Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Coordenadoria do Curso de Graduação em Matemática

AVALIAÇÃO DA ABORDAGEM DA EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU

ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Uma Aplicação no Ensino Fundamental

IRIS IZABEL DE MELO

FLORIANOPOLIS - 2004
IRIS IZABEL DE MELO

Avaliação da Abordagem da Equação do Primeiro Grau nos Livros Didáticos de Ensino Fundamental

Monografia apresentada ao curso de graduação em Matemática, do centro de Ciências Físicas e Matemáticas da Universidade Federal de Santa Catarina, como requisito à obtenção do grau de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Professor Msc. Nereu Estanislau Burin

FLORIANÓPOLIS – SC
JUNHO 2004

Esta Monografia foi julgada adequada como TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO, no curso de Matemática – Habilitação Licenciatura, e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora designada pela portaria nº 39/SCG/04.

Profª Carmem Suzane Comitre Gimenez

Professora da disciplina

Banca Examinadora:

Nereu Estanislau Burin

Orientador

Gustavo Adolfo Torres Fernandes da Costa

Rubens Starke

“Não há saber mais ou saber menos; há saberes diferentes”.

Paulo Freire

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus.

Ao professor Nereu Estanislau Burin pelo apoio e dedicação no desenvolvimento do trabalho.

Aos meus pais, Izabel e Irineu, a minha avó Marta e ao meu companheiro Amauri, que sempre estiveram apoiando e incentivando. A vocês muito obrigada por tudo.

Aos Professores Gustavo Adolfo Torres Fernandes da Costa e Rubens Starke por terem aceitado o convite de participarem da banca examinadora.

A todos meus amigos e colegas, em especial as minhas amigas Irimar Moreira e Patrícia de Ávila por estarem a meu lado durante estes cinco anos e meio de caminhada,onde passamos muitas madrugadas em claro estudando, e até feriados e finais de semana, dando-me o ombro amigo nas horas difíceis. Obrigada pela amizade.

A todos muito obrigada.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este trabalho trata sobre a abordagem das equações do primeiro grau em três escolas públicas estaduais, demonstrando a maneira com que é abordada a equação do primeiro grau no ensino fundamental.

No primeiro capítulo apresentaremos a história matemática das equações através dos tempos.

No segundo capítulo mostraremos a abordagem dos livros didáticos utilizados no ensino fundamental em três escolas públicas estaduais, apresentando a forma com que é abordada a equação do primeiro grau.

No terceiro capítulo, apresento a minha experiência com alunos da 6ª série, enfatizando a resolução de problemas que constam no trabalho, bem como um apanhado de resultados obtidos através deste estudo da equação do 1º grau.

E por fim apresento as considerações finais acerca do tema abordado.

CAPÍTULO I

O Oriente Antigo

A Matemática primitiva necessitou de um embasamento prático para se desenvolver e, esse, surgiu com a evolução das formas mais avançadas de sociedade. Foi ao longo de alguns dos grandes rios da África e da Ásia que se deu o aparecimento dessas novas formas de sociedade: o Nilo na África, o Tigre e o Eufrates na Ásia Oriental, o Indo e depois o Ganges no Sul da Ásia Central e o Howang Ho e depois o Yangtze na Ásia Oriental. Com a drenagem de pântanos, o controle de inundações e a irrigação era possível transformar as terras ao longo desses rios em ricas regiões agricultáveis. A matemática primitiva originou-se em certas áreas do Oriente Antigo primordialmente como uma ciência prática para assistir a atividades ligadas à agricultura e à engenharia. Essas atividades requeriam o cálculo de um calendário utilizável, o desenvolvimento de um sistema de pesos e medidas para ser empregado na colheita, armazenamento e distribuição de alimentos, a criação de métodos de agrimensura para a construção de canais e reservatórios e para dividir a terra e a instituição de práticas financeiras e comerciais para o lançamento e a arrecadação de taxas e para propósitos mercantis.

Há dificuldades em localizar no tempo as descobertas feitas no Oriente Antigo. Uma dessas dificuldades reside na natureza estática da estrutura social e no prolongado isolamento de várias áreas. Outra dificuldade se deve aos materiais de escrita sobre os quais as descobertas se preservaram. Os babilônios usavam tábuas de argila cozida e os egípcios usavam pedras e papiros, tendo estes últimos felizmente existência duradoura em virtude do pouco comum clima seco da região.

Mas os primitivos chineses e indianos usavam material muito perecível, como casca de árvore de bambu. Assim, enquanto se dispõe de apreciável quantidade de informações definidas sobre a matemática dos antigos babilônios e egípcios, muito pouco se conhece sobre essa matéria, com certo grau de certeza, no que diz respeito à China e a Índia na mesma época. Conseqüentemente, este capítulo que se dedica amplamente à matemática dos séculos pré-helênicos, se limitará à Babilônia e ao Egito.

Álgebra

Por volta do ano 400 d.C., uma idéia audaciosa de um estudioso de Alexandria começou a mudar toda a história da matemática.Esse estudioso era *Diofante de Alexandria*, que viveu de 325 a 409 e seus estudos se basearam no uso de símbolos para facilitar a escrita e os cálculos matemáticos. Os símbolos criados por Diofante fizeram com que as expressões, até então escritas totalmente com palavras, pudessem ser representadas com abreviações**.**

Diofante viveu numa época muito tumultuada, presenciando, por exemplo, a queda do Império Romano, e isso não foi nada bom para a matemática, que teve todo um processo de desenvolvimento interrompido devido ao clima de guerra que se criou e, principalmente, pela destruição de muitos centros de estudos, fazendo com que a simbologia de Diofante não saísse do estágio inicial.

Só no ano de 650, aproximadamente, com a ascensão do Império Árabe, é que houve uma retomada dos estudos matemáticos.

De 786 a 809, no reinado do Califa Harun al-Raschid (o mesmo das mil e uma noites), os muçulmanos conquistaram vários territórios, fazendo surgir grandes cidades, centros de comércio e de artesanato. Todas essas atividades comerciais, as viagens marítimas e através do deserto, provocaram um grande desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos. Em 809, com a morte de Al-Raschid, seu filho Al-Mamum assumiu o trono e governou até 833.

