

EDUCAÇÃO

ÓRGÃO DA DIRECTORIA GERAL DA INSTRUÇÃO PUBLICA
E DA SOCIEDADE DE EDUCAÇÃO

PUBLICAÇÃO MENSAL (iniciada em Outubro de 1927)
S. PAULO - BRASIL

SUMMARIO

Dr. ETULAIN AUTRAN	Cincoentenário da Escola Normal da Capital.....	313
Representante do 3.º Districto Eleitoral Paulista na Camara dos Deputados Estaduaes.		
Dr. AMERICO B. A. DE MOURA	Cincoentenário da Escola Normal da Capital	324
Cathedratico de Latim e Literatura da Escola Normal da Capital.		
Prof. LUIZ GONZAGA C. FLEURY.....	Illusões communs.....	333
Inspector Escolar do 57.º Districto (Séde em São Carlos).		
Prof. FRANCISCO ALVES MOURÃO	Ensinó da Linguagem escripta.....	357
Inspector Escolar do 43.º Districto (Séde em Limeira).		
Prof. ANTONIO FIRMINO DE PROENÇA	Questões de Mathematica elementar.....	368
Inspector Geral do Ensino		
Prof. JOSE' DO PATROCINIO BRETAS..	Ensinó de Noções communs na Escola Primaria	373
Director do Grupo Escolar de Duartina		
Prof. JOSE' F. DE SAMPAIO PENTEADO	Exposições Escolares	377
Director do 2.º Grupo Escolar de S. Carlos		
• O ESFORÇO EDUCATIVO DE SÃO PAULO.....		380
(Através da Mensagem Presidencial de 14 de Julho de 1930)		
Prof. DOMINGOS FARO	Escolas Profissionaes.....	409
Inspector Fiscal da Escola Normal Livre de Araraquara.		
Profa. ARLINDA ISABEL DE SOUZA....	Noções Communs	413
Do Grupo Escolar de Dourado		
Dr. DAGOBERTO F. DE GASGON	Dia da Boa Vontade.....	421
Lente da Escola Normal Livre "José Bonifacio" de Santos.		
Prof. JOÃO PIRES BARBOSA	Contribuição para a reforma do programma das escolas primarias paulistas	434
Inspector do 74.º Districto Escolar (Séde em Itajoby)		
MOVIMENTO DAS CAIXAS ESCOLARES DO ESTADO (1.º semestre de 1930)		436
INFORMAÇÕES.....		445-462
ATRAVÉS DE LIVROS (Apreciações e Notas)		463-475
ATRAVÉS DE REVISTAS E JORNAES — Vantagens da Educação Physica		
— O ensino da lingua — Synonymos perfeitos — O destino da civilização		476-786
INDICE DO VOLUME XII (Julho, Agosto, Setembro de 1930).....		487

QUESTÕES DE MATHEMATICA ELEMENTAR

(NOTAS PARA O ENSINO NORMAL)

Prof. Antonio Firmino de Proença

Inspector Geral de Ensino

I

O SIGNAL DO PRODUCTO EM ALGEBRA

Em toda multiplicação o producto é sempre da especie do multiplicando. Será positivo, quando o multiplicando for positivo; negativo, quando o multiplicando for negativo. E não poderia deixar de ser assim, pois o producto não passa de uma somma de quantidades iguaes ao multiplicando.

Quanto é 3 vezes a distancia de 42Km ?

