

O autor é claro ao abordar os conteúdos e instruções.

2.3.1.2.2 *Emprego de generalização abusivo:*

O autor não é abusivo quanto ao emprego de generalização.

2.3.1.2.3 *Emprego de vários tipos de texto:*

Na maior parte das unidades o autor inicia com o texto de jornal ou revista que abordam o referente conteúdo, em seguida insere as definições e conceitos.

### 2.3.1.3 Quanto à metodologia:

#### 2.3.1.3.1 *Contextualiza o conhecimento matemático:*

Em muitas unidades o autor utiliza contextos relacionados ao cotidiano e a interdisciplinaridade.

#### 2.3.1.3.2 *Emprega a resolução de problemas:*

O autor trabalha com problemas sistemáticos, diretos e objetivos, porém trabalha com problemas relacionados ao cotidiano e que tratam com interdisciplinaridade.

#### 2.3.1.3.3 *Emprega os processos históricos de reprodução do conhecimento matemático (como ilustração inserida no contexto):*

O autor aborda ilustrações relacionadas ao contexto, e em determinadas unidades menciona o contexto histórico matemático.

#### 2.3.1.3.4 *Utiliza as novas tecnologias ( calculadoras, gráficos e tabelas, etc.):*

O autor utiliza figuras ilustrativas, gráficos, tabelas, calculadoras e figuras planas. Utiliza cores para destacar conceitos, definições, etc.

#### 2.3.1.4 Quanto à estrutura editorial:

2.3.1.4.1 *Hierarquizada (títulos, subtítulos, etc.) sendo evidente por meio de recursos gráficos:*

O autor utiliza a hierarquização nos capítulos dividindo-os em unidades e subunidades. Os títulos são destacados, ilustrados e com cores diferenciadas.

2.3.1.4.2 *Textos e ilustrações no livro didático são atribuídos nas páginas, de forma adequada e equilibrada:*

O autor emprega os textos, ilustrações, figuras, fotos, gráficos e cores de forma coerente, prática e com visualização equilibrada.

2.3.1.4.3 *Estrutura física do livro:*

O livro possui 20.5cm de largura e 27.5 de comprimento, possui capa maleável e é escrito nas cores preta e branca, com ilustrações coloridas.

### 2.3.2 Análise didática

#### 2.3.2.1 Resolução das questões:

1º) Determinar, no conjunto IR, a solução da equação  $3x(x+1) - x = 33 - (x-3)^2$ .

Resolução:

Vamos, inicialmente, escrever a equação dada na sua forma normal:

$$3x(x+1) - x = 33 - (x-3)^2$$

$$3x^2 + 3x - x = 33 - (x^2 - 6x + 9)$$

$$3x^2 + 3x - x = 33 - x^2 + 6x - 9$$

$$3x^2 + 2x = -x^2 + 6x + 24$$

$$3x^2 + x^2 + 2x - 6x - 24 = 0$$

$$4x^2 - 4x - 24 = 0 \rightarrow (\text{dividindo todos os termos por } 4)$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

Nesta equação, temos:

A=1, b=-1, e c=-6

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6)$$

$$\Delta = 1 + 24 = 25$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{25}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm 5}{2} \begin{cases} x' = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x'' = \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

Resposta: Logo,  $S = \{2, 3\}$

2º) O número de diagonais de um polígono pode ser calculado usando a fórmula  $d = \frac{n(n-3)}{2}$ . Qual é o número  $n$  de lados de um polígono que tem 9 diagonais?

Resolução:

Pela situação temos que  $d=9$ .

Substituindo na fórmula temos a equação:

$$9 = \frac{n(n-3)}{2} \text{ ou } \frac{n(n-3)}{2} = 9$$

$$\frac{n^2 - 3n}{2} = 9$$

$$\frac{n^2 - 3n}{2} = \frac{18}{2}$$

$$n^2 - 3n = 18$$

$$n^2 - 3n - 18 = 0$$

Termos da equação:

$A=1$ ,  $b=-3$ , e  $c=-18$

$$\Delta = b^2 - 4 \times a \times c$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-18)$$

$$\Delta = 9 + 72 = 81$$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$n = \frac{-(-3) \pm \sqrt{81}}{2 \times 1}$$

$$n = \frac{3 \pm 9}{2} \begin{cases} x' = \frac{3+9}{2} = \frac{12}{2} = 6 \\ x'' = \frac{3-9}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \end{cases}$$

A resposta -3 não convêm para o problema, pois  $n$  deve representar o número de lados de um polígono.

Resposta: o polígono tem 6 lados, ou seja, é um hexágono.

#### 2.2.2.2 Análise das questões

Após a resolução das questões escolhida, faremos a análise das mesmas, com embasamento na Teoria Antropológica da Didática de Yves Chevallard, utilizando os quatro elementos principais: tarefa, técnica, tecnologia, e teoria. Para apresentar os dados coletados de modo organizado e de simples entendimento, foi estabelecida uma tabela para cada questão, constituída pelos termos: tarefa, técnica, tecnologia.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA	TEORIA
<p>1º) Determinar, no conjunto IR, a solução da equação <math>3x(x+1) - x = 33 - (x-3)^2</math>.</p>	<p>Determine a solução da equação do segundo grau em IR.</p>	<p>.Fórmula de Bháskara.</p>	<p>.Produto Notável.          .Definição de Multiplicação de Números Inteiros.          .Definição de Equação do Segundo Grau.          .Propriedades da Adição de Números Racionais.          .Definição de Raiz Quadrada.</p>	<p>Álgebra</p>
<p>2º) O número de diagonais de um polígono pode ser calculado usando a fórmula <math>d = \frac{n(n-3)}{2}</math>. Qual é o número <math>n</math> de lados de um polígono que tem 9 diagonais?</p>	<p>Determinar o número de lados de um polígono que tem 9 diagonais.</p>	<p>.Fórmula de Bháskara.</p>	<p>.Definição e Propriedades de Adição de Números Racionais.          .Propriedades da Multiplicação de Números Inteiros.          .Definição de Mínimo Múltiplo Comum.          .Definição de equação do segundo Grau.          .Definição de Raiz Quadrada.</p>	<p>Álgebra</p>



## CAPÍTULO 3

### ANÁLISES COMPARATIVAS

Este capítulo tem como principal objetivo, averiguar através de análises comparativas, como o livro SANGIORGI, Osvaldo: Matemática-8 Para Cursos de Primeiro Grau. Companhia Editora Nacional: São Paulo, 1974, abstraiu os objetivos e características do Movimento da Matemática Moderna. O que foi conservado e alterado em relação ao livro QUINTELLA, Ary: Matemática para a quarta série ginasial, 19ª edição. Companhia Editora Nacional: São Paulo, 1955. E o que se mantém ou se extinguiu com relação ao livro - GIOVANNI, José Ruy, CASTRUCCI, Benedito, JR GIOVANNI, José Ruy: A Conquista da Matemática - Nova- São Paulo: FTD, 1998. -(Coleção a conquista da matemática).