Al-Mamum criou em Bagdá um centro de ensino e contratou os mais brilhantes sábios muçulmanos da época. Entre eles estava Mohamed Ibn Musa Al-Khowarizmi, grande matemático que escreveu um livro chamado Al-jabr, que significa restauração e refere-se a mudança de termos de um lado para outro de uma equação. Provavelmente, o termo Álgebra se originou do título desse livro.

Al-Khowarizmi deu sua contribuição, mas como muitos matemáticos de diversas épocas, não conseguiu expressar as equações totalmente em símbolos. Isso só aconteceu 700 anos depois, quando França e Espanha estavam em guerra, e para evitar que seus planos fossem descobertos pelos inimigos tanto franceses como espanhóis, usavam códigos em suas mensagens. Mas, os espanhóis não se deram bem com essa estratégia, pois, sempre que um mensageiro de suas tropas era capturado, os franceses rapidamente descobriam seus planos militares.

I – Problemas Lineares entre a Aritmética e a Álgebra

Historicamente, poderemos considerar que a aritmética ancestral pode ser tratada como uma “pré-álgebra”.

Antes do surgimento da álgebra como um domínio da matemática, alguns problemas poderiam ser modelados usando técnicas aritméticas, por equações lineares, às vezes por sistemas de equações lineares em uma, ou até mais de uma variável. (DORIER, 1990, p.36).

Tendo em mente essa visão da aritmética como uma “pré-álgebra”, veremos alguns problemas lineares e suas técnicas de resolução associadas às civilizações ancestrais responsáveis por esse desenvolvimento.

A formulação usada neste trabalho será mais moderna para tanto facilitar a leitura quanto colocar em evidência as técnicas aritméticas e algébricas.

Os Babilônios

Os problemas apresentados nos tabletes babilônicos e suas respectivas soluções são expressas de forma retórica, ou seja, sem algum outro símbolo para representar os números explícitos e estavam normalmente associados a questões da vida cotidiana ou da geometria. Dessa forma, encontramos problemas como, por exemplo, calcular o perímetro de um retângulo conhecendo sua superfície, entre outros. Assim, encontramos problemas que se reduzem a sistemas de duas equações a duas incógnitas, mais freqüentemente sendo uma equação linear e uma quadrática.

O método mais utilizado para resolução destes problemas seria o método por substituição. Também surge uma técnica aritmética do tipo “mudança de variáveis”, chamado método do “mais ou do menos”.

Os Egípcios

Os egípcios, assim como os babilônios, também resolviam problemas da vida cotidiana, essencialmente retórica.

Entre os problemas do Papyrus Rhind e de Moscou, há alguns enunciados modeláveis por sistemas simples de duas equações lineares a duas incógnitas.

Os Chineses

Uma das seções da “Aritmética em nove seções” (R’iu-Ch’ang Suam-Shu), datada de 1000 A. C., trata de problemas que se transformam em sistemas de equações lineares a duas incógnitas onde uma aparece sempre como coeficiente.

O método de resolução parece um processo de eliminação ou de adição.

Mais tarde ($\pm$ 1300 D.C.), certas técnicas chinesas para a resolução de problemas apresentam semelhanças com algoritmos “matriciais” modernos de resolução de sistemas de equações.

Os Indianos

Na Gamita-Sara-Sangraha, escrito por volta de 850 d.C., há numerosos problemas se transformando em sistemas de várias equações à várias variáveis. A resolução desses problemas se faz essencialmente de maneira retórica, porém podemos notar um primeiro uso simbólico, pois as diferentes incógnitas são identificadas por diferentes nomes de cores, e os métodos de resolução são próximos das técnicas de eliminação.

CAPÍTULO II

Avaliação Crítica da Abordagem da Equação do Primeiro Grau nos Livros Didáticos de Ensino Fundamental.

Conhecer um pouco da realidade de nossas escolas é também conhecer os livros didáticos adotados. Foram escolhidos três livros de escola pública para serem analisados. Os livros escolhidos foram:

Livro 1: Matemática - Pensar e Descobrir - 6ª série - Autores : José Rui Giovanni e José Rui Giovanni Jr.

Adotado pelo Colégio Estadual João Silveira.

Livro 2: Matemática - 6ª série- Autores : Walter Spinelli e Maria Helena Souza.

Adotado pelo Colégio Estadual Maria do Carmo de Souza.

Livro 3: Matemática e Vida - 6ª série - Autores: Vincenzo Bongiovanni e Olímpio Rudinin Vissoto Leite e José Luiz Tavares Laureano.

Adotado pelo Colégio Estadual Renato Ramos da Silva.

Para a apresentação foram selecionados alguns itens mais importantes com avaliação crítica no final de cada item.

Livro 1

Este texto a seguir é uma abordagem do Livro Pensar e Descobrir - 6ª série - Autores : José Rui Giovanni e José Rui Giovanni Jr.

Estudando as Equações

Durante muitos séculos, problemas que envolvem números desconhecidos foram resolvidos com o uso de palavras (processo discursivo) ou de desenhos (processo geométrico). Mas isso tornava a resolução muitas vezes longa, complicada e cansativa.

Nos séculos XV e XVI, os matemáticos iniciaram a introdução de letras para representar os números desconhecidos que apareciam nos problemas. Procuravam, com isto, traduzir as relações entre números, conhecidos ou não, por meio de uma sentença matemática. Quando essas sentenças matemáticas são expressas por uma igualdade, recebem o nome particular de equações.

Atualmente as equações são usadas, entre outras coisas, para determinar o lucro de uma firma, para calcular a taxa de uma aplicação financeira, para fazer a previsão do tempo etc.

Resolver equações estimula o raciocínio e ajuda a encontrar solução para problemas complexos.

Você vai, a partir de agora, resolver equações simples. Mais tarde, poderá até usar computadores para resolver equações mais complexas.

Equações

Um Pouco de História

A primeira referência de equações de que se tem notícia consta do papiro de Rhind, um dos documentos egípcios mais antigos que tratam de matemática. Como os egípcios não utilizavam a notação algébrica, os métodos de solução eram complexos e cansativos.

Os Gregos resolviam equações através de geometria. Na obra os *Elementos*, de Euclides, encontramos soluções geométricas para equações do 2º grau, cujo estudo faremos na 8º série.

Mas foram os Árabes que, cultivando a matemática dos gregos, promoveram um acentuado progresso na resolução de equações. No trabalho dos árabes, destaca-se o de Al-khowarizmi (século IX), que resolveu e discutiu equações de vários tipos.

