

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**EQUAÇÕES DO 1º GRAU –  
UM ESTUDO DIDÁTICO**

**TACIANA ZARDO**

**FLORIANÓPOLIS, MARÇO DE 2006.**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**EQUAÇÕES DO 1º GRAU –  
UM ESTUDO DIDÁTICO**

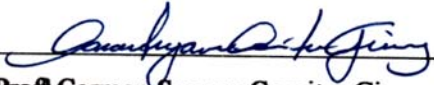
Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Curso de Matemática,  
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas,  
possuindo como requisito à obtenção do  
título de Licenciado em Matemática

**Orientanda:** TACIANA ZARDO

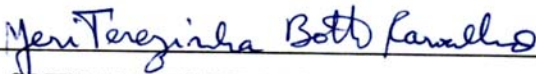
**Orientadora:** NERI TEREZINHA BOTH CARVALHO

**FLORIANÓPOLIS, MARÇO DE 2006.**

Esta Monografia foi julgada e adequada como **TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO** no Curso de Matemática – Habilitação Licenciatura, e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora designada pela Portaria nº 02/CCM/06.

  
Profª Carmen Suzane Comitre Gimenez  
Professora da disciplina

Banca Examinadora:

  
Profª NERI TEREZINHA BOTH CARVALHO  
Orientadora

  
Profª NEREU ESTANISLAU BURIN

  
Profª JOSIANE MARQUES MOTTA

*Se a educação sozinha não transforma a sociedade,  
sem ela, tampouco, a sociedade muda.*

***Paulo Freire***

*Dedico este trabalho de conclusão de  
curso aos meus pais, Pedro e Enoi,  
pelo carinho e apoio durante minha  
jornada acadêmica.*

## ***AGRADECIMENTOS***

À Deus em 1º lugar por ter me dado a força necessária.

À Profª Neri Terezinha Both Carvalho, por ter aceitado me orientar na realização deste trabalho.

Aos professores Josiane e Nereu por terem aceitado o convite para participarem da Banca Examinadora.

Aos meus pais Pedro e Enoi que sempre me apoiaram estiveram presentes nestes anos de luta acadêmica.

Às amigas Louise Reips e Morgana Shotten que nos momentos mais difíceis tiveram sempre prontos a me ajudar no que fosse necessário.

Enfim, a todos que contribuíram para a realização desse trabalho.

# *SUMÁRIO*

<b>INTRODUÇÃO</b> -----	<b>10</b>
-------------------------	-----------

<b>1 ELEMENTOS DE HISTÓRIA E A EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL SEGUNDO OS DOCUMENTOS OFICIAIS</b> -----	<b>11</b>
--	-----------

1.1 A História da Equação do Primeiro Grau -----	11
--	----

1.2 O Uso de Letras nas Equações -----	12
--	----

1.3 Abel e as Equações de Grau Cinco -----	12
--	----

1.4 Tartaglia e as Equações de Grau Três -----	13
--	----

1.5 Conclusão -----	13
---------------------	----

1.6 Equações do Primeiro Grau nos Parâmetros Curriculares Nacionais -----	14
---	----

1.7 Equações do Primeiro Grau na Proposta Curricular de Santa Catarina -----	16
--	----

1.8 Estudo dos Planos de Ensino -----	17
---------------------------------------	----

1.9 As Equações do Primeiro Grau na disciplina de Introdução ao Cálculo -----	18
---	----

<b>2 EQUAÇÃO DO 1º GRAU – ESTUDO DOS LIVROS DIDÁTICOS</b> -----	<b>21</b>
---	-----------

2.1 Introdução -----	21
----------------------	----

2.2 Estudo do Livro Didático “Matemática” (Osvaldo Sangiorgi, 6ª série; 1973) -----	21
---	----

2.2.1 A Abordagem -----	22
-------------------------	----

2.2.2 Resolução de Equação do 1º grau com uma variável em Q. -----	24
--	----

2.2.2.1	Transformações de equações em equações equivalentes	24
2.2.3	Técnicas de cálculo	27
2.2.4	Equações Identidades e Equações Sem Soluções: Quantificadores	30
2.2.5	Discussão	30
2.3	Estudo do Livro Didático “Matemática” (Tânia Michel Pereira; 1990)	32
2.3.1	Organização do Livro	32
2.3.2	A Abordagem	32
2.3.3	Apresentação do Problema	32
2.3.4	Simplificação do Problema	33
2.3.5	Estudo dos Exercícios	35
2.4	Estudo do Livro Didático “Matemática – Uma Aventura do Pensamento”	40
2.4.1	Organização Didática	40
2.4.2	A abordagem	40
2.4.3	Estudo dos Exercícios	42
<b>3</b>	<b>EXPERIMENTAÇÃO</b>	<b>44</b>
3.1	Introdução	44
3.2	Análise a Priori	45
3.3	Análise a Posteriori das Resoluções dos Alunos	47
3.4	Análise das Resoluções	47
3.5	Conclusão da Experimentação	50



<b>4</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>51</b>
<b>5</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>53</b>
<b>6</b>	<b>ANEXOS</b>	<b>55</b>
6.1	ANEXO 1	55
6.2	ANEXO 2	56
6.3	ANEXO 3	57
6.4	ANEXO 4	58
6.5	ANEXO 5	59
6.6	ANEXO 6	60

## ***INTRODUÇÃO***

Para concluir meu curso de graduação em licenciatura em matemática, resolvi fazer um trabalho na área da educação matemática. Escolhi o tema Equações do 1º grau, onde trabalhei principalmente com às classes de 6ª séries.

O objetivo deste trabalho é o de verificar como o saber “Equações do 1º grau” é apresentado em classes de 6º séries no Ensino Fundamental, bem como conhecer um pouco da história da Equação do 1º grau para que possamos ver a sua evolução. Analisamos aqui também alguns livros didáticos em que procuramos saber como o conteúdo de Equações de 1º grau foi trabalhado nos anos de 1973, 1990 e 2005, como proposição de ensino. Para verificar dificuldades dos alunos sobre o conteúdo de Equações do 1º grau fizemos uma experimentação onde aplicamos um questionário com alguns exercícios sobre este conteúdo.

Este documento é composto de três capítulos.

No Capítulo I relataremos alguns elementos da História da Equação do 1º grau e como ela se desenvolveu ao longo dos anos, também apresentaremos o que propõe os documentos oficiais sobre a Equação do 1º grau nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), na Proposta Curricular de Santa Catarina (PCSC) nos planos de ensino de algumas escolas e faremos um estudo do saber Equação do 1º grau na disciplina Introdução ao Cálculo e verificar se são abordadas no Ensino Superior.

No Capítulo II apresentaremos o estudo dos livros didáticos de três diferentes épocas.

No Capítulo III apresentaremos a experimentação cujas informações serão úteis para refletirmos sobre o trabalho em sala de aula.

# ***1 ELEMENTOS DE HISTÓRIA E A EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL SEGUNDO OS DOCUMENTOS OFICIAIS***

Neste primeiro capítulo, identificamos o que propõem os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), a Proposta Curricular de Santa Catarina (1998) e Planejamentos anuais de escolas públicas sobre “Equações do 1º grau”, bem como, o estudo histórico nas equações do 1º grau e um estudo deste conteúdo na disciplina de Introdução ao Cálculo.

## ***1.1 A História da Equação do Primeiro Grau***

Apresentamos aqui, alguns elementos da história da “Equação do 1º grau”.

Quando, na resolução de um problema, ao efetuar a interpretação, conseguimos expressá-lo em linguagem simbólica, na forma de uma equação, temos a equação como uma consequência da situação-problema. Em Matemática, no ensino de 6ª série define-se **Equação**, como uma igualdade (expressão que tem sinal=) em que há pelo menos uma letra que representa um número não conhecido.

A álgebra começa a ser apresentada na Europa para designar o estudo das equações com uma ou mais incógnitas a partir do século XI, com a obra de Al-Khwarizmi.

## 1.2 *O Uso de Letras nas Equações*

Sabemos que historicamente foi lenta a representação das equações como fazemos hoje.

- **Al-Khwarizmi** (738-850), o maior matemático árabe de todos os tempos, resolvia as equações de uma maneira semelhante à que usamos hoje. A diferença é que tudo, até mesmo os números, eram expressos por palavras. Ele escreveu um livro chamado *Al-jabr*, que significa “restauração”. Esse livro trazia explicações minuciosas sobre a resolução de equações. Da expressão *Al-jabr*, originou-se a palavra *Álgebra*.
- **Diofante** foi um matemático grego que viveu no século III d.C. Ele dedicou-se a *Álgebra*. Ele usou a idéia de representar um número desconhecido por uma letra e, por isso, acredita-se que tenha influenciado outros matemáticos.