A análise comparativa dos livros será fundamentada, no contexto histórico sobre o Movimento da Matemática Moderna, abordado no primeiro capítulo, e nos resultados das análises didáticas, dos respectivos livros realizado no segundo capítulo deste trabalho.

A análise dar-se-à na comparação dos seguintes critérios:

- 1º. Quanto ao conteúdo;
- 2º. Quanto à linguagem;
- 3º. Quanto à metodologia;
- 4º. Quanto à estrutura editorial;
- 5º. Quanto à análise didática das questões resolvidas no segundo capítulo.

### 3.1 ANÁLISE COMPARATIVA DOS LIVROS DE QUINTELLA - 1955 E DE SANGIORGI (MMM) – 1974.

#### 3.1.1 Quanto ao conteúdo:

##### 3.1.1.1 Conteúdos suprimidos do contexto matemático:

Os conteúdos que foram suprimidos do livro do Quintella para o livro de Sangiorgi (MMM) são todos relacionados à Geometria, os quais:

- Cálculo das Alturas, Medianas e Bissetrizes;
- Cálculo das Áreas das Principais Figuras Planas;
- Relações Métricas entre Áreas.

##### 3.1.1.2 Conteúdos incluídos no contexto matemático:

Os conteúdos que foram incluídos no livro de Sangiorgi (MMM), com relação ao livro de Quintella, são:

- Técnicas Operatórias de Números Irracionais;
- Funções:
  - .Conceitos;
  - .Coordenadas Cartesianas no Plano;
  - .Gráfico das Funções;
- Razão e Proporção de Segmentos:
  - .Teorema de Tales;
- Semelhança entre Figuras geométricas.

##### 3.1.1.3 Diversificação e articulações de representações matemáticas:

Quintella desenvolve o conteúdo através de definições, conceitos, propriedades, e simbologia matemática. Não utiliza qualquer outro tipo de articulação (Figuras 1 e 2).

Sangiorgi inicia moderadamente a utilização de exemplos práticos para introduzir os devidos conceitos e simbologias. Faz utilização de recursos como: ícones, tabelas, gráficos, cores, etc. (Figuras 2 e 3).

## I. Equações do segundo grau

**1. Definições.** Uma equação é do segundo grau quando, escrita com a forma  $A=0$ , o primeiro membro é um polinômio do segundo grau. O tipo geral da equação com uma incógnita é

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

onde  $x$  é a incógnita e  $a$ ,  $b$ ,  $c$  os coeficientes.

Em primeiro lugar observemos que o coeficiente  $a$  não pode ser nulo, pois neste caso a equação se reduziria à do primeiro grau

$$bx + c = 0.$$

Por outro lado, quando o coeficiente  $a$  é negativo, podemos multiplicar os dois membros da equação por  $-1$ ; por esta razão, consideraremos *sempre positivo o coeficiente de  $x^2$* , salvo indicação expressa em contrário.

Os coeficientes  $b$  e  $c$  podem ser positivos, negativos ou nulos. Quando esses coeficientes são nulos separadamente resultam os dois tipos particulares importantes das equações denominadas *incompletas*:

1.º)  $c = 0$ . A equação incompleta é  $ax^2 + bx = 0$ .

2.º)  $b = 0$ . A equação incompleta é  $ax^2 + c = 0$ .

### 2. Resolução das equações incompletas.

a) Equação  $ax^2 + bx = 0$ .

Colocando o fator  $x$  em evidência, obtemos:

$$x(ax + b) = 0.$$

Figura 1. Conteúdo do livro de Quintella.  
Fonte: Elaboração do autor, 2008.

Para que um produto seja nulo, basta que um dos fatores o seja; logo, a equação será satisfeita se tivermos:

$$x = 0 \text{ ou } ax + b = 0.$$

A segunda condição ocorre, quando  $x = -\frac{b}{a}$ . Assim, a equação admite as duas raízes:

$$x = 0 \text{ e } x = -\frac{b}{a}.$$

Conclui-se:

Toda equação incompleta da forma  $ax^2 + bx = 0$  tem uma raiz nula e outra igual a  $-\frac{b}{a}$ .

Exemplos:

1.º)  $5x^2 - 75x = 0.$

Temos:  $x(5x - 75) = 0$

onde concluímos:  $x = 0$  ou  $5x - 75 = 0.$

Representando as raízes por  $x_1$  e  $x_2$ , resulta:

$$x_1 = 0 \text{ e } x_2 = \frac{75}{5} = 15.$$

2.º)  $\frac{5x + 3}{3} - \frac{x^2 - 14}{7} = 3.$

Eliminando os denominadores, temos:

$$35x + 21 - 3x^2 + 42 = 63$$

ou, reduzindo os termos semelhantes:

$$3x^2 - 35x = 0;$$

onde concluímos:  $x_1 = 0$  e  $x_2 = \frac{35}{3}.$

b) Equação  $ax^2 + c = 0.$

Transpondo  $c$  obtemos:  $ax^2 = -c,$

ou, dividindo por  $a$ :  $x^2 = -\frac{c}{a}.$

Figura 2. Conteúdo do livro de Quintella.  
Fonte: Elaboração do autor, 2008.