O Que é uma Equação ?

Quando vamos resolver um problema para encontrar o valor de um ou mais números desconhecidos, a transformação da sentença na forma discursiva, com palavras, numa sentença em linguagem matemática, com letras e símbolos, é a parte mais importante e, talvez, a mais difícil do trabalho.

Durante muito tempo, as situações-problema foram resolvidas com o uso de palavras e desenhos. O uso de letras para representar os números desconhecidos trouxe enormes progressos para a Matemática, facilitando a resolução dos problemas.

É o que vamos ver a seguir.

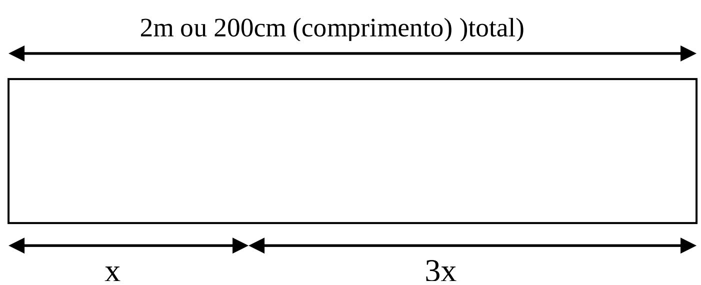
Vamos Descobrir

1ª situação: um carpinteiro serra uma tábua de 2m (ou 200 cm) em dois pedaços. Um deles tem um comprimento igual ao triplo do outro. Calcular os comprimentos dos dois pedaços.

O problema nos pede para encontrar dois números que representam, em centímetros, o comprimento dos pedaços em que a tábua foi serrada.

Como um dos pedaços tem o triplo do comprimento do outro, vamos indicar o comprimento do pedaço menor pela letra x e o comprimento do pedaço maior por 3x (o **triplo** significa **três vezes**).

Podemos fazer um esboço gráfico do problema usando a letra x:



Pelo esboço gráfico, podemos escrever a sentença matemática:

$$x + 3x = 200$$

Comprimento total

Comprimento do pedaço maior

Comprimento do pedaço menor

Note que formamos uma sentença matemática representada por uma igualdade, onde a letra x é usada para representar o número desconhecido dessa sentença.

2ª situação: Numa determinada cidade, os taxímetros marcam, nos percursos sem parada, uma quantia inicial de 4 UT (unidade taximétrica) e mais 0,2 UT por quilômetro rodado. Ao final de um percurso sem paradas, o taxímetro marcava 8,2 UT. Quantos quilômetros foram percorridos nessa corrida de táxi?

O problema nos pede para encontrar um certo número que represente, em quilômetros, a distância percorrida pelo táxi. Vamos indicar esse número pela letra y.

Podemos escrever a seguinte sentença matemática:

$$4 + 0{,}2y = 8{,}2$$

valor total da corrida em UT

quantia de UT a ser paga, após percorrer y quilômetros

quantia de UT inicial (“bandeirada”)

Note que formamos uma sentença matemática expressa por uma igualdade, onde a letra y é usada para representar o número desconhecido dessa sentença.

As sentenças matemáticas que escrevemos nas duas situações, $x + 3x = 200$ e $4 + 0{,}2y = 8{,}2$ são chamadas equações.

Daí, podemos definir:

Toda sentença matemática expressa por uma igualdade, na qual exista uma ou mais letras que representem números desconhecidos dessa sentença, é denominada equação.

Cada letra que representa um número desconhecido chama-se incógnita.

Livro 2

O texto a seguir é uma abordagem do livro Matemática - 6ª série- Autores: Walter Spinelli e Maria Helena Souza.

Equações

O Valor Desconhecido

Juvenal vende paçocas na porta da escola. No mês passado ele gastou

R$ 45,00 na compra dos ingredientes e vendeu cada paçoca por R$ 0,80. Teve um lucro de R$ 215,00. Quantas paçocas ele vendeu?

Lucro é a diferença entre o que ele recebeu com as vendas e o que gastou com as compras.

Lucro = vendas – compras

Ou

Vendas = compras + lucro

Gastou com compras = 45,00

Lucrou com as vendas = 215,00

Recebeu com as vendas = 45,00 + 215,00 = 260,00

Se ele recebeu R$ 260,00 e cada paçoca foi vendida por R$ 0,80, para saber quantas foram vendidas basta dividir 260,00 por R$ 0,80.

$$260 \div 0{,}80 = 260 \div \frac{80}{100} = 260 \cdot \frac{100}{80} = 260 \cdot \frac{5}{4} = 325$$

Juvenal vendeu 325 paçocas, quantidade que poderia ser calculada por esta sentença:

$(215 + 45) \div 0{,}80 = 325$

Veja outro jeito de resolver o mesmo problema:

Vamos chamar o número de paçocas de x. Assim, o total recebido com a venda será 0,80x.

Tirando desse total os R$ 45,00 gastos nas compras, o resultado será o lucro de R$ 215,00. Temos, portanto, a seguinte sentença: 0,80x – 45 = 215.

$0{,}80x - 45 = 215$

↓

Valor desconhecido

Esse tipo de sentença aberta com sinal de igualdade (=) é chamado **equação:**

Equação é uma sentença aberta expressa por sinal de igualdade.

Resolver a equação significa descobrir o valor desconhecido. Vamos aprender uma maneira.

$0{,}80x - 45 = 215$

Do número 0,80x tiramos 45 e sobram 215. Quanto é ele?

A resposta é 215 + 45.

$0{,}80x = 215 + 45 \Rightarrow 0{,}80x = 260$

Quanto vale x se é preciso multiplicá-lo por 0,80 para obter 260?

A resposta é $260 \div 0{,}80$.

$x = 260 \div 0{,}80 = 325$

O valor desconhecido é 325 (neste caso, o número de paçocas).

Veja outras equações resolvidas dessa maneira:

1ª) $4 + 12x = 64$

Adicionamos o número 12x a 4 e o resultado é 64. Que número é esse? A resposta é 64 – 4.

$12x = 64 - 4 = 60$

Que valor de x, multiplicado por 12, resulta 60? A resposta é 60 $\div$ 12.

x = 60 $\div$ 12 = 5

O valor desconhecido é 5.