A representação de quantidades desconhecidas de uma equação pelas últimas letras do alfabeto ( $x, y$ ) foi proposto pelo filósofo e matemático francês René Descartes (1596-1650), na primeira metade do século XVII.

Diofante escreveu três trabalhos: *Aritmética*; *Sobre Números Poligonais* e *Porismas*. O primeiro se ocupa de equações determinadas em uma incógnita e os demais de equações indeterminadas de segundo grau. Uma parte do seu trabalho é dedicada a resolução de 130 problemas, cujos modelos, são equações do primeiro e segundo grau. É notável a falta de métodos gerais e a aplicação de artifícios para as condições de cada problema.

## 1.3 *Abel e as Equações de Grau Cinco*

No século XVI o fato de que as equações de grau maior ou igual a cinco fossem resolúveis por radicais, como são as de grau dois, três e quatro, chamou a atenção dos algebristas de todo o mundo.

Paolo Ruffini (1765-1822), um médico e matemático italiano, efetivamente negou a possibilidade da resolução das equações de grau cinco, em 1799. Entretanto, seus argumentos foram considerados muito vagos, do ponto de vista matemático.

Pouco mais tarde essa questão foi resolvida pelo maior matemático norueguês de todos os tempos, Niels Henrik Abel (1802-1829).

#### ***1.4 Tartaglia e as Equações de Grau Três***

O mais antigo livro impresso sobre aritmética e álgebra foi escrito no século XV, em Summa (1494), pelo frade italiano Luca Pacioli (1445-1515). Essa obra se limita à resoluções de Equações do 1º e 2º graus, Pacioli considerava impossível resolver uma Equação do 3º grau.

No período entre o século XV e o século XVI, Scipione Del Ferro (1465-1526) conseguiu resolver a Equação do 3º grau. Contudo, não publicou seu método, apenas o segredou a Antonio Maria Fiore e a Annibale Della Name.

Logo após Niccolo Fontana, conhecido com Tartaglia (1499-1557), natural de Bréscia, na Itália. Por volta de 1530, descobriu-se que Tartaglia saberia resolver uma equação cúbica. Mais tarde, Tartaglia revelou seus métodos de resolução de uma cúbica à Gisolano Cardano (1501-1576) que publicou, em 1545, a 1ª. edição ao importante livro Ars Magna (Arte Maior).

#### ***1.5 Conclusão***

Para se chegar ao que hoje chamamos de “Equação do 1º grau”, foi necessário um longo período de construção e desenvolvimento, para o qual contribuíram muitos matemáticos, entre os quais destacamos: Al-Khwarizmi, Diofante, René Descartes, Paolo Ruffini, Niels Henrik Abel, Luca Pacioli, Niccolo Fontana.

Todos eles deixaram sua contribuição para a Matemática. Notamos que, para se chegar ao que hoje conhecemos sobre “Equação do 1º grau”, vem sendo construída uma Matemática ao longo dos séculos, em que várias idéias foram desenvolvidas e aperfeiçoadas.

## ***1.6 Equações do Primeiro Grau nos Parâmetros Curriculares Nacionais***

O ensino e aprendizagem de matemática nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), relativo ao Ensino Fundamental, está dividido em quatro ciclos. O primeiro ciclo se constitui da 1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> séries; o segundo da 3.<sup>a</sup> e 4.<sup>a</sup> séries; o terceiro, da 5.<sup>a</sup> e da 6.<sup>a</sup> séries; e o quarto e último ciclo é composto pela 7.<sup>a</sup> e 8.<sup>a</sup> séries.

Entre os objetivos do Ensino Fundamental, destacamos os objetivos referentes ao Ensino e Aprendizagem do terceiro ciclo e, mais precisamente, os objetivos da Matemática deste ciclo no contexto do “pensamento algébrico”.

*“Neste ciclo, o ensino de matemática deve visar ao desenvolvimento:*

[...]

- Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levam o aluno a:
  - Produzir e interpretar diferentes escritas algébricas – expressões, igualdades e desigualdades –, identificando as equações, inequações e sistemas;
  - Resolver situação-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos;
  - Observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre as variáveis. (PCN, pág. 81)

[...]

Temos, como objetivos, explicitamente, segundo os PCN, que deve-se trabalhar o pensamento algébrico e a identificação de equações. Neste contexto, de considerar a Equação do 1.<sup>o</sup> Grau, pois ela é um dos tipos, e ainda, especificamente, a Equação do 1.<sup>o</sup> Grau deve ser trabalhada como ferramenta (modelo) de situações problemas.

Esta última forma de tratamento também é colocada em evidência sob a rubrica: “Conteúdos propostos para o ensino de Matemática no quarto ciclo” :

[...] a Álgebra é fundamental à compreensão dos conceitos como o de variável e o de função; a representação de fenômenos na forma algébrica e na gráfica; a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da “sintaxe” (regras para resolução de uma equação. (PCN, pág. 84)

[...]

Ainda sob a rubrica “Conceitos e Procedimentos” recuperamos mais elementos que asseguram que “Equações do 1.º Grau” é objeto de estudo no Ensino Fundamental:

[...]

- Tradução de situações-problemas por equações ou inequações do primeiro grau, utilizando as propriedades da igualdade ou desigualdade, na construção de procedimentos para resolvê-las, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta. Resolução de situações-problema por meio de um sistema de equações do primeiro grau, construindo diferentes procedimentos para resolvê-lo, inclusive o da representação das equações no plano cartesiano, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta. (PCN, pg. 87-88)

[...]

Aqui a sugestão é que as equações sejam resultados ou vistas como modelos de situações problemas. Onde, deve ser discutido o significado da raízes da equação em confronto com a situação problema. Também deve ser estudado um “Sistema de Equações do 1.º Grau” como modelo.

Destacamos que no ensino do quarto ciclo, segundo os PCN, **Valor Numérico, Operações com Expressões Algébricas, Fatoração de Expressões Algébricas e Simplificação de Expressões Algébricas**, são objetos de estudo seja como conceito matemático e ou como procedimento na 7.ª ou 8.ª série do Ensino Fundamental. Isto nos leva a supor que métodos de resolução que usam fatoração podem ser estudados por meio de situações-problema.

Em conclusão, diferentes procedimentos de resolução de sistemas devem ser estudados e a Equação do 1º grau deve ser trabalhada sempre como ferramenta na resolução de problemas.

Notemos que a ênfase quanto a abordagem das Equações do 1.º grau é dada por meio de situações problema.

É fortemente recomendado que as Equações do 1.º grau sejam estudadas como modelos de problemas, onde o estudo de enunciados, compreensão de vocábulos como: variável, incógnita, coeficientes, parâmetros, devem ser estudados, bem como diferentes procedimentos de resolução.

## ***1.7 Equações do Primeiro Grau na Proposta Curricular de Santa Catarina***

A Proposta Curricular de Santa Catarina (PCSC) divide o ensino de Matemática do Ensino Fundamental em quatro campos de conhecimento: Campo Algébrico, Campo Geométrico, Campo Numérico, Estatística e Probabilidades.

Relativo ao Campo Algébrico, a PCSC dá ênfase a representação genérica de uma situação-problema e ao tratamento desta situação por meio da representação algébrica:

[...]

O ensino de Álgebra não se reduz ao transformismo algébrico, tradicionalmente entendido como cálculo algébrico. Trabalha-se Álgebra também quando se estudam Equações e Inequações, Relações e Funções; exploram-se os vários significados das letras (como valores numéricos, como incógnitas, como variáveis e como símbolos abstratos). (PCN, pág. 111)

[...]

Ainda sobre “Equações do Primeiro Grau” a PCSC propõe estudar a relação que existe desta com função.

[...]

O conceito de Função, com a exploração da noção de variável, contribui significativamente para o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica. O estudo das equações pode ocorrer em relação com o das Funções (Zeros da Função). (PCSC, pág. 110)

[...]

Assim, a PCSC também dá lugar as equações do 1.º Grau como objetivo de estudo e propõe um trabalho de exploração deste saber com o saber funções. Temos aqui explicitamente a proposição de trabalhar a relação entre os saberes. Como diz Chevalhard (2001), um saber não vive isolado, é importante conhecermos com quais saberes ele se relaciona, isto enriquece o conhecimento e dá a ele maior significado.



## ***1.8 Estudo dos Planos de Ensino***

Faremos um breve estudo de 5 (cinco) planos de ensino de matemática da 6.<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental (ano 2004), de 5 (cinco) escolas de Florianópolis, escolas públicas, federais e particulares.

Em todos os planos, as equações do primeiro grau aparecem como título de uma unidade do plano de ensino.

Trataremos por: Escola 1, Escola 2, Escola 3, Escola 4 e Escola 5 e destacaremos a existência ou não do conteúdo Equações do 1.<sup>o</sup> grau e os objetivos declarados.

