

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**A MODELAGEM MATEMÁTICA
E A MERENDA ESCOLAR**

OSCAR SILVA NETO

Florianópolis, março de 2006

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

A MODELAGEM MATEMÁTICA E A MERENDA ESCOLAR

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Curso de Matemática, Centro de Ciências
Físicas e Matemáticas, como requisito à
obtenção do título de Licenciado em
Matemática

Orientando: OSCAR SILVA NETO
Orientador: WILSON SCHMIDT

Florianópolis, março de 2006

Esta monografia foi julgada adequada como **TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO** no Curso de Matemática – Habilitação Licenciatura, e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora designada pela Portaria nº 08/CCM/06.

Profª Carmem Suzane Comitre Gimenez
Professora da disciplina

Banca examinadora

Prof Wilson Schmidt
Orientador

Profª Neri Terezinha Both Carvalho

Profº Nereu Estanislau Burin

"A grande generosidade está em lutar para que, cada vez mais, essas mãos, sejam de homens ou de povos, se estendam menos, em gestos de súplica. Súplica de humildes a poderosos. E se vão fazendo, cada vez mais, mãos humanas, que trabalhem e transformem o mundo."

Paulo Freire

Dedico este trabalho de conclusão de curso a minha mãe, Angela e aos meus irmãos Elisângela e Marcelo, pela compreensão e apoio durante minha jornada acadêmica.

AGRADECIMENTOS

À Deus em primeiro lugar pelo dom da vida.

Ao professor Wilson Schmidt, por ter aceitado me orientar na realização deste trabalho.

Aos professores Neri e Nereu, por terem aceitado o convite para participarem da Banca Examinadora.

Aos meus irmãos Elisângela Borba Silva e Marcelo Silva e à minha mãe Angela Maria Borba, que sempre estiveram presentes nestes anos de luta acadêmica.

Aos meus chefes, Jane Maria Guilherme Trierweiler e ao Prefeito Vilmar Astrogildo Tuta de Souza, pela compreensão nas horas em que precisei.

Aos amigos que nos momentos mais difíceis estiveram sempre prontos a me ajudar no que fosse necessário.

A todos os colegas que encontrei ao longo do curso, pelo companheirismo, dividindo momentos inesquecíveis.

À escola e à professora que cederam espaço para a realização da Experimentação.

Enfim, a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	8
2 VALORES E OBJETIVOS DA MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL.....	10
2.1 REFLEXÕES A PARTIR DE UMA NOTÍCIA	10
2.2 TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	14
3 A MODELAGEM MATEMÁTICA	18
3.1 USOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA	30
3.2 MODELAGEM COMO MÉTODO CIENTÍFICO	31
3.3 FÍSICA TEÓRICA	31
3.4 QUÍMICA TEÓRICA	32
3.5 BIOMATEMÁTICA	32
3.6 APLICAÇÕES EM OUTRAS ÁREAS	34
3.7 MODELAGEM COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM	35
3.8 MODELAÇÃO MATEMÁTICA	40
3.9 MODELAGEM MATEMÁTICA COMO DISCIPLINA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES	49
4 MERENDA ESCOLAR	50
5 EXPERIMENTAÇÃO	59
6 CONCLUSÃO	66
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	68
8 ANEXOS	71
8.1 ANEXO 1 - CURIOSIDADES SOBRE A MERENDA ESCOLAR	71
8.2 ANEXO 2 - QUESTIONÁRIO	74

1 INTRODUÇÃO

Ao finalizar o curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina, era chegado o momento de escolher a área em que gostaria de trabalhar. A Educação Matemática foi por mim escolhida, desde os primeiros contatos com ela, pela identificação e pelo jeito novo de fazer matemática. Era preciso, então, fazer estudos sobre essa nova tendência.

Para realizar esses estudos, primeiramente, por um lado, tive uma motivação nos semestres da faculdade, enquanto vivenciava experiências educacionais nas disciplinas que cursava. Depois, por outro lado, tive decepções enquanto iniciava minha carreira no magistério, percebendo o quanto o ensino de Matemática no Estado de Santa Catarina e, se assim posso dizer, no Brasil, estavam abaixo das minhas expectativas.

Expectativas estas frustradas por adentrar num mundo onde os professores estão cansados, os alunos desinteressados e ninguém toma iniciativa nenhuma. As aulas de matemática, que até então aterrorizam os alunos, sendo exercidas tradicionalmente, não dando a oportunidade dos alunos pensarem, agirem e fazerem ligações da escola com a vida cotidiana.

O objetivo deste trabalho é descobrir como funciona o mecanismo da Modelagem Matemática, ou seja, verificar a importância da aplicabilidade da Matemática em situações do dia-a-dia. Poder preparar as aulas e os conteúdos, desenvolvê-los e incentivar a criatividade e o raciocínio junto com os alunos também são metas deste processo.

Para verificar isto, além da fundamentação teórica, baseada em profissionais renomados na área da Educação Matemática, é feito aqui uma experimentação, que consegue comprovar o uso da Modelagem Matemática em séries do Ensino Fundamental de escolas públicas. Para tanto, foi selecionado o tema “Merenda Escolar” que traz consigo uma problemática vivenciada por nossos alunos nos dias de hoje. É mostrado como funciona todo o mecanismo da merenda, desde o repasse da verba até o consumo dos alimentos pelas crianças.

Para tanto, é feita primeiramente uma explanação das tendências em Educação Matemática, que traz consigo o uso da Modelagem. Após conhecer um pouco sobre

Modelagem, é apresentada a Modelação Matemática, que nada mais é do que a modelagem na Educação. Em seguida é mostrado como funciona o Programa de Alimentação Escolar e o que ele tem a haver com a Modelagem., neste trabalho. Por último, é apresentada uma experimentação realizada em uma escola pública estadual, mostrando como os alunos reagiram e quais conclusões puderam tirar da situação.

Fazer com que os profissionais percebam a importância da merenda e de como utilizá-la nas aulas de matemática, fazendo com que os alunos tornem-se “mini pesquisadores”, tendo vontade própria de aprender é, sem dúvida alguma, para mim, o ápice da satisfação.

Professores de Matemática, de Ciências, de Geografia, Diretores das escolas, Merendeiras, Orientadores, Nutricionistas, Secretários de Educação, entre outros, são personagens importantes no processo ensino-aprendizagem. A forma de trabalhar, prevendo a interdisciplinaridade, é o sonho de consumo da sociedade pedagógica. Cabe a nós, futuros profissionais da Educação, buscarmos exercer desde já a nossa função de educadores.

2 VALORES E OBJETIVOS DA MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

“A educação existe por toda parte e, muito mais do que a escola, é o resultado da ação de todo meio sócio-cultural sobre os seus participantes. É o exercício de viver e conviver o que educa. A escola de qualquer tipo é apenas um lugar e um momento provisórios onde isto pode acontecer.”

(C. Brandão)

2.1 REFLEXÕES A PARTIR DE UMA NOTÍCIA

Para iniciar uma primeira linha de raciocínio, apresentarei agora um texto retirado do Jornal Biguaçu em Foco, do dia 02 de fevereiro de 2006, edição 631, Ano 13, pág 02, que tentará fazer uma reflexão de como anda o ensino de Matemática no Brasil:

“ **O** *Ministro das Comunicações, Hélio Costa, 66, anunciou nesta semana que caberá ao Presidente Lula a decisão de qual sistema de televisão digital será usada no Brasil.*

Há três sistemas em disputa. Um é a de tecnologia norte-americana, outra européia e a terceira japonesa.

Entre os três sistemas, o japonês oferece mais vantagens. Ao contrário dos dois primeiros, o sistema japonês serve também para a tecnologia móvel. Talvez o governo brasileiro o adotará.

Mas essa não é a discussão aqui. O que desejamos salientar é o seguinte: o Brasil não tem tecnologia para a

televisão digital, não sabe ou não tem condições de fazer seu próprio sistema e, por causa disso, tem de importar essa tecnologia, como faz com inúmeras outras. Por acaso o Brasil tem sua própria e genuína tecnologia para celulares, carros ou computadores?

Numa pesquisa mundial, patrocinada pela ONU (Organização das Nações Unidas) com estudantes de 2º grau o Brasil figura entre os últimos colocados no quesito conhecimento de matemática. Ganha da Tunísia, país do norte da África, mas está a anos luz do campeão desse ranking, a Finlândia, coincidentemente o país mais avançado em tecnologia para celulares.

Como o Brasil pretende vencer no mundo globalizado, de alta competitividade tecnológica, se suas escolas são fracas e seu sistema de ensino de matemática beira a calamidade pública? Como um país que sonha vencer no mundo da tecnologia se não investe em educação pública de qualidade em matemática e ciências exatas em geral?

A Índia é o campeão mundial em softwares (programas de computador). Motivo: investe pesadamente no ensino de matemática e física, isto é, em ciências exatas. Resultado: formou uma geração de engenheiros de alta qualificação e estes têm sido extremamente competitivos e, em certos casos, surpreendentes, dentro do mercado mundial de softwares.

Mas o que Biguaçu tem a ver com essa discussão? A priori nada; a posteriori tudo.

Biguaçu fica no Brasil e não está longe da média dos problemas brasileiros. Qual o programa específico para a matemática e ciências exatas em geral está em vigor em Biguaçu? Quantas escolas estão equipadas com

laboratórios? Quantas crianças já são “minicientistas” nas escolas de Biguaçu?

Precisamos incentivar, criar, estimular e financiar cientistas. Não adianta alegar que somos um país pobre. O país é pobre, mas de espírito. É lamentável que aqui se dá mais importância a futebol e carnaval do que a estudo e conhecimento”.(veja [20]).

A notícia traz a preocupação do autor em rever como anda a estrutura do Ensino de Matemática no Brasil e faz uma menção ao Município de Biguaçu (SC). Segundo ele, o ensino de Matemática “*beira a calamidade pública*”.

Visando uma reflexão inicial sobre valores e objetivos da Matemática no Ensino Fundamental, bem como sobre tendências no mundo atual, concernentes ao processo de ensino e aprendizagem de conteúdos dessa disciplina, apresento algumas questões de difíceis respostas, mas que devem nortear o caminho do processo ensino-aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental:

- 1) Por que ensinar matemática no Ensino Fundamental?
- 2) Quais as principais tendências em Educação Matemática?
- 3) Quais os principais conteúdos matemáticos que deveriam ser trabalhados nas séries iniciais do Ensino Fundamental? , sobretudo, como tratá-los?

Gostaria de deixar claro que não acredito que as dificuldades para o aprendizado da Matemática tenham origem na Matemática, pois ela é útil para resolver problemas da realidade. Também não acredito que o problema esteja nas pessoas, ou seja, que a capacidade de gostar de Matemática e apreciá-la seja apenas para alguns poucos talentosos. Ao contrário, penso que qualquer pessoa tem condições de compreendê-la, de gostar dela e de “produzir” Matemática. E já que o problema não está na Matemática em si e nem tampouco nos alunos, talvez possa estar no modo em que um é apresentado ao outro. É claro que a culpa não está somente no professor, mas é interessante que cada um repense no seu modo de ministrar suas aulas, buscando

cada vez mais se aprofundar em seus conhecimentos específicos, mas também sobre seus alunos, saber como pensam e como aprendem Matemática.

Estamos vivenciando um movimento de idéias que desafiam os docentes quanto à organização e ao tratamento dos conteúdos. Dentre os vários elementos norteadores que estão sendo propostos, podemos, entre outros, destacar os seguintes: problematização contextualizada; articulação dos conteúdos; valorização de conhecimentos prévios dos alunos; abordagem dos conteúdos em forma de espiral; pesquisa e elaboração própria; incorporação de avanços científicos e tecnológicos; avaliação processual e permanente; estímulo ao raciocínio e à socialização de conhecimentos. Todos esses elementos estão interligados entre si.

A **problematização contextualizada** serve como ponto de partida do trabalho com conteúdos matemáticos fundamentais. Os conteúdos devem ser trabalhados de forma interligada, possibilitando ao aluno a atribuição de maior significado aos conceitos. Também se deve relacionar a Matemática a outras disciplinas escolares.

Valorizar os conhecimentos prévios dos alunos também é fundamental, pois o professor pode propor situações adaptadas ao estado de conhecimento dos alunos. É preciso conhecer o nível cognitivo do aluno, o que está ligado aos seus conhecimentos anteriores.

Incorporar novos conceitos, lembrando conteúdos trabalhados anteriormente é o objetivo do **trabalho em espiral**. Vale aqui ressaltar que não se deve confundir trabalho em espiral com retomadas esporádicas e sem referência ao conteúdo já visto.

A **formação do cidadão** é um dos principais objetivos da escola. Nossa sociedade precisa de seres criativos e críticos, capazes de produzirem conhecimento. O aluno deve ser estimulado a fazer pesquisas, a analisar os dados colhidos e a interpretá-los.

Mudanças no ensino implicam diretamente mudanças na **avaliação**. Desta forma, não é mais possível avaliar um aluno somente por testes periódicos, atribuindo-lhe uma nota. Novos instrumentos devem ser inseridos tais como: apresentações orais, trabalhos em grupo, participação nas aulas, enfim, ferramentas em seja permitido o progresso do aluno na aquisição de conhecimento.

Aqui talvez more a grande preocupação desse trabalho: se o ensino de Matemática está tão ruim assim, o que deveria ser feito para mudar essa situação? Incorporar os princípios acima citados possa ser uma das saídas.

É preciso lembrar que o ensino evolui ao longo dos tempos e que, sem menosprezar o método tradicional, continuarmos ensinando matemática do jeito que aprendemos, possamos contribuir para que cada vez mais as pessoas digam que não gostam ou preferem não se interessar pela Matemática. Por causa disso, apresento abaixo as tendências em Educação Matemática para que os atuais docentes conheçam a evolução do ensino de Matemática e possam, se for o caso, repensar o seu modo de ensinar.

2.2 TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Fazendo um breve retrospecto do ensino de Matemática no Brasil, observa-se que:

- até o início do século XIX não era permitido imprimir ou importar livros e o ensino dessa disciplina ficava restrito a ações isoladas, como o trabalho dos jesuítas;
- em meados do século XIX é que se inicia a estruturação do ensino de Matemática no Brasil, com grades curriculares, programas e livros textos. Surgem também algumas publicações nacionais de livros didáticos em Matemática, inspiradas em autores europeus, principalmente nos clássicos franceses;
- no início da década de 30, no governo de Vargas, foi promovida uma Reforma Educacional, com objetivos de transformar uma educação muito elitista e atingir uma classe média, numerosamente emergente. A principal foi a síntese de várias disciplinas (aritmética, geometria, trigonometria e álgebra) numa só, que daí por diante passaria a ser denominada Matemática.
- Em meados da década de 60 acontece uma reforma de impacto para o ensino da Matemática, chamado de Movimento da Matemática Moderna. Esse movimento defendeu mudanças nos conteúdos programáticos, em todos os níveis, exigindo maior ênfase para a linguagem simbólica de conjuntos e

sobrecarga de aspectos formais na apresentação de conteúdos matemáticos. No entanto, devido diante do excesso de simbologia, das dificuldades de abstração das estruturas e do distanciamento de problemas do mundo real, o Movimento da Matemática Moderna fracassou.

- A partir do início da década de 90, surgem propostas inovadoras que valorizam o trabalho com campos de significado, tais como: problematização contextualizada, evolução histórica de conceitos, abordagem interdisciplinar, articulação dos conteúdos, uso de novas tecnologias, valorização da avaliação processual e modelagem matemática, entre outros. (Veja [5]).