## Equações do segundo grau 2

### 2.1. Definição

Equação do segundo grau na variável  $x$  é toda sentença aberta da forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

variável  
↑      ↓  
↓      ↓  
número real

Exemplo:

$$5x^2 + 8x + (-4) = 0$$

ou  $5x^2 + 8x - 4 = 0$  maior expoente: 2 (2º grau)

↓      ↓      ↓  
a      b      c  
coeficientes      termo independente de  $x$   
(ou coeficiente de  $x^0$ )

Abreviadamente:  
[eq. 2ª grau]  $\Leftrightarrow [ax^2 + bx + c = 0, a, b, c \in \mathbb{R} \text{ e } a \neq 0]$

Por que  $a$  deve ser necessariamente diferente de 0?  
Porque, se  $a = 0$ :

$$0 \cdot x^2 + bx + c = 0 \text{ ou } bx^1 + c = 0$$

que é uma equação do primeiro grau na variável  $x$  (se  $b \neq 0$ ).  
Como você aprendeu desde a 5ª série:  
 $\forall b, c \in \mathbb{R} \text{ e } b \neq 0, bx + c = 0 \Leftrightarrow bx = -c \Rightarrow x = -\frac{c}{b}$   
onde  $V = \left\{ -\frac{c}{b} \right\}$  solução:  $-\frac{c}{b}$

Nos exemplos seguintes vamos destacar a variável e os coeficientes (inclusive o termo constante):

1. $2y^2 - 9y + \sqrt{2} = 0$ variável: $y$ coeficientes: $a = 2, b = -9, c = \sqrt{2}$	2. $px^2 - 5mx + n = 0$ ( $p \neq 0$ ) $x$ $a = p, b = -5m, c = n$
3. $3x^2 - 27 = 0$ ou $3x^2 + 0x - 27 = 0$ variável: $x$ coeficientes: $a = 3, b = 0, c = -27$	4. $-4z^2 + z = 0$ ou $-4z^2 + 1z + 0 = 0$ $z$ $a = -4, b = 1, c = 0$
5. $8x^2 = 0$ ou $8x^2 + 0x + 0 = 0$ variável: $x$ coeficientes: $a = 8, b = 0, c = 0$	6. $\frac{t^2}{3} - \sqrt{5} \cdot t = 0$ ou $\frac{1}{3}t^2 - \sqrt{5} \cdot t + 0 = 0$ $t$ $a = \frac{1}{3}, b = -\sqrt{5}, c = 0$




Figura 3. Conteúdo do livro de Sangiorgi.  
Fonte: Elaboração do autor, 2008.



Outros exemplos:

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow V = \{2, 4\} \text{ pois } 2 + 4 = 6 \text{ e } 2 \times 4 = 8$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow V = \{3, 3\} \text{ pois } 3 + 3 = 6 \text{ e } 3 \times 3 = 9$$

$$x^2 - 5x + 0 = 0 \Rightarrow V = \{0, 5\} \text{ pois } 0 + 5 = 5 \text{ e } 0 \times 5 = 0$$

Caderno de Exercícios  
Grupo 4

### 2.3. Resolução de uma equação completa do segundo grau – fórmula

Seja a equação do segundo grau:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a, b, c \neq 0)$$

Vamos transformar essa equação em outras equações equivalentes, que sejam as mais simples possíveis, para determinar seu conjunto-verdade. Acompanhe:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{equação do segundo grau}$$

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0 \quad \text{multiplicando ambos os membros por } 4a$$

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac \quad \text{passando } 4ac \text{ para o 2º membro}$$

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac \quad \text{somando } b^2 \text{ a ambos os membros}$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac \quad \text{4a}^2x^2 + 4abx + b^2 \text{ é quadrado perfeito (supomos } b^2 - 4ac \geq 0)$$

$$(2ax + b) = \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \quad \text{extraíndo a raiz quadrada dos dois membros}$$

Primeira equivalência importante:

$$ax^2 + bx + c = 0 \iff 2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

Nota

Você sabe, desde a 6ª série, que uma sentença aberta composta de duas sentenças simples ligadas pelo conectivo **ou** é verdadeira se qualquer das sentenças simples é verdadeira:

$$x = \pm 5 \iff x = +5 \text{ ou } x = -5$$

Vamos continuar:

$$2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \iff$$

$$\iff 2ax + b = +\sqrt{b^2 - 4ac} \quad \text{ou} \quad 2ax + b = -\sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\iff 2ax = -b + \sqrt{b^2 - 4ac} \quad \text{ou} \quad 2ax = -b - \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\iff x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Estas equações, equivalentes a  $ax^2 + bx + c = 0$ , são as mais simples possíveis.

O conjunto-verdade da equação:  $ax^2 + bx + c = 0$  é, pois:

$$V = \left\{ \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\}$$

e as raízes da equação do segundo grau são os números reais:

$$\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ e } \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

15

Figura 4. Conteúdo do livro de Sangiorgi.  
Fonte: Elaboração do autor, 2008.

#### 3.1.1.4 Existência de interdisciplinaridade e conexão com o cotidiano:

Nenhum dos dois autores aborda em seus respectivos livros a interdisciplinaridade. Sangiorgi faz conexão com o cotidiano do aluno através de alguns exercícios.

#### 3.1.1.5 Valorização do aluno na construção do conhecimento matemático:

Os referentes autores utilizam em seus contextos alguns exercícios de raciocínio lógico e dedutivo, fazendo com que o aluno crie seus próprios caminhos valendo-se de seus conhecimentos para resolver a questão.

### **3.1.2 Quanto à linguagem:**

#### 3.1.2.1 Clareza na apresentação dos conteúdos e também na formação das instruções:

Quintella é claro quanto à apresentação dos conteúdos e instruções, o faz através de linguagem e simbologias matemáticas.

Sangiorgi, por outro lado expõe os conteúdo e instruções através de uma linguagem matemática simples e detalhada, como se estivesse mantendo diálogo com o aluno facilitando o seu entendimento.

Além disso, os dois autores apresentam a matemática com todas as suas formalidades ( definições, propriedades, corolário, etc.).

### **3.1.3 Quanto à metodologia:**

#### 3.1.3.1 Contextualiza o conhecimento:

Os autores não utilizam o recurso da contextualização do conhecimento, nem mesmo utilizam o contexto do processo histórico do conhecimento matemático.

### 3.1.3.2 Emprego de resolução de problemas:

Os autores empregam de modo escasso a resolução de problemas.

### 3.1.3.3 Utiliza novas tecnologias (calculadoras, gráficos, tabelas, etc.):

Quintella utiliza em Geometria a representação de figuras planas.

Já Sangiorgi emprega as tecnologias em figuras ilustrativas no decorrer do livro, faz valer-se de gráficos, tabelas, figuras planas em Geometria. Aproveita-se do recurso da cor azul para enfatizar assuntos importantes.

### **3.1.4 Quanto à estrutura editorial:**

#### 3.1.4.1 Textos e ilustrações no contexto são distribuídos de forma equilibrada:

Quintella consegue a distribuição dos conteúdos através da hierarquia de títulos, subtítulos, etc. (Figura 5), porém como não utiliza recursos gráficos, a visualização não é muito clara.

Sangiorgi, apesar de utilizar recursos gráficos, fazer uma distribuição mais equilibrada dos conteúdos, não utiliza a hierarquia de títulos, subtítulos, etc. (Figura 6).