O planejamento da Escola 1 não nos permite identificar como é apresentado o conteúdo de Equações na 5.<sup>a</sup> série, pois, como conteúdo proposto temos: “Sistemas de Equação do 1.<sup>o</sup> grau: Solução; Métodos de Resolução”, com objetivo de “Resolução de exercícios e problemas.” O objetivo quanto a resolução de problemas contempla a proposição dos PCN.

Nas Escolas 2 e 4, o conteúdo apresentado nos planos trata de Equações e Inequações. A escola 4 não apresenta objetivos no Plano de Ensino. Nos questionamos por que é feita a abordagem de Equações e Inequações em uma mesma unidade? Qual é a relação entre esses dois conteúdos? Deve ser explorada? Nenhum comentário é feito.

A escola 3 apresenta os seguintes objetivos: “Identificar equação como a sentença matemática expressa por uma igualdade que apresenta um ou mais elementos desconhecidos; aplicar os princípios das igualdades para transformar uma equação na forma  $ax=b$ ; Resolver Equações do 1.<sup>o</sup> grau com uma incógnita dando o conjunto-solução de acordo com o conjunto universo dado.

A mesma escola propõe a abordagem de Equações do 1.<sup>o</sup> grau em uma unidade específica e destaca a resolução como sub-item, o que nos leva a supor que dará uma ênfase nos procedimentos de resolução de Equações. Também explicita a chamada para tratamento de problemas, enfatizando nos objetivos um trabalho de interpretação de enunciados que aporte a passagem da linguagem natural para a linguagem matemática, ou seja, uma Equação. Representar o enunciado de um problema por meio de uma Equação.

A escola 5 também não apresenta objetivos no Plano de Ensino. O conteúdo sobre Equações do 1.<sup>o</sup> grau é apresentado em uma unidade, na qual um detalhamento do conteúdo é apresentado: “Equações do 1.<sup>o</sup> grau com uma variável: Sentenças matemáticas fechadas e abertas; Equação;

Variável ou incógnita de uma equação; Conjunto universo e conjunto solução de uma equação; Raízes de uma equação; Equação do 1.º grau com uma variável; Processo de resolução de uma equação do 1.º grau com uma variável.”

### **Conclusão:**

Como podemos notar o conteúdo “Equações do 1º grau”, é estudado no Ensino Fundamental, em classe de 6ª série segundo os planejamentos dos professores.

## ***1.9 As Equações do Primeiro Grau na Disciplina Introdução ao Cálculo***

Uma vez sabendo, que as Equações do 1º grau são estudadas no Ensino Fundamental, buscamos saber se elas também são estudadas no curso superior, mais especificamente no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina. Uma breve leitura de programas nos levou a identificar a palavra Equações, no programa da disciplina Introdução ao Cálculo. Aparece no conteúdo do programa, sob a rubrica “Equações e Inequações envolvendo expressões racionais”.

Os objetivos da disciplina Introdução ao Cálculo são: propiciar ao aluno condições de entender e utilizar os conceitos de relação e função; dominar as propriedades básicas de números reais; conhecer as funções elementares, analisá-las graficamente e reconhecer a relação entre alguns conceitos matemáticos e o momento histórico que eles surgiram.

Como podemos notar, no objetivo específico nenhuma menção explícita é feita a equações.

Um estudo das listas de exercícios propostas pelo Professor da disciplina “Introdução ao Cálculo” em 2003.1, nos permite identificar que, nessas listas, somente cinco exercícios, todos envolvendo módulo, são propostos. Também na parte do desenvolvimento do conteúdo, encontramos somente um desenvolvimento, conforme segue, envolvendo a equação do 2º grau:

$$ax^2 + bx + c = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right], \text{ onde}$$

$\Delta = b^2 - 4ac$ , e usam esta representação para  $\Delta \geq 0$ , a dedução da expressão é feita para a determinação de

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{ raízes da equação do 2º grau.}$$

Além disso, mostra a dedução de alguns resultados referentes a Equação do 2º grau.

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ onde } \Delta > 0$$

Então:

$$ax^2 + bx + c = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] = 0$$

$$\left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$1) x_1 + x_2 = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a} \text{ (soma das raízes)}$$

$$2) x_1 \cdot x_2 = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a} \text{ (produto das raízes)}$$

Com isso, podemos dizer, que no plano de ensino, “Equações” ocupa um item na relação dos conteúdos. Mas, na classe de Matemática no período analisado, segundo notas de alunos identificamos que a equação envolvendo módulo, tem lugar no ensino, na disciplina Introdução ao Cálculo e há um trabalho rápido com a equação do 2º grau  $ax^2 + bx + c = 0$

A presença dos cinco exercícios de equação do 1º grau envolvendo módulo, pode ser justificada como consequência, do fato de que a definição de, “valor absoluto” de números reais são objetos de estudo. Logo, o objeto Equações do 1º grau existe nos documentos oficiais.

## **2 EQUAÇÃO DO 1º GRAU – ESTUDO DOS LIVROS DIDÁTICOS**

### **2.1 INTRODUÇÃO**

Neste capítulo estudamos os livros didáticos. Nosso objetivo é verificar como foi abordado “Equações do 1º grau”, nos livros mais antigos até os atuais, no ensino em classe de 6ª série do Ensino Fundamental.

Estamos considerando que a grande parte dos professores têm, em geral, os livros didáticos como uma grande referência para a preparação e elaboração de suas aulas. Assim, conhecer o saber que é abordado nos livros didáticos, nos dá um certo conhecimento de como seu desenvolvimento nas salas de aula se realiza. Pelo menos é um indicativo de uma concepção de abordagem e do nível esperado.

Optamos em estudar livros didáticos ao longo na última metade do século XX e atuais. Estudamos os seguintes livros:

- 1) Matemática, Osvaldo Sangiorgi; 1973;
- 2) Matemática, Tânia Michel Pereira; 1990;
- 3) Matemática – uma aventura do pensamento, Oscar Guelli; 2005.

### **2.2 Estudo do Livro Didático “Matemática” (Osvaldo Sangiorgi, 6ª série; 1973)**

O livro se divide em 20 capítulos, onde cada um deles está dividido em subtítulos. Neste livro, o objeto “Equações do 1º grau”, tem lugar em um capítulo de mesmo nome.

Neste capítulo o conteúdo “Equações do 1º grau” tem como objetivo:

- Reconhecer uma Equação do 1º grau;
- Encontrar sua solução;
- Identificar os diversos tipos de Equações do 1º grau;
- Resolver problemas sobre esse conteúdo.

### 2.2.1 A Abordagem

Inicialmente, antes de abordar o conteúdo Equações do 1º grau, faremos um breve comentário sobre um capítulo anterior que vai introduzir melhor o assunto de nosso interesse. Este capítulo é sobre sentenças e expressões matemáticas, tendo como título “Moderno Tratamento da Álgebra”.

Neste parágrafo o livro aborda um estudo sobre sentenças matemáticas e sentenças em linguagem natural, onde os únicos valores possíveis para uma sentença poderão ser: Verdadeiro(V) ou Falso(F). A introdução de variável se dá através de Sentenças Abertas. Estas são definidas por sentenças que apresentam variáveis. Para essas sentenças é também dado o conjunto de todos os valores possíveis que as variáveis assumem. Esse conjunto é denominado de Conjunto Universo(U), e o conjunto Verdade é a solução das sentenças abertas.

Com isto, na seqüência, o estudo de “Equações do 1º grau” ocupa um capítulo do livro e define uma equação do 1º grau como: *“Uma sentença aberta que exprime uma igualdade entre duas expressões numéricas é denominada Equação”*.

#### A noção de variável:

Segundo o autor também pode ser chamada de incógnita. Por exemplo:

1)  $x + 3 = 5$  (variável  $x$ )

2)  $y^2 - 1 = 3$  (variável  $y$ )

3)  $2z = 7$  (variável  $z$ )

Outras definições explicitadas:

1) As expressões numéricas separadas pelo sinal de igualdade chamam-se **membros**, onde cada membro é composto de **termos**, e esses termos que multiplicam as variáveis chamam-se de **coeficientes de termo**.

(1º membro)  $3x - 2 = x + 8$  (2º membro)

onde, 3 é o coeficiente e  $3x$  e 2 são os termos do 1º membro;

No 2º membro, 1 é o coeficiente em  $x$  e  $x$  e 8 são os termos.

1) Os termos semelhantes de uma equação são os termos que diferem somente pelo coeficiente.

a)  $3x - 2 = x + 8$

$3x$  e  $x$  são os termos semelhantes em relação a  $x$  em que  $3$  e  $1$  são os coeficientes.

$$b) 4y^2 - 5y = y - \frac{2}{3}y^2 + 1$$

$4y^2$  e  $-\frac{2}{3}y^2$  são os termos semelhantes em relação a  $y^2$  (coeficientes  $4$  e  $-\frac{2}{3}$ )

$-5y$  e  $y$  são os termos semelhantes em relação a  $y$  em que  $-5$  e  $1$  são os coeficientes.