Apesar dessas tendências permearem a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o Projeto Nacional de Livros Didáticos (PNLD) e, em parte, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), elas ainda continuam distantes das práticas pedagógicas da maioria dos professores que estão atuando em sala de aula. É necessária a participação dos docentes na elaboração dessas políticas e, para que estas mudanças aconteçam, é preciso um esforço entre Secretarias de Educação e Professores.

Ao observar as novas tendências da área da Educação Matemática, percebe-se que a resolução de problemas aparece freqüentemente como impulsionadora de novas propostas inovadoras. Entende-se por problemas não aquelas situações que resolvemos facilmente, usando quase somente a memória e alguns algoritmos previamente fornecidos, mas sim, aquelas situações em que algumas condições particulares sejam satisfeitas, as quais dependem necessariamente da pessoa ou do grupo que irá tentar resolvê-la. Uma dessas condições é que quem esteja diante da situação tenha vontade de encontrar uma solução e não tenha, de imediato, caminhos óbvios a seguir, isto é, tenha a necessidade de parar para pensar e “buscar” idéias e tentativas para uma possível resolução.

Aqui então entra a grande participação do professor de Matemática: o de encontrar problemas que sejam desafiadores e significativos para seus alunos. Muitas vezes será preciso reformular o enunciado de um problema já existente e elaborar outros problemas. É importante também a participação do aluno na reformulação do

enunciando do problema, apontando o que faltou e o que há de desnecessário naquele enunciado. Isto faz com que o aluno aprenda a extrair dados importantes do enunciado dos problemas que o levem à solução destes

É importante ressaltar que o que pode ser considerado problema para uma pessoa pode não ser para outra. Isto depende de alguns fatores como interesse pela situação proposta, conhecimento matemático, experiências anteriores, entre outros. Nesse sentido, o nível da situação proposta não pode estar muito distante da que o aluno já conhece, mas necessita também que haja interesse dele em resolvê-la.

GEORGE POLYA (1944) diz em seu livro “*A Arte de Resolver Problemas*” que na resolução de um problema de Matemática, deveriam ocorrer quatro etapas: compreensão do problema, elaboração de um plano de resolução, execução do plano e uma última etapa denominada retrospecto ou exame de solução produzida. Hoje, a resolução de problemas está inserida em todas as subáreas da Educação Matemática e é preciso estudá-las em cada temática particular.

Um dos maiores desafios dos professores é elaborar problemas que sejam atrativos e significativos para seus alunos e que possibilitem o trabalho de importantes conteúdos matemáticos no Ensino Fundamental. Para isso, não basta somente o professor ter conhecimentos matemáticos, mas sim, ter um conhecimento prévio de seus alunos, suas histórias de vida, entre outros. Por se tratar de uma experiência difícil, é necessário que eles digam como resolvem problemas de matemática, manifestarem suas principais dúvidas, projetos de vida, ansiedades, para que estes dados sirvam como subsídios para elaboração das atividades.

O ensino da Matemática deve servir para a construção da cidadania e, para isso, o professor deve “*desenvolver metodologia que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo, a autonomia advinda da confiança na própria capacidade de enfrentar problemas.*” (BRASIL, 1997, [9]).

Dessa forma, os Parâmetros Curriculares Nacionais apresentam idéias inovadoras para o trabalho pedagógico em sala de aula, dentre elas: o uso do conteúdo em espiral, a valorização do trabalho em pequenos grupos em sala de aula, a articulação intramatemática (dentro das áreas da matemática) e intermatemática (com outras áreas

de conhecimento) e transmatemática (abordagem de temas transversais) como: ética, saúde, orientação sexual, meio ambiente, pluralidade cultural e finalmente, trabalho e consumo.

Deixarei evidenciados os objetivos gerais para o Ensino Fundamental, que deve levar o aluno a:

- identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
- fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico);
- selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;
- resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
- comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
- estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
- sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;
- interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos

consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (Veja [5]).

A introdução de qualquer novo instrumento ou de novas formas de trabalho provoca mudanças no processo de ensino e aprendizagem.

Se quisermos trabalhar o processo de construção do conhecimento e quisermos que as aulas tenham sentido para os alunos, essas mudanças devem ser cuidadosamente consideradas.

Como forma de experimentação, foi selecionada a *Modelagem Matemática* como tentativa de iniciar a mudança do ensino de Matemática. Através das vantagens que ela nos traz, tentarei mostrar o quanto ela pode ser útil para o aprendizado em Matemática.

3 A MODELAGEM MATEMÁTICA

“O objetivo fundamental do “uso” da Matemática é de fato extrair a parte essencial da situação-problema e formalizá-la em um contexto abstrato onde o pensamento possa ser absorvido com uma extraordinária economia de linguagem. Desta forma, a matemática pode ser vista como um instrumento intelectual capaz de sintetizar idéias concebidas em situações empíricas que estão quase sempre camufladas num emaranhado de variáveis de menor importância.”

(BASSANEZI, 2002. Veja [1])

A Matemática não deve ser considerada importante simplesmente por alguma definição arbitrária ou porque mais tarde ela poderá ser aplicada. Sua importância deve residir no fato de poder ser tão agradável quanto interessante. Nessa nova forma de encarar a Matemática, a modelagem – que pode ser tomada tanto como um método científico de pesquisa quanto uma estratégia de ensino-aprendizagem – tem se

mostrado muito eficaz. A *Modelagem Matemática* consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

As vantagens do emprego da modelagem em termos de pesquisa podem ser constatadas nos avanços tecnológicos em várias áreas. A modelagem pressupõe multidisciplinariedade e nesse sentido vai ao encontro de novas tendências que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas de pesquisa. No setor educacional, a aprendizagem realizada através da modelagem facilita a combinação dos aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações. Ela é também um método científico que prepara o indivíduo para a sociedade, para assumir seu papel de cidadão:

“a educação inspirada nos princípios da liberdade e da solidariedade humana tem por fim o preparo do indivíduo e da sociedade para o domínio dos recursos científicos e tecnológicos que lhes permitem utilizar as possibilidades e vencer as dificuldades do meio.” (Lei 4024 – 20/12/61).

Quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de entender, explicar, ou de agir sobre ela, o processo usual é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais para formalizá-los através de um sistema artificial – **o modelo**. Devido à ambigüidade do termo *modelo*, será explicitado a diferença entre *modelo objeto* e *modelo teórico*.

Entende-se por *modelo objeto* a representação de um objeto ou fato concreto, suas características predominantes são a estabilidade e homogeneidade das variáveis. Um exemplo de objeto deste tipo pode ser um desenho para representar o alvéolo usado pelas abelhas. Por *modelo teórico* entende-se aquele que está vinculado a uma teoria geral existente. Deve representar as mesmas variáveis essenciais existentes no fenômeno e suas relações são obtidas através de hipóteses abstratas e experimentos reais.

Chamaremos de *modelo matemático* um conjunto de símbolos que representem de alguma forma o objeto estudado. Esses modelos podem ser formulados de acordo com a natureza dos fenômenos ou situações analisadas, e classificados conforme o tipo de matemática utilizada:

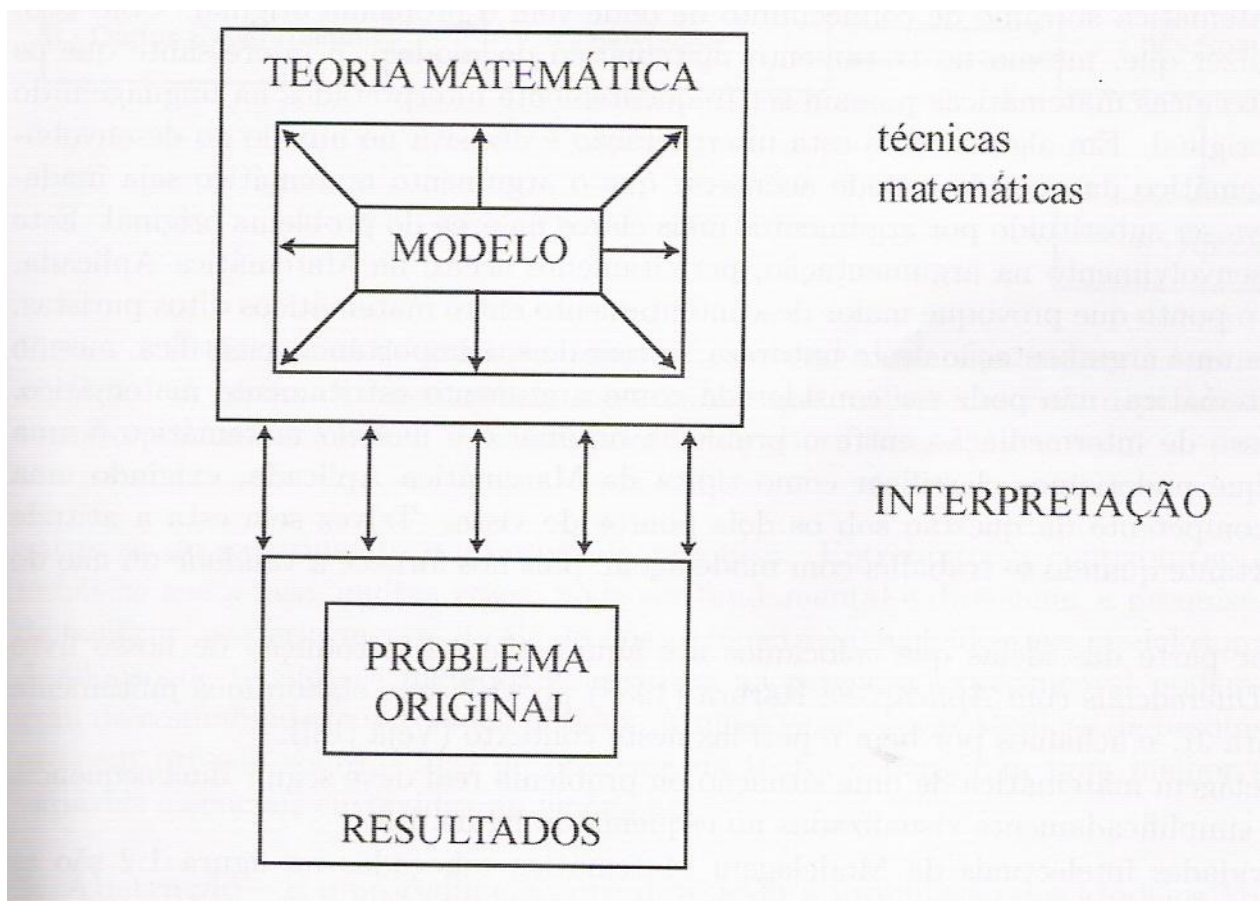
- i. *linear* ou *não-linear*: conforme suas equações básicas tenham estas características;
- ii. *estatístico*: quando representa a forma de um objeto (por exemplo, a forma de um alvéolo) ou *dinâmico*, quando simula variações do estado do fenômeno (por exemplo, crescimento populacional de uma colméia);
- iii. *educacional*: tem sua virtude na aquisição de experiência e no fornecimento de idéias para a formulação de modelos mais adequados à realidade estudada; ou *aplicativos* baseado em hipóteses realísticas e, geralmente, envolve inter-relações de um grande número de variáveis, fornecendo em geral sistemas com numerosos parâmetros;
- iv. *estocástico* ou *determinístico*: de acordo com o uso ou não de fatores aleatórios nas equações. Os modelos determinísticos são baseados na suposição que se existem informações suficientes em um determinado instante ou num estágio de algum processo, então todo o futuro do sistema pode ser previsto precisamente. (Veja [1]).

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2002, [1]).

A modelagem é eficaz a partir do momento que nos conscientizamos que estamos trabalhando com aproximações da realidade. Ela pode ser aplicada como situação de **ensino-aprendizagem** com o objetivo de estimular alunos e professores de matemática a descobrirem suas próprias habilidades como modeladores.

A obtenção do modelo matemático pressupõe, por assim dizer, a existência de um dicionário que interpreta, sem ambigüidades, os símbolos e operações de uma teoria matemática em termos da linguagem utilizada na descrição do problema estudado, e vice-versa. Com isto, transpõe-se o problema de alguma realidade para a Matemática onde será tratado através de teorias e técnicas próprias desta Ciência; pela mesma via de interpretação, no sentido contrário, obtém-se o resultado dos estudos na linguagem original do problema.

Esquemáticamente, poderíamos representar este processo com o diagrama abaixo:



(BASSANEZI, 2002, PÁG. 25, [1]).

Vários comentários devem ser feitos neste ponto. Primeiro, a teoria matemática para a construção do modelo matemático adequado ao problema original pode não existir. Esta situação exige dos estudiosos uma tarefa talvez histórica: desenvolver um novo ramo da Matemática. Obviamente isto não acontece todos os dias. Como um exemplo

recente é possível citar a Teoria dos Jogos criada por J. Neumann para modelar situações de competição econômica. De qualquer maneira, o objetivo (e a esperança) de todo *matemático aplicado* ao estudar um problema é construir um modelo dentro de uma teoria matemática já desenvolvida e amplamente estudada, que facilite a obtenção de resultados. Afinal, a sua missão deve ser resolver o problema da maneira mais simples possível, e não complicá-la desnecessariamente.

Segundo, mesmo que o modelo matemático da situação estudada possa ser construído dentro de uma teoria matemática conhecida, ainda assim pode acontecer que as técnicas e métodos matemáticos existentes nesta teoria sejam insuficientes para a obtenção de resultados desejados. Neste caso, a situação não é tão dramática como antes, mas de qualquer forma vai exigir do matemático aplicado habilidade e criatividade essencialmente matemáticas para desenvolver os métodos necessários. Estas situações se constituem nas grandes motivações para o desenvolvimento de teorias matemáticas já estabelecidas. Isto é amplamente exemplificado no caso das Equações Diferenciais, desde a sua origem até os dias de hoje.