ÍNDICE GERAL	
Índice dos Exercícios.....	10
Programa de Matemática da Quarta Série Ginásial.....	11
UNIDADE I	
Á L G E B R A	
<b>I. Equações do segundo grau</b>	
1. Definições.....	15
2. Resolução das equações incompletas.....	15
3. Resolução da equação completa $ax^2+bx+c=0$ .....	17
4. Simplificações da fórmula.....	21
5. Discussão das raízes. Discriminante.....	24
6. Equações fracionárias.....	26
7. Relações entre os coeficientes e as raízes.....	27
8. Aplicações das relações.....	39
<b>II. Trinômio do segundo grau</b>	
<b>A) Trinômio do segundo grau</b>	
9. Definição.....	41
10. Decomposição do trinômio em um produto de fatores do primeiro grau.....	41
11. Variação do sinal do trinômio. Forma canônica.....	43
12. Aplicação. Posição de um número em relação às raízes do trinômio.....	47
13. Variação do valor do trinômio.....	48
14. Valor máximo ou mínimo do trinômio.....	49
<b>B) Inequações do segundo grau</b>	
15. Inequações do segundo grau.....	52
16. Resolução das inequações do segundo grau.....	52
<b>III. Problemas do segundo grau</b>	
17. Definição.....	61
18. Resolução.....	61
19. Problemas do segundo grau com uma incógnita.....	61
20. Problemas do segundo grau com duas incógnitas.....	65
21. Problemas gerais. Discussão.....	66
22) Divisão áurea.....	67
<b>IV. Equações redutíveis ao segundo grau</b>	
<b>A) Equações biquadradas</b>	
23. Definição - forma geral da equação.....	71
24. Resolução.....	71
25. Discussão das raízes.....	73
26. Fórmula de resolução.....	74
<b>B) Equações irracionais</b>	
27. Definição.....	75
28. Princípio fundamental de resolução.....	76

Figura 5. Sumário, do livro de Quintella.  
 Fonte: Elaboração do autor, 2008.



Figura 6. Sumário do livro de Sangiorgi.  
Fonte: Elaboração do autor, 2008.

### 3.1.4.2 Estrutura física do livro:

O livro de Quintella possui pequena dimensão, é composto por capa dura (Figura7), é constituído nas cores: preto e branco, e emprega apenas um tipo de recursos gráficos.

O livro de sangiorgi é composto por capa maleável (Figura 8), é constituído nas cores: preto, branco e azul, e oferece uma série de recursos gráficos.

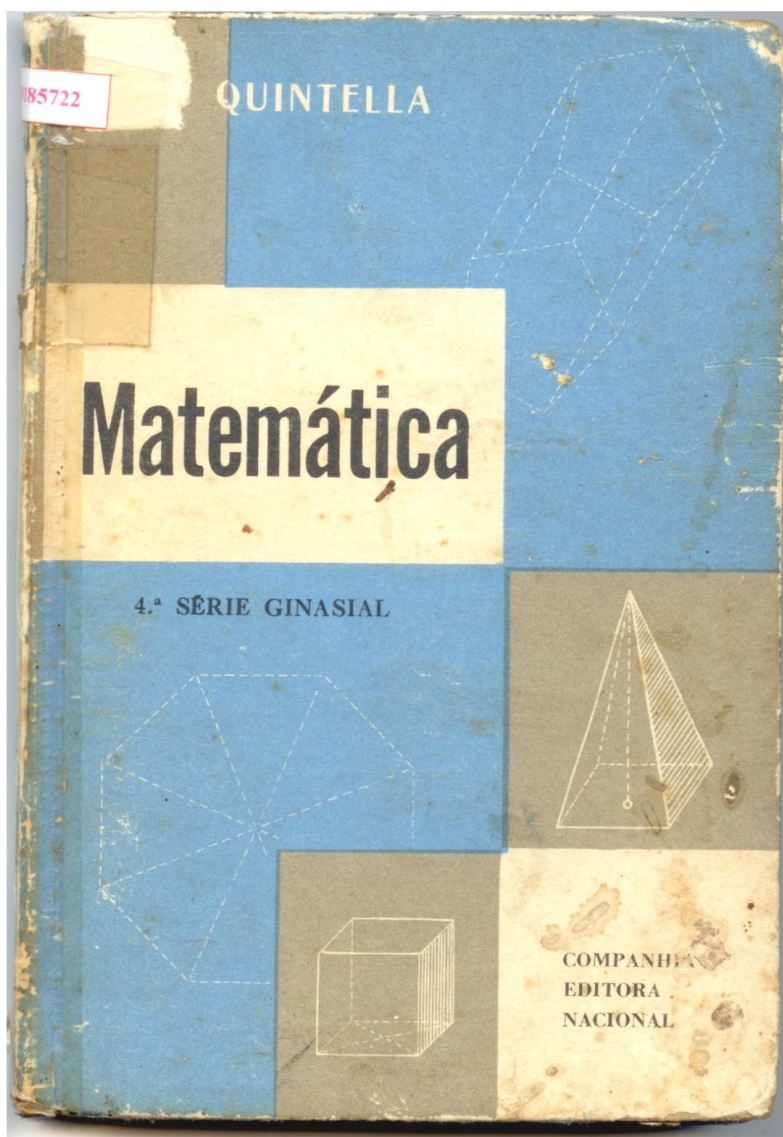


Figura 7. Capa do livro de Quintella.  
Fonte: Elaboração do autor, 2008.