Sob a rubrica “Equação do 1º grau com uma variável” o autor define por meio de exemplos que as equações cujas variáveis apresentam o expoente 1, por exemplo:

$3x-2 = x+8$  é uma equação do 1º grau na variável  $x$ .

### **Quanto à resolução:**

Para resolver uma equação basta determinar o conjunto verdade  $V$  dentro do conjunto universo  $U$  apresentado.

Os elementos de  $V$ , quando existentes, são denominados de soluções ou raízes da equação.

### **Equações com ou sem solução:**

São apresentados alguns exemplos em que algumas equações com uma variável tem, ou não, solução. Por exemplo:

$$x+6=4 \quad U=N \text{ (não há solução)}$$

### **Equações equivalentes:**

Equações equivalentes, isto é, equações que possuem as mesmas soluções. Por exemplo:

$$x+1=3 \text{ e } x=2 \quad U=Q$$

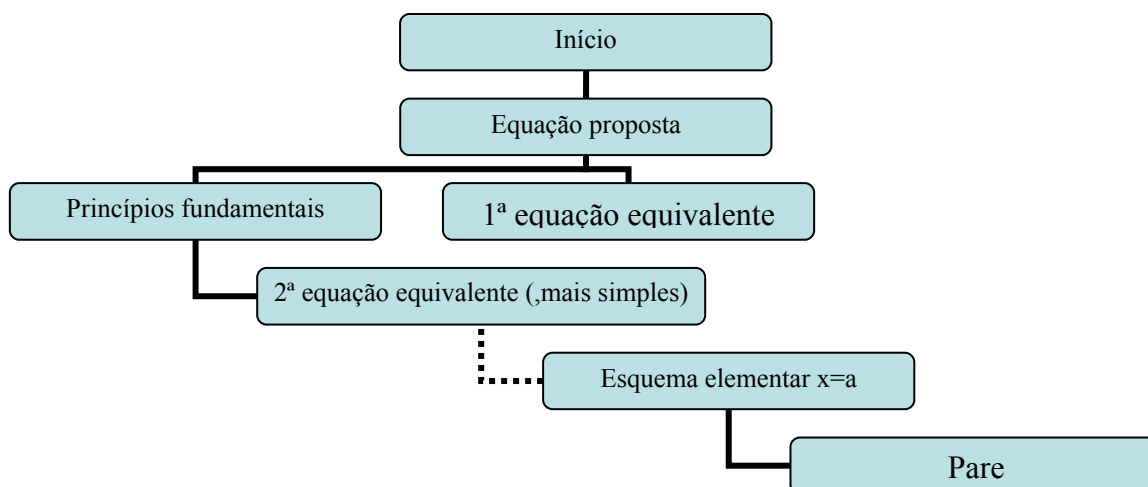
$$9x=36 \text{ e } 2x=8 \quad U=Q$$

### 2.2.2 Resolução de Equação do 1º grau com uma variável em Q.

#### Um procedimento de resolução:

Para resolver uma equação do 1º grau com uma variável é preciso transformar a equação numa série de equações equivalentes até obter uma equação elementar do tipo  $x = a$ , onde  $a$  é a solução da equação.

O livro apresenta etapas da resolução de uma equação do 1º grau com uma variável. Conforme o organograma seguinte:



#### 2.2.2.1 Transformações de Equações em Equações Equivalentes

Para transformar as equações em outras equivalentes analisaremos dois princípios fundamentais, Princípio Aditivo da Igualdade (PAI) e o Princípio Multiplicativo da Igualdade (PMI).

1º) Princípio Aditivo da Igualdade (PAI)

Se  $a=b$  então  $a+c=b+c \in Q$

e vice e versa



Se  $a+c=b+c$  então  $a=b$

$a=b$  então  $a+c=b+c$  quaisquer que sejam  $a, b, c \in Q^*$

*“Somando-se a ambos os membros de uma equação a mesma expressão, obtém-se uma equação equivalente à dada.”*

2º) Princípio Multiplicativo da Igualdade (PMI)

Se  $a=b$  então  $a.c=b.c$  e vice-versa

Se  $a.c=b.c$  então  $a=b$

ou

$a=b$  então  $a.c=b.c$  quaisquer que sejam  $a, b, c \in Q^*$

*“Multiplicando a ambos os membros de uma equação por um mesmo número (diferente de zero), obtém-se uma equação equivalente à dada.”*

Exemplos:

1)  $x+2=6$   $U=Q$


$$(x+2)+(-2)=6+(-2)$$

$$x+0=4$$

$$x=4 \quad \text{Logo, } V=\{4\} \text{ Solução: } 4$$

Procedimentos utilizados:

Somando-se  $-2$  aos dois membros (possível pelo PAI); propriedade associativa da adição ; existência do elemento oposto; elemento neutro da adição.

2)  $3x = -15$  

$$\frac{1}{3}(3x) = \frac{1}{3}(-15)$$

$$\left(\frac{1}{3} \cdot 3\right)x = -5$$

$$1x = -5$$

$$x = -5 \quad \text{Logo, } V = \{-5\} \text{ Solução: } -5$$

Procedimentos utilizados:

Multiplicando-se os dois membros por  $\frac{1}{3}$  ((possível pelo PMI); propriedade associativa da multiplicação, existência do elemento oposto; elemento neutro da multiplicação).

$$3) \quad 5x - 7 = -10$$

$$(5x - 7) + 7 = -10 + 7$$

$$(5x + (-7)) + 7 = -3$$

$$5x + ((-7) + 7) = -3$$

$$5x + 0 = -3$$

$$5x = -3$$

$$\frac{1}{5}(5x) = \frac{1}{5}(-3)$$

$$\left(\frac{1}{5} \cdot 5\right)x = -\frac{3}{5}$$

$$x = -\frac{3}{5} \quad \text{Logo, } V = \left\{-\frac{3}{5}\right\} \quad \text{Solução: } -\frac{3}{5}$$

Procedimentos utilizados:

Somando-se +7 aos dois membros (possível pelo PAI); propriedade associativa da adição; existência neutro da adição; multiplicando por  $\frac{1}{5}$  os dois membros (PMI); elemento neutro da multiplicação.

$$4) \quad 3x + 5x = 16$$

$$(3 + 5)x = 16$$

$$8x = 16$$

$$\frac{1}{8}(8x) = \frac{1}{8} \cdot 16$$

$$\left(\frac{1}{8} \cdot 8\right)x = 2$$

$$1.x=2$$

$$x=2 \quad \text{Logo, } V=\{2\} \text{ Solução: } 2$$

### 2.2.3 *Técnicas de Cálculo*

Para resolver estas equações de uma maneira mais rápida, o autor apresenta as técnicas de cálculo, em que usamos os resultados da aplicação das propriedades das operações e os princípios estudados.

#### ***Exemplos:***

$$1) \quad x+2=6 \quad U=Q$$

$$x=6-2$$

Técnica: O +2 que figura no 1º membro “passou” para o 2º membro como -2.

$$2) \quad 3x=-15$$

$$x=-\frac{15}{3}=-5$$

Técnica: Divide-se o 2º membro, -15, pelo coeficiente 3 da variável x.

$$3) \quad 5x-7=-10$$

$$5x=-10+7$$

$$5x=-3$$

$$x=-\frac{3}{5}$$

Técnica: passando o -7 para o 2º membro e trocando seu sinal (+7), dividindo o -3 por 5 (coeficiente da variável x).

## Aplicações Práticas

As aplicações práticas são simplesmente exercícios diretos sobre as equações do 1º grau com uma incógnita.