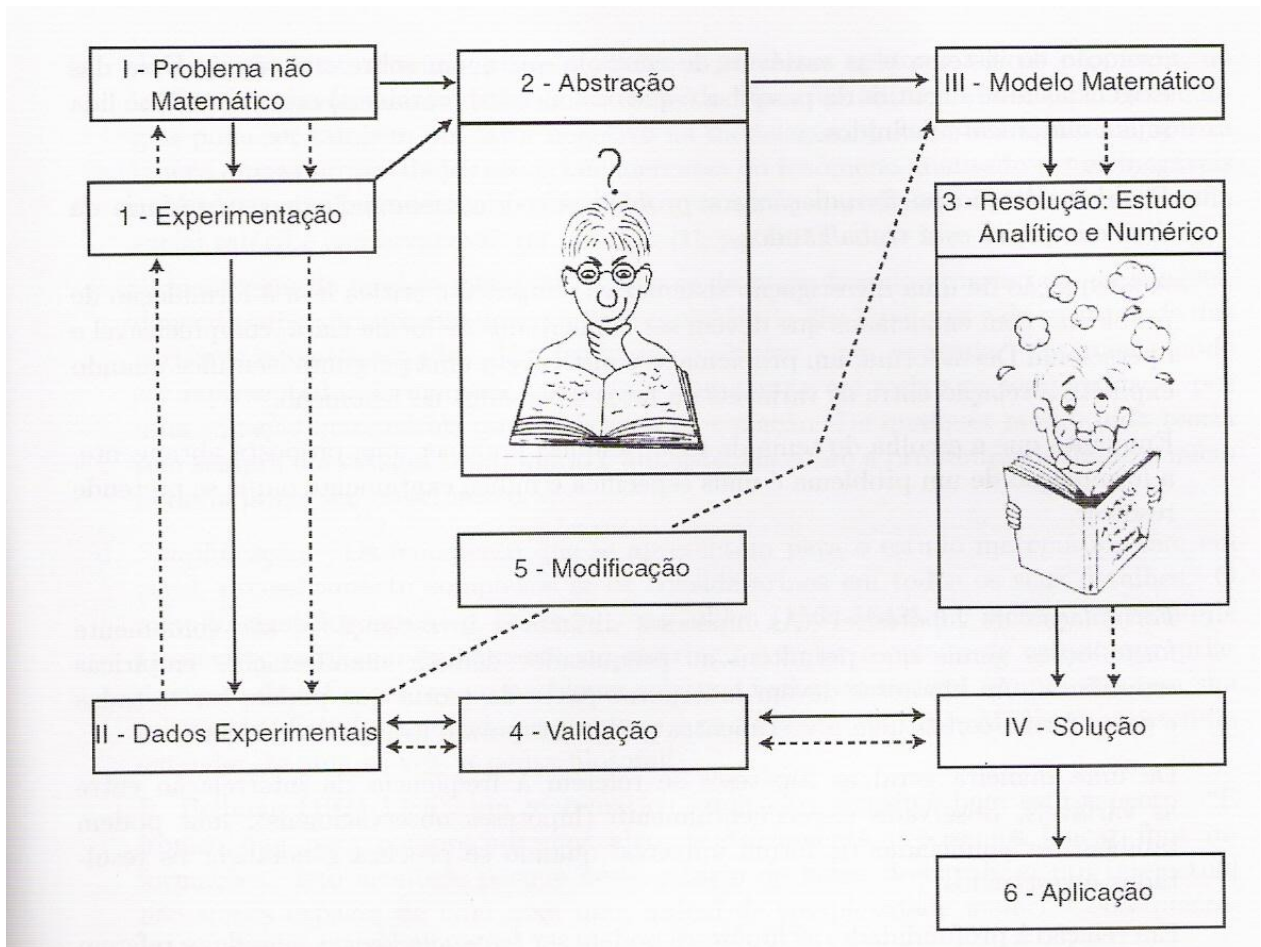
Observe que as setas de interpretação do esquema acima ligam, em grande parte, a teoria matemática ao ramo de conhecimento de onde vem o problema original. Portanto, mesmo no tratamento matemático do modelo, é interessante que os métodos e técnicas matemáticas possam ser freqüentemente interpretados na linguagem do fenômeno original. Em alguns casos esta interpretação é decisiva no auxílio ao desenvolvimento matemático da questão e pode acontecer que o argumento matemático seja inadequado e deva ser substituído por argumentos mais claros na área do problema original. Este talvez seja o ponto que provoque maior descontentamento entre matemáticos ditos puristas.

A modelagem matemática de uma situação ou problema real deve seguir uma seqüência de etapas, simplifcadamente visualizadas no esquema da figura abaixo:

As atividades intelectuais da Modelagem Matemática são as seguintes:

1. Experimentação: é uma atividade essencialmente laboratorial onde se processa a obtenção de dados. Os métodos experimentais, quase sempre são ditados pela própria natureza do experimento e objetivo da pesquisa. Entretanto, a contribuição de um

matemático nesta fase, muitas vezes, pode ser fundamental e direcionar a pesquisa no sentido de facilitar, posteriormente, o cálculo dos parâmetros envolvidos nos modelos matemáticos. A adoção de técnicas e métodos estatísticos na pesquisa experimental pode dar maior grau de confiabilidade aos dados obtidos. Muitas vezes, novas técnicas de pesquisa empírica exercem pressão sobre o foco de interesse da teoria e permitem uma melhor seleção das variáveis essenciais envolvidas no fenômeno.



Esquema de uma modelagem: as setas contínuas indicam a primeira aproximação. A busca de um modelo matemático que melhor descreve o problema estudado torna o processo dinâmico, indicado pelas setas pontilhadas. (BASSANEZI, 2002, PÁG. 27, [1]).

2. Abstração: é o procedimento que deve levar à formulação dos Modelos matemáticos. Nesta fase, procura-se estabelecer:

a) *Seleção das Variáveis:* a distinção entre as variáveis de estado que descrevem a evolução do sistema e as variáveis de controle que agem sobre o sistema.

Uma das exigências fundamentais da pesquisa é que os conceitos (variáveis) com os quais se lida sejam claramente definidos.

b) *Problematização ou formulação aos problemas teóricos numa linguagem própria da área em que se está trabalhando.* A adequação de uma investigação sistemática empírica e crítica leva à formulação de problemas com enunciados que devem ser explicitados de forma clara, compreensível e operacional. Desta forma, um problema se constitui em uma pergunta científica quando explicita a relação entre as variáveis ou fatos envolvidos no fenômeno.

Enquanto que a escolha do tema de uma pesquisa pode ser uma proposta abrangente, a formulação de um problema é mais específica e indica exatamente o que se pretende resolver.

c) *Formulação de hipóteses:* as hipóteses dirigem a investigação e são comumente formulações gerais que permitem ao pesquisador deduzir manifestações empíricas específicas. As hipóteses devem incorporar parte da teoria que podem ser testadas e desta forma constituem investimentos poderosos para o avanço da ciência.

De uma maneira geral, as hipóteses se referem à freqüência da inter-relação entre as variáveis, observada experimentalmente (hipóteses observacionais), mas podem também ser enunciadas de forma universal quando se procura generalizar os resultados investigados.

A geração de hipóteses se dá de vários modos: observação dos fatos, comparação com outros estudos, dedução lógica, experiência pessoal do modelador, observação de casos singulares da própria teoria, analogia de sistemas etc. a analogia entre sistemas é fundamental para a formulação e desenvolvimento de modelos.

Dois sistemas são formalmente análogos quando podem ser representados pelo mesmo modelo matemático, o que implica numa correspondência entre as propriedades dos elementos de ambos os sistemas. Por exemplo, um sistema mecânico do tipo massa-mola-amortecedor-força externa e um sistema elétrico como os circuitos elétricos RLC, são modelados com o mesmo tipo de equação matemática: $ax + bx + cx = f(t)$, o que permite a construção dos computadores analógicos, ou seja, circuitos elétricos ajustáveis de tal forma que possam simular uma vibração mecânica. ([1]).

A analogia entre sistemas presa-predador e processos epidemiológicos propiciou, no início, o desenvolvimento destas duas áreas de Biomatemática. A percepção de analogias pode ser também um fator negativo na modelagem quando seu sentido simplista ignora outras propriedades essenciais inerentes do fenômeno analisado – “as inegáveis analogias entre organismos e sociedades geraram o darwinismo social, uma filosofia social estéril e conservadora”.

A montagem do modelo matemático, que se dá nesta fase do processo de modelagem, depende substancialmente do grau de complexidade das hipóteses e da quantidade das variáveis inter-relacionadas. Um fenômeno biológico – por exemplo – raramente pode ser representado, de maneira completa e abrangente em toda sua complexidade, por uma equação matemática ou um sistema de equação. De qualquer modo, toda teoria tem sempre um estágio embrionário e a insistência sobre a profundidade desde o início poderia inibir seu crescimento.

- d) **Simplificação:** os fenômenos que se apresentam para estudo matemático são, em geral, excessivamente complexos se os considerarmos em todos os seus detalhes. O método científico analítico, iniciado com Galileu (1564-1642) e o Método da Razão de Descartes, consistem exatamente em restringir e isolar o campo de estudo apropriadamente de tal modo que o problema seja tratado e, ao mesmo tempo, mantém sua relevância. Esta foi a atitude que rompeu com a Ciência da Idade Média que pretendia entender de uma só vez: a pedra filosofal! R. Bellman (1924-1985), um matemático (aplicado), exprimi bem esse aspecto:

“é irônico que para compreendermos algo cientificamente precisemos lançar fora informações. Isto acontece porque nesse estágio de nosso desenvolvimento intelectual não somos capazes de lidar com uma ordem de complexidade a maior. Conseqüentemente devemos simplificar!”

Não são raras as situações em que o modelo dá origem a um problema matemático que não apresenta a mínima possibilidade de estudo devido a sua complexidade. Neste caso, a atitude será de voltar ao problema original a tentar restringir as informações incorporadas ao modelo a um nível que não desfigure irremediavelmente o problema original, mas que resulte em um problema matemático tratável. Ou, como diz Mark Kac (1914-1983), um extraordinário matemático polonês:

“Se você não consegue resolver o problema a que se propôs, então tente simplificá-lo. A condição única é esta: você não deve simplificá-lo demasiadamente a ponto de perder as informações essenciais”. (texto do livro Equações Diferenciais com aplicações, Bassanezi – Ferreira Jr., [2]).

3. **Resolução:** um modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente – e como num

dicionário, a linguagem matemática admite “sinônimos” que traduzem os diferentes graus de sofisticação da linguagem natural. Por exemplo, é muito freqüente, em se tratando de modelar fenômenos que envolvam dados temporais, obtermos equações que interpretam as variações das quantidades (variáveis) presentes e consideradas essenciais. Neste caso, as hipóteses formuladas podem ser traduzidas por equações de variações discretas (equações de diferenças finitas) ou contínua (equações diferenciais).

A resolução de um modelo pode estar sempre vinculada ao grau de complexidade empregado em sua formulação e muitas vezes só pode ser viabilizada através de métodos computacionais, dando uma solução numérica aproximada. De qualquer forma, os métodos computacionais podem oferecer pistas e sugestões para posteriores soluções analíticas.

A modelagem pode vir a ser o fator responsável para o desenvolvimento de novas técnicas e teorias matemáticas quando os argumentos conhecidos não são eficientes para fornecer soluções dos modelos – nisto consiste a riqueza do uso da modelagem, em se tratando de pesquisa no campo próprio da Matemática.

A resolução de modelos é uma atividade própria do matemático, podendo ser completamente desvinculada da realidade modelada.

4. **Validação** - É o processo de aceitação ou não do modelo proposto – nesta etapa, os modelos, juntamente com as hipóteses que lhes são atribuídas, devem ser testados em confronto com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real – O grau de aproximação desejado destas previsões será o fator preponderante para sua validação.

Um modelo deve prever, no mínimo, os fatos que o originaram. Um bom modelo é aquele que tem capacidade de previsão de novos fatos ou relações insuspeitas.

O problema de aceitação ou não de um modelo depende muito mais de fatores que condicionam o modelador, incluindo seus objetivos e recursos disponíveis – o simples confronto com os dados empíricos pode não bastar. De

qualquer forma, um bom modelo matemático é aquele que o usuário, especialista na área onde se executou a modelagem, o considera como tal, tendo as qualidades de ser suficientemente simples e representar razoavelmente a situação analisada.

A interpretação dos resultados obtidos através dos modelos pode ser feita com o uso de gráficos das soluções que facilita avaliar as previsões ou mesmo sugerir um aperfeiçoamento dos modelos.

5. **Modificação:** Alguns fatores ligados ao problema original podem provocar a rejeição ou aceitação dos modelos. Quando os modelos são obtidos considerando simplificações e idealizações da realidade, suas soluções geralmente não conduzem às previsões corretas e definitivas. Também uma previsão pode estar errada ou discordar da intuição por força das seguintes razões:

- alguma hipótese usada pode ser falsa ou não suficientemente próxima da verdade, i.e., os pressupostos de partida são incorretos e/ou constituem uma simplificação demasiado drástica;
- alguns dados experimentais ou informações podem ter sido obtidos de maneira incorreta;
- as hipóteses e os dados são verdadeiros mas insuficientes, e nossa intuição da realidade é inadequada;
- existem outras variáveis envolvidas na situação real que não foram utilizadas no modelo teórico;
- foi cometido algum erro no desenvolvimento matemático formal;

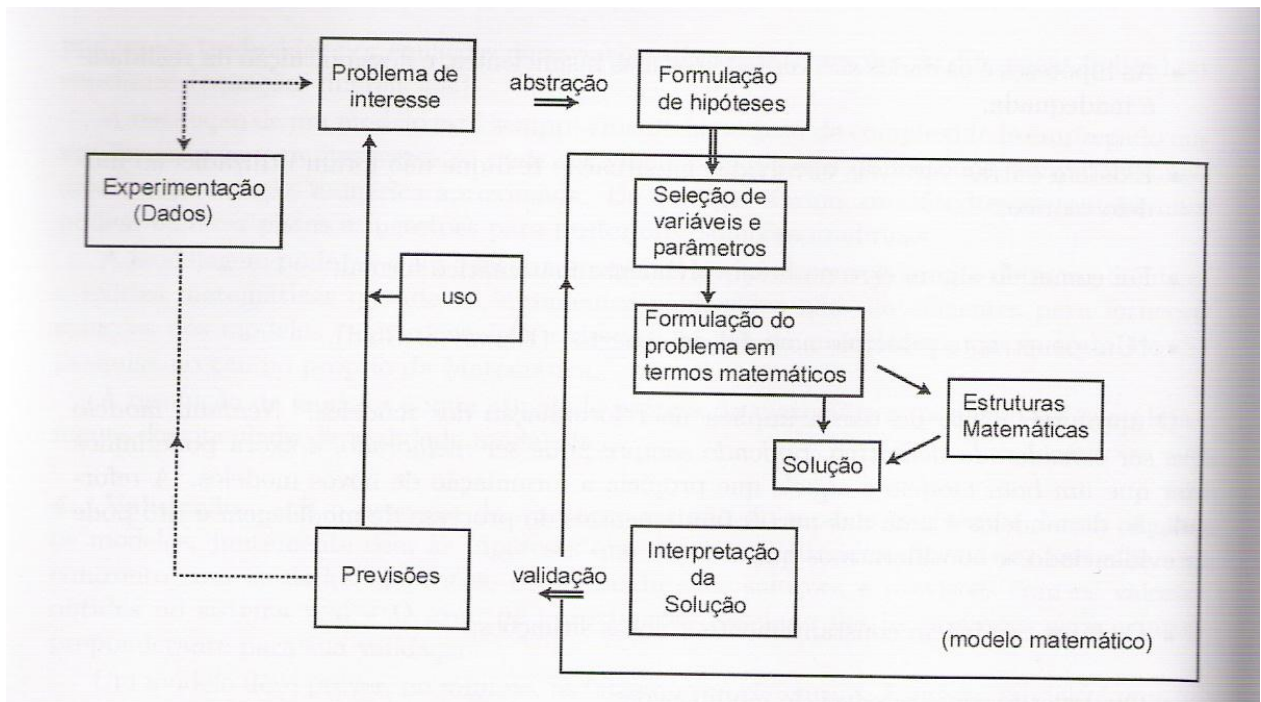
O aprofundamento da teoria implica na reformulação dos modelos. Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado, e agora é possível dizer que um bom modelo é aquele que propicia a formulação de novos modelos. A reformulação de modelos é uma das partes fundamentais do processo de modelagem e isto pode ser evidenciado se considerarmos que:

- os fatos conduzem constantemente a novas situações;
- qualquer teoria é passível de modificações;
- as observações são acumuladas gradualmente de modo que novos fatos suscitam novos questionamentos;
- a própria evolução da Matemática fornece novas ferramentas para traduzir a realidade (Teoria do Caos, Teoria Fuzzy, etc.).

A modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender; enfim participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças. Saliento mais uma vez que a aplicabilidade de um modelo depende substancialmente do contexto em que ele é desenvolvido – um modelo pode ser “bom” para o biólogo e não para o matemático e vice-versa. Um modelo parcial pode atender às necessidades mediatas de um pesquisador mesmo, que não comporte todas as variáveis que influenciam na dinâmica do fenômeno estudado.

De uma maneira geral podemos classificar como atividade do matemático aplicado a construção e análise do modelo matemático – sua aplicabilidade e validação são predominantemente, atividades dos pesquisadores de outras áreas. O intercâmbio do matemático com estes pesquisadores é que proporciona a obtenção de modelos coerentes e úteis.

No esquema abaixo, procurei dar uma idéia desta divisão de atividades intelectuais: o quadro dá, a grosso modo, as atividades do matemático. A inter-relação com outros pesquisadores está essencialmente nos processos de formulação de hipóteses, escolha de variáveis e validação do modelo.



(BASSANEZI, 2002, PÁG. 32, [1]).

Para melhor ilustrar a aplicabilidade da matemática através da Modelagem, evidenciarei onde ela encontra-se mais presente e onde são tirados proveitos através da modelagem.

3.1 USOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Usualmente o termo aplicação de Matemática denota o fato de ser utilizar seus conceitos para entendimento de fenômenos do mundo real. Eventualmente, modelos matemáticos, ou mais geralmente, todo argumento matemático que é ou pode ser, de alguma forma, relacionado com a realidade, pode ser visto como pertencente à Matemática Aplicada (CF. W. Blum, Cap. I, [6]).

A **Matemática Aplicada** moderna pode ser considerada com a arte de aplicar Matemática a situações problemáticas, usando como processo comum a Modelagem Matemática. É esse elo com as ciências que distingue o matemático aplicado do matemático puro. A diferença consiste, essencialmente, na atitude de se pensar e fazer Matemática.

3.2 MODELAGEM COMO MÉTODO CIENTÍFICO

Uma série de pontos pode ser levantada para destacar a relevância da modelagem matemática quando utilizada como instrumento de pesquisa:

- pode estimular novas idéias e técnicas experimentais;
- pode dar informações em diferentes aspectos dos inicialmente previstos;
- pode ser um método para se fazer interpolações, extrapolações e previsões;
- pode sugerir prioridades de aplicações de recursos e pesquisas e eventuais tomadas de decisão;
- pode preencher lacunas onde existem falta de dados experimentais;
- pode servir como recurso para melhor entendimento da realidade;
- pode servir de linguagem universal para compreensão e entrosamento entre pesquisadores em diversas áreas do conhecimento.

A Modelagem Matemática, com toda sua abrangência e poder de síntese, é por excelência um método científico usado nas ciências factuais – sua larga esfera de aplicação e variedade das idéias matemáticas utilizadas podem ser melhor expressas examinando-se suas atuais áreas de pesquisa. (Vide G.G. Hall, in *Mathematical Education*, 1978, [19]).

3.3 FÍSICA TEÓRICA

A evolução e complexidade dos modelos matemáticos para teoria dos campos deu impulso ao desenvolvimento de sistema de equações diferenciais ordinárias – a estabilidade e regularidade de soluções tornou-se o alvo preferido dos Matemáticos. A Eletricidade e o Magnetismo, a Hidrodinâmica, a Elasticidade e em geral os fenômenos de difusão levam às Equações Diferenciais Parciais. Todas as sub-áreas da matemática têm um ponto inicial comum: Teoria dos Campos Vetoriais. As técnicas das séries de

funções ortogonais, juntamente com as transformações integrais, fornecem soluções convenientes para um grande número de problemas específicos.

Com o desenvolvimento da Teoria da Relatividade e Teoria Quântica, as categorias físicas fundamentais de espaço, tempo e matéria foram re-examinadas e não puderam se adaptar aos conceitos intuitivos tradicionais. Em socorro vieram a Teoria dos Grupos de Lorentz e a Teoria da Álgebra de Von Neumann, essenciais nos modelos, respectivamente, da Teoria da Relatividade e da Teoria Quântica.

Muitas outras descobertas, além das citadas, estão transformando o físico teórico num indivíduo cada vez mais especializado devido à necessidade de trabalhar em teorias altamente sofisticadas, que precisam de consideráveis habilidades matemáticas. A Física Teórica passou a constituir, nos melhores centros de pesquisa, uma sub-área ou disciplina da Matemática Aplicada (também denominada física-matemática).

3.4 QUÍMICA TEÓRICA

A química Teórica está surgindo como uma disciplina distinta da Física Teórica, embora tenha aplicado por muitos anos os conceitos da Mecânica (Estatística e Quântica). A Química procura entender as propriedades das moléculas individualizadas em termos dos elétrons e de outras partículas. A princípio, os modelos matemáticos podem ser estabelecidos e resolvidos em analogia com os fenômenos físicos, mas o maior complicador está na escala das operações. Por outro lado, o fato das propriedades químicas frequentemente seguirem leis empíricas simples, mostra aplicações em várias direções: uso de equações diferenciais para modelar velocidade de reações químicas (Lei da Ação das Massas), Teoria das Matrizes e Grafos para descrever a estrutura das moléculas, etc.

3.5 BIOMATEMÁTICA

As tentativas de representação matemática de fenômenos biológicos ganharam alguma credibilidade com os modelos didáticos de interação entre espécies devidos a Lotka – Volterra e Kostitzin (Vide Scudo Z. [10]) e com os modelos de epidemiologia de

Kermack – McKendrick, nos meados deste século. Tais modelos utilizavam a Teoria das equações diferenciais, ordinárias ou parciais, invariavelmente baseadas nas leis físicas de conservação.

A dificuldade maior em aplicar matemática às situações biológicas está no fato de que tais fenômenos tenham comportamento bem mais complexo que o da Física – suas variáveis têm um comportamento fortemente aleatório e muitas vezes sensível às pequenas perturbações.

Nas últimas décadas a Biomatemática vem tendo um desenvolvimento fortemente encorajado pelo aparecimento de novas teorias matemáticas (Teoria do caos e as bifurcações, Teoria Fuzzy, Espaços de Aspectos, etc.) e técnicas derivadas de recursos computacionais. Recentemente, o surgimento de novos paradigmas, cada vez mais desvinculados dos tradicionais, pressupostos pelo reducionismo, propiciam modelos mesoscópicos mais realistas capazes de simular, prever e influir nos fenômenos biológicos tais como: dinâmica de redes filamentosas, difusão de insetos e poluentes, redes neuronais, agregação celular, padrões de formação em geral, etc. (Murray, 1990 [21]).

“A interface entre modelos microscópicos e macroscópicos de um mesmo fenômeno é uma região de difícil análise e a estratégia mais comum para o seu estudo é a formulação de um modelo abrangente. A transição destas descrições entre submodelos se faz quase sempre de maneira singular” (Veja Ferreira Jr., [15]).

A complexidade dos fenômenos biológicos que poderá ser a causa do desinteresse de matematização desta ciência, ao contrário tem cada vez mais adeptos, mesmo porque a Biomatemática se tornou uma fonte fértil para o desenvolvimento da própria Matemática.

3.6 APLICAÇÕES EM OUTRAS ÁREAS

Um esforço maior em Matemática Aplicada tem sido na solução de problemas industriais e de Engenharia. Nem todo problema tecnológico é essencialmente físico em natureza. Os mais importantes e comuns nesta área são originados dos processos de controle e automação. A sofisticação e automação de máquinas têm sido desenvolvidas como uso da Álgebra Fuzzy, Teoria do Controle, além das técnicas modernas para resolver equações diferenciais parciais com computadores (Métodos dos Elementos Finitos, Método da Relaxação e outros).

A *Ciência da Computação* está em fase de ser cristalizada como disciplina. Ela inclui muitas aplicações da lógica matemática (Teoria das Máquinas de Turing) e mais recentemente a Lógica Fuzzy, as funções recursivas, e de um modo geral a computabilidade. A interação entre a computação e a matemática tem crescido de tal forma que seria difícil afirmar quem ajuda quem em seu desenvolvimento.

As várias *Ciências Sociais* estão, gradualmente, tornando-se clientes do poder da Matemática para a organização de seus dados e para testar a objetividade de seus pensamentos. Em Economia, a econometria tem se desenvolvido rapidamente e tornou-se um estudo especializado pro si mesmo. A análise de equilíbrio em Economia (Equilíbrio de Mercado, Equilíbrio de Renda, Dívida, etc.) tem usado a Teoria de Controle como instrumento em busca de otimizações. A análise da dinâmica de sistemas (Modelos de Dívida Externa, Renda Familiar, Mercado, Ciclos de Maturação, etc.) utiliza sistemas de equações diferenciais e de diferenças. A programação matemática, cálculo de variações e Teoria dos Jogos têm sido ferramentas matemáticas utilizadas também em problemas de otimização nesta área.

Outras áreas sociais (Geografia, História, Sociologia, Política, Psicologia, Antropologia, etc.) ainda estão nos primeiros passos (modelos elementares) no que se refere ao uso de Matemática em suas pesquisas e o progresso tem sido lento. Algumas aplicações foram obtidas com a Análise estatística de Dados, Teoria dos Grafos, Teoria da Informação e Teoria dos Jogos, mais os resultados têm sido poucos significativos.

A Arqueologia usa matrizes para a classificação de dados e reconhecimento de modelos; a Lingüística usa um tratamento matemático para a Gramática e para as

Sintaxes. A Arquitetura acha inspiração nas formas e modelos geométricos e a Filosofia tem sido influenciada pela matematização da lógica, por filósofos da Matemática e pelo estudo dos métodos científicos. As técnicas de computação gráfica têm sido utilizadas nas artes criativas (televisão, cinema, pintura, etc.) e a música computacional está se iniciando (Veja Hall, 1978 [19]).

3.7 MODELAGEM COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM

O êxito dos modelos matemáticos quanto à previsibilidade – causal ou estocástica – tem implicado seu uso também em situações menos favoráveis e, neste sentido, a *Matemática Aplicada* vem ganhando terreno nas últimas décadas, proliferando como cursos de graduação e pós-graduação estruturados em várias universidades bem conceituadas.

A tônica dos cursos de graduação é desenvolver disciplinas matemáticas “aplicáveis”, em especial aquelas básicas que já serviram como auxiliares na modelagem de fenômenos de alguma realidade como Equações Diferenciais Ordinárias e Parciais, Teoria do Controle Ótimo, Programação Linear e Não-linear, Teoria das Matrizes, Métodos Computacionais, Análise Numérica, etc.

Nos cursos de Mestrado e Doutorado, além de um aprofundamento das disciplinas matemáticas, o objetivo principal é desenvolver a criatividade matemática do aluno no sentido de torná-lo um modelador matemático quando se dedica ao estudo de alguma situação fenomenológica.

O pós-graduando pode também ser levado a realizar pesquisas visando a obtenção de novos métodos e técnicas que facilitem a modelagem (Métodos Numéricos na maioria das vezes ou teorias Matemáticas em alguns casos isolados). É notório o crescimento da procura por estes “cursos aplicados” em detrimento do Bacharelado em Matemática Pura.

“Convém lembrar que em grande escala, a aprendizagem teve início a partir do século XIX quando Ler-Escrever-Contar eram os três pilares da educação das pessoas. A Matemática vinha em terceiro lugar, mas seu objetivo era bem claro: ensinar

algoritmos efetivos para as quatro operações aritméticas e familiarizar o aluno com sistema de peso, volume, dinheiro e tempo” (Garding, [18]).

O desenvolvimento de novas teorias matemáticas e suas apresentações como algo acabado e completo acabaram conduzindo seu ensino nas escolas de maneira desvinculada da realidade, e mesmo do processo histórico de construção da matemática. Assim é que um teorema é ensinado, seguindo o seguinte esquema: “**enunciado** → **demonstração** → **aplicação**”, quando de fato o que poderia ser feito é sua construção na ordem inversa (a mesma que deu origem ao teorema), isto é, sua motivação(externa ou não à Matemática), a formulação de hipóteses, a validação das hipóteses e novos questionamentos, e finalmente seu enunciado. Estaríamos assim reinventando o resultado juntamente com os alunos, seguindo o processo da modelagem e conjugando verdadeiramente o Binômio ensino-aprendizagem.

A individualização dos cursos de Matemática, com a separação artificial de “Matemática Pura” e “Matemática Aplicada”, pressupõe que a primeira se interessa mais pelas formalizações teóricas enquanto que a segunda se dedica às suas aplicações. Esta separação pode ter como causa o pedantismo exagerado dos puristas que se sentem auto-suficientes e na maioria das vezes, nunca experimentam aplicar seus conhecimentos em outras áreas – talvez com medo de falharem. Consideram a matemática aplicada de categoria inferior, da mesma forma que os matemáticos gregos consideravam o “cálculo” uma ferramenta popular e se isolavam em comunidades secretas para discutirem a “verdadeira matemática”.

Não pretendo fazer uma apologia da matemática aplicada em detrimento da pura, afinal a matemática é uma ciência básica e importante para atender a vários interesses e não deve servir apenas aos seus usuários e à sociedade em geral – deve também cuidar de seus próprios interesses.

No processo evolutivo da Educação Matemática, a inclusão de aspectos de aplicações e mais recentemente, *resolução de problemas e modelagem* têm sido defendida por várias pessoas envolvidas com o ensino de matemática. Isto significa, entre outras coisas, que a matéria deve ser ensinada de um modo significativo matematicamente, considerando as próprias realidades do sistema educacional.

Selecionei aqui alguns dos principais argumentos para tal inclusão (veja Blum, [6]).

1. **Argumento Formativo:** enfatiza aplicações matemáticas e a performance da modelagem matemática e resolução de problemas como processos para desenvolver capacidade em geral e atitudes dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos na resolução de problemas.
2. **Argumento de Competência Crítica:** focaliza a preparação dos estudantes para a vida real como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver e formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações de conceitos matemáticos.
3. **Argumento de Utilidade:** enfatiza que a instrução matemática pode preparar o estudante para utilizar a matemática como ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas.
4. **Argumento Intrínseco:** considera que a inclusão de modelagem, resolução de problemas e aplicações fornecem ao estudante um rico arsenal para entender e interpretar a própria matemática em todas suas facetas.
5. **Argumento de Aprendizagem:** garante que os processos aplicativos facilitam ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados, e valorizar a própria matemática.
6. **Argumento de Alternativa Epistemológica:** a modelagem também se encaixa no Programa Etnomatemática, indica por D'Ambrósio ([11], [12])

“que propõe um enfoque epistemológico alternativo associado a uma historiografia mais ampla. Parte da realidade e chega, de maneira natural e através de um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural, à ação pedagógica”, atuando, desta forma, como uma metodologia alternativa mais adequada às diversas realidades sócio-culturais”.

Apesar de todos estes argumentos favoráveis ao uso da modelagem matemática, muitos colocam obstáculos, principalmente quando aplicada em cursos regulares. Estes obstáculos podem ser de três tipos: (Veja [1]).