2ª) $\frac{x}{3} -$ 10 = -3

Quanto vale o número x/3 que, adicionado a 10, resulta -3? A resposta é

-3 - 10.

$-\frac{x}{3}$ = -3 - 10

$\frac{x}{3} -$ = -13

Quanto vale o número x que, dividido por 3, resulta –13? A resposta –13 . 3.

x = -13 . 3 = -39

O valor desconhecido é -39.

Depois de descobrir o valor desconhecido, você pode, se quiser, **tirar a prova,** isto é, verificar se acertou. Para fazer isso, veja se a sentença é verdadeira quando você substitui o valor desconhecido pelo que você calculou. Vamos substituir x por –39 na equação $\frac{x}{3}$ + 10 = -3:

$\frac{x}{3}$ +10 = $\frac{-39}{3}$ + 10 = -13 +10 = -3

-39 é de fato a resposta da equação, porque ela torna a sentença verdadeira.

A resposta de uma equação é o número que, ao substituir o valor desconhecido, torna a sentença verdadeira.

O valor desconhecido de uma equação pode também ser chamado de **incógnita.** Veja esta equação na incógnita y: $4y - 12 = 0$.

Os números que são as respostas das equações são chamados de **raízes** da equação. Veja que a raiz da equação $4y - 12 = 0$ é o número 3.

Livro 3

Este texto foi retirado do livro Matemática e Vida - 6ª série - Autores: Vincenzo Bongiovanni e Olímpio Rudinin Vissoto Leite e José Luiz Tavares Laureano.

Resolvendo equações do 1º grau em Q

Problemas do dia-a-dia

Para pintar um dos cômodos de sua casa, Manuel gastou metade de uma lata de tinta. Para aproveitar o restante da tinta, usou 4,5l e pintou a cozinha. Se mesmo assim ainda sobraram 3,5l de tinta, quantos litros havia na lata?

Podemos resolver problemas como esse através de uma equação com números racionais. Veja:

Supondo que a lata tivesse x litros de tinta, obtemos a seguinte equação:

$x - \frac{x}{2} - 4{,}5 = 3{,}5$

Uma equação que pode ser escrita na forma $ax + b = 0$, sendo a e b números racionais, é chamada de equação do 1º grau a uma incógnita.

Resolução de uma equação do 1º grau

Você já resolveu mentalmente equações do 1º grau. Agora, vai aprender uma técnica para resolver qualquer tipo de equação do 1º grau.

Inicialmente, vamos conhecer as seguintes propriedades:

Propriedades fundamentais das igualdades

Adicionando ou subtraindo um mesmo número aos dois membros de uma igualdade, obtemos uma nova igualdade.

Se $a = b$, então $a + c = b + c$ e $a - c = b - c$

Multiplicando ou dividindo os dois membros de uma igualdade por um mesmo número diferente de zero, obtemos uma nova igualdade.

Se $a = b$ e $c \neq 0$, então $a \cdot c = b \cdot c$ e $a \div c = b \div c$

PROPRIEDADE DOS NÚMEROS RACIONAIS ESCRITOS NA NOTAÇÃO DE FRAÇÃO.

Se $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{b}$ são números racionais e $\frac{a}{b} = \frac{c}{b}$, então $a = c$.

Por exemplo, se $\frac{x}{2} = \frac{7}{2}$, então $x = 7$.

Exemplo:

Determinar o conjunto das soluções racionais das seguintes equações:

a) $2x + 18 = 0$

b) $\frac{x}{3} + 5 = 7$

c) $x - \frac{x}{2} - 4{,}5 = 3{,}5$

d) $\frac{x}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{6}$

e) $\frac{x}{2} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{4}$

Solução:

a) $2x + 18 = 0$

$2x + 18 = 0$

$2x + 18 - 18 = 0 - 18$
subtraindo 18 dos dois membros da equação

$2x = 0 - 18$

Regra prática: se um número está sendo adicionado no 1º membro, ele pode passar ao 2º membro sendo subtraído.

$2 \cdot x = -18$

$\frac{2x}{2} = \frac{-18}{2}$
dividindo por 2 os dois membros da equação

$x = \frac{-18}{2}$

Regra prática: se um número está multiplicando no 1º membro, ele pode passar ao 2º membro como divisor.

Logo, x = -9 é a raiz ou solução da equação.

Portanto, S ={ -9 }.

b) $\frac{x}{3}$ + 5 = 7

$\boxed{\frac{x}{3}+5=7}$

$\frac{x}{3}+5-5=7-5$

subtraindo 5 dos dois membros da equação

$\boxed{\frac{x}{3}=7-5}$

Regra prática: se um número está sendo adicionado no 1º membro, ele pode passar ao 2º membro sendo subtraído.

Portanto, $\frac{x}{3}$ = 2. mas:

$\boxed{\frac{x}{3}=2}$

$\frac{x}{3}.3=2.3$

multiplicando por 3 os dois membros da equação

$\boxed{x=2.3}$

Regra prática: se um número está sendo divisor no 1º membro, ele pode passar ao 2º membro sendo multiplicador.

Logo, x = 6 é a raiz ou solução da equação.

Portanto, S = { 6 }

c) $x - \frac{x}{2} - 4{,}5 = 3{,}5$

$$x - \frac{x}{2} - 4{,}5 = 3{,}5$$

$$x - \frac{x}{2} - 4{,}5 + 4{,}5 = 3{,}5 + 4{,}5$$
adicionando 4,5 aos dois membros da equação

$$x - \frac{x}{2} = 3{,}5 + 4{,}5$$

Regra prática: se um número está sendo subtraído no 1º membro, ele pode passar ao 2º membro adicionado.

$$x - \frac{x}{2} = 8 \Rightarrow \frac{x}{1} - \frac{x}{2} = \frac{8}{1} \Rightarrow \frac{?}{2} - \frac{?}{2} = \frac{?}{2} \Rightarrow \frac{2x}{2} - \frac{x}{2} = \frac{16}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{16}{2} \Rightarrow \boxed{x = 16}$$

logo, x = 16 é raiz ou solução da equação.

Portanto, S = { 16 }.

d) $\frac{x}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{6}$

Vamos, substituir as frações da equação por outras equivalentes, todas com o mesmo denominador.