Vejamos oito dos onze exercícios resolvidos:

“ Resolver as seguintes equações no conjunto universo  $U=Q$ ”:

1)  $2x+3=-9$

$$2x=-9-3$$

$$2x=-12$$

$$x=-6 \quad \text{Solução: } -6$$

2)  $-5y-2=11$

$$-5y=11+2$$

$$-5y=13$$

$$y=-\frac{13}{5} \quad \text{Solução: } -\frac{13}{5}$$

3)  $\frac{3}{4}-x=\frac{1}{2}$

$$-x=\frac{1}{2}-\frac{3}{4}$$

$$-x=-\frac{1}{4}$$

$$x=\frac{1}{4} \quad \text{Solução: } \frac{1}{4}$$

4)  $\frac{3x}{4}-\frac{1}{3}=\frac{x}{2}+5$

$$\text{m.m.c.}(4,3,2)=12$$

$$9x-4=6x+60$$

$$9x-6x=60+4$$

$$3x = 64$$

$$x = \frac{64}{3} \quad \text{Solução: } \frac{64}{3}$$

$$5) \quad \frac{x-3}{4} + \frac{2x}{5} = 1 - \frac{2x+1}{8}$$

$$\text{m.m.c}(4,5,8) = 40$$

$$10(x-3)+8(2x)=40 \cdot 1-5(2x+1)$$

$$10x-30+16x=40-10x-5$$

$$10x+16x+10x=40+30-5$$

$$36x=65$$

$$x = \frac{65}{36} \quad \text{Solução: } \frac{65}{36}$$

$$6) \quad \frac{20+y}{8} - y = 3 - \left(\frac{1}{2} + 2y\right)$$

$$(20+y)-8y=24-8\left(\frac{1}{2}+2y\right)$$

$$y-8y+16y=24-4-20$$

$$9y=0$$

$$y=0 \quad \text{Solução: } 0$$

$$7) \quad ax+bx=c \quad (a,b,c \in \mathbb{Q})$$

$$(a+b)x=c$$

$$x = \frac{c}{a+b} \quad \text{Solução: } \frac{c}{a+b}$$

$$8) \quad 4(0,3x-1)-2(x+5)=1,2x+3(0,5-x)$$

$$1,2x-4-2x-10=1,2x+1,5-3x$$

$$1,2x-2x-1,2x+3x=4+10+1,5$$

$$1x=15,5$$

$$x=15,5 \quad \text{Solução: } 15,5$$

### 2.2.4 *Equações Identidades e Equações Sem Solução: Quantificadores*

Sob esta rubrica temos a definição de equação identidade e exemplos resolvidos.

1º) Equações Identidades: são aquelas em que poderá ser atribuído qualquer valor a  $x$ . O quantificador universal utilizado é  $\forall x$ (qualquer  $x$ ).

Logo  $x=x$   $U=Q$

Solução:  $\forall x, x \in \forall$

Outros exemplos:

$y+0=y$  (Solução:  $\forall y$ )

$x+x=2x$  (Solução:  $\forall x$ )

2º) Equações Sem Solução:

$$3x+5=3x+7$$

$$3x-3x=7-5$$

$$0x=2$$

A equação não tem solução, pois não existe um valor que multiplicado por zero em que obtêm-se 2.

A representação para uma equação sem solução, se dá através do quantificador ( não existe).

Essas equações que não possuem soluçao são denominadas impossíveis.

### 2.2.5 *Discussão*

Como último subtítulo será feita uma discussão sobre as possíveis soluções de uma equação.

Toda equação, após feitas transformações e reduções, apresenta-se dessa forma:

$$a.x=b$$

A solução no  $U=Q$ , é uma equação que depende dos valores de  $a$  e  $b$ .

Veja:

1)  $a \neq 0$ , então a equação é possível, pois

$$ax=b$$

$$x=\frac{b}{a}$$

2)  $a=0$  e  $b \neq 0$ , então a equação é impossível, não apresenta solução, pois

$$x=\frac{b}{a}, \forall x$$

3)  $a=0$  e  $b=0$ , então a equação é indeterminada.

$$0.x=0, (\forall x \text{ é solução})$$

Para encerrar essa discussão, são dadas duas aplicações práticas (exercícios) em que o 1º é para identificar entre as equações, as que são identidades, sendo  $U=Q$ .

O 2º exercício é para preencher com os quantificadores as sentenças numéricas abertas, sendo  $U=Q$ .

Exemplo:

a)  $3x+x = 4x$  (Identidade)

b)  $\forall x \quad 0x=0$

## CONCLUSÃO:

Nesse livro analisado o autor trabalha, na maior parte dos exercícios, com o conjunto  $Q$ . A definição de equação é apresentada.

O autor mostra a resolução de equações equivalentes através de exemplos. Para auxiliar na resolução dos exercícios dois princípios fundamentais são apresentados, o Princípio Aditivo da Igualdade (PAI) e o Princípio Multiplicativo da Igualdade (PMI), bem como técnicas de cálculo.

O autor faz uso do quantificador  $\forall$  para designar qualquer valor da incógnita de uma equação.

## **2.3 Estudo do Livro Didático “Matemática ” Tânia Michel Pereira; 1990**

### **2.3.1 Organização do Livro**

O livro se divide em 4 capítulos e cada capítulo subdivide-se em tópicos.

Limitaremos nosso estudo ao Capítulo 3, “Equações de 1º grau”, (p.97) o qual desenvolve o conteúdo, objeto de nosso estudo.

O capítulo está organizado em 5 rubricas:

- 1) Introdução ao Estudo de Equações de 1º grau;
- 2) Construção de Material para o Estudo de Equações de 1º grau;
- 3) Atividades Práticas para o Estudo de Equações de 1º grau;
- 4) Resolução de Problemas através de Equações de 1º grau;
- 5) Exercícios com Equações de 1º grau.

### **2.3.2 A Abordagem**

Uma abordagem via situação problema após uma fala informal de que muitos problemas matemáticos, podem ser resolvidos por equações e de que as equações são sentenças formadas por duas expressões iguais envolvendo valores não conhecidos os quais são representados por letras chamadas de incógnitas.

Em seguida, o conceito sobre equações é apresentado através de uma situação problema e a autora faz a simplificação do mesmo e o representa sob a forma de uma equação.

### **2.3.3 Apresentação do Problema**

“Márcio e Valter fizeram uma plantação de cebolas. Márcio trabalhou o dobro do tempo de Valter e por isto vai receber pela colheita o dobro que Valter. Mas como a terra era do pai deles, eles prometeram dar 50Kg de cebola para ele. A colheita foi de 281 Kg. Quantos Kg receberá cada um?” (p.97)



### 2.3.4 Simplificação do Problema:

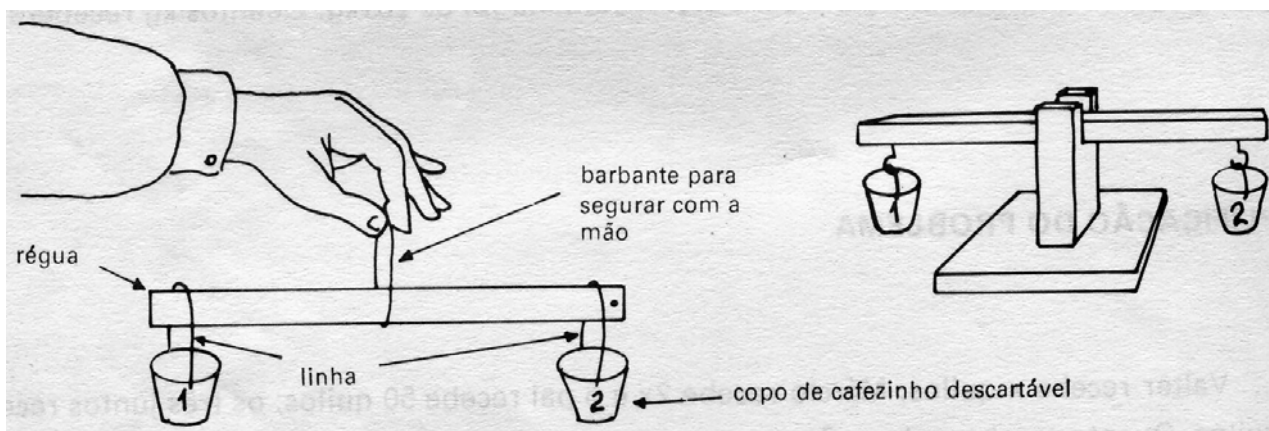
- Passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica. Se indica quantidade de kg;
- Representação da equação  $x + 2x + 50 = 281$ ;
- Resolução da equação. É o modo para se encontra o valor de  $x$ .

#### Dois métodos:

- **Método da tentativa;**
- **Método com material.**

Para chegar à resolução desse problema poderíamos descobrir o valor de  $x$  através de tentativas, isto é, atribuir valores a  $x$  até verificar a igualdade. Nesse caso teríamos muitas dificuldades por se tratar de uma equação mais complexa, seria muito demorado chegar a algum resultado.

Sob a rubrica “Construção de material para o estudo de Equações de 1º grau” o autor sugere a confecção de uma balança para ajudar o aluno a visualizar o significado de uma equação do 1º grau.



#### Descrição do material:

##### 1) Confecção da balança

**Tipos de materiais usados:**

- Régua;
- Linha;
- Barbante;
- Copo de cafezinho descartável;
- Moedas.

**Exemplo:**

*“Coloque uma moeda em um dos pratos e veja o que acontece com cada um dos pratos. Anote em seu caderno o que você observou.”*

**2) Caixa de fósforo****Tipos de material usado:**

- a. Moedas;
- b. Papel ofício formando quadrados de 4 cm de lado.