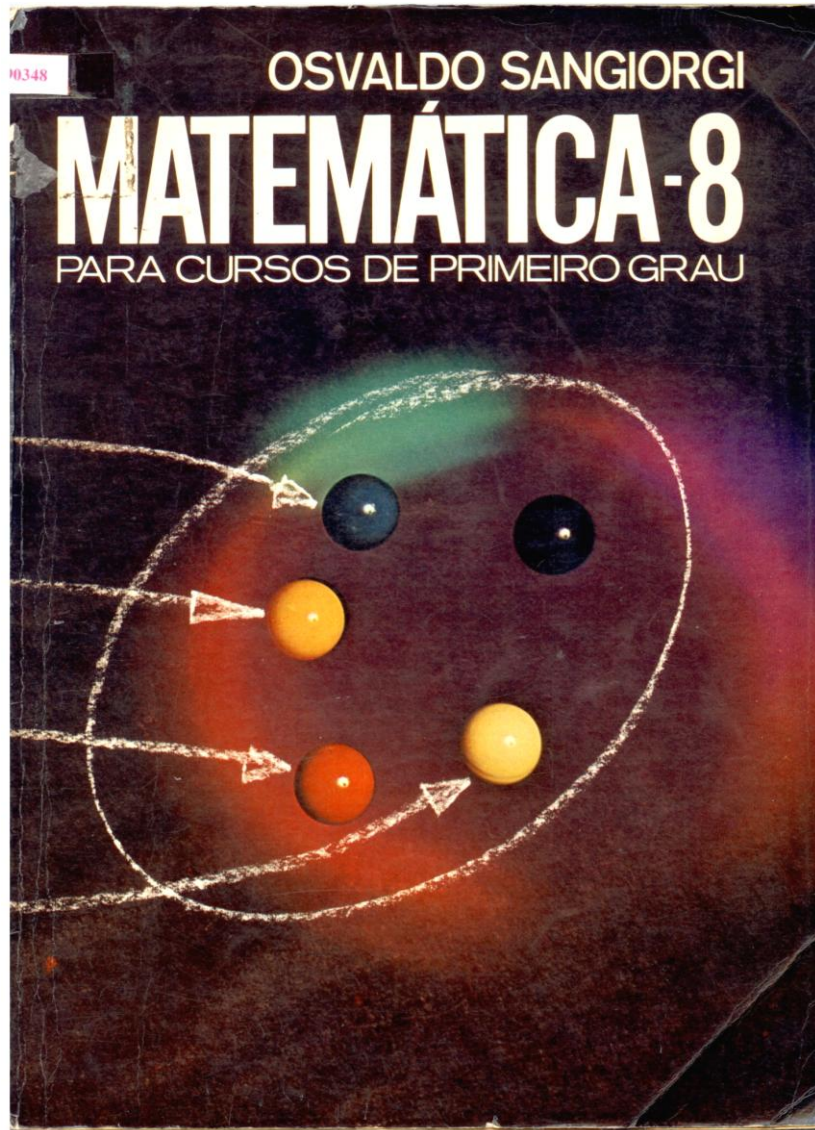


Figura 8. Capa do livro de Sangiorgi.  
Fonte: Elaboração do autor, 2008.

### **3.1.5 Quanto à análise didática das questões resolvidas no segundo capítulo:**

Ao compararmos as análises didáticas das questões resolvidas no segundo capítulo referentes aos respectivos livros, podemos verificar que os autores acercam-se do conteúdo necessariamente da mesma maneira, ao se considerar os termos: tarefa; técnica; tecnologia e teoria. E ainda que no livro de Sangiorgi iniciasse a abordagem da Teoria dos Conjuntos no caso o Conjunto dos Reais.

Contudo, podemos concluir que, mesmo sofrendo influências do Movimento da Matemática Moderna, o livro de Sangiorgi manteve as mesmas tarefas, técnicas e tecnologias da matemática tradicional.

## 3.2 ANÁLISE COMPARATIVA DOS LIVROS DE SANGIORGI - 1974 (MMM) E DE GIOVANNI; CASTRUCCI; JR GIOVANNI – 1998.

### 3.2.1 Quanto ao conteúdo:

#### 3.2.1.1 Conteúdos suprimidos do contexto matemático:

O conteúdo suprimido do livro de Sangiorgi para o livro de Giovanni foi:

- Inequações do Segundo Grau.

#### 3.2.1.2 Conteúdos incluídos no contexto matemático:

Os conteúdos que foram incluídos no livro de Giovanni, com relação ao livro de Sangiorgi, são:

- Estudo de Potências e suas Propriedades;
- Estudo das Áreas nas figuras Geométricas Planas;
- Noções Elementares de Estatística.

#### 3.2.1.3 Diversificação e articulações de representações matemáticas:

Sangiorgi inicia moderadamente a utilização de exemplos práticos para introduzir os devidos conceitos e simbologias. Faz utilização de recursos como: ícones, tabelas, gráficos, cores, etc. (Figuras 9 e 10).

Giovanni emprega recursos gráficos diversificados: ícones, observações, gráficos, tabelas, cores, etc. (Figuras 11 e 12).

## Equações do segundo grau 2

### 2.1. Definição

Equação do segundo grau na variável  $x$  é toda sentença aberta da forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

variável  
↑      ↓  
↓      ↑  
número real

Exemplo:

$$5x^2 + 8x + (-4) = 0$$

ou  $5x^2 + 8x - 4 = 0$  maior expoente: 2 (2º grau)

↓      ↓      ↓  
a      b      c  
coeficientes      termo independente de  $x$   
(ou coeficiente de  $x^0$ )




Abreviadamente:  
[eq. 2ª grau]  $\Leftrightarrow [ax^2 + bx + c = 0, a, b, c \in \mathbb{R} \text{ e } a \neq 0]$

Por que  $a$  deve ser necessariamente diferente de 0?  
Porque, se  $a = 0$ :  
 $0 \cdot x^2 + bx + c = 0$  ou  $bx + c = 0$  maior expoente

que é uma equação do primeiro grau na variável  $x$  (se  $b \neq 0$ ).  
Como você aprendeu desde a 5ª série:  
 $\forall b, c \in \mathbb{R} \text{ e } b \neq 0, bx + c = 0 \Leftrightarrow bx = -c \Rightarrow x = -\frac{c}{b}$   
onde  $V = \left\{ -\frac{c}{b} \right\}$  solução:  $-\frac{c}{b}$

Nos exemplos seguintes vamos destacar a variável e os coeficientes (inclusive o termo constante):

<p>1. <math>2y^2 - 9y + \sqrt{2} = 0</math></p> <p>variável: <math>y</math> coeficientes: <math>a = 2, b = -9, c = \sqrt{2}</math></p>	<p>2. <math>px^2 - 5mx + n = 0</math> (<math>p \neq 0</math>)</p> <p><math>x</math> <math>a = p, b = -5m, c = n</math></p>
<p>3. <math>3x^2 - 27 = 0</math> ou <math>3x^2 + 0x - 27 = 0</math></p> <p>variável: <math>x</math> coeficientes: <math>a = 3, b = 0, c = -27</math></p>	<p>4. <math>-4z^2 + z = 0</math> ou <math>-4z^2 + 1z + 0 = 0</math></p> <p><math>z</math> <math>a = -4, b = 1, c = 0</math></p>
<p>5. <math>8x^2 = 0</math> ou <math>8x^2 + 0x + 0 = 0</math></p> <p>variável: <math>x</math> coeficientes: <math>a = 8, b = 0, c = 0</math></p>	<p>6. <math>\frac{t^2}{3} - \sqrt{5} \cdot t = 0</math> ou <math>\frac{1}{3}t^2 - \sqrt{5} \cdot t + 0 = 0</math></p> <p><math>t</math> <math>a = \frac{1}{3}, b = -\sqrt{5}, c = 0</math></p>

13

Figura 9. Conteúdo do livro de Sangiorgi.  
Fonte: Elaboração do autor, 2008.

