



ALEXSANDRA DE SOUZA



ALGARISMOS

FLORIANÓPOLIS
1999

TCC
UFSC
MTM
0087
Ex.1 BSCFM



Universidade Federal De Santa Catarina
Centro De Ciências Físicas E Matemáticas
Curso: Matemática Licenciatura



03738721

ALGARISMOS

Alexsandra De Souza

Monografia apresentada ao Curso de
Matemática , para obtenção do grau
de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof^a Carmem Suzane Comitre Gimenez

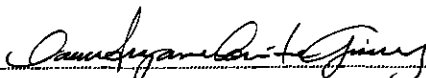
Florianópolis
1999

Esta monografia foi julgada adequada como **TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO** no Curso de Matemática – Habilitação Licenciatura, e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora designados pela Portaria n .../SCG/99.



Prof^a Carmem Suzane Comitre Gimenez
Professora da Disciplina

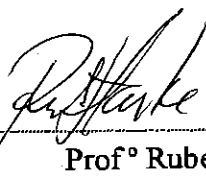
Banca Examinadora:



Prof^a Carmem Suzane Comitre Gimenez
Orientadora



Prof^o Antônio Vladimir Martins



Prof^o Rubens Starke

ÍNDICE

➤ Índice	4
➤ Introdução	5
➤ A História dos Algarismos:	6
◆ Sua invenção	6
➤ Sistema de Numeração Egípcio	11
◆ A origem dos algarismos Egípcios	14
◆ As frações do número	15
➤ Sistema de Numeração Grego	17
➤ Sistema de Numeração Romano	20
◆ Os algarismos etruscos	21
◆ A origem dos algarismos romanos	21
◆ Os ábacos gregos e romanos	25
➤ Sistema de Numeração Chinês	26
◆ O sistema posicional Chinês	30
➤ Sistema de Numeração Indo-arábico	33
◆ Índia berço da numeração moderna	33
◆ A antiga numeração hindu: um impasse	33
◆ Em vez de algarismo uma notação por extenso	34
◆ O nascimento dos algarismos arábicos	36
◆ Características do sistema de numeração Indo-arábico	38
➤ Alguns Fatos Importantes na História dos Algarismos	40
➤ Conclusão	44
➤ Anexos	45
➤ Bibliografia	49

INTRODUÇÃO

Você que calcula, soma ou subtrai, multiplica ou divide todos os dias, muitas vezes por dia já chegou a se perguntar de onde vêm os algarismos? Foi exatamente pensando em tentar responder a esse questionamento que resolvi fazer meu trabalho de conclusão de curso, fazendo um resumo da história dos algarismos.

O objetivo deste trabalho é servir como um material de pesquisa para estudantes e até mesmo professores que se interessem pela história da matemática, neste caso, a história dos algarismos.

Ao contar um pouco da história dos algarismos, detalhei-me mais na história dos algarismos hindu-arábicos, devido ao fato de este ser o nosso sistema, e também o mais utilizado no mundo.

Veremos nas páginas a seguir, um comparativo entre o nascimento de alguns algarismos e a forma como hoje eles são apresentados.

A HISTÓRIA DOS ALGARISMOS

◆ Sua Invenção:

Dois acontecimentos foram, na história da humanidade, tão revolucionários quanto o domínio do fogo, o desenvolvimento da agricultura ou o progresso do urbanismo e da tecnologia: “a invenção da escrita e a invenção dos algarismos denominados arábicos e do zero”. Do mesmo modo que os primeiros, elas modificaram completamente a existência do ser humano.

A invenção dos algarismos denominados arábicos e do zero surgiu para permitir uma notação perfeitamente coerente de todos os números e para oferecer a qualquer um (mesmo aos espíritos mais fechados à aritmética) a possibilidade de efetuar qualquer tipo de cálculo sem a tábua de contar. Assim como a escrita, o zero e os nossos números modernos figuram, portanto, entre os mais poderosos instrumentos intelectuais de que dispõe o homem de hoje. Cálculos irrealizáveis durante milênios tomaram-se possíveis graças a sua descoberta, abrindo caminho para o desenvolvimento das matemáticas, das técnicas e de todas as outras ciências.

Mas esta descoberta fundamental evidentemente não surgiu de uma só vez, como um presente perfeito de um deus ou de um herói civilizador. Ela tem uma origem e uma longa história, destacando-se pouco a pouco, após vários milênios de uma extraordinária profusão de tentativas e ensaios, de regressões e de revoluções.

Esta história começou há mais de cinco mil anos em certas sociedades avançadas e em plena expansão, onde foi preciso fixar operações econômicas excessivamente numerosas e variadas para serem confiadas apenas à memória humana. Utilizando então processos concretos arcaicos, e sentindo já há algum tempo a necessidade de guardar a lembrança duradoura das enumerações, estas sociedades perceberam que um método inteiramente diferente se impunha. Para isso elas tiveram a idéia de representar os números por sinais gráficos: *elas inventaram os algarismos.*

As pedras desempenharam um papel muito importante nesta história.

Quando o uso da base dez, por exemplo, foi adquirido, pensou-se naturalmente em tomar pedras de dimensões variadas, atribuindo-lhes, de acordo com seus tamanhos respectivos, ordens de unidades diferentes: uma pedrinha para a unidade, uma um pouco maior para a dezena, outra maior ainda para a centena, outra mais considerável para milhar e assim por diante.

Trata-se, sem dúvida, de um método prático, mas ainda insuficientemente adaptado, pois nem sempre é fácil encontrar pedras de tamanhos e formas regulares.

Este sistema foi também aperfeiçoado. Em vez de usar pedras, certos povos recorreram à terra mole. Para representar as diferentes ordens de unidades de seus sistemas de numeração, eles modelaram pequenos objetos de medidas e formas geométricas diversas: pequenos cones ou bastões de argila para as unidades de primeira ordem, bolinhas para as de segunda ordem, discos ou grandes cones para as de terceira, etc...

Estas fichas de argila (que os especialistas designam habitualmente pelo nome latino de *calculi*) foram encontradas em inúmeros sítios arqueológicos do Oriente próximo (de

Cartum a Jerico e desde a Turquia até o Irã) e correspondem a um período que se estende do IX ao II milênio antes de nossa era.

Mas, se este sistema atendeu adequadamente às necessidades numéricas puramente operatórias, ele não foi suficiente para satisfazer às múltiplas exigências criadas pela atividade cada vez maior da criação de animais e da cultura, pelo progresso do artesanato ou, ainda, pelas trocas comerciais cada vez mais freqüentes.

Por isso, por volta do ano 3.500 a.C., perto do Golfo Arábico, em duas regiões vizinhas entre si, os responsáveis pelas antigas civilizações Sumeria e Elamita, situadas respectivamente no Iraque e no Irã, elaboraram um sistema de contagem que lhes permitiu vencer as dificuldades do antigo sistema, por um certo tempo.

Estas civilizações eram equivalentes, mas rivais. Eram avançadas e bastante urbanizadas. E utilizavam um sistema de contagem derivado do método das “pedras - contas”.

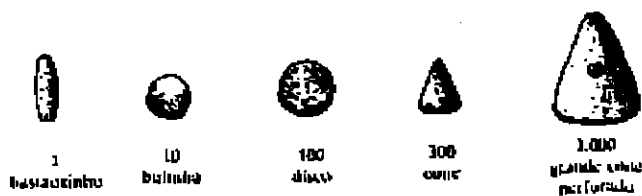
Os sumérios contavam sobre a base sessenta e tendo a dezena como unidade auxiliar para descarga da memória, representavam seu sistema da seguinte forma:

- uma unidade simples por um pequeno cone;
- uma dezena por uma bolinha;
- sessenta unidades por um grande cone;
- o número 600 ($= 60 \times 10$) por um grande cone perfurado;
- o número 3.600 ($= 60 \times 60 = 60^2$) por, uma esfera ;
- e o número 36.000 ($= 60^2 \times 10$) por uma esfera perfurada.
-



A idéia já era abstrata para a época: a multiplicação por 10 do valor de uma ficha é aqui exprimida pela perfuração deste objeto; ao conferir uma pequena marca circular (verdadeiro bolo gráfico representando a bolinha da dezena) ao cone de valor 60 ou à esfera de valor igual a 3.600, obtêm - se na verdade as figurações respectivas dos números 600 ($= 60^2 \times 10$) e 36.000 ($= 3.600 \times 10$).

Os elamitas, por sua vez, contavam por dezenas no caso dos números usuais e de acordo com um compromisso entre as bases dez e sessenta para as unidades de ordem superior. Eles também utilizavam um pequeno bastão para uma unidade simples, uma bolinha para 10, um disco para 100, um cone para 300 ($= 60 \times 5$) e um grande cone perfurado para 3.000 ($= 300 \times 10 = 60 \times 5 \times 10$).



Estas fichas de argila de valor convencionado (cujo manuseio se parece com o de nossas atuais moedas ou pesos) são colocadas dentro de uma forma esférica ou ovóide, oca, na superfície da qual se desdobram um ou dois sinetes cilíndricos para garantir sua origem e integridade.

Em Sumer e Elam, os homens de uma certa condição social tinham de fato cada um seu próprio sinete, uma espécie de pequeno cilindro de pedra mais ou menos preciosa com uma imagem simbólica gravada em côncavo. O sinete cilíndrico, cuja invenção se situa por volta de 3.500 a.C., representa a própria pessoa de seu detentor, sendo assim associado a todas as atividades econômicas ou jurídicas em relação a ele. A título de assinatura ou marca de propriedade, o dono do sinete confere os motivos correspondentes a todo objeto de argila associado a esta ou àquela operação ou transação desdobrando o cilindro em torno de seu eixo.

Vou dar um exemplo de sua utilização:

“ Certo dia, no mercado da cidade real de Uruk, capital de Sumer, após intermináveis discussões, um criador e um agricultor acabam de concluir um negócio: quinze bois serão trocados por setecentas e noventa e cinco medidas de trigo. Mas o criador só dispõe de oito animais no local e o agricultor só trouxe quinhentos sacos de grãos. Procede-se mesmo assim à troca, mas, para que a permuta seja válida, convém “assinar” um contrato. O primeiro se compromete então a entregar ao segundo sete bois suplementares no fim do mês, enquanto o outro lhe fornecerá as 295 medidas restantes ao final da colheita.

Para concretizar o acordo, o criador confecciona uma esfera de argila oca, no interior da qual introduz sete pequenos cones, cada um associado a um animal. Em seguida, obtura a bola e desenrola seu sinete cilíndrico em volta, a título de assinatura.

Por sua vez, o agricultor introduz no interior de seu saquinho de argila quatro grandes cones, simbolizando cada um sessenta sacos de trigo, cinco bolinhas, associadas cada uma a dez desses sacos, e cinco pequenos cones, correspondentes aos cinco sacos restantes. Em seguida, imprime sobre a argila a marca de seu sinete.

Uma testemunha põe depois sua própria “assinatura” nos dois documentos ao mesmo tempo, certificando assim a conformidade e a integridade da transação. Após, os dois contratantes trocam suas respectivas esferas e se vão.” Apesar de a escrita ser ainda desconhecida nesta época, este sistema tem, para estas pessoas, tanto valor jurídico quanto, para nós, os mais sólidos compromissos escritos.

Este sistema de contabilidade, no entanto, não é muito prático, pois é preciso quebrar a esfera cada vez que se queira descobrir o total de seu conteúdo. Os contadores sumérios e elamitas se aperceberam disto na etapa seguinte, mais ou menos 3.300anos antes da nossa era.

Foi o que se pode conhecer graças às recentes descobertas da delegação Arqueológica Francesa no Irã (DAFI), durante os trabalhos na acrópole de Susa, onde foi encontrado todo o conjunto de etapas desta evolução.

De fato, num segundo estágio estes contadores tiveram a idéia de simbolizar as fichas guardadas nas esferas por diversas marcas de tamanhos e de formas variadas, gravadas na parte externa de cada uma delas.