**Exemplo:**

*“Utilizando a balança escreva em seu caderno tudo o que você faria para achar o valor de  $x$  das seguintes equações a seguir:*

a) Lado 1                      Lado 2

Início:  $x + 5 = 7$

Ação: *(escrever o que você faria)*

Final: *(escrever qual é o valor de  $x$ )*

**Resolução:**

O valor de  $x$  é 2. Colocando duas moedas no lado 1 da balança vai haver um equilíbrio.

### 2.3.5 *Estudo dos Exercícios*

Neste livro são apresentados dois parágrafos somente com exercícios, o primeiro é sobre a Resolução de Problemas através de Equações de 1º Grau e o segundo, sobre Exercícios com Equações de 1º Grau.

Na Resolução de Problemas através de Equações de 1º Grau são apresentados um total de 20 exercícios. Apresenta também exercícios sob a designação “Atividade”.

Nos exercícios com Equações de 1º Grau são apresentados um total de 217 exercícios sub-divididos em grupos de 1 ao 11.

Apresentamos os exercícios estudados em relação aos tipos de tarefa, a quantidade de exercícios por tarefa, e um exemplo de cada tipo.

“Resolução de Problemas através de Equações de 1º Grau”:

Tipo 1: Calcular o perímetro de um quadrado.

Quantidade de exercícios: 2

Exemplo: Como se calcula o perímetro de um quadrado cujo lado mede  $x$ ?

Resolução:  $x + x + x + x = 4x$

Tipo 2: Calcular a medida do lados de um quadrado.

Quantidade de exercícios: 3

Exemplo: Um quadrado mede 56m de perímetro. Qual é seu lado?

Resolução:  $4x = 56$

$$x = \frac{56}{4}$$

$$x = 14 \text{ m}$$

Tipo 3: Calcular a altura do triângulo.

Quantidade de exercícios: 1

Exemplo: Calcule a altura de um triângulo cuja base mede 5m e a área mede 15m.

Resolução: sabendo que a área de um triângulo é:  $Área = \frac{Base \times Altura}{2}$

Vamos considerar que a altura seja  $x$ . Logo:

$$15 = 5x$$

$$5x = 15$$

$$x = 3 \text{ m}$$

Tipo 4: Calcular o raio da circunferência.

Quantidade de exercícios: 1

Exemplo: Calcular o raio sabendo-se que o comprimento da circunferência mede 31,4 cm.

Resolução: Sabendo que o comprimento de uma circunferência é  $C = 2\pi r$ . Logo:

$$31,4 = 2\pi r$$

$$r = \frac{31,4}{2} \pi$$

$$r = 15,7 \pi \text{ cm}$$

Tipo 5: Calcular a altura de um paralelepípedo.

Quantidade de exercícios: 1

Exemplo: Sabendo-se que o volume de um paralelepípedo é de  $45 \text{ cm}^3$ . A área da base é de  $15 \text{ cm}^2$ .

Resolução: O volume de um paralelepípedo é o produto da área da sua base pela altura.

Logo:

$$V = \text{Área} \times \text{base}$$

Vamos considerar que a altura seja  $x$ .

$$45 = 15 \cdot x$$

$$x = \frac{45}{15}$$

$$x = 3$$

A altura é 3 cm.

Tipo 6: Resolver os problemas tomando como ferramenta a Equação do 1º grau.

Quantidade de exercícios: 8

Exemplo: Eu tinha certa quantidade de dinheiro, gastei Cr\$ 480,00 e ainda fiquei com Cr\$ 4.000,00. Qual era o valor que eu tinha?

$$\text{Resolução: } x - 480 = 4000$$

$$x = 4480$$

Eu tinha Cr\$ 4.480,00

Tipo 7: Resolver as equações com soma ou subtração de termos fracionário no 1º membro.

Quantidade de exercícios: 18

Exemplo: Resolver as demais equações:

$$\text{a) } \frac{x}{4} + \frac{x}{2} = 90$$

$$\text{d) } \frac{x}{4} - \frac{1}{5} = 7$$

Resolução:

$$\text{a) } \frac{x}{4} + \frac{x}{2} = 90$$

$$\frac{x+2x}{4} = 90$$

$$3x = 360$$

$$x = 120$$

$$\text{b) } \frac{x}{4} - \frac{1}{5} = 7$$

$$\frac{5x-4}{20} = 7$$

$$5x-4 = 140$$

$$5x = 144$$

$$x = \frac{144}{5}$$

“Exercícios com Equações de 1º Grau”:

Todos os exercícios apresentados nessa sessão apresentam equações do tipo  $ax+b=c$ , onde  $a$  assume valores inteiros ou fracionários.

Tipo 8: Resolver as equações  $ax+b=c$  onde  $a$  e  $b \in \mathbb{Q}$ .

Quantidade de exercícios: 217

Exemplo: Resolver as equações:

$$1) x + 38 = 107$$

$$2) \frac{x}{2} = 85$$

Resolução:

$$1) x = 107 - 38$$

$$x = 69$$

$$2) x = 85 \cdot 2$$

$$x = 170$$

## **CONCLUSÃO:**

O livro analisado, trabalha a resolução de problemas com Equações do 1º grau. A autora sugere na resolução de equações dois métodos para a resolução de uma equação: o método de tentativa e o método com material, o qual é sugerido ao professor para que construa com seus alunos um material utilizando uma balança e caixa de fósforos. Para utilizar o método com material o livro apresenta um total de 18 atividades usando esse recurso.

Não podemos deixar de citar a importância dada pela autora ao exercício do “Tipo 8”: Resolver as equações  $a x + b = c$  onde  $a$  e  $b \in \mathbb{Q}$ , totalizando um total de 217 exercícios.

## **2.4 Estudo do Livro Didático “Matemática - Uma Aventura do Pensamento”**

Oscar Guelli; 6ª série, 2005

### **2.4.1 Organização do Livro**

O livro se divide em 4 unidades, as quais são subdivididas em rubricas. Nesse livro o objeto “Equações do 1º Grau” tem lugar na unidade 3 sob a rubrica 7 “Equações”, sob a rubrica 8, “Equação: o idioma dos problemas” e sob a rubrica 9, “Transformações de equações”.

### **2.4.2 A Abordagem**

Para ensinar as equações do 1º grau, o autor sob a rubrica “Equações” traz algumas definições.

a) Exemplifica orações em linguagem natural e logo após apresenta orações em linguagem matemática.

b) Definição de equação: *“Uma igualdade com variáveis chama-se equação.”* É composta pelo 1º e 2º membro. Onde, o 1º membro é a parte esquerda do sinal de igualdade e o 2º membro é a parte colocada à direita do sinal de igualdade.

Exemplo:

$4x - 2 = 10$ , onde  $4x - 2$  é o primeiro membro e 10 é o segundo membro.

c) Definição de “conjunto universo ou domínio”: *“O conjunto cujos elementos servem para substituir a variável é chamado de conjunto universo ou domínio.”*

d) Definição de “conjunto solução”: *“O conjunto formado pelos elementos do conjunto universo que tornam uma igualdade verdadeira denomina-se conjunto solução.”*



Sob a rubrica “Equação: o idioma dos problemas” as equações são colocadas como uma tradução de problemas, de forma a facilitar e determinar a solução.

Exemplo:

“ A idade de Ana é o quádruplo da idade de Marta. Somando as duas idades obtemos 25 anos. Qual é a idade de cada uma?

- 1)  $y$  =idade de Marta  
 $4y$  =idade de Ana
- 2)  $4y + y = 25$
- 3)  $y = 5$ , esse valor é calculado por tentativas.
- 4) Idade de Marta: 5 anos  
Idade de Ana:  $4 \cdot 5 = 20$ anos.

Sob a rubrica “Transformações de Equações” propriedades são apresentadas em linguagem matemática.

- a) Para todos os números racionais  $a$ ,  $b$  e  $c$ , se  $a=b$ :
  - (1)  $a-c=b-c$
  - (2)  $a+c=b+c$
- b) Para quaisquer números racionais  $a$ ,  $b$  e  $c$ , se  $a=b$ , então  $c \cdot a=c \cdot b$ .
- c) Para todos os números racionais  $a$ ,  $b$  e  $c$ , com  $c \neq 0$ , se  $a=b$ , então  $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ .

### 2.4.3 *Estudo dos Exercícios*

Neste livro são apresentados um total de 43 exercícios, 17 exercícios com resoluções direta das equações do 1º grau e 26 exercícios sobre resoluções de problemas.

Apresentamos os exercícios estudados em relação aos tipos de tarefa, a quantidade de exercício por tarefa, e um exemplo de cada tipo.

Tipo 1: Resolver uma equação:

Quantidade de exercícios: 17

Exemplo: Resolva as equações. O universo das variáveis é o conjunto Q dos números racionais.

a)  $x + 3 = 10$

b)  $y - 4 = 7$

c)  $10 = z - 4$

d)  $2 = t + 12$

Resolução:

a)  $x + 3 = 10$

$$x = 10 - 3$$

$$x = 7$$

b)  $y - 4 = 7$

$$y = 7 + 4$$

$$y = 11$$

c)  $10 = z - 4$

$$-z = -4 - 10$$

$$z = 14$$

$$d) 2 = t + 12$$

$$-t = 12 - 2$$

$$t = -10$$

Tipo 2: Determinar o valor da incógnita via situação problema.