No caso de ser positiva a distancia considerada, teremos

$$\begin{array}{r} + 42 \text{ Kms.} \\ + 42 \text{ Kms.} \\ + 42 \text{ Kms.} \\ \hline + 126 \text{ Kms.} \end{array}$$

$$\text{isto é } 3 \times (+42\text{Kms.}) = +126\text{Kms. (1)}$$

Suppondo negativa a mesma distancia, o calculo será

$$\begin{array}{r} - 42 \text{ Kms.} \\ - 42 \text{ Kms.} \\ - 42 \text{ Kms.} \\ \hline - 126 \text{ Kms.} \end{array}$$

$$\text{ou seja } 3 \times (-42\text{Kms.}) = -126\text{Kms. (2)}$$

Em geral

$$\begin{array}{l} a \times (+b) = +ab \\ a \times (-b) = -ab \end{array}$$

A's vezes o multiplicador é um numero precedido do signal *menos*. Neste caso costuma-se dizer que o multiplicador é negativo. Não é, nem pode ser verdade. Multiplicar uma quantidade por um numero negativo é coisa que não tem sentido. O multiplicador, por sua funcção, quer em algebra, quer em arithmetica, é simplesmente um numero abstracto, nem positivo, nem negativo.

Quando se nos deparar, pois, um multiplicador precedido do signal, *menos* devemos considerá-lo como termo de uma subtracção incompletamente indicada. Assim, -3 , por exemplo, será o segundo termo de uma subtracção, cujo primeiro termo está occulto. Num caso desses, o signal *menos* não pertence ao numero, mas é apenas indicativo de uma subtracção a effectuar. *Multiplicador subtractivo* chamaremos, pois, ao multiplicador precedido do signal *menos*. Por analogia daremos o nome de *multiplicador additivo* ao multiplicador que estiver precedido do signal *mais*, ou que não estiver precedido de signal algum.

Quanto é $(-3) \times (+42\text{Kms.})$?

Neste caso o multiplicando é uma quantidade positiva, e o multiplicador um numero subtractivo.

A operação consiste em tomar 3 vezes o multiplicando e escrever o producto como segundo termo de uma subtracção a effectuar, isto é

$$(-3) \times (+42\text{Km.}) = - [3 \times (+42\text{Km})] = -(+126\text{Km}).$$

Ora, subtrahir uma quantidade positiva, equivale a addicionar a mesma quantidade tomada negativamente. Logo, poderemos escrever

$$-(+126\text{Kms.}) = -126\text{Kms. (3)}$$

Deste modo o producto, que é uma quantidade positiva a ser subtraída, se transforma em uma quantidade negativa a ser sommada.

Consideremos finalmente a multiplicação

$$(-3) \times (-42\text{Kms.})$$

Neste exemplo o multiplicando é uma quantidade negativa e o multiplicador um numero subtractivo.

A operação, como no caso anterior, consiste em tomar 3 vezes o multiplicando e escrever o producto como segundo termo de uma subtracção a effectuar, isto é

$$(-3) \times (-42\text{Km.}) = - 3 \times (-42\text{Km}) = - (-126\text{Km.})$$

Pelo resultado se vê que o producto negativo (-126Km) tem de ser subtraído de uma quantidade que não está expressa, mas se subentende. Ora, subtrair uma quantidade negativa equivale a sommar a mesma quantidade tomada positivamente, logo

$$-(-126\text{Kms.}) = +126\text{Kms.} \quad (4)$$

Assim o producto, que é uma quantidade negativa a ser subtraída, se transforma em uma quantidade positiva a ser sommada.

Em geral

$$\begin{aligned} (-a) \times (+b) &= -ab \\ (-a) \times (-b) &= +ab \end{aligned}$$

Estes casos do multiplicador subtractivo ficarão melhor esclarecidos desde que tornemos explicito o primeiro termo do binomio multiplicador.

Seja a quantidade positiva $(+c)$ para ser multiplicada pela differença $(a-b)$.

E' evidente que teremos de repetir a quantidade $(+c)$ a vezes e depois b vezes, e em seguida achar a differença entre os dois productos, isto é

$$(a-b) \times (+c) = [a \times (+c)] - [b \times (+c)] = (+ac) - (+bc)$$

Ora, subtrair a quantidade positiva $(+bc)$ equivale a sommar a mesma quantidade tomada negativamente, logo, em vez de

$$(+ac) - (+bc) \text{ podemos escrever } ac - bc$$

Donde se vê que o producto da parte subtractiva $(-b)$ do multiplicador pelo multiplicando positivo $(+c)$ é uma quantidade que fica sendo negativa $(-bc)$.