- a) **Obstáculos Instrucionais:** os cursos regulares possuem um programa que deve ser desenvolvido completamente. A modelagem pode ser um processo muito demorado, não dando tempo para cumprir o programa todo. Por outro lado, alguns professores têm dúvidas se as aplicações e conexões com outras áreas fazem parte do ensino de Matemática, salientando que tais componentes tendem a distorcer a estética, a beleza e a universalidade da Matemática. Acreditam, talvez por comodidade, que a Matemática deva preservar sua *“precisão absoluta e intocável sem qualquer relacionamento com o contexto sócio-cultural e político”* (CF. D’Ambrósio, [12]).
- b) **Obstáculos para os Estudantes:** o uso de modelagem foge da rotina do ensino tradicional e os estudantes, não acostumados ao processo, podem se perder e se tornar apáticos nas aulas. Os alunos estão acostumados a ver o professor como transmissor de conhecimentos e quando são colocados no centro do processo de ensino-aprendizagem, sendo responsáveis pelos resultados obtidos e pela dinâmica do processo, a aula passa a caminhar em ritmo mais lento (veja Franchi, [17]).

A formação heterogênea de uma classe pode ser também um obstáculo para que alguns alunos relacionem os conhecimentos teóricos adquiridos com a situação prática de estudo. Também o tema escolhido para modelagem pode não ser motivador para uma parte dos alunos, provocando desinteresse.

- c) **Obstáculo para os Professores:** muitos professores não se sentem habilitados a desenvolver modelagem em seus cursos, por falta de conhecimento do processo ou por medo de se encontrarem em situações embaraçosas quanto às aplicações de Matemática em áreas que desconhece. Acreditam que perderão muito tempo para preparar as aulas e também não terão tempo para cumprir todo o programa do curso.

As experiências com emprego da modelagem em cursos regulares (Cálculo Diferencial e Integral, ou mesmo quando aplicado no Ensino Fundamental e Médio), mostraram efetivamente que as dificuldades citadas podem aparecer.

A falta de tempo para “cumprir” o programa, a inércia dos estudantes para desenvolver a modelagem e a inexperiência de professores são dificuldades que podem ser minoradas quando modificamos o processo clássico de modelagem, levando-se em conta o *momento de sistematização do conteúdo* e utilizando uma analogia constante com outras situações-problema. A modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas, caminhar seguindo etapas aonde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado.

A proposta deste texto é sugerir a modelagem matemática como uma estratégia a ser usada para o ensino e aprendizagem de matemática em cursos regulares ou não – e neste contexto recebe o nome de Modelação Matemática (Modelagem em Educação).

O mais conveniente seria a unificação dos cursos de graduação de matemática, onde o ensino poderia ser desenvolvido de maneira equilibrada com teoria e prática se alternando para uma melhor compreensão e motivação dos alunos,

Por enquanto podemos dizer que a modelação tem sido aplicada com algum êxito em diversos tipos de situações: em cursos regulares, isto é, com programas pré-estabelecidos, em treinamento e aperfeiçoamento de professores de matemática, em programas de reciclagem de adultos, em cursos de serviço, como disciplina do curso de licenciatura e em programas de Iniciação Científica.

A Iniciação Científica é o processo intermediário entre a pesquisa e o ensino, pois preconiza a recriação de modelos, baseados ou não em outros incorporados à realidade, o que constitui o ponto central dos sistemas educativos. A Modelação utiliza o mesmo método da Iniciação Científica, voltado para aprendizagem da matemática como ciência básica, vinculado às suas aplicações à realidade. Em nosso país muitos professores – pesquisadores de matemática têm procurado desenvolver suas atividades com os procedimentos delineados pela Modelagem.

Para maiores esclarecimentos, passaremos a estudar agora a Modelação Matemática, ou seja, a Modelagem em Educação.

3.8 MODELAÇÃO MATEMÁTICA

*“Eu ouço e eu esqueço,
Eu vejo e eu lembro,
Eu falo e eu entendo”.*

Antigo provérbio chinês

De modo geral, o ensino relativo a uma determinada ciência segue a mesma trajetória que orienta o desenvolvimento e a pesquisa dessa ciência. A Matemática não foge a regra; ao contrário, os procedimentos que têm direcionado a educação matemática nos nossos dias parecem refletir os pressupostos valores que orientam a ação do matemático – pesquisador – a descontextualização, por exemplo, é uma marca forte no âmbito da pesquisa em matemática assim como da prática em Educação Matemática.

A produção matemática tem ocorrido de modo supostamente desvinculado de um contexto sócio-cultural-político e com pouca preocupação em tornar-se utilitária ou mais bem definida em suas metas – o que, de certo modo, diferencia a matemática de outras Ciências. Na verdade, tal produção apresenta-se como fruto exclusivo da mente humana, resultando numa linguagem que almeja essencialmente elegância e rigor.

A tentativa de analisar a relação entre as condutas que orientam a pesquisa em matemática e a Educação Matemática conduz naturalmente a duas questões: como entendemos o que tem se dado, em geral, no âmbito da construção de conhecimento matemático – quais os padrões cognitivos/epistemológicos que orientam essa construção? Não seria justamente da falta de aprofundamento nos referidos padrões, da parte dos matemáticos e educadores matemáticos, que decorrem muitos dos problemas em Educação Matemática?

Naturalmente, a tentativa de refletir sobre os princípios epistemológicos que orientam a pesquisa em matemática, procurando responder às questões acima, é uma maneira de abrir uma discussão entre os que se dedicam à Educação Matemática e os pesquisadores desta Ciência pode parecer a primeira vista que não deva existir uma distinção entre os dois tipos de atividades citadas, entretanto, como atuações podem ser consideradas completamente diferenciadas.

Na verdade, grande parte do conhecimento matemático tem sido construído somente dentro do terreno da Matemática, a partir da ação de um profissional que em geral não formula questões como: “Para quem serve isso?”. Este sentimento de *altosuficiência*, no campo da Matemática, tem sido decididamente apontado neste século e seus defensores – intitulados puristas – em geral, não estão preocupados com a utilização externa de seus conhecimentos e consideram a Matemática aplicada uma produção inferior e deselegante.

A Matemática considerada pura segue a tendência formalista, a qual consiste somente de axiomas, definições e teoremas encaixados e estruturados de maneira consistente, num crescente caudal de generalizações. Neste contexto, as fórmulas são obtidas por meio de mecanismos lógico-dedutivos, sem objetivos cognitivos fora do terreno no qual foram criadas – isto é, fora do terreno da Matemática. Dentro desta ótica de construção ou descoberta de fatos matemáticos, duas correntes principais podem ser destacadas, os *formalistas* e os *platonistas*.

De algum modo, em contraposição aos formalistas, os platonistas afirmam que os objetos matemáticos existem independentemente do nosso conhecimento sobre eles. Tal tendência também combate as atitudes intelectuais que buscam o conhecimento de práticas e de experiências sensoriais ou intuitivas. Na verdade, os platonistas afirmam que o matemático não inventa coisa alguma, mas sim descobre as coisas já existentes, apreendendo-as essencialmente pela via da razão.

De qualquer modo, o problema de interpretações contrárias entre as correntes formalistas e platonistas quanto à existência e apreensão dos fatos matemáticos, não interfere sobre os princípios do raciocínio propulsor da evolução da Matemática. As duas posturas encaminham posições puristas e tiveram, historicamente, grande

influência no desenvolvimento da pesquisa em matemática - conseqüentemente, atuaram como referencial no ensino desta Ciência.

A doutrina do purismo, em geral, de estilo formalista, penetrou gradualmente na prática da Educação Matemática, atingindo os níveis mais elementares de ensino como no caso da estrutura denominada, de modo ufanista e pomposo, *Matemática Moderna* – conceitos relativos à Teoria dos Conjuntos, por exemplo, já fizeram parte do programa de ensino para todas as crianças de idade pré-escolar.

No entanto, boa parte da Gênese das idéias matemáticas é fruto de abstrações de situações empíricas, que seguem, posteriormente, a busca da alternativa estética e, quanto mais tais idéias são aprofundadas e/ou generalizadas, mais se afastam da situação de origem, acumulando detalhes cada vez mais complexos e menos significativos para aqueles que estão fora deste campo de estudo. Na verdade, a Matemática dita pura constrói ou descobre objetos de estudo próprios, tratando-os como entes ideais, abstratos/interpretados, existentes/criados apenas na mente humanas, isto é, construídos de modo conceitual.

Nos últimos anos a orientação formalista, principal responsável pela formação de cunho elitista e distanciado do matemático, vem sendo questionada – novas tendências estão ganhando terreno. Segundo D’Abrósio ([12]),

“os programas de pesquisa, no sentido lakatosiano, vêm crescendo, em repercussão, mostrando-se uma alternativa válida para um programa de ação pedagógica”.

No que se refere à aplicabilidade da Matemática, D’Ambrósio se manifesta, explicando que não se trata simplesmente de tendência:

“Este caráter surpreendente de aplicabilidade da Matemática tem sido uma constante do seu desenvolvimento. Uma das razões parece ser que o desenvolvimento da Matemática não se processa de uma maneira isolada, mais recebe

influências freqüentes das próprias mudanças que ela ajudou a realizar”.

Sem dúvida, há outras interpretações/reflexões a respeito da aplicabilidade, como as de Do Carmo ([14]):

“O que existe é uma interação de progressos teóricos e aplicados formando uma imensa rede de influências mútuas que se torna difícil de decidir o que é mais importante: se o desejo puro de entender, ou a necessidade prática de aplicar”.

É consenso há algum tempo, entre vários profissionais, que a competência de especialistas como o físico ou o engenheiro estaria aliada à competência em Matemática. Atualmente, este padrão de pensamento está sendo aplicado às diferentes áreas de conhecimento propriamente ditas – isto é, a consistência de uma teoria ou sua própria validação depende, em grande parte, da capacidade de interpretação/explicação em linguagem matemática.

Não podemos negar que a Matemática tem penetrado fortemente na Economia, Química, Biologia, entre outras, na perspectiva da utilização de modelos matemáticos, quase sempre apoiados, no início, nos paradigmas que nortearam a Física –como as Leis de conservação e analogias conseqüentes. Outras áreas como: Sociologia, Psicologia, Medicina, Lingüística, Musica, e mesmo a História, começam a acreditar na possibilidade de ter suas teorias modeladas por meio da linguagem matemática.

Grosso modo, quando procuramos agir/refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, compreender ou modificá-la, o processo usual é selecionar, no sistema em estudo, argumentos ou parâmetros considerados essenciais, formalizando-os por meio de um processo artificial denominado modelo.

A posição mais razoável para o matemático praticante das aplicações, pesquisador ou professor, é a de estar atento para adotar as facetas mais producentes das

estratégias disponíveis, ajustando-as, de modo conveniente, em cada etapa do trabalho.

Neste contexto, um modelo matemático é um conjunto consistente de equações ou estruturas matemáticas, elaborado para corresponder a algum fenômeno – este pode ser físico, biológico, social, psicológico, conceitual ou até um outro modelo matemático.

A questão da utilidade, no caso da Matemática, tem sido discutida de modo bastante abrangente, levando em conta elementos estéticos, científicos, comerciais, psicológicos, entre outros. Porém, tal abrangência é reconhecida apenas parcialmente pelos profissionais da Matemática dita pura. Para o matemático purista, um contexto matemático é considerado útil quando pode ser aplicado/associado em alguma parte da própria pesquisa. Na verdade, não seria razoável esperar que a expectativa de utilidade, por parte do matemático puro, se estendesse para outras áreas do terreno matemático pois, dado o vasto crescimento da Matemática em seus meandros de sub-áreas, é impossível, atualmente, qualquer que seja o matemático, ter um bom conhecimento das pesquisas realizadas em outras áreas, ou seja, fora do seu campo estrito de atuação. Neste sentido, poderia afirmar que a maior parte do que se tem feito em matemática *não é utilizada* pela grande maioria dos próprios matemáticos.

“no fim da década dos 40, Von Neumann estimou que um matemático hábil poderia saber, essencialmente, dez por cento do que estaria disponível (...) Uma classificação mais detalhada mostraria que a literatura matemática está subdividida em mais de três mil categorias (...) Na maioria destas categorias, cria-se matemática nova a uma velocidade constantemente crescente, tanto em profundidade quanto em extensão” [13].

Vale ressaltar que não estou aqui desconsiderando a importância da Matemática pura ou que toda teoria construída de modo dedutivo, no estilo formalista, deva ser de alguma maneira aplicável – na verdade, um bom pesquisador deveria ter um bom

conhecimento de matemática, pelo menos para organizar seus conhecimentos através de uma linguagem universal.

A Matemática Aplicada é essencialmente interdisciplinar e sua atividade consiste em tornar aplicável alguma estrutura matemática fora do seu campo estrito; a modelagem, por sua vez, é um instrumento indispensável da Matemática Aplicada. A construção matemática pode ser entendida, neste contexto, como uma atividade em busca de sintetizar idéias concebidas a partir de situações empíricas que estão quase sempre, escondidas num emaranhado de variáveis. Fazer matemática, nesta perspectiva, é aliar, de maneira equilibrada, a abstração e a formalização não perdendo de vista a fonte originária do processo.

A modelagem matemática, concentrada no desenvolvimento e análise de modelos, tônica da pesquisa contemporânea, passou a ser uma arte em si mesma. Na verdade, muito do que já se produziu em matemática tem sido redirecionado para a construção de modelos e teorias emergentes, procurando justificar-se a partir de aplicações – é o caso da Teoria Fuzzy, Teoria do Caos e bifurcações, Teoria dos Fractais, entre outras.

Naturalmente, ao privilegiar um ensino voltado para os interesses e necessidades da comunidade, precisamos considerar o estudante como um participante, especialmente ativo, do desenvolvimento de cada conteúdo e do curso como um todo – o que não tem sido proposta da prática tradicional, principalmente em nosso país. O fato é que as escolas, em particular as Universidades, possuem um ensino que ainda funciona no sistema de auto-transmissão, no qual as pessoas passam em exames e ensinam outras a passarem em exames, mas ninguém sabe muita coisa. Isto acontece mesmo nas áreas que são consideradas essencialmente aplicadas como a Física. O falecido físico norte-americano Richard Feynman, ganhador do prêmio Nobel de Física, demonstra sua perplexidade frente após rumos que estava (está!) tomando nosso sistema educacional quando aqui esteve participando, na década de 50, do que ele denominou de “Método Brasileiro de Ensino”. O que se segue é a transcrição de parte de seu depoimento ([16]):

*“... mais tarde assisti uma aula na Escola de Engenharia –
dois corpos ... são considerados equivalentes ... se*

momentos iguais produzem ... acelerações iguais. Dois corpos são considerados equivalentes se momentos iguais produzem acelerações iguais. Os alunos estavam todos ali sentados a copiar o ditado e, quando o professor repetia a frase, verificavam-na para ter a certeza de que a tinha escrito corretamente. Depois escreviam a frase seguinte, e assim por diante. Eu era o único que sabia que o professor estava falando sobre momentos de inércia, o que era difícil de descobrir.

Não via como eles podiam aprender alguma coisa daquela maneira. Ali estava ele falando de momentos de inércia, mas não se discutia a dificuldade em abrir uma porta, empurrando-a quando pusermos peso na parte de fora, comparada coma a dificuldade se os pesos estiverem perto dos gonzos – nada!

Depois da aula falei com um aluno:

_ vocês escrevem todos estes apontamentos – o que fazem com eles?

_ Oh, a gente estuda, diz ele. Vamos ter um exame.