1ª solução: usando o produto

Como existem dois denominadores iguais, basta efetuar:

6 . 8 = 48

$\frac{x}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{6}$ ⇒ $\frac{?}{48} - \frac{?}{48} = \frac{?}{48}$ ⇒ $\frac{8x}{48} - \frac{6}{48} = \frac{8}{48}$ ⇒ $\frac{8x-6}{48} = \frac{8}{48}$ ⇒ 8x – 6 =8 ⇒ 8x = 8 + 6 ⇒ 8x =14 ⇒ x = $\frac{14}{8}$ ⇒ $\boxed{x = \frac{7}{4}}$

2ª solução: usando o mmc

O denominador é igual ao mmc dos denominadores.

Como existem dois denominadores iguais, basta encontrar o mmc entre 6 e 8:mmc (6,8) = 2. 2 . 2 .3 = 24

$\frac{x}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{6}$ ⇒ $\frac{?}{24} - \frac{?}{24} = \frac{?}{24}$ ⇒ $\frac{4x}{24} - \frac{3}{24} = \frac{4}{24}$ ⇒ $\frac{4x-3}{24} = \frac{4}{24}$ ⇒ 4x – 3 = 4 ⇒ 4x = 4 + 3 ⇒ 4x = 7 ⇒ $\boxed{x = \frac{7}{4}}$

portanto, s = $\left\{\frac{7}{4}\right\}$

e) $\frac{x}{2}-\frac{1}{3}=-\frac{1}{4}$

Vamos substituir cada termo por uma fração equivalente, de modo que todos os termos fiquem com o mesmo denominador.

1ª solução: usando o produto

Podemos utilizar como denominador comum o produto dos denominadores:

2 . 3 . 4 = 24

$$\frac{x}{2}-\frac{1}{3}=-\frac{1}{4}$$

$$\frac{?}{24}-\frac{?}{24}=-\frac{?}{24}$$

$$\frac{12x}{24}-\frac{8}{24}=-\frac{6}{24}$$

$$\frac{12x-8}{24}=-\frac{6}{24}$$

12x – 8 = - 6

12x = - 6 + 8

12x = 2

x = $\frac{2}{12}$

x = $\frac{1}{6}$

2ª solução: usando o mmc

Utilizamos como denominador comum o mmc dos denominadores:

mmc (2,3,4) = 2 . 2 . 3 = 12

$$\frac{x}{2}-\frac{1}{3}=-\frac{1}{4}$$

$$\frac{?}{12}-\frac{?}{12}=-\frac{?}{12}$$

$$\frac{6x}{12}-\frac{4}{12}=-\frac{3}{12}$$

$$\frac{6x-4}{12}=-\frac{3}{12}$$

6x – 4 = - 3

6x = - 3 + 4

6x = 1

x = $\frac{1}{6}$

portanto, S = $\left\{\frac{1}{6}\right\}$.

Comentários

Livro 1: Este livro aborda o assunto apresentando uma introdução histórica falando sobre a equação, logo em seguida define o que é uma equação teoricamente, exemplifica com dois exemplos práticos os quais recaem numa equação de uma variável. E, finalmente, define o que é uma equação.

Livro 2: Começa apresentando um problema prático sem apresentar uma introdução histórica, não apresentando também uma definição teórica de equação. O livro fala em valor desconhecido, incógnita e mesmo após a resolução do problema não define o que é uma equação.

Livro 3: Na introdução, o livro descarta totalmente a apresentação histórica, começando logo com problemas práticos, que quando equacionados, obtem-se uma equação do primeiro grau.

Essa relação entre problemas práticos é fundamental, antes mesmo de apresentar a definição matemática formal. Os exercícios propostos são de um nível muito bom, havendo relação entre exercícios e problemas, pois os exercícios não se tornam repetitivos, tendo melhor esclarecimento sobre o conteúdo apresentado.

Estudo dos Exercícios Apresentados nos Livros Didáticos

Livros	**01**	**02**	**03**
Fixação	29	30	25
Problemas	40	20	15
Interdisciplinaridade	4	2	3
Desafio	2	3	-
Total de Exercícios	**71**	**55**	**43**

Através do estudo feito nos livros didáticos, verifiquei que não há o melhor livro, pois cada um apresenta suas especificações com abordagem diferenciada.

Assim, para abordar a equação do 1º grau faz-se necessário à junção dos três livros, pois cada livro complementa o outro.

Em relação aos exercícios analisados nos livros didáticos, estes possuem uma boa variedade, sendo que, o livro 1 é o que possui mais problemas, e portanto trabalha o raciocínio lógico do aluno.

O livro 02 e 03 trabalham mais com exercícios de fixação, enfatizando a memorização dos exercícios.

Tratando da interdisciplinaridade, os livros trazem poucos exercícios, deixando a desejar, pois seria interessante que trouxessem mais desses tipos de exercícios.

CAPÍTULO III

Resolução de Problemas e Aprendizagem Matemática

Aplicação de seis exercícios situação-problema, com alunos de duas turmas de 6^a série do ensino fundamental, sendo turma 61 e 62, do Colégio Estadual João Silveira.

PROBLEMA 1

Em um colégio, 20% dos professores ensinam matemática. Sabendo-se que o colégio tem ainda 28 professores que ensinam outras matérias, quantos professores há, ao todo, nesse colégio?

Resolução:

O problema pede para encontrar um determinado número que representa o total de professores que ensinam nesse colégio. Indicando esse número pela letra x, temos:

Como 20% = $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$, temos a seguinte equação:

$\frac{1}{5}x + 28 = x$

Número total de professores

Número de professores que ensinam outras matérias

Número de professores que ensinam matemática

Resolvendo a equação, temos:

$\frac{1}{5}x + 28 = x$

$\frac{1}{5}x + \frac{140}{5} = \frac{5}{5}x$

x + 140 = 5x

x = 5x – 140

x - 5x = - 140

-4x = -140

(-1) . -4x = -140 . (-1)

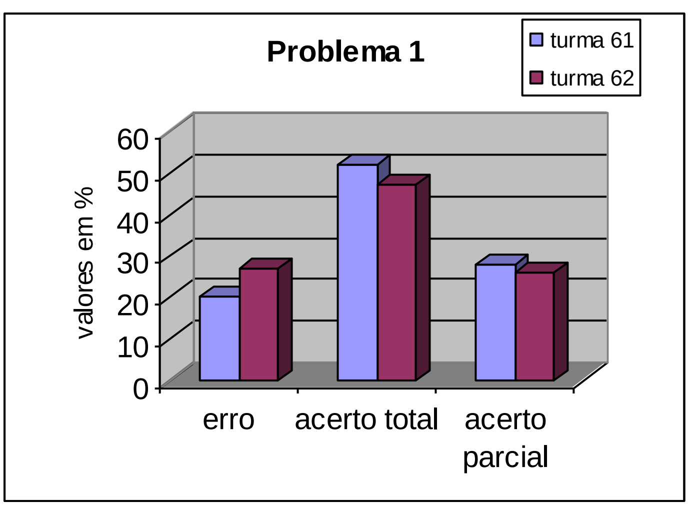
4x = 140

$x = \frac{140}{4}$

x = 35

Resposta: Nesse colégio há, ao todo, 35 professores.