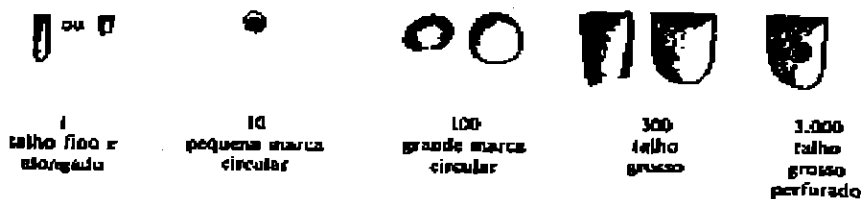
Assim, os sumérios simbolizam:

- o pequeno cone que representa a unidade por um talho fino;
- a bolinha marcando a dezena por uma pequena marca circular;
- o grande cone das sessenta unidades por um talho grosso;
- o grande cone perfurado que vale 600 por um talho grosso munido de uma pequena marca circular;
- a esfera que vale 3.600 por uma grande marca circular;
- a esfera perfurada representando o número 36.000 por uma grande marca circular munida de uma outra pequena.



Já, os elamitas, por sua vez, simbolizavam:

- o bastãozinho da unidade por um talho fino mais ou menos alongado;
- a bolinha representando a dezena por uma pequena marca circular;
- o disco da centena por uma grande marca circular;
- o cone de valor 300 por um talho grosso;
- e o grande cone perfurado valendo 3.000 por um talho grosso perfurado.



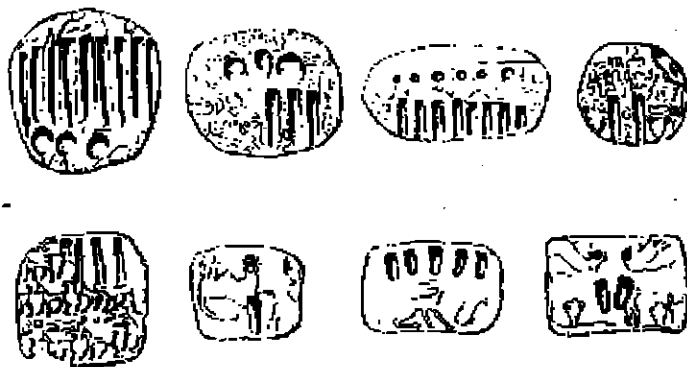
Trata – se, assim, de uma espécie de “resumo”, ou melhor , de uma simbolização gráfica do conteúdo de cada documento contábil.

Uma esfera elamita com três discos e quatro bastõezinhos, por exemplo (ou seja, um total de $3 \times 100 + 4 = 304$ unidades), apresentaria, portanto, na sua face externa, ao lado dos sinetes cilíndricos desdobrados, três grandes marcas circulares e quatro talhos finos.

A partir de então, não será mais necessário quebrá-la para proceder a uma verificação ou inventário. Bastará “ ler ” as informações na superfície dos documentos. O desenrolar do ou dos sinetes cilíndricos indicará a origem da esfera, ao mesmo tempo em que assegurará a sua autenticidade, e as marcas gravadas precisarão a quantidade de seres ou objetos envolvidos na operação.

Estas marcas gravadas são verdadeiros signos numéricos, pois cada uma delas é um símbolo gráfico que representa um número. Elas já constituem um verdadeiro sistema de numeração escrita: *acabam de nascer os mais antigos algarismos da história.*

Desde cerca de 3250 a.C. o uso dos *calculi* foi suprido, e as esferas ocas de formas arredondadas ou ovóides substituídas doravante por tabletes de argila, no início de feito grosseiramente arredondado em seguida de forma progressivamente mais fina e retangular.



Pedaços de argila elamita com informações estritamente numéricas

Estes tabletes contábeis ainda não comportam, entretanto, sinais de escrita, sendo as informações correspondentes, como nas esferas, exclusivamente simbólica e numérica.

Sistema de Numeração Egípcio

Os egípcios também inventaram uma escrita e um sistema de numeração escrita. Foi por volta do ano 3.000 a.C., isto é, mais ou menos na mesma época de Elam e da Mesopotâmia.

Mas não pensemos que eles tomaram emprestado dos sumérios (ou dos elamitas) seus algarismos e seus pictogramas para forjar seus próprios sistemas. Os hieróglifos egípcios são, de fato, quase todos tirados da fauna e da flora do Nilo, e os instrumentos ou utensílios que esta escrita “copiou” eram utilizados no Egito pelo menos desde o início do quarto milênio antes da nossa era.

A numeração hieroglífica egípcia é diferente da dos sumérios, e isto não apenas no plano gráfico, mas também de um ponto de vista matemático: a primeira é fundada numa base estritamente decimal, enquanto a outra repousa sobre uma base sexagesimal.

Os suportes materiais empregados também são diferentes. Os sumérios fazem seus algarismos e signos de escrita imprimindo-os ou traçando-os quase exclusivamente sobre pedaços de argila, enquanto os egípcios reproduzem os seus gravando ou esculpindo em monumentos de pedra, por meio do cinzel e do martelo; ou ainda traçando-os em lascas de rocha, cacos de cerâmica ou em folhas de papiro, com o auxílio de um caniço de ponta esmagada, mergulhado numa matéria colorante.

Os algarismos e os hieróglifos egípcios nasceram, assim, nesse lugar e são produto apenas da civilização egípcia.

De fato, por volta de 3000 a.C., esta civilização já se encontra muito avançada, fortemente urbanizada e em plena expansão. Por razões estritamente utilitárias, motivadas principalmente por necessidades de ordem administrativa e comercial, ela toma pouco a pouco consciência das possibilidades limitadas do homem – memória e do esgotamento de sua cultura exclusivamente oral. Provando uma necessidade crescente de memorizar o pensamento e a fala, assim como a exigência de guardar duradouramente a lembrança dos números, ela percebe então que uma organização do trabalho inteiramente diferente se impõe. E, *como a necessidade cria o órgão*, ela descobre a idéia tanto da escrita quanto da notação gráfica dos números para vencer a dificuldade.

Desde seu surgimento, a numeração egípcia permite a representação dos números além do milhão: ela compreende um hieróglifo especial para indicar a unidade e cada uma de suas potências de 10 que se seguem (10, 100, 1.000, 10.000, 100.000 e 1.000.000).

O algarismo para a unidade é um pequeno traço vertical. O da dezena é um signo em forma de asa, parecido com uma ferradura, disposto como uma espécie de “U” maiúsculo invertido. A centena é representada por uma espiral mais ou menos enrolada, como a que podemos fazer com uma corda. O milhar é figurado por uma flor de lótus com seu caule, a dezena de milhar, pelo desenho de um dedo erguido ligeiramente inclinado, a centena de milhar, por uma rã ou um girino de rabo bem caído, e o milhão, por um homem ajoelhado erguendo os braços para o céu.

	LEITURA DA DIREITA PARA A ESQUERDA					LEITURA DA ESQUERDA PARA A DIREITA				
1										
10	∩					∩				
100										
1 000										
10 000										
100 000										
1 000 000										

Os algarismos fundamentais da numeração hieroglífica egípcia.

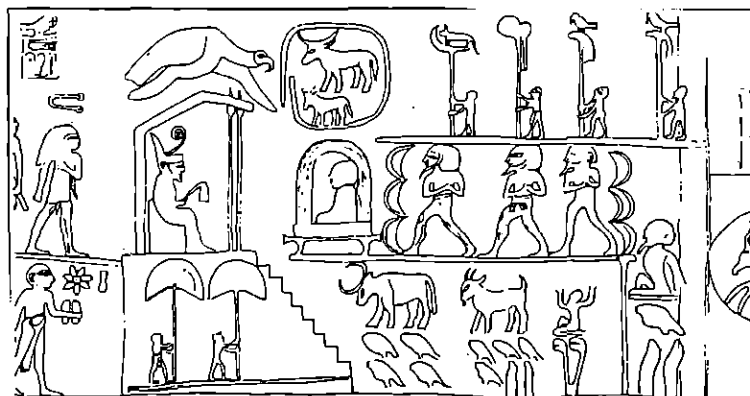
Obs: notar-se-à que esses algarismos mudam geralmente de orientação segundo o sentido de leitura do texto hieroglífico: Assim o girino e o gênio do milhão devem estar sempre voltados para o início da linha.

Vejamos agora as regras para o uso desses símbolos:

- ◆ Cada marca só pode ser repetida nove vezes.
- ◆ Cada dez marcas são trocadas por outra, de um agrupamento superior.
- ◆ Para saber o valor do número escrito, é preciso somar os valores dos símbolos utilizados.

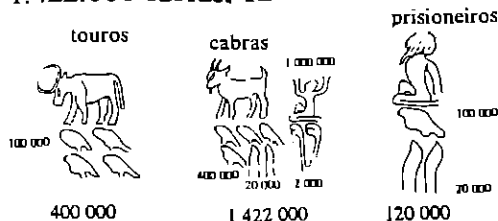
Em Hierakonpolis (cidade muito antiga na margem esquerda do Nilo, mais ou menos a cem quilômetros da primeira catarata), foi descoberta uma clava com algumas inscrições. Ela constitui um dos mais antigos testemunhos arqueológicos conhecidos da escrita e da numeração hieroglífica egípcia, e pertenceu a Narmer, rei que unificou o Baixo e o Alto Egito por volta de 2.900 a.C..

Desenvolvimento plano da cabeça de clava do rei Naner

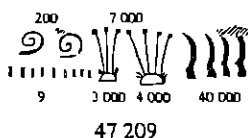


Além do nome de Narmer nela inscrito foneticamente, esta cabeça de clava comporta de fato representações numéricas correspondentes ao montante do resgate em cabeças de gado e ao número de prisioneiros provavelmente trazidos por esse soberano após suas expedições vitoriosas. Enumeração (provavelmente fantasiosa, resultante de um exagero destinado a glorificar o rei Narmer) cuja contagem é feita da seguinte maneira:

“400.000 touros, 1.422.000 cabras, 120.000 prisioneiros”



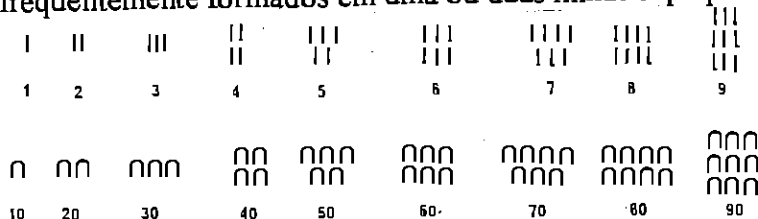
Um outro exemplo é figurado numa estatueta encontrada igualmente em Hierakonpolis e que data aproximadamente de 2.800 a.C.; erigida em honra a um rei chamado Khâsekhem, ela oferece a seguinte escrita para o número 47.209 de inimigos massacrados por este soberano:



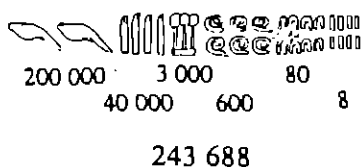
Para representar um determinado número, os egípcios se limitavam, assim, a repetir o algarismo de cada classe decimal tantas vezes quantas fosse necessário. Para tanto, eles procediam na ordem dos valores decrescente, a partir do algarismo da mais alta potência de dez nele contido: Reproduziam primeiro as unidades da maior ordem decimal, em seguida as ordens imediatamente inferior, e assim por diante até as unidades simples.

No início esta representação era arcaica, sendo tanto os desenhos quanto os grupos de algarismos bastante primitivos no seu conjunto (observar na ilustração a figuração do dedo valendo 10.000 e a da flor de lótus valendo 1.000; notar também o alinhamento das nove barras de unidades, assim como o agrupamento dos algarismos do milhar).