_ Como vai ser o exame?

_ Muito fácil – posso dizer-lhe agora uma das perguntas.

Olha para o caderno e diz:

_ Quando é que dois corpos são equivalentes? E a resposta é: dois corpos são considerados equivalentes se momentos iguais produzem acelerações iguais.

Por isso, como se pode ver, eles podiam passar nos exames e aprender todas aquelas coisas e não saberem

nada, exceto o que decoraram. Os estudantes tinham decorado tudo, mas não sabiam o significado de nada...”

É simples observarmos que a ênfase do ensino de Matemática está sendo voltada para o resultado, e não para o processo que o levou a chegar nele.

Uma questão bem pouco significativa, até há algum tempo, em termos de aquisição de conhecimento matemático, agora também se impõe: *como ensinar matemática de maneira que se torne um assunto agradável para a maioria incluindo alunos e professores?*

Antes de tentar uma resposta para esta questão quero salientar que a palavra agradável pode ser relativizada, segundo suas várias conotações. Procurando uma resposta pouco sofisticada em termos filosóficos assim como assegurando uma certa objetividade, entendo como matemática agradável aquela que se faz ao mesmo tempo interessante e útil, que não se distancia do contudo programático básico existente.

Naturalmente, conseguir este equilíbrio entre o formalismo e aplicabilidade pode parecer, a princípio, um objetivo inatingível, principalmente quando consideramos a formação inadequada do professor e os fatores sócio-político-econômicos que envolve todo o processo de ensino-aprendizagem, cujos efeitos sentidos em nossas salas de aula, em geral, não podem ser transformados independente de suas origens. Esta questão não é nova – a inclusão de aspectos de aplicação e, mas recentemente, da resolução de problemas e modelagem matemática, já têm sido defendida por muitos educadores.

A modelagem matemático utilizada como estratégia de ensino-aprendizagem é um dos caminhos a ser seguido para tornar um curso de Matemática, em qualquer nível, mais atraente e agradável. Uma modelagem eficiente permite fazer previsão, tomar decisões, explicar e entender, enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças,

É claro que o desenvolvimento de um trabalho pedagógico voltado para as aplicações, não é tão simples, principalmente, quando se pensa nas estruturas atuais dos cursos regulares. Sobre este último aspecto chamo a atenção para os obstáculos que podem ser resumidos no fato de que existe um programa a ser cumprido num

prazo fixo e na falta de treinamento dos professores em relação ao processo de modelagem.

A falta de tempo para cumprir o programa e a inércia dos estudantes frente a dinâmica de um processo de modelagem podem ser contornadas quando o professor vai adquirindo habilidades para encontrar o momento oportuno para fazer a sistematização de cada parte do conteúdo trabalhado e utilizar adequadamente, analogias com outras situações-problema.

Já existem grupos de professores atuantes, em diferentes espaços de formação, discutindo e vivenciando a Modelagem Matemática como um caminho para aprendizagem, da Matemática. Tais dinâmicas têm sido do tipo: cursos regulares com programas pré-estabelecidos, programas de formação de professores, cursos de educação de adultos, cursos para profissionais sem serviço – biólogos, agrônomos e outros – cursos com abordagens específicas em grupos étnicos ou de profissionais – índios, garimpeiros, entre outros – e, mais recentemente, como disciplina do programa de Licenciatura em Matemática.

O objetivo disso tudo é tornar o ensino mais dinâmico e abrangente, visando uma Licenciatura em matemática construída por meio da realização de projetos, de ações pedagógicas que inclua as aplicações em Matemática de modo significativo. Tais projetos poderão ser realizados à distância – via diferentes tecnologias emergentes – ou a partir de cursos específicos/localizados.

É consenso que as informações que retemos com mais facilidade são aquela relacionadas com que ouvimos e, de alguma forma, aplicamos. Numa palestra do professor N. Balzan, UNICAMP, 1998, foi apresentado o resultado de uma pesquisa realizada sobre planejamento de ensino e avaliação (Vacuum Oil Co. Studies) onde constou-se que:

Aprendemos	Retemos
1% através do gosto	10% do que lemos
1,5% através do tato	20% do que escutamos
3,5% através do olfato	30% do que vemos
11% através do ouvido	50% do que vemos e escutamos
83% através da visão	70% do que ouvimos e logo discutimos
	90% do que ouvimos e logo realizamos

(BASSANEZI, 2002, PÁG. 179, [1]).

3.9 MODELAGEM MATEMÁTICA COMO DISCIPLINA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

O processo atual de formação de professor não lava o educando a estabelecer uma associação relevante entre o que se ensina e o mundo real. Desse modo, esperar que o educando, assim como o professor, mude sua postura, tornando-se um educador voltado para a aplicabilidade, colocando a matemática como elemento aglutinador da interdisciplinaridade, é um sonho quase impossível.

”Compreender o pensamento complexo exige uma nova aprendizagem, pois fomos formados num sistema de ensino que privilegia a separação, a redução, a compartimentalização, o próprio corporativismo dos saberes, que fraciona e aliena o nosso modo de pensar. Em conseqüência, impõe-se uma reforma do pensamento.”
([22]).

A ênfase das propostas de melhorar a Educação Matemática, hoje, está mais nos modelos que na teoria, se queremos a Matemática, além de elegante, aplicável e outros tantos desejos, como o do professor sentir-se valorizado ao ensinar Matemática, devemos imediatamente questionar e repensar o currículo da Licenciatura em Matemática.

Vale aqui a pergunta: *E, então, o que o professor do Ensino Fundamental e Médio deve conhecer para ser um bom professor de matemática?*

Numa busca de respostas à pergunta acima, o Conselho Estadual de Educação do Paraná já deu os primeiros passos em 1997. Estão procurando organizar, juntamente com os professores de Universidades do Paraná, um programa básico que deverá ser articulado/discutido em todos os cursos de Licenciatura de Matemática do Estado.

A falta de objetividade da maioria dos cursos de Licenciatura em Matemática provoca uma angústia nos formandos que se sentem incapacitados para exercerem o magistério. Os programas desenvolvidos nas diferentes disciplinas quase sempre são

fechados e não existe uma interligação com outras ciências – a ênfase maior está na quantidade de conteúdo transmitido e não na formação de elementos atuantes na Sociedade.

Agora que já possuímos o conhecimento básico sobre Modelagem e Modelação, as suas vantagens e suas artimanhas, é feita aqui uma tentativa, um tanto quanto precária, mas de grande valor, de aplicação da Matemática na vida cotidiana dos alunos, utilizando Modelagem. Como havia dito no início, um dos problemas levantados foi a Merenda Escolar. Passaremos a conhecer como funciona o Programa de Alimentação Escolar e como aplicá-lo, fazendo Matemática, junto com os alunos.

4 MERENDA ESCOLAR

O Programa Nacional de Alimentação Escolar (PNAE) é o programa que prevê a transferência de recursos federais para Estados, Municípios e Distrito Federal, com o objetivo de comprar os alimentos para a merenda escolar. Trata-se de um programa de caráter suplementar e é coordenado pelo Ministério da Educação, por intermédio do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação.

Ele é o mais antigo programa social do Governo Federal, na área da Educação. Mais conhecido como Merenda Escolar, o programa vem se desenvolvendo a quase cinco décadas, desde 1954, quando era de responsabilidade da Comissão nacional de Alimentos. Em 1955, adquiriu novo impulso e efetiva abrangência nacional, com a criação da Campanha da Merenda Escolar, regulamentada em decreto. Uma década depois, em 1965, a Campanha de Merenda Escolar sofreu reformulações, ao ser criada a Campanha Nacional de Alimentação Escolar. Em 1981, o programa passa a ser gerido pelo Instituto Nacional de Assistência ao Estudante. Em 1983, a Fundação de Assistência ao Estudante – resultado da fusão do Instituto Nacional de Assistência ao Estudante com a Fundação Nacional de Material Escolar – assume a gestão do Programa, sendo desenvolvido até 1993 de forma centralizada.

A partir de 1994, foi instituída a descentralização dos recursos, por meio de convênios firmados com os Estados, Municípios e Distrito Federal, que passaram a comprar e distribuir os alimentos da Merenda. Com a extinção da Fundação de

Assistência mão Estudante, em 1997, o Programa passou a ser gerenciado pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação e a contar de 1999, o Programa Nacional de Alimentação Escolar sofreu algumas modificações, passando a transferir automaticamente, os recursos financeiros às Entidades Executoras, sem necessidade de convênio. Entende-se por *Entidade Executora* as entidades responsáveis pelo recebimento e pela utilização dos recursos financeiros repassados pelo Programa, obedecendo as regras definidas por lei. Além disso, criou-se o Conselho de Alimentação Escolar, formado por membros da comunidade, professores, pais de alunos e representantes dos Poderes Executivo e Legislativo.

Veremos algumas curiosidades sobre a Merenda Escolar:

- A Merenda Escolar é um direito inscrito na Constituição Federal, conquistado pelas crianças brasileiras que freqüentam a Educação Pré-Escolar e o Ensino Fundamental;
- Um bom Programa de Merenda Escolar é muito importante, porque é uma ótima oportunidade de complementar a alimentação que os alunos recebem em casa, e também, uma oportunidade de desenvolver uma educação alimentar;
- No Brasil, muitos meninos e meninas ainda dependem da merenda da escola, às vezes como única refeição diária;
- Essa única refeição diária deve suprir as necessidades alimentares mínimas desses alunos;
- Uma alimentação deficiente afeta a capacidade de aprender e aproveitar as novas experiências da escola;
- Uma boa merenda escolar estimula a permanência dos alunos na escola brasileira e, desse modo, pode ajudar a diminuir os altos índices de evasão e repetência;
- O Programa Nacional de Alimentação Escolar atende cerca de 37 milhões de alunos, que freqüentam escolas públicas e filantrópicas, no Brasil, ou seja, aproximadamente 21% da população brasileira; (Veja [8]).

Abaixo, transcreve-se a fundamentação legal do direito da criança brasileira ter a merenda escolar, prevista na Constituição federal:

Art. 208 da Constituição Federal: o dever do Estado com a educação será efetivado mediante a garantia de (...):

VII – atendimento ao educando, no Ensino Fundamental, através de programas suplementares de material didático-escolar, transporte, alimentação e assistência à saúde.

Art. 211, § 1º: O Ministério da Educação, como órgão da União, por intermédio do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), exerce uma ação suplementar em áreas como a da merenda escolar, o que equivale a dizer que os Estados, Municípios e Distrito Federal detém o papel principal na organização e no financiamento de ações previstas nos artigos constitucionais acima mencionados.

Também existentes em países como Japão, Inglaterra, Estados Unidos, França, entre outros, o Programa de Alimentação Escolar tem como objetivo principal suprir, em parte, as necessidades nutricionais dos alunos, contribuindo para diminuir a evasão e a repetência. Além disso, pretende favorecer a formação de bons hábitos alimentares em crianças e adolescentes em todo o Brasil.

Os alunos beneficiados pelo PNAE são os de escolas públicas e das escolas mantidas por entidades filantrópicas, que freqüentam a Educação Pré-Escolar ou o Ensino Fundamental, mas que constem no Censo Escolar, realizado pelo Ministério da Educação, no ano anterior ao do atendimento. (§ 1º Resolução nº 015, 25/08/00).

Deve, sem dúvida, haver um controle de qualidade dos alimentos, realizado de forma adequada, podendo prevenir e evitar que qualquer alimento, impróprio para consumo, ponha em risco a saúde da clientela atendida pelo Programa.

Descentralizando as compras dos alimentos do PNAE garantimos uma alimentação de maior e melhor qualidade, comprando alimentos em menores quantidades e, sem tantos intermediários, a deterioração e perda da validade podem ser evitadas, estimulamos à produção e comercialização local, promovendo o desenvolvimento de cada localidade e respeitando os hábitos alimentares de cada região.

O planejamento dos cardápios é uma etapa importante na garantia da qualidade nutricional da alimentação escolar e na formação de bons hábitos alimentares.

Cardápio é o conjunto de alimentos variados que deve ser servido diariamente durante as principais refeições.

Resolução nº 015, de 25/08/00 Cap. III – Do Cardápio da Alimentação Escolar

Art. 5º ... deverá ser programado de modo a fornecer, no mínimo, por refeição, 15% das necessidades nutricionais dos alunos beneficiados.

Isto corresponde a um valor nutricional de: 350 quilocalorias (Kcal) e 9 gramas de proteínas por cardápio, **no mínimo**. Uma alimentação correta e equilibrada busca suprir as necessidades de nutrientes que o organismo precisa para ter uma boa condição de saúde. Temos como principais nutrientes as proteínas, carboidratos, lipídeos, água, vitaminas (A, B, C, D, E, K, ...), minerais (ferro, cálcio, ...), fibras. Conhecendo os nutrientes e suas funções no organismo é possível planejar cardápios balanceados.

Os alimentos são agrupados segundo a função de cada nutriente:

Grupo Alimentar	Função	Nutriente	Exemplos
Construtores	Fornecer material para a construção e reparo dos tecidos do organismo como: unha, ossos, sangue,...	Proteínas	Leites e derivados, carnes, ovos, aves, peixes, castanhas
Energéticos Não devem ser oferecidos em excesso	Fornecer energia (Kcal) ao organismo para realização de atividades como: andar, respirar, digestão, correr, brincar, movimentos cardíacos	Carboidratos Lipídeos	Cereais, pão, farinhas, óleos, batatas, massas, mandioca, açúcares, azeite, castanhas, margarina, manteiga, biscoitos, gorduras, doces em geral
Reguladores	Regular todas as funções do organismo como: pressão arterial, defesa do	Vitaminas Minerais Água	Leite e derivados, vegetais, legumes, frutas

	organismo, funcionamento do intestino e glândulas	Fibras	
--	--	---------------	--

(Veja [8]).

Variar os vegetais e legumes verdes e amarelos como couve, rúcula, acelga, alface, abóbora, chuchu, cenoura, vagem, melancia, mamão, laranja é uma boa opção. Também utilizar um alimento cru (vegetal, legume ou fruta) pois, apesar de exigir cuidados higiênicos especiais, pe fonte de vitaminas (especialmente vitamina C) e de fibras.

Cada alimento tem um valor per capitã no cardápio, que corresponde ao valor nutricional e composição final da preparação, por esse motivo é muito importante que ele seja cumprido. O cardápio será elaborado por nutricionistas capacitados, com a participação do Conselho de Alimentação Escolar CAE (resolução nº 0156, de 25/08/2000 Cap. III – Do Cardápio da Alimentação Escolar art. 5º.).

Vejamos um exemplo: **Arroz com frango e legumes.**

Alimento	Per Capita	Quilocalorias	Proteína
	(g)	(Kcal)	(g)
Arroz	60	218	4,21
Frango	50	92,5	10,00
Legumes	40	14,6	0,8
Óleo	05	54	-
Sal	01	-	-
Total	156	379	15

(Veja [8]).

Os recursos financeiros do Programa Nacional de Alimentação Escolar só podem ser retirados da conta, para a aquisição de alimentos para a merenda escolar, através de cheque nominal ao credor ou por ordem bancária.