Aplicação em sala de aula: apresentação gráfica de resultados



O gráfico nos mostra que em relação a erro total a turma 61 obteve o maior percentual. Já em acerto total podemos observar que a turma 61 obteve o maior resultado. E, falando em acerto parcial quase ocorreu uma igualdade de percentual. Logo, a turma 61 obteve um melhor desempenho na aplicação do problema.

PROBLEMA 2

Em uma prova de campeonato mundial de fórmula 1, $\frac{1}{4}$ dos carros bateram na largada e ficaram fora da corrida. Durante a corrida, $\frac{2}{7}$ dos carros tiveram de abandonar a prova por defeito mecânico. Apenas 13 carros terminaram a corrida. Nessas condições, quantos carros iniciaram a prova?

Resolução:

O problema nos pede para calcular um número que represente a quantidade de carros que iniciaram a prova. Indicando esse numero pela letra y, podemos escrever a seguinte equação:

$$\frac{1}{4}y + \frac{2}{7}y + 13 = y$$

Número de carros que iniciaram a prova

Número de carros que terminaram a prova

Número de carros que abandonaram a prova por defeito mecânico

Número de carros que bateram na largada e abandonaram a prova

Resolvendo a equação, temos:

$$\frac{1}{4}y + \frac{2}{7}y + 13 = y$$

$$\frac{7}{28}y + \frac{8}{28}y + \frac{364}{28} = \frac{28}{28}y$$

7y + 8y + 364 = 28y

15y + 364 = 28y

15y = 28y – 364

15y - 28y = -364

-13y = -364

(-1) - 13y = (-1) . -364

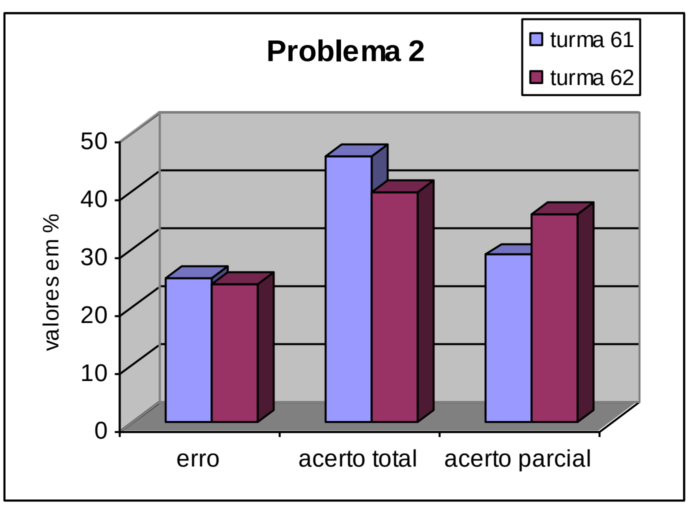
13y = 364

$$y = \frac{364}{13}$$

y = 28

Resposta: Assim, 28 carros iniciaram essa prova.

Aplicação em sala de aula: apresentação gráfica de resultados



O gráfico demonstra que em relação a erro total, as turmas 61 e 62, ficaram equiparadas, falando em acerto total o gráfico mostra claramente, que a turma 61 obteve o melhor desempenho. Tratando-se de acerto parcial a turma 62 alcançou o maior percentual. Podemos afirmar que a turma 61 destacou-se em percentual de acerto total.

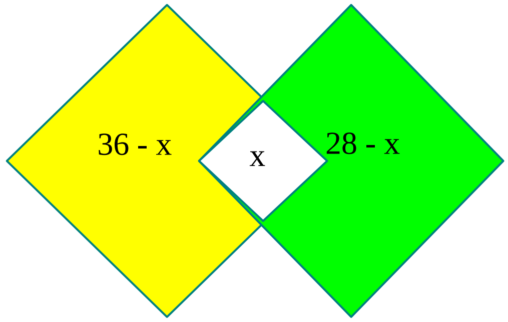
PROBLEMA 3

Numa turma de 42 alunos, um professor perguntou: “Quem torce pelo Flamengo?”

- 36 alunos levantaram a mão. A seguir, o professor perguntou: “quem torce pelo Corinthians?”
- 28 alunos levantaram a mão. Nessas condições, quantos alunos dessa turma torcem tanto para o Flamengo como para o Corinthians?

Resolução:

O problema está pedindo o número de alunos que torcem, tanto para o Flamengo como para o Corinthians. Vamos representar esse número pela letra x e organizar o seguinte diagrama:



A parte em branco representa o número de alunos que torcem pelos dois clubes: x.

- A parte colorida de amarelo representa o número de alunos que torcem pelo Flamengo mas não torcem pelo Corinthians: 36 – x.
- A parte colorida de verde representa o número de alunos que torcem pelo Corinthians mas não torcem pelo Flamengo: 28 – x.