Mas a partir do século XXVII a.C. o desenho desses hieróglifos se tornará mais minucioso e regular. E, para evitar a acumulação numa mesma linha de vários algarismos de uma mesma classe de unidades, e também para tornar mais fácil para o olho do leitor a adição dos valores correspondentes, pequenos grupos de dois, três ou quatro signos idênticos serão freqüentemente formados em uma ou duas linhas superpostas:



Para o número 243.688, por exemplo, reproduz-se de agora em diante, nesta ordem e de acordo com a seguinte disposição: duas vezes o algarismo de 100.000, quatro vezes o de 10.000, três vezes o de 1.000, seis vezes o de 100, oito vezes o de 10 e oito vezes o de 1. Foram encontradas enumerações extraídas dos anais de Tutmés III (1490 – 1436a.C.), do espólio de 29º ano de reinado desse faraó que comprovam esta forma de disposição dos hieróglifos.



Extraído dos anais de Tutmés III (1490-1436 a.C.).
 Enumeração do espólio do 29.º ano do reinado desse faraó. Baixo-relevo em grès, proveniente de Karnak.

♦ **A origem dos algarismos egípcios:**

Essa notação numérica foi, no fundo apenas uma maneira de traduzir por escrito o resultado de um método concreto de enumeração, que os egípcios empregaram nas épocas arcaicas: um método que consistia em representar um número dado pelo alinhamento ou empilhamento de tantos objetos – padrão quantos fossem necessários (pedras, conchas, bolinhas, bastonetes, discos, anéis,...), associados cada um a uma ordem num sistema de numeração.

	UNIDADES	DEZENAS	CENTENAS	MILHARES	DEZENAS DE MIL	CENTENAS DE MIL
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						

Fig. 14.32 - Representação das unidades consecutivas de cada ordem decimal da numeração hieroglífica egípcia.

Mas, Contrariamente aos algarismos sumérios,, cujos grafismos deixam claramente transparecer sua origem material, os signos desta numeração escrita não permitem de modo

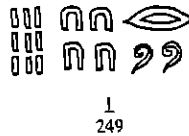
algum imaginar os objetos concretos que os precederam na arte do *cálculo* figurado das épocas anteriores à invenção da escrita.

♦ As frações do número

Para exprimir as frações de um número, os egípcios serviam – se, de modo geral, do hieróglifo da boca (sinal que era lido éR e que, nesse contexto, tinha o sentido de “parte”), colocando – o embaixo do número que servia de denominador:



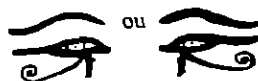
Quando o denominador inteiro não podia levar o sinal da “boca”, inscreviam o excedente na seqüência, assim:



Certas frações, como $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$, eram representadas por sinais especiais. Para $\frac{1}{2}$ empregava-se simplesmente o hieróglifo seguinte (que era lido GeS e que exprimia a idéia de “metade”): ou Para $\frac{2}{3}$ escrevia-se: ou ou (literalmente: “as duas partes”) e para $\frac{3}{4}$: (isto é, “as três partes”).

Notemos que, com exceção das duas últimas expressões, os egípcios não conheceram as frações de numerador além da unidade. Para exprimir, por exemplo, o equivalente de nossa fração $\frac{3}{5}$, eles não colocavam esta sob a forma $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$; eles a decompunham antes numa soma de fração tendo por numerador: \Rightarrow ($\frac{3}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10}$).

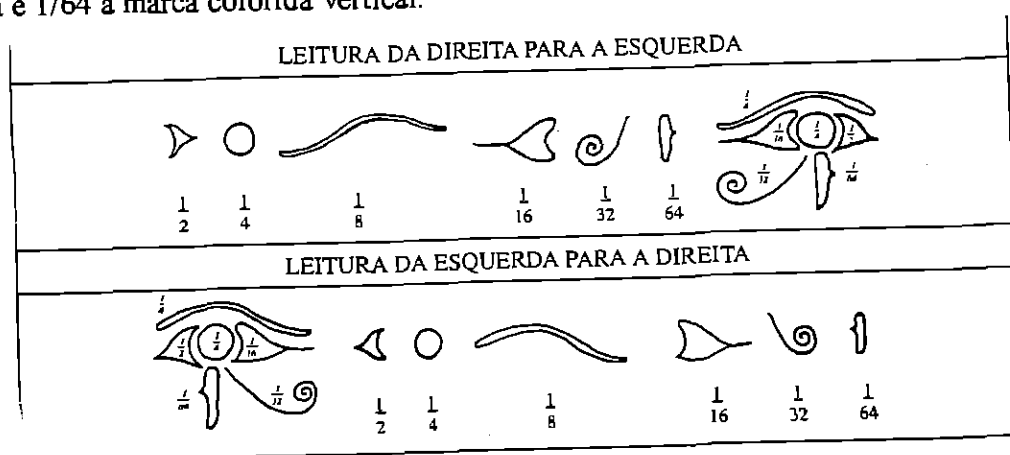
Para as medidas de capacidade (tanto para os cereais quanto para cítricos ou líquidos), os egípcios serviam-se de uma curiosa notação, diferente da precedente, permitindo indicar as frações héqat (unidade de medida das capacidades valendo, segundo a estimativa tradicional dada por G. Lefebvre, 4,785 litros aproximadamente). Essa notação empregava as diferentes partes do olho fardado do deus falcão Hórus, conhecido sob o nome de oudjat:



O oudjat era ao mesmo tempo o olho de um ser humano e o de um falcão: comportava portanto, as duas partes da córnea, a íris e a sobrancelha do olho humano, elementos aos quais se acrescentava, em posição inferior, as duas marcas coloridas características do falcão-peregrino. E como os submúltiplos mais usuais do héqat eram sucessivamente o meio, o quarto, o oitavo, o um-dezesseis avos, o um-trinta e dois avos e o um-sessenta e quatro avos, essa notação consistiu então em decompor o oudjat em seis partes e depois atribuir a cada uma delas uma das seis frações:

$1/2$, $1/4$, $1/8$, $1/16$, $1/32$ e $1/64$

segundo a convenção dada na figura abaixo. Noutras palavras, no caso de uma leitura da direita para a esquerda, atribuíam-se o valor de $1/2$ à parte direita da córnea, a fração de $1/4$ à íris, $1/8$ à sobrancelha, $1/16$ à parte esquerda da córnea, $1/32$ à marca colorida oblíqua e $1/64$ à marca colorida vertical.



Sistema de Numeração Grego

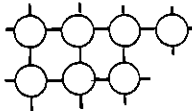
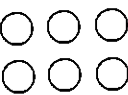
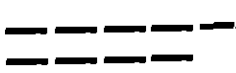

Influenciado provavelmente pelos micênicos, os gregos utilizaram no início uma notação numérica com as mesmas características do sistema cretense. Como neste sistema, ela foi decimal e aditiva e só atribuiu signo gráfico especial à unidade e a cada uma das primeiras potências de sua base.

No tempo de Homero (séc. IX – VIII a.C.), a unidade era representada ora por um ponto, ora por um pequeno arco de circunferência, a centena por uma espécie de “L” maiúsculo invertido, etc.

• ou (ou 1	— ou ○ 10	7 100	Ψ 1000	X 10 000
------------------	--------------	----------	-----------	-------------

Mas, como os sistemas egípcios, cretense ou asteca, esta numeração escrita teve o inconveniente da sua simplicidade. Por menor que fosse a representação numérica, ela exigia uma repetição de signos idênticos. Para o número 7.699, por exemplo, era preciso recorrer a trinta e um símbolos.

SISTEMA GREGO ARCAICO

 7000	 600	 90	 9
--	---	--	--

Estas fastidiosas repetições (que sem dúvida explicam os múltiplos erros ou omissões cometidos pelos escribas e copistas da época) levaram os gregos a acrescentar algarismos suplementares à sua lista inicial.

A partir do século VI a.C., eles simplificaram sua notação numérica introduzindo progressivamente um algarismo especial para 5, um para 50, um outro para 500, mais tarde um para 5.000, e assim por diante. Ao mesmo tempo, abandonaram pouco a pouco as antigas formas gráficas de seus algarismos para substituí-las por letras alfabéticas correspondendo cada uma à inicial de uma designação de número (é o que se chama, em termos eruditos, o princípio da acrofonia).

Eles passaram a representar:

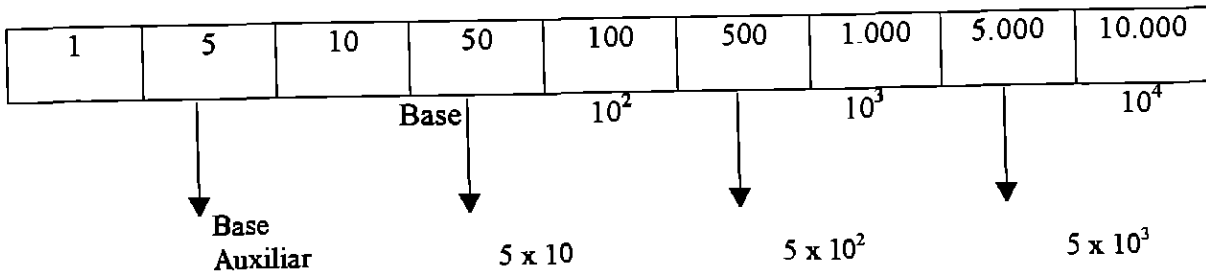
- unidade por um traço vertical;
- o número 5 pela letra Ϝ (antiga forma de pi), inicial de PENTE, que significa “cinco”;
- a dezena pela letra Δ (delta), antiga inicial de DEKA, “dez”;
- O número 50 pelo signo ϝ, formado da combinação das letras Pi e delta, correspondendo a abreviação de PENTE-DEKA, “cinquenta”;
- A centena pela letra Η (eta), inicial de HEKATON, que significa “cem”;
- O número 500 pelo signo Ϟ, formado da combinação Pi e eta, correspondendo à abreviação de PENTE-HEKATON, “quinhentos”;

- O milhar pela letra X (Khi), inicial de KHILIOI, "mil";
- O número 5000 pelo signo Π , formado da combinação das letras Pi e Khai, correspondendo à abreviação de PENTE-KHILIOI, "cinco mil";
- O número 10.000 pela letra M (MU), inicial de MURIOI, "dez mil";
- E, enfim, o número 50.000 Π , que combina as letras Pi e Mu e abrevia a palavra PENTE-MURIOI, "cinquenta mil".

50	Δ	$\Pi . \Delta$	5×10
500	Π	$\Pi . \Pi$	5×100
5.000	χ	$\Pi . \chi$	5×1.000
50.000	Π	$\Pi . M$	5×10.000

Fig. 16.3

Partindo de uma numeração decimal idêntica à dos egípcios, os gregos forjaram, assim, um sistema que atribuía uma representação particular a cada um dos seguintes números:



Deste modo eles chegaram a um sistema matematicamente equivalente ao dos romanos; a partir desse momento, em vez dos trinta e um signos exigidos anteriormente bastavam-lhes apenas quinze para representar o número 7.699, por exemplo.

Π χ χ Π Π Δ Δ Δ Δ Π Π Π Π

5000 2000 500 100 50 40 5 4

Esta evolução, marcou, no entanto, uma regressão na história do cálculo propriamente dito. Ao atribuir um algarismo especial apenas à unidade e a cada potência de sua base a numeração grega devia permitir no início, como a numeração egípcia a

execução das operações por escrito. Mas, ao introduzir algarismos suplementares na sua lista inicial, os gregos a privaram de qualquer possibilidade operatória, o que levou os calculadores gregos a recorrer a partir de então apenas às “tábuas de contar”.

O Sistema de Numeração Romano

Como são hoje conhecidos, os algarismos romanos parecem à primeira vista ter sido calculados sobre as letras do alfabeto latino.

I V X L C D M

Mas, na realidade, esses grafismos não constituem as formas iniciais dos algarismos desta numeração. Eles foram, na verdade, precedidos por formas muito mais antigas, que nada tinham a ver com as letras do alfabeto.