Consideremos agora a quantidade negativa $(-c)$ para ser multiplicada pela differença $(a-b)$.

Neste caso teremos a operação seguinte

$$(a-b) \times (-c) = [a \times (-c) - (b \times (-c))] = (-ac) - (-bc)$$

Ora, subtrair a quantidade negativa $(-bc)$ equivale a sommar a mesma quantidade tomada positivamente, logo, em vez de

$$(-ac) - (-bc) \text{ podemos escrever } -ac + bc$$

Donde se vê que o producto da parte subtractiva $(-b)$ do multiplicador pelo multiplicando negativo $(-c)$ é uma quantidade que fica sendo positiva.

Analysando-se os quatro exemplos apresentados, de prompto se deduz :

1.º quando o multiplicando é positivo e o multiplicador additivo, o producto é positivo ;

2.º quando o multiplicando é negativo e o multiplicador additivo, o producto é negativo ;

3.º quando o multiplicando é positivo e o multiplicador subtractivo, o producto é negativo ;

4.º quando o multiplicando é negativo e o multiplicador subtractivo, o producto é positivo.

Nos dois ultimos casos parece que a nossa conclusão está em desaccordo com o que ficou estabelecido logo de começo, isto é, que o producto é sempre da mesma especie do multiplicando. Note-se, porém, que o desaccordo não existe desde que consideremos os productos na sua forma primitiva e não depois de transformados.

Em geral

$$\begin{aligned} n \times (+a) &= +na \\ n \times (-a) &= -na \\ (-n) \times (+a) &= -na \\ (-n) \times (-a) &= +na \end{aligned}$$

Na pratica da multiplicação se consideram como positivos os multiplicadores additivos e como negativos os multiplicadores subtractivos. Dahi o formular-se a seguinte regra empirica : "Quando ambos os factores têm o mesmo signal, o producto é positivo ; quando um factor tem o mesmo signal, e outro o signal *menos* o producto é negativo".

$$\begin{aligned} + \times + &= + \\ + \times - &= - \\ - \times + &= - \\ - \times - &= + \end{aligned}$$

Nos diversos exemplos apresentados consideramos o multiplicando como uma quantidade real, concreta. No calculo algebrico, porém, elle entra geralmente como numero abstracto. Neste caso será indifferente chamá-lo numero positivo ou additivo, quando precedido do signal *mais*, e negativo ou subtractivo, quando precedido do signal *menos*. De um ou de outro modo que se considere o multiplicando, nenhuma alteração soffrerá o signal do producto. Tratando-se, porém, de um multiplicando claramente concreto, isto é, de uma quan-

tidade no seu sentido proprio, já não se lhe pode applicar senão a denominação *positivo* ou *negativo*.

Parece-nos que têm significação bem distincta os termos "positivo" e "additivo", "negativo" e "subtractivo" e, por isso mesmo, deveriam audar bem empregados na linguagem algebrica. Não é, entretanto, o que se vê. A confusão vem dos compendios e os mestres a transmittem intacta aos seus discipulos.

O facto só tem importancia quando se trata do ensino racional da materia. Para os que entendem que a algebra se reduz a um mero jogo de symbolos, uma especie de arte magica, cujas formulas surgem mysteriosamente no fundo negro do quadro negro, tudo está certo.

Os livros para os alumnos dos estabelecimentos de ensino estrangeiros precisam ter feição profundamente brasileira, para que possam despertar nas crianças, filhas de alienigenas mas aqui nascidas ou para cá vindas em tenra idade, o sentimento de admiração e amor pelo nosso paiz. Ainda ha pouco aconselhámos, em palestra pedagogica feita em um grande collegio estrangeiro da Capital, a adopção do livro "Brasil, minha terra!", de Mario Sette, obra que nos parece adequada ao fim que temos em vista.

EUSEBIO DE PAULA MARCONDES