Quantidade de exercícios: 18

Exemplo: Antônio e Marcela colecionam selos. Antônio tem o dobro de selos que tem Marcela.

Quantos selos têm cada um, se juntos têm 90 selos?

## **CONCLUSÃO:**

O autor faz aqui definições do que é uma equação, define também conjunto universo ou domínio e conjunto solução de uma equação. Exemplifica uma equação e mostra o 1º e 2º membro das equações.

Fica evidente que o autor tem uma grande preocupação em definir certos conceitos antes de mostrar ao aluno a resolução de problemas. Nesse livro fica evidente que o autor dá maior ênfase à resolução de problemas (26 sobre 46) problemas contra (17 sobre 46) resoluções de equações.

### 3 EXPERIMENTAÇÃO

#### 3.1 INTRODUÇÃO

O principal objetivo desta experimentação é o de verificar se a “Equação do 1º grau” é um saber disponível para o aluno da 6ª série do Ensino Fundamental, ou seja, se os alunos sabem resolver uma “Equação do 1º grau” ou se aplicam esse saber na resolução de problemas.

A experimentação foi feita em uma classe de 6ª série do Ensino Fundamental, onde é estudado a Equações do 1º grau. Foi realizada numa escola pública.

Escolhemos seis exercícios de livros didáticos, nos quais fizemos algumas alterações para melhor analisar o conhecimento dos alunos.

Apresentamos agora os exercícios propostos:

1) Resolver as equações:

a)  $x + 3 = 10$

b)  $2y - \frac{1}{3}y + 5 = \frac{1}{2}y$

c)  $2 = \frac{2}{3}t + 12$

2) A diferença entre um número e 8 é -4. De que número estamos falando?

3) Numa classe, o número de meninos é a metade do número das meninas. A classe tem 36 alunos. Quantos são meninos? Quantas são meninas?

4) Num triângulo isósceles de 18cm de perímetro, a base mede 2cm. Quantos centímetros tem de comprimento cada um dos outros lados?

### 3.2 Análise a Priori

Apresentamos aqui, as resoluções dos seis exercícios acima apresentados.

Análise do exercício 1:

1) Resolver as equações:

a)  $x+3=10$

$$x=10-3$$

$$x=7$$

Procedimento: passamos o +3 para o outro lado da igualdade, isolando a incógnita x.

b)  $2y - \frac{1}{3}y + 5 = \frac{1}{2}y$

$$\frac{12y + 2y + 30}{6} = \frac{3y}{6}$$

$$12y + 2y - 3y = -30$$

$$11y = -30$$

$$y = -\frac{30}{11}$$

Procedimento: tiramos o mínimo múltiplo comum, juntamos os números com as incógnitas de um lado e passamos o +30 para o outro lado da igualdade. Para terminar isolamos o y.

c)  $2 = \frac{2}{3}t + 12$

$$\frac{6}{3} = \frac{2t + 36}{3}$$

$$6 - 36 = 2t$$

$$2t = -30$$

$$t = -15$$

Procedimento: tiramos o mínimo múltiplo comum. Isolamos a variável passando o +36 para o outro lado. Após isso isolamos o t.

2) A diferença entre um número e 8 é -4. De que número estamos falando?

$$x-8=-4$$

$$x=-4+8$$

$$x=4$$

Procedimento: isolamos a incógnita x passando o -8 para o outro lado.

3) Numa classe, o número de meninos é a metade do número das meninas. A classe tem 36 alunos. Quantos são meninos? Quantas são meninas?

$$x + \frac{x}{2} = 36$$

$$2x+x=72$$

$$3x=72$$

$$x=24 \quad \text{Logo, o número de meninas é 24 e o de meninos é 12.}$$

Procedimento: tiramos o mínimo múltiplo comum. Somamos os resultados e após isso isolamos o x.

4) Num triângulo isósceles de 18cm de perímetro, a base mede 2cm. Quantos centímetros tem de comprimento cada um dos outros lados?

$$x+x+2=18$$

$$2x=18-2$$

$$2x=16$$

$$x=8$$

Procedimento: somamos os lados do triângulo. Juntamos os números com as incógnitas e passamos o +2 para o outro lado da igualdade. Isolamos o x passando o 2 dividindo o 16.

### ***3.3 Análise a Posteriori das Resoluções dos Alunos***

Realizamos a experimentação numa classe de 6ª série do Ensino Fundamental de uma escola da Grande Florianópolis. A escolha da série deveu-se ao fato de que o conteúdo de Equações do 1º grau foi estudado nesta escola, na 6ª série.

A aplicação ocorreu no dia 25/11/2005 para uma classe de 20 alunos. A atividade teve início as 8:20 horas e o término as 10:00 horas, foi realizada em duas aulas.

Os 20 alunos que participaram da experiência não resolveram todos os exercícios e tiveram bastante dificuldades na resolução dos mesmos.

#### **Procedimento:**

- Cada aluno recebeu uma folha de atividades contendo os seis exercícios.
- A resolução foi feita individual e sem consulta.
- Solicitamos que usassem caneta e para que não apagassem o que escrevessem na resolução das atividades.

### ***3.4 Análise das Resoluções***

#### **1) Resolver as equações:**

a)  $x + 3 = 10$

Dos 20 alunos que participaram da experimentação, apenas 13 alunos apresentaram a solução correta, estes utilizaram as técnicas de cálculo abordada em um de nossos livros. Alguns não resolveram essa questão e outros apresentaram erros do tipo:

$$x + 3 = 10$$

$$10 + x = 3$$

$$x = 7$$

$$x$$

$$\text{b) } 2y - \frac{1}{3}y + 5 = \frac{1}{2}y$$

Dos 20 alunos que participaram da experimentação nenhum apresentou a solução correta. A grande maioria não resolveu essa questão, apenas dois alunos tentaram resolvê-la, mas apresentaram erros do tipo:

- $2y \cdot y \cdot y = 3y - 5$  (não identificamos o procedimento de resolução)

- $2y - \frac{y}{3} - \frac{y}{2} = -5$

$$\frac{3y - 18y - 16y}{6} = -\frac{5}{6}$$

$$-3y = -5$$

$$y = \frac{-5}{-3}$$

$$\text{c) } 2 = \frac{2}{3}t + 12$$

Dos 20 alunos que participaram da experimentação nenhum apresentou a solução correta. A grande maioria não resolveu essa questão, apenas dois alunos tentaram resolvê-la, mas apresentaram erros do tipo:

- $\frac{-2t}{3} = 12 - 2$

$$\frac{-18t = 12 - 2}{3}$$

$$-18t = 10$$

$$t = \frac{10}{-18} = \frac{5}{-9}$$

- $2 = \frac{2}{3}t + 12$

$$\frac{2}{3}t + 12 = 2$$

$$\frac{14}{3} = 2$$



**2) A diferença entre um número e 8 é -4. De que número estamos falando?**

Dos 20 alunos que participaram da experimentação, apenas 9 alunos apresentaram a solução correta. Alguns alunos fizeram a resolução sem o auxílio de cálculos. Outros não resolveram a questão ou apresentaram erros do tipo:

- $x - 8 = -4$

$$12 - 8 = -4$$

- $-12 + 8 = -4$

**3) Numa classe, o número de meninos é a metade do número das meninas. A classe tem 36 alunos. Quantos são meninos? Quantas são meninas?**

Dos 20 alunos que participaram da experimentação, apenas 2 alunos apresentaram a solução correta. Alguns alunos fizeram a resolução por tentativa. Outros não resolveram a questão ou apresentaram erros do tipo:

- $\frac{x}{x} = 36$ , logo 28 meninos e 28 meninas.

- $18 + 18 = 36$ , logo 9 meninos e 27 meninas.

- $36 : 2 = 18$ , logo 18 meninos e 18 meninas.

- $x + \frac{x}{2} = 36$

$$x + x = 36 \cdot 2$$

$$x = \frac{72}{2} = x = 36$$

**4) Num triângulo isósceles de 18cm de perímetro, a base mede 2cm. Quantos centímetros tem de comprimento cada um dos outros lados?**

Dos 20 alunos que participaram da experimentação, 12 alunos apresentaram a solução correta. Sete alunos fizeram a resolução por tentativa. Outros não resolveram a questão ou apresentaram erros do tipo:

- 9, não justificaram a resposta.

- $\frac{18+18}{2} = 36$

Considerando todos os erros cometidos nesta experimentação, vimos que a maioria dos alunos não sabem ou apresentam grande dificuldade em resolver uma Equação do 1º grau. Nos fica um questionamento sobre isso, como este conteúdo é trabalhado em classe?