O valor que cada Entidade Executora tem a receber é calculado com base no que se segue:

$$A \times C \times D = \text{Total dos Recursos Recebidos}$$

onde,

A = número de alunos de acordo com o censo escolar do ano anterior ao do atendimento;

D = número total de dias letivos (200 dias de efetivo trabalho escolar);

C = custo *per capita* da alimentação escolar

Para fazer esse cálculo, é preciso saber o valor *per capita* da alimentação escolar. Nas prefeituras, o custo *per capita* fica assim determinado:

R\$ 0,18 – Educação Infantil;

R\$ 0,15 – Ensino Fundamental;

R\$ 0,34 – Escola Indígena

Vejam os exemplos: Digamos que uma Prefeitura atenda 1.000 crianças, na Pré-Escola, e 3.000, no Ensino Fundamental. Então, o cálculo ficaria assim:

1. Calcula-se o valor a receber, para a Pré-Escola, multiplicando-se o número de crianças (1.000) pelo número de dias letivos (200) e pelo custo *per capita* (0,18):

$$1.000 \times 200 \times 0,18 = R\$36.000,00$$

2. Da mesma forma, calcula-se o valor a receber para o Ensino Fundamental, multiplicando-se o número de crianças (3.000) pelo número de dias letivos (200) e pelo custo *per capita* (0,15):

$$3.000 \times 200 \times 0,15 = R\$90.000,00$$

3. Agora é só somar os resultados, e obtém-se o total a receber:

$$R\$90.000,00 + R\$36.000,00 = R\$126.000,00$$

Como forma de otimizar os recursos financeiros, repassados pelo FNDE para a compra dos alimentos, deve se dar preferência aos alimentos que apresentem maior valor nutricional e menor preço.

A Entidade Executora do programa deve dotar um acompanhamento sistemático de preços de alimentos no varejo e no atacado a fim de subsidiar a escolha dos alimentos para compor os cardápios de cada programação.

Dar preferência aos alimentos que estão no período de safra, quando o preço é menor que aqueles da entressafra, representa uma economia considerável, pois a oferta é maior.

Uma forma de reduzir custos é comprar alimentos produzidos na região, que, além de integrar o hábito alimentar dos alunos, diminuirão o custo e incentivarão a produção local (Medida Provisória Nº 1979-19, 02/06/00 – Art. 6º).

Para o cálculo do custo é utilizado o per capita do alimento que compõe o cardápio (Valor Nutricional).

Exemplo: Arroz com Frango e Legumes

Alimentos	Per Capita	Preço
	(g)	(R\$)
Arroz	60	0,05
Frango	50	0,05
Legumes	40	0,02
Óleo	05	0,005
Sal	01	0,0004
Total	156	0,1254

Obs.: dados obtidos em janeiro de 2001.[8].

Agora vejamos nos dias de hoje como fica o custo *per capita*:

Alimentos	Per Capita	Preço
	(g)	(R\$)
Arroz	60	0,06
Frango	50	0,19
Legumes	40	0,06

Óleo	05	0,005
Sal	01	0,0001
Total	156	0,316

Obs.: dados obtidos em novembro de 2005. (pesquisa realizada no Supermercado Mercocentro, Biguaçu (SC)).

O hábito alimentar varia de acordo com a região do estado, origem da população assim como da sua vocação agrícola. Portanto, a elaboração do cardápio deve observar as características da população-alvo quanto ao gosto e paladar próprios da clientela, que varia de acordo com a idade correlacionada à educação ou reeducação de hábitos alimentares não adequados.

Visando diminuir a influência dos alimentos não recomendados, as guloseimas açucaradas, lanches gordurosos, que, apesar de serem muito bem aceitos e muitas vezes de consumo habitual entre os estudantes, não devem fazer parte da alimentação escolar, por não serem saudáveis. A Análise dos hábitos alimentares deve estar associada à educação alimentar.

A observância quanto aos hábitos saudáveis e preferência alimentar dos alunos é de fundamental importância para o planejamento dos cardápios e a seleção dos alimentos. Nesse sentido, um cardápio pode apresentar boa aceitabilidade em uma escola da zona urbana, não ocorrendo o mesmo em uma escola da zona rural, ocasionando desperdício.

Neste momento, objetivando a interdisciplinaridade, planejando juntamente com um profissional da área de Geografia, os alunos devem ser submetidos ao estudo dos hábitos alimentares das diversas regiões do território Brasileiro. Devidamente pesquisado, chega-se a seguinte conclusão:

Região Norte: a alimentação dessa região sofre forte influência da cultura indígena, facilmente percebida pelo uso de frutas típicas, como o cupuaçu, a graviola, o mangaba, a pupunha, o açaí, a banana – pacova, o tucumã, a castanha-do-pará e o guaraná, além do uso de raízes, ervas e peixes característicos dos rios da região. A raiz mais usada é a mandioca, maniva ou macaxeira. Entre os peixes mais consumidos estão o tambaqui, o pacu, o tucunaré, a traíra, etc.

Região nordeste: na zona mais litorânea, os alimentos mais utilizados são a mandioca, como farinha, o feijão, o café, a carne-seca, a rapadura e o milho. No sertão nordestino, a população se dedica mais à criação de gado bovino e caprino, usando a carne, o leite, o queijo e a manteiga. Também consome o feijão, a batata-doce e a mandioca. Muitos pratos de origem indígena, à base de milho, são comuns, bem como o uso intenso de condimentos, herança negra.

Região Centro-Oeste: nessa região são comuns os pratos feitos à base de milho e os saborosos peixes de água doce. Além disso, há frutas típicas muito aproveitadas na culinária, como o pequi e a banana-da-terra, ou a guariroba, um certo tipo de palmito. E por ser uma região de grande criação de gado, as carnes, em geral, são também muito freqüentes.

Região Sudeste: tem influência da culinária de todas as regiões do país. Em São Paulo, a presença do milho e da mandioca é comum, além dos pratos de origem árabe e italiana. Em Minas, a comida feita com feijão, carne, banha de porco e fubá não falta. Na cozinha capixaba, os pratos feitos com peixes e mariscos com temperos de influência indígena são os típicos. Já no Rio de Janeiro, encontramos pratos regionais de todo o Brasil e de muitas partes do mundo.

Região Sul: esta é uma região que carrega forte influência européia. Os habitantes têm uma alimentação variada, composta de leite e derivados, ovos, carnes em geral, frutas, hortaliças, açúcares, cereais, óleos e gorduras. Dos italianos, herdaram os vinhos, os pães e as massas, e dos alemães, o cultivo e o uso freqüente da batatinha. No litoral catarinense, a pesca de tarrafa e a presença de frutas do mar à mesa são muito comuns. No Rio Grande do Sul, vemos também o tradicional churrasco e o chimarrão. [8]

5 EXPERIMENTAÇÃO

Para praticar o que escrevi até agora, como já disse anteriormente, a Merenda Escolar foi o tema escolhido para a tentativa de trabalhar com a Modelagem Matemática. É interessante lembrar que *a priori* não terei certeza de que o sucesso em minha experiência será garantido. A Modelagem traz consigo essa incerteza.

A Merenda Escolar está na vida dos alunos desde quando assim os tornaram, mas na maioria das vezes, os docentes nem fazem menção ao tema. Os alunos não têm consciência de quem prepara o cardápio, quem compra os alimentos, como é selecionado quem come o quê, quanto custa a merenda, etc.

Se o que penso está certo, os professores de Matemática de 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental poderiam estar fazendo essa ligação dos conteúdos matemáticos com o tema “Merenda Escolar”, já que este último encontra-se no dia-a-dia das crianças.

Pensando nisso, tentando desenvolver meu projeto de Modelação, dirigi-me até uma escola estadual do Município de Biguaçu, região da Grande Florianópolis, Estado de Santa Catarina, estabelecimento público de ensino, onde concluí meu Ensino Fundamental e tive a oportunidade de lecionar Matemática, no ano letivo de 2004.

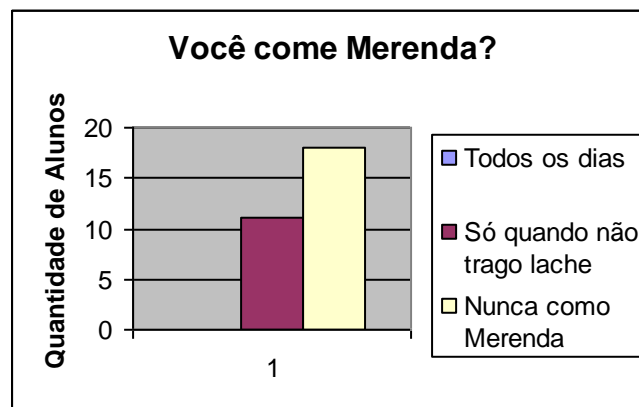
Graças a uma grande coincidência, a professora de Matemática daquele estabelecimento estava se preparando para fazer uma certa “prestação de contas” da escola, e incumbiu os alunos de fazerem os levantamentos dos gastos, que incluíam luz, água, telefone, merenda, entre outros. O tema “Merenda Escolar” ficou sob a responsabilidade da 7ª série.

Aliás, avaliar o desempenho de Matemática dos alunos é, sem dúvida alguma, neste momento, algo riquíssimo. Saber como pensam, como tentam reagir ao problema proposto é um dos objetivos.

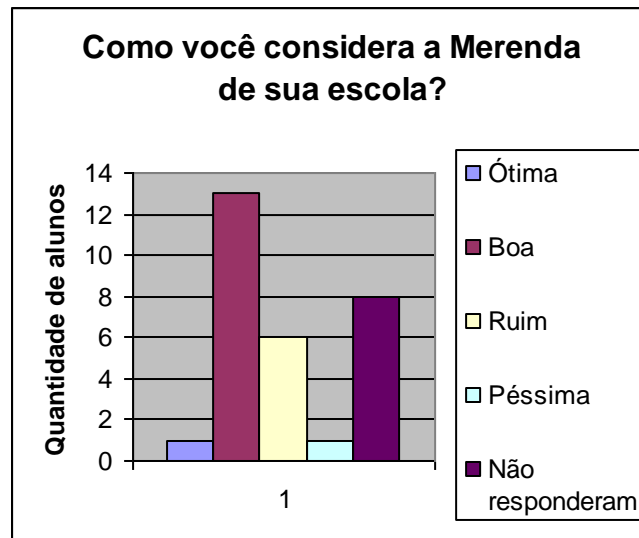
Trabalhando com 29 alunos da 7ª Série II do turno matutino da referida escola, foi preciso passar algumas informações programadas anteriormente, que resultaram na criação do texto “Curiosidades sobre a Merenda Escolar” (Anexo I), entregue um por aluno para debates e discussão. Era preciso esclarecer certas dúvidas que ainda existiam para começar a praticar modelagem matemática.

Antes do conteúdo matemático em questão ser aplicado, fiz uma tentativa de avaliação da Merenda, para saber quais alunos consumiam os alimentos, o que achavam dos cardápios, entre outros. Para tal, foi elaborado um questionário (Anexo II) que após ser respondido pelos alunos, nos permitiu concluir determinados aspectos.

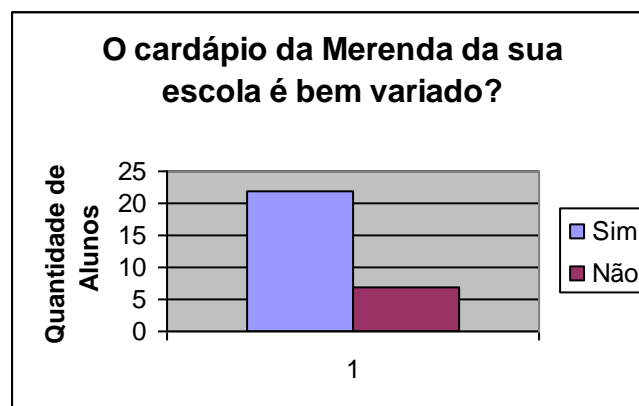
Analisando os gráficos abaixo, podemos perceber que poucos alunos comem merenda. Cerca de 62% dos alunos não usufruem do benefício que o Governo Federal repassa e que é deles, por direito na Constituição. Na turma analisada, nenhum aluno come merenda todos os dias e alguns comem somente quando não trazem lanche de casa.



É notório um certo clima de “vergonha” perante os colegas dizer que come Merenda Escolar. Também é perceptível a falta de estímulos que os alunos têm para consumo dos alimentos oferecidos. Deve ser levado em consideração que os alunos que não responderam a segunda questão provavelmente são pessoas que não comem merenda escolar. Em virtude disto, a merenda pode ser considerada boa pela maioria dos alunos, o que mais uma vez comprova que falta “algo” por parte dos administradores da escola em incentivar o consumo da merenda.



Colocando fim aos questionamentos feitos a respeito da qualidade da merenda, a terceira questão do questionário retrata a diversidade do cardápio. Olhando para este aspecto, verificou-se que todos os alunos responderam a esta questão e que cerca de 75% dos alunos acham o cardápio bem variado. Ora, se a maioria dos alunos consideram a merenda de boa qualidade e o cardápio variado, porque não consumir os alimentos que são enviados a eles? Algo deve existir para responder essa pergunta. O que me intrigou e me deixou "com a pulga atrás da orelha". Se a aula de Matemática, por exemplo, puder ajudar a estimular o consumo da Merenda, penso que os profissionais dessa área comecem a repensar em como fazer a ligação da Matemática com a Merenda Escolar.



O objetivo era, de antemão, conscientizar os alunos da problemática da merenda, do custo *per capita*, dos valores repassados aos Municípios e poder realizar a tão sonhada interdisciplinaridade, fazendo conexões com outras áreas de conhecimento.

Os professores de Ciências e Geografia ficaram cientes do projeto e permitiram uma posterior conversa e elaboração de como trabalhar a merenda escolar, cada um em sua área específica. No que diz respeito a disciplina de Ciências, trabalhar vitaminas e nutrientes dos alimentos, nesse momento, seria uma parceria incrível. Já na área de Geografia, os hábitos alimentares de cada região brasileira faria uma ponte com o conteúdo até então estudado.

Meu interesse, em particular, era saber se, junto com a turma, chegávamos ao “modelo matemático” para calcular os valores repassados do Governo Federal para os Municípios e também perceber de que forma iriam resolver a questão proposta. Em particular, a questão trazia uma indagação aos alunos referente ao quanto sua escola receberia em 2007, pois todos já estavam conscientes de que o número de alunos envolvido era o do censo escolar do ano anterior.

Alguns dados tiveram que ser fornecidos para os alunos. Primeiramente, o valor repassado para o Município de Biguaçu, que era de aproximadamente R\$ 317.000,00 (trezentos e dezessete mil reais) por ano. A quantidade de escolas públicas no Município é de 29 unidades escolares e todas são contempladas pelo PNAE. O custo *per capita* é de R\$ 0,15 (quinze centavos) para alunos do Ensino Fundamental. Os alunos permanecem na escola durante 200 dias letivos por ano. Em particular, a referida escola possui 920 alunos matriculados em 2006. Este último dado foi descoberto pelos alunos.

Aqui, no meu ponto de vista, já houve um grande erro: para se fazer modelagem, deveria ter deixado que os alunos fossem atrás dessas informações e não entregá-las todas prontas. Mas devido ao pequeno tempo que tive para realizar o trabalho (uma aula de quarenta e cinco minutos), as informações foram repassadas.