Na origem, a unidade era representada por um traço vertical, o número 5 pelo desenho de um ângulo agudo, a dezena por uma cruz, o número 50 por um ângulo agudo com um traço vertical, a centena por uma cruz cortada por um traço vertical, o número 500 por um semicírculo de aspecto peculiar, e o milhar por um círculo cortado por uma cruz:

I	V	X	↘	✕	⊘	⊗
1	5	10	50	100	500	1 000

Em virtude de razões formais evidentes, os algarismos primitivos para 1, 5 e 10 foram mais tarde confundidos respectivamente com as letras I, V e X. Por sua vez, o algarismo inicial para 50 evoluiu graficamente primeiro rumo às formas sucessivas abaixo, para depois ser confundido, em meados do século I a.C., com a letra L:

↘ → ↓ → ⤵ → ⊥ → ⊥ → L

50

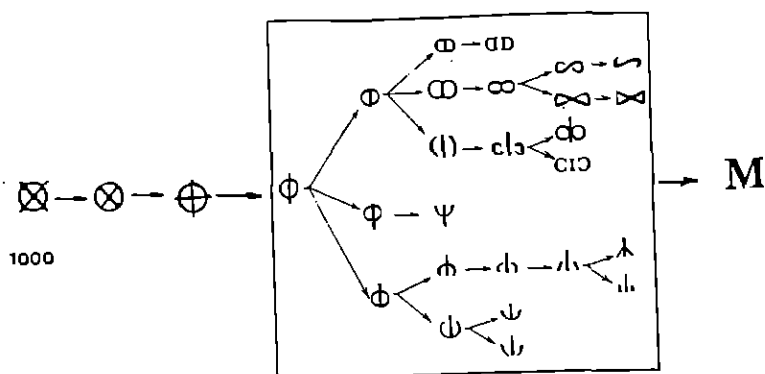
O algarismo primitivo para a centena evoluiu do mesmo modo, num primeiro estágio, para a seguinte forma mais arredondada: ✕. Mais tarde, com o propósito de abreviação, esta foi pouco a pouco sendo cindida em duas, para ser empregada sob uma ou outra das duas formas seguintes: ⊘ ou ⊗. Por analogia das formas e sob influência inicial da palavra latina *centum* ("cem"), este último signo foi finalmente assimilado à letra C.

O algarismo arcaico para 500 sofreu, por sua vez, inicialmente uma rotação de 45° para a esquerda, evoluindo em seguida para o signo ⊘, para ser finalmente confundido com a letra D.

⊘ → ⊘ → ⊘ → ⊘ → D

500

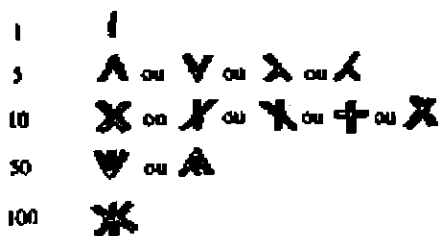
O algarismo para o milhar evoluiu primeiro para a forma φ, que por seu turno deu origem às diferentes variações que se seguem, às quais a letra M foi sendo progressivamente substituída a partir do século I a.C., sob a influência da palavra latina *MILE*.



♦ **Os algarismos etruscos:**

Os algarismos romanos (cuja normalização por identificação às letras da escrita latina monumental se fez, portanto, numa época tardia de sua história) nasceram na verdade centenas de anos – talvez mesmo milhares de anos – antes da civilização romana.

Vários séculos antes de Júlio César, os etruscos e mais genericamente os povos itálicos (oscos, équos, umbros,...) inventaram signos de numeração de grafia e estrutura idênticas à dos algarismos romanos arcaicos. Eles representaram a unidade por um traço vertical, o número 5 por um ângulo agudo com o vértice voltado para cima, a dezena por uma cruz ou uma espécie de “X” cortado por um traço vertical:



Bem antes de seus sucessores, eles chegaram a aplicar a esses algarismos ao mesmo tempo o princípio aditivo simples e o princípio subtrativo, como testemunham inúmeras inscrições etruscas do século VI antes de nossa era, em que os números 19 e 38 foram anotados como abaixo, partindo da direita para a esquerda:

XIX
10 + 10 - 1

XIIXXX
10 + 10 + 10 + 10 - 2

♦ **A origem dos algarismos romanos:**

Essa questão, mesmo tendo permanecido obscura por muito tempo, não deixa, contudo, dúvida alguma: Os sinais de I, V e X são de longe os mais antigos da série. Anteriores a qualquer espécie de escrita (e portanto a qualquer alfabeto), esses algarismos e os valores correspondentes apresentam-se muito naturalmente ao espírito humano submetido a certas condições. Noutras palavras, os algarismos romanos e etruscos são verdadeiros fosseis pré históricos; derivam diretamente da prática do entalhe, aritmética primitiva bem conhecida cujo princípio consiste em fazer entalhes num fragmento de osso

ou num bastão de madeira permitindo a qualquer um estabelecer uma correspondência biunívoca entre as coisas a enumerar e os traços destinados a representá-los.

Imaginemos um pastor que tem hábito de registrar o número de seus animais seguindo essa técnica simples, provinda de tempos pré históricos.

Operou, então, como os seus predecessores o fizeram, sempre gravando sem interromper, num bastão de osso ou de madeira, tantos entalhes quantas unidades há no número considerado. Esse procedimento não é, contudo, muito cômodo, já que obriga o pastor a recontar o conjunto dos entalhes de seu bastão cada vez que se trata de reencontrar o número total de cabeças de seu rebanho.

O olho humano, é verdade, não é “um instrumento de medida” suficientemente preciso; seu poder de percepção imediato dos números não ultrapassa jamais o número quatro. Nosso homem pode, portanto, facilmente distinguir de uma só olhada (sem contar) um, dois, três ou mesmo quatro entalhes paralelos. Mas aqui param suas faculdades naturais de identificação visual dos números, pois, além de quatro entalhes, tudo se confunde no seu espírito e será necessário para ele apelar para o procedimento de contagem abstrato e, assim, conhecer seu número exato.

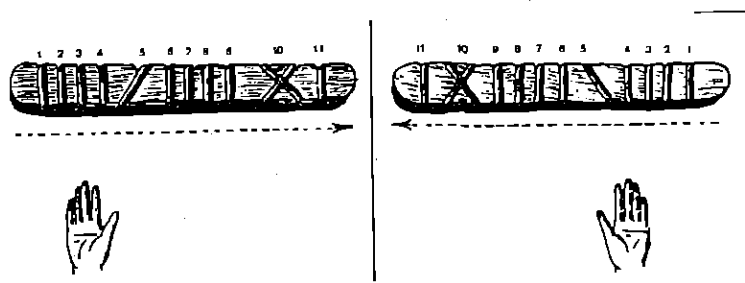
Nosso pastor, que sentiu essa dificuldade, toma consciência da falta de comodidade de seu sistema e procura, portanto, algum meio “ao seu alcance” para remediá-lo. Então, um dia, têm uma idéia.

Como antes, faz com que os animais passem um por um e grava um entalhe no seu bastão para cada animal que desfila diante dele. Mais, uma vez que tem marcado quatro traços semelhantes consecutivos, tem a idéia de modificar a confecção do quinto entalhe para que a série dos traços permaneça reconhecível a primeira olhada. Com o número cinco, criou, assim, uma nova unidade de contagem que lhe é tanto mais familiar quanto correspondente ao número de dedos de uma mão...

Para qualquer indivíduo, a gravura em osso ou em madeira apresentará as mesmas características e mesmas dificuldades. Conduzirá, portanto, obrigatoriamente as mesmas soluções seja na África, Ásia, Oceania ou na América. E em qualquer latitude a imaginação criadora de sinais gráficos encontrar-se-á, então, limitada a essas condições.

Assim, nosso pastor disporá, nessas circunstâncias, apenas de um número muito reduzidos de possibilidades.

Para distinguir o quinto traço dos quatro precedentes, a primeira idéia que lhe vem ao espírito é a que consiste em mudar simplesmente sua orientação. Inclina portanto, fortemente esse traço em relação aos quatro primeiros e obtém uma representação gráfica que corresponde a posição do polegar em relação aos outros dedos.



Uma outra idéia consiste, por sua vez, em acrescentar ao quinto entalhe um pequeno traço suplementar (obliquo ou horizontal) fazendo deste um verdadeiro sinal distintivo em forma de “ t ”, de “ Y ” ou de “ V ” diversamente orientado:



Retomando, em seguida, os quatro primeiros traços, o pastor prossegue a contagem de seus animais até o nono. Mas, no décimo, se encontra mais uma vez coagido a modificar a confecção do entalhe correspondente para que a série dos traços permaneça ainda identificável à primeira olhada. E como se trata do número total de dedos das mãos reunidas, pensa, então, para tanto, numa marca evocando algo como o duplo de uma das representações escolhidas para 5. É então que chega, em todos os casos de figuras, a um sinal de “ X ” ou de cruz:



Cria, portanto uma nova unidade numérica (a dezena) e a contagem em sua talha concorda doravante com a contagem digital elementar.

Retomando os entalhes simples, o pastor prossegue a contagem de seus animais até o décimo quarto, para permitir ao olho distinguir o décimo quinto traço dos quatorze precedentes, confere-lhe uma forma diferente. Mas não cria novo símbolo; lhe dá simplesmente a forma do “ algarismo 5 ”, já que se trata aqui de “ uma mão depois das duas mãos reunidas ”.

Opera, em seguida, da mesma maneira até 19, mas desta vez, dá ao vigésimo traço uma forma idêntica da dezena.

Posteriormente, continua a contagem até o número 24, mediante entalhes ordinários, e marca o vigésimo quinto número com o algarismo 5. Procede assim até $9 + 4 \times 10 = 49$.

Mas, então, encontra-se ainda na obrigação de imaginar um novo sinal particular para marcar o número cinqüenta, pois não poderia reconhecer visualmente uma seqüência comportando mais de quatro sinais representando a dezena. E é muito naturalmente que chega, assim, a um dos sinais seguintes (acrescentando simplesmente um traço a uma das representações de 5).



Depois disso, nosso homem prossegue a enumeração das cabeças de seu rebanho e, operando como anteriormente, atinge os números compreendidos entre 50 e 99.

Na centena sente a mesma necessidade de introduzir uma outra notação particular. E é ainda muito naturalmente que chega a um dos grafismos seguintes (acrescentando um ou dois traços a uma das representações de 10, ou ainda, tomando o duplo de um dos algarismos para 50):



Depois disso, operando como anteriormente, atinge os números compreendidos entre 100 e 499. Nesse momento introduz, em seguida, um novo sinal para 500 e continua a contar até 999. Depois, um outro sinal para 1.000, que lhe permitirá considerar os números até 4.999, etc.

Assim ocorre portanto, o nascimento de um sistema decimal que faz o número 5 desempenhar o papel de uma base auxiliar e cujas ordens de unidade consecutivas são exatamente os da numeração romana.

Retomemos a nosso pastor que, depois de ter feito a contagem de seus animais mediante entalhes de seu bastão, transcreve agora sua contagem escrevendo isso sobre uma prancheta de madeira.

Mas no afã de abreviação, nosso pastor imagina também um outro princípio. Em lugar de escrever o número 4 com quatro traços, nota-o sob a forma IV, exprimindo assim que o quarto traço da série encontra-se exatamente diante do "V": III → (III)IV → IV. Dessa maneira, faz-se a economia de dois símbolos. Igualmente, em lugar de escrever o número 9 sob a forma VIII, nota-o IX, exprimindo assim que o nono traço da série encontra-se exatamente antes de "X" no bastão talhado: IIIIVIII → (IIIIVIII)IX. Dessa maneira, faz a economia de três símbolos. Representa, em seguida, da mesma forma os números 14, 19, 24,...

Assim se explica o emprego, nas numerações romana e etrusca, das formas IV, IX, XIV, XIX, etc., ao lado de III, VIII, XIII, XVIII...

Concebe-se, portanto, que os povos, usando desde há muito a técnica do entalhe, tenham chegado ao longo da história, independentemente de qualquer influência etrusca ou latina, à notações gráficas, matematicamente equivalentes às dos etruscos e romanos. A hipótese parece tão evidente que se poderia admiti-la mesmo na ausência de qualquer prova. Mas os testemunhos existem e são muito numerosos.