### ***3.5 Conclusão da Experimentação***

Com esta experimentação, concluímos que grande parte dos alunos não sabem resolver uma equação do 1º grau. Outros tem noção, mas não conseguem concluir os cálculos. Também percebemos que os alunos têm grande dificuldades em interpretar os exercícios, principalmente na parte dos problemas.

Outro ponto negativo é que muitos alunos nem tentaram resolver as atividades, os erros cometidos nos preocupam muito, pois os alunos já estão encerrando o ano na 6ª série e ainda não sabem resolver equações do primeiro grau.

## **4 CONCLUSÃO**

Neste trabalho fizemos um estudo didático sobre a Equação do 1º grau. Começamos estudando a história da Equação do 1º grau e o que falavam alguns documentos oficiais tais como: Proposta Curriculares Nacionais (PCN), a Proposta Curricular de Santa Catarina (PCSC), os planos de ensinios de algumas escolas e a Equação na Disciplina Introdução ao Cálculo.

Na parte histórica podemos notar que foram necessárias várias construções e descobertas para se chegar ao que hoje conhecemos de Equações do 1º grau. Vários matemáticos deixaram suas contribuições ao longo da história.

Verificamos que tanto nos PCN quanto PCSC estudam a Equação do 1º grau e que ela deve ser abordada no terceiro ciclo (5ª e 6ª séries). Também deixa claro que devem ser usadas em situações-problemas.

A disciplina Introdução ao Cálculo apresenta pouca coisa sobre a Equação do 1º grau, faz apenas cinco exercícios com módulo envolvendo este assunto no semestre estudado. Nos planos de ensino de todas as escolas apresentaram o conteúdo Equações do 1º grau em seus planejamentos e apenas uma não especifica seus objetivos.

Em relação ao estudo dos livros didáticos fizemos um estudo dos anos de 1973, 1990 e 2005. No livro de 1973 o autor traz muitas definições, faz uso de quantificadores, único livro que aborda esse assunto, o livro ainda apresenta técnicas de cálculo que permite ao aluno escolher a melhor maneira de resolver os exercícios. No livro de 1990 o autor sugere a confecção de materiais didáticos como balança e caixa de fósforos onde as equações do 1º grau poderão ser compreendidas através da visualização desse material. O autor trabalha com problemas envolvendo equações mas dá maior ênfase a resolução direta das mesmas. No livro de 2005 o autor aborda algumas definições importante sobre incógnitas e problemas envolvendo equações do 1º grau que há a maior concentração de exercícios.

Com a experimentação pudemos ter uma idéia de como estão os saberes na 6º série do Ensino Fundamental em relação a Equações do 1º grau. O resultado desta experimentação nos preocupa muito pois vimos que os alunos apresentaram grandes dificuldades para resolver os exercícios

propostos. Há muitos erros principalmente na resolução de equações fracionárias. Existe ainda uma inércia por parte dos alunos de nem tentaram resolver os exercícios.

Isto no faz pensar em rever muitas coisas nos planejamentos das escolas, sobre como trabalhar a equação do 1º grau de forma que o aprendizado torne-se melhor.

## **5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- 1) BRASIL. Secretaria de educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** terceiro e quarto ciclo do Ensino Fundamental: introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília. MEC/SEF, 1998.
- 2) Proposta Curricular de Santa Catarina. Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio (disciplinas curriculares) – 1998.
- 3) Planejamentos Escolares. Ensino Fundamental. 6ª série. 2005.
- 4) EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: UNICAMP, 2004.
- 5) BOYER, Car Benjamim (1906). **História da Matemática.** Tradução: Elza Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, Ed. Da Universidade de São Paulo, 1974.
- 6) GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GOIVANNI JR, José Ruy. **A Conquista da Matemática: a + nova. 1ª edição.** São Paulo: FTD, 2002.
- 7) DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática.** 1ª edição. São Paulo: Ática, 2002.
- 8) GUELLI, Oscar. **Matemática: uma aventura do pensamento. 2ª edição.** São Paulo: Ática, 2005.
- 9) PEREIRA, Tânia Michel. **Matemática 6ª série: melhoria do ensino de ciências e matemática.** Ijuí: Livraria UNIJUÍ Ed, 1990.

10) SANGIORGI, Osvaldo. **Matemática 6**. 3ª edição. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1973.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de Matemática Elementar, 6: complexos, polinômios e equações**. 6ª edição. São Paulo: Atual, 1993.

11) CHEVALLARD, Yves. **Conceitos Fundamentais da Didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica**. In: BRUN, Jean. *Didática das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 115-153.

## 6 ANEXOS

### 6.1 ANEXO 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

ESCOLA: \_\_\_\_\_

DATA: \_\_\_\_\_

NOME DO ALUNO: \_\_\_\_\_

#### ORIENTAÇÃO:

- Resolver usando caneta.
- Não apagar ou rasurar.
- A resolução é pessoal.

1) Resolver as equações:

d)  $x + 3 = 10$

e)  $2y - \frac{1}{3}y + 5 = \frac{1}{2}y$

f)  $2 = \frac{2}{3}t + 12$

2) A diferença entre um número e 8 é -4. De que número estamos falando?

3) Numa classe, o número de meninos é a metade do número das meninas. A classe tem 36 alunos. Quantos são meninos? Quantas são meninas?

4) Num triângulo isósceles de 18cm de perímetro, a base mede 2cm. Quantos centímetros tem de comprimento cada um dos outros lados?

## 6.2 ANEXO 2

1) Resolver as equações:

a)  $x+3=10$



$$x + 3 = 10$$

$$10 - 3 = x$$

$$10 - 3 = 7$$

7

2) A diferença entre um número e 8 é -4. De que número estamos falando?

1) número 2.

2) A diferença entre um número e 8 é -4. De que número estamos falando?

1) número 12

$$x - 8 = -4$$

$$12 - 8 = -4$$



### 6.3 ANEXO 3

1) Resolver as equações:

$$c) 2 = \frac{2}{3}t + 12 \rightarrow$$

$$2 = \frac{2}{3}t + 12$$
$$\frac{2t}{3} + 12 = 2$$
$$\frac{2t}{3} = 2$$

$$c) 2 = \frac{2}{3}t + 12$$

$$-2t = 12 - 2$$

$$\frac{-2t}{2} = \frac{12-2}{2}$$
$$-t = 10$$

$$-18t = 10$$

$$t = \frac{10}{-18} = \frac{5}{-9}$$

$$t = \frac{5}{-9}$$

2) A diferença entre um número e 8 é -4. De que número estamos falando?

$$-12$$

## 6.4 ANEXO 4

- 3) Numa classe, o número de meninos é a metade do número das meninas. A classe tem 36 alunos. Quantos são meninos? Quantas são meninas?

$$\begin{aligned} \text{meninas} &= 18 \\ \text{meninos} &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 36 \overline{) 72} \\ \underline{2} \phantom{0} \\ 16 \\ \underline{16} \\ 00 \end{array}$$

- 3) Numa classe, o número de meninos é a metade do número das meninas. A classe tem 36 alunos. Quantos são meninos? Quantas são meninas?

há 23 meninas e 13 meninos

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 13 \\ \hline 36 \end{array}$$

- 3) Numa classe, o número de meninos é a metade do número das meninas. A classe tem 36 alunos. Quantos são meninos? Quantas são meninas?

tem 27 meninos e 9 meninas

6.5 ANEXO 5

3) Numa classe, o número de meninos é a metade do número das meninas. A classe tem 36 alunos. Quantos são meninos? Quantas são meninas?

28 meninos? 28 meninas  
 $x = 36$   
 $x$

3) Numa classe, o número de meninos é a metade do número das meninas. A classe tem 36 alunos. Quantos são meninos? Quantas são meninas?

R= Na classe tem 18 meninos e 18 meninas.

3) Numa classe, o número de meninos é a metade do número das meninas. A classe tem 36 alunos. Quantos são meninos? Quantas são meninas?

18 meninos / ou 9 meninos  
 18 meninas / 27 meninas

$$\begin{array}{r} 1 \\ 18 \\ 18 \\ \hline 36 \end{array}$$

## 6.6 ANEXO 6

4) Num triângulo isósceles de 18cm de perímetro, a base mede 2cm. Quantos centímetros tem de comprimento cada um dos outros lados?

mede 9.

4) Num triângulo isósceles de 18cm de perímetro, a base mede 2cm. Quantos centímetros tem de comprimento cada um dos outros lados? *cada um dos lados mede 36 cm.*

$$\frac{18+18}{2} = 36$$

4) Num triângulo isósceles de 18cm de perímetro, a base mede 2cm. Quantos centímetros tem de comprimento cada um dos outros lados?

9 cm