Após terem refletido, 44% dos alunos responderam ao questionamento feito, afirmando que o custo para o ano de 2007 para esta escola seria de R\$ 10.931,00. Estes alunos pensaram da seguinte forma:

O Valor repassado ao Município é de aproximadamente R\$ 317.000,00 (VR).
Como temos 29 escolas públicas (EP), a fórmula que nos mostra como chegar no valor para a próximo ano é:

$$VE = \frac{VR}{EP},$$

onde VE é o Valor repassado para a Escola. Então,

$$VE = \frac{VR}{EP} = \frac{317.000}{29} = 10.931,03$$

Os alunos que categoricamente afirmaram isso se esqueceram de que nem todas as escolas possuem o mesmo número de alunos, daí o erro da fórmula em dividir o valor em quantidades iguais.

Apenas 5 alunos, representando 17% da turma raciocinaram da seguinte forma:

O Custo *per capita* (PC) é de R\$ 0,15 por aluno.

A Escola tem 920 alunos (AE – alunos da escola)

Os alunos comem durante 200 dias letivos (DL – dias letivos).

Então, ao multiplicarmos R\$ 0,15 por 920 alunos, teremos o valor que a escola gasta por dia. Logo, a fórmula ficaria:

$$VR = PC \times AE = 0,15 \times 920 = 138,00$$

Chegamos ao valor de R\$ 138,00 por dia. Basta agora somente multiplicarmos pela quantidade de dias letivos em que os alunos vão alimentar-se.

$$VR = PC \times AE \times DL = 0,15 \times 920 \times 200 = 27.600,00$$

Logo, para esta escola, o Governo Federal repassará em 2007, a quantia de R\$27.600,00 para a compra da merenda.

Aqui devemos parar para analisar o desempenho destes alunos. Logo que descobriu o resultado, o aluno logo saiu saltitando dizendo que havia descoberto e que gostaria de ir até a liusa mostrar para os colegas. Isso foi permitido e aqui aproveito para chamar atenção de outro erro cometido: ele deveria ser instigado a tentar fazer outras descobertas, e não mostrara nesse momento o resultado aos outros. Afinal, o desempenho da maioria dos alunos não foi tão satisfatório assim.

As 5ª e 6ª questões do questionário falam sobre o cardápio de arroz com legumes, mostrado no texto. Foi feita uma pesquisa no “Supermercado Mercocentro”, no centro da cidade, e vistos os preços dos ingredientes do cardápio. Os alunos chegaram a conclusão de que, apesar do cardápio cumprir as necessidades mínimas nutricionais diárias, o custo por aluno seria de aproximadamente R\$ 0,32 (trinta e dois centavos), ou seja, mais que o dobro do valor recebido atualmente.

Percebendo isso, os alunos tiveram a consciência de que existe uma certa problemática em relação à Merenda Escolar e que os recursos não são suficientes para uma boa alimentação, se fosse o caso de todos os alunos comerem merenda. Respondendo a questão 7 do questionário, posso enunciar as principais sugestões das crianças para resolver o problema da merenda, que listo a seguir:

- O cálculo do valor de repasse deveria ser feito com base no censo escolar do ano corrente e não do ano anterior;
- Construção e preparação de uma horta escolar para ajudar na complementação de legumes e frutas;
- O valor *per capita* deve ser aumentado;
- A prefeitura deve dar uma contrapartida para auxiliar nos custos com merenda;
- A APP deve destinar uma parte de seus recursos para compra de merenda

Portanto, uma parte da experiência teve êxito: 4 alunos conseguiram chegar na fórmula que calcula o repasse o dinheiro. Como havia previsto, nem sempre temos

sucesso. Nenhum aluno conseguiu “matematizar” as soluções para a problemática da merenda, proposto na questão 8 do questionário.

Isso mostra que falta uma certa prática dos alunos em fazer esse tipo de atividade. Mesmo tentando direcionar o raciocínio, não foi possível chegarmos a um modelo que matematisasse nossa problemática. É necessário estender o tempo de estudo sobre a questão da merenda com estes alunos, para tentarmos, juntos, chegarmos no “modelo matemático” que resolve a problemática da Merenda Escolar.

6 CONCLUSÃO

A Modelagem Matemática, sem dúvida alguma, nasceu para ajudar a construir um novo jeito de fazer Matemática. Meu objetivo, enquanto futuro educador, de conhecer, estudar, aprofundar, saber como funciona e como aplicar a Modelagem Matemática, foi alcançado com êxito. A pesquisa me fez “abrir os olhos e a mente” para um novo despertar matemático.

Poder falar sobre tendências em Educação Matemática e de como se porta o ensino desta disciplina no Brasil e, em especial, em minha cidade natal – Biguaçu, foi uma experiência ímpar. Perceber o que está errado, avaliar, pensar, corrigir e co-agir com outros profissionais da Educação é uma nova meta a ser traçada daqui para frente para, se possível for, tirar o ensino de matemática brasileiro da “calamidade pública”.

Ao mesmo tempo, descobrir, junto com os alunos, o funcionamento e a manutenção do Processo da Merenda Escolar era o que sonhava desde o começo: tentar fazer uma ligação entre as aulas de Matemática e o cotidiano do aluno e ainda ousar traçar planos para fazer interligações com outras áreas de conhecimento. A Merenda Escolar, se posso assim dizer, “caiu do céu”, não podendo ter aparecido em melhor hora.

É notório que falta nas instituições de ensino, principalmente nas públicas, estímulos aos alunos, seja por parte do professor ou por parte dos outros profissionais envolvidos no processo. A Modelagem Matemática, agora afirmando com convicção, pode de uma certa forma “curar” essa ausência de estímulo, pois ela exige criatividade, ação e raciocínio dos alunos envolvidos.

A experimentação traz consigo uma bagagem de conhecimento nunca antes vivenciada. Ir até a escola, pensar junto com os “pequenos” fazendo matemática retrata a grande deficiência dos alunos, mas também o grande potencial não explorado. A própria reflexão sobre os custos da merenda, a verificação dos valores de repasse, entre outros, fazem com que as crianças tornem-se cada vez mais críticas, cumprindo assim também uma importante função da escola, até certo ponto esquecida no Brasil: a formação do aluno cidadão.

Não tenho medo em afirmar que, a partir de agora, os alunos olham diferentemente para a questão da merenda de sua escola. A problemática que envolve a questão da

alimentação escolar já está na mente destes alunos e as conseqüências e possíveis soluções também. Basta que seja dado espaço para que o aluno se sinta útil, capaz de resolver problemas que o cercam e ter oportunidade de exercer a sua cidadania.

Não quero dizer que o sistema educacional é totalmente falho, apenas faço uma menção de que há alguns pontos para serem repensados. As Universidades devem rever seus currículos para que não corram o risco de formarem professores acomodados, preocupados apenas com demonstrações e formulações de teoremas e postulados. Os já graduados devem repensar o modo de ministrar suas aulas e de planejá-las. Penso que qualquer contribuição, visando uma educação de qualidade, é sempre bem-vinda.

Enfim, após realizar esta experiência, que envolveu pesquisas acadêmicas e de campo, estou certo de ter um compromisso com a Educação Brasileira. No que tange à Modelagem Matemática, torço para que os colegas matemáticos e professores aceitem esse novo método e serei sempre defensor dessa bandeira. Já ao que diz respeito à Merenda Escolar, penso que serei, daqui para frente, forte impulsionador e incentivador do consumo destes alimentos. Também me comprometo a realizar projetos de interdisciplinaridade com as áreas de Ciências e Geografia, por exemplo, bem como voltar à atenção para tentar resolver este grande problema que aflige nossos alunos.

Meu dever, agora, é ensinar. Formar novos cidadãos críticos e pensantes. Pessoas que, ao longo do tempo, tornem-se poderosas e com conhecimento, pois como dizia um antigo educador, “*TER CONHECIMENTO É TER PODER*”.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo, Contexto, 2002
- [2] BASSANEZI, R.C. & FERREIRA JR. **Equações Diferenciais com Aplicações**. Harbra, São Paulo, 1988.
- [3] BEAN, Dale. **O que é Modelagem Matemática?** Artigo retirado de “Educação Matemática em Revista”, número 09, ano 08. UNICAMP. São Paulo.
- [4] BIGUAÇU, Secretaria Municipal de Educação, Desporto e Cultura. Proposta Curricular da Rede Municipal de Ensino de Biguaçu (versão Preliminar). Biguaçu (SC), 2003
- [5] BITTAR, Marilena; FREITAS, José Luiz Magalhães de. **Fundamentos e Metodologia de Matemática para os Ciclos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2ª Edição. Campo Grande – MS, UFMS, 2005.
- [6] BLUM, W. & NISS, M. **Mathematical Problem Solved, Modelling ...**, Cap. 1 em *Modelling, Applications and Applied Problem Resolved* (BLUM-NISS-HUNTLEY), Ellis Horwood, Chinchester, 1989.
- [7] BRASIL. **Controle de Qualidade e Planejamento de Cardápios**. FNDE.MEC.Brasília, 2001.
- [8] BRASIL. **É hora da Merenda**/Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. FNDE. MEC. Brasília, 2001.
- [9] BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais. 1997

- [10] CARRERA, A. C. (1991). **Sensos Matemáticos: Uma abordagem externalista da matemática.** (Doutorado), F.E – Unicamp, Campinas.
- [11] D'AMBROSIO, U. **As matemáticas e o seu entorno sócio-cultural;** conferência de encerramento do I Congresso Iberoamericano de Educación Matemática, Sevilla, em *Enseñanza Científica y Tecnológica*, nº 42, pp. 70-81, 1990.
- [12] D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática um problema.** *Educação Matemática em Revista*, SBEM, 1, pp. 5-18, 1993.
- [13] DAVIS, P. J. & HERSH, R. **A Experiência Matemática.** Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1986.
- [14] DO CARMO, M. P. **Ciência Pura e Ciência Aplicada.** In: *Matemática Universitária*, 3, 1986, pp. 24-28.
- [15] FERREIRA JR., w. c. (1993). **Modelos Matemáticos para dinâmica de populações distribuídas em espaços de aspecto com interações não locais: paradigmas de complexidade.** (Doutorado), IMECC-UNICAMP, Campinas.
- [16] FEYMMAN, R. **“Surely You’re Joking, Mr, Feymman”.** Banton Books, 1985.
- [17] FRANCHI, R. H. O. L. (1993). **M.M. com estratégia de aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral no curso de Engenharia.** (Mestrado), UNESP, Rio Claro.
- [18] GARDING, L. **Encontro com a Matemática.** Universidade Brasília, Brasília, 1981.
- [19] HALL, C. G. **Applied Mathematics**, Cap. 2, *Mathematical Education*, Ed. By G. T. Wain, Van Nostrand Reinhold Co, USA, 1978).

[20] Jornal Biguaçu em Foco – 02 de fevereiro de 2006 – Ano 13 – Nº 631 – Página 02

[13] MURRAY, J. D. **Mathematical Biology**. Biomath. Texts 19, Springer-Verlag, USA, 1990.

[22] NISKIER, A. **A nova educação e o pensamento complexo**. Folha de São Paulo, 31/08/1998.

8 ANEXOS

8.1 ANEXO 1 - CURIOSIDADES SOBRE A MERENDA ESCOLAR

(Texto entregue aos alunos da 7ª série II)

ESTADO DE SANTA CATARINA

MUNICÍPIO DE BIGUAÇU

CURIOSIDADES SOBRE A MERENDA ESCOLAR

Apesar de a maioria dos alunos das escolas públicas saborearem quase que diariamente a merenda escolar, poucos sabem como a Merenda chega até a sua escola e quase todos nem fazem idéia de quanto custa e do que é preciso ser feito para que seja servida a merenda na hora do recreio.

Utilizando a Matemática, vamos tentar descobrir quanto custa a merenda de todos os dias e como funciona o mecanismo da compra dos alimentos. Primeiramente, vejamos:

- A Merenda Escolar é um direito inscrito na Constituição Federal, conquistado pelas crianças brasileiras que freqüentam a Educação Pré-Escolar e o Ensino Fundamental;
- Um bom Programa de Merenda Escolar é muito importante, porque é uma ótima oportunidade de complementar a alimentação que os alunos recebem em casa, e também, uma oportunidade de desenvolver uma educação alimentar;
- No Brasil, muitos meninos e meninas ainda dependem da merenda da escola, às vezes como única refeição diária;
- Essa única refeição diária deve suprir as necessidades alimentares mínimas desses alunos;
- Uma alimentação deficiente afeta a capacidade de aprender e aproveitar as novas experiências da escola;

- Uma boa merenda escolar estimula a permanência dos alunos na escola brasileira e, desse modo, pode ajudar a diminuir os altos índices de evasão e repetência;
- O Programa Nacional de Alimentação Escolar atende cerca de 37 milhões de alunos, que freqüentam escolas públicas e filantrópicas, no Brasil, ou seja, aproximadamente 21% da população brasileira;

Resolução nº 015, de 25/08/00 Cap. III – Do Cardápio da Alimentação Escolar

Art. 5º ... deverá ser programado de modo a fornecer, no mínimo, por refeição, 15% das necessidades nutricionais dos alunos beneficiados.

Isto corresponde a um valor nutricional de: 350 quilocalorias (Kcal) e 9 gramas de proteínas por cardápio, **no mínimo**. Uma alimentação correta e equilibrada busca suprir as necessidades de nutrientes que o organismo precisa para ter uma boa condição de saúde.

Vejamos um exemplo: **Arroz com frango e legumes**.

Alimento	Per Capita	Quilocalorias	Proteína
	(g)	(Kcal)	(g)
Arroz	60	218	4,21
Frango	50	92,5	10,00
Legumes	40	14,6	0,8
Óleo	05	54	-
Sal	01	-	-
Total	156	379	15

O dinheiro do repasse vem do FNDE (Governo Federal) para a Prefeitura de Biguaçu, que faz a compra dos alimentos. Para calcular o valor do repasse, é preciso saber o custo *per capita*, que varia de acordo com as informações abaixo:

R\$ 0,18 – Educação Infantil;

R\$ 0,15 – Ensino Fundamental;

R\$ 0,34 – Escola Indígena

O valor também depende do número de alunos do ano anterior e do número de dias letivos.

Hoje, quando chegar ao recreio, tente perceber o quanto sua escola gasta com merenda por dia. Se há problemas com a merenda em sua escola, você também pode ajudar a resolvê-lo.

8.2 ANEXO 2 - QUESTIONÁRIO

ESTADO DE SANTA CATARINA

MUNICÍPIO DE BIGUAÇU

ALUNO(A): _____ SÉRIE/TURMA: _____

Agora, analisando o texto, vamos tentar responder as questões:

1) Você come merenda:

todos os dias só quando não trago lanche nunca como merenda

2) Como você considera a merenda da sua escola?

ótima boa ruim péssima

3) o cardápio da merenda da sua escola é bem variado?

sim não

4) Sabendo que o número de dias letivos é 200, você consegue calcular quanto sua escola vai receber no próximo ano? Mostre a fórmula que você pensou.

5) Vimos um exemplo de merenda, em que o cardápio é arroz com legumes. Você saberia dizer quanto custaria, para você, esse prato?

- 6) Analisando as informações da tabela do texto, será que o arroz com legumes que a merendeira prepara pra você está sendo suficiente para suprir as necessidades nutricionais diárias?

- 7) O que você pôde concluir: o dinheiro é suficiente para a compra da merenda? Dê sugestões de como resolver o problema da falta de merenda nas escolas.

- 8) Se possível, mostre uma fórmula que aumente o valor do repasse da Merenda. Podemos apresentar essa fórmula ao Prefeito da Cidade para que seja reavaliado o custo e a distribuição dos alimentos da Merenda Escolar.