Outras convenções, freqüentemente usadas pelos romanos a partir do fim da época republicana e ainda bem atestadas na Idade Média cristã, permitiram simplificar a notação dos valores superiores a 1.000 e atingir números ainda mais altos.

♦ Os ábacos gregos e romanos:

Para efetuar as operações aritméticas, os gregos, etruscos e romanos fizeram, portanto, uso não de seus algarismos, mas de *ábacos*.

É, sem nenhuma dúvida, a esse tipo de instrumento de cálculo que aludiu o historiador grego Políbio (210 – 128 a.C) pondo estas palavras na boca de Sólon (que viveu no fim do século VII e início do VI a.C.)

“ Os que vivem na corte dos reis são exatamente como as peças de uma mesa de contar. É a vontade do calculador que lhes faz valer um KHALKOS ou um talento ”.

O cálculo no ábaco de fichas é muito lento e muito difícil, supondo da parte dos aritméticos um aprendizado preliminar longo e laborioso. Compreende-se, então, que a prática de operações tenha permanecido por muito tempo sob domínio de uma casta muito privilegiada de especialistas.

Mas, por tradicionalismo esses procedimentos de cálculo subsistiram por muito tempo no Ocidente, onde se permaneceu profundamente ligado aos algarismos e à aritmética de origem romana. Conheceram até mesmo um favor considerável nos países cristãos, desde o início da Idade Média até uma época relativamente recente.

Todas as administrações, todos os comerciantes e todos os banqueiros, bem como os senhores e príncipes, tinham então sua mesa de cálculo e faziam suas fichas particulares em prata, metal ou ouro.

Sistema de Numeração Chinês

Para exprimir os números, os chineses, utilizam habitualmente um sistema decimal compreendendo treze sinais fundamentais, respectivamente associados às nove unidades e às quatro primeiras potências de dez (10, 100, 1000, 10.000). Sinais numéricos cujo traçado mais simples e mais comumente empregado em nossos dias é este:

一 二 三 四 五 六 七 八 九 十 百 千 萬

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 100 1000 10000

Estes signos não constituem “algarismos” propriamente, mas caracteres completamente ordinários da escrita chinesa. Portanto, eles estão submetidos às mesmas regras que os outros signos desta escrita.

Trata-se, na realidade, de verdadeiros “signos – palavras” que exprimem, por seu traçado intuitivo ou simbólico, tanto o valor intelectual quanto o valor fonético dos nomes chineses dos números correspondentes. Trata-se por conseguinte de uma das representações gráficas das treze palavras monossilábicas existentes na língua chinesa para designar as nove unidades e as quatro primeiras potências de 10:

Yī èr sān sì wǔ liù qī bā jiǔ shí bǎi qiān wàn
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 100 1000 10000

Em suma, os signos numéricos chineses não passam de uma notação bastante simples “por extenso” dos números correspondentes.

Para cada um desses treze caracteres existem hoje várias grafias diferentes, pronunciadas evidentemente da mesma maneira, mas correspondendo aos diversos estilos da escrita chinesa e variando de acordo com o seu uso.

A forma precedente é a grafia “clássica”, do estilo mais regular da escrita chinesa moderna. Estilo denominado *Kāishu*, no qual os traços que compõem cada caractere são essencialmente segmentos de reta mais ou menos alongados, diversamente orientados e traçados numa ordem rigorosa de acordo com regras bem definidas. É hoje a forma mais corretamente empregada para exprimir os números, estando reproduzida em particular nas obras impressas – literárias ou científicas – e nos diversos documentos administrativos da República Popular Chinesa (diplomas, passaportes, etc...). Ademais, é a forma mais simples, pois alguns de seus signos figuram na lista das “chaves” da escrita chinesa. E é a mais antiga das formas contemporâneas, empregada exatamente deste mesmo modo desde o século IV da nossa era.

A Segunda forma usual dos algarismos chineses é conhecida tanto em Taiwan quanto na China Popular sob o nome de *guānzi* (“algarismos oficiais”). Traçada geralmente no estilo regular *Kāishu*, esta grafia é mais complicada que a forma clássica e comporta traços muito mais numerosos que ela, sendo empregada sobretudo para os atos públicos, os contratos de compra e venda, ou ainda para redigir o montante dos cheques bancários, recibos ou faturas. Ela foi composta com o objetivo de evitar os enganos e as alterações fraudulentas nas operações financeiras.

O terceiro modo de escrever os números em chinês é uma forma cursiva dos signos clássicos, criada para as abreviações. É a notação *xingshu*, traçada de modo ágil e rápido

segundo o aspecto grosso ou fino do pincel. É empregada nas letras manuscritas, rascunhos e notas pessoais.

O exagero das abreviações, somando à fantasia e à virtuosidade de certos artistas gráficos, levou rapidamente as formas precedentes (que ainda evocam signos originais) a grafia simplificadas ao extremo, que os chineses chamaram de *cāoshu* (literalmente “escrita em forma de relva”). Mas, como a leitura correspondente só pode ser compreendida por iniciados, esta forma só é hoje empregada em pintura e em caligrafia.

VALORES	guān zǐ			gǎn mà zǐ		TRANSCRIÇÕES
	1.ª forma	2.ª forma	3.ª e 4.ª forma		5.ª forma	
	Formas clássicas	Formas complexas empregadas pelos financistas	Formas cursivas dos signos clássicos		Formas cursivas usadas no comércio e no cálculo corrente	
1	一	壹 ou 弌	一	一	1	yī
2	二	貳 ou 弌	二	二	11	èr
3	三	參 ou 弌	三	三	111	sān
4	四	肆	四	四	×	sì
5	五	伍	五	五	5 ou 𠄎	wǔ
6	六	陸	六	六	上	liù
7	七	柒	七	七	止	qī
8	八	捌	八	八	𠄎	bā
9	九	玖 ou 久	九	九	𠄎	jiǔ
10	十	拾 ou 什	十	十	十	shí
100	百	佰	百	百	𠄎 0 3	bǎi
1 000	千	仟	千	千	千	qiān
10 000	萬	萬	萬	萬	万	wàn
	Estilo regular kāishū		Estilo xíngshū	Estilo cāoshū		

Principais grafias dos treze signos fundamentais da numeração chinesa atual.

Há ainda o aspecto muito particular dos algarismos denominados *ngán mà* ou *gǎn mà zǐ* (“marcas secretas”), outrora empregados em criptografia. Há alguns anos esta forma servia ainda para os comerciantes indicarem os preços de suas mercadorias, sendo a notação que todo estrangeiro em viagem à China devia conhecer se quisesse compreender o montante de sua conta de hotel ou de restaurante.

Evidentemente, o princípio da numeração chinesa é totalmente independente destes estilos de escrita. Quer se trate dos algarismos *Kāishū*, *xíngshū* ou *gǎn mà zǐ*, os números são sempre expressos do mesmo modo a partir dos treze caracteres fundamentais.

Para os números de 11 a 19, utiliza-se o signo da dezena e se coloca sucessivamente a sua direita os algarismos das unidades correspondentes:

十一
10 + 1

十二
10 + 2

十五
10 + 5

O número vinte é representado colocando o número 2 à esquerda do signo da dezena:

$$\begin{array}{c} \text{二十} \\ 2 \times 10 \end{array}$$

Para os números de 21 a 29, procede-se do mesmo modo colocando sucessivamente à direita da representação do número 20 os algarismos das unidades correspondentes:

$$\begin{array}{ccc} \text{二十一} & \text{二十二} & \text{二十三} \\ 2 \times 10 + 1 & 2 \times 10 + 2 & 2 \times 10 + 3 \end{array}$$

De um modo geral, as dezenas, as centenas, os milhares e as dezenas de milhar são representadas combinando os signos correspondentes aos das unidades respectivamente associadas:

	ALGARISMOS DE ORIGEM CHINESA				LEITURAS		
	Formas regulares	Formas cursivas	Formas caligráficas	Formas comerciais	sino-japonesa	japonesa pura	
						abreviada	completa
1	一	一	一	一	ichi	hi-, hito-	hitotsu
2	二	二 ou 乙	二	二	ni	fu-, futa-	futatsu
3	三	三 ou 三	三	三	san	mi-	mitsu
4	四	四	四	四	shi	yo-	yotsu
5	五	五	五	五 ou 𠄎	go	itsu-	itsutsu
6	六	六	六	六	roku	mu-	mutsu
7	七	七	七	七	shichi	nana-	nanatsu
8	八	八	八	八	hachi	ya-	yatsu
9	九	九	九	九	ku	kokono-	kokonotsu
10	十	十 ou 十	十	十	jū	itō	
100	百	百	百	百 ou 𠄎	hyaku		
1 000	千	千	千	千	sen		
10 000	萬 ou 万	萬	萬	萬	man		

Fig. 21.35 - Nomes de número e sinais numéricos atualmente usados no Japão.

Assim os múltiplos de 10, 100, 1000 e 10.000 são figurados segundo o princípio multiplicativo.

Quanto ao número intermediário, procede-se ao mesmo tempo por adição e multiplicação. Coloca-se o signo indicador da dezena entre o algarismo das unidades simples e o das unidades da segunda ordem; o signo indicador da centena entre o algarismo das unidades de segunda ordem e o das unidades de terceira ordem; e assim por diante. Para representar o número 79.564, escreve-se o símbolo de 10.000 precedido do algarismo para 7, depois o de 1.000 precedido do algarismo para 9, o de 100 precedido do algarismo para 5, o de 10 precedido de 6 e enfim o algarismo para 4.

$$\begin{array}{c}
 \text{七 萬 九 千 五 百 六 十 四} \\
 \text{qī wàn jiǔ qiān wǔ bǎi liù shí sì} \\
 \hline
 7 \cdot 10\,000 + 9 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 4 \\
 79\,564
 \end{array}$$

A invenção deste novo princípio trouxe vantagens de diversas ordens, servindo não apenas para evitar repetições fastidiosas de signos idênticos como ainda para aliviar a memória, evitando a obrigação de reter um número considerável de símbolos originais.

Graças a ela, os chineses puderam ampliar consideravelmente os recursos de sua numeração escrita. Bastou que eles considerassem a dezena de milhar como nova base de contagem e que recorressem uma vez mais à regra multiplicativa. Foi deste modo que eles representaram as potências de 10 superiores ou iguais a 10.000:

10 000	一 萬 yī wàn	(= 1 × 10 000)
100 000	十 萬 shí wàn	(= 10 × 100 000)
1 000 000	一 百 萬 yī bǎi wàn	(= 1 × 100 × 10 000)
10 000 000	一 千 萬 yī qiān wàn	(= 1 × 1 000 × 10 000)
100 000 000	一 萬 萬 yī wàn wàn	(= 1 × 10 000 × 10 000)

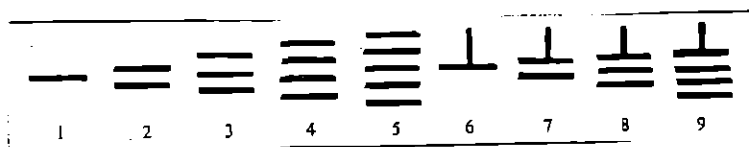
Através dos treze caracteres fundamentais de sua numeração, os chineses puderam assim exprimir qualquer número de 1 a 999.999.999.999.