Outros exemplos:

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow V = \{2, 4\} \quad \text{pois} \quad 2 + 4 = 6 \quad \text{e} \quad 2 \times 4 = 8$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow V = \{3, 3\} \quad \text{pois} \quad 3 + 3 = 6 \quad \text{e} \quad 3 \times 3 = 9$$

$$x^2 - 5x + 0 = 0 \Rightarrow V = \{0, 5\} \quad \text{pois} \quad 0 + 5 = 5 \quad \text{e} \quad 0 \times 5 = 0$$

Caderno de Exercícios  
Grupo 4

### 2.3. Resolução de uma equação completa do segundo grau – fórmula

Seja a equação do segundo grau:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a, b, c \neq 0)$$

Vamos transformar essa equação em outras equações equivalentes, que sejam as mais simples possíveis, para determinar seu conjunto-verdade. Acompanhe:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{equação do segundo grau}$$

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0 \quad \text{multiplicando ambos os membros por } 4a$$

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac \quad \text{passando } 4ac \text{ para o 2º membro}$$

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac \quad \text{somando } b^2 \text{ a ambos os membros}$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac \quad \text{4a}^2x^2 + 4abx + b^2 \text{ é quadrado perfeito (supomos } b^2 - 4ac \geq 0)$$

$$(2ax + b) = \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \quad \text{extraíndo a raiz quadrada dos dois membros}$$

Primeira equivalência importante:

$$ax^2 + bx + c = 0 \iff 2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

Você sabe, desde a 6ª série, que uma sentença aberta composta de duas sentenças simples ligadas pelo conectivo **ou** é verdadeira se qualquer das sentenças simples é verdadeira:

$$x = \pm 5 \iff x = +5 \text{ ou } x = -5$$

Vamos continuar:

$$2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \iff$$

$$\iff 2ax + b = +\sqrt{b^2 - 4ac} \quad \text{ou} \quad 2ax + b = -\sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\iff 2ax = -b + \sqrt{b^2 - 4ac} \quad \text{ou} \quad 2ax = -b - \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\iff x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Estas equações, equivalentes a  $ax^2 + bx + c = 0$ , são as mais simples possíveis.

O conjunto-verdade da equação:  $ax^2 + bx + c = 0$  é, pois:

$$V = \left\{ \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\}$$

e as raízes da equação do segundo grau são os números reais:

$$\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{e} \quad \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

15

Figura 10. Conteúdo do livro de Sangiorgi.  
Fonte: Elaboração do autor, 2008.



### Fórmula resolvente ou fórmula de Bháskara

Usando o processo de Bháskara e partindo da equação escrita na sua forma normal, foi possível chegar a uma fórmula que vai nos permitir determinar o conjunto solução de qualquer equação de 2º grau com uma incógnita de maneira mais simples.

Essa fórmula é chamada *fórmula resolvente* ou *fórmula de Bháskara*.

Vejamos como chegar a essa fórmula:

Consideremos a equação  $ax^2 + bx + c = 0$ , com  $a, b, c, \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$ .

Vamos dividir todos os termos da equação pelo coeficiente  $a$ , pois  $a \neq 0$ , e teremos:

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Usando o princípio aditivo, vamos adicionar o termo  $-\frac{c}{a}$  aos dois membros da equação e teremos:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} - \frac{c}{a} = 0 - \frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Para que o primeiro membro se torne um trinômio quadrado perfeito, devemos adicionar

$\left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2}$  ao primeiro membro, fazendo o mesmo com o segundo membro, a fim de obter uma equação equivalente (princípio aditivo):

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

A expressão  $b^2 - 4ac$  (que é um número real) é usualmente representada pela letra grega  $\Delta$  (delta) e é chamada *discriminante* da equação:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{\Delta}{4a^2}$$

Fatorando o primeiro membro, temos:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow \text{fórmula resolvente ou fórmula de Bháskara}$$

Figura 11. Conteúdo do livro de Giovanni, et al.  
Fonte: Elaboração do autor, 2008.

Nesta fórmula, o fato de  $x$  ser ou não um número real vai depender do discriminante  $\Delta$ . Temos, então, três casos a estudar:

**1º caso:  $\Delta$  é um número real positivo ( $\Delta > 0$ ).**

Neste caso,  $\sqrt{\Delta}$  é um número real e existem dois valores reais diferentes para a incógnita  $x$ , sendo costume representar esses valores por  $x'$  e  $x''$ , que constituem as raízes da equação.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow \begin{cases} x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

**2º caso:  $\Delta$  é zero ( $\Delta = 0$ ).**

Neste caso,  $\sqrt{\Delta}$  é igual a zero e ocorre:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = \frac{-b \pm 0}{2a} = \frac{-b}{2a}$$

Observamos, então, a existência de um único valor real para a incógnita  $x$ , embora seja costume dizer que a equação tem duas raízes reais e iguais, ou seja:

$$x' = x'' = \frac{-b}{2a}$$

**3º caso:  $\Delta$  é um número real negativo ( $\Delta < 0$ ).**

Neste caso,  $\sqrt{\Delta}$  não é um número real, pois não há no conjunto dos números reais a raiz quadrada de um número negativo.

Dizemos, então, que não há valores reais para a incógnita  $x$ , ou seja, a equação não tem raízes reais.

Neste 3º caso, as raízes da equação pertencem a um outro conjunto numérico chamado *conjunto dos números complexos*, cujo estudo será feito no 2º grau.

Como acabamos de ver, a existência ou não de raízes reais e o fato de elas serem duas ou uma única dependem, exclusivamente, do discriminante  $\Delta = b^2 - 4ac$ ; daí o nome que se dá a essa expressão.

Na equação  $ax^2 + bx + c = 0$ , temos:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

✓ Quando  $\Delta \geq 0$ , a equação tem raízes reais  $\begin{cases} \Delta > 0 \text{ (duas raízes diferentes);} \\ \Delta = 0 \text{ (uma única raiz).} \end{cases}$

✓ Quando  $\Delta < 0$ , a equação não tem raízes reais.