A soma dessa quantidade nos fornece o número total de alunos da sala. Assim, podemos escrever a equação:

x + (36 - x) + (28 - x) = 42

Número total de alunos

Número que torcem apenas pelo Corinthians

Número dos que torcem apenas pelo flamengo

Número dos que torcem tanto pelo Corinthians como pelo Flamengo

Resolvendo a equação, temos:

x + (36 - x) + (28 – x) = 42

x + 36 – x + 28 - x = 42

-x + 64 = 42

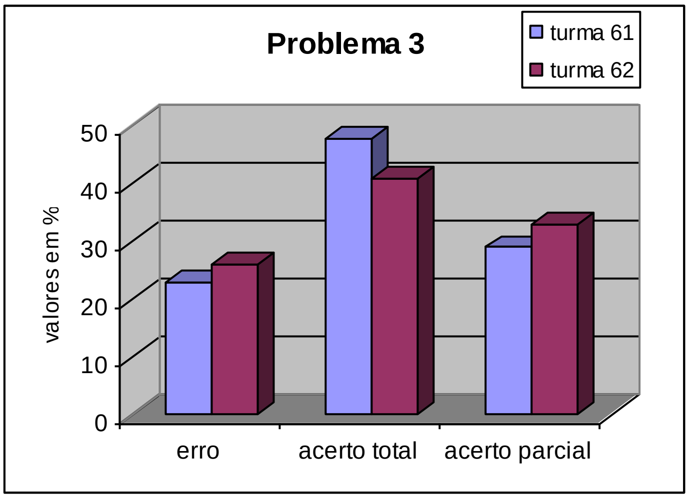
-x = 42 – 64

(-1) . -x = -22 . (-1)

x = 22

Resposta: nessa turma há 22 alunos que torcem tanto para o Flamengo como para o Corinthians.

Aplicação em sala de aula: apresentação gráfica de resultados



Podemos observar no gráfico, que a turma 62 obteve o maior percentual em relação ao erro total. Falando em acerto total, podemos afirmar que a turma 61 destacou-se. Já em acerto parcial a turma 62 obteve o maior percentual. Novamente a turma 61 destacou-se.

PROBLEMA 4

São dados dois números cujo a soma é 63. o maior deles supera o menor em 21 unidades. Quais são esses números?

Resolução

O problema nos pede para encontrar dois números tais que o maior supera o menor em 21 unidades. Vamos representar esses números por x (número menor) e x + 21 (numero maior).

Observe o quadro:

Enunciado (em linguagem corrente)	Usando a linguagem das equações
O menor dos números	x
O maior dos números	$x + 21$
Os dois juntos perfazem 63	$x + (x + 21) = 63$

Temos a equação:

$x + (x + 21) = 63$

A soma dos dois números

O maior dos números

O menor dos números

$x + x + 21 = 63$

$2x + 21 = 63$

$2x = 63 - 21$

$2x = 42$

$x = \frac{42}{2}$

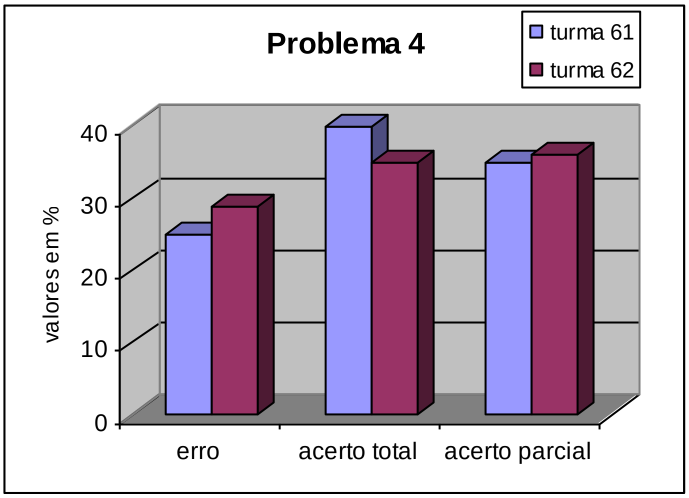
$x = 21 \longrightarrow$ número menor

Para encontrar o número maior, fazemos:

x + 21 = (21) + 21 = 42

Resposta: Os números procurados são 21 e 42.

Aplicação em sala de aula: apresentação gráfica de resultados



A turma 62 em relação a erros obteve o maior percentual. Falando de acerto total, a turma 61 destaca-se mais uma vez. Tratando-se de acerto parcial o gráfico mostra que houve quase uma igualdade de percentual.

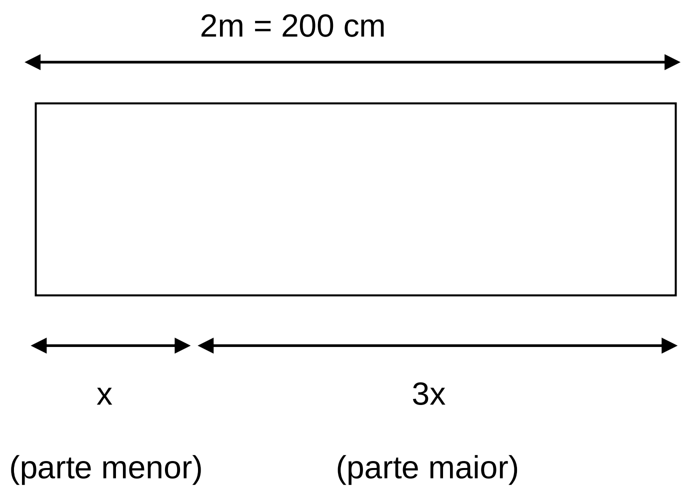
PROBLEMA 5

Uma tábua com 2m de comprimento deve ser dividida em duas partes. O comprimento da parte maior deve ser o triplo do comprimento da parte menor. Nessas condições, determine o comprimento de cada uma das partes.

Resolução

O problema nos pede para encontrar dois números que representam o comprimento de cada parte em que a tábua foi repartida.

Vamos, então, representar esses comprimentos por x (parte menor) e 3x (parte maior), fazendo o seguinte esquema:



$x + 3x = 200$

$4x = 200$

$x = \frac{200}{4}$

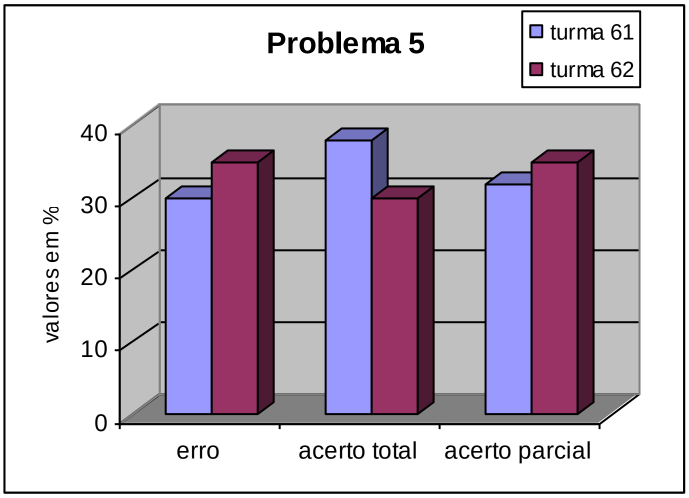
$x = 50 \longrightarrow$ comprimento da parte menor

Para encontrar o comprimento da parte maior, fazemos:

$3x = 3 \cdot (50) = 150$

Resposta: Os comprimentos das partes são 50cm e 150cm.