Exemplo: 487.390.629

$$\begin{array}{c}
 \text{四 萬 八 千 七 百 三 十 九 萬 六 百 二 十 九} \\
 \text{sì wàn bā qiān qī bǎi sān shí jiǔ wàn liù bǎi èr shí jiǔ} \\
 \hline
 (4 \times 10^4 + 8 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 3 \times 10 + 9) \times 10^4 + (6 \times 10^2 + 2 \times 10 + 9)
 \end{array}$$

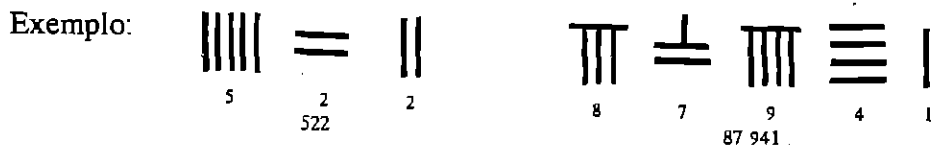
Mas apesar deste importante progresso, não havia a possibilidade de representar todos os números inteiros. As capacidades deste tipo de notação numérica ainda

Para contornar este obstáculo, os sábios chineses tiveram a idéia de introduzir uma segunda notação para as unidades simples, formando signos análogos aos precedentes, mas desta vez com barras horizontais. Assim, as cinco primeiras unidades passaram a ser figuradas pela mesma quantidade de barras horizontais superpostas, o número 6 por uma barra vertical em cima de uma barra horizontal, e as três últimas unidades colocando abaixo do traço vertical duas, três ou quatro barras horizontais.



Para distinguir bem as diversas ordens de unidades, eles alternaram os algarismos da primeira série com os da segunda.

As unidades de casa ímpar (unidades simples, centenas, dezenas de milhar, milhão, etc...) foram expressas por meio dos “algarismos verticais” (primeira série) e as unidades de casas pares (dezenas, milhares, centenas de milhar, dezenas de milhões, etc.) com ajuda dos “algarismos horizontais” (Segunda série).

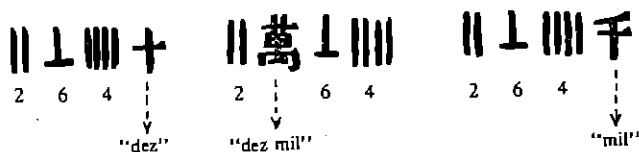


Dessa forma, foram sanadas as ambigüidades, e de modo mais elegante que no sistema babilônico.

Mas nem todas as dificuldades tinham sido resolvidas, na medida em que os matemáticos chineses ainda ignoraram o zero por vários séculos. A ausência de signo destinado a indicar as unidades em falta de uma determinada ordem podia gerar confusão.

Por causa da ausência de zero, era difícil distinguir as notações dos números 2.666, 26.660, 20.666, 266.000, etc. Além disso, uma barra vertical tanto podia corresponder a 1 quanto a 100, 10.000 ou 1.000.000.

Para resolver tais ambigüidades, alguns deixavam um vazio a cada vez que faltava uma potência de 10. Mas, como esta solução se revelou insuficiente, outros recorreram aos signos que indicam potências de 10 na numeração chinesa tradicional. Combinando assim sua notação posicional com a “notação por extensão”, eles exprimiram do seguinte modo números como 2.640, 20.064 ou 264.000:



Estes números foram representados escrevendo algo como “264 dezenas” para 2.640, “2 dezenas de milhar e 64” para 20.064 e “264 milhares” para 264.000.

Outros encontraram solução melhor, dispoendo estes números em quadrados e deixando uma casa vazia para cada unidade em falta.

Foi somente a partir do século VIII d.C., aproximadamente, sob a influência dos matemáticos e dos astrônomos de origem indiana, que os sábios chineses passaram a dispor de um verdadeiro zero e que todas estas dificuldades foram resolvidas.

Sistema de Numeração Indo-arábico

◆ Índia, berço da numeração moderna:

A que povo se deve atribuir a honra desta descoberta tão importante quanto a do fogo, da roda ou da máquina a vapor – a da numeração moderna?

Segundo historiadores do século, ela se deveria aos matemáticos da Grécia antiga. De acordo com eles, nossa numeração escrita atual teria tido ali a sua origem, no início da era cristã. Do porto de Alexandria ela teria em seguida passado para Roma na época Imperial e, um pouco mais tarde, para o Oriente próximo e para a Índia por via comercial. De Roma ela teria sido transmitida à Espanha e províncias do norte da África, onde os árabes a teriam encontrado por ocasião de suas conquistas. A partir daí se teriam constituído, de um lado, as formas gráficas dos algarismos Hindus e árabes orientais e, de outro, aquelas aparentemente diferentes dos algarismos magrebinos e europeus.

Explicação sedutora, mas sem nenhum fundamento histórico, desde que até hoje nenhum traço do emprego desse sistema foi comprovado junto aos gregos antigos.

Na verdade, esta teoria foi sustentada apenas por afirmações sem prova ou testemunho e visava sobretudo exaltar o famoso “milagre grego”. De fato, durante a antiguidade, os helenos empregaram apenas duas espécies de notação numérica. A primeira, como vimos, era matematicamente equivalente à dos romanos, e a outra foi do tipo alfabético. Assim, nem uma nem a outra repousavam sobre o princípio de posição, não tendo também o zero.

Na realidade, é a uma outra linhagem de sábios e de calculadores que devemos esta importantíssima simplificação. Sábios que, contrariamente aos gregos, tinham o espírito voltado para as aplicações, tendo sido animados por uma espécie de paixão pelos grandes números e pelo cálculo numérico.

De fato, foi no norte da Índia, por volta do século V da era cristã, que nasceu o ancestral de nosso sistema moderno e que foram estabelecidas as bases do cálculo escrito tal como é praticado hoje em dia. O que é comprovado por inúmeros documentos e testemunhos, além de ter sido sempre proclamado pelos próprios árabes (a quem, contudo, esta descoberta foi atribuída durante muito tempo por uma certa tradição).

Mas, para isso, foi preciso ainda muito tempo e muita imaginação !

◆ A antiga numeração hindu: Um impasse

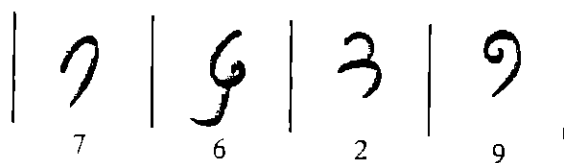
Antes de chegar a esse ponto, os habitantes da Índia setentrional tinham usado por longo tempo uma numeração escrita muito rudimentar, como mostram inúmeras inscrições desde o século III a.C.

Esta numeração comportava, no entanto, uma das características do nosso sistema moderno. Seus nove primeiros algarismos (os das unidades simples) eram, de fato, *signos independentes de qualquer intuição sensível* : eram distintos e não buscavam evocar visualmente os números correspondentes. Assim, o algarismo nove, por exemplo, não era mas composto de nove barras ou nove pontos, correspondendo mais a um grafismo convencional:

Além do mais, eles já constituíam a prefiguração dos nove algarismos significativos atuais: deste signos nasceriam, alguns séculos mais tarde, aqueles que denominamos hoje (erradamente) “algarismos arábicos”.

Mas, não se submetendo ainda à regra de posição, estes algarismos não foram operacionais como os nossos. De base decimal, esta numeração repousava, de fato, sobre o princípio de adição e atribuía um algarismo especial a cada um dos números.

Deste modo, ela comportava algarismos particulares não apenas para cada unidade simples mas ainda para cada dezena, cada centena, cada milhar e cada dezena de milhar. E, para representar um número como 7.629, era preciso justapor, nesta ordem, os algarismos “7.000”, “600”, “20” e “9”.



Análoga a determinados sistemas do mundo antigo, esta numeração foi, conseqüentemente, muito limitada. As operações aritméticas, mesmo uma simples adição, não eram possíveis. Além disso, como o número mais elevado correspondia a 90.000, não era possível passar de 99.999.

Este sistema arcaico não podia, deste modo, satisfazer às necessidades dos sábios hindus, especialmente dos astrônomos, que desde a antigüidade tinham, por assim dizer, sido atacados pela loucura dos números grandes.

♦ Em vez de algarismos, uma notação por extenso

Mas há muito tempo, eles já tinham conseguido contornar a dificuldade, recorrendo para tanto aos nomes de números do sânscrito (língua culta hindu que constituiu durante muito tempo, e ainda constitui, um vínculo intelectual constante entre os eruditos e sábios com modos de falar diferentes).

Como não podiam representar os números grandes por algarismos, eles tiveram desde muito cedo a idéia de exprimi-los, como se diria hoje, “por extenso”. Sem o saber, eles tomavam o caminho que os levaria um dia à descoberta do princípio de posição e do zero, pois este sistema já trazia na origem estas duas descobertas fundamentais. Apesar de oral, esta numeração foi de excelente qualidade.

De início, ela atribuía um nome particular a cada um dos nove primeiros números inteiros.

eka	div	tri	catur	panca	sat	sapta	asta	nava
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Erigida sobre a base dez, ela atribuía em seguida um nome particular à dezena e a cada uma de suas potências, além de nomes compostos a todos os outros números.

Mas, em vez de proceder como nós, de acordo com potências decrescentes de 10, os sábios hindus se acostumaram, a partir do século IV d.C. aproximadamente, a exprimir os números na ordem das potências ascendentes de sua base, começando pelas unidades

simples correspondentes. Onde nós diríamos “três mil setecentos e nove”, os matemáticos e astrônomos hindus, exprimindo-se em sânscrito, enunciavam:

Nava sapta sata ca trisahasra
 (“nove, setecentos e três mil”)

Além do mais, contrariamente à nossa numeração oral atual (em que os números 10.000, 100.000, 10.000.000, 100.000.000 por exemplo, são denominados, respectivamente, “dez mil”, “cem mil”, “dez milhões”, “cem milhões” e em que os nomes do milhar e do milhão desempenham o papel das bases auxiliares), o sistema falado dos sábios da Índia não privilegiava nenhum número. Ele atribuía às diferentes potências de 10 nomes totalmente independentes uns dos outros:

10	dasa
100	sata
1000	sahasra
10000	ayuta
100000	laksa
1000000	prayuta
10000000	kotí
100000000	vyarbuda
1000000000	padma
...	...

Para exprimir um determinado número bastava colocar o nome indicador da dezena (dasa) entre o das unidades simples e o das unidades de segunda ordem, o nome indicador da centena (sata) entre o das unidades de segunda e terceira ordens, em seguida o nome indicador do milhar (sahasra) entre o das unidades de terceira e quarta ordens, e assim por diante, conformando-se para tanto ao sentido da leitura acima.

Mas isso não bastava; novos avanços ainda se faziam necessários.

Considerando as potências de 10 segundo esta nomenclatura regular e esta ordem de sucessão invariável pela força do hábito, o processo acabou trazendo uma grande mutação no século V de nossa era. Com a finalidade de abreviar, os matemáticos e astrônomos hindus desta época venceram uma etapa importante: suprimiram, no corpo dos números expressos deste modo, qualquer menção aos nomes indicadores da base e de suas diversas potências (dasa, “dez”; sata, “cem”; sahasra, “mil”, etc.) E, do enunciado de um número, retiveram apenas a sucessão dos nomes das unidades correspondentes, respeitando evidentemente a ordem de sua seqüência regular e se conformando no sentido da leitura de acordo com as potências crescentes de 10.

Por exemplo um número como 7.629 foi a partir de então expresso por um enunciado da forma:

“NOVE, DOIS, SEIS, SETE”
(= $9 + 2 \times 10 + 6 \times 100 + 7 \times 1000$)

Ao operar tal simplificação, os sábios hindus tinham elaborado uma verdadeira numeração oral de posição, recebendo desse modo os nomes em sânscrito das nove unidades simples um valor variável dependente de sua posição na enunciação do número.

Mas este progresso logo determinaria um outro, igualmente fundamental, a “invenção do zero”.

Quando se aplica rigorosamente o princípio de posição aos nomes das nove unidades simples, faz-se necessário o uso de um vocábulo especial para marcar a ausência das unidades de uma determinada casa. Os sábios hindus contornaram o obstáculo recorrendo à palavra *sunya*, que significa o “vazio”. Por exemplo o número 301 foi enunciado da seguinte forma:

eka sunya tri
(“UM, VAZIO, TRÊS”)

Não havia mais possibilidade de equívoco. Os hindus acabavam de inventar o zero. Todos os ingredientes necessários à constituição da numeração moderna se encontravam de agora em diante à disposição dos sábios da Índia:

- para as unidades de 1 a 9, eles dispunham realmente de algarismos distintos e independentes de qualquer intuição visual direta;
- eles já conheciam o princípio da posição;
- e acabavam de descobrir o zero.