Vamos, agora, resolver algumas equações de 2º grau usando a fórmula resolutiva ou fórmula de Bháskara:

1. Resolver a equação  $x^2 + 2x - 8 = 0$  no conjunto  $\mathbb{R}$ .

Nessa equação, temos:

$$a = 1, b = 2 \text{ e } c = -8$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(1)(-8) = 4 + 32 = 36 > 0$$

Figura 12. Conteúdo do livro de Giovanni, et al.  
Fonte: Elaboração do autor, 2008.

### 3.2.1.4 Existência de interdisciplinaridade e conexão com o cotidiano:

Sangiorgi faz conexão com o cotidiano do aluno através de alguns exercícios. Já Giovanni inicia seus conteúdos com a contextualização do processo histórico ou com artigos de jornais e revista, muitas vezes inserindo através dos mesmos a interdisciplinaridade, ou fazendo relações com o cotidiano do aluno (Figura 13).



Figura 13. Abertura de Conteúdo do livro de Giovanni, et al.  
Fonte: Elaboração do autor, 2008.

### 3.2.1.5 Valorização do aluno na construção do conhecimento matemático:

Os referentes autores utilizam em seus contextos alguns exercícios de raciocínio lógico e dedutivo, fazendo com que o aluno crie seus próprios caminhos valendo-se de seus conhecimentos para resolver a questão. Giovanni ainda faz levantamento de questões durante o desenvolvimento do livro.

### 3.2.2 Quanto à linguagem:

#### 3.2.2.1 Clareza na apresentação dos conteúdos e também na formação das instruções:

Os dois autores expõem os conteúdos e instruções através de uma linguagem matemática simples e detalhada, como se estivesse mantendo diálogo com o aluno.

Além disso, os dois autores apresentam a matemática com todas as suas formalidades ( definições, propriedades, corolário, etc.).

### 3.2.3 Quanto à metodologia:

#### 3.2.3.1 Contextualiza o conhecimento:

Sangiorgi não utiliza qualquer tipo de recurso que contextualiza o conhecimento.

Giovanni utiliza recursos como: artigos de jornais, revistas e textos sobre a História da Matemática.

#### 3.2.3.2 Emprego de resolução de problemas:

Os autores empregam de modo escasso a resolução de problemas.

#### 3.2.3.3 Utiliza novas tecnologias (calculadoras, gráficos, tabelas, etc.):

Sangiorgi emprega as novas tecnologias em figuras ilustrativas no decorrer do livro, faz valer-se de gráficos, tabelas, figuras planas em Geometria. Aproveita-se do recurso da cor azul para enfatizar assuntos importantes. O autor Giovanni abusa

dos mais variados recursos para envolver seu aluno no processo de ensino-aprendizagem, utiliza-se de tecnologias como: calculadora, cores variadas, tabelas, figuras, gráficos, ícones, etc.

### **3.2.4 Quanto à estrutura editorial:**

#### **3.2.4.1 Textos e ilustrações no contexto são distribuídos de forma equilibrada:**

Sangiorgi, apesar de utilizar recursos gráficos, pratica uma distribuição mais equilibrada dos conteúdos, não utiliza a hierarquia de títulos, subtítulos, etc.

( Figura 14).

Giovanni consegue a distribuição dos conteúdos através da hierarquia de títulos, subtítulos, etc. (Figura 15), e apresenta os conteúdos juntamente com ilustrações harmoniosamente em seu livro.



SUMÁRIO	
1. Técnicas operatórias com números irracionais, 6	10. Inequações do segundo grau, 79
2. Equações do segundo grau, 13	11. Razão e proporção de segmentos. Teorema de Tales, 85
3. Equações biquadradas, 30	12. Semelhança entre figuras geométricas, 91
4. Equações irracionais, 33	13. Razões trigonométricas de ângulos agudos, 101
5. Sistemas simples do segundo grau. Problemas, 36	14. Relações métricas no triângulo retângulo. Teorema de Pitágoras, 106
6. Funções, 40	15. Relações métricas num triângulo qualquer, 113
7. Coordenadas cartesianas no plano. Gráfico das funções, 49	16. Relações métricas no círculo,
8. Funções do primeiro grau. Geometria Analítica, 54	17. Polígonos regulares, 120
9. Função trinômio do segundo grau, 65	18. Medida da circunferência,

Figura 14. Sumário do livro de Sangiorgi.  
Fonte: Elaboração do autor, 2008.



<b>SUMÁRIO</b> <span style="font-size: 2em; color: white; background-color: orange; border-radius: 50%; padding: 10px; display: inline-block;">2</span>	1	<b>Estudando as potências e suas propriedades</b>	
		1. Potência de um número real com expoente natural	10
		2. Potência de um número real com expoente inteiro negativo	14
		3. Transformando e simplificando uma expressão	19
		<b>Calculando com radicais</b>	
		4. Raiz enésima de um número real	26
		5. Radical aritmético e suas propriedades	28
		6. Simplificando radicais: extração de fatores do radicando	32
		7. Introduzindo um fator externo no radicando	34
		8. Adicionando, algebricamente, dois ou mais radicais	35
		9. Multiplicando expressões com radicais de mesmo índice	38
		10. Dividindo expressões com radicais	42
		11. Multiplicando e dividindo expressões com radicais de índices diferentes	43
		12. Potenciação de uma expressão com radicais	45
		13. Racionalizando denominadores de uma expressão fracionária	47
	14. Simplificando expressões com radicais	51	
	15. Potências com expoente racional	52	
	3	<b>Equações de 2º grau</b>	
		16. Equação de 2º grau com uma incógnita	60
		17. Resolvendo equações incompletas de 2º grau	63
		18. Resolvendo uma equação completa de 2º grau com uma incógnita	67
		19. Resolvendo problemas	78
		20. Estudando as raízes da equação de 2º grau	81
		21. Relacionando as raízes e os coeficientes da equação $ax^2 + bx + c = 0$	83
		22. Escrevendo uma equação de 2º grau quando conhecemos as duas raízes	86
		23. Resolvendo equações biquadradas	87
		24. Resolvendo equações irracionais	89
		25. Resolvendo sistemas de equações de 2º grau	92

Figura 15. Sumário do livro de Giovanni, et al.  
 Fonte: Elaboração do autor, 2008.

### **3.2.5 Quanto à análise didática das questões resolvidas no segundo capítulo:**

Ao compararmos as análises didáticas das questões resolvidas no segundo capítulo referente aos respectivos livros, podemos verificar que os autores acercam-se do conteúdo necessariamente da mesma maneira, ao se considerar os termos: tarefa; técnica; tecnologia e teoria. E observa-se ainda que a nomenclatura “Fórmula de Bháskara” observa-se somente no contexto do livro de Giovanni.