Aplicação em sala de aula: apresentação gráfica de resultados



o gráfico nos mostra que em relação a erro total a turma 6 obteve o maior percentual. Já em acerto total podemos observar que a turma 61 obteve o maior resultado. E, falando em acerto parcial a turma 62 alcançou o maior índice. Logo, a turma 61 obteve um melhor desempenho na aplicação do problema.

Problema 6

Em um estacionamento há carros e motos, num total de 38 veículos e 136 rodas. Quantos carros e quantas motos há no estacionamento?

O problema nos pede para encontrar dois números, que vamos representar por:

- x = número de carros
- 38 - x = número de motos

Como cada carro tem 4 rodas e cada moto tem 2 rodas, podemos escrever a equação:

$4x + 2 . (38 - x) =136$

$4x + 76 - 2x = 136$

$2x + 76 = 136$

$2x = 136 - 76$

$2x = 60$

$x = \frac{60}{2}$

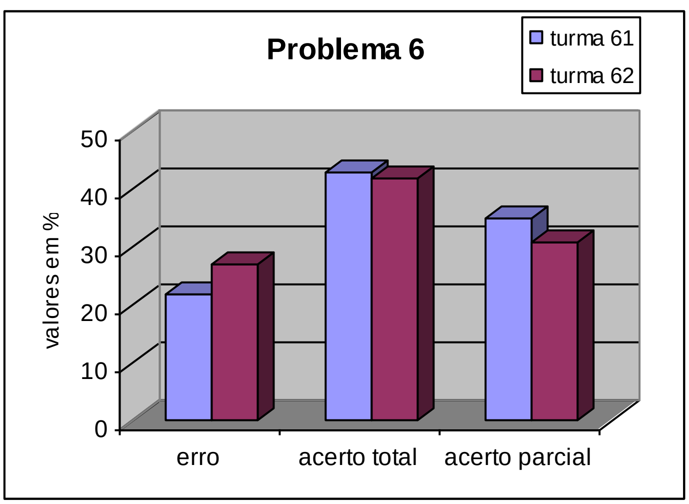
$x = 30 \longrightarrow$ representa o número de carros

O número de motos é dado por:

$38 - x = 38 – 30 = 8$

Resposta: nesse estacionamento há 30 carros e 8 motos.

Aplicação em sala de aula: apresentação gráfica de resultados



Através do gráfico percebemos que a turma 62 possui o maior número de erros. Em relação a acerto total as turmas 61 e 62 apresentaram quase uma igualdade em percentual. O gráfico mostra que a turma 61 destacou-se em acerto parcial.

Através do seis problemas aplicados em sala de aula com as turmas de 6ª série, podemos afirmar que , a turma 61 destacou-se em relação a acerto total. Mas, em nenhum momento ultrapassou de 50% de acerto total.

CONCLUSÃO

Aprendi muito com a realização deste trabalho. É muito interessante estudar um pouco da história das equações, já que isso não é muito abordado na graduação.

A conclusão que se faz, é que análise do conteúdo dos livros didáticos, antes de adotá-los em sala de aula, é de extrema importância, visto que é de grande preocupação explicar bem a definição de uma equação do primeiro grau.

Pela experiência vivida, acredito que o professor não deve simplesmente utilizar um único livro para trabalhar seu conteúdo, mas sim pesquisar em diversos autores acerca do conteúdo que será ministrado em sala de aula, utilizando de recursos que levem ao aluno uma explicação clara, onde haja uma interação entre professorXalunoXconteúdo.

Através dos problemas aplicados em sala, podemos perceber a defasagem da qualidade de ensino de matemática no ensino fundamental público. Pois, o maior percentual alcançado não ultrapassou de 50% de acertos. Mostrando que o nível de ensino na educação pública do país é de grande preocupação desde as séries iniciais. Consequentemente, dificultando os conteúdos nas próximas séries, visto que, o ensino da matemática é uma sequência de conteúdos , não aprendendo o básico, apresentará maior dificuldades nos conteúdos seguintes.

Esta foi uma tarefa muito interessante pois, tenho certeza que valerá a pena quando for aplicado este trabalho em sala de aula, tanto por mim quanto para as pessoas que lerem meu trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

BAUMGART, John K. **Tópicos de história da matemática** : para uso em sala de aula, Álgebra. São Paulo: Atual,1994.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**.Tradução: Hygino Domingues. São Paulo: Editora, 1995.

BOYER, Carl. **História da matemática**. Tradução: Elza F. Gomide, São Paulo: Editora Edgard, 1985.

LIMA, Elon Lages. **Meu Professor de Matemática** (e outras histórias):Coleção do Professor de Matemática, Rio de Janeiro: SBM,1991.

MORI, Iracema e Onaga, Dulce Satiko. **Matemática Idéias e Desafios,** 6ª série, São Paulo: Saraiva, 1999.

BIGODE, Antonio José Lopes. **Matemática Atual,** 6ª série. São Paulo: Atual, 1997.

ALVES, Linaldo José Malveira. **Matemática Fácil** , 6ª série. São Paulo: Ática, 1993.

GIOVANNI, José Ruy / Castrucci, Benedito e Giovanni Jr., José Ruy. **A Conquista da Matemática** :Teoria e Aplicação, 6ª série, São Paulo: FTD, 1992.

JAKUBOVIC, José e Lellis, Marcello. **Matemática na medida certa** , 6ª série. São Paulo: Scipione, 1990.

IMENES, Luiz Márcio e Lelli, Marcello. **Matemática,** 6ª série. São Paulo: Scipione, 1997.

SOUZA, Maria Helena de e Walter Spinelli. **Matemática**, 6ª.série. São Paulo: Ática, 2002.

BONGIOVANNI, Vincenzo / Leite, Olímpio Vissoto e Laureano, José Luiz Tavares.

Matemática,6ª. Série. São Paulo: FTD, 1999.