Foi a reunião destas três grandes idéias que produziu o milagre. A dupla descoberta da regra de posição e do zero data no máximo do século V de nossa era. Seus primeiros exemplos se encontram num tratado de cosmologia com o título de Lokavibhaga, publicado por membros do movimento religioso hindu jainista em 25 de agosto do ano 458 do calendário juliano.

A partir dessa época, o sistema deveria conhecer um considerável sucesso junto aos matemáticos e astrônomos hindus, que o empregaram em sua maioria até uma data relativamente recente.

A partir do século VI, ele se expandiu até fora das fronteiras da Índia, sendo largamente empregado pelos gravadores de inscrições em pedras das civilizações Khmer (Camboja), Cham (sudoeste do Vietnã), etc., para as expressões de suas datas.

O mais espantoso é que, mesmo após a descoberta da numeração decimal escrita de posição, os astrônomos hindus ainda preferiram por muito tempo a forma poética das palavras símbolos para exprimir e transmitir seus dados.

É preciso observar que a forma gráfica dos algarismos hindus ainda ficou pouco precisa durante muitos séculos, cada um adaptando-os a seu próprio estilo de escrita. Assim, seus grafismos podiam variar não apenas de uma época ou região a outra, mas também de um escriba a seu colega; assim, o que era 2 para uns podia ser interpretado como um 3, um 7 ou até um 9 por outros.

➤ O nascimento dos algarismos arábicos:

Uma vez conhecida pelos árabes a aritmética hindu – graças às múltiplas relações desse povos – ganhou também rapidamente todos os “países irmãos” do Magreb e da Espanha. Até então os calculadores árabes ocidentais haviam se servido de métodos arcaicos. Mas a partir da metade do século IX eles também se tornaram especialistas em “cálculo na areia” e passaram a manejar números muito elevados com mais facilidade ainda, na medida em que os algarismos e métodos de origem hindu facilitavam a prática de todas as operações aritméticas.

Como no império dos califas, estes algarismos tiveram no início uma forma bastante próxima da grafia hindu de origem. Mas, com a passagem dos séculos, eles evoluíram e assumiram pouco a pouco, nos países mouros, um aspecto particular, bastante diferente da grafia hindu de seus primos do Oriente Próximo.

É o que os árabes ocidentais denominaram “algarismos ghoobar”, palavra que significa “poeira”, por causa da poeira fina com a qual os calculadores costumavam salpicar suas tábuas para traçar os algarismos e efetuar deste modo todo tipo de operações.

Apesar das variações entre os algarismos hindu e ghoobar, percebe-se que a influência hindu ainda é evidente, tanto para uns quanto para os outros. Estas diferenças dizem respeito, sem dúvida, aos hábitos dos escribas e copistas árabes ocidentais, que desenvolveram um estilo gráfico muito original: a escrita árabe denominada “magrebina”, à qual adaptaram os algarismos de origem indiana.

De qualquer modo, é exatamente esta grafia própria dos árabes ocidentais que atingirá os povos cristãos da Europa medieval a partir da Espanha, antes de dar origem aos algarismos que hoje conhecemos.

Como os árabes chegaram nesta época a um nível científico e cultural superior ao dos povos ocidentais, estes signos receberam por gerações consecutivas a denominação de “algarismos arábicos”.

Vamos agora contar como as descobertas hindus ganharam o Ocidente graças à influência árabe.

Quando se viram diante da numeração e dos métodos de cálculo vindos da Índia, os árabes tiveram suficiente presença de espírito para apreciar suas vantagens, reconhecer sua superioridade e adotá-lo. Ao contrário, os cristãos da Europa ficaram tão agarrados a seus sistemas arcaicos e foram tão reticentes diante das novidades que foi preciso esperar durante séculos até que o triunfo do algoritmo, como era então denominado o cálculo escrito, fosse total e definitivo.

Bem antes da época das cruzadas já estavam à disposição dos ocidentais as imensas vantagens do cálculo à maneira hindu, que os árabes trouxeram até as fronteiras da Europa a partir do século IX. Esta possibilidade foi oferecida por um europeu, e dos mais importantes. Por volta do ano 1000 um monge francês sedento de cultura já estava em condições de representar um papel parecido com o de al-Khowarizmi no mundo arábico-mulçumano, difundindo no ocidente cristão as descobertas hindus introduzidas pouco menos de dois séculos antes na Andaluzia. Mas ele não foi seguido pelos seus pares.

Trata-se de Gerbert d’Aurillac, que se tornou papa em 999 sob o nome de Silvestre II. É a ele que se deve a origem da primeira introdução dos algarismos arábicos em nossa cultura.

Dos algarismos arábicos, sim, mais infelizmente só dos algarismos arábicos. Nada do zero, nem de métodos de cálculo provindos da Índia.

Na verdade cada vez que tentou fazer prevalecer o processo indo-árabico, Gerbert encontrou uma grande resistência.

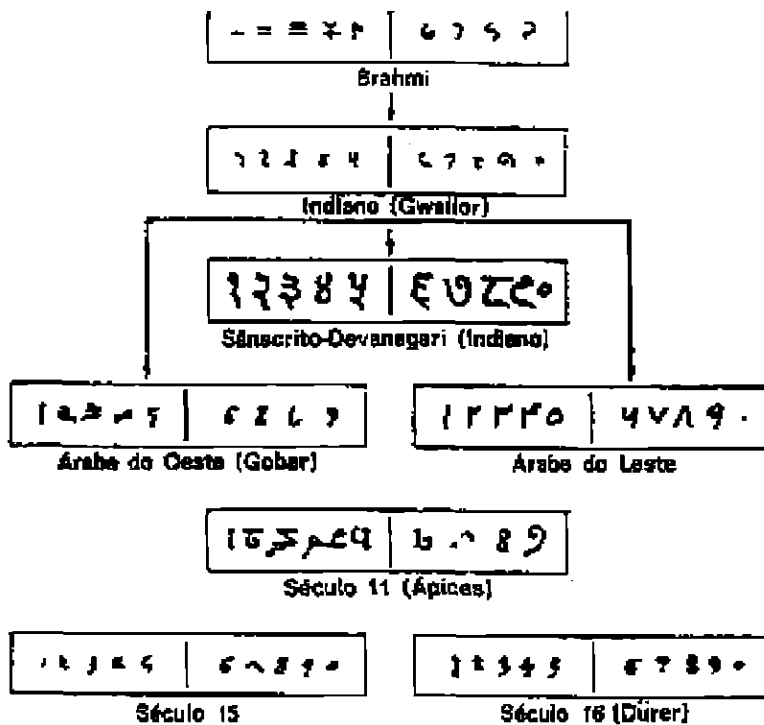
Nesse primeiro estágio, os algarismos arábicos introduzidos por Gerbert só foram empregados para simplificar o uso das velhas tábuas de Cálculo do tempo dos césares. Em vez de colocar em cada coluna do ábaco a quantidade de pedras correspondente às unidades da ordem correspondente, surgiu a idéia de usar fichas de chifre nas quais estavam gravados os algarismos arábicos de 1 a 9.

Assim ao contrário do que se poderia pensar, a primeira difusão dos números árabes no Ocidente não foi feita de modo livresco, mas graças ao uso dessas fichas.

Nas fichas desses ábacos dos anos 1000, os números importados por Gerbert foram reproduzidos com muita fantasia. Alguns gravadores chegaram mesmo a substituir a forma correta do arquétipo inicial por uma grafia que lhe parecia mais lógica.

Foi preciso esperar o final das cruzadas, seguido por um abandono das formas precedentes e por um retorno às grafias de origem, para assistir a uma estabilização progressiva dos algarismos denominados árabicos. E a partir dos séculos XIII e XIV eles adquirirão a aparência definitiva que hoje conhecemos.

Evolução do Sistema Indo-arábico



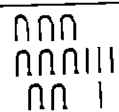
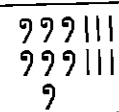
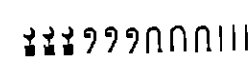
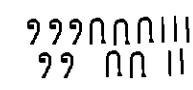
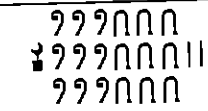
◆ Características do sistema de numeração indo-arábico:

- **Símbolos:** o sistema de numeração decimal tem apenas dez símbolos:
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
Com eles podemos escrever qualquer número, por maior que seja.
- **Base:** O sistema de numeração indo-arábico é de base dez, por que os agrupamentos são feitos de dez em dez.
- **É Posicional:** O sistema de numeração indo-arábico é posicional porque o mesmo símbolo representa valores diferentes, dependendo da posição que ocupa no numeral. Por exemplo, no número 224, o algarismo 2 tem valor posicional duzentos e valor posicional vinte.
- **Zero:** Além de ser posicional, o sistema indo-arábico utiliza o zero para indicar uma posição vazia, dentre os agrupamentos de dez do número considerado.

- **É Multiplicativo:** O sistema é multiplicativo porque um algarismo escrito à esquerda de outro vale dez vezes o valor posicional que teria se estivesse ocupando a posição do outro. Por exemplo: $33 = 3 \times 10 + 3$
- **É Aditivo:** O valor do número é obtido pela adição dos valores posicionais que os símbolos adquirem nos respectivos lugares que ocupam. Por exemplo:

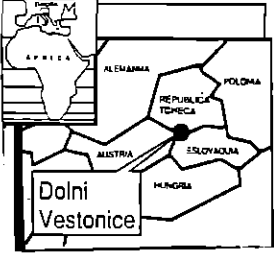



$$425 = 400 + 20 + 5$$






Para verificar a vantagem gráfica do sistema indo-arábico, vamos escrever alguns números nos sistemas já estudados.

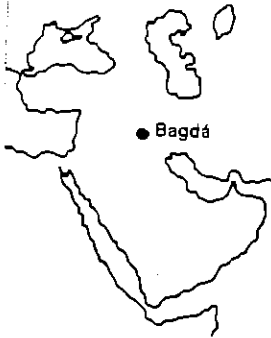


Sistema indo-arábico	Sistema romano	Antigo sistema chinês numerais em barras	Sistema egípcio
84	LXXXIV	└─┘ IIII	
706	DCCVI	II T	
3 333	MMMCCCXXXIII	≡ III ≡ III	
555	DLV	IIII ≡ IIII	
1 992	MCMXCII	- IIII └─┘ IIII II	

Como você pode notar, a escrita no sistema indo-arábico é a mais simples e fácil de ser lida.