Portanto, apesar de sofrer as influências do desenvolvimento tecnológico e educacional, verificamos que os métodos de resolver questões matemáticas continuam basicamente os mesmos.



## CONCLUSÃO

Atingimos o final do referido trabalho com os desígnios iniciais desempenhados. Conseguimos fazer um levantamento histórico sobre o Movimento da Matemática Moderna, sem levantar qualquer tipo de crítica, ou julgar os motivos que levaram o Movimento da matemática no Brasil ao fracasso.

O primeiro capítulo refere-se ao contexto histórico deste trabalho, e teve como objetivo estabelecer ao leitor um entendimento da importância e a abrangência do Movimento da Matemática Moderna, como surgiram, quais foram seus objetivos, o que o motivou. Mostramos que seus líderes eram profissionais sérios e preocupados com a educação matemática.

Logo, no segundo capítulo tratamos da análise dos três livros didáticos a os quais nos referimos durante todo o trabalho. Esse capítulo é de suma importância, pois o livro didático é um dos mais importantes materiais didáticos utilizados pelo professor e pelo aluno, no processo de ensino-aprendizagem. É através de análises de livros didáticos que o professor, pode selecionar o livro mais apropriado para desenvolver seu trabalho.

Contudo, no terceiro capítulo conseguimos atingir nossos objetivos, através das análises comparativas dos livros didáticos, fundamentadas no contexto histórico sobre o Movimento da Matemática Moderna, abordado no primeiro capítulo, e nos resultados das análises dos respectivos livros realizadas no segundo capítulo. Assim, podemos observar como os objetivos do Movimento da Matemática Moderna, foram inseridos no livro referente ao período do movimento, os conteúdos que foram excluídos e os que foram incluídos, as mudanças na maneira de abordar os assuntos, na estrutura editorial. Observamos ainda, que no livro referente à atualidade algumas características do Movimento da Matemática Moderna se mantêm, mas que acompanham as mudanças e necessidades tecnológicas e educacionais da atualidade. Além disso, ressaltamos que apesar de sofrer influências de desenvolvimento tecnológico e educacional, os métodos de resolver questões matemáticas permanecem basicamente os mesmos.

Assim sendo, esperamos que este trabalho sirva de fonte de inspiração para novos trabalhos, e que outros graduandos de matemática em licenciatura, possam utilizá-lo como fonte de pesquisa.

Portanto, podemos afirmar que o Movimento da Matemática Moderna, foi um movimento de grande abrangência, o que nos sugere uma pesquisa e meditação sobre como as idéias do Movimento da Matemática Moderna foram interpretadas e incorporadas ao ensino de Matemática no Brasil.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NOMAS TÉCNICAS. NBR 6023: informação e documentação: referências: elaboração. Rio de Janeiro, 2002<sup>a</sup>. 24 p.

\_\_\_\_\_. **NBR 6024**: informação e documentação: numeração progressiva das seções de um documento escrito: apresentação. Rio de Janeiro, 2003<sup>a</sup>. 3 p.

\_\_\_\_\_. **NBR 6027**: informação e documentação: sumário: apresentação. Rio de Janeiro, 2003b. 2 p.

\_\_\_\_\_. **NBR 10520**: informação e documentação: citações em documentos: apresentação. Rio de Janeiro, 2002b. 7p.

\_\_\_\_\_. **NBR 14724**: informação e documentação: trabalhos acadêmicos: apresentação: apresentação. Rio de Janeiro, 2005. 9 p.

CASTRO, Francisco Mendes de Oliveira - **A matemática no Brasil** /F> M> de Oliveira Castro. Campinas, São Paulo: Editora da UNICAMP, 1992.

BRASIL, MEC, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1998.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: temas transversais. Brasília, MEC/SEF, 1998.

FAGUNDES, Vinícius Batista et al. **Sistema Colaborativo de Registro e Organização de Dados sobre a História de Constituição de um Saber, Aplicado ao Caso da Modelagem Geométrica**, Porto Alegre, v.4, n.1, junho, 2006. Disponível em: [http://www.cinted.ufrgs.br/renote/jul2006/artigosrenote/a51\\_21294.pdf](http://www.cinted.ufrgs.br/renote/jul2006/artigosrenote/a51_21294.pdf). >. Acesso em mar./jun.2008.

GIOVANNI, José Ruy, CASTRUCCI, Benedito, JR GIOVANNI, José Ruy: **A Conquista da Matemática – Nova** -São Paulo: FTD, 1998. - (Coleção a conquista da matemática).

JUNIOR. FOLSTER, Henrique Geraldo. **Análise das Questões de um Livro Paradidático do Movimento da Matemática Moderna.2007**. 58f. Monografia (Graduação em Matemática Licenciatura)-Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis,2007.

KLINE, M. **O Fracasso da Matemática Moderna**. São Paulo: Ibrasa - Instituição Brasileira de Difusão Cultural S.A. 1976. (tradução do original publicado em inglês em 1973).

MASHAAL, Maurice. **Bourbaki: Quem é Bourbaki?**, Um Grupo que se Forma Revista, Jovens Rebeldes contra Pontífices Esclerosados, Os Elementos de Matemática, Foco na Axiomática e nas Estruturas. Scientific American Brasil – **Gênios da Ciência: A Vanguarda Matemática e os Limites da Razão**, São Paulo, v.1, n.18, p.67-97, 2006.

MATOS, José Manoel, VALENTE, Rodrigues Wagner (organizadores)–**A Matemática Moderna nas Escolas do Brasil e de Portugal: Primeiros Estudos** – São Paulo, 2007. Disponível em: < <http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.jsp> >. Acesso em mar./jun.2008.

MIORIM, Ângela Maria. Livros didáticos de Matemática do período de implantação do Movimento da Matemática Moderna no Brasil. In: **CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 5., 2005, Porto, Portugal, 2005. Disponível em: < [http://www.mytw.net/cibem5/MyFiles/outros/Maria\\_Angela\\_Miorim.pdf](http://www.mytw.net/cibem5/MyFiles/outros/Maria_Angela_Miorim.pdf) >. Acesso em mar./jun.2008.

QUINTELLA, Ary: **Matemática para a quarta série ginásial**, 19ª edição. Companhia Editora Nacional: São Paulo, 1955.

SANGIORGI, Osvaldo: **Matemática-8 Para Cursos de Primeiro Grau**. Companhia Editora Nacional: São Paulo, 1974.

SILVA, Maria Célia Leme da. Movimento da Matemática Moderna: Possíveis Leituras de uma Cronologia. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v.6, n.18, p.49-63, maio/ ago. 2006.