Alguns Fatos Importante da História dos Algarismos

Descoberta	Data	Local
<p>Rádio de lobo com 55 entalhes, divididos em grupos de 5, descoberto em 1937.</p>	<p>Aproximadamente 30.000/20.000 a.C.</p>	<p>República Tcheca</p> 
<p>Surgimento dos algarismos Sumérios e Elamitas</p>	<p>3.500 a.C.</p>	<p>Iraque e Irã</p>
<p>Surgimento dos hieróglifos egípcios</p>	<p>3.000 a.C</p>	<p>Egito</p> 
<p>A maneira como os egípcios representavam os números fracionários.</p>	<p>3.000 a.C.</p>	<p>Egito</p>
<p>Surge a mais antiga numeração escrita posicional conhecida dentre os sábios babilônicos (sistema de base sessenta e de grafia cuneiforme).</p>	<p>1900/1800 a.C.</p>	<p>Babilônia</p> 
<p>Surgimento dos mais antigos algarismos chineses conhecidos.</p>	<p>Final do séc. XIV a.C.</p>	<p>China</p> 

<p>Os gregos usavam as letras do seu alfabeto para representar os números.</p> <p> α alfa 1 β beta 2 γ gama 3 δ delta 4 ϵ épsilon 5 ς dígamo 6 ι dzeta 7 η eta 8 θ teta 9 </p>	<p>800 a.C.</p>	<p>Grécia</p> 
<p>Descoberta dos irracionais.</p>	<p>400 a.C.</p>	<p>Grécia</p>
<p>Barras chinesas</p> <p>  = 347  74 </p>	<p>300 a.C.</p>	<p>China</p>
<p>Invenção do símbolo zero</p>	<p>Primeiros séculos d.C.</p>	<p>Índia</p> 
<p>Números negativos</p>	<p>Primeiros séculos d.C.</p>	<p>Índia</p>
<p>Numeração Maia</p>	<p>Séculos IV – VI d.C. Época provável do surgimento do zero e da numeração posicional entre os maias.</p>	<p>CIVILIZAÇÃO MAIA</p>  <p>(AMÉRICA CENTRAL)</p>

<p>Al – KHOWARIZMI Sobre a arte hindu de calcular Uma cópia da tradução latina sobreviveu. O original Árabe foi perdido.</p>	<p>Século VII Uma cópia da tradução latina.</p>	<p>Bagdá</p> 
<p>Al – KHOWARIZMI Al – jabr Wa'l Mugābalah</p> <p>Do título deste livro veio o termo álgebra</p>	<p>Século VII d.C.</p>	<p>Bagdá</p>
<p>FIBONACCI</p> <p>Líder abaci Tratado sobre métodos e problemas algébricos, onde o uso dos numerais indo –árabicos é recomendado.</p>	<p>1202</p>	<p>Itália</p>  <p>ITÁLIA</p>
<p>Primeiro uso sistemático das Frações Contínuas.</p>	<p>Século XVI d.C.</p>	<p>Itália</p>
<p>Primeira formulação dos Números Complexos.</p>	<p>Século XVI d.C.</p>	<p>Itália</p>
<p>Primeira formulação do Conjunto Infinito.</p>	<p>1638</p>	<p>Itália</p>
<p>Formulação de uma interpretação geométrica dos Números Complexos.</p>	<p>1797</p>	<p>Alemanha</p>  <p>ALEMANHA</p>

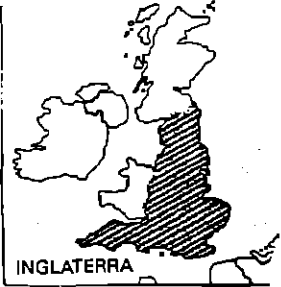
Primeira sistematização teórica dos Irracionais.	1872	Alemanha
Segunda sistematização teórica dos Irracionais.	1883	Alemanha
A importância de Peano para a teoria dos números é comparável a de Euclides para a geometria.	1894	Itália
Russell traduziu em enunciados lógicos os fundamentos da teoria matemática dos números reais.	1910 - 1913	Inglaterra 

Tabela Cronológica

- 50.000	Evidências de contagem		Homem de Neandethal
-3.000	Numerais hieroglíficos no Egito		Uso de veículos com rodas
-2.400	Notação posicional na Mesopotâmia		Império Sumério-acadiano
-540	Numerais em barras na China	-586	Cativeiro na babilônia
662	Primeira menção dos numerais hindus	641	Queima da biblioteca de Alexandria
830	Al-Kowarizmi: Álgebra	814	Morte de Carlos Magno
1202	Fibonacci: Liber Abacci	1204	Cruzados saqueiam constantinopla
1492	Uso do ponto decimal por Pellos	1492	Descoberta da América

CONCLUSÃO

















Ao iniciarmos este trabalho percebemos que o assunto abordado era amplo, pois trata-se da história de vários povos, que levou anos para ser formulada, por isso resolvemos fazer um apanhado das coisas mais importantes e interessantes, em forma de um resumo.

Contamos aqui, um pouco sobre o nascimento dos algarismos, e concluimos que os nossos algarismos, ao contrário do que muitos pensam, não surgiram assim prontos como um presente de Deus, percebemos que os povos passaram por muitas dificuldades antes de chegar a onde chegaram, com os algarismos assim formulados.




















Notamos que o assunto abordado neste trabalho, juntamente com toda a história da matemática é pouco trabalhado nos colégios, fica quase que esquecido por alunos e professores. Até mesmo na universidade, quando tratamos da história da matemática, falamos de forma superficial. Foi pensando em mudar este comportamento, que decidimos mostrar através deste trabalho o quanto é interessante a história dos algarismos.

Esperamos que a história da matemática, que é um assunto bastante abrangente e profundo, sirva de tema para mais monografias, pois assim aos poucos ela deixará de ser um assunto esquecido por nós.

Este trabalho foi mais uma etapa a ser superada para a conclusão do curso.

SUSA XVI, XV, XIV etc.	SUSA XVIII e XVII	SUSA XVIII
<p>Entalhes finos e alongados </p> <p>Pequenas impressões circulares </p> <p>Grandes impressões circulares </p> <p>Entalhes grossos </p> <p>Entalhes grossos rematados por uma pequena impressão circular </p> <p>Impressão circular areolada </p>	<p></p> <p></p> <p></p> <p></p> <p></p>	<p>Bastonetes </p> <p>Esteras </p> <p>Discos </p> <p>Cones </p> <p>Cones perfurados </p>

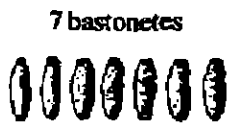
Anexos

	NUMERAÇÃO FALADA	NUMERAÇÃO CONCRETA (<i>calculi</i>)	NUMERAÇÃO ESCRITA		Estrutura matemática
	Nomes de Número		Algarismos arcaicos	Algarismos cuneiformes	
1	<i>gesh</i>	 pequeno cone			1
10	<i>u</i>	 bilha			10
60	<i>gesh</i>	 grande cone			10.6 (= 60)
600	<i>gesh-u</i>	 grande cone perfurado			10.6.10 (= 60.10)
3600	<i>shâr</i>	 esfera			10.6.10.6 (60²)
36000	<i>shâr-u</i>	 esfera perfurada			10.6.10.6.10 (= 60².10)
216000	<i>shârgal</i>	?	?		10.6.10.6.10.6 (= 60³)
DATAÇÕES ARQUEOLÓGICAS (a. C.)		A partir de meados do IV milênio	A partir de aprox. 3.200	A partir de aprox. 2650	



Urna A

DAFI 8, urna 13, fig. 3.2



Calculi correspondentes

DAFI 8, prancha I



Selo-cilindro

DAFI 8, fig. 6.13



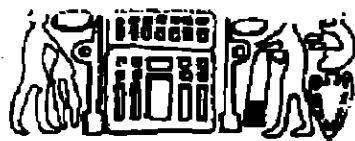
Urna B

DAFI 8, urna 4
fig. 3.1 e pr. III



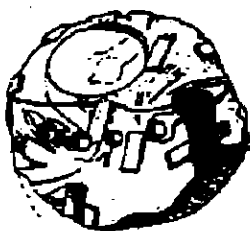
Calculi

DAFI 8, prancha I



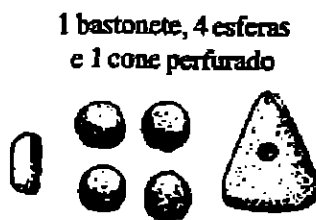
Selo-cilindro

DAFI 8, fig. 7.8



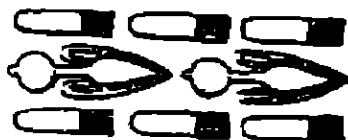
Urna C

DAFI 8, urna 2,
fig. 3.3 e pr. L3



Calculi

DAFI 8, prancha I

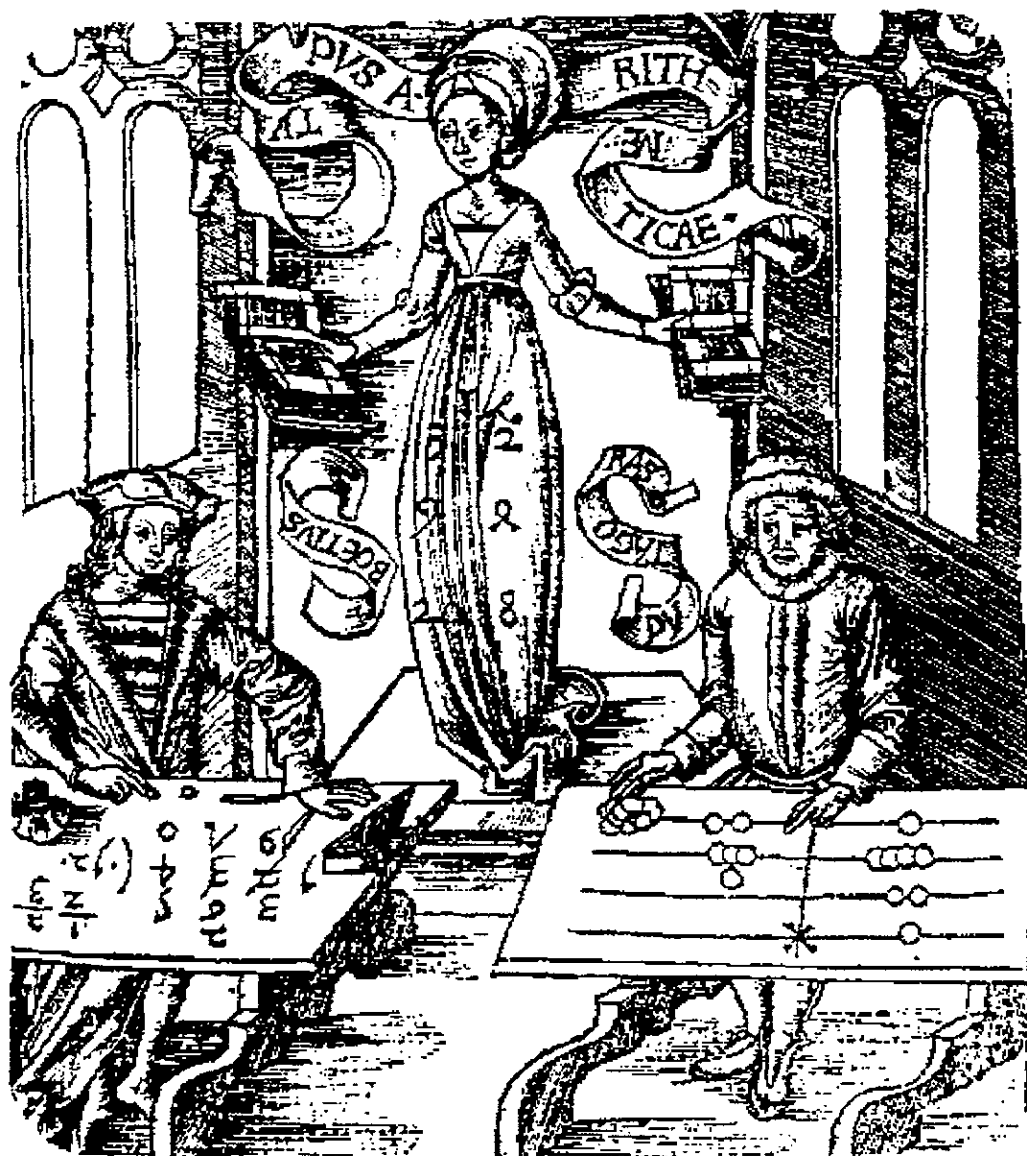


Selo

DAFI 8, fig. 3.3

Escala em cm 0 1 2 3

OS ALGORISTAS VERSOS ABACISTAS



(De Margarita Philosophica, de Gregor Reisch, Strasburgo, 1504)

BIBLIOGRAFIA

- IFRAH, Georges. **História Universal dos Algarismos**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.
- IFRAH, Georges. **Os Números: a história de uma grande invenção**. Rio de Janeiro: Globo, 1989.
- CENTURIÓN, Marília. **Números e Operações**. São Paulo: Scipione, 1994
- FOMIN, S. **Sistema de Numeração**. São Paulo: Atual, 1995.
- AABOE, Asger. **Episódios da História Antiga da Matemática**. Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.
- DAMBROS, Adriana A. **O Valor Didático da Matemática**. 2º semestre de 1997.
- GANDLACH, Bernard H. **História dos Números e Numerais**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.
- BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemático**. Trad. Elza F. Gomide São Paulo: Edgard Blucher, 1974.